Заруба В.Я., д.э.н., проф.,
Антонец О.А., к.э.н., доцент,
Харченко А.А., к.э.н., доцент,
Национальный технический университет «ХПИ»

Прогнозирование результатов производства в условиях интервальной неопределённости спроса

Современные экономические условия характеризуются тем, что промышленные предприятия должны эффективно планировать и организовывать свою деятельность в условиях неопределенности, высокой сложности, жесткой конкуренции и динамичности окружающей социально-экономической среды.

Одним из наиболее эффективных средств планирования, позволяющим организовать производство с нацеленностью его на максимальную эффективность и, одновременно, на удовлетворение потребительского спроса, является оптимизация производственной программы и производственных ресурсов, необходимых для ее реализации.

Следует заметить, что в условиях динамичной конкурентной среды при разработке производственной программы предприятию необходимо учитывать существенную информационную неопределенность относительно будущих параметров рыночного окружения хозяйствующего субъекта. Поэтому важнейшим аспектом разработки производственной программы промышленного предприятия является уменьшение информационной неопределенности динамичной конкурентной среды.

Основой качественного решения поставленной задачи является построение прогнозов развития событий с целью снижения неопределенности. При этом главная особенность прогнозирования результатов основной деятельности состоит в том, что оно неизбежно должно основываться на используемых предприятием процедурах принятия плановых решений, принятых законах управления производственной деятельности. Вместе с тем, и нужда в прогнозировании возникает в том случае, когда менеджмент предприятия хорошо организован и само по себе управление носит предсказуемый характер, несмотря на неполную определенность воздействия среды. В связи с этими обстоятельствами создание эффективной системы прогнозирования и планирования результатов основной деятельности часто требует ревизии и реинжиниринга процессов управления, направленных на их оптимизацию.

Таким образом, разработка моделей формирования оптимальной производственной программы с учетом частичной неопределенности внешней среды предприятия является актуальным направлением в целях повышения его эффективности и конкурентоспособности.

В разное время решением проблемы формирования оптимальной производственной программы занимались такие отечественные и зарубежные исследователи как Л.В. Канторович, А.А. Первозванский, К.В. Инютина, М.В. Лычагина, В.Н. Ярославцева, М.Г. Завельский, Н.Б. Мироносецкий, К.А. Багриновский, В.М. Матюшок, Б.И. Кузина, В.Н. Юрьева, Г.М. Шахдинарова, А.В. Пархоменко, Б.И. Герасимова, А.В. Мищенко, В.Ф. Сытника, С.А. Ашманова, О.Б. Низамутдинова, Р.А. Файзрахманова, В.В. Витлинский, В.М. Вовк, В.М. Геец, Ю.П. Зайченко, С.Л. Лондар, А.В. Матвийчук, С.І. Наконечный, А.П. Ротштейн , М.С. Сявавко, В.Е. Юринець и многие другие. Однако, отдельные теоретические аспекты названной проблемы требуют дальнейшего более глубокого изучения и усовершенствования.

В настоящее время возникает необходимость в новых подходах к формированию производственной программы предприятия. С одной стороны, необходимо чтобы планируемая структура выпуска продукции максимально полно удовлетворяла бы требованиям потребителей, а с другой, обеспечивала бы предприятию возможность достижения максимальных гарантированных результатов его деятельности с учетом внутренних и внешних ограничений. Следует отметить, что в научных работах начинает развиваться новое направление разработки моделей формирования оптимальной производственной программы в условиях неопределенности на основе экспертных методов и теории нечетких множеств [4,5,6].

Ситуация неопределенности характеризуется тем, что значения параметров, необходимых для принятия решения определены неточно или достаточно условно. В такой ситуации для предприятия возникает необходимость оценить в условиях будущей неопределенности заранее неизвестный экономический результат при реализации той или иной производственной программы. Под оптимальной программой производства предлагается понимать такую производственную программу, которая в максимальной степени соответствует сложившемуся на рынке уровню спроса, и в тоже время обеспечивает максимально возможное значение конечного целевого результата производственной деятельности предприятия в наихудших для него условиях.

Рассмотрим задачу разработки предприятием программы производства однородной продукции на тактический период времени, включающий T интервалов времени оперативного управления. Для надёжного обеспечения производственного процесса материальными и трудовыми ресурсами с минимальными затратами предприятие разрабатывает программу производства $u=(u_t,\ t=1,2,\ldots T)$ своей однородной продукции на периоде времени тактического управления в разрезе оперативных интервалов времени $t=1,2,\ldots T$. В соответствии с производственной программой закупаются материалы и комплектующие изделия, устанавливается штат производственного персонала. Объём производства u_t на каждом интервале времени t ограничен сверху величиной $u^{\max}$, определяемой производственными возможностями предприятия: $0 \le u_t \le u^{\max}$ ($t=1,2,\ldots T$).

Перед началом тактического периода планирования можно получить прогнозные (экспертные) оценки минимального $x^{\min}$ и максимального $x^{\max}$ объёмов спроса, одинаковые для каждого оперативного интервала времени [3]. Наличие на складах предприятия готовой, но нереализованной продукции приводит к «замораживанию» оборотных денежных средств, которые могли бы приносить прибыль. Обозначим как с величину потерь, связанных с отсутствием реализации единицы продукции на одном оперативном интервале времени. Тогда сумма потерь, связанных с отсутствием реализации части $y_t - x_t$ продукции на оперативном интервале времени t, составит величину $c(y_t - x_t)$, где y_t - количество готовой продукции на интервале времени t, $y_t = u_t + z_t$, z_t - объём нереализованной продукции на начало интервала времени t. Введём в рассмотрение также величину d потерь, соответствующих упущенной выгоде (прибыли) в связи с отсутствием производства единицы продукции при наличии на неё спроса. Тогда сумма потерь от недопроизводства продукции на интервале времени t составит величину $d(x_t - y_t)$.

Под эффектом E_t производственной деятельности на оперативном интервале времени t будем понимать разность между прибылью, полученной от производства и реализации продукции, и суммой понесённых потерь на этом интервале времени. Зависимость $E_t = f(x_t, y_t)$ эффекта от объёма спроса x_t и количества готовой продукции y_t на интервале времени t определяется функцией $f(x_t, y_t)$, имеющей следующий вид:

$$f(x_t, y_t) = f_1(x_t, y_t) = dy_t - d(x_t - y_t), \text{ если } x_t \geq y_t; \quad (1)$$

$$f(x_t, y_t) = f_2(x_t, y_t) = dx_t - c(y_t - x_t)), \text{ если } x_t \leq y_t. \quad (2)$$

Вектор $x = (x_t,\ t = 1,2,\ldots T)$ объёмов спроса на оперативных интервалах времени будем рассматривать как реализацию некоторой стратегии природы. Величина z_1 остатка готовой продукции на начало тактического периода времени, программа производства $u = (u_t,\ t = 1,2,\ldots T)$ и стратегия природы $x = (x_t,\ t = 1,2,\ldots T)$ однозначно определяют вектор $y = (y_t,\ t = 1,2,\ldots T)$ объёмов готовой продукции: $y_1 = u_1 + z_1$; $y_{t+1} = u_{t+1}$, если $x_t \geq y_t,\ t = 1,2,\ldots T-1$; $y_{t+1} = u_{t+1} + y_t - x_t$, если $x_t \leq y_t,\ t = 1,2,\ldots T-1$.

