

**AYUDAS HIPERMEDIALES DINÁMICAS (AHD) PARA LA ENSEÑANZA DE
ECUACIONES CUADRÁTICAS, CON ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA LUIS ARANGO CARDONA DE LA CIUDAD DE LA
TEBAIDA QUINDÍO**

ELKIN LEONARDO MARULANDA MEJÍA.

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA, COLOMBIA**

2018

Tabla de contenido

Resumen.....	6
Introducción	7
Capítulo 1. Planteamiento del problema.....	8
1.1. Descripción de la realidad Problemática.....	8
1.2. Formulación del Problema	9
1.3. Objetivo general	9
1.3.1. Objetivos específicos	9
1.4. Justificación.....	10
Capítulo 2. Marco Teórico.....	12
2.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza.....	12
2.2. Investigaciones relacionadas con el uso de TIC en el aprendizaje del álgebra.	12
2.3. Bases Teóricas	14
2.3.1. Enfoque Pedagógico Socio constructivista.....	14
2.3.2. Aprendizaje Autónomo.....	16
2.3.3. Aprendizaje Colaborativo.....	19
2.3.4. Aprendizaje Basado en Problemas	19
2.3.5. Teoría de las Situaciones Didácticas Guy Brousseau.....	23
2.3.6. Conocimiento didáctico del contenido (CDC) del profesor de matemáticas	29

2.3.7. Knowledge Quartet (kq) Cuarto del Conocimiento.....	33
2.3.8. Tpack Modelo De Docente Con Integración De Las Tic	35
2.3.9. Material Educativo En La Enseña De Matemáticas.	38
2.3.10. Las Tic En La Enseñanza De Las Matemáticas	43
2.3.11. Conocimiento Específico de Ecuaciones Cuadráticas.....	56
Capítulo 3. Metodología De Investigación	58
Tipo de estudio	59
Contexto de la investigación	59
3.1. Técnicas e instrumentos de participación.....	60
3.1.1 Técnica de observación participante.....	60
3.1.2. Registros videográficos.....	61
3.1.3. Los cuadros de trabajo.....	61
3.2 Procedimiento.....	62
3.3 Diseño de la Secuencia Didáctica (SD) utilizando el Diseño Pedagógico.....	66
Tabla 6. Prioridad de las relaciones entre enfoque pedagógico y teorías de aprendizaje del modelo pedagógico.	66
3.4 Diseño y organización del ambiente de aprendizaje	68
3.4.1 Contexto físico	69
3.4.2 Actores del contexto educativo:.....	69

3.4.3	Rol del estudiante:.....	69
3.4.4	Rol del docente.	70
3.5	Categorías de análisis.....	72
3.5.1	Creación de Materiales educativos.	72
3.5.2	Actividades de aprendizaje.	74
3.6	Diseño y organización del ambiente de aprendizaje.....	74
3.6.1	Variables Investigación.....	75
3.6.2	Estrategias comunicativas (Trabajo colaborativo y autónomo).....	77
3.6.3	Evaluación de La AHD.....	77
3.6.4	Diseño de la AHD.....	78
Capítulo 4. Análisis e Interpretación de Resultados.....		83
Capítulo 5. Conclusiones.....		84
Bibliografía.....		89
	Secuencia Didáctica:.....	152
Uso de la metodología (ABP) aprendizaje basado en problemas para desarrollar la enseñanza de ecuaciones cuadráticas.....		170

Anexo 1. Tabla 8 Núcleo Básico del Conocimiento según MEN.....	120
Anexo 2. Procesos de internalización en la autorregulación.	123
Anexo 3. Elementos básicos del aprendizaje colaborativo.	129
Anexo 4. Problema Educativo	134
Anexo 5. Estándares Básicos de Competencia	135
Anexo 6. Conocimiento específico... Continuación	138
Anexo 7. Ayuda Hipermedial Dinámica.....	151
Anexo 8. Fases de la secuencia didáctica	152
Anexo 9. Recursos Materiales integrados a la AHD, para el desarrollo de la Secuencia Didáctica	158
Anexo 10. Test inicial estudiantes AHD Formulario google.....	164
Anexo 11. Resultados test diagnóstico inicial	167
Anexo 12. Situación problema.....	168
Anexo 13. Tabla De Cruces De Teorías Y Socio Constructivismo.....	169
Anexo 14. Secuencia Didáctica	170
Anexo 15. Test valoración AHD	175
Anexo 16. Test valoración docente.....	176

Resumen

La presente investigación se realiza en el marco de la Didáctica de la Matemática, es una investigación cualitativa realizada en el contexto de la Educación Básica, con alumnos de noveno grado de secundaria, con la intención de determinar los aportes didácticos que ofrecen las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en la enseñanza de ecuaciones cuadráticas, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

Tomando como referente el componente variacional, del estándar: Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Los resultados del último Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) revela que a nivel institucional: “El 75% de los estudiantes no reconocen problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos”.

Nuestra propuesta didáctica basada en Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD) para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas en el grado noveno, dará lugar a la creación de una secuencia didáctica como estrategia para utilizarla en la actividad docente como apoyo de las clases de matemáticas, se sustenta pedagógicamente en la Teoría Socio-Histórica de Vigostky y apoyo metodológico del aprendizaje colaborativo, al tenor de los aprendizajes autónomo y aprendizaje basado en problemas (ABP), la cual busca un aprendizaje más significativo de ecuaciones cuadráticas en los estudiantes de noveno grado a través de un ambiente de aprendizaje donde se construye el conocimiento matemático en espacios de colaboración.

PALABRAS CLAVES: Didáctica, Matemática, Ayudas, Hipermediales, Dinámicas, ecuaciones cuadráticas, aprendizaje, aprendizaje basado en problemas.

Introducción

En los programas de secundaria de las ecuaciones cuadráticas están orientadas a la manipulación algebraica y repetitiva, lo que no genera agrado en los estudiantes, por lo que se busca lograr que la situación presente algo de reto para ser más significativa en su aprendizaje. De esta manera la participación del alumno en el proceso de enseñanza aprendizaje debe ser protagónica, con situaciones problema que le permitan un verdadero andamiaje para su aprendizaje, que mantengan la motivación, el compromiso y la responsabilidad hacia los objetivos con apoyo de la tecnología. Además, teniendo una buena planeación y organización donde se puedan aprovechar los contenidos de internet, buscando estrategias y metodologías que creen los sustentos necesarios para lograr una verdadera construcción del conocimiento con la participación activa del alumno y el docente con un rol más de acompañante encargado de la planear, motivar y enfocar los alumnos a los objetivos.

Si reunimos la tecnología y el aprendizaje basado en problemas con el propósito de generar competencias de trabajo en equipo, toma de decisiones, trabajo colaborativo a través de un diseño tecno pedagógico, tendremos la unión perfecta entre los contenidos, las TIC y la pedagogía. Según (Coll Serrano & Blasco Blasco, 2010), lo primero es la naturaleza y las características de los recursos tecnológicos que los actores tengan a su disposición (diseño tecnológico); lo segundo el conjunto de contenidos (ecuaciones cuadráticas) dispuestos en el currículo, orientaciones y sugerencias tecnológicas para utilizarlas en el proceso de enseñanza aprendizaje (diseño tecno pedagógico o tecno instruccional); y por último, por las formas de

organización de la actividad conjunta (trabajo colaborativo) de los actores con la TIC. (Onrubia, y otros, 1999).

Capítulo 1. Planteamiento del problema

1.1. Descripción de la realidad Problemática

“Un currículo dirigido al desarrollo de técnicas no puede educar, porque no ayuda a comprender, ni desarrolla significados. El aprendizaje mecánico de estas técnicas se limita a desarrollar en los humanos la capacidad para hacer lo que las maquinas hacen mejor” (Montoro Mínguez, 2014)

“Desde la labor docente debemos confrontar a los alumnos con situaciones retadoras que generen multiplicidad de interacciones para lograr aprendizajes significativos, a través de nuevas metodologías que reformen la manera de enseñar en nuestras aulas” como lo afirma: (peres (1982)). Caracteriza esta génesis artificial de la siguiente manera: El camino consiste en construir un proceso en el que el conocimiento no es ni directa ni indirectamente enseñado por el maestro, sino que debe aparecer progresivamente en el niño a partir de múltiples condicionantes estructurales: es el resultado de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos encontrados durante la actividad. Son las múltiples interacciones en el seno de la situación las que deben provocar las modificaciones en el alumno y favorecer la aparición de los conceptos deseados. En esta interacción sujeto-situación que corresponde a una primera etapa de los trabajos realizados o dirigidos por Guy Brousseau, en resumen se busca que los alumnos al ser enfrentados a una situación problema tenga los suficientes recursos investigativos para que trabajando en equipo vayan convirtiendo de forma secuencial su investigación en un conocimiento contextualizado,

mediado por la tecnología para hacerlo de manera más rápida, autónoma, responsable y donde la motivación permanece mucho más alta durante las sesiones de clase. El docente como tutor se encarga de la creación, planeación y secuenciación de las sesiones de clase realizando los ajustes necesarios para alcanzar los objetivos propuestos.

1.2. Formulación del Problema

¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas en la enseñanza de ecuaciones cuadráticas con estudiantes en el grado noveno de educación secundaria, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase?

1.3. Objetivo general

Determinar los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas hipermediales dinámicas en la enseñanza ecuaciones cuadráticas con estudiantes de grado noveno de la I.E. Luis Arango Cardona del municipio de La Tebaida Quindío, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase

1.3.1. Objetivos específicos

- ✓ Diseñar un modelo pedagógico para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas, en el aula de clase.
- ✓ Crear una ayuda hipermedial dinámica para apoyar el proceso de enseñanza ecuaciones cuadráticas.

✓ Crear una unidad didáctica con uso de la AHD y aplicar en clase para valorar sus aportes didácticos.

1.4. Justificación

1. Esta propuesta surge desde mi propia experiencia en la práctica docente, cuando buscamos nuevas maneras de resolver problemas, modelar situaciones, así como expresar conceptos y operar con ellos en niveles más abstractos. Parafraseando los lineamientos curriculares de matemáticas, entre los propósitos del área deben desarrollar procesos de razonamiento que les permita expresarse matemáticamente, con todas las alternativas que este lenguaje les ofrece. Escribiendo, representando y usando el álgebra para establecer relaciones entre estos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, partiendo siempre de situaciones problema contextualizadas y que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico. (MEN, 1998), como lo afirma:

(Aké Tec, 2013), referenciando a (KIERAN, 2007), Sin embargo, en el día a día del aula, no siempre se alcanza este propósito. El problema radica en que el álgebra es vista como una herramienta para la manipulación de símbolos y para resolver problemas, desprovista de significado y las matemáticas, particularmente el álgebra, tienden a ejercerse de una forma rutinaria y descontextualizada

2. Lo anterior lo comprobamos en nuestra propia experiencia docente en los grados superiores; cuando se trabajan con expresiones algebraicas, los estudiantes reflejan cierta habilidad para operar con polinomios, sin embargo, al intentar traducir de este lenguaje algebraico al lenguaje verbal, o viceversa se observa un alto grado de dificultad. Estos errores, se

reflejan también en el uso de variables y relaciones, cuando se quiere pasar de expresiones numéricas, aritméticas y geométricas, a expresiones algebraicas generalizadas.

3. En consecuencia, dicha problemática se refleja los últimos resultados de las pruebas SABER 9°, el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) revela que a nivel institucional: “El 75% de los estudiantes no reconocen problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos”. Dicho informe coloca el nivel de Interpretación de los estudiantes en “Alerta roja” según el índice sintético de la calidad educativa (ISCE) del año 2016 grado 9°. IE Luis Arango Cardona, publicado en la página de Colombia aprende.

4. Es aquí donde la capacidad que tienen las TIC para propiciar la inclusión social, limitar la dependencia espacio-temporal entre el profesor y el alumno, y posibilitar el acceso a una gran cantidad de información, ha sido especialmente valorada para la construcción de ambientes de enseñanza más interactivos y experiencias de aprendizaje más dinámicas. (Hernandez, 2014). Coherente a lo anterior, esta investigación pretende diseñar una propuesta didáctica innovadora que incorpore las AHD, mediadas por TIC, en situaciones y objetos de aprendizaje como sistema estratégico de comunicación en trabajo colaborativo estableciendo una relación entre lineamientos, competencias, estándares y logros desde una situación problema.

Donde se privilegie la actuación del estudiante como parte activa de este proceso, en este proceso se busca afectar positivamente la estrategia y metodología usada tradicionalmente que normalmente se limita a ofrecer conocimiento sobre las TIC o a usarlas como herramientas sin modificar los enfoques o las estrategias de clase tradicionales.

Capítulo 2. Marco Teórico

2.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza

(Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015), en su texto “La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina”, asesorado por un grupo de docentes de la Universidad Tecnológica de Pereira es una propuesta de formación pedagógica y didáctica de profesores para profesores; es una recopilación de experiencias de las prácticas pedagógicas de diferentes disciplinas que participaron, entre ellas las áreas de física, química, biología, filosofía, las ciencias sociales y Deontología, utilizando el concepto de AHD, dimensionado desde el socioconstructivismo y la teoría del aprendizaje por Indagación Progresiva (IP), mediado este ejercicio por el uso de las TIC y estructurado en lo que se ha denominado Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD).

2.2. Investigaciones relacionadas con el uso de TIC en el aprendizaje del álgebra.

A nivel nacional se ha desarrollado el Proyecto de “Incorporación de las Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media” liderado por el Ministerio de Educación Nacional y Luís Enrique Moreno Armella como asesor investigativo.

Los objetivos generales planteados en este proyecto nacional fueron: “Mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas y la capacidad de aprendizaje mediante los recursos expresivos que la tecnología pone al alcance de las instituciones educativas” y “Consolidar una comunidad de docentes comprometidos con la disseminación de la cultura informática”.

A partir de este proyecto surgieron numerosos proyectos de investigación con el fin de alimentar y constituir el soporte regulador del proceso y dar reconocimiento investigativo de los avances y resultados de esta incorporación. Algunas de estas conclusiones fueron: (REPÚBLICA DE COLOMBIA, 2004, pág. 136):

- La incorporación de nuevos instrumentos tecnológicos en la clase de matemáticas produce un cambio sustancial en las relaciones entre el conocimiento matemático, los estudiantes y los profesores.
- La herramienta facilita la forma de aprender matemáticas porque el estudiante puede visualizar y manipular las diferentes representaciones del conocimiento matemático, es decir, su estilo cognitivo privilegia los acercamientos visuales más que las formas simbólicas de representación
- El uso de la tecnología (calculadora) y del software Cabri de Geometría dinámica en el aula, contribuyen a desarrollar en los estudiantes un pensamiento matemático de alto nivel. Al disminuir la cantidad de tiempo que invierten en construir representaciones, pueden ocuparse más por actividades de interpretación, traducción, coordinación, articulación de ideas y toma de decisiones.

- Los estudiantes dotados de la tecnología (calculadora) tienen el potencial de desarrollar nuevas estrategias de resolución de problemas, mejores formas argumentativas y habilidades de comunicación de ideas matemáticas.
- Los estudiantes usan las posibilidades de exploración que brinda la tecnología (calculadora) para poner en juego sus conocimientos, revisar ideas que tienen al respecto de una situación problema, aclaran conceptos y realizan nuevas exploraciones.

2.3. Bases Teóricas

Esta investigación, intenta descubrir los aportes didácticos de las Ayudas Hipermediáles Dinámicas (AHD) en la construcción de conocimiento, para esta investigación utilizaremos el software CmapTools que permite la generación de cuadros conceptuales, abordando el estudio de las ecuaciones de segundo grado, se realizara con estudiantes de noveno grado de la institución educativa Luis Arango Cardona de la ciudad de la Tebaida Quindío, abordando un enfoque pedagógico Socio constructivista, las teorías de los aprendizajes autónomo, el aprendizaje colaborativo y aprendizaje basado en problemas (ABP). Con una revisión bibliográfica de los conceptos en los que se quiere enmarcar esta propuesta

2.3.1. Enfoque Pedagógico Socio constructivista.

El psicólogo ruso Lev Vygostky nos sostiene que una persona puede, sentir, imaginar, recordar o construir un nuevo conocimiento si tiene un precedente cognitivo donde se ancle. (Vigostky.Lev, 1978) . Por ello el conocimiento previo es determinante para adquirir cualquier aprendizaje, dado que es el producto de la influencia que ejerce en él, las personas, la cultura y el

ambiente que lo rodea. Estos procesos de interacción social Vygotsky los denomina procesos inter psicológicos.

Para Lev Vigostky, las características que describen el socio constructivismo son:

- ✓ Toma en cuenta el nivel de desarrollo de los alumnos.
- ✓ El alumno cuenta con una zona de desarrollo real que se define como las acciones que el alumno está en capacidad de desarrollar de manera independiente.

(Vigostky.Lev, 1978).

- ✓ Fomenta un rol activo del alumno en su aprendizaje.
- ✓ El alumno no es pasivo respecto al proceso de su desarrollo, sino que es él quien, estimulado por el medio, compone y construye su propio tejido, conceptual y simbólico, y desarrolla así las propias condiciones de su aprendizaje. Actúa sobre la realidad, la transforma y es transformado por ella. (Tunnerann Bemheim, 2014).

✓ Enfatiza la importancia de la interacción (con padres, profesores y otros alumnos).

Todo el complejo simbólico de las relaciones sociales, humanas, es la condición de posibilidad, aquello que propicia, estimula, y determina el desarrollo y aprendizaje de la persona. (Vigostky.Lev, 1978). Hacer énfasis en la reestructuración y reorganización del conocimiento.

Según la ley de doble formación de Vygotsky. El conocimiento se adquiere, primero a nivel interpsicológico y posteriormente a nivel intrapsicológico, de esta manera el factor social juega un papel determinante en la construcción del conocimiento. (Vigostky.Lev, 1978).

Ver Anexo 1.1 Procesos de internalización y autorregulación

Teorías de Aprendizaje

2.3.2. Aprendizaje Autónomo.

El aprendizaje autónomo es un proceso que permite a la persona desarrollarse independientemente, ser autor de su propio desarrollo, eligiendo los caminos, las estrategias, las herramientas y los momentos que considere pertinentes para aprender y poner en práctica de manera autónoma lo que ha aprendido. (Gonçalves, 2011).

Es adecuado establecer procedimientos no solo para que el estudiante aprenda de forma autónoma, dentro de unos límites planificados, sino también para que reflexione sobre el proceso en el que está inmerso, de manera que, en el futuro, cuando su trabajo sea completamente autónomo, tenga criterios para planificarlo y gestionarlo.

Para lograrlo, el profesor diseña una actividad concreta, el alumno debe trabajar de forma guiada: para conseguir un determinado objetivo de aprendizaje. El alumno tendrá un margen de movimiento en su respuesta, pero siempre dentro de unos límites preestablecidos. Sin embargo, a la vez, debemos garantizar que adquiera unas habilidades que le permitan ir desarrollando esas actividades con un grado de autonomía creciente. La forma de conseguirlo consiste en exigir al alumno que desarrolle un proceso de reflexión para que sea consciente de su propia forma de aprender. (Gonçalves, 2011).

Por lo anterior desarrollar aprendices autónomos implica que sean capaces de autorregular sus acciones para aprender, hacerlos conscientes de las decisiones que toman, de los conocimientos que ponen en juego, de sus dificultades para aprender y del modo de superar sus dificultades.

La Enseñanza Estratégica para la autonomía.

Según (Monereo, 2001). La enseñanza para la autonomía o método didáctico de enseñanza estratégica, consiste en ceder o transferir progresivamente el control de la estrategia, que en un primer momento ejerce de manera absoluta el profesor, al estudiante, a fin de que se apropie de ella y pueda empezar a utilizarla de manera autónoma (Huertas, 2009.).

Uso estratégico de Procedimientos

“El uso estratégico de procedimientos, es responsabilidad fundamental de una enseñanza estratégica; en ella se transita desde un control externo y centrado en el profesor, cuando en un primer momento se presenta la estrategia, una segunda etapa en la que el alumno puede practicar la estrategia aprendida con la guía y orientación del docente, para finalmente pasar a una autorregulación interna, centrada en el alumno, cuando este, demuestre poco a poco un dominio cada vez más autónomo de la estrategia aprendida”. (Huertas, 2009.).

Elementos del aprendizaje estratégico.

A partir de las ideas de (González V. , 2000), quienes sostienen que “el aprendizaje estratégico se refiere a aquellos procesos internos” constituidos por los procesos cognitivos, procesos meta cognitivos y los afectivos emocionales los cuales definimos:

Procesos cognitivos:

“Son procesos internos que permiten la activación sináptica a través de la cual se procesa la información y el conocimiento. El desarrollo de estrategias cognitivas, favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje”. (Huertas, 2009.).

Procesos meta cognitivos.

“Vienen a ser los procesos mediante los cuales el sujeto es capaz de analizar y comprender cómo ocurren sus propios procesos y productos cognitivos. La adquisición de estrategias meta cognitivas permite desarrollar la toma de conciencia y control de los procesos y productos cognitivos”. (Huertas, 2009.)

Procesos afectivos emocionales.

“Están referidos a todos aquellos procesos motivacionales, el querer aprender; los sentimientos afectivos, placer por aprender; orientados a favorecer una predisposición emocional para optimizar la calidad del aprendizaje. El control de respuestas afectivo emocionales favorables hacia el aprendizaje, permite aumentar la conciencia del estudiante sobre su estado afectivo motivacional”. (Huertas, 2009.)

Autorregulación:

“La autorregulación del aprendizaje fundamentada en el socioconstructivismo es considerada como un proceso en el cual el estudiante se involucra en las actividades de una manera consiente y reflexiva. Este nivel de conciencia está en el campo de que el mismo estudiante identifica sus posibilidades y sus limitaciones frente a la realización de la tarea”. (Huertas, 2009.).

Según (Zmmerman, 2000), la autorregulación se entiende como “la capacidad de generar pensamientos, sentimientos y actuaciones por parte del estudiante, orientados a conseguir objetivos. La autorregulación más que una capacidad mental o una habilidad académica, es un proceso de autodirección mediante el cual los estudiantes transforman sus capacidades en habilidades académicas. Citado por (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015).

2.3.3. Aprendizaje Colaborativo

El trabajo colaborativo es una estrategia de aula para el aprendizaje que surge a partir de la tesis de Vigotsky en la que afirma que “El desarrollo de procesos psicológicos superiores (PSS) en el niño se logra a partir de situaciones de interacción de carácter social con otras personas”. (Carrió, 2007).

Para (Johnson, El aprendizaje cooperativo en el aula., 1999), el aprendizaje colaborativo es un “Conjunto de métodos de instrucción para la aplicación en pequeños grupos, de entrenamiento y desarrollo de habilidades mixtas (aprendizaje y desarrollo personal y social), donde cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como del de los restantes miembros del grupo”.

Ver anexo 1.2

2.3.4. Aprendizaje Basado en Problemas

Esta teoría toma como una base en su estructura a Barrows (1986) quien define la teoría de ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos”. (MORALES & LANDA, 2004).

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es un método de enseñanza aprendizaje centrado en el estudiante en el que éste adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real. Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de la misma manera en que lo hará durante su vida cotidiana, es decir, valorando e integrando el saber que los conducirá a la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes.

Con esta metodología se construyen problemas contextualizados por docentes del área, cuidadosamente contruidos para ser presentados a grupos de 3 o 4 estudiantes que son apoyados por un tutor donde utilizando las diversas áreas del conocimiento se busca dar solución al problema.

“En esencia se busca enfrentar a los alumnos a una serie de dilemas sobre los que no disponen, de manera previa, de una abundante información, con lo que se le incita a la indagación. De esta manera, se posibilitan oportunidades para el desarrollo de habilidades específicas para el análisis, la comprensión y, en su caso, resolución del problema”. (Carmen & Elvira, sf).

Métodos del ABP

Entre los métodos utilizados en el proceso de trabajo se siguen siete (7) pasos para la resolución del problema. (Moust & Schmidt., 2007).

1. **Aclarar conceptos y términos:** Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado.

2. **Definir el problema:** Es un primer intento de identificar el problema que el texto plantea. Posteriormente, tras los pasos 3 y 4, podrá volverse sobre esta primera definición si se considera necesario.

3. **Analizar el problema:** En esta fase, los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como posibles conexiones que podrían ser plausibles. El énfasis en esta fase es más en la cantidad de ideas que en su veracidad (lluvia de ideas).

4. **Realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior:** Una vez generado el mayor número de ideas sobre el problema, el grupo trata de sistematizarlas y organizarlas resaltando las relaciones que existen entre ellas.

5. **Formular objetivos de aprendizaje:** En este momento, los estudiantes deciden qué aspectos del problema requieren ser indagados y comprendidos mejor, lo que constituirá los objetivos de aprendizaje que guiarán la siguiente fase.

6. **Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual:** Con los objetivos de aprendizaje del grupo, los estudiantes buscan y estudian la información que les falta. Pueden distribuirse los objetivos de aprendizaje o bien trabajarlos todos, según se haya acordado con el tutor.

7. **Síntesis de la información recogida y elaboración del informe sobre los conocimientos adquiridos:** La información aportada por los distintos miembros del grupo se discute, se contrasta y, finalmente, se extraen las conclusiones pertinentes para el problema.

Fases del ABP Francisco Amador

Problémica: tomando un problema real se les pide a los alumnos que trabajen en pequeños grupos, donde se les presenta para que lo lean, analicen y delimiten desde sus conocimientos, organizando sus ideas, hasta que no puedan avanzar más y deban determinar las competencias y conocimientos necesarios para brindar una solución.

Se pone la tarea individual de buscar en internet o en la biblioteca la información necesaria, desde la pregunta ¿qué necesita hacerse para resolver la situación?

Investigativa- formativa: en cada equipo se hace una distribución de roles, asignación de tareas, se acuerdan los tiempos, se recomienda subdividir la situación problema, se asignan responsabilidades desde el punto de vista que el éxito del grupo depende del trabajo tanto individual como colectivo. Todos deben de conocer la temática y organizar los informes.

Soluciónica: se trabaja para examinar los informes recolectados con el fin de mejorar su comprensión de la situación problema y buscar las diversas soluciones. En este momento se debe comparar lo que sabía antes con lo que sabe ahora. Tener en cuenta si falta información o hay preguntas sin resolver. Se debe de socializar entre los miembros del grupo lo aprendido.

Productiva: se autoevalúan la capacidad de resolver situaciones problema, que conocimientos se adquirieron desde el aprendizaje autónomo, el facilitador o tutor evalúa a cada miembro del grupo. Si es necesario se hacen actividades adicionales para complementar su aprendizaje. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015).

Ventajas del ABP.

Según (TORP & SAGE, 1998), el empleo del ABP:

✓ Compromete activamente a los estudiantes como responsables de una situación problemática.

✓ Organiza el plan de estudios alrededor de problemas holísticos que generan aprendizajes significativos e integrados.

✓ Crea un ambiente en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar críticamente y los guían en su investigación. orientándolos hacia el logro de niveles más profundos de indagación.

✓ Estimula su motivación intrínseca.

✓ Promueve el interés por el autoaprendizaje.

✓ Estimula la producción de estructuras de pensamiento complejo.

✓ Involucra a los estudiantes a trabajar en colaboración.

✓ Activa el conocimiento previo.

✓ Estimula la creatividad

“De esta manera, el ABP propende el desarrollo integral del alumno, unido a la adquisición de conocimientos propios de las diferentes materias a estudiar, con el desarrollo de habilidades de pensamiento y para el aprendizaje, así como de actitudes y valores”. (TORP & SAGE, 1998).

2.3.5. Teoría de las Situaciones Didácticas Guy Brousseau

“...La didáctica no consiste en ofrecer un modelo para la enseñanza sino en producir un campo de cuestiones que permita poner a prueba cualquier situación de enseñanza, y corregir y mejorar las que se han producido, formular interrogantes sobre lo que sucede” (Brousseau., 1991).

