Sprachbezogene Merkmale als Erklärung für Disparitäten mathematischer Leistung

Dissertation
an der Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

eingereicht von
Katrin Bochnik
2016

Erstgutachter: Prof. Dr. Stefan Ufer

Zweitgutachter: Prof. Dr. Aiso Heinze

Drittgutachterin: Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz

Tag der Einreichung: 23.6.2016

Tag der mündlichen Prüfung: 17.10.2016

Danksagung

Mein Dank gilt allen, die diese Arbeit ermöglicht, begleitet, unterstützt und bereichert haben.

An erster Stelle möchte ich meinem Doktorvater Prof. Dr. Stefan Ufer danken, der diese Arbeit stets konstruktiv, optimistisch und geduldig betreut hat und dem ich darüber hinaus all die Jahre viele Möglichkeiten der persönlichen Weiterentwicklung zu verdanken habe. Besonders danken möchte ich auch Prof. Dr. Aiso Heinze für die Zweitbetreuung meiner Arbeit, die zahlreichen Rückmeldungen zu Vorträgen und die bereichernde Zeit am IPN Kiel. Ein großer Dank geht zudem an Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz für die Begutachtung meiner Arbeit und an Prof. Dr. Peter Pickl für den Prüfungsvorsitz bei meiner Disputation. Ein herzliches Dankeschön geht außerdem an Prof. Dr. Anna S. Steinweg, die mir mit ihrer Sicht auf die Mathematikdidaktik und ersten Einblicken in die mathematikdidaktische Forschung den Anstoß zu dieser bereichernden Zeit der Promotion gegeben hat. Ermöglicht wurde diese Arbeit außerdem von der Gemeinnützigen Hertie-Stiftung, der ich für die finanzielle, aber vor allem für die ideelle Förderung herzlich danke. Vielen lieben Dank auch an die Münchner Stipendiatengruppe für die tolle Zeit und die bunte Sicht auf die Welt.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Kolleginnen und Kollegen an der LMU München bedanken, die die Zeit der Promotion mit ihrem Humor und ihrem Rückhalt zu einer sehr schönen und unvergesslichen Zeit gemacht haben. Ein herzliches Dankeschön an Kathrin, Lisa, Daniel, Sarah, Kathrin, Frau Frick, Frau Ekimova, Katharina, Daniel, Christoph, Alex, Ulli, Michaela, Simon, Franzi, Dani und ganz besonders an Bine für die bereichernde Zeit in unserem Büro und darüber hinaus. Ein herzliches Dankeschön auch an Prof. Dr. Hedwig Gasteiger, die mit stets offener Bürotür diese Arbeit durch zahlreiche Gespräche bereichert hat.

Weiterhin möchte ich Prof. Dr. Kristina Reiss und dem Mathematikdidaktik-Team der TU München für das konstruktive und stets wohlwollende Feedback im gemeinsamen Oberseminar danken. Vielen Dank auch an die Professoren und Doktoranden des Doctoral Training Programs (DTP) für die vielen anregenden Rückmeldungen im Kolloquium. Ein großes Dankeschön geht außerdem an Prof. Dr. Gavin Brown, Prof. Dr. Moritz Heene und Sina Huber für die statistische Beratung. Herzlichen Dank auch an Jenny Plath für die Begeisterung zum Thema Mathematik und Sprache, das konstruktive Feedback und die immer lustige Zeit. Ich danke Prof. Dr. Nazli Hodaie für Einblicke in den Bereich Deutsch als Zweitsprache und ein bereicherndes gemeinsames Praxisseminar. Herzlichen Dank an dieser Stelle auch an die Münchner SchlaU-Schule, die meinen Blick auf das Thema mit Praxiserfahrungen und Realitätsnähe gefüllt hat.

Mein ganz besonderer Dank gilt allen Schulleitern, Lehrkräften, Schülerinnen und Schülern, die bereitwillig und mit Interesse an meiner Studie teilgenommen haben, und all den studentischen Hilfskräften, die mit großem Engagement Testungen an Schulen vorbereitet und durchgeführt haben – ohne all diese Personen wäre die Umsetzung der Studie nicht möglich gewesen. Besonders danke ich Lena, Alexandra und Ramona, die diese Arbeit über Jahre hinweg begleitet haben. Außerdem möchte ich den Studierenden danken, die ihre schriftliche Hausarbeit im Rahmen des Themas Mathematik und Sprache an der LMU München geschrieben haben und mit ihren Studien weitere Einblicke in das Thema ermöglicht haben. Dabei danke ich insbesondere Laura und Constanze für ihre Begeisterung für das Thema und ihr großes Engagement.

Neben der großen Unterstützung, die ich an der LMU München und darüber hinaus im Arbeitskontext erfahren habe, möchte ich vor allem meinen Freunden und meiner Familie für das Aushalten mancher Laune und die dennoch grenzenlose Unterstützung danken!

Inhalt

1 Einleitung

„Mathematics education begins and proceeds in language, it advances and stumbles because of language, and its outcomes are often assessed in language.“ (Durkin, 1991, S. 3)

Mathematische Kompetenz hängt – wie von Durkin (1991) beschrieben – maßgeblich mit Sprachkompetenzen zusammen. Dabei finden sich nicht nur im mathematischen Kompetenzerwerb im Mathematikunterricht, sondern auch in Testsituationen sprachliche Anforderungen, zu deren Bewältigung Sprachkompetenzen auf Seiten der Schülerinnen und Schüler notwendig sind. Sprachkompetenzen können jedoch – besonders im Kontext einer sprachlich zunehmend heterogenen Zusammensetzung der Lerngruppen – nicht bei allen Lernenden in gleichem Maße vorausgesetzt werden.

Daran anknüpfend wird sprachlichen Kompetenzen eine maßgebliche Rolle zugeschrieben, um mathematische Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund beziehungsweise zwischen Lernenden mit unterschiedlicher Familiensprache zu erklären (Gebhardt, Rauch, Mang, Sälzer & Stanat, 2013; Heinze, Herwartz-Emden & Reiss, 2007; Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012). Sprachkompetenzen wiesen dabei wiederholt eine höhere Erklärungskraft auf als Merkmale der sozialen Herkunft (Ufer, Reiss & Mehringer, 2013) oder kognitive Grundfähigkeiten (Seethaler, Fuchs, Star & Bryant, 2011). In weiteren Studien zeigte sich zudem eine *Relevanz* sprachlicher Kompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb *aller* Lernenden, unabhängig von ihrer Familiensprache (Paetsch, Radmann, Felbrich, Lehmann & Stanat, 2016). Sprachliche Kompetenzen beziehen sich hier meist auf allgemeinsprachliche Kompetenzen wie etwa Lesekompetenzen oder die Kenntnis des allgemeinen Wortschatzes.

Solche allgemeinsprachlichen Kompetenzen werden – dem Zitat von Durkin (1991) folgend – im Fach Mathematik als relevant angenommen, um einerseits in Bezug auf den Mathematikunterricht den Unterrichtsdiskurs nachzuvollziehen (Civil, 2008) sowie sprachbasierte Denkprozesse für den mathematischen Erkenntnisgewinn zu nutzen (Sfard, 2008; Steinbring, 2000) und andererseits in Bezug auf die Testsituation mathematische Aufgabenstellungen zu verstehen (Haag, Heppt, Stanat, Kuhl & Pant, 2013).

Ausgehend von einem engen Zusammenhang allgemeinsprachlicher Kompetenzen und mathematischer Kompetenz stellt sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Frage, wie Sprache und Mathematik im Detail zusammenhängen und ob sich dieser Zusammenhang für alle Bereiche der Mathematik in gleichem Maße findet. Die zentrale Fragestellung der Arbeit ist, welche Relevanz über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus fachspezifische sprachliche Kompetenzen sowie die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zur Erklärung von mathematischen Kompetenzunterschieden in der

Grundschule haben, inwiefern sie allgemeinsprachliche Einflüsse vermitteln und ob dies für verschiedene mathematische Teilkompetenzen in gleichem Maße gilt. Dabei verfolgt die vorliegende Arbeit zwei wesentliche Ziele:

- Entwicklung von Instrumenten zur differenzierten Erfassung mathematischer Kompetenzen, fachsprachlicher Kompetenzen sowie der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten.
- Analyse des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu einem Messzeitpunkt sowie im Verlauf der dritten Klasse unter Berücksichtigung fachsprachlicher Kompetenzen sowie der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als potentiell vermittelnde Variablen.

Zur Umsetzung dieser Ziele wurde der aktuelle Forschungsstand umfassend aufgearbeitet und darauf aufbauend eine empirische Studie durchgeführt. Im Folgenden wird der Aufbau der Arbeit im Überblick dargestellt.

Die vorliegende Arbeit geht von migrationsbedingten mathematischen Kompetenzunterschieden und deren maßgeblicher Erklärung durch Sprachkompetenzen aus. Dementsprechend werden in *Kapitel 2* zunächst mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund berichtet und verschiedene Erklärungsansätze dieses Zusammenhangs in den Blick genommen. Dabei wird mit bildungssoziologischen Ansätzen, die die soziale Herkunft und den familiären Sprachgebrauch thematisieren, zunächst die familiäre Lebensumwelt der Schülerinnen und Schüler als mögliche Ursache migrationsbedingter Leistungsunterschiede in den Blick genommen, bevor mit sprachlichen Kompetenzen individuelle Charakteristika der Schülerinnen und Schüler betrachtet werden.

Mit Fokus auf sprachbezogenen Erklärungsansätzen migrationsbedingter Disparitäten wird der Zusammenhang von sprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz im Detail thematisiert. In *Kapitel 3* wird zunächst grundlegend der Forschungsstand zur Sprache im Fach Mathematik geklärt. Dabei werden die im Fach Mathematik vorkommenden sprachlichen Anforderungen im Rahmen verschiedener Sprachregister sowie die zur Bewältigung dieser sprachlichen Anforderungen notwendigen Sprachkompetenzen präsentiert. Den Schwerpunkt stellen hier fachsprachliche Anforderungen sowie die zur Bewältigung dieser Anforderungen notwendigen fachsprachlichen Kompetenzen dar.

Weiterhin werden in *Kapitel 4* und *Kapitel 5* zwei Erklärungen für den engen Zusammenhang allgemeinsprachlicher Kompetenzen mit mathematischer Kompetenz aufgezeigt: sowohl die Testsituation als auch der Mathematikunterricht stellen sprachliche Anforderungen an die Lernenden, für deren Bewältigung sprachliche Kompetenzen notwendig sind. In *Kapitel 4* wird der Frage nachgegangen, ob die dargestellten sprachlichen Anforderungen schwierigkeitsgenerierende Merkmale in mathematischen Testaufgaben darstellen – der Zusammenhang von sprachlichen Kompetenzen mit mathematischer Kompetenz demnach in der Testsituation begründet liegt. Neben Studien, die einzelne sprachliche Anforderungen als schwierigkeitsgenerierende Merkmale von Mathematikaufgaben herausstellen, werden Studien zu sprachlichen Testanpassungen berichtet, die eben diese sprachlichen Anforderungen in Testaufgaben reduzieren, um mathematische Kompetenz möglichst unabhängig von sprachlichen Anforderungen zu erheben. Nachdem sich in diesen Studien auch unter sprachlich angepassten Testbedingungen sprachbezogene Unterschiede in der Mathematikleistung zeigten, wird der Zusammenhang von sprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz weniger in der Testsituation als vielmehr in einer Nutzung von Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht vermutet. Daran anknüpfend werden in *Kapitel 5* bisherige Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht sowie in Abgrenzung dazu die in der vorliegenden Arbeit entwickelte Konzeptualisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten dargestellt. Diese Konzeptualisierung basiert maßgeblich auf den kommunikativen und kognitiven Funktionen der Sprache, die ebenfalls in *Kapitel 5* vorgestellt werden. Weiterhin werden Studien berichtet, die erste Hinweise auf einen Zusammenhang von der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit sprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz liefern.

Neben einer differenzierten Betrachtung der im Fach Mathematik verwendeten Sprache sowie der für den mathematischen Kompetenzerwerb notwendigen sprachlichen Kompetenzen wird in *Kapitel 6* auch mathematische Kompetenz differenziert in mathematischen Teilkompetenzen betrachtet. Ausgehend von Konzeptualisierungen mathematischer Kompetenz wird hier insbesondere die Rolle der Sprache für einzelne mathematische Teilkompetenzen diskutiert.

In *Kapitel 7* werden – basierend auf dem dargestellten theoretischen Hintergrund – Annahmen für die vorliegende Arbeit abgeleitet und diese in einem Arbeitsmodell zusammengefasst. Weiterhin werden fünf übergeordnete Ziele der vorliegenden Arbeit sowie die damit verbundenen Fragestellungen und Hypothesen des Dissertationsprojekts vorgestellt.

Die Konzeption der empirischen Studie wird in *Kapitel 8* umfassend beschrieben. Dabei werden die Entwicklung der Testinstrumente, die Datenerhebung und die statistische Analysestrategie beschrieben. Darauf aufbauend werden in *Kapitel 9* die Ergebnisse der Studie berichtet – aufgeteilt nach den fünf Zielen der vorliegenden Arbeit.

Abschließend werden in *Kapitel 10* die Ergebnisse der Studie zusammengefasst, in den theoretischen und empirischen Forschungsstand eingeordnet und diskutiert. Dabei werden Grenzen der vorliegenden Arbeit aufgezeigt und praktische Implikationen aus den zentralen Ergebnissen abgeleitet. Diese praktischen Implikationen beziehen sich insbesondere auf konkrete Umsetzungsmöglichkeiten eines sprachsensiblen Mathematikunterrichts.

Teile der vorliegenden Dissertation wurden in einem Zeitschriftenbeitrag (Bochnik & Ufer, 2016a) sowie einem Konferenzbeitrag (Bochnik & Ufer, 2016b) vorveröffentlicht. Beide Vorveröffentlichungen basieren auf der Hauptstudie der vorliegenden Dissertation. Der Anteil des Koautors beschränkte sich jeweils auf die Beratung zur Konzeption der Hauptstudie sowie Rückmeldungen zum Aufbau und zur Strukturierung der Texte.

2 Migrationshintergrund und Mathematikleistung – Aktueller Stand

In Deutschland und anderen Ländern zeigen sich bedeutsame mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund. Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund erzielten hier beispielsweise in den internationalen und nationalen Schulleistungsstudien deutlich geringere Mathematikleistungen als Lernende ohne Migrationshintergrund. In diesem Kapitel werden zunächst Mathematikleistungen von Lernenden mit Migrationshintergrund berichtet (*2.1*). Weiterhin werden als Erklärungsvariablen die soziale Herkunft und der familiäre Sprachgebrauch im Rahmen von bildungssoziologischen Erklärungsansätzen (*2.2*) sowie sprachliche Kompetenzen (*2.3*) diskutiert und auch im Hinblick auf die Heterogenität der Gruppe der Lernenden mit Migrationshintergrund analysiert.

2.1 Mathematikleistungen von Lernenden mit Migrationshintergrund

Die Benachteiligung von Lernenden mit Migrationshintergrund im deutschen Schulsystem wird spätestens seit der ersten Erhebung des *Programme for International Student Assessment* (PISA) im Jahr 2000 vermehrt diskutiert. Hier erzielten die 15-jährigen Jugendlichen mit Migrationshintergrund deutlich geringere Schulleistungen in den Bereichen Lesen, Mathematik und Naturwissenschaften als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler ohne Migrationshintergrund (Baumert & Schümer, 2001). Im Hinblick auf die Bildungsbeteiligung besuchten die Lernenden mit Migrationshintergrund deutlich häufiger eine Hauptschule und deutlich seltener ein Gymnasium als Lernende ohne Migrationshintergrund (ebd.), was sich auch in den darauffolgenden PISA-Studien zeigte (Gebhardt et al., 2013). Ausgehend von dieser auf die allgemeine Schulleistung und auf die Bildungsbeteiligung bezogene Benachteiligung von Lernenden mit Migrationshintergrund wird im Folgenden der Schwerpunkt auf die Analyse der Mathematikleistungen dieser Lernenden gelegt.

Dabei wird der Begriff *Migrationshintergrund*[1] in der vorliegenden Arbeit im Sinne der von PISA gewählten Operationalisierung verwendet. Diese orientiert sich an einem Bericht der OECD (Stanat & Christensen, 2006), der zwischen Migranten der ersten Generation (Jugendliche, deren Elternteile beide und die selbst im Ausland geboren

1 Aktuell wird statt dem Begriff *Migrationshintergrund* vermehrt der Begriff *Zuwanderungshintergrund* verwendet (z.B. PISA 2012; Gebhardt et al., 2013), dem jedoch die gleiche Konzeptualisierung zugrunde liegt. In der vorliegenden Arbeit wird in Anbindung an vorherige Studien daher durchgängig der Begriff *Migrationshintergrund* verwendet.

sind) und solchen der zweiten Generation (Jugendliche, deren Elternteile beide im Ausland und die selbst im Testland geboren sind) unterscheidet. Darüber hinaus wird bei PISA auch den Jugendlichen ein Migrationshintergrund zugeordnet, bei denen ein Elternteil im Ausland und ein Elternteil im Testland geboren ist (z.B. Gebhardt et al., 2013). Zusammengefasst liegt ein Migrationshintergrund dann vor, wenn mindestens ein Elternteil nicht im Testland geboren wurde. Migranten der dritten Generation, deren Großeltern im Ausland, deren Eltern und die selbst jedoch bereits im Testland geboren wurden, werden mit dieser Operationalisierung nicht als Personen mit Migrationshintergrund erfasst.

Im Rahmen der weiteren PISA-Studien wurde in den Jahren 2003 und 2012 die mathematische Kompetenz von 15-jährigen Jugendlichen als Hauptdomäne untersucht. Im Jahr 2003 zeigte sich in Deutschland bei einem Gesamtmittelwert der Lernenden ohne Migrationshintergrund von 527 Punkten ein Abstand zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund von 71 Punkten (Migranten der zweiten Generation) beziehungsweise 49 Punkten (Migranten der ersten Generation), welcher einem Kompetenzunterschied von einem bis nahezu zwei Schuljahren entspricht (Ramm, Prenzel, Heidemeier & Walter, 2004). Auch im Jahr 2012 zeigte sich ein deutlicher Unterschied zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund (Gebhardt et al., 2013; OECD, 2014). Dieser Unterschied kann aufgrund der für alle PISA-Erhebungen einheitlich verwendeten Skalierung nicht nur mit den Unterschieden in anderen Teilnehmerstaaten, sondern auch mit den Unterschieden zu anderen Erhebungszeitpunkten verglichen werden. So hat sich im Jahr 2012 das Bild im Vergleich zu PISA 2003 gewandelt. Insbesondere die Mathematikleistung der jugendlichen Migranten der zweiten Generation liegt im Jahr 2012 auf der vergleichbaren Skala 45 Punkte höher (was einem Kompetenzunterschied von etwa einem Schuljahr entspricht) und unterscheidet sich damit bedeutsam von den Leistungen dieser Gruppe bei PISA 2003. Die höheren Leistungen der jugendlichen Migranten der zweiten Generation im Jahr 2012 bei gleichzeitig konstant bleibenden Mathematikleistungen der Jugendlichen ohne Migrationshintergrund interpretieren die Autoren als Hinweis auf eine erste Wirksamkeit der seit PISA 2000 initiierten Fördermaßnahmen (Gebhardt et al., 2013). Dennoch liegt auch im Jahr 2012 nach wie vor eine Differenz zwischen Jugendlichen mit und ohne Migrationshintergrund von 46 Punkten vor, ein Leistungsunterschied von mehr als einem Schuljahr.

Die bisher für die Sekundarstufe beschriebenen Unterschiede wurden im Rahmen der *Internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung* (IGLU) in Bezug auf die Lesekompetenz (Schwippert, Hornberg & Goy, 2008) und im Rahmen der *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) in Bezug auf die mathematische Kompetenz in Deutschland auch für die vierte Jahrgangsstufe bestätigt. Zum Ende der Grundschulzeit zeigten sich im Rahmen von TIMSS 2007 in Deutschland bei einem Gesamtmittelwert der Kinder ohne Migrationshintergrund von 540 Punkten mathematische Leistungsunterschiede zwischen Kindern mit und ohne Migrationshintergrund von 46 Punkten, was einem Leistungsunterschied von etwa einem Schuljahr entspricht (Bos et al., 2008), die auch im Rahmen von TIMSS 2011 repliziert wurden (Tarelli et al., 2012). Zu vergleichbaren Erkenntnissen kommt auch der *IQB-Ländervergleich* 2011, eine nationale Schulleistungsstudie zum Vergleich der Bundesländer Deutschlands hinsichtlich der Kompetenzen in den Bereichen Deutsch und Mathematik zum Ende der Grundschulzeit. Hier fanden sich in allen Ländern bedeutsame mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund (Haag, Böhme & Stanat, 2012). Ähnliche Ergebnisse bestätigte auch die Studie *Kompetenzen und Einstellungen von Schülerinnen und Schülern – Jahrgangsstufe 4* (KESS 4) an einer repräsentativen Stichprobe des Stadtstaates Hamburg im Jahr 2003, in der unter anderem die mathematische Kompetenz zum Ende der vierten Jahrgangsstufe untersucht wurde. Auch hier erzielten Kinder mit Migrationshintergrund deutlich geringere Mathematikleistungen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler ohne Migrationshintergrund (Pietsch & Krauthausen, 2006). Die mehrfach für das Ende der Grundschulzeit bestätigten mathematischen Kompetenzunterschiede zugunsten von Lernenden ohne Migrationshintergrund wurden in weiteren Studien bereits zu Beginn der Grundschulzeit (Heinze et al., 2007) sowie für den vorschulischen Bereich (Schmitman gen. Pothmann, 2008) nachgewiesen. Migrationsbedingte Ungleichheiten in Bezug auf die mathematische Kompetenz sind demnach bereits sehr früh in der Bildungsbiographie zu beobachten.

Eine Migration scheint – vermittelt durch weitere Faktoren – mit der Schulleistung im Allgemeinen und der Mathematikleistung im Speziellen zusammenzuhängen. Abhängig ist dieser Zusammenhang möglicherweise davon, wie lange die Lernenden bereits in Deutschland leben oder aus welchem Herkunftsland ihre Familie stammt. In den bereits berichteten Studien wurde die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund daher einerseits nach unter dem Merkmal des Migrationshintergrunds zusammengefassten Gruppen (Migranten der ersten und zweiten Generation sowie mit einem im Ausland geborenen Elternteil) sowie andererseits nach unterschiedlichen Herkunftsländern untersucht.

Hinsichtlich der unter dem Merkmal des Migrationshintergrunds zusammengefassten Gruppen zeigte sich, dass insbesondere die Migranten der ersten Generation beziehungsweise mit zwei im Ausland geborenen Elternteilen (einige Studien differenzieren nicht zwischen der ersten und zweiten Generation, z.B. TIMSS) deutlich geringere Mathematikleistungen erzielen als diejenigen mit nur einem im Ausland geborenen Elternteil. Dabei erreichen jedoch alle unter dem Merkmal des Migrationshintergrunds zusammengefassten Gruppen deutlich niedrigere Mathematikleistungen als Lernende ohne Migrationshintergrund (z.B. Gebhardt et al., 2013; Tarelli et al., 2012).

Weiterhin wurden die Mathematikleistungen der Lernenden mit Migrationshintergrund aufgeteilt nach den in Deutschland am häufigsten vertretenen Herkunftsländern – der Türkei, den Ländern der ehemaligen Sowjetunion, den Ländern des ehemaligen Jugoslawien und Polen – untersucht. Die großen Schulleistungsstudien konnten wiederholt zeigen, dass die Hälfte der Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund aus diesen Herkunftsländern kommt, wohingegen sich die andere Hälfte auf eine Vielzahl von Herkunftsländern verteilt (z.B. Haag et al., 2012; Stanat, Rauch & Segeritz, 2010). Lernende mit Migrationshintergrund stellen demnach allein in Bezug auf das Herkunftsland ihrer Familie eine sehr heterogene Gruppe dar. In Bezug auf die häufig vertretenen Herkunftsländer zeigte sich bei PISA 2003, dass die Jugendlichen mit türkischem Migrationshintergrund deutlich geringere Mathematikleistungen erzielten als die Jugendlichen der anderen Herkunftsländer (Ramm et al., 2004), was auch im Jahr 2012 repliziert wurde (Gebhardt et al., 2013). Auch im IQB-Ländervergleich 2011 erreichten Kinder mit türkischem Migrationshintergrund die geringsten Mathematikleistungen, die sich zudem deutlich von den Leistungen aller anderen Herkunftsgruppen unterschieden (Haag et al., 2012). Die Kinder mit polnischem Migrationshintergrund erreichten hingegen innerhalb der Gruppe der Kinder mit Migrationshintergrund die besten Mathematikleistungen. Die Nachteile der Lernenden aus der Türkei wurden in der PISA-Ergänzungsstudie zu PISA 2000 auch für die Lesekompetenz nachgewiesen (Müller & Stanat, 2006). Hier wurden neben den Leistungen der Lernenden aus der Türkei auch die Leistungen der Jugendlichen aus den Ländern der ehemaligen Sowjetunion genauer betrachtet. Für beide Gruppen zeigten sich vergleichbar geringe Lesekompetenzen, wobei sich diese Leistungsrückstände für die Lernenden aus den Ländern der ehemaligen Sowjetunion durch die Aufenthaltsdauer erklären lassen. Je länger die Jugendlichen bereits in Deutschland sind, desto geringer sind die Leistungsrückstände in Bezug auf die Lesekompetenz (ebd.). Auch für die mathematische Kompetenz kann eine Relevanz der Aufenthaltsdauer vermutet werden, wenn Migranten der zweiten Generation bessere Leistungen erzielen als Migranten der ersten Generation (z.B. Gebhardt et al., 2013). Die geringere Lesekompetenz der Lernenden mit türkischem Migrationshintergrund blieb jedoch in PISA-E auch nach Kontrolle der Aufenthaltsdauer sowie weiterer Merkmale der familiären Herkunft erhalten, was die Betrachtung weiterer Erklärungsvariablen notwendig macht. Die Autoren vermuten an dieser Stelle, dass den Jugendlichen türkischer Herkunft weniger Lerngelegenheiten für den Erwerb der deutschen Sprache zur Verfügung stehen, wohingegen in den Familien der ehemaligen Sowjetunion häufiger Deutsch gesprochen wird (vgl. Müller & Stanat, 2006). Für die Lesekompetenz deutet sich damit ein Einfluss des familiären Sprachgebrauchs an. Werden innerhalb der Herkunftsgruppen auch die unter dem Merkmal des Migrationshintergrunds zusammengefassten Gruppen betrachtet, so erzielten in allen untersuchten Herkunftsgruppen die Lernenden mit einem im Ausland geborenen Elternteil bessere Leistungen als die Migranten der ersten Generation sowie diese wiederum bessere Leistungen als die Migranten der zweiten Generation (z.B. Gebhardt et al., 2013; Haag et al., 2012; Ramm et al., 2004). Migrationsbedingte Ungleichheiten unterscheiden sich demnach in ihrer Ausprägung sowohl in Abhängigkeit der unter dem Merkmal des Migrationshintergrunds zusammengefassten Gruppen als auch des Herkunftslandes, liegen aber dennoch für all diese Gruppen vor.

Die bisher berichteten migrationsbedingten Differenzen beziehen sich jeweils auf einen Erhebungszeitpunkt und betrachten damit einen einmalig gemessenen mathematischen Leistungsstand. Wird darüber hinaus die mathematische Kompetenzentwicklung von Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund betrachtet, so zeigten sich in der

PISA-Ergänzungsstudie in Bezug auf den Lernzuwachs innerhalb eines Schuljahres keine Unterschiede zwischen den beiden Gruppen (Walter, 2006). Die gezeigten Unterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund vergrößerten sich demnach nicht, verringerten sich aber auch nicht. Für die mathematische Leistungsentwicklung im Verlauf der Grundschulzeit zeigte sich in der Längsschnittstudie *Sozialisation und Akkulturation in Erfahrungsräumen von Kindern mit Migrationshintergrund* (SOKKE) ebenso eine parallele Entwicklung der mathematischen Leistungen von Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund (Heinze, Herwartz-Emden, Braun & Reiss, 2011). Die bereits in der ersten Jahrgangsstufe vorhandenen Unterschiede zwischen Kindern mit und ohne Migrationshintergrund verändern sich demnach im Verlauf der Grundschulzeit nicht.

Die bisher berichteten Erkenntnisse beziehen sich durchgehend auf geringere Leistungen der Gruppe der Lernenden mit Migrationshintergrund im Vergleich zu der Gruppe der Lernenden ohne Migrationshintergrund und nehmen damit eine defizitorientierte Sichtweise auf Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund ein. Neben dem bisher betrachteten Mittelwert der Mathematikleistung kann jedoch auch die Verteilung der Mathematikleistungen für den Vergleich von Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund herangezogen werden. In den Schulleistungsstudien werden Mathematikleistungen meist im Rahmen eines Kompetenzstufenmodells inhaltlich beschriebenen Kompetenzstufen zugeordnet (siehe hierzu auch *Kapitel 5*). Die Kompetenzstufen implizieren mathematisches Wissen sowie die Fähigkeit, dieses Wissen anzuwenden (vgl. Reiss, Roppelt, Haag, Pant & Köller, 2012). Wird in den betrachteten Schulleistungsstudien die Verteilung der Mathematikleistungen auf die untersuchten Kompetenzstufen von Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund betrachtet, so finden sich auf allen Kompetenzstufen sowohl Mathematikleistungen von Lernenden mit als auch ohne Migrationshintergrund. Die mathematischen Leistungen von Lernenden mit Migrationshintergrund werden jedoch deutlich häufiger der untersten Kompetenzstufe sowie deutlich seltener der höchsten Kompetenzstufe zugeordnet (z.B. Gebhardt et al., 2013; Pietsch & Krauthausen, 2006; Tarelli et al., 2012). In differenzierteren Analysen der Verteilungen der Leistungen von Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund konnte Schnepf (2008) zeigen, dass sich die Leistungen von Lernenden mit Migrationshintergrund auf einen breiteren Kompetenzbereich verteilen, während sich die Leistungen der Lernenden ohne Migrationshintergrund in einem etwas homogeneren Bereich befinden. Während sich also insgesamt statistisch signifikante Nachteile für die Gruppe von Lernenden mit Migrationshintergrund für die mathematische Kompetenz ergeben, sind abseits der statistischen Signifikanz auch Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund mit guten bis sehr guten Mathematikleistungen zu finden. Dies zeigt sich ebenso für die Verteilung auf die weiterführenden Schulen – bei PISA 2012 besuchten 29.4% der Jugendlichen mit Migrationshintergrund ein Gymnasium (Gebhardt et al., 2013). Paasch (2014) nahm diese Teilgruppe der Lernenden mit Migrationshintergrund, die überdurchschnittliche Mathematikleistungen erzielten, in den Blick und untersuchte Bedingungsfaktoren der von ihnen erbrachten Leistungen. Neben kognitiven Grundfähigkeiten, der Bildungsaspiration der Eltern (die eine hohe Wertschätzung der Bildung in einer Familie beschreibt) und dem mathematischen Selbstkonzept zeigte sich hier insbesondere der familiäre Sprachgebrauch als ein Faktor, der positiv mit der mathematischen Kompetenz zusammenhängt. Diese Fokussierung auf Bedingungsfaktoren mathematischer Leistung ist auch in den Studien zu finden, die die mathematische Kompetenz differenziert betrachten und für einzelne Bereiche mathematischer Kompetenz Vorteile (Kempert, Saalbach & Hardy, 2011) beziehungsweise gleiche Leistungen (Heinze et al., 2011) von Lernenden mit Migrationshintergrund im Vergleich zu Lernenden ohne Migrationshintergrund nachweisen konnten. Diese Studien sowie weitere differenzierte Betrachtungen mathematischer Kompetenz werden in *Kapitel 5* genauer beschrieben. Anhaltspunkte für Ressourcen von Lernenden mit Migrationshintergrund finden sich auch im internationalen Vergleich. Während in den meisten Ländern Lernende mit Migrationshintergrund schlechtere Mathematikleistungen als diejenigen ohne Migrationshintergrund erreichen, findet sich bei PISA 2012 in einigen der sogenannten *klassischen Einwanderungsländer* (Walter & Taskinen, 2008) Australien, Neuseeland und dem Vereinigten Königreich das umgekehrte Phänomen (Gebhardt et al., 2013). Hier erzielten Jugendliche mit Migrationshintergrund bessere Mathematikleistungen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler ohne Migrationshintergrund. Eine Analyse der Ressourcen der Lernenden mit Migrationshintergrund in diesen Ländern könnte Ansatzpunkte für Förderkonzepte liefern, wobei die Einwanderung in diese Länder häufig an Bedingungen gebunden und damit selektiv ist. Insgesamt ist der Vergleich von Ländern, die sich hinsichtlich der Herkunftsländer ihrer Migranten, ihrer Geschichte, ihrer Integrations- und Bildungspolitik und vieler weiterer Kontextfaktoren unterscheiden, selbstverständlich als kritisch einzuschätzen.

Soweit wurde mit der für Deutschland wiederholt gezeigten hohen Leistungsdifferenz zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund (z.B. Gebhardt et al., 2013; Tarelli et al., 2012) eine defizitorientierte Sichtweise auf Lernende mit Migrationshintergrund dargestellt. Mit dem Ziel, migrationsbedingte Leistungsdifferenzen im Fach Mathematik zu erklären, sollen in der vorliegenden Arbeit jedoch bereits identifizierte Ressourcen und damit mögliche Ansatzpunkte zur Förderung von Lernenden mit Migrationshintergrund herausgearbeitet werden. In der Vergangenheit konnten migrationsbedingte mathematische Leistungsunterschiede zu einem jeweils bedeutsamen Anteil auf verschiedene Indikatoren der sozialen Herkunft und auf den familiären Sprachgebrauch (z.B. Tarelli et al., 2012) sowie sprachliche Kompetenzen im Deutschen zurückgeführt werden (z.B. Ufer et al., 2013). Im Folgenden wird daher mit bildungssoziologischen Erklärungsansätzen, die die soziale Herkunft und den familiären Sprachgebrauch thematisieren, zunächst die familiäre Lebensumwelt der Schülerinnen und Schüler als mögliche Ursache migrationsbedingter Leistungsunterschiede in den Blick genommen, bevor mit sprachlichen Kompetenzen individuelle Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler betrachtet werden.

2.2 Bildungssoziologische Erklärungsansätze

2.2.1 Die Rolle des sozioökonomischen Status

Soziale Disparitäten in Bezug auf die Schulleistung sind in Deutschland seit der ersten PISA-Erhebung im Jahr 2000 ein relevantes Thema. Im internationalen Vergleich zeigten sich hier für Deutschland die größten sozialen Disparitäten (Baumert & Schümer, 2001), die zwar ein Jahrzehnt später deutlich geringer ausfielen, aber nach wie vor über dem internationalen Durchschnitt lagen (Ehmke & Jude, 2010). Auch für die mathematische Kompetenz finden sich auf die soziale Herkunft bezogene Leistungsunterschiede in der Sekundarstufe (Müller & Ehmke, 2013) sowie bereits zum Ende der Grundschulzeit (Stubbe, Tarelli & Wendt, 2012) und dies über alle Bundesländer hinweg (Richter, Kuhl & Pant, 2012). Mathematikleistungen sind dabei in vergleichbarem Maße abhängig von der sozialen Herkunft wie die Leistungen im Lesen und im Hörverstehen (Richter et al., 2012). Im Hinblick auf einen Migrationshintergrund zeigt sich für Deutschland als eines der sogenannten *Zielländer für Arbeitsmigration und humanitäre Zuwanderung* (Walter & Taskinen, 2008) sowohl in der Sekundarstufe als auch bereits in der Grundschule eine enge Koppelung mit der sozialen Herkunft der Schülerinnen und Schüler (z.B. Haag et al., 2012; Ramm et al., 2004). Merkmale der sozialen Herkunft, zusammengefasst im sozioökonomischen Status (SES), wurden daher bereits umfassend als Erklärungsvariable migrationsbedingter Disparitäten untersucht.

Dabei wird im Zusammenhang mit dem sozioökonomischen Status häufig auf die von Bourdieu (1983) aufgestellte Humankapitaltheorie Bezug genommen. Diese unterscheidet zwischen drei Kapitalformen: dem ökonomischen, dem kulturellen und dem sozialen Kapital. Ökonomisches Kapital kennzeichnet sich dadurch, dass es direkt in Geld umwandelbar ist. Das kulturelle Kapital gliedert Bourdieu (1983) wiederum in das inkorporierte kulturelle Kapital (die von einer Person erworbene Bildung in Form von Wissen), das objektivierte kulturelle Kapital (Eigentum in Form von Büchern, Musikinstrumenten oder Tageszeitungen, die jedoch nur von Personen mit entsprechendem inkorporierten kulturellen Kapital genutzt werden können) und das institutionalisierte kulturelle Kapital (in Form von offiziellen schulischen oder akademischen Titeln). Das soziale Kapital einer Person äußert sich in ihrem Beziehungsnetzwerk, wobei sich die Höhe dieser Kapitalform einerseits durch die Anzahl der Personen dieses Netzwerks auszeichnet, andererseits durch das bei diesen Personen vorhandene kulturelle Kapital, das wiederum zur Erhöhung des eigenen kulturellen Kapitals genutzt werden kann. Die drei Kapitalformen sind nicht unabhängig voneinander zu betrachten, sondern lassen sich durch Transformationen ineinander überführen, um Humankapital zu reproduzieren und zu akkumulieren (Bourdieu, 1983). Das ökonomische Kapital einer Familie kann beispielsweise genutzt werden, um das inkorporierte kulturelle Kapital des Kindes (in Form von Schulbildung) durch Bezahlung eines Nachhilfelehrers zu erhöhen. Dieses Beispiel beschreibt neben der Transformation einer Kapitalform in die andere auch die Reproduktion des eigenen Humankapitals in der nächsten Generation. Diese sogenannten intergenerationalen Transformationen stellen die Basis für die Annahmen des Zusammenhangs von sozialer Herkunft und Bildungserfolg dar. So geht Bourdieu (1983) davon aus, dass die in einer Familie vorhandenen Kapitalformen zur Anhäufung von kulturellem Kapital bei den Kindern dieser Familie genutzt werden. Diese Mechanismen erfordern allerdings eine entsprechend ausgeprägte Bildungsaspiration der Eltern.

Werden die beschriebenen Kapitalformen im Zusammenhang der Migration betrachtet, so ist durch eine Migration die Abwertung der Kapitalformen zu vermuten. Neben einem unter Umständen höheren Lebensstandard im Einwanderungsland, der das ökonomische Kapital einer Familie abwertet, ist hier insbesondere der Verlust von sozialem Kapital anzunehmen. Der Aufbau von Beziehungsnetzwerken nimmt viel Zeit in Anspruch und die örtliche Entfernung erschwert die Aufrechterhaltung des bestehenden Netzwerks. Auch kulturelles Kapital kann beispielsweise durch die fehlende Anerkennung von Bildungs- und Berufsabschlüssen entwertet und damit nicht in gleichem Maße in ökonomisches Kapital umgewandelt werden. Basierend auf der Humankapitaltheorie kann also vermutet werden, dass migrationsbedingte Leistungsunterschiede teilweise durch weniger vorhandenes Kapital sowie durch eine ungünstigere Nutzung der in der Familie vorhandenen Kapitalformen erklärt werden können.

In Anbindung an die Humankapitaltheorie finden sich unterschiedliche Indikatoren des sozioökonomischen Status, die sich hauptsächlich auf das ökonomische und kulturelle Kapital der Familien beziehen. Der *Highest International Socio-Economic Index of Occupational Status* (HISEI; z.B. Gebhardt et al., 2013) erfasst die höchste in einer Familie vorkommende berufliche Qualifikation als Indikator des ökonomischen (im Sinne eines für eine Berufsgruppe üblichen Einkommens) sowie des kulturellen Kapitals (in Form des Bildungsniveaus, das unterschiedliche Berufsgruppen voraussetzen). Dabei werden die Berufe der Eltern anhand einer international standardisierten Klassifikation der Berufsbezeichnungen kategorisiert. Eine andere Einteilung stellen die *EGP-Klassifikationen* dar, die Berufe inhaltlich, u.a. nach Art der Tätigkeit und Weisungsbefugnis, kategorisieren. Auch diese stellen einen Indikator des ökonomischen und kulturellen Kapitals dar. Weiterhin wurde häufig der *Books-at-home-Index* (Paulus, 2009) eingesetzt, der die Anzahl der in einer Familie vorhandenen Bücher erfasst und damit im Sinne von Bourdieu (1983) einen Indikator des objektivierten Kulturkapitals darstellt, aber auch einen Hinweis auf das ökonomische Kapital zulässt. Der wiederholt nachgewiesene positive Zusammenhang zwischen dem Bücherbesitz und dem Bildungsniveau einer Familie (z.B. Stubbe et al., 2012) deutet darauf hin, dass der *Books-at-home-Index* indirekt auch das inkorporierte und institutionalisierte kulturelle Kapital erfasst.

In Deutschland zeigte sich für die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund wiederholt ein niedrigerer sozioökonomischer Status in Form des familiären Buchbesitzes, des HISEI und der EGP-Klassifikationen (z.B. Gebhardt et al., 2013; Tarelli et al., 2012). Im IQB-Ländervergleich 2011 wurden auch hier Unterschiede nach den Herkunftsgruppen nachgewiesen (Haag et al., 2012). Für Familien, in denen ein Elternteil in Polen, der ehemaligen Sowjetunion oder einem anderen Land (als zusammengefasste Kategorie aller anderen Herkunftsländer) geboren ist, zeigt sich im Vergleich zu Familien ohne Migrationshintergrund kein Unterschied im sozioökonomischen Status. Dieser Unterschied liegt jedoch für Familien mit einem in der Türkei oder einem Land des ehemaligen Jugoslawien geborenen Elternteil vor. Ein bedeutsamer Unterschied zeigt sich außerdem für alle Herkunftsgruppen, wenn beide Eltern im Ausland geboren sind.

Um in den internationalen Schulleistungsstudien die Relevanz der sozialen Herkunft zur Erklärung migrationsbedingter Leistungsunterschiede im Fach Mathematik zu untersuchen, wurden die erhobenen Indikatoren des sozioökonomischen Status in Regressionsanalysen als Prädiktor mathematischer Leistung eingeschlossen. Dabei zeigte sich im Rahmen von PISA sowohl im Jahr 2003 als auch im Jahr 2012, dass die Merkmale der sozialen Herkunft signifikant zur Aufklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund beitragen (Gebhardt et al., 2013), wobei der HISEI jeweils den stärksten Prädiktor darstellte. Auch im Rahmen von TIMSS 2011 zeigte sich für das Ende der Grundschulzeit eine hohe Relevanz des sozioökonomischen Status. Hier reduzierte der *Books-at-home-Index* die migrationsbedingten Leistungsunterschiede für Kinder mit zwei im Ausland geborenen Eltern deutlich, für Kinder mit nur einem im Ausland geborenen Elternteil jedoch kaum (Tarelli et al., 2012). Die geringere Relevanz für Kinder mit nur einem im Ausland geborenen Elternteil deutete sich bereits in den geringeren Unterschieden der sozialen Herkunft dieser Gruppe zu Lernenden ohne Migrationshintergrund an. Insgesamt werden migrationsbedingte Unterschiede in der Mathematikleistung teilweise durch Merkmale der sozialen Herkunft erklärt, was sich auch bereits zum Ende der ersten Jahrgangsstufe zeigte (z.B. Ufer et al., 2013). Hervorzuheben ist an dieser Stelle, dass migrationsbedingte mathematische Leistungsunterschiede zwar teilweise durch Merkmale der sozialen Herkunft erklärt werden, aber trotz Kontrolle dieser Merkmale bedeutsam erhalten bleiben.

Die möglicherweise unterschiedlichen Wirkungsweisen der sozialen Herkunft auf die Schulleistung zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund untersuchten Nauck, Diefenbach und Petri (1998) bereits vor PISA. Auch in dieser Studie zeigten sich deutliche Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund sowie eine bedeutsame Erklärungskraft der sozialen Herkunft für diese Unterschiede. Eine genauere Analyse der Wirkungsweisen der sozialen Herkunft ergab, dass Familien mit Migrationshintergrund im Vergleich zu solchen ohne Migrationshintergrund das im Herkunftsland erworbene kulturelle Kapital der Elterngeneration in deutlich geringerem Maße in ökonomisches Kapital umwandeln konnten, ähnliche Berufsabschlüsse also beispielsweise nicht gleichermaßen entlohnt werden. Der Bildungserfolg von Jugendlichen mit Migrationshintergrund (hier gemessen über die Wahrscheinlichkeit, einen bestimmten Schulabschluss zu machen) hängt zudem positiv mit der sozialen Herkunft zusammen, dieser Zusammenhang ist jedoch als gering einzuschätzen und liegt vor allem für die Gruppe der Lernenden ohne Migrationshintergrund deutlich stärker vor. Für die Gruppe der Lernenden mit Migrationshintergrund kann die Varianz im Bildungserfolg in deutlich geringerem Maße durch die angenommenen Erklärungsvariablen (z.B. das Bildungsniveau der Eltern) aufgeklärt werden (Nauck et al., 1998). Merkmale der sozialen Herkunft können demnach als Erklärungsvariable migrationsbedingter mathematischer Leistungsunterschiede angenommen werden, wobei der Zusammenhang des sozioökonomischen Status mit der Mathematikleistung für Lernende ohne Migrationshintergrund stärker ausgeprägt zu sein scheint.

Wird hingegen die Erklärungskraft des sozioökonomischen Status für die mathematische Kompetenz*entwicklung* betrachtet, so zeigen sich an dieser Stelle keine Unterschiede zwischen Kindern unterschiedlicher sozialer Herkunft, unabhängig davon ob als Indikator des sozioökonomischen Status der familiäre Buchbesitz oder der höchste in der Familie vorkommende Bildungsabschluss gewählt wurde (Ehmke, Hohensee, Siegle & Prenzel, 2006). Die im Rahmen von PISA 2003 gezeigten mathematischen Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher sozialer Herkunft zum Ende der neunten Jahrgangsstufe nehmen demnach im Verlauf der zehnten Jahrgangsstufe nicht zu, reduzieren sich aber auch nicht. Vergleichbar zu diesen Erkenntnissen stellt der sozioökonomische Status zur Erklärung mathematischer Kompetenzentwicklung von Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund im Verlauf der zweiten Jahrgangsstufe keinen relevanten Prädiktor dar (Ufer et al., 2013).

Insgesamt tragen die Merkmale der sozialen Herkunft der Schülerinnen und Schüler demnach zur Erklärung interindividueller Unterschiede in der mathematischen Kompetenz bei. Auch zur Erklärung migrationsbedingter mathematischer Leistungsunterschiede können die Merkmale der sozialen Herkunft als bedeutsame Erklärungsvariable angenommen werden. Wird darüber hinaus die mathematische Kompetenzentwicklung betrachtet, so bleiben mathematische Kompetenzunterschiede, die mit Merkmalen der sozialen Herkunft zusammenhängen, im Verlauf der Zeit erhalten. Da einerseits der Zusammenhang von Merkmalen der sozialen Herkunft mit der Mathematikleistung für Lernende ohne Migrationshintergrund als stärker einzuschätzen ist als für Lernende mit Migrationshintergrund (Nauck et al., 1998) und andererseits migrationsbedingte Unterschiede auch nach Kontrolle des sozioökonomischen Status erhalten bleiben, also nicht vollständig durch diesen erklärt werden (z.B. Tarelli et al., 2012), werden in der vorliegenden Arbeit weitere Variablen zur Erklärung migrationsbedingter mathematischer Unterschiede angenommen. Im Folgenden wird daher der familiäre Sprachgebrauch als ein weiteres Merkmal der familiären Lebensumwelt von Lernenden mit Migrationshintergrund betrachtet.

2.2.2 Die Rolle des familiären Sprachgebrauchs

Ein Migrationshintergrund geht häufig mit einer von der Sprache des Einwanderungslandes abweichenden *Herkunftssprache* [2] einher, die in Abhängigkeit des in der Familie üblichen Sprachgebrauchs mehr oder weniger oft genutzt wird. Assimilationstheorien (z.B. Alba & Nee, 1997; Gordon, 1964) gehen von einer Angleichung der Migranten an die Gesellschaft des Einwanderungslandes im Verlauf der Generationen aus, die sich neben strukturellen Merkmalen (z.B. der Bildungsbeteiligung) auch auf kulturelle Merkmale wie etwa den Gebrauch sowie die Kompetenz in der Sprache des Einwanderungslandes beziehen. Diese Assimilationsprozesse als Indikator der Integration können dann vermutet werden, wenn Migranten der zweiten Generation fast doppelt so oft angeben zu Hause *meistens Deutsch* zu sprechen wie Migranten der ersten Generation (Gebhardt et al., 2013) und wenn Kinder mit zwei im Ausland geborenen Elternteilen doppelt so oft angeben zu Hause *nur Deutsch* zu sprechen wie solche mit einem im Ausland geborenen Elternteil (Haag et al., 2012).

Auch in Bezug auf migrationsbedingte mathematische Leistungsunterschiede zeigte sich in Deutschland eine hohe Relevanz des familiären Sprachgebrauchs. Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund, die zu Hause meistens Deutsch sprechen, erzielten bessere Mathematikleistungen, als solche, die zu Hause überwiegend kein Deutsch sprechen (Haag et al., 2012; Tarelli et al., 2012). Unter Berücksichtigung des familiären Sprachgebrauchs reduzierten sich die Effekte des Migrationshintergrunds, sodass hier von einer Konfundierung von Migrationshintergrund und familiärem Sprachgebrauch auszugehen ist. Dieser Zusammenhang zeigte sich auch in Bezug auf die Lesekompetenz (Müller & Stanat, 2006). Außerdem beobachteten Moser-Opitz, Ruggiero und Wüest (2010) bereits bei Kindern zum Ende der Kindergartenzeit einen Zusammenhang zwischen dem familiären Sprachgebrauch und mathematischer Kompetenz. Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache zeigten hier deutlich geringere verbale Zählkompetenzen als Kinder mit deutscher Familiensprache. Bei Betrachtung von Bedingungsfaktoren einer guten Schulleistung von Lernenden mit Migrationshintergrund zeigte sich der familiäre Sprachgebrauch als eine Variable, die positiv mit der Schulleistung zusammen hing (Paasch, 2014). Hier zeigten Analysen der Interaktion des familiären Sprachgebrauchs und weiteren schützenden Faktoren (wie etwa hohe kognitive Grundfähigkeiten oder ein hohes fachliches Selbstkonzept) zudem, dass eine nichtdeutsche Familiensprache (die hier als Indikator geringer sprachlicher Kompetenzen angenommen wird) kaum durch diese weiteren Faktoren ausgeglichen werden kann (Paasch, 2014). Für Kinder mit türkischem Migrationshintergrund zeigte sich jedoch auch nach Kontrolle der Merkmale der sozialen Herkunft sowie des familiären Sprachgebrauchs ein negativer Zusammenhang zwischen Migrationshintergrund und mathematischer

2 Der Begriff der *Herkunftssprache* beschreibt die Sprache, die in dem jeweiligen Herkunftsland gesprochen wird. Die Herkunftssprache bezieht sich demnach auf verschiedene Sprachen, wenn in einem Land mehrere Sprachen gesprochen werden.

Leistung, sodass für diese Herkunftsgruppe weitere Erklärungsvariablen zu vermuten sind (Haag et al., 2012).

Über alle Herkunftsgruppen hinweg stellt der familiäre Sprachgebrauch als ein weiteres Merkmal der familiären Lebensumwelt jedoch teilweise einen stärkeren Prädiktor als die einzelnen Indikatoren der sozialen Herkunft dar (Ramm et al., 2004). Die auch international anerkannte Relevanz des familiären Sprachgebrauchs zeigt sich darin, dass sich neuere Operationalisierungen des Migrationshintergrundes teilweise nur auf diese Variable beziehen, nach denen ein Migrationshintergrund dann vorliegt, wenn die im Testland gesprochene Sprache zu Hause nie oder fast nie gesprochen wird (vgl. TIMSS 2011; Tarelli et al., 2012). In Anbindung daran werden in der vorliegenden Studie Lernende mit deutscher und nichtdeutscher *Familiensprache*[3] verglichen.

Mit der sozialen Herkunft und dem familiären Sprachgebrauch wurden bisher in der familiären Lebensumwelt lokalisierte Erklärungsvariablen für migrationsbedingte mathematische Leistungsdisparitäten betrachtetet. Diese sind für Bildungssysteme schwer zu überwinden, da die Familien der Lernenden und die darin ablaufenden Sozialisationsprozesse als Ansatzpunkt meist nur geringfügig zu verändern sind. Für tatsächliche Veränderungen müsste hier eine gesamtgesellschaftliche Perspektive eingenommen werden, die die Komplexität der Zusammensetzung einer Gesellschaft sowie die Funktion des Schulsystems in den Blick nimmt (vgl. Valero & Meaney, 2014). Die vorliegende Arbeit legt ihren Schwerpunkt daher auf Kompetenzen[4] des Individuums zur Erklärung der migrationsbedingten mathematischen Leistungsunterschiede. Diese sind grundsätzlich veränderbar, stellen mögliche Ansatzpunkte zur Förderung dar und gehen mit einer potentiellen mathematischen Leistungssteigerung von Lernenden mit Migrationshintergrund einher.

2.3 Sprachbezogene Erklärungsansätze: Die Rolle sprachlicher Kompetenzen

Sprachliche Kompetenzen in der *Unterrichtssprache*[5] sind wahrscheinlich insbesondere dann bei Lernenden mit Migrationshintergrund geringer ausgeprägt als bei Lernenden ohne Migrationshintergrund, wenn zu Hause die Herkunftssprache gesprochen wird und

3 Unter der *Familiensprache* wird in der vorliegenden Arbeit die Sprache verstanden, die in der Familie überwiegend gesprochen wird (vgl. TIMSS; Tarelli et al., 2012).

4 *Kompetenzen* werden in der vorliegenden Arbeit als individuelle kognitive Dispositionen bzw. bereichsspezifische Fähigkeiten verstanden, die das Individuum befähigen, bestimmte Anforderungen in diesem Bereich zu bewältigen (Klieme, 2004). Der Begriff der mathematischen Kompetenz wird in *Kapitel 5* ausführlich thematisiert.

5 Die *Unterrichtssprache* bezieht sich in der vorliegenden Arbeit auf die Sprache, die im Unterricht gesprochen wird. Im deutschen Mathematikunterricht handelt es sich dabei mit wenigen Ausnahmen (etwa bilingualer Schulprojekte oder internationaler Schulen) um die deutsche Sprache.

den Schülerinnen und Schülern damit weniger Sprachanlässe zum Erwerb der Unterrichtssprache zur Verfügung stehen. Bereits zum Ende der ersten Jahrgangsstufe wiesen Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache einen deutlich geringeren Sprachstand im Deutschen auf (Heinze et al., 2007). Auch in der dritten Jahrgangsstufe zeigten sich Gruppenunterschiede zum Nachteil von Lernenden mit Migrationshintergrund in den Bereichen Wortschatz, Präpositionen und Satzbildung (Chudaske, 2012). Geringere Leistungen im Textverstehen sowie im passiven Wortschatz[6] beobachteten Kigel, McElvany und Becker (2015) bei Lernenden mit Migrationshintergrund der dritten, vierten und sechsten Jahrgangsstufe. Bilingual aufwachsende Drittklässler zeigten zudem deutlich niedrigere Werte im Sprachverständnis, in der Sprachproduktion sowie im Leseverständnis (Kempert et al., 2011). Bedeutsame migrationsbedingte Unterschiede in der Lesekompetenz konnten im Rahmen von IGLU (Bos et al., 2007; Schwippert et al., 2008), KESS 4 (Bos, Pietsch & Stubbe, 2006) und dem IQB-Ländervergleich (Haag et al., 2012) auch zum Ende der vierten Jahrgangsstufe nachgewiesen werden. Zudem zeigte sich ein Zusammenhang von Merkmalen der sozialen Herkunft mit sprachlichen Kompetenzen, beispielsweise mit der Lesekompetenz im Rahmen von PISA 2009 (Ehmke & Jude, 2010), sodass sprachliche Kompetenzen als Erklärungsvariable migrationsbedingter mathematischer Leistungsunterschiede möglicherweise mit Merkmalen der sozialen Herkunft konfundiert sind.

Die Rolle sprachlicher Kompetenzen für mathematische Kompetenz deutet sich bereits in Korrelationsanalysen an. So konnte beispielsweise eine positive Korrelation zwischen mathematischer Kompetenz und der Lesekompetenz zum Ende der vierten Jahrgangsstufe nachgewiesen werden (KESS 4; Pietsch & Krauthausen, 2006). Auch in Bezug auf die Erklärung migrationsbedingter mathematischer Leistungsunterschiede wurden Sprachkompetenzen im Deutschen wiederholt als Prädiktor untersucht (z.B. Chudaske, 2012; Heinze et al., 2007). Dabei hatten sprachliche Kompetenzen häufig einen höheren Einfluss als etwa der sozioökonomische Status oder der familiäre Sprachgebrauch (Prediger, Renk, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2013; Ufer et al., 2013). Die Relevanz sprachlicher Kompetenzen für mathematische Kompetenz deutet sich zudem bereits im Kindergartenalter an (Grüßing & Schmitman gen. Pothmann, 2007). Außerdem wurde die Rolle sprachlicher Kompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb bei Lernenden mit Sprachentwicklungsstörungen beobachtet. Donlan, Cowan, Newton und Lloyd (2007) verglichen in ihrer Studie in Südengland achtjährige Lernende mit und ohne Sprachentwicklungsstörungen. Dabei beeinträchtigte eine Sprachentwicklungsstörung insbesondere das Lernen der Zahlwortreihe, die Entwicklung von Rechenfertigkeiten sowie das Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems. Ein Zusammenhang zeigte sich ebenso zwischen Rechenfertigkeiten und sprachlichen Prozessen zum Abruf von Wörtern zu Objekten bei Grundschulkindern mit Sprachschwierigkeiten (Koponen, Mononen, Räsänen & Ahonen, 2006).

6 Der *passive Wortschatz* bezieht sich auf die Sprachrezeption und umfasst alle Wörter, deren Bedeutung ein Individuum kennt (vgl. Jude, 2008).

Auch für die Erklärung von Unterschieden im mathematischen Lernzuwachs zum Ende der Grundschulzeit stellen sowohl umfassend erhobene sprachliche Kompetenzen (Seethaler et al., 2011) als auch die Lesekompetenz (Paetsch et al., 2016) einen relevanten Prädiktor dar. In weiteren Studien zu Beginn der Grundschulzeit deutet sich hingegen an, dass sprachliche Kompetenzen nur für einzelne Bereiche der mathematischen Kompetenz einen relevanten Prädiktor darstellen (Ufer et al., 2013). Eine differenzierte Betrachtung der mathematischen Kompetenz wird in *Kapitel 5* thematisiert.

Sprachliche Kompetenzen in der Unterrichtssprache können demnach als relevante Voraussetzung für den Erwerb mathematischer Kompetenz angenommen werden. Dabei stellt sich die Frage, wie sich sprachliche Kompetenzen im Detail auf den Erwerb mathematischer Kompetenz auswirken. Bisher wurde hier unter dem Begriff der Sprachkompetenzen lediglich die allgemeinsprachliche Kompetenz untersucht. Darüber hinaus erfordert der mathematische Kompetenzerwerb jedoch auch fachspezifische sprachliche Kompetenzen (wie beispielsweise die Kenntnis mathematischer Fachbegriffe) sowie eine durch Sprache geprägte Beteiligung am Mathematikunterricht. Der Zusammenhang zwischen allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz wird also möglicherweise durch weitere sprachbezogene Merkmale, wie etwa fachsprachlichen Kompetenzen oder eine durch Sprache geprägte Unterrichtsbeteiligung, vermittelt. Diese potentiell vermittelnden Variablen des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz stellen den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit dar. Fachsprachliche Kompetenzen werden in *Kapitel 2* und die Rolle der Sprache im Unterricht in *Kapitel 4* detailliert beschrieben.

Zusammenfassung. Die soziale Herkunft, der familiäre Sprachgebrauch sowie sprachliche Kompetenzen stellen relevante Prädiktoren zur Erklärung mathematischer Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund dar, wobei sprachliche Kompetenzen wiederholt als bedeutsamster Prädiktor nachgewiesen wurden (Prediger et al., 2013; Ufer et al., 2013). Insgesamt zeigten sich in Abhängigkeit des Herkunftslandes sowie der unter dem Merkmal des Migrationshintergrunds zusammengefassten Gruppen leichte Unterschiede, im Kern aber durchgängige Benachteiligungen von Lernenden mit Migrationshintergrund. Dies verdeutlicht die extrem heterogene Zusammensetzung der Gruppe der Lernenden mit Migrationshintergrund sowie eine damit verbundene Schwierigkeit, eindeutige Erklärungsvariablen für migrationsbedingte Leistungsunterschiede zu finden. Die vorliegende Arbeit setzt bei sprachbezogenen Erklärungsvariablen an und vergleicht Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Ziel der Arbeit ist es, vermittelnde Variablen für den Zusammenhang von sprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu identifizieren, die veränderbar und damit der Förderung zugänglich sind und die unter Umständen migrationsbedingte mathematische Leistungsunterschiede erklären können.

3 Sprachliche Anforderungen und Sprachkompetenzen im Fach Mathematik

Um den Zusammenhang von sprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz im Detail zu untersuchen, wird in diesem Kapitel zunächst der Forschungsstand zur Sprache im Fach Mathematik geklärt. Dabei wird einerseits auf die im Fach Mathematik vorkommenden sprachlichen Anforderungen im Rahmen verschiedener Sprachregister (*3.1*) und andererseits auf die zur Bewältigung dieser Anforderungen notwendigen Sprachkompetenzen (*3.2*) Bezug genommen.

3.1 Ein Fach – mehrere Sprachregister

Die im Fach Mathematik verwendete Sprache in mündlichen und schriftlichen Kontexten, etwa im Unterrichtsgespräch, in erklärenden Schulbuchtexten oder in Aufgabeninstruktionen, lässt sich durch verschiedene Merkmale charakterisieren. Zur Einordnung dieser Merkmale werden die Sprachregister der Alltags-, Bildungs- und Fachsprache betrachtet. Ein Sprachregister beschreibt dabei keine klar abgrenzbare Sprachform, sondern eine an den Kontext gebundene Sprache (Halliday & Matthiessen, 2013). In Abhängigkeit des Kontexts und des mit dem Kontext verbundenen Wissens unterscheidet sich die Sprache bezogen auf ihre Funktion und den damit verbundenen lexikalischen und grammatikalischen Merkmalen. Sprache kann etwa der detailreichen Beschreibung einer Situation in einem Roman oder der knappen Beschreibung einer Situation in einem mathematischen Aufgabentext dienen. Damit einher gehen unterschiedliche sprachliche Merkmale: eine durch viele Adjektive geprägte Sprache in einem Roman oder eine stark verdichtete Sprache in einem mathematischen Aufgabentext. Sprachregister stellen damit auf einen bestimmten Kontext bezogene funktionsspezifische Sprech- und Schreibweisen dar (vgl. Meyer & Prediger, 2012). Im Folgenden werden die Sprachregister der Alltags- und Bildungssprache (*3.1.1*) sowie der mathematischen Fachsprache (*3.1.2*) dementsprechend charakterisiert: Für jedes der drei Sprachregister werden dessen Kontext, das mit dem Kontext verbundene Wissen, die mit dem Kontext verknüpften sprachlichen Funktionen sowie die damit einhergehenden sprachlichen Merkmale beschrieben. Dem Kontext übergeordnet können auch eine kommunikative und eine kognitive Funktion der Sprache unterschieden werden, welche in *Kapitel 4* im Rahmen des mathematischen Kompetenzerwerbs im Unterricht betrachtet werden.

3.1.1 Alltags- und Bildungssprache im Fach Mathematik

Die Sprachregister der Bildungs- und Alltagssprache werden in Bezug auf ihren Kontext und das damit einhergehende Wissen, aber auch in Bezug auf die Funktion der Sprachregister und deren sprachlicher Merkmale häufig in Abgrenzung zueinander beschrieben (z.B. Leisen, 2011). Wird zunächst der Kontext der beiden Sprachregister betrachtet, so bezieht sich der Kontext des Registers der Alltagssprache auf informelle Situationen und Begegnungen, meist außerhalb von institutionellen Kontexten, und das daraus resultierende Alltagswissen. Dieses beschreibt Riebling (2013) als ein unbestimmtes Wissen, das zwar verschiedenen Teilbereichen zugeordnet werden kann, zu dem jedoch keine präzisen Definitionen vorliegen. Der Fokus dieses Wissens liegt auf Personen, Tätigkeiten und Ereignissen. Die auf das Alltagswissen bezogene Sprache bedarf also einer engen Einbettung in einen konkreten Kontext, in dem Bezugsmaterialien (wie beispielsweise Personen, Ereignisse oder Gegenstände) zur Verfügung stehen, die den Inhalt der verwendeten Sprache zusätzlich stützen. Im Mathematikunterricht wird die Alltagssprache beispielsweise in Unterrichtsgesprächen, Schulbüchern und Fachtexten verwendet, um Alltagssituationen aus der Lebenswelt der Lernenden in einführenden Beschreibungen und Texten darzustellen und damit auf fachliche Inhalte hinzuführen (Leisen, 2011). In Abgrenzung dazu ist der Kontext der Bildungssprache zunächst durch Institutionen (wie die Schule, eine Ausbildungsstätte oder die Universität) geprägt: „School is a culture with its own expectations for particular ways of using language" (Schleppegrell, 2004, S. 83). Bei dem in Institutionen vermittelten Bildungswissen handelt es sich in Abgrenzung zum Alltagswissen um ein gut vernetztes, systematisches und in Inhaltsbereichen unterteiltes Wissen (Riebling, 2013). Die Bildungssprache bezieht sich dem Kontext und dem damit verbundenen Wissen folgend auf die für den Wissenserwerb notwendige Sprache und wird als fächerübergreifendes Sprachregister gesehen. Charakteristisch für die Verwendung der Bildungssprache sind kontextreduzierte Situationen, in denen das Umfeld kaum über die Sprache hinausgehende Informationen liefert, die zur Bedeutungskonstruktion hilfreich sein könnten (Bailey & Butler, 2003).

In der vorliegenden Arbeit werden die sprachlichen Merkmale der Alltags- und Bildungssprache aufgeteilt in lexikalische und grammatikalische Merkmale beschrieben. Dabei unterscheiden sich die lexikalischen und grammatikalischen Merkmale der Bildungssprache nicht grundlegend von denen der Alltagssprache – die lexikalischen und grammatikalischen Merkmale sind in der Bildungssprache lediglich anders gewichtet (Riebling, 2013). Lexikalische Merkmale beziehen sich einerseits auf den im Sprachregister verwendeten Wortschatz und die damit verbundenen Wortbedeutungen, andererseits auf einzelne Wortarten, die Inhalte eines Textes verknüpfen. Der Wortschatz des Sprachregisters der Alltagssprache umfasst Begriffe mit weitem Interpretationsspielraum, deren Bedeutung häufig erst durch Einbezug des jeweiligen Kontextes eindeutig bestimmt wird (Meyer & Prediger, 2012). Der Wortschatz der Bildungssprache hingegen ist charakterisiert durch nichtfachliche Fremdwörter (z.B. den Begriff der *Definiti-*

on) und selten verwendete Wörter, wie etwa *Salzbergwerk*, die möglicherweise im Alltagswissen der Lernenden nicht enthalten sind (vgl. Duarte, Gogolin & Kaiser, 2011). Außerdem finden sich im Wortschatz der Bildungssprache vermehrt Nominalisierungen (zu Nomen umgeformte Adjektive oder Verben), Komposita (zusammengesetzte Nomen) und Abkürzungen (Ohm, Kuhn & Funk, 2007). In Bezug auf Wortarten, die Beziehungen zwischen Inhalten eines Textes herstellen (auch Strukturwortschatz genannt; Duarte et al., 2011), werden insbesondere Konjunktionen (Satzverbindungen) betrachtet. In der Alltagssprache werden häufig koordinierende Konjunktionen (z.B. *und*, *oder*, *aber*) und einige wenige subordinierende Konjunktionen (z.B. *dass*, *weil*, *wenn*) verwendet (Gogolin et al., 2010). Subordinierende Konjunktionen bilden einen Satz unterordnend in Relation zu anderen Inhalten des Textes und werden als charakteristisch für die Bildungssprache angesehen (ebd.), in der häufig weniger geläufige Konjunktionen dieser Art verwendet werden (z.B. *während*, *seitdem*). Die Art der Beziehung, die diese Konjunktionen herstellen, unterscheidet sich in Abhängigkeit des Kontexts. So kann die Konjunktion *während* beispielsweise für eine Abgrenzung zweier gegensätzlicher Argumente oder für die Beschreibung zweier zeitlich paralleler Handlungen verwendet werden. Neben Konjunktionen stellen auch Adverbien (z.B. *dort*, *deswegen*), Präpositionen (z.B. *aufgrund*, *anstatt*) und Referenzbegriffe (z.B. *diese*, *jene*) Beziehungen oder Verhältnisse in Sätzen oder Texten her. Die Struktur eines Textes, im Sinne von Beziehungen zwischen Aussagen und aufeinander verweisenden Aussagen, wird insbesondere durch die Häufigkeit und die Qualität der verwendeten Konjunktionen (Gogolin et al., 2004), aber auch Adverbien, Präpositionen und Referenzbegriffe bestimmt. Ein weiteres Merkmal insbesondere der schulischen Bildungssprache auf lexikalischer Ebene sind die meist im Imperativ formulierten Operatoren (z.B. *analysiere*, *vergleiche*), die Handlungen beschreiben, die bei der Bearbeitung einer Aufgabe gefordert werden (Gogolin et al., 2010). Operatoren müssen von den Schülerinnen und Schülern für die korrekte Umsetzung zunächst in Bezug auf die Aufgabe interpretiert werden und fordern zudem häufig sprachliche Handlungen (z.B. *beschreibe*, *erkläre*).

Die grammatikalischen Merkmale der Bildungssprache unterscheiden sich von denen der Alltagssprache durch die gehäufte Verwendung des Nominalstils, der zu einer Verdichtung der Sprache beiträgt. Insbesondere die sprachliche Verdichtung geht mit einer Ausdrucksökonomie einher – möglichst viele Informationen werden mit möglichst wenig Sprache transportiert (vgl. Riebling, 2013). Außerdem finden sich in der Bildungssprache vermehrt Passivkonstruktionen, die Informationen möglichst objektiv in einer unpersönlichen Ausdrucksweise darstellen sollen.

Texte des Sprachregisters der Bildungssprache unterscheiden sich demnach von solchen der Alltagssprache durch den verwendeten Wortschatz, insbesondere durch Wörter (z.B. Konjunktionen), die Zusammenhänge innerhalb des Textes herstellen sowie durch Ausdrucksweisen (z.B. Passivkonstruktionen), die die Sprache in kontextreduzierten Beschreibungen charakterisiert (Gogolin, 2009). Insgesamt wird die Bildungssprache mit konzeptioneller Schriftlichkeit verbunden (Gogolin, 2013a). Die

Merkmale der Bildungssprache finden sich demnach besonders häufig in der geschriebenen Sprache wieder. Aber auch der mündliche Sprachgebrauch in Bildungskontexten umfasst im Vergleich zu Alltagskontexten vermehrt Merkmale, die denen der Schriftsprache ähneln. Der Gebrauch der Alltagssprache weist hingegen sowohl in schriftlicher als auch in mündlicher Form Merkmale der informellen mündlichen Kommunikation auf (Gogolin, 2009).

Zusammenfassung. Insgesamt unterscheiden sich die beschriebenen Sprachregister der Alltags- und Bildungssprache hinsichtlich der Gewichtung bestimmter lexikalischer und grammatikalischer Merkmale. Im Kontext der Schule werden beide Sprachregister verwendet: die Alltagssprache, um Alltagserfahrungen der Schülerinnen und Schüler einzubeziehen und auf neue Inhalte hinzuführen und die Bildungssprache, um schulisches Wissen und damit auch mathematische Inhalte zu systematisieren, zu strukturieren und zu vermitteln. Soweit wurden damit zwei Sprachregister beschrieben, die die im Zusammenhang mit schulischem Lernen verwendete Sprache im Allgemeinen, also fächerübergreifend, beschreiben. Um in der vorliegenden Arbeit den Zusammenhang von sprachbezogenen Merkmalen und mathematischer Kompetenz zu untersuchen, sollen im Folgenden die über die Merkmale der Bildungssprache hinausgehenden sprachlichen Charakteristika der im Mathematikunterricht verwendeten Sprache herausgearbeitet werden.

3.1.2 Mathematische Fachsprache im Fach Mathematik

Dem Sprachregister der mathematischen Fachsprache liegt in Bezug auf die Schule das Fach Mathematik und weiter gefasst die Wissenschaft der Mathematik als Kontext zugrunde. Dabei werden dem Fach Mathematik einerseits eine in Inhaltsbereichen gegliederte Ansammlung spezifischen mathematischen Wissens und andererseits für die Mathematik typische Arbeitsweisen zugeordnet. Diese Unterteilung spiegelt sich auch in den inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen der nationalen Bildungsstandards wieder (KMK, 2004a, 2004b, 2012), die in *Kapitel 5* thematisiert werden. Der Fokus des mathematischen Wissens liegt auf Objekten (z.B. eine Zahl und die damit verbundene Größenvorstellung) sowie auf Prozessen, die mit diesen Objekten durchgeführt werden (z.B. Zahlen darstellen oder Zahlen addieren). Sfard (2008) geht davon aus, dass aus Prozessen neue Objekte gebildet werden, dass das Zählen als Prozess also beispielsweise zu den Zahlen als Objekten mit einer entsprechende Größenvorstellung führt. Mathematische Konzepte, die Objekte und Prozesse beinhalten, werden sowohl im Rahmen von Konkretisierungen (wie etwa einem Sachkontext oder einem Arbeitsmittel) als auch losgelöst von diesen beschrieben (Wartha & Schulz, 2011). So wird beispielsweise der Zahlenstrahl eingesetzt, um die Anordnung der Zahlen darzustellen, welche sich auch in einer mentalen Vorstellung, dem mentalen Zahlenstrahl, wiederfinden kann. Langfristig wird jedoch eine Ablösung von Konkretisierungen angestrebt, sodass mathematische Konzepte auf rein symbolischer Ebene zugänglich werden. Damit wird die Allgemeingültigkeit der den Konkretisierungen zugrunde liegenden mathematischen Struktur vermittelt, die dadurch auch auf andere Konkretisierungen übertragen werden kann. Die sprachliche Beschreibung der mathematischer Konzepte sowie ihrer Objekte und Prozesse impliziert eine abstrakte, vom Kontext unabhängige Sprache, die im Folgenden in ihren Merkmalen charakterisiert wird.

Das Sprachregister der mathematischen Fachsprache enthält einerseits die in *Abschnitt 3.1.1* beschriebenen lexikalischen und grammatikalischen Merkmale der Bildungssprache (und lässt sich damit ebenfalls deutlich von der Alltagssprache abgrenzen), unterscheidet sich aber andererseits durch weitere Merkmale von der Bildungssprache. Auf Ebene der lexikalischen Merkmale sind hier insbesondere mathematische Fachbegriffe[7] zu nennen. Fachbegriffe unterscheiden sich generell von alltagssprachlichen Begriffen durch die Präzision ihrer Bedeutung sowie durch ihre Kontextautonomie, ihre vom jeweiligen Kontext unabhängige Bedeutung (Roelcke, 2010). In Bezug auf mathematische Fachbegriffe, die exklusiv und eindeutig in der Mathematik definiert wurden, sind das beispielsweise die Fachbegriffe *Einer*, *Zehner* und *Hunderter*. Darüber hinaus finden sich mathematische Fachbegriffe, denen innerhalb der Mathematik oder darüber hinaus mehrere Bedeutungen zugeordnet werden können, die also in gewisser Weise vom Kontext abhängig sind. Innerhalb der Mathematik bezeichnet beispielsweise das Wort *Minus* ein Operationszeichen, ein Vorzeichen und einen Gegenzahloperator (Maier & Schweiger, 1999). Der Begriff der *Wurzel* existiert hingegen bereits in der Alltagssprache (als Wurzel eines Baumes) sowie in der Fachsprache der Zahnmedizin (als Wurzel eines Zahnes) und wird im Rahmen der mathematischen Fachsprache terminologisiert, also mit einer weiteren Bedeutung belegt (Roelcke, 2010). Die Mehrdeutigkeit mancher in der Mathematik verwendeter Begriffe beschreiben Durkin und Shire (1991) für die englische Sprache und gehen dabei auch auf Verben zu Operationen (z.B. *take away*, das die Operation der Subtraktion beschreibt und auch im Sinne eines Takeaway-Imbisses verstanden werden kann), Adjektive (eine Zahl ist *größer* als die andere, was auch einen Größenvergleich der Darstellungen der Zahlen implizieren kann) und mathematische Zeichen ein. Das Gleichheitszeichen wird beispielsweise häufig mit den Wörtern *ist gleich*, *ergibt* oder *macht* verbalisiert. Die Wörter *ergibt* und *macht* referenzieren jedoch die häufig eingeschränkte Vorstellung, dass nach dem Gleichheitszeichen das Ergebnis steht, wobei die Gleichwertigkeit der beiden Seiten der Gleichung nicht berücksichtig wird (Steinweg, 2004). Damit sprechen Durkin und Shire (1991) auch Wörter an, die üblicherweise im Kontext des Alltags zu finden sind und keine Fachbegriffe darstellen, die aber im Kontext der Mathematik mit einer mathematischen Operation in Verbindung gebracht werden müssen. Weiterhin beschreiben Maier und Schweiger (1999) die Nutzung von mathematischen Symbolen (z.B. des Summenzeichens) als Charakteristika der wissenschaftlich-mathematischen Fachsprache. Diese

---

7 In der vorliegenden Arbeit werden auf lexikalischer Ebene der mathematischen Fachsprache mathematische *Fachbegriffe* beschrieben und diese im mathematischen *Fachwortschatz* zusammengefasst. Der Begriff des Fachwortes wird nicht verwendet, da dieses hauptsächlich die Wortbezeichnung und weniger das zugrundeliegende mathematische Konzept anspricht.

werden im Folgenden nicht weiter betrachtet, da die vorliegende Arbeit im Bereich der Grundschule ansetzt und dort nur wenige mathematische Symbole verwendet werden, die zudem ausführlich thematisiert werden und eine geringere Komplexität enthalten als beispielsweise das Summenzeichen. Neben Fachbegriffen und mehrdeutigen Begriffen sind auf lexikalischer Ebene häufig Verbkomposita zu finden. Diese werden in Bezug auf die Mathematik in der Grundschule häufig zur Beschreibung von Operationen verwendet (z.B. *dazukommen*, *wegnehmen*). Verbkomposita können durch trennbare Verben zu komplexen Satzstrukturen führen, die als besondere Schwierigkeit für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache angesehen werden (Rösch, 2001).

In Bezug auf die grammatikalischen Merkmale zeichnet sich die mathematische Fachsprache durch besondere Ausprägungen bildungssprachlicher Merkmale aus. Hier sind insbesondere Passivkonstruktionen sowie die Nutzung der Verben *sein* und *haben* zur Beschreibung von Relationen zu nennen (Maier & Schweiger, 1999). Auch der Nominalstil und verkürzte Nebensatzkonstruktionen finden sich in der mathematischen Fachsprache häufig. Wie bereits im Rahmen bildungssprachlicher Texte beschrieben, kennzeichnen sich auch mathematische Texte durch eine verdichtete Sprache in unpersönlicher Ausdrucksweise. Fachtexte orientieren sich generell an der Kommunikation in einem bestimmten Fach, wobei der Grad der Fachlichkeit an den Kommunikationspartner angepasst wird (Roelcke, 2010). Ein mathematischer Text enthält in der Grundschule deutlich weniger fachliche Anteile als in der Sekundarstufe. Auch im Rahmen von Fachtexten werden Bezüge innerhalb des Textes betont, sprachliche Aussagen sind aufeinander bezogen und durch entsprechende Satzkonstruktionen miteinander verknüpft. Diese werden mit der Kohäsion beschrieben, die sich auf den formalen Zusammenhang eines Textes bezieht, Verbindungen werden hier beispielsweise durch die Wiederaufnahme von sprachlichen Ausdrücken hergestellt. Die Kohärenz hingegen umschreibt den funktionalen Zusammenhang eines Textes und bezieht sich damit auf inhaltliche Verbindungen von Aussagen eines Textes, die durch kohärenzbildende Sprachmittel (z.B. Konjunktionen) gebildet werden können.

Über bildungssprachliche Merkmale hinaus findet sich im Rahmen mathematischer Aufgabentexte das Merkmal der *sprachlogischen Komplexität*, welches die durch die Sprache vorgegebene Struktur des Textes mit den Schritten der mathematischen Bearbeitung in Verbindung setzt (Cohors-Fresenborg, Sjuts & Sommer, 2004). Eine hohe sprachlogische Komplexität liegt dann vor, wenn die Reihenfolge der Sätze den mathematischen Bearbeitungsschritten nicht entspricht. In Bezug darauf konnten De Corte und Verschaffel (1991) zeigen, dass arithmetische Textaufgaben mit einer gleichen zugrundeliegenden mathematischen Struktur (und damit einem identischen Lösungsweg) je nach sprachlicher Formulierung in ihrer Aufgabenschwierigkeit variierten. Weiterhin beschreiben Österholm und Bergqvist (2013) die weitläufige Meinung in der Literatur, dass mathematische Texte eine hohe sprachliche Komplexität (z.B. durch Nominalisierungen und Passivkonstruktionen) aufweisen, welche jedoch empirisch kaum überprüft wurde. In ihrer eigenen Studie verglichen die Autoren schwedische Schulbücher der vierten und siebten Jahrgangsstufe sowie der Oberstufe der Sekundarstufe aus den Fächern Mathematik und Geschichte in Bezug auf die Komplexität der dort dargebotenen Texte. Ein signifikanter Unterschied zeigte sich nur im Hinblick auf die Nominalisierungen, wobei diese im Fach Geschichte häufiger zu finden waren als im Fach Mathematik. Tendenziell zeichneten sich die Texte in den mathematischen Schulbüchern zudem durch weniger Passivkonstruktionen aus als die der Geschichtsbücher. Mathematische Texte unterscheiden sich demnach nicht signifikant von den Texten anderer Fächer, kennzeichnen sich aber dennoch durch eine hohe Komplexität im Vergleich zu alltagssprachlichen Texten (Österholm & Bergqvist, 2013). Insgesamt finden sich die auf Textebene beschriebenen Merkmale der mathematischen Fachsprache auch in der mündlichen Kommunikation im Mathematikunterricht wieder – vergleichbar mit der beispielsweise von Berendes, Dragon, Weinert, Heppt und Stanat (2013) beschriebenen konzeptionellen Schriftlichkeit der Bildungssprache.

Zusammenfassung. Die mathematische Fachsprache kennzeichnet sich über die Bildungssprache hinaus durch ein für die Mathematik spezifisches Vokabular auf Ebene der lexikalischen Merkmale, gehäufte Passiv- und Nominalkonstruktionen auf Ebene der grammatikalischen Merkmale sowie eine stark verdichtete Sprache auf Textebene aus. Insgesamt wurde deutlich, dass sich die drei Sprachregister nicht klar voneinander abgrenzen lassen, sie vielmehr aufeinander aufbauen und nur selten in Reinform vorkommen. So werden beispielsweise in mathematischen Sachaufgaben häufig Merkmale aller drei Sprachregister verwendet. Neben der Alltags-, Bildungs- und Fachsprache werden in der Literatur im Kontext der Schule weitere Sprachregister, wie beispielsweise die Unterrichtssprache als Sprache des Lehrens und Lernens, betrachtet (Leisen, 2011). In der vorliegenden Arbeit wird die bereits in *Kapitel 1* erwähnte Unterrichtssprache nur zur Familiensprache abgegrenzt und diese beiden Sprachregister lediglich an den jeweiligen Kontext gebunden. Die Unterrichtssprache (die alltags-, bildungs- und fachsprachliche Elemente enthalten kann) beschreibt demnach die im Kontext des Unterrichts gesprochene Sprache, die sich im deutschen Schulsystem in den meisten Fällen auf verschiedene Sprachregister der Sprache Deutsch bezieht. In Abgrenzung zum Sprachregister der Unterrichtssprache wird das Sprachregister der Familiensprache als die überwiegend im Kontext der Familie gesprochene Sprache verstanden. Im Folgenden liegt der Fokus weiterhin auf den Sprachregistern der Alltags-, Bildungs- und Fachsprache. Dabei werden die Kompetenzen thematisiert, die zur Bewältigung der beschriebenen Charakteristika dieser drei Sprachregister notwendig sind. Im Hinblick auf die in *Kapitel 1* thematisierten sprachbezogenen mathematischen Leistungsunterschiede sind hier möglicherweise einzelne Sprachkompetenzen (z.B. fachsprachliche Kompetenzen) besonders relevant, um mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache zu erklären.

3.2 Sprachkompetenzen

Sprachkompetenzen werden in der vorliegenden Arbeit als individuelle kognitive Disposition zur Bewältigung von sprachlichen Anforderungen verstanden (Klieme, 2004), die sich im Sinne differentialdiagnostischer Ansätze (z.B. Bachman, 1990) in Teilkompetenzen aufteilen lässt. Eine mögliche Unterteilung zeigt Tabelle 1, in der Sprachkompetenzen einerseits in Kompetenzen der gesprochenen Sprache (mündlich) und der Schriftsprache (schriftlich), andererseits nach Prozessen des Mitteilens (produktiv) und des Verständnisses (rezeptiv) eingeteilt werden. Es ergeben sich die vier Teilkompetenzen Sprechen, Schreiben, Hörverstehen und Lesen. Prinzipiell kann sich jede Teilkompetenz auf jedes Sprachregister beziehen.

Tabelle 1. *Klassifikation sprachlicher Kompetenzen (vgl. Jude & Klieme, 2007)*

	produktiv	**rezeptiv**
mündlich	Sprechen	Hörverstehen
schriftlich	Schreiben	Lesen

In Bezug auf den Mathematikunterricht und den mathematischen Kompetenzerwerb können alle Teilkompetenzen als relevant angenommen werden. In der vorliegenden Arbeit werden Sprachkompetenzen betrachtet, die zum Verständnis von Mathematikaufgaben notwendig sind (*Kapitel 3*) und sich hauptsächlich auf die Teilkompetenz des Lesens beziehen. Weiterhin werden im Rahmen des mathematischen Kompetenzerwerbs im Mathematikunterricht insbesondere die Teilkompetenzen des Sprechens und Hörverstehens angesprochen (*Kapitel 4*). Die Teilkompetenz des Schreibens im Mathematikunterricht wird hingegen nicht explizit thematisiert. Aussagen zu mündlichen Sprachproduktionen lassen sich jedoch teilweise auf schriftliche Sprachproduktionen übertragen.

Im Folgenden werden Sprachkompetenzen zunächst übergeordnet als Gesamtkompetenz mit Bezug auf ein bestimmtes Sprachregister betrachtet. Dabei werden die Sprachkompetenzen – wie bereits die Sprachregister – nach dem Kontext unterteilt und getrennt nach allgemein- und bildungssprachlichen Kompetenzen (*3.2.1*) sowie nach mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen (*3.2.2*) beschrieben. Allgemeinsprachliche[8], bildungssprachliche und mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen beschreiben demnach die Sprachkompetenzen, die zur Bewältigung der Anforderungen des jeweiligen Sprachregisters notwendig sind.

8 Die Kompetenzen zur Bewältigung der Anforderungen des Sprachregisters der Alltagssprache werden in der vorliegenden Arbeit als allgemeinsprachliche Kompetenzen bezeichnet, auch wenn der Begriff der Allgemeinsprache aus linguistischer Perspektive als wenig präzise gilt (vgl. Riebling, 2013).

3.2.1 Allgemeinsprachliche und bildungssprachliche Kompetenzen

Entsprechend der Abgrenzung der Sprachregister der Bildungs- und Alltagssprache werden auch bildungssprachliche Kompetenzen häufig in Abgrenzung zu allgemeinsprachlichen Kompetenzen beschrieben (Cummins, 1979, 2008; Schleppegrell, 2001). Cummins (1979) bezeichnet die Kompetenz, mit kontextreduzierten und kognitiv anspruchsvollen Texten und mündlichen Äußerungen umzugehen, als *Cognitive Academic Language Proficiency (CALP).* Im deutschsprachigen Raum wurde diese Kompetenz mit der Bewältigung bildungssprachlicher Anforderungen gleichgesetzt (Gogolin et al., 2011). In Abgrenzung dazu beschreibt er *Basic Interpersonal Communicative Skills (BICS)* als die Fähigkeit, mit einer in den Kontext eingebetteten, kognitiv wenig anspruchsvollen Sprache umzugehen, die zudem häufig durch den sozialen und situativen Kontext unterstützt wird. BICS beschreibt den Umgang mit dem Sprachregister der Alltagssprache, von Cummins (2008) auch als *conversational fluency* bezeichnet. Für die Kommunikation im Alltag reichen demnach die mit BICS umschriebenen Kompetenzen aus, für den schulischen und damit auch den mathematischen Kompetenzerwerb werden darüber hinaus die unter CALP zusammengefassten Kompetenzen als relevant angesehen. Neben dieser Beschreibung der allgemeinsprachlichen und bildungssprachlichen Kompetenzen wird auch die Kenntnis des Wortschatzes (in Anknüpfung an die Anforderungen auf lexikalischer Ebene) als relevanter Bestandteil der Sprachkompetenz angesehen (vgl. Apeltauer, 2010). Das Verständnis der Zusammenhänge eines Textes (z.B. hergestellt durch Konjunktionen) setzt voraus, dass die bedeutungstragenden Wörter im Sinne des dahinter liegenden konzeptuellen Wissens verstanden wurden.

Es kann insgesamt vermutet werden, dass die Merkmale der Bildungssprache eine höhere Anforderung darstellen als die Merkmale der Alltagssprache und damit der Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen mehr Zeit in Anspruch nimmt als der Erwerb allgemeinsprachlicher Kompetenzen. Hinweise dazu zeigen sich in einer Studie von Eckhardt (2008), in der alltagsbezogene Lückentexte von den Schülerinnen und Schülern der vierten Jahrgangsstufe besser gelöst wurden als schulbezogene Lückentexte. Dies zeigte Eckhardt (2008) auch für mündliche Nacherzählungen alltagsbezogener und schulbezogener Texte in der dritten Jahrgangsstufe, die im Rahmen eines Sprachförderprogramms erhoben wurden (Jacobs-Sommercamp Projekt; Stanat, Becker, Baumert, Lüdtke & Eckhardt, 2012). Bei der Bearbeitung alltagsbezogener Texte (die allgemeinsprachliche Kompetenzen erfordern) wurden demnach bessere Leistungen erzielt als bei der Bearbeitung schulbezogener Texte (die bildungssprachliche Kompetenzen erfordern) – unabhängig davon, ob sich die sprachliche Leistung auf eine mündliche Nacherzählung oder die schriftliche Bearbeitung eines Lückentextes bezog. Ähnliche Ergebnisse zeigten sich auch in Bezug auf das Hörverstehen. Kinder der dritten Jahrgangsstufe zeigten eine deutlich höhere Leistung im Hörverstehen bei Texten mit bekanntem Wortschatz und einfacher Grammatik als bei Texten mit anspruchsvollem Wortschatz und komplexer Grammatik (Heppt, Dragon, Berendes, Stanat &

Weinert, 2012). Ein anspruchsvoller Wortschatz wurde dabei durch mehr Nominalisierungen und bildungssprachliche Begriffe operationalisiert, eine komplexe Grammatik unter anderem durch anspruchsvolle Nebensatz- und Passivkonstruktionen. Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zeigten sich dabei in keiner der Studien.

