

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Institut dopravy

Výpočet jízdní dynamiky vozu pro závody do vrchu

Calculation of Hill Climb Car Dynamic

Student: David Dubový
Vedoucí práce: Ing. Jakub Šmiraus

Ostrava 2018

Zadání bakalářské práce

Student: **David Dubový**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 2301R003 Dopravní technika a technologie
Téma: **Výpočet jízdní dynamiky vozu pro závody do vrchu**
Calculation of Hill Climb Car Dynamics

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Úvod.
2. Charakteristika disciplíny a stanovení cílů práce.
3. Postup výpočtu jízdní dynamiky silničního vozidla obecně.
4. Popis vozu BMW Compact M3, měření rychlostní charakteristiky motoru.
5. Výpočet jízdní dynamiky vozu BMW Compact M3.
6. Shrnutí výsledků a porovnání s reálně naměřenými daty.
7. Návrh možných úprav vozu k dosažení zlepšení jízdních vlastností.
8. Závěr.

Cíle práce:

1. Výpočet kompletní jízdní dynamiky vozu BMW.
2. Návrh 5 možných úprav vozu k dosažení zlepšení jízdních vlastností na základě konzultace s provozovatelem vozu a ekonomické zhodnocení těchto úprav.

Seznam doporučené odborné literatury:

- MATĚJKA, R.: Vozidla silniční dopravy I. VŠDS Žilina, Bratislava: Alfa Bratislava.
MATĚJKA, R.: Vozidla silniční dopravy II. VŠDS Žilina, Bratislava: Alfa Bratislava, 1981.
VLK, F.: Dynamika motorových vozidel. Brno: Nakladatelství a vydavatelství VLK, 2000.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jakub Šmiraus**

Datum zadání: 08.12.2017

Datum odevzdání: 21.05.2018



doc. Ing. Aleš Slíva, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě dne 21. května 2018



.....
Podpis studenta

Prohlašuji, že:

- jsem si vědom, že na tuto moji závěrečnou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. Zákon o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (dále jen Autorský zákon), zejména § 35 (Užití díla v rámci občanských či náboženských obřadů nebo v rámci úředních akcí pořádaných orgány veřejné správy, v rámci školních představení a užití díla školního) a § 60 (Školní dílo),
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo užít tuto závěrečnou bakalářskou práci nekomerčně ke své vnitřní potřebě (§ 35 odst. 3 Autorského zákona),
- bude-li požadováno, jeden výtisk této bakalářské práce bude uložen u vedoucího práce,
- s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 Autorského zákona,
- užít toto své dílo, nebo poskytnout licenci k jejímu využití, mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše),
- beru na vědomí, že podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, že tato bakalářská práce bude před obhajobou zveřejněna na pracovišti vedoucího práce, a v elektronické podobě uložena a po obhajobě zveřejněna v Ústřední knihovně VŠB-TUO, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě dne 21. května 2018



.....
Podpis autora práce

Jméno a příjmení autora práce: David Dubový

Adresa trvalého pobytu autora práce: Březová č.p. 24, 747 44

Poděkování:

Rád bych tímto poděkoval panu Ing. Jakubu Šmirausovi za odborné vedení, konzultace a cenné rady.

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

DUBOVÝ, D. *Výpočet jízdní dynamiky vozu pro závody do vrchu: bakalářská práce.*

Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut Dopravy.

Vedoucí práce: Ing. Jakub Šmiraus

Bakalářská práce se zabývá výpočtem jízdní dynamiku vozu upraveného pro závody do vrchu. Tímto vozidlem je BMW E36 Compact s motorem M52B25 a 139kW. Je vypočtena kompletní jízdní dynamika tohoto vozidla a jsou navrženy úpravy za účelem vylepšení jízdních vlastností. Výpočty probíhaly v programu Microsoft Excel.

ANNOTATION OF BACHLEOR THESIS

Dubový, D. *Calculation of Hill Climb Car Dynamic.* Ostrava: VŠB –Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering Institute of transportation.

Thesis head: Šmiraus, J.

The bachelor thesis deals with the calculation of driving dynamics of the car adapted for racing to uphill. This vehicle is the BMW E36 Compact with the engine M52B25 and 139kW. The complete driving dynamics of this vehicle are calculated and changes are proposed to improve driving performance. The calculations were realized in Microsoft Excel.

Obsah

1. Seznam použitých symbolů a zkratk	10
2. Úvod	12
3. Charakteristika disciplíny a stanovení cílů práce	13
4. Postup výpočtu jízdní dynamiky obecně	15
4.1. Výpočet hnací síly na kolech	15
4.2. Výpočet rychlosti vozidla	15
4.3. Výpočet odporu vzduchu	16
4.4. Součinitel odporu valení	16
4.5. Výpočet měrné hnací síly vozidla	17
4.6. Zrychlení automobilu	19
4.7. Určení časového průběhu rychlosti vozidla	19
4.8. Určení skutečné maximální rychlosti vozidla	19
4.9. Doběh vozidla	19
4.10. Závislost dráhy na čase	22
4.11. Výpočet maximální hnací síly na kolech	23
5. Popis vozu BMW E36 COMPACT M3	25
6. Výpočet jízdní dynamiky vozu BMW E36 COMPACT M3	29
6.1. Výpočet charakteristiky měrné hnací síly na kolech	30
6.2. Výpočet rychlosti v závislosti na čase	36
6.3. Výpočet dráhy	41
6.4. Výpočet maximální hnací síly na kolech	42
7. Shrnutí výsledku a porovnání s reálně naměřenými daty	44
8. Návrh možných úprav vozu k dosažení zlepšení jízdních vlastností	45
8.1. Hmotnost	45
8.1.1. Baterie	45
8.1.2. Nádrž na palivo	46
8.1.3. Ráfky	47
8.2. Výkon	47
8.3. Odpor vzduchu	47
9. Závěr	48
10. Seznam použité literatury	49

11. Seznam obrázků, tabulek a grafů	50
12. Seznam příloh.....	52

1. Seznam použitých symbolů a zkratk

a ... zrychlení

b ... zpomalení

c_x ... součinitel odporu vzduchu

f ... součinitel odporu valení

F_k ... hnací síla na kolech

F_{z1} ... statická zatěžující síla na přední nápravu

F_{z2} ... statická zatěžující síla na zadní nápravu

F_{z2dyn} ... dynamická zatěžující síla na zadní nápravu

G ... gravitační síla

g ... gravitační konstanta

h_t ... výška těžiště

i_c ... celkový převodový poměr

i_k ... převodový poměr daného stupně převodovky

i_0 ... převodový poměr stálého převodu

L ... rozvor

L_z ... vzdálenost těžiště od zadní nápravy

M_t ... točivý moment na motoru

m ... hmotnost vozidla

m_{lp} ... hmotnost na levém předním kole

m_{lz} ... hmotnost na levém zadním kole

m_p ... hmotnost posádky

m_{pp} ... hmotnost na pravém předním kole

m_{pz} ... hmotnost na pravém zadním kole

n_m ... otáčky motoru

O_a ... odpor ze zrychlení

O_f ... odpor valení

O_s ... odpor sklonu

O_v ... odpor vzduchu

p ... měrná hnací síla

r ... poloměr kola

S_x ... čelní plocha vozidla

V ... rychlost vozidla v km/h

v ... rychlost v m/s

x ... ujetá dráha

η ... účinnost převodového ústrojí

δ ... součinitel rotačních hmot

μ ... elementární součinitel soudržnosti

2. Úvod

Tato bakalářská práce řeší problematiku jízdní dynamiky sériového silničního vozidla upraveného pro motosport, konkrétně pro disciplínu závody do vrchu. Z práce je možno vyčíst některé požadavky nutné ke splnění podmínek pro start v těchto závodech a jejich základní pravidla. Obsahem práce je tedy výpočet kompletní jízdní dynamiky pro konkrétní vozidlo. Tímto vozidlem je BMW E36 COMPACT se sériovým motorem 323i M52B25. Proto, abych mohl řešit tuto problematiku, je také nutné zpracování teorie výpočtu jízdní dynamiky.

Mezi cíle mé práce patří výpočet dynamických parametrů tohoto vozidla a návrh dalších úprav, které nám tyto parametry ještě vylepší. Navrhované úpravy dále ekonomicky zhodnotím a určím, zda jsou tyto úpravy vzhledem k investici efektivní. Úpravy musí být v souladu s kategorií a skupinou, ve které bude závodní vůz startovat.

Tuto problematiku jsem si zvolil z důvodu, že mě zajímá, jak mohou jednotlivé parametry na vozidle měnit jeho dynamické vlastnosti. Přijde mi zajímavé, jak dojít k těmto výsledkům matematickou cestou a jak se tyto matematické výpočty liší od skutečných hodnot. Dalším důvodem, proč jsem si toto téma zvolil, je skutečnost, že se mi líbí koncepce automobilky BMW.

Moje bakalářská práce může posloužit majiteli a zároveň závodníkovi tohoto vozidla jako inspirace pro následné úpravy a vylepšení vozu.

3. Charakteristika disciplíny a stanovení cílů práce

Závody do vrchu jsou jedním z nejstarších automobilových sportů. První známý závod se datuje k 31. lednu 1897 v La Turbie. Nejstarším závodem, který se bez přerušení jezdí dodnes, je Shelsley Walsh Speed Hill Climb ve Worcestershire v Anglii a jezdí se na nezměněné trati.

Trasy těchto závodů mají délku od 1 do 20 kilometrů. Závody se jezdí v hornatých a kopcovitých oblastech a tratě jsou tvořeny klikatými cestami a prudkými zatáčkami. Závody probíhají na pevných asfaltových površích. Nezávodí se v okruzích, startovní čára je jinde než čára cílová. Cíl závodu musí být zpravidla ve vyšší nadmořské výšce než start. Tyto závody jsou závody s individuálním startem, to znamená, že automobily startují postupně. Vozy jsou rozděleny do kategorií dle objemu motoru a úrovně úprav na automobilu.



Obrázek 1 - automobil Audi Quattro A2 při závodech do vrchu [6]

V Evropě jsou závody do vrchu vázány předpisy FIA. Dle těchto pravidel se rozdělují sportovní automobily do skupin. Nejprestižnějším závodem v Evropě je FIA Mistrovství Evropy. Předpisy určující podobu automobilů v tomto závodě platí pro všechny závody na tomto kontinentu. Předpis FIA rozlišuje dvě základní kategorie, a to kategorii pro produkční vozy (skupiny A; N; S20; GT) a kategorii pro speciální závodní vozy (skupiny E2-SH; CN/E2-SC; D/E2-SS).

Do první kategorie spadají vozy sériové produkce s úpravami. Do skupiny N patří vozy jen s minimálními úpravami. Ve skupinách A, S20, GT jsou vozy s maximální povolenou úpravou. Druhou kategorií tvoří speciální automobily. Tyto vozy mají speciální stavbu určenou přímo pro závody do vrchu, aby dosahovaly co nejlepších možných výsledků.

Zadáním této práce je výpočet jízdní dynamiky vozu pro závody do vrchu. Z toho plynoucím cílem práce je vypočítat jízdní dynamiku vozu BMW E36 COMPACT. Tento vůz je zatím v přestavbě a výpočet dynamiky nám pomůže poznat jízdní vlastnosti automobilu a zjistit, jaké úpravy by na vozidle ještě mohly proběhnout, abychom tyto vlastnosti vylepšili. Může se jednat například o změnu ráfku nebo snižování hmotnosti vozu. Musíme vzít v potaz i cenovou relaci těchto úprav a vyhodnotit, které zásahy by byly efektivní jak z technické, tak i ekonomické stránky.

4. Postup výpočtu jízdní dynamiky obecně

Tato kapitola se zabývá obecným postupem výpočtu jízdní dynamiky automobilu. V jednotlivých podkapitolách jsou vysvětleny jednotlivé kroky výpočtů, přičemž tyto kroky na sebe chronologicky navazují.

4.1. Výpočet hnací síly na kolech

Hnací síla na kolech se vypočte jako podíl točivého momentu na kolech a dynamického poloměru kola.