La denominada “escuela francesa de Didáctica de la Matemática” nació en los años setenta, dentro de esta disciplina (la Didáctica de la Matemática de la escuela francesa), Guy Brousseau desarrolla la “Teoría de Situaciones”. Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea.

Situación didáctica en matemáticas: Una situación es didáctica cuando un individuo (Generalmente el profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (generalmente el alumno) un saber matemático dado explícitamente y debe darse en un medio. Es muy importante que la intención de enseñanza sea planificada y no sea desvelada, debe permanecer oculta a los ojos del alumno. Podemos mencionar que este tipo de situaciones contiene varios aspectos:

Contrato didáctico: Es lo que espera el alumno del profesor y viceversa (las expectativas o reglas del juego que se tienen de la situación didáctica). Es el medio que tiene el maestro para poner esta situación en la escena, interesándole una parte importante del contrato que es el contenido o conocimiento matemático considerado. El concepto teórico en didáctica no es contrato, sino el procedimiento de búsqueda de un contrato hipotético, es este proceso de negociación del quehacer de las partes el que debe modelizar y observar en el contrato.

Situación-problema: Puede plantearse de dos maneras:

(a). De control: donde se solicita la aplicación del propio saber. Esta situación se puede hacer necesaria en un determinado momento para asegurarse de que el alumno haya adquirido el aprendizaje que se pide (Por ejemplo: reforzar a través de una evaluación sumativa).

(b). De aprendizaje: se debe plantear un problema al alumno y este debe manejar una estrategia de base (conocimientos previos), ya disponible en el alumno, para poder resolver el

problema. Es muy importante que el problema tenga varias estrategias, y que la estrategia inicial no se base en el conocimiento que queremos enseñar.

Variable didáctica: Un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno durante una situación didáctica. Es decir, las variables didácticas son aquellas que el profesor modifica para provocar un cambio de estrategia en el alumno y que llegue al saber matemático deseado.

Situación a-didáctica: Es la parte de la situación didáctica en que la intención de enseñanza no aparece explícita para el alumno (o sea, en el enunciado del problema no aparece explícita la intención del profesor). Debe aparecer ante los alumnos como una interacción con un medio (no didáctico), de modo que sus decisiones se guíen por la lógica de la situación y no por la lectura de las intenciones del profesor. El alumno puede modificar sus decisiones tomando en cuenta la retroacción que le proporciona el medio, y debe realizar un cambio de estrategias para llegar al saber matemático, ya que la estrategia óptima es está por construir.

Un ejemplo de transmisión de situación a-didáctica podría ser cuando una madre le pide a su hijo que traslade cierta cantidad de cucharas para completar las tasas que están puestas en la mesa; en este caso, existe una etapa de enfoque meramente lúdico, una de transmisión de preferencias, responsabilidad y causalidad. Es así, como en esta situación no existe contrato didáctico y no existe una intención de enseñanza, aunque podría ocurrir, lo que hace de este problema una situación que podría introducir el profesor en el aula, para que alumnos de educación básica aprendan a numerar usando números naturales.

Fases de una situación didáctica

El desarrollo de una actividad siguiendo este modelo de situaciones didácticas, parte de una acción sin interlocutor. Además, tiene que cumplir otra serie de requisitos de partida que pongan en marcha el proceso, para lograr que el alumno pueda o construya aprendizajes de calidad. Las etapas dentro de una situación puesta en marcha están dadas por:

Situación de acción: La enseñanza de las matemáticas debe permitir al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos de la experimentación y el descubrimiento. Dicho de otro modo, las características de una situación de acción son:

- El alumno actúa sobre el medio, formula, prevé, y explica la situación propuesta. Organiza las estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones.
- Las retroacciones proporcionadas por el medio, funcionan sancionando sus acciones dentro de la resolución.
- Movilización y creación de modelos implícitos de resultado.

Situación de formulación: El medio de aprendizaje comprende un sistema receptor y/o emisor, con el cual el niño va a intercambiar una serie de mensajes. Esta será la base de la comunicación y la interacción con sus pares y profesor. Una buena reproducción por parte del alumno de la actividad matemática exige que este intervenga en ella, lo cual significa que formula enunciados y prueba proposiciones, que construye modelos, lenguajes, conceptos y los pone a prueba e intercambia con otros. Reconoce los que están conformes con la actividad matemática y toma los que le son útiles para continuarla.

Las condiciones necesarias son:

- ✓ El alumno intercambia con una o varias personas informaciones.
- ✓ La comunicación puede conllevar asimilaciones y también contradicciones.
- ✓ Las interacciones entre emisor y receptor pueden producirse a través de acciones sin codificación, o bien a través de un lenguaje. El fracaso de un mensaje obliga a su revisión.
- ✓ Se crea un modelo explícito que pueda ser formulado con ayuda de signos y reglas, conocidas o nuevas.

Situación de validación: El medio de aprendizaje debe servir como comprobación de la validez en las respuestas del niño al problema. Para esto, el alumno debe poder validar la situación, es decir, la propia situación tiene que informar al alumno sobre si lo ha hecho bien o no, si su solución es buena, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro. Las condiciones requeridas serán:

- ✓ El alumno debe hacer declaraciones que se someterán a juicio de su interlocutor.
- ✓ El interlocutor debe protestar, rechazar una justificación que él considere falsa, probando sus afirmaciones.

✓ La discusión no debe desligarse de la situación, para evitar que el discurso se aleje de la lógica y la eficacia de las pruebas.

Situación de institucionalización: Tras las anteriores situaciones, debe haber reconocimiento de lo aprendido. El maestro debe poner el punto de claridad a la intención didáctica de la actividad. Este paso consiste en:

- Las respuestas encontradas al problema planteado deben ser transformadas para que los conocimientos puedan ser convertidos en saberes.
- El profesor tiene la responsabilidad de cambiar el estatuto de los conocimientos construidos, mediante la puesta en común.
- Pasar de un saber personal a un saber institucional, que los alumnos reconozcan como verdadero y utilizable.

Características de la situación didáctica

- Los alumnos toman a su cargo la organización de la actividad para tratar de resolver el problema
- Los alumnos deben anticipar y luego verificar los resultados de su actividad.
- La resolución de problemas implica la toma de múltiples decisiones por parte de los alumnos y de ir modificándolas para el logro del objetivo.
- Es indispensable que, al momento de plantear la situación, los alumnos tengan al menos una estrategia (estrategia base) para que puedan comprender la consigna y comenzar la búsqueda de la solución.
- La manipulación de variables permite modificar las situaciones didácticas, bloqueando el uso de algunas estrategias y generando la aparición de otras.

Características de una situación a-didáctica

- Necesidad de los conocimientos.
- Noción de sanción (la estrategia base cae por si sola.
No intervención del maestro en relación con el saber.

2.3.6. Conocimiento didáctico del contenido (CDC) del profesor de matemáticas

(Shulman, 1989), describe las características propias, del conocimiento profesional del profesorado, principalmente de los niveles de enseñanza básica y media tiene de la materia que enseñan y de la que son especialistas, y al mismo tiempo cómo lo trasladan o transforman en representaciones escolares comprensibles para los alumnos. Referido en (Bolívar, 2005):

“La habilidad para transformar el Conocimiento de la Materia requiere algo más que conocimiento sustantivo y sintáctico de una disciplina; requiere al mismo tiempo conocimiento de los alumnos y del aprendizaje, del currículum y del contexto, de los fines y objetivos, de pedagogía. También requiere un conocimiento del contenido específicamente pedagógico. A partir de estos diferentes tipos de conocimiento y capacidades los profesores trasladan su conocimiento de la materia en representaciones instructivas”. (Grossman, 1989).

“El CDC está caracterizado por modos de pensar que facilitan la generación de estas transformaciones, el desarrollo del razonamiento pedagógico” (Wilson, 1987). “El docente debe desarrollar capacidades curriculares, interpretativas, deliberativas y pericia profesional para hacer un uso activo y creativo del conocimiento disciplinar y curricular” Como lo dice (Shulman, 1989).

Las siete categorías del conocimiento didáctico del profesor se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 2

Categoría	Descripción
1. El conocimiento del contenido de la materia (CM)	El CM ha sido tradicionalmente uno de los elementos del triángulo didáctico (alumno, docente, contenido) cuyo tratamiento propio da lugar a las <i>didácticas especiales/específicas</i> .
2. Conocimiento de los objetivos	Conocimiento de los propósitos y fines de enseñanza de la materia (planeación)
3. Conocimiento del Contexto y el currículo	Consiste en encontrar relaciones y posibilidades nuevas entre el contenido y su representación
4. Conocimiento general pedagógico:	Comprende las estrategias didácticas generales, es decir las formas más útiles de representación de las ideas, las analogías más poderosas, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones, y en una palabra, la forma de representar y formular la materia para hacerla más comprensible a otros
5. Conocimiento de la comprensión de los alumnos	modo como los alumnos comprenden un tópico disciplinar de los contextos educativos, fines y valores educativos, sus posibles mal entendidos y grado de dificultad.
6. Conocimiento didáctico del contenido (CDC):	Es “una especie de amalgama de contenido y didáctica”. Se construye con y sobre el conocimiento del contenido(CM), conocimiento pedagógico general y conocimiento de los alumnos para su transposición didáctica.
7. Conocimiento de los materiales curriculares	El conocimiento de los materiales curriculares y medios de enseñanza en la relación con los contenidos y alumnos.

Fuente: Shulman (1987, pp. 32-35)

Representación en Matemáticas

En investigaciones realizadas por (Paivio, 1978), Se destaca, la importancia de las representaciones, en la formación adecuada de conceptos para el aprendizaje de las Matemáticas; fundamentalmente porque por un lado son algo inherente a ellas, y por otro, porque juegan un papel doble para el aprendizaje de las matemáticas. Por un lado, son esenciales para comprensión matemática, aunque también pueden ser un obstáculo para el aprendizaje. (Font, 2000).

Tipos de representación en matemáticas.

Los diferentes sistemas utilizados como sistemas de representación, en matemáticas son: las figuras, las gráficas, la escritura simbólica (sistemas de escritura de números, escritura algebraica, lenguajes formales) e inevitablemente el lenguaje natural. Es esencial para la actividad matemática que se puedan establecer conexiones entre los diferentes sistemas de representación, facilitando la comprensión de a los conceptos puestos en juego. Como lo fundamentan distintas las investigaciones (Arteaga P. , 2009), referenciados por (Penalva & Torregrosa).

El álgebra como sistema de representación en matemáticas.

“Para el sistema educativo colombiano el álgebra constituye una potente herramienta para modelar situaciones de cuantificación y los fenómenos de variación y cambio es por ello que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y de la ecuación, las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas”. (MEN, 1998)..

(Gascón, 1993), expresa: “El álgebra se considera, en principio, como una técnica matemática, como “una ‘manera de hacer’ en matemáticas” con la cual es posible llevar a cabo el proceso de estudio de distintos campos de problemas matemáticos, ya sean aritméticos, geométricos, estadísticos”. (Valoyes, 2013)

En este sentido, la connotación que adquiere el álgebra en este trabajo en esencia se refiere a la necesidad de representar y resolver problemas matemáticos, por medio de modelación simbólica; en este caso, las ecuaciones cuadráticas nos permiten modelar situaciones de la vida cotidiana.

En el álgebra escolar conviven diferentes sistemas de representación externa que ayudan a hacer presentes los objetos matemáticos abstractos. Estos sistemas son, principalmente, el simbolismo algebraico, el lenguaje verbal y los sistemas de representación tabular, gráfico y numérico.

2.3.7. Knowledge Quartet (kq) Cuarto del Conocimiento

(Rowland, 2005), A descrito como un marco teórico para educación matemática en el que a diferencia de (Shulman, 1989), este identifica las situaciones en el que el conocimiento de la materia y el conocimiento pedagógico puede verse en el acto de enseñar.

Desde la perspectiva del KQ, el conocimiento y las creencias se evidencian en las matemáticas, la enseñanza se puede ver en cuatro dimensiones que se describen brevemente a continuación.

Fundamentación: conocimiento de la comprensión de las matemáticas entre sí, la matemática específica de la pedagogía, creencias y naturaleza de las matemáticas, propósito de la educación matemática, condiciones para estudiar, aprender y mejorar las matemáticas.

Códigos:

- Sensibilización de objetivos
- Adhesión a los libros de textos
- Concentración en procedimientos
- Identificación de errores
- Base teórica de la pedagogía
- Uso de la terminología matemática.

Transformación: presentar a los estudiantes las ideas en manera de analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones.

Códigos:

- Ejecución de los ejemplos
- Elección de la representación
- Uso de materiales de instrucción
- Demostración del maestro (a explicar un procedimiento)

Conexión: la secuenciación del material para la instrucción y el conocimiento de las demandas cognitivas relativas de los diferentes temas y tareas.

Códigos:

- Anticipación de la complejidad
- Decisiones acerca de secuenciación

- Reconocimiento de adecuación conceptual
- Hacer conexiones entre los procedimientos
- Hacer conexiones entre conceptos

Contingencia: capacidad de dar respuestas convincentes, razonables y bien informados a acontecimientos imprevistos y no planificadas.

Códigos:

- Desviación del orden del día
- responder a las ideas de los estudiantes
- uso de oportunidades
- visión maestra durante la instrucción
- respondiendo a la disponibilidad de herramientas y recursos.

2.3.8. Tpack Modelo De Docente Con Integración De Las Tic

El TPACK en inglés: **T**echnology, **P**edagogy **A**nd **C**ontent **K**nowledge), es una ampliación de la expresión Pedagogical Content Knowledge de (Shulman, 1989) (PCK). En esta línea el autor piensa que el conocimiento de la especialidad del profesor y su conocimiento pedagógico debían ser unidos. De esta forma el conocimiento del contenido se refiere al QUÉ enseñar y el conocimiento pedagógico al CÓMO hacerlo. Así la expresión: "conocimiento pedagógico del contenido" haciendo una diferenciación de cómo enseñar en general, el hecho de ser experto en un tema en particular no asegura necesariamente que se sepa cómo enseñarlo. Lo ideal sería que el docente fuera experto en un área, pero además lograra dominar la pedagogía

necesaria para transmitirla, lo que se convierte en un conocimiento práctico sobre cómo enseñar lo que se supone que debe ser enseñado en un área dada.

El TPACK tiene un núcleo de tres formas de conocimiento primario.

Tecnología (TK), Pedagogía (PK) y Contenido (CK), las interrelaciones de estas tres formas de conocimiento dan lugar a conocimientos específicos tal como se explica en la propia guía que se da en la web del TPACK.

"Una integración efectiva de la tecnología con la pedagogía, en torno a una materia específica, requiere el desarrollo de cierta sensibilidad hacia la relación dinámica, transaccional, entre estos componentes de los conocimientos situados en contextos específicos. Los maestros individuales, el curso, los factores específicos de la escuela, la demografía, la cultura y otros factores garantizan que cada situación es única, y hay una única combinación de contenidos, tecnología y pedagogía que aplicará cada maestro, en cada curso, de acuerdo con su visión de la enseñanza".

Todas las intersecciones dos a dos con la intersección de los tres elementos dan lugar a siete dimensiones como lo señalan (KOEHLER, 2009), sin desconocer que no es una tarea fácil y lo ideal sería que los tres anillos se solapasen totalmente.

1. El Conocimiento de los Contenidos (CK) – es el Es el **QUÉ** se enseñar se pueden tomar diferentes ángulos para un mismo tema dependiendo del grado de profundización requerido como señaló (Shulman, 1989), este conocimiento puede incluir diferentes conceptos, teorías, ideas, marcos de organización, el conocimiento de evidencias y pruebas, adicionando también las prácticas establecidas y enfoques que apunten al desarrollo de tal conocimiento.

2. El Conocimiento Pedagógico (PK) - El **CÓMO** se enseñar que corresponde a la experticia que debe manejar un profesor sobre los procesos y las prácticas o métodos de enseñanza y aprendizaje. Que no puede dejar los fines educativos en general, valores y objetivos. Además, debe enfocarse en cómo aprenden los estudiantes, habilidades de manejo de la clase en general, y todo lo que conlleva como la planificación de clases y la evaluación de los alumnos.

3. El Conocimiento Tecnológico (TK) - El conocimiento de la tecnología, las herramientas y los recursos trae consigo la forma de utilizarla a favor de los procesos de enseñanza que va más allá de conocerla tratando de llegar a entender la forma de aplicarla en el aula de clase sin que sea un obstáculo para el logro de la misma, manteniendo un continuo proceso de adaptación en los nuevos avances que la fortalezcan como herramienta.

4. El conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) - En la conceptualización del PCK de Shulman la idea central es la transformación de la materia para la enseñanza. Esta se da cuando el maestro interpreta la materia, encuentra varias maneras de representarla, de adaptar los materiales de instrucción a las concepciones alternativas y conocimientos previos de los alumnos. Teniendo las actividades de enseñanza, aprendizaje, currículo, la evaluación y la presentación de informes, de manera articulada con los planes de estudio, la evaluación y la pedagogía.

5. El Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK) - Los profesores tienen que dominar más que la materia que enseñan comprendiendo la manera en que la tecnología y el contenido se influyen y limitan entre sí; con un profundo conocimiento de la manera representaciones pueden contribuir a las particularidades de cada clase. Además, es la forma en que el objeto del aprendizaje cambia o puede ayudar a cambiar la misma tecnología.

6. El Conocimiento Tecnológico-Pedagógico (TPK) - la comprensión sobre cómo la enseñanza y el aprendizaje pueden cambiar cuando se utilizan determinadas tecnologías de manera particular. El docente debe reconocer las posibilidades y limitaciones de las herramientas tecnológicas y pedagógicas con diseños apropiados para el desarrollo de la clase.

7. Conocimiento Tecno-Pedagógico del Contenido (TPACK) - El TPACK está fundamentado en la enseñanza efectiva con la tecnología, esto implica una comprensión de como representar conceptos a través de la tecnología; conocer técnicas pedagógicas que utilizan tecnologías de manera constructiva para enseñar los contenidos; la tecnología puede ayudar a corregir algunos de los problemas que afrontan los estudiantes sobre los conocimientos previos que son la base de un aprendizaje duradero.

2.3.9. Material Educativo En La Enseña De Matemáticas.

Los materiales educativos están constituidos por todos los instrumentos de apoyo, herramientas y ayudas didácticas. Según (Lucero, 2002), Los medios didácticos pueden definirse como «cualquier recurso que el profesor prevea emplear en el diseño o desarrollo del currículo (por su parte o la de los alumnos) para aproximar o facilitar los contenidos, media las experiencias de aprendizaje, provocar encuentros o situaciones, desarrollar habilidades cognitivas, apoyar sus estrategias metodológicas, o facilitar o enriquecer la evaluación». Citado por (González, 2011).

En la actualidad, la tecnología, y especialmente la Internet se ha convertido en un medio que ofrece un sin número de recursos digitalizados en línea que han sido creados para ponerlos

en práctica en el campo educativo, con la intención de favorecer el desarrollo curricular de diferentes áreas de aprendizaje.

El aprendizaje de las Matemáticas puede beneficiarse de estas tecnologías dado que ofrecen ventajas en cuanto a que presentan los conceptos de una forma más visual e interactiva, relacionan las Matemáticas con otros aspectos de la vida para que resulten más accesibles a cualquier edad y añaden un componente lúdico que las hace mucho más atractivas, que incluyen propuestas transversales, interactivas y multimedia para aritmética, geometría, álgebra o funciones y gráficas, así como otras para uso de docentes.

Usos de Material Educativo.

El empleo de medios y recursos requiere explicitar el modelo de construcción e integración de los mismos, y el proceso de diseño y adecuación de la presentación del contenido instructivo mediante la programación de unidades didácticas (Medina Rivilla, Domínguez Garrido, & Sánchez Romero, 2008.)-

Por su parte, (Marques, 2000), señala que los medios didácticos cumplen, entre otras, las siguientes funciones:

- Motivar, despertar y mantener el interés.
- Proporcionar información
- Guiar los aprendizajes de los estudiantes.
- Organizar la información, relacionar conocimientos, crear nuevos conocimientos y aplicarlos, etc.;
- Evaluar conocimientos y habilidades;

- Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación.
- Proporcionar entornos para la expresión y creación. referenciado por (González, 2011)

Adaptación del material educativo.

Para (Brusilovsky, 1996), la adaptación del contenido consiste en la modificación de los materiales a entregar a cada alumno, atendiendo a los diferentes parámetros del estado del curso (De Bra.P: Brusilovsky, 1999). Considera material educativo adaptativo a aquel capaz de sufrir modificaciones en función de unas condiciones preestablecidas. (Arreaga, Fuente, Pardo, & Delgado, 2005).

La necesidad de adaptación de material educativo es muy natural, debido a que los alumnos que participan en un curso poseen metas diferentes y un nivel de conocimiento previo heterogéneo, por lo que básicamente cada alumno requiere de un tratamiento especial basado en sus propias características. Brusilovsky presentó un listado con los rasgos de adaptación más populares modelados dentro de diferentes tipos de sistemas adaptativos como son el conocimiento del usuario, sus intereses, objetivos, la experiencia previa, los rasgos personales que identifican a cada individuo y el contexto de trabajo. (Brusilovsky, 1996).

Tipos de adaptación

Varios trabajos proponen una clasificación para los distintos tipos de adaptación. De entre todos ellos, suele haber consenso en resaltar tres categorías principales, Así, se habla de:

- adaptación del contenido,
- de la interfaz o

- del flujo de aprendizaje. (Arreaga, Fuente, Pardo, & Delgado, 2005)

Adaptación del contenido

“Consiste en la modificación de los materiales a entregar a cada alumno, atendiendo a los diferentes parámetros del estado del curso”. (De Bra.P: Brusilovsky, 1999). Así, cada estudiante puede abordar un concepto a través sus necesidades o capacidades. Cada alumno puede recibir un tipo de material según su estilo de aprendizaje, pero trabajando todos ellos sobre el mismo concepto.

La adaptación del flujo de aprendizaje

Se deja al alumno cierta libertad para seguir su flujo de aprendizaje, permitiendo modificar el orden de realización de actividades en función del estado del curso. Por ejemplo, existen alumnos que prefieren estudiar la teoría antes de la practica mientras que otros prefieren adquirir la experiencia práctica y luego encontrar la teoría.

Adaptación de la interfaz

La forma de presentar o modificar los formatos para presentar de diferentes maneras los materiales, dependiendo del acceso que se tenga en determinados momentos a ciertos dispositivos. Por ejemplo, el acceso a través de un dispositivo móvil requerirá de una interfaz de usuario simplificada.

La adaptación de material modelada en la AHD se basa en información obtenida a priori, se asigna a principio de curso mediante la evaluación diagnóstico, El material ofrecido a los alumnos no difiere en el contenido asignado, se mostró una estrategia didáctica u otra, tratándose por lo tanto de adaptación del flujo de aprendizaje. Es el alumno el que elige la ruta de aprendizaje que mejor se acomode a sus necesidades y estilos de aprendizaje.

Estrategias comunicativas

Se refiere a las diferentes formas de interacción comunicativa -formal y espontánea que pueden llegar a darse en el aula entre profesorado y alumnado, de forma interpersonal como grupal, así como sus implicaciones didácticas. (Herrero, 2012)

Según (Rizo & Campistrous, 1999). En la interacción comunicativa entre las personas es donde se manifiesta la cultura como principio organización social, cuyos resultados siempre derivan en la modificación de los estados iniciales de los participantes del proceso comunicativo.

Por otro lado, es importante destacar que los eventos de comunicación no están constituidos únicamente por palabras, también el discurso en la comunicación puede presentarse en forma escrita o verbal, al mismo tiempo que puede contener aspectos auditivos, visuales, gestuales (Villasmil, 2004). Por lo tanto, la comunicación en entornos educativos, así como la comunicación en general, operativiza tres grandes lenguajes: el verbal, el no verbal y el paraverbal. Todos ellos inherentes a la interacción comunicativa. (Herrero, 2012)

El lenguaje verbal es aquel que utiliza la expresión oral o escrita y que presenta un emisor, un receptor, un mensaje, un contexto, un canal y un código. El lenguaje no verbal es aquel que conforma los movimientos de la cabeza, la expresión corporal la orientación de la mirada, el parpadeo, las expresiones faciales, los gestos corporales. Y el lenguaje paraverbal es aquel que comprende la entonación e inflexiones de la voz, las distancias, la velocidad a la que hablamos, las pausas, la sincronía de los gestos. (Torres, 2002).

2.3.10. Las Tic En La Enseñanza De Las Matemáticas

La inclusión de las herramientas TIC han modificado la enseñanza en general, y en particular, la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, puesto que los variados recursos que hay en la actualidad, ofrecen posibilidades de enseñar, usando conceptos de forma práctica, resolviendo problemas en diversos contextos, simulando situaciones y fenómenos de aprendizaje, comunicando ideas matemáticas; es decir que el aprovechamiento de las TIC permiten tener un laboratorio en clase, favoreciendo la experimentación, el descubrimiento, el pensamiento crítico, la creatividad y la innovación en el proceso de “hacer matemáticas”. (Mendoza, 2011)

Por lo anterior “es importante generar propuestas que mejoren las condiciones para potencializar el uso de ellas y crear mejores ambientes de aprendizaje de trabajo colaborativo, apoyando un proceso activo de construcción del aprendizaje para las clases de matemáticas”. (Mendoza, 2011)

Teniendo en cuenta lo anterior y las investigaciones realizadas por (Coll Serrano & Blasco Blasco, 2010), se crea esta propuesta pedagógica para favorecer el proceso didáctico de la enseñanza y el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, a través de la AHD como instrumento mediada con TIC, mediante el análisis respecto a la creación de recursos multimedia, los usos efectivos que profesores y alumnos hacen de esta, las estrategias comunicativas entre alumnos, profesor, y contenidos, en el transcurso de las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula.

El diseño Tecnopedagógico (DPT).

“El (DPT) es una propuesta pedagógica que incorpora las TIC a la educación formal y escolar, haciendo uso de las herramientas tecnológicas de manera explícita y precisa en el

proceso de enseñanza y aprendizaje. Incluye la propuesta manifiesta con la justificación, objetivos, contenidos, actividades de enseñanza, aprendizaje y evaluación (estos componentes corresponden a lo pedagógico); además de las formas de abordarla y desarrollarlas con herramientas tecnológicas apropiadas, y las orientaciones precisas de su utilización durante el proceso”. (componentes que corresponde a lo tecnológico). (Coll Serrano & Blasco Blasco, 2010).

Está constituido por dos tipos de diseño, a partir de ellos se direcciona la actividad conjunta que llevan a cabo los docentes y los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje en entornos educativos.

Diseño instruccional: este tipo de diseño está basado en la planeación del proceso de enseñanza y aprendizaje, determina el enfoque pedagógico de las acciones de aula. Aquí se deben tener en cuenta las condiciones de aprendizaje de los estudiantes, sus saberes previos, el tipo de contenidos, la representación de conocimiento, las actividades previstas para el desarrollo de la actividad conjunta, las formas de realizar los diferentes intervalos de interactividad de la clase, también los sistemas de evaluación que utiliza el docente con los estudiantes y viceversa, y entre los estudiantes, el tipo de tareas a realizar en la clase, las formas de sintetizar los temas tratados. De igual manera contempla los tipos de aprendizaje que ha programado el docente, las didácticas que quiere implementar para que sus estudiantes se apoyen en andamiajes pertinentes para la construcción del conocimiento. Las acciones de aula están encadenadas según un enfoque que pretende generar sistemas de significados compartidos que subyacen en la actividad conjunta que realiza el maestro y estudiantes.

