

**AMBIENTE DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE LA CONGRUENCIA
Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS BASADO EN PROBLEMAS Y MEDIADO
POR TIC PARA ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA ROMAN MARIA VALENCIA DEL MUNICIPIO DE CALARCÁ
QUINDÍO**

LEANDRO ARBELAEZ NIEL

**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**

2017

**AMBIENTE DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE LA CONGRUENCIA
Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS BASADO EN PROBLEMAS Y MEDIADO
POR TIC PARA ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA ROMAN MARIA VALENCIA DEL MUNICIPIO DE CALARCÁ
QUINDÍO**

LEANDRO ARBELAEZ NIEL

**Trabajo de grado para optar al título de
MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

Director

CÉSAR AUGUSTO ACOSTA MINOLI, Ph.D.

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA, COLOMBIA**

2017

Dedicatoria

A Dios, por darme la oportunidad de vivir esta experiencia y por estar conmigo en cada día, por mejorar mi corazón y alumbrar mi mente y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el periodo de estudio.

A mi familia por creer en mí y porque siempre me apoyaron.

A todos aquellos familiares y amigos que no recordé al momento de escribir este documento. Ustedes saben quiénes son.

Tabla de Contenido

Introducción	10
1. Capítulo 1. Planteamiento del problema, objetivos y Justificación.	12
1.1. Preguntas de Investigación:.....	14
1.2. Objetivos del Proyecto.....	14
1.2.1. Objetivo general.....	14
1.2.2. Objetivos específicos.....	14
1.3. Justificación.....	15
2. Capítulo 2. Marco teórico	16
2.1. Educación Matemática.....	16
2.2. Teoría del aprendizaje basado en problemas (ABP).....	16
2.3. Software para la Enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas	22
2.4. Ambientes de aprendizaje.....	23
2.5. Estado del Arte	24
2.5.1. Estado del arte del Proyecto	24
2.6. Antecedentes del Grupo de Investigación:	26
2.7. Definición de conceptos	27
2.7.1. Enseñanza de la Geometría.....	27
2.7.2. Razonamiento Deductivo	28
2.7.3. Congruencia y Semejanza	28
2.7.4. Criterios de Semejanza	29

2.7.5. Teorema de Thales.....	32
2.7.6. Criterios de Congruencia	34
2.7.7. Tecnología de la Información y las Comunicaciones (TIC), ¿Cómo la han Utilizado?	36
2.7.8. Teoría de Van Hiele.....	38
2.8. Orientaciones Curriculares	41
2.8.1. Estándares curriculares	41
2.8.2. Lineamientos curriculares.....	42
2.8.3. Derechos Básicos de aprendizaje (MEN, 2017).....	42
2.8.4. Matrices de Referencia	43
3. Capítulo 3. Metodología	44
3.1. Características	48
3.2. Estudio de Caso.....	48
3.3. Investigación - Acción:	49
3.4. Contexto Social	52
3.5. Variables de Investigación	53
3.5.1. Población:	53
3.5.2. Muestra:	53
3.5.3. Caracterización:	53
3.6. Instrumentos de Recolección de Datos:	54
3.6.1. Técnicas de procesamiento y análisis de los datos	55
3.6.2. Tareas Específicas De La Metodología	56

4. Capítulo 4. Aplicación Metodología. Análisis Resultados	58
4.1. Etapas Secuencia Didáctica	58
4.2. Análisis de Resultados	58
4.3. Respuestas Preguntas de Investigación	62
5. Capítulo 5. Conclusiones.....	66
5.1. Recomendaciones y Trabajo a Futuro.....	67
Bibliografía.....	68
6. Anexos.....	81

Listado de Anexos

Anexo 1. Etapas de la Secuencia didáctica.....	81
Anexo 2. Tablas y gráficas de Resultados	106
Anexo 3. Esquemas generales de razonamiento geométrico-espacial según los niveles de Van Hiele,.....	112
Anexo 4. Autorizaciones	118

Resumen

Esta investigación brinda a los docentes del área de matemáticas, una herramienta didáctica para la enseñanza de la geometría, evaluando un ambiente de aprendizaje para la enseñanza de la congruencia y la semejanza de triángulos, basado en problemas, mediado por TIC, para estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria en la Institución Educativa Román María Valencia de la ciudad de Calarcá Quindío.

Se diseñó una secuencia didáctica, basada en los niveles de razonamiento geométrico (Van Hiele, 1957), se aborda el concepto de la enseñanza de la congruencia y la semejanza de triángulos con actividades propuestas mediadas por TIC, el software geogebra fue la herramienta elegida para el proceso de enseñanza aprendizaje que permita al estudiante la construcción de su propio conocimiento, de acuerdo con la metodología de investigación – acción fundamentada en la teoría de aprendizaje basado en problemas (ABP), con la orientación del docente como facilitador del proceso epistemológico-matemático.

Es importante señalar, que al implementar estos recursos tecnológicos se busca evidenciar un aprendizaje significativo en los estudiantes, mediado por el modelo de Van Hiele, rompiendo el esquema tradicional en la enseñanza de la geometría, que solo se limita a las clases magistrales, por esta razón se busca validar el ambiente de aprendizaje para la enseñanza de la congruencia y la semejanza de triángulos, basado en problemas, mediado por TIC, específicamente por el software geogebra, mediante la aplicación de una secuencia didáctica.

Palabras claves

Geometría, estrategias didácticas, geogebra, congruencia y semejanza de triángulos
modelo de Van Hiele, ABP, investigación-acción, secuencia didáctica. TIC.

Introducción

De acuerdo con los derechos básicos del aprendizaje decretados por ministerio de educación nacional, es de anotar que la geometría es un área base fundamental para el desarrollo de pensamiento espacial. Por tal motivo, el trabajo de grado realizado para la maestría en enseñanza de las matemáticas debe contener una producción de texto aplicando las TIC, específicamente por el software geogebra.

La geometría es la ciencia que nos permite tener la medición de los objetos en dos y tres dimensiones, el poder relacionar medidas de longitud, medidas de área y medidas de volumen; de acuerdo a lo anterior, se puede asegurar que esta es una de las oportunidades para poder tener una mejor producción de material didáctico, el cual se construirá en pro de la comunidad educativa.

Este material didáctico educativo tendrá como prioridad fortalecer los conocimientos adquiridos por los estudiantes ya que para ellos son más llamativas las acciones que involucren tecnología e interacción con aparatos electrónicos como son los computadores, tablets, teléfonos inteligentes entre otros. La adquisición de los conceptos básicos de la geometría (geometría plana, medidas de longitud), seguido de figuras en dos dimensiones (medidas de área), posteriormente figuras en tres dimensiones (medidas de volumen) y para finalizar, en la solución en problemas de aplicación.

El programa Geogebra será el software que se utilizará como ayuda en el proceso enseñanza-aprendizaje. Es una herramienta que genera mayor interés en los estudiantes durante el desarrollo de las clases.

El presente trabajo se desarrolló en cinco capítulos, el primero contiene el planteamiento del problema, las preguntas de investigación, los objetivos y la justificación de la investigación, el capítulo dos muestra aspectos teóricos matemáticos, el aprendizaje basado en problemas, el software en la enseñanza aprendizaje, el estado del arte y el enfoque pedagógico de la investigación.

El capítulo tres muestra la metodología implementada en el desarrollo del proyecto en el aula, el capítulo cuatro brinda los resultados obtenidos y en el capítulo cinco se dan las conclusiones y recomendaciones de este proyecto de investigación.

1. Capítulo 1. Planteamiento del problema, objetivos y Justificación.

En la educación, el área de matemáticas, es considerada por muchos estudiantes, como compleja, a pesar de presentar modificaciones cualitativas que permitan la adquisición de conocimientos matemáticos, mediante actos de abstracción, con poca o nula conexión con la realidad en la mayoría de los casos.

Es un proceso en cadena, con rupturas y ampliaciones en las que aparecen las dificultades en la formación de la Matemática formal.

(Gualdrón, 2006), en su investigación “Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza”, Muestra algunos de los errores que cometen los estudiantes en la solución de problemas de semejanza como por ejemplo, la construcción errónea del triángulo en el plano cartesiano.

(Ramírez, 2014), en su investigación “Estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientada por el modelo Van Hiele y geogebra”, logra evidenciar algunos de los obstáculos que se presentan en el estudio de la congruencia y semejanza de triángulos como son: la abstracción y la visualización errónea de los triángulos, que se presenta en los estudiantes.

Las relaciones de semejanza y congruencia en geometría plana, una propuesta didáctica para la educación básica. (Cardenaz, 2013). Propone una didáctica para buscar el mejoramiento y el desempeño de los estudiantes que permita el reconocimiento de los triángulos y sus propiedades. Por su parte (Caleño, 2014), en la investigación “Apropiación de los criterios de semejanza a partir de los conceptos de proporcionalidad y congruencia de triángulos utilizando el software geogebra, identifica algunas dificultades conceptuales, actitudinales y participativos que tienen los estudiantes.

En la Geometría, no hay excepción, especialmente en la adquisición del concepto de **“congruencia y semejanza de triángulos”**, por tal motivo, se hace necesario, crear e implementar estrategias novedosas, que faciliten la asimilación y aplicación del concepto, superando así, la dificultad.

Por esta razón, el presente proyecto de investigación tiene como objetivo brindar a los docentes de matemáticas, especialmente a quienes orientan geometría, una propuesta didáctica para la enseñanza del proceso de demostraciones deductivas, integrando un modelo de razonamiento con el uso de las tecnologías de información y comunicación (software geogebra), para los estudiantes del grado Séptimo de la Institución Educativa Román María Valencia, para la elaboración de la secuencia didáctica se tuvieron en cuenta las normas legales del ministerio de educación nacional como son: los Lineamientos Curriculares, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)V2, estándares básicos de competencias en matemáticas, el pensamiento espacial, además los niveles del modelo de Van Hiele (didáctica de las matemáticas), la metodología investigación – acción y la teoría del aprendizaje basada en problemas (ABP).

Debido a las dificultades antes mencionadas surge la necesidad que los estudiantes tengan un ambiente adecuado para el aprendizaje de la geometría, se propone entonces un interrogante sobre evaluar un ambiente de aprendizaje para la enseñanza de la congruencia y la semejanza de triángulos basado en problemas, mediado por TIC (software “Geogebra”).

1.1. Preguntas de Investigación:

¿Qué esquemas generales de razonamiento geométrico-espacial según los niveles de Van Hiele, se logran evidenciar en los estudiantes frente a los problemas que se plantean en un ambiente de aprendizaje mediado por TIC?

¿Qué ventajas y desventajas se observan al incorporar TIC y la teoría de Van Hiele a través de un ambiente de aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de la congruencia y la semejanza de triángulos, en los estudiantes del grado séptimo de la institución educativa Román María Valencia?

1.2. Objetivos del Proyecto

1.2.1. Objetivo general

Diseñar, desarrollar y validar un ambiente de aprendizaje para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos, mediado por TIC y utilizando la metodología de investigación-acción que permita promover el desarrollo del pensamiento geométrico-espacial según los niveles de Van Hiele de los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Román María Valencia del sector público del municipio Calarcá, departamento del Quindío.

1.2.2. Objetivos específicos

- Diseñar, desarrollar y validar un ambiente de aprendizaje para cada contenido seleccionado considerando la teoría de aprendizaje basado en problemas la teoría de Van Hiele y las TIC.
- Identificar los esquemas generales de razonamiento geométrico-espacial según los niveles de Van Hiele.

1.3. Justificación

De acuerdo a los resultados de las pruebas internacionales de calidad en educación (Pruebas PISA), las pruebas saber a nivel Nacional, las olimpiadas de matemáticas a nivel departamental, se ha determinado que los estudiantes colombianos reconocen con relativa destreza figuras congruentes o semejantes, aunque presentan dificultades en el manejo de las propiedades geométricas determinadas por estas relaciones. Por tal motivo, se puede evidenciar que el reconocimiento de la semejanza y congruencia de triángulos, es un conocimiento que no implica mayores exigencias y que se logra construir con gran facilidad. No obstante, es de gran importancia que los estudiantes se apropien del concepto de congruencia y semejanza de triángulos, ya que con este concepto se pueden resolver situaciones cotidianas y resolver problemas de aplicación.

Es por esta razón, que surge la necesidad de proponer una secuencia didáctica que permita la apropiación de los conceptos de congruencia y semejanza de triángulos por parte de los estudiantes, de tal modo que permita el mejoramiento de los desempeños de los estudiantes en el desarrollo de pruebas internas y externas y el nivel académico de la institución.

La presente investigación busca generar un impacto en la comunidad educativa, al buscar el mejoramiento de los procesos de enseñanza aprendizaje de la institución educativa Román María Valencia de Calarcá, permitiendo a los estudiantes, la apropiación de los conceptos geométricos, para superar la dificultad en su aprensión; también permitirá que el proceso cognoscitivo de los estudiantes mejore notablemente mediante la generación de ambiente escolar agradable.

2. Capítulo 2. Marco teórico

2.1. Educación Matemática

Las matemáticas, además de dotar a los niños de conocimientos y de tener la misión de prepararlos para la vida, es decir, para dotarlos de competencias para afrontar los enormes retos que trae el siglo XXI, relacionados con los constantes y acelerados cambios científicos y tecnológicos, y la utilización beneficiosa de los mismos (Companioni M. , 2005). En consecuencia, en primera instancia *se tiene que enseñar a pensar*, de tal forma que el educando busque y encuentre *las relaciones entre las cosas e intervenga en ellas de la manera más económica*, bajo la razón de que “*aprender a pensar es aprender a buscar soluciones adecuadas*”. (Castro, 2003). En este sentido, la enseñanza de la matemática desde los albores de la humanidad hasta nuestros días, posee un largo recorrido considerándose como una asignatura necesaria para la preparación de las nuevas generaciones, fundamentalmente en el desarrollo del pensamiento (Campistrous & Rizo, 2013).

Para lograr este objetivo, han sido múltiples las herramientas, recursos y estrategias que ha utilizado desde la didáctica la matemática, y de nuestro interés, aquellos que interactúan en el proceso de enseñanza-aprendizaje y son innatos a su estructura como ciencia, siendo el caso de la resolución de problemas. (Companioni M. , 2005). Ahora:

2.2. Teoría del aprendizaje basado en problemas (ABP).

El servicio de innovación educativa de la universidad Politécnica de Madrid define el ABP como: “una metodología centrada en el aprendizaje, en la investigación y reflexión que siguen los alumnos para llegar a una solución ante un problema planteado por el

profesor”. Otros autores lo definen como: “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos” (Barrows, 1986). En el artículo del Instituto Tecnológico y de estudios superiores de Monterrey se plantea el ABP como un modelo en el que el alumno es quien busca el aprendizaje que considera necesario para resolver los problemas que se le plantean, los cuales conjugan aprendizaje de diferentes áreas de conocimiento; la misma investigación plantea que el ABP puede ser usado como una estrategia general a lo largo del plan de estudios o bien ser implementado como una estrategia de trabajo e incluso como una técnica didáctica.

Podemos plantear entonces que el ABP como estrategia de enseñanza y aprendizaje se establece como un ejercicio dinámico de interacción, investigación y reflexión que parte de la pregunta y en el que el actor principal en la adquisición del conocimiento es el estudiante; el maestro tiene la función de diseñar el planteamiento del problema, establecer las habilidades que se van a desarrollar y los contenidos que serán abordados, además servirá como tutor/facilitador que promoverá las discusiones en los grupos de trabajo

El ABP se caracteriza por el trabajo en pequeños grupos como ejercicio colaborativo entre pares, potenciando las capacidades individuales y colectivas que los lleven a una posible solución conjunta del problema, no siendo la solución el fin primordial dentro del planteamiento, sino la adquisición del conocimiento y el desarrollo de las habilidades dentro del proceso de aprendizaje de los estudiantes.

¿Qué es el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)?

Es una experiencia pedagógica organizada para investigar y resolver problemas que se presentan enredados en el mundo real. Posee las siguientes características:

- Comprometen a los estudiantes (aprendizaje significativo).
- Organiza el aprendizaje alrededor de problemas holísticos.
- Crea un ambiente en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar

(crítica y creativamente) y los guían en su indagación. (Barrows, 1986).

Roles de cada Integrante del Proceso Educativo

- **Rol del Docente:**

1. Presenta una situación problemática,
2. se retira,
3. Participa en el proceso como co-investigador,
4. Evalúa.

- **Rol del Estudiante:**

1. Se esfuerza por dilucidar la complejidad de la situación.
2. Investiga y resuelve el problema desde dentro. (Academy., 2009).

Diseño del Problema

“La situación problemática contiene en sí misma la semilla del interés. Los estudiantes pueden sentirse identificados con personas que deben enfrentarse con lo desconocido y que viven situaciones adversas” (Torp, 1995).

Los docentes eligen situaciones problemáticas:

- Examen de los currículos y medios informativos.
- Conversación con los miembros de la comunidad y con colegas.
- Consideran las necesidades y características de los alumnos.
- Plantean Problemas No estructurados

Etapas del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP):

1. “Leer y Analizar el escenario del problema”

Se busca con esto que el alumno verifique su comprensión del escenario mediante la discusión del mismo dentro de su equipo de trabajo.

2. “Realizar una lluvia de ideas”

Los alumnos usualmente tienen teorías o hipótesis sobre las causas del problema; o ideas de cómo resolverlo. Estas deben enlistarse y serán aceptadas o rechazadas según se avance en la investigación.