Der Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen wird jedoch als besondere Hürde für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache angenommen (Gogolin, 2013b). Diese Annahme wird gestützt von der Beobachtung, dass sich Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache zu Beginn der Grundschulzeit trotz geringer Sprachkompetenzen (beispielsweise eines mangelnden Wortschatzes) häufig in der Alltagskommunikation ausreichend behaupten, um sich am Unterrichtsdiskurs und der Kommunikation mit ihren Mitschülerinnen und Mitschülern zu beteiligen. Ihre Sprachkompetenzen werden damit zunächst überschätzt. Mit steigenden inhaltlichen und sprachlichen Anforderungen im Verlauf der Schulzeit werden die geringen Sprachkompetenzen jedoch zunehmend sichtbar. Knapp (1999) beschreibt diesen möglichen Entwicklungsverlauf geringer Sprachkompetenzen als *verdeckte Sprachschwierigkeiten.* In Bezug auf diese Beobachtung wird angenommen, dass allgemeinsprachliche Kompetenzen zur alltäglichen Verständigung in relativ kurzer Zeit erworben werden, während für den Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen ein deutlich längerer Zeitraum von mehreren Jahren notwendig ist (z.B. Gogolin, 2013b). Ob der Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen jedoch tatsächlich eine erhöhte Schwierigkeit für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache darstellt, wurde empirisch bisher nicht nachgewiesen. Dieser Frage geht aktuell das Projekt BiSpra (Bildungssprachliche Kompetenzen: Anforderungen, Sprachverarbeitung und Diagnostik) nach, in dem bildungssprachliche Kompetenzen operationalisiert und hinsichtlich der Schwierigkeit einzelner Merkmale der Bildungssprache für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache untersucht werden sollen (Heppt et al., 2012).

Über bildungssprachliche Kompetenzen hinaus, die für die Schulbildung insgesamt relevant und notwendig sind, stellt die mathematische Fachsprache fachspezifische sprachliche Anforderungen. Die zur Bewältigung dieser Anforderungen notwendigen Kompetenzen werden im folgenden Abschnitt thematisiert.

3.2.2 Mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen

Mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen sind notwendig, um die Anforderungen des Sprachregisters der mathematischen Fachsprache zu bewältigen und beziehen sich damit einerseits auf die Kenntnis des mathematischen Fachwortschatzes sowie der im Sinne der Mathematik interpretierten alltagssprachlichen Begriffe. Andererseits beschreiben mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen das Verständnis mathematikhaltiger Texte, die Merkmale der mathematischen Fachsprache enthalten (z.B. Passivkonstruktionen). Dabei werden auch mündliche Sprachproduktionen eingeschlossen, die Merkmale der konzeptionellen Schriftlichkeit enthalten.

Ein mathematischer Fachbegriff repräsentiert ein mathematisches Konzept im Sinne eines mathematischen Objekts (z.B. *Quader*), einer Operation (z.B. *addieren*) oder einer Eigenschaft (z.B. *größer*). Dabei liegen manchen mathematischen Fachbegriffen Konkretisierungen zugrunde (wie etwa dem *Quader*), während andere auf der rein symbolischen Ebene basieren. Ein Beispiel stellt der *Zehner* als Bündelungseinheit des Stellenwertsystems dar, der zwar in der Konkretisierung der Stellenwerttafel dargestellt werden kann, der sich aber losgelöst von dieser Konkretisierung auf eine mentale Vorstellung zum Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems sowie eine symbolische Darstellung der Zahlen bezieht. Häufig werden mathematische Fachbegriffe über Konkretisierungen (z.B. in Sachkontexten oder in Bezug auf Arbeitsmittel) eingeführt (Wartha & Schulz, 2011) und zunächst in einer Vielzahl ähnlicher Kontexte verwendet (Leung, 2005). Außerdem geht die Einführung mathematischer Fachbegriff häufig mit einer Aushandlung von Bedeutungen des zugrunde liegenden mathematischen Konzepts in der Interaktion im Mathematikunterricht (Steinbring, 2000) einher. Damit unterscheidet sich der Erwerb des Fachwortschatzes deutlich vom Erwerb des allgemeinen Wortschatzes in der frühkindlichen Sprachentwicklung. Dort werden bekannte Objekte (z.B. ein Hund) mit einem Wort versehen, wobei Wörter zunächst häufig übergeneralisiert werden (z.B. alle Tiere mit vier Beinen sind Hunde) und im Laufe der Zeit in ihrer Bedeutung differenziert erfasst werden (Grimm & Weinert, 2002). Im Mathematikunterricht hingegen muss parallel zu dem neuen Wort auch ein neues mathematisches Konzept erlernt werden. Dies verdeutlicht Leung (2005) in drei Prozessen, die beim Erwerb mathematischer Fachbegriffe durchlaufen werden sollten: Lernen der Wortbedeutung(en) in einer Vielzahl von Kontexten, Durchdenken des dem Wort zugrunde liegenden Konzepts, um Grenzen der Wortbedeutung zu erfahren und reines Wortschatzlernen, um auch die sprachlichen Eigenschaften des Wortes (z.B. den Artikel) kennenzulernen. Die Kenntnis des mathematischen Fachwortschatzes ist also mit der Kenntnis des durch den Begriff beschriebenen mathematischen Konzepts verknüpft. Dies verdeutlicht die Perspektive mancher Autoren, fachsprachliche Kompetenzen als Teil der fachlichen Kompetenz anzunehmen (Härtig, Bernholt, Prechtl & Retelsdorf, 2015). Schütte (2009) geht auf der Basis von Unterrichtsbeobachtungen in der vierten Jahrgangsstufe davon aus, dass der mathematische Fachwortschatz von Lehrkräften zwar häufig explizit thematisiert wird, die Fachbegriffe jedoch ohne Einbettung in einen Kontext wie leere Worthülsen eingeschliffen werden und damit eher der Wortschatzarbeit im Fremdsprachenunterricht ähneln.

Insgesamt umfasst die Kenntnis des Fachwortschatzes den für die Mathematik definierten Fachwortschatz, der auch mehrdeutige Begriffe einschließt und dem die Kenntnis der entsprechenden mathematischen Konzepte zugrunde liegt. Darüber hinaus wird in der vorliegenden Arbeit auch die mathematische Interpretation von alltagssprachlichen Begriffen in Sachsituationen als Teil der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenz auf Ebene des Wortschatzes verstanden. Dabei handelt es sich beispielsweise um die Interpretation des Verbs *dazukommen* im Sinne der Addition. Interpretationen dieser Art sind auch für das Verständnis mathematikhaltiger Texte relevant, um ein vollständiges Situationsmodell zu einem Text aufzubauen, wie im folgenden Abschnitt beschrieben wird.

Das Verständnis mathematikhaltiger Texte als weiterer Teil der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen wird in Anbindung an das von Kintsch (1998) beschriebene Modell des Textverstehens vorgestellt. Textverstehen umfasst hier den Aufbau eines mentalen Modells zu einem Text, um den Text im Detail zu verstehen sowie in einen Gesamtzusammenhang einzuordnen. Um ein mentales Modell zu einem mathematikhaltigen Text aufzubauen, stellen allgemein-, bildungs- und fachsprachliche Kompetenzen eine relevante Voraussetzung dar. Diese ermöglichen es, Wörter und Sätze eines Textes initial zu dekodieren sowie Zusammenhänge zwischen Aussagen innerhalb des Textes zu verstehen. Diese sprachlichen Kompetenzen sind notwendig, um in einem zwischen Text und Leser interaktiven Prozess des Leseverstehens ein mentales Modell im Sinne von Kintsch (1998) aufzubauen. Nold und Willenberg (2007) beschreiben diesen interaktiven Prozess folgendermaßen: „In einem Austausch von Text- und Wissenselementen entsteht Leseverstehen" (S. 25). Die beim Lesen gebildeten Zusammenhänge zwischen Aussagen innerhalb eines Textes sowie zwischen dem Text und dem eigenen Weltwissen werden von Schnotz (2006) als lokale und globale Kohärenzbildungen beschrieben. Während *lokale Kohärenzen* sich auf Zusammenhänge zwischen aufeinander folgende Sätze beziehen, stellen *globale Kohärenzen* Zusammenhänge zwischen Textabschnitten her, versuchen also ein übergeordnetes Thema des Textes zu bestimmen, was wiederum durch das eigene Weltwissen erleichtert wird. Übertragen auf mathematikhaltige Texte spielt vermutlich insbesondere mathematische Kompetenz beziehungsweise das mathematische Vorwissen eine entscheidende Rolle, um globale Kohärenzen zu bilden, aber auch das Weltwissen ist möglicherweise von Relevanz, wenn mathematische Sachverhalte in Alltagssituationen eingebettet werden. Textkohärenz beim Lesen herzustellen, im Sinne von Verknüpfungen innerhalb des Textes sowie mit dem eigenen Vorwissen, kann als relevante Voraussetzung für das Verständnis mathematikhaltiger Texte angenommen werden. Besonders notwendig wird dies, wenn ein Text eine hohe sprachlogische Komplexität aufweist (Cohors-Fresenborg et al., 2004), die Abfolge der sprachlichen Beschreibungen also nicht mit den Schritten des mathematischen Vorgehens übereinstimmen. Darüber hinaus werden kohärenzbildende Sprachmittel (z.B. Konjunktionen) verwendet, um Textkohärenz in eigenen Sprachproduktionen herzustellen. In Bezug auf die Mathematik stellt diese Textkohärenz die Basis dar, um mathematische Argumentationen und Begründungen zu formulieren (Gogolin & Schwarz, 2004).

In der vorliegenden Arbeit wird der bisher als Verständnis mathematikhaltiger Texte umschriebene Bereich der fachsprachlichen Kompetenzen als *textintegratives Verständnis* bezeichnet. Textintegratives Verständnis umfasst den Aufbau eines mentalen Modells zu einem mathematikhaltigen Text, das mathematische Strukturen in der gegebenen Situation berücksichtigt. Dabei sind fachsprachliche Kompetenzen notwendig, um Wörter und Sätze zu dekodieren und um insbesondere Textkohärenz herzustellen, welche in einem interaktiven Prozess des Leseverstehens zum Aufbau des mentalen Modells führt.

Zusammenfassend können die beschriebenen Bereiche der fachsprachlichen Kompetenzen nicht als unabhängig voneinander betrachtet werden, denn auch die Kenntnis des Fachwortschatzes beeinflusst das Textverständnis. Dies zeigte sich in Untersuchungen zum Leseverstehen: Für das Verständnis naturwissenschaftlicher Texte im Englischen beispielsweise stellte sowohl die Kenntnis des allgemeinsprachlichen Wortschatzes als auch die Kenntnis des naturwissenschaftlichen Wortschatzes einen relevanten Prädiktor dar (Taboada, 2012). Dies zeigte sich unabhängig von den untersuchten Sprachgruppen der Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache beziehungsweise Lernenden, die Englisch als Fremdsprache lernten. Die Kenntnis des allgemeinsprachlichen und des fachsprachlichen Wortschatzes scheint demnach für alle Lernenden relevant zu sein, um fachsprachliche Texte zu verstehen.

Mit Blick auf die Erhebung fachsprachlicher Kompetenzen stellt sich die Frage, inwieweit diese unabhängig von mathematischer Kompetenz einerseits und unabhängig von den allgemein- und bildungssprachlichen Kompetenzen andererseits erhoben werden können. Operationalisierungen mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen finden sich beispielsweise im englischsprachigen Raum. In einer Studie von Bae, Hickson und Chiang (2015) wurden die Definitionen mathematischer Fachbegriffe als Indikator fachsprachlicher Kompetenzen erhoben, um die geringeren Leistungen in Textaufgaben von Kindern mit Autismus-Spektrum-Störung im Vergleich zu Lernenden mit einem typischen Entwicklungsverlauf zu erklären. Erhebungen in Bezug auf das textintegrative Verständnis finden sich in anderen Fächern. So wurde für das Fach Chemie ein fachbezogener C-Test für die 7. Klasse entwickelt (Özcan, 2013). C-Tests bestehen aus einem in sich geschlossenen Text, in dem einzelne Wörter nach einem bestimmten Muster beschädigt sind (Baur & Spettmann, 2008). Auch für das Fach Mathematik könnten C-Tests eine Möglichkeit darstellen, um fachsprachliche Kompetenzen in Bezug auf das textintegrative Verständnis zu erheben.

In Bezug auf Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache wird auch für fachsprachliche Kompetenzen vermutet, dass diese bei Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache in geringerem Maße vorliegen. In diesem Zusammenhang untersuchten Gogolin und Schwarz (2004) Sprachproduktionen von Schülerinnen und Schülern der siebten Jahrgangsstufe hinsichtlich der Verwendung von mathematischen Fachbegriffen und Konjunktionen. Die Sprachproduktionen beziehen sich dabei auf die Paraphrasierung eines mathematischen Aufgabentextes oder auf eine Konstruktionsbeschreibung. Dabei zeigte sich, dass Lernende mit Migrationshintergrund (die in dieser Studie zu Hause überwiegend russisch oder türkisch sprachen) deutlich weniger Fachbegriffe verwendeten als Lernende ohne Migrationshintergrund. Außerdem enthielten ihre Sprachproduktionen weniger Konjunktionen, was auf eine geringere Textkohärenz ihrer Aussagen schließen lässt.

In Bezug auf den Erwerb mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen wird angenommen, dass der mathematische Fachwortschatz im Unterricht als Lernziel gesehen und damit explizit thematisiert wird – auch wenn Unterrichtsbeobachtungen teilweise auf Verbesserungsmöglichkeiten in der Einführung mathematischer Fachbegriffe hindeuten (Schütte, 2009). In Abgrenzung dazu werden im Mathematikunterricht alltagssprachliche Begriffe verwendet, die im Sinne einer mathematischen Operation (z.B. *dazukommen* als Addition) interpretiert werden müssen. Während diese Begriffe im Mathematikunterricht meist in Sachsituationen eingebettet sind, kommen diese auch in realen Alltagssituationen der Kinder vor. Es sind demnach nicht die Wörter an sich, denn diese sind den Kindern aus Alltagssituationen bekannt, sondern die diesen Wörtern zugrundeliegenden mathematischen Strukturen, die hier ein potentielles Problem darstellen. Diese müssen im Unterricht zunächst erlernt und systematisiert werden. Die beschriebenen Alltagssituationen sind zudem häufig in der Familie lokalisiert. Finden diese Situationen auf einer von der Unterrichtssprache abweichenden Sprache statt, kann vermutet werden, dass die Vernetzung des Wissens nicht in gleichem Maße stattfindet (Gogolin, 2009). Darüber hinaus wird vermutet, dass das Verständnis mathematikhaltiger Texte und die damit verbundenen bildungs- und fachsprachlichen Kompetenzen im Unterricht kaum explizit behandelt werden (ebd.). Dem gegenüber stehen von institutioneller Seite hohe Erwartungen an die Sprachkompetenzen im Fach Mathematik, die im Folgenden kurz beschrieben werden.

3.2.3 Normative Erwartungen an sprachliche Kompetenzen im Fach Mathematik

Von institutioneller Seite werden Sprachkompetenzen und der explizite Umgang mit Sprache im Fach Mathematik spätestens seit Veröffentlichung der nationalen Bildungsstandards gefordert. Die darin formulierten prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen beziehen sich unter anderem ganz explizit auf sprachliche Lernziele. Im Bereich des *Mathematischen Argumentierens* sollen beispielsweise Lösungswege begründet, beim *Kommunizieren* die Fachsprache adressatengerecht verwendet werden (KMK, 2004b). Neuere Lehrpläne greifen diese Forderungen explizit auf, wie etwa der bayerische *Lehrplan PLUS* (StMBW, 2014), in dem die sprachliche Bildung als Aufgabe aller Fächer und damit auch als ein *Beitrag des Faches Mathematik zu den übergeordneten Bildungs- und Erziehungszielen* genannt wird. Spezifiziert wird die Umsetzung dieser Forderung, indem mathematische Satz- und Wortspeichern erstellt und die prozessbezogenen Kompetenzen des *Kommunizierens* und *Argumentierens* im Unterricht konsequent aufgegriffen werden sollen.

Es wird deutlich, dass zum Ende der vierten Klasse eine Vielzahl sprachlicher Kompetenzen mit Bezug auf die Mathematik von den Schülerinnen und Schülern erwartet werden, die – den auf den Bildungsstandards basierenden Lehrplänen folgend – von Beginn der Grundschulzeit an von den Lernenden eingefordert und erwartet werden. Diese stellen auch für Kinder mit guten allgemeinsprachlichen Kompetenzen eine große Herausforderung dar und müssen gezielt erlernt werden. Betrachtet man hier allein die lexikalische Ebene, so werden bereits im Verlauf der Grundschulzeit ca. 500 mathematische Fachbegriffe (z.B. *Zehner*, *addieren* oder *Quader*) eingeführt (Weis, 2013). Aufbauend auf diesem Wissen werden in den weiterführenden Schulen weitere Begriffe eingeführt sowie mit komplexeren mathematischen Inhalten auch zunehmend anspruchsvollere sprachliche Anforderungen gestellt, wie sich auch in den Bildungsstandards und den von ihnen geprägten Lehrplänen für die Sekundarstufe zeigt (KMK, 2004a, 2012). Die Erwartungen an eine Auseinandersetzung mit Sprache im Mathematikunterricht bleiben also über die gesamte Schulzeit erhalten.

Zusammenfassung. Zusammenfassend wird angenommen, dass die in diesem Abschnitt (*3.2*) dargestellten sprachlichen Kompetenzen notwendig sind, um die in *Abschnitt 3.1* im Rahmen der Sprachregister beschriebenen sprachlichen Anforderungen in mathematikhaltigen Situationen sowie im Unterrichtsgespräch zu bewältigen. Es wurde dargestellt, dass die Sprachregister der Alltags-, Bildungs- und Fachsprache aufeinander aufbauen, sodass die Sprachkompetenzen zur Bewältigung der Anforderungen der mathematischen Fachsprache stets auch mit Sprachkompetenzen zur Bewältigung von Anforderungen der Bildungs- und der Alltagssprache einhergehen. Mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen zeigen damit Überschneidungen mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen und umfassen zudem auch Teile des konzeptuellen mathematischen Wissens. Fachsprachliche Kompetenzen können also keinesfalls als losgelöst von mathematischen Inhalten betrachtet werden und umfassen damit stets auch die Kenntnis der den Fachbegriffen oder einem Fachtext zugrunde liegenden mathematischen Konzepte und Strukturen. Erhebungen von fachsprachlichen Kompetenzen sollten dies berücksichtigen, indem neben fachsprachlichen Kompetenzen auch mathematische Kompetenz sowie allgemeinsprachliche Kompetenzen erfasst werden, um diese im Rahmen statistischer Analysen abzugrenzen.

Die beschriebenen sprachlichen Kompetenzen stellen eine Voraussetzung dar, um sprachliche Anforderungen des Mathematikunterrichts zu bewältigen. Sprachliche Kompetenzen können sich dabei einerseits auf die in der Testsituation gezeigte mathematische Kompetenz auswirken, wenn sprachliche Anforderungen in Mathematikaufgaben durch mangelnde Sprachkompetenzen eine besondere Schwierigkeit darstellen. Andererseits können sich sprachliche Kompetenzen auf den mathematischen Kompetenzerwerb auswirken, wenn sprachliche Anforderungen im Unterrichtsdiskurs durch geringe Sprachkompetenzen nicht bewältigt werden können. Daran anknüpfend werden im Folgenden sprachliche Anforderungen in der Testsituation (*Kapitel 3*) sowie im Unterricht (*Kapitel 4*) thematisiert.

4 Die Rolle der Sprache in mathematischen Testaufgaben

Enthalten Mathematikaufgaben die beschriebenen sprachlichen Anforderungen, so sind zur Bewältigung dieser mathematischen Aufgaben auch Sprachkompetenzen notwendig. Es wäre also denkbar, dass die Relevanz allgemeinsprachlicher Kompetenzen zur Erklärung der mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache (vgl. *Kapitel 2*) in der Testsituation begründet liegt. Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache könnten demnach mathematische Testanforderungen nicht in gleichem Ausmaß bewältigen, da diese mit sprachlichen Anforderungen zusammenhängen. Daran anschließend wird in diesem Kapitel zunächst die Validität von mathematischen Kompetenztests und deren Abhängigkeit von sprachlichen Anforderungen beschrieben (*4.1*). Weiterhin wird im Rahmen des Zusammenhangs von sprachlichen Anforderungen mathematischer Testaufgaben und deren Aufgabenschwierigkeit betrachtet, ob und welche sprachlichen Anforderungen schwierigkeitsgenerierende Merkmale von mathematischen Testaufgaben darstellen (*4.2*). Abschließend werden sprachliche Testanpassungen, die der Reduktion sprachlicher Anforderungen in mathematischen Testaufgaben dienen, sowie deren Wirkung auf die mathematische Leistung von Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache thematisiert (*4.3*).

4.1 Eine Frage der Testvalidität

Nach Moosbrugger und Kelava (2012, S. 13) gilt ein Test „dann als valide (*gültig*), wenn er das Merkmal, das er messen soll, auch wirklich misst und nicht irgendein anderes“. Ein mathematischer Kompetenztest sollte demnach idealerweise ausschließlich das Konstrukt der mathematischen Kompetenz erfassen. Allein die üblicherweise schriftliche Darbietung eines mathematischen Kompetenztests macht jedoch deutlich, dass die mathematische Kompetenz selten unabhängig von den Sprachkompetenzen, die beispielsweise zum Lesen der Aufgabeninstruktion oder zum Beschreiben eines Lösungsweges notwendig sind, erfasst wird. Die Validität eines mathematischen Kompetenztests reduziert sich demnach möglicherweise, wenn die Items zu viele sprachliche Anforderungen enthalten. Dies gilt für alle Schülerinnen und Schüler, stellt aber insbesondere dann ein Problem dar, wenn Lernende mit guten Sprachkompetenzen mit Lernenden mit geringen Sprachkompetenzen verglichen werden, wie in *Abschnitt 4.2* beschrieben wird.

Neben der Abhängigkeit mathematischer Kompetenz von sprachlichen Kompetenzen durch sprachliche Anforderungen der Testsituation, können mathematische Testwerte auch durch Sprachkompetenzen im Lernprozess beeinflusst werden. Geringe

Sprachkompetenzen wirken sich hier möglicherweise negativ auf den mathematischen Kompetenzerwerb aus, wie in *Kapitel 4* thematisiert wird. Unabhängig davon, ob Sprachkompetenzen den Stand der mathematischen Kompetenz in der Testsituation oder den Erwerb mathematischer Kompetenz im Lernprozess beeinflusst haben, setzt sich die Varianz der erhobenen Testwerte aus mathematischer Kompetenz und Sprachkompetenzen zusammen. In der Testsituation wird jedoch der Stand der mathematischen Kompetenz erhoben, ohne die Kompetenzentwicklung zu berücksichtigen, sodass – wenn der Einfluss der Sprachkompetenzen im Lernprozess zu begründen ist – insgesamt eine valide gemeinsame Varianz vorliegt. Wird hingegen der Lösungsprozess einer mathematischen Aufgabe durch Sprachkompetenzen beeinflusst, enthält die gemeinsame Varianz der Testwerte Sprachkompetenzen, die die Validität des mathematischen Kompetenztests reduzieren. Um die Validität von mathematischen Kompetenztests genauer zu betrachten, werden zunächst verschiedene Operationalisierungen mathematischer Kompetenz thematisiert.

Operationalisierungen mathematischer Kompetenz basieren auf verschiedenen Kompetenzmodellen beziehungsweise theoretischen Rahmenkonzeptionen. Wie bereits beschrieben, wurde die mathematische Kompetenz im Rahmen von PISA als mathematische Grundbildung definiert (OECD, 2001). Hier wird die Fähigkeit erhoben, Anforderungen der Umwelt mit Hilfe der Mathematik zu bewältigen. Der Begriff der *mathematical literacy* für den englischsprachigen Raum lässt vermuten, dass es sich dabei um eine mathematische Kompetenz handelt, die in hohem Maße mit Sprachkompetenzen zusammenhängt. Die theoretische Rahmenkonzeption zur Erhebung mathematischer Kompetenz bei TIMSS bezieht sich hingegen auf mathematische Inhaltsbereiche (z.B. Arithmetik oder Geometrie) sowie auf kognitive Dimensionen (Wissen, Anwenden und Begründen) innerhalb dieser Inhaltsbereiche (Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan & Preuschoff, 2009). Über die Schulleistungsstudien hinaus wird die mathematische Kompetenz zudem häufig mit curricular validen Testinstrumenten erhoben (Chudaske, 2012; Heinze et al., 2011). Diese Testinstrumente wurden orientiert an den Inhalten des Lehrplans der jeweiligen Jahrgangsstufe konzipiert und verfolgen das Ziel, den bis zu dieser Jahrgangsstufe zu erwerbenden Stand der mathematischen Kompetenz möglichst umfassend zu erheben. Daneben finden sich Operationalisierungen mathematischer Kompetenz, die auf einzelne Aufgabentypen, wie z.B. Textaufgaben (z.B. Kempert et al., 2011) oder zusätzlich dazu arithmetische Rechenaufgaben (Hickendorff, 2013), fokussieren. Insbesondere der Vergleich verschiedener Aufgabentypen, die hinsichtlich ihrer sprachlichen Anforderungen variieren, kann Hinweise darauf geben, welche Relevanz sprachliche Kompetenzen für die Lösung mathematischer Aufgaben haben und ob dies für alle Aufgabentypen in gleichem Maße zutrifft. Diese differenzierte Betrachtung der mathematischen Kompetenz sowie deren Zusammenhang mit sprachlichen Kompetenzen werden in *Kapitel 5* beschrieben. An dieser Stelle wird im Weiteren der von sprachlichen Kompetenzen beeinflusste Lösungsprozess von Mathematikaufgaben betrachtet.

Im Rahmen von sprachlichen Analysen der PISA-Items thematisieren Dryvold, Bergqvist und Österholm (2015) den Lösungsprozess von Mathematikaufgaben aus theoretischer Perspektive. In ihrem Modell (siehe Abbildung 1) gehen die Autoren davon aus, dass sowohl die mathematische Kompetenz als auch die Lesekompetenz den Lösungsprozess einer Mathematikaufgabe bestimmen und beschreiben diese als zwei unterschiedliche, sich jedoch teilweise überlappende Fähigkeitsbereiche. Für die erfolgreiche Lösung einer Mathematikaufgabe ist also zunächst die von sprachlichen Kompetenzen unabhängige mathematische Kompetenz erforderlich. Andererseits ist eine allgemeine, von mathematischer Kompetenz unabhängige, Lesekompetenz notwendig, um beispielsweise einzelne Wörter zu dekodieren und komplexe Satzstrukturen zu verknüpfen. Diese beiden Fähigkeitsbereiche überlappen sich in der fachbezogenen Lesekompetenz. Die fachbezogene Lesekompetenz umfasst den Teil der Lesekompetenz, mit der die spezifischen Anforderungen des Sprachregisters der mathematischen Fachsprache bewältigt werden.

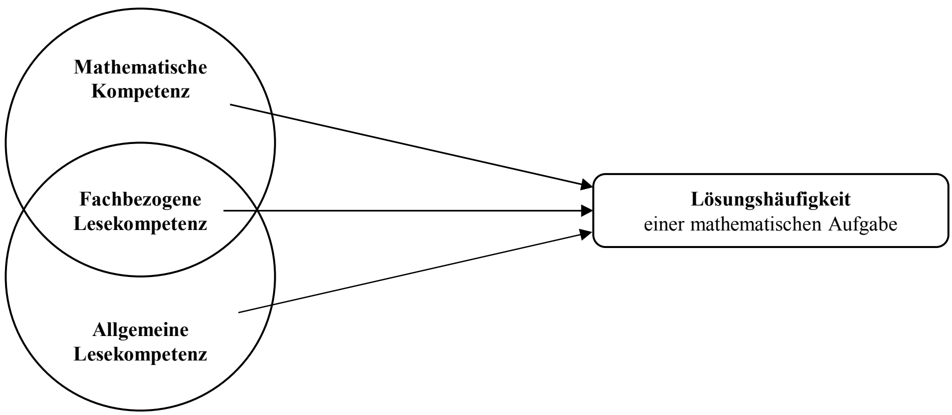


Abbildung 1. Darstellung des Zusammenhangs von mathematischer Kompetenz und allgemeiner bzw. fachbezogener Lesekompetenz sowie deren angedeuteter Beitrag zur Lösungshäufigkeit einer mathematischen Aufgabe (angelehnt an Dryvold et al., 2015)

Wie bereits in *Abschnitt 3.2* beschrieben, wird auch an dieser Stelle deutlich, dass fachsprachliche Kompetenzen mit mathematischer Kompetenz einerseits und mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen andererseits zusammenhängen, also konzeptuelle Überschneidungen vorliegen. Damit erfassen Operationalisierungen von mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen immer auch Anteile mathematischer Kompetenz sowie Anteile der allgemeinsprachlichen Kompetenzen. Empirische Erhebungen sollten dies berücksichtigen, indem zusätzlich zu fachsprachlichen Kompetenzen auch mathematische Kompetenz sowie allgemeinsprachliche Kompetenzen erhoben werden. In statistischen Analysen kann damit die gemeinsame Varianz von fachsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz einerseits sowie von fachsprachlichen und allgemeinsprachlichen Kompetenzen andererseits betrachtet werden. Zudem kann die

Varianz fachsprachlicher Kompetenzen jeweils für den gemeinsamen Varianzanteil mit mathematischer Kompetenz beziehungsweise allgemeinsprachlichen Kompetenzen kontrolliert werden.

Je nachdem, wie viele und welche sprachlichen Anforderungen eine Mathematikaufgabe enthält, verschieben sich die beiden Fähigkeitsbereiche, sodass die fachbezogene Lesekompetenz zum Lösen einer Mathematikaufgabe je nach Aufgabe einen unterschiedlich großen Beitrag leistet. Während sich nach dem Modell in Abbildung 1 die Fähigkeitsbereiche bei einer Modellierungsaufgabe mit Sachtext deutlich überlappen, findet sich bei Mathematikaufgaben mit kurzen Instruktionstexten vermutlich ein deutlich kleinerer Beitrag der fachbezogenen Lesekompetenz sowie bei symbolisch dargestellten arithmetischen Rechenaufgaben möglicherweise ein nur sehr kleiner bis gar kein Beitrag der fachbezogenen Lesekompetenz. Wird die fachbezogene Lesekompetenz als Teil mathematischer Kompetenz verstanden (vgl. Härtig et al., 2015), ändert sich die Validität eines mathematischen Kompetenztests nicht, wenn Aufgaben neben mathematischen Anforderungen (die weiterhin den größeren Teil der Anforderungen des Tests darstellen sollten) auch fachsprachliche Anforderungen enthalten und damit neben mathematischer Kompetenz auch fachsprachliche Kompetenzen zur Lösung der Aufgabe notwendig sind. Wenn allerdings ein hoher Anteil der allgemeinen Lesekompetenz zur Lösung einer Mathematikaufgabe erforderlich ist, gehen Dryvold et al. (2015) davon aus, dass dies die Validität eines mathematischen Kompetenztests reduziert. Dass mathematische Kompetenz auch empirisch eng mit Lesekompetenz zusammenhängt, zeigte sich beispielsweise in der internationalen Schulleistungsstudie PISA (OECD, 2014). Vergleichbare Ergebnisse fanden sich in der Studie von Vilenius-Tuohimaaa, Aunola und Nurmi (2008), die Kinder der vierten Jahrgangsstufe hinsichtlich ihrer Leistungen im Leseverstehen sowie in mathematischen Textaufgaben untersuchten. Für das Leseverstehen und die mathematische Kompetenz im Bereich der Textaufgaben zeigte sich dabei ein starker Zusammenhang. In Anlehnung an das Modell von Dryvold et al. (2015) in Abbildung 1 könnte der Frage nachgegangen werden, welcher Teil dieser Lesekompetenz, die mit der mathematischen Kompetenz im Bereich der Textaufgaben zusammenhängt, fachbezogene Lesekompetenz und welcher Teil allgemeine Lesekompetenz darstellt. Die Autoren untersuchten jedoch neben dem Leseverstehen auch die Lesefertigkeit (hier gemessen mit einem Test zur Worterkennung, also im Sinne des Dekodierens). Sie konnten zeigen, dass der Zusammenhang der Lesekompetenz mit der mathematischen Kompetenz im Bereich der Textaufgaben auch dann signifikant erhalten blieb, wenn die Lesefertigkeit kontrolliert wurde. Aus diesem korrelativen Zusammenhang vermuten Vilenius-Tuohimaaa et al. (2008), dass die für die Lösung mathematischer Textaufgaben notwendige Lesekompetenz mehr als das Dekodieren der im Text enthaltenen Wörter umfasst. Möglicherweise handelt es sich an dieser Stelle um Kohärenzbildungen während des Lesens, die bei Textaufgaben eng mit den mathematischen Inhalten eines Textes verknüpft sind. Insgesamt deuten die berichteten Zusammenhänge von mathematischer Kompetenz und Lesekompetenz an, dass zur

Lösung mathematischer Aufgaben Lesekompetenz erforderlich ist, wobei an dieser Stelle keine kausalen Beziehungen berichtet wurden.

Zusammenfassung. Soweit wurde dargestellt, dass Operationalisierungen mathematischer Kompetenz häufig sprachliche Anforderungen enthalten und damit auch sprachliche Kompetenzen messen. Eine gemeinsame Varianz von mathematischer Kompetenz und Sprachkompetenzen wird dann als problematisch für die Testvalidität angesehen, wenn Sprachkompetenzen sich auf den Lösungsprozess in der Testsituation auswirken – jedoch nicht, wenn Sprachkompetenzen den mathematischen Kompetenzerwerb im Rahmen des Lernprozesses beeinflussen. Sprachliche Anforderungen, die die Validität eines mathematischen Kompetenztests reduzieren, werden auch als konstruktirrelevante sprachliche Anforderungen bezeichnet, da sie keinen Teil der mathematischen Anforderungen darstellen. Eine Reduktion der Testvalidität durch konstruktirrelevante sprachliche Anforderungen stellt insbesondere dann ein Problem dar, wenn die mathematischen Leistungen von Lernenden mit unterschiedlich ausgeprägten Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache (also der Sprache, in der die Leistungserhebung üblicherweise stattfindet) verglichen werden sollen. Hier kann vermutet werden, dass konstruktirrelevante sprachliche Anforderungen in den Testaufgaben für Lernende mit geringeren Sprachkompetenzen eine höhere Schwierigkeit darstellen und diese Anforderungen demnach die gemessene mathematische Kompetenz von Lernenden mit geringeren Sprachkompetenzen unabhängig von deren realer mathematischer Kompetenz zusätzlich negativ beeinflussen. Um diesen Fragen der Testvalidität nachzugehen, wurden in verschiedenen Studien sprachliche Anforderungen von Mathematikaufgaben untersucht und in Abhängigkeit der Aufgabenschwierigkeit betrachtet. Diese Studien werden im folgenden Abschnitt beschrieben.

4.2 Zusammenhang von sprachlichen Merkmalen und Aufgabenschwierigkeit

Zur Analyse der sprachlichen Anforderungen von Mathematikaufgaben wurden lexikalische und grammatikalische Merkmale der Sprachregister der Alltags-, Bildungs- und Fachsprache in den Blick genommen. Daneben wurde der sprachliche Umfang von Mathematikaufgaben (im Sinne der Anzahl der Wörter oder Sätze) betrachtet. Die Untersuchungseinheit stellen dabei die Texte der Mathematikaufgaben oder Texte in mathematischen Schulbüchern dar, die hinsichtlich des Wortgebrauchs mit mathematischen oder nichtmathematischen Textcorpora verglichen (Bergqvist, Dyrvold & Österholm, 2012; Dryvold et al., 2015; Gürsoy, Benholz, Renk, Prediger & Büchter, 2013) oder hinsichtlich ausgewählter sprachlicher Merkmale von Experten codiert wurden (Haag et al., 2013; Shaftel, Belton-Kocher, Glasnapp & Poggio, 2006).

Shaftel et al. (2006) untersuchten die sprachlichen Anforderungen von Mathematikaufgaben der vierten, siebten und zehnten Jahrgangsstufe im Rahmen einer Vollerhebung in einem US-Bundesstaat. Dabei codierten Experten den Umfang der Aufgaben (die Anzahl der Wörter, Sätze und Absätze), syntaktische Merkmale (komplexe Verben, Passivkonstruktionen, Pronomen, Präpositionen), mathematische Fachbegriffe und mehrdeutige Begriffe (die sich hier allerdings nicht auf mathematische Inhalte beziehen). In Regressionsanalysen wurden die sprachlichen Merkmale als Prädiktoren der Lösungsrate mathematischer Aufgaben untersucht. Dabei zeigte sich bei gemeinsamer Betrachtung aller sprachlichen Merkmale, dass deren Relevanz zur Erklärung der Lösungsrate mathematischer Aufgaben in der vierten Jahrgangsstufe deutlich höher ist als in der zehnten Jahrgangsstufe. Sprachliche Anforderungen scheinen demnach vor allem zu Beginn der Schulzeit mit der Aufgabenschwierigkeit zusammenzuhängen. Möglicherweise werden im Verlauf der Schulzeit zunehmend bildungs- und fachsprachliche Kompetenzen erworben, sodass die Lösung mathematischer Aufgaben mit fortschreitendem Alter in geringerem Ausmaß von sprachlichen Kompetenzen abhängt. Weiterhin wurden in der Studie von Shaftel et al. (2006) einzelne sprachliche Merkmale als Prädiktoren betrachtet. Nur die Anzahl mathematischer Fachbegriffe in Aufgabentexten hängt über alle untersuchten Jahrgangsstufen hinweg signifikant mit der Aufgabenschwierigkeit zusammen. Vergleichbare Zusammenhänge zeigen sich für das Vorkommen von Präpositionen, Pronomen, komplexe Verben und mehrdeutige Begriffe – allerdings nur im Zusammenhang mit den Aufgabenschwierigkeiten in der vierten Jahrgangsstufe. Relationsbegriffe hängen hingegen nur in der siebten Jahrgangsstufe signifikant negativ mit der Lösung mathematischer Aufgaben zusammen. Für die anderen Merkmale, insbesondere die Anzahl der Wörter, zeigte sich kein bedeutsamer Zusammenhang mit der Aufgabenschwierigkeit. Demnach vermuten die Autoren, dass die Schwierigkeit einer Mathematikaufgabe nicht durch Sprache per se, sondern durch bestimmte sprachliche Anforderungen (wie beispielsweise Fachbegriffe oder Präpositionen) beeinflusst wird.

Ähnliche Ergebnisse zeigten sich in der Analyse der sprachlichen Anforderungen von zentralen Prüfungsaufgaben der zehnten Jahrgangsstufe in einem deutschen Bundesland (Gürsoy et al., 2013). Auch hier stellte die Satz- und Textlänge keinen sprachlichen Schwierigkeitsbereich dar, während Präpositionen und alltagssprachliche Begriffe (z.B. *Erlös*; diese sind vergleichbar mit den oben berichteten mehrdeutigen Begriffen) eine sprachliche Hürde kennzeichneten. Fachbegriffe hingegen wurden in dieser Studie nicht als sprachliche Schwierigkeit identifiziert. Dies zeigte sich auch in einer Pilotierungsstudie zur Analyse des Wortgebrauchs in den schwedischen PISA-Aufgaben (Bergqvist et al., 2012). Im Vergleich mit mathematischen und nichtmathematischen (also alltagsbezogenen) Textcorpora wurden vier Arten von Wörtern unterschieden: die Kombination aus gewöhnlichen und ungewöhnlichen Wörtern in Bezug auf den Alltag und die Mathematik. Als gewöhnlich wird ein Wort dann kategorisiert, wenn es in einer bestimmten Häufigkeit in einem der Textcorpora vorkommt. Die Wortkategorien wurden anschließend im Zusammenhang mit der Aufgabenschwierigkeit sowie mit der für die jeweilige Aufgabe eingeschätzten Leseanforderung analysiert. Die Anzahl der mathematischen Fachbegriffe (im Sinne der Kategorie der Wörter, die gewöhnlich in der Mathematik, aber ungewöhnlich im Alltag sind) korrelierte weder mit der Aufgabenschwierigkeit noch der eingeschätzten Leseanforderung des Items. Für alle anderen Wörter zeigten sich hingegen bedeutsame positive Zusammenhänge mit der Aufgabenschwierigkeit sowie tendenziell negative Zusammenhänge mit der eingeschätzten Leseanforderung. Die Autoren vermuten jedoch, dass sich diese Zusammenhänge auf die Anzahl der Wörter einer Aufgabe zurückführen lassen, denn diese hängt in dieser Studie in vergleichbarem Ausmaß mit der Aufgabenschwierigkeit beziehungsweise mit der Leseanforderung zusammen. In der anschließenden Hauptstudie (Dryvold et al., 2015) wurde die Anzahl der kategorisierten Wörter aus diesem Grund an der gesamten Anzahl der Wörter der jeweiligen Aufgabe relativiert. Mit dieser Methode zeigte sich nur mehr ein bedeutsamer Zusammenhang der Wortkategorien mit der eingeschätzten Leseanforderung. Für die Aufgabenschwierigkeit fand sich hingegen kein bedeutsamer Zusammenhang mit den vorkommenden kategorisierten Wörtern. Eine hohe Leseanforderung hing insbesondere mit dem Vorkommen von Wörtern zusammen, die sowohl im Alltag als auch in der Mathematik als ungewöhnlich kategorisiert wurden. Für Fachbegriffe zeigte sich auch in der Hauptstudie kein signifikanter Zusammenhang mit der Leseanforderung. Im Hinblick auf das Modell in Abbildung 1 können Fachbegriffe in diesem Sinne der fachbezogenen Lesekompetenz zugeordnet werden (Dryvold et al., 2015). Insbesondere die in beiden Bereichen ungewöhnlichen Begriffe stellen eine Leseanforderung dar und sind damit dem Bereich der allgemeinen Lesekompetenz zuzuordnen, die die Validität des mathematischen Kompetenztests möglicherweise reduziert. Allerdings zeigt sich in dieser Studie kein Zusammenhang mit der Aufgabenschwierigkeit.

Soweit finden sich insbesondere einzelne Merkmale der Bildungssprache (z.B. Präpositionen) und ungewöhnliche oder mehrdeutige Alltagsbegriffe als sprachliche Anforderungen, die mit der Schwierigkeit von Mathematikaufgaben zusammenhängen (Dryvold et al., 2015; Shaftel et al., 2006). Für mathematische Fachbegriffe zeigt sich hingegen ein uneinheitliches Bild. Während Fachbegriffe bei Shaftel et al. (2006) einen relevanten Prädiktor der Aufgabenschwierigkeit darstellen, zeigte sich in den weiterhin betrachteten Studien kein signifikanter Zusammenhang von mathematischen Fachbegriffen und Aufgabenschwierigkeit (Bergqvist et al., 2012; Dryvold et al., 2015; Gürsoy et al., 2013). Allerdings wurden Fachbegriffe bei Shaftel et al. (2006) als ungewöhnliche oder schwierige Wörter, die spezifisch für die Mathematik sind, definiert. Im Gegensatz dazu wurden Fachbegriffe in anderen Studien als die im Fach Mathematik bis zu einer bestimmten Jahrgangsstufe erworbenen Fachbegriffe operationalisiert (z.B. Gürsoy et al., 2013). Möglicherweise wird unter der Definition von Shaftel et al. (2006) eine größere Anzahl an Fachbegriffen zusammengefasst als in den anderen Studien. Zusammenfassend wird in der vorliegenden Arbeit angenommen, dass Fachbegriff die Schwierigkeit einer Mathematikaufgabe und damit die Validität eines mathematischen Kompetenztests nicht stark beeinflussen. Werden jedoch fachsprachliche Kompetenzen im Sinne der Kenntnis von Fachbegriffen explizit erhoben und als Prädiktor mathematischer Kompetenz betrachtet, so zeigte sich in einer Erhebung in Südafrika die Relevanz der Kenntnis mathematischer Fachbegriffe in der vierten bis zur siebten Jahrgangsstufe (van der Walt, 2009). Auch eine US-amerikanische Studie, in der die Leistungen in Textaufgaben von 10-jährigen Kindern mit und ohne Autismus-Spektrum-Störung verglichen wurden, deutet eine Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen (hier operationalisiert durch die Abfrage von Definitionen) für *alle* Kinder an (Bae et al., 2015). In dieser Studie stellte außerdem das mathematische Alltagswissen (also das Erkennen mathematischer Inhalte in Alltagssituationen, hier erhoben über einen standardisierten Fragebogen) einen relevanten Prädiktor mathematischer Kompetenz dar. Dabei kann vermutet werden, dass realitätsbezogene Aufgaben besondere sprachliche Anforderungen an die Lernenden stellen, indem mit der Alltagssprache beschriebene Alltagssituationen im Sinne der Mathematik interpretiert werden müssen.

Die bisher betrachteten sprachlichen Anforderungen wurden im Hinblick auf alle Schülerinnen und Schüler berichtet. Darüber hinaus stellt sie die Frage, ob einzelne sprachliche Anforderungen in Mathematikaufgaben für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache eine besondere Schwierigkeit darstellen. Dies schließt an die Vermutung an, dass der Erwerb bildungssprachlicher Kompetenzen für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache eine besondere Hürde darstellt (vgl. Heppt et al., 2012). Außerdem wird hier im Hinblick auf die Testvalidität die Frage eingeschlossen, ob für Lernende mit unterschiedlichen Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache Testfairness vorliegt, wobei Testfairness im Sinne vergleichbarer Testvalidität für alle Lernenden verstanden wird. Wie bereits beschrieben, liegt für einzelne sprachliche Anforderungen ein Zusammenhang mit der Aufgabenschwierigkeit und damit ein möglicher Einfluss auf die Testvalidität durch konstruktirrelevante sprachliche Anforderungen vor. Wenn diese Anforderungen für Lernende mit geringen Sprachkompetenzen eine besondere Schwierigkeit darstellen sollten, würde sich demnach auch die Testvalidität für diese Lernenden zu der Testvalidität für Lernende mit guten Sprachkompetenzen unterscheiden.

Um die Frage der Validität mathematischer Kompetenztests in Bezug auf Gruppen mit unterschiedlichen sprachlichen Kompetenzen zu untersuchen, werden im Folgenden Studien zum *Differential Item Functioning* (*DIF*) betrachtet. Betragsmäßig hohe DIF-Werte entsprechen dabei unterschiedlichen Schwierigkeiten eines Items für Schülerinnen und Schüler vergleichbaren mathematischen Kompetenzniveaus aus den beiden untersuchten Gruppen. Die unterschiedlichen Itemschwierigkeiten sind also durch eine konstruktirrelevante Varianz in den Testwerten bedingt, sodass das Item für eine der beiden Gruppen zusätzliche Anforderungen enthält und sich hinsichtlich der Validität in den betrachteten Gruppen unterscheidet. Die im nächsten Abschnitt dargestellten DIF-Studien verfolgen das Ziel, konstruktirrelevante Schwierigkeiten von Items zu identifizieren, um diese in weiteren Erhebungen möglichst zu reduzieren und damit eine für alle Lernende vergleichbare Testvalidität herzustellen. In Bezug auf sprachliche Anforderungen von Mathematikaufgaben werden Gruppen von Lernenden betrachtet, für die sprachliche Anforderungen eine besondere Hürde darstellen könnten – Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache, Lernende mit

Sprachschwierigkeiten (bis hin zu einer Sprachentwicklungsstörung) oder Lernende mit Lernschwierigkeiten, die häufig auch mit sprachlichen Defiziten einhergehen.

Haag et al. (2013) untersuchten den Einfluss der bildungs- und fachsprachlichen Anforderungen der Mathematikaufgaben der bundesweiten VERA-Erhebungen in der dritten Jahrgangsstufe auf die Itemschwierigkeiten von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Dabei wurden die sprachlichen Anforderungen von Experten kodiert. DIF-Analysen zeigten, dass der Umfang des Aufgabentextes, das Vorkommen bildungssprachlicher Begriffe sowie die Anzahl der Nominalisierungen jeweils einzeln zu unterschiedlichen Itemschwierigkeiten zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache beitrugen. Der Einfluss des Umfangs von Aufgabentexten zeigte sich auch in DIF-Analysen der Leistungen von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache in einem Test zum Leseverstehen in der vierten Jahrgangsstufe (Heppt, Haag, Böhme & Stanat, 2015). Fachbegriffe hingegen waren in der Studie von Haag et al. (2013) weder mit DIF-Werten noch mit den kodierten Merkmalen der Bildungssprache verknüpft. Die bereits berichteten Zusammenhänge zwischen sprachlichen Anforderungen und Aufgabenschwierigkeit in der US-amerikanischen Studie von Shaftel et al. (2006) unterscheiden sich hingegen nicht zwischen den Gruppen der Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache und Lernenden mit Lernschwierigkeiten sowie den Lernenden ohne ein Merkmal, das sprachliche Schwierigkeiten implizieren könnte. DIF-Analysen von Martiniello (2009) zeigten jedoch für die vierte Jahrgangsstufe, dass erhöhte sprachliche Anforderungen mit höheren Itemschwierigkeiten für Lernende mit nichtenglischer Familiensprache einhergehen. Diese wurden jedoch reduziert, wenn Items nichtsprachliche, schematische Repräsentationen, die beispielsweise numerische Eigenschaften zwischen Variablen darstellen, enthalten. Diese Repräsentationen könnten demnach genutzt werden, um gleiche Testbedingungen zwischen Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache herzustellen. Daran anknüpfend stellt sich die Frage, ob auch Items, die den Umgang mit solchen nichtsprachlichen, schematischen Repräsentationen erfassen (z.B. mit Mehrsystemblöcken oder der Stellenwerttafel), von Lernenden mit unterschiedlicher Familiensprache in vergleichbarem Maße gelöst werden. In der Studie von Martiniello (2009) wurden die Item hinsichtlich der Komplexität der sprachlichen Anforderungen lediglich auf einer fünfstufigen Skala von Experten kodiert. Um im Nachhinein detaillierte Aussagen zu den lexikalischen und grammatikalischen Merkmalen der Items mit hohen DIF-Werten zu erhalten, führte Martiniello (2008) ergänzend kognitive Interviews mit Lernenden spanischer Herkunftssprache durch. Die Bearbeitungsprozesse machten deutlich, dass insbesondere komplexe, verschachtelte Satzstrukturen, unbekannte sowie mehrdeutige Wörter, üblicherweise in der Familie erlernte Wörter und Bezüge zur US-amerikanischen Kultur eine besondere Schwierigkeit für die Lernenden mit spanischer Familiensprache darstellten. Hinweise für die Relevanz von alltagssprachlichen Begriffen sowie von Präpositionen im deutschsprachigen Raum finden sich auch in einer qualitativen Interviewstudie mit Siebtklässlerinnen und Siebtklässlern mit russischem Migrationshintergrund im Rahmen der Bearbeitung von Textaufgaben (Duarte et al., 2011). Hier stellten beispielsweise der alltagssprachliche Begriff *Salzbergwerk* sowie die Bedeutung der Präpositionen *über* und *unter* im Sinnzusammenhang eine besondere Schwierigkeit dar. Einschränkend ist anzumerken, dass nur Lernende mit Migrationshintergrund untersucht wurden und deren Bearbeitungen nicht im Vergleich zu denen von Lernenden ohne Migrationshintergrund betrachtet werden können. Einzelne alltags- und bildungssprachliche Merkmale stellen demnach eine besondere Schwierigkeit für Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache dar. Für mathematische Fachbegriffe im Sinne der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Definition hingegen gilt dies nicht. Die Schwierigkeit mathematischer Aufgaben hängt demnach nicht konsistent mit sprachlichen Anforderungen zusammen. Dies deutet darauf hin, dass der Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz nicht oder nicht nur in der Testsituation begründet liegt.

Im Rahmen der DIF-Studien wurden Unterschiede in den Zusammenhängen von sprachlichen Merkmalen und der Aufgabenschwierigkeit für Lernende unterschiedlicher Familiensprachen analysiert. Den damit beobachteten korrelativen Zusammenhängen können unterschiedliche Ursachen zugrunde liegen. Sind die sprachlichen Merkmale für eine Gruppe bei vergleichbarem mathematischem Kompetenzniveau besonders relevant, können die Unterschiede einerseits in der Testsituation und der ihr enthaltenen sprachlichen Anforderungen begründet liegen. Es wäre andererseits auch denkbar, dass diese Gruppe nicht über die zur Bewältigung der Aufgabe notwendigen Kompetenzen verfügt – also Kompetenzunterschiede zwischen den Gruppen vorliegen. Im Rahmen der DIF-Studien sind diese Ursachen nicht zu trennen. Aufschluss können hier experimentelle Studien zu sprachlichen Testanpassungen liefern (z.B. Abedi, Courtney, Leon, Kao & Azzam, 2006), die die sprachlichen Anforderungen der Testsituation reduzieren und damit eine für alle Lernenden vergleichbare Testsituation schaffen. Liegen hier dennoch Unterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache vor, lässt dies einen Rückschluss auf Unterschiede in den Kompetenzen der Lernenden zu.

Zusammenfassung. Es konnten in der Vergangenheit sprachliche Merkmale identifiziert werden, die mit der Schwierigkeit von Mathematikaufgaben zusammenhängen und damit potentiell die Validität mathematischer Kompetenztests beeinflussen oder gar deutlich reduzieren. Hervorzuheben ist, dass mathematische Fachbegriffe keine schwierigkeitsgenerierenden Merkmale von Mathematikaufgaben darstellen (Bergqvist et al., 2012; Gürsoy et al., 2013). Darüber hinaus stellt sich die Frage, welche Anforderung die Kenntnis mathematischer Fachbegriffe *an sich* birgt und welche Relevanz diese fachsprachliche Kompetenz für den Erwerb mathematischer Kompetenz hat. Erste Studien zeigten die Kenntnis von Fachbegriffen als signifikanten Prädiktor mathematischer Kompetenz (Bae et al., 2015; van der Walt, 2009). Werden weiterhin Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache betrachtet, so stellten auch für diese Gruppe die Fachbegriffe keine besondere Schwierigkeit in Mathematikaufgaben dar. Es sind vielmehr komplexe sprachliche Konstruktionen, bildungssprachliche Begriffe, unbekannte oder mehrdeutige alltagssprachliche Begriffe und der Umfang des Aufgabentextes, die Mathematikaufgaben für Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache schwieriger gestalten (Duarte et al., 2011; Gogolin et al., 2004; Haag et al., 2013; Martiniello, 2008).

Anknüpfend an die geringe Relevanz der Fachbegriffe sowie die hohe Relevanz grammatikalischer Merkmale der Fachsprache (z.B. Nominalisierungen) für die Aufgabenschwierigkeit bei Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache stellt sich die Frage, ob fachsprachliche Kompetenzen (die den Umgang mit lexikalischen *und* grammatikalischen Merkmalen in mathematikhaltigen Texten einschließen) für diese Lernenden eine besondere Anforderung darstellen. Fachsprachliche Kompetenzen sollten hier explizit erhoben und im Zusammenhang mit der mathematischen Kompetenz von Lernenden unterschiedlicher Familiensprache untersucht werden. Darüber hinaus stellt sich die Frage, ob fachsprachliche Kompetenzen über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus zur Erklärung von mathematischen Leistungsunterschieden zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache beitragen können. Umfassende Erhebungen in Bezug auf allgemein- und fachsprachliche Kompetenzen wären hier wünschenswert.

Um anknüpfend an die DIF-Studien vergleichbare Testbedingungen für alle Lernenden und damit Testfairness herzustellen, können die identifizierten sprachlichen Merkmale in Testanpassungen reduziert, modifiziert oder beispielsweise durch schematische Repräsentationen unterstützt werden. Es wird der Frage nachgegangen, ob Unterschiede in den sprachlichen Anforderungen von Mathematikaufgaben in der Testsituation oder der individuellen Kompetenz der Lernenden begründet liegen. Verschiedene sprachliche Testanpassungen sowie deren Wirkung auf die mathematische Leistung werden in *Abschnitt 4.3* beschrieben.

4.3 Sprachliche Testanpassungen und ihre Wirkung

Sprachliche Testanpassungen verfolgen das Ziel, konstruktirrelevante sprachliche Anforderungen zu reduzieren, um die mathematische Kompetenz möglichst unabhängig von sprachlichen Kompetenzen zu erheben. Dies ist insbesondere dann relevant, wenn Gruppen von Lernenden verglichen werden sollen, die aufgrund ihrer Kontextfaktoren möglicherweise unterschiedliche Sprachkompetenzen mitbringen. Testanpassungen versuchen demnach eine für alle gleiche und faire Testsituation zu schaffen. Testanpassungen und ihre Effekte auf die Mathematikleistungen wurden insbesondere in den USA untersucht, um bei Vollerhebungen in einzelnen Bundesstaaten faire Testbedingungen für Lernende mit englischer und nichtenglischer Familiensprache zu untersuchen. Sprachunabhängige Testanpassungen beziehen sich hier etwa auf eine erhöhte Erhebungszeit oder Pausen innerhalb der Erhebung (Abedi, Hofstetter & Lord, 2004). Sprachbasierte Testanpassungen werden laut Abedi et al. (2004) deutlich seltener eingesetzt und umfassen beispielsweise bilinguale Testversionen (in denen der Test in beiden Sprachen gelesen werden kann), Wörterbücher, Vorlesen von Aufgabentexten, Vereinfachungen der verwendeten Sprache und Übersetzungen von Testaufgaben in die Herkunftssprache der Lernenden (in denen der Test nur in der Herkunftssprache der Lernenden präsentiert wird). Die drei zuletzt genannten Testanpassungen werden im Folgenden genauer betrachtet.

Vorlesen mathematischer Aufgabentexte. Das Vorlesen mathematischer Aufgabentexte soll insbesondere Schwierigkeiten aufgrund mangelnder Lesekompetenz im Bereich des Dekodierens ausschließen. Helwig, Rozek-Tedesco, Tindal, Heath und Almond (1999) konnten in Bezug auf mathematische Multiple-Choice-Aufgaben in der sechsten Jahrgangsstufe zeigen, dass die mündliche Präsentation von Testaufgaben die mathematische Leistung von schwachen Lesern verbesserte. Die Testaufgaben lagen hier in Form eines Videos vor, in dem die Aufgaben sowohl schriftlich dargeboten als auch vorgelesen wurden. Ein vergleichbares Ergebnis zeigte sich – ebenfalls in Bezug auf schwache Leser – für die dritte Jahrgangsstufe (Ketterlin-Geller, Yovanoff & Tindal, 2007). Auch Grundschulkinder mit Lernschwierigkeiten (die mit sprachlichen Schwierigkeiten einhergehen) profitierten von vorgelesenen Aufgabentexten deutlich mehr als Lernende ohne Lernschwierigkeiten (Helwig, Rozek-Tedesco & Tindal, 2002), wobei sich bei einer Studie in der Sekundarstufe der umgekehrte Effekt zeigte (Elbaum, 2007). Hier erzielten die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler in der Vorleseversion höhere Werte als in der Version mit schriftlich dargebotenen Aufgaben – die Lernenden ohne Lernschwierigkeiten jedoch in höherem Ausmaß. In Bezug auf Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache finden sich bei Abedi et al. (2004) Empfehlungen, Aufgabentexte vorzulesen, wenn mündliche Sprachkompetenzen (vgl. BICS) bereits gut ausgeprägt vorliegen, während bildungssprachliche Kompetenzen (vgl. CALP) kaum vorhanden sind – Wirksamkeitsstudien werden jedoch nicht berichtet. Nachdem das Vorlesen von Aufgabentexten für schwache Leser und Lernende mit Lernschwierigkeiten in der Grundschule jedoch eine wirkungsvolle Testanpassung zu sein scheint, wurden auch in einer Pilotierungsstudie der vorliegenden Arbeit der Hälfte der Kinder die Aufgabentexte vorgelesen. Hier zeigte sich allerdings der gegenteilige Effekt. Kinder, denen die Aufgabentexte vorgelesen wurden, erzielten geringere mathematische Leistungen, als die Kinder, denen die Aufgabentexte nicht vorgelesen wurden (Bochnik & Ufer, 2013). Es wurde daher in der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt, gleiche Testbedingungen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache durch das Vorlesen von Aufgabentexten zu schaffen.

Sprachliche Vereinfachung. Das Ziel von sprachlichen Vereinfachungen ist die Reduktion von konstruktirrelevanten sprachlichen Anforderungen, indem Wörter und Sätze umformuliert, kurze Sätze und bekannte Wörter verwendet werden (Abedi, 2005; Abedi et al., 2004). Im Vergleich von Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache zeigten sprachlich vereinfachende Testanpassungen jedoch keinen signifikant größeren Effekt auf die Mathematikleistung der Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache (Abedi et al., 2006). Insgesamt deutet sich in der Zusammenfassung von Abedi et al. (2004) sowie bei einer Untersuchung in Botswana (Prophet & Badede, 2009) jedoch an, dass sprachliche Vereinfachungen eine für *alle* Lernenden hilfreiche Testanpassung darstellen. In der vorliegenden Arbeit soll die mathematische Kompetenz diesen Ergebnissen folgend *sprachfair* erhoben werden. Sprachfair meint dabei, die in einer Aufgabe verwendete Sprache soweit wie möglich zu reduzieren, ohne dabei die mathematische Anforderung der Aufgabe zu verändern. Den bisherigen Erkenntnissen nach trägt dies weniger dazu bei, gleiche Testbedingungen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zu schaffen, als vielmehr eine validere Erhebung mathematischer Kompetenz bei allen Lernenden zu gewährleisten.

Einbezug der Herkunftssprache. Weiterhin wurde in Studien die mathematische Kompetenz in der Herkunftssprache der Lernenden erfasst, Testaufgaben also in die Herkunftssprache der Lernenden übersetzt. Hier stellt sich zunächst das Problem, dass identische Übersetzungen selten möglich sind. In ihren praktischen Implikationen beschreiben Abedi et al. (2004) Testversionen in der Herkunftssprache nur dann als sinnvoll, wenn auch der Unterricht in dieser Sprache stattfindet, also eine *sprachliche Kontinuität* vorliegt. Den Lernenden stehen die bildungs- und fachsprachlichen Begriffe in ihrer Herkunftssprache sonst möglicherweise nicht zur Verfügung, sodass diese Testanpassung eine zusätzliche Schwierigkeit bergen könnte. Neben der geringen Wirksamkeit scheint diese Testanpassung für Deutschland allein aufgrund der heterogenen Zusammensetzung der Gruppe der Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache schwer umsetzbar (vgl. dazu die Beschreibungen der Zusammensetzung der PISA- oder TIMSS-Stichprobe in *Kapitel 2*).

Neben sprachlichen Vereinfachungen und dem Einbezug der Herkunftssprache untersuchten Kieffer, Lesaux, Rivera und Francis (2009) fünf weitere Testanpassungen (englische Wörterbücher, bilinguale Wörterbücher, zweisprachige Testhefte, zweisprachige Fragestellungen und zusätzliche Erhebungszeit) in ihrer Metaanalyse zu elf US-amerikanischen Studien im Bereich der sprachlichen Testanpassungen. Dabei handelte es sich bei sechs der elf gewählten Studien um Studien der Arbeitsgruppe um Jamal Abedi. Über alle elf Studien hinweg konnten Kieffer et al. (2009) zeigen, dass lediglich die englischen Wörterbücher zu einer bedeutsamen Verbesserung der Mathematikleistungen der Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache im Vergleich zu Lernenden mit englischer Familiensprache führten – und dieser Effekt zudem als klein zu bewerten ist (erwartet wird eine Reduktion der Leistungsunterschied um 10-25%). Die Autoren sehen in diesen Ergebnissen die Relevanz von Sprachkompetenzen für die mathematische Kompetenz als nochmals deutlich bestätigt an und verweisen insbesondere auf den Unterricht. Wenn selbst valide sprachliche Testanpassungen zu erheblichen Leistungsunterschieden zwischen Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache führen, werden bildungssprachliche Kompetenzen an Lernende mit nichtenglischer Familiensprache bisweilen nicht ausreichend vermittelt. Auch Abedi et al. (2006) verweisen auf den Unterricht und vermuten, dass Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht von Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache nicht in gleicher Weise genutzt werden können.

Zusammenfassung. In *Kapitel 2* wurden sprachliche Anforderungen des Faches Mathematik und die zur Bewältigung dieser Anforderungen notwendigen sprachlichen Kompetenzen differenziert betrachtet. Um die Relevanz von Sprachkompetenzen für die mathematische Kompetenz im Detail zu untersuchen, wurde in *Kapitel 3* zunächst die Testsituation in den Blick genommen. Sprachliche Anforderungen in Testaufgaben beeinflussen hier möglicherweise die Validität eines mathematischen Kompetenztests – insbesondere für Lernende mit geringeren Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache. Für Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache stellen bildungssprachliche Anforderungen eine Herausforderung dar, während dies für mathematische Fachbegriffe nicht gilt (Haag et al., 2013). Ursachen dieser Unterschiede können in der Testsituation oder in den individuellen Kompetenzen der Lernenden begründet liegen. Um die Testsituation als eine mögliche Ursache zu untersuchen, wurden in experimentellen Studien sprachliche Testanpassungen eingesetzt, um vergleichbare Testbedingungen und damit eine vergleichbare Testvalidität für alle Lernenden unabhängig von ihren Sprachkenntnissen herzustellen. Die Effekte sprachlicher Testanpassungen wurden in Bezug auf die Leistungen von Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache beschrieben. Mit einer Ausnahme (den englischen Wörterbüchern) reduzierten die Testanpassungen die Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache jedoch nicht (Kieffer et al., 2009). Es zeigen sich demnach trotz sprachlicher Testanpassungen sprachlich bedingte Unterschiede in den mathematischen Leistungen. Damit deutet sich an, dass weniger die sprachlichen Anforderungen in der Testsituation als vielmehr der Erwerb mathematischer Kompetenz im Unterricht von den Sprachkompetenzen der Lernenden beeinflusst wird. Für die vorliegende Arbeit leitet sich die Frage ab, welche von Sprache beeinflussten Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht vorkommen und ob diese von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache in gleicher Weise genutzt werden können. Die Relevanz der Sprache im Mathematikunterricht wird im Rahmen von *Kapitel 4* thematisiert.

5 Die Rolle der Sprache im Unterricht

Um die Rolle der Lerngelegenheiten im Unterricht zur Erklärung von interindividuellen mathematischen Leistungsunterschieden sowie Unterschieden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zu untersuchen, werden zunächst bisherige Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten sowie die Konzeptualisierung eines lernwirksamen Unterrichts in der Unterrichtsforschung thematisiert (*5.1*). Daran anbindend wird die Konzeptualisierung der sprachbasierten Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht sowie deren Nutzung in Anlehnung an die sprachlichen Anforderungen des Mathematikunterrichts und die Funktionen von Sprache im Unterricht vorgestellt (*5.2*). Abschließend wird der Zusammenhang der Nutzung von sprachbasierten Lerngelegenheiten mit der mathematischen Kompetenz betrachtet (*5.3*).

5.1 Lerngelegenheiten in der Unterrichtsforschung

In diesem Abschnitt werden bestehende Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten in der Unterrichtsforschung sowie deren Operationalisierung in Studien zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden, die einen unterschiedlichen Unterricht besucht haben oder den gleichen Unterricht möglicherweise unterschiedlich nutzen können, dargestellt (*5.1.1*). Die damit thematisierten Indikatoren des Unterrichts werden anschließend in das Angebots-Nutzungs-Modell der Wirkungsweise des Unterrichts eingeordnet, welches verschiedene Faktoren sowie Indikatoren darstellt, die einen lernwirksamen Unterricht bedingen beziehungsweise bedingen können (*5.1.2*).

5.1.1 Bestehende Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten

In *Kapitel 4* wurden sprachliche Testanpassungen dargestellt, die jedoch für die Zielgruppe der Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache keine Wirksamkeit im Sinne von geringeren Kompetenzunterschiede zu den Lernenden mit einer der Unterrichtssprache entsprechenden Familiensprache zeigten (Kieffer et al., 2009). Daran anschließend wird in diesem Abschnitt die Vermutung verschiedener Autoren aufgegriffen, dass sprachbezogene mathematische Kompetenzunterschiede nicht vorwiegend in der Testsituation, sondern im Mathematikunterricht und explizit in einer unterschiedlichen Möglichkeit zur Nutzung von Lerngelegenheiten zu begründen sind (Abedi et al., 2004; Kieffer et al., 2009). Neben dem Kontext sprachbezogener Leistungsunterschiede wurde dieser Schluss auf die Relevanz des Unterrichts und der ihm enthaltenen Lerngelegenheiten auch im Rahmen der internationalen Schulleistungsstudien gezogen, um Unterschiede in den Schulleistungen der Schülerinnen und Schüler verschiedener Länder zu erklären (vgl. Floden, 2002). Die in den internationalen Schulleistungsstudien gezeigte Leistung wird von den im Unterricht erworbenen Kompetenzen beeinflusst, wobei für einen Vergleich der Leistungen zwischen Ländern idealerweise alle teilnehmenden Schülerinnen und Schüler einen vergleichbaren Unterricht besucht hätten. Unterricht basiert jedoch in verschiedenen Ländern und häufig sogar in verschiedenen Regionen eines Landes auf unterschiedlichen Lehrplänen, einer unterschiedlichen Lehrerbildung und unterschiedlichen finanziellen Mitteln – um nur einige wenige Faktoren zu beschreiben, die den Unterricht und die im Unterricht dargebotenen Lerngelegenheiten beeinflussen können.

Lerngelegenheiten werden im Rahmen der internationalen Schulleistungen seit der *First International Mathematics Study* (FIMS) im Jahr 1964 diskutiert. Dabei wurden Lerngelegenheiten (im Englischen *opportunities to learn – OTL*) in Bezug dazu definiert, ob die Lernenden im Unterricht die Möglichkeit hatten, sich mit einem bestimmten Lerninhalt auseinanderzusetzen und ob sie Gelegenheiten hatten, bestimmte Aufgabentypen, die im Test geprüft wurden, zu lösen (Husen, 1967; zitiert nach Floden, 2002). Bei TIMSS 2011 wurden Lerngelegenheiten im Rahmen des curricularen Modells, welches der Konzeption der TIMS-Studie zugrunde liegt, beschrieben (Mullis et al., 2009). Dabei umfasst der in einem Land vorgesehene Lehrplan (*intended curriculum*) den nationalen, sozialen und den bildungsbezogenen Kontext eines Landes, der umgesetzte Lehrplan (*implemented curriculum*) den Kontext bezogen auf die Schule, die Lehrkraft und die Klasse und die mit dem Lehrplan erreichten Ziele (*attained curriculum*) die Leistungen der Schülerinnen und Schüler. Lerngelegenheiten wurden hier mit Fragebögen insbesondere zum umgesetzten Lehrplan – beispielsweise über Selbstberichte der Lehrkräfte zu ihrer Unterrichtsvorbereitung und ihren Unterrichtsmethoden – erhoben. Auch die im Folgenden beschriebenen Lerngelegenheiten beziehen sich häufig auf den intendierten als auch auf den umgesetzten Lehrplan.

In der Literatur (insbesondere in der US-amerikanischen) finden sich nach wie vor ähnliche Definitionen zu der von Husen (1967). Lerngelegenheiten werden beispielsweise definiert als die in der Schule gelehrten Inhalte, womit die Möglichkeit geschaffen wird, sich mit bestimmten Inhalten überhaupt auseinanderzusetzen. In Bezug auf die Wirksamkeit dieser Lerngelegenheiten werden die Inhalte, die in der Schule gelehrt werden, mit den Inhalten, die Schülerinnen und Schüler lernen (oder angeben gelernt zu haben), ins Verhältnis gesetzt (Schmidt & Maier, 2009). Lerngelegenheiten zeigen dieser Definition folgend also dann die größtmögliche Wirkung, wenn Schülerinnen und Schüler alle Inhalte, die im Unterricht vermittelt wurden, auch gelernt haben (beziehungsweise angeben diese gelernt zu haben). Indem die Inhalte erfasst werden, die im Unterricht gelehrt wurden, wird überprüft, ob die Lernenden überhaupt die Möglichkeit hatten, bestimmte Inhalte, die beispielsweise in nationalen und internationalen Vergleichsstudien erhoben werden, zu lernen und diese Kompetenz damit im Test zu zeigen (Herman, Klein & Abedi, 2000). Stevens, Wiltz und Bailey (1998) beschreiben vier Indikatoren für Lerngelegenheiten, für die ein Zusammenhang mit dem Lehren und

Lernen im Unterricht angenommen wird. *Content coverage* erfasst, ob die Inhalte des Lehrplans für die entsprechende Jahrgangsstufe oder einen bestimmten mathematischen Inhaltsbereich behandelt wurden, während *content exposure* sich auf die Zeit bezieht, die im Unterricht für einzelne Inhaltsbereiche eingeplant wurde. Dabei wird angenommen, dass ein größerer Zeitraum mit einer ausführlicheren Thematisierung des Inhaltsbereichs einhergeht. Weiterhin verstehen Stevens et al. (1998) unter *content emphasis* die Inhaltsbereiche, auf die im Rahmen des Unterrichts ein Schwerpunkt gesetzt wurde. Die Schwerpunktsetzung wird dabei als Hinweis angesehen, zu welchen Inhaltsbereichen ein niedrigeres Kompetenzniveau (im Sinne von Rechenfertigkeiten oder dem Erinnern von Faktenwissen) erworben werden konnte und zu welchen Inhaltsbereichen ein höheres Kompetenzniveau (im Sinne eines kritischen Problemlösens) erreicht wurde. Außerdem beschreiben die Autoren *quality of instructional delivery* als die eingesetzten Methoden der Lehrkraft, um den Unterricht zu strukturieren.

Neben den beschriebenen Indikatoren wurden im Rahmen der Operationalisierung von Lerngelegenheiten auch Ressourcen der Schule (z.B. die Ausstattung der Schule mit Materialien und finanziellen Mitteln), Merkmale der Lehrkraft (z.B. ihre Ausbildung und Berufserfahrung) und die im Unterricht verwendeten Unterrichtsmethoden (z.B. Gruppenarbeit oder Einzelarbeitsphasen) in den Blick genommen (Abedi et al., 2006; Herman et al., 2000; Pianta, Belsky, Houts & Morrison, 2007; Scherff & Piazza, 2008). Erhoben wurden diese Indikatoren über Lehrer- und Schülerfragebögen, Lehrereinschätzungen oder Lehrerinterviews. Einschätzungen zu den Unterrichtsmethoden wurden teilweise ergänzt durch Inhaltsanalysen von realen oder von der Lehrkraft als für ihren Unterricht typisch beschriebenen Aufgaben und Unterrichtsmaterialien (Baumert et al., 2010; Herman et al., 2000). Damit sollten über strukturelle Rahmenbedingungen des Unterrichts hinaus Einblicke in die mit Aufgaben oder Materialien möglicherweise geschaffenen Lernprozesse gewonnen werden. Zusammenfassend wurden in Studien zu Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht die im Unterricht thematisierten Inhalte (vgl. *content coverage*) am häufigsten als Indikator verwendet und meist mit Lehrer- und Schülerfragebögen operationalisiert (Abedi & Herman, 2010). Beispielsweise sollten die Lernenden in einer Studie von Abedi et al. (2006) angeben, welche Inhalte sie im Mathematikunterricht behandelt hatten. Um die Validität solcher Selbsteinschätzungen zum Unterricht zu analysieren, untersuchten Herman et al. (2000) am Beispiel der Unterrichtsmethoden neben den Einschätzungen der Lernenden und ihrer Lehrkräfte auch die von der Lehrkraft als typisch eingeschätzten Aufgaben. Diese wurden hinsichtlich ihres Potentials für lernwirksame Lernprozesse kodiert. Dabei zeigte sich, dass die Einschätzungen der Lehrkraft sowie die der Lernenden ihrer Klasse zu den Unterrichtsmethoden weitestgehend mit den objektiv kodierten Aufgaben übereinstimmten. Fragebögen scheinen demnach an dieser Stelle ein valides Erhebungsinstrument zur Erfassung von Unterrichtsmethoden als Indikator für Lerngelegenheiten zu sein.

Bestehende Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten erfassen also häufig strukturelle Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts wie etwa die im Unterricht behandelten mathematischen Inhalte, die Zeit für Gruppenarbeiten oder die Ausstattung der Schule mit Materialien und finanziellen Mitteln (z.B. Pianta et al., 2007). Dabei werden Einschätzungen der am Unterricht beteiligten Personen – der Lehrkräfte und der Schülerinnen und Schüler – herangezogen, um einen Einblick in den Mathematikunterricht zu gewinnen. Auch die Analyse von typischen Aufgaben verdeutlicht, was im Unterricht passiert und welche Lernprozesse möglicherweise stattfinden. Diese Operationalisierungen zeigen, welche Lerngelegenheiten in einem bestimmten Mathematikunterricht vorkommen, die wiederum von den Schülerinnen und Schülern dieser Klasse genutzt werden können. Ob Lerngelegenheiten tatsächlich genutzt werden, könnte der Definition von Schmidt und Maier (2009) folgend ein Vergleich der Leistungen der Lernenden oder der von ihnen berichteten mathematischen Inhalte im Unterricht mit den Inhalten, die von der Lehrkraft berichtet wurden, zeigen. Es kann jedoch mit den berichteten Indikatoren nicht direkt operationalisiert werden, ob einzelne Lernende die Lerngelegenheiten nutzen, ob bei ihnen also tatsächlich Lernen im Sinne einer kognitiven Weiterentwicklung stattfindet. Ein Vergleich der berichteten Lerngelegenheiten mit dem Lernerfolg könnte Aufschluss darüber geben, welche Bedeutung die einzelnen Lerngelegenheiten für den Lernprozess haben. Bereits Herman et al. (2000) weisen darauf hin, dass das Konstrukt der Lerngelegenheiten erfassen soll, inwieweit Lernende in konstruktivistische Lernprozesse involviert sind, in denen beispielsweise neue Inhalte in das Vorwissen integriert werden und Lernende sich aktiv mit Lerninhalten auseinandersetzen. Daran anknüpfend wird im Folgenden das Angebots-Nutzungs-Modell zur Wirkungsweise des Unterrichts vorgestellt (Schrader & Helmke, 2008), in dem die von den Lernenden genutzten Lernangebote des Unterrichts thematisiert und im Zusammenhang mit Lerngelegenheiten betrachtet werden.

5.1.2 Lernen und Lernangebote im Unterricht

Unterricht wird im Rahmen des Angebots-Nutzungs-Modells (siehe Abbildung 2) als Lernangebot verstanden (Schrader & Helmke, 2008). Damit nehmen die Autoren eine konstruktivistische Perspektive auf den Lehr-Lern-Prozess ein, indem Unterricht nicht *an sich*, sondern vermittelt über die Lernaktivitäten des Lernenden auf dessen Kompetenzentwicklung wirkt. Lernen im konstruktivistischen Sinne wird auch als *verständnisvolles Lernen* bezeichnet und von Baumert und Köller (2000, S. 273) folgendermaßen beschrieben: „Verständnisvolles Lernen ist ein aktiver individueller Konstruktionsprozess, in dem Wissensstrukturen verändert, erweitert, vernetzt, hierarchisch geordnet oder neu generiert werden. Auch verständnisvolles rezeptives Lernen ist in diesem Sinne eine Konstruktionsleistung. […] Entscheidend für verständnisvolles Lernen ist die aktive mentale Verarbeitung, die sich in der handelnden Auseinandersetzung mit der sozialen oder natürlichen Umwelt oder im Umgang mit Symbolsystemen vollzieht.“ Der Lernende muss also selbst aktiv werden, sodass verständnisvolle Lernprozesse nicht direkt von außen gesteuert, sondern lediglich angeregt werden können. Im Angebots-Nutzungs-Modell werden Bedingungsfaktoren für verständnisvolle Lernprozesse (im

Sinne von Lernaktivitäten der Lernenden) und für die Wirkungen dieser Lernprozesse (im Sinne der Schulleistung) sowie deren komplexe Beziehungen zueinander dargestellt (vgl. Helmke, 2012; Schrader & Helmke, 2008; Ufer, Heinze & Lipowsky, 2015). Dabei wird zwischen distalen Faktoren, die einen hohen Erklärungsabstand zu den Lernaktivitäten und deren Wirkungen aufweisen und proximalen Faktoren, die sich direkt auf den Lernprozess auswirken, unterschieden. Familiäre Kontextfaktoren stellen einen distalen Faktor dar und umfassen unter anderem den familiären Sprachgebrauch und die soziale Herkunft, deren Relevanz zur Erklärung mathematischer Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund bereits in *Kapitel 2* der vorliegenden Arbeit ausführlich thematisiert wurde. Direkt, also proximal, werden Lernaktivitäten und deren Wirkung von den kognitiven Merkmalen der Lernenden (wie beispielsweise deren Vorwissen oder deren kognitiven Fähigkeiten) sowie von deren motivationalen und volitionalen Merkmalen beeinflusst. Außerdem wirken weitere Kontextfaktoren in Bezug auf die Gesellschaft, die Schule sowie die Klasse (z.B. das Klassenklima) direkt auf die gesamte Wirkkette aus den Merkmalen der Lehrkraft, den unterrichtlichen Bedingungen, den Lernaktivitäten sowie deren Wirkungen. Um Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht sowie deren Nutzung durch die Lernenden in das beschriebene Angebots-Nutzungs-Modell einzuordnen, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit insbesondere die in Abbildung 2 hervorgehobene Wechselwirkung aus dem Unterricht als Lernangebot sowie den Lernaktivitäten der Lernenden betrachtet.

Der Unterricht als Lernangebot lässt sich dabei hinsichtlich seiner Quantität und seiner Qualität beschreiben (Schrader & Helmke, 2008). Die Quantität ist bedingt durch Vorgaben des jeweiligen Lehrplans, durch die Nutzung der zur Verfügung stehenden Zeit im Sinne von Lernaktivitäten, durch Unterrichtsausfall und individuelle Fehlzeiten. In Bezug auf die Unterrichtsqualität beschreiben Schrader und Helmke (2008) die beiden Teilbereiche der Klassenführung und Unterrichtsorganisation sowie der Unterrichtsqualität im engeren Sinne. Während im Rahmen der Unterrichtsqualität mit einer effektiven Klassenführung – etwa durch die Einführung von Regeln für angemessenes Verhalten – die Rahmenbedingungen eines guten Unterrichts hergestellt werden können, spricht die Unterrichtsqualität im engeren Sinne Lernangebote zur Förderung verständnisvoller Lernprozesse an. Strukturen des Unterrichts, die verständnisvolle Lernprozesse anregen, werden dabei auch als *Gelegenheitsstrukturen* oder *Tiefenstrukturen* bezeichnet – in Abgrenzung zu *Sichtstrukturen* oder *Oberflächenstrukturen*, die beobachtbare Unterrichtsmerkmale wie etwa Unterrichtsphasen (z.B. Einführung oder Übung) oder die Unterrichtsorganisation (z.B. Frontalunterricht oder Gruppenarbeit) umfassen und damit die Rahmenbedingungen eines lernwirksamen Unterrichts beschreiben (Pauli & Reusser, 2003; Ufer et al., 2015). In der Unterrichtsforschung wird der kognitiven Aktivierung sowie der konstruktiven Lernerunterstützung eine besondere Bedeutung für einen lernwirksamen Unterricht zugeschrieben (Baumert et al., 2010; Schrader & Helmke, 2008).

Die in *Abschnitt 5.1.1* beschriebenen Konzeptualisierungen und Operationalisierungen der Lerngelegenheiten im Unterricht im Allgemeinen sowie im Mathematikunterricht im Speziellen stellen insbesondere Indikatoren für die Quantität des Unterrichts (z.B. durch Erhebung der für einen Lerninhalt verwendeten Unterrichtszeit) sowie für Kontextfaktoren des Unterrichts (z.B. die finanziellen Mittel einer Schule) dar. Einzelne Operationalisierungen nehmen die Qualität des Mathematikunterrichts in den Blick, indem typische Aufgaben hinsichtlich ihres Potentials für konstruktivistische Lernprozesse analysiert werden (Baumert et al., 2010; Herman et al., 2000). Bestehende Operationalisierungen von Lerngelegenheiten beziehen sich demnach insgesamt eher auf Sichtstrukturen des Unterrichts, die die Voraussetzungen eines lernwirksamen Unterrichts darstellen. Kritik an den bestehenden Operationalisierungen findet sich beispielsweise bei Hiebert und Grouws (2007, S. 379): „Opportunity to learn as a concept that links teaching and learning is best viewed as something more nuanced and complex than simply exposure to subject matter.“

Daran anknüpfend und in Anlehnung an das Angebots-Nutzungs-Modell werden Lerngelegenheiten in der vorliegenden Arbeit als Lernangebote des Unterrichts verstanden, die der Unterrichtsqualität im engeren Sinne zuzuordnen sind und generell mit verständnisvollen Lernprozessen einhergehen. Zu einer Nutzung der Lerngelegenheiten kommt es dann, wenn die Lernenden die Lernangebote wahrnehmen und ein verständnisvoller Lernprozess tatsächlich stattfindet. Die Nutzung von Lerngelegenheiten ist damit einerseits abhängig davon, ob der Unterricht entsprechende Lernangebote enthält (was wiederum maßgeblich von der Lehrkraft beeinflusst wird) und andererseits davon, ob die Lernenden diese Angebote im Sinne eines verständnisvollen Lernprozesses nutzen. Damit kann auch die Nutzung von Lerngelegenheiten – in Anlehnung an die Lernaktivitäten im Angebots-Nutzungs-Modell – durch den Unterricht an sich angeregt, unterstützt, gefördert und kontrolliert werden, wird aber letztendlich durch den Lernenden selbst im Rahmen seiner individuellen Möglichkeiten (wie beispielsweise seine allgemeinsprachlichen Kompetenzen) gesteuert.

Die in diesem Sinne definierten Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht werden in der vorliegenden Arbeit im Kontext der sprachbezogenen mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache betrachtet. Lerngelegenheiten stellen dann eine potentiell vermittelnde Variable für den Zusammenhang von sprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz dar, wenn die Nutzung dieser Lerngelegenheiten sprachliche Anforderungen enthalten und damit von den sprachlichen Kompetenzen der Lernenden beeinflusst werden. Lerngelegenheiten, die sprachliche Anforderungen enthalten, werden im Folgenden als *sprachbasierte Lerngelegenheiten* bezeichnet und in *Abschnitt 5.2* für den Mathematikunterricht beschrieben.

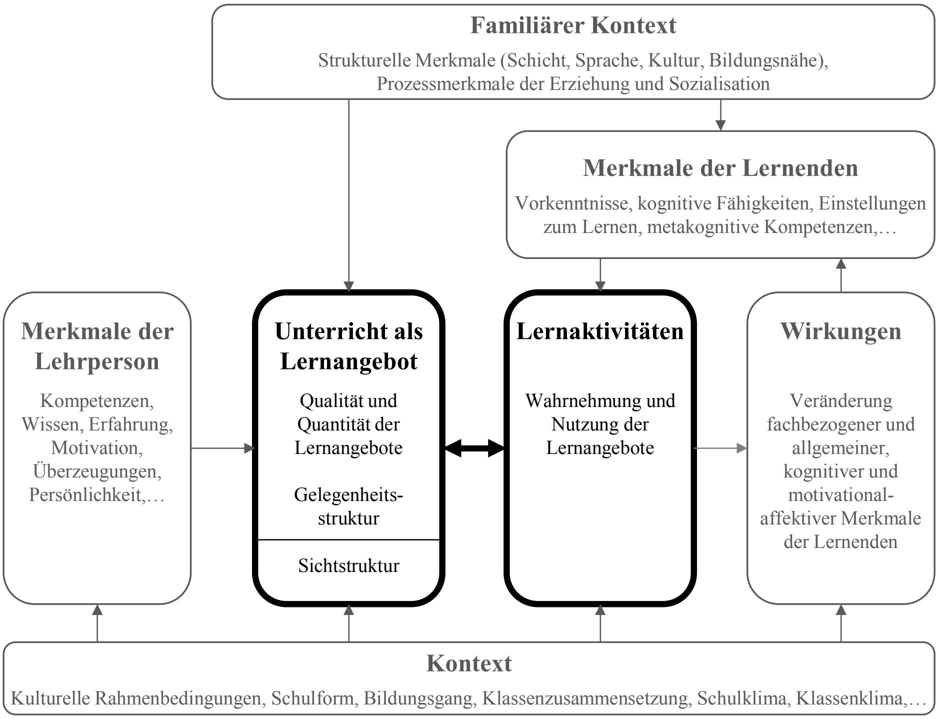


Abbildung 2. Angebots-Nutzungs-Modell der Wirkungsweise des Unterrichts (in Anlehnung an Helmke, 2012; Schrader & Helmke, 2008; Ufer et al., 2015). Hervorgehoben sind die Aspekte des Modells, die im Zusammenhang mit Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht betrachtet werden.

5.2 Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht

Um sprachbasierte Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht zu identifizieren sowie deren Nutzung zu charakterisieren, werden in diesem Abschnitt zunächst in Anlehnung an das Angebots-Nutzungs-Modell sprachbasierte Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht (*5.2.1*) sowie die kommunikative und kognitive Funktion der Sprache im Rahmen des mathematischen Kompetenzerwerbs beschrieben (*5.2.2*). Abschließend wird die Konzeptualisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten vorgestellt (*5.2.3*).

5.2.1 Sprachbasierte Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden sprachbasierte Lerngelegenheiten an die in *Abschnitt 5.1.2* dargestellte Konzeption von Lerngelegenheiten angebunden und stellen Lernangebote des Mathematikunterrichts dar, die über sprachliche Prozesse mediiert sind und damit auch sprachliche Anforderungen enthalten. Die von sprachbasierten Lerngelegenheiten initiierten Lernprozesse sind also maßgeblich von Sprache sowie den Sprachkompetenzen der Lernenden beeinflusst, wie im Rahmen von *Abschnitt 5.2.2* beschrieben wird. Im Folgenden werden zunächst sprachbasierte Lernangebote des Mathematikunterrichts thematisiert.

Wie bereits beschrieben, analysierten Herman et al. (2000) und Baumert et al. (2010) typische Aufgaben hinsichtlich ihres Potentials für konstruktivistische Lernprozesse. Daran anknüpfend können Mathematikaufgaben als Indikator verständnisvoller Lernprozesse angesehen werden und bei entsprechenden sprachlichen Anforderungen (z.B. eine Argumentation zu formulieren) sprachbasierte Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht eröffnen. Die in *Kapitel 4* dargestellten schwierigkeitsgenerierenden sprachlichen Merkmale von Mathematikaufgaben in Testsituationen sind selbstverständlich auch in Lernaufgaben im Mathematikunterricht enthalten. Aber auch wenn Aufgaben im Mathematikunterricht eine zentrale Rolle spielen, wie beispielsweise bei (Hiebert et al., 2003) beschrieben, beinhaltet der Unterricht weitere sprachliche Anforderungen in schriftlicher Form (z.B. erklärende Texte in Schulbüchern) und insbesondere sprachliche Anforderungen in der mündlichen Kommunikation im Unterrichtsdiskurs, sowie die Möglichkeit, mathematische Inhalte im Rahmen von individuellen Denkprozessen sprachlich zu elaborieren. Der Erwerb sowie die Weiterentwicklung mathematischer Kompetenz wird demnach maßgeblich durch sprachliche Prozesse beeinflusst. Im Folgenden wird die Relevanz der Unterrichtssprache anhand institutioneller Vorgaben und Einblicken in den Mathematikunterricht kurz verdeutlicht.

Sprachbasierte Lerngelegenheiten, die sprachliche Prozesse enthalten, werden spätestens seit Einführung der nationalen Bildungsstandards und den dort beschriebenen prozessbezogenen Kompetenzen des *Mathematischen Argumentierens* und *Kommunizierens* deutlich von institutioneller Seite gefordert (KMK, 2004b), wie bereits in *Abschnitt 3.2.3* beschrieben wurde. Im Mathematikunterricht können derartige Lerngelegenheiten, die mathematisches Argumentieren und Kommunizieren anregen, im Unterrichtsdiskurs mit der gesamten Klasse, aber insbesondere unterstützt durch geeignete Methoden, wie beispielsweise Rechenkonferenzen, Portfolios oder Lerntagebüchern implementiert werden (vgl. hierzu auch Gallin & Ruf, 1998). In der Literatur werden zudem verschiedene Gesprächsarten und damit verbundene Funktionen im Mathematikunterricht beschrieben, die mit bestimmten Sozialformen (z.B. mit Einzelgesprächen oder mit dem Unterrichtsgespräch im Plenum) einhergehen (Schütte, 2008). Genannt werden hier unter anderem das Nachvollziehen von Lösungswegen, die Verständigung über Aufgaben und Fachbegriffe, der Austausch (beispielsweise im Rahmen der Aushandlung von Bedeutungen), und das gemeinsame Weiterdenken an mathematischen Fragestellungen.

