InnOvaciOnes de NegOciOs 4(1): 63-78, 2007
 (ISSN 1665-9627)

Precisión de los índices estadísticas: Técnicas de jacknife & bootstrap
(Precision of statistical indices: Jacknife & bootstrap

Badii, M.H., J. Castillo, A. Wong & J. Landeros
UANL, San Nicolás, N. L., mhbadii@yahoo.com.mx, & UAAAN, Coah.

Key words: Bootstrap, jacknife, precision, statistics

Abstract. The processes involved in jacknife and bootstrap techniques are described. The relevance of these techniques as the means of estimating the degree of sampling precision is explained.

Palabras claves: Bootstrap, estadística, jacknife, precisión

Resumen. Se describen los procesos involucrados en las técnicas de jacknife y de bootstrap. Se explica la relevancia de estas dos técnicas como herramientas estadísticas para determinar el grado de la precisión de los datos muestrales.

Introducción

En los estudios cuantitativos se utilizan numerosos índices, incluyendo los de diversidad (Magurran, 1988; Badii et al., 1994, 2000a), de similitud (Goodall, 1978), de competencia (Schoener, 1983), de crecimiento poblacional (Lenski & Service, 1982; Badii et al., 2000b, 2000c) y de jerarquía del tamaño (Weiner & Solbrig, 1984). Todos estos índices son estadísticas (estimaciones) calculadas de una muestra de los datos procedente de alguna población, y son utilizadas para hacer inferencias de la población. Para apoyar al lector a interpretar estas conclusiones, es necesario presentar medidas de incertidumbre o precisión junto con la estadística reportada. A pesar de que es bastante sencillo calcular el valor de la estadística, es relativamente, difícil medir el valor de la precisión. En este trabajo discutimos dos técnicas, jacknife y bootstrap que se puede usar para estimar la precisión de muchos índices.

Precisión, sesgo e intervalo de confianza

Suponemos que queremos estimar el valor promedio reproductivo de una especie en un área dada. La población estadística es un conjunto de valores (tasa reproductiva por planta) para cada planta en esta área. El promedio de la reproducción es el parámetro; describe una estadística o un rasgo mesurable de la población. Para conocer de manera exacta este parámetro, es necesario medir la característica indicada para todas y cada una de las plantas; hacer censo; algo usualmente impractico. En lugar de hacer censo, el investigador toma una muestra aleatoria de la población bajo estudio.

El promedio de la muestra es una estimación del parámetro. ¿Que tan confiable es la estimación? Diferentes plantas tienen distintos valores reproductivos; de la misma manera, diferentes muestras generan diferentes valores de estimación. Algunas de estas estimaciones están por debajo y otros por encima del parámetro. Un conjunto de las estimaciones de todas las posibles muestras forma una distribución muestral de la media de la muestra; y características de esta distribución describen la confiabilidad de la estadística (estimación).

La confiabilidad de una muestra tiene dos componentes: el sesgo y la precisión (Snedecor & Cochran, 1989). El sesgo es la diferencia entre el valor del parámetro y el valor promedio de diferentes estimaciones y mide si la estadística esta consistentemente demasiado alto o demasiado bajo. La precisión es la diferencia entre diferentes valores de diferentes estimaciones y normalmente, se usan la varianza o el error estándar para su medición. El sesgo y la precisión son componentes distintas de la confiabilidad.

Una estadística precisa puede estar sesgada. La distribución de los valores de diferentes estimaciones es algo teórico, ya que el investigador tiene solamente una muestra y por ende, un solo valor de la estimación. Si el método de muestreo tiene características bien definidas (por ejemplo, muestro simple aleatorio), entonces, la distribución muestral de los promedios de las muestras y otras estadísticas se pueden calcular de una sola muestra debido a que existen relaciones matemáticas conocidas entre las características de la muestra y los rasgos de la población.