Обсудим те соображения, в соответствии с которыми может выбираться программа производства.

Положим, что природа выбирает наихудшую для предприятия стратегию при установленных им объёмах производства u_t (t=1,2,…T) на оперативных интервалах времени. Стратегию природы назовём локально оптимальной, если она обеспечивает минимизацию эффекта E_t производственной деятельности на каждом отдельном оперативном интервале времени t. Локально оптимальной стратегии природы соответствует вектор x^*=(x_t^*, t=1,2,…T) объёмов спроса, определяемый следующей формулой:

$$f(x_t^*, y_t) = \min\{ f(x_t, y_t) | x_t \in [x^{\min}, x^{\max}]\} \text{ (t=1,2,…T).}$$

Найдём правило, определяющее выбор локально оптимальной стратегии природы. Из формул (1), (2) следует, что для всех t=1,2,…T функция f является убывающей по x_t, если $x_t \geq y_t$, и возрастающей по x_t, если $x_t \leq y_t$. Поэтому для всех t=1,2,…T оказывается, что

$$x_t^* = x^{\max}, \text{ если } x_t \geq y_t;\ x_t^* = x^{\min}, \text{ если } x_t \leq y_t;$$

$$x_t^* = x^{\max}, \text{ если } f_1(x^{\max}, y_t) \leq f_2(x^{\min}, y_t);$$

$$x_t^* = x^{\min}, \text{ если } f_1(x^{\max}, y_t) \geq f_2(x^{\min}, y_t).$$

Величину y^* такую, что $f_1(x^{\max}, y^*) = f_2(x^{\min}, y^*)$ назовём первой особенной величиной объёма готовой продукции на оперативном интервале времени (см. рис.). Величина y^* выражается следующим образом:

$$y^* = (\mathrm{d}\, x^{\max} + (\mathrm{d}+\mathrm{c})\, x^{\min})/(2\mathrm{d}+\mathrm{c}). \qquad (3)$$

При объёме y^* готовой продукции производственный эффект составляет величину

$$E_И^{\max} = f_1(x^{\max}, y^*) = f_2(x^{\min}, y^*) = \mathrm{d}\, x^{\max} - \mathrm{c}\ \mathrm{d}(x^{\max} - x^{\min})/(2\mathrm{d} + \mathrm{c}).$$

В соответствии с введенной величиной y^* объёмы спроса x_t^*, t=1,2,…T, определяются следующими формулами:

$$x_t^* = x^{\max} \text{ (t=1,2,…T), если } y_t \in [x^{\min}, y^*); \qquad (4)$$

$$x_t^* = x^{\min} \text{ (t=1,2,…T), если } y_t \in (y^*, x^{\max}]. \qquad (5)$$

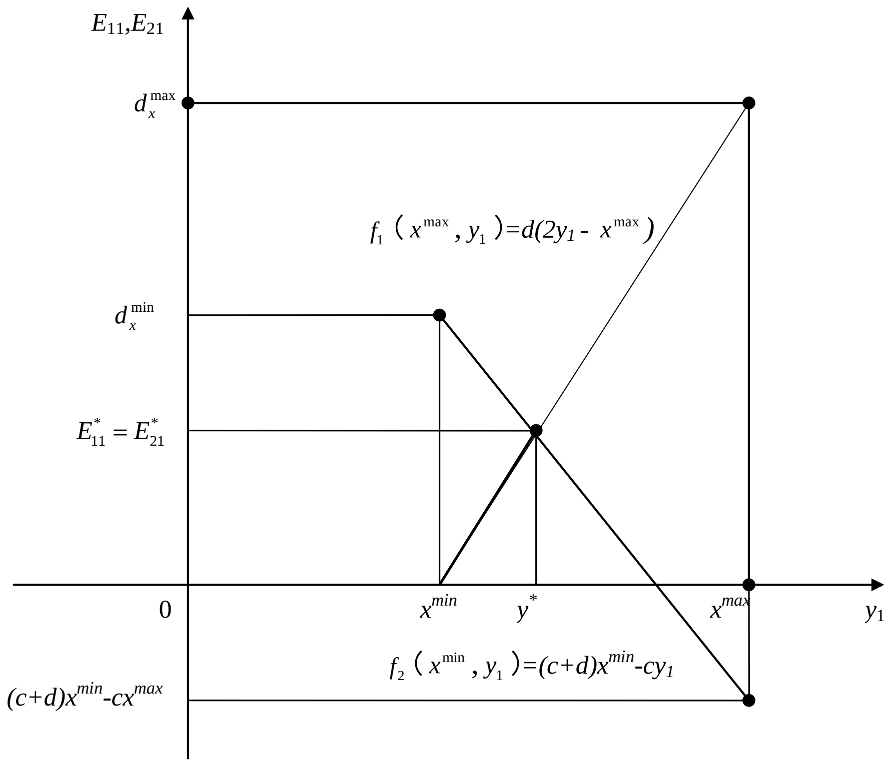

Рис. Первая особенная величина y^* готовой продукции

Введём следующие обозначения:

$g_t(z_1, u^t)$ - функция, определяющая зависимость количества y_t готовой продукции на оперативном интервале времени t от величины z_1 остатка готовой продукции на начало тактического периода времени и вектора $u^t = (u_\tau, \tau = 1,2,\ldots t)$ объёмов производства, $y_t = g_t(z_1, u^t)$;

$F_t(z_1, u^t)$ - функция, определяющая зависимость эффекта E_t производственной деятельности на оперативном интервале времени t от величины z_1 остатка готовой продукции на начало тактического периода времени и вектора $u^t = (u_\tau, \tau = 1,2,\ldots t)$ объёмов производства, $E_t = F_t(z_1, u^t)$;

$F(z_1, u)$ - функция, определяющая зависимость эффекта $E_\Sigma = \sum_{t=1}^{T} E_t$ производственной деятельности за весь тактический период времени T от величины z_1 начального остатка продукции и производственной программы $u=(u_t$, t=1,2,…T),

$$E_T^{\Sigma} = F\ (z_1, u) = \sum_{t=1}^{T} F_t\ (z_1, u^t).$$

Если природа реализует вектор $x^{\max*}=(x_t^{\max*}=x^{\max}$, t=1,2,…T) объёмов спроса, то зависимости $g_t\ (z_1, u^t)$, $F_t\ (z_1, u^t)$, $F\ (z_1, u)$ конкретизируются следующим образом:

$$g_1\ (z_1, u_1) = g_1^{1*}(z_1, u_1) = u_1 + z_1,\ g_{t+1}(z_1, u^t) = g_{t+1}^{1*}(u_t) = u_t \text{ (t=1,2,…T-1);} \tag{6}$$

$$F_1\ (z_1, u^t) = F_1^{1*}(z_1, u_1) = \text{d}(2(u_1 + z_1)\text{-}\,x^{\max}),\ F_t\ (z_1, u^t) = F_t^{1*}(u_t) = \text{d}(2u_t - x^{\max}); \tag{7}$$

$$F\ (z_1, u) = F^{1*}(z_1, u) = \text{d} \sum_{t=1}^{T}(2u_t - x^{\max}) + z_1. \tag{8}$$