Hnací sílu na kolech je nutno počítat ke každému převodovému stupni zvlášť.

$$F_k = \frac{M_t \cdot i_k \cdot i_0 \cdot \eta}{r} [N] \quad (1)$$

F_k ... hnací síla na kolech

M_t ... točivý moment na motoru

i_k ... převodový poměr daného stupně převodovky

i_0 ... převodový poměr stálého převodu

η ... účinnost převodového ústrojí

r ... poloměr kola

Jelikož předpokládáme, že je účinnost převodového ústrojí η v závislosti na přenášeném momentu neměnná, to znamená v závislosti na zařazeném převodovém stupni, tak si ji zvolíme. Obecně se předpokládá účinnost převodového ústrojí $\eta = 0,90$.

4.2. Výpočet rychlosti vozidla

Rychlost vozidla počítáme ze vzorce:

$$V = 2 \cdot \pi \cdot 3,6 \cdot \frac{r \cdot n_m}{i_c} [km/h] \quad (2)$$

V ... rychlost vozidla v km/h

r ... poloměr kola

n_m ... otáčky motoru

i_c ... celkový převodový poměr

Vzhledem k tomu, že je k dalším výpočtům potřeba i rychlost v m/s, tak si ji vypočteme ze vztahu:

$$v = \frac{V}{3,6} [m/s] \quad (3)$$

V ... rychlost vozidla v km/h

v ... rychlost v m/s

4.3. Výpočet odporu vzduchu

Odpor vzduchu je způsoben aerodynamickými silami působícími na automobil. Tento odpor je úměrný čelní ploše automobilu, součiniteli odporu vzduchu a aerodynamickému tlaku. Čelní plochu lze získat od výrobce. V případě, že nám tyto data nejsou k dispozici, můžeme tuto plochu odhadnout pro osobní automobil jako $(0,7 \text{ až } 0,85) \cdot \text{výška} \cdot \text{šířka}$. Součinitel odporu vzduchu je závislý na tvaru vozidla a schopnosti vzduchu vozidlo obtékat v podélném směru. U tohoto součinitele se v běžných případech snažíme dosahovat co nejnižších hodnot.

Odpor vzduchu se po odvození vypočítá ze vzorce:

$$O_v = 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 [N] \quad (4)$$

O_v ... odpor vzduchu

c_x ... součinitel odporu vzduchu

S_x ... čelní plocha vozidla

V ... rychlost vozidla v km/h

4.4. Součinitel odporu valení

Do rychlosti 80 km/h lze považovat součinitel odporu valení f za konstantní, jelikož se mění pouze zanedbatelně. Při vyšších rychlostech je nutno přepokládat, že součinitel bude růst. Ideální by bylo znát skutečnou závislost $f(V)$. Ta ovšem většinou není k dispozici. Použijeme tedy vzorce, které skutečnou závislost nahradí.

$$f = 0,015 \text{ pro } V < 80 \text{ km/h}$$

$$f = 0,015 \cdot (1 + 0,0065 \cdot (V - 80)) \text{ pro } V > 80 \text{ km/h}$$

f ... součinitel odporu valení

V ... rychlost vozidla v km/h

A jelikož známe vztah pro výpočet součinitele odporu valení, můžeme vypočítat odpor valení O_f . Tento odpor je roven součtu odporů valení všech kol na vozidle. Jelikož v mých výpočtech nepočítáme se stoupáním vozidla, nemusíme ho ve vztahu zohledňovat.

$$O_f = G \cdot f \text{ [N]} \quad (5)$$

O_f ... odpor valení

f ... součinitel odporu valení

G ... gravitační síla

4.5. Výpočet měrné hnací síly vozidla

Pro porovnání různých vozidel je výhodnější používat měrné hodnoty jednotlivých sil, proto si vypočteme měrnou hnací sílu vozidla, se kterou budeme dále pracovat.

$$p = \frac{F_k - O_v}{G} [-] \quad (6)$$

p ... měrná hnací síla

F_k ... hnací síla na kolech

O_v ... odpor vzduchu

G ... gravitační síla

Do gravitační síly se musí zohlednit i hmotnost posádky. Proto vycházíme ze vzorce:

$$G = (m + m_p) \cdot g \quad (7)$$

G ... gravitační síla

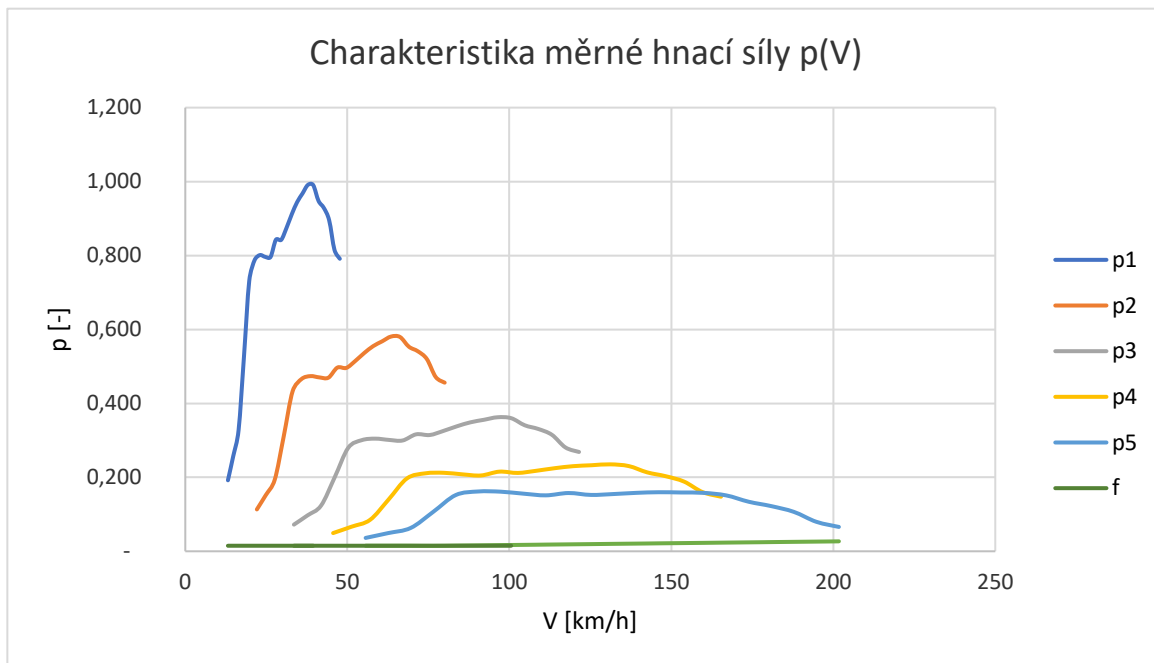
g ... gravitační konstanta

m ... hmotnost vozidla

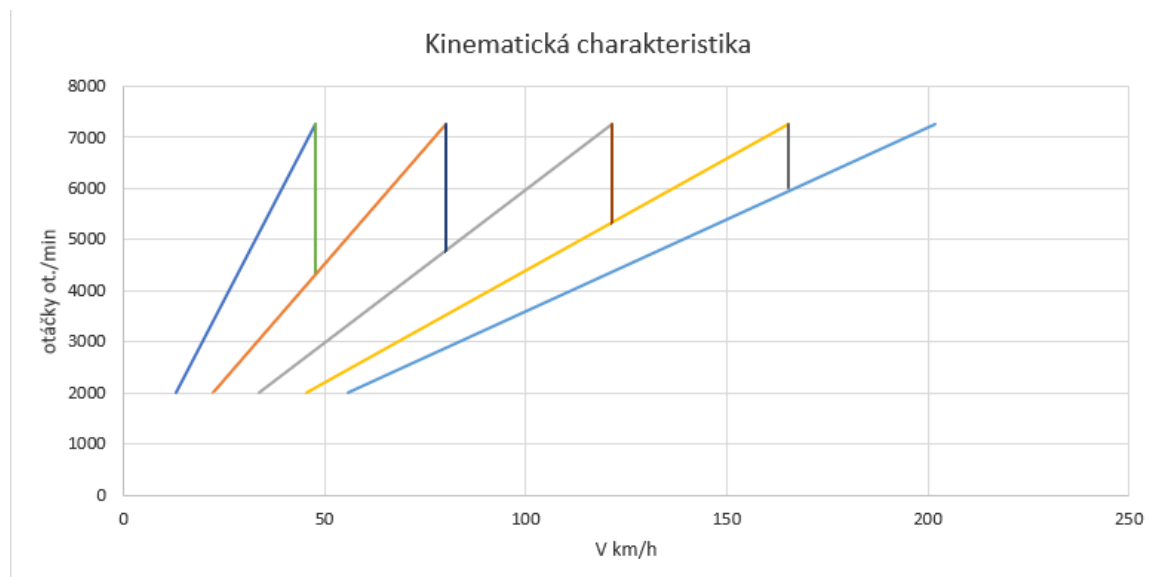
m_p ... hmotnost posádky

Následné grafické vyjádření $p(V)$ se nazývá rychlostní charakteristika měrné hnací síly vozidla. Z této charakteristiky lze určit maximální rychlost vozidla, maximální možnou hnací sílu vozidla na jednotlivých rychlostech, maximální dosažitelnou měrnou hnací sílu a maximální a minimální rychlost na jednotlivých převodových stupních. Následně lze sestavit i kinematickou charakteristiku $n(V)$.

Rychlostní charakteristika může vypadat například takto:



Graf 1 – Charakteristika měrné hnací síly $p(v)$



Graf 2 - Kinematická charakteristika

4.6. Zrychlení automobilu

$$a = \frac{g}{\delta} \cdot (p - f) [m/s^2] \quad (8)$$

a zrychlení

g ... gravitační konstanta

δ ... součinitel rotačních hmot

p ... měrná hnací síla

f ... součinitel odporu valení

Součinitel rotujících hmot δ se volí, jelikož nejsou k dispozici potřebné údaje. Volí se v rozmezí pro nejnižší převodový stupeň $\delta=1,5$ a nejvyšší převodový stupeň $\delta=1,05$

4.7. Určení časového průběhu rychlosti vozidla

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{1}{a} \cdot dv \rightarrow t_2 - t_1 = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{a} \cdot dv \quad (9)$$

Z tohoto vztahu plyne, že k určení časového průběhu rychlosti budeme potřebovat vypočítat i průběh $\frac{1}{a}(v)$. Se zvyšováním rychlosti se blíží hodnota zrychlení k nule a tím se průběh $\frac{1}{a}(v)$ blíží k nekonečnu.

Abychom zjistili čas, za který vozidlo zrychlí, použijeme grafickou integraci, což znamená, že musíme zjistit obsah plochy pod křivkou vymezenou intervalem dvou sousedních rychlostí. Provedeme tedy součet obdélníku a trojúhelníku vymezeného pořadnicemi v a $1/a$. Podrobněji bude tento problém znázorněn v kapitole 5.2.

4.8. Určení skutečné maximální rychlosti vozidla

Maximální rychlost vozidla se určí z průsečíku měrné hnací síly nejvyššího převodového stupně vozidla a křivky součinitele valivého odporu.

4.9. Doběh vozidla

Pro poklesy rychlostí při sešlápnuté spojce při řazení si musíme vytvořit charakteristiku doběhu vozidla. Nejnižší rychlost charakteristiky musí být nižší než maximální rychlost prvního převodového stupně a vyšší než maximální rychlost druhého nejvyššího stupně.

