

Control no lineal de velocidad en un vehículo eléctrico autónomo



Diego Alejandro Ramirez Loaiza
Juan Manuel Flórez Betancourt

Control no lineal de velocidad en un vehículo eléctrico autónomo

Diego Alejandro Ramirez Loaiza
Juan Manuel Flórez Betancourt

Trabajo de grado presentado como requisito
parcial para optar al título de
Ingeniero Electricista

Pereira, Diciembre de 2017
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
Programa de Ingeniería Eléctrica.



Control no lineal de velocidad en un vehículo eléctrico autónomo
©Diego Alejandro Ramirez Loaiza
Juan Manuel Flórez Betancourt

Director: Alejandro Garcés Ruiz

Pereira, Diciembre de 2017
Programa de Ingeniería Eléctrica.
Universidad Tecnológica de Pereira
La Julita. Pereira(Colombia)
TEL: (+57)(6)3137122
www.utp.edu.co

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisd/index.html>*

Agradecimientos

- Diego Alejandro Ramirez Loaiza

Para el desarrollo de este logro tengo para agradecerle a nuestro director de tesis, el profesor Alejandro Garcés Ruíz por su gran ayuda y colaboración en la solución de cada obstáculo que se nos presentó en el avance de este trabajo de investigación.

A mi co-trabajador de tesis Juan Manuel Flórez Betancourt por su empeño y dedicación en cada uno de los espacios dedicados en el desarrollo de este trabajo.

A mi familia y amigos que colaboraron conmigo en diferentes oportunidades y me apoyaron en momentos cruciales para la culminación de este trabajo de investigación.

- Juan Manuel Flórez Betancourt

Primero que todo, he de agradecer a mis padres por el apoyo incondicional que me han brindado durante toda la vida para salir adelante, a mi hermano por estar siempre presente y dispuesto a echarme una mano en todo momento.

También agradezco al profesor Alejandro Garcés Ruiz que puso toda su disposición para sacar adelante este trabajo, al coautor Diego Alejandro Ramirez Loaiza que trabajó responsable, activamente y con total entrega en la realización de este proyecto de grado hasta el final. También es importante mencionar a los familiares más allegados y amigos que colaboraron directa o indirectamente en la formación personal y académica durante mi vida universitaria, ya que finalmente toda la experiencia adquirida queda plasmada en este documento.

Resumen

En este trabajo se presenta el modelamiento dinámico de un vehículo eléctrico basados en la segunda ley de Newton, que se traduce en una ecuación diferencial que representa todas las fuerzas aplicadas y necesarias para el desplazamiento del vehículo. Posteriormente se implementó un control no lineal Proporcional Integral (PI) de velocidad basado en los criterios de estabilidad de Lyapunov y sistemas Hamiltonianos, con lo cual se pueda realizar un análisis a la estructura de los subsistemas más relevantes que integran el sistema del vehículo eléctrico como lo son el banco de baterías, los convertidores tanto DC/DC como DC/AC y el motor de inducción teniendo en cuenta el modelo extendido del mismo; todo esto con el fin de describir el modelo totalizado como un sistema Hamiltoniano pasivo conformado por la interconexión de subsistemas pasivos. En segundo lugar se describen una serie de simulaciones realizadas mediante la herramienta de cómputo MATLAB, en la cual se realizan las comprobaciones respectivas de la estabilidad del sistema teniendo en cuenta el controlador que se diseña, adicionalmente se realiza la optimización de dicho controlador para encontrar las constantes de control que hacen el sistema más eficiente en cuanto a la energía que utiliza el vehículo, finalmente se realiza una interconexión de dicho subsistema con el sistema general que describe el funcionamiento de la máquina de inducción, teniendo como principal objetivo mantener el control del torque del vehículo.

Tabla de Contenido

Agradecimientos	iii
Resumen	v
1 Introducción	1
1.1 Planteamiento del problema	2
1.2 Justificación	2
1.3 Objetivos	3
1.3.1 General	3
1.3.2 Específicos	4
1.4 Estado del arte	4
1.5 Principales resultados	5
1.6 Estructura del trabajo de grado	5
2 Sistemas dinámicos, pasividad y sistemas de Hamilton	7
2.1 Sistemas dinámicos	7
2.2 Sistemas disipativos y pasividad	7
2.2.1 Ejemplo	10
2.3 Sistemas de Hamilton	12
3 Modelo dinámico del vehículo eléctrico	15
3.1 Esquema de control	15
3.2 Estabilidad de Lyapunov	16
3.3 Sistema Hamiltoniano	19
4 Modelo de la máquina de inducción	21
4.1 Circuito equivalente	22
4.2 Potencia transferida al eje	24
4.3 Torque electromagnético	25

5	Resultados	27
5.1	Solución de la ecuación	32
5.2	Optimización del controlador Proporcional Integral	32
6	Conclusiones	39
6.1	Futuros trabajos de investigación	40

Capítulo 1

Introducción

Los vehículos de combustión hacen parte de una industria en declive en el ámbito internacional, muchos países desarrollados (especialmente en Europa) planean desincentivar la venta o fabricación de los mismos en los próximos años, con el objetivo de ser reemplazados por vehículos eléctricos a mediano o largo plazo. En Colombia, el consumo de energía eléctrica en transporte correspondía al 0,06% para el año 2015 [1], lo cual muestra que la transición de vehículos de combustión a los vehículos eléctricos ha presentado un proceso lento, sin embargo, para el 2030 se proyectan 78 mil vehículos eléctricos en el sistema de transporte nacional [2].

Colombia cuenta con 8 electrolinerías públicas en las ciudades de Medellín y Bogotá para el septiembre de 2017, los puntos de recarga privados, en su mayoría domiciliarios, alcanzan los 200 [1]. Actualmente se está buscando la realización de proyectos que ayuden a masificar la construcción de dichas estaciones en más sectores del país, con lo cual se podrá fomentar el aumento de los vehículos eléctricos circulando en el territorio colombiano.

Las tecnologías que integran los vehículos son cada vez más avanzadas, comprendiendo sistemas más robustos con mayor cantidad de sensores y sistemas inteligentes que facilitan la interacción con el usuario y con el medio, de esta forma, los sistemas de control que automatizan procesos se tornan más complejos con el fin de brindar mayor autonomía. Se requiere entonces realizar estudios que faciliten y determinen la viabilidad de implementación de vehículos eléctricos, con las respectivas características necesarias para el buen desarrollo de estas tecnologías a nivel local. En este caso, se presenta el desarrollo de un controlador no lineal para la velocidad de un vehículo eléctrico a partir del modelamiento del mismo basado en la física newtoniana, y el modelo eléctrico equivalente monofásico del motor de inducción con la finalidad de analizar la factibilidad de implementación del control.

1.1 Planteamiento del problema

La tecnología siempre ha buscado la automatización de los dispositivos y aparatos que nos rodean con el fin de lograr un desempeño óptimo sin la intervención humana en el proceso. Los vehículos eléctricos se han desarrollado fuertemente en los últimos años, creciendo poco a poco en el mercado del transporte, una vez más, el desarrollo de sistemas que controlen procesos del vehículo como la velocidad en condiciones normales, se hace imperativo para aligerar la carga del usuario en trayectos extensos o de mucho tráfico ya que se sabe que más de 90% de los accidentes de tránsito suceden debido a errores humanos [3].

Algunas empresas como Tesla o Google han desarrollado sistema de control electrónico para implementar en este campo y otorgar autonomía a sus vehículos, sin embargo, existe mucho campo por delante en el cual profundizar y obtener sistemas de control no lineal más eficientes para un funcionamiento óptimo, teniendo en cuenta el modelo matemático del vehículo eléctrico, aún sabiendo que el nivel máximo de autonomía de un vehículo todavía no se ha desarrollado completamente. Tesla, pionero en el tema, asegura que le falta mucho camino para alcanzar dicha autonomía, la cual de momento está limitada a aspectos específicos [4].

En general se plantea la solución del sistema de ecuaciones no lineales con el fin de controlar la velocidad en un recorrido y comprobar eficiencias de dicho sistema teniendo en cuenta el modelo del vehículo y la máquina de inducción dentro del análisis que se realiza. Es necesario una investigación profunda de diferentes diseños de control, con el fin de encontrar el más óptimo que se pueda implementar a nivel nacional, ya que existen distintos factores autóctonos que modifican el comportamiento del controlador y pueden exceder sus limitaciones. En Colombia existen muy pocos vehículos eléctricos o híbridos, por lo tanto, los estudios acerca del tema son limitados, es por ello que se requiere investigación acorde a la región, buscando sistemas óptimos y adecuados para implementaciones futuras ya que se espera un crecimiento notable en el mercado de vehículos eléctricos en los años venideros.

1.2 Justificación

Los vehículos eléctricos tienen cada vez más participación en diferentes partes del mundo, especialmente en Norteamérica, Europa y Asia, sin embargo esto no limita a países como Colombia a adelantar proyectos de investigación en este tema, ya que con el fenómeno de la globalización, se espera que los vehículos eléctricos aumenten notablemente su participación en el transporte local en los próximos años.

En Colombia, el interés en implementar vehículos eléctricos crece con el tiempo, llegando a presentar incentivos como la eliminación del IVA y aranceles a los usuarios que adquieran este medio de transporte; este fenómeno ha influido fuertemente en el aumento de las

investigaciones en el tema y ha llevado a la necesidad de buscar la forma más óptima de instaurar este tipo de vehículos en un país como este, ya que gran parte de los estudios realizados en este campo son desarrollados en países en los cuales la topografía, el estilo de vida, la economía, la cultura, entre otros, difiere en gran magnitud con la de Colombia.

El documento tiene como fin analizar la dinámica y el control de vehículos eléctricos autónomos, con el fin de mantener la velocidad del vehículo en una referencia dada; el modelo de este controlador muestra de una forma simplificada como se comportaría la velocidad del vehículo si este se condujera de manera autónoma [5]. Se trabajará de manera puntual en el control de la velocidad a una inclinación predeterminada del vehículo, con lo que se puede dar inicio a un estudio posterior en el que se puedan implementar las inclinaciones variables de un territorio específico, y así, analizar y realizar posibles mejoras al controlador que se muestra en el documento; a lo previamente mencionado se suma el análisis del modelo del motor de inducción presente en el vehículo y a su vez el consumo de energía en las condiciones a las que es sometido, realizando cambios en el controlador de manera iterativa hasta llegar a un punto que se traduzca en un consumo mínimo de energía por parte del vehículo en un tiempo establecido.

Existe una vasta literatura acerca del modelamiento y control de vehículos eléctricos. Sin embargo, el análisis presentado en este documento es nuevo en el uso del método de Krasovskii y en la determinación de los parámetros óptimos para sintonizar el controlador. Así mismo se muestra que el sistema resultante es Hamiltoniano, un resultado esperado debido a que el origen del sistema dinámico es claramente Newtoniano. No obstante la determinación explícita del modelo Hamiltoniano disipativo [6], aún después del control propuesto, abre la posibilidad de usar métodos de pasividad para integrar las siguientes etapas del control (es decir, la etapa del convertidor y de la batería) [7, 8].

Este modelo inicial no solo es útil para entender mejor la tecnología asociada a los vehículos eléctricos sino que permitirá establecer condiciones de descarga de las baterías de acuerdo a las rutas y topografía del terreno. Esta información será relevante en estudios asociados a los sistemas eléctricos en la medida en que permiten establecer puntos óptimos para la ubicación de estaciones de recarga así como contribuir en modelos de predicción de la demanda en una eventual masificación de los vehículos eléctricos.

1.3 Objetivos

1.3.1 General

Modelar y desarrollar un control no lineal aplicado al torque para la regulación de velocidad en vehículos eléctricos autónomos con perfil de velocidad determinado.

1.3.2 Específicos

- Alcanzar el estado del arte relacionado con los vehículos eléctricos y autónomos.
- Modelar el vehículo eléctrico a utilizar y obtener las constantes correspondientes de aspectos constructivos del mismo.
- Diseñar un controlador no lineal aplicado a vehículos eléctricos.
- Controlar la velocidad mediante el uso de un controlador no lineal aplicado al torque del vehículo.
- Implementar en Matlab el controlador y verificar el funcionamiento de la acción de control a la velocidad del vehículo.
- Analizar aspectos de estabilidad y eficiencia en las simulaciones correspondientes al controlador no lineal diseñado.
- Optimizar el sistema de control no lineal del vehículo eléctrico.