Debe considerarse lo que se deriva de las características de los contenidos que se incluyen en el diseño, de las características de los materiales en que se apoya la presentación de los contenidos, las actividades de enseñanza y aprendizaje o actividades de evaluación previstas. Incluye así una propuesta explícita con objetivos, contenidos, actividades de enseñanza y aprendizaje, evaluación, recursos, tiempo para las actividades de enseñanza, aprendizaje y actores implicados en la actividad conjunta y tabla.

Diseño tecnológico: Su énfasis está en disponer estrategias, metodologías, técnicas y saberes apropiados al uso de herramientas computacionales y telemáticas al servicio del proceso de aprendizaje. Desde este tipo de diseño se toman decisiones como las de determinar qué

herramientas resultan pertinentes en procesos comunicativos, evaluativos, argumentativos y hasta informacionales.

Aquí se hace mención de las condiciones técnicas que hacen posible las actividades propuestas en la planeación y diseño instruccional. Por ello, allí se toman decisiones acerca de los servicios de comunicación sincrónicos y asincrónicos a utilizar en actividades comunicativas de construcción del conocimiento.

De otra parte, se establece la manera como el docente utiliza las herramientas al servicio del aprendizaje y en apoyo a sus estrategias de enseñanza: los tiempos y actividades preparatorias para contar en buen estado y en condiciones pertinentes las herramientas a usar. Por ejemplo: cuando un profesor utilice un servicio de internet, debe verificar la posibilidad de acceder desde la sala de informática donde va a estar, después se le deben dar indicaciones claras acerca de la mejor manera de emplear este recurso en beneficio de sus propósitos educativos, como tiempo de interacción, manejo de archivos, activación de sesiones de trabajo, almacenamiento de productos.

Las condiciones pedagógicas del diseño instruccional, determinan el diseño tecnológico, y a su vez, el diseño tecnológico se elabora a partir de las condiciones pedagógicas del diseño instruccional.

Las restricciones y potencialidades derivadas de estos dos factores, el instruccional y el tecnológico, forman un formato que en conjunto se llama “diseño tecnopedagógico” (o “interactividad tecnopedagógica”)

Secuencia didáctica: está definida por Coll (1983), como “un proceso de enseñanza y aprendizaje en miniatura, que implica la necesidad de identificar o inferir los principales

componentes de un proceso de enseñanza y aprendizaje (...); objetivos educativos concretos, utilización de determinado material, de determinadas actuaciones del alumno sobre el material entorno los objetivos y contenidos propuestos por el enseñante cuyo destinatario es el alumno, determinadas expectativas del enseñante. Así pues, para poder hablar de una secuencia didáctica tendremos que identificar inequívocamente su inicio, desarrollo y finalización”.

1. El grado: el grupo de educando para quienes se realiza el proyecto. Se debe tener en cuenta el nivel académico para que las actividades sean acordes con sus saberes previos y con su madurez tanto cognitiva como social y psicomotora.

2. Sesión: se refiere a un momento de la secuencia didáctica en la que se ha dividido para alcanzar la o las competencias propuestas en el proyecto.

3. Fecha: la fecha de realización de la actividad, de acuerdo con el cronograma que se debe plantear para la ejecución de las actividades.

4. Duración: las horas que se consideran necesarias para la realización de la actividad.

En las siguientes celdas del formato se encuentra:

5. Las competencias: entiéndase por competencias como el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores (MEN, 2003).

Las competencias brindan al estudiante, además de las habilidades básicas, la capacidad de captar el mundo circundante, ordenar sus impresiones, comprender las relaciones entre los hechos que observa y obrar en consecuencia. Para ello, se necesitan saber transversales,

susceptibles de ser actualizados en la vida cotidiana, que se manifiesten en la capacidad de resolución de problemas diferentes de los presentados en el aula escolar. No solo transmiten saberes y destrezas manuales, sino que buscan contemplar los aspectos culturales, sociales y Actitudinales que tienen que ver con la capacidad de las personas. Trabajar por competencias, implica planear acciones encaminadas a desarrollar en los estudiantes tres tipos de saberes: conceptuales, procedimentales y actitudinales.

6. Saberes conceptuales: incluyen el conocimiento de hechos, conceptos, sistemas conceptuales y principios propios de una disciplina o campo del saber. Influye decisivamente en la comprensión y representación adecuadas y pertinentes de los problemas susceptibles de ser resueltos.

7. Saberes procedimentales: supone la aplicación de secuencia de acciones y operaciones de las que se obtiene un resultado acorde a un objetivo concreto. Se caracteriza por la acción (saber hacer).

8. Saberes actitudinales: incluye cierta disposición por aprender los saberes propios de una disciplina, tiene en cuenta un conjunto de actitudes, fruto de unas creencias o experiencias que se manifiestan en la manera de abordar las tareas académicas, responden al aspecto valorativo del conocimiento, al compromiso personal y social que implica el saber. Toman la forma de valores, normas y actitudes (Cicarelli, 2001).

9. Desempeños de competencia: se entienden como el conjunto de acciones que realiza el estudiante para dar cuenta del ser, hacer y conocer, frente a un proceso de mediación encaminado a generar procesos de enseñanza y aprendizaje.

10. Evidencias evaluadoras: las evidencias evaluadoras las especifica el educador dependiendo de las competencias que haya planteado para el proyecto. Estas evidencias son indicios que en su conjunto permiten establecer los niveles de desarrollo de la competencia en el estudiante al ejecutar cada sesión, razón por la cual están constituidas por los productos tangibles u observables tanto por estudiantes como por el maestro.

11. Actividad conjunta mediada por TIC: En la estructura del formato presentado por la UTP, “la actividad conjunta mediada por TIC”, se refiere a la metodología que se aplicará en la secuencia didáctica y a la participación de las TIC en el proyecto. Es el lugar donde se describen detalladamente las actividades que integran las TIC al proceso pedagógico, además de los recursos digitales que sean necesarios para la creación y ejecución de la AHD, como se describió antes.

12. Indagación de saberes previos: el educador deberá plantear en este espacio cómo será el acercamiento al educando para obtener de él los conocimientos previos que trae sobre el tema a tratar. Aquí también describirá los recursos multimedia que necesite, ya sea un video, música, película, un juego presentación hecha en el procesador de ideas, una lectura, entre otros.

13. Fundamentos para las nuevas construcciones: en este espacio el maestro integra los recursos digitales disponibles para fortalecer el desarrollo de los procesos que permitan construir en el estudiante los diferentes saberes: conceptuales, procedimentales y actitudinales. Razón por la cual deberá escribir las actividades que se desarrollan de una manera lo más detallada posible, incluyendo videos, audios, textos, etc., además de las estrategias que posibiliten la creación conjunta de nuevos conocimientos. En síntesis, lo que se espera es una

propuesta que contribuya a generar el andamiaje requerido para la realización de la tarea académica.

14. Construcción conjunta de conocimientos: los educandos en interacción con el educador construyen los conocimientos a medida que se desarrolla la AHD. La realización de las actividades colaborativas son las actividades en las cuales participan activamente el educador y el educando.

15. Evaluar los nuevos conocimientos: Una AHD cuenta con un sistema de evaluación que está compuesto por escenarios: estado inicial, avances, valoración por el estudiante, valoración por el maestro. El educador debe, si es el caso, realizar el instrumento con el cual se van a evaluar los conocimientos nuevos que se desarrollen en la utilización de la AHD.

16. Recursos: es todo el material físico, los recursos multimedia, los recursos tecnológicos necesarios para la ejecución del DTP.

17. Bibliografía: es la parte final del DPT, se encuentra las referencias bibliográficas y webgrafía que se usará para la realización de la AHD. Se debe citar la bibliografía que se necesita para la creación de las teorías y temáticas a tratar en el DTP.

Tabla 1. Guía didáctica diseño tecno pedagógico

Secuencia didáctica:	Grado:	Sesión No:	Fecha:	Duración:
COMPETENCIA	SABERES	DESEMPEÑOS DE COMPETENCIA	EVIDENCIAS EVALUADORAS	

	Conceptual	Procedi- mental	Actitudinal		
<p>ACTIVIDAD CONJUNTA MEDIADA CON TIC: Debe hacerse una descripción detallada que incluya qué, cómo, cuándo, dónde, con qué además de implementar actividades que involucren el uso pedagógico de los contenidos digitales. No olvide formular las preguntas que generen o abran intercambios comunicativos entre estudiantes y profesor a favor de la construcción de los nuevos saberes. Recuerde que toda clase tiene tres momentos: inicio, desarrollo y cierre. De usted depende en qué momento es más productivo el uso del recurso TIC.</p>					
<p>EVALUANDO LOS NUEVOS CONOCIMIENTOS: ¿De qué manera se piensa hacer? Formular el instrumento (si es del caso)</p>					
Recursos:		Bibliografía:		Webgrafía:	

Fuente: AHD en los procesos de aula con TIC pagina 48 y 49.

La Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD).

Una ayuda hipermedial dinámica es un producto multimedia, provisto de un sistema de hipertextualidad con estructura abierta, que desarrolla un contenido específico con estrategias pedagógicas fundamentadas en el socio constructivismo, cuenta con un sistema de evaluación de las acciones conjuntas realizadas por el maestro y el estudiante. El uso tecnológico y pedagógico de la AHD en los procesos de enseñanza y aprendizaje, esta propuesto en un diseño tecno pedagógico (DPT) que le permite tanto a estudiantes como a maestros tener claridad de sus intencionalidades pedagógicas. El en DPT el maestro selecciona los recursos digitales y los

dispone al acto educativo, a través de acciones en las cuales se evidencian los diferentes mecanismos que posibiliten la construcción compartida de significados y sentidos y, la forma como se va cediendo el control del aprendizaje al estudiante.

Estructura de una AHD:

Tiene como estructura de acceso un sistema hipertextual que permite la navegabilidad de cada uno de sus componentes. Así, mediante clics sobre textos o imágenes con un hipervínculo activo, que informa acerca de un tema, acción, actividad, propósito, ayuda, recurso o una dirección web; se entra en contacto con estos mediante rutas propuestas por los docentes expertos en el tópico que desarrolla, con el fin de apoyar procesos de enseñanza y aprendizaje.

Posee una estructura abierta para ajustarse por exceso o defecto a las circunstancias educativas en las cuales se utilice. Esta posibilidad lleva a que una AHD, después de implementarse, deba ser transformada desde los aportes de los estudiantes, así como desde la observación del docente cuando la usa para desarrollar contenidos específicos del currículo escolar.

Al interactuar con un grupo de estudiantes, surgen diferentes formas de aprender y de enseñar, dando a la AHD la oportunidad de crecer, actualizarse y complementarse, para disponer de un mayor número de rutas y de formas de presentación de la información, con miras a la construcción del conocimiento en medio de la actividad conjunta.

El contenido y diseño de la AHD dispone de suficiente apertura para que cualquier persona identifique sus partes, recursos y estrategias. Dispone de una estructura comunicativa que va desde recursos para identificar su forma de manejo e interacción, hasta apartes para que los estudiantes manifiesten opiniones acerca de ella misma de las formas de aprender el

contenido específico. El estudiante siempre encontrará en una AHD el espacio para dejar su impresión u opinión acerca de este recurso, así como el lugar para emitir sugerencias y mejoras, no solo en su aspecto metodológico, sino en la posibilidad de representar el conocimiento.

En virtud que la AHD conlleva una puesta en escena y la representación de un contenido específico, debe ser elaborada o diseñada por un experto en el tema, ya que es quien determina las distintas rutas por donde una persona accede al conocimiento, además de determinar los conocimientos necesarios para abordar tales temáticas. Por ello el docente mediante la transposición didáctica elabora propuestas de enseñanza y aprendizaje que emergen de su estudio y experiencia en la construcción del conocimiento mediado con la ayuda de representaciones, estrategias y demás recursos didácticos que le son propios de su actividad.

Una AHD cuenta con un sistema de evaluación que está compuesto por cuatro escenarios, a saber:

- El primero determina el estado inicial del estudiante, es decir valora los conocimientos previos para determinar las posibilidades de ajustar rutas y actividades a la situación particular
- El segundo da cuenta de los avances del estudiante por sí mismo, ósea, es un sistema de autoevaluación permanente que informa acerca de progresos obtenidos.
- El tercero está relacionado con la valoración que hace el estudiante de la funcionalidad, de pertinencia y de la calidad de cada uno de sus componentes de la AHD para el proceso de aprendizaje.

- El cuarto es el que hace el docente a la hora de desarrollar la clase, incluya las oportunidades didácticas y de sus aprendizajes tanto comunicativos, metodológicos, epistemológicos como conceptuales del tópico específico.

Propósitos de una AHD:

Una AHD es un producto digital que apoya la transposición didáctica del saber científico para soportar la labor docente en medio de la actividad conjunta con sus estudiantes. Otro de sus fines es la de fortalecer teóricamente al docente, debido a que es él quien determina las rutas que debe asumir el alumno cuando esté en contacto con la AHD.

De otro lado, el profesor que trabaja con una AHD en su clase, recibirá información de sus estudiantes acerca de la pertinencia de la misma, de su efectividad, de la funcionalidad y de su eficacia como recurso de apoyo educativo, dando la oportunidad de transformar no solo las rutas, sino los recursos y estrategias comunicativas para ajustarlas a las necesidades educativas de sus estudiantes.

Componentes de una AHD:

Presentación: una AHD tiene una presentación que muestra la introducción del tópico que va a desarrollar, sus propósitos, competencias y expectativas de aprendizaje. Además, ofrece una contextualización con el entorno.

Tabla de contenido: es la presentación del tópico de manera categorizada, desde esta es posible acceder a cualquiera de sus temas con sus respectivas aplicaciones y recursos multimedia.

Evaluación inicial: es la rúbrica que determina el estado de conocimiento necesario para enfrentar a quien desarrolla la AHD.

Sistema de recomendación: una vez determinado el estado de conocimiento previo del tema que desarrolla la AHD, se encuentra un conjunto de indicaciones referentes a cuál es la mejor ruta que debe seguir el alumno para adelantar su estudio

Desarrollo temático: es la presentación de los contenidos y actividades que el estudiante debe realizar, allí emerge un sistema de navegación que posibilita la interacción con la AHD, mientras que se cuenta con otro de autoevaluación permanente para determinar el avance en el aprendizaje. En este escenario el alumno encontrara archivos de texto, videos y representaciones de conocimiento en diferentes formatos.

Sistema de navegación: es la representación de las diferentes rutas de acceso a la AHD. Aquí se evidencia la propuesta del docente para las personas aprendan el tema específico. En este sistema de navegación también se encuentra especificaciones de los recursos utilizados.

Recursos: es una lista con los recursos multimedia presentes en la AHD, con estos se visualiza una descripción que facilita su conocimiento y uso en momentos de evaluación que van desde la determinación de saberes previos hasta la valoración de la misma AHD.

Estrategias comunicativas: son las propuestas comunicativas que el docente plantea para la interacción con la AHD en medio de la actividad conjunta, con el fin de diferenciar los avances, aportes preguntas y momentos de comunicación para favorecer la aclaración y la participación.

Sistema de ayuda: durante todo el tiempo de interacción con la AHD, el estudiante y el docente disponen de ayuda para resolver sus dudas, esta se basa en la experiencia del docente en procesos de enseñanza aprendizaje. Así mismo, los estudiantes tendrán oportunidad de dejar sus impresiones acerca de esta ayuda y de su pertinencia en la solución de problemas.

Criterios de complementariedad y transformación: El docente determinara a partir de la información que reciba, cuales son los cambios y adiciones que implementara en la AHD, bien sea para beneficiar el proceso de enseñanza o de aprendizaje. Estas transformaciones deben realizarse mediante criterios claros para que la AHD se fortalezca y brinde mayor apoyo educativo.

Orientaciones Curriculares

Ver Anexo 2.1- Conocimiento Específico De Ecuaciones Cuadráticas

2.3.11. Conocimiento Específico de Ecuaciones Cuadráticas

Se muestra el concepto de ecuación cuadrática, tanto sus sistemas de representación, como los procedimientos para su correcta solución. Además, se toma como partida una aproximación al concepto de igualdad tan importante en este proceso.

Para poder reconocer el concepto de ecuación, primero se necesita tener claridad en el concepto de igualdad. En este sentido se presentan aspectos relacionados con la igualdad. La equivalencia entre dos entes matemáticos, entre dos números o dos miembros con la utilización del símbolo “=” entre ellos, nos genera una representación así:

Ejemplo: $A=C$, es decir, A es igual a C.

Ecuación cuadrática:

En el axioma de extensión de la teoría de conjuntos se dice: “sean los conjuntos A y C, se dice que estos

Su notación seria de la siguiente forma

$$A=C \leftrightarrow (x \in A \rightarrow x \in C) \quad (x \in C \rightarrow x \in A) \rightarrow \leftrightarrow \subseteq \in$$

A partir de la definición de contención, que dice que dos conjuntos son iguales, si todo elemento de un conjunto A está contenido en otro B, si todo elemento de A es elemento de B, de esta forma quedaría en proposición:

$$A \subseteq B \leftrightarrow (x \in A \rightarrow x \in B)$$

O también por doble contención podemos definir esta igualdad en dos conjuntos, ósea, que ambos conjuntos contienen los mismos elementos, en forma de proposición quedaría:

$$A=B \leftrightarrow (A \subseteq B, B \subseteq A)$$

Teniendo en cuenta los elementos de un conjunto cualquiera, se puede decir que dos elementos del conjunto son iguales si cumplen

$$\forall a, b \in A \quad a=b \Leftrightarrow (a < b \wedge b < a)$$

Este tratamiento desde la teoría de conjuntos hace referencia a la relación de doble pertenencia de elementos de dos conjuntos y por otro lado a la equivalencia entre elementos de un mismo conjunto.

Entonces se establecen tres propiedades que estructuran la relación de equivalencia y las que determinan la relación \in sobre un conjunto A.

Si a, b y $c \in A$, se cumple.

- Reflexiva: $a=a$
- Simetría: $a=b$, entonces $b=a$
- Transitiva: si $a=b$ y $b=c$, entonces $a=c$

Además, se debe hacer claridad en la diferencia entre el concepto de igualdad y el signo igual, el primero hace referencia al concepto matemático abstracto ideal y asequible a la mente humana, sin embargo, es necesario una representación que permita su tratamiento en los distintos registros de representación, por esto surge la necesidad de un símbolo a la expresión “es igual que” o “es igual a”, que nos permita recordar el concepto de igualdad. A partir de esto surge el concepto de “=”, el cual da cuenta de lo que es igual, evoca y permite conceptualizar la igualdad en matemáticas (Gonzales & Hurtado 2010), es decir el signo solo es la representación del concepto y nos sirve para representar la relación de igualdad entre dos expresiones en ambos lados de dicho signo.

Continuación... Ver anexo 2.2

Capítulo 3. Metodología De Investigación

Para el desarrollo de esta investigación se planteó la siguiente pregunta ¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de Ayudas hipermediales dinámicas en la enseñanza de ecuaciones cuadráticas con estudiantes en el grado noveno de educación secundaria, en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase? Para dar respuesta a este interrogante se realizarán las siguientes fases que permitan alcanzar los objetivos propuestos, primero se realizara una prueba diagnóstica para identificar el nivel en que se encuentran los estudiantes en relación al objeto matemático ecuaciones cuadráticas, esto nos permitirá realizar una planificación y un diseño adecuado de la ayuda hipermedial, para su posterior aplicación y evaluación.

Esta investigación se desarrollará utilizando los conceptos de la metodología del trabajo colaborativo, con un enfoque desde la teoría de aprendizaje socioconstructivista, en el cual el ser

humano no es pasivo respecto a su desarrollo, sino que es el quien construye su propio tejido conceptual y simbólico, (VIGOSTKY.LEV, 1978), en este caso el estudiante que es quien tiene un papel activo y construye nuevos conocimientos, cuando se enfrenta a problemas con situaciones reales, que le permiten dar inicio a este proceso de aprendizaje.

Tipo de estudio

El tipo de investigación abordado es el método de investigación cualitativa que se basa en la observación de los comportamientos de los estudiantes, sus discursos, respuestas, que permiten un análisis descriptivo, se utilizaran diferentes registros para la recolección de los datos como lo son: video gráficos, grabaciones de audio, hojas de respuestas o cuadros de trabajo de los estudiantes, que permitan realizar un su análisis y posteriormente brindar unas conclusiones sobre los procesos de aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas con ayudas hipermediales.

Contexto de la investigación

La investigación se realizó en la I.E Luis Arango Cardona, municipio de La Tebaida en el departamento del Quindío, institución con 1010 estudiantes, 32 docentes, y 3 directivos. Según datos del Proyecto Educativo Institucional, PEI (2016),

El colegio funciona en dos sedes y dos jornadas, modalidad académica., y cubre Preescolar, Básica Primaria (1° a 5°), Básica Secundaria (6° a 9°), Educación Media académica y técnica (10° y 11°)

La unidad de análisis estuvo compuesta por los estudiantes de grado noveno, constituidos por 6 hombres, que cumplieron con los siguientes criterios de selección:

- Estudiantes que cursan el grado noveno en la I.E Luis Arango Cardona.

- Adolescentes con una edad entre 14y 15 años y con características socioculturales muy similares entre sí.
- Estudiantes que dieron su consentimiento informado para participar en el proceso investigativo.
- Estudiantes que asistieron al 90 % de las actividades planeadas en el desarrollo de la secuencia didáctica.

3.1. Técnicas e instrumentos de participación.

3.1.1 Técnica de observación participante.

Hay que distinguir entre lo que es “observación” y la “observación participante”. La primera es una técnica para la recogida de datos sobre comportamiento no verbal, mientras que la segunda hace referencia a algo más que una mera observación, es decir, implica la intervención directa del observador, de forma que el investigador puede intervenir en la vida del grupo. (Salazar, 2017).

(LeCompte, 1998), citado por (Araújo, 2009), plantea que: “la observación participante se refiere a una práctica que consiste en vivir entre la gente que uno estudia, llegar a conocerlos, a conocer su lenguaje y sus formas de vida a través de una intrusa y continuada interacción con ellos en la vida diaria”. (p. 277)

En esta investigación el trabajo de aula fue desarrollado por el profesor investigador. Eso significa que tiene una participación directa en una serie de actividades durante el tiempo que dedica a observar a los sujetos objeto de observación y participar en sus actividades para facilitar

una mejor comprensión; les exigió preparación, diseño y organización previa a las secciones de trabajo de campo durante la experiencia. . (Salazar, 2017).

3.1.2. Registros videográficos.

El vídeo como instrumento de registro o apoyo visual en la investigación permitió obtener mayor información por la posibilidad de registrar imagen y sonido. De acuerdo con (García Gil, El vídeo como herramienta de investigación. Una propuesta metodológica para la, s.f.) “El vídeo es en sí mismo una forma de indagar y recoger información, así como de construir y reconstruir realidades, no solo desde quien investiga sino también desde las personas o comunidades que narran su situación a través de las imágenes en movimiento”. (p.4).

Los registros video gráficos serán considerados como la fuente principal de recolección de información, ya que permiten de manera gráfica y auditiva extraer la información de forma más clara y precisa, de esta manera se podrá documentar cada uno de los diferentes ambientes de aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas con ayudas hipermediales.

Se realizan grabaciones en cada una de las aplicaciones de la secuencia didáctica, que permitan la observación de los comportamientos, ayudas, estrategias utilizadas por los estudiantes para el desarrollo de las actividades propuestas sobre las ecuaciones cuadráticas, todo este material será recolectado para su posterior análisis.

3.1.3. Los cuadros de trabajo.

(Cerdan, 1998), describe los cuadros de texto como:

Cualquier procedimiento gráfico que sirva para organizar, sintetizar o registrar los datos observados puede ser útil como, por ejemplo, planillas, cuadros de texto, columnas, etc. Estos cuadros pueden servir para registrar datos que provienen de los hechos que no proceden de la observación directa del investigador, actitudes y opiniones de las personas observadas o para registrar el funcionamiento o la situación de organizaciones, instituciones o grupos investigados. (p. 250)

Los cuadros de trabajo recogerán información adicional sobre el material, el trabajo de los estudiantes en el aula y la concepción que tienen ellos de su aprendizaje, ya sea de carácter autónomo o colaborativo. Cada cuadro registró la actividad relacionada con la temática o ruta de aprendizaje, los nombres, la fecha de entrega, las acciones que el estudiante o el grupo deberá tomar en relación a ella. . (Salazar, 2017).

3.2 Procedimiento

Fase, objetivos y actividades del estudio.

Tabla 5 fases objetivos y actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	1.1. Diagnosticar un problema de enseñanza de las ecuaciones de segundo grado en el aula	Al tener como problema de estudio las habilidades cognitivas, operacionales y conceptuales, en los procesos de enseñanza aprendizaje las ecuaciones cuadráticas,

	de clase.	diagnosticado en los resultados de pruebas saber descritos en el análisis del problema y justificados en investigaciones realizadas por (Palarea, 1999) y (Socas, 2011)
Fase II Investigación	1.2. Identificar los aportes didácticos de las AHD como estrategias didácticas para la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones de segundo grado	<p>Se procede a elaborar un instrumento de acuerdo con el modelo pedagógico diseñado que nos permite aplicar y evaluar los contenidos desarrollados en el aula.</p> <p>Por ello comenzaremos</p> <p>1.1.1. Elaborar una revisión bibliográfica sobre AHD, y el uso de las TIC aplicadas a la enseñanza de las matemáticas.</p> <p>1.1.2. Elaborar una revisión bibliográfica sobre el Enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje (autónomo, colaborativo y basado en problemas).</p> <p>1.1.3. Elaborar una revisión bibliográfica sobre los problemas de la enseñanza del álgebra, específicamente ecuaciones de segundo grado.</p>

<p>Fase III: Diseño e Implementación.</p>	<p>Crear una ayuda hipermedial dinámica para favorecer un acercamiento significativo sobre enseñanza de las ecuaciones cuadráticas</p>	<p>2.1. - Diseño y construcción del Diseño Tecno Pedagógico con uso de la AHD para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas de acuerdo con el modelo pedagógico elaborado.</p> <p>2.2. - Selección, adecuación y construcción de recursos didácticos para el desarrollo las unidades temáticas</p> <p>- Diseño y construcción del instrumento AHD de acuerdo con el diseño pedagógico definido para esta investigación, para la enseñanza y el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, utilizando la aplicación Cmaptools</p>
<p>Fase IV: Aplicación</p>	<p>Aplicar la estrategia didáctica AHD, desarrollada en el grado noveno A y noveno B de la Institución Educativa Luis Arango Cardona.</p>	<p>3.1 Aplicación de la secuencia didáctica con uso de la AHD en 4 secciones de clase de 2 horas, en los grados Noveno A de la Institución IE.</p> <p>3.2 Elaboración productos y presentaciones, de los estudiantes, donde evidencian el trabajo</p>

		<p>autónomo y colaborativo en las actividades propuestas en el instrumento</p>
<p>Fase V: Análisis y Evaluación</p>	<p>Evaluar el desempeño de la estrategia didáctica con los estudiantes en 4 aspectos preestablecidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • -Creación de material educativo. • _ Uso de recursos educativos. • -Estrategias Comunicativas en el aula de clase. Y • -Adaptación de recursos educativos al contexto. • Estrategias comunicativas <p>Todas ellas planteadas</p>	<p>4.1 Determinar la Incidencia de los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas desde el enfoque socioconstructivista en la enseñanza de ecuaciones cuadráticas en lo referente a:</p> <p>4.1. Uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase con estudiantes de noveno grado de secundaria de IE Luis Arango Cardona de La Tebaida Quindío.</p> <p>4.2. Evaluar el desempeño alcanzado durante la implementación de la estrategia didáctica desde el aspecto curricular relacionado con el diseño pedagógico.</p>

	<p>a la luz del enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías del ABP, aprendizaje Colaborativo y Autónomo en estudiantes de grado noveno de la I.E. Luis Arango C.</p>	
--	---	--

Fuente. (Salazar, 2017). Pag. 70

El desarrollo temático de contenidos en la enseñanza de Ecuaciones cuadráticas, se diseña en la secuencia didáctica.