Při doběhu vozidla je přerušen přenos hnacího momentu a hnací síla $F_k = 0$

Dosadíme to proto do pohybové rovnice:

$$F_k = O_f + O_s + O_v + O_a \quad (10)$$

$$0 = O_f + 0 + O_v + O_a \quad (11)$$

$$0 = f + 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 \cdot \frac{1}{G} + \frac{\delta}{g} \cdot a \quad (12)$$

F_k ... hnací síla na kolech

O_a ... odpor ze zrychlení

O_f ... odpor valení

O_s ... odpor sklonu

O_v ... odpor vzduchu

f ... součinitel odporu valení

c_x ... součinitel odporu vzduchu

S_x ... čelní plocha vozidla

V ... rychlost vozidla v km/h

δ ... součinitel rotačních hmot

g ... gravitační konstanta

G ... gravitační síla

a ... zrychlení

Pro výpočet časového průběhu doběhu vozidla platí podobný vztah jako pro časový průběh zrychlení.

$$b = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{1}{b} \cdot dv \rightarrow t_2 - t_1 = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{b} \cdot dv \quad (13)$$

Nyní si vypočteme součinitel rotačních hmot, do kterého se zahrnuje pouze vliv kol vozidla, jelikož je v tu chvíli spojka vypnuta.

$$\delta = 1 + \frac{\sum I_k}{m \cdot r^2} [m \cdot s^{-2}] \quad (14)$$

δ ... součinitel rotačních hmot

m ... hmotnost vozidla

r ... poloměr kola

Nyní je možnost dopočíst zpomalení vozidla.

$$-a = b = \frac{\delta}{g} \cdot (f + 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 \cdot \frac{1}{G}) \quad (15)$$

a ... zrychlení

b ... zpomalení

g ... gravitační konstanta

δ ... součinitel rotačních hmot

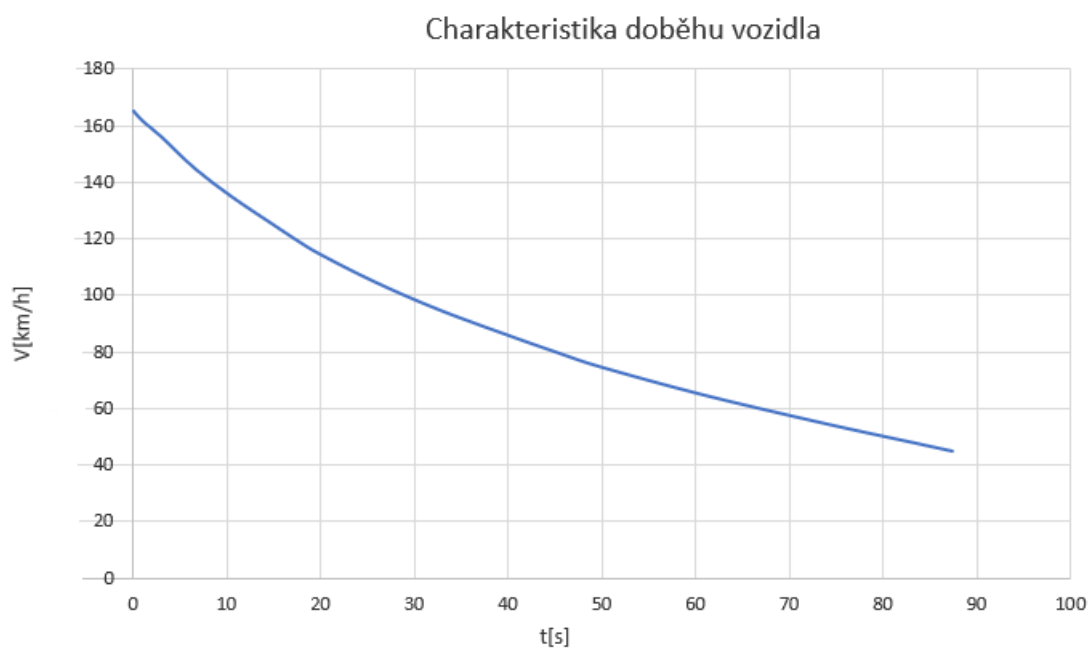
S_x ... čelní plocha vozidla

c_x ... součinitel odporu vzduchu

G ... gravitační síla

V ... rychlost vozidla v km/h

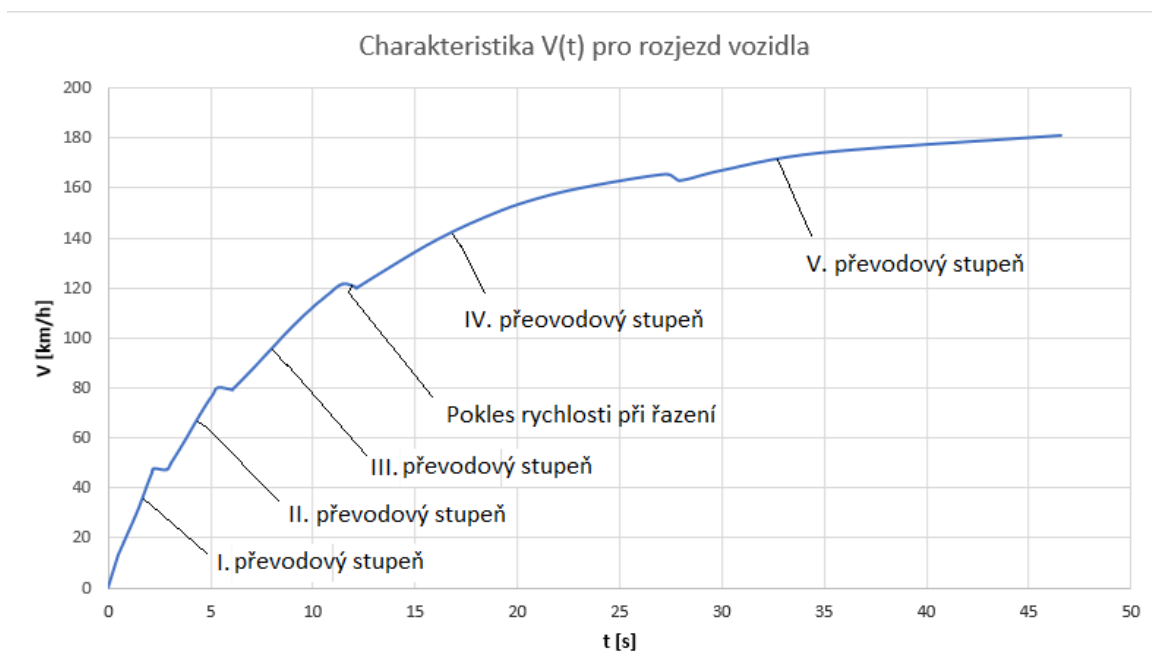
Sestavíme charakteristiku doběhu vozidla (graf 3).



Graf 3 - Charakteristika doběhu vozidla

Z této charakteristiky si určíte pokles rychlosti vozidla v době řazení z nižšího převodového stupně na vyšší. Vezmeme tedy nejvyšší rychlost vozidla v daném převodovém stupni a vypočítáme pokles rychlosti za 1 sekundu.

Z těchto vypočtených údajů jsme schopni sestavit charakteristiku $V(t)$ vozidla (graf 4).



Graf 4 - Charakteristika rozjezdu vozidla

Z této charakteristiky je zřejmý časový průběh rychlosti. Lze z ní tedy vyčíst například zrychlení z 0 km/h na 100 km/h a podobně. Dále je zde možno vidět, v jakých rychlostech se řadí na vyšší převodový stupeň.

4.10. Závislost dráhy na čase

Jelikož už známe závislost rychlosti na čase, můžeme vypočítat i závislost dráhy na čase $X(t)$.

$$b = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v \cdot dt \rightarrow x_2 - x_1 = \int_{x_1}^{x_2} v \cdot dt \quad (16)$$

Vyneseme si závislost dráhy na čase pro určitý převodový stupeň, a to i s dobou řazení. Následně provedeme integraci podobně jako v případě výpočtu závislosti rychlosti na čase. Tento postup opakujeme pro všechny převodové stupně. Vyneseme si to do tabulky a vytvoříme závislost dráhy na čase.

Jakmile máme tuto závislost vytvořenou, můžeme zjistit čas potřebný k ujetí 400 metrů, případně 1000 metrů.

4.11. Výpočet maximální hnací síly na kolech

Měli bychom si také vypočítat maximální hnací sílu, kterou je schopné kolo přenést, aby nedošlo k prokluzu mezi pneumatikou a vozovkou.

K tomuto výpočtu budeme potřebovat znát těžiště vozidla. Nejprve si tedy musíme vypočítat zatěžující síly statické na jednotlivé nápravy podle vzorců (17) a (18) a následně si dopočteme vzdálenost těžiště od zádňi nápravy podle vzorce (19) a dynamickou zatěžující sílu na zadní nápravu (20).

$$F_{z1} = (m_{lp} + m_{pp}) \cdot g \text{ [N]} \quad (17)$$

$$F_{z2} = (m_{lz} + m_{pz}) \cdot g \text{ [N]} \quad (18)$$

F_{z1} ... statická zatěžující síla na přední nápravu

F_{z2} ... statická zatěžující síla na zadní nápravu

m_{lp} ... hmotnost na levém předním kole

m_{pp} ... hmotnost na pravém předním kole

m_{lz} ... hmotnost na levém zadním kole

m_{pz} ... hmotnost na pravém zadním kole

g ... gravitační konstanta

$$L_z = \frac{F_{z1} \cdot L}{G} \text{ [m]} \quad (19)$$

$$F_{z2dyn} = \frac{L_z \cdot G + h_t \cdot m \cdot a}{L} \text{ [N]} \quad (20)$$

L_z ... vzdálenost těžiště od zádňi nápravy

F_{z1} ... statická zatěžující síla na přední nápravu

L ... rozvor

G ... gravitační síla

F_{z2dyn} ... dynamická zatěžující síla na zadní nápravu

h_t ... výška těžiště

m ... hmotnost vozidla

a ... Zrychlení

L ... rozvor

Z těchto vztahů si můžeme dopočítat maximální hnací sílu, kterou je vozidlo schopno přenést na vozovku bez prokluzu pneumatiky.

$$F_{kmax} = F_{z2dyn} \cdot \mu$$

μ ... elementární součinitel soudržnosti – mění se vzhledem k podmínka, zda je povrch mokrý či suchý apod.

5. Popis vozu BMW E36 COMPACT M3

Výpočty jsou prováděny pro upravený vůz BMW E36 COMPACT M3 (obrázek 2) pro účely závodu do vrchu. Tento vůz je odlehčený na co nejnižší pohotovostní hmotnost. V tuto chvíli činí celková pohotovostní hmotnost vozidla 1037 kg. V automobilu je zachován původní motor ze sériové výroby, tedy motor 323i M52B25. Tento motor má 6 válců s 24 ventily a celkovým zdvihovým objemem 2494 ccm. Původní výkon byl 125 kW, při aktuálních měřeních činil maximální výkon až 139 kW.



Obrázek 2 – Ukázka upraveného BMW e36 compact



Obrázek 3 - Pohled na motor vozu (M52B25)

Vážení vozu proběhlo na zařízení B-G RACING – CLUBMAN RACE SCALES (obrázek 3 a 4). Zařízení změří hmotnost vozu rozloženou na jednotlivá kola. Hmotnost celého vozu tedy vychází na 1037 kg, přičemž původní hmotnost činila 1330 kg.