Ein Blick in den Mathematikunterricht in deutschen Klassenzimmern verdeutlicht, dass häufig Unterrichtsmethoden eingesetzt werden, die verständnisvolle Lernprozesse anregen, welche wiederum maßgeblich durch sprachliche Prozesse beeinflusst werden. So gab im Rahmen von KESS 4 ein Großteil der Lehrkräfte an, ihren Unterricht im

Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens zu gestalten, während weniger als ein Fünftel eine hohe Relevanz auf das Einüben von Rechenprozeduren legte (Pietsch & Krauthausen, 2006). Im Hinblick auf aktiv-entdeckendes Lernen wird angenommen, dass hier sowohl die Strukturierung mathematischer Inhalte als auch der Austausch mit anderen Lernenden sowie mit der Lehrkraft von sprachlichen Prozessen beeinflusst werden. Die Lehrkräfte wurden außerdem zu den von ihnen verwendeten Methoden befragt, wobei gemeinsame Diskussionen mathematischer Probleme in zwei Drittel und Gruppenarbeiten in einem Drittel der befragten Klassen mindestens zweimal pro Woche vorkamen (Pietsch & Krauthausen, 2006). Das Erfinden eigener Aufgaben wurde zwar nur in 10% der Klassen mit einer Häufigkeit von mindestens zweimal pro Woche berichtet, stellt aber eine sprachlich ebenso anspruchsvolle Anforderung dar. Die berichteten Methoden machen deutlich, dass neben der Kompetenzen der Sprachrezeption (beispielsweise im Sinne des Verständnisses der Wortäußerungen anderer in mathematischen Diskussionen) auch Kompetenzen der Sprachproduktion der Lernenden (beispielsweise beim Erstellen eigener Aufgabentexte) gefordert werden. In Anlehnung an das Angebots-Nutzungs-Modell in Abbildung 2 (Schrader & Helmke, 2008) wurden mit den beschriebenen Unterrichtsmethoden sowohl Lernangebote zur Förderung verständnisvoller Lernprozesses im Sinne der Gelegenheitsstruktur als auch strukturelle Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts im Sinne der Sichtstruktur genannt (Ufer et al., 2015). Um verständnisvolle Lernprozesse im Rahmen der Gelegenheitsstruktur zu initiieren, müssen die in der Unterrichtsmethode enthaltenen sprachlichen Anforderungen bewältigt werden.

Um die sprachlichen Prozesse in den beschriebenen Unterrichtssituationen systematisch zu beschreiben, werden im Folgenden weitere Funktionen der Sprache thematisiert. Im Rahmen der Beschreibung der Alltags-, Bildung- und Fachsprache in *Abschnitt 3.1* wurden bereits auf den jeweiligen Kontext bezogene Funktionen von Sprache beschrieben. So ist die Bildungssprache beispielsweise zur klaren Strukturierung von Inhalten in einer schriftlichen Argumentation notwendig. Neben den jeweils auf einen bestimmten Kontext bezogenen Funktionen der Alltags-, Bildungs- und Fachsprache dient die Sprache im Mathematikunterricht als Medium des Unterrichtsdiskurses sowie als Medium der individuellen Denkvorgänge. Daran anknüpfend werden im folgenden Abschnitt kommunikative und kognitive Funktionen der Sprache im Mathematikunterricht dargestellt, die die sprachlichen Prozesse im Rahmen der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten prägen.

5.2.2 Kommunikative und kognitive Funktionen von Sprache

Die kommunikative Funktion der Sprache umfasst im Allgemeinen die interpersonelle Verständigung in mündlicher und schriftlicher Form. In Bezug auf den Mathematikunterricht beschreibt Brophy (2001, S. 19) den durch die Lehrkraft geleiteten kommunikativen Unterrichtsdiskurs folgendermaßen: „They use questions to stimulate students to process and reflect on content, recognize relationsships among and implications of its key ideas“. In der Kommunikation im Unterricht lenkt die Lehrkraft durch sprachliche Äußerungen die Aufmerksamkeit ihrer Schülerinnen und Schüler auf bestimmte Inhalte, fordert Interpretationen und Reflexionen ein oder zeigt diese auf (Maier & Schweiger, 1999). Sprache hängt also eng mit dem fachlichen Diskurs zusammen und ist zentral, wenn ein Austausch über Bedeutungen mathematischer Inhalte im Unterrichtsdiskurs erfolgen soll (Gorgorió & Planas, 2001). Auch die kommunikative Funktion der Sprache variiert in Abhängigkeit des Kontexts und des damit verbundenen Sprachregisters. Werden hier noch einmal die Sprachregister der Alltags- und Fachsprache in den Blick genommen, so wird auch in der Alltagskommunikation mit der Alltagssprache beschrieben, erläutert und erklärt – jedoch nur so weit, wie es zur Verständigung mit dem Gegenüber notwendig ist, eine explizite Argumentationsbasis liegt häufig nicht vor. Die vom Sprachregister der Fachsprache geprägte Kommunikation im Mathematikunterricht hingegen erfordert und erlaubt vollständigere und exaktere Beschreibungen, Erläuterungen und Erklärungen (die nicht unbedingt ein Gegenüber ansprechen). Idealerweise wird mit explizitem Bezug auf eine Argumentationsbasis argumentiert (Meyer & Prediger, 2012). Wird weiterhin ein oftmals lehrerzentrierter Mathematikunterricht angenommen (Hiebert et al., 2003), so spielen hier die sprachlichen Äußerungen der Lehrkraft im Rahmen der kommunikativen Funktion von Sprache eine wichtige Rolle. Diese enthält häufig Merkmale der Alltagssprache, wie beispielsweise unvollständige Sätze (Schütte, 2009). Auch Transkripte aus dem Unterricht anderer Fächer, wie beispielsweise dem Chemieunterricht der Sekundarstufe (Chlosta & Schäfer, 2008), deuten darauf hin, dass die Sprache der Lehrkräfte im Unterrichtsdiskurs oft dem Sprachregister der Alltagssprache zuzuordnen ist, beispielsweise enge Fragestellungen enthält. Dies kommt den Sprachkompetenzen von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache einerseits zugute, da sie sich in der durch das Sprachregister der Alltagssprache geprägten Alltagskommunikation meist ausreichend behaupten können (Knapp, 1999). Andererseits fördert ein solcher Sprachgebrauch kaum den Sprachgebrauch der Lernenden, kann zu impliziten, wenig exakten Begriffsbedeutungen im Rahmen der Kommunikation führen und stellt darüber hinaus einen starken Kontrast zu der in Schulbüchern und Mathematikaufgaben verwendeten Sprache dar. Insgesamt dient Sprache in ihrer kommunikativen Funktion also dem Austausch über mathematische Inhalte, wobei die Lernenden einerseits die Bedeutungen der Wortäußerungen ihrer Lehrkraft und ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler dekodieren und andererseits selbst sprachproduktiv Wortäußerungen generieren müssen.

Sprache in ihrer kognitiven Funktion dient dem individuellen Lernzuwachs, indem neue Inhalte sprachlich elaboriert und damit Denk- und Verstehensprozesse durch Sprache unterstützt werden. Sfard geht dabei von den mathematischen Denkprozessen aus und postuliert: „Thinking is defined as the individualized version of interpersonal communication“ (Sfard, 2008, S. 432). Sie stellt damit grundsätzlich in Frage, ob mathematische Denkprozesse getrennt von sprachlichen Prozessen ablaufen geschweige denn getrennt voneinander betrachtet werden können. Zusätzlich unterstützt Sprache kognitive Denkprozesse als eine Form der Kommunikation des Individuums mit sich selbst und verdeutlicht damit, wie eng die kommunikative und die kognitive Funktion der Sprache zusammenhängen. Durch Sprache gestütztes mathematisches Verständnis entsteht demnach nicht nur in der interpersonellen Kommunikation im Unterrichtsdiskurs, sondern eben auch im persönlichen Dialog (vgl. Gallin & Ruf, 1998). Ostad (2011) beobachtete im Rahmen eines Vergleichs von Lernenden der zweiten bis zur siebten Jahrgangsstufe mit und ohne mathematischen Schwierigkeiten, dass der innere Dialog (beispielsweise durch leises Gemurmel und Lippenbewegungen der Lernenden beobachtbar) von Lernenden ohne mathematische Schwierigkeiten deutlich häufiger verwendet wurde sowie bei diesen Lernenden im Verlauf der Schulzeit zunahm. Lernende mit mathematischen Schwierigkeiten hingegen nutzten den inneren Dialog deutlich weniger. Auch wenn an dieser Stelle keine kausalen Analysen berichtet wurden, deutet sich an, dass Sprache in ihrer kognitiven Funktion zur Entwicklung mathematischer Kompetenz beitragen kann, indem Gedankengänge im inneren Dialog verbalisiert und durch Sprache strukturiert werden.

Wie bereits in Bezug auf Sfard (2008) dargestellt, nehmen viele Autoren an, dass die kommunikative und die kognitive Funktion der Sprache eng miteinander verknüpft sind. Auch Maier und Schweiger (1999) beschreiben einen engen Zusammenhang der kommunikativen und kognitiven Funktion der Sprache und gehen davon aus, dass die Kommunikation mathematischer Inhalte verstärkend auf den individuellen Lernzuwachs, also die kognitive Funktion der Sprache, wirkt. Diese Wirkung der Kommunikation zeigt sich im Unterrichtsdiskurs im Rahmen der Aushandlung von Bedeutungen zu mathematischen Inhalten (Gellert, 2014; Gellert & Steinbring, 2014; Steinbring, 2000). Steinbring (2000) beschreibt den mathematischen Kompetenzerwerb hier als soziale Konstruktion neuen Wissens, indem beispielsweise symbolische Strukturen mit Alltagskontexten verknüpft und damit Deutungen dieser symbolischen Strukturen hergestellt werden. Bedeutungskonstruktionen werden dabei häufig gestützt durch Gesten oder sprachliche Aushandlungen in Form von Erklärungen und Diskussionen, wie sich beispielsweise in einer Interaktionsanalyse von niederländischen Lernenden der siebten Jahrgangsstufe im Rahmen der Erarbeitung von Wortbedeutungen zeigte (Elbers & Haan, 2005). Es kann angenommen werden, dass Sprache in ihren beschriebenen Funktionen und insbesondere im Zusammenspiel der kommunikativen und der kognitiven Funktion zum mathematischen Kompetenzerwerb beiträgt. Die kommunikativen und kognitiven Funktionen der Sprache werden daher zusammengefasst auch als epistemische Funktion der Sprache verstanden (z.B. Prediger & Krägeloh, 2014).

Anknüpfend an diese Funktionen der Sprache wird gefordert, dass der Mathematikunterricht Möglichkeiten der Kommunikation mathematischer Inhalte bietet, um neben dem Austausch über mathematische Inhalte auch sprachliche Denkvorgänge der Lernenden anzuregen und durch Sprache zu unterstützen. Im Mathematikunterricht der Grundschule werden mathematische Inhalte häufig ausgehend von Alltagssituationen aus der Lebenswelt der Kinder erarbeitet, da die Lernenden teilweise über wenig formales Vorwissen verfügen. Demnach stellt sich für die Lernenden die Herausforderung, im Besonderen konkreter Kontexte das Allgemeingültige mathematischer Strukturen und

Konzepte zu erkennen (Steinbring, 2000). Um diesen Lernprozess zu stützen, werden häufig handlungsnahe Konkretisierungen (z.B. Arbeitsmittel wie Mehrsystemblöcke) verwendet, die bestimmte mathematische Strukturen hervorheben. Die Struktur dieser Arbeitsmittel sowie die mit ihnen durchführbaren Operationen werden jedoch verbal vermittelt (Steenpaß & Steinbring, 2014). Sprache unterstützt hier den Aufbau von Grundvorstellungen, indem Operationen an externalen Repräsentationen und im Rahmen von Handlungserfahrungen verbalisiert werden (Wartha & Schulz, 2011). Verbalisierungen vermitteln zudem den damit einhergehenden Wechsel zwischen enaktiven, ikonischen und symbolischen Repräsentationsformen (Bruner, Olver & Greenfield, 1988).

Es wurde verdeutlicht, dass Sprache in ihrer kommunikativen und kognitiven Funktion zum Austausch und zum individuellen Lernzuwachs und damit zum mathematischen Kompetenzerwerb beitragen kann (Steinbring, 2000). Für den mathematischen Kompetenzerwerb bedeutet dies einerseits, dass Lernende ihre eigenen Sprachkompetenzen sprachproduktiv nutzen, um sich aktiv mit Wortäußerungen am Unterricht zu beteiligen. Es bedeutet weiterhin, dass Lernende mathematische Inhalte sprachlich elaborieren, um diese umfassend zu verstehen. Andererseits benötigen Lernende sprachrezeptive Kompetenzen, um Wortäußerungen der Lehrkraft oder ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler zu dekodieren und nachzuvollziehen. Werden Wortäußerungen anderer im Rahmen der Kommunikation nachvollzogen, so spricht dies Sprache auch in ihrer kognitiven Funktion an. Dass die beschriebenen Funktionen von Sprache für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz möglicherweise eine Rolle spielen, beschreiben Gorgorió und Planas (2001, S. 11) in folgendem Zitat: „If students cannot comprehend either the language of the teacher or the meanings s/he attaches to the words, will they be able to participate in the mathematical discussion?“ Daran anknüpfend wird im Folgenden eine Konzeptualisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht vorgestellt.

5.2.3 Konzeptualisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten

Basierend auf der dargestellten Relevanz diskursiver Praktiken im Mathematikunterricht, wird in der vorliegenden Arbeit eine Konzeptualisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten definiert:

Die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten umfasst die Teilnahme der Lernenden am Unterrichtsdiskurs, indem sie diesem folgen, selbst etwas zu diesem beitragen und sich kognitiv an mathematischen Denkvorgängen beteiligen.

Damit werden in Abgrenzung zu bestehenden Konzeptualisierungen, die vorwiegend strukturelle Rahmenbedingungen des Unterrichts operationalisieren, verständnisvolle Lernprozesse während des Mathematikunterrichts in den Blick genommen, die maßgeblich mit dem Gebrauch der kommunikativen und der kognitiven Funktion von Sprache zusammenhängen. Die Nutzung dieser sprachbasierten Lerngelegenheiten ist sicher einerseits, aber nicht ausschließlich, abhängig von den von der Lehrkraft geschaffenen Lernangeboten und Kontextfaktoren. Es kann andererseits angenommen werden, dass Lernende mit geringer mathematischer Kompetenz oder geringem mathematischen Selbstkonzept sich nicht am Unterrichtsdiskurs beteiligen, wenn das Klassenklima sie nicht in ausreichendem Maße unterstützt (Liu & Wang, 2008). Dies würde zu einer geringeren Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten führen.

Guter Mathematikunterricht stellt verschiedene Dimensionen von sprachbasierten Lerngelegenheiten bereit. Eine klare und strukturierte Instruktion durch die Lehrkraft unterstützt den initialen Aufbau mathematischer Kompetenz (Hiebert & Grouws, 2007), indem Lernende die von der Lehrkraft bereit gestellten Informationen dekodieren und mit dem eigenen Vorwissen verknüpfen. Verständnisvolle Lernprozesse erfordern zudem über die Aufnahme von Informationen hinaus eine aktive Verarbeitung der neuen Lerninhalte (Baumert et al., 2010). Daneben stellt die sprachproduktive Beteiligung am mathematischen Diskurs eine zentrale Gelegenheit zum Elaborieren, Umstrukturieren und Prüfen von mathematischem Wissen dar (Sfard, 2008). In diesem Sinne wird in der vorliegenden Arbeit zwischen *rezeptiven* und *partizipativen* Lerngelegenheiten differenziert. Rezeptive Lerngelegenheiten beziehen sich dabei auf die Möglichkeit, sprachlich kodierte Informationen der Lehrkraft sowie der Mitschülerinnen und Mitschüler aufzunehmen. Partizipative Lerngelegenheiten beziehen sich hingegen auf die sprachproduktive Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten und Konzepten in der Kommunikation im Unterrichtsdiskurs sowie im Rahmen der sprachlichen Elaboration mathematischer Inhalte in individuellen Denkprozessen. Demnach sind einerseits Sprachkompetenzen notwendig, um sprachbasierte Lerngelegenheiten nutzen zu können. Andererseits trägt die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zum mathematischen Kompetenzerwerb bei (Steinbring, 2000). Daran anschließend stellt sich die Frage, ob die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz mediiert, ob also Lernende mit geringeren allgemeinsprachlichen Kompetenzen sprachbasierte Lerngelegenheiten in gleicher Weise nutzen können wie Lernende mit guten allgemeinsprachlichen Kompetenzen.

Zusammenfassung. Sprachbasierte Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht werden als zentral für den mathematischen Kompetenzerwerb angesehen. Es handelt sich dabei um Lernangebote, die von sprachlichen Prozessen geprägte, verständnisvolle Lernprozesse anregen. Sprache trägt dabei in ihrer kommunikativen und ihrer kognitiven Funktion zum mathematischen Kompetenzerwerb bei – zusammengefasst in der epistemischen Funktion der Sprache. Die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten ist demnach deutlich von der Nutzung der kommunikativen und der kognitiven Funktion der Sprache geprägt und damit möglicherweise abhängig von sprachlichen Kompetenzen der Lernenden in der Unterrichtssprache. In Anlehnung an Abedi et al. (2006) kann also vermutet werden, dass mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit unterschiedlichen allgemeinsprachlichen Kompetenzen auf die Nutzung von Lerngelegenheiten im Unterricht zurückzuführen sind. Dabei werden in Abgrenzung zu den bisher vorwiegend betrachteten strukturellen Rahmenbedingungen verständnisvolle Lernprozesse betrachtet, die maßgeblich von sprachlichen Prozessen geprägt sind. Im Folgenden werden bisherige Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten sowie die Konzeptualisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Zusammenhang mit der mathematischen Kompetenz der Lernenden mit unterschiedlicher Familiensprache beschrieben.

5.3 Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als Erklärung sprachbezogener mathematischer Leistungsunterschiede

Dass sowohl bestehende Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten (wie beispielsweise die Unterrichtszeit) als auch die im Rahmen der vorliegenden Arbeit beschriebenen sprachbasierten Lerngelegenheiten mit verständnisvollen Lernprozessen und demnach mit einer Entwicklung der mathematischen Kompetenz einhergehen, wird aus theoretischer Sicht im Angebots-Nutzungs-Modell beschrieben (Schrader & Helmke, 2008). Auch empirisch zeigte sich in der Unterrichtsforschung ein Zusammenhang von Lernangeboten, die verständnisvolle Lernprozesse anregen, und der mathematischen Kompetenz (Baumert et al., 2010; Renkl & Stern, 1994). In diesem Abschnitt wird thematisiert, welche empirischen Ergebnisse sich für den Zusammenhang bisheriger Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten und sprachbezogenen mathematischen Leistungsunterschieden finden (*5.3.1*). Weiterhin wird beschrieben, welche Erklärungskraft die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten für die Vermittlung des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz möglicherweise hat (*5.3.2*). Betrachtet werden zusätzlich mögliche Operationalisierungen der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (*5.3.3*).

5.3.1 Zusammenhang von Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht mit sprachbezogenen mathematischen Leistungsunterschieden

Um sprachbezogene mathematische Leistungsunterschiede zu erklären, wurde in *Kapitel 4* zunächst die Testsituation in den Blick genommen. Sprachliche Testanpassungen, die sprachliche Anforderungen in der Testsituation reduzieren sollten, zeigten an dieser Stelle jedoch keine spezifische Wirkung auf die mathematische Leistung von Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache (Abedi et al., 2006; Kieffer et al., 2009). Daran anknüpfend untersuchte insbesondere die Arbeitsgruppe um Jamal Abedi den Zusammenhang von Lerngelegenheiten und mathematischen Kompetenzunterschieden zwischen Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache (Abedi et al., 2006; Abedi & Herman, 2010).

Theoretische Überlegungen legen nahe, dass Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht mit der mathematischen Kompetenz der Lernenden zusammenhängen (vgl. Angebots-Nutzungs-Modell; Schrader & Helmke, 2008), was sich auch in empirischen Untersuchungen zeigte (Abedi & Herman, 2010; Baumert et al., 2010). Daran anknüpfend stellt sich die Frage, welche Rolle Lerngelegenheiten für die Erklärung mathematischer Leistungsunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache spielen. In einer dreijährigen Längsschnittstudie in einem US-amerikanischen Bundesstaat zeigte sich im Bereich der Sekundarstufe, dass Lernende mit nichtenglischer Familiensprache Lerngelegenheiten in geringerem Ausmaß nutzten und dies mit geringeren Mathematikleistungen dieser Lernenden einherging (Wang & Goldschmidt, 1999). Dabei wurden Lerngelegenheiten im Sinne des besuchten Mathematikkurses (z.B. eines Algebra-Kurses oder eines Kurses, der die minimalen Standards im Fach Mathematik abdeckte) erhoben, sodass von einer Konfundierung zwischen dem besuchten Kurs und der im Test gezeigten Mathematikleistung auszugehen ist. Die explizite Kurswahl beeinflusst damit die in Abgrenzung zu anderen Kursen möglichen Lerngelegenheiten in dem gewählten Kurs, während innerhalb eines Mathematikunterrichts vorliegende Lerngelegenheiten unterschiedlich genutzt werden können. Fraglich ist an dieser Stelle vielmehr, aus welchem Grund Lernende mit nichtenglischer Familiensprache häufiger niedrigeren Mathematikkursen zugeordnet wurden oder selbst diese Kurse wählten. Neben institutionellen Ursachen (wie möglicherweise institutionellen Diskriminierungen von Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache) spielt hier eventuell das mathematische Selbstkonzept dieser Lernenden eine Rolle, wenn sie selbst einen mathematisch weniger anspruchsvollen Kurs wählten. Für das mathematische Selbstkonzept zeigte sich in einer deutschen Studie jedoch bereits bei Schulanfängern, dass Lernende mit Migrationshintergrund bei geringeren Mathematikleistungen ein höheres mathematisches Selbstkonzept berichteten als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler ohne Migrationshintergrund (Ehm, Duzy & Hasselhorn, 2011).

Auch in einer Studie von Abedi und Herman (2010) zum Zusammenhang von Lerngelegenheiten mit der mathematischen Leistung von Lernenden der achten Jahrgangsstufe im Bereich der Algebra zeigten sich Unterschiede in den Lerngelegenheiten zwischen Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache. Lerngelegenheiten wurden hier im Sinne der im Unterricht behandelten Themen (*content coverage*) mit Lehrer- und Schülerfragebögen erhoben. Sowohl die Lernenden als auch ihre Lehrkraft sollten angeben, welche mathematischen Inhalte auf einer vorgegebenen Liste im Mathematikunterricht behandelt wurden. Diese Inhalte wurden mit den Inhalten des Tests zur Erhebung mathematischer Leistung abgeglichen, sodass die Lerngelegenheiten wiederspiegelten, ob die Lernenden die Möglichkeit hatten, die Inhalte des Tests im Unterricht zu lernen. Lernende mit nichtenglischer Familiensprache berichteten hier deutlich weniger im Unterricht behandelte Inhalte und gaben damit an, weniger Möglichkeiten gehabt zu haben, die Inhalte des Tests zu lernen. Die Unterschiede in den berichteten Lerngelegenheiten zwischen Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache sehen die Autoren in den Sprachkompetenzen der Lernenden begründet. Neben der Erklärung, dass Lehrkräfte in Klassen mit vielen Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache aufgrund sprachlicher Schwierigkeiten möglicherweise weniger Inhalte behandeln, erklären sie damit, dass Lernende mit geringeren Sprachkompetenzen nicht in gleichem Ausmaß von Lernangeboten profitieren können wie Lernende mit guten Sprachkompetenzen. Um diese Vermutung zu untersuchen, erfassten Abedi und Herman (2010) in ihrer Studie auch Selbsteinschätzungen der Schülerinnen und Schüler zum Verständnis des Unterrichtsdiskurses (z.B. *I can understand my teacher's directions*). Diese sollten von den Lernenden auf einer vierstufigen Skala eingeschätzt werden. Hier zeigte sich ein Zusammenhang zwischen dem Verständnis des Unterrichtsdiskurses und den berichteten Lerngelegenheiten auf Klassenebene: Je mehr Lerngelegenheiten auf Ebene der Klasse berichtet wurden, desto höher das Verständnis des Unterrichtsdiskurses der einzelnen Schülerinnen und Schüler dieser Klasse. Die Autoren sehen dieses Ergebnis als Hinweis, dass die berichteten Lerngelegenheiten vom Verständnis des Unterrichtsdiskurses abhängen und dieses Verständnis wiederum von Sprachkompetenzen beeinflusst wird, welche bei Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache häufig in geringerem Ausmaß vorliegen. Unterschiede zwischen Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache hinsichtlich ihres Verständnisses des Unterrichtsdiskurses sowie ein Zusammenhang mit deren Mathematikleistungen werden an dieser Stelle jedoch nicht berichtet.

Für bisherige Operationalisierungen von Lerngelegenheiten im Sinne der im Unterricht behandelten mathematischen Inhalte oder der von Lernenden besuchten mathematischen Kurse wurde ein Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz berichtet (Wang & Goldschmidt, 1999). Im Vergleich von Lernenden unterschiedlicher Familiensprache zeigte sich, dass Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache weniger Lerngelegenheiten berichteten sowie weniger anspruchsvolle mathematische Kurse besuchten. Erklärungen dieser Unterschiede fokussieren auf geringere sprachliche Kompetenzen dieser Lernenden, welche beispielsweise zum Verständnis des Unterrichtsdiskurses und damit zum Erinnern der behandelten mathematischen Inhalte notwendig sind. Für das Verständnis des Unterrichtsdiskurses (im Sinne der in der vorliegenden Arbeit definierten rezeptiven Lerngelegenheiten) zeigte sich ein positiver Zusammenhang mit den berichteten Lerngelegenheiten. Dies kann als Hinweis gesehen werden, dass sprachliche Kompetenzen in der Unterrichtssprache eine relevante Voraussetzung darstellen, um einen Zugang zu Lerngelegenheiten zu ermöglichen. Damit deutet sich an, dass Lerngelegenheiten eine potentiell vermittelnde Variable des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz darstellen, wobei eine empirische Überprüfung dieser Mediationshypothese wünschenswert wäre. Anknüpfend an das berichtete Verständnis des Unterrichtsdiskurses werden im Folgenden weitere sprachbasierte Lerngelegenheiten sowie deren Nutzung von Lernenden unterschiedlicher Familiensprache thematisiert.

5.3.2 Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Kontext der Mehrsprachigkeit

Sprachbasierte Lerngelegenheiten und deren Nutzung wurden in der Vergangenheit hauptsächlich in qualitativen Studien untersucht. Dabei wurde beispielsweise die Beteiligung am Unterrichtsdiskurs zwischen Lernenden mit unterschiedlicher Familiensprache verglichen (Civil, 2008). Qualitative Studien mit geringer Stichprobengröße sind an dieser Stelle eher geeignet, Hypothesen zu sprachlichen Prozessen im Rahmen von sprachbasierten Lerngelegenheiten zu generieren, als verallgemeinerbare Erkenntnisse abzusichern. Im Folgenden wird zunächst die Relevanz der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten für den mathematischen Kompetenzerwerb herausgestellt, bevor diese als Erklärungsvariable für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz betrachtet werden.

Die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten kann in Verbindung mit dem Konstrukt der Unterrichtsbeteiligung der Schülerinnen und Schüler (im Englischen *student engagement*) betrachtet werden (Fredricks, Filsecker & Lawson, 2016). Dieses beschreiben Fredricks, Wang, et al. (2016) als dreidimensionales Konstrukt – bestehend aus einer auf Verhalten bezogenen Beteiligung (z.B. Unterrichtsbeiträgen, Anstrengung, Aufmerksamkeit), einer affektiven Beteiligung (z.B. Zugehörigkeitsgefühl, Identifikation mit dem Fach Mathematik) und einer kognitiven Beteiligung (z.B. Lernaufwand). Die Nutzung sprachbasierter partizipativer Lerngelegenheiten kann hier einerseits in Bezug auf die kommunikative Partizipation der auf Verhalten bezogenen Beteiligung und andererseits der kognitiven Beteiligung zugeordnet werden. Fredricks, Wang, et al. (2016) gehen auf Basis des Forschungsstandes davon aus, dass die Unterrichtsbeteiligung der Schülerinnen und Schüler mit Mathematikleistungen, Schulnoten und der Wahrscheinlichkeit, dass die Lernenden sich in weiteren Kursen vertieft mit dem Fach Mathematik beschäftigen, positiv zusammenhängen. Dies kann als erster Hinweis auf die Wirksamkeit der Nutzung sprachbasierter partizipativer Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht gesehen werden.

Ing et al. (2015) untersuchten die Unterrichtsbeteiligung von acht- bis zehnjährigen Schülerinnen und Schülern in sechs jahrgangsgemischten Klassen sowie die Unterstützung dieser Unterrichtsbeteiligung durch die Lehrkraft im Rahmen einer Videostudie. Diese umfassend kodierte Unterrichtsbeteiligung wurde im Zusammenhang mit den Mathematikleistungen der Lernenden im Bereich der Arithmetik analysiert. In Bezug auf die Unterrichtsbeteiligung wurde kodiert, in welchem Ausmaß die Lernenden detaillierte Erklärungen zur Lösung eines mathematischen Problems zum Unterrichtsdiskurs lieferten, Mitschülerinnen und Mitschüler sich mit ihren Ideen auseinandersetzen und sie selbst sich mit den Ideen ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler beschäftigten. Diese Kodierungen wurden zu einer Variablen der Unterrichtsbeteiligung der Lernenden zusammengefasst. Weiterhin wurde betrachtet, wie die Lehrkraft die Unterrichtsbeteiligung der Schülerinnen und Schüler unterstützt. Dazu wurde für jeden einzelnen Lernenden kodiert, inwieweit die Lehrkraft auf die Denkprozesse der Schülerin oder des Schülers einging und sie ermutigte, sich mit den Ideen anderer Schülerinnen und Schüler auseinanderzusetzen. Ing et al. (2015) konnten zeigen, dass die Unterstützung durch die Lehrkraft positiv mit der tatsächlichen Beteiligung der Lernenden zusammenhängt, auch wenn die vorherige Mathematikleistung der Lernenden kontrolliert wurde. Außerdem fanden sie einen Zusammenhang zwischen der Unterstützung der Lehrkraft und der Mathematikleistung der Lernenden, welcher vollständig über die Unterrichtsbeteiligung der Lernenden vermittelt wird. Die Autoren sehen ihre Ergebnisse als Hinweis, dass die Schülerbeteiligung am Unterrichtsdiskurs eine zentrale Rolle spielt, um den Zusammenhang von Unterrichtshandeln der Lehrkraft und der mathematischen Kompetenzentwicklung der Lernenden zu verstehen.

In einem Vergleich von Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund im Rahmen eines Unterrichtsentwicklungsprojekts in Katalonien (Spanien) beobachteten Gorgorió und Planas (2001), dass Lehrkräfte die Äußerungen ihrer Lernenden mit Migrationshintergrund nur schwer nachvollziehen konnten, wenn diese ihre Gedanken aufgrund mangelnder Sprachkompetenzen in geringem Maße verbalisieren konnten. In Bezug auf die Ergebnisse von Ing et al. (2015) findet bei Lernenden mit geringen Sprachkompetenzen also möglicherweise eine geringere Unterstützung der Unterrichtsbeteiligung durch die Lehrkraft statt. Im Rahmen des Projekts wurde außerdem deutlich, dass Lernende mit Migrationshintergrund sich auch dann deutlich weniger kommunikativ am Unterricht beteiligten als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler ohne Migrationshintergrund, wenn sie die Grundlagen der Grammatik sowie den Basiswortschatz der Unterrichtssprache gelernt hatten (Gorgorió & Planas, 2001). Eine geringere Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten von Lernenden mit Migrationshintergrund beobachteten Elbers und Haan (2005) auch in Analysen von Kleingruppenarbeiten im Rahmen der Bedeutungskonstruktion mathematischer Begriffe. In diesen Kleingruppenarbeiten beteiligten sich Lernende ohne Migrationshintergrund sprachproduktiv durch Wortäußerungen deutlich mehr als Lernende mit Migrationshintergrund. Die Analyse von mathematischen Gesprächen in einem außerschulischen Programm zur Förderung mathematischer Kompetenz von bilingualen Lernenden der vierten und fünften Jahrgangsstufe zeigte zudem, dass insbesondere vielfältige Diskurspraktiken – wie beispielsweise mündliche Erklärungen und der Einsatz von Gesten und Repräsentationen – zum mathematischen Kompetenzerwerb beitragen (Turner, Dominguez, Empson & Maldonado, 2013). Auch wenn in dieser Studie keine Kontrollgruppe betrachtet wurde, deutet sich an, dass die Sprache in ihrer kommunikativen Funktion, zusätzlich unterstützt beispielsweise durch Repräsentationen, zum mathematischen Kompetenzerwerb beiträgt.

Insgesamt hängt die Unterrichtsbeteiligung positiv mit dem mathematischen Kompetenzerwerb zusammen. In Unterrichtsstudien deutet sich an, dass sich Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache in geringerem Maße am Unterricht beteiligen und ihre Ideen und Denkprozesse weniger kommunizieren als Lernende mit einer der Unterrichtssprache entsprechenden Herkunftssprache (Civil, 2008; Gorgorió & Planas, 2001). Es wird angenommen, dass die Beteiligung an diesen kommunikativen Prozessen eine Ursache der sprachlich bedingten Unterschiede im

Fach Mathematik darstellt. Es wurde wiederholt vermutet, dass Lernende mit geringeren Sprachkompetenzen weniger Möglichkeiten haben, an diesen Diskursen im Unterricht teilzunehmen (Abedi & Herman, 2010; Civil & Planas, 2004; Heinze, Reiss, Rudolph-Albert, Herwartz-Emden & Braun, 2009). Um die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als vermittelnde Variable des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu untersuchen, werden im Folgenden mögliche Operationalisierungen vorgestellt.

5.3.3 Operationalisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten

Diskurspraktiken im Mathematikunterricht werden häufig mittels Unterrichtsbeobachtungen oder Videoanalysen erhoben (z.B. Drollinger-Vetter, 2011). In Bezug auf die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten sind die Denkprozesse der Schülerinnen und Schüler im Sinne der kognitiven Partizipation aber auch im Sinne der Rezeption jedoch in Unterrichtsbeobachtungen und Videoaufzeichnungen nicht zugänglich. Zudem sind Videoaufzeichnungen häufig aus Gründen des Datenschutzes und der Ökonomie nicht umsetzbar, sodass alternative Indikatoren zur validen Erfassung von sprachbasierten Lerngelegenheiten betrachtet werden sollten.

Im Hinblick auf eine gute Balance aus Validität und Effizienz wurden Selbsteinschätzungen von Schülerinnen und Schülern häufig und gewinnbringend eingesetzt. Selbsteinschätzungen im Rahmen von Fragebogenstudien werden meist genutzt, um Selbstüberzeugungen und Einstellungen zu erheben und wurden wiederholt als valide bestätigt – auch bei Kindern im Grundschulalter. Beispielsweise haben Ehm et al. (2011) das mathematische Selbstkonzept bereits in der ersten Jahrgangsstufe mit Selbsteinschätzungen von Schülerinnen und Schülern erhoben, um dessen Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz und dem Merkmal eines Migrationshintergrunds zu untersuchen. Auch in der Hannoverschen Grundschulstudie wurde das mathematische Selbstkonzept in der dritten und vierten Jahrgangsstufe mit Selbsteinschätzungen von Schülerinnen und Schülern reliabel und valide erhoben (Faber, Tiedemann & Billmann-Mahecha, 2011). Ebenso stellen Beurteilungen der Schülerinnen und Schüler zur Unterrichtsqualität (in Bezug auf konstruktive Lernerunterstützung, Klassenführung und kognitive Aktivierung) in der dritten Jahrgangsstufe ein valides Erhebungsinstrument dar (Fauth, Decristan, Rieser, Klieme & Büttner, 2014). Daran anschließend wird angenommen, dass Selbsteinschätzungen von Schülerinnen und Schülern auch zur validen Erfassung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten ein geeignetes Erhebungsformat darstellen. Insbesondere bieten diese eine Möglichkeit, die Denkprozesse der Lernenden im Rahmen der kognitiven Partizipation sowie der Rezeption abzubilden.

Es wäre zudem denkbar, Fremdeinschätzungen der Lehrkraft zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten ihrer Schülerinnen und Schüler zu erfassen. In Bezug auf Einschätzungen der Lehrkraft zu den Leistungen ihrer Schülerinnen und Schüler zeigte sich im Rahmen der Erhebungen zu PISA 2003 jedoch, dass Lehrkräfte die Leistungen von bilingualen Lernenden überschätzten und dies in einem deutlich höheren Ausmaß als bei Lernenden mit Migrationshintergrund, die zu Hause die Unterrichtssprache sprechen und solchen ohne Migrationshintergrund (Hachfeld, Anders, Schroeder, Stanat & Kunter, 2010). In Anlehnung an dieses Ergebnis wäre es denkbar, dass Lehrkräfte auch die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten verschiedene Gruppen von Lernenden unterschiedlich einschätzen. Fremdeinschätzungen der Lehrkraft können außerdem verwendet werden, um die Selbsteinschätzungen der Schülerinnen und Schüler zu validieren.

Auch wenn insgesamt umfassendere Instrumente zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht wünschenswert wären, beinhalten die als effizient, reliabel und valide geltenden Selbsteinschätzungen von Schülerinnen und Schülern ein hohes Potential, um Unterschiede in individuellen Lernprozessen im Allgemeinen und sprachbedingte Disparitäten im Speziellen zu untersuchen.

Zusammenfassung. Ausgehend von bestehenden Konzeptualisierungen und Operationalisierungen von Lerngelegenheiten sowie deren Einordnung in das Angebots-Nutzungs-Modell zur Wirksamkeit des Unterrichts, wurde das Konstrukt der sprachbasierten Lerngelegenheiten vorgestellt. Sprachbasierte Lerngelegenheiten werden maßgeblich durch Sprache in ihrer kommunikativen und kognitiven Funktion beeinflusst und stellen damit für Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache möglicherweise eine besondere sprachliche Anforderung dar. In Abgrenzung zu bisherigen Konzeptualisierungen fokussiert die vorliegende Arbeit jedoch nicht auf das Vorkommen sprachbasierter Lerngelegenheiten (Abedi et al., 2006), sondern auf die *Nutzung* dieser sprachbasierten Lerngelegenheiten (Ing et al., 2015) als vermittelnde Variable für den Zusammenhang allgemeinsprachlicher Kompetenzen und mathematischer Kompetenz. Für die bisherigen Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten, wie beispielsweise die im Unterricht behandelten mathematischen Inhalte, zeigt sich ein deutlicher Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz. Dieser deutet sich auch für die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten in Unterrichtsstudien an. Gleichzeitig berichten Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Herkunftssprache weniger Lerngelegenheiten, beziehungsweise konnte in Unterrichtsstudien eine geringere Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten von dieser Gruppe der Lernenden beobachtet werden. Diese Ergebnisse deuten an, dass die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten neben den in *Kapitel 3* thematisierten fachsprachlichen Kompetenzen mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus erklären könnten.

Soweit wurden zwei Erklärungen für den engen Zusammenhang allgemeinsprachlicher Kompetenzen mit mathematischer Kompetenz aufgezeigt: sowohl die Testsituation als auch der Mathematikunterricht stellen sprachliche Anforderungen an die Lernenden, für deren Bewältigung sprachliche Kompetenzen notwendig sind. Darüber hinaus stellt sich die Frage, ob sprachliche Kompetenzen zur Bewältigung verschiedener mathematischer Anforderungen sowie für den Erwerb entsprechender mathematischer Teilkompetenzen in gleichem Maße notwendig sind. Aus diesem Grund werden im folgenden Kapitel einzelne mathematische Teilkompetenzen und deren Zusammenhang mit sprachlichen Kompetenzen differenziert betrachtet.

6 Mathematische Kompetenz in der Grundschule

Die Relevanz sprachlicher Kompetenzen für die mathematische Kompetenz wurde bereits umfassend hinsichtlich sprachlicher Anforderungen in der Testsituation sowie verschiedener Funktionen von Sprache im Unterricht betrachtet. Neben einer differenzierten Betrachtung der im Fach Mathematik verwendeten Sprache sowie der notwendigen sprachlichen Kompetenzen kann jedoch auch mathematische Kompetenz selbst differenziert in Teilkompetenzen betrachtet werden. Dabei wird der Annahme nachgegangen, dass sprachliche Kompetenzen möglicherweise nicht mit allen Teilkompetenzen mathematischer Kompetenz in gleichem Ausmaß zusammenhängen. Daran anknüpfend werden in diesem Kapitel zunächst Konzeptualisierungen mathematischer Kompetenz in der Grundschule beschrieben (*6.1*), bevor die Rolle der Sprache für einzelne mathematische Teilkompetenzen betrachtet wird (*6.2*).

6.1 Konzeptualisierungen mathematischer Kompetenz

Mathematische Kompetenz wird in der vorliegenden Arbeit als individuelle kognitive Disposition beziehungsweise mathematikspezifische Fähigkeit verstanden, die das Individuum befähigt, bestimmte Anforderungen im Bereich der Mathematik zu bewältigen (Klieme, 2004). Erhebungen von mathematischer Kompetenz enthalten demnach bestimmte Anforderungen, deren Bewältigung in der Testsituation als Indikator für die mathematische Kompetenz eines Individuums verwendet wird. Mathematische Anforderungen beziehen sich beispielsweise auf mathematische Konzepte, auf mathematische Arbeitsweisen oder auf allgemeinere Bildungsziele des Faches Mathematik. Allgemeine Bildungsziele werden von Winter (1995) im Rahmen der *mathematischen Grundbildung* beschrieben. Mathematische Kompetenz wird hier als Mittel zur Bewältigung der Anforderungen der Umwelt verstanden und trägt damit insgesamt zur Lebensbewältigung bei. Insbesondere die nationalen und internationalen Schulleistungsstudien (z.B. PISA, IGLU-E; Sälzer, Reiss, Schiepe-Tiska, Prenzel & Heinze, 2013; Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier, 2003) aber auch das nationale Bildungspanel NEPS (National Educational Panel Study) zur Erhebung von mathematischer Kompetenz über die Lebensspanne legen ihren Operationalisierungen mathematischer Kompetenz die Konzeptualisierung der mathematischen Grundbildung zugrunde. Anknüpfend an diese sehr breite Auffassung mathematischer Kompetenz werden im Folgenden Kompetenzmodelle betrachtet, die versuchen, die Struktur mathematischer Kompetenz durch Inhaltsbereiche, mathematische Arbeitsweisen beziehungsweise die Komplexität von Anforderungen abzubilden. Kompetenzmodelle wurden in der Vergangenheit basierend auf empirischen Ergebnissen oder auf theoretischen Überlegungen erstellt, teilweise empirisch überprüft sowie zur Entwicklung von Testaufgaben herangezogen. Im Folgenden werden Struktur- und Stufenmodelle mathematischer Kompetenz für den Grundschulbereich thematisiert (*6.1.1*) sowie prozedurales und konzeptuelles Wissen als Basis mathematischer Kompetenz beschrieben (*6.1.2*).

6.1.1 Struktur- und Stufenmodelle mathematischer Kompetenz

Die Struktur und Stufen mathematischer Kompetenz in der Grundschule werden im Rahmen von Kompetenzmodellen aus drei verschiedenen Perspektiven betrachtet. Zunächst stellt sich aus normativer Perspektive die Frage, welche Kompetenzen Lernende zum Ende der vierten Jahrgangsstufe haben sollten. Hier setzen die nationalen Bildungsstandards an (KMK, 2004b). Weiterhin wird aus empirischer Sicht betrachtet, über welche Kompetenzen Lernende zu einem bestimmten Zeitpunkt der Lernbiographie tatsächlich verfügen. An dieser Stelle sind insbesondere die nationalen und internationalen Schulleistungsstudien einzuordnen wie beispielsweise die nationale Ergänzungsstudie der IGLU-Studie IGLU-E (Walther et al., 2003). Und zuletzt stellt sich aus theoretischer Perspektive die Frage, welche Kompetenzen sich bei Lernenden zum Ende der vierten Jahrgangsstufe in Anlehnung an kognitionspsychologische Lerntheorien, fachdidaktische Überlegungen und curriculare Abfolgen mathematischer Inhalte zu erwarten sind. Hier ist das Kompetenzstufenmodell von Reiss und Winkelmann (2009) zu nennen, das im Anschluss an die theoretische Konzeption auch empirisch überprüft wurde.

Die für das Ende der Grundschulzeit entwickelten nationalen Bildungsstandards legen aus normativer Perspektive im Sinne von Regelstandards fest, welche Kompetenzen Lernende zum Ende der vierten Jahrgangsstufe entwickelt haben sollten (KMK, 2004b; Reiss, 2004). Dabei werden Kompetenzen für allgemeine Bildungsziele, orientiert an der Idee der mathematischen Grundbildung im Bereich der Grundschule, definiert (Walther & Granzer, 2009). Die Struktur mathematischer Kompetenz wird hier in inhalts- und prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen beschrieben, die typische Inhaltsbereiche und Arbeitsweisen im Fach Mathematik kennzeichnen. Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen sind in fünf mathematischen Leitideen zusammengefasst: *Zahlen und Operationen*, *Raum und Form*, *Muster und Strukturen*, *Größen und Messen* sowie *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*. Diese werden weiter ausdifferenziert: So sollen die Lernenden beispielsweise in Bezug auf die Leitidee *Zahlen und Operationen* Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen, Rechenoperationen beherrschen sowie in Sachkontexten rechnen, wobei diese Anforderungen weiter konkretisiert werden (KMK, 2004b). Die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen umfassen hingegen fünf verschiedene mathematische Arbeitsweisen. Walther und Granzer (2009, S. 116) fassen diese im Rahmen der mathematischen Grundbildung folgendermaßen zusammen: „Die mathematische Grundbildung für Schülerinnen und Schüler hängt also wesentlich davon ab, in welchem Maße im Unterricht Anlässe geschaffen werden, selbst oder gemeinsam *Probleme mathematisch zu lösen*, über das Verstehen und das Lösen von Aufgaben zu *kommunizieren*, über das Zutreffen von Vermutungen oder über mathematische Zusammenhänge zu *argumentieren*, Sachsituationen in der Sprache der Mathematik zu *modellieren* und für die Bearbeitung von Problemen geeignete *Darstellungen* zu ersinnen oder auszuwählen“ (Hervorhebungen der Autorin). Weiterhin werden im Rahmen der Bildungsstandards Anforderungsbereiche auf der Basis von Erfahrungswerten von Lehrkräften sowie bestehenden Testaufgaben definiert, um mathematische Arbeitsweisen auf unterschiedlichem Niveau abzubilden, wobei es sich hierbei nicht um Kompetenzstufen handelt. Dabei wird unterschieden zwischen *reproduzieren*, *Zusammenhänge herstellen* sowie *verallgemeinern und reflektieren*. Inhalts- und prozessbezogene mathematische Kompetenzen sind jeweils aufeinander bezogen, sodass das Strukturmodell der Bildungsstandards auch als zweidimensionales Modell (Winkelmann, Robitzsch, Stanat & Köller, 2012) sowie in Kombination mit den Anforderungsbereichen als dreidimensionales Modell veranschaulicht wird (Walther & Granzer, 2009). Die nationalen Bildungsstandards basieren demnach auf einem Strukturmodell mathematischer Kompetenz, in welchem verschiedene Ausprägungen der inhalts- und prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen in Anforderungsbereichen beschrieben werden.

Mit der detaillierten Beschreibung der inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen sollen diese leicht in Aufgaben umgesetzt und damit erhoben werden können (Klieme et al., 2007). Um die in den Bildungsstandards definierten Leistungserwartungen zu überprüfen, entwickelten Winkelmann et al. (2012) Items zu dem zweidimensionalen Strukturmodell aus inhalts- und prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen. Diese wurden an einer repräsentativen, bundesweiten Stichprobe erprobt sowie normiert. Hierbei konnte insbesondere die differenzierte Struktur der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen nachgewiesen werden. Anknüpfend daran werden im Folgenden empirische Zugänge zu Stufenmodellen mathematischer Kompetenz beschrieben.

Aus empirischer Perspektive stellt sich die Frage, über welche Kompetenzen Lernende tatsächlich verfügen, wie bereits im Rahmen der Studie von Winkelmann et al. (2012) angedeutet wurde. Mathematische Kompetenz wird also in Anlehnung an eine Konzeptualisierung – meist der mathematischen Grundbildung – in verschiedenen Inhaltsbereichen mit Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit erhoben. Statistische Analysen im Rahmen der Item-Response-Theorie (IRT) ermöglichen es dann, sowohl die Fähigkeitswerte der Schülerinnen und Schüler als auch die Itemschwierigkeit auf einer gemeinsamen Skala abzubilden (vgl. dazu beispielsweise die Vorgehensweise bei IGLU-E; Walther et al., 2003). Die Verteiltung der Fähigkeitswerte und Itemschwierigkeiten auf dieser Skala wird dann in Kompetenzstufen unterteilt. Diese sollten sich sowohl empirisch gut voneinander abgrenzen lassen als auch inhaltlich gut interpretierbar sein. Der empirischen Unterteilung folgt also stets eine inhaltliche Beschreibung der jeweiligen Kompetenzstufe, zumeist veranschaulicht durch so genannte Markeritems, die typische Anforderungen der Kompetenzstufe repräsentieren. Kompetenzstufenbeschreibungen dieser Art finden sich beispielsweise auch im Rahmen des IQB-

Ländervergleichs (Reiss et al., 2012) und stellen eine Abstufung mathematischer Kompetenz in Bezug auf einzelne Inhaltsbereiche dar.

Theoretische Ansätze hingegen beginnen die Entwicklung von Stufenmodellen mathematischer Kompetenz mit der Beschreibung von Kompetenzstufen. Dabei wird berücksichtigt, welche Stufen von Kompetenzen aus kognitionspsychologischer und fachdidaktischer Sicht sowie im Hinblick auf die curriculare Abfolge mathematischer Inhalte bei Lernenden einer bestimmten Jahrgangsstufe zu erwarten sind. Im Rahmen der Erarbeitung eines Modells zur Entwicklung mathematischer Kompetenz im Verlauf der Grundschulzeit wurden von Reiss (2004) fünf Kompetenzstufen vorgeschlagen. Diese basieren einerseits auf dem empirisch fundierten Modell der IGLU-E-Studie (Walther et al., 2003) und andererseits auf theoretischen Überlegungen dazu, welche Denkprozesse beim Lösen mathematischer Probleme stattfinden, wie die einzelnen Kompetenzstufen aufeinander aufbauen und wie sich diese im Verlauf der Grundschulzeit entwickeln. Aufbauend auf dem Modell von Reiss (2004) wurden die in Bayern als Vollerhebung durchgeführten Orientierungsarbeiten für die zweite und dritte Jahrgangsstufe konzipiert. Daran anknüpfend wurde das Modell im Rahmen des Projekts BIGMATH in einer Längsschnittstudie von der zweiten bis zur vierten Jahrgangsstufe empirisch überprüft (Reiss, Heinze & Pekrun, 2007; Ufer, Reiss & Heinze, 2009). Es zeigte sich auch empirisch eine gute Passung des Modells, sodass die fünf theoretisch fundierten Kompetenzstufen für diese Jahrgangsstufen empirisch bestätigt werden konnten. Vergleichbare Kompetenzstufen fanden sich auch im Rahmen einer Pilotierungsstudie zur Evaluation der Bildungsstandards (Reiss et al., 2012; Reiss & Winkelmann, 2009). Diese Kompetenzstufen wurden sowohl global (siehe Tabelle 2) als auch für die fünf inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen der Bildungsstandards spezifiziert.

Tabelle 2. *Kompetenzstufen (K) der mathematischen Kompetenz nach Reiss und Winkelmann (2009).*

K	Beschreibung
I	Technische Grundlagen (Routineprozeduren auf der Grundlage einfachen begrifflichen Wissens)
II	Einfache Anwendungen von Grundlagenwissen (Routineprozeduren in einem klar strukturierten Kontext)
III	Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten (mathematisch und sachbezogenen) Kontext
IV	Sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang
V	Modellierung komplexer Probleme unter selbständiger Entwicklung geeigneter Strategien

Die in Tabelle 2 beschriebenen Kompetenzstufen deuten an, dass sich Ausprägungen mathematischer Kompetenz auf niedrigeren Kompetenzstufen durch Routinen und technische Rechenfertigkeiten kennzeichnen, während Anforderungen auf höheren Kompetenzstufen Verknüpfungen und ein flexibles Anwenden mathematischen Wissens erfordern. Daran anknüpfend wird im Folgenden das prozedurale und konzeptuelle Wissen als Grundlage mathematischer Kompetenz beschrieben.

6.1.2 Prozedurales und konzeptuelles Wissen als Grundlage mathematischer Kompetenz

Wissen über mathematische Konzepte als Basis mathematischer Kompetenz wird in Anlehnung an die Kognitionspsychologie in prozedurales und konzeptuelles Wissen unterteilt (Schneider, 2006; Stern, Felbrich & Schneider, 2006). Dabei bezieht sich prozedurales Wissen auf schnell und effizient anwendbares Handlungswissen zur Lösung von Routineaufgaben, wie etwa den Zehnerübergang bei der schriftlichen Subtraktion in Bezug auf Rechenoperationen. Es handelt sich häufig um automatisierte Prozesse (z.B. der Abruf von Kernaufgaben der Multiplikation). Rückblickend auf die von Reiss und Winkelmann (2009) definierten Kompetenzstufen finden sich Anteile des prozeduralen Wissens insbesondere auf den niedrigeren Kompetenzstufen – diese sind jedoch auch bei Anforderungen höherer Kompetenzstufen notwendig. Konzeptuelles Wissen hingegen stellt ein vernetztes Wissen zu mathematischen Konzepten und damit ein umfassendes Tiefenverständnis dar, das flexibel angewendet werden kann. Das Verständnis der Multiplikation als wiederholte Addition enthält beispielsweise große Anteile an konzeptuellem Wissen. In Bezug auf das Modell von Reiss und Winkelmann (2009) sind Anteile des konzeptuellen Wissens eher auf den höheren Kompetenzstufen zu finden.

Zum Zusammenhang von prozeduralem und konzeptuellem Wissen stellen Schneider (2006) und Stern et al. (2006) drei in der Literatur postulierte und empirisch untersuchte Positionen dar. *Concepts-first-Ansätze* nehmen konzeptuelles Wissen als Voraussetzung für prozedurales Wissen an und gehen davon aus, dass konzeptuelles Wissen zu einem Zuwachs des prozeduralen Wissens führt. Dieser Wirkzusammenhang deutet sich beispielsweise in einer Interventionsstudie mit Lernenden der vierten und fünften Jahrgangsstufe von Rittle-Johnson und Alibali (1999) an. *Procedures-first-Ansätze* hingegen nehmen diesen Wirkzusammenhang genau in umgekehrter Reihenfolge an – prozedurales Wissen führt zu einem Zuwachs im konzeptuellen Wissen. Hier ist eine Studie von Canobi, Reeve und Pattison (2003) einzuordnen, die zeigte, dass Rechenprozeduren im Bereich von Addition und Subtraktion scheinbar auch ohne zugrunde liegendes konzeptuelles Wissen verwendet wurden. In dieser Studie korrelierte das Alter positiv mit dem prozeduralen, nicht aber mit dem konzeptuellen Additions- und Subtraktionswissen. Das *iterative Modell* als Kombination der beiden genannten Ansätze geht von bidirektionalen Kausalzusammenhängen aus (Rittle-Johnson, Siegler & Alibali, 2001). Hier zeigte eine Studie von Hiebert und Wearne (1996), dass sowohl ein auf prozedurales Wissen fokussierter Unterricht eine Wirkung auf konzeptuelles

Wissen zeigte als auch ein auf konzeptuelles Wissen zentrierter Unterricht Rechenprozeduren förderte.

Schneider (2006) beschreibt weiter, dass diese Positionen empirisch zwar untersucht wurden, jedoch schwer zu überprüfen sind, da prozedurales und konzeptuelles Wissen bisher kaum valide und insbesondere nicht unabhängig voneinander gemessen werden konnten. In seinen eigenen Studien erfasste er in Bezug auf den Inhaltsbereich der Dezimalbrüche zu Beginn der Sekundarstufe verschiedene Indikatoren des prozeduralen Wissens (z.B. die Problemlösedauer) sowie des konzeptuellen Wissens (z.B. Größenvergleiche) und modellierte damit das prozedurale und konzeptuelle Wissen auf latenter, also messfehlerbereinigter, Ebene. Das eigentliche Ziel der Studie, das iterative Modell mit diesen Modellierungen der Wissensbereiche zu überprüfen, konnte aufgrund der hohen Zusammenhänge zwischen dem latent modellierten prozeduralen und konzeptuellen Wissen jedoch nicht erreicht werden. Der zuvor in anderen Studien auf manifester, also nicht messfehlerbereinigter, Ebene ermittelte Zusammenhang zeigte sich demnach auch auf latenter Ebene und verdeutlicht die Schwierigkeit, prozedurales und konzeptuelles Wissen voneinander getrennt zu messen. Daran anknüpfend lassen sich auch mathematische Anforderungen häufig keinem der vorgestellten Wissensbereiche eindeutig zuordnen, sondern enthalten vielmehr unterschiedlich große Anteile prozeduralen oder konzeptuellen Wissens. Daran anknüpfend lassen sich mathematische Inhaltsbereiche mit mathematischen Anforderungen erheben, die hinsichtlich ihrer Anteile an prozeduralem und konzeptuellem Wissen variieren. Als Beispiel wird hier der von Bleiler und Thompson (2013) beschriebene SPUR-Ansatz genannt, der zwischen *skills* (Rechenfertigkeiten), *properties* (Eigenschaften eines mathematischen Konzepts), *uses* (Anwendungen) und *representations* (Darstellungen zu mathematischen Konzepten) unterscheidet. Dieser Ansatz ermöglicht die umfassende Erhebung von mathematischer Kompetenz in einzelnen Inhaltsbereichen. Dabei können reine Rechenaufgaben gegebenenfalls schnell und effizient mittels prozeduralen Wissens bewältigt werden oder – falls dieses nicht vorliegt beziehungsweise nicht aktiviert wird – auch mittels aufwändigerer Problemlöseprozesse gelöst werden, die auf konzeptuellem Wissen basieren. Die anderen drei erfordern – je nach Art der Anforderung und der Vertrautheit mit ihnen – in der Regel zwingend konzeptuelles Wissen. Wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit an dieser Stelle wieder die Sprache in den Blick genommen, so stellt sich die Frage, ob die Lösung von Routineaufgaben im Sinne eines erhöhten Anteils prozeduralen Wissens in gleichem Maße von Sprachkompetenzen abhängig ist wie das Verständnis mathematischer Konzepte beispielsweise in Aufgaben zu mathematischen Darstellungen.

Zusammenfassung. Mathematische Kompetenz wurde in diesem Abschnitt differenziert betrachtet. Dabei wurden im Rahmen von Struktur- und Stufenmodellen mathematischer Kompetenz verschiedene Inhaltsbereiche, prozessbezogene Kompetenzen sowie Anforderungsbereiche oder Kompetenzstufen differenziert. Außerdem kann mathematische Kompetenz hinsichtlich prozeduraler und konzeptueller Wissensanteile beschrieben werden. Diese sind jedoch sowohl hinsichtlich ihrer Erhebungsmöglichkeiten als auch empirisch schwer voneinander zu trennen. Dementsprechend werden in der vorliegenden Arbeit mathematische Anforderungen diesen Wissensbereichen nicht explizit zugeordnet, sondern dahingehend beschrieben, ob sie eher Anteile prozeduralen Wissens beziehungsweise konzeptuellen Wissens erfordern.

Im Folgenden wird eine differenzierte Betrachtung mathematischer Kompetenz weiter aufgegriffen, um die Rolle der Sprache für einzelne mathematische Teilkompetenzen zu untersuchen. In Hinblick auf die beschriebenen sprachlichen Anforderungen von Mathematikaufgaben in *Kapitel 3* sowie auf die Funktionen von Sprache beim mathematischen Kompetenzerwerb in *Kapitel 4* wird vermutet, dass sprachliche Kompetenzen insbesondere mit den Teilkompetenzen mathematischer Kompetenz zusammenhängen, die entweder mittels Aufgaben erhoben werden, die komplexe sprachliche Strukturen enthalten, oder deren Erwerb maßgeblich von sprachlichen Prozessen unterstützt wird.

6.2 Sprachbezogene Leistungsunterschiede in einzelnen mathematischen Teilkompetenzen

Anknüpfend an die differenzierte Betrachtung mathematischer Kompetenz werden in diesem Abschnitt Studien betrachtet, die einerseits einzelne mathematische Teilkompetenzen untersucht und diese andererseits im Zusammenhang mit sprachbezogenen Merkmalen, wie dem familiären Sprachgebrauch oder Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache, betrachtet haben. Dabei wird sowohl eine explorative Studie berichtet, die mathematische Kompetenz im Nachhinein differenziert betrachtet, als auch experimentelle Studien, die gezielt Items zu einzelnen mathematischen Teilkompetenzen einsetzen.

Die Längsschnittstudie SOKKE (*Sozialisation und Akkulturation in Erfahrungsräumen von Kindern mit Migrationshintergrund*) untersuchte den Zusammenhang eines Migrationshintergrundes und Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache mit der Entwicklung mathematischer Kompetenz im Verlauf der Grundschulzeit (Heinze et al., 2011; Heinze et al., 2009). Dabei wurde mathematische Kompetenz mit dem curricular validen, standardisierten deutschen Mathematiktest (DEMAT) erfasst, der insbesondere den Bereich der Arithmetik in Subskalen mit unterschiedlichen Anforderungen (z.B. Rechenaufgaben, aber auch arithmetische Textaufgaben) abbildet. Die Ergebnisse zeigen bereits zum Ende der ersten Jahrgangsstufe einen signifikanten Unterschied in der Mathematikleistung zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund (Heinze et al., 2007). Im Verlauf der Grundschulzeit blieb dieser mathematische Leistungsunterschied erhalten, vergrößerte sich jedoch nicht (Heinze et al., 2009). Zum Ende der ersten Jahrgangsstufe konnten die beobachteten mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund über kognitive Grundfähigkeiten hinaus maßgeblich durch sprachliche Kompetenzen in der Unterrichtssprache erklärt werden (Heinze et al., 2007). Neben dieser bereits in *Kapitel 2* beschriebenen Relevanz sprachlicher Kompetenzen für mathematische Kompetenz *generell* wurde diese im Rahmen von SOKKE differenziert nach den erhobenen Subskalen (Heinze et al., 2007) beziehungsweise nach statistisch trennbaren Faktoren mathematischer Kompetenz (Ufer et al., 2013) analysiert.

In Bezug auf die erhobenen Subskalen mathematischer Kompetenz zeigten sich zum Ende der ersten Jahrgangsstufe variierende Effekte des Migrationshintergrundes (Heinze et al., 2007). Während Lernende mit und ohne Migrationshintergrund in den Subskalen *Addition*, *Subtraktion*, *Zahlenzerlegung und Zahlergänzung*, *Kettenaufgaben* und *Ungleichungen* vergleichbare Leistungen erzielten, erreichten Lernende mit Migrationshintergrund in den Subskalen *Mengen-Zahlen*, *Zahlraum*, *Teil-Ganzes* und *Sachaufgaben* deutlich niedrigere Leistungen als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler ohne Migrationshintergrund. Dabei blieben die Unterschiede in den Subskalen *Zahlenraum* und *Sachaufgaben* auch nach Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten erhalten und konnten erst durch Einschluss sprachlicher Kompetenzen erklärt werden. Die Autoren vermuten an dieser Stelle, dass Sprachkompetenzen insbesondere für die Teilbereiche mathematischer Kompetenz relevant sind, die das Erstellen mentaler Repräsentationen (etwa bei der Einordnung von Zahlen auf einem mentalen Zahlenstrahl) sowie Grundvorstellungen bei einfachen Sachaufgaben erfordern und damit eher im Bereich konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen einzuordnen sind.

In weiteren längsschnittlichen Analysen von Ufer et al. (2013) wurden die erhobenen Subskalen mittels explorativer und konfirmatorischer Faktorenanalysen zwei Facetten mathematischer Kompetenz zugeordnet und hinsichtlich variierender Effekte der Familiensprache in der ersten und zweiten Jahrgangsstufe untersucht. Für diese Analysen wurden die Lernenden in Bezug auf ihre Familiensprache unterschieden sowie die Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache nochmals hinsichtlich ihrer Sprachkompetenzen in schwach bilinguale und dominant bilinguale Lernende eingeteilt. Die statistisch ermittelten Facetten mathematischer Kompetenz beziehen sich einerseits auf eher schematisierbare Anforderungen und andererseits auf eher konzeptuell-inhaltliche Anforderungen. Signifikante Leistungsunterschiede zwischen den drei Gruppen zeigten sich nur in Bezug auf die konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen. Hier erzielten insbesondere die schwach bilingualen Lernenden deutlich geringere Leistungen als Lernende mit deutscher Familiensprache. Sprachkompetenzen zeigten auch für diese Leistungsunterschiede eine große Erklärungskraft vergleichbar zu der der kognitiven Grundfähigkeiten. Eine Modellierung des Lernzuwachses von der ersten zur zweiten Jahrgangsstufe ergab für die beiden Gruppen mit nichtdeutscher Familiensprache einen signifikant geringeren Lernzuwachs im Bereich der konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen. Auch diese Unterschiede in der Kompetenzentwicklung wurden maßgeblich durch Sprachkompetenzen erklärt.

Die differenzierten Analysen der erhobenen Subskalen mathematischer Kompetenz im Rahmen der SOKKE-Studie weisen darauf hin, dass sich mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne Migrationshintergrund beziehungsweise zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache insbesondere bei konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen und weniger bei schematisierbaren Anforderungen finden. Schematisierbare Anforderungen enthalten demnach vor allem Anteile des prozeduralen Wissens und lassen sich häufig durch automatisierbare Lösungsschemata lösen, die im Unterricht explizit vermittelt werden. Zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen, die insbesondere Anteile konzeptuellen Wissens beinhalten, ist hingegen die Aktivierung inhaltlicher Vorstellungen zu den zugrunde liegenden mathematischen Konzepten notwendig. Allerdings wurden im Rahmen der SOKKE-Studie einzelne mathematische Teilkompetenzen im Nachhinein untersucht beziehungsweise statistisch ermittelt, ohne dass den verwendeten Testverfahren eine differenzierte Betrachtung zugrunde gelegen hätte. In Abgrenzung zu diesem explorativen Vorgehen werden im Weiteren Studien betrachtet, die gezielt zwischen einzelnen mathematischen Teilkompetenzen differenzieren.

Hickendorff (2013) untersuchte beispielsweise variierende Effekte sprachbezogener Merkmale auf Rechenfertigkeiten in Abgrenzung zum Problemlösen in Anwendungskontexten in einer Längsschnittstudie von der ersten bis zur dritten Jahrgangsstufe. Die sprachbezogene Merkmale umfassen dabei den familiären Sprachgebrauch (hier eine niederländische oder nichtniederländische Familiensprache) und das Leseverstehen. Die Ergebnisse zeigen variierende Effekte der beiden sprachbezogenen Merkmale: Signifikante Unterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache beziehungsweise zwischen Lernenden unterschiedlicher Kompetenzen im Leseverstehen finden sich in deutlich größerem Ausmaß für das Problemlösen als für Rechenfertigkeiten. Zudem werden auch in dieser Studie Unterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache maßgeblich durch Sprachkompetenzen erklärt. In beiden mathematischen Teilkompetenzen verschwinden die signifikanten Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit niederländischer und nichtniederländischer Familiensprache unter Kontrolle des Leseverstehens. In Bezug auf die Leistungen in den Rechenfertigkeiten zeigt sich unter Kontrolle des Leseverstehens sogar ein tendenzieller Vorteil der Lernenden mit nichtniederländischer Familiensprache.

Ein tendenzieller Vorteil in Bezug auf Rechenfertigkeiten zeigte sich auch in einer US-amerikanischen Studie für Lernende mit nichtenglischer Familiensprache. Vukovic und Lesaux (2013) untersuchten die Leistungen von Lernenden mit englischer und nichtenglischer Familiensprache in vier mathematischen Inhaltsbereichen (Arithmetik, Statistik und Wahrscheinlichkeit, Algebra, Geometrie) von der ersten bis zur vierten Jahrgangsstufe sowie deren Sprachkompetenzen zu Beginn der Grundschulzeit. Während sich in Bezug auf die erhobenen Sprachkompetenzen durchweg signifikante Nachteile von Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache zeigten, erzielten Lernende mit englischer und nichtenglischer Familiensprache in den einzelnen mathematischen Inhaltsbereichen vergleichbare Leistungen. In den Inhaltsbereichen Arithmetik und Geometrie zeigten sich sogar tendenziell höhere Leistungen von Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache. Im Bereich Arithmetik kehrte sich dieser Effekt jedoch in der vierten Jahrgangsstufe um, sodass hier tendenziell ein Nachteil von Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache zu finden war. Möglicherweise wird für

Lösungsroutinen zu Rechenfertigkeiten in der vierten Jahrgangsstufe bereits ein größerer Anteil konzeptuellen Wissens benötigt, welcher Nachteile von Lernenden mit nichtenglischer Familiensprache erklären könnte (vgl. Heinze et al., 2007). Weiterhin wurde die Relevanz sprachlicher Kompetenzen (hier operationalisiert durch Wortschatz und Hörverstehen) auf die Leistungsentwicklung in den verschiedenen Inhaltsbereichen betrachtet. Sprachkompetenzen stellten für die Kompetenzentwicklung in den Bereichen Statistik und Wahrscheinlichkeit sowie Geometrie einen relevanten Prädiktor dar, während sich dies für die Kompetenzentwicklung in den Bereichen Algebra und Arithmetik nicht zeigte. Zudem fanden sich an dieser Stelle keine Unterschiede nach Familiensprache, sodass frühe sprachliche Kompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb aller Lernenden relevant zu sein scheinen.

Auch in Bezug auf einen Migrationshintergrund zeigte sich bei PISA 2003 kein variierender Effekt auf Mathematikaufgaben zu unterschiedlichen mathematischen Arbeitsweisen, die jeweils mit einer unterschiedlichen Textlastigkeit einhergingen (Ramm et al., 2004). Es wurden drei Typen mathematischen Arbeitens unterschieden: *technische Fertigkeiten* (die kaum sprachliche Instruktionen enthalten), *rechnerisches Modellieren* (mit etwas höheren sprachlichen Anforderungen) und *begriffliches Modellieren* (mit den höchsten sprachlichen Anforderungen). Für diese Typen zeigten sich keine Unterschiede innerhalb der einzelnen Migrationsgruppen sowie der Lernenden ohne Migrationshintergrund. Die geringeren Leistungen von Lernenden mit Migrationshintergrund lassen sich demnach nicht auf die schlechtere Bearbeitung von sprachabhängigen Teilaufgaben zurückführen. Die Autoren gehen davon aus, dass eine mangelnde Beherrschung der Unterrichtssprache die mathematische Kompetenzentwicklung im Allgemeinen einschränkt.

Für Rechenfertigkeiten im Sinne von automatisierten Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 sowie von algorithmisch lösbaren Additions- und Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen zeigte sich auch in einer Studie von Fuchs et al. (2006) in der dritten Jahrgangsstufe kein signifikanter Zusammenhang mit Sprachkompetenzen (hier erhoben über Wortschatz, Grammatik, Hörverstehen). Sprachkompetenzen stellten hier nur für arithmetische Textaufgaben einen relevanten Prädiktor dar.

Weiterhin untersuchten Paetsch, Felbrich und Stanat (2015) ausschließlich Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache hinsichtlich ihrer mathematischen Kompetenz sowie ihrer Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache (in den Bereichen Leseverstehen, Wortschatz und Grammatik). Zur Erhebung von mathematischer Kompetenz wurde dabei – wie auch in der SOKKE-Studie – der in Anlehnung an den Lehrplan entwickelte deutsche Mathematiktest (DEMAT) eingesetzt. Die Items dieses Testinstruments kodierten die Autorinnen nach sprachlicher Komplexität und konnten zeigen, dass sprachliche Kompetenzen, darunter insbesondere das Leseverstehen und Wortschatzkenntnisse, einen relevanten Prädiktor sowohl für sprachlich anspruchsvolle als auch für sprachlich weniger anspruchsvolle Aufgaben darstellten. Rechenfertigkeiten und Textaufgaben scheinen für diese Stichprobe also in vergleichbarem Maße von sprachlichen Kompetenzen abzuhängen. Im Rahmen der gleichen Studie wurden elementare mathematische Modellierungskompetenzen (hier operationalisiert durch arithmetische Textaufgaben) herausgegriffen und deren Entwicklung im Verlauf der dritten Jahrgangsstufe untersucht (Paetsch & Felbrich, 2015). Dabei zeigte sich bei den teilnehmenden Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Familiensprache kein Einfluss der sprachlichen Kompetenzen zu Beginn der dritten Jahrgangsstufe auf die Entwicklung elementarer Modellierungskompetenzen. Die Autorinnen konnten jedoch zeigen, dass die Entwicklungsverläufe sprachlicher Kompetenzen und mathematischer Kompetenz positiv miteinander zusammenhängen, was sie im Sinne einer parallelen Entwicklung dieser Kompetenzen interpretierten.

Variierende Effekte des familiären Sprachgebrauchs zeigten sich auch innerhalb der mathematischen Teilkompetenz zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen. Kempert et al. (2011) untersuchten in einer experimentellen Studie die Leistungen von monolingualen und bilingualen Drittklässlern in gewöhnlichen Textaufgaben im Vergleich zu deren Leistungen in Textaufgaben mit Distraktoren, die überflüssige, für die Lösung nicht notwendige Informationen enthielten. Es zeigte sich, dass monolinguale Lernende zwar signifikant bessere Leistungen im Lösen gewöhnlicher Textaufgaben erreichten, für Textaufgaben mit Distraktoren ließ sich hingegen kein signifikanter Unterschied nachweisen. Bessere Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache scheinen demnach zu besseren Leistungen in gewöhnlichen Textaufgaben beizutragen. Die Ergebnisse in Bezug auf die Aufgaben mit Distraktoren können im Sinne der Bilingualitätsforschung interpretiert werden: Bilinguale Lernende können hier vermutlich ihre geringeren Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache durch bessere Aufmerksamkeitskontrollprozesse ausgleichen, die die irrelevanten Informationen ausblenden. Aufmerksamkeitskontrollprozesse liegen durch den Wechsel zwischen zwei Sprachsystemen bei bilingualen Lernenden meist in größerem Ausmaß vor als bei monolingualen Lernenden (für einen Überblick zur Bilingualitätsforschung siehe Bialystok, Craik, Green & Gollan, 2009). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden solche variierende Effekte der Bilingualität jedoch nicht weiter betrachtet. Die zuletzt berichtete Studie sollte an dieser Stelle lediglich die Vielzahl der Möglichkeiten aufzeigen, wie unterschiedlich sich sprachbezogene Merkmale auf mathematische Kompetenz auswirken können.

Zusammenfassung. Im Anschluss an die differenzierte Betrachtung mathematischer Kompetenz im Rahmen von Struktur- und Stufenmodellen sowie in Bezug auf prozedurales und konzeptuelles Wissen wurden in diesem Abschnitt (*6.2*) variierende Effekte sprachbezogener Merkmale auf einzelne mathematische Teilkompetenzen aufgezeigt. Sowohl eine von der Unterrichtssprache abweichende Familiensprache als auch geringe Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache wirken sich insbesondere auf mathematische Teilkompetenzen aus, die vorwiegend Anteile konzeptuellen Wissens enthalten (Hickendorff, 2013; Ufer et al., 2013; Vukovic & Lesaux, 2013). In Bezug auf die vorliegende Arbeit stellt sich die Frage, ob sich diese unterschiedlichen

Effekte auch dann zeigen, wenn ein Inhaltsbereich mathematischer Kompetenz umfassend in verschiedenen mathematischen Teilkompetenzen erhoben wird.

Im Folgenden werden die aus dem theoretischen Hintergrund abgeleiteten Annahmen für die vorliegende Arbeit in einem Arbeitsmodell zusammengefasst.

7 Arbeitsmodell und Ziele der Arbeit

Ausgehend von migrationsbedingten mathematischen Leistungsunterschieden stehen in der vorliegenden Arbeit sprachbezogene Ansätze zur Erklärung dieser sowie weiterer interindividueller mathematischer Leistungsunterschiede im Fokus. Zentral werden dabei fachsprachliche Kompetenzen sowie die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Unterricht untersucht, die den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz potentiell vermitteln könnten. Basierend auf dem bisher dargestellten Forschungsstand werden im Folgenden Annahmen für die vorliegende Arbeit abgeleitet sowie die angenommenen Zusammenhänge in einem Arbeitsmodell (siehe Abbildung 3) graphisch veranschaulicht. Weiterhin werden die fünf übergeordneten Ziele und die damit verbundenen Fragestellungen und Hypothesen des Dissertationsprojekts vorgestellt.

Migrationsbedingte mathematische Leistungsunterschiede wurden wiederholt durch Merkmale der sozialen Herkunft, aber insbesondere durch den familiären Sprachgebrauch sowie durch sprachliche Kompetenzen der Lernenden erklärt. Dabei erwiesen sich sprachliche Kompetenzen teilweise als bedeutsamerer Prädiktor als Merkmale der sozialen Herkunft (Prediger et al., 2013) und als kognitive Grundfähigkeiten (Seethaler et al., 2011). In Anlehnung an die von TIMSS 2011 vorgeschlagene Definition von Migrationshintergrund nach dem familiären Sprachgebrauch (vgl. Mullis et al., 2009; Tarelli et al., 2012), stellt die vorliegende Arbeit das Merkmal der Familiensprache in den Fokus und vergleicht Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache hinsichtlich ihrer mathematischen Kompetenz (siehe Abbildung 3). Auch hier zeigten sich wiederholt mathematische Kompetenzunterschiede zum Nachteil von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache, die maßgeblich durch sprachliche Kompetenzen erklärt werden konnten (Ufer et al., 2013). Weitere Studien wiesen im Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zudem einen für alle Lernenden in vergleichbarem Maße hohen Zusammenhang sprachlicher Kompetenzen mit mathematischer Kompetenz nach (Paetsch et al., 2016). In den soweit berichteten Studien wurden dabei einzelne sprachliche Teilkompetenzen, wie etwa das Leseverstehen, im Rahmen der allgemeinsprachlichen Kompetenzen untersucht. Der im Kontext der Bildungsbenachteiligung von Lernenden mit Migrationshintergrund, beziehungsweise mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache, beobachtete Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz stellt den Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit dar. Zentrales Ziel des vorliegenden Dissertationsprojekts ist es, vermittelnde Variablen für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu identifizieren, um deren Wirkungsweise im Detail zu verstehen sowie mögliche Ansatzpunkte zur Förderung von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache zu identifizieren. Dabei werden einerseits mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen und andererseits die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten in den Blick genommen, die in Abbildung 3 als Mediatoren des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz dargestellt werden.

Mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen sind notwendig, um fachsprachliche Anforderungen in Mathematikaufgaben, aber auch im Unterrichtsdiskurs zu bewältigen. In der Literatur wird häufig angenommen, dass sprachliche Anforderungen der mathematischen Fachsprache eine besondere Herausforderung für Lernende im Allgemeinen und Lernende mit geringeren Sprachkompetenzen im Speziellen darstellen (Österholm & Bergqvist, 2013). Studien, die sprachliche Merkmale von Mathematikaufgaben und deren Aufgabenschwierigkeit in Zusammenhang setzten, stellten jedoch für Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache insbesondere bildungssprachliche Begriffe sowie grammatikalische Strukturen der mathematischen Fachsprache (z.B. Passivkonstruktionen) als schwierigkeitsgenerierende Merkmale von Mathematikaufgaben heraus, während sich dies für mathematische Fachbegriffe nicht zeigte (Haag et al., 2013). Möglicherweise werden mathematische Fachbegriffe im Unterricht explizit thematisiert (Gogolin, 2009), sodass in Bezug auf die Kenntnis des Fachwortschatzes fachsprachliche Kompetenzen vorliegen, während dies für die weiteren fachsprachlichen Anforderungen nicht gilt. Um diese Vermutung zu überprüfen, werden in der vorliegenden Arbeit über die Kenntnis des Fachwortschatzes hinaus gehende fachsprachliche Kompetenzen operationalisiert und erhoben, sowie als vermittelnde Variable des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz untersucht. Erste Studien im Bereich der Mathematik (Bae et al., 2015; van der Walt, 2009), aber auch in anderen Fächern wie den Naturwissenschaften (Taboada, 2012) oder der Chemie (Özcan, 2013) weisen darauf hin, dass fachsprachliche Kompetenzen einen Prädiktor fachlicher Kompetenz darstellen können.

Im Rahmen von Studien zu sprachlichen Testanpassungen (Abedi et al., 2006), die keine spezifische Wirkung auf die Mathematikleistung von Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache hatten, wurde vermutet, dass die mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache im Unterricht begründet liegen. Dabei zeigten sich für bisherige Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten, die sich vornehmlich auf distale Faktoren im Angebots-Nutzungs-Modell zur Wirkungsweise des Unterrichts beziehen (Schrader & Helmke, 2008), sowohl Unterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache als auch ein Zusammenhang mit deren Mathematikleistungen (Abedi & Herman, 2010; Wang & Goldschmidt, 1999). Daran anknüpfend werden in der vorliegenden Arbeit proximale Faktoren im Sinne der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als potentieller Erklärungsfaktor für den Zusammenhang allgemeinsprachlicher Kompetenzen und mathematischer Kompetenz berücksichtigt. In Abgrenzung zu bisherigen Konzeptualisierungen werden diese im Sinne von verständnisvollen Lernprozessen definiert und an sprachliche Prozesse des Unterrichts angebunden. Zudem wird nicht das Vorkommen sprachbasierter Lerngelegenheiten im Unterricht betrachtet, sondern die Nutzung solcher Lerngelegenheiten durch die Schülerinnen und Schüler. Unterrichtsstudien deuten an, dass eine sprachliche Beteiligung am Unterricht positiv mit der mathematischen Kompetenzentwicklung der Lernenden zusammenhängt (Ing et al., 2015), sodass in dieser Arbeit die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht als potentielle Erklärungsvariable des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz betrachtet wird.

Weiterhin zeigten sich für den betrachteten Zusammenhang unterschiedlich starke Zusammenhänge von der Familiensprache sowie den allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit verschiedenen mathematischen Teilkompetenzen. Unterschiede zwischen Lernenden verschiedener Familiensprache zeigten sich beispielsweise in der Längsschnittstudie SOKKE bereits in der ersten Jahrgangsstufe vornehmlich in Bezug auf konzeptuell-inhaltliche Anforderungen mathematischer Kompetenz, während im Bereich schematisierbarer Anforderungen nur tendenziell Unterschiede zu beobachten waren, die zudem durch kognitive Grundfähigkeiten erklärt werden konnten (Heinze et al., 2007). Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die im Rahmen der Längsschnittstudie SOKKE explorativ gefundenen Ergebnisse zu verschiedenen mathematischen Teilkompetenzen durch eine gezielte Erhebung von vier mathematischen Teilkompetenzen zu replizieren und darüber hinaus die oben beschriebenen Mediationshypothesen für den Zusammenhang zwischen allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz auch differenziert nach einzelnen mathematischen Teilkompetenzen zu untersuchen.

Zusammenfassend wird angenommen, dass insbesondere sprachbezogene Merkmale wie allgemein- und fachsprachliche Kompetenzen sowie die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten relevante Erklärungsvariablen für mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache darstellen. Dabei bleibt offen, ob mathematische Kompetenz insgesamt oder nur in einzelnen Bereichen von sprachbezogenen Merkmalen beeinflusst wird. Zusätzlich sollen als Kontrollvariablen der sozioökonomische Status als Indikator der sozialen Herkunft, die kognitiven Grundfähigkeiten sowie das mathematische Selbstkonzept in der vorliegenden Arbeit Berücksichtigung finden. Abbildung 3 fasst die angenommenen Zusammenhänge in dem Arbeitsmodell des vorliegenden Dissertationsprojekts zusammen. Dabei handelt es sich um ein konzeptuelles Modell zum Zusammenhang von sprachlichen Merkmalen und der mathematischen Kompetenz unter Berücksichtigung weiterer Kontrollvariablen. Dieses Modell wurde in der Hauptstudie der vorliegenden Arbeit sowohl im Querschnitt als auch im Längsschnitt untersucht.

Aus dem Arbeitsmodell ergeben sich fünf übergeordnete Ziele und dazu jeweils mehrere Fragestellungen sowie Hypothesen für die vorliegende Arbeit. Dabei bezieht sich Ziel 1 auf die Entwicklung und Evaluation von Erhebungsinstrumenten, die in den weiteren Zielen zur Klärung inhaltlicher Fragestellungen verwendet werden. Ziel 2, Ziel 3 und Ziel 4 fokussieren auf Zusammenhänge von Variablen im Querschnitt, während unter Ziel 5 auch die Betrachtung der mathematischen Kompetenzentwicklung im Längsschnitt eingeschlossen wird.

Ziel 1. Auf Basis der dargestellten theoretischen Fundierung sollen Erhebungsinstrumente entwickelt werden, die mathematische Kompetenz, mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen sowie die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht differenziert erfassen. Dazu ergeben sich die folgenden Fragestellungen:

1a. Inwieweit erfüllen die entwickelten Erhebungsinstrumente die Testgütekriterien der Reliabilität und Validität?
1b. In welchem Ausmaß repräsentieren die empirischen Daten die theoretisch fundierte und in den Instrumenten operationalisierte Struktur der untersuchten Konstrukte?
1c. Inwieweit eignen sich die entwickelten Erhebungsinstrumente für einen Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache?

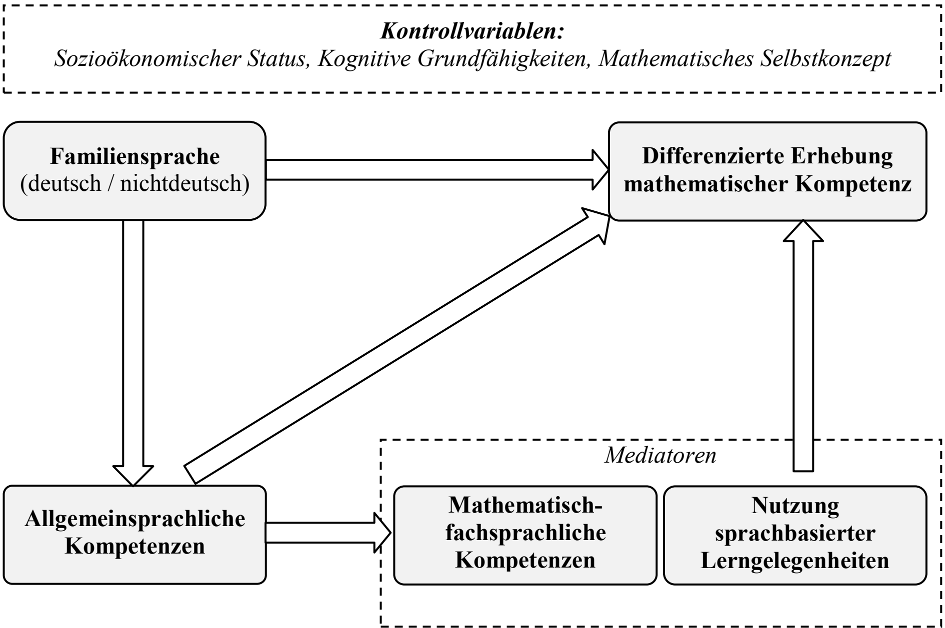


Abbildung 3. Arbeitsmodell zum Zusammenhang von sprachbezogenen Merkmalen und der mathematischen Kompetenz unter Berücksichtigung weiterer Kontrollvariablen.

Ziel 2. Mit den entwickelten Erhebungsinstrumenten sollen insbesondere mathematische Leistungsunterschiede, aber auch Unterschiede in mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und in der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache differenziert analysiert werden.

2a. Inwieweit zeigen sich signifikante Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für mathematische Kompetenz sowie die vier mathematischen Teilkompetenzen?
2b. Inwieweit zeigen sich signifikante Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für die differenziert erfassten mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten?

In Bezug auf Frage 2a wird vermutet, dass Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache eine geringere mathematische Kompetenz erzielen als Lernende mit deutscher Familiensprache (Heinze et al., 2007; Tarelli et al., 2012). Hinsichtlich der mathematischen Teilkompetenzen wird angenommen, dass diese Unterschiede sich insbesondere bei anwendungsbezogenen Anforderungen wie beispielsweise Textaufgaben (Hickendorff, 2013; Paetsch & Felbrich, 2015) und Aufgaben zum konzeptuell-inhaltlichen Verständnis (Heinze et al., 2007; Vukovic & Lesaux, 2013) zeigen und weniger in Rechenaufgaben, zu deren Lösung schematisierbare Rechenfertigkeiten ausreichen (Heinze et al., 2007; Kempert et al., 2011).

Weiterhin wird angenommen, dass Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache geringere fachsprachliche Kompetenzen erzielen (Frage 2b). Es wird vermutet, dass sich diese Unterschiede insbesondere im textintegrativen Verständnis und weniger in der Kenntnis des Fachwortschatzes zeigen (Haag et al., 2013). In Bezug auf sprachbasierte Lerngelegenheiten wird vermutet, dass diese von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache in geringerem Maße genutzt werden (Abedi et al., 2006; Civil, 2008; Elbers & Haan, 2005).

Ziel 3. Für den wiederholt gezeigten Zusammenhang zwischen allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz soll die Rolle der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen detailliert untersucht werden. Neben der empirischen Abgrenzung der Operationalisierung fachsprachlicher Kompetenzen von den allgemeinsprachlichen Kompetenzen einerseits sowie der mathematischen Kompetenz andererseits soll die vermittelnde Funktion der fachsprachlichen Kompetenzen für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz analysiert werden. Daraus leiten sich die folgenden Fragen ab:

3a. Wie hängen mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zusammen? Finden sich hier Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher

Familiensprache sowie in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?

3b. In welchem Ausmaß können fachsprachliche Kompetenzen über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus interindividuelle mathematische Kompetenzunterschiede erklären? Finden sich hier Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?

Im Zusammenhang mit Frage 3a wird basierend auf theoretischen Überlegungen angenommen, dass fachsprachliche Kompetenzen stark mit mathematischer Kompetenz einerseits (Härtig et al., 2015) und allgemeinsprachlichen Kompetenzen andererseits zusammenhängen, sich aber dennoch statistisch von diesen trennen lassen.

In Bezug auf Frage 3b wird in Anlehnung an erste mathematikdidaktische Studien (Bae et al., 2015; van der Walt, 2009) sowie Studien aus anderen Fächern (Özcan, 2013; Taboada, 2012) vermutet, dass fachsprachliche Kompetenzen über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus einen Prädiktor mathematischer Kompetenz darstellen.