Если природа реализует вектор $x^{\min*}=(x_t^{\min*}=x^{\min}$, t=1,2,…T) объёмов спроса, то зависимости $g_t\ (z_1, u^t)$, $F_t\ (z_1, u^t)$, $F\ (z_1, u)$ получают следующее выражение:

$$g_t\ (z_1, u^t) = g_t^{2*}(z_1, u^t) = \sum_{\tau-1}^{t} u_\tau - (\text{t-1})\,x^{\min} + z_1 \text{ (t=1,2,…T);} \tag{9}$$

$$F_t\ (z_1, u^t) = F_t^{2*}(z_1\ u^t) = \text{d}\,x^{\min} - \text{c}\,(\sum_{\tau-1}^{t} u_\tau - \text{t}\,x^{\min} + z_1); \tag{10}$$

$$F\ (z_1, u) = F^{2*}(z_1, u) = \text{dT}\,x^{\min} - \text{c} \sum_{t-1}^{T}\ (\sum_{\tau-1}^{t} u_\tau - \text{t}\,x^{\min} + z_1) =$$

$$= \text{dT}\,x^{\min} - \text{c}(\sum_{t-1}^{T}\ \sum_{\tau-1}^{t} u_\tau - x^{\min}\sum_{t-1}^{T} t + \text{T}\,z_1);$$

$$F^{2*}(z_1, u) = \text{dT}\,x^{\min} - \text{c}(\sum_{t-1}^{T}\ \sum_{\tau-1}^{t} u_\tau - 0{,}5(\text{T+1})\,x^{\min} + \text{T}\,z_1). \tag{11}$$

Для обсуждения оптимальности производственной программы предприятия будем использовать следующие определения. Производственная программа u^* = (u_t^{ε}, t = 1, 2,…T) является оптимальной, если $F(z_1, u^*)$ = max { $F(z_1\ u)$ | $u_t \in [0,\ u^{\max}]$ (t=1,2,…T)}. Производственная программа u^{δ} = (u_t^{δ}, t = 1, 2,…T) будет являться ε-оптимальной в том случае, когда

$$\varepsilon(\delta) = \sup\{F(z_1\ u)\,|u_t \in [0,\ u^{\max}]\} - F(u^{\delta}, x^*) \to 0, \text{ если } \delta \to 0,$$

где δ - параметр программы u^{δ}.

В условиях локально оптимальной стратегии природы зависимость $f(x_t^*, y_t)$ производственного эффекта E_t от количества готовой продукции y_t на оперативном интервале времени t $f_1(x^{\max}, y^*) = f_2(x^{\min}, y^*)$ может быть представлена следующей формулой

$$f(x_t^*, y_t) = \max\{f_1(x^{\max}, y_t), f_2(x^{\min}, y_t)\}$$

Из этой формулы и свойств функций $f_1(x^{\max}, y_t)$, $f_2(x^{\min}, y_t)$ следует, что эффект E_t на любом оперативном интервале времени t, t=1,2,…T, не может превышать величины $E_И^{\max}$, а эффект E_{Σ} на всём тактическом периоде времени – величины $E_{\Sigma}^{\max}$= T$E_И^{\max}$. Поэтому такая производственная программа, которая в условиях локально оптимальной стратегии природы обеспечивает получение в течение тактического периода времени производственный эффект, равный $E_{\Sigma}^{\max}$ (или ε-близкий к $E_{\Sigma}^{\max}$), будет являться оптимальной (или ε-оптимальной).

Исходя из предположения о локально оптимальной стратегии природы, выделим 3 возможные ситуации, определяемые соотношениями величин z_1, $u^{\max}$, y^*.

Ситуация 1. $z_1 + u^{\max} < y^*$. В этой ситуации существует единственная оптимальная программа производства u^1 = (u_t^1 = $u^{\max}$, t=1,2,…T). Действительно, поскольку $u_t^1 = u^{\max} < y^*$(t=1,2,…T), то программе производства u^1 однозначно соответствует вектор $x^{\max *}$=($x_t^{\max *} = x^{\max}$, t=1,2,…T) локально оптимальных объёмов спроса. Поэтому

$$g_t(z_1, u^t) = g_t^{1*}(z_1, u_1), F_t(z_1, u^t) = F_t^{1*}(z_1, u_1) \text{ (t=1,2,…T)}, F(z_1, u) = F^{1*}(z_1, u),$$

где функции $g_t^{1*}(z_1, u_1)$, $F_t^{1*}(z_1, u_1)$, $F^{1*}(z_1, u)$ определяют формулы (6) – (8). Значениями компонент вектора y^1=(y_t^1, t=1,2,…T) объёмов готовой продукции являются величины $y_1^1 = u^{\max} + z_1$, $y_t^1 = u^{\max}$ (t=2,…T-1). Производственные эффекты E_t^1 (t=1,2,…T) на оперативных интервалах времени и суммарная за тактический период времени величина эффекта E_Σ^1 определяются следующими выражениями:

$$E_1^1 = \text{d}(2(u^{\max} + z_1) - x^{\max}), E_t^1 = \text{d}(2u^{\max} - x^{\max}) \text{ (t=2,…T)}$$

$$E_\Sigma^1 = \sum_{t=1}^{T} E_t = \text{d}(\text{T}(2u^{\max} - x^{\max}) + z_1).$$

Очевидно, что $F^{1*}(z_1, u^1)$ = max { $F^{1*}(z_1\ u) \,|\, u_t \in [0,\ u^{\max}]$ (t=1,2,…T)}.

Ситуация 2. $z_1 + u^{\max} = y^*$. В соответствии с формулами (4), (5) при $y_t = y^*$ объём спроса x_t^*, соответствующий локально оптимальной стратегии природы, может принимать либо значение $x^{\min}$, либо значение $x^{\max}$, т.е. является неопределённой величиной. Для исключения дополнительной неопределённости предприятие может воспользоваться программой $u^{-\delta a}$=($u_t^{-\delta a}$, t = 1, 2,…T), если $u^{\max} < y^*$ (ситуация 2a), или программой $u^{-\delta b}$=($u_t^{-\delta b}$,t=1,2,…T), если $u^{\max} = y^*$(ситуация 2b): $u_1^{-\delta a} = u_1^{-\delta b} = u^{\max} - \delta$, $u_t^{-\delta a} = u^{\max}$ (t=2,…T) $u_t^{-\delta b} = u^{\max} - \delta = y^* - \delta$ (t = 2,…T), где δ - малая величина, выступающая параметром программ $u^{-\delta m}$, $u^{-\delta b}$. В этих случаях вектор локально оптимальных объёмов спроса будет совпадать с вектором $x^{\max *}$.