Rozložení hmotnosti na jednotlivá kola:

Levé přední kolo	308 kg
Pravé přední kolo	239,5 kg
Levé zadní kolo	278 kg
Pravé zadní kolo	211,5 kg

Tabulka 1 - rozložení hmotnosti na jednotlivá kola



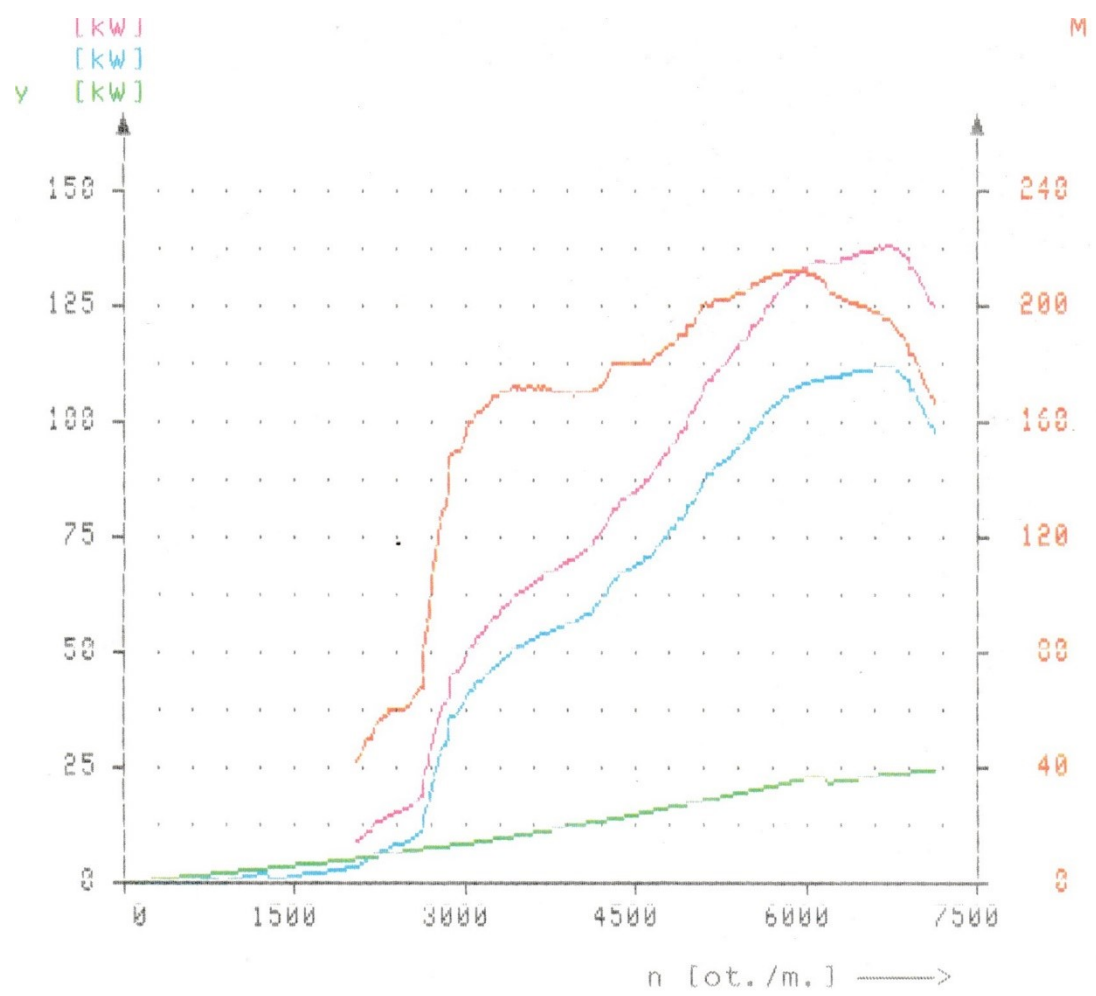
Obrázek 4 – Vůz při vážení hmotnosti



Obrázek 5 - B-G Racing - clubman race scotles

Měření výkonových parametrů se uskutečnilo na válcové zkušebně, která se nachází na Střední škole technické a dopravní v Ostravě-Vítkovicích. Typ použitého zařízení, který se zde nachází je Stanice-MAHA LPS 2000, jejichž součástí je sada válců R100/1 vybavených elektromagnetickou brzdou. Stanice se řídí ve svých výpočtech normami DIN, ISO a směrnici EHS a ECE-R.

Při zjišťování výkonu proběhlo celkově 10 zkoušek, při kterých se měnily některé parametry. Některá měření proběhla se zkrácenou sací trubicí a některá při změně tlaku na regulátoru tlaku paliva. Maximální výkon se pohyboval v rozmezí od 132,5 kW do 140 kW. Původní výkon motoru dle údajů od výrobce byl 125 kW. Pro mé výpočty jsem se rozhodl využít měření, se zkrácenou sací trubicí a tlakem v regulátoru paliva 2,8 barů. Z výsledku měření je patrný maximální výkon 139 kW při 6740 ot./min a maximálním točivým momentem 213 Nm při 5840 ot./min. Toto měření bylo ověřeno dalším pokusem s téměř totožnými výsledky. Detailní průběh momentu a výkonu je vidět na grafu 5



Graf 5 - Charakteristika z měření výkonu a točivého momentu

6. Výpočet jízdní dynamiky vozu BMW E36 COMPACT M3

V předchozích kapitolách byl uveden obecný postup výpočtu jízdní dynamiky. V této kapitole bude tento výpočet aplikován na upravený vůz BMW E36 COMPACT M3. Níže jsou uvedeny vstupní hodnoty (tabulka 2), které byly buď naměřeny nebo byly použity ty z neupraveného vozu, tedy v případě že tyto hodnoty úprava neovlivnila.

Součástí této kapitoly jsou tabulky, jejichž sloupce představují jednotlivé stupně a řádky jsou závislé na momentové charakteristice vyobrazené v tabulce 1. Konkrétněji se bude jednat o tabulky 2 až 8.

Tabulka 2 - Vstupní parametry a momentová charakteristika

Vstupní parametry:			Momentová charakteristika			
n_{SM} [min ⁻¹]	5750		p.č.	n [min ⁻¹]	P_{SM} [kW]	M_{SM} [Nm]
M_{SM} [Nm]	138		1	2000	9	41
m_V [kg]	1,04E+03		2	2250	13	55
S_x [m ²]	2,01		3	2500	17	70
c_x [1]	0,33		4	2750	33	112
r [m]	0,31		5	3000	48	156
i_0 [1]	4,2	Δ	6	3250	57	168
i_{p1} [1]	4,23	1,5	7	3500	63	171
i_{p2} [1]	2,52	1,35	8	3750	67	170
i_{p3} [1]	1,66	1,26	9	4000	71	170
i_{p4} [1]	1,22	1,13	10	4250	77	180
i_{p5} [1]	1	1,05	11	4500	85	180
η_{PU} [1]	0,9		12	4750	103	187
f pro $v < 80 \text{ km/h}$	0,015		13	5000	113	195
			14	5250	120	202
			15	5500	127	207
			16	5750	134	212
			17	6000	135	212
			18	6250	136	203
			19	6500	137	199
			20	6750	138	192
			21	7000	130	175
			22	7250	122	170

6.1. Výpočet charakteristiky měrné hnací síly na kolech

Hnací síla na kolech se vypočte jako podíl točivého momentu na kolech a dynamického poloměru kola.

Hnací sílu na kolech je nutno počítat ke každému převodovému stupni zvlášť.

$$F_k = \frac{M_t \cdot i_k \cdot i_0 \cdot \eta}{r} [N] \quad (21)$$

Ukázka vzorového výpočtu:

$$F_k = \frac{41 \cdot 4,23 \cdot 4,2 \cdot 0,9}{0,31} = 2114,727 N \quad (22)$$

Tabulka 3 - Hnací síla na kolech (F_{k1} – hnací síla I. převodového stupně, F_{k2} – hnací síla II. převodového stupně, F_{k3} – hnací síla III. převodového stupně, F_{k4} – hnací síla IV. převodového stupně, F_{k5} – hnací síla V. převodového stupně)

Hnací síla na kolech					
p.č.	F_{K1} [N]	F_{K2} [N]	F_{K3} [N]	F_{K4} [N]	F_{K5} [N]
1	2114,727	1259,84	829,893	609,9213	499,94
2	2836,829	1690,03	1113,27	818,1871	670,65
3	3610,51	2150,94	1416,89	1041,329	853,55
4	5776,815	3441,51	2267,02	1666,126	1365,7
5	8046,279	4793,53	3157,64	2320,676	1902,2
6	8665,223	5162,26	3400,54	2499,19	2048,5
7	8819,959	5254,44	3461,26	2543,818	2085,1
8	8768,381	5223,72	3441,02	2528,942	2072,9
9	8768,381	5223,72	3441,02	2528,942	2072,9
10	9284,168	5530,99	3643,43	2677,703	2194,8
11	9284,168	5530,99	3643,43	2677,703	2194,8
12	9645,219	5746,09	3785,12	2781,836	2280,2
13	10057,85	5991,91	3947,05	2900,845	2377,7
14	10418,9	6207	4088,74	3004,978	2463,1
15	10676,79	6360,64	4189,95	3079,359	2524,1
16	10934,69	6514,28	4291,15	3153,739	2585
17	10934,69	6514,28	4291,15	3153,739	2585
18	10470,48	6237,73	4108,98	3019,854	2475,3
19	10264,16	6114,82	4028,02	2960,35	2426,5
20	9903,112	5899,73	3886,33	2856,217	2341,2
21	9026,274	5377,35	3542,23	2603,323	2133,9
22	8768,381	5223,72	3441,02	2528,942	2072,9

Rychlost vozidla počítáme ze vzorce:

$$V = 2 \cdot \pi \cdot 3,6 \cdot \frac{r \cdot n_m}{i_c} \text{ [km/h]} \quad (23)$$

$$V = 2 \cdot \pi \cdot 3,6 \cdot \frac{0,31 \cdot 2000}{17,77} = 13,16 \text{ km/h} \quad (24)$$

Vzhledem k tomu, že je k dalším výpočtům potřeba i rychlost v m/s, tak si ji vypočteme ze vztahu:

$$v = \frac{V}{3,6} \text{ [m/s]} \quad (25)$$

$$v = \frac{13,16}{3,6} = 3,65 \text{ m/s} \quad (26)$$

Tabulka 4 - Rychlost (V_1 – Rychlost I. převodového stupně [km/h],
 V_2 – Rychlost II. převodového stupně [km/h], V_3 – Rychlost III. převodového stupně [km/h],
 V_4 – Rychlost IV. převodového stupně [km/h],
 V_5 – Rychlost V. převodového stupně [km/h], v_1 – Rychlost I. převodového stupně [m/s],
 v_2 – Rychlost II. převodového stupně [m/s], v_3 – Rychlost III. převodového stupně [m/s],
 v_4 – Rychlost IV. převodového stupně [m/s], v_5 – Rychlost V. převodového stupně [m/s])

p.č.	Rychlost									
	V_1 [km/h]	v_1 [m/s]	V_2 [km/h]	v_2 [m/s]	V_3 [km/h]	v_3 [m/s]	V_4 [km/h]	v_4 [m/s]	V_5 [km/h]	v_5 [m/s]
1	13,16	3,65	22,08	6,13	33,52	9,31	45,62	12,67	55,65	15,46
2	14,80	4,11	24,84	6,90	37,72	10,48	51,32	14,25	62,61	17,39
3	16,45	4,57	27,60	7,67	41,91	11,64	57,02	15,84	69,56	19,32
4	18,09	5,02	30,37	8,43	46,10	12,80	62,72	17,42	76,52	21,26
5	19,73	5,48	33,13	9,20	50,29	13,97	68,42	19,01	83,48	23,19
6	21,38	5,94	35,89	9,97	54,48	15,13	74,13	20,59	90,43	25,12
7	23,02	6,40	38,65	10,74	58,67	16,30	79,83	22,17	97,39	27,05
8	24,67	6,85	41,41	11,50	62,86	17,46	85,53	23,76	104,35	28,98
9	26,31	7,31	44,17	12,27	67,05	18,62	91,23	25,34	111,30	30,92
10	27,96	7,77	46,93	13,04	71,24	19,79	96,93	26,93	118,26	32,85
11	29,60	8,22	49,69	13,80	75,43	20,95	102,64	28,51	125,21	34,78
12	31,25	8,68	52,45	14,57	79,62	22,12	108,34	30,09	132,17	36,71
13	32,89	9,14	55,21	15,34	83,81	23,28	114,04	31,68	139,13	38,65
14	34,54	9,59	57,97	16,10	88,00	24,45	119,74	33,26	146,08	40,58
15	36,18	10,05	60,73	16,87	92,19	25,61	125,44	34,85	153,04	42,51
16	37,82	10,51	63,49	17,64	96,38	26,77	131,14	36,43	160,00	44,44
17	39,47	10,96	66,25	18,40	100,57	27,94	136,85	38,01	166,95	46,38
18	41,11	11,42	69,01	19,17	104,76	29,10	142,55	39,60	173,91	48,31
19	42,76	11,88	71,77	19,94	108,96	30,27	148,25	41,18	180,87	50,24
20	44,40	12,33	74,53	20,70	113,15	31,43	153,95	42,76	187,82	52,17
21	46,05	12,79	77,29	21,47	117,34	32,59	159,65	44,35	194,78	54,11
22	47,69	13,25	80,05	22,24	121,53	33,76	165,36	45,93	201,74	56,04

Tento odpor je úměrný čelní ploše automobilu, součinitele odporu vzduchu a aerodynamického tlaku. Čelní plocha vozidla činí $2,01 \text{ m}^2$.