Por ejemplo, una muestra simple aleatoria es sin sesgo y su error estándar se calcula de manera siguiente: $EE = (v/n)^{1/2}$, donde, EE es el error estándar, v = la varianza de la muestra, y n = el tamaño de la muestra. Si se conoce la distribución muestral, se puede calcular el intervalo de confianza. Bajo ciertos supuestos acerca de las observaciones, la media y la varianza de la muestra son estimaciones independientes con distribuciones conocidas, por tanto, el 95% de intervalo de confianza (IC) esta dado por $m \pm t_{n-1}\ EE$, donde, m = la media de la muestra, y t_{n-1} = el valor critico de 95% de IC para doble lados de la distribución t de student con n-1 grados de libertad, y EE como antes descrita. Comúnmente se confunde el concepto de IC. Hay que notar que el IC es un intervalo aleatorio con la característica de que con cierta frecuencia incluye la media poblacional, lo cual es fijo. Por ejemplo, un 95% de IC de 6 y 7 no significa que el 95% de las posibles medias muestrales están entre 6 y 7, ni tampoco quiere decir que el 95% de las medias poblacionales se ubican entre 6 y 7. Lo quiere decir, es que el 95% del tiempo el intervalo de confianza incluye la media poblacional.

Precisión y sesgo de algunos índices

Muchos índices son más complicados que la media muestral y en estos casos no se puede calcular matemáticamente una distribución muestral. En estos casos, es importante seleccionar coeficientes útiles. La distribución muestral de muchos de estos coeficientes se puede calcular por medio de jacknife o bootstrap. Por medio de la técnica de jacknife se puede cuantificar el sesgo y la varianza de una estadística, mientras que la técnica de bootstrap, a parte del sesgo y la varianza, se puede determinar en intervalo de confianza.

Estas técnicas han sido utilizadas en muchas aplicaciones reales como los casos siguientes. Tasa de crecimiento poblacional (Meyer, et al., 1986; Juliano, 1998), tamaño poblacional (Buckland & Garthwaite, 1991), estimaciones de toxicidad (Bailer & Oris, 1994), razón de variables (Buonaccorsi & Liebhold, 1988), distancia genética (Mueller, 1979), selección de gradientes (Bennington & McGraw, 1995), indices de diversidad (Heltshe & Forrester, 1985; Heltshe, 1988), similitud trofica (Smith, 1985), rango hogareño (Rempel et al., 1995), traslape entre nichos (Muller & Altenberg, 1985; Manly, 1997), y análisis de depredación (Badii et al., 2004).

A continuación se describen el uso de las técnicas de jacknife y bootstrap con el coeficiente de Gini de jerarquía en tamaño y el índice de Jaccard de similitud de comunidades. Los métodos no-paramétricos para observaciones independientes serán enfatizadas.

El coeficiente de Gini *G*, entre otras cosas mide el grado de desigualdad en cualquier asociación de datos (Weiner y Solbrig, 1984). El valor de *G* varía de 0, cuando, por ejemplo todas las plantas son del mismo tamaño, hasta 1, cuando una planta esta demasiado grande y el resto de las plantas son extremadamente pequeños. Este coeficiente se calcula de un juego de datos de manera siguiente.

$$G = \sum(2i - n - 1)Xi \,/\, (n\text{-}1)\, Xi \qquad (1)$$

Donde, *n* es en numero de individuos de plantas, y el tamaño de "*i*"esima planta, donde las plantas están ordenadas de mas pequeño a mas grande, $X_1 \leq X_2 \leq \ldots \leq X_n$. El índice de similitud describe el grado de semejancilla entre la composición de especies entre dos comunidades. Hay muchos índices de similitud (Goodall, 1978); el índice de Jaccard depende en la presencia de las especies, y se calcula de forma siguiente: $J = a / (a + b + c)$. Donde, *a* es el numero de especies encontradas en ambas comunidades, *b* y *c* son las cantidades de especies encontradas en las comunidades uno y dos, respectivamente. Es difícil calcular la precisión de este coeficiente analíticamente, Sin embargo se puede utilizar las técnicas de jacknife y bootstrap para calcular la confiabilidad de este coeficiente (Smith et al., 1986).

La técnica de jacknife y su aplicación

Esta técnica determina la precisión de una estimación (Miller, 1974). La técnica de jacknife calcula el sesgo y el error estándar para una estadística, pero no para un intervalo de confianza (Efron, 1982). La técnica de bootstrap tiene ventajas teóricas sobre la técnica de jacknife, sin embargo, la técnica de jacknife requiere mucho menos computación y a parte, no incluye componente aleatorio.

A continuación se describe la aplicación de jacknife para el coeficiente de desigualdad de Gini. La idea es el determinar si el número de las plántulas de un árbol creciendo en un ambiente competitivo poseen una jerarquía más fuerte del tamaño (una desigualdad mayor del tamaño) en comparación con las plantas que crecen de manera individual o libre de competencia. Seis semillas fueron seleccionadas de forma aleatoria de una colección grande de semillas y fueron plantadas de forma individual en macetas. Otros 100 semillas fueron plantadas conjuntamente en una sola maceta grande en donde puedan competir entre si (Evans, 1983).