В ситуации 2a объёмы готовой продукции составляют величины:

$$y_1^{-\delta a} = y^* - \delta, \quad y_{t+1}^{-\delta a} = u^{\max} \text{ (t=1,2,…T-1)}$$

а максимальные эффекты $E_t^{-\delta m}$ (t=1,2,…T) на оперативных интервалах времени и максимальный суммарный за тактический период времени T эффект $E_\Sigma^{-\delta m}$ определяются формулами:

$$E_1^{-\delta m} = \text{d}(2(u^{\max} - \delta + z_1) - x^{\max}),$$

$$E_t^{-\delta m} = F_t^{1*}(u^{\max}) = \text{d}(2u^{\max} - x^{\max}) \text{ (t=2,…T)}, \quad E_\Sigma^{-\delta m} = F^{1*}(z_1, u^{ab}) - \varepsilon_1(\delta),$$

где u^{ab}= (u_t^{ab}=$u^{\max}$, t=1,2,…T), $\varepsilon_1(\delta)$=2dδ, $F^{1*}(z_1, u^{ab})$ = d(T(2$u^{\max}$-$x^{\max}$)+2z_1).

В ситуации 2b объёмы готовой продукции $y_t^{-\delta}$, максимальные эффекты $E_t^{-\delta}$ на оперативных интервалах времени и максимальный суммарный за тактический период времени эффект $E_\Sigma^{-\delta}$ в количественном выражении не полностью совпадают с аналогичными величинами в ситуации 2а:

$$y_t^{-\delta} = g_t^{1*}(z_1, u_1^{-\delta b}) = y^*-\delta \text{ (t=1,2,…T)}$$

$$E_t^{-\delta} = F_t^{1*}(u^{\max}-\delta) = \text{d}(2(u^{\max}-\delta)- x^{\max}) = \text{d}(2(y^*-\delta)- x^{\max}) = F_t^{1*}(y^*-\delta)$$

$$\text{(t=2,…T)},\ E_\Sigma^{-\delta} = F^{1*}(z_1, u^{ab}) - \varepsilon_2(\delta),$$

где $\varepsilon_2(\delta)$=2dTδ, $F^{1*}(z_1, u^{ab})$ = T(d(2$u^{\max}$-$x^{\max}$) = T(d(2y^*- $x^{\max}$) = $E_\Sigma^{\max}$. При этом

$$\sup\{F(z_1\ u) \,|\, u_t \in [0,\ u^{\max}]\} = F^{1*}(z_1, u^{ab}),$$

$$\varepsilon_1(\delta) = \sup\{F(z_1\ u) \,|\, u_t \in [0,\ u^{\max}]\} - F^{1*}(z_1, u^{-\delta a}) \to 0, \text{ если } \delta \to 0;$$

$$\varepsilon_2(\delta) = \sup\{F(z_1\ u) \,|\, u_t \in [0,\ u^{\max}]\} - F^{1*}(z_1, u^{-\delta b}) \to 0, \text{ если } \delta \to 0,$$

Таким образом, производственные программы $u^{-\delta a}$ и $u^{-\delta b}$ оказываются ε-оптимальными соответственно в ситуациях 2а и 2b.

Ситуация 3. $u^{\max} > y^* > z_1$. Если предприятие в ситуации 3 по-прежнему избегает дополнительной неопределённости, возникающей при $y_t = y^*$, то для него представляют интерес как программа $u^{-\delta}$= ($u_1^{-\delta}$=y^*-δ-z_1, $u_t^{-\delta}$=y^*-δ, t=2,…T), аналогичная рассмотренной выше программе $u^{-\delta b}$, так и программа $u^{+\delta}$=($u_t^{+\delta}$, t=1,2,…T), значениями компонент которой являются следующие величины:

$$u_1^{+\delta} = y^* + \delta - z_1,\ u_t^{+\delta} = x^{\min} \text{ (t=2,…T).}$$

Как и для программы $u^{-\delta b}$, при использовании предприятием программы $u^{-\delta}$ объёмы готовой продукции, максимальные эффекты на оперативных интервалах времени и максимальный суммарный за тактический период времени эффект составляют величины:

$$y_1^{-\delta} = y^*-\delta,\ E_t^{-\delta} = F_t^{1*}(y^*-\delta) = \text{d}(2(y^*-\delta)- x^{\max}) \text{ (t=1,2,…T),}$$

$$E_{\Sigma}^{-\delta} = F^{1*}(z_1, u^{1*}) - \varepsilon_2(\delta),$$

где u^{1*}=($u_1^{1*} = y^* - z_1$, $u_t^{1*} = y^*$, t=2,…T), $\varepsilon_2(\delta) = 2\text{dT}\delta$,

$$F^{1*}(z_1, u^{1*}) = \text{Td}\,(2y^* - x^{\max}). \quad (12)$$

При этом

$$\sup\{F(z_1\ u)\,|u_t \in [0,\ u^{\max}]\} = F^{1*}(z_1, u^{1*});$$

$$\sup\{F(z_1\ u)\,|u_t \in [0,\ u^{\max}]\} - F^{2*}(z_1\ u^{+\delta}) \to 0, \text{ если } \delta \to 0.$$

Следовательно, программа $u^{-\delta}$=($u_t^{-\delta}$,t=1,2,…T) оказывается ε-оптимальной и в ситуации 3.

При использовании предприятием программы $u^{+\delta}$=($u_t^{+\delta}$,t=1,2,…T) локально оптимальной стратегии природы соответствует вектор $x^{\min*}$=($x_t^{\min*} = x^{\min}$, t=1,2,…T) объёмов спроса. Объёмы готовой продукции определяются формулой

$$y_t^{+\delta} = g_t^{2*}(z_1, u_t^{+\delta}) = y^* + \delta \ \text{(t=1,2,…T)}.$$

Эффекты $E_t^{+\delta}$ (t=1,2,…T) на оперативных интервалах времени и суммарный за тактический период времени Т эффект $E_{\Sigma}^{+\delta}$ составляют величины

$$E_t^{+\delta} = F_t^{2*}(z_1\ u^t) = (\text{d+c})\,x^{\min} - \text{c}\,y_t^{+\delta} == (\text{d+c})\,x^{\min} - \text{c}(y^* + \delta)\ \text{(t=1,2,…T)},$$

$$E_{\Sigma}^{+\delta} = F^{2*}(z_1, u^{+\delta}) = F^{2*}(z_1, u^{2*})\ \ \varepsilon^{+\delta}(\delta),$$

где u^{2*} = ($u_1^{2*} = y^* - z_1$, $u_t^{2*} = x^{\min}$, t = 2,…T), , $\varepsilon^{+\delta}(\delta)$=c$\delta$T,

$$F^{2*}(z_1, u^{2*}) = \text{T}((\text{d+c})\,x^{\min} - \text{c}\,y^*). \quad (13)$$

При этом

$$\sup\{F^{2*}(z_1\ u)\,|u_t \in [0,\ u^{\max}]\ \text{(t=1,2,…T)}\} = F^{2*}(z_1, u^{2*}) = E_{\Sigma}^{\max},$$

$$F^{2*}(z_1\ u^{+\delta}) - F^{2*}(z_1, u^{2*}) \to 0, \text{ если } \delta \to 0;$$

Таким образом, в ситуации 3 программа $u^{+\delta}$=($u_t^{+\delta}$, t=1,2,…T), обеспечивающая за тактический период времени эффект $E_{\Sigma}^{+\delta}$, сколь угодно близкий к максимальному эффекту $E_{\Sigma}^{\max}$, оказывается ε-оптимальной так же, как и программа $u^{-\delta}$.