Ziel 4. Neben mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen soll auch die Rolle der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz genauer analysiert werden. Auch hier soll das Konstrukt der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zunächst von der mathematischen Kompetenz sowie vom mathematischen Selbstkonzept abgegrenzt werden. In Bezug auf die Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede handelt sich um den Versuch, durch Schüler-Selbsteinschätzungen Maße der Lernangebotsnutzung zu berücksichtigen. Es ergeben sich hierzu die folgenden Fragestellungen:

4a. Wie hängen die Maße der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz und dem mathematischen Selbstkonzept (als weitere mathematikbezogene Selbsteinschätzung) zusammen? Finden sich hier Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache?

4b. In welchem Ausmaß kann die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus interindividuelle mathematische Kompetenzunterschiede erklären? Finden sich hier Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache, sowie weiterhin in Bezug auf die beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten oder die vier mathematischen Teilkompetenzen?

Es wird vermutet, dass ähnlich wie bei bisherigen eher distalen Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten (Abedi & Herman, 2010) auch die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz zusammenhängt (Frage 4a). Nachdem diese über Selbsteinschätzungen erhoben werden, wird zudem ein Zusammenhang mit dem mathematischen Selbstkonzept erwartet.

In Bezug auf Frage 4b wird angenommen, dass sprachliche Kompetenzen in der Unterrichtssprache eine Voraussetzung zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten darstellen (Civil, 2008). Weiterhin ist davon auszugehen, dass die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten, welche verständnisvolle Lernprozesse beinhalten, zum mathematischen Kompetenzerwerb beiträgt und damit die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten insgesamt einen Prädiktor mathematischer Kompetenz darstellt.

Ziel 5. Über die einzelne Betrachtung von mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten hinaus sollen diese auch gemeinsam als mögliche Erklärungsvariablen der mathematischen Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache betrachtet werden. Dabei sollen nochmals querschnittliche Zusammenhänge analysiert werden, und insbesondere die mathematische Kompetenzentwicklung im Längsschnitt betrachtet werden. Sowohl in querschnittlichen als auch in längsschnittlichen Analysen sollen weitere Erklärungsvariablen (Variablen der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen) eingeschlossen werden. Es ergeben sich hierzu die folgenden Fragestellungen:

5a. In welchem Ausmaß können mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über Variablen der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus Gruppenunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie interindividuelle Unterschiede in der mathematischen Kompetenz erklären? Ergeben sich hierbei Unterschiede in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?

5b. In welchem Ausmaß können mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über Variablen der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus Gruppenunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie interindividuelle Unterschiede in der mathematischen Kompetenzentwicklung erklären? Zeigen sich hier Unterschiede in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?

In Bezug auf Frage 5a wird vermutet, dass mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus einen relevanten Prädiktor mathematischer Kompetenz darstellen. In Anlehnung an unterschiedlich starke Zusammenhänge von der Familiensprache sowie den allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit verschiedenen mathematischen Teilkompetenzen (Heinze et al., 2007) werden auch für fachsprachliche Kompetenzen unterschiedliche Zusammenhänge mit einzelnen mathematischen Teilkompetenzen erwartet. Es wird vermutet, dass neben allgemeinsprachlichen Kompetenzen auch fachsprachliche Kompetenzen stärker mit Teilkompetenzen zur

Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen als mit denen zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen zusammenhängen (Heinze et al., 2007).

Im Zusammenhang mit dem mathematischen Kompetenzerwerb (Frage 5b) wird erwartet, dass Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache über die Zeit in vergleichbarem Umfang erhalten bleiben (Heinze et al., 2009) und der Lernzuwachs insgesamt mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen zusammenhängt (Paetsch et al., 2016). Darüber hinaus wird in Anlehnung an querschnittliche Analysen (Bae et al., 2015; van der Walt, 2009) auch eine Erklärungskraft fachsprachlicher Kompetenzen für den mathematischen Lernzuwachs erwartet.

8 Konzeption der Studie

Um die in *Kapitel 7* beschriebenen Ziele umzusetzen, wurden Instrumente zur Erhebung der mathematischen Kompetenz, der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen sowie der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten für die dritte Jahrgangsstufe entwickelt und in einer Längsschnittstudie in dritten Klassen eingesetzt. Die Erhebungen fanden an zwei Messzeitpunkten (im Dezember 2013 und im Juni 2014) statt. Der Untersuchungszeitraum bezieht sich damit auf den Zeitraum zwischen diesen beiden Messzeitpunkten. Im Folgenden wird zunächst die Entwicklung der Erhebungsinstrumente dargelegt (*8.1*), die Datenerhebung im Rahmen der Hauptstudie beschrieben (*8.2*) sowie die statistischen Methoden zur Auswertung der Hauptstudie erklärt (*8.3*). Über die Hauptstudie hinaus wurden die entwickelten Items in verschiedenen Vorstudien pilotiert sowie in qualitativen Interviewstudien analysiert. Ein Überblick zu allen im Rahmen des vorliegenden Dissertationsprojekts durchgeführten Studien findet sich im Anhang (*A.1*).

8.1 Entwicklung von Testinstrumenten

Die Entwicklung der Testinstrumente orientiert sich jeweils an einer theoretischen Rahmenkonzeption des zu operationalisierenden Konstrukts sowie – wenn verfügbar – an bereits vorhandenen Items zur Messung des Konstrukts. Die Testinstrumente sollten im Rahmen von Gruppentestungen im Klassenverband eingesetzt werden können. Pro Testinstrument sollte außerdem ein zeitlicher Umfang von 30 Minuten nicht überschritten werden, um die Konzentrationsfähigkeit der teilnehmenden Kinder zu berücksichtigen. Die Tests zur Erhebung der mathematischen Kompetenz sowie der fachsprachlichen Kompetenzen wurden als Niveautests, der Fragebogen zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als Persönlichkeitstest konzipiert. Niveautests kennzeichnen sich durch Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeitsniveaus, wobei die schwierigen Aufgaben auch ohne Zeitvorgabe nicht von allen teilnehmenden Personen korrekt gelöst werden könnten (Jonkisz, Moosbrugger & Brandt, 2012). Während Niveautests demnach das maximale Leistungsverhalten einer Person messen, erheben Persönlichkeitstests das für eine Person typische Verhalten über Selbsteinschätzungen (ebd.). Die Verständlichkeit der Itemformate sowie die Reliabilität der entwickelten Skalen wurden in Pilotierungsstudien für die Zielgruppe der dritten Jahrgangsstufe untersucht. Die Ergebnisse der Pilotierungsstudien waren die Basis für die entsprechende Anpassung der Items für die Hauptstudie.

8.1.1 Mathematischer Kompetenztest

Um mathematische Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zu untersuchen, sollte das Konstrukt der mathematischen Kompetenz einerseits möglichst sprachfair und andererseits differenziert in verschiedenen Teilkompetenzen erhoben werden. Im Folgenden wird zunächst die theoretische Rahmenkonzeption des mathematischen Kompetenztests beschrieben, bevor die entwickelten Items sowie deren Kodierung vorgestellt werden.

8.1.1.1 Rahmenkonzeption

In der vorliegenden Arbeit wurde die mathematische Kompetenz vergleichbar zu der Konzeption der mathematischen Kompetenz bei PISA (vgl. Sälzer et al., 2013) als eindimensionales Konstrukt erhoben. In Anlehnung an das Kompetenzmodell der Bildungsstandards (KMK, 2004b) wurde die als Leitidee formulierte inhaltsbezogene Kompetenz *Zahlen und Operationen* und damit mathematische Kompetenz im Bereich der Arithmetik erfasst. Innerhalb des Bereichs der Arithmetik wurden vergleichbar zu dem von Bleiler und Thompson (2013) beschriebenen SPUR-Ansatz (*skills* – Rechenfertigkeiten, *properties* – Eigenschaften eines mathematischen Konzepts, *uses* – Anwendungen, *representations* – Darstellungen zu mathematischen Konzepten) die folgenden vier mathematischen Teilkompetenzen ausgewählt.

Schematisierbare Anforderungen. Die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen[9] beschreibt dabei Rechenfertigkeiten (wie etwa das stellenweise Addieren zweier natürlicher Zahlen) oder Faktenwissen (wie etwa die Lösung der Kernaufgaben des Einmaleins). Basierend auf bisherigen Befunden aus der Fachdidaktik sind Aufgaben zu schematisierbaren Anforderungen im Sinne von Rechenprozeduren (z.B. Additions- und Subtraktionsaufgaben ohne Übertrag) mit schematisiertem, wenig vernetztem Wissen lösbar (z.B. Benz, 2005). Die schematisierbaren Anforderungen beziehen sich auf rein symbolische Darstellungen von Rechenoperationen und sind damit sprach- und kontextfrei.

Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen. Auch für die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen sind die beschriebenen Rechenfertigkeiten relevant. An dieser Stelle reichen schematisierte Rechenfertigkeiten und Fakten

9 Die mathematischen Teilkompetenzen wurden in Vorträgen und bisherigen Veröffentlichungen mit *Arithmetischen Basisfertigkeiten* (hier schematisierbare Anforderungen), *Konzeptuellem Verständnis* (hier konzeptuell-inhaltliche Anforderungen), *Textaufgaben* (hier anwendungsbezogene Anforderungen) und *Nutzung mathematischer Arbeitsmittel* (hier darstellungsbezogene Anforderungen) bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit wurden die Bezeichnungen hinsichtlich der Anforderungen ausgewählt, die im Rahmen der mathematischen Teilkompetenzen bewältigt werden müssen, um die Bezeichnungen zu vereinheitlichen. Diese meinen im Kern jedoch dasselbe und lassen sich mit den in Vorträgen und Veröffentlichungen verwendeten Bezeichnungen gleichsetzen.

jedoch nicht aus, denn diese Anforderungen verlangen darüber hinaus die Verknüpfung von Eigenschaften mathematischer Konzepte zu einem neuen, nicht als Lösungsschemata erlernten Lösungsweg. Mit Aufgaben, die neuartige Lösungswege erfordern, knüpft diese Teilkompetenz an das Problemlösen an (vgl. Heinze, 2007). Die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen wird zudem als relevante Basis für die Entwicklung von Rechenfertigkeiten berichtet (z.B. Hiebert & Wearne, 1996).

Anwendungsbezogene Anforderungen. Die zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen notwendige Teilkompetenz umfasst Grundvorstellungen zu Rechenoperationen, die in einem Sachkontext erkannt werden müssen. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich an dieser Stelle auf eingekleidete Aufgaben und erhebt damit nicht den Anspruch, alle Aspekte der Modellierungskompetenz zu erheben.

Darstellungsbezogene Anforderungen. Die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen beinhaltet den Umgang mit Repräsentationen zu mathematischen Konzepten. Damit ist diese Kompetenz eng verknüpft mit der Kompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen, bezieht sich jedoch stets auf konkrete (also externale in Abgrenzung zu mentalen) Repräsentationen mathematischer Konzepte. In der vorliegenden Arbeit werden konkrete, bedeutungstragende Repräsentationen in Form von Arbeitsmitteln betrachtet, die im Mathematikunterricht der Grundschule sowie in Schulbüchern häufig verwendet werden (Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling, 1996). Diese Arbeitsmittel können zum Aufbau von Grundvorstellungen zu mathematischen Konzepten (z.B. zum dekadischen Stellenwertsystem) herangezogen werden (Wartha & Schulz, 2011). Das didaktische Potential der Arbeitsmittel liegt dabei in den möglichen enaktiven Zugängen zu mathematischen Konzepten, die damit begriffen werden können. Nach Krauthausen und Scherer (2006) werden Arbeitsmittel zur Zahldarstellung, zur Darstellung von Operationen sowie zum Argumentieren und Beweisen verwendet. Ausgewählt wurden Mehrsystemblöcke (auch Zehnerblöcke oder Dienes-Material), Hunderterfeld (beziehungsweise Vierhunderterfeld zum zweiten Messzeitpunkt), Stellenwerttafel und Zahlenstrahl. Das Hunderterfeld setzt sich aus vier 5 x 5-Feldern zusammen. Durch Abdecken nicht benötigter Punkte können Zahlen beziehungsweise Operationen (insbesondere die Multiplikation in Anlehnung an die Berechnung von Flächen) dargestellt werden (Padberg & Benz, 2011). Mehrsystemblöcke bestehen aus Einer-Würfeln, Zehner-Stangen, Hunderter-Platten und Tausender-Würfeln. Dabei sind die Einer-Würfel stets durch Einkerbungen markiert, sodass deutlich wird, aus wie vielen Einer-Würfeln beispielsweise eine Hunderter-Platte zusammengesetzt ist. Die Struktur der Mehrsystemblöcke bezieht sich damit auf die Bündelungseinheiten und das Bündelungsprinzip des dezimalen Stellenwertsystems im Rahmen der Darstellung von Zahlen und Operationen (Padberg & Benz, 2011). In der Stellenwerttafel werden Zahlen, aufgeteilt in die jeweilige Anzahl ihrer Bündelungseinheiten, dargestellt. Damit wird neben dem Bündelungsprinzip in der Stellenwerttafel insbesondere das Stellenwertprinzip verdeutlicht. Außerdem können hier große Zahlen ökonomisch dargestellt werden (Krauthausen & Scherer, 2006). Die soweit beschriebenen Arbeitsmittel repräsentieren insbesondere den Kardinalzahlaspekt. Auf dem Zahlenstrahl sind die Zahlen hingegen ordinal der Größe nach angeordnet, sodass hier deutlich mehr Zahlaspekte angesprochen werden. Padberg und Benz (2011) beschreiben im Zusammenhang mit dem Zahlenstrahl den Maßzahl-, Ordnungszahl-, Kardinalzahl- und Zählzahlaspekt der natürlichen Zahlen. Der Zahlenstrahl birgt außerdem viele Deutungsmöglichkeiten, da ein im Vergleich zu einem anderen Zahlenstrahl gleich langer Zahlenstrahl unterschiedlich beschriftet werden kann, sodass identische Abstände in den beiden Darstellungen für unterschiedliche Zahlenintervalle stehen (Krauthausen & Scherer, 2006). Zur Darstellung von Rechenoperationen (z.B. der Addition und der Subtraktion) wird zudem häufig der Rechenstrich – eine unskalierte Zahlengerade – verwendet (ebd.). In der vorliegenden Arbeit wurde angenommen, dass die ausgewählten Arbeitsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule im Allgemeinen und im Speziellen in den teilnehmenden Klassen verwendet werden und den Kindern somit bekannt sind. An dieser Stelle ist jedoch anzumerken, dass selbst Arbeitsmittel, die im Unterricht thematisiert und verwendet werden, von Kindern teilweise anders genutzt und gedeutet werden als erwartet (Söbbeke, 2005). Die den Arbeitsmitteln zugrunde liegende Struktur scheint den Kindern damit nicht unmittelbar zugänglich zu sein.

Der Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen wird in der vorliegenden Arbeit ein besonderer Stellenwert zugeschrieben, da die beschriebenen Arbeitsmittel einen Lerngegenstand im Mathematikunterricht darstellen und die Kenntnis des Umgangs mit diesen Arbeitsmitteln (z.B. Zahlen darzustellen oder abzulesen und Operationen handelnd durchzuführen) eine Voraussetzung für das Verständnis von Lernangeboten darstellt, die auf dem Einsatz von Arbeitsmitteln basieren. Zudem gilt die Fähigkeit, eine Repräsentation in eine andere umzusetzen sowie die Aussagengleichheit zweier unterschiedlicher Repräsentationen zu erkennen, als wesentlicher Teil des Verständnisses mathematischer Konzepte (Bruner et al., 1988).

Um die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen zu operationalisieren, wurden die von Duval (2006) beschriebenen Transformationen innerhalb und zwischen mathematischen Repräsentationsformen auf den Umgang mit mathematischen Arbeitsmitteln in der Grundschule übertragen. Duval (2006) unterscheidet dabei zwischen *treatments* und *conversions*. *Treatments* umfassen Transformationen innerhalb einer Repräsentationsform, wie beispielsweise das Lösen einer Gleichung auf rein symbolischer Ebene oder das (konkrete oder mentale) Umlegen von Plättchen in der Stellenwerttafel. *Conversions* hingegen beschreiben Transformationen zwischen verschiedenen Repräsentationsformen, etwa wenn ein Text in eine Gleichung mit Zahl- und Operationssymbolen übersetzt wird. In Bezug auf den Umgang mit Arbeitsmitteln wurden zwei Arten von *conversions* operationalisiert: das *Ablesen* von Informationen aus einer Darstellung am Arbeitsmittel (etwa das Ablesen einer Zahl am Zahlenstrahl und die Übersetzung in eine symbolische Form) und das *Darstellen* von verbal oder symbolisch gegebenen Informationen mit einem Arbeitsmittel (etwa die Darstellung einer Zahl mit Mehrsystemblöcken). Weiterhin wurde eine Kombination aus *treatments* und *conversions* umgesetzt: das *Reflektieren* einer Darstellung am

Arbeitsmittel (beispielsweise eines falsch skalierten Zahlenstrahls). Beim Reflektieren sind sowohl Transformationen zwischen dem Arbeitsmittel und der Aufgabeninstruktion als auch innerhalb der Repräsentationsform des Arbeitsmittels notwendig.

Die dargestellte Operationalisierung der mathematischen Kompetenz ermöglicht es, den Zusammenhang von sprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz differenziert in Bezug auf einzelne mathematische Teilkompetenzen zu analysieren. Die Items zu den vier mathematischen Teilkompetenzen wurden in Anlehnung an das Kompetenzstufenmodell von Reiss und Winkelmann (2009) entwickelt (siehe Tabelle 3). Dabei sollten pro Teilkompetenz Items zu allen Kompetenzstufen erstellt werden. Der Schwerpunkt lag jedoch auf den Kompetenzstufen I bis III, um insbesondere im unteren Leistungsbereich zu differenzieren. Wie den Beschreibungen der Kompetenzstufen zu entnehmen ist, war es außerdem nicht möglich, schematisierbare Anforderungen für die Kompetenzstufen III bis V zu entwickeln. Diese Kompetenzstufen beinhalten über das Ausführen von Rechenprozeduren hinaus konzeptuelles Verständnis bis hin zu problemlösendem Denken und übersteigen damit die zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen notwendige Kompetenz.

Tabelle 3. *Kompetenzstufen (K) der mathematischen Kompetenz nach Reiss und Winkelmann (2009).*

K	Beschreibung
I	Technische Grundlagen (Routineprozeduren auf der Grundlage einfachen begrifflichen Wissens)
II	Einfache Anwendungen von Grundlagenwissen (Routineprozeduren in einem klar strukturierten Kontext)
III	Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten (mathematisch und sachbezogenen) Kontext
IV	Sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang
V	Modellierung komplexer Probleme unter selbständiger Entwicklung geeigneter Strategien

Die mathematische Kompetenz sollte in der vorliegenden Arbeit zudem sprachfair erhoben werden, um eine so wenig wie möglich mit sprachlichen Kompetenzen konfundierte mathematische Kompetenz zu messen. Dabei wurden die sprachlichen Anforderungen der Items weitestgehend reduziert, möglichst ohne jedoch die Schwierigkeit oder die mathematische Anforderung des Items zu verändern. In Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen entstand damit eine Skala mit durchgehend sprachfreien Items (schematisierbare Anforderungen), eine Skala mit durchgehend sprachlich formulierten Items (anwendungsbezogene Anforderungen) sowie zwei weitere Skalen mit Items unterschiedlichen sprachlichen Anspruchs (konzeptuell-inhaltliche Anforderungen, darstellungsbezogene Anforderungen). Die entwickelten Items werden im folgenden Abschnitt beschrieben.

8.1.1.2 Items

In Anbindung an die beschriebene theoretische Rahmenkonzeption wurden Items zur Erfassung von mathematischer Kompetenz in den vier Teilkompetenzen entwickelt. Diese orientieren sich an den zentralen mathematischen Konzepten, die im bayerischen Mathematikunterricht im Bereich Arithmetik bis zur dritten Jahrgangsstufe (für den ersten Messzeitpunkt) beziehungsweise in der dritten Jahrgangsstufe (für den zweiten Messzeitpunkt) thematisiert werden (vgl. Lehrplan der bayerischen Grundschule; StMBW, 2000). Die Items wurden außerdem in Anlehnung an die Aufgaben der bayerischen Orientierungsarbeiten (konzipiert für die zweite und dritte Jahrgangsstufe) sowie in Anlehnung an die bundesweiten VERA-Erhebungen (konzipiert für die dritte Jahrgangsstufe) entwickelt. Zudem sollten alle Items, die Sprache enthalten, sprachfair gestaltet werden. Die Aufgabentexte sollten einerseits sprachlich möglichst einfach sein (also beispielsweise keine komplexen Nebensatzkonstruktionen oder ungewöhnliche Wörter enthalten), andererseits die mathematischen Anforderungen weiterhin abbilden (vgl. sprachliche Vereinfachungen beschrieben für die englische Sprache bei Abedi et al., 2004). Um die gewählten sprachlichen Formulierungen zu überprüfen, wurden die Aufgaben im Rahmen der Testentwicklung Experten aus der Mathematikdidaktik im Grundschulbereich sowie einigen erfahrenen Lehrkräften aus der Grundschule vorgelegt und entsprechend angepasst.

Schematisierbare Anforderungen. Für die Skala der schematisierbaren Anforderungen wurden kontext- und sprachfreie Rechenaufgaben zu den vier Grundrechenarten erstellt. Dem Kompetenzstufenmodell von Reiss und Winkelmann (2009) folgend, sind diese den Kompetenzstufen I und II zuzuordnen. Diese setzen sich zum ersten Messzeitpunkt aus zwei Additionsaufgaben (z.B. $38 + 43$) und zwei Subtraktionsaufgaben (z.B. $64 – 17$) mit Zehnerübergang, drei Kernaufgaben zur Multiplikation (z.B. $7 \cdot 6$) sowie zwei Kernaufgaben zur Division (z.B. $36 : 4$) zusammen. Zum zweiten Messzeitpunkt wurde jeweils eine Aufgabe zur schriftlichen Addition und zur schriftlichen Subtraktion ergänzt. Außerdem wurden die vergleichsweise leichten Additionsaufgaben jeweils um einen Summanden erweitert, um die Schwierigkeit zu erhöhen. Ein Überblick zu allen zum ersten und zum zweiten Messzeitpunkt eingesetzten Items findet sich im Anhang (*A.5*).

Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen. In Bezug auf die konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen wurden Items zur Zahlschreibweise und zum Stellenwertsystem, zum Operationsverständnis, zum Konzept der Hälfte sowie zum Konzept des Gleichheitszeichens entwickelt. Diese sind nach dem Modell von Reiss und Winkelmann (2009) hauptsächlich den Kompetenzstufen II und III zuzuordnen. Im Vergleich zu den schematisierbaren Anforderungen finden sich auch bei den konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen kontext- und sprachfreie Rechenaufgaben (z.B. $13 \cdot 4$). Allerdings reichen die in der dritten Jahrgangsstufe verfügbaren und gegebenenfalls bereits automatisierten Rechenfertigkeiten (in Bezug auf das Beispiel das kleine Einmaleins) zur Bewältigung dieser Anforderungen nicht aus. Hier ist ein Verständnis des Konzepts der Multiplikation (z.B. im Sinne der wiederholten Addition) notwendig, um die Multiplikationsaufgabe *13 · 4* zu berechnen, da die Multiplikation zweistelliger Zahlen zu diesem Zeitpunkt noch nicht thematisiert wurde. Insgesamt wurden im Rahmen des Operationsverständnisses die Konzepte der Multiplikation und der Division umfassend und auch in ihrer Beziehung als Gegenoperationen erhoben (z.B. *Wie heißt die vierte Aufgabe? 7 · 8 = 56, 8 · 7 = 56, 56 : 8 = 7, 56 : 7 = 8*; wobei die Lösung des Items unterstrichen ist). Kontext- und sprachfreie Items wurden auch für das Konzept der Hälfte entwickelt (z.B. *Setze die richtige Zahl ein. 2 · 39 = 78*). Diese Anforderung wurde in einem sprachlich formulierten Item parallelisiert (*Die Hälfte von 56 ist 28.*). Bei beiden Items muss ein Zehner entbündelt werden, um die Hälfte der Zahl zu bestimmen. Eine automatisierte Rechentechnik reicht auch hier nicht aus, um die Aufgabe zu lösen. Bei dem sprachlich formulierten Item wird deutlich, dass konzeptuell-inhaltliche Anforderungen eng mit fachsprachlichen Kompetenzen verknüpft sein können. An dieser Stelle geht es jedoch um die mathematische Anforderung des mathematischen Konzepts, auf das durch den Fachbegriff *Hälfte* verwiesen wird. Im Rahmen der Skalen zum mathematischen Fachwortschatz wurden deutlich leichtere Zahlenbeispiele gewählt und zudem Ergebnisse zur Prüfung vorgegeben, um die Bedeutung der Fachbegriffe möglichst unabhängig von der mathematischen Kompetenz zu erheben. Bei dem beschriebenen Item zur Hälfte wird hingegen über die Bedeutung des Fachbegriffs hinaus erfasst, ob die Hälfte tatsächlich berechnet werden kann. Die Items der Kompetenzstufen IV und V beziehen sich hauptsächlich auf das Konzept des Gleichheitszeichens (z.B. *Setze die richtige Zahl ein. 2 · 9 = 3 · 6*) sowie auf ein Zahlenrätsel zum Operationsverständnis. In Bezug auf die sprachlichen Anforderungen setzen sich die Items zu den konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen aus Items mit unterschiedlichen sprachlichen Ansprüchen zusammen. Zum zweiten Messzeitpunkt wurde insbesondere das Zahlenmaterial einiger Items angepasst, um die Aufgaben etwas schwieriger zu gestalten. In Bezug auf die Konzepte der Multiplikation und Division wurden zusätzlich Aufgaben eingesetzt, die mit Hilfe von dekadischen Analogien gelöst werden können.

Anwendungsbezogene Anforderungen. Für die Skala der anwendungsbezogenen Anforderungen wurden arithmetische Textaufgaben in Anlehnung an die von Reusser (1998) zusammengefassten Aufgabentypen entwickelt. Damit sind die Textaufgaben und die in Bezug auf diese Teilkompetenz gewonnenen Ergebnisse vergleichbar zu vorherigen Forschungsergebnissen im Bereich von Textaufgaben. Zum ersten Messzeitpunkt wurden die Textaufgaben dem Modell von Reiss und Winkelmann (2009) folgend den Kompetenzstufen I bis IV zugeordnet. Sie setzen sich aus einer Kombinationsaufgabe, zwei einschrittigen und zwei zweischrittigen Vergleichsaufgaben und einer kombinierten Vergleichs- und Kombinationsaufgabe zusammen. In jeder Aufgabe werden zwei Kinder betrachtet, die jeweils eine Menge von Objekten (z.B. Kugeln, Bonbons oder Äpfel) besitzen. Der außermathematische Kontext ist dabei jedoch wenig relevant und wird lediglich im Sinne einer eingekleideten Aufgabe verwendet. Bei statischen Aufgabenstellungen bleiben die Mengen in der Situation konstant, während sich bei dynamischen Aufgabenstellungen eine der Mengen verändert. Es wurden Zahlen aus dem Zahlenraum bis 20 gewählt, um eine aufgrund mangelnder Rechenfertigkeiten falsche Lösung möglichst auszuschließen. Zum zweiten Messzeitpunkt wurden vier der schwierigeren Aufgaben nochmals eingesetzt und vier weitere Textaufgaben ergänzt. Über eingekleidete Additions- und Subtraktionsaufgaben hinaus enthalten diese zum zweiten Messzeitpunkt auch multiplikative Vergleiche. Insgesamt enthalten alle Items zu den anwendungsbezogenen Anforderungen sprachliche Anforderungen. Dabei sind bei den eingekleideten Additions- und Subtraktionsaufgaben die Begriffe *mehr als*, *weniger als*, *zusammen*, bei den multiplikativen Vergleichen die Formulierungen *drei-, vier-,* oder *sechsmal so viele* im Kontext zu interpretieren. Darüber hinaus wurden einerseits Textaufgaben entwickelt, bei denen die Abfolge der sprachlichen Beschreibung der Situation den Schritten des mathematischen Lösungsweges entspricht (z.B. *Maria hat 7 Bonbons. Sarah hat 5 Bonbons mehr als Maria. Wie viele Bonbons haben Maria und Sarah zusammen? 19*). Andererseits wurden Textaufgaben erstellt, bei denen die sprachliche Beschreibung mit den Schritten der mathematischen Lösung nicht übereinstimmt (z.B. *Markus hat 11 Erdbeeren. Er hat 6 Erdbeeren weniger als Anna. Wie viele Erdbeeren hat Anna? 17*). Cohors-Fresenborg et al. (2004) sprechen hier von einer hohen sprachlogischen Komplexität.

Darstellungsbezogene Anforderungen. In Bezug auf die darstellungsbezogenen Anforderungen wurden jeweils mindestens drei Items zu den vier ausgewählten Arbeitsmitteln entwickelt. Dabei werden hauptsächlich Zahldarstellungen am jeweiligen Arbeitsmittel sowie die Darstellung der Multiplikation am Hunderterfeld thematisiert. Die Items wurden dem Kompetenzstufenmodell von Reiss und Winkelmann (2009) folgend den Kompetenzstufen von I bis V zugeordnet. Übergeordnet beziehen sich die darstellungsbezogenen Anforderungen darauf, mathematische Darstellungen an einem Arbeitsmittel zu interpretieren (*Ablesen*), mathematische Inhalte mit einem Arbeitsmittel darzustellen (*Darstellen*) sowie Darstellungen am Arbeitsmittel kritisch zu hinterfragen (*Reflektieren*). Für alle drei Bereiche ist es notwendig, die Struktur des Arbeitsmittels zu kennen. Die Items zum Ablesen beziehen sich auf Zahldarstellungen (mit Mehrsystemblöcken, der Stellenwerttafel oder dem Zahlenstrahl) sowie auf die Darstellung von Operationen (z.B. eine Multiplikation am Hunderter- oder Vierhunderterfeld), die von den Kindern erkannt werden sollen. Items zum Darstellen wurden explizit nur für den Zahlenstrahl entwickelt (z.B. *Wo ist 87 ungefähr am Zahlenstrahl?*). Allerdings enthalten viele Items zum Reflektieren auch die Darstellung einer Zahl am Arbeitsmittel (z.B. *Es soll die Zahl 324 werden. Male dazu was noch fehlt;* Mehrsystemblöcke). Die Items zum Reflektieren beziehen sich einerseits auf ungewöhnliche Darstellungen (z.B. 12 Plättchen im Einer der Stellenwerttafel) oder falsche Darstellungen (z.B. ein falsch skalierter Zahlenstrahl) am Arbeitsmittel. Andererseits wurden Items entwickelt, bei denen die gegebene Darstellung einer Zahl nach entsprechenden Vorgaben verändert werden (z.B. *Male drei Plättchen dazu. Die Zahl soll möglichst nah an 68 liegen*; Stellenwerttafel) oder Darstellungen miteinander verglichen werden sollten (z.B. *Kreuze überall an, wo es mehr als 100 sind*; Mehrsystemblöcke). Zum zweiten Messzeitpunkt wurde zu jedem Arbeitsmittel mindestens ein Item beibehalten. Darüber hinaus wurden kaum neue Items entwickelt, sondern hauptsächlich das Zahlenmaterial der bestehenden Items angepasst. Die Items zu den darstellungsbezogenen Anforderungen setzen sich aus Items mit unterschiedlichen sprachlichen Ansprüchen zusammen.

Die Items des mathematischen Kompetenztests zum ersten Messzeitpunkt wurden größtenteils in einer Vorstudie mit $N = 95$ Drittklässlern im Dezember 2012 pilotiert. Dabei zeigten sich zufriedenstellende Reliabilitäten für die Skalen der schematisierbaren Anforderungen (*Cronbach's* $\alpha = .74$), der konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen (*Cronbach's* $\alpha = .75$), der anwendungsbezogenen Anforderungen (*Cronbach's* $\alpha = .80$) und der darstellungsbezogenen Anforderungen (*Cronbach's* $\alpha = .64$). Die niedrige Reliabilität der Skala der darstellungsbezogenen Anforderungen lässt sich durch die im Vergleich zu den anderen Skalen große Heterogenität der Items erklären. Hier wurden Items zu vier verschiedenen Arbeitsmitteln eingesetzt, denen zwar vergleichbare mathematische Anforderungen zugrunde liegen, die aber in Bezug auf die Struktur des Arbeitsmittels jeweils einen eigenen Lerngegenstand darstellen (vgl. Söbbeke, 2005).

Für die Items zum zweiten Messzeitpunkt wurde keine Pilotierungsstudie durchgeführt. Daher orientieren sich diese Items einerseits stark an den mathematischen Konzepten und Formulierungen der Items zum ersten Messzeitpunkt und andererseits an Items, die in der Vergangenheit im Rahmen der bayerischen Orientierungsarbeiten oder der bundesweiten VERA-Erhebungen zu einem vergleichbaren Zeitpunkt im Verlauf des Schuljahres eingesetzt wurden (z.B. IQB, 2016; ISB, 2005). Außerdem wurden zum zweiten Messzeitpunkt pro Teilkompetenz mindestens vier Items verwendet, die bereits zum ersten Messzeitpunkt erhoben wurden und hier geringere Lösungsraten zeigten.

Im Rahmen der Erhebung wurden die Skalen der schematisierbaren und konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen sowie die Skalen der anwendungsbezogenen und darstellungsbezogenen Anforderungen jeweils in einem Testheft zusammengefasst und nach aufsteigender Schwierigkeit angeordnet. Pro Testheft wurde eine Bearbeitungszeit von 20 Minuten eingeplant.

8.1.1.3 Kodierung

Das Instrument zur Erhebung der mathematischen Kompetenz wurde als Niveautest entwickelt, zu dessen Bearbeitung ausreichend Zeit zur Verfügung stand. Nicht bearbeitete Items wurden in der dichotomen 0-1-Kodierung daher als falsch (0) gewertet. Alle Items zu den schematisierbaren Anforderungen, der konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen und der anwendungsbezogenen Anforderungen sowie die meisten der Items zu den darstellungsbezogenen Anforderungen haben eine eindeutig richtige Lösung und wurden entsprechend kodiert. Eine Ausnahme stellen hier einige der Items zum Zahlenstrahl dar. Für die Items, bei denen Zahlen am Zahlenstrahl eingezeichnet werden sollten, wurde eine Lösungsfolie erstellt. Diese enthält für das Item *Wo ist die 28?* zum ersten Messzeitpunkt beziehungsweise *Wo ist die 678?* zum zweiten Messzeitpunkt eine Toleranz von eins. Wurde also die 27 oder die 29 statt der 28 markiert, wurde dies als richtig kodiert. Für das Item *Finde den Fehler und verbessere!* wurden alle Lösungen auf ihre Richtigkeit geprüft und entsprechend kodiert. Wurde der Zahlenstrahl komplett neu beschriftet, wurde dies als falsch kodiert.

Für die weiteren Analysen auf manifester Ebene wurden die Items der vier mathematischen Teilkompetenzen zu jeweils einem Mittelwert zusammengefasst und aus diesen wiederum ein Mittelwert für die gesamte mathematische Kompetenz gebildet. Für die latenten Modellierungen wurden hingegen Summenwerte gebildet. Dieses Vorgehen wird in *Abschnitt 8.3.2* genauer beschrieben.

8.1.2 Test zur Erhebung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen

Auch das Konstrukt der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen sollte differenziert in verschiedenen Bereichen erhoben werden und insbesondere über die lexikalische Ebene (also die Kenntnis des mathematischen Fachwortschatzes) hinaus das Verständnis mathematikhaltiger Texte erfassen. Im Folgenden wird zunächst die theoretische Rahmenkonzeption des Instruments beschrieben, bevor die entwickelten Items sowie deren Kodierung vorgestellt werden.

8.1.2.1 Rahmenkonzeption

In Anlehnung an die Beschreibung der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen in *Kapitel 3* wurden diese in der vorliegenden Arbeit als zweidimensionales Konstrukt operationalisiert. Dabei wurde einerseits die Kenntnis des mathematischen Fachwortschatzes, andererseits das textintegrative Verständnis im Sinne eines Umgangs mit mathematikhaltigen Texten erhoben.

Mathematischer Fachwortschatz. Die Kenntnis des Fachwortschatzes umfasst in der vorliegenden Arbeit den für die Mathematik definierten Fachwortschatz, dem die Kenntnis mathematischer Konzepte zugrunde liegt (Jütz, 2013; Maier & Schweiger, 1999). Darüber hinaus wird auch die Interpretation von alltagssprachlichen Begriffen in mathematikhaltigen Situationen (insbesondere in Bezug auf Operationen) als Teil der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenz auf Ebene des Wortschatzes verstanden. Um die Kenntnis des mathematischen Fachwortschatzes deutlich von der mathematischen Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen zu trennen, wurden für die Items des Fachwortschatzes sehr einfache Zahlenbeispiele gewählt sowie Ergebnisse zur Prüfung vorgegeben. Damit sollte die Bedeutung der Fachbegriffe möglichst unabhängig von der mathematischen Kompetenz erhoben werden. Weiterhin sollte der aktive und der passive Fachwortschatz erhoben werden. Der aktive Fachwortschatz bezieht sich auf die Sprachproduktion und umfasst die Fachbegriffe, die produziert werden können. Der passive Fachwortschatz hingegen bezieht sich auf die Sprachrezeption und damit auf die Fachbegriffe, die verstanden werden können (vgl. Klassifikation sprachlicher Kompetenzen in Sprachproduktion und -rezeption in

Kapitel 3; Jude, 2008; Jude & Klieme, 2007). Üblicherweise umfasst der passive Fachwortschatz mehr Fachbegriffe als der aktive Fachwortschatz.

Textintegratives Verständnis. Das textintegrative Verständnis umfasst in der vorliegenden Arbeit die fachsprachlichen Kompetenzen auf der Ebene von Texten. Dabei wird insbesondere auf das Herstellen von lokalen und globalen Kohärenzen (Schnotz, 2006) sowie auf den damit verbundenen Aufbau eines Situationsmodells zu dem gegebenen Text Bezug genommen (Kintsch, 1998). Das Verständnis mathematikhaltiger Texte erfordert somit eine Informationsverarbeitung auf der Basis des Textes, wobei die mathematische Kompetenz sowie das Weltwissen einbezogen werden (Nold & Willenberg, 2007). Zur Umsetzung dieser Anforderungen wurden Lückentexte in Anlehnung an C-Tests konzipiert.

8.1.2.2 Items

Zur Erhebung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen wurden einerseits auf der lexikalischen Ebene Items zum mathematischen Fachwortschatz sowie andererseits Lückentexte zur Umsetzung der Anforderungen des textintegrativen Verständnisses entwickelt. Dabei wurden auch die mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen in Bezug auf zentrale Konzepte des Mathematikunterrichts der Grundschule im Bereich der Arithmetik operationalisiert, um einen Bezug zu der operationalisierten mathematischen Kompetenz herstellen zu können.

Mathematischer Fachwortschatz. Zur Entwicklung von Items für die Erhebung der Kenntnis des mathematischen Fachwortschatzes wurden einerseits der zum Erhebungszeitpunkt gültige Lehrplan für die bayerische Grundschule (StMBW, 2000), andererseits Schulbücher, Lehrermaterialien und Fachliteratur gesichtet (z.B. Weis, 2013), um den bis zur und in der dritten Jahrgangsstufe behandelten Fachwortschatz zusammenzutragen. Darauf aufbauend wurden Fachbegriffe aus dem Bereich der Arithmetik ausgewählt und in Anlehnung an die produktiven und rezeptiven Anteile der Sprachkompetenz (vgl. Jude, 2008) Items zum aktiven und passiven Fachwortschatz entwickelt.

Die Items zum aktiven Fachwortschatz beziehen sich auf die Sprachproduktion der Kinder. Gegeben sind Aufgaben oder Bilder (z.B. die in dem Item in Abbildung 4 dargestellte Relation der Zahlen 16 und acht), in denen ein mathematisches Zeichen oder ein Teil des Bildes mit einem Pfeil markiert sind (in Abbildung 4 das Relationszeichen). Diese Markierungen sollen von den Kindern benannt und in das Feld geschrieben werden. In Bezug auf das in Abbildung 4 gezeigte Item ist der Relationsbegriff *größer* gesucht. Dieses Item wurde in der Pilotierungsstudie ohne die Formulierung *16 ist* eingesetzt, sodass häufig die umgekehrte Relation (*kleiner*) angegeben wurde. *16 ist* wurde ergänzt, um die Leserichtung des Items vorzugeben und damit die Eindeutigkeit der Antwort sicherzustellen. Möglicherweise entsteht durch die als Hilfe konzipierte Vorgabe der Leserichtung jedoch auch eine zusätzliche Anforderung für die Kinder. Die

Leserichtung nachzuvollziehen, umfasst jedoch einen Teil der Bedeutung des Relationszeichens und damit einen Teil der Anforderung zur Kenntnis des Fachbegriffs *größer*.

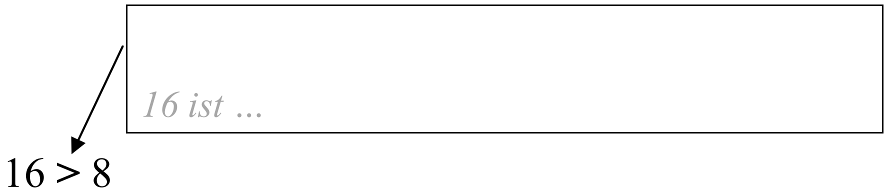


Abbildung 4. Item *größer* der Skala zur Erhebung des aktiven Fachwortschatzes.

Die weiteren Items zum ersten Messzeitpunkt beziehen sich auf einen weiteren Relationsbegriff (*kleiner*), Fachbegriffe zum Stellenwertsystem (*Einer*, *Zehner*) sowie auf Rechenzeichen (*plus*, *mal*, *ist gleich*). Die Items wurden in einer Pilotierungsstudie im Juli 2013 mit $N = 102$ Zweitklässlern zum Ende des Schuljahres eingesetzt und zeigten eine akzeptable Reliabilität für die gesamte Skala das aktiven Fachwortschatzes (*Cronbach's* $\alpha = .66$). Für die Erhebung zum Ende des Schuljahres wurden die Items zu den Relationsbegriffen sowie ein Item zum Stellenwertsystem (*Zehner*) beibehalten sowie ein weiteres Item zum Stellenwertsystem (*Hunderter*) und zwei weitere Items zu den Rechenzeichen (*geteilt*, *Rest*) eingesetzt.

In Abgrenzung zum aktiven Fachwortschatz beziehen sich die Items zur Erhebung der Kenntnis des passiven Fachwortschatzes auf die Sprachrezeption der Kinder. Hier ist es folglich nicht gefragt, die gesuchten mathematischen Fachbegriffe selbst zu produzieren, sondern die Bedeutung eines gegebenen Fachbegriffs zu kennen. Umgesetzt wurde diese Anforderung in einem Multiple-Choice-Format mit fünf Antwortmöglichkeiten zu dem gegebenen Fachbegriff – jeweils einer richtigen Antwortmöglichkeit und vier Distraktoren. Entwickelt wurden drei Items zu Aufgaben (*Tauschaufgabe*, *Umkehraufgabe* und *Verdopplungsaufgabe*) und zwei Items zu Zahlbeziehungen (*kleinere Zahlen*, *Nachbarzahl*). Das Item in Abbildung 5 stellt für die *Umkehraufgabe zu 7 + 8* die Antwortmöglichkeiten *8 + 7* (die Tauschaufgabe), *15 – 8* (die Umkehraufgabe, also die richtige Antwort), *8 – 7* (die Umkehroperation), *7 + 7* (die Nachbaraufgabe) und *14 – 8* (die Umkehraufgabe, wenn bei der Addition von 7 + 8 fehlerhaft zählend gerechnet wurde) zur Auswahl.

Umkehraufgabe zu 7+8				
☐ 8 + 7	☐ 15 – 8	☐ 8 – 7	☐ 7 + 7	☐ 14 – 8

Abbildung 5. Item *Umkehraufgabe* der Skala zur Erhebung des passiven Fachwortschatzes.

Darüber hinaus wurden in der Skala des passiven Fachwortschatzes zwei Fachbegriffe eingeschlossen, die sich auf mathematische Operationen beziehen, aber keine Fachbegriffe nach der oben genannten Definition darstellen. Es handelt sich dabei um die wenig präzise definierten Begriffe *gleich bleiben* und *dazukommen* aus dem Sprachregister der Alltagssprache, die im Kontext der Mathematik mit einer mathematischen Operation verknüpft und in Sachkontexten entsprechend interpretiert werden müssen. In Abbildung 6 wird das Item *dazukommen* als Grundvorstellung der Addition mit den Antwortmöglichkeiten *+ 3* (die richtige Antwort), *· 0* (Multiplikation mit Null), *– 3* (weniger werden), *: 3* (verteilen oder aufteilen als Grundvorstellung der Division) und *+ 0* (gleich bleiben) präsentiert. Die Null enthaltenden Antwortmöglichkeiten sprechen dabei keine Veränderung an (wurden also auch als Antwortmöglichkeiten bei dem Item *gleich bleiben* verwendet) und beziehen sich auf typische Fehlvorstellungen, die durch die unterschiedlichen Regeln für Addition (x + 0 = x) und Multiplikation (x · 0 = 0) mit der Null entstehen können (Baroody, 1985).

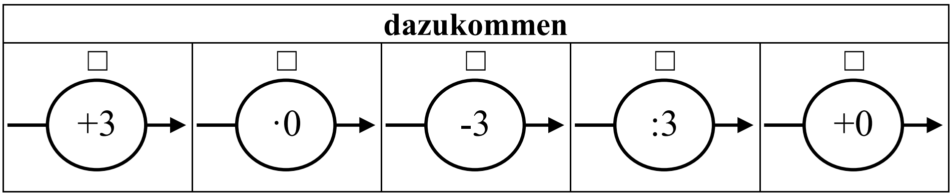


Abbildung 6. Item *dazukommen* der Skala zur Erhebung des passiven Fachwortschatzes.

Sechs der entwickelten Items zur Erhebung des passiven Fachwortschatzes (mit Ausnahme des Items *Umkehraufgabe*) wurden ebenfalls in der Pilotierungsstudie mit $N = 102$ Zweitklässlern zum Ende des Schuljahres eingesetzt. Für die Skala des passiven Fachwortschatzes zeigte sich jedoch eine weniger zufriedenstellende Reliabilität (*Cronbach's* $\alpha = .52$), sodass die Skala für die Haupterhebung um das Item der *Umkehraufgabe* ergänzt wurde. Zum Ende des Schuljahres wurden die beiden Items zu den Operationen (*dazukommen*, *gleich bleiben*) sowie die *Tauschaufgabe* nochmals verwendet. Weiterhin wurden zu den Zahlbeziehungen weitere Items entwickelt, die sich an den Inhalten und den damit verbundenen Fachbegriffen im Verlauf der dritten Jahrgangsstufe orientieren, z.B. *Vielfaches* und *Teiler*.

Bereits bei Konstruktion der beiden Skalen zum Fachwortschatz wurde deutlich, dass die Items zum aktiven Fachwortschatz deutlich leichter ausfielen. Dies bedingt sich allein durch die Darstellung. Die Items des aktiven Fachwortschatzes sprechen symbolisch dargestellte Aufgaben oder bildliche Darstellungen an, die von den Kindern möglichst eindeutig interpretiert werden müssen. Bildliche Darstellungen von beispielsweise *dazukommen,* in der eine Gruppe von Kindern zu einer anderen dazukommt oder etwa Punkte verschoben werden, ließen zu viel Interpretationsspielraum offen. Durch die vorgegebenen Antwortmöglichkeiten beim passiven Fachwortschatz war es hingegen möglich, komplexere Fachbegriffe vorzugeben, und den Interpretationsspielraum durch die weiteren Antwortmöglichkeiten zu erweitern (beispielsweise durch typische Fehlermuster), jedoch insgesamt auf eine begrenzte Anzahl an Möglichkeiten einzuschränken.

Textintegratives Verständnis. Die Lückentexte zur Erhebung des textintegrativen Verständnisses wurden in Anlehnung an die Konstruktionsprinzipien von C-Tests entwickelt (Grotjahn, 2010). C-Tests erheben die allgemeine Sprachkompetenz durch kurze, in sich geschlossene Texte, in denen einzelne Wörter nach einem bestimmten Muster beschädigt sind (Baur & Spettmann, 2008). Üblicherweise wird die zweite Hälfte jedes zweiten oder jedes dritten Wortes getilgt, wobei der erste Satz des Textes vollständig dargeboten wird, um einen Einstieg in den Text zu ermöglichen. Alltagsbezogene C-Tests kennzeichnen sich zudem durch Redundanz, um trotz weniger Informationen die Lücken füllen zu können. Dies widerspricht dem Aufbau eines mathematischen Fachtextes, der sich durch eine verdichtete Sprache mit wenig Redundanz auszeichnet, um Inhalte kurz und möglichst präzise zu kommunizieren. Die entwickelten Texte orientieren sich jedoch an erklärenden Texten in Schulbüchern sowie an der mündlichen Kommunikation im Mathematikunterricht der Grundschule (z.B. Schütte, 2009) und stellen damit keine mathematischen Fachtexte im klassischen Sinne dar. Im Verlauf der Entwicklung wurden die Konstruktionsprinzipien der C-Tests außerdem zunehmend an die Zielgruppe der dritten Jahrgangsstufe angepasst, sodass die final eingesetzten Texte im Vergleich zu den C-Tests mit einer Lücke bei jedem zweiten oder jedem dritten Wort deutlich weniger Lücken enthielten. Pro Lücke wurde zudem mehr als die Hälfte des Wortes getilgt, womit die Merkmale der final eingesetzten Texte weniger als C-Test und mehr als Lückentext einzuordnen sind.

Vergleichbar zu der im Rahmen vertiefender Analysen zu TIMSS 2011 vorgenommenen Unterteilung in realitätsnahe und innermathematische Mathematikaufgaben (Piel, Schuchart & Wendt, 2015), wurden ein realitätsnaher (*Taschengeld*) und zwei innermathematische Lückentexte (*Zahlenrätsel*, *Plus rechnen*) entwickelt (siehe Abbildung 7 bis 9). Der realitätsbezogene Text bezieht sich neben dem mathematischen Inhalt auf einen Kontext aus der Alltagswelt der Schülerinnen und Schüler und erfordert damit eine Interpretation des realitätsbezogenen Kontexts im Sinne des mathematischen Inhalts. Die innermathematischen Lückentexte weisen hingegen keinen Bezug zu weiteren außerfachlichen Kontexten neben der Mathematik und dem Mathematikunterricht auf und sind ausschließlich in der Welt der Mathematik zu verorten. Alle Texte enthalten einen vollständigen ersten Satz, sodass der Einstieg in den jeweiligen Text ermöglicht wird. Es ist davon auszugehen, dass die erste Lücke jedes Textes relativ gut gelöst wird, da diese nicht von den Lösungen vorheriger Lücken abhängt. Lokale und globale Kohärenzen müssen in diesen Lückentexten insbesondere hergestellt werden, um die mathematischen Zusammenhänge des Textes zu erkennen. Diese gehen an manchen Stellen auch mit nichtmathematischen Kohärenzbildungen einher, z.B. wenn ein Wort nach der grammatikalischen Struktur eines Satzes angepasst werden muss.

In den beiden innermathematischen Lückentexten werden die Lösungswege zu mathematischen Aufgaben beschrieben. Dabei geht es jeweils um ein Kind, dessen Lösungsweg dargestellt wird. Der in Abbildung 7 dargestellte Lückentext *Zahlenrätsel* bezieht sich auf die Zahldarstellung im dezimalen Stellenwertsystem. Von einer Zahl werden Zehner und Einer vertauscht und diese Zahl mit der ursprünglichen Zahl verglichen. In den Lücken werden hauptsächlich Zahlwörter gesucht. Darüber hinaus finden sich auch zwei Lücken, in denen ein alltagsbezogener Begriff gesucht wird, der im Kontext der Mathematik interpretiert werden muss (*vertauscht*, *zwischen*).

Zahlenrätsel
Tina denkt über eine Zahl nach: Die Zahl hat sieben Zehner und se**chs** Einer. Die Zahl heißt s**echsundsiebzig**. Die Zahl liegt zwischen siebzig und a**chtzig**. Jetzt vert**auscht** Tina Zehner und Einer der Zahl. Die Zahl hat jetzt s**echs** Zehner und s**ieben** Einer. Die Zahl heißt jetzt sieb**enundsechzig**. Die Zahl liegt jetzt z**wischen** sechzig und s**iebzig**. Die Zahl ist jetzt k**leiner** als davor. Die Zahl hat sich verändert!

Abbildung 7. Lückentext *Zahlenrätsel* zum Verständnis des Stellenwertsystems.

Auch in dem innermathematischen Lückentext *Plus rechnen* (siehe Abbildung 8) wird der Lösungsweg eines Kindes beschrieben, hier die Addition mit Zehnerübergang, bei der zunächst bis zum nächsten Zehner ergänzt und dann der verbleibende Teil des zweiten Summanden addiert wird. Auch hier beziehen sich einige Lücken auf Zahlwörter sowie eine Lücke auf einen alltagsbezogenen Begriff (*dazutun*).

Plus rechnen
Petra rechnet die Aufgabe 34 + 7. Von der vierund**dreißig** bis zur vierzig fehlen noch s**echs**. Vierunddreißig p**lus** sechs ist gleich v**ierzig**. Von den s**ieben** bleibt noch e**ins** übrig. Das muss sie noch da**zutun**. Vierzig plus e**ins** ist ein**undvierzig**. Das Ergebnis ist richtig.

Abbildung 8. Lückentext *Plus rechnen* zur Beschreibung der Additionsstrategie Ergänzen zum nächsten Zehner.

Im Vergleich dazu geht es in dem Lückentext *Taschengeld* (siehe Abbildung 9) um zwei Kinder, deren Handlungen in einem außermathematischen Kontext beschrieben werden. Dabei geht es um zwei Mengen an Taschengeld, die verglichen werden. Möglicherweise erleichtert der gegebene Alltagsbezug das Situationsverständnis und den damit zusammenhängenden Aufbau eines Situationsmodells. Die Lücken beziehen sich hauptsächlich auf alltagssprachliche Begriffe.

Taschengeld
Thomas und Timo bekommen jede Woche Taschengeld. Die beiden bekommen gleich v**iel** Taschengeld. Timo kauft jede Woche eine gr**ößere** Tüte Süßigkeiten als Thomas. Timo bezahlt m**ehr**. Er hat n**ach** dem Einkauf w**eniger** Geld als Thomas. Jetzt hat T**homas** mehr Geld als T**imo**. Sie freuen sich auf das nächste Taschengeld.

Abbildung 9. Lückentext *Taschengeld* zum Mengenvergleich in Bezug auf Geld.

In der Pilotierungsstudie mit $N = 102$ Zweitklässlern zum Ende des Schuljahres wurden Vorversionen der beschriebenen Lückentexte *Zahlenrätsel* und *Plus rechnen* eingesetzt. Zusätzlich wurde hier ein Alltagstext ohne Bezug zur Mathematik eingesetzt, der sich jedoch als deutlich zu einfach herausstellte. Es zeigten sich zufriedenstellende Reliabilitäten für die Lückentexte *Zahlenrätsel* (*Cronbach's* $\alpha = .66$) und *Plus rechnen* (*Cronbach's* $\alpha = .84$), jedoch auch für diese Texte insgesamt sehr hohe Lösungsraten. Für die Hauptstudie wurde die Schwierigkeit der Texte daher erhöht, indem die Texte mit weiteren Informationen angereichert und die Lücken weiter getilgt wurden. Zusätzlich wurde der Text *Taschengeld* entwickelt, der einen mathematikhaltigen Alltagskontext darstellt. In der Hauptstudie wurden zu beiden Messzeitpunkten in der dritten Jahrgangsstufe jeweils die gleichen Lückentexte eingesetzt.

8.1.2.3 Kodierung

Entsprechend dem mathematischen Kompetenztest handelt es sich auch bei dem Test zur Erhebung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen um einen Niveautest, zu dessen Bearbeitung ausreichend Zeit zur Verfügung stand. Nicht bearbeitete Items wurden in der dichotomen 0-1-Kodierung daher als falsch (0) gewertet.

Die Kodierung bearbeiteter Items war für die Items des passiven Fachwortschatzes, in denen das Sprachverständnis angesprochen wurde, durch die entwickelten Antwortmöglichkeiten (eine richtige Antwort und vier falsche Distraktoren) und die Wahl genau einer dieser Möglichkeiten eindeutig. Weniger eindeutig war es hingegen für die Items des aktiven Fachwortschatzes und die einzelnen Lücken der drei Lückentexte, in denen die Sprachproduktion der Lernenden angesprochen wurde und demnach beliebige Wörter eingetragen werden konnten. In Anlehnung an die Kodierung von C-Tests (vgl. Baur & Spettmann, 2008) wurden Richtig-Falsch-Werte (im Sinne einer orthographisch richtigen Schreibweise des gesuchten Wortes) sowie Worterkennungswerte (für sinngemäß erkannte Worte ohne Berücksichtigung orthographischer Fehler) kodiert. Beispielsweise wurde für das Item *größer* des aktiven Fachwortschatzes in Abbildung 4 die Antwort *große* bei beiden Werte als falsch, die Antwort *grösser* bei Richtig-Falsch-Werten als falsch, bei Worterkennungswerten als richtig gewertet. Nachdem der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit auf der Kenntnis des jeweiligen Wortes und nicht auf der orthographisch richtigen Schreibweise lag, wurden in die weiteren Analysen nur die Worterkennungswerte eingeschlossen. Für die Lückentexte wurden diese jeweils zu einem Summenwert (einem so genannten *Super-Item*) zusammengefasst, da die Lücken eines Textes nicht als unabhängig voneinander betrachtet werden können.

Für weitere Analysen auf manifester Ebene wurden die Items des aktiven und passiven Fachwortschatzes in einem Mittelwert pro Subskala zusammengefasst. Diese wurden wiederum gemeinsam mit den drei Mittelwerten der Lückentexte zu einem Mittelwert für die mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen zusammengefasst. Auf Ebene der latenten Modellierungen wurden hingegen Summenwerte für die Subskalen des Fachwortschatzes gebildet und die Lückentexte als Super-Items eingeschlossen (siehe *Kapitel 9*).

8.1.3 Fragebogen zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht

Weiterhin wurde das Konstrukt der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten in einem Selbstbericht operationalisiert. Damit sollte möglichst differenziert erfasst werden, in welchem Ausmaß Schülerinnen und Schüler sprachbasierte Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht nutzen. Wie bei den vorherigen Instrumenten wird im Folgenden zunächst die theoretische Rahmenkonzeption des Instruments beschrieben, bevor die entwickelten Items sowie deren Kodierung vorgestellt werden.

8.1.3.1 Rahmenkonzeption

In *Kapitel 5* wurde der Forschungsstand zur Bedeutung der Sprache im Unterrichtsdiskurs des Mathematikunterrichts dargestellt. Es wurden insbesondere die auf Sprache basierenden Prozesse thematisiert, die eine Teilhabe am Mathematikunterricht ermöglichen. Eine solche Teilhabe am Mathematikunterricht geht dabei idealerweise mit Lernen im Sinne der Informationsverarbeitung sowie der kognitiven Weiterentwicklung einher und wird in der vorliegenden Arbeit als Nutzung einer sprachbasierten Lerngelegenheit verstanden. Das Konstrukt der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten wird im Rahmen der Arbeit folgendermaßen definiert:

Die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten umfasst die Teilnahme der Lernenden am Unterrichtsdiskurs, indem sie diesem folgen, selbst etwas zu diesem beitragen und sich kognitiv an mathematischen Denkvorgängen beteiligen.

Der Definition folgend wird zwischen der Nutzung rezeptiver und partizipativer Lerngelegenheiten unterschieden und damit auch auf die Einteilung von Sprachkompetenzen in Kompetenzen der Sprachrezeption und Sprachproduktion Bezug genommen (Jude & Klieme, 2007). Die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten umfasst das Verständnis des Unterrichtsdiskurses, indem sprachliche Informationen dekodiert und mit dem eigenen Vorwissen verknüpft werden. Die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten bezieht sich auf Sprachproduktionen, wobei neben der kommunikativen hier auch die kognitive Funktion der Sprache eingeschlossen wird. Die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten umfasst damit einerseits die aktive Teilhabe am Mathematikunterricht, beispielsweise durch Wortäußerungen, andererseits die Verarbeitung mathematischer Inhalte in sprachbasierten Denkprozessen (Sfard, 2008). Die damit beschriebenen sprachbasierten Prozesse im Mathematikunterricht werden anhand von typischen Situationen im Mathematikunterricht operationalisiert. Diese beziehen sich auf Unterrichtsbeiträge, den

Umgang mit Mathematikaufgaben im Rahmen der Aufgabeninstruktion sowie der Lösungswege und das Verständnis des Unterrichtsdiskurses, der deutlich durch die Sprache der Lehrkraft (und die von ihr verwendeten Sprachregister und Erklärungen) geprägt wird.

In Anlehnung an diese Operationalisierungen wurden Selbsteinschätzungen zur Nutzung der sprachbasierten Lerngelegenheiten entwickelt. Dabei sollten die Lernenden einschätzen, inwieweit sie sich rezeptiv, sprachproduktiv und kognitiv am Mathematikunterricht beteiligen. Auch wenn umfassendere Erhebungen (z.B. durch Unterrichtsbeobachtungen oder Videoanalysen) wünschenswert wären, stellen Selbsteinschätzungen dieser Art ein ökonomisches und bereits bei Schulanfängern reliables Testinstrument dar (vgl. Ehm et al., 2011).

8.1.3.2 Items

Um die Nutzung von sprachbasierten (im Sinne von rezeptiven, sprachproduktiven und kognitiven) Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht zu operationalisieren, wurden Aussagen zum Mathematikunterricht entwickelt, die die oben beschriebenen Situationen im Mathematikunterricht ansprechen. Für die Hauptstudie wurden jeweils vier Aussagen zur Nutzung partizipativer und rezeptiver Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht entwickelt (siehe *Anhang A.5*). Die Aussagen zur Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten beziehen sich dabei einerseits auf die Sprachproduktion (Unterrichtsbeiträge und Lösungswege erklären) und andererseits auf die kognitive Teilnahme am Mathematikunterricht (über eigene und alternative Lösungswege nachdenken). Die Aussagen zur Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten beziehen sich auf das Sprachverständnis in Bezug auf die von der Lehrkraft verwendete Fachsprache, ihre Erklärungen sowie den Unterrichtsdiskurs. Die Aussagen sollten von den Lernenden auf einer vierstufigen Skala eingeschätzt werden (1 – *stimmt gar nicht* bis 4 – *stimmt sehr*). Dazu wurden die Aussagen von der Testleiterin jeweils zweimal vorgelesen, um die Selbsteinschätzungen unabhängig von der Lesekompetenz zu erheben. Die Testleiterin zeigte pro Aussage eine Bildkarte mit einem Tier, welches die Kinder zusammen mit dem Antwortformat in ihrem Testheft abgebildet hatten.

In einer ersten Operationalisierung wurden die Kinder einerseits nach den von ihnen genutzten Lerngelegenheiten befragt (z.B. *Ich überlege mir in Mathe oft selber wie ich eine Aufgabe löse*), andererseits nach den in ihrer Klasse vorkommenden Lerngelegenheiten (z.B. *In Mathe überlegen die Kinder aus meiner Klasse oft selber wie man eine Aufgabe löst*). Diese erste Operationalisierung wurde in einer Pilotierungsstudie im November 2012 mit $N = 95$ Drittklässlern eingesetzt. Nachdem sich hier jedoch kaum differenzierte Informationen zur Unterscheidung der individuellen Ebene sowie der Klassenebene zeigten, wurden für die Hauptstudie nur die Items zur Selbsteinschätzung der individuell genutzten Lerngelegenheiten weiterentwickelt.

Drei der im Anhang (*A.5*) dargestellten Items zur Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten (Item 1, Item 3, Item 4) sowie drei der Items zur Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten (Item 5, Item 6.1, Item 7.1) wurden in der Pilotierungsstudie mit $N = 102$ Zweitklässlern zum Ende der zweiten Jahrgangsstufe eingesetzt. Hierbei zeigten sich eher als gering einzuschätzende Reliabilitäten für die Partizipation (*Cronbach's* $\alpha = .55$) und die Rezeption (*Cronbach's* $\alpha = .49$), sodass die Skalen für die Hauptstudie um jeweils ein Item erweitert wurden.

Zum ersten Messzeitpunkt ließen sich die Items zur Nutzung rezeptiver und partizipativer Lerngelegenheiten gut voneinander trennen – insbesondere für die Gruppe der Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache. Zum ersten Messzeitpunkt wurden die Items zur Partizipation jedoch durchgängig positiv formuliert (z.B. *In Mathe komme ich oft dran*), eine Zustimmung zu den Aussagen ging demnach mit einer häufigen Nutzung der sprachbasierten Lerngelegenheiten einher. Die Items der Rezeption hingegen waren zum ersten Messzeitpunkt durchwegs negativ formuliert (z.B. *In Mathe sagt unsere Lehrerin manchmal Wörter, die ich nicht verstehe*) und wurden im Rahmen der Kodierung umgepolt. Um einen möglichen Einfluss der Formulierung auszuschließen, wurden für die Erhebung zum zweiten Messzeitpunkt zwei der Items zur Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten (Item 6.1 und Item 7.1) positiv formuliert. Zusätzlich wurden für die Erhebung der Partizipation zum zweiten Messzeitpunkt vier weitere Items entwickelt und eingesetzt, um zwischen der sprachproduktiven und der kognitiven Partizipation zu differenzieren. Allerdings wiesen diese neuen Items keine ausreichenden Testgütekriterien auf und werden daher an dieser Stelle weder berichtet noch in den folgenden Analysen verwendet.

Zusätzlich zu den Schüler-Selbsteinschätzungen wurde für die Nutzung rezeptiver, sprachproduktiver und die kognitiver Lerngelegenheiten jeweils eine Aussage für die Lehrer-Fremdeinschätzung jedes Kindes entwickelt (siehe *Anhang A.5*). Anhand der Aussagen der Lehrkräfte sollen die Schüler-Selbsteinschätzungen validiert werden, wie im Rahmen der Validierungsstudie (*Abschnitt 9.1.3.5*) beschrieben wird.

8.1.3.3 Kodierung

Bei dem entwickelten Fragebogen zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht handelt es sich um einen Persönlichkeitstest. Der vierstufigen Likert-Skala folgend, wurden die Items vierstufig (1 – *stimmt gar nicht* bis 4 – *stimmt sehr*) sowie nichtbeantwortete Items als solche kodiert. Die negativ formulierten Items wurden umgepolt, sodass höhere Werte stets einer höheren Ausprägung in Bezug auf die Nutzung der gefragten sprachbasierten Lerngelegenheit entsprechen.

Für weitere Analysen wurden die Selbsteinschätzungen zur Nutzung rezeptiver und partizipativer Lerngelegenheiten jeweils zu einem Mittelwert zusammengefasst, wenn mindestens zwei der vier Antworten zu einer Subskala vorlagen.

8.2 Datenerhebung

In diesem Abschnitt werden die eingesetzten Erhebungsinstrumente (*8.2.1*), das Design und die Durchführung der längsschnittlich angelegten Studie in dritten Klassen (*8.2.2*) sowie die Stichprobe der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler (*8.2.3*) dargestellt. Da die Stichprobe anhand der Daten der Instrumente zur Erhebung der personenbezogenen Daten beschrieben wird, werden die Erhebungsinstrumente bereits zu Beginn des Abschnitts thematisiert.

8.2.1 Erhebungsinstrumente

Die eingesetzten Erhebungsinstrumente umfassen hauptsächlich die bereits beschriebenen entwickelten Testinstrumente zur mathematischen Kompetenz und den mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen sowie den Fragebogen zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht. Diese wurden zu Beginn und zum Ende des Untersuchungszeitraums (teilweise mit weiterentwickelten Items zum zweiten Messzeitpunkt) eingesetzt. Darüber hinaus wurden personenbezogene Daten in einem Schülerfragebogen, das mathematische Selbstkonzept in Anlehnung an bestehende Operationalisierungen sowie allgemeinsprachliche Kompetenzen und kognitive Grundfähigkeiten mit standardisierten Tests erfasst. Diese weiteren Erhebungsinstrumente werden im Folgenden kurz dargestellt.

Personenbezogene Daten. Die zum ersten Messzeitpunkt erhobenen personenbezogenen Daten beziehen sich auf Alter und Geschlecht der Kinder. Darüber hinaus wurden die Kinder in Anlehnung an die Operationalisierung des Migrationshintergrunds bei PISA (vgl. Gebhardt et al., 2013) nach ihrem eigenen Geburtsland sowie nach dem Geburtsland ihrer Mutter und ihres Vaters gefragt. Dabei konnten die Kinder für sich, Mutter und Vater eine der Antworten *Deutschland*, *anderes Land* (mit der Möglichkeit, dieses Land anzugeben) und *weiß ich nicht* auswählen (siehe *Anhang A.2*). Um den familiären Sprachgebrauch der Kinder zu erheben, wurden die Kinder nach ihren eigenen Sprachkenntnissen sowie nach ihrem Sprachgebrauch zu Hause, mit Mutter, Vater und ggfs. Geschwistern befragt (siehe *Anhang A.3*). Dazu sollten die Kinder einerseits die Sprachen angeben, in denen sie sich gut unterhalten können, andererseits die Sprachen auswählen, die zu Hause in ihrer Familie gesprochen werden. Anschließend wurden die Kinder von der Testleiterin gebeten, die Sprache zu unterstreichen, die sie zu Hause meistens sprechen (in Anlehnung an die Operationalisierungen des familiären Sprachgebrauchs bei TIMSS 2011 und PISA 2012; Gebhardt et al., 2013; Tarelli et al., 2012). Wenn Kinder sich hier nicht zwischen zwei Sprachen entscheiden konnten, wurden beide Sprachen unterstrichen. Um den familiären Sprachgebrauch der Kinder umfassend einschätzen zu können, sollten die Kinder weiterhin angeben, welche Sprache sie mit ihrer Mutter und ihrem Vater sprechen sowie welche Sprache ihre Mutter, ihr Vater und ggfs. ihre Geschwister mit ihnen und welche Sprache die Eltern untereinander sprechen. Bei der vorangehenden Pilotierungsstudie zeigte sich, dass die Kinder sich bei allgemeinen Fragen zum Sprachgebrauch oft schwer entscheiden konnten, sodass in der Hauptstudie die beschriebene differenzierte Erfassung des familiären Sprachgebrauchs gewählt wurde. Diese erwies sich zudem als hilfreich, wenn die Angaben der Kinder zu der oder den in der Familie meistens gesprochenen Sprache(n) nicht eindeutig waren. Bei den Items zu Sprachkenntnissen und Sprachgebrauch konnten die Kinder jeweils zwischen den Antworten *deutsch*, *englisch*, *französisch*, *italienisch*, *spanisch, portugiesisch*, *griechisch*, *türkisch*, *kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch, albanisch* oder *andere Sprache* (mit der Möglichkeit, diese Sprache anzugeben) auswählen, wobei spanisch und portugiesisch als Sprachen der iberischen Halbinsel sowie kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch und albanisch als Sprachen des ehemaligen Jugoslawien als jeweils ein Code zusammengefasst wurden. Als Indikator des sozioökonomischen Status (SES) wurde der *Books-at-home-Index* (Paulus, 2009) verwendet. Dabei wird eine Aussage über die Anzahl der in der Familie vorhandenen Bücher getroffen. Bei dem verwendeten Item konnten die Kinder zwischen fünf Antwortmöglichkeiten (zehn, 25, 100, 200 oder über 200 Bücher) wählen (siehe *Anhang A.4*). Der Books-at-home-Index wird trotz Zunahme elektronischer Medien als robuster Indikator für den sozioökonomischen Status von Familien angesehen (Tarelli et al., 2012) und misst im Sinne von Bourdieu (1983) den objektivierten Teil des kulturellen Kapitals.

Für die Datenauswertung wurden die Angaben zum Geburtsland des Kindes sowie der Eltern zu der in den PISA-Studien beschriebenen Kategorisierung des Migrationshintergrunds kombiniert (vgl. Gebhardt et al., 2013). Damit kann zwischen Kindern *ohne Migrationshintergrund* (kein Elternteil im Ausland geboren), *mit einem im Ausland* (und einem in Deutschland) *geborenen Elternteil*, der *zweiten Generation* (beide Eltern im Ausland, Kind in Deutschland geboren) und der *ersten Generation* (beide Elternteile und Kind im Ausland geboren) unterschieden werden. In der dichotomen Kodierung wurden die Gruppen der Kinder mit einem im Ausland geborenen Elternteil, der zweiten Generation und der ersten Generation zu der Kategorie der Kinder mit Migrationshintergrund zusammengefasst. Die Antwort *weiß ich nicht* kam nur in Bezug auf das Geburtsland des Vaters vor, sodass für diese Kinder der Migrationshintergrund in Bezug auf das Geburtsland der Mutter und das Geburtsland des Kindes kategorisiert wurde. Basierend auf den Angaben zu den zu Hause gesprochenen Sprachen sowie der Markierung einer überwiegend gesprochenen Sprache wurden die Kinder einer deutschen beziehungsweise nichtdeutschen Familiensprache zugeteilt. Eine nichtdeutsche Familiensprache liegt in der vorliegenden Studie dann vor, wenn die Kinder angegeben haben, zu Hause hauptsächlich eine nichtdeutsche Sprache oder zu gleichen Teilen eine nichtdeutsche und die deutsche Sprache zu sprechen. Die weiteren Angaben zu den mit beziehungsweise zu den Eltern und Geschwistern gesprochenen Sprachen wurden nur herangezogen, wenn die Angaben der zu Hause gesprochenen Sprache(n) widersprüchlich war.

Allgemeinsprachliche Kompetenzen. Um die allgemeinsprachlichen Kompetenzen zu erfassen, wurde die Sprachstandsüberprüfung und Förderdiagnostik für Ausländer- und Aussiedlerkinder (SFD 3-4; Hobusch, Lutz & Wiest, 2002) eingesetzt. Hierbei handelt es sich um ein explizit für Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache entwickeltes Verfahren zur Erhebung der allgemeinen Sprachkompetenzen im Deutschen über die Subskalen Wortschatz, Präpositionen, Artikel und Hörverständnis. Im Rahmen der vorliegenden Studie wurde aufgrund der Vergleichbarkeit der Sprachstand aller Kinder mit diesem Instrument erhoben. Dieses Vorgehen wurde bereits im Rahmen der SOKKE-Studie gewählt (vgl. Mehringer, 2013) und erlaubt daher eine Anbindung der vorliegenden Studie an die im Rahmen der SOKKE-Studie gewonnenen Erkenntnisse. Die SFD 3-4 wurde jeweils zum ersten und zum zweiten Messzeitpunkt eingesetzt.

Wie im Manual der SFD 3-4 beschrieben, können die im Test erreichten Rohwerte je nach Familiensprache (deutsch beziehungsweise nichtdeutsch) in vier Prozentränge umgewandelt, und auf deren Basis wiederum drei Sprachgruppen gebildet werden (Hobusch et al., 2002). In der vorliegenden Studie werden allerdings die erreichten Rohwerte für die manifesten Analysen und für die latente Modellierung der allgemeinsprachlichen Kompetenzen verwendet, um möglichst genau zwischen Kindern mit geringen und hohen allgemeinsprachlichen Kompetenzen zu differenzieren.

Kognitive Grundfähigkeiten. Die kognitiven Grundfähigkeiten wurden mit den Subskalen Klassifikationen, Ähnlichkeiten und Matrizen des Grundintelligenztests Skala 1 (CFT 1; Cattell, Weiß & Osterland, 1997) erhoben. Basierend auf der zweifaktoriellen Intelligenztheorie von Cattell (1987) werden mit diesen Subskalen Merkmale der fluiden Intelligenz (z.B. beziehungsstiftendes Denken, Erkennen von Regeln und Gesetzmäßigkeiten) gemessen. Die weiteren zwei Subskalen des CFT 1 beziehen sich auf den Wahrnehmungsumfang und eine damit verbundene Wahrnehmungsgeschwindigkeit. Diese Subskalen gelten als stärker kulturell beeinflusst (Cattell et al., 1997) und wurden aus diesem Grund in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet. Insgesamt gilt der CFT 1 durch die mit Ausnahme der Instruktion sprachfreie Konzeption als kulturell fair und eignet sich daher gut zum Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Zudem wurde auch dieser Test in vorherigen Studien (z.B. Mehringer, 2013) verwendet, sodass ein Vergleich der vorliegenden Arbeit mit bestehenden Erkenntnissen möglich ist. Der CFT 1 wurde nur zum ersten Messzeitpunkt eingesetzt.

Die in den drei Subskalen erreichten Rohwerte wurden in Anlehnung an das Manual zu einem Summenwert zusammengefasst und mittels Altersnormen in Prozentrangwerte umgewandelt. Diese wurden wiederum in IQ-Werte transformiert, welche in die Auswertungen eingeschlossen wurden.

Mathematisches Selbstkonzept. Das mathematische Selbstkonzept wurde mit sechs Items erhoben, die sich an der im Rahmen der TIMS-Studie verwendeten Operationalisierung des mathematischen Selbstkonzepts orientieren (vgl. Mullis et al., 2009).

Diese wurden im Anschluss an den Fragebogen zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im gleichen Erhebungsformat erfasst. Wie bereits für die Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten beschrieben, wurden auch die Aussagen zum mathematischen Selbstkonzept (z.B. *Ich war schon immer gut in Mathe.*) von der Testleiterin jeweils zweimal vorgelesen. Pro Aussage zeigte die Testleiterin eine Bildkarte mit einem Tier, welches die Kinder zusammen mit dem Antwortformat in ihrem Testheft abgebildet hatten. Auch hier schätzten die Kinder die Aussagen auf einer vierstufigen Likert-Skala ein (1 – *stimmt gar nicht* bis 4 – *stimmt sehr*; siehe *Abschnitt 8.1.3.2*). Zum ersten und zweiten Messzeitpunkt wurden jeweils die gleichen sechs Items eingesetzt.

Zusammenfassend zeigt Abbildung 10 das bereits in *Kapitel 7* vorgestellte Arbeitsmodell der vorliegenden Arbeit. An dieser Stelle sind die für die einzelnen Konstrukte erhobenen Subskalen ergänzt, die in diesem Kapitel beschrieben wurden.

8.2.2 Design und Durchführung

Um die mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten hinsichtlich ihrer Erklärungskraft für migrationsbedingte und interindividuelle Unterschiede in der mathematischen Kompetenz im Grundschulalter zu untersuchen, wurde eine Längsschnittstudie in dritten Klassen durchgeführt. Über Zusammenhänge zwischen den untersuchten Variablen zu einem Messzeitpunkt hinaus kann damit auch die mathematische Kompetenzentwicklung analysiert werden. Die dritte Jahrgangsstufe wurde ausgewählt, um einerseits die Relevanz sprachbezogener Merkmale für die mathematische Kompetenz möglichst früh im Verlauf der Bildungsbiographie zu untersuchen und andererseits Kompetenzen möglichst umfassend zu erheben. Die umfassende Erhebung von Kompetenzen erfordert eine erhöhte Konzentrationsfähigkeit sowie umfassende Schreibfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler, die in der dritten Jahrgangsstufe vorausgesetzt werden können.

Die Erhebungen fanden im Schuljahr 2013/2014 statt. Sowohl zum ersten Messzeitpunkt (Dezember 2013) als auch zum zweiten Messzeitpunkt (Juni 2014) fanden die Erhebungen jeweils an zwei Erhebungstagen statt. Ein Erhebungstag bestand dabei zum ersten Messzeitpunkt jeweils aus zwei Schulstunden (je 45 Minuten), unterbrochen durch ein Bewegungsspiel zur Sicherung der Konzentrationsfähigkeit der Kinder. Zum zweiten Messzeitpunkt wurden die personenbezogenen Daten sowie die kognitiven Grundfähigkeiten nicht nochmals erhoben, sodass sich die Erhebungszeit insgesamt auf drei Schulstunden reduzierte. Der zweite Erhebungstag umfasste demnach zum zweiten Messzeitpunkt nur mehr eine Schulstunde. Tabelle 4 gibt einen Überblick zu den an den jeweiligen Erhebungstagen durchgeführten Erhebungsinstrumenten.

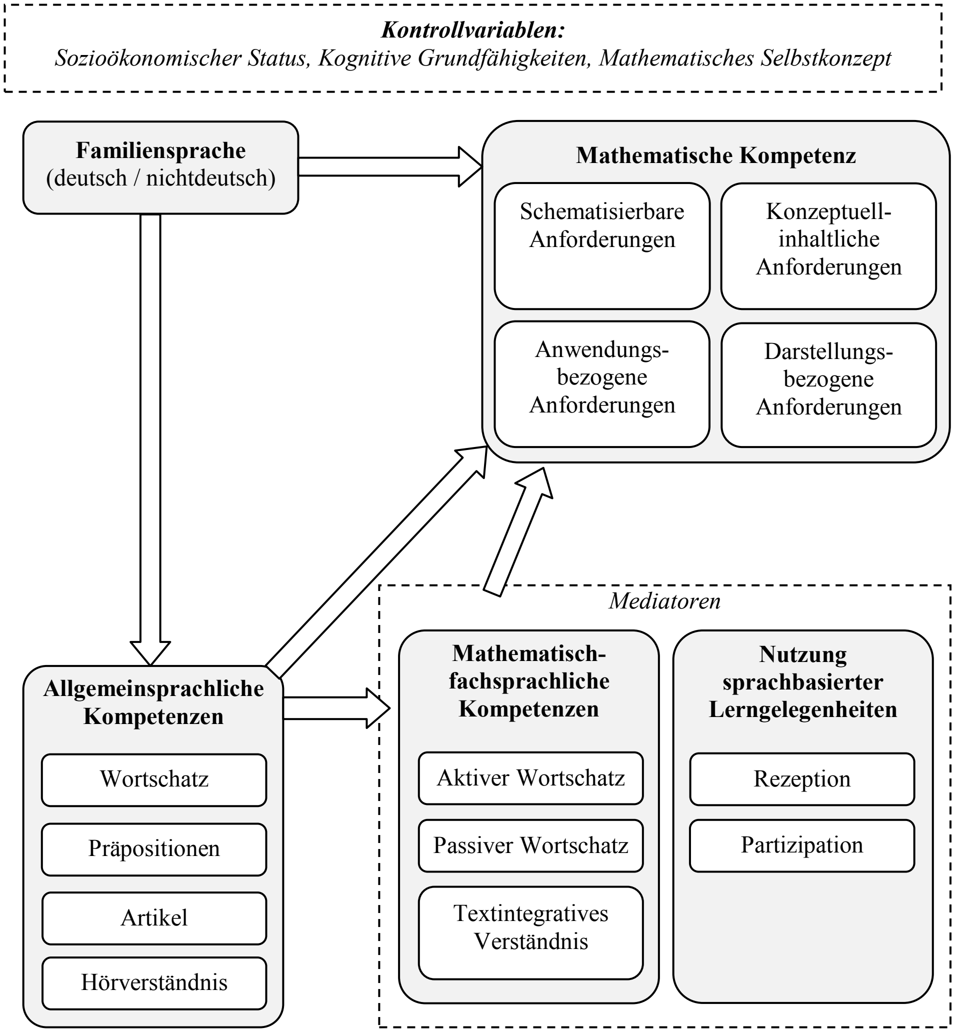


Abbildung 10. Arbeitsmodell zum Zusammenhang von sprachbezogenen Merkmalen und der mathematischen Kompetenz unter Berücksichtigung weiterer Kontrollvariablen. Zusätzlich sind die erhobenen Subskalen angegeben.

Um die Datenerhebungen auf einen möglichst kurzen Zeitraum zu begrenzen und damit die Vergleichbarkeit zwischen den Klassen sicherzustellen, wurden die Testungen von sechs Testleiterinnen und der Autorin der Arbeit durchgeführt und fanden im Klassenkontext als Gruppentestungen statt. Die Testleiterinnen wurden in einer Testleiterschulung intensiv auf ihre Tätigkeit vorbereitet und führten die Testungen streng nach dem in den Instruktionen vorgegebenen Ablauf durch. Neben den Instruktionen der standardisierten Tests wurden auch für alle entwickelten Erhebungsinstrumente Instruktionen erstellt, in Pilotierungsstudien erprobt und für die Hauptstudie optimiert. Darin wurden zu jedem Erhebungsinstrument zu Beginn Beispielaufgaben gestellt, die von den Testleiterinnen gemeinsam mit allen Kindern besprochen wurden, bevor die Kinder die Aufgaben jeweils für sich bearbeiteten. Bei weiteren Verständnisschwierigkeiten wurden die Testleiterinnen dazu instruiert, dem jeweiligen Kind den Aufgabentext vorzulesen. Über das Vorlesen des Aufgabentextes hinaus sollten jedoch keine Erklärungen zu der Bearbeitung der Aufgabe gegeben werden, um die Leistung des Kindes nicht zu beeinflussen. In allen Testsitzungen war neben den Testleiterinnen auch eine Lehrkraft im Klassenzimmer anwesend, die allenfalls bei organisatorischen Fragen (z.B. der Sitzordnung) half. Im Vorhinein wurde das Einverständnis der Eltern aller teilnehmenden Schülerinnen und Schüler eingeholt.

Tabelle 4. *Überblick der im Rahmen der Hauptstudie verwendeten Erhebungsinstrumente im Dezember 2013 (T1) und Juni 2014 (T2), aufgeteilt nach den jeweils zwei Erhebungstagen.*

Erhebungsinstrumente	**T1**		**T2**	
	Tag 1	Tag 2	Tag 1	Tag 2
Personenbezogene Daten (Alter, Geschlecht, Migrationshintergrund, Familiensprache, SES)	x			
Mathematische Kompetenz				
Arithmetische Basisfertigkeiten	x		x	
Konzeptuelles Verständnis	x		x	
Textaufgaben		x		x
Nutzung mathematischer Arbeitsmittel		x		x
Allgemeinsprachliche Kompetenzen (SFD 3-4; (Wortschatz, Präpositionen, Artikel, Hörverständnis)	x		x	
Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (Rezeption, Partizipation)		x	x	
Fachsprachliche Kompetenzen				
Aktiver und Passiver Fachwortschatz		x	x	
Textintegratives Verständnis		x		x
Mathematisches Selbstkonzept		x	x	
Kognitive Grundfähigkeiten (CFT 1) (Klassifikationen, Ähnlichkeiten, Matrizen)		x		

8.2.3 Stichprobe

An der Studie nahmen zum ersten Messzeitpunkt im Dezember 2013 Schülerinnen und Schüler aus 24 dritten Klassen an 10 Grundschulen im Stadtgebiet München teil. Diese wurden aufgrund eines erhöhten Migrationsanteils ausgewählt, um ausreichend große Gruppen von Kindern mit nichtdeutscher Familiensprache zu erhalten. Zum zweiten Messzeitpunkt im Juni 2014 sagten zwei der Grundschulen mit insgesamt sieben Klassen ihre nochmalige Teilnahme aufgrund zu hoher Belastung der Kinder (u.a. durch die VERA-Vergleichsarbeiten) ab. Die im Längsschnitt untersuchte Stichprobe bezieht sich demnach nur mehr auf die verbleibenden 17 dritten Klassen aus 8 Grundschulen. Die Stichprobengröße unterscheidet sich also deutlich zwischen den querschnittlichen ($N = 383$) und den längsschnittlichen ($N = 237$) Analysen, sodass an dieser Stelle beide Stichproben beschrieben werden. Die Daten beziehen sich auf die teilnehmenden Kinder, die an beiden Erhebungstagen zum ersten Messzeitpunkt (Querschnitt) beziehungsweise an allen vier Erhebungstagen zum ersten und zweiten Messzeitpunkt (Längsschnitt) anwesend waren.

Die Zusammensetzung der Stichprobe wird anhand der personenbezogenen Daten beschrieben, die zum ersten Messzeitpunkt am ersten Erhebungstag erhoben wurden. Zum ersten Messzeitpunkt setzt sich die Stichprobe zu 48%, zum zweiten Messzeitpunkt zu 46.8% aus Mädchen zusammen, sodass zu beiden Messzeitpunkten etwas mehr Jungen an der Studie teilnahmen. Insgesamt ist das Geschlechterverhältnis aber ausgeglichen. Das Alter der teilnehmenden Kinder liegt zum ersten Messzeitpunkt im Mittel bei acht Jahren und neun Monaten. Pro Klasse nahmen durchschnittlich 16 Kinder teil.

Die in Tabelle 5 dargestellte Zusammensetzung der Stichprobe nach Migrationshintergrund zeigt für die Querschnittstichprobe einen Migrationsanteil von 62.9%, der sich hauptsächlich aus Migranten der zweiten Generation (34.5% der Gesamtstichprobe), gefolgt von Kindern mit einem im Ausland geborenen Elternteil (19.6%) und deutlich weniger Migranten der ersten Generation (8.9%) zusammensetzt. Die Verteilung der verbleibenden Kinder, die auch zum zweiten Messzeitpunkt teilnahmen, zeigt vergleichbare Tendenzen. Auf Ebene der Klassen variiert der Migrationsanteil zwischen mindestens 8% und maximal 100%, wobei letzteres nur eine Klasse betrifft. Bei Betrachtung der von den Kindern genannten Geburtsländer wird die Heterogenität der Stichprobe deutlich. Hier wurden insgesamt 70 verschiedene Länder genannt, wobei als Geburtsland des Kindes am häufigsten der Irak ($N = 5$), als Geburtsland der Mutter ($N = 22$) sowie des Vaters ($N = 26$) die Türkei genannt wurde. Die Gruppe der Kinder mit Migrationshintergrund setzt sich demnach auch in der vorliegenden Studie aus wenigen häufig vorkommenden und sehr vielen weiteren Herkunftsländern zusammen. Dies zeigte sich beispielsweise auch in den PISA-Studien (Stanat et al., 2010) und dem IQB-Ländervergleich (Haag et al., 2012).

Tabelle 5. *Zusammensetzung der Stichprobe nach Migrationshintergrund zum ersten (T1) und zum zweiten Messzeitpunkt (T2).*

	T1 (N = 383)		T2 (N = 237)	
	N	%	*N*	%
Ohne Migrationshintergrund	**142**	**37.1**	**101**	**42.6**
Mit Migrationshintergrund	**241**	**62.9**	**136**	**57.4**
Ein Elternteil im Ausland geboren	75	19.6	49	20.7
Zweite Generation	132	34.5	67	28.3
Erste Generation	34	8.9	20	8.4
Gesamt	**383**	**100.0**	**237**	**100.0**

Die Zusammensetzung der Stichprobe nach Familiensprache (siehe Tabelle 6) zeigt für die Querschnittstichprobe einen Anteil an Kindern mit nichtdeutscher Familiensprache von insgesamt 42.6%. Dieser setzt sich zu zwei Dritteln aus Kindern mit einer hauptsächlich nichtdeutschen Familiensprache (28.5% der Gesamtstichprobe) sowie einem Drittel aus Kindern mit einer zu gleichen Teilen deutschen und nichtdeutschen Familiensprache (14.1%) zusammen. Wird für Kinder mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache jeweils zusätzlich das Merkmal des Migrationshintergrunds betrachtet, so zeigt sich für Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache ein Migrationsanteil von 95.7%. Die sieben Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache, die keinen Migrationshintergrund aufweisen, sind vermutlich der Gruppe der Migranten der dritten Generation zuzuordnen. Es wäre denkbar, dass die Großeltern dieser Kinder im Ausland geboren sind, während die Eltern ebenso wie das Kind selbst in Deutschland geboren sind – als Familiensprache bleibt jedoch die Sprache des Herkunftslandes der Großeltern erhalten. Für die Kinder, die angegeben haben, zu Hause hauptsächlich deutsch zu sprechen (deutsche Familiensprache), zeigt sich in der Querschnittstichprobe ein Migrationsanteil von 38.6%. Dieser setzt sich zu gleichen Anteilen aus Kindern mit einem im Ausland geborenen Elternteil und Migranten der zweiten Generation und deutlich weniger aus Migranten der ersten Generation zusammen. Für die Längsschnittstichprobe zeigt sich in Tabelle 6 ein vergleichbares Bild.