$$O_v = 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 \text{ [N]} \quad (27)$$

$$O_v = 0,05 \cdot 0,33 \cdot 2,01 \cdot 13,16^2 = 5,74 \text{ N} \quad (28)$$

Tabulka 5- Odpor vzduchu (O_{v1} – odpor vzduchu I. převodového stupně, O_{v2} – odpor vzduchu II. převodového stupně, O_{v3} – odpor vzduchu III. převodového stupně, O_{v4} – odpor vzduchu IV. převodového stupně, O_{v5} – odpor vzduchu V. převodového stupně)

p.č.	Odpor vzduchu				
	O_{v1} [N]	O_{v2} [N]	O_{v3} [N]	O_{v4} [N]	O_{v5} [N]
1	5,74	16,17	37,27	69,01	102,71
2	7,27	20,47	47,18	87,34	130,00
3	8,97	25,27	58,24	107,83	160,49
4	10,85	30,58	70,47	130,47	194,19
5	12,92	36,39	83,87	155,27	231,11
6	15,16	42,71	98,43	182,23	271,23
7	17,58	49,53	114,15	211,34	314,56
8	20,18	56,86	131,04	242,61	361,10
9	22,96	64,70	149,10	276,04	410,85
10	25,92	73,04	168,32	311,62	463,82
11	29,06	81,88	188,70	349,36	519,99
12	32,38	91,23	210,25	389,26	579,37
13	35,88	101,09	232,97	431,31	641,96
14	39,56	111,45	256,84	475,52	707,76
15	43,41	122,32	281,89	521,88	776,77
16	47,45	133,69	308,10	570,40	848,99
17	51,66	145,57	335,47	621,08	924,42
18	56,06	157,95	364,01	673,92	1003,06
19	60,63	170,84	393,71	728,91	1084,91
20	65,39	184,24	424,58	786,06	1169,97
21	70,32	198,14	456,61	845,36	1258,24
22	75,43	212,54	489,81	906,82	1349,72

Pro porovnání různých vozidel je výhodnější používat měrné hodnoty jednotlivých sil, proto si vypočteme měrnou hnací sílu vozidla, se kterou budeme dále pracovat.

$$p = \frac{F_k - O_v}{G} [-] \quad (29)$$

$$p = \frac{2114,77 - 5,74}{10957,77} = 0,192 \quad (30)$$

Do gravitační síly se musí zohlednit i hmotnost posádky. Proto vycházíme se vzorce:

$$G = (m + m_p) \cdot g \quad [\text{N}] \quad (31)$$

$$G = (1037 + 80) \cdot 9,81 = 10957,77 \quad (32)$$

Za hmotnost posádky dosazují odhadovanou průměrnou hmotnost dospělého řidiče muže. Tato hmotnost není zároveň hmotností, kterou má řidič, který bude řídit toto konkrétní vozidlo, a to z důvodu, aby byly výsledky použitelné obecně pro každého řidiče.

Tabulka 6 - Měrná hnací síla na kolech (p_{k1} – měrná hnací síla I. převodového stupně, p_{k2} – měrná hnací síla II. převodového stupně, p_{k3} – měrná hnací síla III. převodového stupně, p_{k4} – měrná hnací síla IV. převodového stupně, p_{k5} – měrná hnací síla V. převodového stupně)

p.č.	měrná hnací síla na kolech				
	p_{k1} [-]	p_{k2} [-]	p_{k3} [-]	p_{k4} [-]	p_{k5} [-]
1	0,192	0,113	0,072	0,049	0,036
2	0,258	0,152	0,097	0,067	0,049
3	0,328	0,193	0,124	0,085	0,063
4	0,525	0,310	0,200	0,140	0,107
5	0,731	0,433	0,280	0,197	0,152
6	0,787	0,466	0,301	0,211	0,162
7	0,801	0,474	0,305	0,212	0,161
8	0,796	0,470	0,301	0,208	0,156
9	0,796	0,470	0,300	0,205	0,151
10	0,843	0,497	0,316	0,215	0,158
11	0,842	0,496	0,314	0,212	0,152
12	0,875	0,515	0,325	0,218	0,155
13	0,912	0,536	0,338	0,225	0,158
14	0,945	0,555	0,349	0,230	0,160
15	0,968	0,568	0,356	0,233	0,159
16	0,991	0,581	0,363	0,235	0,158
17	0,991	0,580	0,360	0,231	0,151
18	0,948	0,553	0,341	0,214	0,134
19	0,929	0,541	0,331	0,203	0,122
20	0,895	0,520	0,315	0,188	0,107
21	0,815	0,471	0,281	0,160	0,080
22	0,791	0,456	0,269	0,148	0,066

Do rychlosti 80 km/h lze považovat součinitel odporu valení f za konstantní, jelikož se mění pouze zanedbatelně. Při vyšších rychlostech je nutno předpokládat, že součinitel bude růst. Pro rychlosti vyšší než 80 km/h proto použijí vzorec (33).

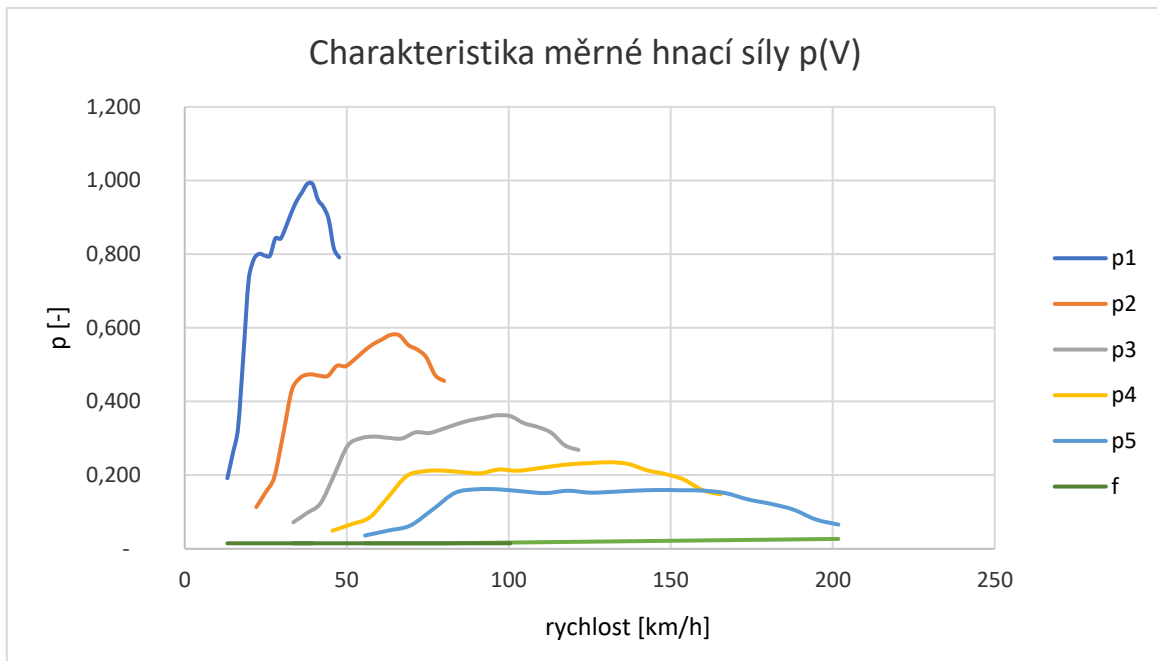
$$f = 0,015 \text{ pro } V < 80 \text{ km/h}$$

$$f = 0,015 \cdot (1 + 0,0065 \cdot (V - 80)) \text{ pro } V > 80 \text{ km/h} \quad (33)$$

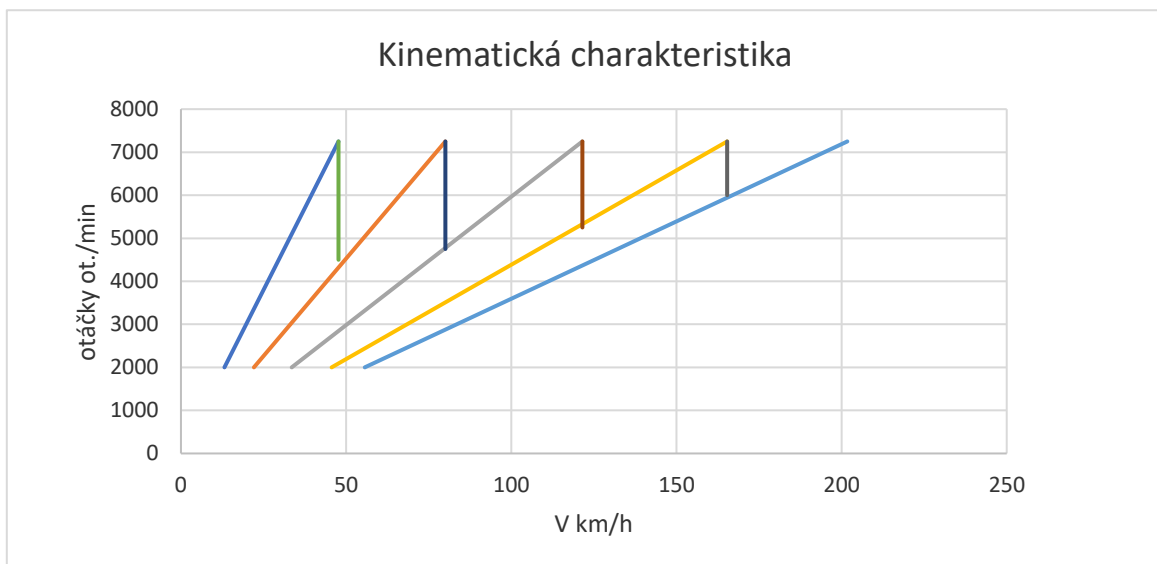
Tabulka 7 - Součinitel odporu valení (f_1 – součinitel odporu valení I. převodového stupně, f_2 – součinitel odporu valení II. převodového stupně, f_3 – osoučinitel odporu valení III. převodového stupně, f_4 – součinitel odporu valení IV. převodového stupně, f_5 – osoučinitel odporu valení V. převodového stupně)

p.č.	součinitel odporu valení				
	f1 [-]	f2 [-]	f3 [-]	f4 [-]	f5 [-]
1	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015
2	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015
3	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015
4	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015
5	0,015	0,015	0,015	0,015	0,015
6	0,015	0,015	0,015	0,015	0,016
7	0,015	0,015	0,015	0,015	0,017
8	0,015	0,015	0,015	0,015	0,017
9	0,015	0,015	0,015	0,015	0,018
10	0,015	0,015	0,015	0,015	0,019
11	0,015	0,015	0,015	0,015	0,019
12	0,015	0,015	0,015	0,018	0,020
13	0,015	0,015	0,015	0,018	0,021
14	0,015	0,015	0,015	0,019	0,021
15	0,015	0,015	0,015	0,019	0,022
16	0,015	0,015	0,015	0,020	0,023
17	0,015	0,015	0,015	0,021	0,023
18	0,015	0,015	0,015	0,021	0,024
19	0,015	0,015	0,015	0,022	0,025
20	0,015	0,015	0,015	0,022	0,026
21	0,015	0,015	0,015	0,023	0,026
22	0,015	0,015	0,015	0,023	0,027

Nyní je možno z vypočítaných dat sestavit charakteristiku měrné hnací síly a kinematickou charakteristiku. V grafu 6 je vyobrazena měrná hnací síla na jednotlivých převodových stupních a součinitel valivého odporu na rychlosti. V grafu 7 je vyobrazena kinematická charakteristika, což je závislost otáček na rychlosti.