Для обсуждения возможных результатов процесса производства и реализации продукции в случае, когда производственная программа предприятия нацелена на поддержание объёма готовой продукции на уровне особенной величины y^*, рассмотрим сначала более общий случай, когда программа предприятия ориентирована на поддержание объёма готовой продукции на произвольно выбранном постоянном уровне $y^C \in [x^{\min}, u^{\max}]$, $y_t = y^C$ (t=1,2,…T).

Будем предполагать, что $u^{\max} \geq x^{\max} \geq z_1$, d > c, и рассматривать случай малой информированности, когда $2x^{\min} > x^{\max}$.

Обозначим как $u^{1C}=(u_1^{1C} = y^C - z_1,\ u_t^{1C} = y^C$, t=2,…T) и как $u^{2C}=(u_1^{2C} = y^C - z_1,\ u_t^{2C} = x^{\min}$, t=2,…T) производственные программы, рассчитанные на поддержание постоянного объёма y^C готовой продукции при реализации природой соответственно стратегий $x^{\max*}=(x_t^{\max*} = x^{\max}$, t=1,2,…T) и $x^{\min*}=(x_t^{\min*} = x^{\min}$, t=1,2,…T).

Если предприятие реализует производственную программу u^{1C}, а природа – стратегию $x^{\min*}=(x_t^{\min*} = x^{\min}$, t=1,2,…T), то объёмы y_t^{1C} готовой продукции, производственные эффекты E_t^{1C} на каждом оперативном интервале времени t, t=1,2,…T, и суммарная за тактический период времени величина эффекта E_Σ^{1C} определяются следующими величинами:

$$y_t^{1C} = g_t^{2*}(z_1, u_t^{1C}) = y^C + (y^C - x^{\min})(t-1);$$

$$E_t^{1C} = F_t^{2*}(z_1\ u^t) = \mathrm{d}x^{\min} - \mathrm{c}(y_t^{1C} - x^{\min}) = \mathrm{d}x^{\min} - \mathrm{c}(y^C - x^{\min})t;$$

$$E_\Sigma^{1C} = \mathrm{Td}x^{\min} - \mathrm{c}(y^C - x^{\min})\sum_{\tau-1}^{T} t = \mathrm{T}(\mathrm{d}x^{\min} - 0{,}5\mathrm{c}(y^C - x^{\min})(\mathrm{T}+1)). \quad (14)$$

В условиях реализации производственной программы u^{2C} и стратегии $x^{\max*}=(x_t^{\max*} = x^{\max}$, t=1,2,…T) природы характер зависимостей объёмов y_t^{2C} готовой продукции, производственных эффектов E_t^{2C} на оперативных интервалах времени и суммарного за тактический период времени эффекта E_Σ^{2C} от исходного объём нереализованной продукции z_1 и программы u

определяется значением выбранного уровня y^C готовой продукции. Если $y^C \leq x^{\max}$, то

$$y_1^{2C} = g_1^{1*}(z_1, u_1^{2C}) = y^C,\ y_t^{2C} = g_t^{1*}(u_t^{2C}) = x^{\min}\ (t=2,\ldots T);$$

$$E_1^{2C} = F_1^{1*}(z_1, u_1) = d\,(2y^C - x^{\max}),\ E_t^{2C} = F_t^{1*}(u_t) = d(2x^{\min} - x^{\max})\ (t=2,\ldots T);$$

$$E_\Sigma^{2C} = E_{\Sigma 1}^{2C} = F^{1*}(z_1, u) = d(2y^C - x^{\max} + \sum_{t=2}^{T}(2x^{\min} - x^{\max})) = d(2y^C - x^{\max} + (T-1)(2x^{\min} - x^{\max}));$$

$$E_{\Sigma 1}^{2C} = d(2(y^C - x^{\min}) + T(2x^{\min} - x^{\max}). \quad (15)$$

Если $y^C > x^{\max}$, то

$$y_1^{2C} = y^C,\ y_t^{2C} = x^{\min} + y^C - x^{\max},\ (t=2,\ldots T);\ E_1^{2C} = d\,x^{\max} - c(y^C - x^{\max}),$$

$$E_t^{2C} = d(2(x^{\min} + y^C - x^{\max}) - x^{\max}) = d(2(x^{\min} + y^C) - 3x^{\max})\ (t=2,\ldots T);$$

$$E_\Sigma^{2C} = E_{\Sigma 2}^{2C} = d\,x^{\max} - c(y^C - x^{\max}) + (T-1)\,d(2(x^{\min} + y^C) - 3x^{\max}) =$$

$$d\,x^{\max} - d(2(x^{\min} + y^C) - 3x^{\max}) - c(y^C - x^{\max}) + T\,d(2(x^{\min} + y^C) - 3x^{\max}).$$

$$E_{\Sigma 2}^{2C} = d(4x^{\max} - 2x^{\min}) - c(y^C - x^{\max}) - 2d\,y^C + Td(2(x^{\min} + y^C) - 3x^{\max})). \quad (16)$$

Обозначим как $P^{1*}(T, y^C)$, $P^{1C}(T, y^C)$, $P^{2*}(T, y^C)$, $P_1^{2C}(T, y^C)$ $P_2^{2C}(T, y^C)$ величины эффектов $E_\Sigma^{1*} = F^{1*}(z_1, u^{1C})$, E_Σ^{1C}, $E_\Sigma^{2*} = F^{2*}(z_1, u^{2C})$, $E_{\Sigma 1}^{2C}$, $E_{\Sigma 2}^{2C}$ соответствующие длительности Т тактического периода планирования и объёму y^C готовой продукции.

$$P^{1C}(T, y^C) - P^{1C}(T, y^*)\ P_1^{2C}(T, y^C) - P_1^{2C}(T, y^*),\ P_2^{2C}(T, y^C),$$

Пример 1. Найдем величины y^*, $P^{1*}(T, y^C)$, $P^{1C}(T, y^C)$, $P^{2*}(T, y^C)$, $P_1^{2C}(T, y^C)$, $P_2^{2C}(T, y^C)$, $P^{1*}(T, y^*)$, $P^{1C}(T, y^*)$, $P^{2*}(T, y^*)$, $P_1^{2C}(T, y^*)$, $P_1^{2C}(T, x^{\max})$, $P_2^{2C}(T, x^{\max})$ для следующих условий; z_1 =0, $x^{\min}$=0,6, $x^{\max}$=1, c= 0,5; d =1. В соответствии с формулами (3), (12) – (16) получаем:

$$y^* = 0{,}76,\ P^{1*}(T, y^C) = d(2y^C - x^{\max})T = (2y^C - 1)T;$$

$$P^{1C}(T, y^C) = T(d\,x^{\min} - 0{,}5\,c(y^C - x^{\min}))(1+T)) = T(0{,}6 + (T+1)(0{,}15 - 0{,}25\,y^C));$$

$$P^{2*}(T, y^C) = T((d+c)\,x^{\min} - c\,y^C) = (0{,}9 - 0{,}5\,y^C)\,T;$$

$$P_1^{2C}(T, y^C)= \text{d}((2(y^C - x^{\min})+ \text{T}(2x^{\min} - x^{\max}))= - 1{,}2 + 2y^C +0{,}2\text{T};$$