1.4 Estado del arte

Hace más de 20 años se ha ido desarrollando el concepto de sistema de transporte inteligente (ITS) con el fin de mejorar la experiencia del transporte facilitando la función que debe ejercer el usuario y disminuir la accidentalidad que generalmente se le atribuye al error humano; diversos estudios han logrado avances significativos en diferentes áreas de control de vehículos autónomos que han logrado un desacople cada vez más fuerte entre el usuario y el vehículo. Actualmente, y debido a la gran expansión que ha tenido el campo en los últimos años, existen muchos grupos, proyectos de investigación y empresas que trabajan cooperativamente para el desarrollo de nuevos sistemas de control para vehículos autónomos.

Los primeros desarrollos de la automática en el ámbito del automóvil empezaron a principios de los años 60. Estos sistemas, conocidos como Sistemas Avanzados para el Control de Vehículos AVCS (*Advanced Vehicle Control Systems*), han estado enfocados en mejorar el control de los vehículos. Consecuentemente, y con el avance en las técnicas de control, tecnologías de las telecomunicaciones y la informática, en los últimos 20 años los sistemas AVCS han ido evolucionando hasta servirse de la información proveniente de la infraestructura, e incluso empezar a tomar el control parcial de los vehículos.

Hoy en día, existen diversos sistemas que permiten ayudar en la conducción. Estos son conocidos como sistemas ADAS (*Advanced Driver-Assistance Systems*). Entre los más importantes, y ahora comercializados, destacan: los sistemas de seguridad activa ASS (*Active*

Safety Systems), aviso del límite de Velocidad, sistemas de frenada de emergencia ABS (*Antilock Braking System*), comunicación de vehículo a vehículo y con la infraestructura (V2V y V2I) y sistemas inteligentes para aparcamiento automático, entre otros [9].

A razón del rápido crecimiento en el mercado y la demanda de los sistemas de transporte inteligente, los estudios por parte de grupos de investigación y empresas propias del sector se enfocan en diferentes propósitos sin posibilidad de abordarlos todos, es por ello, que la investigación de este proyecto se enfoca en un área en particular, en principio se debe plantear el modelo matemático del vehículo a partir de la segunda ley de Newton [10] teniendo en cuenta distintos conceptos que se deben aplicar para luego desarrollar un control de velocidad por medio de la implementación de un controlador no lineal para seguir un perfil de velocidad de referencia.

1.5 Principales resultados

Entre las principales contribuciones de este trabajo de grado se destacan las siguientes:

- El modelo dinámico del vehículo eléctrico basado en la segunda ley de Newton
- El diseño de un control no lineal proporcional integral (PI) basado en los criterios de estabilidad de Lyapunov
- Simulaciones realizadas en MATLAB que demuestran los criterios para obtener la estabilidad del sistema
- Un artículo de investigación basado en el control no lineal óptimo de velocidad de un vehículo eléctrico

1.6 Estructura del trabajo de grado

El trabajo de grado consta de un resumen general y seis capítulos donde los primeros cuatro conforman las bases teóricas y la descripción de los modelos matemáticos usados para la implementación del control de velocidad del vehículo, de esta forma, en el capítulo 1 se presenta la introducción al problema propuesto, que como se ha mencionado, trata el control de la velocidad de un vehículo eléctrico autónomo, este capítulo cuenta además con la justificación, objetivos y principales resultados obtenidos; el capítulo 2 comprende los conceptos más relevantes tales como los sistemas dinámicos, disipativos, pasivos y por último los sistemas de Hamilton de los cuales se deriva el esquema de control propuesto; posteriormente en el capítulo 3 se analiza el modelo dinámico del vehículo eléctrico y se presenta una función candidata a Lyapunov del sistema que determina estabilidad para

luego complementar con el sistema Hamiltoniano; en el capítulo 4 se muestra el modelo de la máquina de inducción representada con el circuito equivalente que entrega la potencia requerida para el desplazamiento del vehículo a partir de la tensión y frecuencia de entrada.

El capítulo 5 contiene los resultados obtenidos a partir de los capítulos mencionados anteriormente, y presenta la solución del sistema matemático para una posterior optimización de la energía requerida por el modelo. Por último, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones obtenidas del trabajo realizado junto con algunos de los posibles proyectos de investigación a desarrollar derivados de este documento.

Capítulo 2

Sistemas dinámicos, pasividad y sistemas de Hamilton

2.1 Sistemas dinámicos

Desde el punto de vista matemático, un sistema dinámico se considera como todo aquel que evoluciona su estado con respecto al tiempo, a diferencia de un sistema estacionario que permanece constante con el tiempo. En este caso, se estudiará un sistema dinámico no lineal de un vehículo eléctrico, ya que en una trayectoria cualquiera, los parámetros del sistema modelado se encuentran en constante cambio y la relación entre las variables que se mencionan no es lineal, es por ello que se plantea un control no lineal que evita la simplificación y por lo tanto la pérdida de datos en la implementación del sistema.

2.2 Sistemas disipativos y pasividad

En el estudio de sistemas físicos, tales como una red eléctrica y máquinas eléctricas, el concepto de energía resulta de gran utilidad para deducir el comportamiento del sistema. También en el análisis de estabilidad, es útil manejar este concepto para estudiar las propiedades del modelo matemático de un proceso general, como es el caso de los sistemas disipativos. Estos se definen como sistemas para los cuales se pueden encontrar una función representativa de la energía que ingresa al sistema y una función de la energía que es almacenada, con la propiedad de que el sistema siempre disipará energía [11].

Existen diferentes tipos de sistemas disipativos, los cuales se definen de acuerdo al tipo de suministro de energía entrante al sistema. Un sistema pasivo es una subclase de sistema disipativo, en el cual, como en el caso de las redes eléctricas, la energía de entrada está dada por el producto de la entrada (tensión) y la salida del sistema (corriente) así $P_e = v^T i$. Los

sistemas pasivos se caracterizan además por poseer entradas y salidas acotadas.

Para definir un sistema disipativo se considera un sistema no lineal en espacio de estados dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Donde $x \in X \subseteq \mathbb{R}^n$, $u \in U \subseteq \mathbb{R}^m$, $y \in Y \subseteq \mathbb{R}^p$. Asociado con 2.1 se tiene la siguiente función de tasa de suministro.

$$w(u, y) : U \times Y \rightarrow \mathbb{R}\tag{2.2}$$

La noción de pasividad fue extendida por Willems en el siglo XX para permitir una definición más general de la inyección de energía. A principios de 1970, Willems sistematizó los conceptos de pasividad (y disipatividad) introduciendo la noción de función de almacenamiento $S(x)$ y tasa de suministro $W(u, y)$ asociada a 2.1 donde x es el estado del sistema, u es la entrada, y y es la salida. Un sistema pasivo tiene una función de almacenamiento semidefinida positiva $S(x)$ y una tasa de suministro bilineal.

$$W(u, y) = u^T y\tag{2.3}$$

Satisfaciendo la desigualdad

$$S(x(T)) - S(x(0)) \leq \int_0^T W(u(t), y(t)) dt\tag{2.4}$$

Para todo u y todo T mayor o igual a cero. La pasividad, por lo tanto, es la propiedad de que el incremento de almacenaje $S(x)$ no es mayor que la cantidad integral suministrada. Reescrito en forma derivativa.

$$\dot{S}(x) \leq W(u, y)\tag{2.5}$$

La pasividad es la propiedad de que el rango de incremento de almacenaje no es mayor a la tasa de suministro. En otras palabras, cualquier incremento en el almacenaje en un sistema pasivo es debido solo a fuentes externas. La relación entre pasividad y estabilidad de Lyapunov puede establecerse empleando la función de almacenamiento $S(x)$ como una función de Lyapunov [12].

Tomando S como una función continua diferenciable de almacenamiento para el sistema 2.1 y asumiendo que la tasa de suministro w satisface

$$w(0, y) \leq 0 \quad (2.6)$$

El origen $x = 0$ será un estricto mínimo local de $S(x)$. También $x = 0$ es un punto estable de equilibrio local para el sistema no forzado $\dot{x} = f(x, 0)$ y $V(x) = S(x) - S(0) \geq 0$ es una función de Lyapunov.

Considerando la función candidata de Lyapunov $V(x) = S(x) - S(0)$, la cual es definida positiva, para $u = 0$ se tiene

$$\dot{V}(x) = \dot{S}(x) = \frac{\partial S(x)}{\partial x} f(x, 0) \leq w(0, y) \leq 0 \quad (2.7)$$

Por otro lado, se puede demostrar que la interconexión con retroalimentación de sistemas disipativos resulta en un sistema disipativo tal y como se advierte en la figura 2.1.

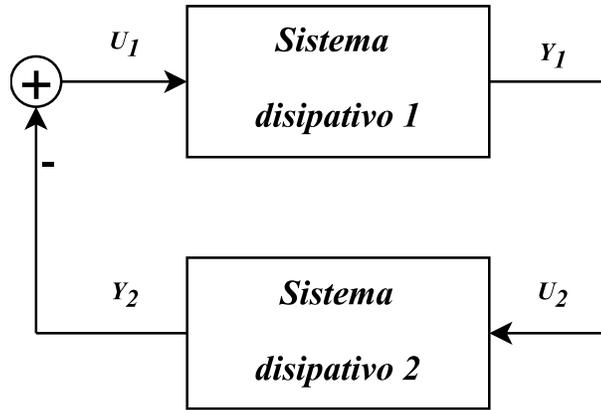


Figure 2.1: Interconexión con retroalimentación de sistemas disipativos.

Considerando dos sistemas de la forma 2.1 conectados en retroalimentación como muestra la figura 2.1, se asume que ambos sistemas son disipativos con respecto a la tasa de suministro w_i y con función de almacenamiento S_i definida positiva [13]. Además se asume que

$$w_1(u, y) + w_2(y, -u) = 0, \quad \forall u, y \quad (2.8)$$

Se determina que el sistema de retroalimentación es estable y se considera la función candidata de Lyapunov $V(x) = S_1(x_1) + S_2(x_2)$.

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_1, x_2) &= \dot{S}_1(x_1) + \dot{S}_2(x_2) \leq w_1(u_1, y_1) + w_2(u_2, y_2) \\ &= w_1(-y_2, y_1) + w_2(y_1, y_2) = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

La cual indica la estabilidad del sistema de interconexión con retroalimentación de dos subsistemas disipativos.

2.2.1 Ejemplo

Como ejemplo para el entendimiento de los sistemas disipativos se considera el circuito RLC de la figura 2.2. Definiendo los estados $x_1 = v_c$ y $x_2 = i$, la entrada $u = v_{in}$ y la salida $y = x_2$ el modelo en espacio de estados es el siguiente

$$\dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u \quad (2.10)$$

$$y = Hx = [0 \quad 1] x \quad (2.11)$$

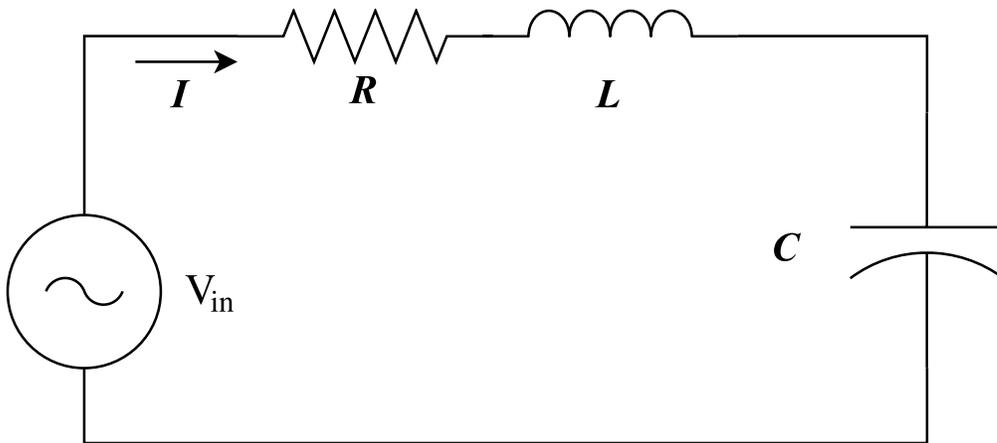


Figure 2.2: Circuito RLC .

