

Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції
«Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій», Тернопіль, 2018

УДК 631.356

Тимофій Рибак, д.т.н., проф.; Анатолій Довбуш, Наталія Антончак
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ОЦІНКА МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ КОНСТРУКТИВНИХ СИСТЕМ

T. Rubak, Dr., Prof.; A. Dovbush, N. Antonchak
EVALUATION OF METHODS OF DEFINITION OF TENSELY-DEFORMABLE
THE STATE OF CONSTRUCTIVE SYSTEMS

Розрахунок конструктивних систем – це складний аналітично-графічний процес. Складність полягає в тому, що будь-яка система плоска чи просторова складається з численних замкнутих контурів, в кожному з яких при довільному зовнішньому навантаженні виникає шість внутрішніх силових факторів, визначення яких з рівнянь статички не можливе. Для розкриття статичної невизначеності та подальшої оцінки напружено-деформівного стану конструктивних систем існує декілька методів. На прикладі (рис. 1а) проведемо аналіз двох методів розкриття статичної невизначеності: методу сил та модифікованого методу мінімуму потенціальної енергії деформації (ММПЕД).

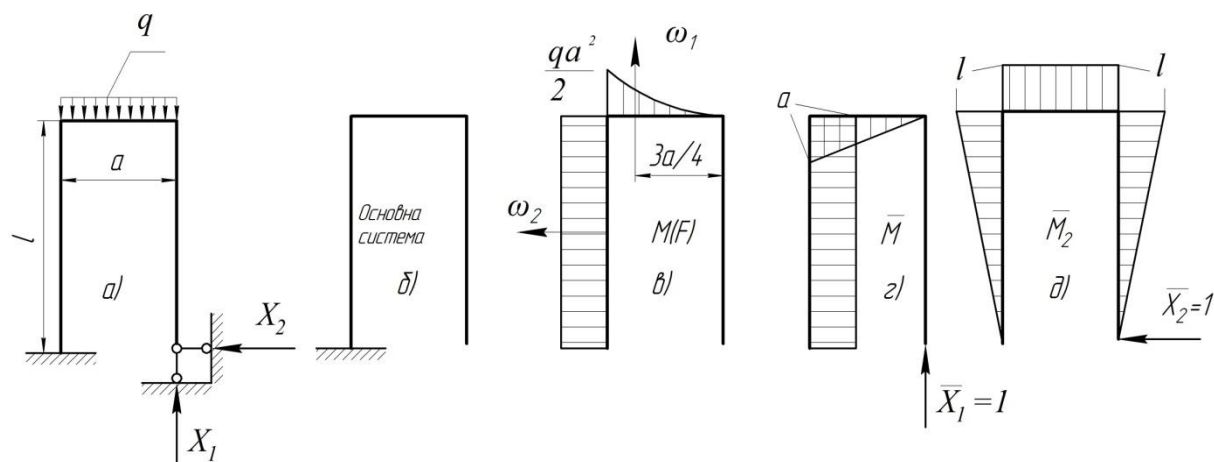


Рисунок 1. Плоска конструктивна система

Система (рис. 1а) $5-3=2$ рази статично невизначена. Розкриваючи статичну невизначеність методом сил: вибираємо основну систему (рис. 1б); записуємо канонічне рівняння методу сил

$$\begin{cases} X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} = -\Delta_1(F); \\ X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} = -\Delta_2(F). \end{cases}$$

Будуємо епюри згинальних моментів від зовнішніх навантажень та одиничних сил в основній системі (рис. 1 в, г, д). Коефіцієнти та вільні члени рівнянь визначаємо графоаналітичним способом:

$$\delta_{11} = \frac{a^2}{EI} \left(\frac{a}{3} + l \right); \quad \delta_{22} = \frac{l^2}{EI} \left(\frac{2l}{3} + a \right); \quad \delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{a \cdot l}{2EI} (a + l);$$

$$\Delta_1(F) = -\frac{qa^3}{2EI} \left(\frac{a}{4} + l \right); \quad \Delta_2(F) = \frac{qa^2l}{2EI} \left(\frac{a}{3} + \frac{l}{2} \right).$$

$$\begin{cases} X_1 \cdot \frac{a^2}{EI} \left(\frac{a}{3} + l \right) - X_2 \cdot \frac{a \cdot l}{2EI} (a + l) = \frac{qa^3}{2EI} \left(\frac{a}{4} + l \right); \\ -X_1 \cdot \frac{a \cdot l}{2EI} (a + l) + X_2 \cdot \frac{l^2}{EI} \left(\frac{2l}{3} + a \right) = -\frac{qa^2l}{2EI} \left(\frac{a}{3} + \frac{l}{2} \right). \end{cases}$$

Для розкриття статичної невизначеності модифікованим ММПЕД запишемо функцію потенціальної енергії деформації конструктивної системи (рис. 1а):

$$U = \int_0^l \frac{(X_2 \cdot x)^2}{2EI} dx + \int_0^a \frac{\left(\frac{q \cdot x^2}{2} - X_1 \cdot x + X_2 \cdot l \right)^2}{2EI} dx + \int_0^l \frac{\left(\frac{q \cdot a^2}{2} - X_1 \cdot a + X_2 \cdot l - X_2 \cdot x \right)^2}{2EI} dx.$$

Використовуючи формулу Лейбніца диференціюємо отриманий вираз за параметрами X_1 , X_2 , $\frac{\partial U}{\partial X_1}$, $\frac{\partial U}{\partial X_2}$, а потім інтегруємо по x . Отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial X_1} = \frac{1}{2EI} \left\{ X_1 \cdot \frac{a^2}{EI} \left(\frac{a}{3} + l \right) - X_2 \cdot \frac{a \cdot l}{2EI} (a + l) - \frac{qa^3}{2EI} \left(\frac{a}{4} + l \right) \right\}; \\ \frac{\partial U}{\partial X_2} = \frac{1}{2EI} \left\{ -X_1 \cdot \frac{a \cdot l}{2EI} (a + l) + X_2 \cdot \frac{l^2}{EI} \left(\frac{2l}{3} + a \right) + \frac{qa^2l}{2EI} \left(\frac{a}{3} + \frac{l}{2} \right) \right\}. \end{cases}$$

Застосовуючи модифікований ММПЕД $\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0$, $\frac{\partial U}{\partial X_2} = 0$ отримаємо аналогічну методу сил систему рівнянь

$$\begin{cases} X_1 \cdot \frac{a^2}{EI} \left(\frac{a}{3} + l \right) - X_2 \cdot \frac{a \cdot l}{2EI} (a + l) = \frac{qa^3}{2EI} \left(\frac{a}{4} + l \right); \\ -X_1 \cdot \frac{a \cdot l}{2EI} (a + l) + X_2 \cdot \frac{l^2}{EI} \left(\frac{2l}{3} + a \right) = -\frac{qa^2l}{2EI} \left(\frac{a}{3} + \frac{l}{2} \right). \end{cases}$$

З збільшенням ступені статичної невизначеності розв'язок конструктивної системи методом сил ускладнюється у зв'язку із збільшенням епюр згинальних моментів, тому доцільніше використовувати аналітичний метод (ММПЕД).

Література

1. Рибак Т.І. Опір матеріалів. Конспект лекцій : Навчальний посібник / Рибак Т.І. – Тернопіль : ТНТУ, 2016 р. – 252 с.
2. Рибак Т.І. Пошукове конструювання на базі оптимізації ресурсу мобільних сільськогосподарських машин. – Тернопіль «Збруч», 2003 р. – 332 с.