3.3 Diseño de la Secuencia Didáctica (SD) utilizando el Diseño Pedagógico.

Para la realización de la secuencia didáctica se hace una tabla donde se valoran las relaciones entre las teorías de aprendizaje ABP, AA y AC y el enfoque pedagógico que posibiliten la solución del problema diagnosticado con el enfoque socioconstructivista.

Tabla 6. Prioridad de las relaciones entre enfoque pedagógico y teorías de aprendizaje del modelo pedagógico.

		Enfoque pedagógico Socio-constructivista					
		A	B	C	D	E	F
ABP	K1	4	1	2	1	2	1
	K2	2	4	4	2	1	2
	K3	2	1	2	4	4	3
	K4	1	2	2	1	1	4
AA	K1	4	1	2	1	2	1

	K2	1	4	4	4	4	1
	K3	1	2	1	2	1	4
AC	K1	1	4	4	1	1	1
	K2	4	1	1	1	2	1
	K3	1	1	2	1	4	1
	K4	1	4	4	1	1	1
	K5	1	4	4	1	2	1
	K6	1	1	1	1	1	4
	K7	1	4	4	1	1	1
SD BROUSSEA U	K1	4	1	1	1	1	1
	K2	1	4	4	4	1	1
	K3	1	1	1	1	4	1
	K4	1	1	1	1	1	4

Fuente: propia.

Enfoque socio constructivista:

- A Saberes previos
- B Ayuda ajustada
- C Andamiaje (Mediación)
- D Niveles de desarrollo Representar - Comunicar
- E Construcción compartida de significados y sentidos
- F Delegación de responsabilidad y control

Aprendizaje basado en problemas (ABP):

- K1 Problémica
- K2 Investigación - Formativa
- K3 Soluciónica
- K4 Productiva

Aprendizaje autónomo

- K1 Auto regulación
- K2 Autonomía creciente en uso de estrategias
- K3 Elementos de aprendizaje

Aprendizaje colaborativo

- K1 Control de interacciones colaborativas
- K2 Dominio
- K3 Tareas
- K4 entornos
- K5 Roles
- K6 Tutorización
- K7 Tic

Situaciones didácticas

- K1 Situación acción
- K2 situación formulación
- K3 situación validación
- K4 situación institucionalización

3.4 Diseño y organización del ambiente de aprendizaje

Esta propuesta se desarrolla en el entorno educativo de la Institución Luis Arango Cardona un espacio en el que los estudiantes interactúan de forma presencial con el docente, en un ambiente donde la construcción cognitiva se realiza en un entorno colaborativo mediado por TIC, en donde cobran sentido las estrategias didácticas que use el docente que le permite guiar el acto educativo de acuerdo con el diseño pedagógico. . (Salazar, 2017).

3.4.1 Contexto físico

Para el desarrollo de nuestra propuesta de investigación se cuenta inicialmente con un “aula máxima” la cual tiene área estimada de 60 m² y dispone de una infraestructura tecnológica moderna compuesta por un tablero digital, aire acondicionado, en esta área de trabajo se cuenta con conectividad de banda ancha de dos megabytes.

El trabajo colaborativo se desarrolla en el salón de lectura (PTA) sala innovación la cual consta de 12 tabletas, organizados en 3 mesas cuadradas diseñadas para el trabajo colaborativo, un video beam y conectividad de un megabyte.

La sala de informática: Consta de 40 computadores de escritorio, un proyector, ventiladores y mobiliario respectivo, pero no se tiene acceso a internet. Para la aplicación de la secuencia didáctica se utilizarán las dos salas de acuerdo al tipo de actividad y a la disponibilidad que se tenga.

3.4.2 Actores del contexto educativo:

De acuerdo con (ZEA, 2000), los actores principales del proceso de aprendizaje son “alumno-aprendiz, docente y contenido” y los roles y relaciones que se asumen son posibles gracias a los mediadores que permiten la interacción entre los actores principales del Proceso de aprendizaje los cuales favorecen el aprendizaje autónomo” (ZEA, 2000).

3.4.3 Rol del estudiante:

Ante los nuevos modos de comunicarnos de la sociedad actual se exigen nuevos modos de enseñar e igualmente nuevos modos de aprender, pues la responsabilidad no es únicamente del docente. El alumno ha de cambiar también su rol y buscar un rol activo en la construcción de

su propio proceso de aprendizaje. Ya no sirve el alumno que se limita a asimilar información, sino que ha de ser crítico, indagador, reflexivo, investigador, creativo. Con ello el profesor no pierde protagonismo, pero sí ha de cambiar su rol. (Martínez Sánchez & Prendes Espinosa, 2001)

Para lograr lo anterior debemos involucrar al estudiante en un rol más activo en su proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para garantizar el éxito en su aprendizaje, en este caso de la comprensión de ecuaciones cuadráticas se requiere que el alumno realice las siguientes acciones para su propia formación:

- Saber trabajar en matemáticas en equipos colaborativos.
- Acceder a los contenidos que ofrece la AHD, según sus propias necesidades de aprendizaje de la matemática.
- Que participe activamente en la solución a las actividades de matemáticas propuestas.
- Elaborar preguntas para orientarse, para aclarar dudas relativas al aprendizaje de la ecuación cuadrática, los contenidos, los procedimientos o las actividades.
- Reflexionar con la ecuación cuadrática sobre sus fortalezas y áreas de oportunidad que les permitirá desarrollar sus capacidades al máximo para relacionar el tema con otros horizontes de la matemática.
- Comprender que habilidades, estrategias y recursos requieren cada tarea de aprendizaje. (Metacognición)

3.4.4 Rol del docente.

La propuesta apoya el diseño pedagógico creado para esta investigación para reconceptualizar el rol del docente, pues el socioconstructivismo abandona el concepto de

profesor asociado a enseñar hechos y conceptos de un modo estructurado y fijo, en favor de una renovada imagen como profesional que juega un papel activo en el diseño de situaciones específicas de enseñanza de la matemática, por tanto el profesor debe ser conocedor de las necesidades evolutivas, y de los estímulos que reciba de los contextos donde se relaciona: familiares, educativos, sociales, en base a estas condiciones ajusta o reestructura la AHD.

El docente actúa bajo el principio constructivista desplazando el énfasis de enseñanza hacia el aprendizaje, procurando que el alumno construya los conceptos, descubra los hechos y se apropie de los datos por sí mismo. Como lo sugiere (Roa, 2001):

El perfil del docente que se espera es un profesional capacitado para enfrentar los diferentes retos donde desarrolla su actividad y de planificarla, de dar respuesta a los continuos cambios y de combinar la comprensión de una enseñanza `para todos, en las etapas de la educación obligatoria, con las diferencias individuales, de modo que se superen las desigualdades, pero se fomente al mismo tiempo la diversidad latente en los sujetos. (p. 91)

En tal sentido para el desarrollo de nuestra propuesta didáctica, la intervención del profesor aparece en las siguientes situaciones de acuerdo con el modelo pedagógico creado para esta investigación:

A. En la planificación y diseño de la AHD, es quien crea y selecciona las situaciones educativas, de acuerdo a las características y necesidades de los aprendices.

B. Gestiona los espacios físicos y recursos materiales a utilizar, verifica previamente el correcto funcionamiento de los equipos y cámaras.

C. Toma decisiones de organización espacios y controla los tiempos de las secciones de trabajo.

D. Da indicaciones claras sobre la mejor manera de manejo de archivos y materiales.

E. Debe crear un clima afectivo, armónico, de mutua confianza entre docente y discente, estimular y al mismo tiempo aceptar la iniciativa y la autonomía del estudiante, fomenta la participación activa no solo individual sino grupal con el planteamiento de cuestiones que necesitan respuestas muy bien reflexionadas.

F. Su docencia se debe basar en el uso y manejo de terminología cognitiva tal como: clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar y pensar.

G. No pierde su papel de autoridad, ejerce controles.

Finalmente, de acuerdo con (Cabero, 1998), citado por (MARTÍNEZ, 2001) “al profesorado como elemento clave del cambio. Además de necesitar una disposición innovadora, ha de exigir el apoyo real de la administración en forma de recursos (materiales y humanos) y formación”. (MARTÍNEZ, 2001), (p 8)

3.5 Categorías de análisis

Las categorías que determinan los aportes didácticos que ofrece la AHD al profesor se establecieron las siguientes categorías en lo referente a: uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase

3.5.1 Creación de Materiales educativos.

Iniciamos esta entrada con las palabras de (Duval, 2006.), p. 167).

“analizar los procesos cognitivos que subyacen en el aprendizaje de las matemáticas requiere un cambio o una orientación en la forma que las tareas y los problemas se seleccionan para el aprendizaje de los estudiantes y también para la investigación sobre el aprendizaje (...)

Se requieren también métodos que vayan más allá de lo que se deja constancia en la escala de trabajo diario en el aula”. (Duval, 2006.)

Esta aportación, invita a la reflexión de los docentes de matemáticas respecto al **uso de materiales**, como un aspecto fundamental para garantizar la comprensión de los contenidos. No debemos seleccionar problemas o tareas sin **reflexión previa del docente**, sustentada en el conocimiento de cada uno de los estudiantes como ser singular tanto desde el trabajo individual como en grupo, porque este tipo de acción puede dificultar la comprensión del registro expuesto y por tanto la conversión entre ellos.

El proceso de elaboración de material didáctico, según Área Moreira, en general, requiere el desarrollo de cinco grandes tareas o fases que pueden representarse del siguiente modo:

- Diseño o planificación del material
- Desarrollo de los componentes.
- Experimentación del material en contextos reales
- Revisión y reelaboración
- Producción y difusión

En nuestro caso las fases de: Planificación, creación, aplicación y desarrollo, revisión y adaptación de materiales para la AHD fueron realizadas teniendo en cuenta el modelo pedagógico diseñado, además, el docente conoce la asignatura, los contenidos de la materia, las necesidades y dificultades de los alumnos, alcanzada a partir de su experiencia en el aula.

Para diseñar contenidos y actividades para enseñar matemáticas los maestros tienen una cantidad de recursos digitales disponibles en la red.

3.5.2 Actividades de aprendizaje.

Se refieren a todas aquellas tareas previstas y planeadas desde la organización de la secuencia didáctica que el alumno debe realizar para llevar a cabo los objetivos de aprendizaje; por ejemplo, analizar, investigar, diseñar, construir y evaluar.

Las actividades de aprendizaje diseñadas a lo largo de la secuencia didáctica pueden ser enriquecidas, adaptadas, complejizadas de acuerdo al contexto, al modelo pedagógico creado y a las necesidades de aprendizaje que surjan en las prácticas de aula, Lo importante es que el estudiante se desenvuelva en un contexto familiar para que, a través de estas experiencias, pueda construir las situaciones problema a favor del conocimiento sobre ecuaciones cuadráticas como se quiere.

A continuación, presentamos la relación general de las diferentes actividades de aprendizaje que utilizamos en nuestra SD:

Juegos, actuaciones de acuerdo a roles, test individuales, ejercicios, evaluaciones, cuadros de textos, videos, lecturas, resolución de situaciones problema, exposiciones y planeaciones entre otras.

3.6 Diseño y organización del ambiente de aprendizaje

El ambiente de aprendizaje en el que se desarrolla esta propuesta parte del modelo pedagógico creado para esta investigación, comprende el entorno educativo de la Institución Luis Arango Cardona, espacio en el que los estudiantes interactúan de forma presencial con el docente, en un ambiente donde la construcción cognitiva se realiza en un entorno colaborativo mediado por TIC, en donde cobran sentido las estrategias didácticas que use el docente para guiar el acto educativo.

3.6.1 Variables Investigación

La Población

Para esta investigación la población son los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Luis Arango Cardona de la ciudad de la Tebaida Quindío.

La Muestra

Para nuestra investigación la muestra son los estudiantes de grado noveno A, de la institución educativa Luis Arango Cardona de la ciudad de la Tebaida Quindío.

Caracterización de Los Estudiantes

La caracterización de los estudiantes se realiza mediante una encuesta en formularios de google.

Instrumentos y técnicas de investigación

Observación Participante:

Hay que distinguir entre lo que es “observación” y “observación participante”. La primera es una técnica para la recogida de datos sobre comportamiento no verbal, mientras que la segunda hace referencia a algo más que una mera observación, es decir, implica la intervención directa del observador, de forma que el investigador puede intervenir en la vida del grupo.

En palabras de (LeCompte, 1998), la observación participante se refiere a una práctica que consiste en vivir entre la gente que uno estudia, llegar a conocerlos, a conocer su lenguaje y sus formas de vida a través de una intrusa y continuada interacción con ellos en la vida diaria.

(Araújo, 2009)

En esta investigación el trabajo de aula va a ser desarrollado por el profesor / investigador. Eso significa que tiene una participación directa en una serie de actividades durante

el tiempo que dedica a observar a los sujetos objeto de observación, y participar en sus actividades para facilitar una mejor comprensión. Exige preparación, diseño y organización previa a las secciones de trabajo de campo durante la experiencia.

Aplicación y uso de los recursos educativos de la AHD.

El material fue concebido para ser usado como material didáctico en cursos presenciales para la enseñanza del álgebra con alumnos que iniciaba grado noveno. Entre sus funciones estaban según (Marques, 2000): “el proporcionar información, guiar los aprendizajes, ejercitar habilidades, motivar, evaluar, proporcionar simulaciones y proporcionar entornos para la expresión”. (p 194)

En tal sentido la función principal del uso de la AHD debía ser favorecer los procesos de enseñanza de los contenidos algebraicos teniendo en cuenta los aportes de (Medina Rivilla, Domínguez Garrido, & Sánchez Romero, 2008.), citados por (González D. M., 2011) en el sentido que: “Para el empleo de medios y recursos educativos requiere explicitar el modelo de construcción e integración de los mismos y el proceso de diseño y adecuación de la presentación del contenido instructivo mediante la programación de unidades didácticas”. (p. 3)

Desde esta perspectiva los recursos educativos y las actividades diseñadas para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas, se estructuran en la aplicación AHD en un plan de trabajo llamado SD, basándose en el aprendizaje autónomo y colaborativo en donde cada estudiante va desarrollando los contenidos y actividades planeadas y propuestas por el maestro, esto conducirá progresivamente a la adquisición de los objetivos de aprendizajes.

3.6.2 Estrategias comunicativas (Trabajo colaborativo y autónomo).

La AHD dispone de una estructura comunicativa conjunta para la interacción entre el docente, el estudiante y el conocimiento. Su sistema comunicativo va desde las generalidades, (botones de la parte lateral izquierda) diseñados para relacionarse con la forma de manejo e interacción con la aplicación, como son: Presentación; contenido; instrucciones; normas de trabajo en grupo; los roles para trabajo colaborativo; hasta los espacios que se encuentran en cada sección de aprendizaje, donde el estudiante puede dejar comentarios y manifestar sus aportes y opiniones sobre los recursos que utilizaron o los que no necesitaron, así, como elegir cuál de ellos fue el que más le aportó en la resolución de tareas. (Botones “deja tu opinión”)

3.6.3 Evaluación de La AHD.

Nuestra AHD, cuenta con diversos escenarios de evaluación.

- El primero de ellos a través del test (ubicado al inicio del recorrido) que permite conocer sus saberes previos.

- El segundo da cuenta de los avances del aprendizaje por sí mismo o autoevaluación que permanente informa sobre los progresos obtenidos y se encuentra a lo largo de todo el desarrollo de contenidos.

- El tercero está relacionado con la valoración que hace el estudiante de la funcionalidad, y la pertinencia de cada uno de los componentes de la AHD para el proceso de aprendizaje. (al final de la última sección hipervínculo “evalúa al docente y la AHD”)

El cuarto es el que hace el docente a la hora de desarrollar la clase, acerca de las oportunidades didácticas y de sus aprendizajes tanto comunicativos, metodológicos, didácticos,

epistemológicos como conceptuales del tópico específico. mediante la implementación de las TIC en el aula. . (Salazar, 2017).

Ver Anexo 3.1 Fases de la secuencia didáctica

3.6.4 Diseño de la AHD.

Para el empleo de medios y recursos educativos requiere explicitar el modelo de construcción e integración de los mismos y el proceso de diseño y adecuación de la presentación del contenido instructivo mediante la programación de unidades didácticas (Medina Rivilla, Domínguez Garrido, & Sánchez Romero, 2008.)

Desde esta perspectiva, y considerando el modelo pedagógico, cabe destacar las ventajas que la herramienta tecnológica CmapTools, tiene para el desarrollo del proceso del aprendizaje expuesto por. (Gowin, 1998), puesto que por un lado favorece el aprendizaje colaborativo y autónomo del estudiante, según opiniones referidas por (Cañas, 2005); (Coffey, 2003); por otro, podría decir que favorece los proceso de enseñanza, puesto que son útiles para: determinar el conocimiento previo del estudiante, resumir lo que se ha aprendido, toma de notas, ayuda en el estudio, planificar, consolidar experiencias educativas, mejorar condiciones efectivas para el aprendizaje, promover pensamiento crítico, organizar contenido, forma andamios para el entendimiento y poder ajustarlo a las necesidades del estudiantes” como lo refiere (Quirós, 2009).

Nuestra aplicación (AHD) tiene como propósito construir conocimiento sobre las bases de algebra de manera autónoma y colaborativa, por medio de recursos multimedia; además dinamizar la clase mediante la implementación de las TIC en el aula facilitando la comunicación entre estudiantes y la docente. El Instrumento se compone de las siguientes partes:

1. **Generalidades.** Comprende los botones de la parte superior izquierda de la AHD. (Presentación, contenido, roles, Instrucciones y normas).

2. **Prueba diagnóstica inicial para los estudiantes:** Determina el estado inicial del estudiante, es decir, valora los conocimientos previos, para determinar las posibilidades de ajustar rutas y actividades a la situación particular de cada estudiante.

3. **Desarrollo temático de la unidad didáctica.** Consta de 4 secciones de contenidos (planeadas en la SD) para el alcance de los objetivos propuestos.

4. **Sistema de evaluación.** Al finalizar la sesión el estudiante o grupo puede hacer un autoevaluáate para reconocer posibles falencias.

Cada fase está planeada para realizarse en promedio de dos horas máximo, las cuales serán grabadas y posteriormente se realiza el análisis de las situaciones didácticas observables a través de los registros video gráficos y bajo la luz del marco teórico.

Los aspectos tenidos en cuenta para el diseño de la SD, se basan en estudios de (Tobon, 2010).

Para el lector, la estructura anterior, se muestra a continuación.

Imagen 1.

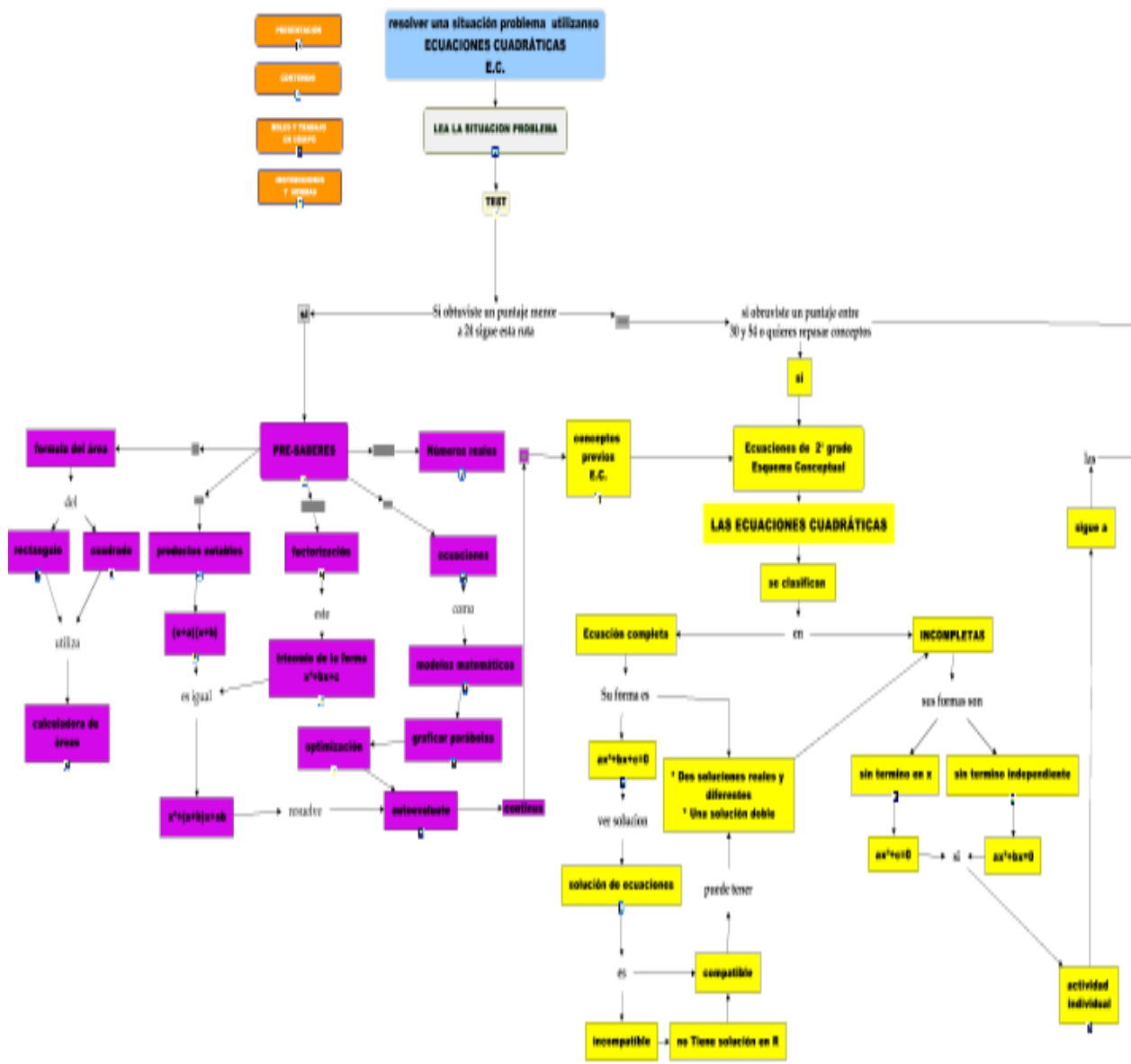
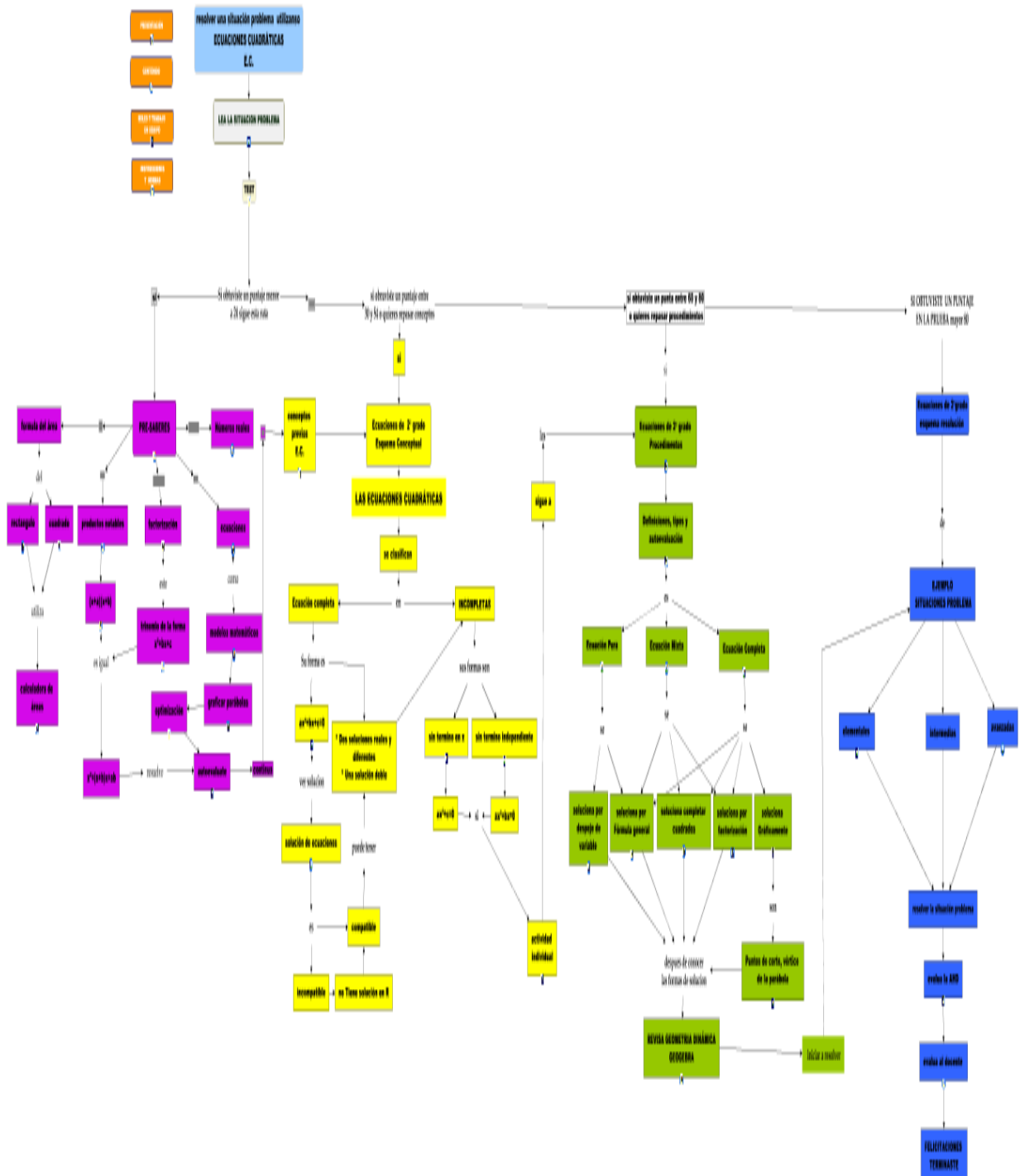


Imagen 2.



Fuente propia: <https://cmapscloud.ihmc.us/viewer/cmap/1S7GZZZ01-1ZW12C2-5NQ0>

Capítulo 4. Análisis e Interpretación de Resultados

Ver Anexo 2. Tabla de interpretaciones y objetivos.

Capítulo 5. Conclusiones

El docente encontró que crear un modelo pedagógico para la enseñanza de la matemática exige competencias pedagógicas que le permiten abordar distintas teorías de aprendizaje y aplicarlas en contexto. Vale la pena indicar que a la hora de establecer las relaciones entre estas teorías se visualizan alternativas de enseñanza y de aprendizaje de la matemática para abordar en diferentes contextos y estilos de aprendizaje. Por esta razón se tuvo que elaborar una tabla que indicara las prioridades de estas relaciones para enfrentar el problema diagnosticado de enseñar ecuaciones cuadráticas.

La enseñanza las ecuaciones cuadráticas, apoyado en las TIC, a través de la AHD como componente dinamizador, con los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Luis Arango Cardona de la Tebaida Quindío, a la luz del modelo socioconstructivista, se encontraron aspectos didácticos relevantes, que desde esta perspectiva, le aportan al docente elementos de diseño, planeación y practica en la elaboración de la AHD desde el programa CMAPTOOLS que me fortalecen pedagógica y tecnológicamente para orientar el proceso de enseñanza en torno a la ecuación cuadrática en la resolución de situaciones problema en contextos geométricos, en tal sentido, se encontró que la teoría de aprendizaje basado en problemas, permitió la construcción compartida de conocimiento en el momento de extraer la ecuación cuadrática correspondiente a la situación problema, lo mismo que en la construcción de la gráfica de la parábola, hasta determinar el área máxima del jardín rectangular que se debía rodear por el alambre, se logra observar la construcción del concepto de ecuación y función cuadrática, utilizando procesos de acción, formulación y validación, como lo asegura (Brousseau., 1991).