Graf 7 – Charakteristika měrné hnací síly



Graf 6 – Kinematická charakteristika

6.2. Výpočet rychlosti v závislosti na čase

$$a = \frac{g}{\delta} \cdot (p - f) \text{ [m/s}^2\text{]} \quad (34)$$

$$a = \frac{9,81}{1,5} \cdot (0,192 - 0,015) = 1,154 \text{ m/s}^2 \quad (35)$$

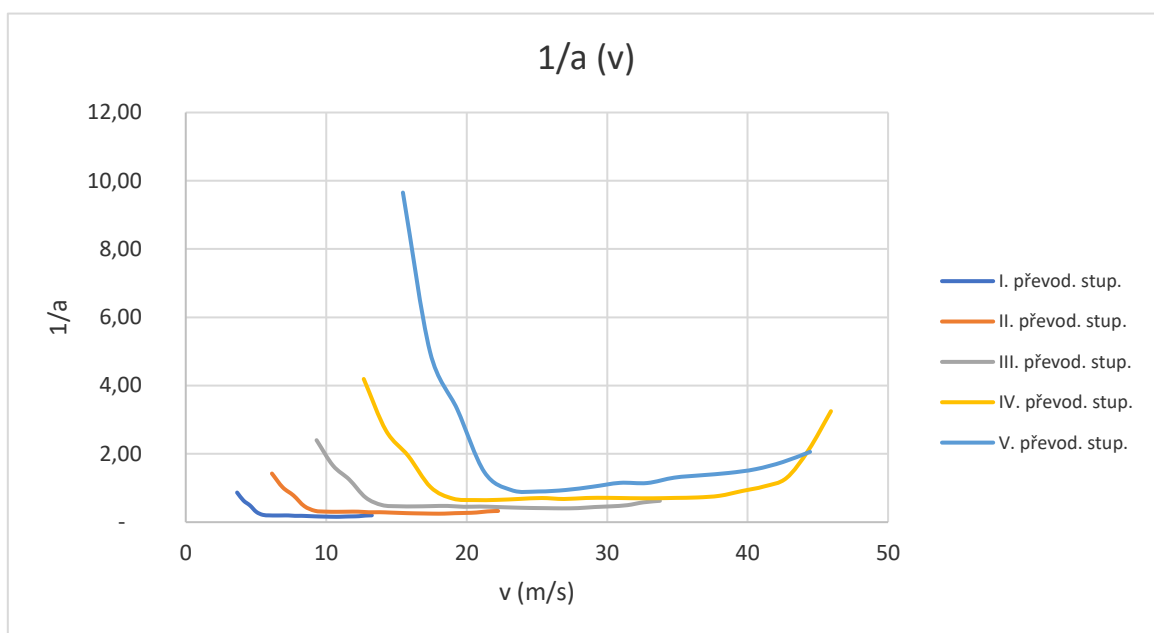
Součinitel rotačních hmot δ se volí, jelikož nejsou k dispozici potřebné údaje. Volí se v rozmezí pro nejnižší převodový stupeň $\delta=1,5$ a nejvyšší převodový stupeň $\delta=1,05$. Pro toto vozidlo jsou hodnoty pro:

1. převodový stupeň $\delta=1,5$
2. převodový stupeň $\delta=1,35$
3. převodový stupeň $\delta=1,26$
4. převodový stupeň $\delta=1,13$
5. převodový stupeň $\delta=1,05$

K dalším výpočtům budeme potřebovat převrácenou hodnotu zrychlení, proto si ji rovnou vyjádříme, jak můžeme vidět v tabulce 8.

Tabulka 8 – $1/a$ $\frac{1}{a_1}$ pro I. převodový stup., $\frac{1}{a_2}$ pro II. převodový stup., $\frac{1}{a_3}$ pro III. převodový stup., $\frac{1}{a_4}$ pro IV. převodový stup., $\frac{1}{a_5}$ pro V. převodový stup.)

p.č.	1/a				
	$\frac{1}{a_1}$ [s ² /m]	$\frac{1}{a_2}$ [s ² /m]	$\frac{1}{a_3}$ [s ² /m]	$\frac{1}{a_4}$ [s ² /m]	$\frac{1}{a_5}$ [s ² /m]
1	0,87	1,42	2,40	4,19	9,66
2	0,63	1,02	1,66	2,68	4,99
3	0,49	0,78	1,25	1,94	3,31
4	0,30	0,47	0,72	1,03	1,47
5	0,21	0,33	0,50	0,69	0,94
6	0,20	0,31	0,47	0,65	0,90
7	0,19	0,30	0,46	0,65	0,94
8	0,20	0,31	0,47	0,68	1,04
9	0,20	0,31	0,48	0,71	1,15
10	0,19	0,29	0,45	0,68	1,15
11	0,19	0,29	0,46	0,71	1,30
12	0,18	0,28	0,44	0,71	1,37
13	0,17	0,27	0,43	0,70	1,44
14	0,17	0,26	0,42	0,70	1,55
15	0,16	0,25	0,41	0,71	1,76
16	0,16	0,25	0,40	0,72	2,06
17	0,16	0,25	0,41	0,77	2,89
18	0,16	0,26	0,44	0,91	9,29
19	0,17	0,27	0,46	1,05	- 11,80
20	0,17	0,28	0,50	1,29	- 3,19
21	0,19	0,31	0,58	2,12	- 1,53
22	0,20	0,33	0,62	3,25	- 1,15



Graf 8 - Charakteristika $1/a$ v závislosti na rychlosti

Nyní musíme provést grafickou integraci. Provedeme ji jako součet obdélníku a trojúhelníku vymezeného křivkou $1/a$ a dvěma sousedními rychlostmi. Integrace se opět zaneseme do tabulky. Vzorový výpočet je proveden na druhém převodovém stupni. Hodnoty grafické integrace tohoto převodového stupně si můžete prohlédnout v tabulce 8.

Nejprve si vypočteme plochu obdélníku:

$$(v_1 - v_0) \cdot \frac{1}{a} = (13,8 - 13,1) \cdot 0,29 = 0,2 \quad (36)$$

Následně si vypočteme plochu trojúhelníku:

$$\frac{(v_1 - v_0) \cdot \left(\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1} \right)}{2} = \frac{(13,8 - 13,1) \cdot (0,31 - 0,29)}{2} = 0,0065 \quad (37)$$

Když obě hodnoty sečteme, dostaneme čas potřebný ke zrychlení z rychlosti v_0 na rychlost v_1 .

Tabulka 9 - Ukázka výpočtu času pro II. převod. stup.

V_1 [km/h]	v_1 [m/s]	obdélník [m ²]	trojúhelník [m ²]	plocha [mm ²]	Δt [s]	t [s]	t celkový [s]
47,17005	13,1028				0,7	0,7	3,403
49,68846	13,8023	0,20	0,007	210,107	0,210	0,910	3,613
52,44892	14,5691	0,22	0,000	214,637	0,215	1,125	3,828
55,20939	15,3359	0,21	0,004	210,452	0,210	1,335	4,038
57,96986	16,1027	0,20	0,004	203,841	0,204	1,539	4,242
60,73033	16,8695	0,20	0,003	198,564	0,199	1,738	4,441
63,4908	17,6363	0,19	0,002	193,148	0,193	1,931	4,634
66,25127	18,4031	0,19	0,002	193,816	0,194	2,125	4,828
69,01174	19,1699	0,20	0,000	201,425	0,201	2,326	5,029
71,77221	19,9367	0,21	-0,005	202,169	0,202	2,528	5,231
74,53268	20,7035	0,22	-0,003	213,918	0,214	2,732	5,445
77,29315	21,4703	0,24	-0,005	236,787	0,237	2,939	5,682
80,05362	22,2371	0,25	-0,012	238,653	0,239	3,146	5,921

V kapitole 3.9. je odvozen postup výpočtu doběhu vozidla, zde si ukážeme vzorový výpočet. Rychlost si pro náš případ zvolíme 165 až 45 a zapíšeme do tabulky. Nyní si dopočteme zpomalení ze vzorce 31.

$$-a = b = \frac{\delta}{g} \cdot (f + 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 \cdot \frac{1}{G}) \quad (38)$$

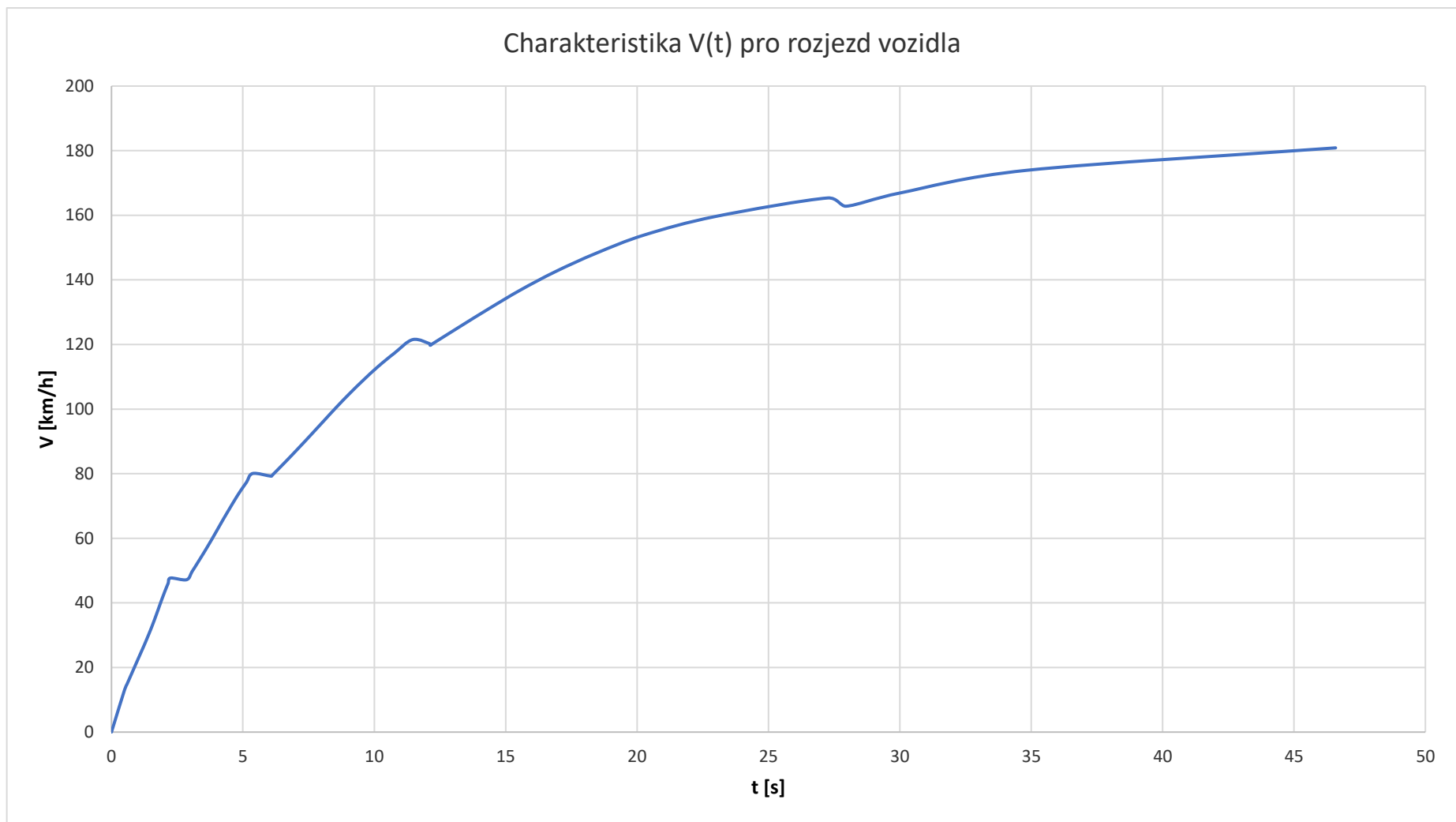
Opět si vytvoříme převrácenou hodnotu b a pomocí grafické integrace časový průběh. Sestavené hodnoty můžete vidět v tabulce 9.

Do charakteristiky zrychlení vozidla musíme zahrnout i řazení. V době řazení je přerušen přenos točivého momentu a tím pádem vozidlo zpomaluje. Jako dobu řazení jsem si zvolil 0,7 s z důvodu, že automobil má zkrácené řazení. Rychlost, jakou vozidlo pojede po dokončení řazení, určím pomocí interpolace, jak můžete vidět v tabulce 9. Řádky řešící zpomalení vozidla jsou vyznačeny šedou barvou.