3. “Hacer una lista de aquello que se conoce”

Se debe revisar todo aquello que el equipo conoce acerca del problema o situación.

4. “Hacer una lista de aquello que se desconoce”

Se debe hacer una lista con todo aquello que el equipo cree se debe de saber para resolver el problema. Existen muy diversos tipos de preguntas que pueden ser adecuadas; algunas pueden relacionarse con conceptos o principios que deben estudiarse para resolver la situación.

5. “Hacer una lista de aquello que necesita hacerse para resolver el problema”

Planear las estrategias de investigación. Es aconsejable que en grupo los alumnos elaboren una lista de las acciones que deben realizarse.

6. “Definir el problema”

La definición del problema consiste en un par de declaraciones que expliquen claramente lo que el equipo desea resolver, producir, responder, probar o demostrar.

7. “Obtener información”

El equipo localizará, acopiará, organizará, analizará e interpretará la información de diversas fuentes.

8. “Presentar resultados”

El equipo presentará un reporte o hará una presentación en la cual se muestren las

recomendaciones, predicciones, inferencias o aquello que sea conveniente en relación a la solución del problema.

Principales Ventajas

- **Aumenta la Motivación.** Actividad diferente que muchas veces identifica a los alumnos.
- **Hace que el aprendizaje sea significativo para el mundo real.** Hace que el conocimiento sea utilizable, práctico y con ello descubren el mundo.
- **Promueve el pensamiento de orden superior.** Comprensión, pensamiento crítico, las estrategias de indagación y la reflexión, evaluación y conclusión.
- **Alienta el aprendizaje de cómo aprender.** Promueve la metacognición, la definición de un problema y la búsqueda, discriminación y manejo de la Información.
- **Requiere autenticidad.** En situaciones semejantes al mundo real, el aprendizaje y la comprensión tenderá a la comprensión antes que la repetición
- **Permite el desarrollo de habilidades grupales.** La valoración de la diversidad; la motivación y la persistencia; conducta ética y ciudadana; creatividad e ingenio cooperativo y la capacidad para adaptarse.

Diferencias con el Aprendizaje Tradicional

En el aprendizaje tradicional

1. Los profesores organizan el contenido en exposiciones de acuerdo a su disciplina.
2. Los alumnos son vistos como “recipientes vacíos” o receptores pasivos de información.
3. Las exposiciones del profesor son basadas en comunicación unidireccional; la información es transmitida a un grupo de alumnos.

4. Los alumnos trabajan por separado. Los alumnos absorben, transcriben, memorizan y repiten la información para actividades específicas como pruebas o exámenes.

5. El aprendizaje es individual y de competencia.

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

1. Los profesores diseñan su curso basado en problemas abiertos. Los profesores incrementan la motivación de los estudiantes presentando problemas reales.

2. Los profesores buscan mejorar la iniciativa de los alumnos y motivarlos. Los alumnos son vistos como sujetos que pueden aprender por cuenta propia. Los alumnos trabajan en equipos para resolver problemas, adquieren y aplican el conocimiento en una variedad de contextos.

3. Los alumnos localizan recursos y los profesores los guían en este proceso.

4. Los alumnos conformados en pequeños grupos interactúan con los profesores quienes les ofrecen retroalimentación, los alumnos participan activamente en la resolución del problema, identifican necesidades de aprendizaje, investigan, aprenden, aplican y resuelven problemas.

5. Los alumnos experimentan el aprendizaje en un ambiente cooperativo.

Referido de “Traditional versus PBL Classroom”. <http://www.samford>

Limitaciones del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

- Necesidad de un alto grado de compromiso y colaboración por parte de la comunidad estudiantil.

- Renuncia al control total del proceso educativo.

Aceptación de que no todos los contenidos pueden darse en formato ABP.

- Inversión de tiempo en el desarrollo de los problemas y del material de apoyo.

Ansiedad de los estudiantes frente a su ignorancia.

Factores que Apoyan el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

- Que la comunidad tome en serio a los estudiantes.
- La comunidad debe considerar las propuestas y las posibilidades formuladas por los estudiantes. “Los alumnos deben pensar que están haciendo un aporte para mejorar el entorno y la comunidad.”

En este sentido, el docente toma un papel de tutor, guía, y facilitador del aprendizaje, el cual brinda diversas oportunidades de aprendizaje a sus estudiantes, llevándolos a un pensamiento crítico, que les permita reflexionar y formular cuestiones más allá de la situación planteada, otorgando al estudiante un papel protagónico en la construcción de su aprendizaje (UPM, 2008).

2.3. Software para la Enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

El National Council of Teachers of Mathematics “ (NCTM, 2000), p. 2, referenciado en (Aleman, 2009), p. 23) afirma que: Las tecnologías electrónicas, tales como calculadoras y computadores, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y “hacer” matemáticas. Ofrecen imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de los datos y hacen cálculos en forma eficiente y exacta. Ellas pueden apoyar las investigaciones de los estudiantes en todas las áreas de las matemáticas, incluyendo números, medidas, geometría, estadística y álgebra. Cuando los estudiantes disponen de herramientas tecnológicas, se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas.

“Los estudiantes pueden aprender más matemáticas y en mayor profundidad con el uso apropiado de la tecnología” (Dick, 1994); citado por (Aleman, 2009), p. 23), ya que puede llegar a ser una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes

representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas, que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas (Gamboa, 2007). Aunque esta no se debe utilizar como un reemplazo de la comprensión básica y de las intuiciones; más bien, puede y debe utilizarse para fomentar esas comprensiones e intuiciones. En los programas de enseñanza de las matemáticas, la tecnología se debe utilizar frecuente y responsablemente, con el objeto de enriquecer el aprendizaje de las matemáticas por parte de los alumnos (Aleman, 2009).

2.4. Ambientes de aprendizaje

(Boude, 2008), establecen que un ambiente de aprendizaje: Es un espacio construido por el profesor con la intención de lograr unos objetivos de aprendizaje concretos, esto significa un proceso reflexivo en el que se atiende a las preguntas del qué, cómo y para qué enseño. En los ambientes intervienen diferentes actores teniendo en cuenta las concepciones pedagógicas del profesor; en él, los mismos desempeñan roles diversos. Para este caso los actores son: los estudiantes, el profesor y un material educativo computarizado basado en problemas.

(Jaramillo P. C., 2009) Agregan que: El docente crea las condiciones necesarias para que el estudiante pueda aprender directamente frente a los estímulos del ambiente de aprendizaje. En la actualidad, muchos de estos espacios son apoyados mediante la integración de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), con el fin de trascender el aula física y el tiempo de la clase, enriquecerlos con nuevas alternativas pedagógicas y proveer a los estudiantes de experiencias significativas y mejores oportunidades de aprendizaje. Considerándose tres factores fundamentales, de los muchos que existen en los ambientes de aprendizaje: el (los) profesor(es), los estudiantes y las TIC.

2.5. Estado del Arte

2.5.1. Estado del arte del Proyecto

Para la construcción de este proyecto de investigación se han tenido en cuenta diferentes fuentes teóricas, investigaciones y aportes relacionados con la enseñanza de la geometría, el razonamiento deductivo, la congruencia y semejanza de triángulos, la didáctica de las matemáticas desde el modelo de Van Hiele y el uso de geometrías dinámicas (Geogebra), es por ello que se presenta el siguiente estado del arte como referencia de esta investigación:

(Gualdrón, 2006), en su investigación “Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza”, tuvo la oportunidad de obtener algunos resultados extraídos después de evaluar y apreciar una unidad de instrucción de figuras planas a estudiantes colombianos de noveno grado, respetando el modelo de razonamiento de Van Hiele, aspectos de fenomenología de (Freudenthal, 1983) y los trabajos de (Hart, 1984) y ayudantes en el campo de proporcionalidad y semejanza. En el artículo se exponen conclusiones alusivas a la semejanza. La indagación tenía también la meta de analizar las ideas anticipadas, en cuanto a conocimiento y razonamiento que poseen dichos estudiantes y cerciorar estas con las que poseen después de experimentar con ellos, para la unidad de enseñanza se estructuró un pretest y un postest. Como resultado de la investigación, muestra evidencias donde los estudiantes ven que la táctica aditiva es incorrecta. El trabajo se realizó con 34 estudiantes de dos instituciones (17 de cada una) de educación secundaria de Colombia, a quienes se les aplicó un test escrito antes y después de trabajar la unidad pedagógica. El postest se aplicó una vez terminada la secuencia didáctica.

(Ramirez, 2014), en su investigación “Estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientada por el modelo Van Hiele y geogebra”, pretende

caracterizar avances en el proceso cognitivo de visualización en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Pedro Luis Villa de la ciudad de Medellín, mediante la clasificación de triángulos y cuadriláteros según sus propiedades, utilizando una estrategia didáctica orientada por el modelo de Van Hiele y por el uso de geogebra; investigación que será de tipo cualitativo evidenciada en un Estudio de Casos.

Es de gran importancia identificar las relaciones de semejanza y congruencia en geometría plana, que se convierten en una propuesta didáctica para la educación básica. (Cardenaz, 2013). Lo que permite desarrollar diferentes estrategias para la enseñanza de la semejanza y la congruencia.

La presente investigación fue construida a partir del estudio de la congruencia y la semejanza de triángulos los cuales son conceptos que se orientan desde grados inferiores hasta los grados superiores de la educación colombiana, siguiendo esta el modelo de los esposos (Van Hiele, 1957), pero de una forma didáctica para buscar el mejoramiento y el desempeño de los estudiantes. La investigación consta de dos partes los cuales se identifican como plan de asignatura y estándares, con los grados sextos y séptimos se trabajara en el reconocimiento de los triángulos y sus propiedades y en los grados octavos y novenos se trabajara entonces el objeto matemático semejanza y congruencia de triángulos.

(Caleño, 2014), en la investigación “Apropiación de los criterios de semejanza a partir de los conceptos de proporcionalidad y congruencia de triángulos utilizando el software geogebra y algunas aplicaciones applet en la web”, tuvo como objetivo, construir una propuesta educativa con el propósito de mejorar la pedagogía y cambiar el modo tradicional de aprendizaje. El autor, trabaja con herramientas como el software geogebra y algunas applets de la Web adecuados y pertinentes facilitando así la identificación de triángulos semejantes y congruentes y los criterios utilizados; expone guías didácticas

aplicadas para estudiantes de grado noveno con el fin de crear estrategias en el desarrollo educativo influenciado por Tic que nos ayudaran y facilitaran el aprendizaje para obtener mejores resultados conceptuales, actitudinales y participativos.

2.6. Antecedentes del Grupo de Investigación:

GRUPO GEDES (Grupo de Estudio y Desarrollo de Software)- UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO COL0020259, Clasificación B en Colciencias 2015

Áreas de investigación: Informática Educativa, desarrollo de ambientes virtuales de aprendizaje.

Trayectoria del grupo en relación con el objeto de estudio:

En el campo de la incorporación de tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática ya el grupo GEDES ha realizado más de 20 investigaciones, investigaciones avaladas por la Universidad del Quindío y COLCIENCIAS, de igual forma el grupo ha venido trabajando de forma colaborativa con los profesores Ángel Gutiérrez y Adela Jaime de la Universidad de Valencia, España, a través de los proyectos que se presentan a continuación:

-Programa de Investigación Colciencias 2013-2015 Influencia de material educativo computarizado MEC en el desarrollo del pensamiento matemático al ser incorporado a estrategias de intervención pedagógica, con el cual, entre otros resultados, se estableció un convenio marco de cooperación de investigación en didáctica de la matemática entre La Universidad del Quindío y la Universidad de Valencia España. (Proyecto código 1113578-36096 contrato 258 de 2013). (Jaime, 1998).

-Proyecto de cooperación con la Universidad de Valencia España 2015-2016. Formación docente en identificación, diseño y desarrollo de actividades con materiales de

enriquecimiento para la enseñanza a estudiantes de básica primaria con capacidades y talentos excepcionales en matemáticas CTEM perteneciente a poblaciones marginales.

En la actualidad, el grupo GEDES con esta propuesta de investigación, pretende fortalecer su línea de investigación en informática apoyando a estudiantes de la maestría en Enseñanza de la matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira para que puedan participar en la solución de problemas relacionados con la incorporación de tecnología a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemáticas, potenciando de esta forma el desarrollo de la ciencia y la tecnología en la región.

2.7. Definición de conceptos

2.7.1. Enseñanza de la Geometría

Iniciar un viaje a través del mundo de la Geometría representa una interesante aventura alrededor de la ciencia que modela el espacio que percibimos: cuadrados, rectángulos, círculos, paralelas y perpendiculares son modelos teóricos de objetos y relaciones que encontramos en nuestro entorno. Esta travesía también permite adentrarnos en formas de pensamiento avanzado: la Geometría trabaja con objetos ideales que se pueden manipular mentalmente, que no dependen de lo que perciben nuestros sentidos. Además, este recorrido nos depara otra sorpresa: estudiar Geometría ofrece la oportunidad de conocer a la primera ciencia en la que, a partir de unas cuantas definiciones y postulados considerados verdaderos, se construye un sólido edificio de afirmaciones cuya veracidad puede demostrarse.

Si bien es cierto que esta ciencia modela nuestro entorno, es importante mencionar que la geometría que trata este trabajo es sólo una de las representaciones de ese entorno, una manera de modelar el espacio; en la actualidad hay otras geometrías, la mayoría de ellas propias de estudios superiores, por lo que en este documento, al hablar de geometría,

nos referimos a la que se enseña en la educación básica y, en particular, al estudio de las figuras geométricas de dos y tres dimensiones. Se ha evitado el uso de la simbología geométrica para hacerlo más entendible, sobre todo para aquellos profesores que no están familiarizados con ella. (Escudero, 2008).

2.7.2. Razonamiento Deductivo

En primera instancia, “construir una demostración formal, según los cánones establecidos por la comunidad de matemáticos, y que sea cercana al mundo de los estudiantes, es una tarea en extremo compleja”. (Camargo, 2006), por otro lado, “al adoptar una visión de actividad demostrativa como la mencionada, atendemos a dos funciones primordiales de la demostración matemática en el ámbito educativo ((De Villiers, 1990); (Hanna, 1996), (Mariotti, 2006)), por un lado, promover la comprensión del contenido matemático implicado tanto en los enunciados de los teoremas como en sus justificaciones y, por otro lado apuntar a la validación de dichos enunciados, en el marco de un sistema teórico en construcción”. De acuerdo con estos autores, se puede argumentar que el razonamiento deductivo, nos sirve como desarrollo de pensamiento geométrico, ya que cumple con características como la visualización, la exploración, la generalización y la verificación de las conjeturas en caso de que surjan elementos de incertidumbre y que estas características se pueden ir desarrollando por el estudiante, más fácilmente con geometrías dinámicas las cuales nos permiten pasar por cada fase y concatenarse con el modelo de Van Hiele y sus niveles de pensamiento (Visualización, Análisis, Clasificación, Razonamiento Deductivo y Rigor).

2.7.3. Congruencia y Semejanza

Se entiende que dos triángulos son congruentes si tienen iguales sus ángulos respectivos y si tienen iguales sus lados respectivos, por otro lado dos triángulos son

semejantes si tienen sus ángulos respectivamente iguales y sus lados homólogos son proporcionales, algunas situaciones donde se involucra estos conceptos nos puede responder preguntas como: cálculo de longitudes inaccesibles (profundidad, altura, y distancia), ¿Cómo ve una lente?, identificación de patrones numéricos. Algunos autores comparten que fenómenos en donde adquiere significado el concepto de semejanza y congruencia de triángulos pueden ser: medida de profundidad de un pozo, determinación de la altura de un edificio, medición de distancia sobre un terreno horizontal, medición del radio y la sombra de la tierra, en topografía (representación de mapas, planos y maquetas) (Caleño, 2014). Otros argumentan, que cualquier modificación de los elementos que intervienen en la situación de resolución de problemas sobre semejanza y congruencia de triángulos, puede abrir expectativas de investigaciones totalmente diferentes, en particular a la adaptación del modelo de intercambios entre varios estudiantes y el profesor (Cobo, 2008). Por esta razón, el conocimiento profesional y la práctica del profesor de matemática de secundaria, vinculado al tópico específico de la semejanza y congruencia como objeto de enseñanza aprendizaje en el estudio debe proporcionarnos una caracterización del conocimiento profesional del profesor de matemáticas como construcción personal en la que se integran dominios de conocimiento y que se ha generado en la acción profesional. (García, 1997).

2.7.4. Criterios de Semejanza

Se llaman **Criterios de Semejanza de dos triángulos**, a un conjunto de condiciones tales que, si se cumplen, tendremos la seguridad de que los triángulos son semejantes. (Educativo, 2015).

Esos **criterios o casos** son:



Figura 1. Criterios semejanza. Referido de: <https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/41/criterios-de-semejanza-triangulos>

a. Criterio ángulo - ángulo (AA):

Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente iguales (congruentes). (Educativo, 2015).

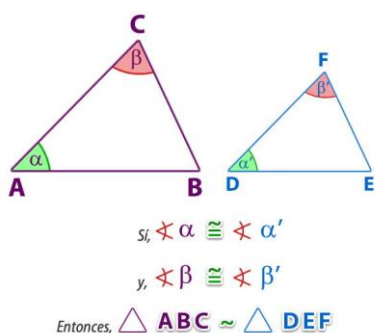


Figura 2. Semejanza. Referido de: <https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/41/criterios-de-semejanza-triangulos>

En consecuencia, el tercer ángulo también resulta igual.

b. Criterio Lado - Ángulo - Lado (LAL):

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e iguales el ángulo comprendido entre ellos. (Educativo, 2015).