Auch der Anteil an Kindern mit nichtdeutscher Familiensprache variiert deutlich zwischen den teilnehmenden Klassen. Mindestens 8% und maximal 80% der Kinder einer Klasse sind einer nichtdeutschen Familiensprache zuzuordnen. Ein Blick in die Familiensprachen ergibt für die Querschnittstichprobe insgesamt 39 verschiedene Sprachen, wobei die für das ehemalige Jugoslawien zusammengefasst erhobenen Sprachen *kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch oder albanisch* am häufigsten (N = 48), gefolgt von der türkischen Sprache (N = 32), genannt wurden. Es kann davon ausgegangen werden, dass sich die 48 Nennungen nicht auf eine der zusammengefassten Sprachen beziehen, sodass in der Stichprobe die Kinder mit türkischer Familiensprache vermutlich die größte Sprachgruppe darstellen. Da weitere Sprachgruppen maximal 11 Kinder umfassen, ist ein Vergleich von einzelnen Sprachgruppen im Rahmen der vorliegenden Studie nicht möglich.

Tabelle 6. *Zusammensetzung der Stichprobe nach Familiensprache zum ersten (T1) und zum zweiten (T2) Messzeitpunkt in der dritten Jahrgangsstufe, sowie die Zusammensetzung der Familiensprachengruppen nach Migrationshintergrund.*

Familiensprache	**T1 (*N* = 383)**		**T2 (*N* = 237)**	
	N	*%*	*N*	*%*
Nichtdeutsch	**163**	**42.6**	**94**	**39.7**
Hauptsächlich nichtdeutsch	109	28.5	52	22.0
Deutsch und nichtdeutsch	54	14.1	42	17.7
Mit Migrationshintergrund	*156*	*95.7*	*87*	*92.6*
Ohne Migrationshintergrund	*7*	*4.3*	*7*	*7.4*
Deutsch	**220**	**57.4**	**143**	**60.3**
Mit Migrationshintergrund	*85*	*38.6*	*49*	*34.3*
Ohne Migrationshintergrund	*135*	*61.4*	*94*	*65.7*
Gesamt	**383**	**100.0**	**237**	**100.0**

Die Angaben zum sozioökonomischen Status werden in Tabelle 7 nach den Antwortkategorien des Books-at-home-Index dargestellt. Die Verteilung der Häufigkeiten über die fünf Kategorien zeigt die meisten Nennungen für die mittlere Kategorie. Insgesamt geben in der Querschnittstichprobe etwa 80% der Kinder an, zu Hause mehr als ein ganzes Regal voll Bücher zu haben. Für die Längsschnittstichprobe zeigt sich ein vergleichbares Bild.

Tabelle 7. *Zusammensetzung der Stichprobe nach dem sozioökonomischen Status zum ersten (T1) und zum zweiten Messzeitpunkt (T2) in der dritten Jahrgangsstufe.*

	T1 (N = 383)		**T2 N = 237)**	
	N	*%*	*N*	*%*
Keine (0-10 Bücher)	24	6.3	9	3.8
Ein Regalbrett (11-25 Bücher)	68	17.8	38	16.0
Ein ganzes Regal (26-100 Bücher)	120	31.3	72	30.4
Zwei ganze Regale (101-200 Bücher)	93	24.3	61	25.7
Drei Regale oder mehr (über 200 Bücher)	78	20.4	57	24.1
Gesamt	**383**	**100.0**	**237**	**100.0**

Anmerkung. Angegeben sind die Antwortkategorien des Books-at-home-Index („Wie viele Bücher gibt es bei dir etwa zu Hause?").

Die Betrachtung der gemeinsamen Verteilung aller relevanten Variablen ergab pro Stichprobe einen Fall mit signifikant abweichender *Mahalanobis-Distanz* D^2 ($p < .001$), wobei die Abweichung der Skalenwerte mit dem jeweiligen Mittelwert der Stichprobe und dessen Standardabweichung als akzeptabel eingestuft werden konnten (Field, 2014; Tabachnick & Fidell, 2013). Es befinden sich demnach keine Ausreißer in der Querschnitt- sowie der Längsschnittstichprobe.

8.3 Statistische Methoden

Die dargestellten statistischen Methoden unterteilen sich in Methoden der deskriptiven Statistik zur Beurteilung der Qualität der entwickelten Erhebungsinstrumente (*8.3.1 Item- und Skalenanalysen*), Schätzverfahren zur Modellierung der erhobenen Konstrukte und der angenommenen Zusammenhänge der mathematischen Kompetenz mit sprachlichen Kompetenzen (*8.3.2 Modellierung latenter Variablen und deren Zusammenhänge*) sowie deren Gültigkeit für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache (*8.3.3 Analyse von Unterschieden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache*). Die Vorgehensweisen sind dabei nicht als unabhängig zu betrachten: im besten Fall kann die Qualität der Erhebungsinstrumente auch in den nachfolgenden latenten Modellierungen bestätigt werden. Die Item- und Skalenanalysen wurden mit der Software *IBM SPSS Statistics Version 23* durchgeführt, wohingegen die latenten Modellierungen mit dem Programm *MPlus Version 7* (Muthén & Muthén, 1998–2015) berechnet wurden.

8.3.1 Item- und Skalenanalysen

Im Bereich mathematischer und fachsprachlicher Kompetenz handelt es sich um Niveautests, zu deren Bearbeitung ausreichend Zeit zur Verfügung stand. Nicht bearbeitete Items wurden in der dichotomen 0-1-Kodierung daher als falsch (0) gewertet. Die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten sowie das mathematische Selbstkonzept wurden über Selbsteinschätzungen auf einer vierstufigen Likert-Skala erfasst und können damit als Persönlichkeitstest klassifiziert werden. Fehlende Werte wurden hier als solche kodiert und werden durch listenweisen Fallausschluss in den Item- und Skalenanalysen nicht berücksichtigt. Die entwickelten Erhebungsinstrumente wurden zunächst auf Ebene der einzelnen Items hinsichtlich ihrer Itemschwierigkeit, sowie auf Ebene der Skalen hinsichtlich ihrer Messgenauigkeit (Reliabilität), ihrer Abweichung von der Normalverteilung sowie ihrer Abhängigkeit von der Klassenzugehörigkeit analysiert.

Itemschwierigkeit und Schwierigkeitsindex. Die Itemschwierigkeit $\bar{x}_i$ entspricht dem Mittelwert eines Items und gibt an, wie schwer ein Item für die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler im Sinne des zu erfassenden Konstrukts zu beantworten (Bühner, 2011). Für ein Item i kann ausgehend von der Itemschwierigkeit $\bar{x}_i$ und dem maximal bei diesem Item zu erreichenden Wert $max(x_i)$ der Schwierigkeitsindex P_i für n teilnehmende Personen berechnet werden (vgl. Kelava & Moosbrugger, 2012):

$$P_i = \frac{\sum_{v=1}^{n} x_{vi}}{n \cdot \max(x_i)} \cdot 100 = \frac{\bar{x}_i}{\max(x_i)} \cdot 100$$

Im Bereich der dichotom kodierten Niveautests gibt der Schwierigkeitsindex P_i Aufschluss über den Anteil an Personen, die das Item richtig gelöst haben, während er im Bereich der mehrstufig kodierten Persönlichkeitstests den Anteil der Personen beschreibt, die dem Item bezogen auf das Konstrukt zugestimmt haben. Schwierigkeitsindizes in einem Bereich von $5 \leq P_i \leq 95$ werden angestrebt, um möglichst in allen Bereichen der Merkmalsausprägung gut zwischen Personen mit hohen und niedrigen Ausprägungen zu differenzieren (Kelava & Moosbrugger, 2012).

Reliabilitätsanalyse. Die Reliabilität stellt den Anteil der geschätzten wahren Varianz an der Varianz der gemessenen Testwerte dar (Schermelleh-Engel & Werner, 2012) und gibt damit an, wie genau die Items einer Skala tatsächlich das zu erfassende Konstrukt messen. Es wurde die interne Konsistenz mit dem Reliabilitätskoeffizienten *Cronbach's α* berechnet, welche auf einer Verallgemeinerung der Testhalbierungsmethode basiert (Bühner, 2011). Dabei wird jedes Item als ein Testteil sowie die Korrelation zwischen diesen Testteilen betrachtet. Die interne Konsistenz ist demnach umso höher, je höher die Items einer Skala im Durchschnitt miteinander korrelieren (Schermelleh-Engel & Werner, 2012). Im Vergleich zu Persönlichkeitseigenschaften können Kompetenzen in Leistungstests meist genauer durch Items abgebildet werden, sodass hier höhere Reliabilitätskoeffizienten zu erwarten sind. Field (2014) beschreibt für Leistungstests Werte von *Cronbach's* $\alpha \geq .7$ als gut, während für Persönlichkeitstests auch Werte von *Cronbach's* $\alpha < .7$ akzeptiert werden. Liegen zu einem Konstrukt kaum Operationalisierungen vor, beschreibt Field (2014) auch Werte von *Cronbach's* $\alpha \geq .5$ als akzeptabel. In der vorliegenden Studie wurden einzelne Items, die die Messgenauigkeit ihrer Skala reduzierten, in den weiteren Analysen ausgeschlossen.

Verteilung der Skalenwerte. Für alle Skalen wurde die Verteilung der Testwerte betrachtet und hinsichtlich ihrer Abweichung von der Normalverteilung untersucht. Diese Eigenschaft beeinflusst maßgeblich die Wahl der weiteren Analyse- und Schätzmethoden. Eine annähernde Normalverteilung wurde durch den Kolmogorov-Smirnov-Test überprüft (Bühner, 2011). Dem Kolmogorov-Smirnov-Test folgend liegt eine signifikante Abweichung von der Normalverteilung bei einem Signifikanzniveau von $p < .05$ vor. Unter Einbezug von Schiefe und Exzess (jeweils Beträge < 2) sowie durch visuelle Prüfung des Histogramms und des Q-Q-Plots kann eine annähernde Normalverteilung jedoch dennoch angenommen werden (Aron, Coups & Aron, 2013; Bühner, 2011).

Intraklassenkorrelationen. Durch die Klassenzugehörigkeit der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler ergibt sich eine hierarchische Struktur der erhobenen Daten. Merkmalsausprägungen können demnach nicht nur durch individuelle Kompetenzen, sondern gegebenenfalls auch durch die Klassenzugehörigkeit erklärt werden. Um die Rolle der Klassenzugehörigkeit für die Erklärung von Unterschieden in einzelnen Variablen zu untersuchen, wurde für jede Skala die Intraklassenkorrelation (*ICC*) berechnet. Die Intraklassenkorrelation beschreibt den Anteil der Gesamtvarianz eines Merkmals, der auf die Klassenzugehörigkeit zurückzuführen ist (Christ & Schlüter, 2012).

$$ICC = \frac{\tau_{00}}{\tau_{00} + \sigma^2}$$

τ_{00} : Varianz zwischen den Klassen

σ^2 : Varianz auf Individualebene

Wird in weiteren Analysen die Klassenzugehörigkeit bei Werten von $ICC \geq .05$ nicht berücksichtigt, muss mit deutlichen Verzerrungen der Signifikanztests im Sinne eines erhöhten α-Fehlers gerechnet werden (vgl. Geiser, 2011).

Validierung. Die Inhaltsvalidität der mathematikhaltigen Lückentexte als Teil der Operationalisierung der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen wurde durch die Methode des Lauten Denkens in einer qualitativen Interviewstudie überprüft (Hartig, Frey & Jude, 2012). Statistisch wurden dabei die Mittelwerte und Standardabweichungen der kodierten Kategorien insgesamt und aufgeteilt nach Familiensprache betrachtet. Das Instrument zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten wurde zum Ende des Schuljahres anhand von Fremdeinschätzungen der jeweiligen Klassenlehrkraft für jeden einzelnen Schüler validiert. Dabei handelt es sich um die Kriteriumsvalidität, da eine Beziehung zwischen dem Verhalten in der Test- und der Unterrichtssituation hergestellt wird (Moosbrugger & Kelava, 2012). Die Übereinstimmungsvalidität als eine Spezifikation der Kriteriumsvalidität wurde statistisch mittels Rangkorrelationen (*Spearman's rho*) zwischen den Schüler-Selbst- und Lehrer-Fremdeinschätzungen überprüft (Bühner, 2011).

Die soweit beschriebenen Analysen basieren auf den direkt gemessenen Testwerten, die das Verhalten der Schülerinnen und Schüler in der Testsituation darstellen und als manifeste Indikatoren bezeichnet werden können. Kompetenzen als psychologisches Konstrukt stellen hingegen eine konstruierte Größe dar (Hartig et al., 2012), die nicht direkt beobachtbar und damit nicht direkt messbar ist. Die einzelnen Konstrukte lassen sich jedoch basierend auf mehreren manifesten Indikatoren in latenten (messfehlerbereinigten) Variablen schätzen. Dieses Vorgehen soll im folgenden Kapitel beschrieben werden.

8.3.2 Modellierung latenter Variablen und deren Zusammenhänge

Die zu erfassenden Konstrukte der mathematischen Kompetenz, der fachsprachlichen Kompetenzen sowie der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten wurden in Messmodellen spezifiziert und ihre Ausprägung in latenten Variablen geschätzt. Dadurch wurde die Qualität der Erhebungsinstrumente in konfirmatorischen Faktorenanalysen nochmals überprüft. Darüber hinaus wurden mehrere latente Variablen in Strukturgleichungsmodellen zueinander in Beziehung gesetzt. Hierbei wurden fehlende Werte der Selbsteinschätzungsskalen durch das in *Mplus* implementierte Full-Information-Maximum-Likelihood-Verfahren (FIML) berücksichtigt (Muthén & Muthén, 1998–2015).

Latente Variablen. Auf Grundlage der bereits beschriebenen manifesten Indikatoren wurden die nicht direkt messbaren Konstrukte geschätzt. Dabei wird angenommen, dass die Zusammenhänge zwischen den manifesten Indikatoren durch latente Variablen erklärt werden (Geiser, 2011), welche das Konstrukt repräsentieren. In einem ersten Schritt wurden die Konstrukte anhand der gemeinsamen Varianz der jeweiligen Einzel-Items geschätzt, für weitere Analysen wurden Item-Parcels verwendet.

Parcelling. Für die beschriebenen Skalen (mit Ausnahme der Selbsteinschätzungen) wurden jeweils ein bis zwei Item-Parcels gebildet und als manifeste Indikatoren für weitere Analysen verwendet. Dabei wurden entweder alle Items einer Skala zu einem Summenwert zusammengefasst oder zwei Faktoren mittels exploratorischer Faktorenanalyse extrahiert und diese jeweils als Summenwert verwendet (Little, Cunningham, Shahar & Widaman, 2002). Grundsätzlich sollte die Verwendung von Item-Parcels jedoch kritisch betrachtet werden, da die Items eines Parcels durch die Summierung hier als gleichwertige Indikatoren eines eindimensionalen Konstrukts angenommen werden (Kline, 2011; Marsh, Lüdtke, Nagengast & Morin, 2013). Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Studie die Struktur der einzelnen Konstrukte neben den bereits beschriebenen Reliabilitätsanalysen zunächst auf Ebene der Einzel-Items überprüft. Hier wurden einzelne Items aus den weiteren Analysen ausgeschlossen, wenn sie die vorab geprüfte Reliabilität der Skala deutlich einschränkten oder sie in den Messmodellen die Datenstruktur nicht ausreichend repräsentierten. In einem weiteren Schritt wurde diese Struktur in Messmodellen mit Item-Parcels als Indikatoren abgebildet. Item-Parcels wurden verwendet, um die Anzahl der manifesten Indikatoren soweit zu reduzieren, dass neben einzelnen latenten Variablen auch Beziehungen zwischen latenten Variablen in komplexeren Modellen betrachtet werden können. Auf Ebene der Einzel-Items wäre dies nicht möglich, da für eine ideale Schätzung das Verhältnis von Stichprobengröße zu manifesten Indikatoren 20 : 1, für eine akzeptable Schätzung 10 : 1 nicht unterschreiten sollte (Kline, 2011).

Konfirmatorische Faktorenanalysen. Um die untersuchten Konstrukte durch latente Variablen zu schätzen, wurde deren theoretisch fundierte Struktur in Messmodellen spezifiziert und mittels konfirmatorischer Faktorenanalysen überprüft. Dabei wurden die dichotom und mehrstufig (ordinal) kodierten Einzelitems als kategoriale, die Item-Parcels als kontinuierliche Variablen in *MPlus* modelliert. Die konfirmatorische Faktorenanalyse stellt ein strukturprüfendes Verfahren dar und testet Messmodelle in Bezug auf deren Übereinstimmung mit den empirischen Daten (Bühner, 2011). Messmodelle beschreiben die Verknüpfung der manifesten und latenten Variablen, spezifiziert durch Regressionen. Dabei werden die manifesten Indikatoren als abhängige Variablen definiert, deren Kovarianz durch die latente Variable erklärt wird. Die Regressionskoeffizienten stellen hier die Faktorladungen dar. Um eine Metrik für die geschätzte latente Variable zu definieren, wurde deren Varianz auf die Größe 1 fixiert sowie die Ladung der ersten manifesten Variablen frei geschätzt (Geiser, 2011). Neben einzelnen Messmodellen können auch ungerichtete Zusammenhänge (Korrelationen) zwischen mehreren latenten Variablen durch konfirmatorische Faktorenanalysen modelliert werden. In der vorliegenden Arbeit wurden Korrelationen zwischen latenten Variablen zur Überprüfung der Struktur eines Konstrukts auf Item-Ebene sowie zur Überprüfung der Trennbarkeit verschiedener Konstrukte berechnet.

Strukturgleichungsmodelle. Die zuvor in Messmodellen spezifizierten latenten Variablen wurden in einem nächsten Schritt in Strukturmodellen den theoretischen Überlegungen folgend zueinander in Beziehung gesetzt. Insgesamt handelt es sich dabei um Strukturgleichungsmodelle, die simultan Hypothesen über die Messung von Konstrukten als auch über die Beziehungen zwischen Variablen prüfen (Kline, 2011). Beziehungen können dabei entweder ungerichtet in Form von Korrelationen oder gerichtet in Form von Regressions- oder Pfadanalysen spezifiziert werden. Für diese Zusammenhänge können Schätzwerte größer als Eins vorkommen, wenn zwei oder mehr Indikatoren sehr hoch miteinander korrelieren und demnach eine lineare Abhängigkeit vorliegt (Kline, 2011). Insgesamt werden exogene, endogene und intervenierende Variablen unterschieden: Exogene Variablen stellen unabhängige Variablen dar, die im Modell nicht durch andere Variablen erklärt werden. Eine endogene Variable wird hingegen durch eine oder mehrere Variablen erklärt und ist demnach eine abhängige Variable. Stellt eine endogene Variable gleichzeitig auch eine unabhängige Variable dar, wird diese als intervenierende Variable (Mediatorvariable) bezeichnet.

In der vorliegenden Studie wurden neben latenten Korrelations- und Regressionsanalysen Mediationsmodelle spezifiziert. In Mediationsmodellen kann der direkte Effekt einer exogenen auf eine endogene Variable mit dem indirekten Effekt, der die Vermittlung über die intervenierende Variable (Mediatorvariable) darstellt, verglichen werden (Geiser, 2011). Eine vollständige Mediation liegt vor, wenn ein signifikanter indirekter und ein nicht signifikanter direkter Effekt vorliegt, der signifikante alleinige Einfluss der exogenen Variable demnach komplett über die Mediatorvariable vermittelt wird (Baron & Kenny, 1986).

Darstellung der Modelle. Sowohl die durch konfirmatorische Faktorenanalysen überprüften Messmodelle als auch deren Verknüpfungen in Strukturgleichungsmodellen werden in Form von Pfaddiagrammen dargestellt. Diese orientieren sich an der üblichen Darstellung (vgl. Geiser, 2011; Kline, 2011): Manifeste Indikatoren werden als Rechtecke dargestellt, latente Variablen als Ellipsen. Gerichtete Beziehungen werden durch gerichtete Pfeile gekennzeichnet, ungerichtete Beziehungen (Kovarianzen beziehungsweise Korrelationen) durch Doppelpfeile.

Berücksichtigung der hierarchischen Struktur der Daten. Durch die bereits beschriebenen Intraklassenkorrelationen konnte ein bedeutsamer Einfluss der Klassenzugehörigkeit bestätigt werden. Um die Mehrebenenstruktur der Daten in weiteren Analysen zu berücksichtigen, wurde der Befehl *type* = *complex* mit Bezug auf die Klasse als Clustervariable in *MPlus* eingeschlossen. Dadurch werden die Standardfehler und χ^2-Werte für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert (Muthén & Muthén, 1998–2015). Problematisch ist dieses Vorgehen, wenn für ein Modell mehr Parameter geschätzt werden sollen, als Cluster vorliegen. Ergebnisse solcher Schätzungen können jedoch trotzdem interpretiert werden (Muthén, 2013).

Festlegung der Schätzmethode. Für die Modellschätzungen, die kategoriale Variablen (Einzel-Items) enthalten, wurde das *Mean- and Variance-adjusted Weighted Least Square*-Verfahren (WLSMV) verwendet. Hier werden die geschätzten χ^2-Werte um Mittelwert und Varianz der Stichprobe korrigiert und latente Personenmerkmale mittels einer nichtlinearen logistischen Link-Funktion modelliert (Muthén & Muthén, 1998–2015). Für Modelle, die ausschließlich kontinuierliche Variablen (Item-Parcels) beinhalten, wurde das *robuste Maximum-Likelihood*-Verfahren (MLR) gewählt. Der MLR-Schätzer ist sowohl robust gegenüber Verletzungen der Normalverteilung als auch (in Kombination mit *type = complex*) gegenüber den abhängigen Beobachtungen (Muthén & Muthén, 1998–2015), die in der vorliegenden Studie durch die Klassenstruktur der Daten vorliegen.

Beurteilung der Modellgüte. Beauducel und Wittmann (2005) folgend wurden zur Beurteilung der Modellgüte die in Tabelle 8 dargestellten Werte, ergänzt durch den an den Freiheitsgraden (*degrees of freedom, df*) relativierten χ^2-Wert (χ^2/df) und den *WRMR* (*Weighted-Root-Mean-Square-Residual*), herangezogen. Die dargestellten Werte teilen sich auf in Werte des globalen Modelltests (χ^2-Test) und Werte der Fit-Indizes.

Mit dem *globalen Modelltest* wird die Nullhypothese geprüft, ob die durch das spezifizierte Modell geschätzte Kovarianzmatrix mit der aus der Stichprobe geschätzten Kovarianzmatrix übereinstimmt (Bühner, 2011). Dabei führt ein nicht signifikanter χ^2-Wert zur Annahme der Nullhypothese. In diesem Fall liegt eine Übereinstimmung der beiden Kovarianzmatrizen und damit ein exakter Modell-Fit vor. Ein Signifikanzwert von $p \geq .05$ wird hier als gute, ein Wert von $p \geq .01$ als akzeptable Modellpassung gewertet (Schermelleh-Engel, Moosbrugger & Müller, 2003). Allerdings steigt die Teststärke dieses χ^2-Tests mit zunehmender Stichprobengröße, sodass bereits kleine Abweichungen zu einer Ablehnung des Modells führen können (Bühner, 2011). Es wird daher zusätzlich der an den Freiheitsgraden relativierte χ^2-Wert zur Beurteilung der Modellgüte herangezogen. Freiheitsgrade stellen die Differenz aus der Anzahl gegebener Informationen (z.B. Varianzen und Kovarianzen) und der Anzahl der geschätzten Modellparameter dar (Geiser, 2011). Werte von $0 \leq \chi^2/df \leq 2$ werden als gute, Werte von $2 \leq \chi^2/df \leq 3$ als akzeptable Modellpassung beschrieben (Schermelleh-Engel et al., 2003).

Darüber hinaus werden Fit-Indizes berichtet, die sich danach unterscheiden, mit welchem Modell das spezifizierte Modell verglichen wird. Die Werte der Fit-Indizes unterscheiden sich zudem danach, ob mit dem jeweiligen Wert angegeben wird, wie gut oder wie schlecht das spezifizierte Modell auf die empirischen Daten passt.

Der *CFI* (*Comparative-Fit-Index*) ist auch gegenüber kleineren Stichprobengrößen robust (Tabachnick & Fidell, 2013) und nimmt zunächst ein Modell an, in dem die latenten Variablen unabhängig sind (Null-Modell) und vergleicht die empirisch ermittelte Kovarianzmatrix des spezifizierten Modells mit der Kovarianzmatrix dieses Null-Modells. Es handelt sich dabei um einen *Goodness-of-Fit-Index*: Je höher der Wert, desto besser die Modellpassung. Der CFI nimmt Werte zwischen 0 und 1 an, wobei Werte von CFI $\geq .97$ als gute, Werte von CFI $\geq .95$ als akzeptable Modellpassung gewertet werden (Schermelleh-Engel et al., 2003). Hu und Bentler (1999) beschreiben auch Werte von CFI ≥ .90 als akzeptabel.

Der *RMSEA* (*Root-Mean-Square-Error of Approximation*) vergleicht hingegen die empirisch ermittelte Kovarianzmatrix mit einem Modell optimal geschätzter Parameter und stellt einen *Badness-of-Fit-Index dar*: je höher der Wert, desto schlechter die Modellpassung. Werte von RMSEA ≤ .05 werden als gute (Aron et al., 2013), Werte von RMSEA ≤ .08 (Schermelleh-Engel et al., 2003), teilweise auch Werte von RMSEA ≤ .10 (Aron et al., 2013) als akzeptable Modellpassung interpretiert.

Der *SRMR* (*Standardized-Root-Mean-Square-Residual*) stellt eine standardisierte Größe zur Bewertung der Residuen (Fehlervarianzen) dar (Geiser, 2011). Dabei werden die Residuen der empirisch ermittelten Kovarianzmatrix durch den Vergleich mit der Kovarianzmatrix des spezifizierten Modells betrachtet. Der SRMR nimmt Werte zwischen 0 und 1 an, Werte von SRMR ≤ .05 werden als gute, Werte von SRMR ≤ .10 als akzeptable Modellpassung beschrieben (Hu & Bentler, 1999; Schermelleh-Engel et al., 2003). Ein Wert von SRMR = 0 impliziert eine perfekte Modellpassung, wobei der SRMR bei Modellen mit vielen Parametern sowie bei großen Stichproben generell kleinere Werte annimmt (Hooper, Coughlan & Mullen, 2008). Der SRMR wird in der vorliegenden Studie für MLR-Schätzungen von Modellen mit ausschließlich kontinuierlichen Variablen berichtet. Für WLSMV-Schätzungen von Modellen mit kategorialen Variablen wird hingegen der WRMR berichtet. Auch dieser beschreibt die Abweichung der empirisch ermittelten und der spezifizierten Kovarianzmatrizen durch Analyse der gewichteten Residuen. Werte von WRMR ≤ 1.00 werden als gute Modellpassung interpretiert (Yu, 2002).

Die beschriebenen Grenzwerte (Cut-Off-Werte) für eine gute beziehungsweise akzeptable Modellpassung werden in Tabelle 8 nochmals im Überblick dargestellt.

Tabelle 8. *Cut-off-Werte ausgewählter Fit-Indizes für eine gute bzw. akzeptable Modellpassung. Die jeweiligen Quellen wurden im Text angegeben.*

	p	χ^2/df	CFI	RMSEA	SRMR	WRMR
Gute Modellpassung	≥ .05	≤ 2	≥ .97	≤ .05	≤ .05	≤ 1.0
Akzeptable Modellpassung	≥ .01	≤ 3	≥ .95	≤ .10	≤ .10	–

8.3.3 Analyse von Unterschieden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache

Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache wurden sowohl basierend auf den manifesten als auch auf den latenten Variablen analysiert. Einem Gruppenvergleich liegt jedoch die Annahme zugrunde, dass die verwendeten Erhebungsinstrumente das Konstrukt in den beiden betrachteten Subpopulationen auf dieselbe Art und Weise messen. Diese Annahme wurde mittels Messinvarianzanalysen für die Messmodelle zu den entwickelten Erhebungsinstrumenten überprüft.

Messinvarianzanalysen. In Messinvarianzanalysen wurde die Vergleichbarkeit der Messmodelle für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache getestet. Liegt in beiden Gruppen eine vergleichbare Messstruktur vor, repräsentieren Testwertunterschiede tatsächlich auch Unterschiede in dem gemessenen Konstrukt. Der Grad an Messinvarianz kann über den Vergleich von hierarchisch ineinander geschachtelten Modellen (sog. *nested models*) bestimmt werden (vgl. Geiser, 2011). Hierarchisch ineinander geschachtelte Modelle liegen dann vor, wenn ein Modell durch Restriktionen aus einem allgemeineren Modell hervorgeht. In der vorliegenden Studie wurde jedes Messmodell zunächst in beiden Gruppen separat geprüft. Liegt hier in beiden Gruppen mindestens eine akzeptable Modellpassung vor, wird das Ausgangsmodell mit über die beiden Gruppen hinweg frei geschätzten Parametern spezifiziert. Bei guter Modellpassung liegt dann der erste Grad der Messinvarianz (*konfigurale Messinvarianz*) vor. Darauf aufbauend wurden nach dem *Step-Up*-Ansatz schrittweise Modellparameter für die beiden zu vergleichenden Gruppen gleichgesetzt und somit zunehmend restriktivere Spezialfälle des Ausgangsmodells spezifiziert. Die Modellpassung wird dabei jeweils in Bezug auf das vorherige Modell mittels eines χ^2-Differenzentests überprüft. Grundsätzlich lassen sich vier Grade an Messinvarianz testen, beginnend mit dem am wenigsten restriktiven Grad (Christ & Schlüter, 2012; Geiser, 2011):

- *Konfigurale Messinvarianz*: Die Faktorenstruktur (die Anzahl der Faktoren und das Muster der Faktorladungen) ist in den beiden Gruppen identisch.
- *Metrische (schwache faktorielle) Messinvarianz*: Neben der Faktorenstruktur sind auch die Faktorladungen in den beiden Gruppen konstant.
- *Skalare (starke faktorielle) Messinvarianz*: Darüber hinaus sind auch die *Intercepts* (Achsenabschnitte) der manifesten Variablen in den beiden Gruppen gleich. Die Intercepts beschreiben die Ausprägung der manifesten Variablen, wenn die latente Variable den Wert 0 annimmt.
- *Strikte faktorielle Messinvarianz*: Zusätzlich sind auch die Residuen (Messfehlervarianzen) in den beiden Gruppen konstant.

Die dargestellten Grade der Messinvarianz sind hierarchisch ineinander geschachtelt, wobei die jeweils untere Stufe die Voraussetzung für den höheren Grad an Messinvarianz darstellt: „Ohne konfigurale Messinvarianz kann auch keine metrische Messinvarianz vorliegen, und ohne metrische Messinvarianz fehlt die Voraussetzung für skalare Messinvarianz“ (Christ & Schlüter, 2012, S. 60). Wird skalare Messinvarianz nachgewiesen, weist das Modell also trotz Gleichsetzung der Faktorladungen sowie der Intercepts zwischen den beiden Gruppen eine gute Modellpassung auf, können Gruppenunterschiede analysiert werden, die nicht vom Instrument abhängig sind. Die Überprüfung strikter faktorieller Invarianz als restriktivster Grad der Messinvarianz wird hingegen häufig als optional beschrieben (z.B. Christ & Schlüter, 2012).

Grundsätzlich reicht der Nachweis *partieller Messinvarianz* aus, um einen Gruppenvergleich durchzuführen. Partielle Messinvarianz liegt dann vor, wenn sich einige Modellparameter (z.B. Faktorladungen) zwar signifikant zwischen den Gruppen unterscheiden, für mehr als die Hälfte der Modellparameter aber Messinvarianz nachgewiesen werden kann. In *Mplus* können die sich unterscheidenden Parameter durch die Betrachtung von Modifikationsindizes identifiziert und in einem weiteren Schritt für die beiden Gruppen frei geschätzt werden. Im oben beschriebenen *Step-Up*-Ansatz werden diese Änderungen in den weiteren Modellen dann jeweils berücksichtigt: Wird beispielsweise partielle metrische Messinvarianz nachgewiesen, werden die frei geschätzten Faktorladungen auch in den Analysen der skalaren Messinvarianz eingeschlossen (Christ & Schlüter, 2012).

Über einen Gruppenvergleich hinaus prüfen Messinvarianzanalysen über die Zeit, inwieweit ein Instrument zu verschiedenen Messzeitpunkten dasselbe Konstrukt misst und Messungen über die Zeit demnach vergleichbar sind (Geiser, 2011). Da jedoch im Verlauf der dritten Jahrgangsstufe von einer Kompetenzentwicklung im Fach Mathematik auszugehen ist, wurden zum Ende des Schuljahres Weiterentwicklungen der Erhebungsinstrumente verwendet. Diese berücksichtigen die konzeptuellen Verschiebungen und stellen gleichzeitig eine Vergleichbarkeit sicher, indem einerseits identische Aufgaben (sog. *Anker-Aufgaben*), andererseits Aufgaben des gleichen Inhaltsbereichs auf einer höheren Kompetenzstufe eingesetzt wurden. Messinvarianzanalysen über die Zeit wurden daher nicht durchgeführt.

χ^2-Differenzentest. Um die ineinander geschachtelten Modelle der Messinvarianzanalysen miteinander zu vergleichen, wurden χ^2-Differenzentests durchgeführt. Dabei wird geprüft, ob das jeweils restriktivere Modell in Bezug auf die Modellpassung signifikant von dem allgemeineren Modell abweicht. Messinvarianz auf dem geprüften Grad liegt dann vor, wenn die Modellpassung sich durch die Restriktionen nicht signifikant verschlechtert hat (Christ & Schlüter, 2012). Bei den MLR-Schätzungen wurde eine von Satorra und Bentler (2010) entwickelte Korrektur angewendet, um die χ^2-Werte zu vergleichen. Bei den WLSMV-Schätzungen ist dieses Verfahren (die Differenz der χ^2-Werte sowie die Differenz der Freiheitsgrade der zu vergleichenden Modelle zu betrachten) nicht möglich, da diese nicht der χ^2-Verteilung folgen (Muthén & Muthén, 1998–2015). Für diese Modelle wurde der in *MPlus* implementierte χ^2-Differenzentest angewendet.

Gruppenvergleich auf latenter Ebene. Über Modellpassungen hinaus können in Messinvarianzanalysen Gruppen auf latenter Ebene verglichen werden. Voraussetzung eines *Vergleichs latenter Mittelwerte* zwischen Gruppen stellt der Nachweis partieller skalarer Messinvarianz dar (vgl. Christ & Schlüter, 2012). Mittelwertsunterschiede und deren Bedeutsamkeit können dann in den Schätzungen des Modells zur Prüfung skalarer Messinvarianz in *MPlus* direkt abgelesen werden. Für den *Vergleich von Beziehungen latenter Variablen* (in Form von Korrelationen und Regressionskoeffizienten) zwischen Gruppen sollte für das Modell mindestens partielle metrische Messinvarianz vorliegen (vgl. Christ & Schlüter, 2012). Ähnlich zu den Messinvarianzanalysen wird hier ein restriktiveres Modell (in dem zusätzlich zu den Faktorladungen und Intercepts die Korrelationen beziehungsweise Regressionen zwischen den Gruppen gleichgesetzt werden) mit einem weniger restriktiven Modell (in dem neben den gleichgesetzten Faktorladungen und Intercepts die Korrelationen beziehungsweise Regressionen in den beiden Gruppen frei geschätzt werden) mittels χ^2-Differenzentests verglichen. Die Gruppen unterscheiden sich signifikant in den Beziehungen, wenn ein signifikanter Unterschied in den Modellpassungen vorliegt (Christ & Schlüter, 2012). In der vorliegenden Studie wurden solche Vergleiche für die Analyse der Zusammenhänge der erhobenen Konstrukte sowie für die Mediationsmodelle zum ersten Messzeitpunkt in der dritten Jahrgangsstufe durchgeführt.

t-Tests und Effektstärken. Zur Analyse von Gruppenunterschieden auf Ebene der manifesten Variablen wurden t-Tests für unabhängige Stichproben durchgeführt. Um die Stärke der beobachteten Mittelwertsunterschiede zu bewerten und zu vergleichen, wurde zusätzlich jeweils die Effektstärke *Cohen's d* berechnet. Effektstärken stellen mithilfe der Standardabweichung standardisierte Mittelwertsunterschiede dar (Bühner & Ziegler, 2009). Den Konventionen von Cohen (1988) folgend werden Effektstärken von $d = 0.20$ als kleiner, $d = 0.50$ als mittlerer und $d = 0.80$ als großer Effekt interpretiert.

Lineare Regressionsanalysen. Zur Erklärung von Gruppenunterschieden wurden multiple lineare Regressionsanalysen ebenfalls auf Ebene der manifesten Variablen durchgeführt. Eine latente Modellierung der Gruppenunterschiede unter Berücksichtigung aller untersuchter Erklärungsvariablen war an dieser Stelle nicht möglich, da das Verhältnis von Stichprobengröße und manifesten Indikatoren das Verhältnis 10 : 1 deutlich unterschritten hätte (Kline, 2011). Um die Ergebnisse jedoch möglichst mit den Erkenntnissen der latenten Modellierungen vergleichen zu können, wurden entsprechend der in den latenten Modellierungen bestätigten Struktur der Konstrukte Mittelwerte der einzelnen Subskalen gebildet und diese wiederum zu einem Mittelwert für das gesamte Konstrukt zusammengefasst. In Abgrenzung zu Korrelationsanalysen, die ungerichtete Zusammenhänge untersuchen, werden mittels Regressionsanalysen Zusammenhänge zwischen einer oder mehreren unabhängigen Variablen (den sog. Prädiktoren) und einer abhängigen Variablen analysiert. Wie bereits im Rahmen der Strukturgleichungsmodelle beschrieben, sollten auch die in Regressionsanalysen untersuchten Zusammenhänge theoretischen Überlegungen folgen (Bühner & Ziegler, 2009). Die Ergebnisse der Regressionsanalyse beziehen sich auf die in standardisierten Regressionskoeffizienten (β) gewichtete Erklärungskraft der einzelnen Prädiktoren sowie die durch die Prädiktoren aufgeklärte Varianz der abhängigen Variablen (R^2). R^2 beschreibt dabei den Anteil der Varianz der durch die Prädiktoren vorhergesagten Werte für die abhängige Variable an der Varianz der beobachteten Werte der abhängigen Variable (Bühner & Ziegler, 2009). Das *korrigierte* R^2 kontrolliert für die durch Berücksichtigung mehrerer Prädiktoren möglicherweise überschätzte Varianzaufklärung (Aron et al., 2013). In aufeinander aufbauenden Modellen kann zudem die Veränderung der aufgeklärten Varianz durch Berücksichtigung weiterer Prädiktoren hinsichtlich statistischer Signifikanz geprüft werden, um über die Höhe der Regressionskoeffizienten hinaus den

Mehrwert einzelner Prädiktoren herauszustellen (Bühner & Ziegler, 2009). Für alle in der vorliegenden Arbeit berichteten Regressionsmodelle wurde die Methode *Einschluss* verwendet, um die Modelle theoriegeleitet aufzubauen (ebd.).

9 Ergebnisse

Orientiert an den fünf Zielsetzungen der vorliegenden Arbeit gliedert sich der Ergebnisteil zunächst in die Evaluation der entwickelten Erhebungsinstrumente (*9.1*) und die Analyse von Unterschieden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache (*9.2*). Zur Erklärung dieser Gruppenunterschiede sowie der interindividuellen mathematischen Leistungsunterschiede wird im Anschluss die Rolle der fachsprachlichen Kompetenzen (*9.3*) sowie die Rolle der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (*9.4*) jeweils einzeln untersucht. Abschließend werden Gesamtmodelle aufgestellt, um mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie Unterschiede in der mathematischen Kompetenzentwicklung zwischen diesen Lernenden zu erklären und dabei alle untersuchten Variablen zu berücksichtigen (*9.5*).

9.1 Evaluation der Erhebungsinstrumente

Die Analysen der entwickelten Erhebungsinstrumente der mathematischen Kompetenz, der fachsprachlichen Kompetenzen sowie der sprachbasierten Lerngelegenheiten beziehen sich hauptsächlich auf den ersten Messzeitpunkt ($N = 383$). Für jedes der drei entwickelten Instrumente werden Item- und Skalenanalysen zur Überprüfung der Reliabilität (Frage 1a), Messmodelle zur Überprüfung der in dem Instrument operationalisierten Struktur des zugrundeliegenden Konstrukts (Frage 1b) sowie Messinvarianzanalysen zur Überprüfung der Eignung des Instruments für einen Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache (Frage 1c) berichtet. Die Weiterentwicklungen der Instrumente für die Erhebung zum zweiten Messzeitpunkt wurden analog an der Längsschnittstichprobe ($N = 237$) untersucht und zeigen vergleichbare Ergebnisse. Diese werden jedoch an dieser Stelle nicht in gleichem Umfang berichtet und sind im Anhang zu finden. Darüber hinaus wurden auch die verwendeten standardisierten Erhebungsinstrumente analysiert. Auch diese Ergebnisse werden nur kurz dargestellt und können im Anhang eingesehen werden. Ergänzend wurden zwei Studien zu den Instrumenten zur Erhebung der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen sowie der sprachbasierten Lerngelegenheiten durchgeführt, um die Validität dieser Instrumente zu überprüfen (Frage 1a). Die Konzeption, die Durchführung und die Ergebnisse dieser Studien werden am Ende des jeweiligen Kapitels kurz berichtet.

9.1.1 Mathematische Kompetenz

9.1.1.1 Item-Analysen

Mit dem mathematischen Kompetenztest sollten vier ausgewählte mathematische Teilkompetenzen umfassend erhoben werden. Die Item-Analysen zeigen breite Streuungen der Itemschwierigkeiten für alle mathematischen Teilkompetenzen mit Ausnahme der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen. Drei der vier Subskalen differenzieren demnach gut zwischen leistungsstarken und -schwachen Schülerinnen und Schülern. Die Tabellen 9 bis 12 zeigen die theoretisch begründeten Kompetenzstufen nach dem Modell von Reiss und Winkelmann (2009), die Parcel-Zuordnungen sowie die Mittelwerte und Standardabweichungen für die Items, aufgeteilt nach den vier mathematischen Teilkompetenzen. Die Zuordnung zu den Item-Parcels wird bereits an dieser Stelle berichtet, jedoch erst im Rahmen der latenten Modellierungen verwendet. Die grau hinterlegten Items wurden aus Gründen der Reliabilität, einer zu hohen oder zu niedrigen Schwierigkeit oder einer ungünstigen Modellpassung ausgeschlossen.

Tabelle 9. *Kompetenzstufen (K), Parcel-Zuordnungen, Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) der dichotom kodierten Items zu den schematisierbaren Anforderungen (T1, N = 383), angeordnet nach absteigender Itemschwierigkeit.*

Item	K	Parcel-Zuordnung	*M*	*SD*
Rechne aus. 8 · 5 = <u>40</u>	I	–	.95	.22
Rechne aus. 27 + 68 = <u>95</u>	I	SA 1.1	.91	.29
Rechne aus. 38 + 43 = <u>81</u>	I	SA 1.1	.90	.30
Rechne aus. 4 · 7 = <u>28</u>	II	SA 1.2	.88	.33
Rechne aus. 7 · 6 = <u>42</u>	II	SA 1.2	.85	.36
Rechne aus. 64 – 17 = <u>47</u>	II	SA 1.1	.74	.44
Rechne aus. 36 : 4 = <u>9</u>	II	SA 1.2	.73	.45
Rechne aus. 57 – 38 = <u>19</u>	II	SA 1.1	.72	.45
Rechne aus. 63 : 9 = <u>7</u>	II	SA 1.2	.63	.48

Anmerkung. Die Lösung des Items ist jeweils unterstrichen.

Für die Items zu den schematisierbaren Anforderungen in Tabelle 9 zeigen sich durchgehend hohe Mittelwerte ($M \geq .63$). Die Items wurden jeweils von deutlich mehr als 50% der Schülerinnen und Schüler gelöst und differenzieren damit nicht ausreichend zwischen leistungsstarken und leistungsschwachen Kindern. Die Mittelwerte bestätigen jedoch die theoretisch begründete Zuordnung zu den Kompetenzstufen. Falsche Lösungen beziehen sich bei den Additions- und Subtraktionsaufgaben häufig darauf, dass der Übertrag nicht beachtet wurde (z.B. *85* als Lösung der Aufgabe *27 + 68*). Bei den Multiplikations- und Divisionsaufgaben finden sich hingegen häufig um eins kleinere oder größere Ergebnisse. Dies deutet bei den Multiplikationsaufgaben (z.B. *41* als Lösung der Aufgabe *7 · 6*) möglicherweise auf zählendes Rechnen hin. Bei den Divisionsaufgaben (z.B. *6* als Ergebnis der Aufgabe *63 : 9*) kann vermutet werden, dass die Kernaufgaben (in diesem Beispiel der Neunerreihe) noch nicht ausreichend automatisiert wurden oder auch hier zählend gerechnet wurde (z.B. 9 passt etwa sechsmal in die 63). Bei dieser Aufgabe zeigte sich zudem häufig das Ergebnis *4*. Möglicherweise wurde hier die Zahl *63* als *36* gelesen und *36 : 9* berechnet. Das Item *8 · 5* wurde aufgrund der hohen Lösungsrate ($M = .95$) sowie einer geringen Passung in der latenten Modellierung ausgeschlossen. Eine exploratorische Faktorenanalyse der verbleibenden acht Items ergab einen Faktor für die Additions- und Subtraktionsaufgaben (SA 1.1) und einen Faktor für die Multiplikations- und Divisionsaufgaben (SA 1.2) als Item-Parcels für die latenten Modellierungen.

Die Items zu den konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen in Tabelle 10 decken ein breites Spektrum an Itemschwierigkeiten ab ($.20 \leq M \leq .83$). Die Zuordnung zu den Kompetenzstufen kann durch die Mittelwerte größtenteils bestätigt werden. Eine Ausnahme stellen die beiden Items zum Konzept der Hälfte mit Entbündeln dar (*Die Hälfte von 56 ist <u>28</u>; Setze die richtige Zahl ein. 2 · <u>39</u> = 78*). Diese können in der vorliegenden Stichprobe nicht als Grundfertigkeit angenommen werden und wären eher Kompetenzstufe III zuzuordnen. Beim Konzept der Hälfte zeigte sich häufig, dass die Hälfte richtig gebildet wurde, wenn die Zahl stellenweise halbiert werden konnte (z.B. *Die Hälfte von 62*). Wenn jedoch ein Zehner der Zahl entbündelt werden musste (z.B. *Die Hälfte von 56*), wurde die Hälfte der Zahl nicht gefunden. Abbildung 11 zeigt ein Lösungsbeispiel, in dem ein Kind die Hälfte der Zahl 62 richtig bestimmt, für die Hälfte von 56 dann zunächst das stellenweise Halbieren probiert und sich letztendlich für eine Lösung mit Rest entscheidet. Die Lösungen zeigten sich analog bei der nebenstehenden sprachfreien Variante der gleichen Anforderung (z.B. *2 · <u>34 + 10</u> = 78*).

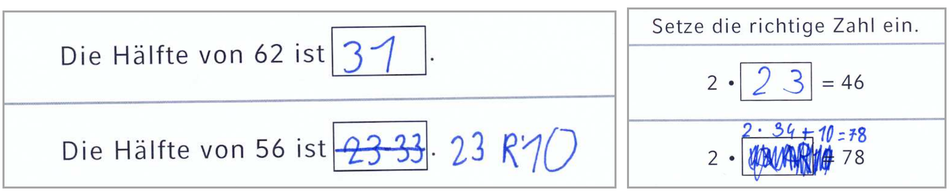


Abbildung 11. Lösungsbeispiele zu den Items zur Erhebung des Konzepts der Hälfte.

Tabelle 10. *Kompetenzstufen (K), Parcel-Zuordnungen, Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) zu den dichotom kodierten Items zu den konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen (T1, N = 383), angeordnet nach absteigender Itemschwierigkeit.*

Item	K	Parcel-Zuordnung	*M*	*SD*
Wie viele Beine haben 6 Hunde insgesamt?	III	KA 1.1	.83	.38
Die Hälfte von 62 ist $\underline{31}$.	II	KA 1.1	.81	.39
Setze die richtige Zahl ein. $2 \cdot \underline{23} = 46$	II	KA 1.1	.73	.45
Wie heißt die vierte Aufgabe? $7 \cdot 8 = 56$, $8 \cdot 7 = 56$, $56 : 8 = 7$, $\underline{56 : 7 = 8}$	III	KA 1.2	.73	.45
Kreuze die Zahl dreiundvierzig an.	I	–	.70	.46
Welche Zahlen haben genauso viele Zehner wie Einer? $\underline{33}$, $\underline{44}$	III	KA 1.1	.65	.48
Schreibe alle Malaufgaben mit dem Ergebnis 18 auf. $\underline{1 \cdot 18}$, $\underline{18 \cdot 1}$, $\underline{2 \cdot 9}$, $\underline{9 \cdot 2}$, $\underline{3 \cdot 6}$, $\underline{6 \cdot 3}$	III	KA 1.1	.61	.49
Die Hälfte von 56 ist $\underline{28}$.	II	KA 1.1	.57	.50
Rechne aus. $13 \cdot 4 = \underline{52}$	III	KA 1.1	.57	.50
Rechne aus. $75 : 5 = \underline{15}$	III	KA 1.2	.52	.50
Setze die richtige Zahl ein. $2 \cdot \underline{39} = 78$	II	KA 1.1	.47	.50
Setze die richtigen Ziffern ein. $2\underline{6} + 17 = \underline{4}3$	V	KA 1.2	.41	.49
Finde jeweils eine Zahl, sodass beide Rechnungen richtig sind. $\underline{2 \cdot 2 = 4}$, $\underline{2 + 2 = 4}$	V	KA 1.2	.31	.46
Setze die richtige Zahl ein. $2 \cdot 9 = \underline{3} \cdot 6$	IV	KA 1.2	.24	.43
Setze die richtige Zahl ein. $23 – 15 = 25 – \underline{17}$	IV	KA 1.2	.20	.40

Anmerkung. Die Lösung des Items ist jeweils unterstrichen.

Weiterhin wurde das Item *Wie viele Beine haben 6 Hunde insgesamt?* von 83% der Kinder richtig gelöst und scheint damit eine tragfähige Grundvorstellung der Multiplikation anzusprechen. Dieses Item wäre eher Kompetenzstufe II zuzuordnen. Die kontext- und sprachfreien Rechenaufgaben zu den Konzepten der Multiplikation ($13 \cdot 4$) und Division ($75 : 5$) wurden von etwas mehr als der Hälfte der Kinder richtig gelöst. Bei der Aufgabe $13 \cdot 4$ zeigte sich häufig die Lösung *39* ($13 \cdot 3$) sowie die Lösung *42*, bei der der Zehnerübergang nicht berücksichtig wurde. Dies zeigt sich auch in dem ersten Lösungsbeispiel in Abbildung 12. Hier wendet ein Kind die wiederholte Addition zur Lösung der Multiplikationsaufgabe an, beachtet den Zehnerübergang zunächst nicht, korrigiert sich aber selbst und löst die Aufgabe korrekt. In Bezug auf die darunter stehende Divisionsaufgabe wendet das Kind die wiederholte Subtraktion an und löst auch diese Aufgabe richtig. Bei der Aufgabe $75 : 5$ zeigten sich insgesamt häufig die Lösungen *13* und *14* (die einen Zählfehler bei der wiederholten Subtraktion vermuten lassen) sowie die Lösung *70* (die eine Subtraktion der gegebenen Zahlen andeutet). Das Item *Wie heißt die vierte Aufgabe?* zu den Konzepten der Multiplikation und Division als Gegenoperationen wurden von 73% der Kinder richtig gelöst. Falsche Lösungen beziehen sich hier hauptsächlich auf Aufgaben, die die Kommutativität der Multiplikation auf die Division übertragen, wie das rechte Lösungsbeispiel in Abbildung 12 zeigt.

Abbildung 12. Lösungsbeispiele zu ausgewählten Items zur Erhebung der Konzepte der Multiplikation und Division.

Die Items zum Konzept des Gleichheitszeichens wurden nur von etwa einem Fünftel der Kinder richtig gelöst. Bei der Aufgabe $2 \cdot 9 = \underline{3} \cdot 6$ wählten 60% der Kinder die Lösung *18*, also das Ergebnis der Multiplikation auf der linken Seite des Gleichheitszeichens. Auch bei der Aufgabe $23 - 15 = 25 - \underline{17}$ wurde die Lösung *8* als Ergebnis der Subtraktion auf der linken Seite des Gleichheitszeichens häufig, jedoch im Vergleich nur von 12% der Kinder, gewählt. Insbesondere die Lücke direkt nach dem Gleichheitszeichen bei der Aufgabe $2 \cdot 9 = \underline{3} \cdot 6$ spricht die häufige Fehlvorstellung an, das Gleichheitszeichen als *ergibt* zu interpretieren. In der Fehlvorstellung steht also nach dem Gleichheitszeichen das Ergebnis ohne die Gleichwertigkeit der beiden Seiten der Gleichung zu berücksichtigen. Diese Fehlvorstellung zeigte sich auch in einer Studie mit Erhebungen in der zweiten, dritten und vierten Jahrgangsstufe (Steinweg, 2004). Abbildung 13 zeigt ein Lösungsbeispiel, in dem ein Kind zunächst die Lösung *18* als Ergebnis der Multiplikation $2 \cdot 9$ wählt, die die beschriebene Fehlvorstellung zum Gleichheitszeichen vermuten lässt. Das Kind ergänzt jedoch ein weiteres Gleichheitszeichen sowie die Zahl *3*, so dass die Aufgabe korrekt gelöst und das Konzept des Gleichheitszeichens verstanden zu sein scheint.

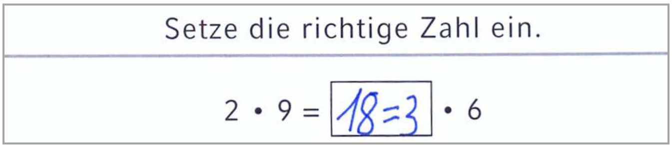


Abbildung 13. Lösungsbeispiel zu einem der Items zur Erhebung des Konzepts des Gleichheitszeichens.

In Bezug auf alle Items zu den konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen trägt das Item *Kreuze die Zahl dreiundvierzig an.* nicht in ausreichendem Maße zur Reliabilität der Skala bei und wurde daher ausgeschlossen. Eine exploratorische Faktorenanalyse der übrigen 14 Items ergab zwei Faktoren als Item-Parcels für die latenten Modellierungen: einen Faktor für die Items zur Multiplikation und zum Stellenwertsystem (KA 1.1) sowie einen Faktor für die Items, die eher problemlösendes Arbeiten erfordern (KA 1.2).

Auch die Items zu den anwendungsbezogenen Anforderungen in Tabelle 11 variieren deutlich zwischen schwierigen und leichten Items ($.24 \leq M \leq .88$). Die Mittelwerte repräsentieren die Kompetenzstufen jedoch nicht durchgängig. Die Kombinationsaufgabe mit unbekannter Teilmenge (*Pia und Tom*) kann bezüglich der Schwierigkeit nicht von den einschrittigen Vergleichsaufgaben (*Andreas und Sarah; Markus und Anna*) abgegrenzt werden. Die hohe Lösungsrate der ersten Vergleichsaufgabe (*Andreas und Sarah*) kann jedoch durch eine Signalwortstrategie (*weniger* entspricht der Subtraktion) sowie die Übereinstimmung der Reihenfolge der Zahlen im Text mit der Reihenfolge der Zahlen in der Rechnung erklärt werden. Bei der zweiten Vergleichsaufgabe (*Markus und Anna*) stimmt die Abfolge der sprachlichen Beschreibung hingegen mit den Schritten des mathematischen Lösungsweges nicht überein, sodass sich häufig die Lösung *5* zeigte. Auch hier wurde vermutlich eine Signalwortstrategie verwendet und *weniger als* im Sinne einer Subtraktion interpretiert. Werden die gegebenen Zahlen in Reihenfolge des Textes subtrahiert, ergibt sich $11 - 6 = 5$. Auch die kombinierte Vergleichs- und Kombinationsaufgabe (*Maria und Sarah*) war für die Kinder deutlich schwieriger als die zweischrittigen Vergleichsaufgaben (*Steffi und Karl*; *Paul und Lisa*). Zwei Drittel aller Kinder lösten die kombinierte Vergleichs- und Kombinationsaufgabe (*Maria und Sarah*), indem sie die gegebenen Zahlen *7* und *5* addierten und zu dem Ergebnis *12* kamen. Auch hier lässt sich in Bezug auf das Wort *zusammen* eine Signalwortstrategie vermuten, kombiniert mit den im Text gegebenen Zahlen.

Tabelle 11. *Kompetenzstufen (K), Parcel-Zuordnungen, Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) zu den dichotom kodierten Items zu den anwendungsbezogenen Anforderungen (T1, N = 383), angeordnet nach absteigender Itemschwierigkeit.*

Item	**K**	**Parcel-Zuordnung**	***M***	***SD***
Andreas hat 14 Kugeln. Sarah hat 6 Kugeln weniger als Andreas. Wie viele Kugeln hat Sarah? <u>8</u>	I	AA 1.1	.88	.32
Pia und Tom haben zusammen 12 Gummibärchen. Tom hat 5 Gummibärchen. Wie viele Gummibärchen hat Pia? <u>7</u>	I	AA 1.1	.83	.38
Markus hat 11 Erdbeeren. Er hat 6 Erdbeeren weniger als Anna. Wie viele Erdbeeren hat Anna? <u>17</u>	II	AA 1.2	.67	.47
Steffi hat 7 Äpfel. Sie hat 2 Äpfel weniger als Karl. Dann isst Karl 4 von seinen Äpfeln. Wie viele Äpfel hat Karl danach? <u>5</u>	IV	AA 1.2	.50	.50
Paul hat 8 Bananen. Dann isst Paul zwei von seinen Bananen. Er hat danach 3 Bananen mehr als Lisa. Wie viele Bananen hat Lisa? <u>3</u>	IV	AA 1.2	.40	.49
Maria hat 7 Bonbons. Sarah hat 5 Bonbons mehr als Maria. Wie viele Bonbons haben Maria und Sarah zusammen? <u>19</u>	III	AA 1.2	.24	.43

Anmerkung. Die Lösung des Items ist jeweils unterstrichen.

Abbildung 14 zeigt zwei richtige Lösungsbeispiele zu der beschriebenen Textaufgabe, in denen sich eine inhaltliche Auseinandersetzung mit der Situation andeutet. In dem rechten Lösungsbeispiel ist zudem nochmals die Fehlvorstellung zum Gleichheitszeichen zu sehen, die im Rahmen der Items zu den konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen thematisiert wurde. Diese wurde in Bezug auf die anwendungsbezogenen Anforderungen jedoch nicht als falsch gewertet.

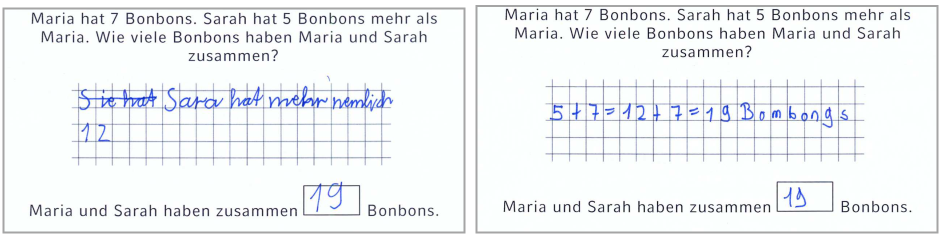


Abbildung 14. Lösungsbeispiele zu der kombinierten Vergleichs- und Kombinationsaufgabe *Maria und Sarah*.

Für die weiteren Analysen wurden alle Items zu den anwendungsbezogenen Anforderungen beibehalten. Die exploratorische Faktorenanalyse zur Erstellung der Item-Parcels für die latenten Modellierungen ergab einen Faktor für die Items, die eine eher geringe sprachlogische Komplexität aufweisen (AA 1.1), sowie einen Faktor für die Items, die eine eher hohe sprachlogische Komplexität beinhalten (AA 1.2).

Auch die Items zu den darstellungsbezogenen Anforderungen in Tabelle 12 decken einen breiten Schwierigkeitsbereich ab ($.13 \leq M \leq .82$). Die Kompetenzstufen werden von den Mittelwerten jedoch nur teilweise repräsentiert. Die Zahl *71* am Zahlenstrahl abzulesen fiel den Kindern deutlich leichter, als die Zahl *47*. Auch die Schwierigkeit des Markierens von Zahlen an einem nur mit 0 und 90 skalierten Zahlenstrahl variierte je nach Zahlenmaterial: *45* (die Hälfte zwischen 0 und 90) und *87* (fast 90) markierten die Kinder häufiger richtig als die Zahl *60* mit weniger Referenzpunkten. Bei allen Items zu Zahldarstellungen am Zahlenstrahl fanden sich auch Lösungen, die die vorgegebene Skalierung des jeweiligen Zahlenstrahls nicht beachteten. Abbildung 15 zeigt zwei Beispiele, in denen die Kinder ausgehend von einem Referenzpunkt Striche in entsprechender Anzahl markiert haben, um die Position der gesuchten Zahl zu finden. Dabei werden die vorgegebenen Skalierungen missachtet, was im rechten Beispiel sogar dazu führt, dass die von dem Kind dargestellt Zahl *87* rechts von der Zahl *90* liegt.

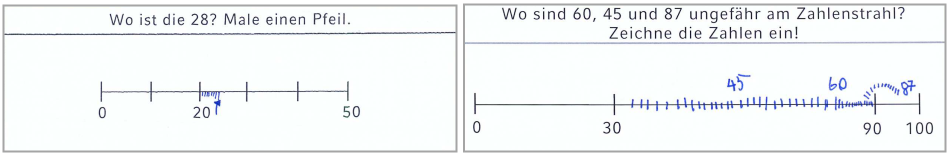


Abbildung 15. Lösungsbeispiele zu Zahldarstellungen am Zahlenstrahl.

Die vorgegebene Skalierung des Zahlenstrahls wurde auch bei dem Item zum Reflektieren (*Finde den Fehler und verbessere!*) häufig nicht beachtet. Hier fanden sich insgesamt sehr vielfältige Lösungsmöglichkeiten bis hin zu Kindern, die den gesamten Zahlenstrahl neu beschrifteten. Abbildung 16 zeigt auf der linken Seite eine ab der Zahl 20 richtige Lösung, die jedoch die Zahl Null nicht berücksichtigt und demnach insgesamt als falsch gewertet wurde. Die Lösung auf der rechten Seite ist hingegen richtig und soll die Möglichkeiten der Lösungen dieses Items verdeutlichen.

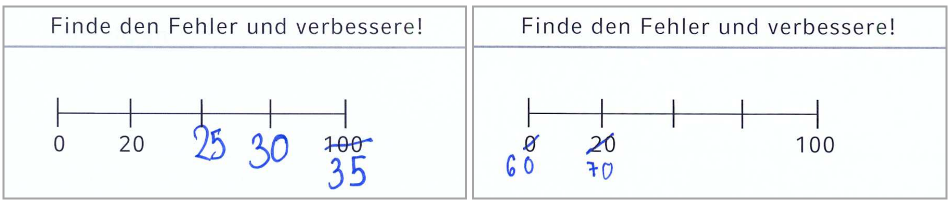


Abbildung 16. Lösungsbeispiele zur Reflexion eines falsch skalierten Zahlenstrahls.

Tabelle 12. *Kompetenzstufen (K), Parcel-Zuordnungen, Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) zu den dichotom kodierten Items zu den darstellungsbezogenen Anforderungen (T1, N = 383), angeordnet nach absteigender Itemschwierigkeit.*

Item	K	Parcel-Zuordnung	*M*	*SD*
Zahlenstrahl: Welche Zahlen könnten das sein? 71	II	–	.82	.39
Stellenwerttafel: Wie heißt die Zahl? 28	I	DA 1.1	.77	.43
Stellenwerttafel: Wie heißt die Zahl? 12	I	DA 1.1	.74	.44
Mehrsystemblöcke: Wie heißt die Zahl? 354	I	DA 1.1	.68	.47
Mehrsystemblöcke: Es soll die Zahl 324 werden. Male dazu was noch fehlt. 1H, 1Z, 2E	IV	DA 1.1	.65	.48
Zahlenstrahl: Wo ist die 28?	II	DA 1.2	.59	.49
Zahlenstrahl: Welche Zahlen könnten das sein? 47	II	DA 1.2	.58	.49
Stellenwerttafel: Male zwei Plättchen dazu. Die Zahl soll so groß wie möglich werden. 48	IV	DA 1.1	.55	.50
Mehrsystemblöcke: Kreuze überall an, wo es mehr als 100 sind.	III	–	.50	.50
Hunderterfeld: Schau dir das Bild an und schreibe eine passende Malaufgabe dazu auf. $3 \cdot 6 = 18$	III	DA 1.2	.44	.50
Hunderterfeld: Schau dir das Bild an und schreibe eine passende Malaufgabe dazu auf. $7 \cdot 8 = 56$	III	DA 1.2	.41	.49
Zahlenstrahl: Wo ist 87 ungefähr am Zahlenstrahl?	III	DA 1.2	.40	.49
Zahlenstrahl: Wo ist 45 ungefähr am Zahlenstrahl?	III	DA 1.2	.35	.48
Zahlenstrahl: Finde den Fehler und verbessere! (Hunderterraum)	IV	DA 1.2	.30	.46
Stellenwerttafel: Kannst du die gleiche Zahl mit weniger Plättchen legen? Male die Plättchen. 1Z, 2E	III	DA 1.1	.28	.45
Stellenwerttafel: Male drei Plättchen dazu. Die Zahl soll möglichst nah an 68 liegen. 69	IV	DA 1.1	.27	.45
Zahlenstrahl: Wo ist 60 ungefähr am Zahlenstrahl?	III	DA 1.2	.24	.43
Hunderterfeld: Schreibe eine passende Malaufgabe zu den verdeckten Punkten auf. $6 \cdot 7 = 42$	IV	–	.13	.33

Anmerkung. Die Lösung des Items ist jeweils unterstrichen.

Weiterhin fiel es den Kindern sehr schwer, eine ungewöhnliche Darstellung an der Stellenwerttafel (12 Plättchen im Einer-Feld) in eine andere Darstellung (ein Zehner, zwei Einer) zu überführen (*Kannst du die gleiche Zahl mit weniger Plättchen legen? Male die Plättchen*; $M = .28$). Dabei wurde jedoch die ungewöhnliche Darstellung der Zahl 12 an der Stellenwerttafel von 74% der Kinder richtig gelöst, wie das linke Lösungsbeispiel in Abbildung 17 zeigt. Das rechte Lösungsbeispiel verdeutlicht hingegen, dass die der Stellenwerttafel zugrunde liegende Struktur einen eigenen Lerngegenstand darstellt. Das Kind markiert zehn Plättchen, womit die Kenntnis der Zehnerbündelung angenommen werden kann. Die zwei verbleibenden Plättchen werden dann mit einem Pfeil in das Zehner-Feld verschoben, wodurch sich insgesamt die Zahl 30 ergibt. Es scheint für das Kind nicht möglich zu sein, dass mehr als zehn Plättchen im Einer-Feld liegen, sodass es die Zahldarstellung kurzerhand umstrukturiert.

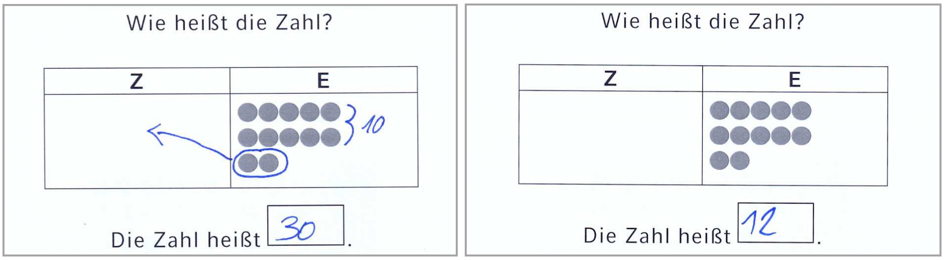


Abbildung 17. Lösungsbeispiele zum Ablesen einer Zahl an der Stellenwerttafel.

Dass die Struktur der Arbeitsmittel für die Schülerinnen und Schüler keineswegs offensichtlich ist, zeigte sich auch bei einem Item zum Hunderterfeld. Hier sollte eine passende Multiplikationsaufgabe aus dem gegebenen Bild abgelesen werden. Abbildung 18 zeigt auf der linken Seite ein Lösungsbeispiel, in dem die Punkte ohne Nutzung der Struktur des Hunderterfeldes zu zwei Mengen zusammengefasst wurden, um eine Multiplikationsaufgabe zu bilden. Auf der rechten Seite wurde die Struktur des Hunderterfeldes hingegen genutzt, um die Anzahl der Punkte in dem linken Block durch eine Multiplikationsaufgabe auszudrücken. Um alle Punkte zu erfassen, wurden die verbleibenden drei Punkte im Nachhinein addiert.

Weiterhin wurde das systematische Ergänzen von Arbeitsmitteln (Mehrsystemblöcke: Es soll die Zahl 324 werden; Stellenwerttafel: Male zwei Plättchen dazu. Die Zahl soll so groß wie möglich werden) im Vorhinein Kompetenzstufe IV zugeordnet. Diese Items wurden allerdings von mehr als 50% der Schülerinnen und Schüler gelöst. Die grau hinterlegten Items tragen nicht in ausreichendem Maße zur Reliabilität der Skala bei und wurden daher für die weiteren Analysen ausgeschlossen. Eine exploratorische Faktorenanalyse der verbleibenden 15 Items ergab einen Faktor für die Items zur Stellenwerttafel und zu den Mehrsystemblöcken (DA 1.1) sowie einen Faktor für die Items zum Zahlenstrahl und zum Hunderterfeld (DA 1.2) als Item-Parcels für die latenten Modellierungen.

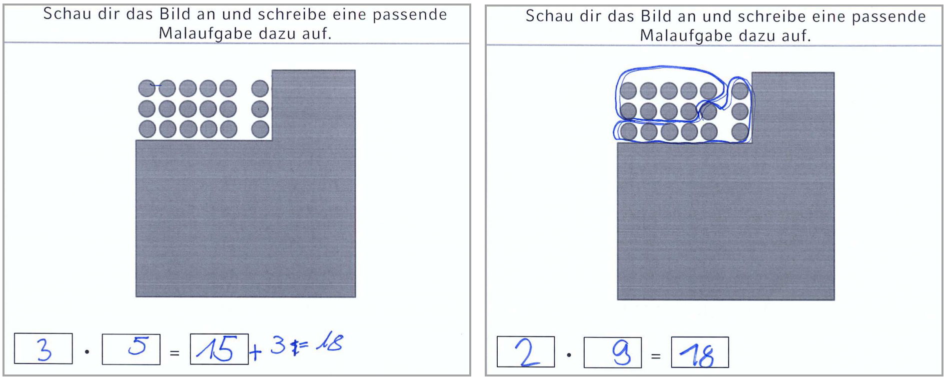


Abbildung 18. Lösungsbeispiele zum Ablesen einer Multiplikationsaufgabe am Hunderterfeld.

Auch die Item-Analysen zum zweiten Messzeitpunkt zeigen breite Streuungen der Itemschwierigkeiten für alle mathematischen Teilkompetenzen mit Ausnahme der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen. Auch hier wurden mit Ausnahme der Items zu den anwendungsbezogenen Anforderungen bei den mathematischen Teilkompetenzen jeweils einzelne Items für die weiteren Analysen ausgeschlossen. Exploratorische Faktorenanalysen der verbleibenden Items ergaben pro Teilkompetenz zwei zum ersten Messzeitpunkt inhaltlich ähnliche Item-Parcels für die latenten Modellierungen.

9.1.1.2 Skalenanalysen der mathematischen Teilkompetenzen

Die Skalen der vier mathematischen Teilkompetenzen weisen zum ersten und zum zweiten Messzeitpunkt gute Reliabilitäten von *Cronbach's* $\alpha > .7$ (Field, 2014) auf, dargestellt in Tabelle 13. Eine Ausnahme stellen hier nur die Items zu den anwendungsbezogenen Anforderungen zum ersten Messzeitpunkt mit einer niedrigen internen Konsistenz von *Cronbach's* $\alpha = .64$ dar. Diese kann jedoch durch die geringe Anzahl der Items erklärt und somit als akzeptabel bewertet werden. Auch die internen Konsistenzen der Item-Parcels liegen größtenteils in einem guten bis akzeptablen Bereich.

Die in Tabelle 13 dargestellten Mittelwerte und Standardabweichungen geben einen ersten Eindruck der Verteilung der Testwerte. Die hohe Lösungsrate der Skala der schematisierbaren Anforderungen zum ersten Messzeitpunkt deutet darauf hin, dass diese Skala zwischen leistungsstärkeren Lernenden nicht mehr gut differenziert, was sich bereits bei Betrachtung der einzelnen Items dieser Skala andeutet. Bei genauerer Analyse der Verteilungen zeigt sich für die Testwerte des mathematischen Kompetenztests sowie seiner Einzelskalen jeweils eine annähernde Normalverteilung. Nach dem Kolmogorov-Smirnov-Test liegt zwar eine signifikante Abweichung von der Normalverteilung vor. Eine Betrachtung von Schiefe und Exzess (jeweils Betrag < 2)

sowie der visuellen Prüfung von Histogramm und Q-Q-Plot legt nahe, dass dennoch von einer annähernden Normalverteilung ausgegangen werden kann. Die größte Abweichung zeigt sich jeweils bei der Skala der schematisierbaren Anforderungen mit Tendenz einer rechtssteilen Verteilung. Insgesamt kann die für viele Verfahren relevante Voraussetzung der Normalverteilung bestätigt werden.

Die in Tabelle 13 für alle mathematischen Teilkompetenzen angegebenen Intraklassenkorrelationen von *ICC* = .10 bis *ICC* = .18 zeigen, dass ein bedeutsamer Anteil der Varianz auf die Klassenzugehörigkeit zurückzuführen ist. Die Mehrebenenstruktur der Daten wird deshalb in den weiteren Analysen Berücksichtigung finden.

Tabelle 13. *Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD), interne Konsistenzen (Cronbach's α) und Intraklassenkorrelationen (ICC) der mathematischen Teilkompetenzen zum ersten (T1) und zum zweiten Messzeitpunkt (T2) in der dritten Jahrgangsstufe.*

Skala	Messzeitpunkt	Anzahl Items	*M*	*SD*	α	*ICC*
Schematisierbare Anforderungen (SA)	*T1 (N = 383)*	8	6.35	1.89	.75	.15
	T2 (N = 237)	8	5.71	2.14	.74	.10
Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (KA)	*T1 (N = 383)*	14	7.64	3.51	.82	.18
	T2 (N = 237)	14	5.07	3.31	.80	.16
Anwendungsbezogene Anforderungen (AA)	*T1 (N = 383)*	6	3.51	1.56	.64	.16
	T2 (N = 237)	8	4.33	2.12	.71	.14
Darstellungsbezogene Anforderungen (DA)	*T1 (N = 383)*	15	7.25	3.27	.74	.11
	T2 (N = 237)	15	8.07	3.12	.74	.12

Anmerkung. Einzelne Items wurden ausgeschlossen.

9.1.1.3 Messmodell

Weiterhin wurde die Struktur des mathematischen Kompetenztests in konfirmatorischen Faktorenanalysen auf der Ebene der Items sowie der Item-Parcels überprüft. In einem ersten Modell wurde die gemeinsame Varianz der Items der vier Skalen durch die vier mathematischen Teilkompetenzen geschätzt. Im Vergleich mit den in *Abschnitt 8.3* dargestellten Cut-Off-Werten weist dieses Modell mit Ausnahme des WRMR-Wertes eine gute bis akzeptable Passung auf ($\chi^2 = 1025.26$, $df = 854$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.20$, CFI = .94, RMSEA = .023, WRMR = 1.25). Allerdings wird bereits in diesem Modell das Verhältnis von manifesten Variablen zu Versuchspersonen (idealerweise größer als 1:10; Kline, 2011) überschritten, sodass keine weiteren Variablen in das Modell eingeschlossen werden können. Für weitere Analysen wurden daher die in Tabelle 9 bis 12 berichteten Parcel-Zuordnungen verwendet.

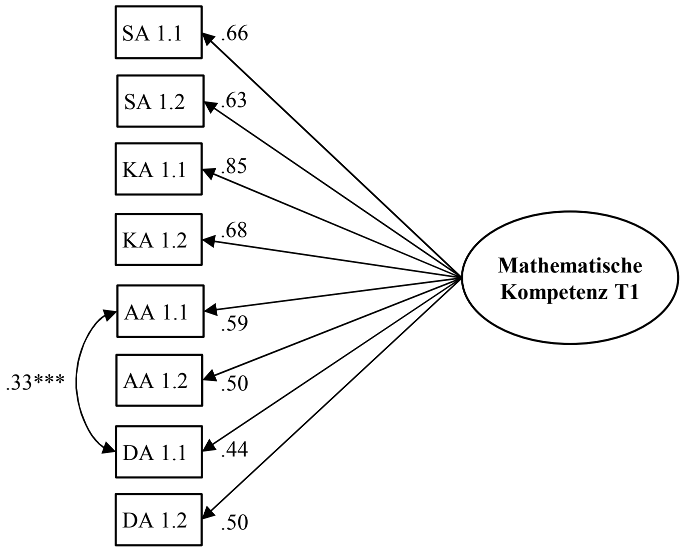


Abbildung 19. Messmodell der mathematischen Kompetenz (MLR-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert) zu T1 ($N = 383$). Dargestellt sind die 8 Item-Parcels, die standardisierten Faktorladungen (jeweils $p < .001$) sowie die zugelassene Korrelation zwischen AA 1.1 und DA 1.1, ***$p < .001$.

Das Modell in Abbildung 19 zeigt die Schätzung der mathematischen Kompetenz durch die gemeinsame Varianz der acht Item-Parcels. Dabei wurde die Korrelation zwischen AA 1.1 und DA 1.1 zugelassen, da diese Aufgaben am gleichen Tag durchgeführt wurden und möglicherweise ein Tagesformeffekt aufgetreten ist. Die Güte dieses Modells ist mit Ausnahme des relativierten χ^2-Wertes akzeptabel ($\chi^2 = 63.10$, $df = 19$, $p < .001$, $\chi^2/df = 3.32$, CFI = .97, RMSEA = .078, SRMR = 0.045). Die standardisierten, weitestgehend homogenen Faktorladungen sind statistisch signifikant von Null verschieden.

Weiterhin wurde das Messmodell der mathematischen Kompetenz zum zweiten Messzeitpunkt überprüft. Werden Items als manifeste Indikatoren verwendet, kann auch hier die theoretisch fundierte Struktur der vier mathematischen Teilkompetenzen nachgewiesen werden ($\chi^2 = 1095.13$, $df = 939$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.17$, CFI = .92, RMSEA = .026, WRMR = 1.285). Werden die Item-Parcels verwendet, zeigt sich auch zum Ende des Schuljahres eine akzeptable Modellpassung ($\chi^2 = 40.78$, $df = 20$, $p < .01$, $\chi^2/df = 2.04$, CFI = .97, RMSEA = .066, SRMR = 0.039) mit homogenen, signifikant von Null verschiedenen Faktorladungen (siehe Abbildung 20). Ein möglicher Tagesformeffekt wurde hier durch die zugelassene Korrelation zwischen SA 2.2 und KA 2.2 einbezogen.

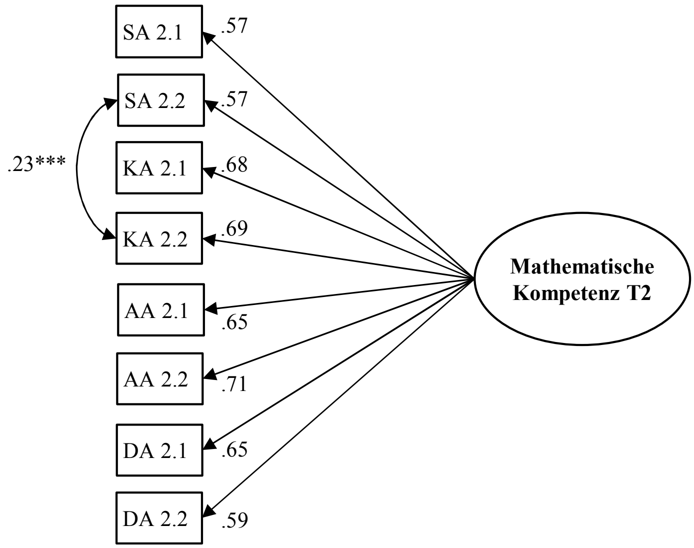


Abbildung 20. Messmodell der mathematischen Kompetenz (MLR-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert) zu T2 ($N = 237$). Dargestellt sind die 8 Item-Parcels, die standardisierten Faktorladungen (jeweils $p < .001$) sowie die zugelassene Korrelation zwischen SA 2.2 und KA 2.2, $^{***}p < .001$.

9.1.1.4 Messinvarianzanalysen

Für das auf den Item-Parcels basierende Messmodell der mathematischen Kompetenz zum ersten Messzeitpunkt wurden Messinvarianzanalysen für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache durchgeführt. Dazu wurde das Modell zunächst in beiden Gruppen separat geschätzt. Hier konnte jeweils eine akzeptable Modellpassung nachgewiesen werden. Unter dieser Voraussetzung kann das Ausgangsmodell mit in beiden Gruppen frei geschätzten Parametern zur Überprüfung konfiguraler Messinvarianz spezifiziert werden. Die in Tabelle 14 dargestellten Ergebnisse zeigen akzeptable Modellpassungen für die jeweils hierarchisch ineinander geschachtelten Modelle zur Prüfung der konfiguralen, partiellen metrischen und skalaren Messinvarianz. Die χ^2-Differenzentests zum Vergleich der Modelle zeigen bei zunehmenden Restriktionen keine signifikante Abweichung in der Modellpassung, sodass insgesamt skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache vorliegt. Die partielle metrische Messinvarianz bezieht sich auf die Item-Parcels SA 1.1, KA 1.1 und AA 1.2, für die signifikante Unterschiede in den Faktorladungen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache vorliegen. Für Lernende mit deutscher Familiensprache gehen höhere Werte der mathematischen Kompetenz mit einer größeren Steigerung in diesen drei Item-Parcels einher als für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache. Dies deutet auf eine Messung unterschiedlicher Konstrukte in den beiden Gruppen hin. Für die Modellierung der gesamten mathematischen Kompetenz ist dies jedoch zu vernachlässigen, da sich für die Mehrheit der Item-Parcels keine signifikanten Unterschiede in den Faktorladungen zwischen den beiden Gruppen zeigen (vgl. Geiser, 2011). Demnach können die Mittelwerte der mathematischen Kompetenz zwischen den beiden Gruppen verglichen werden. Es zeigt sich hier ein signifikanter Unterschied in der latent modellierten mathematischen Kompetenz zugunsten der Lernenden mit deutscher Familiensprache ($\Delta M = 0.76$, $p < .001$).

Tabelle 14. *Messinvarianzanalysen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für das Messmodell der mathematischen Kompetenz (Item-Parcels, T1).*

	χ^2	*df*	*p*	χ^2/df	CFI	RMSEA	SRMR	χ^2_{diff}
Konfigurale Messinvarianz	79.67	38	< .001	2.10	.96	.076	0.051	–
Partielle Metrische Messinvarianz	89.41	43	< .001	2.10	.95	.075	0.065	9.81 *n.s.*
Skalare Messinvarianz	99.45	50	< .001	1.99	.95	.072	0.074	10.21 *n.s.*

Anmerkung. Modellvergleich durch schrittweise χ^2-Differenzentests mit Korrektur nach Satorra und Bentler (2010), n.s.: nicht signifikant ($p > .05$).

Auch für das auf den Item-Parcels basierende Messmodell der mathematischen Kompetenz zum zweiten Messzeitpunkt konnte konfigurale, metrische und skalare Messinvarianz nachgewiesen werden.

Zusammenfassung. Insgesamt stellt der mathematische Kompetenztest sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt ein reliables Testinstrument dar (Frage 1a). Das Testgütekriterium der Validität wurde für den mathematischen Kompetenztest nicht explizit überprüft, kann aber durch die Itementwicklung in Anlehnung an das Kompetenzstufenmodell von Reiss und Winkelmann (2009), die bayerischen Orientierungsarbeiten und die VERA-Erhebungen sowie durch die Pilotierung der Items in Vorstudien angenommen werden (Frage 1a). Weiterhin repräsentieren die empirischen Daten zu beiden Messzeitpunkten die theoretisch fundierte und im mathematischen Kompetenztest operationalisierte Struktur der mathematischen Kompetenz (Frage 1b), sodass mathematische Kompetenz mit diesem Erhebungsinstrument differenziert in vier mathematischen Teilkompetenzen erhoben werden kann. Abschließend wurde für den mathematischen Kompetenztest zu beiden Messzeitpunkten Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nachgewiesen. Damit misst der mathematische Kompetenztest in beiden Gruppen das gleiche Konstrukt und kann zum Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache eingesetzt werden (Frage 1c).

9.1.2 Mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen

9.1.2.1 Item-Analysen

Das Instrument zur Erhebung der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen sollte zwei ausgewählte Bereiche der fachsprachlichen Kompetenzen erfassen: die Kenntnis des Fachwortschatzes und das textintegrative Verständnis. Die Item-Analysen beziehen sich auf die dichotom kodierten Einzel-Items für die beiden Subskalen des Fachwortschatzes und sogenannte Super-Items für die Lückentexte des textintegrativen Verständnisses. Ein Super-Item stellt den Summenwert aller als richtig (im Sinne der Worterkennung) kodierter Lücken eines Lückentextes dar. Einzelne Lücken können nicht analysiert werden, da diese als Teil eines Textes nicht als unabhängig voneinander betrachtet werden können.

Tabelle 15. *Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) der dichotom kodierten Items des aktiven Fachwortschatzes, erhoben zum ersten Messzeitpunkt (T1, N = 383).*

Item	*M*	*SD*
plus	.98	.13
mal	.98	.14
ist gleich	.92	.27
Einer	.90	.30
Zehner	.88	.32
größer	.72	.45
kleiner	.64	.48

Für die in Tabelle 15 dargestellten Items des aktiven Fachwortschatzes zeigen sich durchgehend hohe Mittelwerte ($M \geq .64$). Die Items wurden jeweils von deutlich mehr als 50% der Kinder richtig gelöst (wie bei den Lückentexten im Sinne der Worterkennung) und differenzieren damit nicht ausreichend zwischen leistungsstarken und -schwachen Schülerinnen und Schülern. Insbesondere die Operationszeichen (*plus* und *mal*) wurden von annähernd allen Kindern richtig benannt ($M = .98$). Die Relationszeichen *größer* ($M = .72$) und *kleiner* ($M = .64$) waren im Vergleich zu den anderen Items des aktiven Fachwortschatzes am schwierigsten zu benennen. Die Relationen wurden häufig vertauscht (*kleiner* statt *größer* beziehungsweise umgekehrt) oder auch auf das Zeichen im Allgemeinen (z.B. mit den Antworten *Krokodil* oder *Vogelschnabel*) Bezug genommen. Alle Items wurden für die weiteren Analysen beibehalten. Für die latente Modellierung der fachsprachlichen Kompetenzen wurde ein Item-Parcel aus allen Items des aktiven Fachwortschatzes gebildet.

Die Items des passiven Fachwortschatzes in Tabelle 16 decken ein breites Spektrum an Itemschwierigkeiten ab ($.15 \leq M \leq .83$) und differenzieren damit im Vergleich zu den Items des aktiven Fachwortschatzes stärker zwischen Kindern mit hohen und niedrigen Ausprägungen. Im Bereich der Aufgaben fällt die *Umkehraufgabe* mit einer sehr niedrigen Lösungsrate ($M = .15$) auf. Die Bedeutung dieses Begriffs scheint den Kindern im Vergleich zur *Verdopplungsaufgabe* sowie zur *Tauschaufgabe* weniger präsent zu sein. Als *Umkehraufgabe zu 7 + 8* wählte die Hälfte der Kinder die Tauschaufgabe (8 + 7) und ein Drittel der Kinder die Subtraktionsaufgabe (8 – 7). Ein häufiger Fehler bei der *Tauschaufgabe zu 15 · 3* stellte die Divisionsaufgabe (15 : 3) dar, die von 17% der Kinder gewählt wurde. Die *Verdopplungsaufgabe zu 14* wurde von 7% der Kinder als eine der Halbierungsaufgaben (28 : 2; 14 : 2) verstanden. Zahlbeziehungen (*Nachbarzahl von 13* und *kleinere Zahlen als 12*) werden von über 80% der Kinder einer richtigen Zahl beziehungsweise Zahlenfolge zugeordnet. Die häufigsten Fehler beziehen sich auf die Verwechslung der Nachbarzahl mit dem Nachbarzehner (5% der Kinder) und die Wahl von Zahlen kleiner gleich 12 (also der Zahlenmenge, die kleinere Zahlen als 12 sowie die Zahl 12 selbst enthält; 9% der Kinder). Deutlich schwieriger war der Bereich der Operationen mit der Grundvorstellung zur Addition (*dazukommen*, $M = .63$) sowie dem Begriff *gleich bleiben* ($M = .44$). Im Vergleich zu den anderen Items handelt es sich dabei um die Begriffe mit dem größten Interpretationsspielraum, die vermutlich weniger explizit im Mathematikunterricht thematisiert werden. Die falschen Antworten zur Grundvorstellung zur Addition (*dazukommen*) verteilen sich relativ gleichmäßig auf die vier Distraktoren, am häufigsten wurde hier + *0* (gleich bleiben) gewählt (7% der Kinder). Bei dem Item *gleich bleiben* wurde hingegen von 19% der Kinder die Antwort · *0* gewählt, bei der zwar die Null als Zahlenwert erkannt, jedoch die falsche Operation zum Ausdruck der nicht vorhandenen Veränderung gewählt wurde. Auch beim passiven Fachwortschatz wurden alle Items für die weiteren Analysen beibehalten und ein Item-Parcel aus allen Items für die latente Modellierung der fachsprachlichen Kompetenzen gebildet.

Auch die Item-Analysen zum Ende des dritten Schuljahres ($N = 237$) zeigen durchgehend hohe Mittelwerte für die Items des aktiven Fachwortschatzes ($M \geq .81$) sowie eine breite Streuung der Mittelwerte für die Items des passiven Fachwortschatzes ($.35 \leq M \leq .97$). Die Subskala des passiven Fachwortschatzes differenziert demnach auch zum Ende des Schuljahres besser zwischen leistungsstarken und -schwachen Kindern als die Subskala zum aktiven Fachwortschatz. Auch zum zweiten Messzeitpunkt wurde keines der erhobenen Items für die weiteren Analysen ausgeschlossen, sodass für die latente Modellierung der fachsprachlichen Kompetenzen zum zweiten

Messzeitpunkt jeweils alle Items des aktiven und passiven Fachwortschatzes zu einem Item-Parcel zusammengefasst wurden.

Tabelle 16. *Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) der dichotom kodierten Items des passiven Fachwortschatzes, erhoben zum ersten Messzeitpunkt (T1, N = 383).*

Item	***M***	***SD***
Verdopplungsaufgabe zu 14	.83	.38
Nachbarzahl von 13	.80	.40
kleinere Zahlen als 12	.81	.39
Tauschaufgabe zu 15 · 3	.74	.44
dazukommen	.63	.48
gleich bleiben	.44	.50
Umkehraufgabe zu 7 + 8	.15	.36

Für die drei Super-Items des textintegrativen Verständnisses in Tabelle 17 zeigen sich zu Beginn des Schuljahres mittlere Schwierigkeitsindizes ($48 \leq P_i \leq 56$). Die drei mathematikhaltigen Lückentexte differenzieren demnach jeweils gut zwischen Kindern mit hohen und niedrigen Ausprägungen im textintegrativen Verständnis. Zum Ende des Schuljahres wurden dieselben Lückentexte verwendet. Diese wurden durchgehend besser gelöst als zu Beginn des Schuljahres. Der tendenziell größte Zuwachs zeigt sich für den Lückentext *Plus rechnen* ($\Delta P_i = 14$). Für die latente Modellierung der fachsprachlichen Kompetenzen wurden die drei Super-Items des textintegrativen Verständnisses (LT 1 – LT 3) jeweils als ein Item-Parcel neben dem aktiven Fachwortschatz (AW) und dem passiven Fachwortschatz (PW) eingeschlossen.