El valor de coeficiente de Gini fue menor para el caso de las plantas individuales (G = 0.112) que para el caso de las plantas bajo la condición de la competencia (G = 0.115). Estos valores de coeficiente están consistentes con la hipótesis que la competencia incrementa la desigualdad en la distribución de los tamaños (Weiner & Solbrig, 1984). El tamaño de la muestra es pequeña, particularmente para las plantas crecidas libre de competencia y de manera individual, por tanto, es muy importante estimar la precisión de cada estadística y también calcular un intervalo de confianza para la diferencia.

A. Uso de jacknife

Las estimaciones de jacknife del sesgo y el error estándar se calculan por medio de remover un punto por cada tiempo de los juegos de datos (Miller, 1974; Badii et al., 2004). Para el caso de las plantas sin competencia, (Tabla 1), el valor observado sobre las seis plantas es G = 0.112. Cuando se remueve el primer punto, se calcula el coeficiente de Gini y se obtiene el valor de la coeficiente para las restantes cinco plantas G_{-1} = 0.110. Cuando se remueve el cuarto punto se obtiene G_{-4} = 0.124. Se combinan estas valores perturbados (un punto removido por cada tiempo) con la estadística original para calcular los seudovalores p_i para cada uno de n juegos de datos. Por tanto:

$$p_i = G + [(n - 1)(G - G_{-i})] \qquad (2)$$

Tabla 1. Número de nudos foliares para una planta crecida en condición individuales y colectiva.

Plantas individuales (sin competencia)					
18	18	20	23	25	28
Plantas colectivas (con competencia)					
8	22	17	18	13	17
10	23	18	19	15	18
11	24	19	20	20	19
12	25	20	22	23	20
13	26	21	23	13	21
14	27	22	25	15	22
15	30	23	13	23	23
16	11	24	14	15	24
17	12	25	15	11	25
18	13	27	18	12	27
19	14	13	20	13	
20	15	14	22	14	
21	16	15	23	15	

Tabla 2. Proceso de jacknife con el coeficiente de Gini para las plantas individuales.

Muestra procesada por jacknife					***Coeficiente de Gini***	***seudovalores***
18	20	23	25	28	0.110	0.124
18	20	23	25	28	0.110	0.124
18	18	23	25	28	0.120	0.070
18	18	20	25	28	0.124	0.053
18	18	20	23	28	0.117	0.089
18	18	20	23	28	0.091	0.216
						m_p = 0.1128

Las seis muestras de jacknife para las plantas individuales, sus G_{-i} valores, y sus respectivos seudovalores están demostradas en la Tabla 2. En la técnica de jacknife se calcula la estimación del sesgo por medio de (Efron, 1982): Sesgo = $G - m_p$. Donde, G es el valor de coeficiente de Gini para la muestra, y m_p es el promedio de los seudovalores generadas por jacknife. Para el ejemplo de la Tabla 1, la estimación de jacknife del sesgo es 0.1120 – 0.1128 = -0.0008. Este sesgo es muy pequeño, pero si fuera grande lo hubiéremos podido restar del valor observado, para que de esta manera, producir una estimación menos sesgada. La técnica de jacknife es particularmente bueno para corregir las estadísticas con el sesgo del primer orden, es decir, un sesgo que esta linealmente proporcional al tamaño de la muestra (Miller. 1974). La estimación del estándar error por medio de jacknife es precisamente el error estándar de los seudovalores, es decir $EE_G = [\sum(p_i - m_p)^2 / n(n - 1)]^{1/2}$, donde todas las notaciones como antes descritas. El error estándar estimado es igual a 0.024 para las plantas individuales y para el caso de las plantas colectivas este valor es igual a 0.010. La dos muestras son independientes, por tanto, el error estándar de la diferencia es $(EE_1 + EE_2)^{1/2}$. Hay que notar que el tamaño de la muestra para todos los trabajos de estadística es sumamente relevante, por ejemplo las estimaciones del sesgo y/o error estándar generadas por jacknife son mas precisas para las muestras grandes, y en caso de las muestras pequeñas, hay que tomar estas estimaciones con mucha precaución.