$P_2^{2C}(T, y^C)$= d($4x^{\max}$ - $2x^{\min}$)-c($y^C - x^{\max}$)-2dy^C +Td(2($x^{\min}$+ y^C) -3$x^{\max}$)) = = 3,3 - 2,5y^C+ T(2y^C-1,8); $P^{1*}(T, y^*)$=0,52T, $P^{1C}(T, y^*)$=0,56T - 0,04T^2, $P^{2*}(T, y^*)$=0,52T, $P_1^{2C}(T, y^*)$=0,32 + 0,2T, $P_1^{2C}(T, x^{\max})$ $=P_2^{2C}(T, x^{\max})$-= 0,8 +0,2T.

Из полученных результатов следует, что использование производственной программы $u^{1C}=$ $u^{1*}=$ ($u_1^{1*}=y^* - z_1$, $u_t^{1*}=y^*$, t=2,…T), рассчитанной на поддержание постоянного объёма $y^C=y^*$ готовой продукции при реализации природой стратегии $x^{\max *}$=($x_t^{\max *}=x^{\max}$, t=1,2,…T), приводит в случае реализации вектора $x^{\min *}$=($x_t^{\min *}=x^{\min}$, t=1,2,…T) объёмов спроса к снижению эффекта $E_\Sigma^{\max}$ на величину $\Delta_1(T)$=$P^{1*}(T, y^*)$- $P^{1C}(T, y^*)$= 0,04T(T+1). Аналогично с этим, применение производственной программы $u^{2C}=u^{2*}$=($u_1^{2*}=y^* - z_1$,$u_t^{2*}=x^{\min}$,t=2,…T), рассчитанной на поддержание постоянного объёма $y^C=y^*$ готовой продукции при реализации природой стратегии $x^{\min *}$=($x_t^{\min *}=x^{\min}$, t=1,2,…T) приводит в случае реализации вектора $x^{\max *}$=($x_t^{\max *}=x^{\max}$, t=1,2,…T) объёмов спроса к снижению эффекта $E_\Sigma^{\max}$ на величину $\Delta_2=P^{2*}(T, y^*)$ - $P_1^{2C}(T, y^*)$= 0,32 (T-1).

Итак, оказывается, что локально оптимальная стратегия природы не обеспечивает в общем случае минимизацию суммарного производственного эффекта на тактическом периоде. Для повышения гарантии его получения в прогнозируемом размере представляет интерес рассматривать стратегии природы, оптимальные в общем смысле. Стратегию природы x^0=(x_t^0, t = 1,2,…T) назовём оптимальной в общем смысле, если природа стремится минимизировать общий эффект E_Σ производственной деятельности на всём тактическом периоде времени T.

Обозначим как $F^Z(u, x)$ функцию, определяющую зависимость эффекта E_Σ производственной деятельности за весь тактический период времени Т от производственной программы $u=(u_t$,t=1,2,…T) и стратегии природы $x=(x_t$, t=1,2,…T), $E_\Sigma = F^Z(u, x) = \sum_{t=1}^{T} F_t^Z(u^t, x^t)$. Тогда

$$F(u, x^0) = \min\{F(u, x) | x_t \in [x^{\min}, x^{\max}]\} \text{ (t=1,2,…T)}.$$

Может быть доказано следующее утверждение: при любой производственной программе $u=(u_t$, t=1,2,…T) оптимальной в общем смысле является либо стратегия природы $x^{\min*}$, либо стратегия природы $x^{\max*}$. Из этого утверждения следует, что при использовании предприятием программ $u^{1C}=(u_1^{1C}=y^C-z_1$, $u_t^{1C}=y^C$, t=2,…T), $u^{2C}=(u_1^{2C}=y^C-z_1$, $u_t^{2C}=x^{\min}$, t=2,…T) оптимальной в общем смысле является либо стратегия природы $x^{\min*}$, либо стратегия природы $x^{\max*}$.

Обозначим как $R^{1*}(y^C)$, $R^{1C}(y^C)$, $R^{2*}(y^C)$, $R_1^{2C}(y^C)$, $R_2^{2C}(y^C)$ величины эффектов $P^{1*}(T, y^C)$, $P^{1C}(T, y^C)$, $P^{2*}(T, y^C)$, $P_1^{2C}(T, y^C)$ $P_2^{2C}(T, y^C)$, соответствующие заданной длительности Т тактического периода планирования и объёму y^C готовой продукции. Если предприятие, используя в условиях предполагаемого вектора $x^{\max*}$ объёмов спроса программу u^{1C}, изменит расчетный объём готовой продукции с величины y^* на величину $y^C > y^*$, то оно будет получать производственный эффект E_Σ^{1*} в меньшем размере $R^{1*}(y^C)$, чем величина $R^{1*}(y^*)$ эффекта, который мог бы быть получен при реализации программы, рассчитанной на объём y^* готовой продукции. Однако выбор в качестве ориентира величины y^C позволит предприятию снизить потери, возникающие в случае реализации природой вектора $x^{\min*}$ объёмов спроса: $R^{1C}(y^C) > R^{1C}(y^*)$. Аналогичные соображения определяют полезность программы u^{2C}, рассчитанной на обеспечение постоянного объёма y^0 готовой продукции в условиях реализации природой вектора $x^{\min*}$ объёмов спроса. Снижение эффекта E_Σ^{2*} от величины $R^{2*}(y^*)$ до величины $R^{2*}(y^C)$ компенсируется снижением потерь от возможной реализации вектора $x^{\max *}$ объёмов спроса и повышением в этой связи эффекта E_{Σ}^{2C} от величины $R_1^{2C}(y^*)$ до величины $R_1^{2C}(y^C)$ или $R_2^{2C}(y^C)$.