Por simplicidad, se toman valores de $L = C = R = 1$. La energía almacenada en este sistema se presenta en el inductor y en el capacitor en forma de corriente y de tensión respectivamente cuya función de almacenamiento está dada por

$$S(x) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \quad (2.12)$$

la cual es definida positiva, la tasa de suministro del sistema está dada por

$$w(u, y) = uy \quad (2.13)$$

la cual es la potencia inyectada (o extraída) del sistema. Ahora

$$\dot{S}(x) = x_1\dot{x}_1 + x_2\dot{x}_2 = -x_2^2 + uy \leq w(u, y) \quad (2.14)$$

Por lo tanto el sistema es disipativo. Ahora, si se tiene $u = 0$, es decir, cortocircuitando los terminales se obtiene

$$\dot{S}(x) = -x_2^2 \leq w(u, y) \quad (2.15)$$

Y la energía del sistema que inicialmente se encontraba almacenada en el inductor y/o capacitor circula por el sistema y es disipada por la resistencia. En este caso se puede mostrar que usando una función de Lyapunov con $u = 0$ se obtiene una estabilidad asintótica del sistema, la función candidata a Lyapunov será

$$V(x) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 + \epsilon x_1 x_2 \quad (2.16)$$

Donde $\epsilon \in (0, 1)$ y se determina que $V(x)$ es definida positiva. Tomando la derivada de la función de Lyapunov a través de trayectorias del sistema de lazo cerrado se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x_1\dot{x}_1 + x_2\dot{x}_2 + \epsilon x_1\dot{x}_2 + \epsilon x_2\dot{x}_1 \\ &= x_1x_2 + x_2(-x_1 - x_2) + \epsilon x_1(-x_1 - x_2) - \epsilon x_2^2 \\ &= -\epsilon x_2^2 - (1 - \epsilon)x_2^2 - \epsilon x_1 x_2 \\ &\leq -\epsilon x_1^2 - (1 - \epsilon)x_2^2 + \frac{\epsilon^2}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \\ &= -\epsilon(1 - \frac{1}{2}\epsilon)x_1^2 - (\frac{1}{2} + \epsilon)x_2^2 < 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

De esta manera se puede concluir que el sistema es asintóticamente estable debido al principio de disipación que se presenta [13].

El controlador expuesto en este documento se basa esencialmente en pasividad, lo que significa que no es necesario realizar un proceso previo de linealización, ya que se perdería precisión en el modelo y por lo tanto en el control del sistema, en cambio se tiene un sistema de control más robusto que tiene en cuenta todas las variables del sistema que se está controlando. Para el diseño de este controlador, básicamente se intenta preservar las propiedades de entrada-salida y de disipación de energía inherentes del modelo [14].

El control basado en pasividad se fundamenta en el hecho que la interconexión de dos subsistemas pasivos genera un sistema pasivo. La estabilidad de Lyapunov del sistema interconectado sigue de la pasividad, mientras la estabilidad asintótica es usualmente alcanzada mediante la adecuada adición de amortiguamiento, que para este estudio es inherente al modelo, debido a que el sistema no es ideal y tiene en cuenta disipación de energía [15].

Gracias a su simplicidad y robustez, este tipo de controladores son ampliamente utilizados en el campo investigativo e industrial.

2.3 Sistemas de Hamilton

Históricamente, los modelos de Hamilton se enfocan en el análisis mecánico comenzando con el principio de mínima acción y continuando a través de las ecuaciones de Euler-Lagrange y la transformada de Legendre hasta las ecuaciones de movimiento Hamiltonianas. La teoría de los sistemas Hamiltonianos provee un marco de referencia para la descripción geométrica de modelos de sistemas físicos, lo que simplifica el análisis, control y simulación de sistemas físicos complejos [16].

El marco de referencia de los sistemas Hamiltonianos es una teoría de sistemas y control que hace énfasis en los sistemas dinámicos y está abierta a la interacción con el medio (a través de entradas y salidas), y es susceptible de ser controlado. La descripción y el análisis de las subclases físicas de sistemas de control tienen raíces en la teoría de los sistemas eléctricos.

Un sistema Hamiltoniano es un sistema dinámico gobernado por las ecuaciones de Hamilton. En física, estos sistemas dinámicos describen la evolución de un sistema real, tal como un sistema planetario o un electrón en un campo electromagnético.

Informalmente, un sistema Hamiltoniano es un formalismo matemático desarrollado por Hamilton para describir la evolución de las ecuaciones de un sistema físico. La ventaja de esta descripción es que brinda una visión importante de la dinámica, aún si el valor inicial del problema no puede ser resuelto analíticamente.

Formalmente, un sistema Hamiltoniano es un sistema dinámico completamente descrito por una función escalar $H(q, p, t)$ llamada Hamiltoniano. El estado del sistema r es descrito por las coordenadas generalizadas de "momentum" p y "posición" q donde ambos son vectores de la misma dimensión N . Entonces, el sistema es completamente descrito por un vector de $2N$ dimensiones.

$$r = (q, p) \quad (2.18)$$

Y las ecuaciones de evolución están dadas por las ecuaciones de Hamilton:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q} \quad (2.19)$$

$$\frac{dq}{dt} = +\frac{\partial H}{\partial p} \quad (2.20)$$

La trayectoria $r(t)$ es la solución del problema de valor inicial definido por las ecuaciones de Hamilton y la condición inicial

$$r(0) = r_0 \in \mathbb{R}^{2N} \quad (2.21)$$

Los sistemas Hamiltonianos pueden ser reescritos de la forma como se presenta en la ecuación 2.22.

$$\dot{x} = J \frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.22)$$

con

$$x = (p, q) \quad (2.23)$$

Donde p y q siguen cumpliendo las características anteriormente mencionadas. Además J es una matriz antisimétrica, es decir, cumple con la siguiente condición

$$J + J^T = 0 \quad (2.24)$$

La cual a su vez implica que

$$X^T J X = 0, \quad \forall X \neq 0 \quad (2.25)$$

De acuerdo a lo anterior y partiendo de la ecuación 2.22, se puede demostrar que los sistemas Hamiltonianos son conservativos, en cuyo caso la energía mecánica dada por la suma de la energía cinética y potencial que a su vez pueden definir el Hamiltoniano, el cual se conserva y pueden ser descritos como se muestra en la ecuación 2.26.

$$\dot{H} = \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^T J \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.26)$$

A partir del sistema conservativo, se representa el sistema Hamiltoniano disipativo 2.27 donde se tienen en cuenta las pérdidas o disipación de energía en el modelo descrito.

$$\dot{x} = (J - R) \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) \quad (2.27)$$

Donde la derivada de la ecuación 2.27 teniendo en cuenta la condición establecida en 2.26 se calcula así

$$\dot{H} = - \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^T R \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) \leq 0 \quad (2.28)$$

La matriz R es semidefinida positiva, la cual le brinda estabilidad al sistema ya que en 2.28 se demuestra la disipación de la energía en el mismo, por otra parte, H es una función

que está limitada por un mínimo local en el punto de operación y $\frac{\partial H}{\partial x}$ es la representación del gradiente Hamiltoniano.

Con base al sistema Hamiltoniano planteado con disipación, se realiza el planteamiento de un sistema de Hamilton con puertos, más conocido como "*Port-Hamilton System*", el cual engloba un marco de referencia para la descripción de modelos de sistemas físicos. Los sistemas Hamiltonianos con puertos poseen una geometría derivada de la interconexión de sus subsistemas, la cuál hace que el sistema tenga una o varias entradas las cuales generan perturbaciones adicionales al sistema que en este caso está representada por u , en consecuencia, el sistema adquiere la entrada mediante una función $g(x)$, la cual asimila la perturbación en función de las variables del sistema presente como se muestra de manera teórica en la ecuación 2.29.

$$\dot{x} = (J - R) \frac{\partial H}{\partial x} + g(x) u \quad (2.29)$$

Visto de una forma gráfica, los sistemas Hamiltonianos con puertos pueden representarse como se muestra en la figura 2.3.

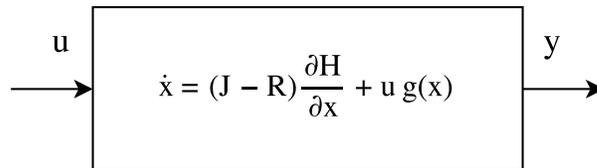


Figure 2.3: Sistema Port-Hamilton.

Capítulo 3

Modelo dinámico del vehículo eléctrico

El modelo matemático de un vehículo se puede describir mediante la segunda ley de Newton considerando todas las fuerzas aplicadas, así [10].

$$F_t = F_g + F_f + F_v + m a \quad (3.1)$$

$$\frac{T}{r} = mg \sin(\alpha) + mg (C_0 + C_1 v) + \frac{1}{2} \rho C_d A_f (v + v_0)^2 + \left(m + \frac{J}{r^2}\right) \frac{dv}{dt} \quad (3.2)$$

Dónde F_t es la fuerza ejercida por el torque (T) sobre el radio (r) de las llantas; F_g es la fuerza de gravedad que depende de la inclinación del plano (α), la masa del vehículo (m) y la constante de aceleración de la gravedad de la tierra (g); F_f es la fuerza de fricción que depende del rozamiento del vehículo con el suelo y la velocidad (v) (que contiene parte estática (C_0) y parte dinámica (C_1)); F_v es la fuerza de fricción del viento que depende de la densidad del aire (ρ), el coeficiente de fricción de la superficie del vehículo con el aire (C_d), el área frontal del vehículo (A_f), la velocidad del vehículo y de la velocidad del viento (v_0); J es la constante de inercia de las llantas.

En la figura 3.1 se muestra más detalladamente las fuerzas que actúan sobre el vehículo, la fuerza ejercida por el torque debe suplir la masa por la aceleración, a la vez que todas las fuerzas de fricción que se oponen al movimiento, teniendo en cuenta la inclinación del plano que se traduce en la fuerza normal.

3.1 Esquema de control

Se propone un control proporcional integral sobre el torque mecánico como se muestra a continuación [17, 18, 19].

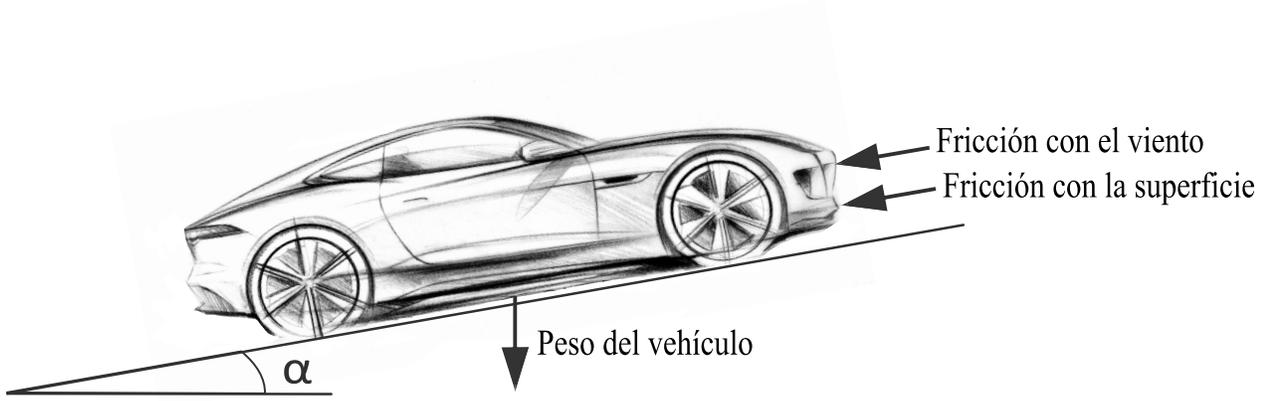


Figure 3.1: Diagrama de cuerpo libre del vehículo.