Při rozjíždění na I. převodový stupeň využiji prokluzu spojky, abych i při nižší rychlosti dokázal využít vyšší točivý moment motoru a tím i vyšší zrychlení a z toho plynoucí lepší akceleraci vozidla. V grafu 9 již je tento prokluz zahrnut

Tabulka 10 - Doběh vozidla (V , v – rychlost, O_v – odpor vzduchu, f – součinitel odporu valení, b – zpomalení, Δt – změna času, t – celkový čas)

Doběh vozidla														
V [km.h ⁻¹]	v [m.s ⁻¹]	O_v [N]	O_v [N/N]	f [-]	g/δ [-]	b [m.s ⁻²]	$1/b$ [s ² /m]	V [km.h ⁻¹]	v [m.s ⁻¹]	trojúhelník [m ²]	obdelník [m ²]	plocha [mm ²]	Δt [s]	t [s]
165,357	45,932406	906,82	0,089	0,023	9,34	1,0482557	0,953965714	165,357	45,93241				0	0
165	45,833333	902,92	0,089	0,023	9,34	1,0443524	0,957531162	165	45,83333	0,000	0,095	95,042	0,095042	0,09504
162,803	45,222961	879,03	0,086	0,023	9,34	1,0204755	0,979935365	162,803	45,22296	0,007	0,598	604,963	0,604963	0,7
156	43,333333	807,10	0,079	0,022	9,34	0,9484151	1,05439062	155	43,05556	0,081	2,285	2365,979	2,365979	3,06598
145	40,277778	697,29	0,068	0,021	9,34	0,83784	1,19354533	145	40,27778	0,193	3,315	3508,674	3,508674	6,57466
135	37,5	604,43	0,059	0,020	9,34	0,743695	1,344637211	135	37,5	0,210	3,735	3944,953	3,944953	10,5196
125	34,722222	518,20	0,051	0,019	9,34	0,6556242	1,525263931	125	34,72222	0,251	4,237	4487,715	4,487715	15,0073
121,527	33,757552	489,81	0,048	0,019	9,34	0,6264599	1,59627137	121,527	33,75755	0,034	1,540	1574,126	1,574126	16,5815
119,996	33,332155	477,54	0,047	0,019	9,34	0,6138319	1,62911055	119,996	33,33216	0,007	0,693	700,002	0,700002	17,2815
115	31,944444	438,61	0,043	0,018	9,34	0,5736276	1,743291212	115	31,94444	0,079	2,419	2498,409	2,498409	19,7799
105	29,166667	365,64	0,036	0,017	9,34	0,4977052	2,009221554	105	29,16667	0,369	5,581	5950,519	5,950519	25,7304
95	26,388889	299,31	0,029	0,016	9,34	0,4278569	2,337229855	95	26,38889	0,456	6,492	6947,872	6,947872	32,6783
85	23,611111	239,62	0,023	0,015	9,34	0,3640829	2,746627575	85	23,61111	0,569	7,630	8198,129	8,198129	40,8764
80,054	22,237117	212,54	0,021	0,015	9,34	0,3347343	2,987444224	80,0536	22,23712	0,165	4,105	4270,170	4,27017	45,1466
79,225	22,006986	208,16	0,020	0,015	9,34	0,3307266	3,023645506	79,2252	22,00699	0,004	0,696	700,001	0,700001	45,8466
75	20,833333	186,55	0,018	0,015	9,34	0,3109362	3,216093899	75	20,83333	0,113	3,775	3887,511	3,887511	49,7341
65	18,055556	140,12	0,014	0,015	9,34	0,268417	3,72554694	65	18,05556	0,708	10,349	11056,315	11,05632	60,7904
55	15,277778	100,32	0,010	0,015	9,34	0,2319719	4,310866789	55	15,27778	0,813	11,975	12787,574	12,78757	73,578
47,692	13,247644	75,43	0,007	0,015	9,34	0,209178	4,780617715	47,6915	13,24764	0,477	9,705	10182,120	10,18212	83,7601
47,170	13,102792	73,79	0,007	0,015	9,34	0,2076756	4,815201717	47,1701	13,10279	0,003	0,697	700,000	0,7	84,4601
45	12,5	67,16	0,007	0,015	9,34	0,201601	4,960292112	45	12,5	0,044	2,990	3033,752	3,033752	87,4938



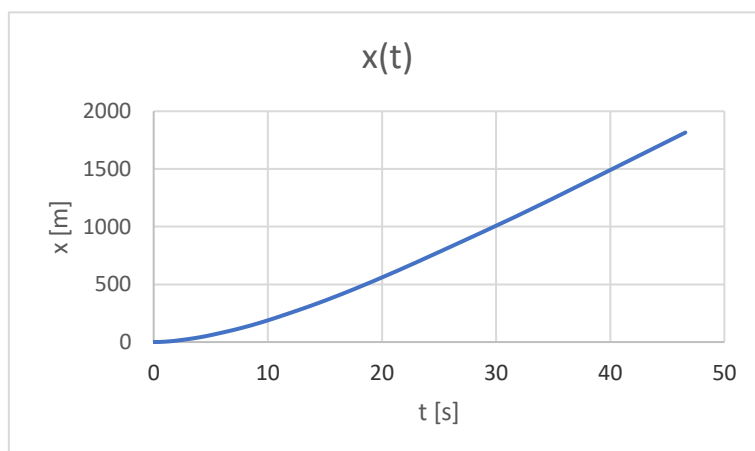
Graf 9 - Charakteristika $V(t)$ pro rozjezd vozidla

6.3. Výpočet dráhy

Vyneseme si závislost dráhy na čase pro určitý převodový stupeň, a to i s dobou řazení. Následně provedeme integraci podobně jako v případě výpočtu závislosti rychlosti na čase. Tento postup opakujeme pro všechny převodové stupně. Vyneseme si to do tabulky a vytvoříme závislost dráhy na čase.

Tabulka 11 - Výpočet ujeté dráhy

v_1 [m/s]	t [s]	obdelník [m ²]	trojúhelník [m ²]	plocha [mm ²]	Δx [m]	x [m]
0						0
3,654522581	0,5	0	913,6306453	913,6306453	0,913631	0,913631
4,111337904	0,588808	324,5519077	20,28449423	344,836402	0,344836	1,258467
4,568153226	0,677651	365,2626313	20,29236841	385,5549997	0,385555	1,644022
5,024968549	0,766532	406,0224932	20,30112466	426,3236179	0,426324	2,070346
5,481783872	0,855455	446,836836	20,31076527	467,1476013	0,467148	2,537493
5,938599194	0,944425	487,711026	20,32129275	508,0323188	0,508032	3,045526
6,395414517	1,033444	528,6504559	20,33270984	548,9831658	0,548983	3,594509
6,852229839	1,122786	571,3770116	20,40632184	591,7833334	0,591783	4,186292
7,309045162	1,212454	614,4273657	20,48091219	634,9082779	0,634908	4,8212
7,765860485	1,299631	637,1819648	19,9119364	657,0939012	0,657094	5,478294
8,222675807	1,384318	657,6623197	19,3430094	677,0053291	0,677005	6,1553
8,67949113	1,467441	683,4945164	18,98595879	702,4804751	0,70248	6,85778
9,136306453	1,547287	693,0265146	18,23753986	711,2640544	0,711264	7,569044
9,593121775	1,624093	701,7194406	17,54298602	719,2624266	0,719262	8,288307
10,0499371	1,698636	715,1023673	17,02624684	732,1286141	0,732129	9,020435
10,50675242	1,771414	731,4128022	16,62301823	748,0358204	0,748036	9,768471
10,96356774	1,84336	755,9239381	16,43312909	772,3570672	0,772357	10,54083
11,42038307	1,917008	807,4428869	16,82172681	824,2646137	0,824265	11,36509
11,87719839	1,993143	869,4857481	17,38971496	886,8754631	0,886875	12,25197
12,33401371	2,071578	931,5960484	17,91530862	949,511357	0,949511	13,20148
12,79082903	2,155568	1035,924283	19,18378301	1055,108066	1,055108	14,25659
13,24764436	2,245024	1144,218512	20,43247343	1164,650986	1,164651	15,42124



Graf 10 - Charakteristika dráhy v závislosti na čase

6.4. Výpočet maximální hnací síly na kolech

K tomuto výpočtu budeme potřebovat znát těžiště vozidla, nejprve si tedy musíme vypočítat zatěžující síly statické na jednotlivé nápravy podle a následně si dopočteme vzdálenost těžiště od zadní nápravy.

$$F_{z1} = (m_{lp} + m_{pp}) \cdot g = (308 + 239,5) \cdot 9,81 = 5370,98 \text{ N}$$

$$F_{z2} = (m_{lz} + m_{pz}) \cdot g = (278 + 211,5) \cdot 9,81 = 4801,96 \text{ N}$$

$$L_z = \frac{F_{z1} \cdot L}{G} = \frac{5370,98 \cdot 2,73}{10172,97} = 1,44 \text{ m}$$

F_{z1} ... statická zatěžující síla na přední nápravu

F_{z2} ... statická zatěžující síla na zadní nápravu

m_{lp} ... hmotnost na levém předním kole

m_{pp} ... hmotnost na pravém předním kole

m_{lz} ... hmotnost na levém zadním kole

m_{pz} ... hmotnost na pravém zadním kole

g ... gravitační konstanta

L_z ... vzdálenost těžiště od zadní nápravy

F_{z1} ... statická zatěžující síla na přední nápravu

L ... rozvor

G ... gravitační síla

$$F_{z2dyn} = \frac{L_z \cdot G + h_t \cdot m \cdot a}{L} \text{ [N]} \quad (20)$$

F_{z2dyn} ... dynamická zatěžující síla na zadní nápravu

h_t ... výška těžiště

m ... hmotnost vozidla

a ... Zrychlení

L ... rozvor

$$F_{kmax} = F_{z2dyn} \cdot \mu$$

μ ... elementární součinitel soudržnosti (zvoleno 1,25)

Jelikož je F_{kmax} v prvním převodovém stupni menší než F_{k1} , jak je znázorněno v tabulce 10, tak by kola při maximálním využití točivého momentu začala prokluzovat. Do tabulky je vložen i sloupeček s F_{k1} s prokluzem spojky. F_k na ostatních stupních je stejné jako v tabulce 3, tedy nižší než F_{kmax} pro daný převodový stupeň.

Tento problém se dá řešit více způsoby. Jedním z konstrukčních řešení je lépe vyvážit automobil ve prospěch zadní nápravy. Dalším řešením je si do auta nainstalovat nějaký asistenční systém, který nám bude hlídat prokluz pneumatik. Pokud nechceme nijak zasahovat do konstrukce vozidla, tak lze tento problém řešit pouze správnou citlivostí na spojce a plynu.

Tabulka 12 - Maximální hnací síla na kolech (F_{k1max} - maximální hnací síla na kolech pro I. převod. stup., F_{k2max} - maximální hnací síla na kolech pro II. převod. stup., F_{k3max} - maximální hnací síla na kolech pro III. převod. stup., F_{k4max} - maximální hnací síla na kolech pro IV. převod. stup., F_{k5max} - maximální hnací síla na kolech pro V. převod. stup., F_{k1} – hnací síla pro I. převod. stup. Se započítaným prokluzem)

p.č.	Maximální hnací síla na kolech					
	F_{k1} [N]	F_{k1max} [N]	F_{k2max} [N]	F_{k3max} [N]	F_{k4max} [N]	F_{k5max} [N]
1	8819,959355	7954,729	6883,046	6814,061	6771,126	6738,804
2	8819,959355	7954,246	6950,343	6859,167	6803,689	6762,201
3	8819,959355	7953,764	7022,222	6907,167	6838,182	6786,563
4	8819,959355	7953,04	7226,284	7048,032	6948,172	6877,981
5	8819,959355	7952,558	7439,993	7195,409	7063,228	6970,845
6	8819,959355	7951,834	7496,918	7231,831	7086,384	6982,182
7	8819,959355	7951,11	7509,219	7236,655	7083,489	6969,881
8	8768,380645	7942,909	7501,983	7227,248	7068,293	6946,001
9	8768,380645	7942,186	7499,33	7220,736	7055,027	6923,086
10	9284,167742	8015,272	7545,642	7248,475	7069,258	6924,051
11	9284,167742	8014,307	7542,747	7241,238	7054,303	6898,724
12	9645,21871	8065,201	7573,863	7257,882	7052,615	6889,317
13	10057,84839	8123,332	7609,803	7277,419	7057,439	6881,116
14	10418,89935	8174,227	7640,677	7293,339	7058,645	6869,056
15	10676,7929	8209,926	7661,662	7301,54	7053,338	6850,724
16	10934,68645	8245,865	7682,406	7309,741	7047,067	6830,945
17	10934,68645	8244,659	7678,305	7299,852	7025,841	6797,176
18	10470,47806	8176,639	7630,305	7258,605	6978,323	6739,769
19	10264,16323	8145,764	7606,426	7234,243	6944,071	6693,216
20	9903,112258	8092,458	7567,591	7199,027	6900,413	6637,98
21	9026,274194	7965,1	7479,551	7128,836	6827,568	6556,452
22	8768,380645	7926,507	7450,365	7099,891	6788,01	6503,386

7. Shrnutí výsledku a porovnání s reálně naměřenými daty

Mezi výsledek mé práce patří výpočet rozjezdu vozidla. Výpočet probíhal s řazením při maximálních otáčkách a doba řazení byla odhadnuta vzhledem k úpravám na vozidle na 0,7 sekundy. Z důvodu abychom mohli i při téměř nulové rychlosti využít vysoký moment motoru a vyšší zrychlení, jsem do výpočtu zahrnul prokluz spojky při rozjezdu na I. převodový stupeň. Hnací síla na kolech na I. převodovém stupni vyšla vyšší než maximální hnací síla, kterou je kolo schopno přenést na vozovku bez prokluzu. Navrhl jsem tedy řešení jako například vyvážení automobilu, nebo zvážení instalace asistenčního systému, případně může řidič sám s citlivostí využívat přiměřené množství točivého momentu. Charakteristiku průběhu rozjezdu vozidla jste viděli v grafu 9.