Из приведенных рассуждений следует, что предприятию целесообразно выбирать производственную программу исходя из решения одной из следующих двух задач:

$$1) \text{ найти } \max \{ R^1(y^C) \mid y^C \in [x^{\min}, y^*]\}; \tag{17}$$

$$2) \text{ найти } \max R^2(y^C) \mid y^C \in [y^*, x^{\max}]\}. \tag{18}$$

где $R_1(y^C)$= min{ $R^{1*}(y^C)$, $R^{1C}(y^C)$}, $R_2(y^C)$ = min{ $R^{2*}(y^C)$, $R^{2C}(y^C)$}, если $y^C \le x^{\max}$ и $R_2(y^C)$ = min{ $R^{2*}(y^C)$, $R^{2C}(y^C)$}, если $y^C \ge x^{\max}$

Введём в рассмотрение величины λ, μ_1, μ_2, которые определяют следующие формулы: $P^{1*}(T,\lambda)$=$P^{1C}(T,\lambda)$, $P^{2*}(T,\mu_1)$= $P_1^{2C}(T,\mu_1)$, $P^{2*}(T,\mu_2)$ = $P_2^{2C}(T,\mu_2(T))$. Нетрудно видеть, что при любом Т$\ge$ 1 функции $R^{1*}(y^C)$ $=P^{1*}(T,y^C)$, $R_1^{2C}(y^C)$=$P_1^{2C}(T,y^C)$, $R_2^{2C}(y^C)$=$P_2^{2C}(T,y^C)$ являются монотонно возрастающими, а функции $R^{1C}(y^C)$ = $P^{1C}(T,y^C)$, $R^{2*}(y^C)$ = $P^{2*}(T,y^C)$ - монотонно убывающими. Поэтому можно ожидать, что величина λ окажется оптимальным решением задачи (17), а величины μ_1, μ_2 - задачи (18).

Величины λ,μ имеют следующие выражения:

$$\lambda = \lambda(T) = \frac{d(x^{\max} + x^{\min}) + 0,5cx^{\min}(T+1)}{2d + 0,5c(T+1)}, \tag{19}$$

$$\mu_1 = \mu_1(T) = \frac{T(d(x^{\max} - x^{\min}) + cx^{\min}) + 2dx^{\min}}{2d + cT}, \tag{20}$$

$$\mu_2 = \mu_2(T) = \frac{(T-1)(3dx^{\max} - (d-c)x^{\min}) - (d+c)(x^{\max} - x^{\min})}{(T-1)(c+2d)}. \tag{21}$$

Поскольку $\lambda(1) = \dfrac{d(x^{\max} + x^{\min}) + cx^{\min}}{2d+c} = y^*$, а при Т$\to\infty$. $\lambda(T) \to x^{\min}$, то значения $\lambda(T)$ имеют экономический смысл только на интервале $\lambda \in [x^{\min}, y^*]$. Длительности Т* тактического периода, при которой

$\mu_1(T^*) = x^{\max}$, соответствует величина 2d/(d-c). Поэтому значения функций $R_1^{2C}(\mu_1(T))$, $R_2^{2C}(y^C)$ имеют смысл производственных эффектов, только тогда, когда соответственно 1 ≤T ≤ T*, $\mu_1(T) \le x^{\max}$ и T ≥ T*, $\mu_2(T) \ge x^{\max}$ Нетрудно также видеть, что $\frac{d\lambda}{dt}<0$; $\frac{d\mu_1}{dt} > 0$; $\frac{d\mu_2}{dt} > 0$; $\mu_1(1) = \frac{d(x^{\max}+x^{\min})+cx^{\min}}{2d+c} = y^*$; $\mu_2(1)<0$; $\mu_1(T^*) = \mu_2(T^*) = x^{\max}$, $P_1^{2C}(T^*,\ \mu_1(T^*)) = P_2^{2C}(T^*,\ \mu_2(T^*))$. Если d ≥c , то при T→ ∞ $\mu_1(T) \to \frac{dx^{\max}-(d-c)x^{\min}}{c} > x^{\max}$,

$$\mu_2(T) \to \frac{3dx^{\max}-(d-c)x^{\min}}{2d+c} = x^{\min} + \frac{3d(x^{\max}-x^{\min})}{2d+c} \ge x^{\max}.$$

Для удобства дальнейшей записи введём следующее обозначение:

$$\mu(T) = \{\mu_1(T), \text{если } 1 \le T \le T^*;\ \mu_2(T), \text{ если } T \ge T^*\}$$

При использовании в качестве параметров производственной программы величин λ, μ вместо y^* программа

$$u^{1C} = (u_1^{1C} = y^C - z_1,\ u_t^{1C} = y^C,\ t=2,\dots T)$$

трансформируется в более конкретную программу $u^{\lambda} = (u_1^{\lambda} = \lambda - z_1,\ u_t^{\lambda} = \lambda$, t=2,…T), а программа $u^{2C} = (u_1^{2C} = y^C - z_1$, $u_t^{2C} = x^{\min}$, t=2,…T) - в более конкретную программу

$$u^{\mu} = (u_1^{\mu} = \mu - z_1,\ u_t^{\mu} = x^{\min},\ t=2,\dots T).$$

Представляет интерес оценка того дополнительного эффекта, которое получает предприятие при употреблении производственных программ u^{λ}, u^{μ}, в сравнении с другими типами программ. В качестве альтернативы программе u^{λ} может рассматриваться программа $u^{-\delta}$, а в качестве альтернативы программе u^{μ} - программа $u^{+\delta}$, Как было показано выше, программы $u^{-\delta}$, $u^{+\delta}$ являются оптимальными при локально оптимальном поведении природы. В качестве показателей, позволяющих оценивать дополнительные эффекты, могут выступать соответственно величины

$S^{\lambda}(T)= P^{1C}(T,\lambda(T)) - P^{1C}(T,y^*)$; $S^{\mu}(T)=\{S_1^{\mu}(T)$, если $T \le T^*$; $S_2^{\mu}(T)$, если $T\ge T^*\}$,

где $S_1^{\mu}(T)= P_1^{2C}(T,\mu_1(T))- P_1^{2C}(T,y^*)$, $S_2^{\mu}(T)= P_2^{2C}(T,\mu_2(T))- P_1^{2C}(T,y^*)$.

Величины S^{λ}, S_1^{μ}, S_2^{μ}, определяющие повышение производственного эффекта в сравнении с эффектами, соответствующими особенной величине y^* готовой продукции, выражаются следующими формулами:

$$S^{\lambda}(T)= 0{,}5\, c(\lambda(T) - y^*)T(T+1)); \; S_1^{\mu} = 2d\,(\mu_1(T) - y^*);$$

$S_2^{\mu}(T) = d(4x^{\max} - 2x^{\min})-c(\mu_2(T) - x^{\max})-2d\mu_2(T) +Td(2(x^{\min} + \mu_2(T)) -3x^{\max}))- P_1^{2C}(T,y^*)$.

На практике в качестве ожидаемой стратегии природы часто рассматривается реализация вектора $x^{CP}=(x_t^{CP}=p^{CP} = (x^{\max}+x^{\min})/2$, t = 1,2,…T) усреднённых на интервале $[x^{\min},x^{\max}]$ объёмов спроса. В соответствии с этим предположением реализуется программа $u^{CP}=(u_t^{CP}=p^{CP}$,t=1,2,…T). Обозначим как $S^{CP}(T)$ зависимость производственного эффекта от длительности T тактического периода времени в случае использования предприятием программы u^{CP} и реализации природой максимально неблагоприятной стратегии. Если $p^{CP}< y^*$, то реализуется вектор $x^{\max *}$ объёмов спроса,

$S^{CP}(T)=$ d((2($p^{CP}-x^{\min}$)+ T(2$x^{\min}-x^{\max}$))= d((2($x^{\max}-x^{\min}$)+ T(2$x^{\min}$- $x^{\max}$)).