$$T = K_p(v - v_r) + K_i \int_0^t (v - v_r) dt \quad (3.3)$$

Nótese que se está utilizando un control tipo PI a pesar de que el sistema es claramente no lineal. Sin embargo, no se está haciendo ninguna linealización, ni ningún tipo de aproximación sobre el sistema. Por tanto, el modelo dinámico sigue siendo no lineal y requiere un análisis igualmente no lineal. El sistema de ecuaciones resultantes se define a continuación:

$$\frac{dv}{dt} = -K_1 v - K_2 v^2 - K_3 + K_4 (K_p(v - v_r) + K_i u) \quad (3.4)$$

$$\frac{du}{dt} = v - v_r \quad (3.5)$$

3.2 Estabilidad de Lyapunov

Para demostrar que el sistema es estable y partiendo de que es un sistema dinámico, se recurre al criterio de estabilidad de Lyapunov. Se busca una ecuación de energía o función de Lyapunov V , con las siguientes condiciones: la función de $V(x)$ es definida positiva y cero en el punto de equilibrio con $\dot{V}(x)$ semidefinida negativa. Se propone usar el método de Krasovskii para encontrar la función de Lyapunov en mención [20, 21]. A partir de las ecuaciones 3.4 y 3.5 se presenta un cambio de variable para analizar el punto de equilibrio en cero

$$x_1 = v - v_r \quad ; \quad \dot{x}_1 = \dot{v} \quad (3.6)$$

$$x_2 = u - u_{ss} \quad ; \quad \dot{x}_2 = \dot{u} \quad (3.7)$$

En donde u_{ss} se determina en el estado estacionario igualando la ecuación 3.4 a cero. Después de este cambio de variable se obtiene lo siguiente:

$$-K_1(x_1 + v_r) - K_2(x_1 + v_r)^2 - K_3 + K_4 K_p x_1 + K_4 K_i(x_2 + u_{ss}) = 0 \quad (3.8)$$

En estado estable, donde se evalúa el punto $(x_1, x_2) = (0, 0)$, para satisfacer la ecuación anterior se debe cumplir

$$-K_1 v_r - K_2(v_r)^2 - K_3 + K_4 K_i u_{ss} = 0 \quad (3.9)$$

Por lo tanto se determina u_{ss}

$$u_{ss} = \frac{K_1 v_r + K_2(v_r)^2 + K_3}{K_4 K_i} \quad (3.10)$$

Y ahora se define el nuevo sistema de ecuaciones

$$\dot{x}_1 = -K_1 x_1 - K_2(x_1)^2 - K_2 v_r x_1 + K_4 K_p x_1 - K_4 K_i x_2 \quad (3.11)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \quad (3.12)$$

Usando nuevas constantes

$$K_5 = K_1 + K_2 v_r - K_4 K_p \quad (3.13)$$

$$K_6 = K_4 K_i \quad (3.14)$$

Se obtiene

$$\dot{x}_1 = -K_5 x_1 - K_2(x_1)^2 - K_6 x_2 \quad (3.15)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \quad (3.16)$$

Se determina la matriz Jacobiana

$$Jacobiano = \begin{bmatrix} -K_5 - 2K_2 x_1 & K_6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

La cual se suma con su transpuesta

$$F = \begin{bmatrix} -2K_5 - 4K_2 x_1 & 1 + K_6 \\ 1 + K_6 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Luego se define el vector (A,B) que pertenece a \mathbb{R}^2 y se calcula

$$\begin{aligned} & [A \ B] \begin{bmatrix} -2K_5 - 4K_2 x_1 & 1 + K_6 \\ 1 + K_6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \\ &= -4K_2 x_1 A^2 - 2K_5 A^2 + 2K_6 AB + 2AB \\ &= (-4K_2 x_1 - 2K_5) A^2 + (2K_6 + 2) AB \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ahora se comprueba que este resultado es menor que cero

$$(-4 K_2 x_1 - 2 K_5) A^2 + (2 K_6 + 2) A B < 0 \quad (3.20)$$

Asumiendo que A y B son positivos se tiene

$$(-4 K_2 x_1 - 2 K_5) < 0 \quad (3.21)$$

$$(2 K_6 + 2) < 0 \quad (3.22)$$

Se despejan K_p y K_i de las desigualdades

$$(2 K_4 K_i + 2) < 0$$

$$K_i < \frac{-1}{K_4} \quad (3.23)$$

$$(-4 K_2 x_1 - 2 K_1 - 2 K_2 x_1 v_r + 2 K_4 K_p) < 0$$

$$K_p < \frac{4 K_2 x_1 + 2 K_1 + 2 K_2 x_1 v_r}{2 K_4} \quad (3.24)$$

Como se sabe que

$$\frac{4 K_2 x_1 + 2 K_1 + 2 K_2 x_1 v_r}{2 K_4} > \frac{2 K_1}{2 K_4} > \frac{K_1}{K_4} \quad (3.25)$$

Entonces

$$K_p < \frac{K_1}{K_4} \quad (3.26)$$

Por lo tanto la función de Lyapunov que puede representar al sistema se define como

$$V = (-K_5 x_1 - K_2 x_1^2 - K_6 x_2)^2 + (x_1)^2 \quad (3.27)$$

Donde el origen es asintóticamente estable.

Nótese que la metodología no solo asegura estabilidad sino que especifica condiciones para los parámetros K_p y K_i del controlador. Estas condiciones pueden a su vez ser optimizadas como se mostrará más adelante.

3.3 Sistema Hamiltoniano

El sistema dinámico descrito anteriormente se puede representar como un sistema Hamiltoniano disipativo. Al igual que en las funciones de Lyapunov, el Hamiltoniano tiene forma de energía (cinética y potencial) [6]. El sistema Hamiltoniano con disipación se define así:

$$\dot{x} = (J - R) \frac{\partial H}{\partial x} \quad (3.28)$$

Donde J es una matriz antisimétrica y R es semidefinida positiva para mantener la estabilidad del sistema. Así mismo, H es una función limitada con un mínimo local en el punto de operación y $\partial H/\partial x$ representa el gradiente del Hamiltoniano.

De esta forma y partiendo del sistema de ecuaciones 3.11 y 3.12 se propone un Hamiltoniano que tenga un valor mínimo en $(0, 0)$ que se define como:

$$H = \frac{1}{2} x_1^2 + \frac{1}{2} K_6 x_2^2 \quad (3.29)$$

Y se determinan sus derivadas parciales

$$\frac{\partial H}{\partial x_1} = x_1 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x_2} = K_6 x_2 \quad (3.31)$$

Quedando planteadas de la siguiente manera las matrices J y R para la representación completa del sistema de ecuaciones diferenciales mediante un sistema Hamiltoniano

$$\frac{\partial H}{\partial x_2} = K_6 x_2 \quad (3.32)$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$R = \begin{bmatrix} K_5 + K_2 x_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Donde la matriz R es semidefinida positiva debido a que las constantes K_2 y K_5 siempre serán positivas partiendo del análisis hecho previamente con las constantes que la componen refiriéndose al caso de K_5 , lo dicho anteriormente se puede representar así

$$K_5 + K_2 x_1 > 0 \quad (3.35)$$

Quedando la matriz R semidefinida positivamente para todos los valores estables de las constantes K_2 y K_5 .

El sistema Hamiltoniano toma la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_5 + K_2 x_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial x_1} \\ \frac{\partial H}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Existe en conjunto invariante alrededor del punto $(0, 0)$ y se confirma que la matriz R es semidefinida positiva observándose un mínimo local en este punto, lo que muestra que el sistema es asintóticamente estable para un rango determinado de las variables x_1 y x_2 , esto quiere decir que existe una región de atracción alrededor de este punto que determina la tendencia del sistema a la zona de equilibrio cuando se encuentra cercana a la misma [22], brindando confiabilidad y estabilidad al sistema bajo condiciones normales de operación.

Capítulo 4

Modelo de la máquina de inducción

El modelo eléctrico del vehículo comprende varios elementos con interconexión en cascada tal y como se muestra en la figura 4.1, donde a partir de una batería que almacena la energía se presenta un convertidor de corriente continua a corriente continua que mantiene la tensión en terminales del siguiente convertidor VSC (*Voltage Source Converter*), el cual entrega la potencia trifásica que se determina en este capítulo para la máquina de inducción que define el torque y así mismo la velocidad mecánica necesaria para el desplazamiento del vehículo.

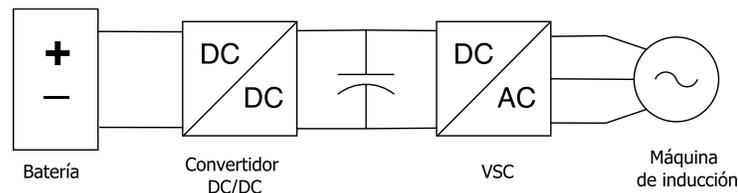


Figure 4.1: Modelo eléctrico del vehículo.

Este capítulo se centra en el modelo de la máquina de inducción propuesta para el vehículo eléctrico en análisis cuyo comportamiento interno se refleja en el control de la velocidad del mismo. Los motores de inducción constituyen teóricamente una clase importante de sistemas no lineales. Estos están descritos por una ecuación diferencial de quinto orden no lineal con dos entradas y solo tres variables de estado disponibles para medidas. La labor de control es bastante complicada debido a que los motores de inducción son sometidos a perturbaciones provocadas por el cambio constante de la carga y sus parámetros son de gran incertidumbre. [23].

Para facilidad del análisis del motor de inducción en el vehículo eléctrico, se trabajará con el modelo equivalente monofásico del motor de inducción. De la máquina de inducción se sabe que corresponde a un sistema trifásico equilibrado, por lo cual su desempeño es posible

caracterizarlo a través de un circuito equivalente por fase. Dado que la máquina funciona a través del principio de inducción, su circuito equivalente es muy similar al de un transformador monofásico, considerando el estator como el primario y el rotor como el secundario. La diferencia con respecto al transformador es que la frecuencia de las variables eléctricas inducidas en el rotor (f_r) son distintas a las del estator (f), por lo cual el transformador, que es un dispositivo estático, corresponde al caso particular en que la máquina de inducción está detenida, es decir, $\omega = 0$ y consecuentemente $S = 1$ ($\omega_s = \omega_r$). De esta manera podemos definir las variables de entrada y de salida de la máquina de inducción como se muestra en la figura 4.2.

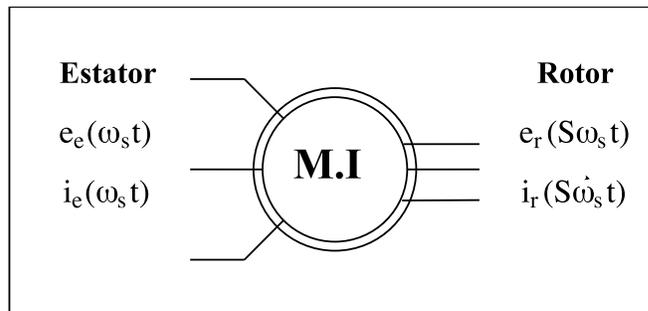


Figure 4.2: Variables de entrada y salida de motor de inducción.

Tal como se muestra en la figura 4.2, la frecuencia eléctrica de las variables rotóricas debe corregirse en función del deslizamiento S .

Es importante destacar que la expresión $S\omega_s$ representa físicamente la velocidad del campo magnético rotatorio del rotor respecto de sí mismo, por tanto se trata de una velocidad relativa. Para obtener la velocidad en términos absolutos, debe sumarse la velocidad de giro mecánica del rotor con lo cual la velocidad de la fuerza magnetomotriz es $S\omega_s + \omega_m$ que corresponde a la velocidad sincrónica ω_s [24].

4.1 Circuito equivalente

Desde el punto de vista del circuito equivalente de la máquina, el hecho de que las variables del rotor y estator compartan una misma frecuencia (frecuencia síncrona) permite que todos los cálculos sean realizados en forma fasorial al igual que en el caso del transformador. Conforme a esto, el circuito equivalente por fase de la máquina de inducción es el que se muestra en la figura 4.3.