Tabelle 17. *Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD) und Schwierigkeitsindizes (P_i) der Super-Items der drei Lückentexte, erhoben zum ersten (T1, N = 383) und zum zweiten Messzeitpunkt (T2, N = 237).*

Item	**Anzahl Lücken**	**T1 (*N* = 383)**			**T2 (*N* = 237)**		
		M	***SD***	P_i	***M***	***SD***	P_i
Lückentexte Zahlenrätsel (LT 1)	10	5.55	2.68	56	6.54	2.43	65
Lückentext Taschengeld (LT 2)	7	3.34	1.96	48	4.03	2.01	58
Lückentext Plus rechnen (LT 3)	9	4.48	2.37	50	5.80	2.65	64

Die bisher auf der Ebene der gesamten Lückentexte berichteten Lösungsraten werden im Folgenden auf der Ebene der einzelnen Lücken für die Texte *Zahlenrätsel* und

Taschengeld betrachtet. Dabei wurde mit dem Text *Zahlenrätsel* eine eindeutig in der Mathematik zu verortende Situation gewählt, wohingegen sich der Text *Taschengeld* auf eine mathematikhaltige, aber deutlich alltagsbezogene Situation bezieht. Für beide Texte zeigte sich die jeweils höchste Lösungsrate für die erste Lücke (84% beziehungsweise 85%). Die meisten Kinder haben demnach einen Einstieg in den Text gefunden. Erleichtert wird dies natürlich auch dadurch, dass bei der ersten Lücke noch kein Fehler aufgrund der fehlerhaften Bearbeitung vorheriger Lücken vorliegen kann.

Zahlenrätsel
Tina denkt über eine Zahl nach: Die Zahl hat sieben Zehner und se**chs** Einer. Die Zahl heißt s**echsundsiebzig**. Die Zahl liegt zwischen siebzig und a**chtzig**. Jetzt vert**auscht** Tina Zehner und Einer der Zahl. Die Zahl hat jetzt s**echs** Zehner und s**ieben** Einer. Die Zahl heißt jetzt sieb**enundsechzig**. Die Zahl liegt jetzt z**wischen** sechzig und s**iebzig**. Die Zahl ist jetzt k**leiner** als davor. Die Zahl hat sich verändert!

Abbildung 21. Lückentext *Zahlenrätsel* zum Verständnis des Stellenwertsystems.

Zahlenrätsel. Der in Abbildung 21 dargestellte Lückentext *Zahlenrätsel* enthält größtenteils Lücken, in denen ein Zahlwort gesucht ist. Diese wurden von mehr als der Hälfte der Kinder richtig gelöst. Häufige Fehler beziehen sich auf das Einsetzen beliebiger Zahlen mit dem entsprechenden Wortanfang (z.B. *sechs*, *sechzehn*, *sechzig* in die mit *s* oder *se* beginnenden Lücken). Der Satz wurde demnach immerhin insofern verstanden, dass eine Zahl die Lösung der Lücke darstellt. Ein Bezug zu den vorherigen Sätzen wurde jedoch nicht hergestellt, sodass an dieser Stelle nicht von einem Verständnis des gesamten Textes auszugehen ist. Es finden sich bei diesen Lücken außerdem Zahlendreher (z.B. *siebenundsechzig* in der Lücke *sechsundsiebzig*), die einen Bezug zum Text, jedoch Probleme im konzeptuellen Verständnis des Stellenwertsystems verdeutlichen. Die geringste Lösungsrate für den Text *Zahlenrätsel* zeigt sich für die Lücke *vertauscht*, die von weniger als der Hälfte der Kinder (28%) richtig gelöst wurde. Häufige Fehler beziehen sich auf die Wahl eines beliebigen Wortes mit *ver* am Anfang ohne Berücksichtigung des Buchstabens *t* (z.B. *versteht*, *verlängert*, *verrät*, *verändert*). Bei der Lösung *verändert* wurde hier eventuell der letzte Satz des Textes berücksichtigt, wobei der Bezug zum Kontext bei dieser Lösung vergleichsweise passend ist. Eine häufige Antwort war *verteilt*, die im Sinne der Verteilung der Ziffern der Zahl eine Berücksichtigung des Kontexts vermuten lässt. Die Formulierung ist jedoch für den Mathematikunterricht eher ungewöhnlich und wurde daher als falsch gewertet. Insgesamt konnten die meisten Kinder trotz der großen Schwierigkeiten mit der Lücke *verteilt* die nachfolgenden Lücken lösen. Die Lücke *kleiner* wurde von 54% der Kinder richtig, aber im Vergleich zu den anderen Lücken am häufigsten nicht bearbeitet, was aufgrund der Konzeption des Tests als Niveautest als falsch gewertet wurde. Häufige Fehler beziehen sich hier auf beliebige Adjektive, die insbesondere das nachfolgende Wort *als* als Teil des Zahlvergleichs ignorieren (z.B. *korrekt*, *kurz*, *klar*). Diese kamen bei anderen Kindern jeweils auch als Komparativ passend zu dem nachfolgenden Wort *als* vor (z.B. *korrekter*, *kürzer*, *klarer*), sind inhaltlich aber genauso unpassend. Außerdem wurde das Einsetzen eines Relationsbegriffs von einigen Kindern erkannt, die jedoch Schwierigkeiten mit dem zugrunde liegenden konzeptuellen Verständnis hatten und die Orthographie entsprechend anpassten (z.B. *kröser*). Die bisher berichteten Ergebnisse und typischen Fehler beziehen sich auf den ersten Messzeitpunkt. Zum zweiten Messzeitpunkt wurden die gleichen Lückentexte eingesetzt. Für den Text Zahlenrätsel ergibt sich ein ähnliches Bild wie zum ersten Messzeitpunkt. Die Lücke *vertauscht* stellt auch hier die schwierigste dar und die dargestellten Fehler wurden auch zum zweiten Messzeitpunkt gemacht, jedoch in geringerer Häufigkeit.

Taschengeld
Thomas und Timo bekommen jede Woche Taschengeld. Die beiden bekommen gleich v**iel** Taschengeld. Timo kauft jede Woche eine gr**ößere** Tüte Süßigkeiten als Thomas. Timo bezahlt m**ehr**. Er hat n**ach** dem Einkauf w**eniger** Geld als Thomas. Jetzt hat T**homas** mehr Geld als T**imo**. Sie freuen sich auf das nächste Taschengeld.

Abbildung 22. Lückentext *Taschengeld* zum Mengenvergleich in Bezug auf Geld.

Taschengeld. Der alltagsbezogene Text *Taschengeld* (siehe Abbildung 22) enthält viele Lücken, die zu Relationsbegriffen ergänzt werden müssen. Es zeigt sich, wie bereits bei dem Text Zahlenrätsel beschrieben, dass viele Kinder zwar die der Wortbedeutung nach richtige Lösung finden (z.B. *große*), diese jedoch nicht der Satzstruktur anpassen und den Komparativ (*größer*) nicht bilden. Bei der in diesem Text schwierigsten Lücke *größere* (19% Lösungsrate) machten diesen Fehler über 40% der Kinder und stellen damit keinen Bezug zu der durch das Wort *als* angedeuteten Mengenrelation her. Die Mengenrelation wurde auch nicht beachtet, wenn Adjektive gewählt wurden, die lediglich die Tüte beschreiben (z.B. *gratis*, *graue*, *grüne*). Das Wort *grüne* wurde von 10% der Kinder eingesetzt. Ein ganz anderes Fehlermuster zeigte sich bei der Lücke *weniger*. Neben dem typischen Fehler *wenig* ohne Berücksichtigung der Mengenrelation zeigte sich hier in 16% der Fälle die Antwort *wagen*. Diese Kinder beziehen sich auf das vorausgehende Wort *Einkauf* und ergänzen dieses zum *Einkauf(s)wagen*. Andere Kinder ergänzen hingegen das nachfolgende Wort *Geld* zum *Wechselgeld*. Im Vergleich zu den anderen Lücken des Textes wurde diese Lücke am häufigsten nicht bearbeitet. Die Lücke *mehr* wurde nur von einem Drittel der Kinder richtig gelöst. Häufig wurde zu *meistens* ergänzt, was insgesamt einen korrekten Satz ergibt, den Kontext aber nicht berücksichtigt. Wiederholt wurde zu *mit Euro* oder *mit Münzen* ergänzt, was ebenfalls einen richtigen Satz ergibt, der sich zudem in den Kontext einfügt. Allerdings wurde hier keine Kohärenz zu den vorherigen Sätzen gebildet. Zudem wird die Vorgabe, die Lücken jeweils zu einem Wort zu ergänzen, verletzt, sodass diese Antworten als falsch gewertet wurden. Auffällig viele Antworten ohne Kontextbezug finden sich zudem bei der Lücke *nach* (z.B. *nämlich*, *nicht*, *nie*, *noch*, *nun*, *nur*). Die Lücken *Thomas* und *Timo* wurden hingegen von zwei Drittel der Kinder richtig gelöst und von nahezu allen Kindern wurde erkannt, dass hier die Namen der beiden Kinder einzufügen sind. Die

Fehler beziehen sich hier auf eine Verwechslung der Namen und deuten damit auf ein fehlendes Situationsverständnis beziehungsweise Probleme mit dem dahinterliegenden konzeptuellen Verständnis hin. Zum zweiten Messzeitpunkt zeigen sich auch für diesen Text ähnliche Ergebnisse, die Lücke *größere* stellt nach wie vor die schwierigste dar und auch zum zweiten Messzeitpunkt finden sich bei den einzelnen Lücken die beschriebenen Fehler, jedoch in geringerer Anzahl.

9.1.2.2 Skalenanalyse der Subskalen der fachsprachlichen Kompetenzen

Die Skalenanalysen zeigen, dass die Erhebungsinstrumente des aktiven und passiven Fachwortschatzes sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt Reliabilitäten von *Cronbach's* $\alpha > .5$ aufweisen (siehe Tabelle 10). Diese können als akzeptabel bewertet werden, da zu dem Konstrukt des Fachwortschatzes bisher nur wenige Operationalisierungen vorliegen (Field, 2014). Eine vergleichbare Operationalisierung des passiven Fachwortschatzes findet sich bei Paetsch et al. (2015), die für ihre Skala eine Reliabilität von *Cronbach's* $\alpha = .66$ berichteten. Die Reliabilitäten der Lückentexte sind zu beiden Messzeitpunkten mit Werten von *Cronbach's* $\alpha > .7$ gut (ebd.). Bei allgemeinsprachlichen C-Tests für die gleiche Zielgruppe wurden bereits Reliabilitäten von *Cronbach's* $\alpha > .9$ erreicht (z.B. Eckhardt, 2008). Die in der vorliegenden Studie eingesetzten mathematikhaltigen Lückentexte orientieren sich allerdings nur teilweise an dem Konzept der C-Tests und stellen damit, aber insbesondere für die Erfassung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen, eine ebenso relativ neuartige Operationalisierung dar.

Die in Tabelle 18 dargestellten Mittelwerte und Standardabweichungen zeigen für den aktiven Fachwortschatz zum ersten und zum zweiten Messzeitpunkt hohe Lösungsraten, sodass diese Skala zwischen leistungsstärkeren Lernenden weniger gut differenziert. Werden die Testwerte hinsichtlich ihrer Verteilung untersucht, zeigt sich auch für die Skalen der fachsprachlichen Kompetenzen dem Kolmogorov-Smirnov-Test folgend eine signifikante Abweichung von der Normalverteilung. Diese wird jedoch ebenso durch Betrachtung von Schiefe und Exzess (jeweils Betrag < 2) sowie durch die visuelle Prüfung von Histogramm und Q-Q-Plot relativiert. Die größte Abweichung zeigt sich jeweils beim aktiven Fachwortschatz mit Tendenz einer rechtssteilen Verteilung. Insgesamt kann auch für die fachsprachlichen Kompetenzen die Voraussetzung der Normalverteilung bestätigt werden.

Die Intraklassenkorrelationen in Tabelle 18 zeigen für die Varianz der fachsprachlichen Kompetenzen sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt einen bedeutsamen Einfluss der Klassenzugehörigkeit, insbesondere für den passiven Fachwortschatz ($ICC = .16$) und den Lückentext *Taschengeld* ($ICC = .15$). Eine geringere Abhängigkeit von der Klassenzugehörigkeit zeigt sich für den aktiven Fachwortschatz ($ICC = .06$), der insgesamt sehr gut bearbeitet wurde, sowie für den Lückentext *Zahlenrätsel* ($ICC = .04$). Es kann vermutet werden, dass die Beschreibung dieser mathematikhaltigen Situation in allen Klassen thematisiert wurde, während sich dies für den Kontext *Taschengeld* nicht in gleichem Maße andeutet. Insgesamt wird auch in Bezug auf die fachsprachlichen Kompetenzen die Mehrebenenstruktur der Daten in den weiteren Analysen Berücksichtigung finden.

Tabelle 18. *Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD), interne Konsistenzen (Cronbach's α) und Intraklassenkorrelationen (ICC) der Skalen der fachsprachlichen Kompetenzen zum ersten (T1) und zum zweiten Messzeitpunkt (T2).*

Skala	**Mess-zeitpunkt**	**Anzahl Items**	***M***	***SD***	α	***ICC***
Aktiver Fach-wortschatz (AW)	*T1 (N = 383)*	7	6.04	1.24	.62	.06
	T2 (N = 237)	6	5.27	1.07	.56	.08
Passiver Fach-wortschatz (PW)	*T1 (N = 383)*	7	4.39	1.57	.57	.16
	T2 (N = 237)	9	5.67	1.88	.59	.12
Lückentext Zahlenrätsel (LT 1)	*T1 (N = 383)*	10	5.55	2.68	.76	.04
	T2 (N = 237)	10	6.54	2.43	.73	.00
Lückentext Taschengeld (LT 2)	*T1 (N = 383)*	7	3.34	1.96	.73	.15
	T2 (N = 237)	7	4.03	2.01	.75	.09
Lückentext Plus rechnen (LT 3)	*T1 (N = 383)*	9	4.48	2.37	.74	.07
	T2 (N = 237)	9	5.80	2.65	.82	.08

9.1.2.3 Messmodell

Entsprechend des Vorgehens bei der mathematischen Kompetenz wurde auch bei den fachsprachlichen Kompetenzen zunächst ein Messmodell mit den Einzel-Items als Indikatoren geprüft. Die Modellgüte ist mit Ausnahme des CFI- sowie des WRMR-Wertes gut ($\chi^2 = 204.15$, $df = 116$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.76$, CFI = .91, RMSEA = .045, WRMR = 1.332).

Werden die beschriebenen fünf Item-Parcels gebildet (siehe Abbildung 23), zeigt sich eine sehr gute Modellpassung ($\chi^2 = 5.41$, $df = 5$, $p > .05$, $\chi^2/df = 1.08$, CFI = .99, RMSEA = .015, SRMR = 0.018). Die standardisierten, weitestgehend homogenen Faktorladungen sind statistisch signifikant von Null verschieden.

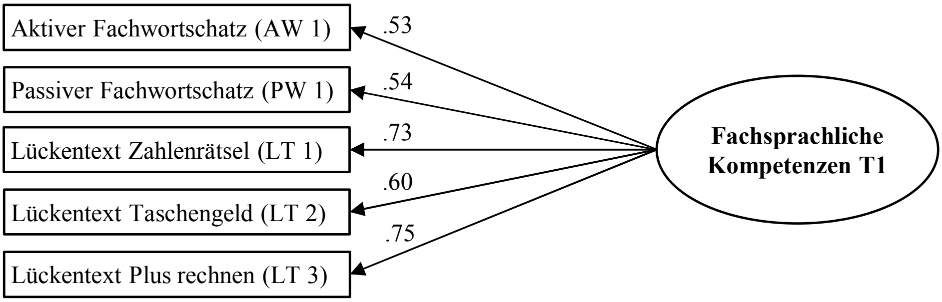


Abbildung 23. Messmodell der fachsprachlichen Kompetenzen (MLR-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert) zum ersten Messzeitpunkt (T1, $N = 383$). Dargestellt sind die Item-Parcels des aktiven und passiven Fachwortschatzes und die Item-Parcels des textintegrativen Verständnisses (aufgeteilt in die drei Super-Items der Lückentexte), sowie die standardisierten Faktorladungen (jeweils $p < .001$).

Auch zum zweiten Messzeitpunkt zeigt sich eine mit Ausnahme des CFI-Wertes gute Modellpassung auf der Ebene der Einzel-Items ($\chi^2 = 149.66$, $df = 132$, $p > .05$, $\chi^2/df = 1.13$, CFI = .92, RMSEA = .024, WRMR = 0.917). Das in Abbildung 24 dargestellte Modell der fünf Item-Parcels weist ebenso eine akzeptable bis gute Modellpassung auf ($\chi^2 = 12.58$, $df = 5$, $p > .01$, $\chi^2/df = 2.52$, CFI = .97, RMSEA = .080, SRMR = 0.033). Auch hier unterscheiden sich die standardisierten, weitestgehend homogenen Faktorladungen signifikant von Null. Das Muster der Faktorladungen ist zudem vergleichbar mit dem Muster der Faktorladungen zum ersten Messzeitpunkt: die Varianz des Lückentextes *Plus rechnen* wird jeweils am meisten, die Varianz des aktiven Fachwortschatzes am geringsten durch fachsprachliche Kompetenzen erklärt.

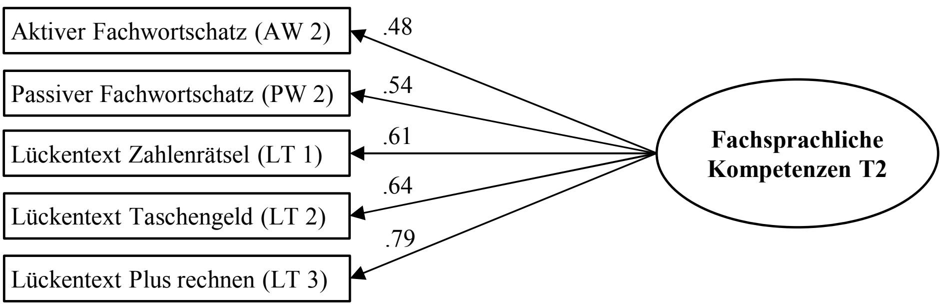


Abbildung 24. Messmodell der fachsprachlichen Kompetenzen (MLR-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert) zu T2 ($N = 237$). Dargestellt sind die Item-Parcels des aktiven und passiven Fachwortschatzes und die des textintegrativen Verständnisses (aufgeteilt in die drei Super-Items der Lückentexte), sowie die standardisierten Faktorladungen (jeweils $p < .001$).

9.1.2.4 Messinvarianzanalysen

Wie bereits für den mathematischen Kompetenztest dargestellt, wurden auch für das auf den Item-Parcels basierende Messmodell der fachsprachlichen Kompetenzen zum ersten Messzeitpunkt Messinvarianzanalysen für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache durchgeführt. Nach separater Überprüfung des Modells in den beiden Gruppen wurde das Ausgangsmodell mit in beiden Gruppen frei geschätzten Parametern zur Überprüfung konfiguraler Messinvarianz spezifiziert. Die in Tabelle 19 dargestellten Ergebnisse zeigen gute Modellpassungen für die jeweils hierarchisch ineinander geschachtelten Modelle zur Prüfung der konfiguralen, metrischen und partiellen skalaren Messinvarianz. Die χ^2-Differenzentests zum Vergleich der Modelle zeigen bei zunehmenden Restriktionen keine signifikante Abweichung in der Modellpassung, sodass insgesamt partielle skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nachgewiesen werden konnte. Die partielle skalare Messinvarianz bezieht sich auf das Item-Parcel des Lückentextes *Plus rechnen*, für das sich ein signifikanter Unterschied in Bezug auf das Intercept zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zeigt. Kinder mit deutscher Familiensprache erzielen eine höhere Leistung im Text *Plus rechnen*, wenn die fachsprachlichen Kompetenzen auf den Wert Null geschätzt werden. Für die weiteren Item-Parcels zu den Lückentexten und zum aktiven und passiven Fachwortschatz zeigen sich vergleichbare Werte von Kindern mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Nachdem sich die partielle metrische Messinvarianz nur auf einen der fünf manifesten Indikatoren bezieht, kann dieser Unterschied zwischen den beiden Gruppen vernachlässigt werden (vgl. Christ & Schlüter, 2012). Es kann davon ausgegangen werden, dass in beiden Gruppen das gleiche Konstrukt gemessen wird. Ein durch die nachgewiesene Messinvarianz möglicher Vergleich der latenten Mittelwerte ergibt einen signifikanten Unterschied in den fachsprachlichen Kompetenzen zugunsten von Lernenden mit deutscher Familiensprache ($\Delta M = 0.68$, $p < .001$).

Tabelle 19. *Messinvarianzanalysen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für das Messmodell der fachsprachlichen Kompetenzen (Item-Parcels, T1).*

	χ^2	*df*	*p*	χ^2/df	CFI	RMSEA	SRMR	χ^2_{diff}
Konfigurale Messinvarianz	12.22	10	> .05	1.22	.99	.034	0.028	–
Metrische Messinvarianz	21.31	15	> .05	1.42	.98	.047	0.065	9.93 *n.s.*
Partielle Skalare Messinvarianz	23.46	18	> .05	1.30	.99	.040	0.061	1.83 *n.s.*

Anmerkung. Modellvergleich durch schrittweise χ^2-Differenzentests mit Korrektur nach Satorra und Bentler (2010), n.s.: nicht signifikant ($p > .05$).

Für das auf den Item-Parcels basierende Messmodell der fachsprachlichen Kompetenzen zum zweiten Messzeitpunkt konnte partielle metrische und skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nachgewiesen werden.

9.1.2.5 Exkurs: Qualitative Validierungsstudie

Die bereits dargestellten Ergebnisse zur Erhebung der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen deuten auf eine messtheoretisch gute Qualität des entwickelten Instruments hin. Darüber hinaus stellt sich jedoch die Frage, inwieweit bei der Bearbeitung der mathematikhaltigen Lückentexte die genannten lexikalischen Merkmale der Bildungs- und Fachsprache verwendet sowie Kohärenzen als Merkmal des textintegrativen Verständnisses gebildet werden. Diese Merkmale sind Teil der fachsprachlichen Kompetenz, die zur Bewältigung der sprachlichen Anforderungen der Lückentexte notwendig sind und stellen damit einen Indikator für die Validität des Instruments dar. In der qualitativen Validierungsstudie[10] sollten die Bearbeitungsprozesse der Kinder bei der Lösung der Items zur Erhebung fachsprachlicher Kompetenzen untersucht werden, um einerseits Rückschlüsse auf die Validität des entwickelten Erhebungsinstruments (vgl. Frage 1a) zu ziehen und andererseits die quantitativ beobachteten Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache an einer kleineren Stichprobe qualitativ zu analysieren (vgl. Frage 2b).

Methode. Zur Analyse der Bearbeitungsprozesse wurde im April 2015 eine qualitative Interviewstudie mit $N = 14$ Drittklässlern aus zwei Klassen einer Münchner Grundschule durchgeführt. Die Stichprobe setzt sich aus jeweils sieben Kindern mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie innerhalb dieser Gruppen aus drei leistungsschwachen (Mathematiknote ≥ 3) und vier leistungsstarken (Mathematiknote $\leq 2{,}5$) Kindern zusammen. Mit jedem Kind wurde ein etwa 30-minütiges Interview durchgeführt. Darin bearbeiteten die Kinder zwei der mathematikhaltigen Lückentexte des textintegrativen Verständnisses sowie sieben der Items des passiven Fachwortschatzes und vier der Items des aktiven Fachwortschatzes der für den zweiten Messzeitpunkt entwickelten Erhebungsinstrumente. Bezüglich des textintegrativen Verständnisses wurde der Lückentext *Taschengeld* (siehe Abbildung 22) als mathematikhaltige, deutlich alltagsbezogene Situation und der Lückentext *Zahlenrätsel* (siehe Abbildung 21) als eine eindeutig in der Mathematik zu verortende Situation gewählt. Im Bereich des passiven Fachwortschatzes wurden die Items *Vielfaches*, *Teiler*, *Vorgänger*, *kleinste Ziffer*, *Abstand*, *gleich bleiben* und *dazukommen*, im Bereich des aktiven Fachwortschatzes die Items *geteilt*, *Rest*, *kleiner* und *größer* verwendet. Um die Bearbeitungsprozesse bei der

10 Die Konzeption der Studie sowie der verwendeten Erhebungsinstrumente war Teil des vorliegenden Promotionsprojekts, die Durchführung der Datenerhebung wurde alleinverantwortlich von Frau Laura Gabler im Rahmen der schriftlichen Hausarbeit zur 1. Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen durchgeführt (Gabler, 2016). Die Auswertung und Interpretation der Daten erfolgte in gemeinsamer Arbeit.

Lösung der genannten Items zu erhalten, wurde die Methode des Lauten Denkens gewählt (vgl. Jonkisz et al., 2012). Diese wurde den Kindern anhand einer Beispielaufgabe demonstriert. Bei den Lückentexten wurden die Kinder im Anschluss an die Bearbeitung jeder Lücke gebeten, ihre Lösung zu erklären, wenn sie dies nicht bereits beim Lauten Denken gemacht hatten. Nach Bearbeitung eines Textes wurde dieser verdeckt und die Kinder nochmals nach einer Zusammenfassung des Inhalts des Textes gefragt. Bei den Items zum Fachwortschatz wurden die Kinder nach der Bearbeitung jedes Items dazu aufgefordert, ihre Lösung zu beschreiben und zu erklären, wenn dies nicht bereits aus den Äußerungen der Kinder beim Lauten Denkens hervorging. Beim passiven Fachwortschatz wurde zusätzlich die Bedeutung der gegebenen Begriffe abgefragt, indem vor der jeweiligen Bearbeitung des Items die Antwortmöglichkeiten abgedeckt und die Kinder nach einer Erklärung des Begriffs gefragt wurden. Alle Fragen und Impulse wurden im Vorhinein in einem Interviewleitfaden festgelegt.

Ausgewertet wurde das gewonnene videografierte Sprachmaterial mit der Methode der quantitativen Inhaltsanalyse (Bortz & Döring, 2006). Dabei wurden für die Items des Fachwortschatzes nur die Korrektheit der Lösung, für die Bearbeitung der Lückentexte hingegen auch der Sprachgebrauch und die Kohärenzbildungen kodiert (siehe Tabelle 20). Die Kategorien des Sprachgebrauchs beziehen sich auf lexikalische Merkmale der Bildungs- und Fachsprache, wobei für die Bildungssprache exemplarisch Konjunktionen, Verbkomposita und Relationsbegriffe als Indikatoren gewählt wurden. Die Kodiereinheit stellten hier die Einzelwörter aller Äußerungen bei der Bearbeitung der Lückentexte dar. Darüber hinaus wurden auch Kohärenzbildungen als ein weiteres Merkmal mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen kodiert. Die Kategorie der lokalen Kohärenzbildung auf Lückenebene bezog sich dabei auf die Verwendung textimmanenter (explizit im Text aufgeführter) Informationen zur Lösung einer Lücke, die der globalen Kohärenzbildung auf Lückenebene auf den Einbezug des eigenen Vor- beziehungsweise Weltwissens (vgl. Schnotz, 2006). Die Kohärenzbildungen werden jeweils mathematisch (im Sinne der im Text enthaltenen mathematischen Informationen und des mathematischen Vorwissens) und nichtmathematisch (im Sinne allgemeiner Informationen des Textes und des eigenen Weltwissens) betrachtet. Kodiert wurde das durch Lautes Denken produzierte Sprachmaterial bei Bearbeitung einer Lücke. Darüber hinaus bezieht sich die globale Kohärenzbildung auf Makroebene auf die Erfassung der im Text enthaltenen Kernaussagen, abgefragt über die Zusammenfassungen der Texte nach der Bearbeitung. Dazu wurden im Vorhinein zwei Kernaussagen für den Lückentexte *Zahlenrätsel* (*Die beiden Zahlen wurden vertauscht*; *Die gesuchte Zahl wurde kleiner*) und drei Kernaussagen für den Lückentext *Taschengeld* (*Timo und Thomas haben gleich viel Geld*; *Timo gibt mehr Geld aus*; *Thomas hat deswegen mehr Geld übrig* oder *Timo hat jetzt weniger Geld*) festgelegt. Die von den Kindern genannte Zusammenfassung des jeweiligen Lückentextes (die hier die Kodiereinheit darstellte) wurde mit den vorab festgelegten Kernaussagen verglichen.

Tabelle 20. *Kategorienschema zur Kodierung des beim Lauten Denken produzierten Sprachmaterials bei Bearbeitung der Lückentexte.*

Kategorie	Spezifizierung	Kodiereinheit	Kodierung
Sprachgebrauch			
Konjunktionen	Wörter zur Verknüpfung von Sätzen und Argumentationen, z.B. *weil*, *wenn*, *außerdem*	Einzelwörter aller Äußerungen	Auszählen der Häufigkeit
Verbkomposita	Zusammengesetzte Verben, z.B. *vertauschen*, *aufteilen*	Einzelwörter aller Äußerungen	Auszählen der Häufigkeit
Relationsbegriffe	Wörter zur Beschreibung von Beziehungen, z.B. *größer als*, *weniger als*	Einzelwörter aller Äußerungen	Auszählen der Häufigkeit
Fachwortschatz	Fachbegriffe, z.B. *Einer*, *Zehner*, *Subtraktion*, *Zahlenstrahl*	Einzelwörter aller Äußerungen	Auszählen der Häufigkeit
Kohärenzbildungen			
Lokal auf Lückenebene (mathematisch, nichtmathematisch)	Einbezug textimmanenter mathematischer bzw. allgemeiner Informationen zur Lösung einer Lücke	Sprachmaterial zu einer Lücke	0 – keine Kohärenzbildung 1 – Kohärenzbildung
Global auf Lückenebene (mathematisch, nichtmathematisch)	Einbezug des Vorwissens bzw. Weltwissens zur Lösung einer Lücke	Sprachmaterial zu einer Lücke	0 – keine Kohärenzbildung 1 – Kohärenzbildung
Global auf Makroebene	Sinnbildung über den gesamten Text, Erfassen der Kernaussagen	Verbale Zusammenfassung eines Lückentextes	Pro Kernaussage: 0 – Kernaussage erfasst 1 – Kernaussage nicht erfasst
Korrektheit der Lösung			
Korrektheit der Lösung	Wertung des Endergebnisses, Vernachlässigung von orthographischen Fehlern	Notierte Lösung	0 – falsch 1 – richtig

Die kodierten lokalen und globalen Kohärenzbildungen auf Lückenebene geben Aufschluss darüber, ob Informationen des Textes beziehungsweise das Vorwissen der Kinder zur Lösung der Lücken verwendet wurden oder ob ein Lösen der Lücken auch isoliert ohne Bezug zu weiteren Informationen möglich war. Die kodierte Kohärenzbildung auf Makroebene zeigt zudem, ob die Kinder wesentliche Inhalte der Texte erinnern und demnach ein Situationsmodell zu den gegebenen Texten aufgebaut haben.

Ergebnisse. Entsprechend der Schwerpunktsetzung in der Kodierung werden im Folgenden hauptsächlich die Ergebnisse für die Bearbeitungen der mathematikhaltigen Lückentexte berichtet. Um die Validität der Lückentexte zu untersuchen, werden die in Tabelle 21 dargestellten Kodierungen der Kohärenzbildungen betrachtet. Es zeigt sich, dass sowohl beim Lauten Denken bei der Bearbeitung der Texte lokale und globale Kohärenzen zur Lösung der Lücken gebildet als auch beim Zusammenfassen der Texte wesentliche Inhalte der Texte erinnert wurden.

Tabelle 21. *Häufigkeiten (Gesamt), Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD), Minimal- und Maximalwerte der Kohärenzbildungen als Indikator der Validität (N = 14).*

Kategorie	***Gesamt***	***M***	***SD***	***Min***	***Max***
Kohärenzbildungen					
Lokal auf Lückenebene	101	7.21	2.81	4	14
Global auf Lückenebene	53	3.79	0.89	2	6
Global auf Makroebene	40	2.86	0.86	1	4

Im Mittel hat ein Kind über beide Lückentexte hinweg (insgesamt 17 Lücken) bei fast der Hälfte der Lücken lokale ($M = 7.21$) und bei einem Viertel der Lücken globale ($M = 3.79$) Kohärenzen gebildet. Es wurde demnach deutlich häufiger auf Informationen des jeweiligen Textes Bezug genommen als auf das eigene Vorwissen, um die Lücken zu lösen. Die Kohärenzbildungen auf Lückenebene sollen an einigen Beispielen veranschaulicht werden. Eine lokale mathematische Kohärenz bildet das Kind, das für die Lücke *siebenundsechzig* (*Zahlenrätsel*) die folgende Erklärung gibt: „Da steht ‚sieben Zehner' und ‚sechs Einer', also… ich glaub, das ist sechsundsiebzig". Es deutet dabei auf die entsprechenden Textstellen und verdeutlicht damit die Verwendung textimmanenter Informationen. Ein anderes Kind bildet bei der Lücke *sechs* (*Zahlenrätsel*) eine globale mathematische Kohärenz auf Lückenebene mit dieser Erklärung: „Es gibt eigentlich nur eine Zahl, die man da nehmen kann und das ist die sechs. […] Die Sechzig funktioniert nicht, weil es gibt nicht 60 Einer, da hätte man ja… da müsste man ja zu den Zehnern noch welche dazutun". Das Kind bezieht sein mathematisches Vorwissen über das Stellenwertsystem und die übliche Besetzung der Einerstelle ein, um die Lösung der Lücke zu begründen. Eine lokale nichtmathematische Kohärenzbildung zeigt sich in dieser Erklärung der Lücke *vertauscht* (*Zahlenrätsel*): „Jetzt vertreht Tina… äh… vertauscht Tina Zehner und Einer der Zahl." Auf Nachfrage der Testleiterin ergänzt das Kind: „Weil das bis jetzt das einzige logische Wort ist, man schreibt hier nicht jetzt verdreht sie, weil das ja ein ‚t' dort ist, deswegen passt am besten jetzt vertauscht Tina Zehner und Einer der Zahl." Das Kind begründet seine Wortwahl hauptsächlich durch die vorgegebenen Buchstaben. Dass die Ziffern der Zahl vertauscht werden, scheint dem Kind klar zu sein, es wird lediglich ein passendes Wort gesucht. Ein Beispiel einer nichtmathematischen globalen Kohärenzbildung soll an der Lücke *viel* (*Taschengeld*) aufgezeigt werden: „Ich hab's herausgefunden, weils ja auch wieder ein Wort mit Vogel-V sein muss. Und wenn jetzt zum Beispiel der Thomas 3€ Taschengeld bekommen würde und der Timo nur 2€, wärs ja auch ungerecht". Hier wird der Bezug zur Sprache sowie zu Normen über Gerechtigkeit hergestellt, die dem Kind aus dem sozialen Kontext bekannt sind.

Die Kodierungen in Tabelle 21 zeigen außerdem, dass im Mittel über die Hälfte der fünf Kernaussagen ($M = 2.86$) von den Kindern erinnert wurden, sodass von der Bildung eines Situationsmodells ausgegangen werden kann. Alle fünf zuvor festgelegten Kernaussagen hat jedoch kein Kind erinnert ($Max = 4$). Die Kernaussagen werden für den Lückentext *Taschengeld* deutlich häufiger richtig wiedergegeben ($M = 2.07$, $SD = 0.83$) als für den Lückentext *Zahlenrätsel* ($M = 0.79$, $SD = 0.80$). Der dort vorhandene Alltagsbezug scheint für die Vorstellung der Situation hilfreich zu sein. Nachdem der Lückentext *Taschengeld* als zweites bearbeitet wurde, ist es jedoch auch vorstellbar, dass die Kinder an dieser Stelle mit einer Zusammenfassung des Textes gerechnet und sich die Situation besser eingeprägt haben. Insgesamt wurden von allen Kindern globale Kohärenzen auf Makroebene gebildet ($Min > 0$). Verdeutlicht werden diese Kohärenzbildungen an einer Zusammenfassung des Textes *Zahlenrätsel*: „Also sie hat vertauscht, am Anfang war's ja sechsundsiebzig und jetzt isses ja siebenundsechzig gewesen und sie hat die Zahlen vertauscht, dass es dann gleichzeitig ne ganz andere Zahl gab." Das Kind gibt zwar die Kernaussage wieder, dass die beiden Zahlen vertauscht wurden. Der Vergleich der Zahlen wird jedoch nur auf eine andere Zahl und nicht die in Folge kleinere Zahl bezogen. Für den Text *Taschengeld* verdeutlicht die folgende Zusammenfassung ein Erinnern aller drei Kernaussagen: „Es ging darum, dass die zwei Jungs immer jede Woche Taschengeld bekommen, also Thomas und Timo, die bekommen halt immer gleich viel Taschengeld, aber der Timo, der kauft immer eine größere Süßigkeitentüte als sein Bruder Thomas und deswegen hat er dann ja auch weniger Geld danach als der Thomas, der hat dann immer noch mehr."

Für die Anzahl der Kohärenzbildungen auf Lückenebene zeigt sich außerdem ein positiver Zusammenhang mit der Anzahl richtig gelöster Lücken ($r = .59$, $p < .05$), wobei dieser auf die lokalen Kohärenzbildungen zurückzuführen ist ($r = .70$, $p < .01$). Für globale Kohärenzbildungen liegt hingegen ein negativer, jedoch nicht signifikanter Zusammenhang vor ($r = -.29$, $p > .05$). Der Einbezug textimmanenter Informationen geht demnach häufig mit einer richtigen Lösung einher, während dies für den Einbezug des mathematischen Vorwissens oder des allgemeinen Weltwissens nicht gilt. Umgekehrt geht eine hohe Lösungsrate der mathematikhaltigen Lückentexte mit lokalen Kohärenzbildungen einher und misst damit ein Merkmal mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen.

Um an dieser Stelle bereits einen Einblick in Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zu geben, wurden die Kategorien der Kohärenzbildungen und des Sprachgebrauchs zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache verglichen. Dazu wurden die Kohärenzbildungen auf Lückenebene insgesamt (lokal und global zusammengefasst), jedoch getrennt nach ihrem Bezug zur Mathematik betrachtet. Die in Abbildung 25 dargestellten Mittelwerte zeigen ähnlich viele nichtmathematische Kohärenzbildungen für die beiden Lückentexte (wobei der Lückentext *Zahlenrätsel* insgesamt drei Lücken mehr enthält). Lernende mit deutscher Familiensprache stellen hier tendenziell mehr Zusammenhänge her, um eine Lücke zu lösen. Im Vergleich zu nichtmathematischen werden mathematische Kohärenzen insgesamt deutlich häufiger gebildet, was sich allein durch den für beide Situationen sowie für die Testsituation gegebenen Bezug zur Mathematik erklären lässt. Bei der Bearbeitung beider Texte wird demnach häufiger auf mathematische Inhalte und das mathematische Vorwissen Bezug genommen, als auf nichtmathematische Informationen aus den Texten oder das eigene Weltwissen. Der Vergleich der beiden Lückentexte bezüglich der mathematischen Kohärenzen zeigt auch unter Berücksichtigung der größeren Lückenanzahl eine deutlich höhere Anzahl mathematischer Kohärenzbildungen für den Text *Zahlenrätsel*. Die dort beschriebene Situation ist eindeutig in der Mathematik zu verorten. Werden Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache verglichen, zeigen sich in beiden Gruppen ähnlich viele mathematische Kohärenzbildungen, während Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache bei dem alltagsnahen Text *Taschengeld* mehr mathematische Kohärenzen bildeten. Es liegt die Vermutung nahe, dass Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache stärker den Bezug zur Mathematik suchen, während Kinder mit deutscher Familiensprache sich mehr auf ihre Alltagserfahrungen und ihr Alltagswissen beziehen und demnach weniger mathematische Kohärenzen benötigen. Allerdings stellen diese Ergebnisse nur eine Tendenz dar, die zudem an einer kleinen Stichprobe ($N = 14$) beobachtet wurde. Weitere Studien sind notwendig, um diesen ersten Eindruck abzusichern.

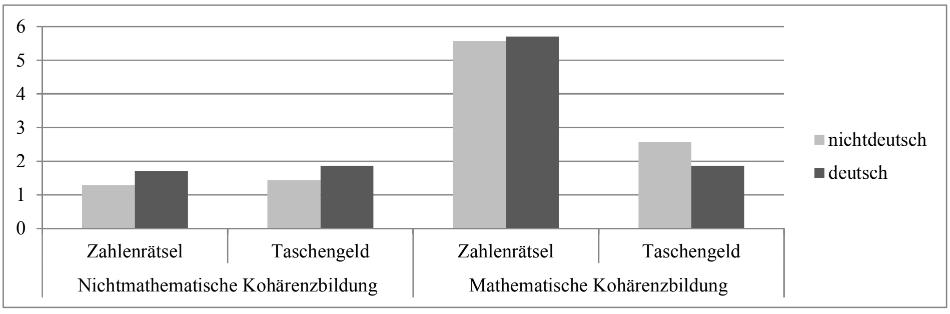


Abbildung 25. Mittelwerte der (nicht-)mathematischen Kohärenzbildungen für die beiden Lückentexte des textintegrativen Verständnisses, aufgeteilt nach Familiensprache ($N = 14$).

Werden die Kohärenzbildungen auf Lückenebene hingegen wie in Tabelle 21 in lokale und globale Kohärenzen aufgeteilt und nach Familiensprache verglichen, zeigen sich tendenziell weniger lokale und mehr globale Kohärenzbildungen für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache. Diese lassen sich aufgrund der Stichprobengröße jedoch nicht auf statistische Signifikanz überprüfen. Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache scheinen im Vergleich häufiger ihr Vor- und Weltwissen und weniger oft textimmanente Informationen zur Lösung einer Lücke zu verwenden. Lokale Kohärenzbildungen repräsentieren eine Bearbeitung des Textes, die einer Textarbeit im schriftlichen Bereich ähnelt. Nachdem Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache weniger lokale Kohärenzen bildeten, liegt die Vermutung nahe, dass diese Lernenden weniger Möglichkeit hatten, Textarbeiten dieser Art zu üben. In Bezug auf die globalen Kohärenzen auf Makroebene erinnern Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache in dem mathematikhaltigen Text weniger, in dem alltagsbezogenen Text jedoch mehr Kernaussagen als ihre Klassenkameraden mit deutscher Familiensprache. Dies könnte als Wirkung der vermehrten Kohärenzbildungen auf Lückenebene einzuordnen sein, die auf ein stärkeres Durcharbeiten des Textes und damit der Situation hindeuten und zu einer besseren Zusammenfassung der dargestellten Situation führen.

Wird weiterhin der Sprachgebrauch betrachtet, so zeigen die in Tabelle 22 dargestellten Kodierungen deutliche Unterschiede im Gebrauch bildungssprachlicher Begriffe (Konjunktionen, Verbkomposita und Relationsbegriffe) zugunsten von Lernenden mit deutscher Familiensprache. Der Fachwortschatz wird hingegen von beiden Gruppen im Mittel ähnlich oft verwendet. Hierzu ist anzumerken, dass bei dem alltagsnahen Lückentext *Taschengeld* gar keine Fachbegriffe verwendet wurden. Fachbegriffe wurden demnach nur verwendet, wenn diese bereits im Text vorkommen beziehungsweise wenn die beschriebene Situation eindeutig in der Welt der Mathematik zu verorten ist. Die Signifikanz der Gruppenunterschiede wurde aufgrund der kleinen Stichprobengröße nicht überprüft. Die qualitative Interviewstudie bestätigt damit in Bezug auf den Gebrauch von bildungssprachlichen Begriffen die Ergebnisse von Gogolin und Schwarz (2004). Allerdings zeigten sich in der Studie von Gogolin und Schwarz (2004) auch deutliche Unterschiede hinsichtlich der Verwendung des Fachwortschatzes zwischen Jugendlichen mit und ohne Migrationshintergrund, was an dieser Stelle für die teilnehmenden Kinder der dritten Klasse nicht bestätigt werden kann.

Zusammenfassend bilden Schülerinnen und Schüler in Bezug auf die mathematikhaltigen Lückentexte sowohl lokale als auch globale Kohärenzen. Die Lernenden zeigen damit einen Teil ihrer fachsprachlichen Kompetenzen, die (im Rahmen der Korrelationsanalysen insbesondere für lokale Kohärenzen gezeigt) mit einer erfolgreichen Bearbeitung der mathematikhaltigen Lückentexte einhergehen. Dieser Zusammenhang kann als Inhaltsvalidität der entwickelten mathematikhaltigen Lückentexte interpretiert werden. Darüber hinaus können die an diese Stelle vorausgegriffenen Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher

Familiensprache, die sich in der quantitativen Hauptstudie zeigen, tendenziell auch qualitativ nachgewiesen werden.

Tabelle 22. *Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) des kodierten Sprachgebrauchs bei der Bearbeitung der mathematikhaltigen Lückentexte, aufgeteilt nach Familiensprache (N = 14).*

	Nichtdeutsch ($N = 7$)		Deutsch ($N = 7$)	
Kategorie	***M***	***SD***	***M***	***SD***
Sprachgebrauch				
Konjunktionen	21.43	8.96	29.14	13.16
Verbkomposita	5.43	2.99	8.00	5.00
Relationsbegriffe	1.86	1.95	4.29	3.40
Fachwortschatz	5.14	1.07	6.00	2.77

Neben den mathematikhaltigen Lückentexten wurden in der qualitativen Validierungsstudie auch ausgewählte Items zum Fachwortschatz eingesetzt. Abschließend wird auch in die Bearbeitungen dieser Items ein kurzer Einblick gegeben. Die Items zum aktiven Fachwortschatz wurden von allen 14 Kindern, die Items zum passiven Fachwortschatz von den meisten Kindern richtig beantwortet. Die bereits quantitativ gezeigte hohe Lösungsrate des aktiven Fachwortschatzes wird demnach auch in dieser Studie deutlich. Unterschiede zugunsten von Lernenden mit deutscher Familiensprache zeigen sich für die Items des aktiven Fachwortschatzes nicht, für die Items des passiven Fachwortschatzes nur in geringem Maße.

In Bezug auf die Items des passiven Fachwortschatzes fiel es manchen Kindern sehr schwer, die Begriffe vor Bearbeitung des Items zu erklären. Es zeigen sich aber auch viele gute Erklärungen und beispielbezogene Beschreibungen. Der Begriff *gleich bleiben* wurde zum Beispiel folgendermaßen erklärt: „wenn die Zahlen gleich bleiben, also sich nicht verändern." Bei der Auswahl einer der fünf Antwortmöglichkeiten wurde hier häufig eine Beispielzahl gewählt und die Wahl von + *0* zum Beispiel so erklärt: „man soll nicht minus wegrechnen und nicht plus dazurechnen und deswegen kommt plus Null, dann bleibt die Zahl gleich." Viele der Kinder hatten jedoch entsprechend der Fehlvorstellungen der Addition und Multiplikation mit Null (vgl. Baroody, 1985) Schwierigkeiten, sich zwischen den Antwortmöglichkeiten + *0* und · *0* zu entscheiden. Die Antwort · *0* wurde auch in der quantitativen Hauptstudie häufig gewählt. Problematisch wurde dies vor allem, wenn als Beispielzahl die Null selbst gewählt wurde, denn „das [+ 0] und das [· 0] verändert sich nicht, weil das bleibt ja Null." Ein Kind findet eine Erklärung, warum es (zumindest für alle Beispielzahlen außer Null) nicht · *0* sein kann: „Mal Null geht doch nicht, weil mal Null ja nichts ist." Für die Grundvorstellung zur Addition *dazukommen* wurde die folgende Erklärung gegeben: „Tut eine Zahl dazukommen, […] dann wird's eine größere Zahl." Häufig wurden auch konkrete Beispiele zur Erklärung herangezogen (z.B. „wenn von zwei vier dazukommen, dann sind das sechs"). Dass die häufig gewählte Antwort + *0* nicht stimmt, erklärt ein Kind so: „Bei plus Null wird die Zahl ja nicht größer." Ein weiteres Kind bezieht sich auf den Zahlenstrahl und sagt: „Das ist ja Null, da kommt man nicht weiter." Insgesamt deutet sich in einigen der Erklärungen an, dass die Kinder das mathematische Konzept kennen, welches dem Fachwort zugrunde liegt und sie damit das Fachwort beschreiben können.

Bei den Items zum aktiven Fachwortschatz fanden die Kinder die Lösung meist schnell. Ein Kind korrigiert sich selbst bei dem Item *geteilt*: „Doppelpunkt … äh nein, in Mathe ist es das Geteilt-Zeichen." Die häufig vertauschten Relationszeichen wurden teilweise entgegen der Leserichtung beschrieben (z.B. $7 < 13$; „ich weiss nur was das bedeutet, 13 ist größer als 7"), durch den gegebenen Satzanfang dann aber richtig notiert („also andersrum sieben ist kleiner als 13"). Einigen Kindern hat diese Vorgabe jedoch nicht geholfen, was in der Rückfrage „Soll ich jetzt größer oder kleiner schreiben?" deutlich wurde. Für diese Kinder scheint die Vorgabe der Leserichtung eine zusätzliche Anforderung darzustellen.

Zusammenfassung. Insgesamt stellen die mathematikhaltigen Lückentexte ein valides Testinstrument dar. Darüber hinaus zeigen sich in den Äußerungen bei der Bearbeitung der Items zum aktiven und passiven Fachwortschatz auch Hinweise auf die Validität dieser Subskalen der fachsprachlichen Kompetenzen, sodass das Instrument zur Erhebung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen insgesamt ein valides Testinstrument darstellt (Frage 1a). Daneben wurde sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt eine ausreichend hohe Reliabilität der Subskalen des Testinstruments nachgewiesen (Frage 1a). Die theoretisch fundierte und im Erhebungsinstrument operationalisierte Struktur der mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen wird zu beiden Messzeitpunkten durch die empirischen Daten repräsentiert, sodass auch die fachsprachlichen Kompetenzen in der vorliegenden Arbeit differenziert erfasst werden können (Frage 1 b). Zu beiden Messzeitpunkten liegt für das Instrument zur Erhebung der fachsprachlichen Kompetenzen außerdem Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache vor. Damit wird in beiden Gruppen das gleiche zugrunde liegende Konstrukt gemessen. Ein Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache hinsichtlich ihrer mit dem Testinstrument erhobenen fachsprachlichen Kompetenzen ist demnach möglich (Frage 1 c).

9.1.3 Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht

9.1.3.1 Item-Analysen

Der Schülerfragebogen zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht sollte diese in den zwei Bereichen der Partizipation und der Rezeption erfassen. Die Item-Analysen beziehen sich auf die vierstufig kodierten Items (Werte 1 bis 4). Diese wurden teilweise umgepolt, sodass höhere Werte stets einer höheren Ausprägung im Sinne einer häufigeren Nutzung von Lerngelegenheiten entsprechen.

Die in Tabelle 23 dargestellten Ergebnisse der Item-Analysen zum ersten Messzeitpunkt beziehen sich auf $N = 368$ Kinder, zu denen vollständige Daten zu allen Einzelitems vorliegen. Da sich die fehlenden Werte auf weniger als 5% der Fälle beziehen, können diese vernachlässigt werden (Lüdtke, Robitzsch, Trautwein & Köller, 2007). Die Mittelwerte der Items liegen durchgehend über der Hälfte ($M \geq 2.60$). Die Kinder nutzen demnach sowohl partizipative als auch rezeptive Lerngelegenheiten. Dies spiegelt sich auch in den Schwierigkeitsindizes wieder, die jeweils den Anteil der Personen angeben, die dem Item in Bezug auf das zu erfassende Konstrukt zugestimmt haben. Diese liegen mit Ausnahme von Item 3 (*Ich überlege mir in Mathe oft selbst, wie ich eine Aufgabe löse*; $P_i = 88$) in einem ähnlichen Bereich ($65 \leq P_i \leq 75$) und differenzieren damit ausreichend zwischen Kindern mit hohen und niedrigen Ausprägungen.

Tabelle 23. *Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD) und Schwierigkeitsindizes (P_i) der Items zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten, aufgeteilt nach Partizipation und Rezeption, erhoben zum ersten Messzeitpunkt (T1, N = 368).*

Item	***M***	***SD***	***P_i***
Partizipation			
1 In Mathe komme ich oft dran.	2.60	0.80	65
2 In Mathe sage ich oft, wie ich eine Aufgabe lösen würde.	2.69	0.98	67
3 Ich überlege mir in Mathe oft selbst, wie ich eine Aufgabe löse.	3.52	0.72	88
4 Ich überlege mir in Mathe oft, ob ich eine Aufgabe auch anders lösen kann.	2.86	0.92	72
Rezeption			
5 In Mathe sagt unsere Lehrerin manchmal Wörter, die ich nicht verstehe. (umgepolt)	2.91	1.07	73
6.1 In Mathe verstehe ich manchmal nicht so gut, was unsere Lehrerin erklärt. (umgepolt)	3.01	0.97	75
7.1 Wenn unsere Lehrerin uns in Mathe eine Aufgabe gibt, verstehe ich manchmal nicht was ich tun muss. (umgepolt)	2.75	1.00	69
8 In Mathe verstehe ich oft erst worum es geht, wenn unsere Lehrerin die Aufgabe öfter erklärt. (umgepolt)	2.71	1.17	68

Anmerkung. Die Items wurden auf einer Skala der Werte von 1 (stimmt gar nicht) bis 4 (stimmt sehr) erhoben.

Zum zweiten Messzeitpunkt beziehen sich die Item-Analysen auf $N = 232$ Kinder, zu denen vollständige Daten zu allen Einzelitems vorliegen. Auch an dieser Stelle können die fehlenden Werte aufgrund ihres geringen Anteils vernachlässigt werden (Lüdtke et al., 2007). Für die Partizipation wurden die identischen Items eingesetzt, während für die Rezeption zwei Items im Sinne einer positiven Formulierung verändert wurden (siehe *Anhang A.5* für einen Überblick). Die in Tabelle 24 dargestellten Items zeigen im Vergleich zum ersten Messzeitpunkt ähnlich hohe Mittelwerte ($M \geq 2.59$) sowie einen ähnlich homogenen Bereich der Schwierigkeitsindizes ($65 \leq P_i \leq 83$). Die rezeptiven Items wurden zum zweiten Messzeitpunkt tendenziell etwas höher eingeschätzt als zum ersten Messzeitpunkt.

Tabelle 24. *Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD) und Schwierigkeitsindizes (P_i) der Items zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten, aufgeteilt nach Partizipation und Rezeption, erhoben zum zweiten Messzeitpunkt (T2, N = 232).*

Item	*M*	*SD*	P_i
Partizipation			
1 In Mathe komme ich oft dran. (T1)	2.59	0.80	65
2 In Mathe sage ich oft, wie ich eine Aufgabe lösen würde. (T1)	2.59	0.94	65
3 Ich überlege mir in Mathe oft selbst, wie ich eine Aufgabe löse. (T1)	3.29	0.77	83
4 Ich überlege mir in Mathe oft, ob ich eine Aufgabe auch anders lösen kann. (T1)	2.71	0.92	68
Rezeption			
5 In Mathe sagt unsere Lehrerin manchmal Wörter, die ich nicht verstehe. (umgepolt) (T1)	3.06	0.87	77
6.2 Ich verstehe meistens, was unsere Lehrerin meint, auch wenn sie komplizierte Wörter verwendet.	3.06	0.85	77
7.2 Ich verstehe meistens was die anderen Kinder meinen, wenn sie in Mathe etwas erklären.	3.16	0.87	79
8 In Mathe verstehe ich oft erst worum es geht, wenn unsere Lehrerin die Aufgabe öfter erklärt. (umgepolt) (T1)	2.89	1.06	72

Anmerkung. Die Items wurden auf einer Skala der Werte von 1 (stimmt gar nicht) bis 4 (stimmt sehr) erhoben. Items, die auch zum ersten Messzeitpunkt eingesetzt wurden, sind mit (T1) markiert.

Aufgrund der geringen Item-Anzahl pro Skala werden die Items als manifeste Indikatoren in die latenten Modellierungen eingeschlossen. Für die Modellierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten wurden demnach keine Item-Parcels gebildet.

9.1.3.2 Skalenanalyse der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten

Für die Skalenanalyse wurden die Einzel-Items der Partizipation und der Rezeption jeweils zu einem individuellen Mittelwert zusammengefasst. Dabei wurde ein individueller Mittelwert gebildet, wenn von einem Kind Antworten zu mindestens zwei Einzel-Items vorlagen. Da jedes Kind pro Skala mindestens zwei Items beantwortet hatte, liegen sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt vollständige Daten aller

Kinder vor. Die auf den Einzel-Items basierenden Reliabilitätsanalysen der Skalen variieren jedoch in der Vollständigkeit der Daten (siehe Tabelle 25). Es zeigen sich für Partizipation und Rezeption sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt Reliabilitäten von *Cronbach's* $\alpha > .5$, die höchste Reliabilität kann für die Rezeption zum ersten Messzeitpunkt mit *Cronbach's* $\alpha = .7$ nachgewiesen werden. Insgesamt können die Reliabilitäten als akzeptabel bewertet werden, da es sich um eine neuartige Operationalisierung des Konstrukts der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten für die Altersgruppe handelt (Field, 2014).

Tabelle 25. *Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD) über die individuellen Skalenmittelwerte, interne Konsistenzen (Cronbach's α) sowie Intraklassenkorrelationen (ICC) der Skalen zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht, erhoben zum ersten (T1) und zum zweiten Messzeitpunkt (T2).*

Skala	Messzeitpunkt	Anzahl Items	*M*	*SD*	*Cronbach's α*	*ICC*
Partizipation	*T1 (N = 383)*	4	2.92	0.56	.55 (*N* = 376)	.02
	T2 (N = 237)	4	2.80	0.57	.58 (*N* = 235)	.01
Rezeption	*T1 (N = 383)*	4	2.85	0.76	.70 (*N* = 371)	.08
	T2 (N = 237)	4	3.10	0.61	.59 (*N* = 234)	.02

Die Mittelwerte der Partizipation und Rezeption liegen sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt über der Mitte der Skala. Die Kinder geben im Durchschnitt an, sprachbasierte Lerngelegenheiten zu nutzen, die höchste Ausprägung zeigt sich bei der Rezeption zum zweiten Messzeitpunkt ($M = 3.10$). Die Testwerte der beiden Skalen zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten sind zu beiden Messzeitpunkten annähernd normalverteilt. Auch hier wird die durch den Kolmogorov-Smirnov-Test gezeigte signifikante Abweichung von der Normalverteilung durch Betrachtung von Schiefe und Exzess (jeweils Betrag < 2) sowie durch die visuelle Prüfung von Histogramm und Q-Q-Plot relativiert. Damit kann auch für die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten die Voraussetzung der Normalverteilung angenommen werden.

Die in Tabelle 25 angegebenen Intraklassenkorrelationen deuten darauf hin, dass die Klassenzugehörigkeit nur für die Selbsteinschätzungen der rezeptiven Lerngelegenheiten zum ersten Messzeitpunkt eine bedeutsame Rolle spielt ($ICC = .08$), während die partizipativen Lerngelegenheiten annähernd unabhängig von der Klassenzugehörigkeit eingeschätzt wurden. Dennoch wird die Mehrebenenstruktur der Daten auch an dieser Stelle Berücksichtigung finden.

9.1.3.3 Messmodell

Aufgrund der geringen Item-Anzahl werden die zwei Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten ausschließlich durch Items als Indikatoren geschätzt. Abbildung 26 zeigt das Messmodell zum ersten Messzeitpunkt ($\chi^2 = 26.10$, $df = 19$, $p > .05$, $\chi^2/df = 1.37$, CFI = .98, RMSEA = .031, WRMR = 0.646). Neben einer guten Modellpassung weist dieses Modell eine relativ homogene Faktorenstruktur für die jeweiligen Faktoren sowie eine gering positive, nicht signifikante Korrelation ($r = .13$; $p > .05$) zwischen den beiden Konstrukten auf. Partizipation und Rezeption lassen sich demnach gut voneinander trennen und stellen zwei unterschiedliche Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten dar. Es kann kein systematischer Zusammenhang zwischen der aktiven Teilnahme am Unterricht und dem Verständnis des Unterrichtsdiskurses festgestellt werden. Dies widerspricht der Annahme, dass das Verständnis des Unterrichtsdiskurses eine Voraussetzung für die Teilnahme am Unterricht darstellt (Steinbring, 2000). Möglicherweise ist die Trennung der beiden Konstrukte jedoch den unterschiedlichen Formulierungen geschuldet. Während die Items der Partizipation durchgehend positiv formuliert sind, enthalten die Items der Rezeption durchgehend negative Formulierungen, die im Rahmen der Kodierung umgepolt werden mussten. Selbsteinschätzungen zu negativ formulierten Aussagen zeigen möglicherweise allein wegen der Formulierung eine andere Varianz als die Selbsteinschätzungen zu positiv formulierten Items.

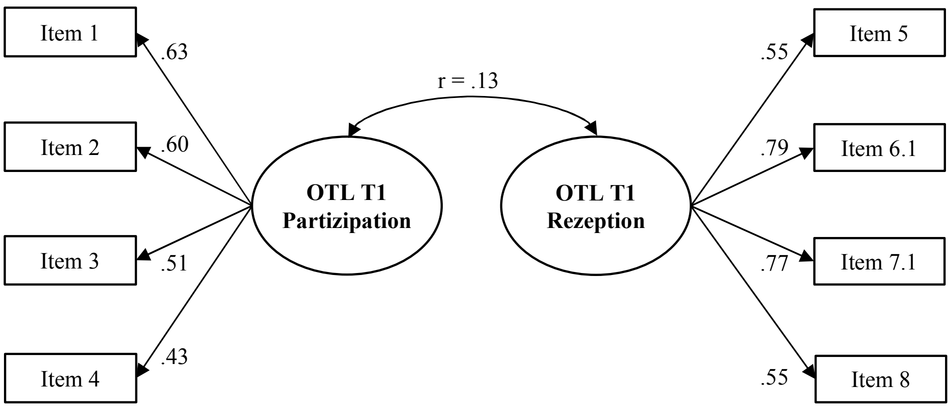


Abbildung 26. Zweifaktorielles Messmodell der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (OTL; WLSMV-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert) zu T1 ($N = 383$), angegeben sind die standardisierten Faktorladungen (jeweils $p < .001$) sowie die Korrelation zwischen den latenten Variablen ($p > .05$).

Zum zweiten Messzeitpunkt weist das in Abbildung 27 dargestellte Modell mit Ausnahme des CFI-Wertes eine akzeptable Modellgüte auf ($\chi^2 = 48.98$, $df = 19$, $p < .001$, $\chi^2/df = 2.58$, CFI = .89, RMSEA = .082, WRMR = 1.041). Auch zum zweiten Messzeitpunkt zeigt sich eine homogene Faktorenstruktur, die Korrelation zwischen den beiden latenten Variablen ist jedoch signifikant positiv ($r = .42$, $p < .001$). Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass zwei der zum ersten Messzeitpunkt negativ formulierten Items der Rezeption zum zweiten Messzeitpunkt positiv formuliert wurden. Zum zweiten Messzeitpunkt zeigt sich ein systematischer Zusammenhang zwischen Partizipation und Rezeption: Je besser ein Kind angibt den Unterricht zu verstehen, desto häufiger nimmt es selbst aktiv am Unterricht teil und umgekehrt.

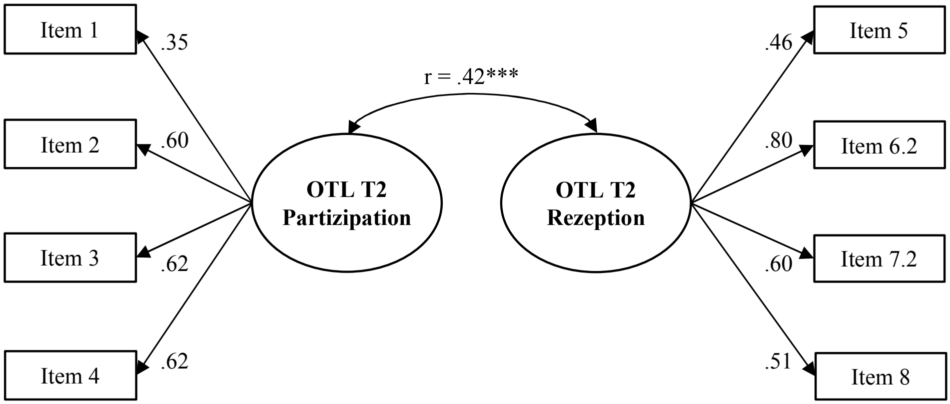


Abbildung 27. Zweifaktorielles Messmodell der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (OTL; WLSMV-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert) zu T2 ($N = 237$), angegeben sind die standardisierten Faktorladungen (jeweils $p < .001$) sowie die Korrelation zwischen den latenten Variablen, $^{***}p < .001$.

9.1.3.4 Messinvarianzanalysen

Für das Messmodell der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zum ersten Messzeitpunkt wurden Messinvarianzanalysen für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache durchgeführt. Nach separater Überprüfung des Modells in den beiden Gruppen wurde das Ausgangsmodell mit in beiden Gruppen frei geschätzten Parametern zur Überprüfung konfiguraler Messinvarianz spezifiziert. Die in Tabelle 26 dargestellten Ergebnisse zeigen gute bis akzeptable Modellpassungen für die jeweils hierarchisch ineinander geschachtelten Modelle zur Prüfung der konfiguralen, metrischen und skalaren Messinvarianz. Die χ^2-Differenzentests zum Vergleich der Modelle weisen bei zunehmenden Restriktionen keine signifikante Abweichung in der Modellpassung auf, sodass insgesamt skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für den Fragebogen der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten nachgewiesen werden konnte. Ein damit möglicher Vergleich der latenten Mittelwerte ergibt, dass Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache ihre Rezeption als signifikant niedriger ($\Delta M = 0.33$, $p < .05$), ihre Partizipation jedoch als signifikant höher berichten ($\Delta M = -0.36$, $p < .01$) als Lernende mit deutscher Familiensprache. Den Selbsteinschätzungen folgend beteiligen sich Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache häufiger am Mathematikunterricht als Lernende mit deutscher Familiensprache, obwohl sie im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache rezeptive Lerngelegenheiten in geringerem Maße nutzen, dem Unterrichtsdiskurs also weniger gut folgen können. Dies widerspricht der Hypothese, dass Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache aufgrund geringerer Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache weniger häufig am Unterricht teilnehmen (Civil, 2008).

Tabelle 26. *Messinvarianzanalysen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für das Messmodell der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (T1).*

	χ^2	*df*	*p*	χ^2/df	CFI	RMSEA	WRMR	χ^2_{diff}
Konfigurale Messinvarianz	51.11	38	> .05	1.35	.97	.042	0.905	–
Metrische Messinvarianz	61.45	46	> .05	1.34	.97	.042	1.070	12.29 *n.s.*
Skalare Messinvarianz	71.99	60	> .05	1.20	.98	.032	1.126	10.27 *n.s.*

Anmerkung. Modellvergleich durch schrittweise χ^2-Differenzentests mit dem in MPlus implementieren Verfahren (Muthén & Muthén, 1998–2015), n.s.: nicht signifikant ($p > .05$).

Zum zweiten Messzeitpunkt konnte konfigurale, partielle metrische und skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für das Messmodell der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten nachgewiesen werden.

9.1.3.5 Exkurs: Validierung durch Lehrer-Fremdeinschätzungen

Die in diesem Abschnitt bereits berichteten Ergebnisse zeigen eine messtheoretisch gute Qualität des entwickelten Fragebogens zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht über Selbsteinschätzungen der Lernenden. Vergleichbare Selbsteinschätzungen stellten sich auch bereits zu Beginn der Grundschulzeit als reliables Testinstrument heraus (Ehm et al., 2011). Dennoch sind Selbsteinschätzungen auf einer vorgegebenen Skala (in der vorliegenden Arbeit eine vierstufige Likert-Skala) anfällig für systematische Fehler bei der Bearbeitung der Items. Besonders häufig beziehen sich diese auf die die soziale Erwünschtheit und Antworttendenzen im Sinne eines unkritischen Zustimmens über mehrere Items hinweg (Jonkisz et al., 2012). Systematische Fehler führen zu einer von dem eigentlichen Konstrukt unabhängigen Varianz, die die Validität des Instruments reduzieren kann. Aus diesem Grund sollten die Selbsteinschätzungen der Kinder in der vorliegenden Arbeit durch die Fremdeinschätzung des jeweiligen Klassenlehrers überprüft werden, um damit einen Indikator für die Validität des entwickelten Fragebogens zu erhalten. Darüber hinaus stellt sich unabhängig von dem Zusammenhang mit den Selbsteinschätzungen der Kinder die Frage, ob die Klassenlehrkräfte die Nutzung der sprachbasierten Lerngelegenheiten von Kindern mit nichtdeutscher Familiensprache als geringer einschätzen als die von Kindern mit deutscher Familiensprache.

Methode. Zum zweiten Messzeitpunkt wurden die $N = 17$ Klassenlehrkräfte der teilnehmenden Klassen hinsichtlich der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten ihrer Schülerinnen und Schüler befragt. Daneben wurden personenbezogene Daten

(Alter, Geschlecht, Ausbildungsschwerpunkt und Berufserfahrung) der Lehrkräfte erfasst. Die Stichprobe der Lehrkräfte setzt sich aus 16 Klassenlehrerinnen und einem Klassenlehrer zusammen. Die Lehrkräfte sind im Mittel zwischen 30 und 40 Jahre alt und haben 10 Jahre Berufserfahrung. Mathematikdidaktik haben mit Ausnahme von zwei Lehrkräften (die keine universitäre Ausbildung in Mathematikdidaktik genossen haben) alle Lehrkräfte studiert. Für die Fremdeinschätzungen wurden die Klassenlehrkräfte gebeten, jedes ihrer teilnehmenden Kinder hinsichtlich der drei in Tabelle 27 gezeigten Aussagen zur Nutzung von Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht auf einer vierstufigen Skala (1 – *stimmt gar nicht* bis 4 – *stimmt sehr*) einzuschätzen. Zu 18 Kindern fehlen die Fremdeinschätzungen, sodass das Instrument anhand des Vergleichs der Selbst- und Fremdeinschätzungen von $N = 219$ Kindern validiert wurde.

Ergebnisse. Die in Tabelle 27 dargestellten deskriptiven Ergebnisse der Fremdeinschätzungen der Klassenlehrkräfte sind vergleichbar mit den Selbsteinschätzungen der Schülerinnen und Schüler. Auch die Lehrkräfte schätzen die Nutzung der Lerngelegenheiten durch ihre Schülerinnen und Schüler tendenziell positiv ein ($M > 2.50$). Die Nutzung der rezeptiven Lerngelegenheiten wird ebenso etwas höher als die der beiden partizipativen Lerngelegenheiten eingestuft (für die Kinder gilt dies jedoch nur zum zweiten Messzeitpunkt). Bei jeder Aussage kamen außerdem alle Antwortmöglichkeiten vor ($Min = 1$, $Max = 4$).

Werden an dieser Stelle bereits Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache betrachtet, so schätzen die Lehrkräfte die Beteiligung der Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache sowohl in Bezug auf die Partizipation als auch in Bezug auf die Rezeption signifikant geringer ein als die der Kinder mit deutscher Familiensprache. Die Rezeption wurde auf der vierstufigen Skala (Werte 1 – 4) für Kinder mit deutscher Familiensprache im Mittel bei 3.25 ($SD = 0.68$) eingeschätzt, für Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache bei 2.89 ($SD = 0.76$); *Cohen's d* = 0.51. Auch die Partizipation wurde bei Kindern mit deutscher Familiensprache signifikant höher eingeschätzt ($M = 3.04$, $SD = 0.75$) als bei Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache ($M = 2.62$, $SD = 0.90$); *Cohen's d* = 0.52. Die im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache höhere Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten der Lernenden mit nichtdeutscher Familie spiegelt sich demnach in den Fremdeinschätzungen der Lehrkräfte nicht wieder.

Für den Vergleich mit den zu Rezeption und Partizipation zusammengefassten Schüler-Selbsteinschätzungen wurden die beiden Lehrer-Fremdeinschätzungen zur Partizipation zu einem Mittelwert zusammengefasst. In den Korrelationsanalysen zum zweiten Messzeitpunkt finden sich für die gesamte Stichprobe jeweils signifikant positive Zusammenhänge zwischen Schüler-Selbst- und Lehrer-Fremdeinschätzungen für die Partizipation ($r = .15$, $p < .05$) und die Rezeption ($r = .37$, $p < .001$), wobei die Korrelation für die Rezeption deutlich höher ist. Wird die Lehrer-Fremdeinschätzung zum zweiten Messzeitpunkt mit der Schüler-Selbsteinschätzung zum ersten Messzeitpunkt verglichen, zeigt sich hingegen ein tendenziell positiver, aber nicht signifikanter Zusammenhang für die Partizipation ($r = .11$, $p > .05$) und ein signifikant positiver Zusammenhang für die Rezeption ($r = .30$, $p < .001$). Die Fremdeinschätzung zur Beteiligung am Unterricht scheint demnach stärker mit dem aktuell beobachtbaren Verhalten verknüpft zu sein, während es sich bei Einschätzungen zur Rezeption vermutlich um überdauernde Annahmen über die Leistungsfähigkeit eines Kindes im Fach Mathematik handelt. Möglicherweise beziehen die Lehrkräfte zur Einschätzung der Rezeption, die vor allem das Verständnis des Unterrichtsdiskurses anspricht, die Mathematikleistung des jeweiligen Kindes ein, sodass diese Fremdeinschätzung mit der Mathematikleistung konfundiert ist, während dies für die Partizipation nicht gilt.

Tabelle 27. *Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD), Minimal- und Maximalwerte der Items des Lehrerfragebogens zur Fremdeinschätzung der teilnehmenden Kinder zum zweiten Messzeitpunkt (T2, N = 17 Klassenlehrkräfte, N = 219 eingeschätzte Kinder).*

Der / Die Schüler/in…	*M*	*SD*	*Min*	*Max*
… beteiligt sich oft aktiv am Mathematikunterricht (erklärt z.B. neu gelernte Inhalte in eigenen Worten). *Kommunikative Partizipation*	2.90	0.87	1	4
… denkt oft über mathematische Inhalte nach (überlegt sich z.B. selbst die Lösung zu einer Aufgabe). *Kognitive Partizipation*	2.85	0.90	1	4
… versteht den Inhalt des Unterrichtsgeschehens in Mathematik meistens (z.B. Fachbegriffe, Erklärungen und Aufgabenstellungen). *Rezeption*	3.11	0.73	1	4

Als Maß für die diagnostische Urteilsgenauigkeit von Lehrkräften in Bezug auf die Leistung ihrer Schülerinnen und Schüler wird häufig die Rangkorrelation zwischen Lehrerurteil und Schülerleistung herangezogen, welche für jede Klasse einzeln berechnet und in einem Mittelwert zusammengefasst wird (vgl. Südkamp & Möller, 2009). In Anlehnung an dieses Maß wird in der vorliegenden Validierungsstudie für den Vergleich der Lehrer-Fremd- mit den Schüler-Selbsteinschätzungen ebenfalls für jede Klasse eine Rangkorrelation sowie ein Mittelwert über diese Rangkorrelationen berechnet. In Abweichung zu vielen Studien zur diagnostischen Urteilsgenauigkeit wurde den Lehrkräften und den Lernenden jedoch nicht das gleiche Item vorgelegt. Die Selbsteinschätzung der Lernenden bezieht sich auf den Mittelwert aus vier Einzelitems, die Fremdeinschätzung der Lehrkräfte auf ein (Rezeption) beziehungsweise zwei (Partizipation) Items. Zudem schätzen die Kinder ihr eigenes Verhalten ein, die Lehrkräfte das von ihnen bei den Kindern beobachtete Verhalten. Ein Vergleich der Rangkorrelationen (*Spearman's rho*) der einzelnen 17 Klassen zeigt für die Rezeption durchwegs positive Zusammenhänge von Selbst- und Fremdeinschätzungen. Für die Partizipation finden sich hingegen für einzelne Klassen auch negative, nicht signifikante Zusammenhänge. Wie sich bereits bei Betrachtung der Korrelationen über den Untersuchungszeitraum hinweg angedeutet hat, scheint es sich bei der Rezeption um überdauernde Annahmen zum Verständnis des Unterrichtsdiskurses zu handeln, die von Lehrkräften und Lernenden relativ konsistent wahrgenommen und demnach auch eingeschätzt werden. Die Aussagen zur Partizipation beziehen sich stärker auf beobachtbare Verhaltensweisen und werden weniger übereinstimmend eingeschätzt. Dies zeigt sich auch in den mittleren Rangkorrelationen über alle 17 Klassen. Die Übereinstimmung zwischen Lehrer-Fremd- und Schüler-Selbsteinschätzung fällt im Mittel für die Rezeption ($M_r = .36$) deutlich höher aus als für die Partizipation ($M_r = .14$). Die mittleren Rangkorrelationen liegen damit in einem für die diagnostische Urteilsgenauigkeit üblichen Bereich (Südkamp & Möller, 2009). Korrelationen dieser Größenordnung können jedoch auch kritisch betrachtet werden: Praetorius et al. (2014) ließen Lehrkräfte einen ihnen unbekannten Lernenden, den die Lehrkräfte lediglich für 30 Sekunden auf einem Video sahen, hinsichtlich seiner Kompetenz einschätzen. Auch in dieser Studie zum akademischen Selbstkonzept zeigten sich Übereinstimmungen zwischen Lehrer-Fremd- und Schüler-Selbsteinschätzung von $r > .30$. Dennoch werden die mittleren Rangkorrelationen in der vorliegenden Arbeit als Indikator der Validität des Fragebogens zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten angesehen.

Wird weiterhin die Übereinstimmung der Lehrer-Fremdeinschätzung mit der Schüler-Selbsteinschätzung getrennt nach Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache betrachtet, so zeigen sich für beide Gruppen positive, nicht signifikante Zusammenhänge für die Partizipation ($r_{\text{deutsch}} = .15$, $p > .05$; $r_{\text{nichtdeutsch}} = .19$, $p > .05$) und signifikant positive Zusammenhänge für die Rezeption ($r_{\text{deutsch}} = .35$, $p < .001$; $r_{\text{nichtdeutsch}} = .36$, $p < .001$). Die Zusammenhänge sind für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache nur tendenziell etwas höher. Die Selbst- und Fremdeinschätzungen stimmen demnach für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache minimal besser überein.

Mit den beschriebenen signifikant positiven, jedoch geringen Korrelationen kann insgesamt eine Übereinstimmungsvalidität als spezielle Form der Kriteriumsvalidität für die Skala der rezeptiven Lerngelegenheiten und teilweise auch für die Skala der partizipativen Lerngelegenheiten angenommen werden. Das entwickelte Instrument zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten stellt insbesondere für die Erfassung rezeptiver Lerngelegenheiten ein ausreichend valides Testinstrument dar (Frage 1a).

Zusammenfassung. Sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt wurde eine ausreichend hohe Reliabilität der beiden Subskalen des Fragebogens zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten nachgewiesen (Frage 1a). Darüber hinaus wurde auch die Validität des Fragebogens mittels einer Validierung durch Lehrer-Fremdeinschätzungen bestätigt. Die operationalisierte Struktur der rezeptiven und partizipativen Lerngelegenheiten wird zu beiden Messzeitpunkten durch die empirischen Daten repräsentiert, sodass die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten in der vorliegenden Arbeit differenziert in den zwei definierten Bereichen erfasst werden können (Frage 1b). Zu beiden Messzeitpunkten liegt für den Fragebogen zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zudem Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache vor. Damit wird in beiden Gruppen das gleiche zugrunde liegende Konstrukt gemessen. Ein Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache hinsichtlich der Nutzung von Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht ist demnach möglich (Frage 1c).

9.1.4 Standardisierte Testverfahren

9.1.4.1 Allgemeine Sprachkompetenzen (SFD 3-4)

Für das standardisierte Instrument zur Erhebung der allgemeinen Sprachkompetenzen (SFD 3-4; Hobusch et al., 2002) zeigen sich für alle vier Subskalen hohe Lösungsraten ($M \geq .60$). Die Skalen wurden demnach von mehr als 60% der Kinder richtig gelöst. Drei Items wurden aufgrund zu hoher Lösungsraten sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt von den weiteren Analysen ausgeschlossen. Für die latenten Modellierungen wurden mittels exploratorischer Faktorenanalysen zwei Faktoren pro Subskala extrahiert und als Item-Parcels in die weiteren Analysen eingeschlossen (WS 1 und WS 2 – Wortschatz, PR 1 und PR 2 – Präpositionen, AR 1 und AR 2 – Artikel, HV 1 und HV 2 – Hörverstehen).

Die Skalenanalysen ergeben akzeptable bis gute Reliabilitäten der vier Subskalen zum ersten Messzeitpunkt ($.60 \leq$ *Cronbach's* $\alpha \leq .84$), ähnliche Werte zeigen sich zum zweiten Messzeitpunkt ($.61 \leq$ *Cronbach's* $\alpha \leq .86$). Die Testwerte aller vier Subskalen weisen eine leicht rechtssteile Verteilung auf und differenzieren damit zwischen leistungsstärkeren Lernenden nicht mehr gut. Der Kolmogorov-Smirnov-Test ergibt eine signifikante Abweichung von der Normalverteilung, die jedoch durch Betrachtung von Schiefe und Exzess (jeweils Betrag < 2) sowie durch die visuelle Prüfung von Histogramm und Q-Q-Plot relativiert wird. Die Voraussetzung der Normalverteilung kann demnach für die vier Subskalen der SFD 3-4 angenommen werden.

Latente Modellierungen zum ersten Messzeitpunkt zeigen für die gesamte Stichprobe auf der Ebene der Einzel-Items eine gute ($\chi^2 = 1260.25$, $df = 1169$, $p > .01$, $\chi^2/df = 1.08$, CFI = .96, RMSEA = .014, WRMR = 1.050), auf der Ebene der Item-Parcels eine akzeptable Modellpassung ($\chi^2 = 51.98$, $df = 20$, $p < .001$, $\chi^2/df = 2.60$, CFI = .96, RMSEA = .065, SRMR = 0.040). Vergleichbare Ergebnisse finden sich zum zweiten Messzeitpunkt auf der Ebene der Einzel-Items ($\chi^2 = 1077.26$, $df = 1028$, $p > .05$, $\chi^2/df = 1.05$, CFI = .96, RMSEA = .014, WRMR = 1.00) sowie auf der Ebene der Item-Parcels ($\chi^2 = 71.94$, $df = 20$, $p < .001$, $\chi^2/df = 3.60$, CFI = .92, RMSEA = .105, SRMR = 0.063), wobei auf der Ebene der Item-Parcels nur der SRMR-Wert noch im akzeptablen Bereich liegt.

In Rahmen von Messinvarianzanalysen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache wurde das Messmodell der SFD 3-4 auf der Ebene der

Item-Parcels zum ersten Messzeitpunkt zunächst für beide Gruppen getrennt geschätzt. Hier zeigt sich für die Gruppe der Kinder mit deutscher Familiensprache eine Modellpassung, die nicht mehr im akzeptablen Bereich liegt. Dies kann als Hinweis interpretiert werden, dass der Test bei Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache ein unterschiedliches Konstrukt der allgemeinsprachlichen Kompetenzen erfasst. Der Test wurde jedoch speziell für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache konstruiert, sodass für Kinder mit deutscher Familiensprache im Vorhinein deutlich höhere Lösungsraten zu erwarten wurden und der Test deren allgemeine Sprachkompetenzen weniger differenziert erhebt als die der Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache. Wird weiterhin trotz geringerer Modellpassung für die Gruppe der Lernenden mit deutscher Familiensprache das Ausgangsmodell mit in beiden Gruppen frei geschätzten Parametern zur Überprüfung konfiguraler Messinvarianz spezifiziert, so zeigt sich für dieses Modell eine leicht unter dem akzeptablen Bereich liegende Modellpassung (χ^2 = 131.22, $df = 40$, $p < .001$, $\chi^2/df = 3.28$, CFI = .87, RMSEA = .109, SRMR = 0.056). Diese verändert sich durch zunehmende Restriktionen im Rahmen der Messinvarianzanalysen nicht signifikant, sodass ohne Beachtung der geringen Modellpassung für Lernende mit deutscher Familiensprache skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für die SFD 3-4 angenommen werden kann. Vergleichbare Ergebnisse zeigen sich zum zweiten Messzeitpunkt. Die geringere Modellpassung für Lernende mit deutscher Familiensprache sollte dennoch Berücksichtigung finden, wenn Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache hinsichtlich ihrer allgemeinsprachlichen Kompetenzen verglichen werden.

9.1.4.2 Kognitive Grundfähigkeiten (CFT 1)

Für die drei verwendeten Subskalen des standardisierten Tests zur Erhebung der kognitiven Grundfähigkeiten (CFT 1; Cattell et al., 1997) zeigen sich akzeptable bis gute Reliabilitäten ($.62 \geq$ *Cronbach's* $\alpha \geq .75$). Nachdem es sich um ein standardisiertes Testverfahren handelt, das insbesondere sprachfair entwickelt wurde, wurden für den CFT 1 kein Messmodell spezifiziert sowie keine Messinvarianzanalysen durchgeführt. Auf Basis der in den Subskalen erreichten Testwerte wurde der IQ-Wert durch den Vergleich mit Normtabellen der Altersgruppe ermittelt ($M = 105.64$, $SD = 14.00$). Dieser wurde als manifeste Kontrollvariable in die latenten Modelle eingeschlossen und verteilt sich in der Stichprobe annähernd normalverteilt (Schiefe und Exzess jeweils Betrag < 2; visuelle Prüfung von Histogramm und Q-Q-Plot).

9.1.4.3 Mathematisches Selbstkonzept

Die sechs vierstufig kodierten Items zur Erhebung des mathematischen Selbstkonzepts (Werte 1 bis 4; vgl. Lerngelegenheiten) wurden zu Beginn und zum zweiten Messzeitpunkt durchgehend mit Tendenz zu einer hohen Ausprägung beantwortet ($M > 3.00$). Die Skala weist zum ersten und zum zweiten Messzeitpunkt eine gute Reliabilität von *Cronbach's* $\alpha = .88$ auf. Für die Verteilung der Testwerte ($M_{T1} = 3.26$, $SD_{T1} = 0.69$; $M_{T2} = 3.14$, $SD_{T2} = 0.69$) kann zu beiden Zeitpunkten eine annähernde Normalverteilung angenommen werden (Schiefe und Exzess jeweils Betrag < 2; visuelle Prüfung von Histogramm und Q-Q-Plot). Die latente Modellierung zum ersten Messzeitpunkt ergibt eine gute Modellpassung ($\chi^2 = 18.74$, $df = 9$, $p > .01$, $\chi^2/df = 2.08$, CFI = .99, RMSEA = .053, WRMR = 0.441), ein vergleichbares Ergebnis zeigt sich zum zweiten Messzeitpunkt ($\chi^2 = 21.99$, $df = 9$, $p < .001$, $\chi^2/df = 2.44$, CFI = .96, RMSEA = .078, WRMR = 0.605). Zum ersten Messzeitpunkt konnte konfigurale, metrische und skalare Messinvarianz, zum zweiten Messzeitpunkt konfigurale, partielle metrische und partielle skalare Messinvarianz nachgewiesen werden.

Zusammenfassung. Die in *Abschnitt 9.1* dargestellten Ergebnisse bestätigen die Qualität der entwickelten Erhebungsinstrumente in Bezug auf deren Reliabilität und Validität (Frage 1a) sowie deren Messstruktur (Frage 1b). Auch die Messinvarianz gegenüber einer nichtdeutschen Familiensprache konnte für alle entwickelten Erhebungsinstrumente nachgewiesen werden (Frage 1c). Auch die verwendeten standardisierten Erhebungsinstrumente erfüllen das Testgütekriterium der Reliabilität und zeigen eine mit den empirischen Daten übereinstimmende Messstruktur. Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache liegt für die SFD 3-4 nur in eingeschränktem Maße, für den Fragebogen zur Erfassung des mathematischen Selbstkonzepts in vollem Umfang vor. Für die kognitiven Grundfähigkeiten wurden keine Messinvarianzanalysen durchgeführt. Im Folgenden werden mit den dargestellten entwickelten und standardisierten Erhebungsinstrumenten inhaltliche Fragestellungen zu mathematischen Leistungsunterschieden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie deren Erklärung durch sprachbezogene Merkmale untersucht.

9.2 Disparitäten zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache

Um Unterschiede zwischen Kindern mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache bezüglich der mathematischen Kompetenz, den vier mathematischen Teilkompetenzen (Frage 2a) sowie der differenziert erfassten mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (Frage 2b) zu analysieren, wurden auf der Ebene der manifest beobachteten Variablen t-Tests für unabhängige Stichproben durchgeführt. Die in den latenten Modellierungen bestätigte Struktur der Konstrukte wurde an dieser Stelle berücksichtigt, indem Mittelwerte für die einzelnen Subskalen gebildet und diese wiederum zu einem Mittelwert für das gesamte Konstrukt zusammengefasst wurden.

Die bereits im Rahmen der latenten Modellierungen dargestellten Unterschiede in den latenten Mittelwerten zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher

Familiensprache werden in den t-Tests für unabhängige Stichproben bestätigt. Zum ersten Messzeitpunkt zeigen sich darüber hinaus fast durchgehend signifikante Vorteile für Lernende mit deutscher Familiensprache in den untersuchten Variablen (siehe Tabelle 28). Eine Ausnahme stellt die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als Gesamtskala sowie das mathematische Selbstkonzept dar, bei denen keine signifikanten Unterschiede vorliegen. Im Bereich der Partizipation hingegen schätzen sich Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache entgegen der Erwartung signifikant höher ein als Kinder mit deutscher Familiensprache. Werden die Effektstärken *Cohen's d* betrachtet, so liegt der größte Unterschied zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für die allgemeinsprachlichen Kompetenzen vor. Dieser sollte jedoch unter dem Vorbehalt interpretiert werden, dass für dieses Instrument keine Messinvarianz nachgewiesen werden konnte. In Bezug auf die Subskalen zeigt sich für die mathematische Kompetenz der bedeutsamste Unterschied in der Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen, für die fachsprachlichen Kompetenzen im textintegrativen Verständnis.

Zum zweiten Messzeitpunkt zeigt sich im Vergleich zum ersten Messzeitpunkt die gleiche Tendenz. Auch hier finden sich fast durchgehend signifikante Vorteile für Lernende mit deutscher Familiensprache. Eine Ausnahme stellen sowohl die Gesamtskala als auch die Subskalen der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten sowie das mathematische Selbstkonzept dar, für die sich keine signifikanten Unterschiede zeigen. Tendenziell wird jedoch auch hier bei den Lerngelegenheiten die Rezeption von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache als geringer berichtet, während sie ihre Partizipation höher einschätzen als Lernende mit deutscher Familiensprache.

In Bezug auf mathematische Kompetenz sowie auf die vier mathematischen Teilkompetenzen (Frage 2a) zeigen sich signifikante Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache erzielen trotz der sprachfairen Konstruktion des mathematischen Kompetenztests deutlich geringere Mathematikleistungen als Lernende mit deutscher Familiensprache. Dies zeigt sich für die vier mathematischen Teilkompetenzen jeweils in vergleichbarem Maße. Insbesondere der zu den anderen Teilkompetenzen vergleichbar starke Unterschied in der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen wurde nicht erwartet (vgl. Heinze et al., 2007).