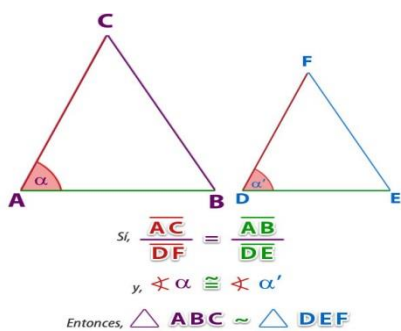


Figura 3. Semejanza. Referido de: <https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/41/criterios-de-semejanza-triangulos>

c. Criterio Lado - Lado - Lado (LLL):

Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados respectivamente proporcionales. (Educativo, 2015).

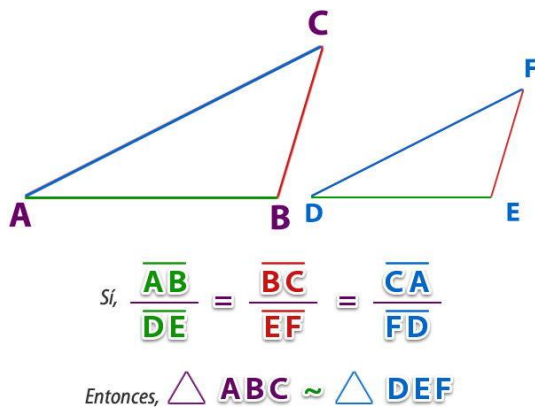


Figura 4. Semejanza. Referido de: <https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/41/criterios-de-semejanza-triangulos>

d. Criterio Lado - Lado - Ángulo (LLA):

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo opuesto al mayor de ellos son respectivamente iguales. (Educativo, 2015).

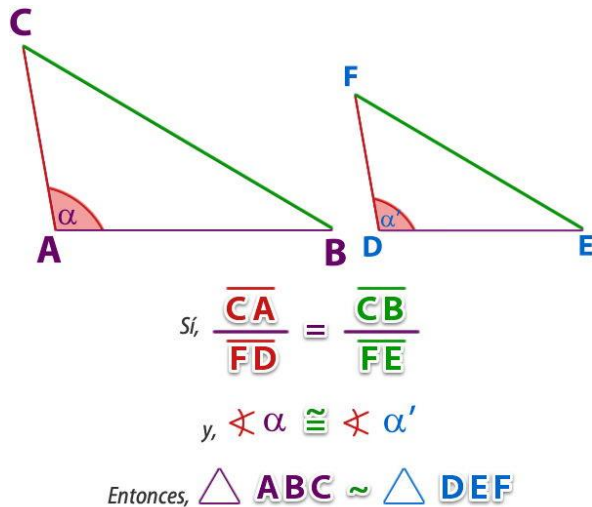


Figura 5. Semejanza. Referido de: <https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/41/criterios-de-semejanza-triangulos>

2.7.5. Teorema de Tales

Primer teorema:

Como definición previa al enunciado del teorema, es necesario establecer que dos triángulos son semejantes si tienen los ángulos correspondientes iguales y sus lados son proporcionales entre si. El primer teorema de Tales recoge uno de los resultados más básicos de la geometría, a saber, que: "Si por un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtienen dos triángulos semejantes." A él se debe una de las numerosas aplicaciones que tiene la semejanza, que es la determinación de la distancia entre dos puntos inaccesibles entre sí; para ello se dice que calcula la altura de una de las pirámides de Egipto sin medirla directamente, basándose en la longitud de la sombra de su bastón; así logró realizar una brillante triangulación. (Wikilibros, 2017).

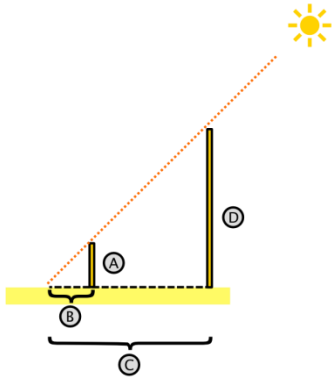


Figura 6. Semejanza. Ilustración del enunciado del segundo teorema de Tales de Mileto.

Referido de:

https://es.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1ticas/Geometr%C3%ADa/Teorema_de_Tales

Segundo teorema:

El segundo teorema de Tales de Mileto es un teorema de geometría particularmente enfocado a los triángulos rectángulos, las circunferencias y los ángulos inscritos, consiste en el siguiente enunciado:

"Sea B un punto de la circunferencia de diámetro AC y centro "O", distinto de A y de C. Entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo donde $\angle ABC = 90^\circ$ ".

(Wikilibros, 2017).

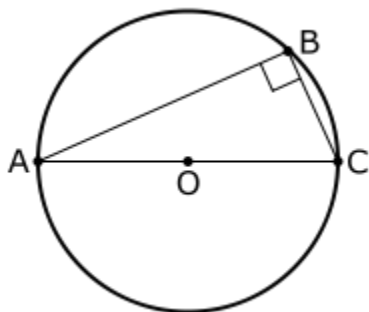


Figura 7. Semejanza. Ilustración del enunciado del segundo teorema de Tales de Mileto.

Referido de:

https://es.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1ticas/Geometr%C3%ADa/Teorema_de_Tales

2.7.6. Criterios de Congruencia

Los criterios de congruencia de triángulos nos dicen que no es necesario verificar la congruencia de los 6 pares de elementos (3 pares de lados y 3 pares de ángulos), bajo ciertas condiciones, podemos verificar la congruencia de tres pares de elementos. (Roberpro, 2009).

Primer Criterio de Congruencia: LLL (lado, lado, lado)

Dos triángulos son congruentes si sus tres lados son respectivamente iguales.

Si $a \equiv a'$ $b \equiv b'$ $c \equiv c'$

entonces el triángulo $ABC \equiv$ triángulo $A'B'C'$

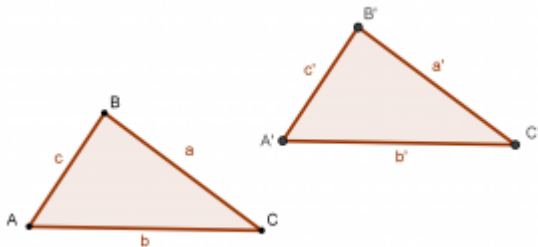


Figura 8. Referido de <http://www.roberprof.com/2009/08/31/criterios-de-congruencia-de-triangulos/>

Segundo Criterio de Congruencia: LAL (lado, ángulo, lado)

Dos triángulos son congruentes si son respectivamente iguales dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos. Esto es: Si $b \equiv b'$, $c \equiv c'$ y $\alpha \equiv \alpha'$ entonces

Triángulo $ABC \equiv$ Triángulo $A'B'C'$

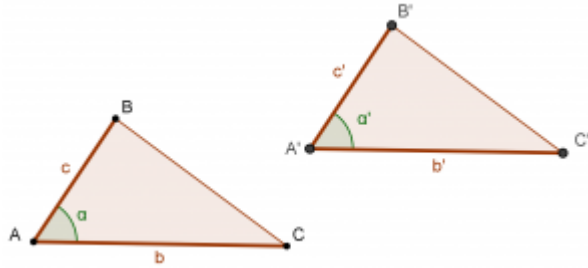


Figura 9. Referido de <http://www.roberprof.com/2009/08/31/criterios-de-congruencia-de-triangulos/>

Tercer Criterio de Congruencia: ALA (ángulo, lado, ángulo)

Dos triángulos son congruentes si tienen un lado congruente y los ángulos con vértice en los extremos de dicho lado también congruentes. A estos ángulos se los llama adyacentes al lado.

Esto es: si $b \equiv b'$, $\alpha \equiv \alpha'$ y $\beta \equiv \beta'$ entonces triángulo $ABC \equiv$ triángulo $A'B'C'$

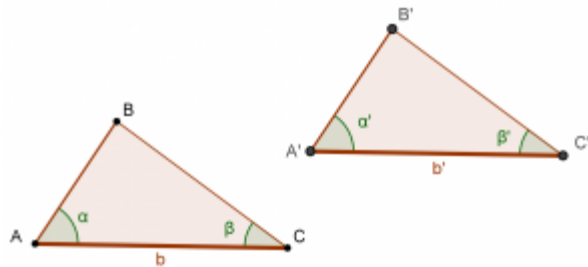


Figura 10. Referido de <http://www.roberprof.com/2009/08/31/criterios-de-congruencia-de-triangulos/>

Cuarto criterio de congruencia: LLA (lado, lado, ángulo)

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente congruentes y los ángulos opuestos al mayor de los lados también son congruentes. Esto es: si $a \equiv a'$, $b \equiv b'$ y $\beta \equiv \beta'$ entonces el triángulo $ABC \equiv$ triángulo $A'B'C'$. (Roberpro, 2009).

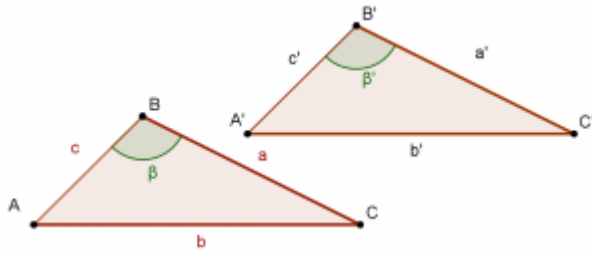


Figura 11. Referido de <http://www.roberprof.com/2009/08/31/criterios-de-congruencia-de-triángulos/>

2.7.7. Tecnología de la Información y las Comunicaciones (TIC), ¿Cómo la han Utilizado?

Considerando el análisis de las nuevas tecnologías y su impacto en contextos educativos, se puede afirmar que están cobrando un importante papel en la enseñanza y el aprendizaje, ofrecen un medio para que los estudiantes exploren, conjeturen, redescubran, construyan nuevos conocimientos y desarrollen habilidades tanto matemáticas como digitales. Los nuevos escenarios que surgen por la aplicación de las TIC en contextos educativos se centran en el estudiante, el cual participa activamente en la construcción de su aprendizaje por medio de interacciones con sus pares. Uno de los objetivos de este proyecto de investigación pretende promover el uso de los recursos tecnológicos, que a su vez constituyan herramientas cognitivas que faciliten la comprensión de conceptos geométricos abordados en los primeros grados de la educación básica secundaria. En este contexto, la tecnología pueda tener efectos importantes en la comprensión de la geometría a nivel escolar. A este respecto, (Rubin, 2000), propone cinco tipos de oportunidades generadas por las TIC las cuales son: “conexiones dinámicas; herramientas sofisticadas; comunidades ricas en recursos matemáticos; herramientas de diseño y construcción; y herramientas para explorar complejidad”. En particular, las conexiones dinámicas facilitan

la visualización y comprensión de temas geométricos. Así tenemos programas de geometría dinámica como geogebra. Para (Martín, 2003), trabajar con tecnología entrega muchos elementos que son esenciales en los nuevos escenarios, referidos a: ambientes realistas y enriquecidos; desarrollo del pensamiento estratégico; descubrir el problema; representación del problema; desarrollo metacognitivo; y facilitar interacciones de grupo. Algunas investigaciones de geometría utilizando TIC han tenido como medio tecnológico software como Cube Test sirve para que los niños de primaria practiquen la visión espacial, WxGéométrie es una calculadora gráfica para estudiantes de ESO y bachillerato, que dispone de cuatro módulos diferenciados: geometría dinámica, estadística, trazador de curvas y, claro, cálculo científico, Cabri en algunas ocasiones utilizado en las calculadoras Texas Instrument (Universidad del Quindío Gedés), software como geoplanos (Universidad del valle, Universidad de Santander, Universidad Nacional) La herramienta geogebra se utilizará como medio tecnológico para este proyecto ya que se considera un software con mucha riqueza estructural para la geometría donde sus principales características son:

1. Es un recurso para la docencia de las matemáticas basada en las TIC.
2. Permite realizar acciones matemáticas como demostraciones, supuestos, análisis, experimentaciones, deducciones, etc.
3. Combina geometría, álgebra y cálculo. También deriva, integra, representa
4. Permite construir figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y genera gráficas de funciones que pueden ser modificadas de forma dinámica utilizando el ratón.
5. Geogebra trabaja con objetos. Cualquier modificación realizada dinámicamente sobre el objeto afecta a su expresión matemática y viceversa. Cualquier cambio en su expresión matemática modifica su representación gráfica.

2.7.8. Teoría de Van Hiele

El modelo de (Van Hiele, 1957), es una propuesta sobre el aprendizaje de la geometría construye pasando por niveles de pensamiento. Según este modelo, se requiere una adecuada instrucción para que los alumnos puedan pasar a través de los distintos niveles. En relación a esto, los Van Hiele proponen cinco fases secuenciales de aprendizaje: información, orientación guiada o dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Ellos afirman que al desarrollar la instrucción de acuerdo a esta secuencia, se puede promover al alumno al nivel siguiente del que se encuentra.

El interés de esta investigación está centrado en la aplicación de una secuencia didáctica que garantice el ambiente escolar en el aprendizaje de la geometría en la enseñanza de la semejanza de triángulos. Por esta razón considero pertinente tomar como referencia la propuesta del Ministerio De Educación Nacional que se apoya en la teoría de Van Hiele que considera una secuencia didáctica que tiene en cuenta el ambiente escolar y los niveles de aprendizaje de los estudiantes

La moderna investigación sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que éste sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales, aunque los niveles finales corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que se dan en la escuela.

El modelo de (Van Hiele, 1957), es la propuesta que parece describir con bastante exactitud esta evolución y que está adquiriendo cada vez mayor aceptación a nivel internacional en lo que se refiere a geometría escolar.

Van Hiele propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría. Estos niveles son:

El Nivel 1. Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Por ejemplo, un niño de seis años puede reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo; puede recordar de memoria sus nombres. Pero no es capaz de ver que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo particular. Para él son formas distintas y aisladas. En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.

El Nivel 2. Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etc. El niño, por ejemplo, ve que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que las diagonales son de la misma longitud, y que los lados opuestos también son de la misma longitud. Se reconoce la igualdad de los pares de lados opuestos del paralelogramo general, pero el niño es todavía incapaz de ver el rectángulo como un paralelogramo particular. En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con esas figuras.

El Nivel 3. Llamado de ordenamiento o de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones; por ejemplo, un cuadrado es identificado como un rombo porque puede ser considerado como “un rombo con unas propiedades adicionales”. El cuadrado se ve ya como un caso particular del rectángulo, el cual es caso particular del paralelogramo. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas

a través de la experimentación práctica y del razonamiento. En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.

El Nivel 4. Es ya de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

Finalmente, **el Nivel 5.** Es el del rigor; es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Las investigaciones de Van Hiele y de los psicólogos soviéticos muestran que el paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad. Muchos adultos se encuentran en un nivel 1 porque no han tenido oportunidad de enfrentarse con experiencias que les ayuden a pasar al nivel 2. Sin embargo, algunos estudios han mostrado que la población estudiantil media no alcanza los dos últimos niveles, especialmente el del rigor, pues exige un nivel de cualificación matemático elevado, y que no hay mucha diferencia entre estos dos niveles.

Parece que los estudiantes deben recorrer un largo trecho entre los tres primeros niveles y los últimos de rigor y formalización, y que ese trecho no ha sido investigado suficientemente para detectar a su vez la existencia de niveles intermedios.

Aunque estos niveles son una aproximación aceptable a las posibles etapas en las que progresa el pensamiento geométrico, los docentes debemos ser críticos con respecto a ellos, pues no parecen dirigidos a lo que parecen ser los logros más importantes del estudio de la geometría: la exploración del espacio, el desarrollo de la imaginación tridimensional, la formulación y discusión de conjeturas, jugar con los diseños y teselaciones del plano y

sus grupos de transformaciones. La propuesta de geometría activa, que parte del juego con sistemas concretos, de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio, y a la expresión externa de esos sistemas conceptuales a través de múltiples sistemas simbólicos, no coincide con la descripción de Van Hiele, más orientada a la didáctica clásica de la geometría euclidiana y al ejercicio de las demostraciones en T o a doble columna. (Van Hiele, 1957).

La naturaleza de los procesos de enseñanza/aprendizaje, así como la importancia que tiene, tanto para profesores como estudiantes, conocer su naturaleza y las consiguientes implicaciones en la docencia. A la luz del paradigma educativo de la convergencia europea, se hace un somero análisis del modelo educativo que se propone, centrado en el aprendizaje del alumno. Desde perspectivas cognitivas recientes, se insiste en la importancia del aprendizaje significativo como proceso de construcción de significados y su potencialidad en el desarrollo de competencias en la formación de los estudiantes.

La educación inclusiva, es un proceso permanente que reconoce, valora y responde de manera pertinente a la diversidad de características, necesidades, intereses, posibilidades y expectativas de todos los niños, niñas, adolescentes, jóvenes y adultos, con pares de su misma edad, a través de prácticas, políticas y culturas que eliminan las barreras para el aprendizaje y la participación; garantizando en el marco de los derechos humanos cambios y modificaciones en el contenido, los enfoques, las estructuras y las estrategias.

2.8. Orientaciones Curriculares

2.8.1. Estándares curriculares

Pensamiento espacial (MEN., 2006).

1. Clasifico polígonos en relación con sus propiedades. Predigo y comparo los

resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.

2. Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.

3. Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.

2.8.2. Lineamientos curriculares

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

El estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la “matemática moderna”. Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría (MEN, 2014). (Gardner, 1995). En su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. Se estima que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas, tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y muchas disciplinas científicas como química, física, matemáticas, requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial.

2.8.3. Derechos Básicos de aprendizaje (MEN, 2017).

1. Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.

Evidencias de aprendizaje

- Utiliza criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos.
- Discrimina casos de semejanza de triángulos en situaciones diversas. m Resuelve problemas que implican aplicación de los criterios de semejanza.
- Compara figuras y argumenta la posibilidad de ser congruente o semejantes entre sí.

2.8.4. Matrices de Referencia

La matriz de referencia es un instrumento de consulta basado en los estándares básicos de competencias (EBC), útil para que la comunidad educativa identifique con precisión los resultados de aprendizaje esperados para los estudiantes.

Dicha matriz es un instrumento que presenta los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia, relacionándolos con las evidencias de lo que debería hacer y manifestar un estudiante que haya logrado dichos aprendizajes en una competencia específica como insumo para las pruebas saber de 3°, 5° y 9°. Constituye un elemento que permite orientar procesos de planeación, desarrollo y evaluación formativa. (MEN, 2006)

Componente: Espacial Métrico

Aprendizaje: Utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición.

Evidencias de aprendizaje

1. Determinar información necesaria para resolver una situación de medición aplicando propiedades de figuras planas.

3. Capítulo 3. Metodología

Retomando las preguntas de investigación del macroproyecto:

¿Cómo Incorporar recursos tecnológicos y contenidos educativos digitales mediante ambientes de aprendizaje en diferentes áreas del conocimiento Matemático basados en resolución de problemas que permitan promover el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de educación básica secundaria y de educación media de algunas instituciones educativas del sector público de los Departamentos del Quindío y Risaralda? ¿Cuáles son las experiencias de los estudiantes frente a este tipo de recursos y cuáles son las diferentes estrategias que los mismos utilizan para resolver problemas matemáticos cuando se involucra para su resolución el uso de tecnología? . (Gedes, 2017)

Para lograr abarcar esta problemática se proponen dos fases metodológicas macro de investigación las cuales se presentan a continuación.

Fase uno: elaboración del proceso de intervención

Descripción de la fase uno:

La primera fase tiene por objeto diseñar y desarrollar los ambientes de aprendizaje en diferentes áreas del conocimiento Matemático basados en resolución de problemas, mediados por TIC y metodología de la indagación que permitan promover el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de educación básica secundaria y de educación media de algunas instituciones educativas del sector público de los Departamentos del Quindío y Risaralda. (Gedes, 2017).

Dicho proceso se realizará con el equipo de estudiantes de maestría en enseñanza de la matemática y el equipo investigativo del Grupo GEDES.

La metodología de investigación en esta fase corresponde a la investigación-acción enmarcada desde los presupuestos de (Stenhouse L. , 1985), quien la define como "Una

indagación (basada en la curiosidad y el deseo de comprender) sistemática (respaldada por una estrategia) y autocrítica (permite hacer una valoración sobre algo)". La investigación acción permite que las aulas de clase se conviertan en laboratorios y los profesores, desde su función de investigadores, en ejecutores de las teorías educativas propuestas.

De esta manera los estudiantes de la maestría desarrollarán procesos de observación, exploración, experimentación, interpretación y producción de conocimiento, para hacer de estas acciones, parte integral de su cotidianidad personal y del aula.

(Luévano, 2011).

Diseño Metodológico de la Fase Uno:

Población: La población en la que se desarrollará la fase uno comprende docentes y estudiantes de las diferentes instituciones educativas adscritas al macro proyecto en la región:

Los profesores (Estudiantes de Maestría) participantes en su mayoría son profesionales egresados de licenciatura en matemáticas, o en matemáticas y computación de la Universidad del Quindío y licenciados en matemáticas y física de la Universidad tecnológica de Pereira con formación como estudiantes de la maestría en enseñanza de la matemática. La población de estudiantes comprende jóvenes entre los 11 y 17 años de edad en estratos económicos 1,2 y 3.

La metodología de la FASE UNO consta de las siguientes etapas:

1) Etapa de Diseño. Se realizará un trabajo de indagación, exploración y elaboración de materiales para el desarrollo de las tareas.

2) Etapa de Desarrollo: Los investigadores y el equipo de desarrollo trabajarán con la información recolectada en la etapa uno para el desarrollo y elaboración de los ambientes

de aprendizaje, considerando los contenidos del currículo de las instituciones educativas participantes.

3) Etapa de puesta en común: Los Investigadores, docentes participan en un proceso iterativo (Cinco Iteraciones, es decir cinco reuniones con los profesores) de desarrollo y retroalimentación donde se discuten las mejoras y los errores en el diseño e implementación del software y de los materiales de apoyo.

4) En esta se realizará un análisis preliminar de la información, durante las sesiones de trabajo con docentes, e investigadores. (Gedes, 2017).

Fase dos: Validación del Proceso de Intervención

Descripción de la fase dos:

Esta fase tiene por objetivo validar cualitativamente los ambientes de aprendizaje desarrollados en la fase uno de las diferentes áreas del conocimiento Matemático seleccionadas por los estudiantes de maestría. Adicionalmente se describirán las experiencias de los estudiantes y sus diferentes estrategias de resolución de problemas. (Gedes, 2017).

Por tanto se considera que la metodología de investigación en esta fase corresponde a un enfoque cualitativo de tipo fenomenológico (Sampieri, 2010), debido a que este enfoque metodológico permite obtener la información confiable y describir los aspectos relevantes que se presentan en la medida que se dan las diferentes interacciones con los componentes y con la población la cual se observará, para entender y describir cómo los estudiantes de los respectivos cursos de las instituciones participantes interactúan en el ambiente de aprendizaje mediado por TIC para el desarrollo de su pensamiento matemático.

Población de estudio. La investigación se desarrollará con los estudiantes de las instituciones educativas adscritas al macro-proyecto. La descripción de la población y sus detalles específicos se ampliarán en cada uno de los proyectos asociados. Es de resaltar que los estudiantes podrán participar de las actividades de investigación siempre y cuando sus padres se lo permitan mediante un consentimiento informado. De esta forma los diferentes ambientes de aprendizaje se validarán simultáneamente en cada una de las instituciones educativas. (Gedes, 2017).

La metodología de esta fase consta de las siguientes etapas:

1. Etapa de desarrollo de actividades en el aula y retroalimentación, el proceso de intervención en el aula tendrá una duración de 8 semanas con una intensidad presencial total de 4 horas durante las cuales se pondrá en práctica la estrategia diseñada con los contenidos propuestos en la etapa 2 de la fase UNO. Adicionalmente, en esta etapa se observarán y registrarán todos los acontecimientos que suceden en el aula relacionados con el ambiente de aprendizaje, las actitudes de los estudiantes y las actitudes del docente frente al desarrollo de la misma, con el fin de mejorar y retroalimentar las actividades propuestas.

3. Etapa de sistematización de la información

En este espacio se realizará el análisis de la información, durante las sesiones de trabajo en el aula, antes y después del tratamiento; además de los resultados de los instrumentos aplicados durante el proceso de investigación. Se recopilarán, de igual forma, las experiencias vividas por los estudiantes en la etapa anterior, se confrontarán los resultados obtenidos con la teoría que sustenta el desarrollo del proyecto, con el fin de organizar y presentar las conclusiones y proyecciones de la investigación. (Gedes, 2017).

3.1. Características

Esta investigación es de carácter cualitativo por lo cual definimos las características de una investigación de este tipo.

La investigación cualitativa o metodología cualitativa es un método de investigación usado principalmente en las ciencias sociales que se basa en cortes metodológicos basados en principios teóricos tales como la fenomenología, hermenéutica, la interacción social empleando métodos de recolección de datos que son no cuantitativos, con el propósito de explorar las relaciones sociales y describir la realidad tal como la experimentan los correspondientes, “ las matemáticas, además de dotar a los niños de conocimientos tiene la misión de prepararlos para la vida” (Companioni M. , 2005).

3.2. Estudio de Caso

Es una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real, en la que los límites entre el fenómeno y el contexto no son claramente visibles, y en la que se utilizan distintas fuentes de evidencia.

Se centra en el detalle de la interacción con sus contextos, la singularidad y la complejidad de un caso particular para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes.

El estudio de caso pretende elaborar hipótesis, explorar, explicar, describir, evaluar y/o transformar. Puede producir conocimientos o confirmar teorías que ya se sabían. Es una estrategia o herramienta inductiva, que va de lo particular a lo general.

Principios e intencionalidad: El estudio de caso es una metodología rigurosa que:

1. Es adecuada para investigar fenómenos en los cuales se busca dar respuesta al cómo y por qué ocurren
2. Permite estudiar un tema determinado

3. Es ideal para el estudio de temas de investigación en los que las teorías existentes son inadecuadas

4. Permite estudiar fenómenos desde múltiples perspectivas y no desde influencia la influencia de una sola variable

5. Permite explorar en forma más profunda y obtener un conocimiento más amplio sobre cada fenómeno, lo cual permite la aparición de nuevas señales sobre los temas que emergen.

6. Juega un papel importante en una investigación, por lo cual debería ser meramente utilizado como la exploración inicial de un fenómeno determinado.

En pocas palabras, el estudio de caso tiene sus principios e intencionalidad en la observación-descripción del fenómeno, en la exploración de la realidad para la re-generación de hipótesis explicativas sobre el comportamiento, las causas y los efectos del fenómeno, el contraste-justificación de las hipótesis propuestas en la idea de garantizar su verdadera capacidad de explicación.

3.3. Investigación - Acción:

La investigación - acción es un camino para tomar conciencia de la propia praxis educativa, construir conocimientos sobre ella y generar acciones e innovaciones, es un enfoque de investigación colaborativa que proporciona a la gente los medios para llevar a cabo acciones sistemáticas que resuelvan sus problemas; se formulan los procedimientos consensuados y participativos que permiten que la gente:

1. Investigue sus problemas.
2. Formule interpretaciones y análisis de su situación.
3. Y elabore planes para resolverlos.

Características:

1. Se construye desde y para la práctica.
2. Pretende mejorar la práctica a través de su transformación, al mismo tiempo que procura comprenderla.
3. Demanda la participación de los sujetos en la mejora de sus propias prácticas.
4. Exige una actuación grupal por la que los sujetos implicados colaboran coordinadamente en todas las fases del proceso de investigación.
5. Implica la realización de análisis crítico de las situaciones.
6. Se configura como una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión.

Fases:

1. Definir e indagar mi problema
2. Elaborar mi propuesta de acción reflexiva
3. Desarrollar mi propuesta de acción reflexiva
4. Evaluar y retroalimentar el proceso
5. Proponer orientaciones para continuar mejorando

Papel del Investigador:

1. Actuar como catalizador.
2. Estimular el cambio.
3. Lo importante es el proceso y no los resultados.
4. Hay que capacitar a la gente para que actúe.
5. Ayudar a la gente en el análisis.
6. Permitir examinar diferentes alternativas de acción y asesorar en la aplicación.

7. No es abogado del grupo.
8. Se centra en el desarrollo humano.

Principios Éticos:

1. Todas las personas e instancias relevantes para el caso deben ser consultadas y deben obtenerse los consentimientos precisos.

2. Deben obtenerse permisos para realizar observaciones (salvo cuando se trate de la propia clase) o examinar documentos que se elaboran con otros propósitos diferentes al de la investigación y que no sean públicos.

3. Cuando la realización del proyecto requiera de la implicación activa de otras partes, todos los participantes deberán entonces tener oportunidad de influir en el desarrollo del mismo, así como debe respetarse el deseo de quienes no deseen hacerlo.

4. El trabajo debe permanecer visible y abierto a las sugerencias de otros.

5. Cualquier descripción del trabajo o del punto de vista de otros debe ser negociado con ellos antes de hacerse público.

6. El alumnado tiene los mismos derechos que el profesorado, o cualesquiera otros implicados, respecto a los datos que proceden de ellos. en concreto, debe negociarse con los alumnos y alumnas las interpretaciones de los datos que procedan de ellos y obtenerse su autorización para hacer uso público de los mismos

7. En los informes públicos de la investigación, debe mantenerse el anonimato de las personas que participan en ella, así como de las instituciones implicadas, a no ser que haya deseo en contrario de los interesados y autorización para ello. en todo caso, debe mantenerse el anonimato del alumnado.

8. Todos los principios éticos que se establezcan deben ser conocidos previamente por los afectados y acordados con ellos, así como los términos de su uso.

Referido de:(Kemmis, 1998).

3.4. Contexto Social

La institución educativa pública Román María Valencia se encuentra ubicada en zona urbana sector sur de la ciudad de Calarcá, lindando con más de 26 barrios que conforman este conglomerado social.

La planta física de la institución se encuentra equidistante a todos los barrios; con buenas vías de comunicación y servicio de transporte lo que facilita el acceso con el sector periférico urbano y rural de la comunidad educativa. El sector sur cuenta con servicios de energía, acueducto, alcantarillado, teléfono e internet.

Las esferas socioeconómicas de la población estudiantil de la institución educativa Román María Valencia, se ubican en estratos sociales medio bajos. Según datos del PEI institucional:

Estudiantes con Sisben nivel 1 total 270

Estudiantes con Sisben nivel 2 total 675

Otros Sisben 235 estudiantes

La institución educativa brinda su oferta académica bajo el modelo de aprendizaje significativo con media técnica en sistemas, mantenimiento y reparación de computadores; también cuenta dentro del currículo con el programa de pilotaje artístico (danza, música, teatro y artes plásticas) desde el nivel de pre escolar hasta el nivel de media.

La planta física se encuentra en muy buenas condiciones, dotada de aulas especializadas que garantizan los servicios educativos que ofrece como: teatro, coliseo, sala especializada de danza, música y artes plásticas, una biblioteca bien dotada con libros para las diferentes áreas, textos de consulta, silletería adecuada, área completa para la parte administrativa, aula para laboratorios, dos salas de sistemas. Esta investigación se realiza

con el consentimiento firmado de los padres de familia, persona adultas y el rector de la institución. (Ver Anexo 4).

3.5. Variables de Investigación

3.5.1. Población:

Es la colección de datos que corresponde a las características de la totalidad de individuos, objetos, cosas o valores en un proceso de investigación. Dado así nuestra población será entonces los estudiantes de la institución educativa Román María Valencia del municipio de Calarcá Quindío

3.5.2. Muestra:

Es una parte representativa de la población que es seleccionada para ser estudiada, ya que la población es demasiado grande para ser estudiada en su totalidad (Webster, 2000). Dado así nuestra muestra será entonces los estudiantes del grado séptimo A de la institución educativa Román María Valencia del municipio de Calarcá Quindío

3.5.3. Caracterización:

La secuencia didáctica del proyecto de investigación sobre congruencia y semejanza de triángulos se desarrollara con un grupo de 43 estudiantes matriculados en el grado séptimo A, sus edades oscilan entre los 12 y 14 años 18 de ellos son de sexo masculino y 25 de sexo femenino.

Núcleo Familiar actual: 15 estudiantes viven con el papá, la mamá y hermanos. 13 estudiantes tienen uno de los padres ausentes, algunos de ellos tienen padrastro; para un grupo de 6 estudiantes el núcleo familiar está conformado por los padres y otros familiares como tíos, primos y abuelos. El último grupo de 9 estudiantes tienen ambos padres ausentes y viven con la abuela, sus hermanos y/o otros familiares. Los estudiantes del grupo seleccionado viven en barrios de estrato 1 y 2, aledaños a la institución educativa (Registro

de matrícula 2017).

Se observa poca movilidad de la familias por cambio de ciudad o de institución educativa, según el registro de matrícula del año 2017, se evidencia que 34 estudiantes han permanecido en el municipio de Calarcá y matriculados en la institución educativa Román María Valencia en los últimos 3 años, 5 estudiantes vienen de otras instituciones del municipio de Calarcá, 2 estudiantes vienen de otros municipios del Quindío y 2 estudiantes de fuera del departamento.

3.6. Instrumentos de Recolección de Datos:

Un instrumento de recolección de datos es en principio cualquier recurso de que pueda valerse el investigador para acercarse a los fenómenos y extraer de ellos información. De este modo el instrumento sintetiza en si toda la labor previa de la investigación, resume los aportes del marco teórico al seleccionar datos que corresponden a los indicadores y, por lo tanto a las variables o conceptos utilizados (Sabino, 1992)Pág. 149,150 y por técnica vamos a anotar la definición que nos da el diccionario de metodología antes citado.

Conjunto de mecanismos, medios y sistemas de dirigir, recolectar, conservar, reelaborar y transmitir los datos sobre estos conceptos (Castro, 2003), indica que las técnicas están referidas a la manera como se van a obtener los datos y los instrumentos son los medios materiales, a través de los cuales se hace posible la obtención y archivo de la información requerida para la investigación.

Resumiendo tenemos que los instrumentos son:

- Cualquier recurso que recopile información referente a la investigación. (fotografías, videos, guías de trabajo, secuencia didáctica).
- Es un mecanismo recopilador de datos. (la prueba diagnóstica, las actividades propuestas en la secuencia didáctica).

- Son elementos básicos que extraen la información de las fuentes consultadas. (problemas de aplicación).
- Son los soportes que justifican y de alguna manera le dan validez a la investigación.(marco teórico proyecto)
- Como instrumentos de investigación son amplios y variados y van desde una simple ficha hasta una compleja y sofisticada encuesta. (material secuencia didáctica).