Las resistencias r_e y r_r representan las pérdidas en los bobinados del estator y rotor respectivamente; las inductancias X_e y X_r modelan las pérdidas por flujos de fuga en el

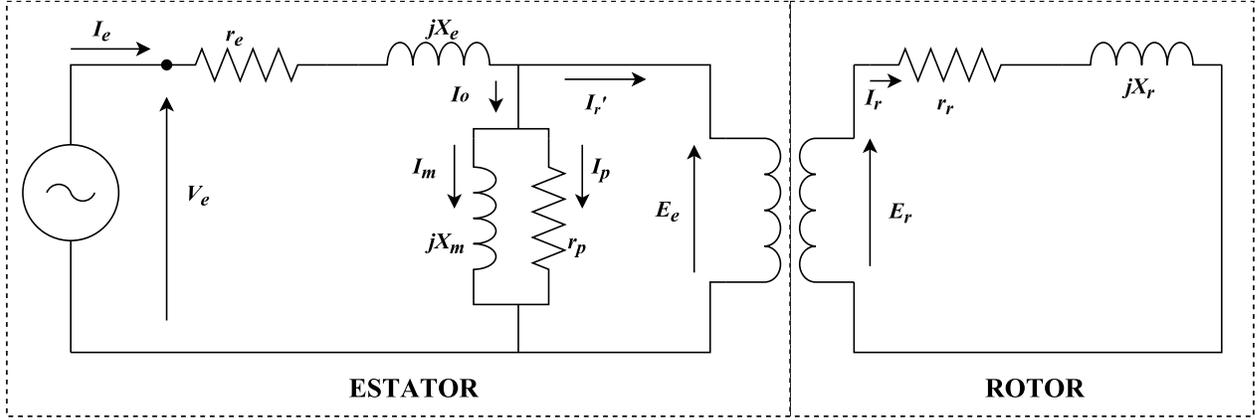


Figure 4.3: Circuito equivalente por fase (general).

estator y en el rotor respectivamente; la rama paralela en el estator representa pérdidas en vacío tales como pérdidas en el entrehierro del estator y rotor, pérdidas por roce (que son función de la velocidad) y otras pérdidas.

Como se advierte en la figura 4.3, el circuito hace las veces de transformador entre el estator y el rotor, para determinar el circuito equivalente es necesario encontrar la relación de transformación entre las variables del estator y del rotor.

Para establecer la relación entre las magnitudes de \vec{E}_e y \vec{E}_r , se considera el principio de inducción y se obtienen las siguientes ecuaciones que definen la tensión eficaz.

$$\begin{aligned} E_e &= |\overline{E}_e| = \sqrt{2}\pi f N_e \phi \\ E_r &= |\overline{E}_r| = \sqrt{2}\pi S f N_r \phi \end{aligned} \quad (4.1)$$

Donde f es la frecuencia del estator, N_e es el número de espiras del estator, N_r es el número de espiras del rotor y ϕ es el flujo mutuo que enlaza tanto al rotor como al estator.

De esta forma se determina

$$\frac{E_e}{E_r} = \frac{N_e}{S N_r} = \frac{a}{S} \quad (4.2)$$

En el caso de las corrientes se considera la relación entre las fuerzas magnetomotrices del rotor, estator y el flujo mutuo enlazado

$$R \phi = N_e I'_r = N_r I_r \quad (4.3)$$

Donde la relación de estas corrientes está dada por

$$\frac{I'_r}{I_r} = \frac{N_r}{N_e} = \frac{1}{a} \quad (4.4)$$

La corriente I'_r es la magnitud de la corriente efectiva que produce el flujo mutuo, mientras I_r es la magnitud de la corriente efectiva inducida en el rotor.

Para las magnitudes entre las impedancias se tiene

$$\begin{aligned} \overline{Z}_e &= r_e + j \omega_s L_e = r_e + j X_e \\ \overline{Z}_r &= r_r + j S \omega_s L_r = r_r + j S X_r \end{aligned} \quad (4.5)$$

Donde \overline{Z}_e y \overline{Z}_r son las impedancias del estator y del rotor respectivamente. Se tiene que

$$\overline{Z}_r = \frac{\overline{E}_r}{\overline{I}_r} = \frac{S}{a} \frac{\overline{E}_e}{a \overline{I}_r} = \frac{S}{a^2} \overline{Z}'_r \quad (4.6)$$

$$\frac{\overline{Z}'_r}{\overline{Z}_r} = \frac{a^2}{S} \quad (4.7)$$

Donde \overline{Z}'_r es la impedancia del rotor referida al estator.

Finalmente

$$\overline{Z}_r = \frac{r'_r}{S} + j X'_r \quad (4.8)$$

La resistencia referida generalmente se representa como una resistencia fija r'_r (equivalente de los bobinados del rotor referidos al estator independiente del deslizamiento) y una variable $r'_r \left(\frac{1-S}{S} \right)$ (correspondiente a la resistencia del eje) tal y como se muestra en la figura 4.4 [24].

4.2 Potencia transferida al eje

La potencia monofásica transferida al eje corresponde a la potencia transferida al rotor

$$P_{rotor} = \frac{r'_r}{S} (I'_r)^2 \quad (4.9)$$

Sin embargo, parte de esta potencia se pierde en forma de calor

$$P_{perd} = r'_r (I'_r)^2 \quad (4.10)$$

Por lo tanto la potencia efectiva transferida al eje para el caso trifásico es [24]

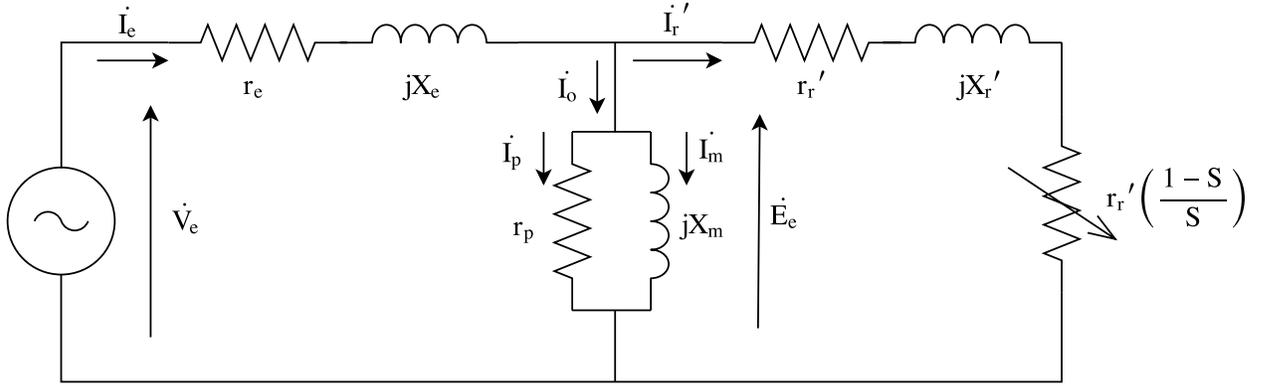


Figure 4.4: Circuito equivalente final.

$$P_{mec3\phi} = 3 r_r' \left(\frac{1-S}{S} \right) (I_r')^2 \quad (4.11)$$

4.3 Torque electromagnético

A partir de la ecuación 4.11 es posible obtener la siguiente expresión del torque

$$T_{3\phi} = \frac{P_{mec3\phi}}{\omega_m} = \frac{3 r_r' \left(\frac{1-S}{S} \right) (I_r')^2}{(1-S) \omega_s} = \frac{1}{\omega_s} \left(\frac{3 r_r' (I_r')^2}{S} \right) \quad (4.12)$$

El valor de la corriente $I_r' = |\bar{I}_r'|$ se obtiene de resolver el circuito de la figura 4.4

$$\bar{I}_r' = \frac{\bar{V}_e}{\left(r_e + \frac{r_r'}{S} \right) + j(X_e + X_r')} \quad (4.13)$$

Con lo cual, finalmente se obtiene la expresión para el torque trifásico [24]

$$T_{3\phi} = \frac{3 r_r'}{S \omega_s} \frac{\bar{V}_e^2}{\left(r_e + \frac{r_r'}{S} \right)^2 + (X_e + X_r')^2} \quad (4.14)$$

La propiedad de disipación de energía de entrada-salida descrito en el capítulo 2, además de ser útil para el diseño del control, puede interpretarse físicamente en la máquina de inducción, ya que todos los sistemas pasivos son estables. Como característica de estabilidad, la entrada acotada (tensión), transfiere energía al sistema que será acotada también debido

a los términos de disipación (resistencias y amortiguamiento) presentes en el modelo de la máquina de inducción [14]. Lo anterior implica que la interconexión de la máquina de inducción junto con el modelo newtoniano del vehículo presenta un modelo estable en general para el desarrollo del controlador basado en pasividad que se plantea en el siguiente capítulo.

En última instancia, se procede a definir la ecuación del torque de la máquina 4.14 en función de ω_s que va a ser la variable de entrada del motor en conjunto con la tensión de excitación, con lo cual en la sección de resultados se procederá a realizar la interconexión del controlador y el modelo de la máquina de inducción. Realizando lo mencionado anteriormente se obtiene la expresión del torque como se muestra en la ecuación 4.15.

$$T_{3\phi} = \frac{3 r_r' \overline{V_e^2}}{\omega_s - \omega_m \left(r_e + \frac{r_r' \omega_s}{\omega_s - \omega_m} \right)^2 + (X_e + X_r')^2} \quad (4.15)$$

Capítulo 5

Resultados

En este documento se analiza un vehículo eléctrico genérico como caso puntual para futuros estudios, por lo tanto se definen algunas variables de acuerdo a ello. Como punto de inicio se propone una inclinación de $\alpha = 10^\circ$, velocidad del viento igual a cero debido a que únicamente afecta a la constante independiente del modelo sin ser muy relevante en las simulaciones, la aceleración de la gravedad igual a $9,81 \text{ m/s}^2$, llantas de 19 pulgadas ($r = 0,2413 \text{ m}$), una masa del vehículo igual a 2100 kg , un área frontal de $1,963 \times 1,435 \text{ m}^2$, densidad del aire de $1,0556 \text{ kg/m}^3$, constante de inercia de $2,7 \text{ kg/m}^2$, coeficientes de fricción $C_0 = 0,7$; $C_1 = 0,6$; $C_d = 0,24$ y una velocidad promedio de 81 km/h ($22,5 \text{ m/s}$), cabe anotar que algunos de los datos que se mencionan son datos comunes de vehículos, algunos son específicos del modelo S de Tesla.

$$\frac{dv}{dt} = -5.75884 v - 1.66245 \cdot 10^{-4} v^2 - 9.59806 \sin(10^\circ) - 6.71864 + 1.9308 \cdot 10^{-3} T \quad (5.1)$$

De la misma forma, las constante K_i y K_p se determinan numéricamente con los datos anteriores

$$K_i < -517.92 \quad (5.2)$$

$$K_p < 2982.62 \quad (5.3)$$

Para cumplir esta desigualdad, K_i y K_p deben ser menores que $-517,92$ y $2982,62$ respectivamente, de esta forma se demuestra que el sistema es estable para estos rangos de constantes del controlador, sin embargo, tal y como se muestra a continuación, el sistema puede llegar a estabilizarse para rangos aún más ajustados.

Teniendo como referencia lo encontrado de forma teórica, se hizo uso del programa MATLAB para realizar las respectivas comprobaciones de los resultados obtenidos verificando

que esta región de valores si representara una zona de estabilidad para el sistema, y también para observar de una forma más ilustrativa el comportamiento del sistema según el rango de valores encontrados previamente.

Estas figuras se obtienen a partir de graficar los valores propios respectivos a cada jacobiano resultante de la variación individual de las constantes en un rango de valores específico, el cual describe el comportamiento del sistema; los resultados obtenidos se observan a continuación donde seguidamente se realiza un análisis de cada gráfico.

Realizando las variaciones en un rango límite de estabilidad de la constante de control K_p y asignando un valor a la constante K_i que haga el sistema estable, se obtuvo como resultado la figura 5.1.