Tabelle 28. *Mittelwerte (M), Standardabweichungen (SD) und Effektstärken (Cohen's d), aufgeteilt nach Familiensprache (T1, N = 383).*

	Nichtdeutsch ($N = 163$)		Deutsch ($N = 220$)		
	M	*SD*	***M***	*SD*	***Cohen's d***
Mathematische Kompetenz	**.53**	.20	**.66**	.17	**0.71*** **
Schematisierbare Anforderungen (SA)	**.72**	.27	**.85**	.20	**0.56*** **
Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (KA)	**.46**	.25	**.61**	.23	**0.63*** **
Anwendungsbezogene Anforderungen (AA)	**.50**	.26	**.65**	.25	**0.59*** **
Darstellungsbezogene Anforderungen (DA)	**.43**	.21	**.52**	.22	**0.42*** **
Fachsprachliche Kompetenzen	**.55**	.16	**.64**	.18	**0.52*** **
Aktiver Fachwortschatz (AW)	**.83**	.18	**.88**	.17	**0.29** **
Passiver Fachwort-schatz (PW)	**.59**	.22	**.66**	.23	**0.31** **
Textintegratives Ver-ständnis (LT1 – LT3)	**.55**	.17	**.63**	.18	**0.46*** **
Allgemeinsprachli-che Kompetenzen (SFD 3-4)	**.70**	.18	**.86**	.13	**1.04*** **
Wortschatz (WS)	**.72**	.23	**.89**	.16	**0.88*** **
Präpositionen (PR)	**.61**	.24	**.76**	.20	**0.69*** **
Artikel (AR)	**.72**	.21	**.90**	.15	**1.01*** **
Hörverständnis (HV)	**.76**	.23	**.88**	.18	**0.59*** **
Nutzung sprachba-sierter Lerngele-genheiten (OTL)	**2.86**	0.48	**2.90**	0.49	**0.08**
Rezeption	**2.72**	0.78	**2.95**	0.73	**0.31***
Partizipation	**3.01**	0.54	**2.86**	0.57	**-0.27** **
Mathematisches Selbstkonzept	**3.23**	0.70	**3.28**	0.69	**0.07**
SES	**2.89**	1.19	**3.69**	1.04	**0.72*** **
Kognitive Grund-fähigkeiten (CFT 1)	**102.12**	13.92	**108.25**	13.51	**0.45*** **

Anmerkung. Die Signifikanz der Mittelwertsunterschiede wurde jeweils mittels eines t-Tests für unabhängige Stichproben überprüft und an den Effektstärken markiert, *p < .05, **p < .01, ***p < .001.

Zusammenfassung. Auch in Bezug auf die in der vorliegenden Arbeit untersuchten sprachbezogenen Merkmale der fachsprachlichen Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (Frage 2b) finden sich bedeutsame Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Für die differenziert erfassten mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen zeigen sich erwartungskonform geringere Unterschiede in den beiden Subskalen zum Fachwortschatz (vgl. Haag et al., 2013) und im Vergleich etwas stärkere Unterschiede im textintegrativen Verständnis, das über die Kenntnis von Fachbegriffen hinaus auf bildungssprachliche Begriffe und Kohärenzbildungen fokussiert. Für die Nutzung der sprachbasierten Lerngelegenheiten zeigt sich insgesamt zwar kein Unterschied, für die Nutzung der rezeptiven Lerngelegenheiten jedoch das erwartete größere Verständnis des Unterrichtsdiskurses von Lernenden mit deutscher Familiensprache (Civil, 2008; Elbers & Haan, 2005). Entgegen der Erwartungen berichteten die Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache jedoch eine deutlich stärkere Unterrichtsbeteiligung in Form einer kommunikativen und kognitiven Partizipation als die Lernenden mit deutscher Familiensprache. Es bleibt zunächst offen, ob dieser Unterschied unter Umständen an ein höheres mathematisches Selbstkonzept der Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache gekoppelt ist (vgl. Ehm et al., 2011).

9.3 Die Rolle fachsprachlicher Kompetenzen

9.3.1 Zusammenhang von fachsprachlichen Kompetenzen mit mathematischer Kompetenz und allgemeinsprachlichen Kompetenzen

Zur Analyse des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen und fachsprachlichen Kompetenzen sowie der mathematischen Kompetenz zum ersten Messzeitpunkt (Frage 3a) wurde ein Modell mit latenten Korrelationen zwischen den Messmodellen spezifiziert. Das Modell weist eine gute bis akzeptable Modellpassung auf ($\chi^2 = 355.68$, $df = 185$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.92$, CFI = .94, RMSEA = .049, SRMR = 0.049) und zeigt positive, durchgehend signifikante Korrelationen zwischen den drei Konstrukten (siehe Abbildung 28). Fachsprachliche Kompetenzen hängen demnach sowohl mit der mathematischen Kompetenz als auch mit den allgemeinsprachlichen Kompetenzen zusammen, lassen sich aber dennoch von diesen beiden Konstrukten abgrenzen. Auch unter Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten zeigt sich eine gute bis akzeptable Modellpassung ($\chi^2 = 395.92$, $df = 203$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.95$, CFI = .94, RMSEA = .050, SRMR = 0.049). Die in Abbildung 28 in Klammern angegebenen latenten Korrelationen unter Kontrolle kognitiver Grundfähigkeiten zeigen nach wie vor signifikant positive Zusammenhänge zwischen den drei Konstrukten mit vergleichbarer Tendenz – der Zusammenhang zwischen fachsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz bleibt der bedeutsamste. Auch zum zweiten Messzeitpunkt hängen fachsprachliche Kompetenzen signifikant positiv mit der mathematischen Kompetenz und allgemeinsprachlichen Kompetenzen zusammen. Es zeigt sich insgesamt ein vergleichbares Bild mit etwas stärkeren Zusammenhängen, welches unter Kontrolle der kogniti-ven Grundfähigkeiten erhalten bleibt.

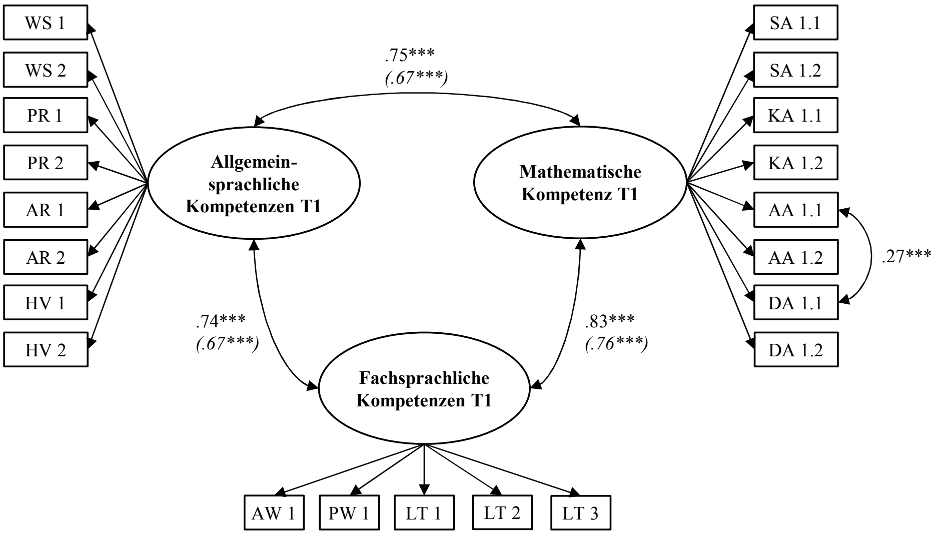


Abbildung 28. Modellierung des Zusammenhangs von fachsprachlichen Kompetenzen, allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz zu T1 ($N = 383$; MLR-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert), angegeben sind die Korrelationen zwischen den latenten Variablen (sowie unter Kontrolle kognitiver Grundfähigkeiten) und die zugelassene Korrelation zwischen AA 1.1 und DA 1.1, $^{***}p < .001$.

Für das Modell in Abbildung 28 konnte in Messinvarianzanalysen konfigurale, partielle metrische und skalare Messinvarianz nachgewiesen werden, wodurch ein Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache möglich ist. Bezüglich der Korrelationen zeigt sich der größte Unterschied zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für den Zusammenhang zwischen fachsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz. Hier zeigt sich bei Lernenden mit nicht-deutscher Familiensprache eine höhere Korrelation ($r = .84$, $p < .001$) als bei Lernenden mit deutscher Familiensprache ($r = .80$, $p < .001$). Dieser Unterschied ist jedoch nicht signifikant[11].

11 Die Signifikanz der Gruppenunterschiede wurde mittels eines weiteren Modellvergleichs geprüft. Dabei wurde das Modell zur Prüfung skalarer Messinvarianz (in dem die Korrelationskoeffizienten in den beiden Gruppen frei geschätzt wurden) mit einem Modell verglichen, in dem die Korrelationen der beiden Gruppen gleich gesetzt wurden. Weichen diese Modelle in ihren Modellpassungen nicht signifikant voneinander ab, unterscheiden sich die Korrelationen in den beiden untersuchten Gruppen nicht (Christ & Schlüter, 2012). Der an dieser Stelle durchgeführte Modellvergleich durch einen χ^2-Differenzentest mit Korrektur nach Satorra und Bentler (2010) ergibt eine nicht signifikante Abweichung der Modellpassungen ($\chi^2_{diff} = 0.65$, $p > .05$). Die Korrelationen unterscheiden sich damit nicht signifikant zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache.

Zur differenzierten Betrachtung der mathematischen Kompetenz wurde das in Abbildung 28 dargestellte Modell zusätzlich für jede der vier mathematischen Teilkompetenzen spezifiziert. Dazu wurden als Indikatoren der mathematischen Teilkompetenzen jeweils die Einzel-Items verwendet und die Modelle demnach mit dem WLSMV-Verfahren geschätzt. Die Modelle weisen (mit Ausnahme des CFI-Wertes und des WRMR-Wertes für das Modell der darstellungsbezogenen Anforderungen) jeweils eine gute Modellgüte auf. Die in Tabelle 29 dargestellten Zusammenhänge der mathematischen Teilkompetenzen mit den fachsprachlichen und allgemeinsprachlichen Kompetenzen zeigen durchgehend signifikant positive Korrelationen, die sich jedoch zwischen den vier mathematischen Teilkompetenzen deutlich unterscheiden. Fachsprachliche und allgemeinsprachliche Kompetenzen hängen am stärksten mit der Teilkompetenz zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen zusammen. Geringere Zusammenhänge finden sich hingegen mit der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen sowie für die allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit der Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen. Für die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen zeigt sich insbesondere ein deutlicher Zusammenhang mit den fachsprachlichen Kompetenzen.

Tabelle 29. *Latente Korrelationen zwischen den vier mathematischen Teilkompetenzen und den fachsprachlichen sowie allgemeinsprachlichen Kompetenzen zum ersten Messzeitpunkt (T1, N = 383).*

Mathematische Teilkompetenzen	$r_{\text{Fachsprache}}$	$r_{\text{Allgemeinsprache}}$
Schematisierbare Anforderungen (SA)[12]	.61***	.61***
Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (KA)[13]	.76***	.66***
Anwendungsbezogene Anforderungen (AA)[14]	.85***	.78***
Darstellungsbezogene Anforderungen (DA)[15]	.71***	.53***

Anmerkung. Die Modellierungen wurden mit dem WLSMV-Schätzer durchgeführt. Die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert. ***$p < .001$

Ein ähnliches Bild ergibt sich zum zweiten Messzeitpunkt (siehe Tabelle 30). Auch hier weisen die Modelle größtenteils (mit Ausnahme der CFI-Werte und der WRMR-Werte der Modelle der schematisierbaren und der darstellungsbezogenen Anforderungen) gute Modellpassungen auf. Auch zum zweiten Messzeitpunkt hängen die vier mathematischen Teilkompetenzen durchwegs signifikant positiv mit fachsprachlichen und allge-

12 Modellpassung AB: $\chi^2 = 266.80$, $df = 186$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.43$, CFI = .95, RMSEA = .034, WRMR = 0.984

13 Modellpassung KV: $\chi^2 = 379.02$, $df = 321$, $p > .01$, $\chi^2/df = 1.18$, CFI = .97, RMSEA = .022, WRMR = 0.888

14 Modellpassung TA: $\chi^2 = 182.38$, $df = 149$, $p > .01$, $\chi^2/df = 1.22$, CFI = .97, RMSEA = .024, WRMR = 0.711

15 Modellpassung AM: $\chi^2 = 547.71$, $df = 347$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.58$, CFI = .86, RMSEA = .039, WRMR = 1.312

meinsprachlichen Kompetenzen zusammen. Die stärksten Zusammenhänge zeigen sich auch hier mit der Teilkompetenz zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen, sowie geringere mit den Teilkompetenzen zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen (vor allem in Bezug auf die allgemeinsprachlichen Kompetenzen) und darstellungsbezogener Anforderungen. Die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen hängt wie bereits zum ersten Messzeitpunkt stärker mit fachsprachlichen als mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen zusammen.

Tabelle 30. *Latente Korrelationen zwischen den vier mathematischen Teilkompetenzen und den fachsprachlichen sowie allgemeinsprachlichen Kompetenzen zum zweiten Messzeitpunkt (T2, N = 237).*

Mathematische Teilkompetenzen	$r_{Fachsprache}$	$r_{Allgemeinsprache}$
Schematisierbare Anforderungen (SA)[16]	.68***	.50***
Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (KA)[17]	.76***	.63***
Anwendungsbezogene Anforderungen (AA)[18]	.84***	.77***
Darstellungsbezogene Anforderungen (DA)[19]	.62***	.60***

Anmerkung. Die Modellierungen wurden mit dem WLSMV-Schätzer durchgeführt. Die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert. ***p < .001

Zusammenfassung. Fachsprachliche Kompetenzen hängen sowohl zum ersten als auch zum zweiten Messzeitpunkt signifikant positiv mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz zusammen (Frage 3a). Ein Vergleich mit bestehenden Operationalisierungen der mathematischen Kompetenz und deren Abgrenzung von beispielsweise sprachlichen Kompetenzen bei Korrelationen von $r = .90$ bis $r = .95$ (z.B. bei PISA 2012; OECD, 2014) macht deutlich, dass die in der vorliegenden Arbeit entwickelte Operationalisierung der fachsprachlichen Kompetenzen von der mathematischen Kompetenz einerseits und allgemeinsprachlichen Kompetenzen andererseits abgegrenzt werden kann. Hierbei zeigen sich für die Zusammenhänge der drei Konstrukte keine signifikanten Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache, sodass die Konstrukte in beiden untersuchten Gruppen in vergleichbarem Maße zusammenhängen und sich jeweils als unterschiedliche Konstrukte abgrenzen lassen. Fachsprachliche Kompetenzen lassen sich auch dann von der mathematischen Kompetenz abgrenzen, wenn diese differenziert nach den vier mathematischen Teilkompetenzen betrachtet wird. Hier zeigt sich zudem, dass einzelne mathematische Teilkompetenzen stärker mit allgemein- und fachsprachlichen Kompetenzen zusammenhängen als andere. Insbesondere die Teilkompetenz zur Bewältigung anwendungs-

16 Modellpassung AB: $\chi^2 = 310.29$, $df = 186$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.67$, CFI = .88, RMSEA = .053, WRMR = 1.171

17 Modellpassung KV: $\chi^2 = 386.08$, $df = 321$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.20$, CFI = .94, RMSEA = .029, WRMR = 0.981

18 Modellpassung TA: $\chi^2 = 228.69$, $df = 186$, $p > .01$, $\chi^2/df = 1.23$, CFI = .95, RMSEA = .031, WRMR = 0.815

19 Modellpassung AM: $\chi^2 = 510.10$, $df = 347$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.47$, CFI = .88, RMSEA = .045, WRMR = 1.358

bezogener Anforderungen hängt deutlich mit fachsprachlichen Kompetenzen zusammen, was ähnliche Anforderungen in den zugrunde liegenden Items vermuten lässt. Die Kompetenzen zur Bewältigung schematisierbarer sowie darstellungsbezogener Anforderungen hängen hingegen in etwas geringere Maße mit den sprachlichen Kompetenzen zusammen. Diese Ergebnisse deuten an dieser Stelle tendenziell auf die variierende Relevanz sprachlicher Kompetenzen für einzelne Bereiche der mathematischen Kompetenz hin (Heinze et al., 2007).

9.3.2 Fachsprachliche Kompetenzen als Mediator des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz

Um die vermutete Rolle der fachsprachlichen Kompetenzen als Mediator des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischer Kompetenz zu untersuchen (Frage 3b), wurden in dem in *Abschnitt 9.3.1* in Abbildung 28 dargestellten Modell gerichtete Beziehungen (Regressionen) statt Korrelationen und damit ein Mediationsmodell spezifiziert. Die Modellpassung bleibt dabei identisch ($\chi^2 = 355.68$, $df = 185$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.92$, CFI = .94, RMSEA = .049, SRMR = 0.049). In einem weiteren Modell wurden zusätzlich die kognitiven Grundfähigkeiten kontrolliert, auch hier bleibt die Modellpassung gleich ($\chi^2 = 395.92$, $df = 203$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.95$, CFI = .94, RMSEA = .050, SRMR = 0.049).

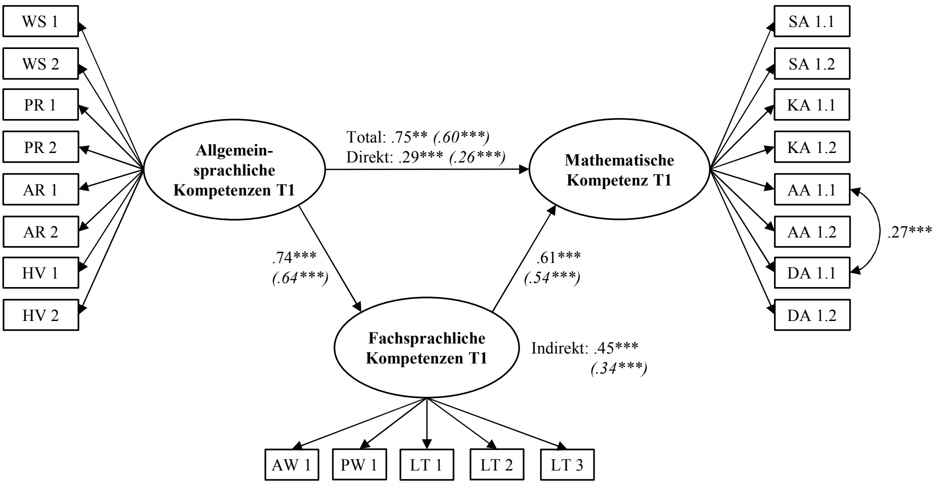


Abbildung 29. Modellierung der fachsprachlichen Kompetenzen als Mediator des gerichteten Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu T1 ($N = 383$; MLR-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert), angegeben sind die standardisierten Regressionskoeffizienten (sowie unter Kontrolle kognitiver Grundfähigkeiten) und die zugelassene Korrelation zwischen AA 1.1 und DA 1.1, ***$p < .001$.

Das in Abbildung 29 dargestellte Mediationsmodell zeigt einen signifikant positiven Zusammenhang der allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit der mathematischen

Kompetenz, wenn die fachsprachlichen Kompetenzen nicht berücksichtig werden (totaler Effekt; $\beta = .75$, $p < .001$). Auch die beiden Pfade über die fachsprachlichen Kompetenzen sind jeweils signifikant positiv. Fachsprachliche Kompetenzen hängen demnach positiv von allgemeinsprachlichen Kompetenzen ab ($\beta = .74$, $p < .001$) und die mathematische Kompetenz ($\beta = .61$, $p < .001$) wiederum positiv von dieser. Es zeigt sich darüber hinaus ein signifikant positiver indirekter Effekt der fachsprachlichen Kompetenzen ($\beta = .45$, $p < .001$). Fachsprachliche Kompetenzen mediieren demnach den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz. Es handelt sich allerdings um keine vollständige Mediation, da ein signifikant positiver direkter Effekt der allgemeinsprachlichen Kompetenzen erhalten bleibt ($\beta = .29$, $p < .001$). Ein vergleichbares Bild zeigt sich unter Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten (siehe Abbildung 29).

Wie bereits in *Abschnitt 9.3.1* berichtet, konnte für das Modell in Abbildung 28 beziehungsweise Abbildung 29 konfigurale, partielle metrische und skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nachgewiesen werden. Dies ermöglicht einen Vergleich der gerichteten Beziehung zwischen allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz sowie deren Vermittlung durch fachsprachliche Kompetenzen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Dieser Vergleich ergibt jedoch keine signifikanten Unterschiede zwischen den beiden Gruppen[20]. Tendenziell zeigt sich ein etwas stärkerer Zusammenhang der allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit mathematischer Kompetenz für Lernende mit deutscher Familiensprache (totaler Effekt; $\beta = .74$, $p < .001$) im Vergleich zu Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache (totaler Effekt; $\beta = .70$, $p < .001$). Der indirekte Effekt über die fachsprachlichen Kompetenzen ist hingegen bei den Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache etwas größer ($\beta = .49$, $p < .001$) als bei Lernenden mit deutscher Familiensprache ($\beta = .44$, $p < .001$). Unter Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten finden sich für das Modell in Abbildung 29 hingegen signifikante Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache[21]. Für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache zeigt sich hier eine vollständige Mediation des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz durch die fachsprachlichen

20 Auch an dieser Stelle wurde die Signifikanz der Gruppenunterschiede mittels eines weiteren Modellvergleichs geprüft. Das Modell, in dem die Regressionskoeffizienten der beiden Gruppen gleich gesetzt wurden, weicht im χ^2-Differenzentest mit Korrektur nach Satorra und Bentler (2010) nicht signifikant von dem Modell zur Prüfung skalarer Messinvarianz ab ($\chi^2_{diff} = 2.56$, $p > .05$). Die Regressionskoeffizienten unterscheiden sich demnach nicht signifikant zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache.

21 Die Signifikanz der Gruppenunterschiede wurde mittels eines weiteren Modellvergleichs geprüft. Das Modell, in dem die Regressionskoeffizienten der beiden Gruppen gleich gesetzt wurden, weicht im χ^2-Differenzentest mit Korrektur nach Satorra und Bentler (2010) signifikant von dem Modell mit für beide Gruppen frei geschätzten Regressionskoeffizienten ab ($\chi^2_{diff} = 24.95$, $p < .001$). Die Regressionskoeffizienten unterscheiden sich damit signifikant zwischen Kindern mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache.

Kompetenzen (indirekter Effekt: $ß = .37$, $p < .001$; direkter Effekt: $ß = .16$, $p > .05$), während der Zusammenhang für Lernende mit deutscher Familiensprache nur teilweise über fachsprachliche Kompetenzen vermittelt wird (indirekter Effekt: $ß = .34$, $p < .001$; direkter Effekt: $ß = .28$, $p < .05$). Fachsprachliche Kompetenzen stellen demnach für beide Gruppen, insbesondere jedoch für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache relevante Kompetenzen zur Erklärung interindividueller mathematischer Kompetenzunterschiede dar.

Um die mathematische Kompetenz auch hier differenziert zu betrachten, wurde das in Abbildung 29 dargestellte Mediationsmodell für die vier mathematischen Teilkompetenzen auf Basis der Einzel-Items spezifiziert (WLSMV-Schätzer). Die Modelle weisen mit Ausnahme des CFI-Wertes und des WRMR-Wertes für das Modell der darstellungsbezogenen Anforderungen jeweils eine gute Modellpassung auf, wie im Rahmen von Tabelle 31 berichtet wird. Die in dieser Tabelle dargestellten Regressionskoeffizienten zeigen zunächst einen jeweils signifikant positiven Zusammenhang der allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit den mathematischen Teilkompetenzen, wenn die fachsprachlichen Kompetenzen nicht berücksichtigt werden (totale Effekte). Der stärkste Zusammenhang der allgemeinsprachlichen Kompetenzen zeigt sich hier mit der Teilkompetenz zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen. Für jedes Modell hängen außerdem die allgemeinsprachlichen Kompetenzen signifikant positiv mit den fachsprachlichen Kompetenzen zusammen und diese wiederum mit der mathematischen Teilkompetenz. Darüber hinaus zeigt sich für alle mathematischen Teilkompetenzen ein signifikant positiver indirekter Effekt der fachsprachlichen Kompetenzen. Fachsprachliche Kompetenzen stellen demnach für jede mathematische Teilkompetenz einen Mediator für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz dar. Wird der verbleibende Zusammenhangs zwischen den allgemeinsprachlichen Kompetenzen und den vier mathematischen Teilkompetenzen betrachtet, zeigt sich für die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen eine vollständige Mediation. Der im Vergleich zu den anderen mathematischen Teilkompetenzen am geringsten ausgeprägte Zusammenhang mit den allgemeinsprachlichen Kompetenzen wird demnach für die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen komplett über die fachsprachlichen Kompetenzen vermittelt. Die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen für die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen hat sich bereits bei Betrachtung der latenten Korrelationen angedeutet, der Zusammenhang zu den fachsprachlichen Kompetenzen fällt hier deutlich höher aus als der zu den allgemeinsprachlichen Kompetenzen. Durch Berücksichtigung der fachsprachlichen Kompetenzen deutlich geringere Zusammenhänge mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen (direkte Effekte in Tabelle 31) zeigen sich auch für die Teilkompetenzen zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen sowie zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen. Vollständige Mediationen liegen hier jedoch nicht vor, sodass für diese mathematischen Teilkompetenzen ein signifikanter Zusammenhang mit den allgemeinsprachlichen Kompetenzen bestehen bleibt. Für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen zeigt sich im Vergleich zu dem indirekten Effekt der fachsprachlichen Kompetenzen ein größerer Zusammenhang mit den allgemeinsprachlichen Kompetenzen (direkter Effekt), sodass hier die vermittelnde Rolle der fachsprachlichen Kompetenzen im Vergleich zu den anderen mathematischen Teilkompetenzen den geringsten Stellenwert einnimmt.

Tabelle 31. *Alleinige (totale), über fachsprachliche Kompetenzen vermittelte (indirekte) und unter Kontrolle fachsprachlicher Kompetenzen berechnete (direkte) Effekte der allgemeinsprachlichen Kompetenzen auf die vier mathematischen Teilkompetenzen zum ersten Messzeitpunkt (T1, N = 383).*

Mathematische Teilkompetenzen	β_{total}	$\beta_{indirekt}$	β_{direkt}
Schematisierbare Anforderungen (SA)[22]	.61***	.26***	.34***
Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (KA)[23]	.66***	.49***	.18*
Anwendungsbezogene Anforderungen (AA)[24]	.78***	.49***	.29***
Darstellungsbezogene Anforderungen (DA)[25]	.53***	.59***	-.07

Anmerkung. Die Modellierungen wurden mit dem WLSMV-Schätzer durchgeführt. Die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert. Angegeben sind die standardisierten Regressionskoeffizienten. *p < .05, ***p < .001

Insgesamt stellen fachsprachliche Kompetenzen über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus einen relevanten Prädiktor zur Erklärung interindividueller mathematischer Kompetenzunterschiede dar (Frage 3b). Während dies für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache in gleichem Maße gilt, zeigt sich unter Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten nur für die Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache eine vollständige Mediation des Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz durch die fachsprachlichen Kompetenzen. Fachsprachliche Kompetenzen scheinen demnach für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache relevanter zu sein, um den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz zu erklären. Auch im Hinblick auf die differenzierte Betrachtung der mathematischen Kompetenz finden sich Unterschiede. Hier vermitteln fachsprachliche Kompetenzen insbesondere die sprachlichen Einflüsse auf die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen, was sich für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen in deutlich geringerem Ausmaß zeigt. Die theoretisch fundierte Vermutung der Relevanz

22 Modellpassung AB: χ^2 = 266.80, df = 186, p < .001, χ^2/df = 1.43, CFI = .95, RMSEA = .034, WRMR = 0.984

23 Modellpassung KV: χ^2 = 407.24, df = 347, p > .01, χ^2/df = 1.17, CFI = .97, RMSEA = .021, WRMR = 0.902

24 Modellpassung TA: χ^2 = 182.38, df = 149, p > .01, χ^2/df = 1.22, CFI = .97, RMSEA = .024, WRMR = 0.711

25 Modellpassung AM: χ^2 = 547.71, df = 347, p < .001, χ^2/df = 1.58, CFI = .86, RMSEA = .039, WRMR = 1.312

fachsprachlicher Kompetenzen kann demnach für die Zusammenhänge zum ersten Messzeitpunkt bestätigt werden (Bae et al., 2015).

9.4 Die Rolle der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten

9.4.1 Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten, mathematische Kompetenz und mathematisches Selbstkonzept[26]

Zur Analyse des Zusammenhangs der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz einerseits und dem mathematischen Selbstkonzept andererseits (Frage 4a) wurde das in Abbildung 30 dargestellte Modell mit latenten Korrelationen zwischen den Messmodellen spezifiziert. Das Modell weist eine sehr gute Modellgüte auf ($\chi^2 = 252.99$, $df = 202$, $p < .01$, $\chi^2/df = 1.25$, CFI = .98, RMSEA = .026, WRMR = 0.882) und zeigt positive, größtenteils signifikante Korrelationen zwischen den vier Konstrukten. Die zwei Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten lassen sich demnach gut voneinander abgrenzen (wie bereits in *Abschnitt 9.1.3.3* für das Messmodell gezeigt). Für die gesamte Stichprobe hängt die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten signifikant positiv mit der mathematischen Kompetenz ($r = .41$, $p < .001$) und dem mathematischen Selbstkonzept ($r = .32$, $p < .001$) zusammen. Für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten zeigt sich hingegen ein signifikant positiver Zusammenhang mit dem mathematischen Selbstkonzept ($r = .62$, $p < .001$), jedoch nicht mit der mathematischen Kompetenz ($r = .11$, $p > .05$). Insgesamt zeigen die Zusammenhänge mit dem mathematischen Selbstkonzept, dass sowohl rezeptive ($r = .32$, $p < .001$) als auch partizipative ($r = .62$, $p < .001$) Lerngelegenheiten von der Selbsteinschätzung zum mathematischen Selbstkonzept abgegrenzt werden können. Zum zweiten Messzeitpunkt zeigen sich eine ebenso gute Modellpassung ($\chi^2 = 281.32$, $df = 202$, $p < .001$, $\chi^2/df = 1.39$, CFI = .96, RMSEA = .041, WRMR = 1.00) sowie vergleichbare Zusammenhänge zwischen den Variablen, wobei hier rezeptive und partizipative Lerngelegenheiten signifikant positiv korrelieren (wie bereits im Messmodell in *Abschnitt 9.1.3.3* gezeigt) und auch ein signifikant positiver Zusammenhang zwischen der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten und der mathematischen Kompetenz vorliegt. Dieser ist jedoch auch zum zweiten Messzeitpunkt deutlich geringer als der Zusammenhang mit der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten.

26 Die in diesem Abschnitt dargestellten Ergebnisse wurden bereits in einem gemeinsamen Beitrag mit Stefan Ufer veröffentlicht (Bochnik & Ufer, 2016b). Der Anteil des Koautors beschränkte sich dabei auf die Beratung zur Konzeption der Studie sowie Rückmeldungen zum Aufbau und zur Strukturierung des Textes.

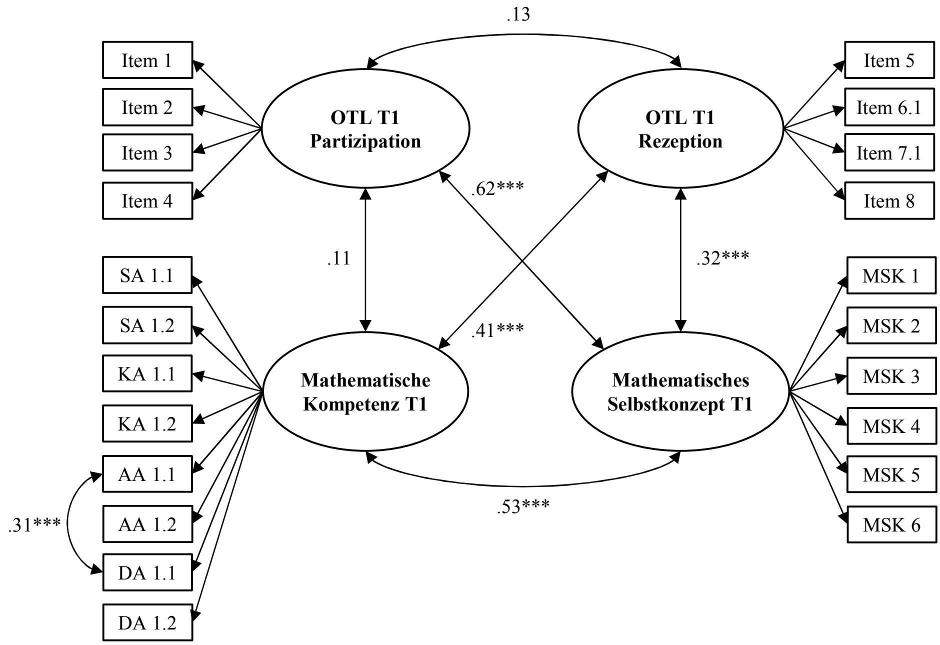


Abbildung 30. Modellierung des Zusammenhangs der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten, mathematischer Kompetenz und des mathematischen Selbstkonzepts zu T1 ($N = 383$; WLSMV-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert), angegeben sind die Korrelationen zwischen den latenten Variablen sowie die zugelassene Korrelation zwischen AA 1.1 und DA 1.1, $^{***}p < .001$.

Für das in Abbildung 30 dargestellte Modell wurden Messinvarianzanalysen durchgeführt, in denen konfigurale, metrische und skalare Messinvarianz nachgewiesen werden konnte, sodass ein Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache möglich ist. In *Abschnitt 9.2* wurden bereits Mittelwertsunterschiede in den Selbsteinschätzungen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache berichtet. Hier zeigten sich für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache signifikant niedrigere Werte für die rezeptiven Lerngelegenheiten, signifikant höhere Werte für die partizipativen Lerngelegenheiten sowie vergleichbare Werte für das mathematische Selbstkonzept. Auch die latenten Korrelationen in der latenten Modellierung in Abbildung 30 wurden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache verglichen, dargestellt in Tabelle 32. Dabei liegen keine signifikanten Unterschiede in den latenten Korrelationen zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache vor[27], es handelt sich im Folgenden ent-

27 Die Signifikanz der Gruppenunterschiede wurde mittels eines weiteren Modellvergleichs geprüft. Das Modell, in dem die Korrelationskoeffizienten der beiden Gruppen gleich gesetzt wurden, weicht im χ^2-Differenzentest mit dem in MPlus implementierten Verfahren (Muthén & Muthén, 1998–2015) nicht signifikant von dem Modell zur Prüfung skalarer Messinvarianz ab ($\chi^2_{diff} = 39.60$, $p > .05$). Die Korrelationskoeffizienten unterscheiden sich demnach nicht signifikant zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache.

sprechend um Tendenzen. Für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache können die beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten deutlich voneinander getrennt werden ($r = .04$, $p > .05$), während diese für Lernende mit deutscher Familiensprache signifikant, aber in geringem Maße korrelieren ($r = .26$, $p < .01$). Weiterhin gehen hohe Werte im Bereich der partizipativen Lerngelegenheiten bei Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache mit einer höheren mathematischen Kompetenz einher ($r = .30$, $p < .05$), für Lernende mit deutscher Familiensprache zeigt sich dieser Zusammenhang hingegen nicht ($r = .14$, $p > .05$). Die selbstberichtete Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten korreliert in beiden Gruppen signifikant positiv mit der mathematischen Kompetenz. Auch das mathematische Selbstkonzept korreliert in beiden Gruppen signifikant mit der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten. Dabei zeigten sich für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache ein tendenziell geringerer Zusammenhang des mathematischen Selbstkonzepts mit den rezeptiven Lerngelegenheiten sowie ein tendenziell stärkerer Zusammenhang mit den partizipativen Lerngelegenheiten. Die Daten unterstützen zusätzlich den Eindruck, dass für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache die mathematische Kompetenz tendenziell stärker mit dem mathematischen Selbstkonzept zusammenhängt (vgl. auch Ehm et al., 2011).

Tabelle 32. *Latente Korrelationen zwischen der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (OTL), mathematischer Kompetenz und mathematischem Selbstkonzept, aufgeteilt nach Lernenden mit deutscher (N = 220) und nichtdeutscher (N = 163) Familiensprache.*

Variable	Familiensprache	1	2	3	4
1. OTL-Rezeption	Deutsch	–			
	Nichtdeutsch				
2. OTL-Partizipation	Deutsch	.26**	–		
	Nichtdeutsch	*.04*			
3. Mathematische Kompetenz	Deutsch	.39***	.14	–	
	Nichtdeutsch	*.42****	*.30**		
4. Mathematisches Selbstkonzept	Deutsch	.39***	.56***	.50***	–
	Nichtdeutsch	*.25***	*.77****	*.69****	

Anmerkung. *$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$

Zusammenfassend lassen sich die beiden operationalisierten Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten gut voneinander und auch vom mathematischen Selbstkonzept als weiterer mathematikbezogenen Selbsteinschätzungen sowie der mathematischen Kompetenz abgrenzen (Frage 4a). Der zum ersten Messzeitpunkt schwach ausgeprägte Zusammenhang der beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten liegt allerdings zum zweiten Messzeitpunkt signifikant vor, was durch die veränderte Formulierung von zwei der Items zu den rezeptiven Lerngelegenheiten erklärt werden kann (siehe *Abschnitt 9.1.3.3*). Die Items zur Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten enthielten zum ersten Messzeitpunkt durchgehend Verneinungen, sodass eine Zustimmung der jeweiligen Aussage mit keiner Nutzung der abgefragten Lerngelegenheit einherging. Insbesondere für Lernende mit geringen Deutschkenntnissen stellen Aussagen dieser Art möglicherweise eine Schwierigkeit dar. Der gering ausgeprägte Zusammenhang der rezeptiven und partizipativen Lerngelegenheiten zum ersten Messzeitpunkt scheint auf die Gruppe der Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache zurückzuführen zu sein. Für diese Gruppe liegt zum ersten Messzeitpunkt kein Zusammenhang zwischen rezeptiven und partizipativen Lerngelegenheiten vor, unter Umständen haben diese Lernenden die negativ formulierten Items anders beantwortet als ihre Mitschüler mit deutscher Familiensprache.

Werden weiterhin die Zusammenhänge der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit der mathematischen Kompetenz betrachtet, so zeigt sich insgesamt ein geringer Zusammenhang der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz, wobei sich in der Gruppe der Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache hier ein signifikant positiver Zusammenhang findet. Diese Kinder geben zudem an, sich häufiger aktiv am Unterricht zu beteiligen, erzielen jedoch geringere Mathematikleistungen als Lernende mit deutscher Familiensprache (siehe *Abschnitt 9.2*). Die zwar positiv mit der Mathematikleistung zusammenhängende aktive Beteiligung am Unterricht scheint demnach nicht auszureichen, um die geringeren Mathematikleistungen auszugleichen. Abschließend zeigt der Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache, dass die Selbsteinschätzungen zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten von Kindern mit nichtdeutscher Familiensprache stärker von der mathematischen Kompetenz und – im Fall der partizipativen Lerngelegenheiten – vom mathematischen Selbstkonzept abhängen.

9.4.2 Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als Mediator des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz

Um die Rolle der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als Mediator des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu untersuchen (Frage 4b), müssen als Voraussetzung einer Mediationsanalyse korrelative Zusammenhänge zwischen den zu untersuchenden Variablen gegeben sein. Der signifikant positive Zusammenhang allgemeinsprachlicher Kompetenzen und mathematischer Kompetenz wurde bereits in *Abschnitt 9.3.1* im Rahmen der Abgrenzung der fachsprachlichen Kompetenzen nachgewiesen. Wie im vorherigen Abschnitt (*9.4.1*) gezeigt, liegt für die Rezeption sowohl für die gesamte Stichprobe als auch für Lernende mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache ein signifikant positiver Zusammenhang mit der mathematischen Kompetenz vor. Dies gilt für die Partizipation nur für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache. Die Zusammenhänge der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit den allgemeinsprachlichen Kompetenzen werden in Tabelle 33 dargestellt und zeigen einen signifikant positiven Zusammenhang mit der Rezeption, jedoch keinen signifikanten Zusammenhang mit der Partizipation. Dies gilt jeweils sowohl für die Gesamtstichprobe als auch für die beiden untersuchten Gruppen. Inwieweit Kinder partizipative Lerngelegenheiten nutzen, sich also aktiv am Mathematikunterricht beteiligen, hängt demnach nicht mit ihren allgemeinsprachlichen Kompetenzen zusammen. Nachdem dieser theoretisch fundierte, vermutete Zusammenhang nicht gezeigt werden konnte, werden im Folgenden nur die rezeptiven Lerngelegenheiten als Mediator des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz untersucht.

Tabelle 33. *Latente Korrelationen zwischen allgemeinsprachlichen Kompetenzen und Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (OTL), dargestellt für die Gesamtstichprobe (N = 383), Lernende mit deutscher (N = 220) und nichtdeutscher (N = 163) Familiensprache zum ersten Messzeitpunkt (T1).*

Allgemeinsprachliche Kompetenzen	OTL-Rezeption	OTL-Partizipation
Gesamt[28]	**.34*****	**-.06**
Deutsch[29]	.30***	.09
Nichtdeutsch	*.38****	*-.01*

Anmerkung. Die Modellierungen wurden mit dem WLSMV-Schätzer durchgeführt. Die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert. ***$p < .001$

Das in Abbildung 31 dargestellte Mediationsmodell der Rezeption zeigt eine mit Ausnahme des CFI-Wertes gute Modellpassung ($\chi^2 = 219.56$, $df = 166$, $p < .01$, $\chi^2/df = 1.32$, CFI = .95, RMSEA = .029, WRMR = 0.789). Es zeigt sich hier der wiederholt dargestellte signifikant positive Zusammenhang der allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit der mathematischen Kompetenz, wenn die rezeptiven Lerngelegenheiten nicht berücksichtig werden (totaler Effekt; $\beta = .78$, $p < .001$). Auch die Pfade über die Rezeption sind jeweils signifikant positiv. Allgemeinsprachliche Kompetenzen hängen demnach positiv mit den rezeptiven Lerngelegenheiten zusammen ($\beta = .34$, $p < .001$) und diese wiederum positiv mit der mathematischen Kompetenz ($\beta = .17$, $p < .01$). Es zeigt sich darüber hinaus ein kleiner, aber signifikant positiver indirekter Effekt der rezeptiven Lerngelegenheiten ($\beta = .06$, $p < .01$). Die rezeptiven Lerngelegenheiten stellen demnach einen Mediator für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz dar. Es handelt sich dabei um keine vollständige Mediation, da ein signifikant positiver Zusammenhang der allge-

28 Modellpassung: $\chi^2 = 130.07$, $df = 101$, $p > .01$, $\chi^2/df = 1.29$, CFI = .96, RMSEA = .027, WRMR = 0.831

29 Zur Berechnung der latenten Korrelationen von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache wurden Messinvarianzanalysen für das Gesamtmodell durchgeführt, in denen konfigurale, partielle metrische und skalare Messinvarianz nachgewiesen werden konnte. Die latenten Korrelationen für die Gruppe der Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache beziehen sich auf das Modell zur Prüfung skalarer Messinvarianz ($\chi^2 = 286.67$, $df = 237$, $p < .01$, $\chi^2/df = 1.21$, CFI = .92, RMSEA = .033, WRMR = 1.348).

meinsprachlichen Kompetenzen mit der mathematischen Kompetenz erhalten bleibt (direkter Effekt; $\beta = .72$, $p < .001$).

In Messinvarianzanalysen konnte konfigurale, partielle metrische und skalare Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für das Mediationsmodell in Abbildung 31 nachgewiesen werden, sodass ein Vergleich zwischen den beiden Gruppen möglich ist. Hier zeigt sich die bereits für die Gesamtstichprobe nachgewiesene Mediation durch die rezeptiven Lerngelegenheiten nur für die Lernenden mit deutscher Familiensprache (indirekter Effekt $\beta = .11$, $p < .05$). Während demnach das selbst wahrgenommene Verständnis sprachlicher Äußerungen im Mathematikunterricht für Lernende mit deutscher Familiensprache den gerichteten Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz vermittelt, gilt dies für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache nicht. Für diese Gruppe hängen allgemeinsprachliche Kompetenzen in einem höheren Maße mit rezeptiven Lerngelegenheiten zusammen, was sich bereits bei Betrachtung der Korrelationen andeutete. Auch die Korrelation zwischen den rezeptiven Lerngelegenheiten und der mathematischen Kompetenz zeigt für diese Gruppe einen höheren Wert, wie in *Abschnitt 9.4.1* deutlich wurde. Werden zusätzlich allgemeinsprachliche Kompetenzen berücksichtigt, hängen die rezeptiven Lerngelegenheiten jedoch nicht signifikant mit der mathematischen Kompetenz zusammen, sodass sich insgesamt kein Mediationseffekt der rezeptiven Lerngelegenheiten für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache zeigt.

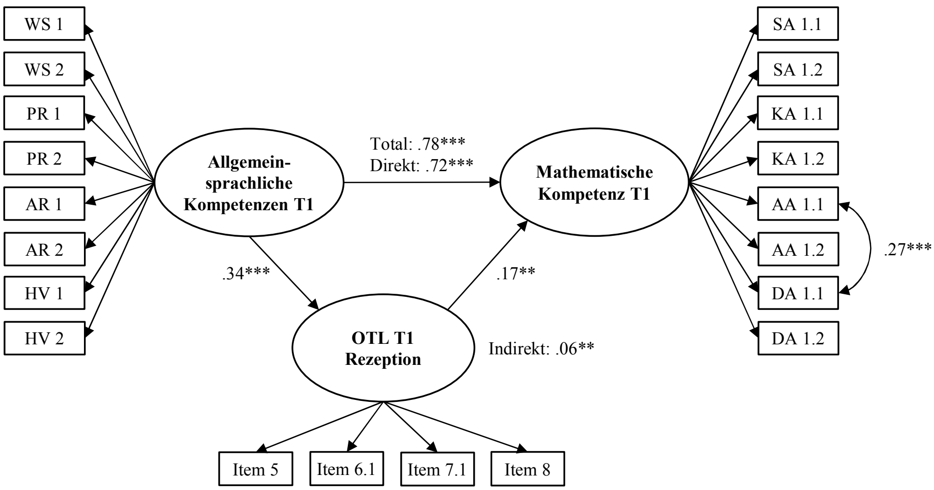


Abbildung 31. Modellierung der rezeptiven Lerngelegenheiten (OTL) als Mediator des gerichteten Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu T1 ($N = 383$; WLSMV-Schätzer; die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert), angegeben sind die standardisierten Regressionskoeffizienten sowie die zugelassene Korrelation zwischen TA 1.1 und AM 1.1, $^{*}p < .05$, $^{**}p < .01$, $^{***}p < .001$.

Für die differenzierte Betrachtung der mathematischen Kompetenz wurde das in Abbildung 31 dargestellte Mediationsmodell für jede mathematische Teilkompetenz auf Basis der Einzel-Items spezifiziert (WLSMV-Schätzer). Die Modelle weisen mit Ausnahme des CFI-Wertes und des WRMR-Wertes für das Modell der darstellungsbezogenen Anforderungen jeweils eine gute bis akzeptable Modellgüte auf. Die in Tabelle 34 dargestellten Regressionskoeffizienten zeigen zunächst einen jeweils signifikant positiven Zusammenhang von den allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit den mathematischen Teilkompetenzen, wenn die rezeptiven Lerngelegenheiten nicht berücksichtigt werden (totale Effekte). Die indirekten Effekte deuten auf eine geringe, aber signifikante Mediation des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz durch selbstberichtete rezeptive Lerngelegenheiten für die mathematischen Teilkompetenzen zur Bewältigung der anwendungsbezogenen, darstellungsbezogenen sowie konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen hin, während dies für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen nicht gilt. Hier wird der Einfluss der Sprache auch nicht teilweise über das selbst eingeschätzte Verständnis sprachlicher Handlungen im Mathematikunterricht vermittelt. Für alle vier mathematischen Teilkompetenzen bleibt unter Berücksichtigung der rezeptiven Lerngelegenheiten ein starker Zusammenhang der allgemeinsprachlichen Kompetenzen mit der mathematischen Kompetenz erhalten, sodass dieser Zusammenhang jeweils nur zu einem geringen Teil durch die rezeptiven Lerngelegenheiten vermittelt wird.

Tabelle 34. *Alleinige (totale), über die Rezeption vermittelte (indirekte) und unter Kontrolle der Rezeption berechnete (direkte) Effekte der allgemeinsprachlichen Kompetenzen auf die vier mathematischen Teilkompetenzen zum ersten Messzeitpunkt (T1, N = 383).*

Mathematische Teilkompetenzen	β_{total}	$\beta_{indirekt}$	β_{direkt}
Schematisierbare Anforderungen (SA)[30]	.61***	.03	.58***
Konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (KA)[31]	.66***	.06*	.60***
Anwendungsbezogene Anforderungen (AA)[32]	.78***	.07***	.71***
Darstellungsbezogene Anforderungen (DA)[33]	.53***	.05**	.47***

Anmerkung. Die Modellierungen wurden mit dem WLSMV-Schätzer durchgeführt. Die Standardfehler wurden für die hierarchische Struktur der Daten korrigiert. Angegeben sind die standardisierten Regressionskoeffizienten. *p < .05, **p < .01, ***p < .001

30 Modellpassung AB: χ^2 = 241.56, df = 167, p < .001, χ^2/df = 1.45, CFI = .94, RMSEA = .034, WRMR = 1.055

31 Modellpassung KV: χ^2 = 360.78, df = 296, p < .01, χ^2/df = 1.22, CFI = .97, RMSEA = .024, WRMR = 0.967

32 Modellpassung TA: χ^2 = 167.10, df = 132, p > .01, χ^2/df = 1.27, CFI = .97, RMSEA = .026, WRMR = 0.824

33 Modellpassung AM: χ^2 = 499.11, df = 321, p < .001, χ^2/df = 1.55, CFI = .84, RMSEA = .038, WRMR = 1.367

Zusammenfassend nimmt von den beiden Bereichen der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten nur die Rezeption, also das selbst eingeschätzte Verständnis sprachlicher Handlungen im Mathematikunterricht, eine vermittelnde Rolle für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz ein (Frage 4b). Ein Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zeigt an dieser Stelle, dass die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten nur für die Gruppe der Lernenden mit deutscher Familiensprache einen Mediator darstellt. Werden die einzelnen mathematischen Teilkompetenzen betrachtet, so stellen die rezeptiven Lerngelegenheiten keinen Mediator für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen dar, während dies für die weiteren mathematischen Teilkompetenzen zumindest in geringem Maße zutrifft. Im Vergleich zu den fachsprachlichen Kompetenzen stellen die rezeptiven Lerngelegenheiten einen geringen Mediator des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der mathematischen Kompetenz dar und zeigen für keine der mathematischen Teilkompetenzen eine vollständige Mediation.

9.5 Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede

In weiteren Analysen wurde die Erklärungskraft mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen sowie die Erklärungskraft der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über Variablen der sozialen Herkunft, der kognitiven Grundfähigkeiten und der allgemeinsprachlichen Kompetenzen hinaus für Gruppenunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie für interindividuelle Unterschiede mathematischer Kompetenz (Frage 5a) und mathematischer Kompetenzentwicklung (Frage 5b) untersucht. Dazu wurden multiple lineare Regressionsanalysen mit mathematischer Kompetenz als abhängiger Variable durchgeführt. Für die Betrachtung der Kompetenzentwicklung im Verlauf des Untersuchungszeitraums wurde dabei die zum zweiten Messzeitpunkt erhobene mathematische Kompetenz unter Kontrolle der zum ersten Messzeitpunkt erhobenen mathematischen Kompetenz analysiert. Für eine differenzierte Betrachtung mathematischer Kompetenz wurden die Regressionsmodelle außerdem jeweils auch für die vier mathematischen Teilkompetenzen sowie deren Entwicklung im Verlauf des Untersuchungszeitraums spezifiziert.

9.5.1 Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zum ersten Messzeitpunkt

Zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zum ersten Messzeitpunkt (Frage 5a) wurden die neun in Tabelle 35 dargestellten Regressionsmodelle mit mathematischer Kompetenz als abhängiger Variable berechnet[34]. Dabei wurde in Modell 1 zu-

34 Die in diesem Abschnitt dargestellte Regressionsanalyse zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zum ersten Messzeitpunkt wurde in Bezug auf die fachsprachlichen

nächst nur die Familiensprache als dichotome Variable eingeschlossen. In Modell 2 wurde zusätzlich der sozioökonomische Status aufgenommen, dessen Relevanz für mathematische Kompetenz bereits mehrfach gezeigt wurde (z.B. Chudaske, 2012; Tarelli et al., 2012). In Modell 3 wurden zudem kognitive Grundfähigkeiten eingeschlossen, die als zentraler Prädiktor mathematischer Leistung angenommen werden können (Schrader & Helmke, 2008). Zusätzlich wurden in Modell 4 allgemeinsprachliche Kompetenzen aufgenommen, deren Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz wiederholt nachgewiesen wurde (z.B. Heinze et al., 2007; Prediger, Wilhelm, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2015). Um den Beitrag mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus zu analysieren, wurden diese in Modell 5 (fachsprachliche Kompetenzen), Modell 6 (Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten) und Modell 7 (Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten) zunächst einzeln, in Modell 8 dann die beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten gemeinsam und in Modell 9 schließlich alle drei Variablen eingeschlossen. Die Variablen der Konstrukte der erhobenen mathematischen Kompetenz sowie der allgemeinsprachlichen und fachsprachlichen Kompetenzen beziehen sich dabei auf Mittelwerte der Subskalen, die wiederum jeweils zu einem Mittelwert für das gesamte Konstrukt zusammengefasst wurden.

Insgesamt nimmt die Varianzaufklärung für alle Modelle im Vergleich zum jeweils vorherigen Modell, auf dem das Modell aufbaut, signifikant zu ($p < .05$). Die Betrachtung der einzelnen Prädiktoren zeigt zunächst einen signifikanten Zusammenhang der Mathematikleistung mit der Familiensprache (Modell 1). Wie bereits im Vergleich der latenten und manifesten Mittelwerte gezeigt (*Abschnitt 9.1.1.4* und *Abschnitt 9.2*), erzielen Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache zum ersten Messzeitpunkt geringere Mathematikleistungen als Lernende mit deutscher Familiensprache. Auch der sozioökonomische Status leistet einen signifikanten Beitrag zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede (Modell 2). Der signifikante Beitrag der Familiensprache bleibt jedoch erhalten, sodass Merkmale der sozialen Herkunft die mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nur teilweise erklären. Unter Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten (Modell 3), die in hohem Maß zur Erklärung mathematischer Leistungsunterschiede beitragen, werden die Beiträge der Familiensprache sowie des sozioökonomischen Status reduziert, bleiben jedoch signifikant erhalten. Diese verschwinden erst unter Einschluss allgemeinsprachlicher Kompetenzen (Modell 4). Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache können somit auch in der vorliegenden Studie zu einem großen Teil durch allgemeinsprachliche Kompetenzen erklärt werden (Heinze et al., 2007). Auch Merkmale der sozialen Herkunft tragen nicht mehr zur Erklärung mathematischer Leistungsunterschiede bei, wenn allgemeinsprachliche

Kompetenzen bereits in einem gemeinsamen Beitrag mit Stefan Ufer veröffentlicht (Bochnik & Ufer, 2016a). Der Anteil des Koautors beschränkte sich dabei auf die Beratung zur Konzeption der Studie sowie Rückmeldungen zum Aufbau und zur Strukturierung des Textes.

Kompetenzen berücksichtigt werden. Zudem zeigen allgemeinsprachliche Kompetenzen eine höhere Erklärungskraft als kognitive Grundfähigkeiten.

Werden über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus fachsprachliche Kompetenzen eingeschlossen (Modell 5), zeigt sich zunächst eine deutliche Zunahme der Varianzaufklärung von Modell 4 zu Modell 5 ($\Delta R^2 = .09$, $p < .001$). Fachsprachliche Kompetenzen stellen über allgemeinsprachliche Kompetenzen und kognitive Grundfähigkeiten hinaus einen relevanten Prädiktor zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede dar und zeigen zudem im Vergleich zu allen anderen Variablen in Modell 5 die höchste Erklärungskraft. Unter Einschluss der Nutzung partizipativer (Modell 6) und der Nutzung rezeptiver (Modell 7) Lerngelegenheiten zeigt sich hingegen im Vergleich zu Modell 4 eine zwar jeweils signifikante aber nur geringe Zunahme der Varianzaufklärung. Die beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten leisten jeweils einen signifikanten, im Vergleich zu allgemeinsprachlichen Kompetenzen und kognitiven Grundfähigkeiten jedoch weniger relevanten Beitrag zu Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede. Dies gilt insbesondere für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten (Modell 6) und zeigt sich auch, wenn die Nutzung partizipativer *und* die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten eingeschlossen werden (Modell 8). Über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus leisten demnach sowohl fachsprachliche Kompetenzen als auch die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten einen bedeutsamen Beitrag zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede, wobei die fachsprachlichen Kompetenzen bei alleiniger Betrachtung die größte Relevanz zeigen, die sogar die Relevanz der allgemeinsprachlichen Kompetenzen übersteigt. Werden in einem letzten Schritt alle untersuchten Variablen eingeschlossen (Modell 9), so zeigt sich auch hier die größte Erklärungskraft der fachsprachlichen Kompetenzen und ein signifikanter Beitrag der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten, wohingegen sich für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten kein bedeutsamer Beitrag zeigt.

Zum ersten Messzeitpunkt zeigt sich demnach eine hohe Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen für die mathematische Kompetenz, während die Selbsteinschätzungen zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten eine geringere Relevanz zeigen. Insbesondere trägt die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten im Sinne einer aktiven Beteiligung am Mathematikunterricht nicht signifikant zur Varianzaufklärung mathematischer Kompetenz bei.

Tabelle 35. *Regressionsanalysen zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zum ersten Messzeitpunkt (T1, N = 383).*

AV: Mathematische Kompetenz	Modell 1	Modell 2	Modell 3	Modell 4	Modell 5	Modell 6	Modell 7	Modell 8	Modell 9
	ß (SE)	*ß (SE)*	*ß (SE)*	*ß (SE)*	*ß (SE)*	*ß (SE)*	*ß (SE)*	*ß (SE)*	*ß (SE)*
Familiensprache	.33 (.02)***	.24 (.02)***	.16 (.02)***	.03 (.02)	.04 (.01)	.04 (.02)	.02 (.02)	.03 (.02)	.05 (.01)
SES (Books-at-home-Index)		.27 (.01)***	.17 (.01)***	.03 (.01)	.03 (.01)	.01 (.01)	.03 (.01)	.01 (.01)	.02 (.01)
Kognitive Grundfähigkeiten (CFT 1)			.50 (.00)***	.36 (.00)***	.26 (.00)***	.35 (.00)***	.35 (.00)***	.35 (.00)***	.26 (.00)***
Allgemeinsprachliche Kompetenzen (SFD 3-4)				.48 (.05)***	.27 (.05)***	.49 (.05)***	.45 (.05)***	.45 (.05)***	.25 (.05)***
Fachsprachliche Kompetenzen					.39 (.05)***	–	–	–	.37 (.05)***
OTL-Partizipation						.08 (.01)*	–	.07 (.01)*	.06 (.01)
OTL-Rezeption							.13 (.01)***	.13 (.01)***	.09 (.01)**
R² korrigiert (SE)	**.10** (.18)	**.16** (.18)	**.39** (.15)	**.53** (.13)	**.62** (.12)	**.54** (.13)	**.55** (.13)	**.55** (.13)	**.63** (.12)

Anmerkung. Angegeben sind standardisierte Regressionskoeffizienten (und deren Standardfehler) sowie der Anteil der aufgeklärten Varianz an der Gesamtvarianz (und deren Standardfehler). Bei signifikanter Zunahme der aufgeklärten Varianz ist R^2 hervorgehoben. *$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$

Werden die beschriebenen Regressionsmodelle weiterhin für die vier mathematischen Teilkompetenzen berechnet, so zeigt sich in Modell 1 für alle Teilkompetenzen ein signifikanter Zusammenhang mit der Familiensprache. Wie bereits im Rahmen der Mittelwertunterschiede in *Abschnitt 9.2* gezeigt, hängen insbesondere die Teilkompetenzen zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher sowie zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen positiv mit einer deutschen Familiensprache zusammen, während sich dieser Zusammenhang für die Kompetenzen zur Bewältigung darstellungsbezogener und schematisierbarer Anforderungen in geringerem Maße zeigt. Auch der sozioökonomische Status hängt mit allen mathematischen Teilkompetenzen signifikant zusammen (Modell 2), am geringsten zeigt sich dieser Zusammenhang für die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen. Der Einschluss kognitiver Grundfähigkeiten (Modell 3) leistet ebenfalls für alle mathematischen Teilkompetenzen einen signifikanten Beitrag zur Varianzaufklärung, wobei der ohnehin geringe Beitrag des sozioökonomischen Status für die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen verschwindet. Für alle weiteren mathematischen Teilkompetenzen bleibt dieser Zusammenhang erhalten. Vom familiären Sprachgebrauch abhängige Leistungsunterschiede zeigen sich weiterhin für alle mathematischen Teilkompetenzen. Diese verschwinden erst unter Einschluss der allgemeinsprachlichen Kompetenzen (Modell 4). Allgemeinsprachliche Kompetenzen stellen demnach für alle mathematischen Teilkompetenzen einen relevanten Prädiktor zur Erklärung von Leistungsunterschieden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache dar und zeigen mit Ausnahme für die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen eine höhere Erklärungskraft als die kognitiven Grundfähigkeiten.

Auch fachsprachliche Kompetenzen (Modell 5) stellen über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus einen relevanten Prädiktor für alle mathematischen Teilkompetenzen dar und zeigen im Vergleich zu den kognitiven Grundfähigkeiten *und* den allgemeinsprachlichen Kompetenzen eine höhere Erklärungskraft. Eine Ausnahme stellt hier die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen dar, für die die allgemeinsprachlichen Kompetenzen eine höhere Relevanz beibehalten. Für die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen verschwindet durch Einschluss der fachsprachlichen Kompetenzen sogar der signifikante Beitrag der allgemeinsprachlichen Kompetenzen. Die bereits im Rahmen der latenten Modellierungen gezeigte Mediation des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und der Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen durch die fachsprachlichen Kompetenzen (siehe *Abschnitt 9.3.2*) zeigt sich somit auch, wenn Merkmale wie der sozioökonomische Status und kognitive Grundfähigkeiten kontrolliert werden. Wird über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten eingeschlossen (Modell 6), so leistet diese nur für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen einen signifikanten Beitrag. Die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten (Modell 7) leistet hingegen für alle mathematischen Teilkompetenzen außer der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen einen signifikanten Beitrag über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus. Diese Ergebnisse zeigen sich auch bei gleichzeitiger Betrachtung der beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (Modell 8). Werden in Modell 9 alle Variablen gleichzeitig betrachtet, so leisten die fachsprachlichen Kompetenzen für die Erklärung von interindividuellen Unterschieden in der Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen den relevantesten Beitrag. Einen deutlich geringeren Beitrag leisten die fachsprachlichen Kompetenzen zur Varianzaufklärung der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen. Im Vergleich zeigt die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten eine deutlich geringere Erklärungskraft, wobei die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten nur für die Erklärung der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen einen signifikanten Beitrag leistet, die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten hingegen nur für die Kompetenzen zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher sowie darstellungsbezogener Anforderungen. Der Beitrag der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten zur Erklärung der Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen zeigt sich unter Kontrolle der fachsprachlichen Kompetenzen nicht mehr.

Insgesamt erklären also sowohl bei Betrachtung der gesamten mathematischen Kompetenz als auch bei deren differenzierter Betrachtung allgemeinsprachliche Kompetenzen die Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache (Frage 5a). Darüber hinaus zeigen sich für die mathematischen Teilkompetenzen teilweise differenzielle Effekte der weiteren untersuchten sprachbezogenen Merkmale. Fachsprachliche Kompetenzen leisten für alle mathematischen Teilkompetenzen mit Ausnahme der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen einen relevanten Beitrag, der über den Beitrag allgemeinsprachlicher Kompetenzen hinausgeht. Die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten hängt hingegen nur mit der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen zusammen, die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten mit den drei weiteren mathematischen Teilkompetenzen.

9.5.2 Erklärung von Unterschieden in der mathematischen Kompetenzentwicklung im Verlauf des Untersuchungszeitraums

Zur Erklärung von Gruppen- sowie interindividuellen Unterschieden in der mathematischen Kompetenzentwicklung im Verlauf des Untersuchungszeitraums (Frage 5b) wurden die bereits in *Abschnitt 9.5.1* berichteten neun Regressionsmodelle mit der zum zweiten Messzeitpunkt erhobenen mathematischen Kompetenz als abhängiger Variable repliziert. Dabei wurde jeweils die zum ersten Messzeitpunkt erhobene mathematische Kompetenz als erster Prädiktor eingeschlossen, um den Einfluss der weiteren Prädiktoren auf die verbleibende Varianz in der mathematischen Kompetenz, d.h. dem Lernzuwachs im Verlauf des Untersuchungszeitraums, zu analysieren. Für die Familiensprache (Modell 1) zeigte sich hier analog zu vorherigen Studien kein Einfluss auf den Lernzuwachs (z.B. Heinze et al., 2011), sodass sich Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zwar über die Zeit nicht vergrößerten, aber auch nicht verringerten. Im Gegensatz zu vorherigen Studien (z.B. Ehmke et al., 2006; Ufer et al., 2013) stellte sich der sozioökonomische Status als ein Merkmal der sozialen Herkunft (Modell 2) als bedeutsamer Prädiktor der Leistungsentwicklung heraus. Auch für allgemeinsprachliche Kompetenzen (Modell 4) zeigte sich kein bedeutsamer Zusammenhang mit der mathematischen Kompetenzentwicklung, wie Vukovic und Lesaux (2013) für einzelne Inhaltsbereiche mathematischer Kompetenz zeigen konnten. Um auch für den Lernzuwachs den Beitrag fachsprachlicher Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zu untersuchten, wurden diese zunächst wieder einzeln (Modell 5-7), die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten gemeinsam (Modell 8) sowie alle Variablen gemeinsam (Modell 9) eingeschlossen.

Insgesamt zeigt sich für die Modelle in Tabelle 36 eine zwar teilweise signifikante, jedoch sehr geringe Zunahme der Varianzaufklärung der mathematischen Kompetenz zum zweiten Messzeitpunkt. Dies ist dem Einschluss der mathematischen Kompetenz zum ersten Messzeitpunkt geschuldet, die in Modell 1 eine sehr hohe Erklärungskraft aufweist ($\beta = .82$) und bereits einen erheblichen Teil der Varianz der mathematischen Kompetenz zum zweiten Messzeitpunkt aufklärt ($R^2 = .69$). Von den weiteren Prädiktoren trägt der sozioökonomische Status in einigen Modellen, die allgemeinsprachlichen und die fachsprachlichen Kompetenzen hingegen in allen Modellen signifikant positiv zur Erklärung von Unterschieden in der mathematischen Kompetenzentwicklung bei. Der signifikant positive Einfluss des sozioökonomischen Status verschwindet insbesondere unter Einschluss der allgemeinsprachlichen Kompetenzen (Modell 4) und zeigt sich auch unter Berücksichtigung aller Prädiktoren (Modell 9) nicht.

Auch in Bezug auf die Kompetenzentwicklung im Verlauf des Untersuchungszeitraums wurde die mathematische Kompetenz differenziert betrachtet. Für jede der mathematischen Teilkompetenzen wurde, wie bereits für die gesamte mathematische Kompetenz gezeigt, ein erheblicher Anteil der Varianz der Leistungen zum zweiten Messzeitpunkt durch die Leistungen zum ersten Messzeitpunkt erklärt (Modell 1). Dies zeigte sich insbesondere für die Kompetenzen zur Bewältigung anwendungsbezogener und konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen. Die verbleibende Varianz (die dem Lernzuwachs in der jeweiligen mathematischen Teilkompetenz entspricht) hängt für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen nicht mit der Familiensprache zusammen. Für die weiteren mathematischen Teilkompetenzen zeigt sich hingegen ein leichter, nichtsignifikanter (konzeptuell-inhaltliche Anforderungen) beziehungsweise ein signifikanter (anwendungsbezogene und darstellungsbezogene Anforderungen) Zusammenhang mit der Familiensprache. Kinder mit deutscher Familiensprache verbesserten demnach im Verlauf des Untersuchungszeitraums ihre Kompetenzen zur Bewältigung anwendungsbezogener und darstellungsbezogener Anforderungen deutlich mehr als Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache, wobei diese Unterschiede maßgeblich durch allgemeinsprachliche Kompetenzen erklärt werden können.

Tabelle 36. *Regressionsanalysen zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede im Verlauf des Untersuchungszeitraums in der dritten Jahrgangsstufe (T2, N = 237).*

AV: Mathematische Kompetenz (T2)	Modell 1 *ß (SE)*	Modell 2 *ß (SE)*	Modell 3 *ß (SE)*	Modell 4 *ß (SE)*	Modell 5 *ß (SE)*	Modell 6 *ß (SE)*	Modell 7 *ß (SE)*	Modell 8 *ß (SE)*	Modell 9 *ß (SE)*
Mathematische Kompetenz (T1)	.82 (.04)***	.79 (.04)***	.74 (.05)***	.68 (.05)***	.63 (.06)***	.67 (.05)***	.65 (.06)***	.65 (.06)***	.60 (.06)***
Familiensprache	.04 (.02)	.02 (.02)	.02 (.02)	-.01 (.02)	.00 (.02)	.00 (.02)	-.01 (.02)	.00 (.02)	.00 (.02)
SES (Books-at-home-Index)		.10 (.01)*	.10 (.01)*	.07 (.01)	.08 (.01)*	.06 (.01)	.08 (.01)	.07 (.01)	.07 (.01)
Kognitive Grundfähigkeiten (CFT 1) (T1)			.07 (.00)	.06 (.00)	.05 (.00)	.06 (.00)	.06 (.00)	.06 (.00)	.05 (.00)
Allgemeinsprachliche Kompetenzen (SFD 3-4) (T1)				.15 (.06)**	.13 (.06)*	.16 (.06)**	.15 (.06)**	.15 (.06)**	.13 (.06)*
Fachsprachliche Kompetenzen (T1)					.10 (.06)*	–	–	–	.10 (.06)*
OTL-Partizipation (T1)						.05 (.01)	–	.05 (.01)	.05 (.01)
OTL-Rezeption (T1)							.06 (.01)	.06 (.01)	.06 (.01)
***R^2* korrigiert (SE)**	**.69** (.11)	**.70** (.11)	.70 (.11)	**.71** (.11)	.71 (.11)	.71 (.11)	.71 (.11)	.71 (.11)	.71 (.11)

Anmerkung. Angegeben sind standardisierte Regressionskoeffizienten (und deren Standardfehler) sowie der Anteil der aufgeklärten Varianz an der Gesamtvarianz (und deren Standardfehler). Bei signifikanter Zunahme der aufgeklärten Varianz ist R^2 hervorgehoben. *$p < .05$, **$p < .01$, ***$p < .001$

Weiterhin hängt der sozioökonomische Status mit Ausnahme der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen signifikant mit dem Lernzuwachs in den mathematischen Teilkompetenzen zusammen (Modell 2). Auch die kognitiven Grundfähigkeiten leisten einen signifikanten Beitrag zur Erklärung der Kompetenzentwicklung in den vier mathematischen Teilkompetenzen (Modell 3). Dies zeigt sich besonders stark für die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen. Über kognitive Grundfähigkeiten hinaus zeigt sich für die Bewältigung der konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen jedoch keine signifikante Erklärungskraft der allgemeinsprachlichen Kompetenzen (Modell 4). Für die mathematische Kompetenzentwicklung in den drei weiteren Teilkompetenzen stellen allgemeinsprachliche Kompetenzen hingegen einen relevanten Prädiktor dar, der zudem die Erklärungskraft der kognitiven Grundfähigkeiten übersteigt. Darüber hinaus stellen auch fachsprachliche Kompetenzen einen relevanten Prädiktor für den Lernzuwachs in diesen mathematischen Teilkompetenzen dar, während sich für die Kompetenzentwicklung im Bereich der konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen auch mit den fachsprachlichen Kompetenzen kein Zusammenhang zeigt (Modell 5). In Bezug auf die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zeigen sich ähnliche Ergebnisse wie bereits zum ersten Messzeitpunkt. Die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten stellt nur für die Kompetenzentwicklung im Bereich der schematisierbaren Anforderungen einen relevanten Prädiktor dar (Modell 6). Die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten hingegen hängt mit der Kompetenzentwicklung in den drei weiteren mathematischen Teilkompetenzen positiv zusammen, in Bezug auf die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen jedoch nicht signifikant (Modell 7). Ein entsprechendes Ergebnis zeigt sich auch unter Einschluss beider Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (Modell 8). Im Gesamtmodell (Modell 9) stellen fachsprachliche Kompetenzen für die Entwicklung der mathematischen Teilkompetenzen im Verlauf des Untersuchungszeitraums einen signifikanten Prädiktor dar, wobei dies für die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen nicht gilt. Die Erklärungskraft der fachsprachlichen Kompetenzen entspricht etwa der Erklärungskraft der allgemeinsprachlichen Kompetenzen. Für die Entwicklung der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen zeigen fachsprachliche Kompetenzen sogar eine deutlich höhere Erklärungskraft als allgemeinsprachliche Kompetenzen. Die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten leistet hingegen wie bereits zum ersten Messzeitpunkt einen deutlich geringeren Beitrag zur Erklärung der mathematischen Kompetenzentwicklung.

Auch in Bezug auf die Entwicklung mathematischer Kompetenz (Frage 5b) sowie deren differenzierter Betrachtung in Teilkompetenzen leisten allgemeinsprachliche Kompetenzen also einen signifikanten Beitrag zur Varianzaufklärung. Allgemeinsprachliche Kompetenzen erklären hier zudem auch Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache, die sich jedoch nicht für alle mathematischen Teilkompetenzen zeigten. Darüber hinaus stellen fachsprachliche Kompetenzen zum ersten Messzeitpunkt für alle zum zweiten Messzeitpunkt erhobenen mathematischen Teilkompetenzen mit Ausnahme der Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen einen relevanten Prädiktor dar. Für die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zeigen sich vergleichbare Ergebnisse zu den Querschnittsanalysen: Während die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten nur für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen einen signifikanten Prädiktor darstellt, zeigt sich dies für die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten nur in Bezug auf die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen. Entgegen der Erwartungen zeigte sich für die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen keine Relevanz sprachlicher Kompetenzen über die kognitiven Grundfähigkeiten hinaus.

Zusammenfassung. Insgesamt zeigt die vorliegende Studie weitere Evidenz für einen wesentlichen Beitrag der allgemeinsprachlichen Kompetenzen zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache über kognitive Grundfähigkeiten hinaus. Der Einfluss des sozioökonomischen Status hingegen kann nach Einschluss sprachlicher Kompetenzen vernachlässigt werden. Über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus zeigt sich die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen und teilweise der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten für die Erklärung interindividueller Unterschiede in der mathematischen Leistung.

10 Diskussion

Abschließend werden in diesem Kapitel die Ergebnisse zu den fünf übergeordneten Zielen der vorliegenden Arbeit zusammengefasst (*10.1* bis *10.5*) sowie in den theoretischen Hintergrund und die dort berichteten Ergebnisse eingeordnet. Darüber hinaus werden praktische Implikationen abgeleitet, Einschränkungen der vorliegenden Studie dargestellt sowie Forschungslücken für weitere Studien aufgezeigt. Schlussendlich wird eine zusammenfassende Diskussion an das Ende der Arbeit gestellt (*10.6*).

10.1 Entwicklung von Erhebungsinstrumenten

Basierend auf einer jeweiligen theoretischen Fundierung sollten Erhebungsinstrumente entwickelt werden, um mathematische Kompetenz, mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen sowie die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten differenziert zu erfassen. Im Rahmen der Evaluation der entwickelten Erhebungsinstrumente sollten die folgenden Fragen für jedes Instrument beantwortet werden:

1a. Inwieweit erfüllen die entwickelten Erhebungsinstrumente die Testgütekriterien der Reliabilität und Validität?

1b. In welchem Ausmaß repräsentieren die empirischen Daten die theoretisch fundierte und in den Instrumenten operationalisierte Struktur der untersuchten Konstrukte?

1c. Inwieweit eignen sich die entwickelten Erhebungsinstrumente für einen Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache?

Die darauf bezogenen Ergebnisse werden im Folgenden getrennt nach den einzelnen Erhebungsinstrumenten zusammengefasst und diskutiert.

10.1.1 Erhebung von mathematischer Kompetenz

Für das Merkmal der Familiensprache sowie die allgemeinsprachlichen Kompetenzen zeigten sich bereits zum Ende der ersten Jahrgangsstufe unterschiedlich starke Zusammenhänge mit verschiedenen mathematischen Teilkompetenzen (Heinze et al., 2007), wobei die mathematischen Teilkompetenzen hier retrospektiv mittels Faktorenanalysen ermittelt wurden (Ufer et al., 2013). Um diese Zusammenhänge auch mit expliziten erhobenen mathematischen Teilkompetenzen zu replizieren, sollte mathematische Kompetenz in der vorliegenden Arbeit differenziert operationalisiert werden. Dazu wurden im Inhaltsbereich der Arithmetik Items zu vier mathematischen Teilkompetenzen – vergleichbar zu dem von Bleiler und Thompson (2013) beschriebenen SPUR-Ansatz – auf unterschiedlichen Kompetenzstufen des Modells von Reiss und Winkelmann (2009) entwickelt: Teilkompetenzen zur Bewältigung schematisierbarer, konzeptuell-inhaltlicher, anwendungsbezogener und darstellungsbezogener Anforderungen.

Im Hinblick auf die Testgütekriterien (Frage 1a) zeigten sich für den mathematischen Kompetenztest sowohl zufriedenstellende Reliabilitäten für die vier Subskalen (*Cronbach's* α = .64-.82) als auch Hinweise auf eine valide Erhebung im Sinne von Konstruktvalidität durch die überwiegende Übereinstimmung der theoretischen und empirischen Zuordnung der Items zu den Kompetenzstufen nach Reiss und Winkelmann (2009). Zudem wurde für den mathematischen Kompetenztest Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nachgewiesen, sodass dieses Erhebungsinstrument zum Vergleich von Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprach eingesetzt werden kann (Frage 1c). Messinvarianzanalysen dieser Art werden sowohl in der Literatur als auch im Rahmen von standardisierten Testverfahren kaum berichtet, stellen aber eine relevante Voraussetzung dar, wenn verschiedene Gruppen von Lernenden verglichen werden sollen. Weiterhin konnte die theoretisch fundierte Struktur des mathematischen Kompetenztests in den vier mathematischen Teilkompetenzen empirisch bestätigt werden (Frage 1b).

Hervorzuheben ist an dieser Stelle die Subskala der mathematischen Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen, die eine relativ neuartige Operationalisierung der von Heinze et al. (2007) beschriebenen konzeptuell-inhaltlichen Anforderungen mit Bezug zu konkreten Repräsentationen darstellt. Trotz ihrer Neuartigkeit und ihrer für die Lernenden ungewöhnlichen Aufgabenformate zeigte diese Subskala eine zufriedenstellende Reliabilität (*Cronbach's* α = .74). Im Vergleich dazu zeigte sich für die Teilkompetenz zur Bewältigung anwendungsbezogener Anforderungen eine deutlich niedrigere Reliabilität (*Cronbach's* α = .64), obwohl hier klassische Textaufgaben eingesetzt wurden, die in der Vergangenheit in dieser Art bereits vielfach erprobt wurden (z.B. Stern & Lehrndorfer, 1992). Im Hinblick auf die Validität der Subskala der Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen wurden die theoretischen Zuordnungen der Items zu den Kompetenzstufen nach Reiss und Winkelmann (2009) nur teilweise in den Aufgabenschwierigkeiten repräsentiert. An dieser Stelle könnten qualitative Interviewstudien Einblicke in Bearbeitungsprozesse sowie kognitive Anforderungen der Items geben, um diese in Zukunft theoretisch fundiert einer passenden Kompetenzstufe zuzuordnen. Die in der vorliegenden Arbeit präsentierten Lösungsbeispiele geben erste Hinweise darauf, welchen Interpretationsspielraum einzelne Items zulassen (etwa die vielfältigen Möglichkeiten, einen falsch skalierten Zahlenstrahl zu verbessern) und dass die den Arbeitsmitteln zugrunde liegende mathematische Struktur für die Lernenden keinesfalls aus sich heraus klar ersichtlich ist (Söbbeke, 2005).

10.1.2 Erhebung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen

Fachsprachliche Kompetenzen wurden in der Vergangenheit häufig über die Kenntnis von mathematischen Fachbegriffen operationalisiert (z.B. Bae et al., 2015). Andererseits stellten mathematische Fachbegriffe für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache kein besonderes, schwierigkeitsgenerierendes Merkmal von Mathematikaufgaben dar (Haag et al., 2013). Daran anknüpfend sollten in der vorliegenden Arbeit über die Kenntnis des Fachwortschatzes hinaus gehende fachsprachliche Kompetenzen operationalisiert werden. Dazu wurden neben Items zum aktiven und passiven mathematischen Fachwortschatz im Bereich der Arithmetik auch mathematikhaltige Lückentexte zur Erhebung des textintegrativen Verständnisses im gleichen Inhaltsbereich entwickelt. Dabei handelt es sich um die Kompetenz, aus einem mathematikhaltigen Text durch lokale und globale Kohärenzbildungen ein Situationsmodell zu bilden, das mathematisch modellierbare Situationsstrukturen adäquat abbildet.

Die Evaluation des entwickelten Instruments zur Erhebung fachsprachlicher Kompetenzen ergab zufriedenstellende Reliabilitäten für die beiden Subskalen des aktiven und passiven Fachwortschatzes sowie die drei mathematikhaltigen Lückentexte (*Cronbach's* α = .56-.82) und wies im Rahmen einer qualitativen Interviewstudie eine akzeptable Validität auf (Frage 1a). Weiterhin wurde für das entwickelte Erhebungsinstrument Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nachgewiesen, sodass sich auch das Instrument zur Erhebung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen für einen Vergleich dieser Gruppen von Lernenden eignet (Frage 1c). Die theoretisch fundierte Struktur der fachsprachlichen Kompetenzen in den beiden Subskalen des Fachwortschatzes sowie den drei mathematikhaltigen Lückentexten konnte zudem in den empirischen Daten repräsentiert werden (Frage 1b).

Im Vergleich der Subskalen des Fachwortschatzes mit den mathematikhaltigen Lückentexten zum textintegrativen Verständnis zeigte sich, dass insbesondere Aufgaben zum aktiven Fachwortschatz von den Lernenden sehr gut bearbeitet wurden und diese Skala damit in geringerem Maße zwischen leistungsstarken und -schwachen Lernenden differenziert als die anderen Skalen der fachsprachlichen Kompetenzen. An dieser Stelle sollten weitere Studien ansetzen, um auch die Operationalisierung komplexerer Fachbegriffe im Rahmen des aktiven Fachwortschatzes zu erproben.

Zu betonen ist außerdem, dass insbesondere die Operationalisierung des textintegrativen Verständnisses über mathematikhaltige Lückentexte zufriedenstellende Reliabilitäten zeigte und auch deren Validität im Rahmen von Bearbeitungsprozessen einzelner Schülerinnen und Schüler nachgewiesen werden konnten. Die im Fach Chemie bereits gewinnbringend eingesetzten C-Tests zur Erhebung fachsprachlicher Kompetenzen (Özcan, 2013) konnten demnach in der vorliegenden Arbeit – im Vergleich zu C-Tests in leicht abgewandelter Form – auch für das Fach Mathematik entwickelt und eingesetzt werden.

Einschränkend ist anzumerken, dass die entwickelte Operationalisierung mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen in schriftlicher Form dargeboten sowie die Antworten der Lernenden schriftlich eingefordert wurden und insbesondere die Lückentexte des textintegrativen Verständnisses entsprechende Lese- und Schreibkompetenzen der Lernenden erfordern. Um die mit diesem Erhebungsinstrument gewonnenen Erkenntnisse umfassend abzusichern und eine Konfundierung mit den Lese- und Schreibkompetenzen der Lernenden möglichst auszuschließen, wäre eine Erhebung mündlicher Sprachproduktionen und Sprachrezeptionen – etwa im Rahmen von Interviewstudien, in denen ein Austausch zu Zahlenvergleichen oder Additionsstrategien angeregt wird – denkbar.

10.1.3 Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht

Studien zu sprachlichen Testanpassungen konnten zeigen, dass diese keine spezifische Wirkung auf die Mathematikleistungen von Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache hatten (Abedi et al., 2006), sodass die Ursache von mathematischen Leistungsunterschieden zwischen diesen Lernenden in den Lerngelegenheiten im Unterricht vermutet wurde. Während bisherige Konzeptualisierungen distale Faktoren der Wirkung des Unterrichts (Schrader & Helmke, 2008), wie beispielsweise die finanzielle Ausstattung der Schule, in den Blick nahmen, setzt die vorliegende Arbeit mit der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten an proximalen Faktoren der Wirkung des Unterrichts an, die verständnisvolle Lernprozesse anregen und die zudem maßgeblich von sprachlichen Prozessen beeinflusst sind. Daran anknüpfend wurde die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten in den beiden Bereichen der Partizipation und Rezeption operationalisiert, um einerseits eine durch Sprachkompetenzen beeinflusste Unterrichtsbeteiligung sowie ein durch Sprachkompetenzen bedingtes Verständnis des Unterrichtsdiskurses abzubilden.

Im Hinblick auf die Testgütekriterien zeigten sich für beide Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten noch akzeptable bis gute Reliabilitäten (*Cronbach's* α = .55-.70) sowie insbesondere für die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten Hinweise auf die Validität durch eine Übereinstimmung der Schüler-Selbsteinschätzungen mit Lehrer-Fremdeinschätzungen (Frage 1a). Darüber hinaus konnte auch für das Instrument zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten Messinvarianz zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache nachgewiesen (Frage 1c) und die operationalisierte Struktur der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten in den empirischen Daten repräsentiert werden (Frage 1b).

Die Testgütekriterien zeigen, dass Schüler-Selbsteinschätzungen, die bisher gewinnbringend zur Erhebung des mathematischen Selbstkonzept bereits zu Beginn der Grundschulzeit eingesetzt wurden (Ehm et al., 2011), auch zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten verwendet werden können.

Grundsätzlich sollten Selbsteinschätzungen – beispielsweise aus Gründen der sozialen Erwünschtheit oder bestimmter Antworttendenzen – jedoch kritisch betrachtet werden (Jonkisz et al., 2012), auch wenn diese einen guten Kompromiss in Bezug auf die Validität und die Ökonomie darstellen. Weitere Erhebungen sind notwendig, um die mittels Schüler-Selbsteinschätzungen gewonnenen Erkenntnisse umfassend abzusichern. Denkbar wären an dieser Stelle Unterrichtsbeobachtungen oder Videoanalysen, die insbesondere die Erkenntnisse zur Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten replizieren könnten. Die Nutzung kognitiver Lerngelegenheiten ist hier hingegen schwer zugänglich, sodass dafür die in der vorliegenden Arbeit gewählte Operationalisierung über Schüler-Selbsteinschätzungen eine gute Möglichkeit darstellt.

10.2 Disparitäten zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache

Weiterhin wurden die entwickelten Erhebungsinstrumente verwendet, um über die Messgüte hinausgehend Fragen – an erster Stelle zu Unterschieden zwischen Lernenden verschiedener Familiensprache – zu klären. Zunächst sollten die in der SOKKE-Studie gezeigten unterschiedlichen Zusammenhänge zwischen dem Merkmal der Familiensprache und verschiedenen mathematischen Teilkompetenzen zum Ende der ersten Jahrgangsstufe (Heinze et al., 2007) im Rahmen der vorliegenden Studie mittels einer expliziten Erhebung mathematischer Teilkompetenzen in der dritten Jahrgangsstufe repliziert werden. Dabei sollte die folgende Frage beantwortet werden:

> *2a. Inwieweit zeigen sich signifikante Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für mathematische Kompetenz sowie die vier mathematischen Teilkompetenzen?*

Die vorliegende Studie ergab sowohl in Bezug auf mathematische Kompetenz insgesamt als auch in Bezug auf *jede* der vier mathematischen Teilkompetenzen signifikante Leistungsunterschiede zugunsten von Lernenden mit deutscher Familiensprache. Dabei weisen die Effektstärken auf vergleichbar große Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache in den vier Teilkompetenzen mathematischer Kompetenz hin. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit replizieren damit zunächst die wiederholt nachgewiesenen mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache (Tarelli et al., 2012), zeigen aber hinsichtlich der vier mathematischen Teilkompetenzen *keine* Unterschiede. Insbesondere die vergleichbar großen Unterschiede in der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen wurden in Anlehnung an die Ergebnisse der SOKKE-Studie (Heinze et al., 2007) nicht erwartet.

Möglicherweise erfordern schematisierbare Anforderungen – für die zum Ende der ersten Jahrgangsstufe keine bedeutsamen Unterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache nachgewiesen wurden (Heinze et al., 2007) – jedoch zu einem späteren Zeitpunkt bereits einen größeren Anteil des in früheren Jahrgangsstufen erworbenen konzeptuellen Wissens. Schematisierbare Rechenfertigkeiten in der dritten Jahrgangsstufe reichen beispielsweise zur Lösung von Subtraktionsaufgaben mit Zehnerübergang in geringerem Maße aus als zur Lösung vergleichbarer Aufgaben ohne Zehnerübergang. Vergleichbare Ergebnisse zeigten sich in der Studie von Vukovic und Lesaux (2013), die von der ersten bis zur dritten Jahrgangsstufe keine Leistungsunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache im Bereich Arithmetik beobachteten, wohingegen sie in der vierten Jahrgangsstufe Unterschiede zugunsten von Lernenden mit englischer Familiensprache nachwiesen. Im Anfangsunterricht scheinen insbesondere schematisierbare Rechenfertigkeiten auf Wissen aufgebaut zu werden, das den Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache in gleichem Maße zur Verfügung steht. Sprachliche Prozesse spielen dabei keine vergleichbar einschränkende Rolle wie in Bezug auf das konzeptuelle Wissen (das beispielsweise die Kenntnis der Bündelungseinheit des dezimalen Stellenwertsystems umfasst). Später greifen auch schematisierbare Rechenprozeduren – insbesondere in fehleranfälligen Aufgaben mit spezifischen schwierigkeitsgenerierenden Merkmalen wie Überträgen oder Nullen – anscheinend vermehrt auf Kenntnisse zurück, die den beiden Gruppen nicht gleichermaßen zur Verfügung stehen. Unklar ist, ob dies an einem vorher nicht erworbenen Wissen liegt, oder an Problemen bei der Nutzung von Lerngelegenheiten in Bezug auf die Rechenprozeduren selbst.

Neben mathematischer Kompetenz sollten auch für die differenziert erhobenen mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache analysiert werden. Bisherige Erkenntnisse zu fachsprachlichen Kompetenzen beziehen sich im deutschsprachigen Raum hauptsächlich auf fachsprachliche Anforderungen in Mathematikaufgaben, wobei insbesondere grammatikalische Merkmale der mathematischen Fachsprache und nicht die mathematischen Fachbegriffe eine besondere Schwierigkeit für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache darstellten (Haag et al., 2013). In Bezug auf sprachbasierte Lerngelegenheiten zeigte sich in Unterrichtsstudien, dass diese von Lernenden mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache häufig in geringerem Maße genutzt wurden (Civil, 2008; Elbers & Haan, 2005). Daran anknüpfend sollten diese beiden sprachbezogenen Merkmale in der vorliegenden Arbeit explizit erhoben werden. Hinsichtlich der Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sollte die folgende Frage beantwortet werden:

> *2b. Inwieweit zeigen sich signifikante Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache für die differenziert erfassten mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten?*

Die Ergebnisse zeigten für alle Subskalen der differenziert erfassten mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen signifikant niedrigere Leistungen von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache, wobei sich erwartungskonform geringere Unterschiede in den beiden Subskalen zum Fachwortschatz (vgl. Haag et al., 2013) und im Vergleich etwas stärkere Unterschiede im textintegrativen Verständnis fanden. Fachsprachliche Kompetenzen sollten demnach auch im Hinblick auf sprachliche Beschreibungen fachlicher Situationsstrukturen, die über die Kenntnis von Fachbegriffen hinaus auf bildungssprachliche Begriffe und allgemeine sowie fachliche Kohärenzbildungen fokussieren, im Unterricht thematisiert werden.