En termino general, la técnica de jacknife no produce intervalo de confianza, ni se usa para probar hipótesis, sin embargo, algunos autores (Meyer et al., 1986; Badii et al., 2004), asumiendo una distribución normal, han generado intervalo de confianza por esta técnica, en donde la IC tiene la forma de $G \pm t_k EE_G$. Donde t_k, es el valor critico de una distribución t con k grados de libertad. El único problema en este proceso es que se desconoce el número verdadero de los grados de libertad. Sin embargo, usar $n - 1$ grados de libertad, en donde n es el tamaño original de la muestra ha funcionado de manera satisfactoria (Badii et al., 2004).

B. uso de bootstrap

Bootstrap es una técnica popular para probar hipótesis y generar intervalo de confianza y también para estimar el sesgo y el error estándar de una estadística. Esta técnica esta compuesta de dos etapas para aproximar la distribución muestral desconocida. Primero, utilizar información de la muestra para aproximar la distribución desconocida de los valores de la población y tomar muchas muestras de bootstrap de esta distribución. Segundo, se aproxima la distribución muestral desconocida por medio de la distribución de estimaciones de muchas muestras generadas por el bootstrap. A pesar de lo sencillo del concepto, hay varios tipos de bootstrap dependiendo en: a) la manera de aproximar la población, b) la manera de tomar muestras de la población por esta técnica, y c) la manera de calcular el intervalo de confianza.

Aproximación de la población

Existen dos formas para aproximar la población: la manera paramétrica y la forma no-paramétrica. La primera esta basada en la distribución especifica (por ejemplo, normal, Poisson, binomial, lognormal, etc.). Estas distribuciones paramétricas se usan para describir las poblaciones desconocidas. En caso de bootstrap no-paramétrico, se aproxima la población por medio de la distribución discreta de los valores observados. Por ejemplo, una distribución Poisson con una media de 22 nudos ajusta razonablemente bien a los datos de seis plantas bajo la condición de no competencia (Tabla 1), y para el caso de la competencia con 75 plantas, una distribución de tipo Poisson con un promedio de 18.4 nudos describe la distribución de los datos de manera apropiada. La población estimada de los individuos en caso de no competencia (Tabla 1) es una distribución discreta en donde el valor 18 ocurre con la probabilidad 2/6, ya que hay dos plantas con 18 nudos cada una, y los valores de 20, 23, 25 y 28 cada uno tiene una probabilidad de 1/6. Muchos autores prefieren utilizar la forma no-paramétrica en las estimaciones de bootstrap. Sin embargo, debido al supuesto de la representatividad muestral de la población en caso de no-paramétrico, seria aconsejable utilizar el método paramétrico para las muestras pequeñas.

Toma de muestreo de bootstrap

Una vez que la población ha sido aproximada, se debe tomar muestras de esta población. Hay varios métodos para la toma de muestreo de bootstrap: *ordinario*, *balanceado*, y *bloques móviles*. La forma más sencilla u ordinaria es tomar una muestra simple aleatoria sin reemplazo, de los valores de la población. Con la técnica de no-paramátrica para el bootstrap, la muestra seria una simple aleatoria de los valores observados. La estadística, en este caso, la coeficiente Gini, se calcula de los valores de la muestra de bootstrap. En la Tabla 3 para los datos del caso de no competencia, se puede observar cinco muestras bootstrap y los valores de la coeficiente de Gini. Cada muestra bootstrap elimina algunos valores observados y repite otros valores, ya que los valores están muestreadas con reemplazo. Algunas muestras bootstrap tienen valores de coeficiente de Gini mayor del valor observado (*G* = 0.112) y otras muestras a lo contrario. Este proceso se repita por muchas muestras bootstrap. Típicamente, se recomienda usar entre 50 a 100 muestras bootstrap para estimar un error estándar, y 1000 o mas muestras bootstrap para estimar el IC (Efron & Tibshirani, 1993).

Tabla 3. Cinco muestras bootstrap de los datos del caso no competencia.