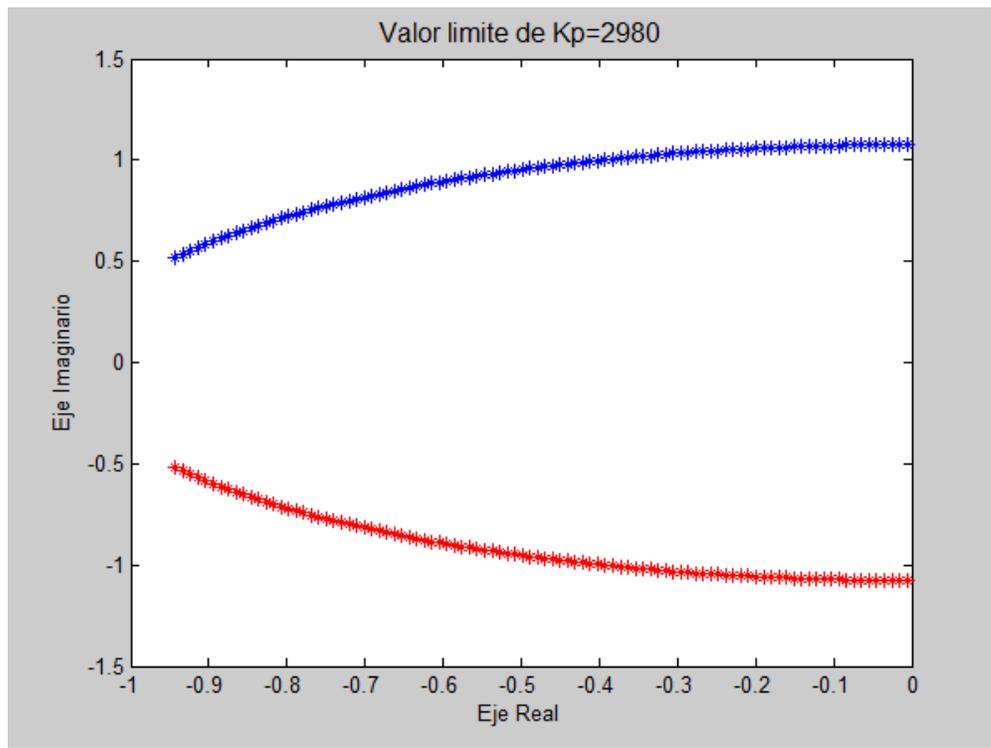


Figure 5.1: Valor límite de la constante K_p que ubica al sistema en una región estable.

En la figura 5.1 se analiza el comportamiento de los valores propios respecto a la variación de la constante de control K_p en el rango de 2000 hasta el valor límite $K_p = 2980$, con un valor permanente de la constante de control K_i igual a -600 ; los valores de la constante de control K_p menores al valor límite en la bifurcación de Hopf hacen que el sistema se mantenga en la región estable.

Luego de haber encontrado ese punto crítico de K_p , se continuó el recorrido de los valores de esta constante manteniendo el valor de K_i ya mencionado llegando a observar una bifurcación tipo tridente (figura 5.2).

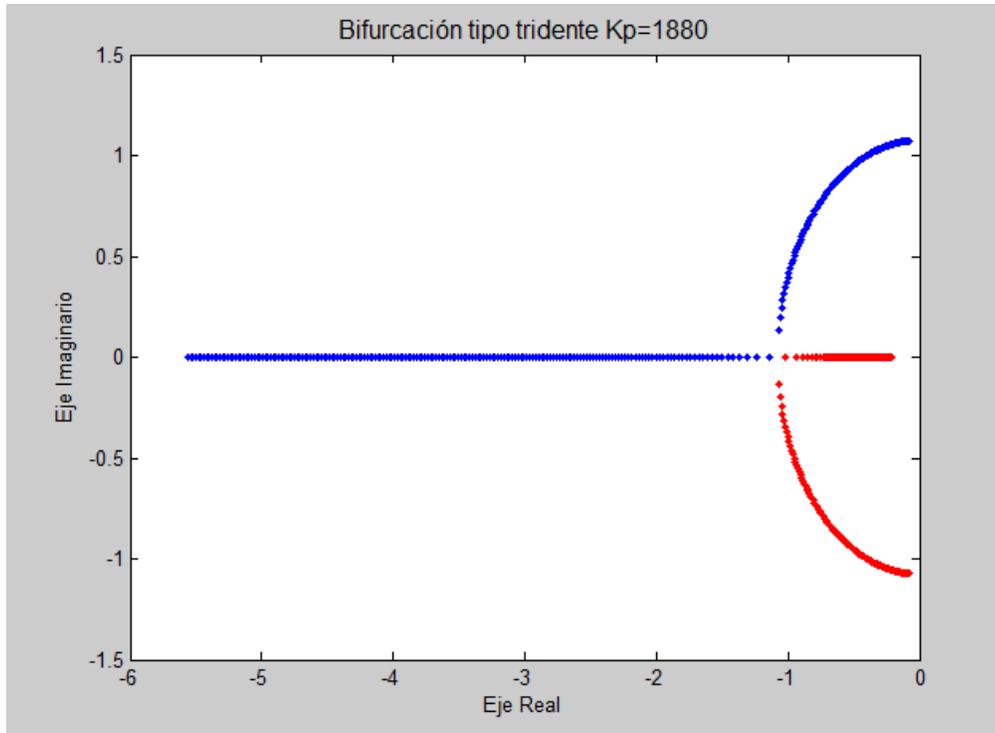


Figure 5.2: Bifurcación tipo tridente correspondiente a un valor de K_p aproximadamente igual a 1880.

Realizando un último análisis a la variación de los valores de la constante K_p se llega a que a medida que disminuyen dichos datos, los valores propios se acercan cada vez más al semiplano positivo sin llegar a tocarlo, tal y como se advierte en la figura 5.3.

Finalmente se realiza un análisis al sistema realizando una variación a la constante de control K_i dejando la constante K_p en un valor específico que ubica al sistema en una región estable; realizando la simulación se obtuvieron los resultados de la figura 5.4.

En la figura 5.4 se observa el comportamiento de los autovalores debido a la variación de la constante de control K_i en el rango de 0 hasta -2000, con un valor permanente de la constante de control K_p igual a 2000; de lo cual se puede observar que para el valor establecido de la constante K_p el valor de la constante de control K_i puede ser cualquiera siempre y cuando este sea negativo; para este caso, la bifurcación tipo tridente sucede cuando K_i toma valores aproximados a -460.

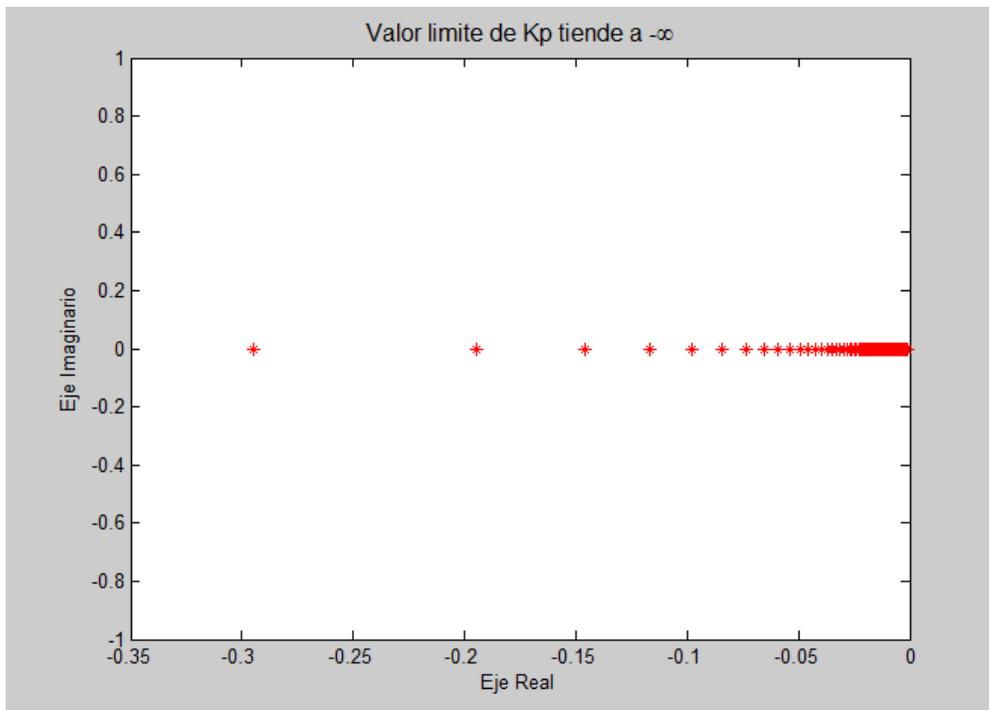


Figure 5.3: Comportamiento al disminuir el valor de la constante K_p en el sistema.

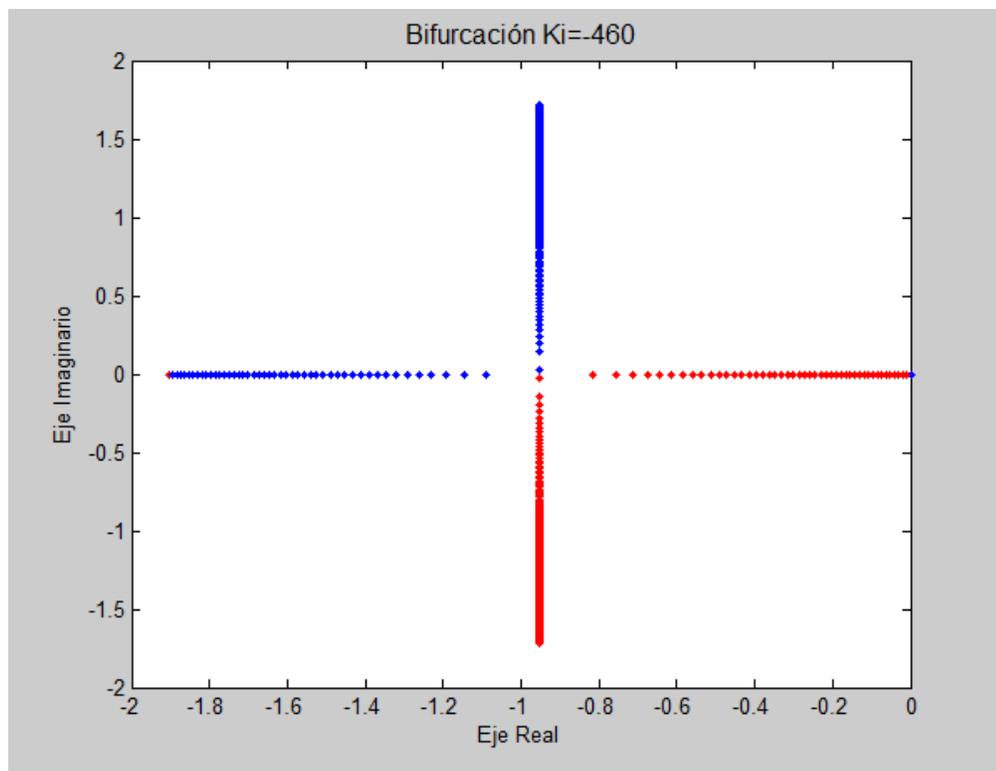


Figure 5.4: Valor aproximado de K_i en punto de bifurcación.

5.1 Solución de la ecuación

Luego de la demostración de los rangos de valores de las constantes de control, se procedió a resolver la ecuación diferencial planteada inicialmente con valores de K_p y K_i de 2000 y -600 respectivamente, que generen estabilidad en el sistema. Para solucionar el sistema de ecuaciones diferenciales se empleó la función Ode45 de MATLAB, a la cual se le ingresó el sistema en mención.

$$\frac{dv}{dt} = -5.75884 v - 1.66245 \cdot 10^{-4} v^2 - 8.38533 + 1.9308 \cdot 10^{-3} (K_p(v - 22.5) + K_i u) \quad (5.4)$$

$$\frac{du}{dt} = v - v_r \quad (5.5)$$

Con la solución que presenta el programa por medio de métodos numéricos, en este caso el método Runge-Kutta modificado, se procede a mostrar de manera gráfica la respuesta del sistema con los valores específicos de las constantes de control previamente establecidos, de lo cual se obtiene la gráfica mostrada en la figura 5.5.

Se observa que el control realizado por los valores propuestos es oscilatorio al principio, pero luego de 10 segundos aproximadamente se llega a la estabilidad tanto en la velocidad como en el torque; en cuanto a velocidad, se llega a la referencia de 22,5 m/s , que es lo esperado que realice el controlador, la potencia aplicada en esta ocasión llega a la zona de estabilidad al tomar un valor de 6.666 kilovatios aproximadamente.