Para esta investigación se recolectara la información a través de una secuencia didáctica aplicada a los estudiantes de grado séptimo.

3.6.1. Técnicas de procesamiento y análisis de los datos

Una vez obtenida y recopilada la información nos abocamos de inmediato a su procesamiento, esto implica el cómo ordenar y presentar de la forma más lógica e inteligible los resultados obtenidos con los instrumentos aplicados, de tal forma que la variable refleje el peso específico de su magnitud, por cuanto el objetivo final es construir con ellos cuadros estadísticos, promedios generales y gráficos ilustrativos de tal modo que se sinteticen sus valores y puedan, a partir de ellos, extraer enunciados teóricos (Sabino, 1992) Pág. 178.

Así los datos numéricos se procesarán agrupándolos en intervalos; se tabularan; se construirán con ellos cuadros estadísticos, calculándose las medidas de tendencia central o cualquiera otra que sea necesaria. El procesamiento de los datos no es otra cosa que el registro de los datos obtenidos por los instrumentos empleados, mediante una técnica analítica en la cual se comprueba la hipótesis y se obtienen las conclusiones. Por lo tanto se trata de especificar el tratamiento que se dará a los datos, ver si se pueden clasificar, codificar y establecer categorías precisas con ellos (Tamayo, 1997) Pag. 103 sobre el

particular (Munch, 1994), sostiene consiste en determinar grupos, subgrupos, clases o categorías en las que puedan ser clasificadas las respuestas. El procedimiento general podría comprender dos etapas. Previa a la aplicación de la técnica diseñada.

- A).– Revisión de los objetivos propuestos
- B).– Revisión de las variables y sus dimensiones
- C).– Consideraciones en torno a la población objeto del instrumento.

Propia al instrumento que se aplicará

- a).– Selección del instrumento a aplicarse
- b).– Elaboración del instrumento
- c).– Validación del instrumento
- d).– Aplicación del instrumento
- e).– Presentación de los resultados
- f).– Análisis de sus resultados

La expresión organizada de los datos estaría en la tabulación que consiste en reunir los datos en tablas.

3.6.2. Tareas Específicas De La Metodología

- ¿Cuánto tiempo será el periodo de intervención?

La intervención será de 5 horas clase donde el docente realizará observación, exploración, experimentación, interpretación y producción de conocimiento de los estudiantes, según la metodología propuesta para esta investigación.

- ¿Cómo es la programación de las actividades de forma precisa?

La programación de las actividades está planeada para que en cada hora de clase los estudiantes desarrollen una secuencia didáctica con actividades puntuales para cada clase, (Ver Anexo 1).

- ¿Qué tipo de actividades se van a desarrollar?

Las actividades a desarrollar son las siguientes, desarrollo de prueba diagnóstica, secuencia didáctica, además de toma de fotografías con el celular, construcción de polígonos en sus cuadernos, por medio de las tablets en geogebra, manejo del geo plano.

- ¿Cuántos y cuáles son los instrumentos de evaluación?

Los instrumentos de evaluación son cuatro, una evaluación escrita, una entrevista, fotos y videos. Como ayuda en la identificación de desviaciones y contradicciones que se cometen en el camino de solución, construyendo procesos de reflexión asociados a acciones mentales presentes en dichas soluciones, llamados procesos meta cognitivos. (Sepúlveda A. M., 2009).

- Los estudiantes participarán siempre y cuando sus padres o acudientes estén de acuerdo mediante la firma de los consentimientos firmados. (Ver anexo 3).

4. Capítulo 4. Aplicación Metodología. Análisis Resultados

4.1. Etapas Secuencia Didáctica

La secuencia didáctica fue diseñada con base en los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, los niveles de Van Hiele, hacemos la aclaración que esta investigación solo abordara los tres primeros niveles, ya que consideramos que los niveles cuatro y cinco son demasiados ambiciosos en su construcción del conocimiento para estudiantes de grado séptimo, la incorporación del software geogebra, las actividades buscan generar un ambiente de aprendizaje para la enseñanza del razonamiento deductivo a través de la congruencia y semejanza de triángulos basado en problemas y mediada por TIC, para estudiantes de grado séptimo, con etapas de inicio, desarrollo y final. . (Ver anexo 1).

4.2. Análisis de Resultados

Análisis de Resultados prueba diagnóstica por pregunta

La prueba diagnóstica fue diseñada con actividades puntuales que permitieran identificar en qué nivel de aprendizaje se encuentra cada estudiante según los niveles de Van Hiele, cada pregunta fue diseñada y clasificada teniendo en cuenta los niveles, (Ver anexo 2).

Resultados

La pregunta número 1, permitió observar que la mayoría de estudiantes respondieron correcta o parcialmente correcta la pregunta. Lo que nos permite identificar que algunos estudiantes no superan el nivel uno de Van Hiele o nivel de visualización, llamado también de familiarización.

En la pregunta número 2, los estudiantes en su totalidad no logran dar una respuesta acertada, en este caso la pregunta se encontraba en un nivel tres de Van Hiele o nivel de ordenamiento o de clasificación., ningún estudiante logra estar en el nivel tres.

La pregunta número 3, la mayoría de estudiantes respondieron incorrectamente, Nuevamente identificamos que los estudiantes no resuelven problemas relacionados con la aplicación del teorema de Tales, algunos estudiantes se encuentran en nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras.

La pregunta 4, estaba diseñada en un nivel dos de Van Hiele, solo ocho estudiantes lograron responder correctamente, lo que nos permite observar que la mayor parte de los estudiantes no alcanzaron el nivel de análisis.

En la pregunta 5, la mayoría de estudiantes la respondieron correctamente, lo que nos permitió evidenciar que en su mayoría logran el nivel uno o nivel de visualización, llamado también de familiarización.

La pregunta 6, diseñada para el nivel tres o nivel de ordenamiento o de clasificación, nos permitió ver que los estudiantes no responden correctamente la pregunta o simplemente no la responden, ningún estudiante en nivel tres.

En la pregunta 7, se pudo analizar que la mitad de los estudiantes brindan una respuesta correcta, mientras que la otra mitad responde de manera equivocada, la pregunta se diseñó para un nivel 2.

Respecto a la pregunta 8, solo ocho estudiantes logran dar respuesta correcta, los demás responden en forma incorrecta o no la responden, en su gran mayoría no alcanza el nivel dos o nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras.

La pregunta 9, para identificar que estudiantes se encontraban en el nivel tres o nivel de ordenamiento o de clasificación, ningún estudiante logra dar una respuesta correcta a esta actividad.

Respecto a la pregunta 10, los estudiantes no responden en forma acertada o simplemente no responden, pregunta que buscaba identificar el nivel tres o nivel de ordenamiento o de clasificación.

En la pregunta 11, ubicada en el nivel dos o nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, solo ocho de los estudiantes la respondieron de manera correcta, el resto de los estudiantes responde en forma incorrecta o no responde.

La pregunta 12, Nos permitió evidenciar que al menos un estudiante logra dar respuesta en forma correcta, los demás no responden o responden en forma incorrecta, un estudiante en nivel tres o nivel de ordenamiento o de clasificación.

Los resultados de la prueba diagnóstica nos permiten concluir que 29 estudiantes se encuentran en el nivel 1 o nivel de visualización, llamado también de familiarización, 8 estudiantes se encuentran en el nivel 2 o nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras y ninguno alcanza el nivel 3 o nivel de ordenamiento o de clasificación.

Análisis de Resultados Actividades Secuencia Didáctica

Sesión 1 (Razón y proporción).

Durante la sesión 1, se pretendía que los estudiantes se apropiaran del concepto de razón y proporción. Los estudiantes logran identificar visualmente las características de los triángulos, pero no desarrollan los procedimientos aritméticos de multiplicación entre extremos y medios que les permitiera saber si son o no segmentos proporcionales. se evidencia el compañerismo cuando los estudiantes que entienden el ejercicio se para a ayudar a los que no entienden.

Sesión 2 (Semejanza).

Durante la sesión 2, El objetivo de esta actividad es la obtención del concepto de semejanza por parte de los estudiantes, durante el desarrollo de la actividad los estudiantes mostraron interés cuando realizan el dibujo de figuras semejantes en forma correcta, también lo realizan bien cuando utilizan la Tablet y el software geogebra, dejando ver que se logró el objetivo propuesto.

Sesión 3 (Congruencia), incorporación de TIC (software Geogebra).

En la sesión 3, se incorpora el uso del software geogebra para el aprendizaje de la congruencia de triángulos, se observó gran interés y motivación por parte de los estudiantes, identifican las características de los triángulos, como ángulos lados y vértices de forma correcta, lo que les permite hallar la congruencia entre los triángulos, todos manifestaron que es más fácil de realizar las actividades con el uso del programa, que permite visualizar los triángulos de forma correcta y sencilla.

Sesión 4 (Criterios de Semejanza), incorporación de TIC (software geogebra).

En la sesión 4, se trabaja los criterios de semejanza de triángulos, con el uso del software geogebra, nuevamente se observa un ambiente de aprendizaje adecuado donde los estudiantes manifiestan agrado durante el desarrollo de las actividades propuestas, los estudiantes aplican los criterios de semejanza de los triángulos, en la solución del problema contextualizado que se les propone, se logra el objetivo de la actividad, la apropiación de los conceptos.

Sesión 5 (Semejanza).

En la sesión 5, las actividades propuestas en esta sesión buscaban que el estudiante resolviera problemas relacionados con la semejanza de triángulos con la ayuda del programa geogebra, sorprendentemente los estudiantes lograron dar respuesta

a los problemas propuestos apoyándose en el programa, todos los estudiantes utilizaron el software geogebra para poder resolver las actividades, lo que nos permite evidenciar que la incorporación de las tecnologías de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (software Geogebra) es adecuado para un ambiente de aprendizaje de semejanza y congruencia de triángulos para estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Román María Valencia de la ciudad de Calarcá Quindío.

Sesión 6 (Prueba Final).

En la sesión 6, para validar que el diseño y desarrollo del ambiente de aprendizaje para la enseñanza de congruencia y semejanza de triángulos, mediado por TIC(software geogebra), fue el adecuado , se le practico a los estudiantes nuevamente la prueba diagnóstica, arrojando unos resultados muy satisfactorios, ya que todos los estudiantes lograron superar la prueba de manera eficiente, mostrando resultados óptimos en todas las preguntas, dejando ver la obtención de los conocimientos de manera apropiada y un avance significativo en los niveles de Van Hiele, ya que todos los estudiantes que se encontraban en el nivel uno logran avanzar al nivel dos o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras.

4.3. Respuestas Preguntas de Investigación

¿Qué esquemas generales de razonamiento geométrico-espacial según los niveles de Van Hiele, se logran evidenciar en los estudiantes frente a los problemas que se plantean en un ambiente de aprendizaje mediado por TIC?

La visualización es un campo de investigación de creciente importancia en educación matemática, sin embargo, el estudio de su naturaleza y relación con otras formas de registro y comunicación de información continúa siendo tema de reflexión sobre el lenguaje y el pensamiento visual y analítico. (Godino, 2011), en esta investigación

logramos observar que los estudiantes ubicaron, desplazaron y orientaron de manera correcta la posición de los triángulos en el plano cartesiano, logran la comparación de los triángulos, identificando características como vértices, ángulos y lados, lo que les permite hallar semejanza y congruencia entre ellos con el uso del software, dibujan trazan, transforman, reconocen, describen los elementos sus propiedades y construyen triángulos, relacionados con su entorno, en algunas de las actividades se les pide calcular su altura con triángulos, dibujarlos con un geo plano, identificar figuras propias de su espacio que sean triángulos semejantes o congruentes, lo cual logran realizar con ayuda del software, por lo tanto si se logra evidenciar en los estudiantes esquemas de razonamiento geométrico – espacial en el desarrollo de problemas de aprendizaje mediados por TIC, según los niveles de Van Hiele, (Ver anexo 3).

¿Cuáles son las ventajas y desventajas de la incorporación de TIC en las dimensiones: organizacional, pedagógica y tecnológica a través de un ambiente de aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de la congruencia y la semejanza de triángulos, en los estudiantes del grado séptimo de la institución educativa Román María Valencia?

Las ventajas que presentaron en el desarrollo del ambiente de aprendizaje mediado por TIC, mostraron una maximización de recursos en el desarrollo de las actividades propuestas, permitiendo la construcción del aprendizaje de forma más rápida en los estudiantes, a partir de la utilización de las herramientas tecnológicas. El proceso de visualización fue mucho más rápido gracias a que los estudiantes observaron las características de las figuras de una manera más clara y sencilla, dejando ver que las tic son una herramienta muy útil en el proceso de enseñanza.

Utilizar herramientas tecnológicas facilita el aprendizaje de los estudiantes ya que permiten la visualización de una manera más fácil a partir de contextos reales que vinculen el conocimiento con la práctica y así diseñar un ambiente de aprendizaje, para el concepto de congruencia y semejanza de triángulos.

Las desventajas observadas están relacionadas directamente con el contexto social, el estrato social de los estudiantes es bajo, no hay un buen estado económico y no permite que todos los estudiantes tengan acceso a un computador o Tablet, lo que impide que puedan practicar las actividades propuestas en su casa, lo cual hace que el proceso de refuerzo de los conceptos no cumpla en casa y por consiguiente el aprendizaje sea un poco más difícil. Por otra parte están las pocas horas dedicadas a la enseñanza de tecnología en el plan de estudios del colegio, lo que dificulta que los estudiantes puedan acceder a programas como los utilizados en esta investigación.

En cuanto a las dimensiones, en la dimensión organizacional se logra un ambiente adecuado con buenas condiciones para el desarrollo de las actividades, los problemas que se presentaron se pudieron solucionar rápidamente y no interfirieron en el desarrollo de las clases. En la dimensión pedagógica, se logran los objetivos propuestos en cada actividad, la última actividad requiere del acompañamiento del docente para terminarla, los conceptos que se enseñaron están avalados por el Ministerio de Educación Nacional mediante los estándares, lineamientos, derechos básicos, matrices de referencia, para la enseñanza de la semejanza y congruencia de triángulos, los estudiantes logran la adquisición de estos conceptos y sus características, se logra observar que los estudiantes aprenden más rápido y fácil durante el desarrollo de estas estrategias pedagógicas, lo que permitió que los estudiantes adquirieran los conocimientos por medio de las diferentes estrategias didácticas y de evaluación implementadas. Lo relacionado con la dimensión tecnológica se

encontraron muchas ventajas en la implementación del recurso tecnológico (geogebra), por ejemplo, los estudiantes mostraron interés en el uso de esta herramienta, se evidencio el fácil manejo del computador, se observa como los estudiantes mejoran el proceso de visualización o familiarización, en el que perciben las figuras como un todo global, se mejora el proceso de construcción y reconocimiento de la semejanza y congruencia de los triángulos, los estudiantes logran la superación a través de los conocimientos y habilidades que en el orden tecnológico poseen, con el acompañamiento del docente, las desventajas encontradas están relacionadas con la dificultad para el préstamo de la sala de sistemas o las Tablet, el acceso a internet o el daño en algunos computadores o Tablet que no permiten el libre desarrollo de las clases.

5. Capítulo 5. Conclusiones

La elaboración de una prueba diagnóstica, la planeación de una secuencia didáctica mediada por el software geogebra por los niveles de Van Hiele, por el contexto de los estudiantes y la aplicación de una metodología de estudio de clase, permitieron diseñar y desarrollar un ambiente de aprendizaje, para la enseñanza de la semejanza y congruencia de triángulos para estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Román María Valencia de la ciudad de Calarcá Quindío.

La incorporación de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, les permitió a los estudiantes adquirir conocimientos geométricos de una forma más práctica y sencilla, ya que pudieron identificar las características de cada figura (vértices, lados, ángulos) y así lograron identificar si existía o no la semejanza y congruencia entre las figuras que se les propusieron en cada actividad, brindándoles espacios adecuados para la construcción del pensamiento matemático.

Durante el desarrollo de las actividades de la secuencia didáctica los estudiantes lograron avanzar en su proceso de aprendizaje de la semejanza y congruencia de triángulos, tomando diferentes estrategias individuales y grupales, con ayuda del software geogebra, que les permitiera dar solución a los problemas propuestos, y la adquisición de los conceptos matemáticos.

EL uso del software geogebra, permitió observar que los estudiantes manejan en forma adecuada los medios tecnológicos como el computador, el celular, la Tablet, elementos que mejoran el tiempo de desarrollo de las actividades propuestas y por consiguiente el de la clase.

En cuanto los niveles de Van Hiele, los resultados de la actividad número cinco permite concluir que de los veintinueve estudiantes que se encontraban en el nivel 1 o

nivel de visualización, llamado también de familiarización avancen al nivel 2 o nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras.

El proceso de investigación realizado en la institución educativa Román María Valencia de La ciudad de Calarcá Quindío permitió validar el ambiente de aprendizaje por medio de la metodología de investigación cualitativa basada en investigación acción; donde se observaron los procesos que desarrollaron los estudiantes y se identificaron las dificultades y fortalezas del aprendizaje.

Es de gran importancia que se continúe con el desarrollo de este proyecto, implementándolo no solo en estudiantes de grado séptimo sino en todos los niveles de educación ya que es una propuesta que mostro gran efectividad en el proceso de enseñanza de las matemáticas.

