International Journal of Engineering and Management Sciences (IJEMS) Vol. 3. (2018). No. 5
DOI: 10.21791/IJEMS.2018.5.5.

# Egy gazdaságmatematikai modell
# An economical mathematics model

KÉZI CS.

University of Debrecen, kezicsaba@science.unideb.hu

*Absztrakt. Az NTP-NFTÖ-17-C-159 azonosítószámú pályázat keretében az egyik fő feladatom, hogy bemutassam a középiskolai és felsőoktatási matematikaoktatás alkalmazási lehetőségeit. Ezen kívül szeretném szemléltetni, hogy sok esetben a matematikai szoftverek alkalmazása mennyire hasznos és bizonyos esetekben nélkülözhetetlen egy összetett probléma megoldásánál.*

*Abstract. In the frame of the project NTP-NFTÖ-17-C-159, one of my main tasks is to present the possible applications of teaching mathematics in high schools and in higher education. Beside this, I would like to illustrate that, in many cases, how useful and, in certain cases, indispensable the use of mathematical softwares is during the solution of a complex problem.*

## Bevezetés

Az NTP-NFTÖ-17-C-159 azonosítószámú pályázat keretében az a célkitűzésem, hogy a középiskolai és felsőoktatási matematika minél inkább alkalmazásorientált legyen. Fontos, hogy a középiskolai tanulók és a felsőoktatási hallgatók ne csak úgy éljék meg a matematika tanulását, hogy az értelmetlen, használhatatlan, hanem lássák a különböző tantárgyakban és a való életben való alkalmazásait.

Fontos megemlíteni azt is, hogy bizonyos esetekben a felmerülő számolásokat alkalmas matematikai szoftver segítségével (például GeoGebra, Excel, Maple, Matlab) lényegesen egyszerűbb elvégezni, mint „kézzel", papíron számolni. Gondoljunk például arra, hogy a gazdasági, műszaki számításokban sokszor előfordulhat magasabb fokú egyenlet, aminek a megoldására csak közelítő eljárások léteznek. Az ilyen jellegű feladatok, „hagyományos" úton történő, „papír alapú" megoldása meglehetősen időigényes lenne.

Jelen cikkben egy összetettebb gazdasági feladat matematikai modellezését mutatom be. A feladat megoldásában a bonyolultabb, időigényes számolásokat, továbbá a függvények ábrázolását matematikai szoftver segítségével végeztem.

## 1. A feladat megfogalmazása

Egy gazdasági vállalat egyik fő profilja, hogy LED TV-ket forgalmaznak. Egy adott évben januártól júniusig az adott hónapok első napjain megváltoztatták a termék árát, majd a hónap végén feljegyezték, hogy az adott hónapban hány darabot adtak el a TV-ből. Kíváncsiak voltak arra, hogy a

*DOI: 10.21791/IJEMS.2018.5.5.*

termék ára hogyan befolyásolja a termék iránti keresletet. Az említett hónapokban a termék árát és a keresletet az alábbi táblázat mutatja:

| | Ár (Ft) | Eladott mennyiség (db) |
|---|---|---|
| január | 150 000 | 500 |
| február | 160 000 | 480 |
| március | 170 000 | 460 |
| április | 175 000 | 410 |
| május | 180 000 | 400 |
| június | 185 000 | 300 |

1. táblázat

Ábrázolni fogjuk az adatoknak megfelelő $(x_i; y_i)$ pontokat a kétdimenziós Descartes-féle koordináta-rendszerben úgy, hogy az $x_i$ $(i = 1,2,3,4,5,6)$ értékek az egyes hónapokban a termék ára, míg az $y_i$ $(i = 1,2,3,4,5,6)$ értékek a megfelelő hónapokban az eladott mennyiségek.

Feltételezzük, hogy az eladott mennyiséget a termék árán kívül egyéb tényezők nem befolyásolták.

Megadjuk a pontokat a négyzetes hibafüggvény szerint legjobban közelítő$f(x) = a + b \cdot \frac{1}{x^2}$ alakú függvényt, ami azt jelenti, hogy keressük az $f(x) = a + b \cdot \frac{1}{x^2}$ függvény ismeretlen $a$ és $b$ paramétereit úgy, hogy a

$$g(x) = \sum_{i=1}^{6} (f(x_i) - y_i)^2$$

hibafüggvény értéke minimális legyen.

Megadjuk a keresleti függvény elaszticitás függvényét.