Vzhledem k tomu, na jaké účely je vozidlo využíváno, je žádoucí, aby auto mělo co největší zrychlení při nižších rychlostech. Maximální rychlost tedy není až tak podstatná.

Ve výpočtech jsem také zkoušel, jaký vliv na rychlost rozjezdu by mělo, kdyby řazení probíhalo v jiných než maximálních otáčkách. Zjistil jsem, že je tento způsob řazení na tomto vozidle neefektivní, a že se doba rozjezdu prodlužuje.

Pro zlepšení dynamiky vozu mohou být na voze provedeny další úpravy týkající se snížení hmotnosti vozu, jelikož hmotnost má docela podstatný vliv na výpočty. Další možnost, jak zlepšit jízdní vlastnosti, je vylepšit aerodynamiku vozu, která se dá upravit například zakrytváním podvozku, což zlepší proudění vzduchu pod vozem. Jako úprava by také přicházelo v úvahu zvednutí výkonu.

Výstupem reálného měření byl čas, za který vozidlo ujede 100 metrů. Proběhly 4 měření, ve kterých vozidlo mělo průměrný čas k ujetí 100 metrů 6,2 sekund. Podle mých výpočtů potřebuje vozidlo ke zdolání této vzdálenosti 6,7 sekundy.

8. Návrh možných úprav vozu k dosažení zlepšení jízdních vlastností

V této kapitole jsou navrženy některé úpravy na voze, které dle mého názoru mohou hrát větší roli ve výsledné dynamice. Je zde popsán aktuální stav a navržena úprava. Dočteme se zde, jaký parametr a o kolik úprava mění a také její ekonomická náročnost.

8.1. Hmotnost

8.1.1. Baterie

Aktuální stav

Ve voze se nachází standartní olověná baterie s napětím 12 V, kapacitou 60 Ah, a startovacím proudem 680 A, její hmotnost je udávána výrobcem na hodnotu 15 kg.

Navržená úprava

Do vozu je možno naistalovat baterii Aliant X6 810A. Tato baterie má napětí 12 V, a kapacitu 13,8 Ah, startovací proud při 23°C, Hmotnost této baterie je 2,5kg



Obrázek 6 -Autobaterie Aliant x6 810a [4]

Výsledek úpravy

Výsledkem této úpravy je snížení hmotnosti o 12,5 kg. Cena této úpravy činí 16 994,-- Kč ke dni 13. 5. 2018 od dodavatele MK-RACING.

8.1.2. Nádrž na palivo

Původní stav

Ve vozidle je originální nádrž, hmotnost této nádrže je 35 kg. Je to nádrž o objemu 52 litrů paliva.

Navržená úprava

Možností by bylo nádrž nahradit bezpečnostní palivovou nádrží ATL SA110-UK 40l s FIA homologací. Její hmotnost je 5,1 kg a aby vozidlo splňovalo předpisy FIA musí nádrž být umístěna ve speciální kontejneru, jehož hmotnost je 15 kg. Výsledná hmotnost je tedy 20,1 Kg. Cena nádrže je 20 238,-- Kč od firmy Tuning Car Design a náklady na kontejner jsou 7 061,-- Kč od prodejce Auto-Sport-Kros s.r.o. Ceny se vztahují ke dni 16. 5. 2018.



Obrázek 8 - Nádrž ATL SA110-UK 40l [7]



Obrázek 7 - Kontejner na nádrž ATL-UK 40l [8]

Výsledek úpravy

Na této úpravě ušetříme hmotnost 14,9 kg za cenu 27 299,-- Kč. Díky této úpravě můžeme pohnout s těžištěm vozu dle původnímu stavu, což se nemá může hodit ke zvýšení maximální hnací síly na kolech.

8.1.3. Ráfky

Dalším způsobem, jak jde snížit hmotnost na vozidle je snížit neodpruženou hmotnost, toho docílíme záměnovou dosavadních litých disků za magneziové disky. Hmotnost takto snížíme o několik kilo na každé kolo.

8.2. Výkon

Jestliže chceme zlepšit jízdní dynamiku zvýšením výkonu, můžeme kupříkladu použít otevřenou řídící jednotku. Tato jednotka nám umožňuje přístup k jednotlivým hodnotám motoru, které můžeme měnit. Může se jednat například o změnu bohatost směsi a podobně. Tato úprava je individuální, a proto se ji v této práci nebudu detailněji zabývat.

8.3. Odpor vzduchu

Další možností je zlepšit jízdní dynamiku pomocí snížení odporu vzduchu. Tohoto snížení můžeme dosáhnout kupříkladu zakrytíváním podvozku, čímž se nám stane proudění pod vozidlem plynulejší a může snížit odpor vzduchu až o několik procent.

Zakrytívání podvozku však přináší nevýhody v podobě horší udržitelnosti vozu mezi závodními jízdami. Taktéž se změní celkové proudění vzduchu kolem částí, které je nutno chladit. Jsou to zejména brzdy, převodné ústrojí a také výfuková soustava. Pro tuto úpravu je tedy vhodné volit aerodynamické krytívání podvozku spíše postupně a provádět měření teplot jednotlivých částí. Další metodou je provést simulaci proudění vzduchu, které je však vzhledem k složitosti a nutnosti provádět 3D simulaci velmi náročná. Jak je však vidět z předchozích výpočtů, odpor vzduchu roste druhou mocninou rychlosti na rozdíl například od odporu valení. Je tedy vhodné se pro vozidlo, které dosahuje vysokých průměrných rychlostí na trati danou problematikou zabývat.

9. Závěr

Předmětem této práce bylo zpracovat obecný postup výpočtu a následně vypočítat kompletní jízdní dynamiku vozu určeného k závodům do vrchu. Tímto vozidlem bylo BMW E36 Compact s motorem M52B25 s výkonem 139 kW.

Výpočty probíhaly v programu Microsoft Excel 2016. Výstupem z tohoto programu do této práce byly tabulky a grafy. Abych získal vstupní hodnoty pro tyto výpočty muselo proběhnout měření ve válcové zkušebně a vážení automobilu.

Vypočtená data byla docela podobná reálně naměřeným datům. Tato kontrola byla založena na tom, za kolik sekund ujede vozidlo 100 metrů. Výpočty se od reálně naměřených dat lišily asi o 0,5 sekund.

Cílem mojí práce bylo také navrhnout úpravy, které mohou na voze proběhnout, aby se dynamické vlastnosti vozidla ještě zlepšily. Úpravy se týkaly především snižování hmotnosti automobilu. Další úpravy by se mohly týkat zlepšení aerodynamiky vozu nebo zvednutí jeho výkonu.

10. Seznam použité literatury

1. MATĚJKA, R.: Vozidla silniční dopravy I. VŠDS Žilina, Bratislava: Alfa Bratislava
2. MATĚJKA, R.: Vozidla silniční dopravy II. VŠDS Žilina, Bratislava: Alfa Bratislava, 1981.
3. VLK, F.: Dynamika motorových vozidel. Brno: Nakladatelství a vydavatelství VLK, 2000.
4. [online]. Copyright ©k [cit. 20.05.2018]. Dostupné z: http://zavodniauta.cz/motorsport2015/wp-content/uploads/2013/06/aliant_x6_322000005.jpg
5. Baterie Aliant X6 810A | ZavodniAuta.cz - Motorsport & Performance. [online]. Dostupné z: <http://zavodniauta.cz/motorsport2015/?product=baterie-aliant-x6-15p>
6. ÚAMK - Asistenční služby pro motoristy - Žlutý Anděl [online]. Copyright ©s [cit. 20.05.2018]. Dostupné z: http://www.uamk.cz/images/clanky/autostyl/sport/EDAcup_1.JPG
7. Bezpečnostní palivová nádrž ATL SA110-UK 40l, FIA homologace. *Tuning Car Design* [online]. Copyright © [cit. 20.05.2018]. Dostupné z: <https://www.tuningcardesign.cz/cz-detail-902199954-bezpecnostni-palivova-nadrz-atl-sa110-uk-40l-fia-homologace.html>
8. ATL kontejner na bezpečnostní nádrž SA110 - 40l | Příslušenství | High performance parts. *High performance parts* [online]. Copyright © copyright 2005 [cit. 20.05.2018]. Dostupné z: <https://www.highperformanceparts.cz/atl-kontejner-na-bezpecnostni-nadrz-sa110-40l.121466>
9. Závody do vrchu - Automobily - Autoklub České republiky. *Autoklub České republiky* [online]. Copyright © 2012 [cit. 21.05.2018]. Dostupné z: <http://www.autoklub.cz/disciplina/2-zavody-do-vrchu.html>

11. Seznam obrázků, tabulek a grafů

Obrázek 1 - Automobil při závodech do vrchu	13
Obrázek 2 – Ukázka upraveného BMW e36 compact	25
Obrázek 3 - Pohled na motor vozu (M52B25)	25
Obrázek 4 – Vůz při vážení hmotnosti	26
Obrázek 5 - B-G Racing - clubman race scatles.....	27
Obrázek 6 -Autobaterie Aliant x6 810a.....	45
Obrázek 7 - Kontejner na nádrž ATL-UK 40l.....	46
Obrázek 8 - Nádrž ATL SA110-UK 40l.....	46
Graf 1 – Charakteristika měrné hnací síly $p(v)$	18
Graf 2 - Kinematická charakteristika.....	18
Graf 3 - Charakteristika doběhu vozidla	21
Graf 4 - Charakteristika rozjezdu vozidla	22
Graf 5 - Charakteristika z měření výkonu a točivého momentu	28
Graf 6 – Charakteristika měrné hnací síly	35
Graf 7 – Kinematická charakteristika	35
Graf 8 - Charakteristika $1/a$ v závislosti na rychlosti.....	37
Graf 9 - Charakteristika $V(t)$ pro rozjezd vozidla.....	40
Graf 10 - Charakteristika dráhy v závislosti na čase.....	41
Tabulka 1 - rozložení hmotnosti na jednotlivá kola	26
Tabulka 2 - Vstupní parametry a momentová charakteristika	29
Tabulka 3 - Hnací síla na kolech	30
Tabulka 4 - Rychlost	31
Tabulka 5- Odpor vzduchu	32
Tabulka 6 - Měrná hnací síla na kolech	33
Tabulka 7 - Součinitel odporu valení.....	34
Tabulka 8 – $1/a$	36
Tabulka 9 - Ukázka výpočtu času pro II. převod. stup.	38
Tabulka 10 - Doběh vozidla	39

Tabulka 11 - Výpočet ujeté dráhy	41
Tabulka 12 - Maximální hnací síla na kolech	43

12. Seznam příloh

Příloha A - Výpočet dynamiky v Microsoft Excel

Příloha B - Výpočet dynamiky v Microsoft Excel se zahrnutým prokluzem spojky