El proyecto presento una secuencia didáctica desarrollada en cinco momentos de clase, se buscaba garantizar el ambiente de aprendizaje de la congruencia y semejanza de triángulos, se presentó una propuesta que se puede fortalecer con la implementación de más actividades en cada momento académico de la secuencia, es decir no necesariamente se debe aplicar como esta sino que está sujeta a un mejoramiento continuo.

5.1. Recomendaciones y Trabajo a Futuro

- Se sugiere tomar como base este proyecto de investigación para un proyecto de doctorado, que busque aportar a la calidad educativa.
- Socializar los resultados a todos los docentes de matemáticas de la institución en el proceso de investigación como parte fundamental para involucrarlos en el desarrollo de actividades como la secuencia didáctica propuesta en esta investigación.
- Promover en el Ministerio de Educación Nacional, la adjudicación de más becas para los profesores

Bibliografía

- Abbott, J. a. (1999). Constructing Knowledge, Reconstructing Schooling. Educational Leadership Volume, 66-69 DOI.
- Academy., I. M. (2009). Illinois Mathematics and Science Academy. Retrieved 19 December 2009. Recuperado de <https://www3.imsa.edu/living/athletics>.
- Agudelo, A. M. (1996). El proyecto pedagógico de aula y la Unidad de clase.
- Aleman. (2009). La geometría con Cabri: Una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de maestría). Recuperado de <http://www.cervantesvirtual.com/obra/la-geometria-con-cabri-una-visualizacion-a-las-propiedades-de-los-triangelos/>.
- Andrade, H., & Gómez, L. (2009). Tecnología Informática en la Escuela (4 ed.). Bucaramanga, Colombia.: Ediciones UIS.
- Arteaga, P., & Batanero, C. (2010). Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. Sierra, Investigación en Educación Matemática XIV (págs. 211-221). España: SEIEM .
- Astola, P. C., Salvador, A. E., & Vera, G. (2012). Efectividad del programa "GPA-RESOL" en el incremento del nivel de logro en la resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos en estudiantes de segundo grado de primaria de dos instituciones educativas, una de gestión estatal y otra privada d. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Barboza, J. A., & Zapata, H. A. (2013). El Estudio de Clase, Estrategia y Escenario para la Cualificación del Profesor de Matemáticas. Formación universitaria, 6(4), 39-48.

- Barrows. (1986). A Taxonomy of problem-based learning methods, en *Medical Education*, 20/6, 481–486.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Benedicto, C. (2013). Investigación sobre variables en el diseño de actividades escolares para alumnos con altas capacidades matemáticas. Obtenido de Universitat de València: <http://roderic.uv.es/handle/10550/32580>
- Berthelot, R. y. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité.
- Boude, O. y. (2008). Las TIC: propuesta para el aprendizaje de enfermería basado en problemas. *Aquichan*, 8(2), 227-242. Recuperado de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-59972008000200010&lng=es&tlng=es.
- Branda, L. A. (2009). El aprendizaje basado en problemas. De herejía artificial a res popularis. *Educación Médica*, 12 (1), 11-23.
- Caleño. (2014). Apropiación de los criterios de semejanza a partir de los conceptos de proporcionalidad y congruencia de triángulos utilizando el software geogebra y algunas aplicaciones applet en la web. universidad nacional de Colombia. sede manizales, fa.
- Camargo, S. y. (2006). Innovación en la enseñanza de la demostración en un curso de geometría para formación inicial de profesores. *Aprendizaje y enseñanza de la geometría*. Universidad Pedagógica nacional: Bogota Colombia.
- Campistrous, L. y. (2013). La resolución de problemas en la escuela. Centro de investigación en Matemática Educativa. Universidad Autónoma Guerrero, México. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1379.pdf>.

- Cano, M. I., & Zapata, D. C. (2016). Análisis del pensamiento aleatorio desde las representaciones semióticas presentes en las pruebas saber grado quinto. Medellín: Universidad de Medellín.
- Cardenaz. (2013). Las relaciones de semejanza y congruencia en geometría plana, una propuesta didáctica para la educación básica. universidad nacional de colombia.
- Carvajal. (2009). Fundación académica de dibujo. Definición de didáctica. Recuperado de: http://www.academia.edu/8008401/LA_DIDACTICA_EN_LA_EDUCACION .
- Castiblanco, P. (2000). Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia” y sus avances.
- Castillo. (2006). Anexo 3: Aprendizaje basado en problemas. Facultad de Medicina. Universidad de Chile. .
- Castro. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.
- Celeste. (2012). Institución escolar .Trabajo practico Evaluativo. Dimensiones Organizacional, Pedagógica, Tecnológica. Recuperado de http://celestenavarrete.blogspot.com.co/p/dimension-organizacional_10.html.
- Cerdan. (1998). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Universidad de valencia .
- Chacon. (2012). La actividad del matemático ejemplo de visualización” artículo de CHACHON.2012. Recuperado de. <http://eprints.ucm.es/17380/1/Gomez-Chacon-cap-tarres.pdf>.
- Cobo. (2008). El concepto de tecnologías de la información. Zer. 12 de septiembre de 2008, Vol. 14, nº 27. ISSN 1137-1102.

- Coll Serrano, V., & Blasco Blasco, O. (2010). El uso de gráficos interactivos en Excel para facilitar la comprensión de conceptos básicos de Estadística. @tic. revista d'innovació educativa(5), 30-34.
- Companioni, M. (2005). Alternativa didáctica para la solución de problemas “No rutinarios” en cuarto grado. Tesis doctoral. Instituto pedagógico “Jose Martí”. República de Cuba. Recuperado de <http://rediuc.reduc.edu.cu/jspui/bitstream/123456789/159/1/Max>.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- De Miguel, M. (2005). Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. . Madrid: Alianza.
- De Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, 24,.
- Dick, D. y. (1994). Sheets 1993; Boears. Van Oosterum 1990; Rojano 1996; Groves 1994, citado por Alemán, 2009, p. 23). El principio de la tecnología . EDUTEKA 2003. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/PrincipiosMath> .
- Educativo, P. (2015). Criterios de semejanza. Recuperado de www.portaleducativo.net. <https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/41/criterios-de-semejanza-triangelos>.
- Erickson, F. (1989). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. In M. Wittrok (Ed.), *La investigación de la enseñanza II. Métodos cualitativos de observación*. Barcelona: Paidós MEC. Pp. 203-47.
- Escudero, O. L. (2008). Olga Leticia López Escudero La enseñanza de la Geometría. Recuperado de

<http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf>.

Fantini. (2008). Los medios audiovisuales en el aula, una propuesta para su inclusión en el aula. Memoria académica UNLP-FAHCE. .

Fernando, C. M. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.

Feuerstein, R. (1980). Modificabilidad Cognitiva y Programa de Enriquecimiento Instrumental. Editorial Bruño, Madrid.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting Mathematics Education. China Lectures. USA: Kluwer Academic Publishers.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 124-158.

Gálvez, G. (1998). La didáctica de las matemáticas. En didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones. México. Paidós .

Gamboa. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en Educación matemática*, 3, 11-44. .

Garay, L. M. (2008). Tecnologías de información en instituciones de educación superior, crisis económica y necesidad de diagnósticos para su incorporación. El caso de la Universidad Pedagógica Nacional. *Revista Mexicana de Ciencias Políticas y Sociales*(24), 85-100.

García, M. (1997). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza aprendizaje. GIEM universidad de Sevilla (Ed).

- Gardner, H. (1995). Teoría de las múltiples inteligencias. La teoría en la práctica. Barcelona. Paidós.
- Gedes. (2017). Diseño desarrollo y validación de ambientes de aprendizaje en matemáticas mediados por TIC. Recuperado de [http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8714/371334M971a.pdf](http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8714/371334M971a.pdf?sequence=1&isAllowed=y) <http://scienti.colciencias.gov>.
- Godino. (2004). Hacia una teoría de instrucción matemática significativa. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/05_InstruccionMS.pdf.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Obtenido de Universidad de Granada. Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- Gonzato, m. B. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números*, (77), pp. 99-117. ISSN: 1887-1984. GUAY, R. 1977. Purdue spatial visualization test. Indiana, USA: Purdue Univ.
- Gualdrón. (2006). Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza. Universidad de Valencia España. SEIEM.
- Guillén, G. (1991). El mundo de los poliedros, Síntesis. Madrid. .
- Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. En Gutierrez, A (eds.), *Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación Matemática: Geometría*. México D.F.: CINVESTAV, pp. 44-59. GUTIÉRREZ, A. 1996. Visualization in 3-di.
- Hanna, G. &. (1996). Proof and Proving. En A. J. Bishop, K. Clements, C.
- Hart, K. (1984). Ratio: Children's Strategies and Errors. Windsor: NFER-NELSON. .

- Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, M. d. (2014). Metodología de la investigación (5 ed.). México: Mcgraw-Hill.
- Hoyos, S. (2012). Representación de objetos tridimensionales utilizando. VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA .7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica. <http://standards.nctm.org/>.
- Iriarte, A. (2011). Desarrollo de la Competencia Resolución de Problemas desde una Didáctica con Enfoque Metacognitivo. Red de revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal, pp. 2-21. Recuperado de <http://www.montes.upm.es/sfs/E.T.S>.
- Jaime, A. (1998). Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/674/1/Gutierrez1998Geometria.pdf>.
- Jaramillo, P. C. (2009). Qué hacer con la tecnología en el aula: inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar. Educación y Educadores, 12(2), pp. 159-179. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/834/83412219011.pdf> .
- Kemmis, S. &. (1998). Cómo planificar la investigación-acción, Barcelona: Laertes.
- Langrall, C., & Mooney, E. (2002). The Development Of A Framework Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking. . USA: Cynthia W. Illinois State University.
- Lappan, G. P. (1984). Spatial visualization. Mathematics Teacher, 77, 618-23.
- Lastra. (2010). Definición Geometría. Recuperado de: <http://www3.uah.es/albertolastra/geo1.pdf>.
- Li, K., & Shen, S. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. Teaching Statistics, 14(1), 2-8.

- Lofland, J., & H., L. L. (1995). *Analyzing Social Settings: a guide to qualitative observation and analysis*. Belmont, CA, Wadsworth Publishing Company. Belmont, CA: Wadsworth Publishing Company.
- Londoño, G. J. (2009). Aprovechamiento conceptual y actitudinal de las visitas a un parque temático. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 23, 71-92.
- López, M., Lagunes, C., & Herrera, S. (2006). Excel como una herramienta asequible en la enseñanza de la Estadística. 7(1). Obtenido de https://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_art_lopez_lagunes_herrera.htm
- Luévano, R. M. (2011). Las tecnologías de la información y del conocimiento (Tic), como mediadores digitales desde la psicología de la educación virtual. Universidad Pedagógica Nacional,. Recuperado de.
- M., C. (2003). *El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración*. Caracas: Uyapar.
- Mariotti, M. A. (2006). *Introduction to Proof: The Mediation of a Dynamic Software*.
- Martín, j. b. (2003). *Como aprender con internet*. Madrid: Foro pedagógico de internet.
- Mejía, A. C., & Loango, M. (2014). Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista, del municipio de Puerto Tejada, Cauca. Manizales: Universidad Católica de Manizales.
- MEN. (1997). *Serie lineamientos curriculares Matemática*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas (2003)*. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.

- MEN. (2006). Matrices de referencias matemáticas. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf.
- MEN. (2013). Competencias TIC para el desarrollo profesoral docente. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2014). Geometría activa lineamientos curriculares . Recuperado de: http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf .
- MEN. (2014). Lineamientos curriculares. Recuperado de <http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-article-339975.html>.
- MEN. (2017). Derechos básicos de aprendizaje V2. Recuperado de <http://www.colombiaaprende>.
- MEN. (2006). Estándares básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia. Magisterio.
- Méndez. (2002). Desde la perspectiva del constructivismo psicológico, el aprendizaje es fundamentalmente un asunto personal.
- Mestres, J. (1994). Cómo construir el proyecto curricular.
- Miguel, D. (2005). De Miguel, M. (2005). Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Alianza.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Obtenido de Ministerio de Educación: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf

- Monroy, R. (2007). Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 2(2), 29-38.
- Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 12(1), 145-157.
- Munch, L. (1994). *Fundamentos de administración*, Trillas México, Más allá de la excelencia y la calidad total. Trillas México(1998).
- NCTM. (2000). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics. Edición electrónica: <http://standards.nctm.org/>.
- Nieto. (2004). Resolución de problemas matemáticos. Talleres de formación matemática. Maracaibo, Ecuador Recuperado de <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/461/457obligatoire>.
- Tesis doctoral, Université de Bordeaux I.
- Odreman, N. (1996). La reforma curricular venezolana. Educación Básica. .
- Planchart. (2012). La visualización y la modelación. Universidad Autónoma del estado de Morelos.
- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Prieto, L. (. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: el caso del aprendizaje basado en problemas, en *Miscelánea Comillas. Revista de Ciencias Humanas y Sociales*, 64(124), 173-196.
- Puig, L., & Cerdán, F. (8-10 de julio de 1990). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Conferencia plenaria invitada en la Cuarta

- Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, (págs. 1-32). Acapulco, Guerrero, México.
- Ramirez. (2014). ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS ORIENTADA POR EL MODELO VAN HIELE Y GEOGEBRA. Universidad Nacional de Colombia .Facultad de Ciencias .
- Rizo, C., & Campistrous, L. (Noviembre de 1999). Estrategias de Resolución de Problemas en la Escuela. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 2(2-3), 31-45.
- Roberpro. (2009). Criterios de congruencia. Recuperado de <http://www.roberprof.com/2009/08/31/criterios-de-congruencia-de-triangelos/>.
- Rubin, A. (2000). Technology meets math education: Envisioning a practical future forum on the future of technology in education. En <http://www.air-dc.org/forum/abRubin.htm>.
- Sabino. (1992). Ed. Panapo, Caracas, 216 págs.
- Sainz. (2014). La visualización en geometría: un estudio en 3º ESO. Universidad de Cantabria .
- Sampieri. (2010). Enfoque cualitativo de tipo fenomenológico Recuperado de https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigaci%C3%B3n%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf .
- Sardella, B. M. (2002). Poliedros en el aula. Números revista de didáctica de las matemáticas volumen 49, marzo de 2002, pág. 45-46.
- Schoenfeld. (1991). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. Argentina: Ed. EDIPUBLISA.(Olimpiada Matemática) Argentina, 1991.

- semejanza, C. d. (2012). Criterios de Semejanza. Portal educativo. Recuperado de:
<https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/41/criterios-de-semejanza-triangulos>.
- Sepúlveda, A. M. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 21(2), 79-115. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-.
- Servicio de Innovación Educativa. (2008). *Aprendizaje Basado en Problemas*. Madrid, España: Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid .
- Skate. (1998). “Case Studies”, en DENZIN, N, K y LINCOLN, Y.S.(eds): *Handbook of Qualitative Research*, Sage Publications. Thousand Oaks. CA.pp.236-247.
- Smith, M. y. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, pp. 344-350.
- Stenhouse, L. (1985). *Investigación y desarrollo del curriculum*, Morata. Madrid pp. 194-221.
- Tamayo. (1997). Mario. *El Proceso de la Investigación científica*. Editorial Limusa S.A. México.
- Torp, L. y. (1995). “El aprendizaje Basado en Problemas” Amorrortu Editores, Argentina, 1995.
- Torregosa, G. &. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (2). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. México, D. F.
- Triviño Duran, L. S., Sola Martínez, T., & Rivas Olivo, M. A. (2013). Comprensión lectora y gráficos estadísticos en alumnos de cuarto grado de primaria. *Educere*, 17(58), 455-464.

- UPM. (2008). Universidad politécnica de Madrid. Aprendizaje basado en problemas. Guías rápidas sobre nuevas metodologías. .
- Van Hiele, P. (1957). El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría). Tesis doctoral. Utrecht, Holanda: Universidad de Utrecht.
- Webster, A. (2000). Estadística Aplicada a los negocios y la economía. Bradley University .
- Wikilibros. (2017). Teorema de Tales. Recuperado de https://es.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1ticas/Geometr%C3%ADa/Teorema_de_Tales.
- Woods, E. y. (1997). Aprendizaje basado en problemas. Revista de docencia Universitaria. (REDU). Vol 9No 1. Enero ,abril 2011.
- Yáñez, T. (2012). Efectos de la resolución de problemas mediado por el weblog sobre el rendimiento en matemática. Tesis de maestría. Recuperado de <http://saber.ucv.ve/handle/123456789/1742>.
- Yin. (1989). Case Study Research Design and Methods, Applied Social Research Methods Series. Vol 5; Sage Publications, London.
- Yuni, J. A., & Urbano, C. A. (2006). Mapas y herramientas para conocer la escuela: investigación etnográfica e investigación-acción (3 ed.). Argentina: Editorial Brujas.
- Zepeda, G., Salcedo, M., Castañeda, H. Y., & Fregoso, C. B. (20-30 abril, 2017). Implementación de la estrategia educativa ABP colaborativo. Obtenido de VII Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia: <http://www.eduqa.net/eduqa2017/index.php/biblioteca-de-ponencias>

6. Anexos

Anexo 1. Etapas de la Secuencia didáctica

Docente	Leandro Arbeláez Niel
Nombre de la secuencia	La magia de la semejanza entre la lombriz y la gallina
Tiempo	4 Horas
Problema de enseñanza	Desarrollo del concepto de semejanza de triángulos
Aforismo	La imaginación es más importante que el conocimiento "Albert Einstein"
Maestría	Enseñanza de la matemática
IE	Román María Valencia (Calarcá Quindío)
IES	Universidad Tecnológica de Pereira
Fecha de elaboración	01/06/2017 2:33p.m.