Ismert a kínálati függvény is:

$$h(x) = \frac{45}{14}x.$$

Meghatározzuk a keresleti függvény és kínálati függvény grafikonjának metszéspontját, azaz az egyensúlyi árat és az egyensúlyi mennyiséget.

A keresleti függvény ismeretében megadjuk a bevételi függvényt. A bevételi függvény ismeretében meghatározzuk, hogy hány darab termék eladása esetén lesz maximális a bevétel, majd megadjuk a maximális bevételt.

# 2. A közelítő hatványfüggvény megadása

Megadjuk a négyzetes hibafüggvény szerint az $(x_i; y_i)$ pontokat legjobban közelítő

DOI: 10.21791/IJEMS.2018.5.5.

$$f(x) = a + \frac{b}{x^2}$$

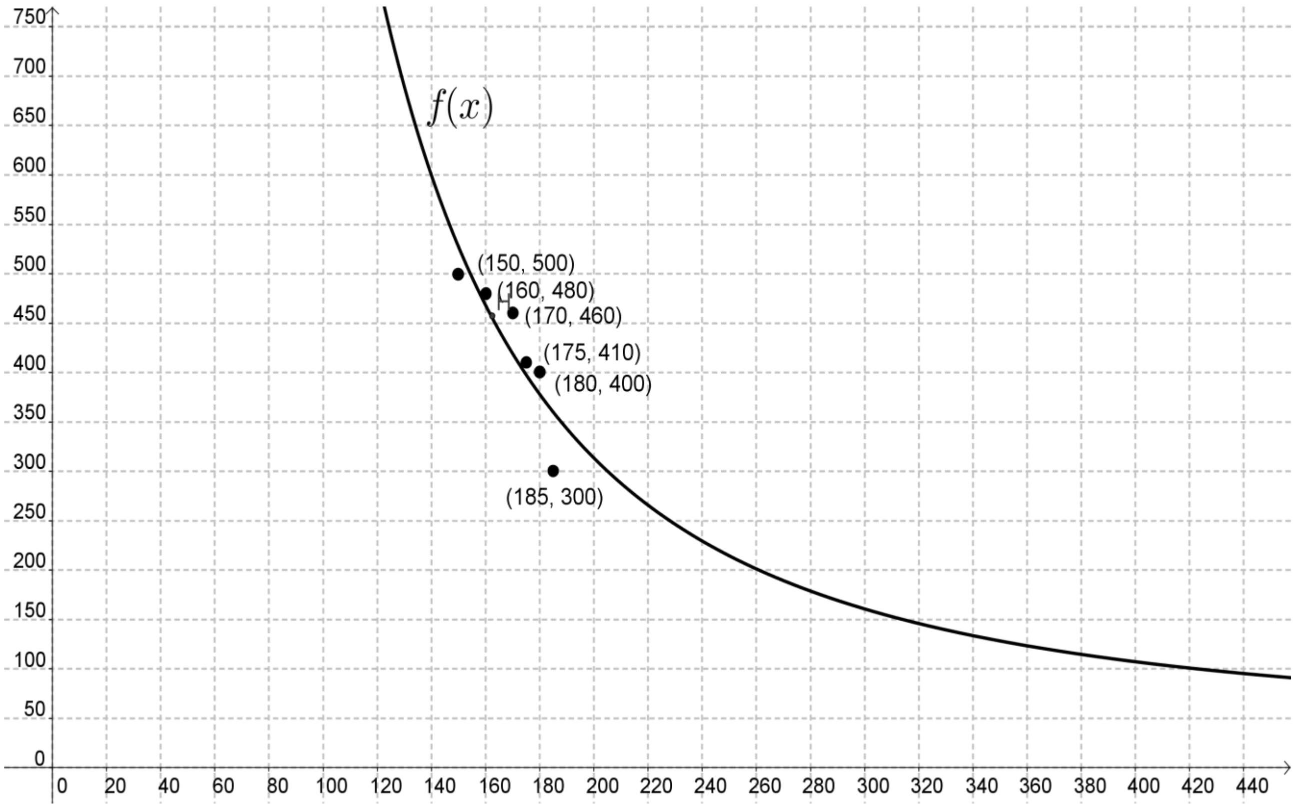
függvény ismeretlen paramétereit. A számolást a legkisebb négyzetek módszere segítségével vagy a Gauss-féle normál egyenletrendszer megoldásával végezhetnénk el. Ezek helyett most matematikai szoftver segítségével végezzük a számolást. A Maple 14 szoftverben a LeastSquares parancsot alkalmazva azt kapjuk, hogy

$$a \approx 38{,}55\ ;\ \ b \approx 10\,997\,246,$$

tehát a keresleti függvény:

$$f(x) = 38{,}55 + \frac{10\,997\,246}{x^2}.$$

Az $(x_i; y_i)$ pontok és a keresleti függvény ábrázolását GeoGebra szoftver segítségével végezzük:




1. ábra

# 3. Az elaszticitás függvény

Mivel

$$f'(x) = -\frac{21\,994\,492}{x^3},$$

ezért az elaszticitás függvény:

DOI: 10.21791/IJEMS.2018.5.5.

$$E(x)=\frac{x}{f(x)}\cdot f'(x)=-\frac{x}{38{,}55+\frac{10\,997\,246}{x^2}}\cdot\frac{21\,994\,492}{x^3}.$$

Az egyszerűsítés után azt kapjuk, hogy

$$E(x)=-\frac{x}{\frac{38{,}55x^2+10\,997\,246}{x^2}}\cdot\frac{21\,994\,492}{x^3}=-\frac{21\,994\,492}{38{,}55x^2+10\,997\,246}.$$

# 4. Egyensúlyi mennyiség, egyensúlyi ár

Az egyensúlyi mennyiséget és egyensúlyi árat a keresleti és kínálati függvény grafikonjának metszéspontja adja. A metszéspont meghatározásához meg kell oldanunk az $f(x)=h(x)$ egyenletet.

Tehát meg kell oldanunk a

$$38{,}55+\frac{10\,997\,246}{x^2}=\frac{45}{14}\cdot x$$

egyenletet. A közös nevezővel való szorzás után azt kapjuk, hogy

$$539{,}7x^2+153\,961\,444=45x^3.$$

Az egyenletet nullára rendezve

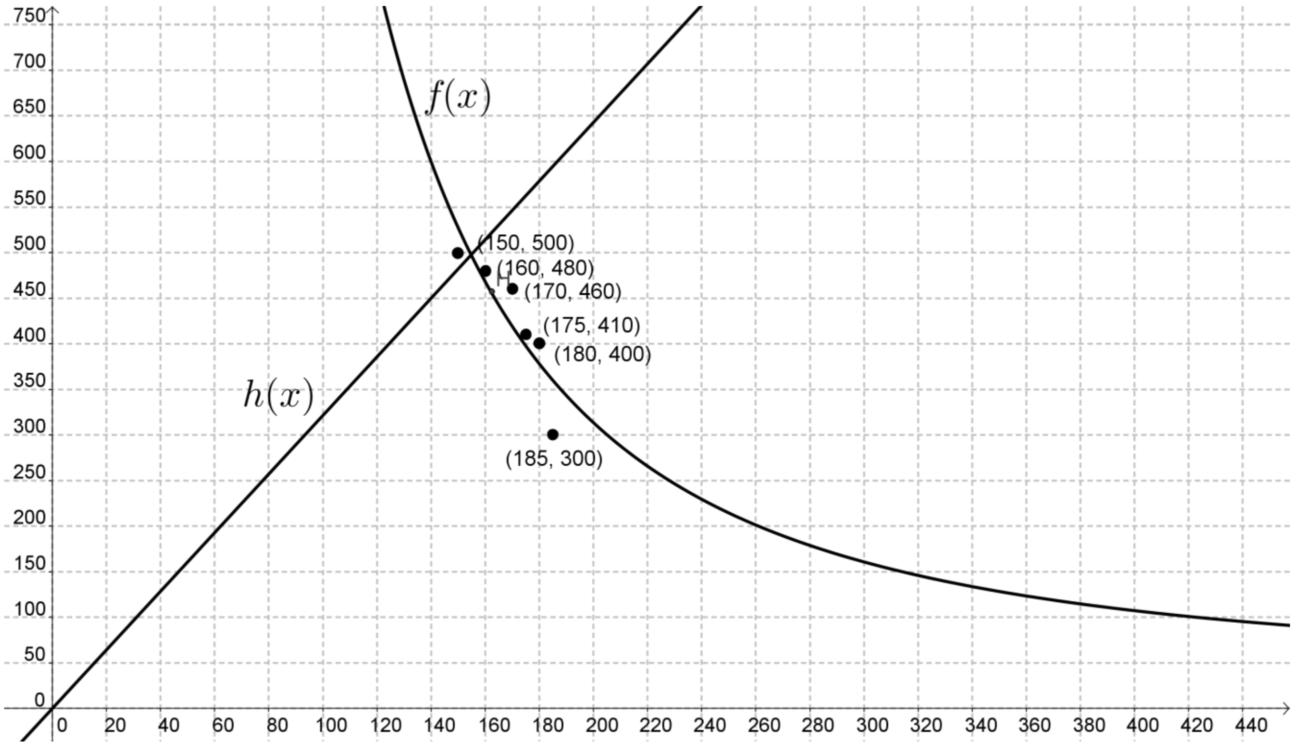
$$45x^3-539{,}7x^2-153\,961\,444=0$$

adódik. Az egyenlet megoldását a Wolfram Alpha matematikai szoftver segítségével végezzük. Eredményként azt kapjuk, hogy $x\approx 154{,}789$.

Tehát az egyensúlyi ár 154 789 forint.

Az alábbi ábra mutatja a keresletet az ár függvényében a vizsgált 6 hónap alatt, továbbá a keresleti függvényt és a kínálati függvényt:

DOI: 10.21791/IJEMS.2018.5.5.




2. ábra

Az egyensúlyi mennyiség

$$h(154{,}789) = \frac{45}{14} \cdot 154{,}789 \approx 497{,}54,$$

tehát 498 termék az egyensúlyi mennyiség.

# 5. A bevételi függvény maximuma

A bevételi függvény:

$$B(x) = x \cdot f(x) = x \cdot \left(38{,}55 + \frac{10\,997\,246}{x^2}\right) = 38{,}55x + \frac{10\,997\,246}{x}.$$

A bevételi függvény maximumának megkereséséhez megoldjuk a $B'(x) = 0$ egyenletet.

A $B(x)$ bevételi függvény deriváltja:

$$B'(x) = 38{,}55 - \frac{10\,997\,245}{x^2}.$$