Muestras bootstrap						**Coeficiente de Gini**
18	18	23	25	28	28	0.117
18	18	18	25	25	25	0.098
18	18	23	23	28	28	0.116
18	18	18	20	23	28	0.107
18	18	20	23	25	28	0.112

Una limitación con el muestreo simple aleatorio es cada observación probablemente, no ocurre con frecuencia igual en las muestras bootstrap. Por ejemplo en la Tabla 3, el valor 20 ocurre solamente dos veces, mientras que el valor 28 ocurre seis veces. Por tanto, el agregado de las muestras bootstrap no representa la población, en donde los valores de 20 y 28 son igualmente frecuentes. El *bootstrap balanceada* obliga que cada valor ocurra con igual frecuencia. Un algoritmo para sacar 100 muestras bootstrap balanceadas, seria escribir 100 copias de cada valor observado. Para las plantas individuales la población tiene 600 valores, de los cuales, 200 son 18, 100 son 20, 100 son 23, 100 son 25 y 100 son 28. Se permutan de forma al azar estos 600 valores, luego, de la primera muestra bootstrap, toman los primeros seis valores, después los segundos seis valores, y así sucesivamente. Bootstrap balanceada incrementa considerablemente la precisión del sesgo, sin embargo no es útil para calcular el IC (Davison & Hinkley, 1997). En caso de las técnicas de ordinario y/o balanceado, las probables correlaciones (espacial o temporal) entre los datos, se puede eliminar por medio del proceso de aleatorización, sin embargo, en el caso de la técnica de bloques móviles, se retiene algo de correlación.

Precisión estadística

Estimar sesgo y *EE* por el bootstrap

La estimación bootstrap del sesgo para la coeficiente de Gini es la diferencia entre el promedio de la distribución de bootstrap y el valor de la muestra original. Para el caso de las plantas individuales, el valor de coeficiente de Gini de la muestra original es 0.1120 y el valor promedio de Gini obtenido de cinco muestras bootstrap de los datos de la Tabla 2 es igual a 0.1099. Por tanto el sesgo es igual a 0.1099 – 0.1120 = - 0.0020. En la practica, se debe utilizar entre 50 a 100 muestras bootstrap para estimar el sesgo. Usando 1000 muestras bootstrap arroja valores de sesgo de –0.018 y –0.0020, para casos de plantas individuales y colectivas, respectivamente. En ambos casos el sesgo es pequeño. Sin embargo, en caso del valor grande para el sesgo, se debe restar el valor estimado del sesgo del valor observado para producir una estimación menos sesgada. Se utiliza el valor de desviación estándar de la distribución de bootstrap para calcular el error estándar de la coeficiente de Gini. Para el caso de los datos de la Tabla 2, el valor estimado del *EE* es igual a 0.0079 basado en cinco muestras bootstrap. Usando 1000 muestras bootstrap, los valores de *EE* para las plantas individuales y colectivas son 0.022 y 0.0097, respectivamente. Estos valores son similares a los valores correspondientes generados por la técnica de jacknife. Los cálculos teóricos demuestran que la técnica de jacknife es una aproximación lineal de la técnica de bootstrap (Efron, 1982). El *EE* una estimación de la precisión. Se puede convertir el *EE* en IC si suponemos una distribución particular, por ejemplo, la de normal. Sin embargo, se puede estimar los intervalos de confianza por la técnica de bootstrap sin la necesidad del supuesto de la normalidad.

Estimar el IC por el bootstrap

Se puede calcular el IC por la técnica de bootstrap, al menos, por medio de cinco métodos: *percentil*, *básico*, la *forma de student*, *sesgo-corregido*, y *acelerada*. Estos métodos presentan una compensación entre la simplicidad y la generalidad. No existe el mejor método para todos los problemas. Los mismos métodos se presentan con diferentes nombres por diferentes autores y esto, claramente, produce confusión en la literatura de muestreo.

Método de percentil

Este método es el más simple y a la vez es el método mas comúnmente utilizado para construir los intervalos de confianza. Se usan los 2.5 y 97.5 percentiles de la distribución de bootstrap como los limites de 95% de IC. Para calcular el 2.5 percentil de N repeticiones de bootstrap, hay que arreglar las estimaciones de las muestras bootstrap en el orden ascendente. El "p"isima percentil es la $(N + 1)p/100^{ma}$ valor mas grande. Se puede construir una histograma de 999 valore de la coeficiente de Gini para los datos de las plantas colectivas. El 2.5 y 97.5 percentiles de $N = 999$ observaciones están dados por los valores mas grandes la observación 25 y la de 975. Estos valores son 0.133 y 0.171, respectivamente. Por tanto, en intervalo entre 0.133 y 0.171 es el 95% de IC utilizando el método de percentil. Se puede generar este IC por medio de la simulación. Este método produce valores correctos para IC cuando la distribución de bootstrap es simétrica y centrada sobre el valor observado (Efron, 1982). El método de sesgo corregido ajusta para el sesgo en la distribución de bootstrap y el método de acelerado ajusta para ambas sesgo y la tendencia de la distribución hacia cualquier lado. El método de la forma de student esta basado en la distribución de bootstrap de la estadística ajustada por su media y el EE. La ecuación $(G_i - G)/EE_i$ se parece a la ecuación de la distribución de t de student, y de allí viene el origen del nombre de este método. Este método es muy útil cuando la variabilidad en los datos depende en la media. El método básico esta basado en la relación fundamental entre la hipótesis y los intervalos de confianza.