Tabla del modelo pedagógico

		Enfoque pedagógico Socio-constructivista					
		A	B	C	D	E	F
ABP	K1	2	1	4	3	4	2
	K2	4	2	1	4	3	4
	K3	3	4	2	2	2	3
	K4	1	3	3	1	1	1

Enfoque socio constructivista:

- A Saberes previos
- B Ayuda ajustada
- C Andamiaje (Mediación)
- D Representar - Comunicar
- E Construcción compartida de significados y sentidos
- F Delegación de responsabilidad y control

Aprendizaje basado en problemas (ABP):

- K1 Problemica
- K2 Investigación y Formativa
- K3 Solucionica
- K4 Productiva

Teoría didáctica de la enseñanza de la matemática

La teoría o modelo de Van Hiele es una teoría que establece cinco niveles en los cuales se determina el desarrollo del pensamiento geométrico y estos

niveles se van evidenciando de acuerdo a unas fases, estos niveles y estas fases se resumen en el siguiente diagrama:



Inicio

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
1	1	<p style="text-align: center;">MOTIVACIÓN</p> <p>Se motivara a los estudiantes con nuestro aforismo “la imaginación es más importante que el conocimiento” por medio del siguiente fragmento de un cuento.</p> <p>Un estudiante (lo llamaremos Juank) llega a clase el día de hoy y le comenta a un compañero: Pipe, Pipe, Pipe imagínes que vi una lombriz que era grandísima, era como de un metro, a lo cual Pipe respondió ¡Uyyyyyyy! (Y Pipe se quedó pensativo), Pipe porque tan pensativo (dice Juank), a lo que respondió, con otra pregunta ¿Juank... ...usted se imagina la gallina que se va a comer esa lombriz?</p>	<p>1. Video-beam</p> <p>2. Computador</p> <p>3. Docente</p> <p>4. Estudiantes del grado 8ºA</p>

ACUERDOS

Para la clase del día de hoy estableceremos los siguientes acuerdos para que pueda existir un pleno desarrollo de todas las actividades propuestas:

- Llegar a tiempo a clase
- Evitar consumir alimentos
- Porte correcto del uniforme
- Llamado a lista
- Respetar la opinión de los demás
- Pedir la palabra levantando la mano
- Presentación adecuada y a tiempo de cuadernos y talleres

El incumplimiento de estos acuerdos incurrirá en un llamado de atención verbal, donde se les recordara las normas de clase y poder llegar a otro tipo de acuerdo respetando y educando en valores.

TRABAJO ABIERTO

Al iniciar esta clase se construirá un recuento del tema previamente visto para concretar los conceptos, luego se socializara los conceptos nuevos y se mostrara la ejemplificación de otros ejercicios para aclarar estos nuevos conceptos.

Por último se propone ejercicios que permitan resolver inquietudes y se da paso a la construcción de tareas que desarrollen las competencias que presentan los estudiantes, es decir, que muestren los conceptos y temáticas aprendidas.

Este aprendizaje será evaluado por medio de pruebas escritas, preguntas abiertas, desarrollo de ejercicios de manera individual o grupal, entre otros.

Desarrollo

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
2	3	<p style="text-align: center;">NUEVOS APRENDIZAJES</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar las diferentes criterios de semejanza • Deducir las propiedades de los triángulos semejantes. • Aplicación de los criterios de semejanza con ejercicios de la vida real. <p>Al dar inicio a esta clase, se presenta una actividad diagnóstica (ver anexo 1) que permita visualizar el aprendizaje adquirido durante el la clase anterior y que es la base para los nuevos aprendizajes de la presente clase.</p> <p>Una vez se tenga el resultado de este diagnóstico, será tenido en cuenta para el desarrollo de los conceptos del nuestra clase presente según sus capacidades.</p> <p>Por tanto para esta clase deben tener presentes los aprendizajes sobre semejanza de polígonos, proporcionalidad y teorema de Thales, ya que tendrán que resolver ejercicios y problemas que impliquen estos tres conceptos, además a pruebas de diferente índole (Actividad 1).</p> <p>Los aprendizajes obtenidos previamente en lengua castellana les servirán para realizar inferencias, análisis y conclusiones sobre la literatura matemática a realizar, y aprendizajes obtenidos en diferentes áreas para solucionar problemas cotidianos que impliquen sus conocimientos.</p> <p style="text-align: center;">SABERES PREVIOS</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semejanza • Razones y proporciones • Teorema de Thales 	<p>1. Video-beam</p> <p>2. Computador</p> <p>3. Software de geometría dinámica (Geogebra)</p> <p>4. Tabletas</p> <p>5. Docente</p> <p>6. Estudiantes del grado 8ºA</p>

- Manejo del Software de geometría dinámica (Geogebra)

MEDIO

- Conceptos adquiridos en el aula con base en el diagnóstico realizado
- Manejo del software Geogebra

ESTRUCTURACIÓN Y PRÁCTICA

Las actividades se encuentran diseñadas para que los estudiantes logren alcanzar los logros propuestos, se anexan en la parte inferior de la estructura de la secuencia,

Ejemplo: Un niño promedio de cinco años tiene un número de calzado de 29 y la distancia de la planta del pie a la rodilla es de 32 cm, un niño promedio de ocho años tiene un número de calzado de 33 y la distancia de la planta del pie a la rodilla es de 35 cm. Un niño obtiene su pleno desarrollo a los 14 años, ¿Cuál será el número de calzado y la distancia de la planta del pie a la rodilla de un niño de 14 años?

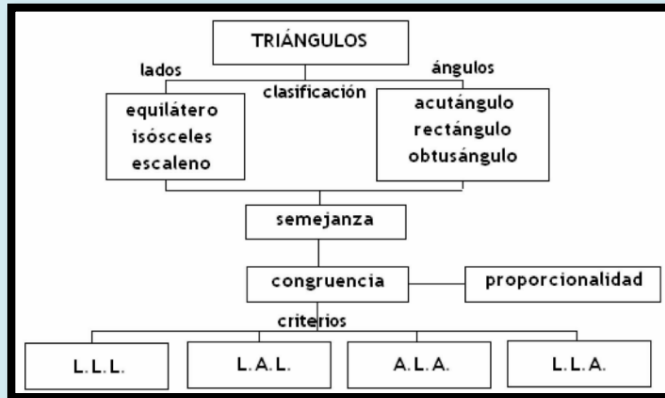
TRANSFERENCIA Y CREATIVIDAD

Una vez los estudiantes adquieran los nuevos conceptos, los podrán utilizar para encontrar, alturas de un edificio utilizando la sombra del edificio y la sombra del mismo estudiante.

Por tanto deben mostrar su creatividad al hacer transferencia con áreas como: Química y física al calcular distancias, proporciones de elementos entre mezclas.

MAPA CONCEPTUAL





PREGUNTAS COHERENTES CON EL NUEVO TEMA BUSCANDO ARGUMENTACION

¿Cuál es la diferencia entre la los criterios de semejanza?

¿Semejanza y congruencia de triángulos se refiere al mismo concepto? ¿Porque?

Hacer comparaciones de los diferentes criterios de semejanza

CREATIVIDAD

Diseñar polígonos regulares utilizando el software Geogebra aplicando los conceptos vistos

Resuelve de manera teórica y práctica problemas utilizando la semejanza de triángulos

Final

No	Hora	Actividad de aprendizaje	Recurso
3	1	<p style="text-align: center;">AUTOEVALUACION</p> <p>Se le pregunta a los estudiantes:</p> <p>¿Cumplió con las normas establecidas en los acuerdos?</p> <p>¿Su presentación personal durante la clase fue la requerida?</p> <p>¿Cometió faltas de algún tipo?</p> <p>¿Presentó todas las actividades académicas propuestas?</p> <p>Todos estos cuestionamientos permitirán que el estudiante reflexione acerca de su quehacer como estudiante y de un criterio de su desempeño.</p> <p style="text-align: center;">COEVALUACIÓN</p> <p>La coevaluación se realizará preguntándoles a los compañeros las mismas cuestiones de la autoevaluación para poder abarcar varios aspectos de un estudiante, pero desde el punto de vista de sus compañeros, igualmente deben tener en cuenta las normas establecidas en los acuerdos.</p> <p style="text-align: center;">HETEROEVALUACIÓN</p> <p>La heteroevaluación será un diálogo entre estudiante y el docente, en dónde le expondré todos los aspectos, buenos y malos que tuvo durante el desarrollo de sus actividades académicas y comportamentales.</p> <p>Les mostraré las notas correspondientes a las actividades y le explicará en que aspectos falló al incumplir las normas establecidas en los acuerdos.</p>	<ol style="list-style-type: none">1. Video-beam2. Computador3. Software de geometría dinámica (Geogebra)4. Tabletas5. Docente6. Estudiantes del grado 8ºA

Actividades



INSTITUCION EDUCATIVA ROMAN MARIA VALENCIA
ÁREA MATEMATICAS
PRUEBA DIAGNOSTICA

INICIO:

Saludo, para motivar a los estudiantes se presenta el video semejanza animado

<https://www.youtube.com/watch?v=YSFqfBKyN8c>

<https://www.youtube.com/watch?v=2GltetHfqk4>

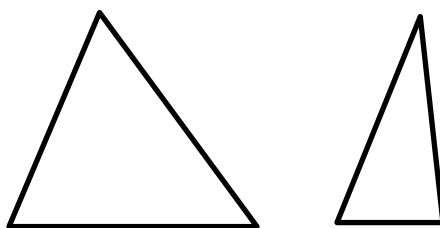
OBJETIVO:

Identificar el nivel en que se encuentran los estudiantes con el concepto de semejanza de triángulos con uso de criterios y teorema de Thales y congruencia de triángulos con uso de criterios de congruencia.

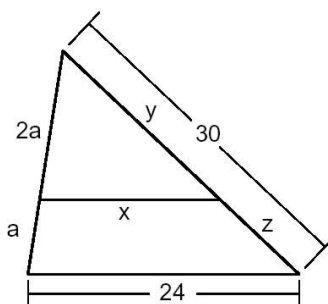
NOMBRE:

GRADO: _____

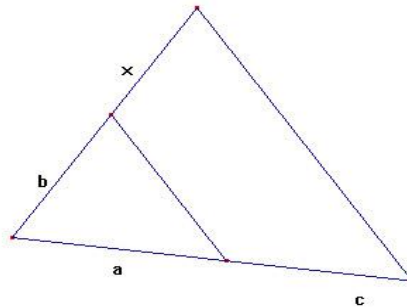
1. ¿Son semejantes las siguientes figuras?



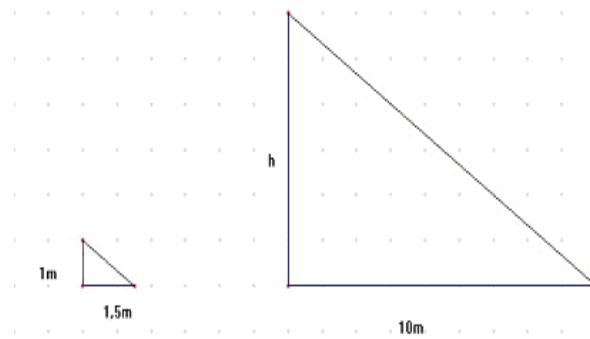
2. En la siguiente figura, sabiendo que las dimensiones están en metros, calcula x , y , z .



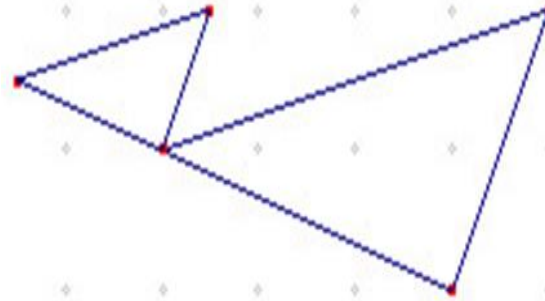
3. Calcula x en el siguiente dibujo si $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 6$ cm (x se denomina segmento cuarto proporcional).



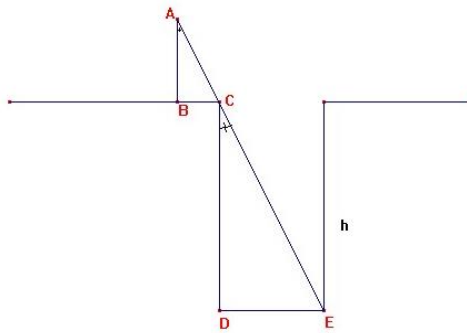
4. A la vista de esta imagen, calcula h .



5. Los triángulos que forman esta figura ¿son semejantes?

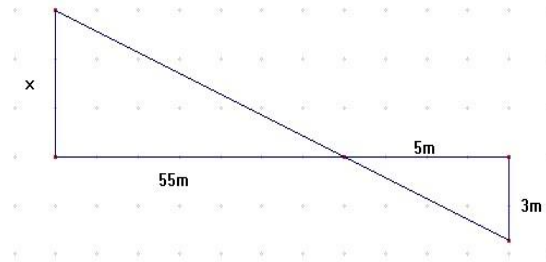


6. Para calcular la profundidad de un pozo, hasta no hace mucho tiempo, se utilizaba una vara de un metro de largo que se apoyaba en el suelo y se iba separando del borde del pozo hasta que se veía el extremo del fondo. Aquí tienes una representación esquemática:

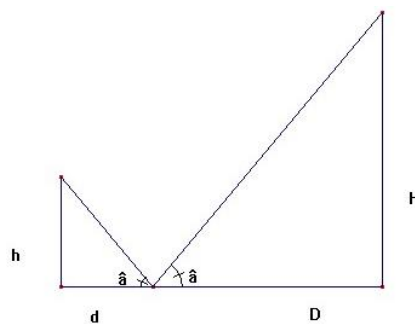


Si te has separado a 75 cm del borde, ¿cuál será la profundidad del pozo si tiene 1,5 m de diámetro?

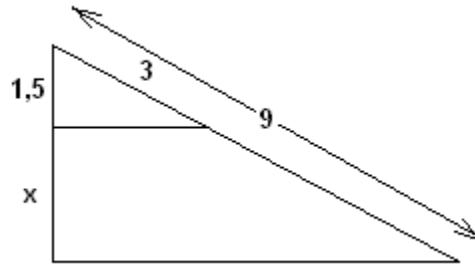
7. Calcula el valor de x en esta ilustración.



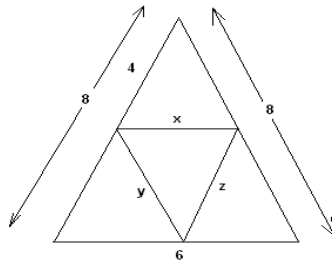
8. En la siguiente ilustración, calcula D si conocemos $h = 1,65$ m; $d = 2$ m; $H = 14,85$ m



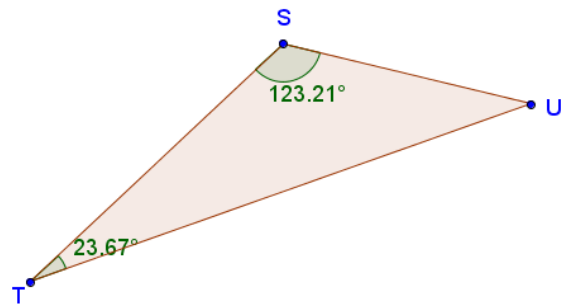
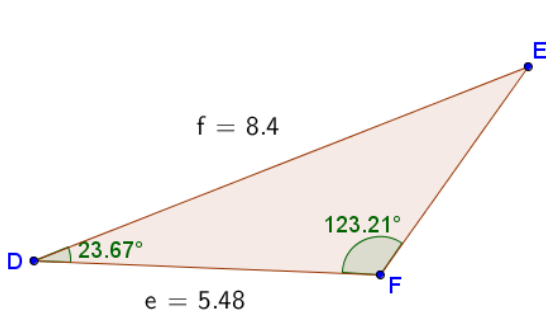
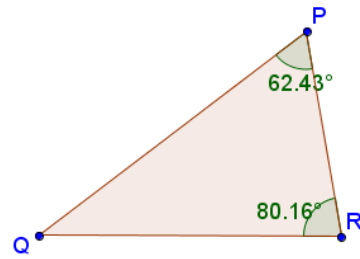
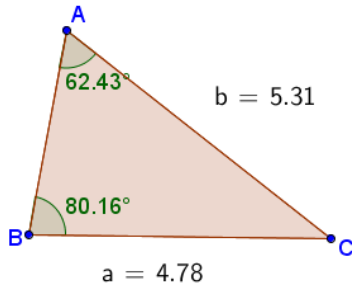
9. Calcula x (las unidades son metros):



10. Calcula x , y , z (las unidades son centímetros):



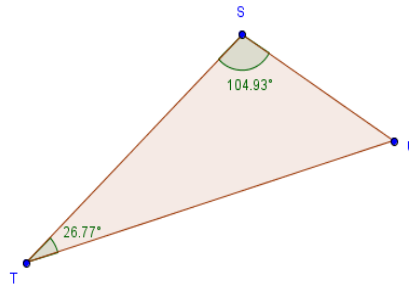
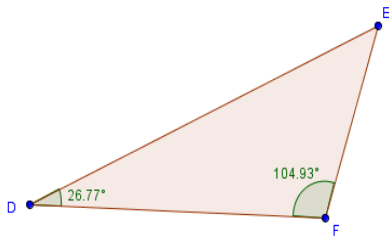
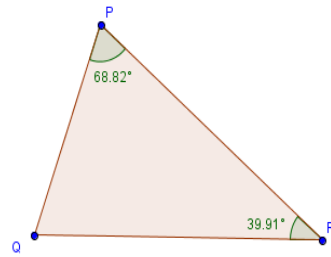
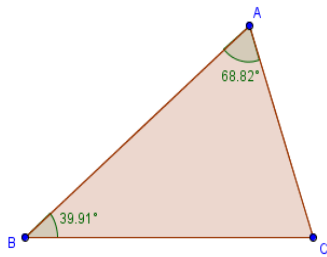
11. complete las igualdades que hacen que se cumplan la congruencia de los triángulos, observando las figuras.