Cuando se utiliza una situación problema de la vida cotidiana como detonante del proceso de enseñanza aprendizaje, utilizando el aprendizaje basado en problemas desde un perspectiva socioconstructivista que se apoye en el trabajo autónomo y colaborativo, donde el docente es un tutor encargado de diseñar, planear y ejecutar una secuencia didáctica apoyada principalmente en la navegación por una Ayuda Hipermedial Dinámica, con la responsabilidad de la solución de la situación centrada en los alumnos, se conciben importantes aportes a la forma de enseñar del docente, como lo expresa Shulman : "formas de expresar, exponer, escenificar o representar ideas de otra manera, de suerte que los que no saben puedan llegar a saber, los que no entienden puedan comprender y discernir, y los inexpertos puedan convertirse en expertos" (Shulman, 1989), en otras palabras, se trata de las estrategias de enseñanza de ecuaciones cuadráticas desde contextos geométricos que retien al alumno, pero centrada en la didáctica del contenido específico. Así pues, el profesor debe tener un amplio repertorio de formas o alternativas de representación, algunas de las cuales derivan de la investigación, mientras que otras se originan de la práctica docente.

Es así, como esta posibilidad didáctica y tecnológica la brinda la AHD, cuando el estudiante interactuó con los videos propuestos (desde como hallar el área de un rectángulo, hasta graficar la parábola que permitía ver otra forma de representar las ecuaciones cuadráticas), de esta manera el estudiante hizo una temática importante en el estudio de las ecuaciones cuadráticas sin evidenciada la intensión del docente este sentido, además, la ayuda permitía la posibilidad de repetirlo los temas para un mayor afianzamiento.

Desde esta perspectiva, la AHD, fue factor fundamental en la comprensión del conocimiento por parte de los alumnos.

Lo más importante de esta forma de trabajo en la solución de situaciones problema en contextos geométricos, con el uso de las TIC (AHD), es la facilidad de tener las explicaciones en videos como medio para llegar más fácilmente a comprender los temas y repasarlos si es necesario de una manera más rápida, lo que nos demuestra que para pasar de una situación geométrica a la modelación de situaciones problema en ecuaciones cuadráticas, con las falencias reconocidas en la parte algebraica, además solucionar esta ecuación a través del método gráfico y la vez maximizarla para encontrar la mayor área posible, lo que para la clase tradicional ya es muy complicado y conlleva un tiempo considerable sin garantía de una apropiación por parte de los alumnos. Es por eso que se no se debe olvidar las bondades del uso de la tecnología, como autonomía, responsabilidad y compromiso de parte de los alumnos combinados con una alta dosis de motivación nos lleva a obtener unos excelentes resultados durante y al final del proceso de enseñanza aprendizaje.

En esta propuesta metodológica (uso de la AHD y Secuencia didáctica para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas), apoyada en las TIC con recursos de videos explicativos sobre modelación de situaciones problema, resolución de ecuaciones cuadráticas, graficar parábolas, calculadoras de ecuaciones cuadráticas, entre otros, lo que favorece enormemente la el alto grado de motivación del estudiante en el proceso, lo que favorece la autonomía y experimentación del estudiante, al permitirle explorar, profundizar, juzgar los contenidos, como lo indican (Coll Serrano & Blasco Blasco, 2010); (Coll, Martín, Mauri, Mariana Miras, & Zabala., 1993); (Grossman, 1989).

La enseñanza de las ecuaciones cuadráticas, apoyada en el socioconstructivismo, con la adaptación de tres teorías del aprendizaje como lo son: el aprendizaje autónomo, el aprendizaje

basado en problemas y el colaborativo, con estudiantes de grado noveno, de la I.E. Luis Arango Cardona de la Tebaida Quindío, le brindaron al docente, un crecimiento desde la planeación, diseño y ejecución de una clase con gran cantidad de situaciones pedagógicas y didácticas, entre ellas la apropiación del conocimiento a través de AHD, la cual le permite al docente encontrar nuevas rutas para que sus estudiantes apropien saberes y desarrollen competencias, a través, del uso de mapas conceptuales, interactuar con una gran posibilidad de hipervínculos alrededor de las ecuaciones cuadráticas. La planeación con esta metodología le permite al docente prever y ajustarse al ritmo de aprendizaje que maneja el estudiante, y a la vez suplir las necesidades o carencias cognitivas del mismo. También le permitió reconocer la importancia de la planificación de sus clases a través de una alternativa didáctica como lo es la AHD, transformando su saber matemático y haciéndolo llegar al estudiante con representaciones multimediales y en una situación de la vida cotidiana, con la rapidez de la tecnología, en el menor tiempo posible, a través, del uso de la AHD y la gran posibilidad de la representación general o algebraica de una función, la representación a través del plano cartesiano y las posibilidades que las aplicaciones dinámicas presentan y poder encontrar su gráfica, maximizarla y resolver con ello un problema de maximización de ecuaciones cuadráticas con ejemplos de la vida cotidiana.

La coherencia entre el modelo pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje mencionadas, con los códigos contributivos de la teoría del cuarteto del conocimiento, como lo asegura (Rowland, 2005), son la mejor posibilidad de conexión vertical y horizontal entre los conceptos y conocimientos que subyacen la enseñanza de la ecuación cuadrática, estructurados en la AHD.

Para el docente fue pertinente el trabajo de las ecuaciones cuadráticas desde la resolución de situaciones problema en contextos geométricos apoyado por las TIC, en este caso AHD porque se consiguió el objetivo de creación, uso y adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el grado noveno.

El uso e interacción con la AHD, por parte de los alumnos evidenciaron la adquisición de aprendizajes en entorno a este núcleo temático, así mismo, las posibilidades didácticas que permite el uso de las TIC al profesor de matemática, y las categorías que se involucran con su uso, le abren nuevas oportunidades de mejorar sus clases desde la pedagogía y la didáctica través del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido.

Bibliografía

- Abbott, J. a. (1999). Constructing Knowledge, Reconstructing Schooling. Educational Leadership Volume, 66-69 DOI.
- Acosta Luévano, R. M. (2015). Las tecnologías de la información y del conocimiento (Tic), como mediadores digitales desde la psicología de la educación virtual. Obtenido de www.scribd.com: <https://es.scribd.com/doc/294352226/Las-TIC-Como-Mediadores-Digitales-Desde-La-Psicologia-de-La-Educacion-Virtual>
- Agudelo, A. M. (1996). El proyecto pedagógico de aula y la Unidad de clase.
- Aké Tec, L. P. (2013). www.ugr.es. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Lilia_Ake_tesis.pdf
- Aleman. (2009). La geometría con Cabri: Una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de maestría). Recuperado de <http://www.cervantesvirtual.com/obra/la-geometria-con-cabri-una-visualizacion-a-las-propiedades-de-los-triangulos/>.
- Alemán, J. M. (2009). La geometría con Cabri : una visualización a las propiedades de los triángulos. Alicante. España: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán (Honduras).
- Amador Montaña, J. F., Rojas Garcia, J. L., & Sanchèz Bedoya, H. G. (2015). Indagaciòn Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales DInàmicas (AHD) en el currìculo escolar del Archipièlago de San Andrès, Providencia y Santa Catalina. Pereira: Universidad Tecnològica de Pereira.

- Amador Montaña, J. F., Rojas Garcia, J. L., & Sanchèz Bedoya, H. G. (2015). Indagaciòn Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinàmicas (AHD) en el currìculo escolar del Archipièlago de San Andrès, Providencia y Santa Catalina. Pereira: Universidad Tecnològica de Pereira.
- Andrade, H., & Gómez, L. (2009). Tecnología Informática en la Escuela (4 ed.). Bucaramanga, Colombia.: Ediciones UIS.
- Araújo, T. J. (16 de junio de 2009). Técnicas e instrumentos cualitativos de recogida de datos.
- Arreaga, D., Fuente, L., Pardo, A., & Delgado, C. (2005). Adaptaciòn de Material Educativo Guiada por IMS Learning Design: Experiencias con LRN. Revista de currìculum y formaciòn del profesorado, 9,, 209-235. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Abelardo_Pardo/publication/215481021_Adaptacion_de_material_educativo_guiada_por_IMS_learning_design_experiencias_con_LRN/links/0deec52fd5df5bb23f000000/Adaptacion-de-material-educativo-guiada-por-IMS-learning-design-e
- Arteaga, P. (2009). Anàlisis de gràficos estadísticos elaborados en un proyecto de anàlisis de datos. España: Universidad de Granada .
- Arteaga, P., & Batanero, C. (2010). Evaluaciòn de errores de futuros profesores en la construcciòn de gràficos estadísticos. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. Sierra, Investigaciòn en Educaciòn Matemàtica XIV (pàgs. 211-221). España: SEIEM .

- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., & Contreras, J. M. (2011). Las Tablas y Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales. *Números. Revista didáctica de las matemáticas*, 76, 55–67.
- Astola, P. C. (2013). Efectividad del programa "GPA-RESOL" en el Incremento del Nivel de Logro en la Resolución de Problemas Aritméticos Aditivos y Sustractivos en Estudiantes de Segundo Grado de Primaria de Dos Instituciones Educ.
- Astola, P. C., Salvador, A. E., & Vera, G. (2012). Efectividad del programa "GPA-RESOL" en el incremento del nivel de logro en la resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos en estudiantes de segundo grado de primaria de dos instituciones educativas, una de gestión estatal y otra privada d. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- BAQUERO, R. (1987.). *Vigostky y el Aprendizaje Escolar*. Editorial Aique. .
- Barboza, J. A., & Zapata, H. A. (2013). El Estudio de Clase, Estrategia y Escenario para la Cualificación del Profesor de Matemáticas. *Formación universitaria*, 6(4), 39-48.
- Barrows. (1986). A Taxonomy of problem-based learning methods, en *Medical Education*, 20/6, 481–486.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su Didáctica para Maestros*. España: Proyecto Edumat-Maestros. Manual del Estudiante. .

Benedicto. (2013). Investigación Sobre Variables En El Diseño De Actividades Escolares Para Alumnos Con Altas Capacidades Matemáticas. .

Benedicto, C. (2013). Investigación sobre variables en el diseño de actividades escolares para alumnos con altas capacidades matemáticas. Obtenido de Universitat de València:
<http://roderic.uv.es/handle/10550/32580>

Bergoña, G., & contreras., D. (2006). Alfabetizacion Digital y el desarrollo de competencias ciudadanas. Barcelona , España.

Berthelot, R. y. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité.

Bolivar, A. (2005). CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO Y DIDÁCTICAS ESPECÍFICAS. Revista de currículum y formación del profesorado, 9, 2, 6. Obtenido de
<https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART6.pdf>

Boude, O. y. (2008). Las TIC: propuesta para el aprendizaje de enfermería basado en problemas. Aquichan, 8(2), 227-242. Recuperado de
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-59972008000200010&lng=es&tlng=es.

Boude-Figueroa, Ó., & Ruíz-Quintero, M. (2008). Las TIC: propuesta para el aprendizaje de enfermería basado en problemas. Aquichán, 8(2), 227-242.

Branda, L. A. (2009). El aprendizaje basado en problemas. De herejía artificial a res popularis. Educación Médica, 12 (1), 11-23.

- Brousseau. (1991). The fragility of knowledge. In: Bishop A. J., Mellin-Olsen S., van Dormolen J. (eds.) *Mathematical Knowledge: Its Growth Through Teaching* (pp. 13-36). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brusilovsky, P. (1996). *Methods and techniques of adaptive hypermedia*. Obtenido de Scholar.org:
<https://pdfs.semanticscholar.org/bf2b/bec1de0e73a5ce76bdebae03252919e3236f.pdf>
- Cabero, J. y. (1998). *La utilización de las NTIC en el desarrollo profesional del docente*.
- Campistrous, L. y. (2013). *La resolución de problemas en la escuela*. Centro de investigación en Matemática Educativa. Universidad Autónoma Guerrero, México. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1379.pdf> .
- Campistrous, L., & Rizo, C. (2013). *La resolución de problemas en la escuela*. Actas del VII CIBEM, 343-354.
- Cano, M. I., & Zapata, D. C. (2016). *Análisis del pensamiento aleatorio desde las representaciones semióticas presentes en las pruebas saber grado quinto*. Medellín: Universidad de Medellín.
- Cañas, A. J. (2005). "Pensum no lineal: Una propuesta innovadora para el diseño de planes de estudio".
- Cardozo Cardone, J. J. (15 de septiembre de 2010). *TIC Y EDUCACIÓN ; Los aprendizajes colaborativos como estrategia para la construcción del conocimiento*. Buenos Aires, Argentina.

- Carmen, V., & Elvira, J. (s.f.). La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas.
- Carmen, V., & Elvira, J. (sf). Capítulo 1. ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas? En U. A. Madrid, La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (pág. Capítulo N° 1). Murcia.
- Carrió, M. L. (2007). Ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo. Revista Iberoamericana de Educación, 3.
- Carvajal. (2009). Fundación académica de dibujo. Definición de didáctica. Recuperado de: http://www.academia.edu/8008401/LA_DIDACTICA_EN_LA_EDUCACION .
- Castiblanco, P. (2000). Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia” y sus avances.
- Castillo. (2006). Anexo 3: Aprendizaje basado en problemas. Facultad de Medicina. Universidad de Chile. .
- Castillo, S. (2006). Anexo 3: Aprendizaje basado en problemas. Obtenido de EducSalud Chile: <http://bit.ly/2BbKx7b>
- Castro. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.
- Celeste. (2012). Institución escolar .Trabajo practico Evaluativo. Dimensiones Organizacional, Pedagógica, Tecnológica. Recuperado de http://celestenavarrete.blogspot.com.co/p/dimension-organizacional_10.html.

- Cerdan. (1998). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Universidad de Valencia .
- Chacon. (2012). La actividad del matemático ejemplo de visualización” artículo de CHACHON.2012. Recuperado de. <http://eprints.ucm.es/17380/1/Gomez-Chacon-captarres.pdf>.
- Chipia, L. J. (20 de Septiembre de 2013). CONSTRUCCIÓN DE WEBQUEST PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÀTICA. Obtenido de Actas del VII CIBEM: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/37458/1/cibem1.pdf>
- Cicarelli, M. C. (2001). Hacia una comprensión lectora de la lengua escrita, serie competencia comunicativa.
- Cobo. (2008). El concepto de tecnologías de la información. Zer. 12 de septiembre de 2008, Vol. 14, nº 27. ISSN 1137-1102.
- Coffey, B. S. (2003). The relationship between undergraduate attendance and performance revisited:.
- Coll Serrano, V., & Blasco Blasco, O. (2010). El uso de gráficos interactivos en Excel para facilitar la comprensión de conceptos básicos de Estadística. @tic. revista d'innovació educativa(5), 30-34.
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Mariana Miras, J. O., & Zabala., I. S. (1993). El Constructivismo en el aula. Barcelona, España.

- Companioni, M. (2005). Alternativa didáctica para la solución de problemas “no rutinarios” en cuarto grado. . Camaguey, Cuba: Instituto Superior Pedagógico "José Martí".
- Companioni, M. (2005). Alternativa didáctica para la solución de problemas “No rutinarios” en cuarto grado. Tesis doctoral. Instituto pedagógico “Jose Marti”. República de Cuba.
Recuperado de <http://rediuc.reduc.edu.cu/jspui/bitstream/123456789/159/1/Max>.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing Graph Comprehension. Elementary and Middle School Activities*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- De Bra.P: Brusilovsky, P. (1999). Adaptive Hypermedia : From systems to framework. *ACM computing Surveys*.
- De Guzmàn, M. (25 de 3 de 2014). Enseñanza de Las Ciencias y la Màtemàtica. Obtenido de Organización de Estados Iberoamericanos para la Educaciòn la Ciencia y la Cultura.:
<http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm>
- De Miguel, M. (2005). Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias.Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. . Madrid: Alianza.
- Dick, D. y. (1994). Sheets 1993; Boears. Van Oosterum 1990; Rojano 1996; Groves 1994, citado por Alemán, 2009, p. 23). El principio de la tecnología . EDUTEKA 2003. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/PrincipiosMath> .

- Duval, R. (2006.). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. . La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), , 143-168.
- Erickson, F. (1989). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. In M. Wittrok (Ed.), La investigación de la enseñanza II. Métodos cualitativos de observación. Barcelona: Paidós MEC. Pp. 203-47.
- Erikson, F. (1996). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza, II (pp195-301). Barcelona, Paidós.
- Fantini. (2008). Los medios audiovisuales en el aula, una propuesta para su inclusión en el aula. Memoria académica UNLP-FAHCE. .
- Fernández, J. M., & Trigueros, C. C. (2016). Mensajería instantanea y construcción compartida de significados: Una experiencia de aprendizaje colaborativo en el prácticum del maestro de básica primaria. RED. Revista de Educacion a Distancia. Núm 51. Artic. 4., 3.
- Fernando, C. M. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.
- Feuerstein, R. (1980). Modificabilidad Cognitiva y Programa de Enriquecimiento Instrumental. Editorial Bruño, Madrid.
- Font, V. (2000). Algunos puntos de vista sobre las representaciones en didáctica de las matemáticas. . Philosophy of Mathematics Education Journal. 14,, 1-35.

Freire, P. (2006). *Pedagogía de la Autonomía: Saberes Necesarios para la Práctica Educativa*.
103.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. USA: Kluwer
Academic Publishers.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing
comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics
Education*, 124-158.

Gálvez, G. (1998). La didáctica de las matemáticas. En *didáctica de las matemáticas. Aportes y
reflexiones*. México. Paidós .

Gamboa. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de
investigación y formación en Educación matemática*, 3, 11-44. .

Garay, L. M. (2008). Tecnologías de información en instituciones de educación superior, crisis
económica y necesidad de diagnósticos para su incorporación. El caso de la Universidad
Pedagógica Nacional. *Revista Mexicana de Ciencias Políticas y Sociales*(24), 85-100.

García Gil, M. E. (2011). El vídeo como herramienta de investigación. Una propuesta
metodológica para la. Obtenido de
<http://www.cesfelipesecondo.com/revista/articulos2011/Monica%20Garcia.pdf>

Gardner, H. (1995). *Teoría de las múltiples inteligencias. La teoría en la práctica*. Barcelona.
Paidós.

- Gascón. (1993). Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico.
- Godino. (2004). Hacia una teoría de instrucción matemática significativa. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/05_InstruccionMS.pdf .
- Godino. (2004). Hacia una teoría de instrucción matemática significativa. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/05_InstruccionMS.pdf .
- Godino. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. Volumen 77, julio de 2011, páginas 99–117. ISSN: 1887-1984.
- Godino. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. Volumen 77, julio de 2011, páginas 99–117. ISSN: 1887-1984.
- Godino, J. (2003). Un enfoque ontològic semiòtic de la cognició e instrucció matemàtica.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Obtenido de Universidad de Granada. Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Gonçalves, D. S. (Junio de 2011). LA REFLEXIÓN SOBRE EL PROCESO DE APRENDIZAJE PROPIO:. Girona, Burgos.
- González, D. M. (2011). Recursos educativos tic de información, colaboración y aprendizaje. Revista de Medios y Educación. ISSN: 1133-8482 Píxel-Bit., 70. Obtenido de ISSN: 1133-8482 Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación.

- González, V. (2000). Los tres “autos” del aprendizaje: aprendizaje estratégico en educación a distancia. *Revista de la Escuela de Graduados en Educación*, (2).
- Gonzato, m. B. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números*, (77), pp. 99-117. ISSN: 1887-1984. GUAY, R. 1977. *Purdue spatial visualization test*. Indiana, USA: Purdue Univ.
- Gowin, N. y. (1998). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Martinez Roca.
- Grossman, P. W. (1989). Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching”, en M.C. Reynolds (ed.), *Knowledge base for beginning teacher*. Oxford: Pergamon Press, 23-36. Edic. cast.: *Profesores de sustancia: El cono*.
- Guillén, G. (1991). *El mundo de los poliedros*, Síntesis. Madrid. .
- Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. En Gutierrez, A (eds.), *Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación Matemática: Geometría*. México D.F.: CINVESTAV, pp. 44-59. GUTIÉRREZ, A. 1996. *Visualization in 3-di*.
- Hernandez, L. e. (2014). El uso de las TIC en el aula: un análisis en términos de efectividad y eficacia. *congreso iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación* (pág. 21). Buenos Aires, Argentina: <http://www.oei.es/congreso2014/memoriactei/523.pdf>.
- Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, M. d. (2014). *Metodología de la investigación* (5 ed.). México: Mcgraw-Hill.

Herrero, M. P. (11 de Junio de 2012). La interacción comunicativa en el proceso de. Obtenido de <http://www.ugr.es/~miguelgr/ReiDoCrea-Vol.1-Art.19-Herrero.pdf>

Hiele, V. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría). Tesis doctoral. Utrecht, Holanda: Universidad de Utrecht. .

Hiele, V. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría). Tesis doctoral. Utrecht, Holanda: Universidad de Utrecht. .

Hiele, V. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría). Tesis doctoral. Utrecht, Holanda: Universidad de Utrecht. .

Hoyos, S. (2012). Representación de objetos tridimensionales utilizando. VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA .7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica. <http://standards.nctm.org/>.

HUERTAS, J. T. (2006). "WebQuest, Matemáticas y Educación de Género". Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Número 6., 81-94.

Huertas, R. M. (septiembre de 2009.). Formación de la autonomía a través del aprendizaje estratégico.

- Iriarte, A. (2011). Desarrollo de la Competencia Resolución de Problemas desde una Didáctica con Enfoque Metacognitivo. Red de revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal, pp. 2-21. Recuperado de <http://www.montes.upm.es/sfs/E.T.S>.
- Iriarte, A. J. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. Zona Próxima(15), 2-21.
- Jaramillo, P. C. (2009). Qué hacer con la tecnología en el aula: inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar. Educación y Educadores,12(2), pp. 159-179. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/834/83412219011.pdf> .
- Jaramillo, P., Castañeda, P., & Pimienta, M. (2009). Qué hacer con la tecnología en el aula: inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar. Educación y Educadores, 12(2), 159-179.
- Johnson, D. W. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula. Obtenido de El aprendizaje cooperativo en el aula.
- Johnson, D. W. (1999.). El aprendizaje cooperativo en el aula. Obtenido de El aprendizaje cooperativo en el aula.
- Juárez López, J. A. (2010). Dificultades en la comprensión del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV .
Números, 85.
- KIERAN, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In: LESTER JR, F. K., (Ed.).

Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Greenwich:
Informatio.

KOEHLER, M. J. (2009). Introducing TPCK. AACTE Committee on Innovation and
Technology. The.

Lage, F. J. (5 de 12 de 2005). Ambiente distribuido aplicado a la formación/capacitación de RR
HH: un modelo de aprendizaje cooperativo-colaborativo. Obtenido de SEDICI.
Repositorio Institucional de la UNLP: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/4058>

Lage, F. J. (5 de 12 de 2005). Ambientes de aprendizaje cooperativo y colaborativo. Obtenido de
SEDICI. Repositorio Institucional de la UNLP:
<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/4058>

Langrall, C., & Mooney, E. (2002). The Development Of A Framework Characterizing Middle
School Students' Statistical Thinking. . USA: Cynthia W. Illinois State University.

Lappan, G. P. (1984). Spatial visualization. *Mathematics Teacher*, 77, 618-23.

Lastra. (2010). Definición Geometría. Recuperado de:
<http://www3.uah.es/albertolastra/geo1.pdf>.

LeCompte, G. y. (1998). Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa.

Li, K., & Shen, S. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14(1),
2-8.

Lobato, C. (2006). Estudio y trabajo autónomo del estudiante. 106.

- Lofland, J., & H., L. L. (1995). *Analyzing Social Settings: a guide to qualitative observation and analysis*. Belmont, CA, Wadsworth Publishing Company. Belmont, CA: Wadsworth Publishing Company.
- Londoño, G. J. (2009). Aprovechamiento conceptual y actitudinal de las visitas a un parque temático. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 23, 71-92.
- Lopez. (2012). Definición poliedros. Recuperado de : <http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas/los-poliedros/> Madrid.
- López, M., Lagunes, C., & Herrera, S. (2006). Excel como una herramienta asequible en la enseñanza de la Estadística. 7(1). Obtenido de https://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_art_lopez_lagunes_herrera.htm
- Lucero, B. F. (2002). BI Los medios y recursos en el proceso didactico. En medina y Salvador F. *Didactica General*(pp 185-218). Madrid : Perason Educacion.
- M, C. (2003). *El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración*. Caracas: Uyapar.
- M., C. (2003). *El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración*. Caracas: Uyapar.
- M.L., C. (2007). Ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo. *Revista Iberoamericana de Educaciòn*, 3.
- MAMANI, J. D. (2009). *Hacia Un Nuevo Lenguaje Algebraico*. Buenos Aires Argentina.
- MAMANI, J. D. (2009). *Hacia Un Nuevo Lenguaje Algebraico*. Buenos Aires Argentina.

Marques, P. (2000). Los medios didácticos .Recuperado de <http://www.Pangea.org/peremarques/medios.htm>.

Martínez Sánchez, F., & Prendes Espinosa, M. P. (2001). Obtenido de “La innovación tecnológica en el sistema escolar y el rol del profesor como elemento clave del cambio: <http://tecnologiaedu.us.es/nweb/htm/pdf/paz1.pdf>

MARTÍNEZ, F. y. (2001). Nuevas tecnologías y educación.Madrid.

Medina Rivilla, A., Domínguez Garrido, M. C., & Sánchez Romero, C. (10 de Julio de 2008.). Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Obtenido de Modelo de diseño de medios didácticos para el desarrollo de las competencias. : <http://www.eduonline.ua.es/jornadas2008/comunicaciones/2C5.pdf>

Mejía, A. C., & Loango, M. (2014). Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista, del municipio de Puerto Tejada, Cauca. Manizales: Universidad Católica de Manizales.

Mejía, A. y. (2014). Resolución De Problemas Matemáticos Para Fortalecer El Pensamiento Numérico En Estudiantes Del Grado Séptimo De La Institución Educativa Adventista Del Municipio De Puerto Tejada Cauca. Universidad Católica De Manizales Facul.

MEN. (1997). Serie lineamientos curriculares Matemática. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

- MEN. (07 de junio de 1998). serie lineamientos curriculares. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- MEN. (07 de junio de 1998). serie lineamientos curriculares. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- MEN. (2003). Estándares básicos de competencias en matemáticas (2003). Recuperado de http://www.mineduccion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.
- MEN. (2006). Matrices de referencias matemáticas. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf.
- MEN. (2013). Competencias TIC para el desarrollo profesoral docente. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2014). Geometría activa lineamientos curriculares . Recuperado de: http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf .
- MEN. (2014). Lineamientos curriculares. Recuperado de <http://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-339975.html>.
- MEN. (23 de julio de 2014). Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de Estandares Basicos de Aprendizaje : http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-85458_archivo_pdf1.pdf

- MEN. (2015). Matriz de Referencia Matemáticas, Grado 9^a .
- MEN. (29 de 10 de 2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Obtenido de
[http://www.colombiaaprende.edu.co:](http://www.colombiaaprende.edu.co)
http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-349446_genera_dba.pdf
- MEN. (2017). Derechos básicos de aprendizaje V2. Recuperado de
[http://www.colombiaaprende.](http://www.colombiaaprende)
- MEN. (2006). Estándares básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia. Magisterio.
- Méndez. (2002). Desde la perspectiva del constructivismo psicológico, el aprendizaje es fundamentalmente un asunto personal.
- Mendoza. (2011). Las TIC en el aula de matemáticas. Mendomatica. N° 22 , 9.
- Mestres, J. (1994). Cómo construir el proyecto curricular.
- Miguel, D. (2005). De Miguel, M. (2005). Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Alianza.
- Milesani, E. (1999). LOS OBSTACULOS EPISTEMOLOGICOS EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO: VISIÓN HISTORICA. “Revista IRICE” del “Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación” , 327-392. Obtenido de Los

obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico:

<http://math.unipa.it/~grim/AlgebraMalisaniSp.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Obtenido de Ministerio de Educación:

http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf

Monereo, C. (2001). Las estrategias de aprendizaje. Madrid: Visor.