Método de sesgo corregido

Este técnica ajusta para la distribución de bootstrap que no esta centrada sobre la estadística observada. Los límites de IC para esta técnica se estiman por medio de la determinación F, la fracción de las repeticiones de bootstrap menores del valor observado de la estadística y el valor Z_0, el valor de probit trasformado por F. Los porcentiles de 95% de IC se calculan por medio de:

$$P_b = \phi(2Z_0 -1.96) \qquad (3)$$

$$P_a = \phi(2Z_0 +1.96) \qquad (4)$$

Donde, ϕ = la función acumulativa de la distribución normal. Los valores de ϕ y las transformaciones probit se encuentran en muchas paquetes estadísticas o tablas estadísticas. Los valores ±1.96 son los valores críticos para el 95% de IC de una estadística con la distribución normal. Los valores P_b y P_a son los límites bajos y altos de IC de la técnica de sesgo corregido y están dados por los valores en la distribución de bootstrap que corresponden a los percentiles calculados. Cuando el valor observado de la estadística es la mediana de la distribución de bootstrap, no habrá diferencia entre los valores de IC generadas por esta técnica y los de la técnica de percentil.

Método de la forma de student

Los dos métodos anteriores asumen la homogeneidad de las varianzas a lo lago de diferentes valores de las medias. Sin embargo en muchas ocasiones, las varianzas dependen de las magnitudes de las medias, y para ajustar esta desigualdad de las varianzas, se usa el método de la forma de student. Cuando una estadística *g*, tiene una distribución normal, los limites del IC se dan por:

$$g \pm t\, EE_g \qquad (5)$$

Donde, EE_g es el error estándar de *g*, y $\pm t$ son los cuartiles de la distribución *t* con los grados de libertada apropiadas. Los valores de IC de bootstrap de forma de student se dan por:

$$(g + b_b\, EE_g,\ g + b_a\, EE_g) \qquad (6)$$

Donde, b_b y b_a son los percentiles de la distribución de bootstrap de la forma de student de la estadística. Se calcula esta distribución por medio de sacar una muestra de bootstrap de las observaciones y calcular la estadística G_i , y su error estándar, EE_g. La estadística de la forma de student, es: $b_i = (G_i - G)/EE_g$. Donde, *G* es el valor observado de la estadística en la muestra original. Un gran número de valores de b_i se calculan de un número grande de las muestras de bootstrap.

Método básico

Esta técnica determina los valores distales de IC por medio de la explotación de la relación fundamental entre las pruebas de hipótesis y los intervalos de confianza. Una manera de determinar los valores distales de un 95% de IC es utilizar una prueba de hipótesis $\theta = x$ para encontrar los valores $x = b$ y $x = a$ para los cuales la hipótesis esta rechazada a nivel de $P = 5\%$. Utilizar el bootstrap para probar estas hipótesis requiere estimar la distribución muestral cuando $\theta = b$ y la distribución muestral cuando $\theta = a$. Bajo el supuesto de no relación entre el error estándar de la distribución muestral y la media, se estima la distribución muestral cuando $\theta = a$, por medio de modificar la distribución muestral observada por la cantidad de $a - G$. La hipótesis de $\theta = a$ se rechaza a nivel de $P = 5\%$, cuando el valor observado G es exactamente 2.5^{vo} percentil de la distribución modificada. Similarmente, para la hipótesis de $\theta = b$ para 97.5^{vo} percentil. Por tanto, los limites distales de IC por esta técnica estan dadas por ($2G - G_{0.975}$, $2G - G_{0.025}$), donde, G es el valor observado de la estadística, y $G_{0.025}$ y $G_{0.975}$ son los 2.5^{vo} y 97.5^{vo} percentiles de la distribución de bootstrap.