Если $p^{CP}> y^*$, то реализуется вектор $x^{\max *}$ объёмов спроса,

$S^{CP}(T)$=T(d$x^{\min}$- 0,5 c($p^{CP}-x^{\min}$) (T+1)) =T(d$x^{\min}$- 0,25 c($x^{\max}$- $x^{\min}$)(T+1))

Пример 2. Для условий примера 1 найдём зависимости $\lambda(T)$, $\mu(T)$, $S^{\lambda}(T), S^{\mu}, S^{CP}(T)$ и рассчитаем для T=1,2,…8 их значения и значения функций $R_1(\lambda)= P^{1*}(T,\lambda(T))$, $R_2(\mu)= P^{2*}(T,\mu(T))$.

В соответствии с формулами (19) – (21) получаем:

$$\lambda(T) = \frac{1,6+0,15(T+1)}{2+0,25(T+1)};\ \mu_1(T) = \frac{1,2+0,7T}{2+0,5T};.\ \mu_2(T) = \frac{2,7T-3,3}{2,5(T-1)}.$$

$S^{\mu}(T)$={$S_1^{\mu}(T)$, если $T \le 4$; $S_2^{\mu}(T)$, если $T \ge 4$};

$S^{\lambda}(T)$= 0,5c (y^*-λ))T(T+1) = 0,25 (0,76-λ))T(T+1);

$S_1^{\mu}(T)$= 2d ($\mu_1(T)$-y^*)= 2(μ-0,76); $P_1^{2C}(T, y^*)$=0,32 + 0,2T;

$S_2^{\mu}(T)$= 3,3- 2,5$\mu_2(T)$+ T(2$\mu_2(T)$-1,8)-$P_1^{2C}(T, y^*)$=3,3-2,5$\mu_1(T)$+T(2$\mu_2(T)$-1,8)-0,32-0,2T.

$S_2^{\mu}(T)$ = 2,98 - 2,5$\mu_2(T)$+ T(2$\mu_2(T)$-2,0)

$S^{CP}(T)$=T(d$x^{\min}$- 0,5 c(p^{CP}-$x^{\min}$) (T+1)) =T(d$x^{\min}$- 0,25 c($x^{\max}$-$x^{\min}$)(T+1))=

= T(0,55-0,05 T)

Результаты расчётов, полученные с использованием формул (12) – (16), (19) – (21) представлены в таблице.

Таблица. Значения параметров программ в зависимости от T

T	$\lambda(T)$	$R_1(\lambda)$	$S^{\lambda}(T)$	$\mu(T)$	$R_2(\mu)$	$S^{\mu}(T)$	$S^{CP}(T)$
1	0,76	0,52	0,00	0,76	0,52	0,00	0,5
2	0,75	1,00	0,02	0,87	0,94	0,21	0,9
3	0,73	1,38	0,08	0,94	1,29	0,37	1,2
4	0,72	1,76	0,20	1,00	1,60	0,48	1,4
5	0,71	2,14	0,38	1,02	1,95	0,63	1,5
6	0,71	2,46	0,53	1,03	2,31	0,78	1,5
7	0,70	2,80	0,84	1,04	2,66	0,94	1,4
8	0,69	3,04	1,26	1,05	3,02	1,10	1,2

На основе полученных результатов исследований можно сделать следующие выводы.

Обе производственные программы u^{λ}, u^{μ} являются эффективными с точки зрений обеспечиваемого ими производственного эффекта. В условиях рассмотренного примера программа u^{λ} обеспечивает на интервалах $T = 2{,}3$ более высокий производственный эффект $R_1(\lambda)$, чем эффект $R_2(\mu)$ от реализации программы u^{μ}. В то же время на последующих интервалах $T = 4{,}5{,}...{,}8$ более высокий эффект демонстрирует программа u^{λ}.

В общем случае соотношение производственных эффектов этих программ определяется как длительностью периода T, так и значениями параметров других условий задачи.

Следует отметить определенное преимущество программы u^{λ}, состоящее в том, что она предполагает относительно равномерный характер производства при отсутствии исходных больших объемом нереализованной продукции. Программа u^{μ} предполагает скачек производства на первом оперативном интервале, причем этот скачек тем больше, чем больше длительность T планового периода.

Программа u^{CP} является не эффективной. При всех длительностях T, $T = 1{,}2{,}...{,}8$ тактического периода планирования получаемый при ее использовании эффект оказывается меньше эффектов $R_1(\lambda)$ и $R_2(\mu)$, обеспечиваемых при тех же T программами u^{λ} и u^{μ}.

Таким образом, программа производства может рассматриваться как программа управления производственным эффектом в условиях частичной неопределённости. Однако, наиболее эффективные управляющие системы имеют иерархическую структуру, в которой наряду с программным управлением реализуются механизмы оперативного регулирования по типу обратной связи и прогнозирования возмущений. Такой подход к управлению может быть реализован и в рассматриваемой задаче прогнозирования результатов производства. Для этого ее необходимо дополнить условиями следующего содержания. Перед началом каждого оперативного интервала времени t предприятию становятся известными уточнённые оценки минимального $x_t^{\min}$ и максимального $x_t^{\max}$ объёмов спроса, $[x_t^{\min}, x_t^{\max}] \subseteq [x^{\min}, x^{\max}]$ (t=1,2,…T). В соответствии с этими оценками и текущими величинами нереализованной продукции объёмы производства, запланированные программой на тактическом уровне управления, корректируются в меньшую или большую стороны. Коррекция объёмов производства сопровождается потерями, обусловленными либо компенсационными выплатами персоналу за простой, либо дополнительными затратами на проведения сверхурочных работ, оперативные дополнительные закупки материалов и комплектующих изделий.

Прогнозирование результатов производства на основе его оптимального согласованного планирования на тактическом и оперативном уровнях рассматривается авторами как дальнейший предмет исследований.

Литература:

1. Контри Х., Керкленд Д., Вигери П. Стратегия в условиях неопределенности // Экономические стратегии. – 2002. - №6. – С.79-84.

2. Кравець С.П. Оцінка виробництва в умовах визначеності і ризику// Актуальні проблеми економіки. – 2007.- № 4.- С. 51-55

3. Маркетинг: підручник / А.О.Старостіна, Н.П.Гончарова, Є.В. Крикавський та ін..; за ред.. А.О. Старостіної. – К.: Знання, 2009. – 1070 с. Розділ 6. Методи прогнозування рівня попиту: с. 203 – 233

4. Сявавко М.С. Оптимізаційні моделі виробничої програми підприємства за умов невизначеності (нечіткий варіант) / Мар'ян Сявавко, Вікторія Цицак // Економічна кібернетика. – 2005. – №1-2 (31-32). – С. 27-40.

5. Цицак В.М. Моделювання виробничої програми підприємства за умов нечіткого попиту на продукцію / Вікторія Цицак // Вісник Львівського національного університету. Серія економічна. Вип. 37. – Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2007. – С. 390-397.