5.2 Optimización del controlador Proporcional Integral

En última instancia se quiere realizar una optimización del torque resultante sujeto a los valores de las constantes de control K_p y K_i , esto con el fin de obtener el mínimo de energía utilizada por parte del vehículo eléctrico maximizando la eficiencia. En un punto específico que corresponde a valores exactos de K_p y K_i , se obtiene un valor de energía mínimo, el cual es representado en la figura 5.6, en donde el eje X corresponde a los valores de K_i , cuyo rango de valores se encuentra entre -500 y -2000, el eje Y representa los valores de K_p , el cual posee un rango de valores entre 1000 y 2500, finalmente el eje Z representa la energía consumida por el vehículo en un rango de tiempo de 30 segundos.

Los valores óptimos de K_p y K_i que minimizan el valor de la energía consumida son 1520 y -880 respectivamente, logrando así un valor mínimo de energía utilizada de 1.279 GigaJoules en un tiempo de 30 segundos de recorrido tal y como lo muestra la figura 5.7.

Por último, se extiende el controlador al modelo de la máquina mencionado en el capítulo 4 cuya ecuación 4.15 se soluciona para obtener la velocidad angular electromagnética del

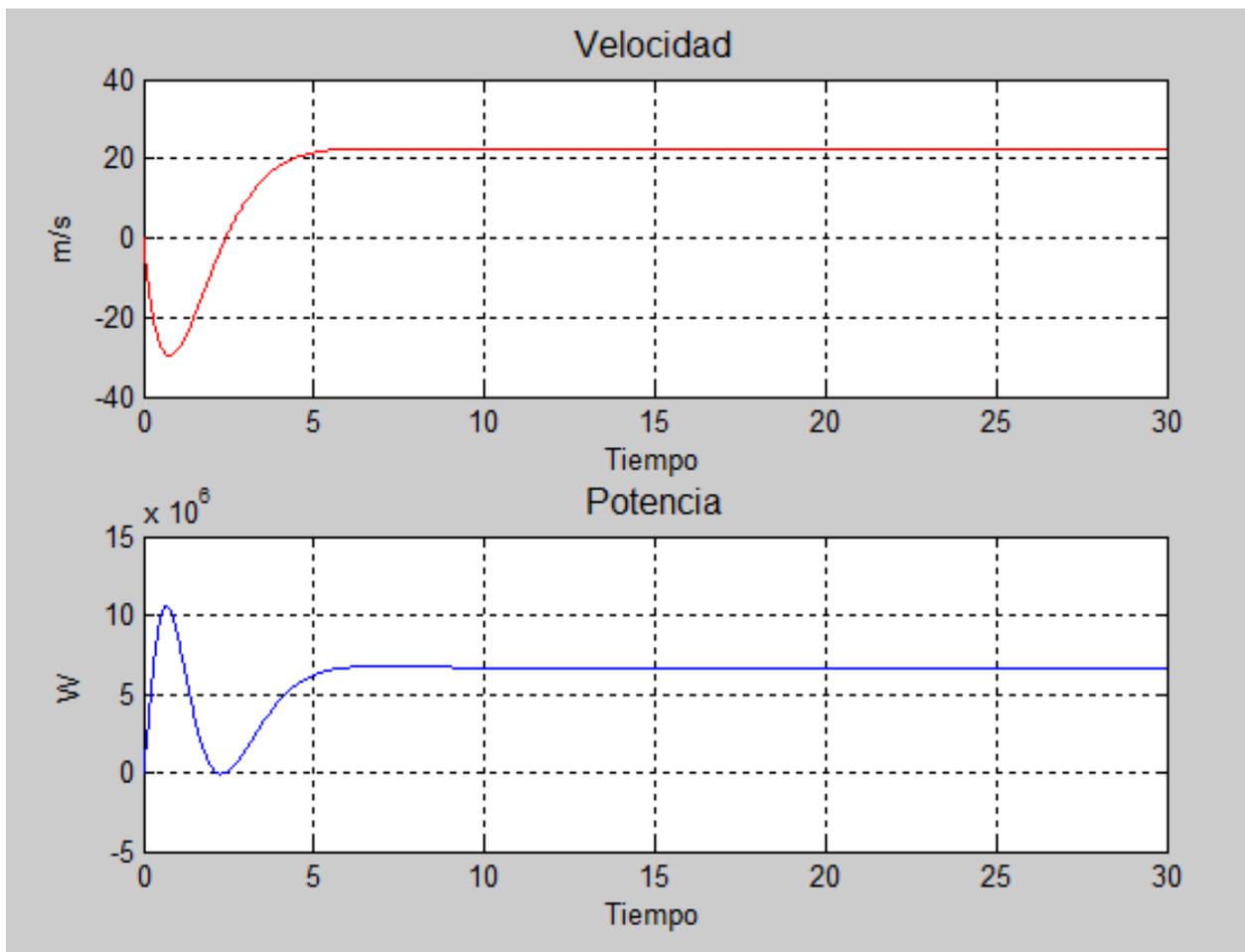


Figure 5.5: Respuesta de velocidad y torque a la acción de control.

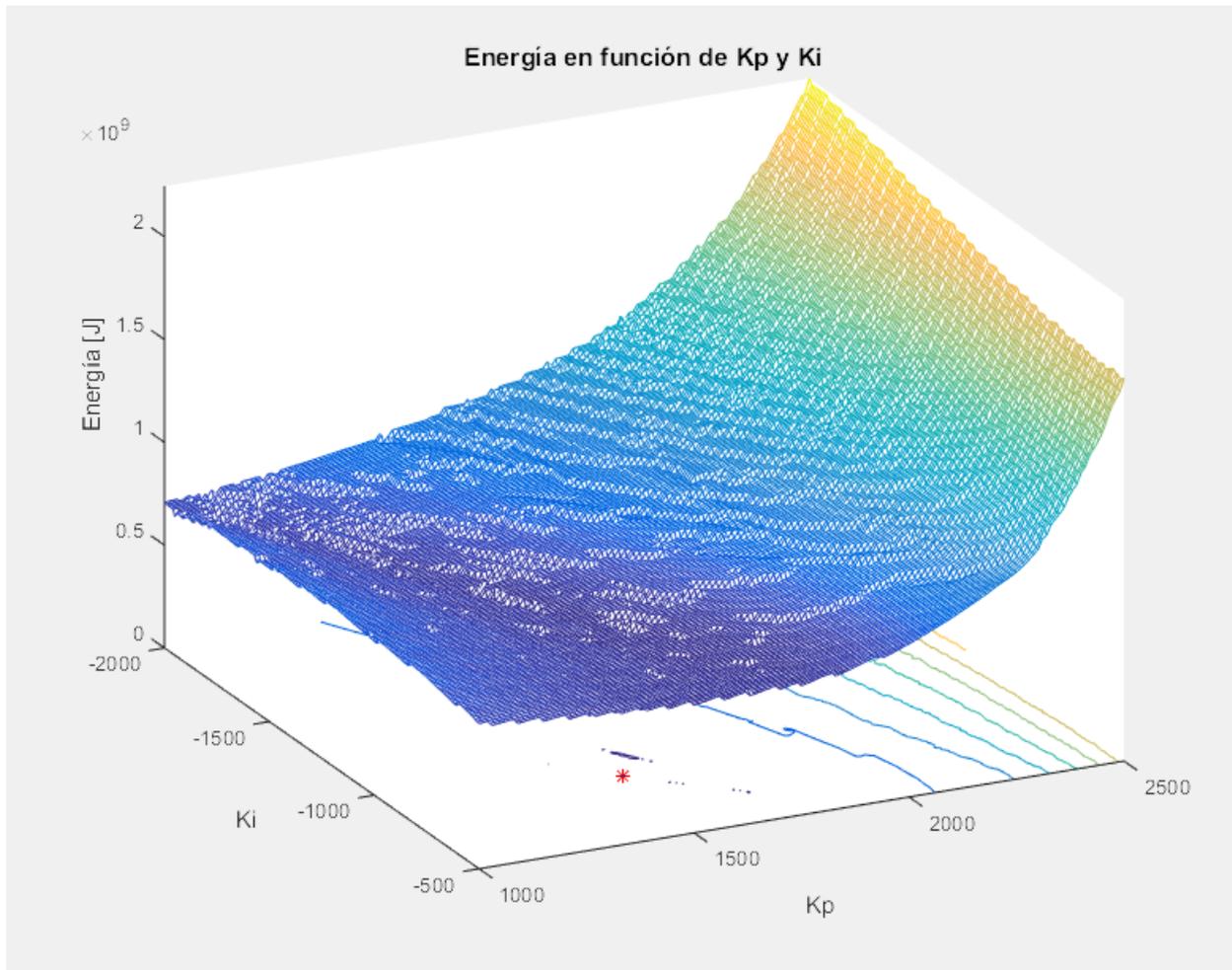


Figure 5.6: Energía en función de K_p y K_i .

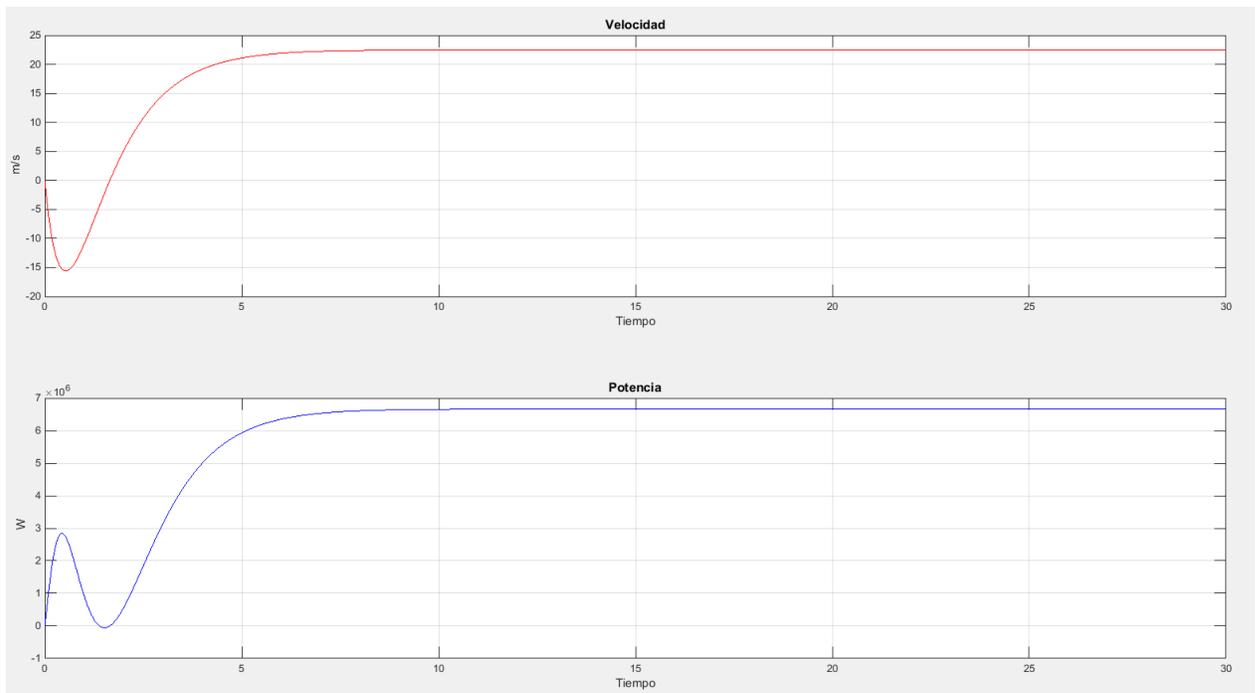


Figure 5.7: Respuesta de velocidad y torque luego de la optimización.

estator, tomando como base valores constantes de: tensión de $600V$; r'_r de $0,05837\Omega$; r_e de $0,09961\Omega$; x'_r y x_e de $0,000867\Omega$.