La selección apropiada de las técnicas de bootstrap

Como se describió anteriormente, la selección adecuada de una de las técnicas de bootstrap depende en: a) la manera de aproximar la población, b) la manera de tomar muestras de la población por esta técnica, y c) la manera de calcular el intervalo de confianza. Mayoría de los investigadores utilizan el método no-paramétrico de bootstrap por percentil. Esta técnica es la mas sencilla de implementar y/o describir.

La decisión de usar método paramétrico o no-paramétrico no es relevante, cuando se conoce la distribución de los datos y el tamaño de la muestra es grande. Sin embargo, en caso de las muestras pequeñas, el método paramétrico produce respuestas más confiables. Para calcular los valores de IC, la decisión de seleccionar una técnica determinada es más difícil de hacer. Por ejemplo para el caso de las plantas colectivas todos los métodos de bootstrap producen resultados similares de los valores límites de IC (Tabla 4).

Tabla 4. Los valores limites de IC para el caso de plantas colectivas.

Método o técnica de bootstrap	***95% de intervalo de confianza***
Percentil	(0.133, 0.171)
Sesgo-corregido	(0.136, 0.176)
Acelerado	(0.137, 0.176)
Forma de student	(0.137, 0.180)
Básico	(0.139, 0.177)

Los argumentos teóricos sugieren que la técnica de acelerado es generalmente, mejor que las técnicas de sesgo-corregido o percentil (Efron, 1987). Sin embargo los estudios basados en la simulación indican las diferencias entre las distintas técnicas son prácticamente muy pequeñas. Hay que notar que un 95% IC significa que 95% de tiempo el valor verdadero del parámetro de la población se ubica dentro del intervalo. Sin embargo, los intervalos en caso de la técnica de forma de student son excesivamente largos y por esta razón, muchos investigadores prefieren utilizar las técnicas de percentil o acelerado (Efron & Tibshirani, 1993).

Conclusiones

Uno de los problemas esenciales en el manejo de los datos lo constituye, la toma de la muestra de forma científica y objetiva. En realidad, la forma correcta de toma de los hechos numéricos denominados datos forma la base de los trabajos experimentales que obedecen a la lógica inductiva. En diferentes campos de investigación llamase, ciencias naturales, sociales, humanísticas, etc., el investigador siempre esta ante el dilema de si sus datos verdaderamente son reflejos de la naturaleza del sistema del cual se desea hacer inferencia científica. Este problema, determinaría, de hecho, la correcta o incorrecta manera de tomas de decisiones los cuales, finalmente, son la meta final de cualquier investigación inductiva. Los estadísticos, a través del tiempo, han desarrollado diferentes indicadores, estimadores o índices estadísticos para medir la desviación de la estimación estadística (que resulta de la muestra) del parámetro bajo el estudio. Se han trabajado sobre diferentes índices, por ejemplo, desde el rango, la varianza, la desviación estándar, el error estándar, el coeficiente de variación, la variación relativa, el grado de confiabilidad, la potencia estadística, el sesgo, la precisión y hasta la exactitud. Todos estos índices o estimadores, tratan de medir algún grado de variabilidad que existe en la muestra y/o en relación con otras muestras. Con el objetivo de contribuir conocimientos en la misma línea, se plantea y se revisa los conceptos de jacknife y bootstrap, ya que estas dos técnicas se encargan de estimar el grado de la precisión de los índices estadísticos y son apropiadas para determinar si el error de estimación se debe al proceso del muestreo (error de muestreo) o es un error innato dentro y entre los sistemas bajo del estudio.

Referencias

Badii, M. H., A. E. Flores, R. Foroughbakhch & L. Hauad. 1994. Diversidad ecológica. Calidad Ambiental, 1(5): 18-22.

Badii, M. H., A. E. Flores, H. Bravo, R. Foroughbakhch & H. Quiróz. 2000a. Diversidad, estabilidad y desarrollo sostenible. Pp. 381-402. In: M. H. Badii, A. E. Flores & J. L. Galán (eds.). Fundamentos y Perspectivas de Control Biológico. UANL, Monterrey.

Badii, M. H., A. E. Flores & L. A. Rodríguez del Bosque. 2000b. Tablas de vida. Pp. 155-166. In: M. H. Badii, A. E. Flores & J. L. Galán (eds.). Fundamentos y Perspectivas de Control Biológico. UANL, Monterrey.

Badii, M. H., A. E. Flores & H. González Hernández. 2000c. Dinámica poblacional. PP. 167-174. In: M. H. Badii, A. E. Flores & J. L. Galán (eds.). Fundamentos y Perspectivas de Control Biológico. UANL, Monterrey.