A $B'(x)$ függvény zérushelye

$$38{,}55 - \frac{10\,997\,245}{x^2} = 0 \Rightarrow 38{,}55x^2 = 10\,997\,245 \Rightarrow x^2 = 285\,272 \Rightarrow x = \pm 534.$$

Az egyenlet megoldását a pozitív számok halmazán keressük, így azt kapjuk, hogy 534 darab LED TV esetén lesz maximális a bevételünk. Ekkor a maximális bevétel:

*DOI: 10.21791/IJEMS.2018.5.5.*

$$B(534) = 38{,}55 \cdot 534 + \frac{10\,997\,246}{534} = 41\,179{,}794.$$

Tehát a bevétel: 41 179 794 forint.

# Összegzés

A cikkben látható, hogy egy összetettebb gazdasági feladat megoldásához sokféle matematikai eszközt kell felhasználnunk. Jelen esetben több olyan lépéssel is találkoztunk, amelyekben a hagyományos, papír alapú'' számolás meglehetősen időigényes lenne, ezért matematikai szoftvereket alkalmaztunk.

# Köszönetnyilvánítás

A publikáció elkészítését az NTP-NFTÖ-17-C-159 azonosítószámú pályázat támogatta.

# Hivatkozások

[1] H. Czédli – Zs. Varga (2017) *Zöldfelületek szerepének elemzése urbanizált környezetben*. Klímaügyeink 2017. május 25. Nemzeti Közszolgálati Egyetem, Nemzetközi Tudományos Konferencia.

[2] Gy. Darai – G. Filep – R. Nagy-Kondor – G. Á. Szíki (2015) *Dynamics Experiments Applying NI Devices and LabVIEW*. Proceedings of the 3rd International Scientific Conference on Advances in Mechanical Engineering (ISCAME 2015), ISBN 978-963-473-917-3, pp. 38-43.

[3] B. Józsa – Cs. G. Kézi (2017) *Matematika a kémiában alap-, közép-, és felsőfokon*. Proceedings of the Conference on Problem-based Learning in Engineering Education, Debrecen, 2017.

[4] R. Nagyné Kondor – G. Á. Szíki (2009) *Matematikai eszközök mérnöki alkalmazásokban I.,* DE MK, Ceze Kft., ISBN 978-963-88614-0-5

[5] G. Á. Szíki – R. Nagyné Kondor – Cs. G. Kézi (2017)*Matematikai eszközök mérnöki alkalmazásokban*, Debreceni Egyetemi Kiadó.