Monroy, R. (2007). Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 2(2), 29-38.

Montoro Mínguez, S. (2014). Obtenido de <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/6913>

MORALES, B. P., & LANDA, F. V. (2004). Aprendizaje Basado en Problemas. Obtenido de www.ubiobio.cl/theoria/v/v13/13.pdf

Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. Theoria, 12(1), 145-157.

Moust, B., & Schmidt. (2007). La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas.

Munch, L. (1994). Fundamentos de administración , Trillas México, Más allá de la excelencia y la calidad total. Trillas México(1998).

- NCTM. (2000). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics.
Edición electrónica: <http://standards.nctm.org/>.
- Nicholls Estrada, B., & Atuesta V, M. d. (s.f.). INTERACCIÓN SOCIAL Y APRENDIZAJE.
Ponencia Comunidad de aprendizaje en línea – Proyectos colaborativos.
- Nieto. (2004). Resolución de problemas matemáticos. Talleres de formación matemática.
Maracaibo, Ecuador Recuperado de
<http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/461/457obligatoire>. Tesis doctoral, Université de Bordeaux I.
- Nieto, J. H. (26-31 de julio de 2004). Resolución de Problemas Matemáticos. Obtenido de Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas (CIMM):
<http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/461/457>
- Odreman, N. (1996). La reforma curricular venezolana. Educación Básica. .
- Onrubia, J., Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., & Zabala., I. S. (1999). El constructivismo en el aula. En J. Onrubia, Enseñar: Crear Zonas de Desarrollo Proximo e Intervenir en Ellas. (pág. 5). Barcelona: Grao.
- Paivio. (1978). Imagery and associative overlap in short-term memory.
- Palarea, M. M. (Diciembre de 1999). La adquisición del lenguaje algebraico: Reflexiones de una investigación. Números revista de la didáctica de las matemáticas volumen 40., 3-28.

Paralea Medina, M., & Socas Robayna, M. (1994). Algunos obstaculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. I Seminario Nacional sobre Lenguaje y Matemáticas., 91-97.

Paulino, M. E. (2007). NUEVAS FORMAS DE TRABAJAR EN LA CLASE: METODOLOGÍAS ACTIVAS Y COLABORATIVAS. Universidad de Sevilla, España.

Penalva, M. C., & Torregrosa, e. (s.f.). REPRESENTACIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS. Obtenido de http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/aprendizaje/Representaci%C3%B3n%20y%20aprendizaje%20de%20las%20matem%C3%A1ticas*Penalva,%20C%3B%20Torregrosa,%20G.%20*Penalva,%20C_%20Torregrosa,%20G.%20Representaci%C3%B3n%20y%20aprendizaje%20de%20pd

Pereira, Universidad Tecnológica de; Educar, Computadores para; TICs., Estrategias de formación y acceso para la formación pedagógica de las. (2013). Las ayudas hipermediales dinámicas AHD en los proyectos de aula con TIC, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente. Obtenido de Universidad tecnológica de Pereira: <http://plataforma.utp.edu.co/>

(s.f.). peres (1982). En "Utilisation de la théorie des situations didactiques en vue de l'identification des objets et. olivet.

Pimm, D. (1987). El lenguaje matemático en el aula.

Pinto, S. J., & González, A. M. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? Obtenido de

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262008000300005&script=sci_arttext&tlng=pt

Planchart. (2012). La visualización y la modelación. Universidad Autónoma del estado de Morelos.

Polya. (1976). Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. México.

Polya, G. (1976). Cómo plantear y resolver problemas . México: Editorial Trillas.

Prieto. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: el caso del aprendizaje basado en problemas, en *Miscelánea Comillas. Revista de Ciencias Humanas y Sociales* Vol.64. Núm.124. Págs. 173-196.

Prieto, L. (. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: el caso del aprendizaje basado en problemas, en *Miscelánea Comillas. Revista de Ciencias Humanas y Sociales*, 64(124), 173-196.

Puig, L., & Cerdán, F. (8-10 de julio de 1990). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Conferencia plenaria invitada en la Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en *Matemática Educativa*, (págs. 1-32). Acapulco, Guerrero, México.

- Quirós, M. E. (14 de Agosto de 2009). Recursos didácticos digitales: medios innovadores para el trabajo colaborativo en línea. Obtenido de Dialnet. Recursos Didacticos Digitales : http://www.aulaplaneta.com/wp-content/uploads/2015/09/infografia_521.pdf
- REPÚBLICA DE COLOMBIA, M. d. (2004). Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas de Educación Básica y Media en Colombia". Bogota: MEN.
- RIQUELME, L. E. (2005). "Uso de la herramienta Excel como Recurso de Enseñanza Contribucion al Rendimiento en Matemáticas, en Alumnos Adultos en Programa de Regularización de Estudios". Bucaramanga, Tesis de Grado de Maestría en Educación.
- Rizo, C. C. (1999). Estrategias de Resolución de Problemas en la Escuela. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, noviembre. Vol 2, número 2-3. México. Pp 31-45.
- Rizo, C., & Campistrous, L. (Noviembre de 1999). Estrategias de Resolución de Problemas en la Escuela. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 2(2-3), 31-45.
- Roa, J. M. (2001). Valoración realizada por alumnos de E.S.O. acerca del comportamiento docente de sus profesores. Revista de Ciencias de la Educación (185), 89- 101.
- Rowland. (2005). Subtraction – difference or comparison?. Mathematics in School,.
- Sabino. (1992). Ed. Panapo, Caracas, 216 págs.
- Sainz. (2014). La visualización en geometría: un estudio en 3º ESO. Universidad de Cantabria .

Sal, P. J. (2009). ACERCA DE LA METÁFORA COMO RECURSO DE CREACIÓN LÉXICA EN EL CONTEXTO DIGITAL. ALGUNAS REFLEXIONES. Revista Electrónica De Estudios Filológicos. N° 18.

Sampieri. (2010). Enfoque cualitativo de tipo fenomenológico Recuperado de https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigaci%C3%B3n%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf .

Sardella, B. M. (2002). Poliedros en el aula. Números revista de didáctica de las matemáticas volumen 49, marzo de 2002, pág. 45-46.

Schoenfeld. (1991). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. Argentina: Ed. EDIPUBLISA.(Olimpiada Matemática) Argentina, 1991.

Schoenfeld, A. (1991). Ideas y Tendencias en la resolución de problemas matemáticos. Argentina: Olimpiada Matemática Argentina.

Sepúlveda, A. M. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Educación matemática, 21(2), 79-115. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-.

Sepúlveda, A., Medina, C., & Sepúlveda, D. I. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Educación matemática, 21(2), 79-115.

Servicio de Innovación Educativa. (2008). Aprendizaje Basado en Problemas. Madrid, España: Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid .

- Shulman. (1989). "Modelo de Razonamiento y Acción Pedagógica".
- Siza, M. (2009). Incidencia de una propuesta didáctica que integra los medios informáticos, desde el enfoque socioconstructivista en el desarrollo de la competencia matemática. Obtenido de <http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2009/131234.pdf>:
<http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2009/131234.pdf>
- Skate. (1998). "Case Studies", en DENZIN, N, K y LINCOLN, Y.S.(eds): Handbook of Qualitative Research, Sage Publications. Thousand Oaks. CA. pp.236-247.
- Smith, M. y. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. Mathematics Teaching in the Middle School, 3, pp. 344-350.
- Smith, M., & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. Mathematics Teaching in the Middle School(3), 344-350.
- Socas, M. (julio de 2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. San cristobal, España.
- Stenhouse. (1984). Investigación y desarrollo del curriculum. Morata.
- Stenhouse, L. (1985). Investigación y desarrollo del curriculum, Morata. Madrid pp. 194-221.
- Tamayo. (1997). Mario. El Proceso de la Investigación científica. Editorial Limusa S.A. México.
- Tobon, S. T. (2010). Secuencias didácticas, aprendizaje y evaluación de competencias, Pearson Mexico.

- TORP, L., & SAGE, S. (1998). El aprendizaje basado en problemas. Amorrortu, Buenos Aires, España.
- Torregosa, G. &. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10 (2). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. México, D. F.
- Torres. (2002). La Comunicación Educativa. Retos. Nuevas tendencias en educación física y deporte.
- Triviño Duran, L. S., Sola Martínez, T., & Rivas Olivo, M. A. (2013). Comprensión lectora y gráficos estadísticos en alumnos de cuarto grado de primaria. Educere, 17(58), 455-464.
- Tunnerann Bemheim, C. (2014). El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. Universidades , 21-32.
- UPM. (2008). Universidad politécnica de Madrid. Aprendizaje basado en problemas. Guías rápidas sobre nuevas metodologías. .
- VALLEJO, A. G. (1999.). Aplicación de un procedimiento basado en la zona de desarrollo próximo en la evaluación de dos grupos de niños en tareas matemáticas. Revista De Educación Nueva Época. No. 9.
- Valoyes, C. E. (2013). Estudio de la representación del álgebra en los documentos curriculares colombianos. Revista Perspectivas Educativas, 27.

Van Hiele, P. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría).

Van Hiele, P. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría). Tesis doctoral. Utrecht, Holanda: Universidad de Utrecht.

VanHiele. (s.f.).

Vigostky, Lev. (1978). El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores. Obtenido de Edición Ciudadano:
<http://bibliopsi.org/docs/materias/obligatorias/CFG/genetica/zalazar/Vygotski%20%20-%20El%20desarrollo%20de%20los%20procesos%20psicologicos%20superiores%20-%20Cap%20IV.pdf>

VIGOSTKY, LEV. (1978). El Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores. Barcelona, Barcelona, España: Crítica. Obtenido de Edición Ciudadano:
<http://bibliopsi.org/docs/materias/obligatorias/CFG/genetica/zalazar/Vygotski%20%20-%20El%20desarrollo%20de%20los%20procesos%20psicologicos%20superiores%20-%20Cap%20IV.pdf>

Villasmil. (2004). Las mesas técnicas de agua en el contexto de los cambios institucionales.

Wilson, S. S. (1987). "150 different ways" of knowing: Representations of knowledge in teaching. En J. Calderhead (Ed.), Exploring Teacher Thinking. Londres: Cassell, 104-124.

- Woods, E. y. (1997). Aprendizaje basado en problemas. Revista de docencia Universitaria. (REDU). Vol 9No 1. Enero ,abril 2011.
- Yacir, T. (16 de 06 de 2016). Registros de representacion semiotica. Obtenido de Referente Didáctico-Matemático Plan Ceibal:
http://www.slideshare.net/yacirt?utm_campaign=profiletracking&utm_medium=sss&utm_source=ssslideview
- Yáñez, T. (2012). Efectos de la resolución de problemas mediado por el weblog sobre el rendimiento en matemática. Tesis de maestría. Recuperado de <http://saber.ucv.ve/handle/123456789/1742>.
- Yin. (1989). Case Study Research Design and Methods, Applied Social Research Methods Series. Vol 5; Sage Publications, London.
- Yuni, J. A., & Urbano, C. A. (2006). Mapas y herramientas para conocer la escuela: investigación etnográfica e investigación-acción (3 ed.). Argentina: Editorial Brujas.
- ZEA, C. A. (2000). Conexiones, Informática y escuela: Un enfoque global. Medellín: Fondo Editorial Universidad EAFIT y Ed. Universidad Pontifica Bolivariana. 421 p (Falzon y Sauvagnac, 2000).
- Zepeda, G., Salcedo, M., Castañeda, H. Y., & Fregoso, C. B. (20-30 abril, 2017). Implementación de la estrategia educativa ABP colaborativo. Obtenido de VII Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia:
<http://www.eduqa.net/eduqa2017/index.php/biblioteca-de-ponencias>

Zimmerman. (2000). Empowerment Theory Psychological, Organizational and Community Levels of Analysis.

Anexo 1. Tabla 8 Núcleo Básico del Conocimiento según MEN

CO D	DESCRIPCIÓN
11	AGRONOMIA VETERINARIA Y AFINES - Agronomía
12	AGRONOMIA VETERINARIA Y AFINES - Zootecnia
13	AGRONOMIA VETERINARIA Y AFINES - Medicina veterinaria
14	SIN CLASIFICAR
24	BELLAS ARTES - Artes plásticas, visuales y afines
25	BELLAS ARTES - Artes representativas
26	BELLAS ARTES - Publicidad y afines
27	BELLAS ARTES – Diseño
28	BELLAS ARTES – Música
69	ECONOMIA, ADMINISTRACION, CONTADURIA Y AFINES – Administración
270	BELLAS ARTES - Otros programas asociados a bellas artes
313	CIENCIAS DE LA EDUCACION - Educación
440	CIENCIAS DE LA SALUD - Bacteriología
441	CIENCIAS DE LA SALUD – Enfermería
442	CIENCIAS DE LA SALUD – Terapias
444	CIENCIAS DE LA SALUD - Instrumentación quirúrgica
445	CIENCIAS DE LA SALUD – Medicina
446	CIENCIAS DE LA SALUD - Nutrición y dietética
447	CIENCIAS DE LA SALUD – Odontología
448	CIENCIAS DE LA SALUD - Optometría, otros programas de ciencias de la salud
450	CIENCIAS DE LA SALUD - Salud publica
553	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Antropología, artes liberales
555	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Bibliotecología, otros de ciencias sociales y humanas
556	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Ciencia política, relaciones internacionales
557	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Comunicación social, periodismo y afines

558	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Deportes, educación física y recreación
559	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Derecho y afines
561	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Formación relacionada con el campo militar o policial
562	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Geografía, historia
564	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Lenguas modernas, literatura, lingüística y afines
566	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Psicología
568	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Filosofía, teología y afines
569	CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS - Sociología, trabajo social y afines
611	ECONOMIA, ADMINISTRACION, CONTADURIA Y AFINES - Economía
612	ECONOMIA, ADMINISTRACION, CONTADURIA Y AFINES - Contaduría pública
818	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Arquitectura
819	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería biomédica y afines
820	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería ambiental, sanitaria y afines
821	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería administrativa y afines
822	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería agrícola, forestal y afines
823	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería agroindustrial, alimentos y afines
824	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería agronómica, pecuaria y afines
825	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería civil y afines
826	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería de minas, metalurgia y afines
827	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería de sistemas, telemática y afines
828	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería eléctrica y afines
829	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería electrónica, telecomunicaciones y afines

830	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería industrial y afines
831	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería mecánica y afines
832	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Ingeniería química y afines
833	INGENIERIA, ARQUITECTURA, URBANISMO Y AFINES - Otras ingenierías
934	MATEMATICAS Y CIENCIAS NATURALES - Biología, microbiología y afines
935	MATEMATICAS Y CIENCIAS NATURALES - Física
936	MATEMATICAS Y CIENCIAS NATURALES - Geología, otros programas de ciencias naturales
937	MATEMATICAS Y CIENCIAS NATURALES - Matemáticas, estadística y afines
939	MATEMATICAS Y CIENCIAS NATURALES - Química y afines

Anexo 2. Procesos de internalización en la autorregulación.

Según la teoría de (Vigostky.Lev, 1978). Toda función psicológica superior es externa porque fue social antes que llegar a ser una función psicológica individual, "... En el desarrollo cultural del niño toda función aparece dos veces: primero entre personas (de manera interpsicológica) y después, en el interior del propio niño (de manera intrapsicológica)".

(Vigostky.Lev, 1978)

- Los procesos intrapsicológicos:

Son los procesos psicológicos que se dan al interior del niño. De manera individual.

- Los procesos interpsicológicos:

Son aquellos que ocurren en la interacción, el intercambio de realidades y mundos en el contexto social.

En este sentido los procesos de internalización, llevan a la autorregulación teniendo como punto de partida lo social y como punto de llegada lo individual. El proceso cognitivo y comunicativo se da a través del lenguaje, cuando el individuo interioriza esta serie de signos los convierte en instrumentos propios del pensamiento, es decir en medios de autorregulación.

- **Zona de Desarrollo Próximo (ZDP):**

(VIGOSTKY.LEV, 1978), citado por (VALLEJO, 1999.), definió la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como la distancia entre "el nivel de desarrollo real del niño tal y como puede ser determinado a partir de la resolución independiente de problemas" y el nivel más elevado de

“desarrollo potencial y tal como es determinado por la resolución de problemas bajo la guía del adulto o en colaboración con iguales más capaces”. (VALLEJO, 1999.)

- **Nivel de Desarrollo Real (NDR):**

El NDR. Es el conjunto de actividades que el sujeto puede hacer por sí mismo, de un modo autónomo, sin la ayuda de los demás. Aclara que en el aprendizaje escolar el niño trae conocimientos y saberes previos; en consecuencia, tanto aprendizaje como conocimiento están presentes desde el nacimiento. (Vigostky.Lev, 1978).

- Nivel de Desarrollo Potencial (NDP):

Es el nivel de actividades que podría alcanzar el sujeto con la colaboración y guía de otras personas, es decir, en interacción con los otros. En ella se determina el desarrollo de las funciones psicológicas individuales en la actividad colectiva y la interacción social del niño. (Vigostky.Lev, 1978).

Dicho en términos más generales, la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) es el espacio en que, gracias a la interacción y la ayuda de otros, una persona puede trabajar y resolver un problema o realizar una tarea de una manera y con un nivel que no sería capaz de tener individualmente.

De acuerdo con la caracterización de Vygotsky y sus continuadores, es en la ZDP donde el aprendiz puede ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia, y otros, 1999).

El mismo autor describe "... es en esta zona donde el profesor puede actuar para ofrecer una ayuda ajustada, y construir andamiajes mediados por las Tic, para guiar a los alumnos a que comprendan los contenidos y apoyarlos en el desarrollo de sus competencias, sin perder la visión pedagógica socioconstructivista en el logro de los aprendizajes integrales". (Coll, Martín, Mauri, Mariana Miras, & Zabala., 1993). Para concretar hay tres cuestiones que deben estar ya claras que pueden ocurrir según (Onrubia, y otros, 1999).

"La primera cuestión es que una misma forma de intervención o actuación del profesor puede, en un momento dado y con unos alumnos dados, servir como ayuda ajustada y favorecer el proceso de creación y asistencia en la ZDP, y en otro momento o con otros alumnos, no servir en absoluto como tal y no favorecer ese proceso, en función de los significados y sentidos que aporten los alumnos a la situación en cada caso concreto. La segunda cuestión es que la enseñanza no puede, desde esta perspectiva, limitarse a proporcionar siempre el mismo tipo de ayudas ni a intervenir de manera homogénea e idéntica en cada uno de los casos. 3. La tercera cuestión es que, desde estas nociones, la dimensión temporal de las situaciones de enseñanza y aprendizaje adquiere una relevancia fundamental en el momento de decidir qué ayuda concreta puede ser más ajustada en cada caso o de analizar si una intervención específica realizada ha sido ajustada o no" (Coll, Martín, Mauri, Mariana Miras, & Zabala., 1993)

Mediación:

De acuerdo con (Coll, Martín, Mauri, Mariana Miras, & Zabala., 1993). "Los mediadores son los diversos recursos, con los cuales el tutor o facilitador construye un andamio (andamiaje), en el que se apoya, en este caso pueden ser digitales o de otra naturaleza los cuales son un escalón diseñado para conducir a los alumnos hacia la independencia" (Acosta Luévano, 2015)

El concepto de mediador y de aprendizaje mediado tiene su origen en la Teoría Sociocultural de (Vigostky.Lev, 1978), la cual operacionaliza a través de la llamada Zona de Desarrollo Potencial (ZDP) una forma de lograr aprendizajes duraderos y el desarrollo óptimo de un estudiante con la ayuda de los adultos o de otros estudiantes más avanzados. (Vigostky.Lev, 1978).

Las actividades diseñadas para desarrollar esta propuesta, están mediadas por la AHD, una herramienta virtual que contiene de manera organizada y didáctica los recursos a utilizar para llevar a cabo el proceso de enseñanza –aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas.

Andamiaje:

Según (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015), los conceptos de “andamiaje”, se refieren a la función del maestro relacionada con el brindar soporte adecuado a los estudiantes durante el proceso didáctico y cuando en el mismo, el maestro debe ajustar la dirección y planeación para garantizar resultados satisfactorios y el cumplimiento de las metas de aprendizaje para todos los estudiantes.

En este aspecto, el maestro debe considerar con detenimiento las necesidades particulares de sus estudiantes, observando sus diferencias conceptuales, ritmos de aprendizaje su inclusión y capacidades excepcionales. Del mismo modo conforme el estudiante se vuelve más diestro, el profesor va retirando el andamiaje para que se desenvuelva independientemente.

Ayuda ajustada:

Según (Onrubia, y otros, 1999). La ayuda ajustada son las actividades desde sus propias posibilidades y de los apoyos o soportes que le brinde el maestro. El autor sostiene que cuando se habla de ayudas se hace referencia a un amplio abanico que tiene el docente para su actuación,

desde la intervención directa con un alumno o un grupo de alumnos hasta la organización global de la situación: Determinar la duración de una sesión-clase, elegir el espacio en el que tendrá lugar, seleccionar la disposición del mobiliario en un aula ordinaria, decidir el tipo de materiales de consulta con que trabajarán los alumnos, establecer que las actividades habituales serán en pequeño grupo o con todo el grupo clase, presentar a los alumnos un contenido en un momento u otro del curso escolar o del ciclo, estructurar de una u otra forma los momentos de exposición o explicación, posibilitar o no determinadas formas de participación de los alumnos en el aula, permitir que incorporen cuestiones o elementos de su interés, ofrecerles determinados modelos de actuación, formularles indicaciones y sugerencias para abordar nuevas tareas, corregir errores, dar pistas, ofrecer posibilidades de refuerzo o ampliación, elogiar su actuación, valorar los esfuerzos o el proceso que han realizado... pueden ser todos ellos ejemplos de ayuda educativa y forman parte, todos ellos, de la tarea de enseñar. (Onrubia, y otros, 1999).

Siguiendo el mismo autor afirma, que ofrecer una ayuda ajustada al aprendizaje escolar supone crear ZDP (Zona de Desarrollo Próximo) y ofrecer asistencia y apoyos en ellas, para que, a través de esa participación y gracias a esos apoyos, los alumnos puedan ir modificando en la propia actividad conjunta sus esquemas de conocimiento y sus significados y sentidos, y puedan ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia, y otros, 1999).

Construcción de Significados Compartidos

La construcción compartida de significados a través del lenguaje, es un mecanismo interpsicológico del aprendizaje colaborativo, junto con la interdependencia positiva y las relaciones psicosociales. Implica: la producción conjunta de objetivos, planes y significados;

interpretar y contribuir con explicaciones y argumentaciones; mediar y coordinar mutuamente las contribuciones, puntos de vista, críticas y roles en la interacción o exponer reflexiones individuales y colectivas. (Fernández & Trigueros, 2016)

Según (Mercer, 2001), cada vez que dialogamos con una o más personas participamos en un proceso de colaboración en el que se negocian significados y se movilizan conocimientos comunes. Citado por (Fernández & Trigueros, 2016)

Actividad conjunta

Se entiende como actividad conjunta, la interactividad de naturaleza esencialmente constructiva en torno a los saberes y tareas de aprendizaje, que potencien la comprensión y elaboración significativa de conocimientos que se construyen con las aportaciones de los participantes, promoviendo las capacidades de aprendizaje autónomo y autorregulado. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

Anexo 3. Elementos básicos del aprendizaje colaborativo.

Para que un trabajo grupal sea realmente colaborativo es importante delimitar algunos elementos básicos. (Johnson, 1999.)

a. Interdependencia positiva. Consiste en suscitar la necesidad de que los miembros de un grupo tengan que trabajar juntos para realizar el trabajo encomendado. Para ello el docente propone una tarea clara y un objetivo grupal para que los alumnos sepan que se hundirán o saldrán a flote juntos. Es el principal elemento; sin él no existiría cooperación. En palabras de Johnson et al. (1999:21) “Los miembros de un equipo deben tener en claro que los esfuerzos de cada integrante no sólo lo benefician a él mismo sino también a los demás miembros. Esta interdependencia positiva crea un compromiso con el éxito de otras personas, además del propio, lo cual es la base del aprendizaje cooperativo. Sin interdependencia positiva, no hay cooperación”.

Alrededor de la interdependencia positiva se han definido un conjunto de otras interdependencias que dan estructura y organización al trabajo grupal estas son:

- En la interdependencia de metas: Todos los miembros del grupo participan en la definición de metas y objetivo del proyecto o tarea que los ocupa.
- La interdependencia de tareas: permite la división de tareas de acuerdo a las fortalezas de cada uno de los miembros, lo cual posibilita que el grupo sea más eficiente en el logro de sus metas.
- Interdependencia de Recursos: Se refiere a la responsabilidad de cada miembro del equipo, frente a la administración y uso de los recursos requeridos para una tarea específica.

- **Interdependencia de Roles:** Hace referencia a la asignación de roles y responsabilidades a cada uno de los miembros del equipo, lo cual permite que el grupo se autocontrole. La asignación de roles permite explorar habilidades de cada estudiante para potencializar a favor del logro de la meta propuesta con el aporte de cada uno.

- **La interdependencia de premios:** Son los estímulos que se otorgan al equipo una vez logrados los objetivos propuestos como el resultado de un trabajo cooperativo.

b. Interacción cara a cara: En este segundo elemento básico del aprendizaje colaborativo, se centra en el contacto cara a cara entre los integrantes del equipo, lo cual posibilita el desarrollo de habilidades sociales tales como: La escucha, el respeto por el otro, la solidaridad, la democratización de las decisiones.

c. Contribución Individual y grupal: Conduce a que el alumno asuma un papel participativo en el proceso, a través de actividades que le permitan exponer e intercambiar ideas, aportando opiniones y/o experiencias al contraste crítico de pareceres y opiniones. En el aprendizaje colaborativo cada uno es responsable de una tarea específica la cual es determinante en el logro de las tareas del equipo.

d. Habilidades Interpersonales: Este potencia el desarrollo de habilidades personales y grupales en torno a objetivos comunes, a nivel individual se desarrolla la comunicación e interacción con otros, la habilidad de escuchar activamente, hablar por turnos, aceptar la diversidad, compartir, intercambiar y sintetizar ideas. A nivel grupal las habilidades que se desarrollan son: la capacidad de planificar cooperativamente de auto organizarse, autorregularse y tomar decisiones en equipo.

e. **Procesamiento grupal:** Es de gran trascendencia al interior del equipo, para que se establezcan mecanismos continuos de reflexión, sobre la efectividad del equipo con relación a las metas propuestas, de tal manera que se asegure la autorregulación y se asuman directrices para futuros trabajos. (autoevaluación grupal).

Elementos para tener en cuenta según (Kumar, 1996), para el diseño, desarrollo e implementación del aprendizaje colaborativo

1. El control de las interacciones colaborativas:

Hace referencia al modelo de sistema en que se proporciona y apoya la comunicación entre los participantes. La estructuración de la tarea, la posibilidad de espacios grupales para el trabajo, el uso de comunicación sincrónica y asincrónica, el proceso de comunicación con el profesor, etc.