Badii, M. H., E. Ortiz-Hernández, A. E. Flores & J. Landeros. 2004. Prey stage preference and functional responses of *Euseius hibisci* to *Tetranychus urticae* (Acari: Phytoseiidae, tetranychidae). Experimental & Applied Acaraology, 34: 263-273.

Bailer, A. J. & J. T. Oris. 1994. Assessing toxicity of pollutants in aquatic systems. Pp. 25-40. In: N. Lange, L. Ryan, L. Billard, D. Brillinger, L. Conquest & J. Greenhouse (eds.). case Studies in Biometry. Wiley. N. Y.

Bennington, C. C. & J. B. McGraw. 1995. Natural selection and ecotypic differentiation in *Impatience pallida*. Ecological Monographs, 65: 303-324.

Buckland, S. T. & P. H. Garthwaite. 1991. Quantifying the precision of mark-recapture estimates using the bootstrap and related methods. Biometrics, 47: 255-268.

Buonaccorci, J. P. & A. M. Liebhold. 1988. Statistical methods for estimating rstios and products in ecological studies. Environmental entomology, 17: 572-580.

Davison, A. C. & D. V. Hinkley. 1997. Bootstrap Methods and their Application. Cambridge University press, Cambridge.

Efron, B. 1982. The jacknife, the bootstrap, and other resampling plans. Society of Industrial and Applied Mathmatics, CBMS-NSF Monographs, 38.

Efron, B. 1987. Bootstrap confidence intervals (with discussion). Journal of the American Statistical Association, 82: 171-200.

Efron, B. & R. J. Tibshirani. 1993. An Introduction to the Bootstrap. Chapman & hall, London.

Evans, J. 1983. The ecology of *Ilanthus altissima*: An invading species in both early and late successional communities of Eastern Deciduous Forrest. B. S. thesis. Cornell University, Ithaca, N. Y.

Goodall, D. W. 1978. Sample similarity and species correlation. Pp. 99-149. In: mR. H. Whittaker (ed.). Ordination of Plant Communities. Junk the Hague. The Netherlands.

Heltshe, J. F. 1988. Jacknife estimate of the matching coefficient of similarity. Biometrics, 44: 447-460.

Heltshe, J. F. & N. E. Forrester. 1985. Statistical evaluation of jacknife estimate of diversity when using quadrat samples. Ecology, 66: 107-111.

Juliano, S. A. 1998. Species introduction and replacement among mosquitoes: Interspecific resource competition or apparent competition? Ecology, 79: 255-268.

Lenski, R. E. & P. M. Service. 1982. The statistical analisis of population growth rates calculated from schedules for survivorship and fecundity. Ecology, 63: 655-662.

Magurran, A. E. 1988. Ecological Diversity and its Measurement. Princeton University Press, Pinceton, N. J.

Manly, B. F. J. 1997. Randomization, Bootstrap and Monte Carlo methods in Biology. 2nd ed. Chapman & Hall, London.

Meyer, J. S., C. G. Ingersoll, L. L. McDonald, & M. S. Boyce. 1986. Estimating uncertainty in population growth rates: Jacknife versus bootstrap tecuniques. Ecology, 67: 1156-1166.

Miller, R. G. 1974. The Jacknife-A review. Biometrika, 61: 1-17.

Mueller, M. D. 1979. A comparison of two mwthods for making statistical inferences on Nei's measure of genetic distance. Biometrics, 35: 757-763.

Mueller, M. D. & L. Altenberg. 1985. Statistical inferences on niche overlap. Ecology, 66: 1204-1210.

Rampel, R. S., A. R. Rodgers & K. F. Abraham. 1995. Performance of a GPS animal location system under boreal forrest canopy. Journal of Wildlife Management, 59: 543-551.

Schoener, T. W. 1983. Field experiments on interspecific competition. American Naturalist, 122: 240-285.

Smith, E. P. 1985. Estimating the reliability of diet overlap measures. Environmental Biology of Fishes, 13: 125-138.

Smith, E. P., R. B. ge3nter & J. Cairns. 1986. Confidence intervals for the similarity between algal communities. Hydrobiologia, 139: 237-245.

Snedecor, G. W. & W. G. Cochran. 1989. Statistical Methods. Iowa State University Press, Ames, Iowa.

Weiner, J. & O. T. Solbrig. 1984. The meaning of measurement of size hierarchies in plant populations. Oecologia, 61: 334-336.