Für die Nutzung der sprachbasierten Lerngelegenheiten zeigte sich erwartungskonform eine signifikant geringere Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache (Civil, 2008; Elbers & Haan, 2005), wohingegen diese Lernenden entgegen der Erwartungen berichteten, sich im Sinne der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten signifikant häufiger am Unterrichtsdiskurs zu beteiligen. Möglicherweise ist dieser Unterschied an ein höheres mathematisches Selbstkonzept der Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache gekoppelt (Ehm et al., 2011). In Bezug auf das mathematische Selbstkonzept zeigte sich in der vorliegenden Studie zwar ein positiver Zusammenhang mit der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten, jedoch kein bedeutsamer Unterschied zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Damit ist das mathematische Selbstkonzept zur Erklärung der identifizierten Unterschiede in der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zwar weniger, aber möglicherweise zur Erklärung interindividueller Unterschiede in diesem Zusammenhang geeignet.

An dieser Stelle könnten Unterrichtsbeobachtungen und Videostudien aufzeigen, ob Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache sich tatsächlich in größerem Maße als Lernende mit deutscher Familiensprache am Unterrichtsdiskurs beteiligen.

10.3 Die Rolle mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen

Allgemeinsprachliche Kompetenzen konnten wiederholt sowohl mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache (Chudaske, 2012; Prediger et al., 2013; Ufer et al., 2013) als auch interindividuelle mathematische Kompetenzunterschiede (Paetsch et al., 2016) erklären. Weiterhin deuten sich mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen als Prädiktor mathematischer Kompetenz an (Bae et al., 2015). Um über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus die Rolle mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu untersuchen, sollten fachsprachliche Kompetenzen in der vorliegenden Arbeit zunächst theoretisch und empirisch von mathematischer Kompetenz einerseits und allgemeinsprachlichen Kompetenzen andererseits abgegrenzt werden. Dazu sollte folgende Fragestellung beantwortet werden:

3a. *Wie hängen mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zusammen? Finden sich* *hier Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?*

Die Ergebnisse zeigten, dass fachsprachliche Kompetenzen – auch unter Kontrolle kognitiver Grundfähigkeiten – sowohl mit mathematischer Kompetenz als auch mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen signifikant positiv zusammenhängen. Latente Korrelationen von $r = .74\text{-}.83$ deuten an, dass sich die drei Konstrukte dennoch empirisch voneinander trennen lassen. Für den Zusammenhang von fachsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz findet sich ein tendenziell stärkerer Zusammenhang für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache, der zwar die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen für die mathematische Kompetenz *aller* Lernenden verdeutlicht, aber auch als erster Hinweis interpretiert werden kann, dass fachsprachliche Kompetenzen von grundlegender Bedeutung für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache sind. Weiterhin hängt die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen in geringerem Maße mit fachsprachlichen Kompetenzen zusammen als die drei weiteren mathematischen Teilkompetenzen, die größere Anteile konzeptuellen Wissens erfordern. Hier deutet sich die variierende Relevanz sprachlicher Kompetenzen für einzelne mathematische Teilkompetenzen, die bisher für allgemeinsprachliche Kompetenzen nachgewiesen wurde (Heinze et al., 2007), in Bezug auf fachsprachliche Kompetenzen an.

Über Korrelationsanalysen hinaus sollte in Mediationsanalysen die vermittelnde Rolle der fachsprachlichen Kompetenzen für den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz untersucht werden. Dazu sollte die folgende Frage beantwortet werden:

3b. In welchem Ausmaß können fachsprachliche Kompetenzen über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus interindividuelle mathematische Kompetenzunterschiede erklären? Finden sich hier Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?

Es zeigte sich, dass fachsprachliche Kompetenzen den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz, auch in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen, mediieren. Unter Kontrolle kognitiver Grundfähigkeiten zeigte sich für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache zudem eine vollständige Mediation des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz durch fachsprachliche Kompetenzen. Im Hinblick auf die vier mathematischen Teilkompetenzen vermitteln fachsprachliche Kompetenzen insbesondere die sprachlichen Einflüsse auf die Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen, für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen zeigt sich dies in deutlich geringerem Maße.

Fachsprachliche Kompetenzen tragen demnach für *alle* Lernenden, insbesondere aber für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache, zur Erklärung interindividueller mathematischer Leistungsunterschiede bei. Die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen für die mathematische Kompetenz (Bae et al., 2015) kann damit auch dann bestätigt werden, wenn fachsprachliche Kompetenzen über die Kenntnis mathematischer Fachbegriffe hinaus zusätzlich in Bezug auf ein Verständnis mathematikhaltiger Texte operationalisiert werden. Fachsprachliche Kompetenzen sollten daran anknüpfend auch im Mathematikunterricht über Fachbegriffe hinaus umfassend thematisiert und vermittelt werden. Erste Ideen eines sprachsensiblen Mathematikunterrichts mit einem Fokus auf so konzeptualisierten fachsprachlichen Kompetenzen werden in der zusammenfassenden Diskussion in *Abschnitt 10.6* aufgegriffen.

Einschränkend ist anzumerken, dass sich die berichteten Mediationsanalysen auf querschnittliche Erhebungen zu einem Messzeitpunkt beziehen und damit die angenommenen Ursachen den Effekten zeitlich nicht vorausgehen. Weitere Studien wären wünschenswert, die allgemeinsprachliche Kompetenzen, fachsprachliche Kompetenzen und mathematische Kompetenz zu drei Messzeitpunkten erheben, um die soweit nur zu vermutenden kausalen Zusammenhänge empirisch zu überprüfen. Weitere Erkenntnisse könnten Unterrichtsstudien liefern, die fachsprachliche Anforderungen im Mathematikunterricht und die zur Bewältigung dieser Anforderungen notwendigen fachsprachlicher Kompetenzen untersuchen, um die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb zu validieren.

10.4 Die Rolle der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten

Für bisherige, eher distale Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten (beispielsweise die im Unterricht behandelten mathematischen Inhalte oder die finanzielle Ausstattung einer Schule) wurde ein Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz nachgewiesen (Abedi & Herman, 2010). Dieser Zusammenhang sollte im Rahmen der vorliegenden Arbeit für die Konzeptualisierung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten überprüft werden. Dazu sollte die über Schüler-Selbsteinschätzungen erhobene Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zunächst von mathematischer Kompetenz einerseits und mathematischem Selbstkonzept andererseits empirisch abgegrenzt und folgende Frage beantwortet werden:

> *4a. Wie hängen die Maße der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz und dem mathematischen Selbstkonzept (als weitere mathematikbezogene Selbsteinschätzung) zusammen? Finden sich hier Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache?*

Die Ergebnisse zeigten, dass die beiden operationalisierten Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten untereinander sowie mit mathematischer Kompetenz und dem mathematischen Selbstkonzept positiv zusammenhängen und sich darüber hinaus empirisch voneinander abgrenzen lassen ($r = .11$-$.62$). Für den Zusammenhang der beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten zeigte sich zum ersten Messzeitpunkt kein signifikanter Zusammenhang, der jedoch wahrscheinlich auf eine durchweg negative Formulierung der Items zur Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten sowie eine durchweg positive Formulierung der Items zur Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten zurückzuführen ist. Mit veränderten, für alle Items positiven Formulierungen zum zweiten Messzeitpunkt fand sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen den beiden Bereichen.

Weiterhin hängt die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten bei Betrachtung der gesamten Stichprobe lediglich tendenziell mit mathematischer Kompetenz zusammen, wobei sich für die Gruppe der Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache an dieser Stelle ein signifikant positiver Zusammenhang zeigte. Für diese Lernenden fand sich zudem im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache – entgegen der Erwartungen – eine deutlich höhere Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten. Unterrichtsstudien hatten hier angedeutet, dass sich Lernende mit einer mit der Unterrichtssprache übereinstimmenden Familiensprache häufiger partizipativ am Unterricht beteiligen (Elbers & Haan, 2005). Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache erzielten zudem in der vorliegenden Studie deutlich geringere Mathematikleistungen als Lernende mit deutscher Familiensprache. Die im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache deutlich höhere berichtete Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache, die für diese Lernenden zudem signifikant mit mathematischer Kompetenz zusammenhing, scheint sich jedoch auf deren Mathematikleistung nicht auszuwirken, denn im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache erzielten Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache deutlich geringere Mathematikleistungen. Dieser Vergleich korrelativer Zusammenhänge deutet an, dass Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache ihre Unterrichtsbeteiligung im Sinne einer Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten für den mathematischen Kompetenzerwerb nicht ausreichend nutzen können.

Weiterhin zeigte sich für die berichtete Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten ein signifikant positiver Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz sowohl für die Gesamtstichprobe als auch für die Gruppen der Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. In Bezug auf die berichtete Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten ergaben sich demnach erwartungskonforme Ergebnisse: Während ein Verständnis des Unterrichtsdiskurses im Rahmen der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten für alle Lernenden in gleichem Maße mit mathematischer Kompetenz zusammenhängt, gaben Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache an, rezeptive Lerngelegenheiten weniger häufig zu nutzen als Lernende mit deutscher Familiensprache. Dies bestätigt die Beobachtungen in Unterrichtsstudien (Elbers & Haan, 2005).

Wird weiterhin das mathematische Selbstkonzept berücksichtigt, so zeigten sich diesbezüglich keine Unterschiede in den Mittelwerten zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Die im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache höhere Einschätzung der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache scheint demnach nicht mit einem höheren mathematischen Selbstkonzept dieser Lernenden – welches sich in vorherigen Studien zeigte (Ehm et al., 2011) – verbunden zu sein. Möglicherweise kann jedoch auch hier die von Ehm et al. (2011) genannte Anstrengungshypothese als Erklärung herangezogen werden: Kinder mit nichtdeutscher Familiensprache würden ihre Beteiligung demnach auch bei geringerer *tatsächlicher* Beteiligung höher einschätzen, da jede Unterrichtsbeteiligung für diese Lernenden durch geringere Sprachkompetenzen eine höhere Anstrengung bedeutet als für Lernende mit guten Sprachkompetenzen.

Insgesamt zeigte sich neben dem Zusammenhang von bisherigen Konzeptualisierungen von Lerngelegenheiten (wie etwa den im Unterricht thematisierten mathematischen Inhalten) und mathematischer Kompetenz in der vorliegenden Studie auch ein Zusammenhang der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz. Dieser Zusammenhang konnte insbesondere für die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten bestätigt werden, sodass – wie auch im Rahmen von Bedeutungskonstruktionen im Unterricht vermutet wird (Steinbring, 2000) – ein Verständnis des Unterrichtsdiskurses positiv mit mathematischer Kompetenz zusammenhängt. Für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten zeigte sich hingegen kein eindeutiges Bild: Während die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten für Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache signifikant positiv mit mathematischer Kompetenz zusammenhängt, findet sich dieser Zusammenhang bei Lernenden mit deutscher Familiensprache nur in geringem Maße. Unklar ist hier einerseits, worin die Unterschiede in der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache begründet liegen und andererseits, wie die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz im Detail zusammenhängt. Unterrichtsbeobachtungen oder Videoanalysen könnten an dieser Stelle eingesetzt werden, um neben Selbsteinschätzungen die tatsächliche Unterrichtsbeteiligung der Lernenden zu erfassen und diese im Hinblick auf ihr Potential für verständnisvolle Lernprozesse und damit für den mathematischen Kompetenzerwerb zu analysieren.

Weiterhin deutet sich in Bezug auf den aktuellen Forschungsstand an, dass allgemeinsprachliche Kompetenzen eine Voraussetzung zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten darstellen (Civil, 2008) und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten wiederum zum mathematischen Kompetenzerwerb beitragen kann (Steenpaß & Steinbring, 2014). Daran anknüpfend sollte die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten in der vorliegenden Arbeit als Mediator des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz untersucht und folgende Frage beantwortet werden:

4b. *In welchem Ausmaß kann die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus interindividuelle mathematische Kompetenzunterschiede erklären? Finden sich hier Unterschiede zwischen*

Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache, sowie weiterhin in Bezug auf die beiden Bereiche der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten oder die vier mathematischen Teilkompetenzen?

Die Ergebnisse ergaben, dass allgemeinsprachliche Kompetenzen mit der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten bedeutsam zusammenhängen, während sich dieser Zusammenhang für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten nicht zeigte. Eine aktive Beteiligung am Unterrichtsdiskurs im Sinne einer Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten scheint demnach nicht substantiell von Sprachkompetenzen in der Unterrichtssprache abzuhängen. Dementsprechend wurde nur die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten als potentiell vermittelnde Variable des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz betrachtet. Die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten mediiert den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz, wobei dieser Effekt hauptsächlich auf die Gruppe der Lernenden mit deutscher Familiensprache zurückzuführen ist, sich allerdings nicht für alle mathematischen Teilkompetenzen in gleichem Maße zeigt. Auch an dieser Stelle sind die bereits im Rahmen der fachsprachlichen Kompetenzen genannten Einschränkungen durch querschnittliche Mediationsanalysen zu einem Messzeitpunkt zu berücksichtigen.

Wie bereits für fachsprachliche Kompetenzen deuten sich auch für die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten als Maß der Lernangebotsnutzung im Unterricht variierende Effekte auf einzelne mathematische Teilkompetenzen an. Der Zusammenhang zwischen allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz wurde für Teilkompetenzen, die insbesondere Anteile konzeptuellen Wissens erfordern, von der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten mediiert, während sich dies für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen, die eher Anteile prozeduralen Wissens erfordert, nicht zeigte. Die für allgemeinsprachliche Kompetenzen nachgewiesenen variierenden Effekte auf schematisierbare beziehungsweise konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (Heinze et al., 2007) deuten sich demnach auch für eine von sprachlichen Prozessen beeinflusste Beteiligung am Unterrichtsdiskurs im Sinne der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten an.

Weiterhin wurde deutlich, dass allgemeinsprachliche Kompetenzen nicht mit der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten zusammenhängen. Geringe sprachliche Kompetenzen scheinen für eine aktive, also partizipative, Unterrichtsbeteiligung keine wesentliche Hürde darzustellen. Die Relevanz von Sprache in ihrer epistemischen Funktion zur Konstruktion mathematischen Wissens im Rahmen einer partizipativen Unterrichtsbeteiligung (z.B. Steinbring, 2000) kann entsprechend der vorliegenden Daten nicht gestützt werden. Andererseits kann die geringe Relevanz allgemeinsprachlicher Kompetenzen für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten auch dahingehend interpretiert werden, dass die von der Lehrkraft geforderten Unterrichtsbeiträge weniger Ansprüche an sprachliche Kompetenzen stellen und damit auch mit geringen sprachlichen Kompetenz zu bewältigen sind (Schütte, 2009).

Aus diesen Ergebnissen leiten sich praktische Implikationen im Hinblick auf einen sprachsensiblen Mathematikunterricht ab: Einerseits zeigte sich ein deutlicher Zusammenhang von der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten und mathematischer Kompetenz, sodass ein solcher Unterricht an rezeptiven Lerngelegenheiten, also dem Verständnis des Unterrichtsdiskurses, ansetzen sollte. Konkret bedeutet dies für die Lehrkraft, die eigene Sprache zu reflektieren und betont einzusetzen, um – angepasst an die Sprachkompetenzen der Lernenden – ein Verständnis des Unterrichtsdiskurses und damit eine Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten zur Entlastung geringer allgemeinsprachlicher Kompetenzen zu ermöglichen. Andererseits sollte ein solcher Unterricht die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten einfordern und dabei sprachliche Anforderungen – etwa im Rahmen der Kommunikation eines Lösungsweges – stellen, um den mathematischen Kompetenzerwerb sprachlich zu unterstützen.

10.5 Erklärung interindividueller Unterschiede in der mathematischen Kompetenz und deren Kompetenzentwicklung

Um mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zu erklären, wurden in der Vergangenheit neben allgemeinsprachlichen Kompetenzen auch Merkmale der sozialen Herkunft und kognitive Grundfähigkeiten berücksichtigt. Dabei stellten allgemeinsprachliche Kompetenzen wiederholt den bedeutsamsten Prädiktor zur Erklärung mathematischer Leistungsunterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache dar (Prediger et al., 2013; Ufer et al., 2013). Daran anknüpfend sollten in der vorliegenden Arbeit mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten gemeinsam mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen, Merkmalen der sozialen Herkunft und kognitiven Grundfähigkeiten als Erklärungsvariablen für mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache betrachtet werden. Damit sollte die Relevanz der operationalisierten sprachbezogenen Merkmale im Zusammenhang mit weiteren, mehrfach bestätigten Erklärungsvariablen, wie etwa den Merkmalen der sozialen Herkunft, überprüft und folgende Fragestellung beantwortet werden:

5a. *In welchem Ausmaß können mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über Variablen der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus Gruppenunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie interindividuelle Unterschiede in der mathematischen Kompetenz erklären? Ergeben sich hierbei Unterschiede in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?*

Die Ergebnisse zeigten, dass sowohl bei Betrachtung der gesamten mathematischen Kompetenz, als auch bei Betrachtung der vier mathematischen Teilkompetenzen, allgemeinsprachliche Kompetenzen die mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache erklären und diese – mit Ausnahme der Teilkompetenz zur Bewältigung darstellungsbezogener Anforderungen – einen relevanteren Prädiktor darstellen als Merkmale der sozialen Herkunft sowie kognitive Grundfähigkeiten. Die unterschiedlichen Effekte allgemeinsprachlicher Kompetenzen auf schematisierbare und konzeptuell-inhaltliche Anforderungen (Heinze et al., 2007; Hickendorff, 2013) zeigen sich in dieser Arbeit hingegen nur tendenziell. Die von der SOKKE-Studie abweichenden Ergebnisse lassen sich möglicherweise durch unterschiedliche schematisierbare Anforderungen, die in der dritten Jahrgangsstufe – im Vergleich zur ersten Jahrgangsstufe bei SOKKE – bereits einen höheren Anteil konzeptuellen Wissens erfordern, wie in *Abschnitt 10.2* bereits thematisiert wurde. Hickendorff (2013) untersuchte – analog zur vorliegenden Studie – Lernende der dritten Jahrgangsstufe und konnte variierende Effekte einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache sowie des Leseverstehens auf anwendungsbezogene und schematisierbare Anforderungen nachweisen, wobei sich für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen etwas geringere Unterschiede zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache sowie zwischen Lernenden mit unterschiedlichen Kompetenzen im Leseverstehen zeigten. In der vorliegenden Arbeit scheinen Kompetenzen in der Unterrichtssprache hingegen für alle mathematischen Teilkompetenzen gleichermaßen relevant zu sein.

Darüber hinaus leisten fachsprachliche Kompetenzen einen bedeutsamen Beitrag zur Varianzaufklärung interindividueller mathematischer Leistungsunterschiede, wobei deren Erklärungskraft die der allgemeinsprachlichen Kompetenzen in den Teilkompetenzen zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher, anwendungsbezogener und darstellungsbezogener Anforderungen sogar übersteigt. Der Zusammenhang sprachlicher Kompetenzen mit solchen mathematischen Teilkompetenzen, die konzeptuell-inhaltliche Anforderungen enthalten (Heinze et al., 2007; Hickendorff, 2013), scheint demnach auch unter Kontrolle von Merkmalen der sozialen Herkunft sowie kognitiven Grundfähigkeiten wesentlich durch fachspezifische Sprachkompetenzen vermittelt zu sein.

In Bezug auf die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten findet sich querschnittlich unter Kontrolle von Merkmalen der sozialen Herkunft, kognitiven Grundfähigkeiten, allgemeinsprachlichen und fachsprachlichen Kompetenzen nur für die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten ein signifikanter Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz. Werden weiterhin die vier mathematischen Teilkompetenzen betrachtet, kann auch hier zwischen der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen und den drei weiteren Teilkompetenzen unterschieden werden. Während die Teilkompetenzen, die konzeptuelles Wissen erfordern, mit der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten zusammenhängen, zeigt sich für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen lediglich ein signifikanter Zusammenhang mit der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten. Hierbei ist anzumerken, dass sich in Bezug auf die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten entgegen der Erwartungen höhere

Werte von Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache im Vergleich zu Lernenden mit deutscher Familiensprache zeigten. An dieser Stelle wäre zunächst eine Klärung der Ursachen dieser Unterschiede wünschenswert, bevor im Zusammenhang mit weiteren Variablen Aussagen zu Erklärung von mathematischen Leistungsunterschieden zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache getroffen werden können.

Insgesamt wurden in den querschnittlichen Analysen erstmals über Merkmale der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus sowohl fachsprachliche Kompetenzen als weitere Sprachkompetenz eines Individuums als auch die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als Indikator des Unterrichts eingeschlossen. Im Querschnitt lassen sich zum Teil theoretische Annahmen und frühere Ergebnisse replizieren: Auch in der vorliegenden Arbeit werden mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache maßgeblich durch allgemeinsprachliche Kompetenzen erklärt, wobei diese eine größere Erklärungskraft aufwiesen als Merkmale der sozialen Herkunft und kognitive Grundfähigkeiten. Zudem stellten sich fachsprachliche Kompetenzen als bedeutsamer Prädiktor mathematischer Kompetenz heraus (Bae et al., 2015) und auch der vermutete Zusammenhang von der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten mit mathematischer Kompetenz zeigte sich.

Weitere Ergebnisse konnten hingegen nicht repliziert werden: Für den Zusammenhang zwischen dem Merkmal der Familiensprache und den vier mathematischen Teilkompetenzen zeigten sich vergleichbare Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. Während sich für allgemeinsprachliche Kompetenzen eine Relevanz für alle vier mathematischen Teilkompetenzen zeigte, fanden sich die von Heinze et al. (2007) berichteten unterschiedlichen Effekte der allgemeinsprachlichen Kompetenzen in der vorliegenden Arbeit im Hinblick auf fachsprachliche Kompetenzen. Für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten fand sich hingegen nur ein Zusammenhang mit der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen. Möglicherweise wird eine Einschätzung zur aktiven, also partizipativen Beteiligung am Unterricht von den Lernenden weniger auf konzeptuelle Anforderungen, als vielmehr auf das Lösen von Rechenaufgaben im Mathematikunterricht bezogen.

Insgesamt tragen die im Rahmen der vorliegenden Arbeit konzeptualisierten Maße der fachsprachlichen Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als alleinige Prädiktoren zur Varianzaufklärung mathematischer Kompetenzunterschiede bei, sodass sich diese jeweils als trennbare Varianzkomponenten interindividueller mathematischer Leistungsunterschiede zeigen. Einschränkend ist anzumerken, dass die Interpretationen der Ergebnisse querschnittlicher Regressionsanalysen auf Basis theoretischer Annahmen erfolgte und hier lediglich ungerichtete Zusammenhänge zwischen den Prädiktoren und der mathematischen Kompetenz als abhängiger Variable berichtet werden konnten.

Um darüber hinaus kausale Zusammenhänge zu überprüfen, sollte in der vorliegenden Arbeit auch die mathematische Kompetenzentwicklung und darauf bezogene Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache untersucht werden. Dazu sollte die folgende Fragestellung beantwortet werden:

5b. In welchem Ausmaß können mathematisch-fachsprachliche Kompetenzen und die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über Variablen der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus Gruppenunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie interindividuelle Unterschiede in der mathematischen Kompetenzentwicklung erklären? Zeigen sich hier Unterschiede in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen?

In Bezug auf die mathematische Kompetenzentwicklung zeigte sich zunächst kein signifikanter Zusammenhang mit dem Merkmal der Familiensprache. Die zum ersten Messzeitpunkt berichteten mathematischen Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache blieben demnach im Verlauf des Untersuchungszeitraums erhalten (s. a. Heinze et al., 2009). Darüber hinaus leisten allgemeinsprachliche Kompetenzen (Paetsch et al., 2016) sowie zu einem geringeren Anteil auch fachsprachliche Kompetenzen einen bedeutsamen Beitrag zur Erklärung von interindividuellen Unterschieden im mathematischen Kompetenzzuwachs. Dies untermauert die bereits in den Querschnittsanalysen angedeutete Relevant fachsprachlicher Kompetenzen für den mathematischen Kompetenzerwerb. Bestehende Ergebnisse (Abedi et al., 2006) legen nahe, dass es sich hier um Einflüsse handelt, deren Ursachen primär im Unterricht zu finden sind und weniger im Itemverständnis während der Testsituation.

Die differenzierte Betrachtung mathematischer Kompetenz ergab Unterschiede im mathematischen Kompetenzzuwachs zwischen Lernenden unterschiedlicher Familiensprache in Bezug auf den Lernzuwachs in den Teilkompetenzen zur Bewältigung anwendungsbezogener und darstellungsbezogener Anforderungen, die durch allgemeinsprachliche Kompetenzen erklärt werden konnten. Hervorzuheben ist die Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen, für die sich entgegen der Erwartungen keine Relevanz der zum ersten Messzeitpunkt erhobenen allgemeinsprachlichen Kompetenzen sowie der beiden sprachbezogenen Merkmale zeigte (Heinze et al., 2007). Möglicherweise enthält die zum ersten Messzeitpunkt erhobene Teilkompetenz zur Bewältigung konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen hier bereits die sprachlichen Anteile, sodass sich für den Lernzuwachs keine weitere Relevanz sprachlicher Kompetenzen mehr zeigt. Ein Vergleich der zum ersten und zweiten Messzeitpunkt erhobenen Items legt diese Erklärung nahe, da zu beiden Zeitpunkten sehr ähnliche Anforderungen – zum zweiten Messzeitpunkt lediglich mit komplexerem Zahlenmaterial – gestellt wurden. Um mögliche Ursachen der geringen Relevanz sprachlicher Kompetenzen für den Lernzuwachs hinsichtlich konzeptuell-inhaltlicher Anforderungen zu untersuchen, sollte dieses, bisher in anderen Studien nicht gezeigte Ergebnis jedoch zunächst repliziert werden.

Weiterhin konnte für die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten das bereits im Querschnitt beschriebene Muster in Bezug auf die vier mathematischen Teilkompetenzen auch im Rahmen der längsschnittlichen Analysen gezeigt werden. Erwartungskonform stellte die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten für den Lernzuwachs in den mathematischen Teilkompetenzen, die insbesondere Anteile konzeptuellen Wissens erfordern, einen relevanten Prädiktor dar, während sich für die Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen keine Relevanz rezeptiver Lerngelegenheiten im Sinne eines Verständnisses des Unterrichtsdiskurses zeigte. Entgegen der Erwartungen stellte die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten lediglich für den Lernzuwachs in der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen einen relevanten Prädiktor dar. Auch für den mathematischen Kompetenzerwerb zeigt sich demnach keine Evidenz für die Relevanz der kommunikativen und kognitiven Funktion der Sprache. An dieser Stelle ist weitere Forschung notwendig, beispielsweise im Rahmen weiterer Operationalisierungen der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten, um die Rolle der Partizipation für den mathematischen Kompetenzerwerb zu klären.

Insgesamt wurden in der vorliegenden Arbeit erstmals auch längsschnittlich, über Merkmale der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus, weitere sprachbezogene Merkmale kontrolliert. Dabei zeigte sich, dass sowohl allgemeinsprachliche als auch fachsprachliche Kompetenzen sowie in geringerem Maße auch die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten relevante Prädiktoren für die mathematische Kompetenzentwicklung darstellen. Diese sollten in einem sprachsensiblen Mathematikunterricht Berücksichtigung finden, wie zusammenfassend in *Abschnitt 10.6* beschrieben wird.

Einschränkend ist anzumerken, dass die zum ersten Messzeitpunkt erhobene Kompetenz bereits den größten Anteil der Varianz in der Mathematikleistung zum zweiten Messzeitpunkt erklärt, sodass lediglich ein geringer Varianzanteil im Sinne von interindividuellen Unterschieden im mathematischen Lernzuwachs verbleibt. Dies könnte die im Vergleich zu den querschnittlichen Analysen deutlich geringere Erklärungskraft der einzelnen Prädiktoren erklären. Dies deutet auf eine sehr hohe Stabilität der mathematischen Kompetenz hin. Für weitere Untersuchungen in diesem Feld bedeutet dies, dass zunehmend größere Stichproben notwendig sind. Damit wäre ausreichend statistische Power gegeben, um die aufeinander aufbauenden Einflüsse von sprachlichen und fachsprachlichen Kompetenzen auf die Entwicklung mathematischer Kompetenz zu identifizieren und deren Interaktion im Detail zu verstehen.

10.6 Zusammenfassende Diskussion

Ausgehend von migrationsbedingten mathematischen Leistungsunterschieden wurden in der vorliegenden Arbeit sprachbezogene Merkmale als Erklärung für mathematische Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache sowie zur Erklärung für weitere interindividuelle mathematische Leistungsunterschiede untersucht. Der Fokus lag dabei auf mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten im Unterricht sowie einer differenzierten Betrachtung mathematischer Kompetenz. Im Fokus der Arbeit standen zwei übergeordnete Ziele:

– Entwicklung von Instrumenten zur differenzierten Erfassung mathematischer Kompetenzen, fachsprachlicher Kompetenzen sowie der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten.
– Analyse des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz zu einem Messzeitpunkt sowie im Verlauf der dritten Klasse unter Berücksichtigung fachsprachlicher Kompetenzen sowie der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten als potentiell vermittelnde Variablen.

In Bezug auf das erste übergeordnete Ziel erwiesen sich die entwickelten Erhebungsinstrumente für die dritte Jahrgangsstufe als reliabel und valide sowie als messinvariant gegenüber einer nichtdeutschen Familiensprache. Zusätzlich konnte die theoretisch fundierte Struktur, nach denen die Erhebungsinstrumente entwickelt wurden, auch empirisch nachgewiesen werden. Entgegen der Erwartungen zeigte sich jedoch für die Operationalisierung der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten ein geringer Zusammenhang mit mathematischer Kompetenz sowie kein Zusammenhang mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen. An dieser Stelle bedarf es weiterer Operationalisierungen, um die Rolle partizipativer Lerngelegenheiten für die mathematische Kompetenz und deren Erwerb abzusichern. Mit Einschränkung der Subskala zur Erhebung der Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten sind die entwickelten Erhebungsinstrumente demnach geeignet, um mit diesen – über die Messgüte hinaus – inhaltliche Fragestellungen zu untersuchen.

Für die Analyse des Zusammenhangs von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz unter Berücksichtigung der beiden sprachbezogenen Merkmale ergab sich, dass fachsprachliche Kompetenzen diesen Zusammenhang zu einem großen Teil vermitteln, insbesondere in der Gruppe der Lernenden mit nichtdeutscher Familiensprache. Dabei wurde in der vorliegenden Konzeptualisierung fachsprachlicher Kompetenzen über die Kenntnis mathematischer Fachbegriffe hinausgehend (Bae et al., 2015; Paetsch et al., 2015) auch das textintegrative Verständnis operationalisiert – die Kompetenz, aus einem mathematikhaltigen Text durch lokale und globale Kohärenzbildungen ein Situationsmodell zu bilden, das mathematisch modellierbare Situationsstrukturen adäquat abbildet. Dabei erreichten Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache vor allem im textintegrativen Verständnis eine geringere Leistung als Lernende mit deutscher Familiensprache, während die Unterschiede in der Kenntnis der mathematischen Fachbegriffe geringer ausfielen. In Bezug auf die Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten vermittelte nur die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz, während sich für die Nutzung partizipativer Lerngelegenheiten insbesondere kein Zusammenhang mit allgemeinsprachlichen Kompetenzen zeigte. In der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten zeigte sich zudem ein signifikanter Unterschied zugunsten von Lernenden mit deutscher Familiensprache, die angaben, den Unterrichtsdiskurs besser zu verstehen als Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache. Nachdem sich in Bezug auf das mathematische Selbstkonzept in der vorliegenden Studie keine Unterschiede zwischen Lernenden mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache zeigten, scheinen die Unterschiede in der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten nicht an unterschiedliche Ausprägungen des mathematischen Selbstkonzepts gekoppelt zu sein.

Weiterhin legt die differenzierte Betrachtung mathematischer Kompetenz eine Unterscheidung zwischen der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen und den drei weiteren mathematischen Teilkompetenzen, die in größerem Umfang die Nutzung konzeptuellen Wissens erfordern, nahe. Für die Erhebung in der dritten Jahrgangsstufe ergaben sich – im Unterschied zu den Ergebnissen der SOKKE-Studie zum Ende der ersten Jahrgangsstufe (Heinze et al., 2007) – jedoch keine stärkeren Zusammenhänge des Merkmales der Familiensprache sowie allgemeinsprachlicher Kompetenzen mit mathematischen Teilkompetenzen, die eher konzeptuelles Wissen erfordern als mit solchen, die eher prozedurales Wissen erfordern. Diese variierenden Zusammenhänge zeigten sich jedoch im Hinblick auf die sprachbezogenen Merkmale der fachsprachlichen Kompetenzen sowie in Bezug auf Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten: Während fachsprachliche Kompetenzen und die Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten insbesondere mit den mathematischen Teilkompetenzen zusammenhängen, die größere Anteile konzeptuellen Wissens erfordern, zeigt sich für die Nutzung der partizipativen Lerngelegenheiten ein bedeutsamer Zusammenhang mit der Teilkompetenz zur Bewältigung schematisierbarer Anforderungen.

In Gesamtmodellen konnte zudem die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten über Merkmale der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus sowohl für interindividuelle Unterschiede im Stand mathematischer Kompetenz zu einem Messzeitpunkt als auch für Unterschiede in Bezug auf den mathematischen Lernzuwachs bestätigt werden.

Die vorliegende Arbeit leistet mit den entwickelten, erprobten und validierten Instrumenten zur differenzierten Erhebung mathematischer Kompetenz, mathematisch-fachsprachlicher Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten einen Beitrag, um mit diesen den Zusammenhang von allgemeinsprachlichen Kompetenzen und mathematischer Kompetenz im Detail zu untersuchen. Weiterhin wurde in der vorliegenden Arbeit die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen sowie die Relevanz der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten über Merkmale der sozialen Herkunft, kognitive Grundfähigkeiten und allgemeinsprachliche Kompetenzen hinaus zur Erklärung von migrationsbedingten sowie interindividuellen mathematischen Leistungsunterschieden aufgezeigt.

Für die Schulpraxis bedeutet dies, im Rahmen eines sprachsensiblen Mathematikunterrichts – der sich durch einen bewussten Umgang mit Sprache als wissensvermittelndes Element kennzeichnet (Leisen, 2010) – insbesondere fachsprachliche Kompetenzen zu fördern und sprachbasierte Lernangebote auch für Lernende mit niedrigen Sprachkompetenzen zugänglich zu machen, um damit den mathematischen Kompetenzerwerb zu unterstützen. In Anlehnung an die vorgestellte Konzeptualisierung fachsprachlicher Kompetenzen sollte hier neben der Vermittlung mathematischer Fachbegriffe der Umgang mit mathematikhaltigen Texten im Vordergrund stehen, um strukturelle Hürden der Bildungs- und Fachsprache zu thematisieren und den Aufbau von Situationsmodellen zu mathematikhaltigen Texten und den dahinter liegenden mathematischen Strukturen zu üben. Zu den Lückentexten vergleichbare Anforderungen finden sich vermutlich auch im Unterrichtsdiskurs, wenn Sprachproduktionen unvollständig vorliegen und den Aufbau eines mathematischen Situationsmodells erschweren (Schütte, 2009).

In Bezug auf die Relevanz der Nutzung rezeptiver Lerngelegenheiten, also dem Verständnis des Unterrichtsdiskurses, sollten Lehrkräfte ihre eigene Sprache reflektieren und bewusst einsetzen, indem sie beispielsweise durch sprachliche Betonungen, gegebenenfalls unterstützt durch Gesten und den Einsatz von Arbeitsmitteln, auf mathematische Inhalte hinweisen und durch Sprachhandlungsmuster den mathematischen Kompetenzerwerb unterstützen (Wartha & Schulz, 2011). Sie sollten weiterhin vollständige Sprachproduktionen der Lernenden einfordern, um auch damit das Verständnis aller Schülerinnen und Schüler zu erleichtern.

In Abgrenzung zur Sprachförderung sollte ein sprachsensibler Mathematikunterricht sich vornehmlich auf die Vermittlung mathematischer Kompetenz beziehen, dabei die sprachlichen Anforderungen des Faches Mathematik berücksichtigen sowie allgemein- und fachsprachliche Kompetenzen der Lernenden einfordern. Letztendlich handelt es sich also um eine Sensibilisierung der Lehrkräfte für (fach-)sprachliche Anforderungen des Faches Mathematik mit dem Ziel, dass die Lehrkräfte wiederum ihre Schülerinnen und Schüler für diese sprachlichen Anforderungen sensibilisieren.

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zeigten, dass sich die Relevanz fachsprachlicher Kompetenzen und der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten nicht auf Lernende mit einer von der Unterrichtssprache abweichenden Familiensprache beschränkt – aus einem sprachsensiblen Mathematikunterricht, der fachsprachliche Kompetenzen einfordert, sprachbasierte Lernangebote macht und damit stets den mathematischen Kompetenzerwerb fokussiert, ziehen demnach *alle* Lernenden einen Nutzen – auch wenn zu hoffen ist, dass Lernende mit nichtdeutscher Familiensprache in besonderem Maße von einem solchen Unterricht profitieren.

Literatur

Abedi, J. (2005). *Language factors in the assessment of english language learners. The theory and principles underlying the linguistic modification approach.* Verfügbar unter: http://www.ncela.us/files/rcd/BE024210/Linguistic_Modification.pdf [15.06.2016].

Abedi, J., Courtney, M., Leon, S., Kao, J. & Azzam, T. (2006). *English language learners and math achievement: A study of opportunity to learn and language accommodation*. Los Angeles, CA: National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing.

Abedi, J. & Herman, J. (2010). Assessing english language learners' opportunity to learn mathematics: Issues and limitations. *Teachers College Record, 112*(3), 723–746.

Abedi, J., Hofstetter, C. & Lord, C. (2004). Assessment accommodations for english language learners. Implications for policy-based empirical research. *Review of Educational Research, 74*(1), 1–28.

Alba, R. & Nee, V. (1997). Rethinking assimilation theory for a new era of immigration. *The International Migration Review, 31*(4), 826–874.

Apeltauer, E. (2010). *Wortschatz- und Bedeutungsvermittlung durch Anbahnen von Literalität*. Flensburg: Universität Flensburg.

Aron, A., Coups, E. J. & Aron, E. (2013). *Statistics for psychology*. Boston: Pearson.

Bachman, L.F. (1990). *Fundamental considerations in language testing*. Oxford: Oxford University Press.

Bae, Y.S., Hickson, L. & Chiang, H.-M. (2015). Mathematical word problem solving ability of children with autism spectrum disorder and their typically developing peers. *Journal of Autism and Developmental Disorders, 45*(7), 2200–2208.

Bailey, A.L. & Butler, F.A. (2003). *An evidentiary framework for operationalizing academic language for broad application to K-12 education: A design document*. Los Angeles, CA: National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing, University of California.

Baron, R.M. & Kenny, D.A. (1986). The moderator-mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic, and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology, 51*(6), 1173–1182.

Baroody, A.J. (1985). Mastery of basic number combinations. Internalization of relationships or facts? *Journal for Research in Mathematics Education, 16*(2), 83–98.

Baumert, J. & Köller, O. (2000). Unterrichtsgestaltung, verständnisvolles Lernen und multiple Zielerreichung im Mathematik- und Physikunterricht der gymnasialen Oberstufe. In J. Baumert (Hrsg.), *TIMSS-III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* (S. 271–315). Opladen: Leske + Budrich.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A. et al. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133–180.

Baumert, J. & Schümer, G. (2001). Familiäre Lebensverhältnisse, Bildungsbeteiligung und Kompetenzerwerb. In J. Baumert, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider, P. Stanat, K.-J. Tillmann & M. Weiß (Hrsg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (S. 323–410). Opladen: Leske + Budrich.

Baur, R.S. & Spettmann, M. (2008). Sprachstandsmessung und Sprachförderung mit dem C-Test. In B. Ahrenholz & I. Oomen-Welke (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache* (S. 430–441). Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren.

Beauducel, A. & Wittmann, W.W. (2005). Simulation study on fit indexes in CFA based on data with slightly distorted simple structure. *Structural Equation Modeling, 12*(1), 41–75.

Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Hildesheim: Franzbecker.

Berendes, K., Dragon, N., Weinert, S., Heppt, B. & Stanat, P. (2013). Hürde Bildungssprache? Eine Annäherung an das Konzept ‚Bildungssprache' unter Einbezug aktueller empirischer Forschungsergebnisse. In A. Redder & S. Weinert (Hrsg.), *Sprachförderung und Sprachdiagnostik*. Münster: Waxmann.

Bergqvist, E., Dyrvold, A. & Österholm, M. (2012). *Relating vocabulary in mathematical tasks to aspects of reading and solving*. Paper presented at the MADIF 8, The Eighth Mathematics Education Research Seminar.

Bialystok, E., Craik, F.I.M., Green, D.W. & Gollan, T.H. (2009). Bilingual Minds. *Psychological Science in the Public Interest, 10*(3), 89–129.

Bleiler, S.K. & Thompson, D.R. (2013). Multidimensional assessment of CCSSM. *Teaching Children Mathematics, 19*(5), 292–300.

Bochnik, K. & Ufer, S. (2013). Der Einfluss einer nicht-deutschen Familiensprache auf verschiedene Facetten mathematischer Kompetenz in der Grundschule. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 160–163). Münster: WTM-Verlag.

Bochnik, K. & Ufer, S. (2016a). Die Rolle (fach-)sprachlicher Kompetenzen zur Erklärung mathematischer Kompetenzunterschiede zwischen Kindern mit deutscher und nicht-deutscher Familiensprache. *Zeitschrift für Grundschulforschung, 9*(1), 135–147.

Bochnik, K. & Ufer, S. (2016b). *Measuring language-related opportunities to learn in primary mathematics classrooms*. Szeged, Hungary: Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).

Bortz, J. & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler*. Berlin: Springer.

Bos, W., Bonsen, M., Baumert, J., Prenzel, M., Selter, C. & Walther, G. (2008). *TIMSS 2007: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Bos, W., Hornberg, S., Arnold, K.-H., Faust, G., Fried, L., Lankes, E.-M. et al. (2007). *IGLU 2006: Lesekompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Bos, W., Pietsch, M. & Stubbe, T.C. (2006). Regionale, nationale und internationale Einordnung der Lesekompetenz und weiterer Schulleistungsergebnisse Hamburger Kinder am Ende der Grundschulzeit. In W. Bos & M. Pietsch (Hrsg.), *KESS 4. Kompetenzen und Einstellungen von Schülerinnen und Schülern am Ende der Jahrgangsstufe 4 in Hamburger Schulen* (S. 57–86). Münster: Waxmann.

Bourdieu, P. (1983). Ökonomisches Kapital, kulturelles Kapital, soziales Kapital. In R. Kreckel (Hrsg.), *Soziale Ungleichheiten* (S. 183–198). Göttingen: Schwartz.

Brophy, J. (2001). *Teaching. Educational practices series*. Brüssel: International Academy of Education (IAE).

Bruner, J., Olver, R.R. & Greenfield, P.M. (1988). *Studien zur kognitiven Entwicklung. Eine kooperative Untersuchung am Center for Cognitive Studies der Harvard-Universität*. Stuttgart: Klett.

Bühner, M. (2011). *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion*. München: Pearson.

Bühner, M. & Ziegler, M. (2009). *Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler*. München: Pearson.

Canobi, K.H., Reeve, R.A. & Pattison, P.E. (2003). Patterns of knowledge in children's addition. *Developmental Psychology, 39*(3), 521–534.

Cattell, R.B. (1987). *Intelligence. Its structure, growth and action*. Amsterdam: Elsevier Science.

Cattell, R.B., Weiß, R.H. & Osterland, J. (1997). *Grundintelligenztest Skala 1: CFT 1*. Göttingen: Hogrefe-Verlag.

Chlosta, C. & Schäfer, A. (2008). Deutsch als Zweitsprache im Fachunterricht. In B. Ahrenholz & I. Oomen-Welke (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache* (S. 280–297). Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.

Christ, O. & Schlüter, E. (2012). *Strukturgleichungsmodelle mit Mplus: Eine praktische Einführung*. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag.

Chudaske, J. (2012). *Sprache, Migration und schulfachliche Leistung: Einfluss sprachlicher Kompetenz auf Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistungen*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Civil, M. (2008). Language and mathematics: Immigrant parents' participation in school. In O. Figueras, J.L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (Hrsg.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA* (S. 329–338). Morelia, Mexico: PME.

Civil, M. & Planas, N. (2004). Participation in the mathematics classroom: Does every student have a voice? *For the Learning of Mathematics, 24*(1), 8–14.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Cohors-Fresenborg, E., Sjuts, J. & Sommer, N. (2004). Komplexität von Denkvorgängen und Formalisierung von Wissen. In M. Neubrand (Hrsg.), *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000* (S. 109–144). Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.

Cummins, J. (1979). Cognitive academic language proficiency, linguistic interdependence, the optimum age question and some other matters. *Working Papers on Bilingualism, 19*, 121–129.

Cummins, J. (2008). BICS and CALP: Empirical and theoretical status of the distinction. In B. Street & N.H. Hornberger (Hrsg.), *Encyclopedia of Language and Education* (S. 71–83). New York: Springer.

De Corte, E. & Verschaffel, L. (1991). Some factors influencing the solution of addition and subtraction word problems. In K. Durkin & B. Shire (Hrsg.), *Language in mathematical education* (S. 117–130). Philadelphia: Milton Keynes.

Donlan, C., Cowan, R., Newton, E.J. & Lloyd, D. (2007). The role of language in mathematical development: Evidence from children with specific language impairments. *Cognition, 103*(1), 23–33.

Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht*. Münster: Waxmann.

Dryvold, A., Bergqvist, E. & Österholm, M. (2015). Uncommon vocabulary in mathematical tasks in relation to demand of reading ability and solution frequency. *Nordisk matematikkdidaktikk, 20*(1), 5–31.

Duarte, J., Gogolin, I. & Kaiser, G. (2011). Sprachlich bedingte Schwierigkeiten von mehrsprachigen Schülerinnen und Schülern bei Textaufgaben. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 35–54). Münster: Waxmann.

Durkin, K. (1991). Language in mathematical education: An introduction. In K. Durkin & B. Shire (Hrsg.), *Language in mathematical education* (S. 3–16). Philadelphia: Milton Keynes.

Durkin, K. & Shire, B. (1991). Lexical ambiguity in mathematical contexts. In K. Durkin & B. Shire (Hrsg.), *Language in mathematical education* (S. 71–84). Philadelphia: Milton Keynes.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 103–131.

Eckhardt, A.G. (2008). *Sprache als Barriere für den schulischen Erfolg: Potentielle Schwierigkeiten beim Erwerb schulbezogener Sprache für Kinder mit Migrationshintergrund*. Münster: Waxmann.

Ehm, J.-H., Duzy, D. & Hasselhorn, M. (2011). Das akademische Selbstkonzept bei Schulanfängern. *Frühe Bildung, 0*, 37–45.

Ehmke, T., Hohensee, F., Siegle, T. & Prenzel, M. (2006). Soziale Herkunft, elterliche Unterstützungsprozesse und Kompetenzentwicklung. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003. Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres* (S. 225–248). Münster: Waxmann.

Ehmke, T. & Jude, N. (2010). Soziale Herkunft und Kompetenzerwerb. In E. Klieme, C. Artelt, J. Hartig, N. Jude, O. Köller, M. Prenzel, W. Schneider & P. Stanat (Hrsg.), *PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt* (S. 231–254). Münster: Waxmann.

Elbaum, B. (2007). Effects of an oral testing accommodation on the mathematics performance of secondary students with and without learning disabilities. *The Journal of Special Education, 40*(4), 218–229.

Elbers, E. & Haan, M. (2005). The construction of word meaning in a multicultural classroom. Mediational tools in peer collaboaration during mathematics lessons. *European Journal of Psychology of Education, 20*(1), 45–59.

Faber, G., Tiedemann, J. & Billmann-Mahecha, E. (2011). Selbstkonzept und Lernfreude in der Grundschulmathematik: Die Bedeutung von Migration und Geschlecht. Längsschnittliche Ergebnisse aus der Hannoverschen Grundschulstudie. *Heilpädagogische Forschung, XXXVII*(3), 127–144.

Fauth, B., Decristan, J., Rieser, S., Klieme, E. & Büttner, G. (2014). Student ratings of teaching quality in primary school: Dimensions and prediction of student outcomes. *Learning and Instruction, 29*, 1–9.

Field, A. (2014). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics*. London: SAGE Publications.

Floden, R.E. (2002). The measurement of opportunity to learn. In A.C. Porter & A. Gamoran (Hrsg.), *Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement* (S. 231–266). Washington, DC: National Academy Press.

Fredricks, J.A., Filsecker, M. & Lawson, M.A. (2016). Student engagement, context, and adjustment: Addressing definitional, measurement, and methodological issues. *Learning and Instruction, 43*, 1–4.

Fredricks, J.A., Wang, M.-T., Schall Linn, J., Hofkens, T.L., Sung, H., Parr, A. et al. (2016). Using qualitative methods to develop a survey measure of math and science engagement. *Learning and Instruction, 43*, 5–15.

Fuchs, L.S., Fuchs, D., Compton, D.L., Powell, S.R., Seethaler, P.M. & Capizzi, A.M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 98*(1), 29–43.

Gabler, L. (2016). *Fachbezogener Sprachgebrauch von Drittklässlern mit deutscher und nichtdeutscher Familiensprache bei der Bearbeitung mathematikhaltiger Lückentexte. Eine qualitative Interviewstudie*. LMU München: Schriftliche Hausarbeit zur 1. Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen.

Gallin, P. & Ruf, U. (1998). *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz.* Seelze: Kallmeyer.

Gebhardt, M., Rauch, D., Mang, J., Sälzer, C. & Stanat, P. (2013). Mathematische Kompetenz von Schülerinnen und Schülern mit Zuwanderungshintergrund. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012: Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 275–308). Münster: Waxmann.

Geiser, C. (2011). *Datenanalyse mit MPlus*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Gellert, A. (2014). Students discussing mathematics in small-group interactions. Opportunities for discursive negotiation processes focused on contentious mathematical issues. *ZDM Mathematics Education, 46*(6), 855–869.

Gellert, A. & Steinbring, H. (2014). Students constructing meaning for the number line in small-group discussions. Negotiation of essential epistemological issues of visual representations. *ZDM, 46*(1), 15–27.

Gogolin, I. (2009). Zweisprachigkeit und die Entwicklung bildungssprachlicher Fähigkeiten. In I. Gogolin & U. Neumann (Hrsg.), *Streitfall Zweisprachigkeit: The bilingualism controversy* (S. 263–280). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Gogolin, I. (2013a). Chancen und Risiken nach PISA – über die Bildungsbeteiligung von Migrantenkindern und Reformvorschläge. In G. Auernheimer (Hrsg.), *Schieflagen im Bildungssystem* (S. 33–50). Wiesbaden: Springer VS.

Gogolin, I. (2013b). Mehrsprachigkeit und bildungssprachliche Fähigkeiten. In I. Gogolin, I. Lange, U. Michel & H.H. Reich (Hrsg.), *Herausforderung Bildungssprache – und wie man sie meistert* (S. 7–18). Münster: Waxmann.

Gogolin, I., Dirim, I., Lange, I., Lengyel, D., Michel, U., Neumann, U. et al. (2011). *Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Migrationshintergrund FÖRMIG. Bilanz und Perspektiven eines Modellprogramms*. Münster: Waxmann.

Gogolin, I., Kaiser, G., Roth, H.-J., Deseniss, A., Hawighorst, B. & Schwarz, I. (2004). *Mathematiklernen im Kontext sprachlich-kultureller Diversität*. Hamburg: Universität Hamburg.

Gogolin, I., Lange, I., Hawighorst, B., Bainski, C., Heintze, A., Rutten, S. et al. (2010). *Durchgängige Sprachbildung. Qualitätsmerkmale für den Unterricht*. Münster: Waxmann.

Gogolin, I. & Schwarz, I. (2004). „Mathematische Literalität“ in sprachlich-kulturell heterogenen Schulklassen. *Zeitschrift für Pädagogik, 50*(6), 835–848.

Gordon, M.M. (1964). *Assimilation in american life: The role of race, religion and national origins*. Oxford: Oxford University Press.

Gorgorió, N. & Planas, N. (2001). Teaching mathematics in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 47*(1), 7–33.

Götzfried, K. (2013). *Mathematische Kompetenzunterschiede zwischen Kindern mit deutscher und nicht-deutscher Familiensprache. Qualitative Analyse der Aufgabenbearbeitungen von Zweitklässlern unter Berücksichtigung des Aufgabenverständnisses, der mathematischen Fachsprache und der Bearbeitungsstrategien*. LMU München: Schriftliche Hausarbeit zur 1. Staatsprüfung für das Lehramt an Realschulen.

Grimm, H. & Weinert, S. (2002). Sprachentwicklung. In R. Oerter & L. Montada (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (S. 517–550). Weinheim: Beltz.

Grotjahn, R. (Hrsg.). (2010). *Der C-Test: Beiträge aus der aktuellen Forschung*. Frankfurt: Peter Lang.

Grüßing, M. & Schmitman gen. Pothmann, A. (2007). „Ohne Zahlen keine Welt und ohne Wörter guckt man sich nur an.“. *Grundschulunterricht, 54*(7–8), 28–33.

Gürsoy, E., Benholz, C., Renk, N., Prediger, S. & Büchter, A. (2013). Erlös = Erlösung? Sprachliche und konzeptuelle Hürden in Prüfungsaufgaben zur Mathematik. In Bundesamt für Migration und Flüchtlinge (Hrsg.), *Deutsch als Zweitsprache* (S. 14–24). Baltmannsweiler: Schneider.

Haag, N., Böhme, K. & Stanat, P. (2012). Zuwanderungsbezogene Disparitäten. In P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik* (S. 209-235). Münster: Waxmann.

Haag, N., Heppt, B., Stanat, P., Kuhl, P. & Pant, H.A. (2013). Second language learners' performance in mathematics: Disentangling the effects of academic language features. *Learning and Instruction, 28*, 24–34.

Hachfeld, A., Anders, Y., Schroeder, S., Stanat, P. & Kunter, M. (2010). Does immigration background matter? How teachers' predictions of students' performance relate to student background. *International Journal of Educational Research, 49*(2–3), 78–91.

Halliday, M.A.K. & Matthiessen, C.M.I.M. (2013). *An introduction to functional grammar*. New York, NY: Routledge.

Härtig, H., Bernholt, S., Prechtl, H. & Retelsdorf, J. (2015). Unterrichtssprache im Fachunterricht – Stand der Forschung und Forschungsperspektiven am Beispiel des Textverständnisses. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 21*(1), 55–67.

Hartig, J., Frey, A. & Jude, N. (2012). Validität. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 143–171). Berlin: Springer.

Heinze, A. (2007). Problemlösen im mathematischen und außermathematischen Kontext. *Journal für Mathematikdidaktik, 28*(1), 3–30.

Heinze, A., Herwartz-Emden, L., Braun, C. & Reiss, K. (2011). Die Rolle von Kenntnissen der Unterrichtssprache beim Mathematiklernen. Ergebnisse einer quantitativen Längsschnittstudie in der Grundschule. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 11–34). Münster: Waxmann.

Heinze, A., Herwartz-Emden, L. & Reiss, K. (2007). Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. *Zeitschrift für Pädagogik, 53*(4), 562–581.

Heinze, A., Reiss, K., Rudolph-Albert, F., Herwartz-Emden, L. & Braun, C. (2009). The development of mathematical competence of migrant children in german primary schools. In M. Tzekaki (Hrsg.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Thessaloniki, Greece: PME.

Helmke, A. (2012). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Seelze-Velber: Friedrich Verlag.

Helwig, R., Rozek-Tedesco, M.A. & Tindal, G. (2002). An oral versus a standard administration of a large-scale mathematics test. *The Journal of Special Education, 36*(1), 39–47.

Helwig, R., Rozek-Tedesco, M.A., Tindal, G., Heath, B. & Almond, P.J. (1999). Reading as an access to mathematics problem solving on multiple-choice tests for sixth-grade students. *Journal of Educational Research, 93*(2), 113–125.

Heppt, B., Dragon, N., Berendes, K., Stanat, P. & Weinert, S. (2012). Beherrschung von Bildungssprache bei Kindern im Grundschulalter. *Diskurs Kindheits- und Jugendforschung, 7*(3), 349–356.

Heppt, B., Haag, N., Böhme, K. & Stanat, P. (2015). The role of academic-language features for reading comprehension of language-minority students and students from low-SES families. *Reading Research Quarterly, 50*(1), 61–82.

Herman, J., Klein, D. & Abedi, J. (2000). Assessing students' opportunity to learn. Teacher and student perspectives. *Educational Measurement: Issues and Practice, 19*(4), 16–24.

Hickendorff, M. (2013). The language factor in elementary mathematics assessments: Computational skills and applied problem solving in a multidimensional IRT framework. *Applied Measurement in Education, 26*(4), 253–278.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, J. et al. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results From the TIMSS 1999 Video Study*. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

Hiebert, J. & Grouws, D.A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F.K. Lester (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 371–404). Charlotte, NC: Information Age.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1996). Instruction, understanding, and skill in multidigit addition and subtraction. *Cognition and Instruction, 14*(3), 251–283.

Hobusch, A., Lutz, N. & Wiest, U. (2002). *Sprachstandsüberprüfung und Förderdiagnostik für Ausländer- und Aussiedlerkinder: SFD 3–4*. Horneburg: Persen Verlag.

Hooper, D., Coughlan, J. & Mullen, M.R. (2008). Structural equation modelling: Guidelines for determining model fit. *The Electronic Journal of Business Research Methods, 6*(1), 53–60.

Hu, L. & Bentler, P.M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling, 6*(1), 1–55.

Husen, T. (1967). *International study of achievement in mathematics. A comparison of twelve countries*. New York: John Wiley & Sons.

Ing, M., Webb, N.M., Franke, M.L., Turrou, A.C., Wong, J., Shin, N. et al. (2015). Student participation in elementary mathematics classrooms: the missing link between teacher practices and student achievement? *Educational Studies in Mathematics, 90*(3), 341–356.

IQB. (2016). *Beispielaufgaben Mathematik Primarstufe. Vergleichsarbeiten für die dritte Klasse für die Durchgänge 2010 bis 2013.* Verfügbar unter: https://www.iqb.hu-berlin.de/vera/aufgaben/map [13.05.2016].

ISB. (2005). *Orientierungsarbeiten 2005. Jahrgangsstufe 3. Mathematik*. München: Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung.

Jonkisz, E., Moosbrugger, H. & Brandt, H. (2012). Planung und Entwicklung von Tests und Fragebogen. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 27–74). Berlin: Springer.

Jude, N. (2008). *Zur Struktur von Sprachkompetenz*. Frankfurt: Wolfgang Goethe-Universität.

Jude, N. & Klieme, E. (2007). Sprachliche Kompetenz aus Sicht der pädagogisch-psychologischen Diagnostik. In B. Beck & E. Klieme (Hrsg.), *Sprachliche Kompetenzen. Konzepte und Messung. DESI-Studie.* (S. 9–22). Weinheim: Beltz.

Jütz, A. (2013). *Förderung der Fachsprache insbesondere von Schülern nichtdeutscher Herkunftssprache im Mathematikunterricht der Klassenstufen 5 und 6 bei der Lösung von Sachaufgaben im Themenbereich Größen*. Hildesheim: Franzbecker.

Kelava, A. & Moosbrugger, H. (2012). Deskriptivstatistische Evaluation von Items (Itemanalyse) und Testwertverteilungen. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 75–102). Berlin: Springer.

Kempert, S., Saalbach, H. & Hardy, I. (2011). Cognitive benefits and costs of bilingualism in elementary school students: The case of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology, 103*(3), 547–561.

Ketterlin-Geller, L.R., Yovanoff, P. & Tindal, G. (2007). Developing a new paradigm for conducting research on accommodations in mathematics testing. *Exceptional Children, 73*(3), 331–347.

Kieffer, M.J., Lesaux, N.K., Rivera, M. & Francis, D.J. (2009). Accommodations for english language learners taking large-scale assessments: A meta-analysis on effectiveness and validity. *Review of Educational Research, 79*(3), 1168–1201.

Kigel, R.M., McElvany, N. & Becker, M. (2015). Effects of immigrant background on text comprehension, vocabulary, and reading motivation: A longitudinal study. *Learning and Instruction, 35*, 73–84.

Kintsch, W. (1998). *Comprehension. A paradigm for cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.

Klieme, E. (2004). Was sind Kompetenzen und wie lassen sie sich messen? *Pädagogik, 56*(6), 10–13.

Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M. et al. (2007). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards – Eine Expertise.* Verfügbar unter: https://www.bmbf.de/pub/Bildungsforschung_Band_1.pdf [06.06.2016].

Kline, R.B. (2011). *Principles and practice of structural equation modeling*. New York: Guilford Press.

KMK. (2004a). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss*. Neuwied: Luchterhand.

KMK. (2004b). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: Jahrgangsstufe 4*. Neuwied: Luchterhand.

KMK. (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. Köln: Wolters Kluwer.

Knapp, W. (1999). Verdeckte Sprachschwierigkeiten. *Die Grundschule, 31*(5), 30–33.

Koponen, T., Mononen, R., Räsänen, P. & Ahonen, T. (2006). Basic Numeracy in Children With Specific Language Impairment: Heterogeneity and Connections to Language. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research, 49*, 58–73.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2006). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. München: Elsevier.

Leisen, J. (2010). *Handbuch Sprachförderung im Fach. Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis*. Bonn: Varus Verlag.

Leisen, J. (2011). Sprachsensibler Fachunterricht. Ein Ansatz zur Sprachförderung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. In S. Prediger & E. Özdil (Hrsg.), *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit: Stand und Perspektiven der Forschung und Entwicklung in Deutschland* (S. 143–162). Münster: Waxmann.

Leung, C. (2005). Mathematical vocabulary. Fixers of knowledge or points of exploration? *Language and Education, 19*(2), 126–134.

Little, T.D., Cunningham, W.A., Shahar, G. & Widaman, K.F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question, weighing the merits. *Structural Equation Modeling, 9*(2), 151–173.

Liu, W.C. & Wang, C.K.J. (2008). Home environment and classroom climate: An investigation of their relation to students' academic self-concept in a streamed setting. *Current Psychology, 27*(4), 242–256.

Lüdtke, O., Robitzsch, A., Trautwein, U. & Köller, O. (2007). Umgang mit fehlenden Werten in der psychologischen Forschung. *Psychologische Rundschau, 58*(2), 103–117.

Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache: Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. Wien: ÖBV & HPT.

Marsh, H.W., Lüdtke, O., Nagengast, B. & Morin, A.J.S. (2013). Why item parcels are (almost) never appropriate: Two wrongs do not make a right. Camouflaging misspecification with item parcels in CFA models. *Psychological Methods, 18*(3), 257–284.

Martiniello, M. (2008). Language and the performance of english-language learners in math word problems. *Harvard Educational Review, 78*(2), 333–368.

Martiniello, M. (2009). Linguistic Complexity, Schematic Representations, and Differential Item Functioning for English Language Learners in Math Tests. *Educational Assessment, 14*(3–4), 160–179.

Mehringer, V. (2013). *Weichenstellungen in der Grundschule: Sozial-Integration von Kindern mit Migrationshintergrund*. Münster: Waxmann.

Meyer, M. & Prediger, S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht: Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *Praxis der Mathematik in der Schule, 54*(45), 2–9.

Moosbrugger, H. & Kelava, A. (2012). Qualitätsanforderungen an einen psychologischen Test (Testgütekriterien). In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 7–26). Berlin: Springer.

Moser-Opitz, E., Ruggiero, D. & Wüest, P. (2010). Verbale Zählkompetenzen und Mehrsprachigkeit: Eine Studie mit Kindergartenkindern. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 57*(3), 161–174.

Müller, A.G. & Stanat, P. (2006). Schulischer Erfolg von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund: Analysen zur Situation von Zuwanderern aus der ehemaligen Sowjetunion und aus der Türkei. In J. Baumert, P. Stanat & R. Watermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen* (S. 221–255). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Müller, K. & Ehmke, T. (2013). Soziale Herkunft als Bedingung der Kompetenzentwicklung. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012: Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 245–274). Münster: Waxmann.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C.Y. & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011 assessment frameworks*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).

Muthén, L.K. (2013). *Mplus discussion. Cluster size.* Verfügbar unter: http://www.statmodel.com/discussion/messages/12/164.html?1446249073 [25.04.2016].

Muthén, L.K. & Muthén, B.O. (1998–2015). *MPlus user's guide. Seventh edition*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.

Nauck, B., Diefenbach, H. & Petri, K. (1998). Intergenerationale Transmission von kulturellem Kapital unter Migrationsbedingungen. Zum Bildungserfolg von Kindern und Jugendlichen aus Migrantenfamilien in Deutschland. *Zeitschrift für Pädagogik, 44*(5), 701–722.

Nold, G. & Willenberg, H. (2007). Lesefähigkeit. In B. Beck & E. Klieme (Hrsg.), *Sprachliche Kompetenzen. Konzepte und Messung. DESI-Studie.* (S. 23–41). Weinheim: Beltz.

OECD. (2001). *PISA 2000. Zusammenfassung zentraler Befunde*. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

OECD. (2014). *PISA 2012 Ergebnisse. Was Schülerinnen und Schüler wissen und können. Schülerleistungen in Lesekompetenz, Mathematik und Naturwissenschaften*. Bielefeld: Bertelsmann.

Ohm, U., Kuhn, C. & Funk, H. (2007). *Sprachtraining für Fachunterricht und Beruf*. Münster: Waxmann.

Ostad, S.A. (2011). Private speech use in arithmetical calculation: Contributory role of phonological awareness in children with and without mathematical difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 46*(4), 291–303.

Österholm, M. & Bergqvist, E. (2013). What is so special about mathematical texts? Analyses of common claims in research literature and of properties of textbooks. *ZDM, 45*(5), 751–763.

Özcan, N. (2013). *Zum Einfluss der Fachsprache auf die Leistung im Fach Chemie*. Berlin: Logos.

Paasch, D. (2014). *Familiäre Lebensbedingungen und Schulerfolg*. Münster: Waxmann.

Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik*. Heidelberg: Spektrum.

Paetsch, J. & Felbrich, A. (2015). Longitudinale Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und elementaren mathematischen Modellierungskompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 63*, 16–33.

Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (2015). Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 29*(1), 19–29.

Paetsch, J., Radmann, S., Felbrich, A., Lehmann, R. & Stanat, P. (2016). Sprachkompetenz als Prädiktor mathematischer Kompetenzentwicklung von Kindern deutscher und nichtdeutscher Familiensprache. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 48*(1), 27–41.

Pauli, C. & Reusser, K. (2003). Unterrichtsskripts im schweizerischen und im deutschen Mathematikunterricht. *Unterrichtswissenschaft, 31*(3), 238–272.

Paulus, C. (2009). *Die Bücheraufgabe zur Bestimmung des kulturellen Kapitals bei Grundschülern.* Verfügbar unter: http://psydok.sulb.uni-saarland.de/volltexte/2009/2368/pdf/BA_Artikel.pdf [06.10.2015].

Pianta, R.C., Belsky, J., Houts, R. & Morrison, F. (2007). Opportunities to learn in america's elementary classrooms. *Science, 315*(5820), 1795–1796.

Piel, S., Schuchart, C. & Wendt, H. (2015). Der Einfluss der sozialen Herkunft und des Migrationshintergrundes auf die Lösungswahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen mathematischen Aufgabentypen. In H. Wendt, T.C. Stubbe, K. Schwippert & W. Bos (Hrsg.), *10 Jahre international vergleichende Schulleistungsforschung in der Grundschule: Vertiefende Analysen zu IGLU und TIMSS 2001 bis 2011* (S. 117–134). Münster: Waxmann.

Pietsch, M. & Krauthausen, G. (2006). Mathematisches Grundverständnis von Kindern am Ende der vierten Jahrgangsstufe. In W. Bos & M. Pietsch (Hrsg.), *KESS 4. Kompetenzen und Einstellungen von Schülerinnen und Schülern am Ende der Jahrgangsstufe 4 in Hamburger Schulen* (S. 143–164). Münster: Waxmann.

Praetorius, A.-K., Drexler, K., Rösch, L., Christophel, E., Heyne, N., Scheunpflug, A. et al. (2014). Judging students' self-concepts within 30 s? Investigating judgement accuracy in a zero-acquaintance situation. *Learning and Individual Differences, 37*, 231–236.

Prediger, S. & Krägeloh, N. (Hrsg.). (2014). *"x-arbitrary means any number, but you do not know which one". The epistemic role of languages while constructing meaning for the variable as generalizers*. Rotterdam: Sense.

Prediger, S., Renk, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2013). Family background or language disadvantages? Factors for underachievement in high stakes tests. In A. Lindmeier & A. Heinze (Hrsg.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (S. 49–56). Kiel, Germany: PME.

Prediger, S., Wilhelm, N., Büchter, A., Gürsoy, E. & Benholz, C. (2015). Sprachkompetenz und Mathematikleistung. Empirische Untersuchung sprachlich bedingter Hürden in den Zentralen Prüfungen 10. *Journal für Mathematik-Didaktik, 36*(1), 77–104.

Prophet, R.B. & Badede, N.B. (2009). Language and student performance in junior secondary science examinations: The case of second language learners in Botswana. *International Journal of Science and Mathematics Education, 7*, 235–251.

Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (1996). *Handbuch für den Mathematikunterricht: 2. Schuljahr*. Hannover: Schroedel.

Ramm, G., Prenzel, M., Heidemeier, H. & Walter, O. (2004). Soziokulturelle Herkunft: Migration. In PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.), *PISA 2003* (S. 254–272). Münster: Waxmann.

Reiss, K. (2004). Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik. *Zeitschrift für Pädagogik, 50*, 635–649.

Reiss, K., Heinze, A. & Pekrun, R. (2007). Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung in der Grundschule. In M. Prenzel, I. Gogolin & H.-H. Krüger (Hrsg.), *Kompetenzdiagnostik* (S. 107–127). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Reiss, K., Roppelt, A., Haag, N., Pant, H.A. & Köller, O. (2012). Kompetenzstufenmodelle im Fach Mathematik. In P. Stanat, H.A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 72–84). Münster: Waxmann.

Reiss, K. & Winkelmann, H. (2009). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik im Primarbereich. In D. Granzer, O. Köller & A. Bremerich-Vos (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik* (S. 120–141). Weinheim: Beltz.

Renkl, A. & Stern, E. (1994). Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 8*(1), 27–39.

Reusser, K. (1998). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Kindesalter* (S. 141–155). Weinheim: Beltz.

Richter, D., Kuhl, P. & Pant, H.A. (2012). Soziale Disparitäten. In P. Stanat, H.A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik. Ergebnisse des IQB-Ländervergleichs 2011* (S. 191–207). Münster: Waxmann.

Riebling, L. (2013). Heuristik der Bildungssprache. In I. Gogolin (Hrsg.), *Herausforderung Bildungssprache* (S. 25). Münster: Waxmann.

Rittle-Johnson, B. & Alibali, M.W. (1999). Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics: Does One Lead to the Other? *Journal of Educational Psychology, 91*(1), 175–189.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R.S. & Alibali, M.W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology, 93*(2), 346–362.

Roelcke, T. (2010). *Fachsprachen*. Berlin: Erich Schmidt Verlag.

Rösch, H. (2001). *Handreichung: Deutsch als Zweitsprache*. Berlin: Senatsverwaltung für Schule, Jugend und Sport.

Sälzer, C., Reiss, K., Schiepe-Tiska, A., Prenzel, M. & Heinze, A. (2013). Zwischen Grundlagenwissen und Anwendungsbezug. Mathematische Kompetenz im internationalen Vergleich. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012: Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 47–98). Münster: Waxmann.

Satorra, A. & Bentler, P.M. (2010). Ensuring positiveness of the scaled difference chi-square test statistic. *Psychometrika, 75*(2), 243–248.

Scheinecker, V. (2014). *Durchführung und Auswertung eines C-Tests zur mathematischen Fachsprache*. LMU München: Schriftliche Hausarbeit zur 1. Staatsprüfung für das Lehramt an Hauptschulen.

Scherff, L. & Piazza, C.L. (2008). Why now, more than ever, we need to talk about opportunity to learn. *Journal of Adolescent & Adult Literacy, 52*(4), 343–352.

Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H. & Müller, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: Tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures. *Methods of Psychological Research Online, 8*(2), 23–74.

Schermelleh-Engel, K. & Werner, C.S. (2012). Methoden der Reliabilitätsbestimmung. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 119-142). Berlin: Springer.

Schleppegrell, M.J. (2001). Linguistic features of the language of schooling. *Linguistics and Education, 12*(4), 431–459.

Schleppegrell, M.J. (2004). *The language of schooling: A functional linguistics perspective*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Schmidt, W.H. & Maier, A. (2009). Opportunity to learn. In G. Sykes, B. Schneider & D.N. Plank (Hrsg.), *Handbook of Education Policy Research* (S. 541–559). New York: Routledge.

Schmitman gen. Pothmann, A. (2008). Frühe mathematische Kompetenzen und Fördermöglichkeiten von Kindern mit Migrationshintergrund. In J. Ramseger & M. Wagener (Hrsg.), *Chancenungleichheit in der Grundschule* (S. 211–214). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Schneider, M. (2006). *Konzeptuelles und prozedurales Wissen als latente Variablen: Ihre Interaktion beim Lernen mit Dezimalbrüchen*. Berlin: Technische Universität Berlin.

Schnepf, S.V. (2008). *Inequality of learning amongst immigrant children in industrialised countries*. Hamburg: Hamburg Institute of International Economics.

Schnotz, W. (2006). Was geschieht im Kopf des Lesers? Mentale Konstruktionsprozesse beim Textverstehen aus der Sicht der Psychologie und der kongnitiven Linguistik. In H. Blühdorn, E. Breindl & U.H. Waßner (Hrsg.), *Text – Verstehen. Grammatik und darüber hinaus* (S. 222–238). Berlin: Walter de Gruyter.

Schrader, F.-W. & Helmke, A. (2008). Determinanten der Schulleistung. In M.K.W. Schweer (Hrsg.), *Lehrer-Schüler-Interaktion* (S. 285–302). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Schütte, M. (2009). *Sprache und Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule. Zur Problematik einer Impliziten Pädagogik für schulisches Lernen im Kontext sprachlich-kultureller Pluralität*. Münster: Waxmann.

Schütte, S. (2008). *Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern: Für eine zeitgemässe Unterrichts- und Aufgabenkultur*. München: Oldenbourg.

Schwippert, K., Hornberg, S. & Goy, M. (2008). Lesekompetenzen von Kindern mit Migrationshintergrund im nationalen Vergleich. In W. Bos, S. Hornberg, K.-H. Arnold, G. Faust, L. Fried, E.-M. Lankes, K. Schwippert & R. Valtin (Hrsg.), *IGLU-E 2006* (S. 111–125). Münster: Waxmann.

Seethaler, P.M., Fuchs, L.S., Star, J.R. & Bryant, J. (2011). The cognitive predictors of computational skill with whole versus rational numbers: An exploratory study. *Learning and Individual Differences, 21*(5), 536–542.

Sfard, A. (2008). Introduction to thinking as communication. *TMME, 5*, 429–436.

Shaftel, J., Belton-Kocher, E., Glasnapp, D. & Poggio, J. (2006). The impact of language characteristics in mathematics test items on the performance of english language learners and students with disabilities. *Educational Assessment, 11*(2), 105–126.

Söbbeke, E. (2005). *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern: Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel*. Hildesheim: Franzbecker.

Stanat, P., Becker, M., Baumert, J., Lüdtke, O. & Eckhardt, A.G. (2012). Improving second language skills of immigrant students: A field trial study evaluating the effects of a summer learning program. *Learning and Instruction, 22*(3), 159–170.

Stanat, P. & Christensen, G. (2006). *Where immigrant students succeed. A comparative review of performances and engagement in PISA 2003*. Paris: OECD.

Stanat, P., Rauch, D. & Segeritz, M. (2010). Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund. In E. Klieme (Hrsg.), *PISA 2009* (S. 200–230). Münster: Waxmann.

Steenpaß, A. & Steinbring, H. (2014). Young students' subjective interpretations of mathematical diagrams: Elements of the theoretical construct 'frame-based interpreting competence'. *ZDM, 46*(1), 3–14.

Steinbring, H. (2000). Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion: Grundzüge der epistemologisch orientierten mathematischen Interaktionsforschung. *Journal für Mathematikdidaktik, 21*(1), 28–49.

Steinweg, A.S. (2004). *Why 25+4 might be 54. Children's interpretation of uncompleted equations*. Kopenhagen: 10th International Congress on Mathematical Education (ICME).

Stern, E., Felbrich, A. & Schneider, M. (2006). Mathematiklernen. In D.H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch pädagogische Psychologie* (S. 461–469). Weinheim: Beltz.

Stern, E. & Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving word problems. *Cognitive Development, 7*, 259–268.

Stevens, F., Wiltz, L. & Bailey, M. (1998). *Teachers' evaluations of the sustainability of opportunity to learn (OTL) assessment strategies. A national survey of classroom teachers in large urban school districts.* Philadelphia: Temple University.

StMBW. (2000). *Lehrplan für die bayerische Grundschule*. München: Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst.

StMBW. (2014). *Lehrplan PLUS*. München: Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst.

Stubbe, T.C., Tarelli, I. & Wendt, H. (2012). Soziale Disparitäten der Schülerleistungen in Mathematik und Naturwissenschaften. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selter (Hrsg.), *TIMSS 2011: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 231–246). Münster: Waxmann.

Südkamp, A. & Möller, J. (2009). Referenzgruppeneffekte im Simulierten Klassenraum. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 23*(3–4), 161–174.

Tabachnick, B.G. & Fidell, L.S. (2013). *Using multivariate statistics*. Boston: Pearson.

Taboada, A. (2012). Relationships of general vocabulary, science vocabulary, and student questioning with science comprehension in students with varying levels of English proficiency. *Instructional Science, 40*(6), 901–923.

Tarelli, I., Schwippert, K. & Stubbe, T.C. (2012). Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selter (Hrsg.), *TIMSS 2011: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 247–267). Münster: Waxmann.

Turner, E.E., Dominguez, H., Empson, S. & Maldonado, L.A. (2013). Latino/a bilinguals and their teachers developing a shared communicative space. *Educational Studies in Mathematics, 84*(3), 349–370.

Ufer, S., Heinze, A. & Lipowsky, F. (2015). Unterrichtsmethoden und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 411–434). Heidelberg: Springer.

Ufer, S., Reiss, K. & Heinze, A. (2009). BIGMATH – Ergebnisse zur Entwicklung mathematischer Kompetenz in der Primarstufe. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium* (S. 61–85). Münster: Waxmann.

Ufer, S., Reiss, K. & Mehringer, V. (2013). Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H.J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach* (S. 185–202). Münster: Waxmann.

Valero, P. & Meaney, T. (2014). Trends in researching the socioeconomic influences on mathematical achievement. *ZDM, 46*(7), 977–986.

van der Walt, M. (2009). Study orientation and knowledge of basic vocabulary in mathematics in the primary school. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie, 28*(4), 378–392.

Vilenius-Tuohimaaa, P.M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology, 28*(4), 409–426.

Vukovic, R.K. & Lesaux, N.K. (2013). The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology, 115*, 227–244.

Walter, O. (2006). Die Entwicklung der mathematischen und der naturwissenschaftlichen Kompetenzen von Jugendlichen mit Migrationshintergrund im Verlauf eines Schuljahres. In M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost & U. Schiefele (Hrsg.), *PISA 2003. Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres* (S. 249–276). Münster: Waxmann.

Walter, O. & Taskinen, P. (2008). Kompetenzen und bildungsrelevante Einstellungen von Jugendlichen mit Migrationshintergrund in Deutschland. Ein Vergleich mit ausgewählten OECD-Staaten. In M. Prenzel, C. Artelt, J. Baumert, W. Blum, M. Hammann, E. Klieme & R. Pekrun (Hrsg.), *PISA 2006 in Deutschland. Die Kompetenzen der Jugendlichen im dritten Ländervergleich* (S. 337–366). Münster: Waxmann.

Walther, G., Geiser, H., Langeheine, R. & Lobemeier, K. (2003). Mathematische Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe. In W. Bos, E.-M. Lankes, M. Prenzel & K. Schwippert (Hrsg.), *Erste Ergebnisse aus IGLU* (S. 189–226). Münster: Waxmann.

Walther, G. & Granzer, D. (2009). Kompetenzmodell Mathematik. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik* (S. 108–119). Weinheim: Beltz.

Wang, J. & Goldschmidt, P. (1999). Opportunity to Learn, Language Proficiency, and Immigrant Status Effects on Mathematics Achievement. *The Journal of Educational Research, 93*(2), 101–111.

Wartha, S. & Schulz, A. (2011). *Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen. Publikation des Programms SINUS an Grundschulen.* Verfügbar unter: http://www.mathematik.tu-darmstadt.de/~herrmann/schule/grund.pdf [06.04.2016].

Weis, I. (2013). *Wie viel Sprache hat Mathematik in der Grundschule?* Verfügbar unter: https://www.uni-due.de/imperia/md/content/prodaz/wie_viel_sprache_mathematik_grundschule.pdf [04.06.2016].

Winkelmann, H., Robitzsch, A., Stanat, P. & Köller, O. (2012). Mathematische Kompetenzen in der Grundschule: Struktur, Validierung und Zusammenspiel mit allgemeinen kognitiven Fähigkeiten. *Diagnostica, 58*(1), 15–30.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61*, 37–46.

Yu, C.-Y. (2002). *Evaluating cutoff criteria of model fit indices for latent variable models with binary and continuous outcomes* Los Angeles, CA: University of California.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Anhang

A.1 Überblick der durchgeführten Studien

Tabelle 37. *Überblick der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Studien.*

Zeitpunkt	Studie
Juli 2012	Vortestung zur ersten Erprobung der Items zur Erhebung von mathematischer Kompetenz (N = 15 Drittklässler)
November 2012	Pilotierung der Items zur Erhebung von mathematischer Kompetenz sowie der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten (N = 95 Drittklässler)
April 2013	Qualitative Interviewstudie zur Analyse der Bearbeitung der Items zur Erhebung von mathematischer Kompetenz (N = 15 Zweitklässler)[35]
Juli 2013	Pilotierung der Items zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten sowie von mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen (N = 102 Zweitklässler)[36]
Dezember 2013	Haupterhebung (T1, N = 384 Drittklässler)
Juni 2014	Haupterhebung (T2, N = 237 Drittklässler)
April 2015	Qualitative Interviewstudie zur Analyse der Bearbeitung der Items zur Erhebung von mathematisch-fachsprachlichen Kompetenzen (N = 14 Drittklässler)[37]

35 Diese Studie wurde unter Mitarbeit von Frau Kathrin Götzfried im Rahmen der schriftlichen Hausarbeit zur ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Realschulen durchgeführt (Götzfried, 2013).

36 Diese Studie wurde unter Mitarbeit von Frau Veronika Scheinecker im Rahmen der schriftlichen Hausarbeit zur ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Hauptschulen durchgeführt (Scheinecker, 2014).

37 Diese Studie wurde unter Mitarbeit von Frau Laura Gabler im Rahmen der schriftlichen Hausarbeit zur ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen durchgeführt (Gabler, 2016).

A.2 Item zur Erhebung des Migrationshintergrunds

3 In welchem Land bist **du** geboren?

☐ Deutschland

☐ anderes Land: ______________________

In welchem Land ist deine **Mama** geboren?

☐ Deutschland ☐ weiß ich nicht

☐ anderes Land: ______________________

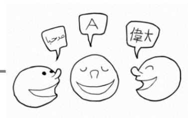
In welchem Land ist dein **Papa** geboren?

☐ Deutschland ☐ weiß ich nicht

☐ anderes Land: ______________________

Abbildung 32. Item zur Erhebung des Migrationshintergrunds.

A.3 Items zur Erhebung der Familiensprache



4 Welche **Sprachen** sprichst du so gut,
dass du dich unterhalten kannst?
(Kreuze an.)

☐ deutsch

☐ englisch
☐ französisch
☐ italienisch
☐ spanisch, portugiesisch
☐ griechisch
☐ türkisch
☐ kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch oder albanisch

☐ andere Sprache: ______________

Abbildung 33. Item zur Erhebung der Sprachkenntnisse der Kinder.

5

Zu Hause spreche ich diese Sprachen:
(Kreuze an.)

☐ deutsch

☐ englisch
☐ französisch
☐ italienisch
☐ spanisch, portugiesisch
☐ griechisch
☐ türkisch
☐ kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch oder albanisch

☐ andere Sprache: ____________

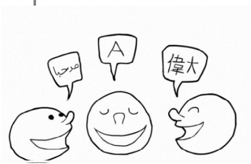


Abbildung 34. Item zur Erhebung der zu Hause in der Familie gesprochenen Sprachen.

6

Mit meiner **Mama** spreche ich meistens diese Sprache:
(Kreuze nur **eine** Sprache an.)

☐ deutsch

☐ englisch
☐ französisch
☐ italienisch
☐ spanisch, portugiesisch
☐ griechisch
☐ türkisch
☐ kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch oder albanisch

☐ andere Sprache: ____________

Abbildung 35. Item zur Erhebung der meistens mit der Mutter gesprochenen Sprache. Dieses Item wurde mit entsprechender Formulierung auch zur Erhebung der meistens mit dem Vater gesprochenen Sprache eingesetzt.

7

Meine **Mama** spricht mit mir meistens diese Sprache:
(Kreuze nur **eine** Sprache an.)

☐ deutsch

☐ englisch
☐ französisch
☐ italienisch
☐ spanisch, portugiesisch
☐ griechisch
☐ türkisch
☐ kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch oder albanisch

☐ andere Sprache: ______________

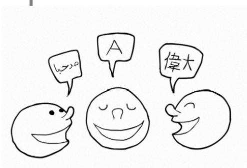
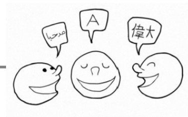


Abbildung 36. Item zur Erhebung der Sprache, die die Mutter meistens mit dem Kind spricht. Dieses Item wurde mit entsprechender Formulierung auch zur Erhebung der Sprache, die der Vater meistens mit dem Kind spricht, eingesetzt.



10

Mama und Papa sprechen meistens in dieser Sprache miteinander:
(Kreuze nur **eine** Sprache an.)

☐ deutsch

☐ englisch
☐ französisch
☐ italienisch
☐ spanisch, portugiesisch
☐ griechisch
☐ türkisch
☐ kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch oder albanisch

☐ andere Sprache: ______________

Abbildung 37. Item zur Erhebung der Sprache, die die Eltern meistens untereinander sprechen.

11

Meine **Geschwister** sprechen meistens
in dieser Sprache mit mir:
(Kreuze nur **eine** Sprache an.)

☐ deutsch

☐ englisch
☐ französisch
☐ italienisch
☐ spanisch, portugiesisch
☐ griechisch
☐ türkisch
☐ kroatisch, serbisch, bosnisch, slowenisch oder albanisch

☐ andere Sprache: ____________

☐ Ich habe keine Geschwister.

Abbildung 38. Item zur Erhebung der Sprache, die ggfs. Geschwister meistens mit dem Kind sprechen.

A.4 Item zur Erhebung des sozioökonomischen Status

12

Wie viele **Bücher** gibt es bei dir etwa zu Hause?

Kreuze nur **ein** Kästchen an.

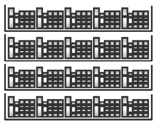
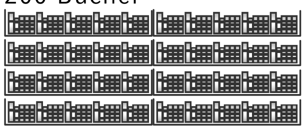
☐	Keine oder nur sehr wenige (0-10 Bücher)	10 Bücher 
☐	Ein Regalbrett voll (11-25 Bücher)	25 Bücher 
☐	Ein ganzes Regal voll (26-100 Bücher)	100 Bücher 
☐	Zwei ganze Regale voll (101-200 Bücher)	200 Bücher 
☐	Drei Regale voll, oder mehr (über 200 Bücher)	

Abbildung 39. Item zur Erhebung des sozioökonomischen Status mit dem Books-at-home-Index in Anlehnung an Paulus (2009).

A.5 Überblick der Items zur Erhebung der Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten

Tabelle 38. *Überblick der Items der Selbst- und Fremdeinschätzungen zur Nutzung sprachbasierter Lerngelegenheiten, erhoben zum ersten (T1) und zum zweiten Messzeitpunkt (T2) in der dritten Jahrgangsstufe, aufgeteilt nach Partizipation und Rezeption.*

Sprachbasierte Lerngelegenheit	Schüler-Selbsteinschätzung T1	Schüler-Selbsteinschätzung T2	Lehrer-Fremdeinschätzung T2
Partizipation			
Unterrichtsbeiträge	*1 In Mathe komme ich oft dran.*		*Der/die Schüler/in beteiligt sich oft aktiv am Unterricht (erklärt z. B. neu gelernte Inhalte in eigenen Worten).*
Lösungswege erklären	*2 In Mathe sage ich oft, wie ich eine Aufgabe lösen würde.*		
Über den eigenen Lösungsweg nachdenken	*3 Ich überlege mir in Mathe oft selbst, wie ich eine Aufgabe löse.*		*Der/die Schüler/in denkt oft über mathematische Inhalte nach (überlegt sich z. B. selbst die Lösung zu einer Aufgabe).*
Über alternative Lösungswege nachdenken	*4 Ich überlege mir in Mathe oft, ob ich eine Aufgabe auch anders lösen kann.*		
Rezeption			
Verständnis der Fachsprache der Lehrerin	*5 In Mathe sagt unsere Lehrerin manchmal Wörter, die ich nicht verstehe.* (umgepolt)		*Der/die Schüler/in versteht den Inhalt des Unterrichtsgeschehens meistens (z. B. Fachbegriffe, Erklärungen und Aufgabenstellungen).*
Verständnis der Erklärungen der Lehrerin	*6.1 In Mathe versteh ich manchmal nicht so gut, was unsere Lehrerin erklärt.* (umgepolt)	*6.2 Ich verstehe meistens, was unsere Lehrerin meint, auch wenn sie komplizierte Wörter verwendet.*	
Verständnis des Unterrichtsdiskurs	*7.1 Wenn unsere Lehrerin uns in Mathe eine Aufgabe gibt, verstehe ich manchmal nicht was ich tun muss.* (umgepolt)	*7.2 Ich verstehe meistens was die anderen Kinder meinen, wenn sie in Mathe etwas erklären.*	
Verständnis des Unterrichtsdiskurs	*8 In Mathe verstehe ich oft erst worum es geht, wenn unsere Lehrerin die Aufgabe öfter erklärt.* (umgepolt)		

Anmerkung. Die Items wurden auf einer Skala der Werte von 1 (stimmt gar nicht) bis 4 (stimmt sehr) erhoben.

Eidesstattliche Versicherung

(siehe Promotionsordnung vom 12.07.11, § 8, Abs. 2 Pkt. 5.)

Hiermit erkläre ich an Eidesstatt, dass die Dissertation von mir selbständig, ohne unerlaubte Beihilfe angefertigt ist.

Bochnik, Katrin

Name, Vorname

München, 07.07.2017	Katrin Bochnik
Ort, Datum	Unterschrift Doktorand/in