2. Los dominios de aprendizaje colaborativo:

Los dominios de conocimiento en el aprendizaje colaborativo son de orden complejo necesitan, tal como lo plantea (Lage, 2005), que los grupos adquieran habilidades para: planear juntos, categorizar, memorizar y la distribución de tareas. La idea es que el grupo sepa cuáles son los prerrequisitos del tema a aprender y refuerce e internalice el tema utilizando el medio colaborativo.

3. Las tareas de aprendizaje colaborativo:

Se pueden enumerar tareas de tipo procedimental, de análisis de conceptos colaborativos, y tareas de resolución de problemas. Las tres se basan en el concepto de aprendizaje, que conduce al logro de un propósito particular y a la integración de las

partes cuando el objetivo conceptual se produce, sin olvidar la importancia de las actividades individuales para el aprendizaje.

4. Entornos colaborativos de aprendizaje:

Se ha de entender entorno como el ambiente colaborativo de aprendizaje. El conjunto de elementos en interrelación que constituyen un sistema que favorece el aprendizaje (Gros, 2008, p.16). La investigación acerca del aprendizaje colaborativo no identifica formalismos para el diseño de un ambiente ideal para los miembros, esta evaluación y prescripción es dependiente de varios factores entre ellos: la teoría del aprendizaje adoptada, de la aplicación o herramienta diseñada, el número de los miembros y del medio colaborativo. (Lage, 2005).

5. Los roles en ambientes de aprendizaje colaborativo:

En un ambiente de aprendizaje colaborativo es necesario considerar que el tamaño del grupo es un factor importante para la distribución de roles. El rol de cada estudiante establece ciertas responsabilidades que permiten aprender a trabajar en grupo y permiten establecer estrategias de comunicación y negociación. En general en un ambiente colaborativo existen un conjunto de tareas tales como: definir, descomponer, criticar, resumir y referenciar, entre otras. Para llevarlas a cabo es necesario la definición de diferentes roles, por lo cual se deberá tener modelos previos.

6. Los dominios de aprendizaje colaborativo:

Los dominios de conocimiento en el aprendizaje colaborativo son de orden complejo que necesitan que los grupos adquieran habilidades para: planear juntos, categorizar, memorizar y la distribución de tareas. La idea es que el grupo sepa cuáles

son los prerrequisitos del tema a aprender y refuerce e internalice el tema utilizando el medio colaborativo.

7. Tutorización en el aprendizaje colaborativo:

Son las diversas interacciones que apoyan el aprendizaje, entre alumnos en el mismo nivel, entre el alumno y el alumno experto y entre el alumno y el maestro. (Siza, 2009). Hay numerosos métodos de tutorización que pueden apoyar el aprendizaje colaborativo: tutorización entre iguales, aprender enseñando, aprendizaje a través de la negociación.

8. Colaboración mediante apoyo tecnológico:

El uso de la tecnología como medio de aprendizaje colaborativo ha tenido cambios muy sustanciales en las dos últimas décadas. Ya sea de comunicación sincrónica o asincrónica, haciendo uso de chat, correo electrónico o foros de discusión (Siza, 2009)

Anexo 4. Problema Educativo

Fuente: índice sintético de la calidad educativa 2016 (ISCE) I.E. Luis Arango Cardona

DANE 163401000115

<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siempre diae/86438>



Anexo 5. Estándares Básicos de Competencia

Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

Lineamientos Curriculares

Respecto al álgebra, se considera que en un primer momento generaliza patrones aritméticos y posteriormente se constituye en una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, es por ello que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y de la ecuación, las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación, el análisis de relaciones funcionales y de la variación en general para explicar de qué forma un cambio en una cantidad produce un cambio en otra, y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables, todos éstos desarrollos propios del pensamiento variacional.

...Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas”

La comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas.

Para entender un concepto matemático o para resolver un problema es necesario, a partir de la comprensión inicial, realizar alguna representación de las relaciones que tienen que ver con

el concepto o con el problema: Los símbolos de los números y sus relaciones tienen sentido sólo cuando representan una multiplicidad de significados; no cuando son, simplemente, el resultado de un aprendizaje mecánico.

Derechos Básicos Aprendizaje v2

Los derechos básicos de grado noveno: Propone y desarrolla expresiones algebraicas sobre el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre ellas.

Matrices de Referencia

La matriz de referencia es un instrumento de consulta basado en los estándares básicos de competencias (EBC), útil para que la comunidad educativa identifique con precisión los resultados de aprendizaje esperados para los estudiantes (MEN, 2006).

Dicha matriz es un instrumento que presenta los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia, relacionándolos con las evidencias de lo que debería hacer y manifestar un estudiante que haya logrado dichos aprendizajes en una competencia específica como insumo para las pruebas saber de 3°, 5° y 9°. Constituye un elemento que permite orientar procesos de planeación, desarrollo y evaluación formativa.

Tabla 3. Matriz de referencia

Compon ente	Competencia Razonamiento	
	Aprendizaje	Evidencias

	Identificar y relacionar los elementos de la ecuación asociada a funciones (lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa), con las características de la gráfica.	Utilizar propiedades para determinar si un problema, que se representa a través de una ecuación, tiene o no solución
		Plantear y resolver problemas en otras áreas, relativos a situaciones de variación con funciones lineales o a fines.

Anexo 6. Conocimiento específico... Continuación

Concepto de ecuación

Desde la teoría de ecuaciones se dice que una ecuación polinómica es aquella que se puede expresar en forma general

$$a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + anx^n = 0$$

De donde $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ son coeficientes numéricos cualesquiera pertenecientes al dominio de los reales, n es un número entero el cual indica el grado de la ecuación, siempre y cuando $n > 0$ y $a_n \neq 0$; finalmente las raíces del polinomio son los valores que puede tomar x , tal que al reemplazar en la ecuación polinómica se obtiene $0=0$. Por otro lado se hace necesario aclarar, de acuerdo a la teoría de ecuaciones, que estas expresiones no solo poseen una variable, si no que puede encontrarse colecciones finitas de variables. Por esta razón se hace uso de la siguiente notación, haciendo referencia en general a expresiones variables en una colección finita de variables x, y, z, \dots, w por lo cual se escribe $p(x, y, z, \dots, w)$, $q(x, y, z, \dots, w)$, $f(x, y, z, \dots, w)$, etc., (Pinzón et al., 2010).

Como en esta propuesta solo se trabaja una sola variable x , una ecuación se define como una proposición abierta de la forma $P(x)=q(x)$. Si se cumple la igualdad para cualquier x perteneciente al dominio de la variable, se dice que la ecuación es una identidad. Si por el contrario, hay por lo menos un x en el dominio de la variable que no satisfaga la ecuación, entonces se dice que es una ecuación condicional (Dewar., 2000).

Para expresar la diferencia entre este tipo de ecuaciones se toman algunos ejemplos. Sea la ecuación

$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

La cual se satisface con la serie de todos los números reales excepto $x=1$. Puesto que 1 no pertenece al dominio de la variable, la ecuación es una identidad.

Sea ahora la ecuación $4x-1=2$ se tiene que 3 se encuentra en el dominio de la variable, sin embargo no satisface la ecuación, puesto que $4(3)-1 \neq 2$. Por lo tanto es una ecuación condicional (Dewar., 2000).

En la red se encuentran algunas definiciones como las siguientes:

- Cualquier afirmación matemática que utiliza el signo igual para establecer que dos expresiones algebraicas representan el mismo número o son equivalentes, se llama ecuación algebraica (Camargo, 2001).

- Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas relacionadas a través de operaciones, números e incógnitas (letras), las cuales representan valores que son necesarios de hallar.

- Es una igualdad entre dos expresiones que contiene una o más incógnitas.

En este tipo de definiciones no se ve la formalidad necesaria pero sirven para un acercamiento al concepto de ecuación.

Ecuación cuadrática

En ecuación se definió la ecuación como aquella que puede escribirse de la forma $a + ax^1 + ax^2 + ax^3 + \dots + anx^n = 0$, donde n es un entero no negativo y $a_i = 1, 2, 3, \dots, n$ son número reales. (Gustin, 2014).

Entonces una ecuación cuadrática o de segundo grado es aquella ecuación en la cual una vez simplificada, su máximo exponente es $n=2$. En términos generales una ecuación cuadrática es aquella que se puede escribir de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde a , b y c son los coeficientes numéricos pertenecientes al conjunto de los números reales y $a \neq 0$. Este tipo de ecuación se denomina ecuación cuadrática completa, pues tiene un término x^2 , un término x y un término independiente de x . (Gustin, 2014).

También se pueden encontrar expresiones cuadráticas de la forma:

$$ax^2 + bx = 0 \text{ con } b \neq 0 \text{ y } c = 0,$$

$$ax^2 + c = 0, \text{ con } b = 0 \text{ y } c \neq 0 \text{ y}$$

$$ax^2 = 0, \text{ con } b = 0 \text{ y } c = 0$$

Este tipo de ecuaciones se denominan ecuaciones cuadráticas incompletas, pues carecen del término x o del término independiente.

Otra manera de denotar la ecuación cuadrática es a partir de la expresión

$$y = ax^2 + bx + c$$

Aquí relacionamos una ecuación cuadrática y el concepto de función. El cual se define como la correspondencia entre dos conjuntos X y no vacíos, donde a cada elemento del conjunto X le corresponde uno y solo un elemento del conjunto Y , y se denota: $y = f(x)$.

De esta relación se puede establecer una representación gráfica en el plano cartesiano de la ecuación cuadrática, donde establece una función definida por la ecuación

$$y = ax^2 + bx + c$$

se llama función cuadrática.

El dominio es el conjunto de los números reales y se representa gráficamente por una curva llamada parábola como se muestra a continuación.

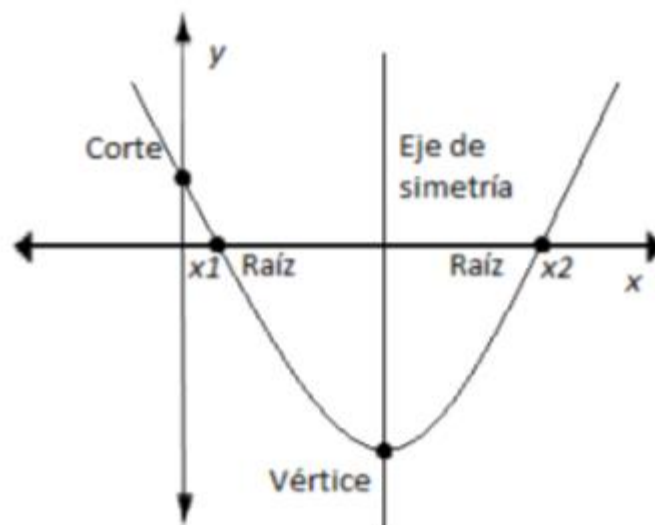


Gráfico 1

Figura: representación gráfica de una ecuación cuadrática

El vértice es el valor mínimo o máximo que alcanza la gráfica, el eje de simetría es una recta perpendicular al eje X, que nos muestra que la parábola es una curva simétrica; el corte nos muestra el punto donde la parábola atraviesa el eje Y (para las ecuaciones cuadráticas se toma la constante c de la expresión cuadrática); las raíces que son los puntos de corte con el eje X y representan el conjunto solución de la ecuación cuadrática. $S = \{x_1, x_2\}$

Pero la representación gráfica depende de los coeficientes de la ecuación, podemos observar los siguientes casos dependiendo si a es positivo o negativo (Gustin, 2014).

Sea la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, si a es >0 la gráfica sería

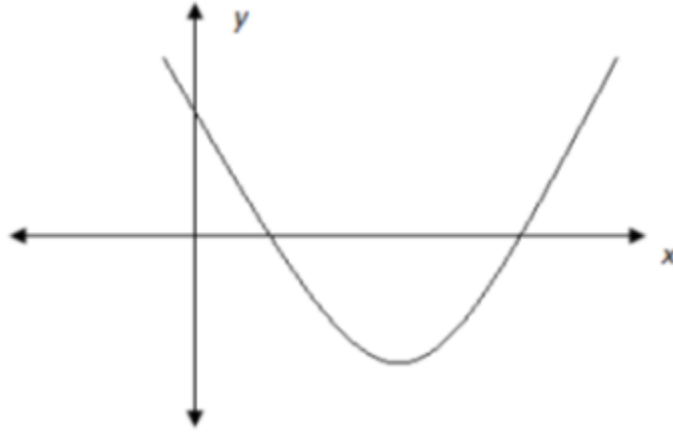


Gráfico 2

Figura: grafica si $a > 0$

Si $a < 0$

Gráfico 3

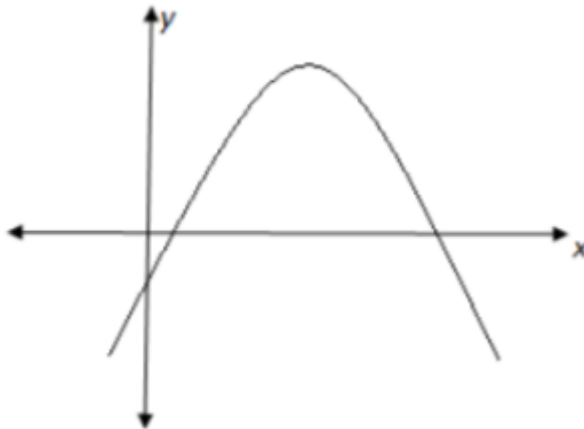


Figura: grafica si $a < 0$

Optimización de una función cuadrática

En una función cuadrática los valores de a , b , y c que son las constantes no permiten determinar por ejemplo si $a > 0$ es una parábola que abre hacia arriba y tiene un punto mínimo en $-b/2a$. Si la $a < 0$ es una parábola que abre hacia abajo y tiene un valor máximo en $-b/2a$, también el valor de las letras b y c determinan desplazamientos en el plano hacia arriba o abajo, o derecha e izquierda. (Gustin, 2014).

Solución de ecuaciones

El número de raíces está determinado por el grado de la expresión polinómica, es decir para el caso de las ecuaciones cuadráticas cuyo máximo exponente es dos, a lo sumo se encontraran dos soluciones.

Tipos de Ecuaciones Cuadráticas

- Ecuación cuadrática completa: Se dice a este tipo de ecuación se le llama completa cuando los coeficientes de a , b y c son **no nulos**.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Ejemplo:

$$5x^2 + 4x + 6 = 0$$

- Ecuación cuadrática incompleta: Se dice a este tipo de ecuación se le llama incompleta cuando no aparecen los coeficientes b ó c y/o ambos.

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$ax^2 = 0 \Rightarrow b = 0 \text{ y } c = 0$$

Ejemplo:

$$x^2 + x = 0$$

$$x^2 + 3 = 0$$

$$9x^2 = 0$$

Métodos de solución

Fórmula general

Para utilizar la fórmula general lo que debemos hacer es:

1° obtener los valores de los coeficientes de la ecuación cuadrática (a, b y c)

2° aplicamos la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ Con a, b y c coeficientes de la ecuación cuadrática. (Gustin, 2014).}$$

Ejemplo:

Obtener las soluciones de la ecuación cuadrática $x^2 - x - 6 = 0$

1° obtener los datos de los coeficientes:

$$a = 1, b = -1, c = -6$$

2° aplicamos la formula general:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 * 1 * (-6)}}{2 * 1} \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{1 - 5}{2} = -2$$

Por lo tanto las soluciones de esta ecuación es: $x=3$ y $x=-2$.

Resolución de ecuaciones con coeficientes fraccionarios

Para resolver la ecuación cuadrática con coeficientes fraccionarios habrá que transformarla en una ecuación cuadrática con coeficientes enteros.

Ejemplo:

$$x^2 + x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \text{se obtiene el m. c. m a partir}$$

de los valores de los coeficientes de la ecuación es 2

Obteniendo:

$$2x^2 + 2x + 1 = 0$$

Y luego calculamos estas soluciones utilizando la fórmula general.

Raíces o soluciones de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita

Discriminante de la ecuación cuadrática

En la fórmula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ que permite la resolución de cualquier ecuación cuadrática, la expresión subradical $b^2 - 4ac$ recibe el nombre de discriminante. (Gustin, 2014).

Podemos obtener tres valores de este discriminante con la ayuda de los coeficientes de la ecuación obtenemos que si:

Tabla 4 discriminante de la ecuación cuadrática.

$b^2 - 4ac > 0$	Entonces $\sqrt{b^2 - 4ac}$ representa un número real positivo que al sumarse y restarse de $-b$ determina que las raíces o soluciones sean dos números reales y distintos
$b^2 - 4ac = 0$	Entonces $\sqrt{b^2 - 4ac} = 0$ determina que las raíces o soluciones sean dos números reales e iguales
$b^2 - 4ac < 0$	Entonces $\sqrt{b^2 - 4ac}$ representa un número real negativo que determina que las raíces o soluciones son números imaginarios, es decir, la ecuación no tiene solución en el conjunto de los reales.

Con esto podemos determinar parámetros en los cuales los valores de los coeficientes se pueden establecer como por ejemplo determinar el valor de un número para que el discriminante se suscite en estos 3 casos.

Propiedades de las raíces o soluciones de la ecuación cuadrática

Hemos visto que toda ecuación cuadrática con una incógnita de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, tiene 2 soluciones o raíces que, en función de sus coeficientes, se expresan como:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Estas raíces o soluciones podemos sumarlas o multiplicarlas.

a. Propiedad de la suma de las raíces

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Eliminando los discriminantes tenemos que

$$x_1 + x_2 = -\frac{2b}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

b. Propiedad del producto de las raíces

$$x_1 * x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} * \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 * x_2 = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{4a^2}$$

$$x_1 * x_2 = \frac{(-b)^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$$

$$x_1 * x_2 = \frac{4ac}{4a^2}$$

$$x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$$

De aquí podemos obtener la verificación de las raíces que son las correctas y así podemos obtener la ecuación cuadrática completa. (Gustin, 2014).

$$\text{De la siguiente forma: } x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 * x_2) = 0$$

Para que podamos resolver muchos tipos de ecuaciones aprovecharemos el siguiente teorema

Teorema del factor cero

Si p y q son expresiones algebraicas, entonces

$$p * q = 0 \text{ si y solo si } p = 0 \text{ o } q = 0$$

Ejemplo:

$$\text{Resolver } x^2 - 11x + 30$$

Solución:

Se hallan dos números que multiplicados den 30 y sumados o restados den 11. En este caso son:

$$(x + a) \cdot (x + b) = x \cdot x + x \cdot b + a \cdot x + a \cdot b$$

$$= x^2 + (a + b)x + ab$$

FÓRMULA

Fórmula

$$(a+b)=-11 \text{ entonces } (-5)+(-6)=-11$$

$$A*b=30 \text{ entonces } (-5)*(-6)=30$$

$$(x-5)(x-6)=0$$

$$X-5=0 \text{ ó } x-6=0$$

$$X= 5 \text{ ó } x= 6$$

Una ecuación cuadrática especial

$$\text{Si } x^2 = \mp \sqrt{d}$$

Nota sobre notación

Es práctica común que una variable represente más de un valor, como en $x = \mp 3$.

Una notación más descriptiva es $x_{1,2}=\mp 3$, lo que implica que $x_1=3$ y $x_2=-3$.

El proceso de resolver $x^2=d$ como se indica en el recuadro precedente se conoce como sacar la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación. Note que si $d > 0$ obtenemos una raíz cuadrada positiva y una raíz cuadrada negativa. (Gustin, 2014).

Completar el cuadrado

Para completar el cuadrado para $x^2 + kx$ o $x^2 - kx$, sumamos $(\frac{k}{2})^2$; es, se suma el cuadrado de la mitad del coeficiente de x .

$$(1) \quad x^2+kx+(\frac{k}{2})^2=(x + \frac{k}{2})^2$$

$$(2) \quad x^2-kx+(\frac{k}{2})^2=(x - \frac{k}{2})^2$$

Función cuadrática Definición

Una función cuadrática es aquella que puede escribirse de la forma:

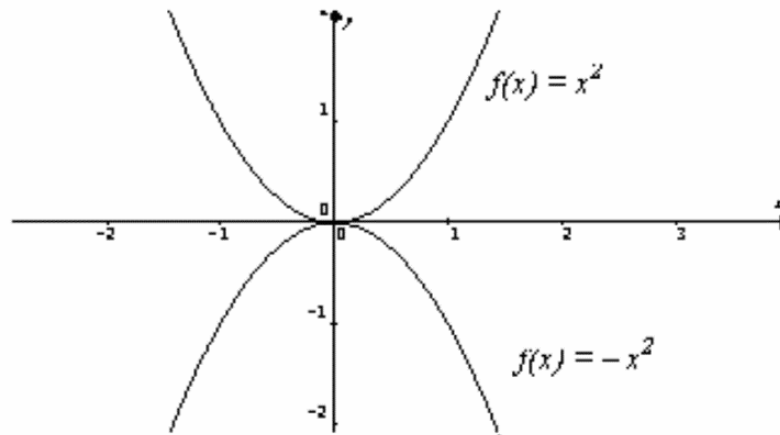
$f(x) = ax^2 + bx + c$ donde a , b y c son números reales cualesquiera y a distinto de cero.

Si representamos "todos" los puntos $(x, f(x))$ de una función cuadrática, obtenemos siempre una curva llamada **parábola**. (Gustin, 2014).

Como ejemplo, ahí tienes la representación gráfica de dos funciones cuadráticas sencillas:

$$f(x) = x^2$$

Gráfico 4



$$f(x) = -x^2$$

Método gráfico

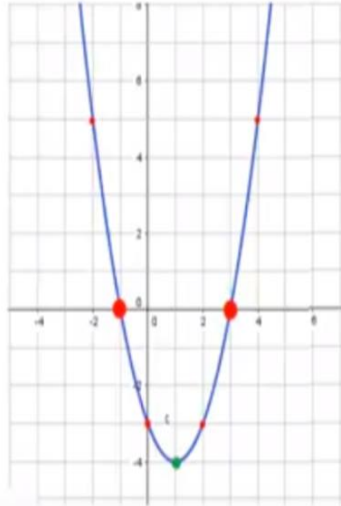
Gráfico 5

Al representar en el plano cartesiano la ecuación de segundo grado, se obtiene el gráfico de una parábola. Se construye una tabla de valores para x y para y , y se representan los puntos obtenidos en el plano cartesiano.

Graticar: $y = x^2 - 2x - 3$

$$a = 1; b = -2; c = -3$$

x	y
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5
-1	0
-2	5



INTERPRETACIÓN

Puntos de corte con el eje x:

$$(-1, 0) \text{ y } (3, 0)$$

SOLUCIÓN

$$x = -1 \quad x = 3$$

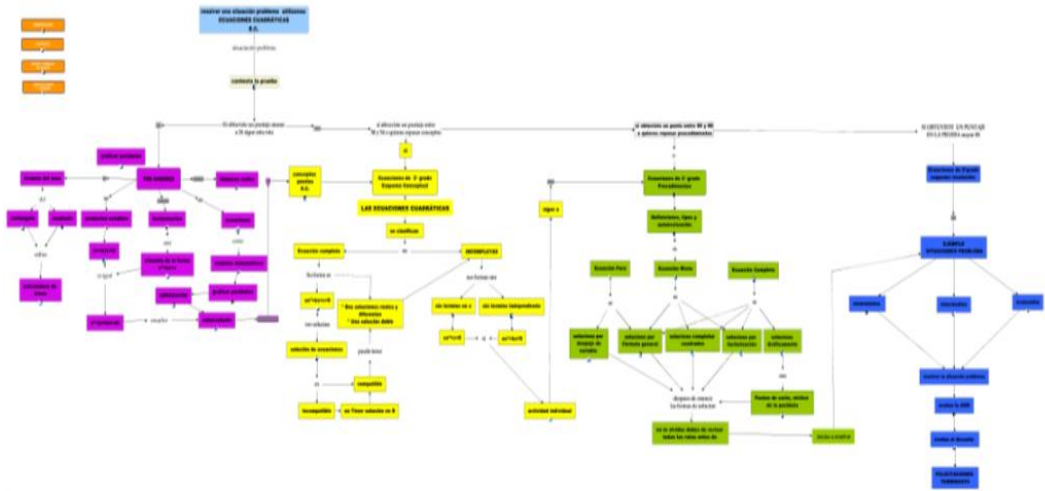
COORDENADAS DEL VÉRTICE

$$x = \frac{-b}{2a} \quad x = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1}$$

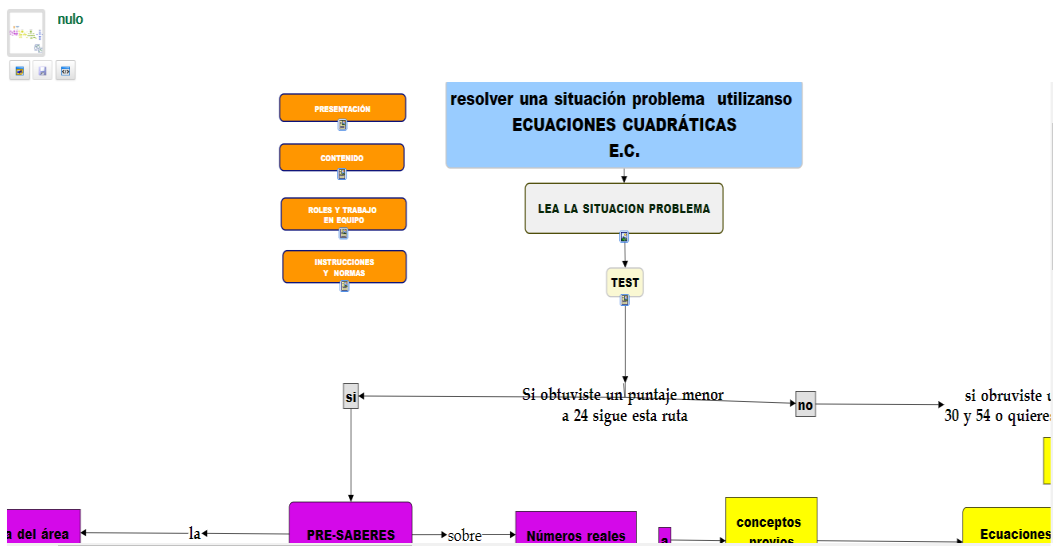
$$x = 1$$

$$y = 1^2 - 2(1) - 3$$

Anexo 7. Ayuda Hipermedial Dinámica



Encabezado



Anexo 8. Fases de la secuencia didáctica

Secuencia Didáctica:

La secuencia didáctica (SD) es el resultado de establecer una serie de actividades de aprendizaje diseñadas por el docente con un orden interno entre sí, partiendo de la intención de conocer, activar y movilizar aquellos conocimientos que los estudiantes ya dominan, creando Zonas de Desarrollo próximo (ZDP) a través de apoyos y soportes de todo tipo, diseñados por el profesor en situaciones que les obligue a implicarse en un esfuerzo de comprensión y de actuación para forzar la reestructuración y re conceptualización de nuevos conocimientos.

Nuestra SD, tiene como objetivo reconocer e interpretar el concepto de ecuaciones de segundo grado, y está compuesta de una fase problémica exploratoria de introducción a las ecuaciones y cuatro secciones clase, planeadas para el desarrollo temático de la unidad didáctica, para el aprendizaje de Ecuaciones Cuadráticas (E.C), las cuales relacionamos a continuación:

Primera fase problémica: La secuencia se apoya en el conocimiento previo del alumno sobre números reales. Comienza con una actividad donde se pretende que el alumno reconozca una situación problema de ecuación cuadrática. Realice un recorrido por la AHD donde encuentra los apoyos ajustados a diversas necesidades de conocimiento en forma de videos e imágenes, vínculos a calculadoras de ecuaciones cuadráticas (Symbolab), ejemplos en Geogebra, donde debe seguir la ruta más conveniente intentar resolver la situación.