Los variables dinámicas $T_{3\phi}$ y ω_m se obtienen de la solución mostrada en la figura 5.7. Partiendo de la curva de velocidad de dicha figura y teniendo en cuenta el radio r de las llantas del vehículo analizado, se obtiene la expresión para la velocidad angular de las llantas del vehículo ω_{ll} como se muestra en la ecuación 5.6.

$$\omega_{ll} = \frac{V(t)}{r} \quad (5.6)$$

En consiguiente se determina una expresión que describe la velocidad angular mecánica del motor ω_m en función de la velocidad angular de las llantas del vehículo ω_{ll} , para lo cual se usó la relación de transmisión reductora de un vehículo eléctrico que relaciona dichas constantes como se muestra en la ecuación 5.7.

$$\frac{\omega_m}{\omega_{ll}} = 5 \quad (5.7)$$

Por lo tanto, la solución de ω_s se muestra en la figura 5.8, que describe el comportamiento del campo electromagnético del estator, el cual se estabiliza en un valor de $\omega_s = 26798 \text{ rpm}$. Lo anterior es debido a que en un vehículo eléctrico, la relación de transmisión es constante gracias a la flexibilidad que otorga el motor de combustión en comparación con el eléctrico.

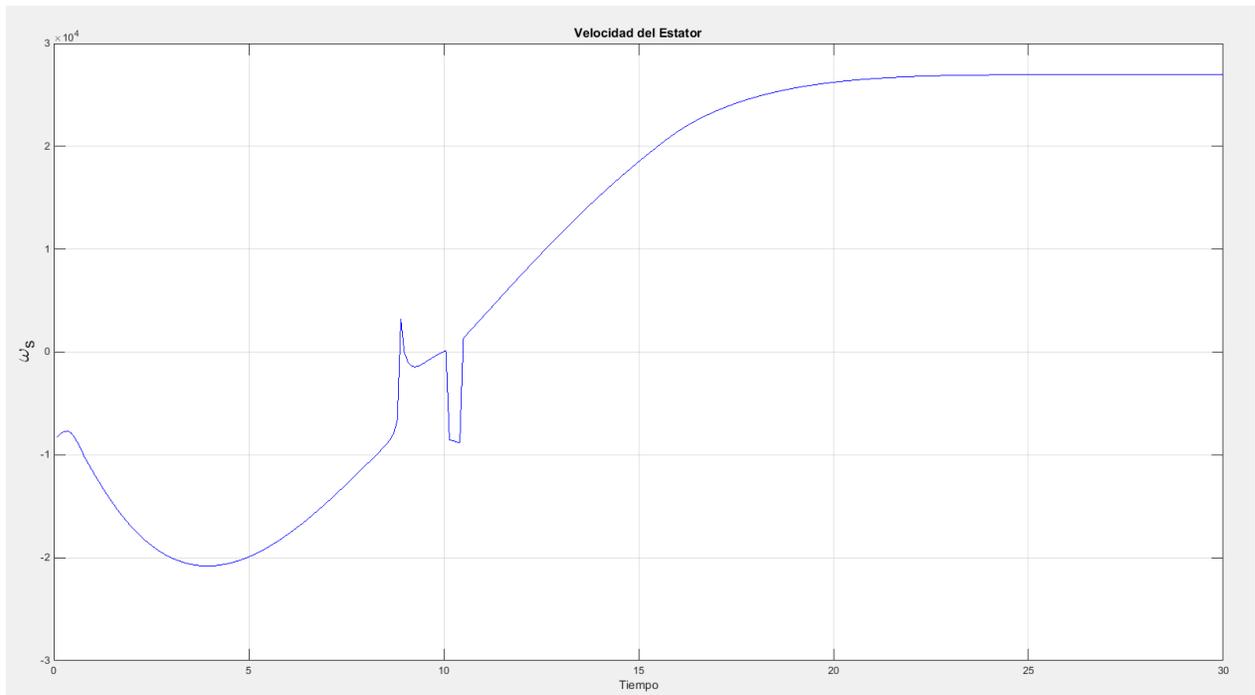


Figure 5.8: Solución de ω_s para cada instante de tiempo.

Capítulo 6

Conclusiones

Los sistemas pasivos como los mencionados en este documento cumplen con la propiedad de que son estables y la interconexión entre ellos ofrece un sistema también estable con la capacidad de ser controlado, lo que implica que el control que se propone para el modelo dinámico y la máquina de inducción cumple condiciones de estabilidad para cada uno de los modelos que se le agreguen para mejor representación del vehículo, así mismo, el modelo del convertidor DC/AC (*Voltage Source Converter*), el convertidor DC/DC y la batería son sistemas pasivos que ofrecen mayor estabilidad al sistema y por lo tanto al control que se implemente.

Los sistemas de Hamilton son una buena herramienta para la representación de un sistema físico que se quiera determinar estable, por otra parte, las funciones candidatas a Lyapunov, en este caso obtenidas por medio del método de Krasovskii, las cuales permiten definir la estabilidad de un sistema para un rango de valores determinados como se observó en el análisis detallado en capítulos anteriores, sin embargo, Lyapunov no permite advertir la inestabilidad del sistema, es decir, el sistema es estable para el rango de datos que determina la función de Lyapunov aunque puede tener más puntos que brinden estabilidad al sistema.

La implementación de los vehículos eléctricos es una realidad que se vive a nivel mundial donde el porcentaje en circulación es cada vez mayor, con ellos, la tecnología que ofrece control y autonomía al vehículo es también más robusta, en ese aspecto, el trabajo desarrollado en este proyecto ha contribuido de manera importante a determinar la factibilidad de un control tipo PI (Proporcional-Integral) para la velocidad de un vehículo eléctrico cuyo modelo es no lineal, arrojando resultados que muestran viabilidad en la implementación ya que el sistema sigue el valor de referencia que se le impone al controlador, llegando a ser optimizable con la finalidad de utilizar la menor energía posible para un tiempo de respuesta definido sin afectar el rendimiento.

El proyecto planteado se basó principalmente en demostrar la estabilidad del sistema mediante los sistemas de hamilton, estabilidad de Lyapunov y finalmente de manera gráfica

se demostró que los valores propios del sistema en las zonas de estabilidad de las constantes proporcional e integral del controlador, mantienen el sistema en el semiplano izquierdo lo cuál hace el sistema estable. En la sección de resultados los valores negativos de velocidad corresponden a que el sistema no es sometido a una exigencia de velocidad referencia progresiva, sino que se le asigna un valor de velocidad máxima al sistema, lo cual genera dichos resultados negativos previos a alcanzar la zona de referencia. Cabe resaltar que los resultados obtenidos son una aproximación de la realidad, con lo cuál se concluye que las simulaciones realizadas contienen una parte que no comprende exactamente cada una de las variaciones reales que pueda tener el sistema.

6.1 Futuros trabajos de investigación

A partir de los datos recogidos en este proyecto, se plantean algunos proyectos que se pueden derivar del trabajo realizado con la finalidad de profundizar en el tema del controlador o de extenderse a otros aspectos también relacionados con los vehículos eléctricos, tales como movilidad, eficiencia de baterías, etcétera. A continuación se proyectan trabajos de investigación factibles para un futuro cercano.

- Control de velocidad de un vehículo eléctrico agregando un perfil variable dependiendo de las condiciones topográficas de la ciudad.
- Optimización de ubicación de electrolinerías dependiendo de la capacidad, concentración y eficiencia de vehículos eléctricos.
- Continuación del modelo del vehículo eléctrico teniendo en cuenta modelo extendido de la máquina de inducción, el convertidor y la batería.
- Modelos de predicción de la demanda en eventual masificación de vehículos eléctricos.
- Caracterización de la carga teniendo en cuenta la masificación de los vehículos eléctricos para la expansión de la red

Bibliografía

- [1] R. Ramírez, “Transporte eléctrico en colombia,” in *1er Encuentro Internacional de Movilidad Eléctrica*, Unidad de Planeación Minero Energética. World Energy Council Colombia, Septiembre 2017.
- [2] U. de Planeación Minero Energética (UPME), “Plan de acción indicativo de eficiencia energética pai proure 2017 - 2022,” *Unidad de Planeación Minero Energética (UPME)*, Diciembre 2016. [Online]. Available: <http://www1.upme.gov.co/Paginas/Plan-de-Acci%C3%B3n-Indicativo-de-Eficiencia-Energ%C3%A9tica-PAI-PROURE-2017---2022.aspx>
- [3] Desconocido, “Principales causas de accidentes viales,” *El Universal*, Agosto 2015. [Online]. Available: <http://www.eluniversal.com.mx/articulo/autopistas/2015/08/20/principales-causas-de-accidentes-viales>
- [4] J. Pastor, “De tesla, coches autónomos y pilotos automáticos: confusiones mortales,” *Xacata*, Julio 2016. [Online]. Available: <https://www.xataka.com/vehiculos/el-coche-autonomo-no-existe-aun>
- [5] M. Zhu, H. Chen, and G. Xiong, “A model predictive speed tracking control approach for autonomous ground vehicles,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 87, pp. 138 – 152, 2017, signal Processing and Control challenges for Smart Vehicles. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327016001205>
- [6] A. van der Schaft, “Interconnections of input-output hamiltonian systems with dissipation,” *IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 4686–4691, Dec 2016.
- [7] R. Ortega and L. P. Borja, “New results on control by interconnection and energy-balancing passivity-based control of port-hamiltonian systems,” *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2346–2351, Dec 2014.

- [8] R. Ortega, A. van der Schaft, F. Castanos, and A. Astolfi, “Control by interconnection and standard passivity-based control of port-hamiltonian systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, no. 11, pp. 2527–2542, Dec 2008.
- [9] J. M. P. Rastelli, “Agentes de control de vehículos autónomos en entornos urbanos y autovías,” *Universidad Complutense de Madrid*, 2012. [Online]. Available: <http://eprints.ucm.es/15311/1/T33773.pdf>
- [10] D. W. Gao, C. Mi, and A. Emadi, “Modeling and simulation of electric and hybrid vehicles,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 4, pp. 729–745, April 2007. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4168023/>
- [11] D. Hill and P. Moylan, “The stability of nonlinear dissipative systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 21, no. 5, pp. 708–711, Oct 1976.
- [12] Isentrópico, “Pasividad, optimad y estabilidad,” *Isentrópico*, Junio 2015.
- [13] P. A. Hokayem and E. Gallestey, “Dissipative systems,” *Nonlinear Systems and Control*, March 2015.
- [14] M. C. P. Arteaga, “Técnicas de control basadas en pasividad aplicadas a un motor de inducción,” Master’s thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, Octubre 1994.
- [15] S. M. E. Estrada, F. Castaos, “Estabilidad de sistemas de control basados en pasividad con retardos en la comunicación,” *Congreso Nacional de Control Automático 2013*, Octubre 2013.
- [16] A. V. der Schaft, “Port-hamiltonian system: an introductory survey,” *European Mathematical Society Publishing House (EMS Ph)*, pp. 1339–1365, 2006.
- [17] P. Kaur, V. Kumar, and R. Sharma, “Speed control of hybrid electric vehicle using pso based fractional order pid controller,” *1st India International Conference on Information Processing (IICIP)*, pp. 1–6, Aug 2016. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org.ezproxy.utp.edu.co/document/7975363/>
- [18] M. S. Zaky, “A self-tuning pi controller for the speed control of electrical motor drives,” *Electric Power Systems Research*, vol. 119, no. Supplement C, pp. 293 – 303, 2015. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779614003587>
- [19] P. Xiong and C. Gu, “Torque compensation of idle speed control for direct-drive electric vehicle,” *2016 19th International Conference on Electrical Machines and Systems*

- (*ICEMS*), pp. 1–4, Nov 2016. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org.ezproxy.utp.edu.co/document/7837359/>
- [20] C. Jaipradidtham and L. Napen, “Lyapunov stability criterion to control strategy with pi controller of doubly fed induction generators in variable-speed of wind turbine energy conversion optimization,” *16th International Conference on Control*, pp. 365–370, Oct 2016.
- [21] M. A. Y. Rivera, “Funciones de lyapunov y algunas aplicaciones,” *Universidad Veracruzana*, Mayo 2013.
- [22] S. Aranovskiy, R. Ortega, and R. Cisneros, “Robust pi passivity-based control of nonlinear systems: Application to port-hamiltonian systems and temperature regulation,” *2015 American Control Conference (ACC)*, pp. 434–439, July 2015.
- [23] E. Delaleau, J. Louis, and R. Ortega, “Modeling and control of induction motors,” *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, vol. 11, pp. 105–129, 2001.
- [24] S. A. Nasar and L. E. Unnewehr, *Electromecánica y Máquinas Eléctricas*, Limusa, Ed. Limusa, 2000.