En el inicio de este proceso se debe definir el problema, organizar las ideas, determinar que conocimientos, competencias y nuevos conocimientos necesita, formular un posible ruta o

estrategia para resolver el problema, explicar los pasos que va a seguir. Puede hacer preguntas como:

¿Qué queremos averiguar?

¿Qué conoce de la situación?

¿Qué desconoces de la situación?

¿Qué habilidades previas me pueden servir?

¿Le hace falta información o conocimiento del tema?

Segunda fase: Investigativa Formativa: En esta fase se trabaja en dos formas primero individual y luego grupal en el trabajo individual debe presentar un test en la parte inicial el cual puede presentar desde su casa con anterioridad compartido por el docente o puede realizarlo en la clase, con el objetivo de darle herramientas al alumno sobre la posible ruta a escoger en la navegación por la AHD, y la segunda en grupo de tres estudiantes con unos roles donde el éxito depende del compromiso individual y grupal

Realizar la navegación por donde el grupo crea que será la ruta más rápida pero con los conceptos y procesos que necesite para resolver la situación apoyada videos, imágenes y material disponible en la AHD previamente organizado en diferentes rutas por el docente.

Tercera fase: Soluciónica: Se continua el trabajo en los grupos establecidos iniciando la solución de la situación problema de ecuaciones cuadráticas, formular posibles soluciones hallar la ecuación cuadrática buscada, solucionar la ecuación y encontrar la gráfica de la parábola respectiva, intentar hallar el punto máximo que permita hallar la máxima área del terreno a cercar.

Cuarta fase: productiva: Realizar la autoevaluación en relación con diversos aspectos, tales como su capacidad de solución de problemas, los conocimientos adquiridos y el aprendizaje autónomo. Explicar la solución a los demás grupos de trabajo con el fin de mejorar la comprensión del problema comparando los resultados, redactar un informe final donde se muestre el proceso que los llevó a solucionar la situación problema de ecuaciones cuadráticas. Determinar si quedaron preguntas sin respuesta.

Los compañeros pueden ofrecer comentarios. Evaluar el grupo durante la misma sesión. Motivar el desarrollo en los estudiantes de la necesidad de tomar conciencia de que se involucren en el proceso de aprendizaje, mostrar su nivel de control y responsabilidad.

Cada sección está planeada para realizarse en 120 minutos máximo, aunque esto puede variar de acuerdo al nivel en que se encuentre cada grupo.


La secuencia demanda que el estudiante realice cosas, no ejercicios rutinarios monótonos, sino acciones que vinculen sus conocimientos y experiencias previas, con algún interrogante que provenga de lo real y con información sobre un objeto de conocimiento. Como se puede Ver en la SD.

Tabla 7 Secuencia didáctica (diseño tecnopedagógico)

Docente

Elkin Leonardo Marulanda Mejía

Nombre de la secuencia	Uso de la metodología (ABP) aprendizaje basado en problemas para desarrollar la enseñanza de ecuaciones cuadráticas.
Tiempo	6 horas de clase
Problema de enseñanza	¿Cómo facilitar con una secuencia didáctica mediada por tic la construcción del conocimiento de los estudiantes sobre ecuaciones cuadráticas utilizando la metodología ABP?
Aforismo	Con práctica, persistencia y dedicación lograremos una mejor comprensión.
Maestría	Enseñanza de la matemática
IE	Luis Arango Cardona (La Tebaida, Quindío)
IES	Universidad Tecnológica de Pereira
Fecha de elaboración	20/02/18 9:33 A.M.
Inicio	

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
1	90 min	<p>Primera fase-Problémica:</p> <p>Saludo</p> <p>Inicia clase con video de reflexión: trabajo en grupo https://www.youtube.com/watch?v=0V5tBO4D0iE</p> <p>Presentación de la situación problema</p> 	Sala múltiple, computador, tabletas,
		Situación problema: ¿Cuál es dimensión de la cerca que cubriría los	

	<p>tres lados frente a la casa como se observa la a figura, si queremos cubrir el área máxima del jardín y contamos solo con 60 metros de alambre?</p> <p>Trabajo grupal: Organiza grupos de tres estudiantes para una Discusión inicial de la situación problema sobre la estrategia que os ayude a resolverla, (15 minutos). Defina el problema en sus propias palabras, organice ideas que puedan relacionarse con el tema. Determine que conocimientos, competencias y nuevos conocimientos necesita Formula un posible ruta o estrategia para resolver el problema, donde expliques los pasos que vas a seguir. Puedes hacerte preguntas como: ¿Qué queremos averiguar ¿Qué conoce de la situación? ¿Qué desconoces de la situación? ¿Qué habilidades previas me pueden servir? ¿Le hace falta información o conocimiento del tema? Dejar tareas para la próxima clase.</p>	
--	---	--

Desarrollo

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
2	120 min	<p>Segunda fase- investigativa y formativa Saludo Inicia clase con video de reflexión: https://www.youtube.com/watch?v=pidhWGD-m_A Presentación de la ayuda hipermedial para resolver una situación problema con ecuaciones cuadráticas. Abra el siguiente enlace: enlace https://cmapscloud.ihmc.us/viewer/cmap/1S7GZZZ01-1ZW12C2-5NQ0</p> <p>Trabajo individual: Utilizando la AHD mide tus conocimientos con un test en la parte inicial, el resultado del test determinara si es necesario que repases pre-saberes, conceptos, procedimientos o vayas directamente a resolver situaciones problema.</p> <p>Trabajo en grupo: Se deben definir roles de trabajo, como líder,</p>	Sala múltiple, computador, tabletas, Internet, audífonos, cuadernos.

		<p>relator y secretario, buscar una estrategia única que abarque tiempo responsabilidades, trabajo individual y grupal donde el éxito o fracaso en la resolución de la situación depende de cada uno y del grupo.</p> <p>Investigación en la AHD sobre las temáticas y procedimientos relacionados con la situación problema, los métodos u otros ejemplos que me puedan guiar a la solución de la situación problema.</p> <p>Documentarse muy bien en la parte teórica.</p>	
No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
3	120 min	<p>Tercera fase- Soluciónica</p> <p>Saludo</p> <p>Inicia clase con video de reflexión: https://www.youtube.com/watch?v=fA6ZMym_N5Y&t=168s</p> <p>Trabajo en grupo: Retroalimentación sobre lo que se encontró para ayudar en la solución de la situación problema en la consulta e investigación realizada en AHD. Mejorar la comprensión del problema, formular posibles soluciones, construir posible modelos y ponerlos a prueba para comprobar que tan efectivos son, comprobar la solución obtenida.</p>	

Cierre

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
4	60 min	<p>Cuarta fase-Productiva</p> <p>Saludo</p> <p>Inicia clase con video de reflexión: https://www.youtube.com/watch?v=LSKTGjYFG6I</p> <p>Realizar la autoevaluación sobre su capacidad de solución de problemas, los conocimientos adquiridos y el aprendizaje del estudio autónomo.</p> <p>Haz coevaluación con tus compañeros solicitando fortalezas y debilidades en el proceso.</p> <p>Si es necesario complementa con otros materiales para actividades adicionales que complementen tu aprendizaje.</p>	<p>Sala múltiple, computador, tabletas, internet</p>

	<p>Cual fue la solución al problema propuesto. Sintetice y elabore el informe final que se presentara a todo el grupo, donde se muestre que sabían antes y lo que saben después de resolver la situación. Presentar las estrategias usadas y la solución o soluciones halladas Cierre a cargo del docente donde se institucionaliza el conocimiento. Responda los formularios de evaluación de la clase y el docente. Unificación de criterios de solución. Evaluación del tema Realizar evaluación clase.</p>	
--	--	--

Anexo 9. Recursos Materiales integrados a la AHD, para el desarrollo de la Secuencia

Didáctica

Sección Morada

Recursos materiales			
Tablero digital Tabletas Portátiles Cámara de grabación			
Programas informáticos			
Cmaptools Power point Redes sociales Formularios google			
Recursos digitales			
https://www.youtube.com/watch?v=fA6ZMym_N5Y	Aplicaciones de la función cuadrática.	Ivan Dario Camargo Godoy	11 sep 2009
https://www.youtube.com/watch?v=_g8IYhTeVqQ&feature=youtu.be	Área y perímetro rectángulo.	Más aprendo	17 may 2014
https://www.youtube.com/watch?v=f7lvYP5K_qY&feature=youtu.be	Área y perímetro del cuadrado	Más aprendo	17 may 2014
http://www.calculararea.com/rectangulo.htm	Calculadora área de rectángulos.		
https://www.youtube.com/watch?v=yidPXCFQLYc&feature=youtu.be	Diferencia de cuadrados	David Hernández	24 jun 2009

https://www.youtube.com/watch?v=SXuAmPTrhdw	Productos notables producto de la suma por la diferencia de dos cantidades representación geométrica.	Jorge Enrique Medina Riveros.	19 feb. 2017
https://www.youtube.com/watch?v=tgjzA7Xfi4&feature=youtu.be	Ecuación de segundo grado (factorización) ejercicio 1.	Mate fácil	9 oct 2015
https://www.youtube.com/watch?v=QpyWZbkjb-k&feature=youtu.be	Modelo de áreas para la multiplicación de binomios.	KhanAcademy Español.	4 oct. 2015
https://www.youtube.com/watch?v=PBRwEwqAak4	Máximos y mínimos de funciones cuadráticas.	matematicatuya	11 mar 2012
https://www.youtube.com/watch?v=IsoFP2YApvs&feature=youtu.be	Los números reales- ejemplo paso a paso	Jorge Cogollo.	16 sept. 2013
https://www.youtube.com/watch?v=1TF31ZRxQoI&feature=youtu.be	Como resolver problemas de ecuaciones en 5 pasos- matemáticas.	Academia JAF.	4 ago. 2016
https://www.youtube.com/watch?v=khORo7Xl1BE&feature=youtu.be	Ecuaciones cuadráticas como modelos matemáticos (parte 2)	Tutor Expertos.	10 abr 2013.

https://www.youtube.com/watch?v=S19IQW7UrQ	Graficar una función cuadrática mediante la tabla de valores.	ElShowDelNerd	16 dic.2016
---	---	---------------	-------------

Sección Amarillo

https://es.wikibooks.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_cuadr%C3%A1tica/Conceptos_previos	Ecuaciones cuadráticas/ conceptos previos.	wikilibros	4 dic 2017
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX5563B9-4J9VHZ-13P/CONCEPTO%20ECUACION%20CUADR%C3%81TICA.png	Concepto ecuación de segundo grado.		
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX5537GZ-1CJN2H9-WX/ECUACION%20CUADR%C3%81TICA%20COMPLETA.png	Ecuación de segundo grado completa.		
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX555HS8-TF4V3F-12Q/ECUACION%20INCOMPLETA%20SIN%20TERMINO%20EN%20X.png	Ejemplo ecuación incompleta sin termino en X.		
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX554MGJ-166FOKX-10L/ECUACION%20CUADRATICAS%20SIN%20TERMINO%20INDEPENDIENTE.png	Ejemplo de ecuación cuadrática sin término independiente		
https://es.educaplay.com/es/recursoseducativos/874616/evaluacion_ecuacion_cuadratica.htm	Evaluación ecuación cuadrática.	Educaplay.	

Sección Verde

https://www.matesfacil.com/resueltos-ecuaciones-segundo-grado.htm	Ecuaciones de segundo grado completas.	Mates fácil.
https://conteni2.educarex.es/mats/11811/contenido/	Ecuaciones de segundo grado.	Atenex
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX555DP9-1X31K15-12K/ECUACION%20CUADRATICA%20PURA.jpg	Ecuación cuadrática completa pura.	
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX553YLC-2817WPK-YF/MIXTA.jpg	Ecuación cuadrática incompleta mixta.	
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX555MZB-RT8FX4-12W/ECUACION%20CUADRATICA%20COMPLETA.jpg	Ecuación cuadrática completa.	
https://es.symbolab.com/solver/quadratic-equation-calculator/X%5Cleft(X-3%5Cright)%3D0	Calculadora de ecuaciones cuadráticas.	symbolab
http://www.disfrutalasmaticas.com/algebra/ecuaciones-cuadraticas-solucionador.html	Solucionador de ecuaciones cuadráticas.	Disfruta las matemáticas.
https://es.symbolab.com/solver/quadratic-equation-calculator/2x%5E%7B2%7D%2B4x%3D0	Calculadora de ecuaciones cuadráticas.	symbolab

https://es.symbolab.com/solver/quadratic-equation-calculator/2x%5E%7B2%7D%2B4x-8%3D0	Calculadora de ecuaciones cuadráticas.	Symbolab
https://www.geogebra.org/m/TYFWyqCG	Como graficar funciones cuadráticas.	Geogebra.
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1RX554RTK-3PLN63-10R/DOS%20SOLUCIONES%20REALES.png	Dos soluciones reales, una solución, dos soluciones imaginarias.	
https://www.geogebra.org/m/Jsk8BqwT	Función y ecuación cuadrática.	Geogebra. Alvaro Domene Rodríguez, Elvin Blanco Lovera.

Sección Azul

https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1S8QRLH48-1ZDZJ5W-1C4/basicos.jpg	Básicas
https://cmapscloud.ihmc.us/rid=1S8QSYZ5J-1YP9NH2-1KW/avanzado.jpg	Avanzadas.

Anexo 10. Test inicial estudiantes AHD Formulario google

Test inicial conocimientos previos

el presente test tiene como objetivo identificar sus conocimientos previos al tema Ecuaciones cuadráticas

***Obligatorio**

correo electrónico *

Tu respuesta

Nombre *

Tu respuesta

SIGUIENTE

Página 1 de 2

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

$(a + b)(a - b) = *$

5 puntos

- $a^2 - b^2$
- $2a+2b$
- $a^2+2ab + b^2$

el máximo común divisor de 20 y 30 es: *

1 punto

- 20
- 60
- 10

al extraer la raíz cuadrada del número 9, el resultado sería: *

1 punto

- 3 y 3
- 3
- 3

al despejar la incognita de la siguiente ecuación $3(a+2)=9$ 5 puntos

*

- 3
- 2
- 1

Encuentra un número, sabiendo que si a dicho número se le suma cuatro veces su consecutivo el resultado es 194, el número es: *

- 69
- 38
- 67
- 4

si en la ecuación $X(X+2)=35$, cual debería ser el valor de la X para mantener verdadera la igualdad? * 5 puntos

- 5
- 7
- 9

*

5 puntos

En la operación siguiente el cuadro en blanco representa un número cualquiera. Elige, de entre estas tres opciones, la que mejor describa la operación que debes realizar con dicho número:

$\cdot 2+3$

- toma un número y multiplícalo por 5
- toma un número, multiplícalo por 2 y sumale 3
- toma un número, multiplícalo por 2 más 3

si el lado del rectangulo mide $50-X$, y el área mide $600m$, 30 puntos
el valor de las dimensiones seria? *

- 25 y 25
- 30 y 20
- 10 y 40

ATRÁS

ENVIAR

 Página 2 de 2

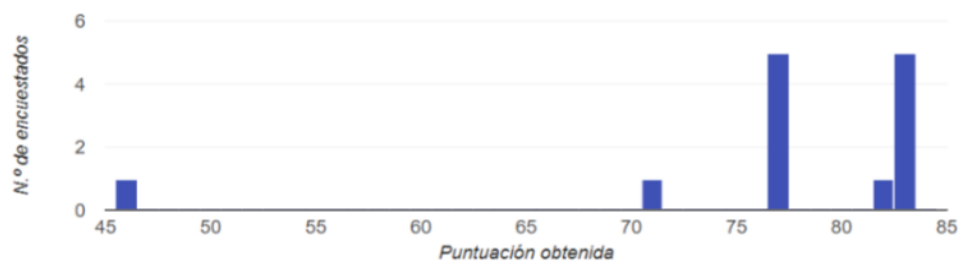
Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

Anexo 11. Resultados test diagnóstico inicial

Información valiosa

Normal 76,85/84 puntos	Valor medio 77/84 puntos	Intervalo 46-83 puntos
---------------------------	-----------------------------	---------------------------

Distribución de las puntuaciones totales



Resultados test inicial Excel

Macra temporal	Puntuación	Nombre	correo electrónico	la mitad de la suma de dos números, en lenguaje algebraico sería:	Si en la ecuación $X(X+2)=35$, el máximo común divisor de 20 y 30 es:	Si el lado del rectángulo mide 50-X, y el área mide 600m, el valor de las dimensiones sería?	al despejar la incógnita de la siguiente ecuación $3(a+2)=9$	al extraer la raíz cuadrada del número 9, el resultado sería:	al encontrar el valor de a en $3xa=0$, la respuesta correcta es:	$(a + b)(a - b) =$	Encuentra un número, sabiendo que el dicho número es de suma cuatro veces su consecutivo el resultado es 194 el número es:
13/03/2018 11:55:01	82 / 84	Julián Andrés	Julimoralescu10@gmail.com	toma un número, multiplo por 2 y sumale 3 $(x+2)/2$	60	5 30 y 20	1	3	0	$a^2 - b^2$	38
13/03/2018 12:11:19	46 / 84	Jhoan Santiago González Jaramillo	Sgonsalezjaramillo@gmail.com	toma un número, multiplo por 2 y sumale 3 $(x+2)/2$	10	5 10 y 40	3	3	3	$a^2 - b^2$	38
13/03/2018 12:14:38	77 / 84	Santiago Gomez	gomez santiago0118	toma un número, multiplo por 2 y sumale 3 $(x+2)/2$	20	5 30 y 20	3	3	0	$a^2 - b^2$	38
13/03/2018 12:32:10	71 / 84	José David Rodríguez Botache	botachito3000@gmail.com	toma un número, multiplo por 2 y sumale 3 $(x+2)/2$	10	5 30 y 20	3	3	3	$a^2+2ab + b^2$	38
13/03/2018 12:37:47	77 / 84	Emanuel Gongora	troller.glax2018@gmail.com	toma un número, multiplo por 2 y sumale 3 $(x+2)/2$	10	5 30 y 20	1	3	0	$a^2+2ab + b^2$	38
13/03/2018 12:44:26	83 / 84	Santiago Cárval Pimentel	sancarpi3517@gmail.com	toma un número, multiplo por 2 y sumale 3 $(x+2x)/2$	20	5 30 y 20	1	3	0	$a^2 - b^2$	38

Anexo 12.Situación problema



Situación problema: ¿Cuál es dimensión de la cerca que cubriría los tres lados frente a la casa como se observa en la figura, si queremos cubrir el área máxima del jardín y contamos solo con 60 metros de alambre?

Anexo 13. Tabla De Cruces De Teorías Y Socio Constructivismo

		Enfoque pedagógico Socio-constructivista					
		A	B	C	D	E	F
ABP	K1	4	1	2	1	2	1
	K2	2	4	4	2	1	2
	K3	2	1	2	4	4	3
	K4	1	2	2	1	1	4
AA	K1	4	1	2	1	2	1
	K2	1	4	4	4	4	1
	K3	1	2	1	2	1	4
AC	K1	1	4	4	1	1	1
	K2	4	1	1	1	2	1
	K3	1	1	2	1	4	1
	K4	1	4	4	1	1	1
	K5	1	4	4	1	2	1
	K6	1	1	1	1	1	4
	K7	1	4	4	1	1	1
SD BROUSSE AU	K1	4	1	1	1	1	1
	K2	1	4	4	4	1	1
	K3	1	1	1	1	4	1
	K4	1	1	1	1	1	4

Anexo 14.Secuencia Didáctica

Docente	Elkin Leonardo Marulanda Mejía
Nombre de la secuencia	Uso de la metodología (ABP) aprendizaje basado en problemas para desarrollar la enseñanza de ecuaciones cuadráticas
Tiempo	6 horas de clase
Problema de enseñanza	¿Cómo facilitar con una secuencia didáctica mediada por tic la construcción del conocimiento de los estudiantes sobre ecuaciones cuadráticas utilizando la metodología ABP?
Aforismo	Con práctica, persistencia y dedicación lograremos una mejor comprensión.
Maestría	Enseñanza de la matemática
IE	Luis Arango Cardona (La Tebaida, Quindío)
IES	Universidad Tecnológica de Pereira
Fecha de elaboración	20/02/18 9:33 A.M.

Inicio

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
----	------	--------------------------	---------

1	90 min	<p>Primera fase-Problémica:</p> <p>Saludo</p> <p>Inicia clase con video de reflexión: trabajo en grupo https://www.youtube.com/watch?v=0V5tBO4D0iE</p> <p>Presentación de la situación problema</p>  <p>Situación problema: ¿Cuál es dimensión de la cerca que cubriría los tres lados frente a la casa como se observa la a figura, si queremos cubrir el área máxima del jardín y contamos solo con 60 metros de alambre?</p> <p>Trabajo grupal: Organiza grupos de tres estudiantes para una Discusión inicial de la situación problema sobre la estrategia que os ayude a resolverla, (15 minutos).</p> <p>Defina el problema en sus propias palabras, organice ideas que puedan relacionarse con el tema.</p> <p>Determine que conocimientos, competencias y nuevos conocimientos necesita</p> <p>Formula un posible ruta o estrategia para resolver el</p>	Sala múltiple, computador, tabletas,
---	--------	---	--------------------------------------

	<p>problema, donde expliques los pasos que vas a seguir.</p> <p>Puedes hacerte preguntas como:</p> <p>¿Qué queremos averiguar</p> <p>¿Qué conoce de la situación?</p> <p>¿Qué desconoces de la situación?</p> <p>¿Qué habilidades previas me pueden servir?</p> <p>¿Le hace falta información o conocimiento del tema?</p> <p>Dejar tareas para la próxima clase.</p>	
--	---	--

Desarrollo

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
2	120 min	<p>Segunda fase- investigativa y formativa</p> <p>Saludo</p> <p>Inicia clase con video de reflexión: https://www.youtube.com/watch?v=pidhWGD-m_A</p> <p>Presentación de la ayuda hipermedial para resolver una situación problema con ecuaciones cuadráticas. Abra el siguiente enlace: enlace https://cmapscloud.ihmc.us/viewer/cmap/1S7GZZZ01-1ZW12C2-5NQ0</p> <p>Trabajo individual: Utilizando la AHD mide tus conocimientos con un test en la parte inicial, el resultado del test determinara si es necesario que repases pre-saberes, conceptos, procedimientos o vayas directamente a resolver situaciones problema.</p> <p>Trabajo en grupo: Se deben definir roles de trabajo, como líder, relator y secretario, buscar una estrategia única que abarque tiempo responsabilidades, trabajo individual y grupal donde el éxito o</p>	<p>Sala múltiple, computador, tabletas,</p> <p>Internet, audífonos, cuadernos.</p>

		<p>fracaso en la resolución de la situación depende de cada uno y del grupo.</p> <p>Investigación en la AHD sobre las temáticas y procedimientos relacionados con la situación problema, los métodos u otros ejemplos que me puedan guiar a la solución de la situación problema.</p> <p>Documentarse muy bien en la parte teórica.</p>	
No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
3	120 min	<p>Tercera fase- Soluciónica</p> <p>Saludo</p> <p>Inicia clase con video de reflexión: https://www.youtube.com/watch?v=fA6ZMym_N5Y&t=168s</p> <p>Trabajo en grupo: Retroalimentación sobre lo que se encontró para ayudar en la solución de la situación problema en la consulta e investigación realizada en AHD. Mejorar la comprensión del problema, formular posibles soluciones, construir posible modelos y ponerlos a prueba para comprobar que tan efectivos son, comprobar la solución obtenida.</p>	

Cierre

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
4	60 min	<p>Cuarta fase-Productiva</p> <p>Saludo</p> <p>Inicia clase con video de reflexión: https://www.youtube.com/watch?v=LSKGTGjYFG6I</p>	<p>Sala múltiple, computador, tabletas, internet</p>

Realizar la autoevaluación sobre su capacidad de solución de problemas, los conocimientos adquiridos y el aprendizaje del estudio autónomo.

Haz coevaluación con tus compañeros solicitando fortalezas y debilidades en el proceso.

Si es necesario complementa con otros materiales para actividades adicionales que complementen tu aprendizaje.

Cual fue la solución al problema propuesto.

Sintetice y elabore el informe final que se presentara a todo el grupo, donde se muestre que sabían antes y lo que saben después de resolver la situación. Presentar las estrategias usadas y la solución o soluciones halladas

Cierre a cargo del docente donde se institucionaliza el conocimiento.

Responda los formularios de evaluación de la clase y el docente.

Unificación de criterios de solución.

Evaluación del tema

Realizar evaluación clase.

Anexo 15. Test valoración AHD



Marca temporal	Nombre	Correo electrónico	¿Qué calificación le darías a la AHD?	¿La AHD te sirvió para realizar trabajo con autonomía?	¿La AHD te sirvió para realizar trabajo en forma colaborativa?	¿Crees que la AHD te permitió alcanzar los objetivos de aprendizaje?	¿Consideras que la AHD cuenta con los suficientes recursos para aprender el tema "ecuaciones Cuadráticas"?	¿Cómo crees que se podría mejorar la clase utilizando la AHD?
22/03/2018 14:48:30	Julían Andrés Morales cuastumal	julimoralescu10@gmail.com	SOBRESALIENTE	SI	SI	si	si	Esta tiene una muy buena forma de enseñar y ayudar a comprender los conocimientos.
10/04/2018 10:05:34	Jose David Rodriguez Botache	botachito3000@gmail.com	EXCELENTE	SI	SI	si	si	mejoraría mucho porque así sería más fácil de aprender las ecuaciones cuadráticas por las videos y fórmulas que aparecen en la AHD
10/04/2018 10:23:19	Santiago Cavaial Pimentel	sacarpi3517@gmail.com	EXCELENTE	SI	SI	si	si	Utilizando esta herramienta en las clases se mejorarían las temáticas de aprendizaje, este proceso acelera el aprendizaje porque al ver videos y el tener un ejercicio el cual luego tener que solucionar. Ayuda tener una meta la cual solucionar ya que todos si tenemos una meta nos esforzamos mucho más.
10/04/2018 10:29:39	Jhoan santiago gonzalez jaramillo	Sgonsalezjaramillo@gmail.com	ACEPTABLE	SI	SI	si	no	colocando más videos sobre el problema
10/04/2018 10:32:28	santiago gomez	gomezsantiago0118@gmail.com	ACEPTABLE	SI	NO	si	si	poniendo mas videos

Anexo 16. Test valoración docente

Valoración clase por estudiantes

Marca temporal	Nombre	Correo electrónico	¿cómo califica el desempeño del docente durante las clases?	¿cómo califica la elección de recursos por parte del docente?	¿cómo califica la calidad de los recursos presentados por parte del docente?	¿cómo califica la pertinencia de los recursos presentados por parte del docente?	¿cómo califica videos, fotos y recursos utilizados por el docente?	¿cómo califica el dominio del tema por el docente?
22/03/2018 14:49:51	Julian Andrés Morales Cuastumal	julimoralescu10@gmail.com	excelente	excelente	excelente	excelente	excelente	excelente
10/04/2018 10:10:03	Jose David Rodriguez Botache	botachito000@gmail.com	excelente	excelente	excelente	excelente	excelente	excelente
10/04/2018 10:28:37	Santiago Canvaial Pimentel	sancanp0517@gmail.com	excelente	excelente	excelente	excelente	excelente sobresaliente	excelente
10/04/2018 10:33:51	santiago consalez jaramillo	Sgonsalezjaramillo@gmail.com	excelente	excelente	excelente	excelente	excelente	excelente
10/04/2018 10:38:30	santiago gomez	gomez santiago110@gmail.com	sobresaliente	sobresaliente	sobresaliente	aceptable	aceptable	excelente