- a) $\overline{PQ} =$
- b) $\overline{QR} =$
- c) $\sphericalangle Q =$

- d) $\sphericalangle U =$
- e) $\overline{TU} =$
- f) $\sphericalangle E =$

12. Complete las igualdades que hacen que se cumplan la congruencia de los triángulos, observando las figuras.



- g) $\overline{BC} =$
- h) $\overline{ST} =$
- i) $\sphericalangle R =$
- j) $\sphericalangle E =$
- k) $\overline{PR} =$
- l) $\sphericalangle D =$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ROMAN MARIA VALENCIA
ACTIVIDAD 1
SEMEJANZA (RAZÓN Y PROPORCIÓN)

INICIO: Saludo, para motivar a los estudiantes se presenta el video
<https://www.youtube.com/watch?v=iNyBBSwnS3Q>

OBJETIVO: Identificar los Niveles de Razonamiento de Van Hiele para garantizar el ambiente escolar en el aprendizaje de la geometría en la enseñanza de la semejanza de triángulos mediado por tic, en estudiantes de grado séptimo.

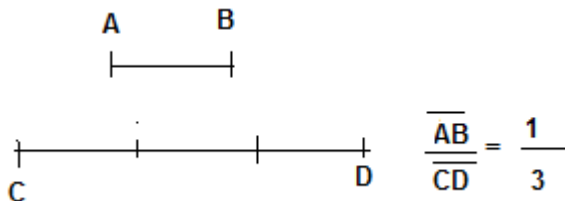
DESCRIPCION: La visualización y reconocimiento del estudiante, se trabajara a través de las siguientes actividades propuestas.

MATERIALES: Lápiz, Regla, Tablet

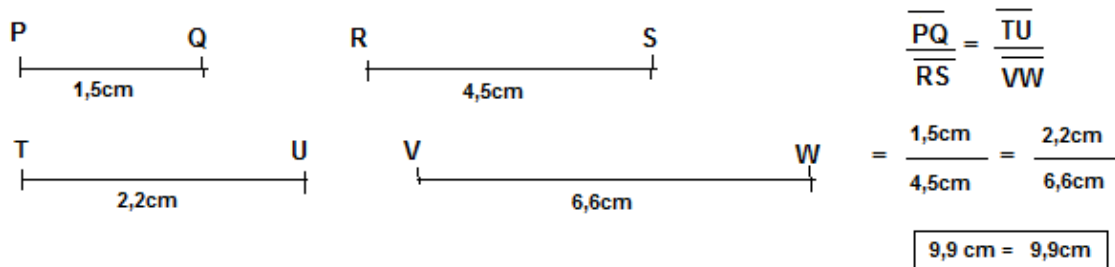
NOMBRE: _____ **GRADO:** _____

INSTRUCCIONES

Razón de dos segmentos: Al comparar la longitud de los segmentos AB y CD se puede establecer la razón de AB a CD



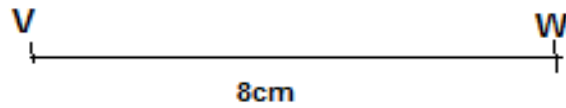
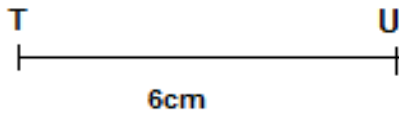
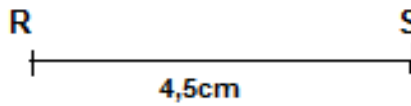
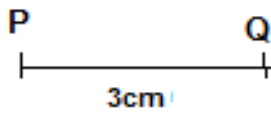
Segmentos proporcionales: dos segmentos son proporcionales si se cumple que:



A1- Dibuje en cada espacio dos segmentos proporcionales

--	--	--

A2- ¿Las siguientes figuras cumplen con la condición de semejanza planteada? ¿Por qué?



$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{RS}} = \frac{\overline{TU}}{\overline{VW}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

=

$AB = 2,4\text{cm}$ $CD = 8,7\text{cm}$
 $EF = 3,6\text{cm}$ $GH = 12,1\text{cm}$

_____ = _____
 = _____ = _____
=

Ambiente escolar (compañerismo): si no entiendes el ejercicio pídele a un compañero que te ayude con la explicación, y si lo entiendes busca a un compañero que no entienda y explícale.



INICIO:

Saludo, para motivar a los estudiantes se presenta el video trabajo en equipo
<https://www.youtube.com/watch?v=EnQhERZwF5k&t=13s>

OBJETIVO:

Identificar los Niveles de Razonamiento de Van Hiele para garantizar el ambiente escolar en el aprendizaje de la geometría en la enseñanza de la semejanza de triángulos mediado por tic, en estudiantes de grado séptimo.

DESCRIPCION: La visualización y reconocimiento del estudiante, se trabajara a través de las siguientes actividades propuestas.

MATERIALES: Lápiz, Regla, Celular, Tabletas.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____

INSTRUCCIONES

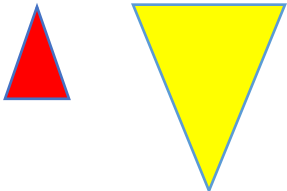
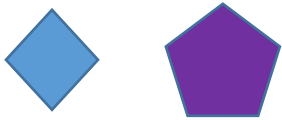
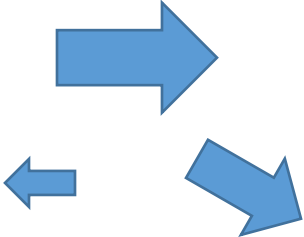
1. Tomar con el celular fotos en el patio de dos figuras geométricas, cuadrados, triángulos, rectángulos.
 - a. ¿Son iguales cada par de figuras fotografiadas, sí o no?
 - b. ¿Por qué?

2. Reforzando Saberes previos. Dos **polígonos son semejantes** si tienen la misma forma, sus **ángulos son respectivamente iguales** (congruentes) y sus **lados proporcionales**. Es decir, uno de los polígonos es una ampliación o reducción de la otra.
 - a. Dibuje en cada espacio dos figuras que cumplan con la condición de semejanza.

--	--	--

--	--	--

b. ¿Las siguientes figuras cumplen la condición de semejanza planteada? ¿Por qué?

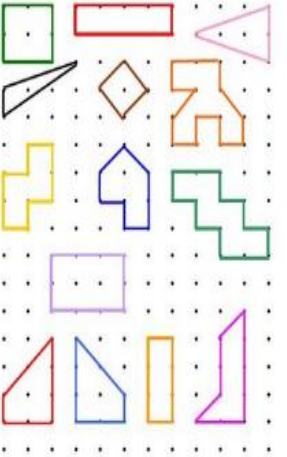
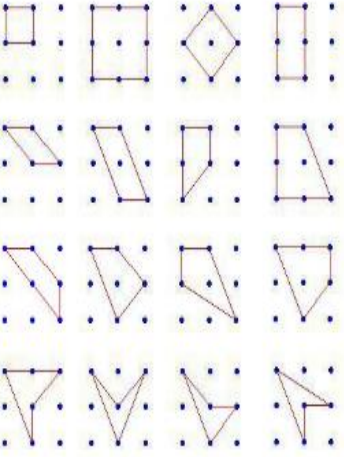
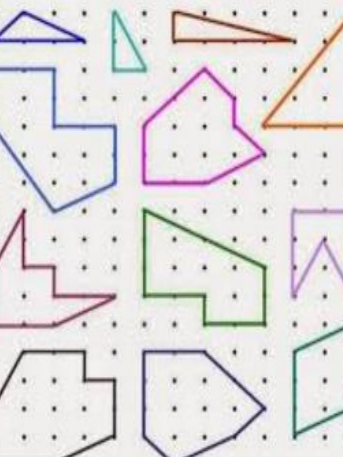
 <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	 <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	 <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
--	--	--

Ambiente escolar (compañerismo):

Si no entiendes el ejercicio pídele a un compañero que te ayude con la explicación, y si lo entiendes busca a un compañero que no entienda y explícale.

Contextualización del conocimiento

Construir las siguientes figuras en **la Tablet en el software Goegebra** con la orientación del profesor.

<p>1.</p> 	<p>2.</p> 	<p>3.</p> 
---	---	---



INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ROMAN MARIA VALENCIA
ACTIVIDAD 3.
SEMEJANZA (CONGRUENCIA)

INICIO: Saludo, para motivar a los estudiantes se realiza dinámica “contando” todos los estudiantes se hacen en círculo alrededor del docente, se deben enumerar en serie iniciando en uno, la condición es que el estudiante no puede decir los múltiplos de tres o números que contengan el tres, por ejemplo 3, 6, 9, 12, 13, 15, 18, 21,23..., ganan el juego los últimos cinco estudiantes que queden en el círculo.

OBJETIVO: Identificar los Niveles de Razonamiento de Van Hiele para garantizar el ambiente escolar en el aprendizaje de la geometría en la enseñanza de la semejanza de triángulos en estudiantes de grado noveno mediados por tics.

DESCRIPCION: Llamado de ordenamiento o de clasificación, se trabajara a través de las siguientes actividades propuestas.

MATERIALES: Lápiz, Regla, computador o Tablet, software Geogebra.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____

INSTRUCCIONES

A1- Congruencia de triángulos: En [matemáticas](#), dos figuras geométricas son congruentes si tienen los lados iguales y el mismo tamaño.



¿Qué características tienen los triángulos de la figura?

¿Qué conclusión se puede enunciar sobre las características de las figuras?

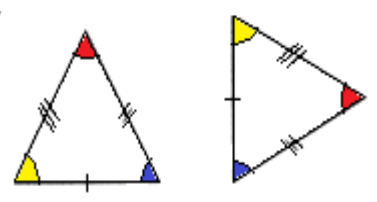
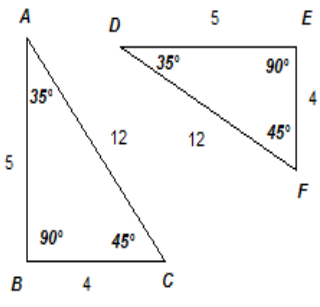
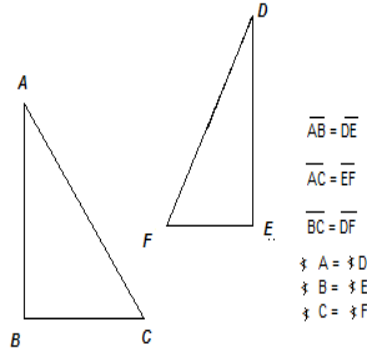
¿Cómo enunciarías esa conclusión en forma matemática?

A2- Dibuje en cada espacio dos figuras que cumplan con la condición expuesta en la conclusión.

--	--	--

A3-Utilizando el programa geogebra , construya las siguientes figuras y responda:

¿Las siguientes figuras cumplen con la condición expuesta en la conclusión?, ¿por qué?

		
<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>

Ambiente escolar (Contribuye a que los estudiantes desarrollen la capacidad de anticipar situaciones y prever sucesos.): si debes construir para el área de artística un collage de fotos pero todas recortadas con triángulos congruentes como se debería construir, realiza un dibujo de cómo quedaría el collage.



SEMEJANZA (CRITERIOS DE SEMEJANZA)

INICIO: Saludo, para motivar a los estudiantes se realiza presentación video reflexión personal <https://www.youtube.com/watch?v=FVOG8T9qIWQ>

OBJETIVO: Identificar los Niveles de Razonamiento de Van Hiele para garantizar el ambiente escolar en el aprendizaje de la geometría en la enseñanza de la semejanza de triángulos en estudiantes de grado noveno mediados por tics.

DESCRIPCION: Llamado de ordenamiento o de clasificación, se trabajara a través de las siguientes actividades propuestas.

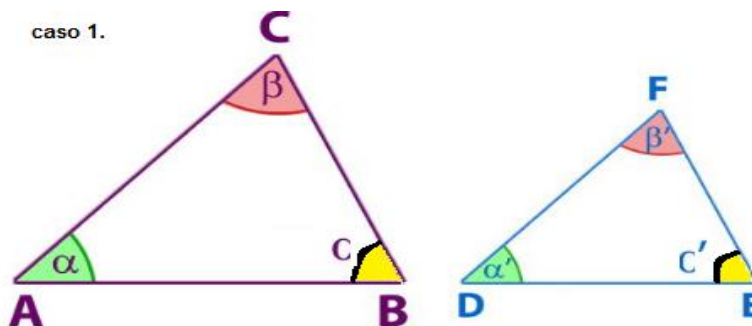
MATERIALES: Lápiz, Regla, computador o Tablet, software Geogebra.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____

INSTRUCCIONES

Criterios de Semejanza de dos triángulos, a un Conjunto de condiciones tales que, si se cumplen, tendremos la seguridad de que los Triángulos son semejantes.

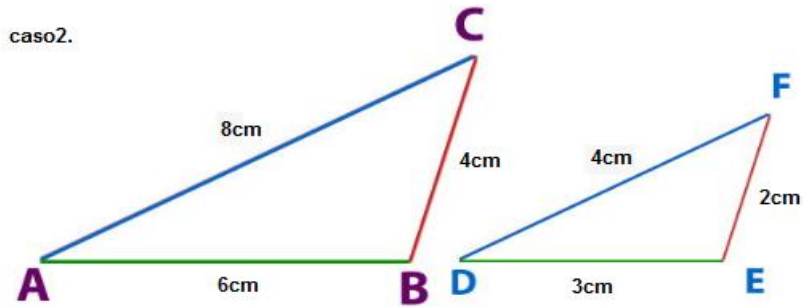
A1- Identificar las características de los siguientes triángulos



¿Qué características tienen los triángulos de la figura?

¿Qué conclusión se puede enunciar sobre las características de las figuras?

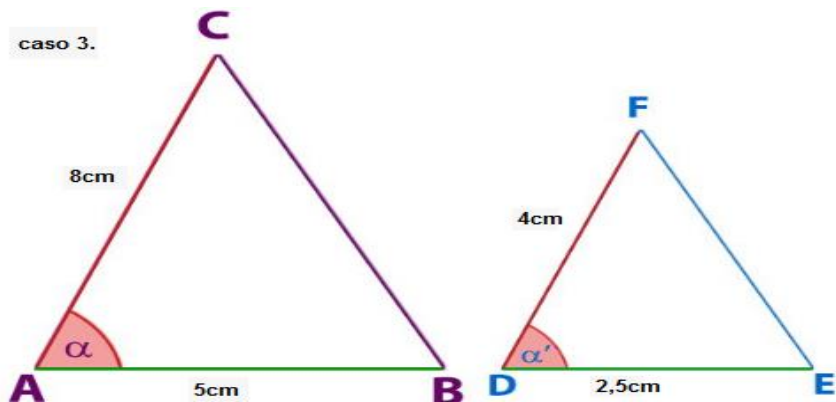
¿Cómo enunciarías esa conclusión en forma matemática?



¿Qué características tienen los triángulos de la figura?

¿Qué conclusión se puede enunciar sobre las características de las figuras?

¿Cómo enunciarías esa conclusión en forma matemática?



¿Qué características tienen los triángulos de la figura?

¿Qué conclusión se puede enunciar sobre las características de las figuras?

¿Cómo enunciarías esa conclusión en forma matemática?

A2- Dibuje en cada espacio dos figuras que cumplan con la condición expuesta en la conclusión

Caso 1	Caso 2	Caso 3

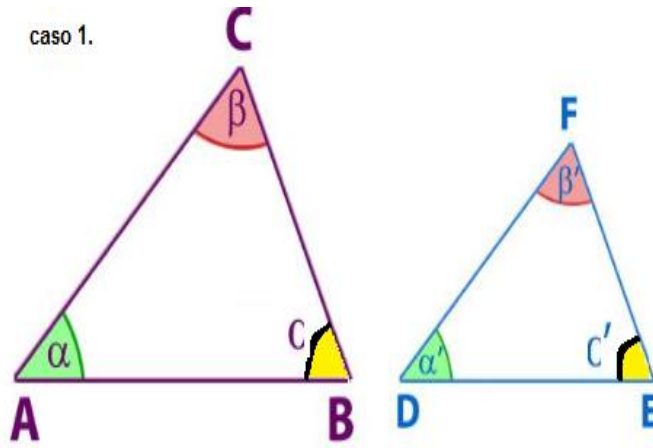
Ambiente escolar (motivando su aprendizaje y sentido matemático):

Un ejemplo muy útil de la semejanza de triángulos es el cálculo de la altura de un cuerpo a través de su sombra y de otro cuerpo que se pueda medir tanto como su sombra, calcula la altura del árbol del patio del colegio utilizando tu sombra y la sombra del árbol.

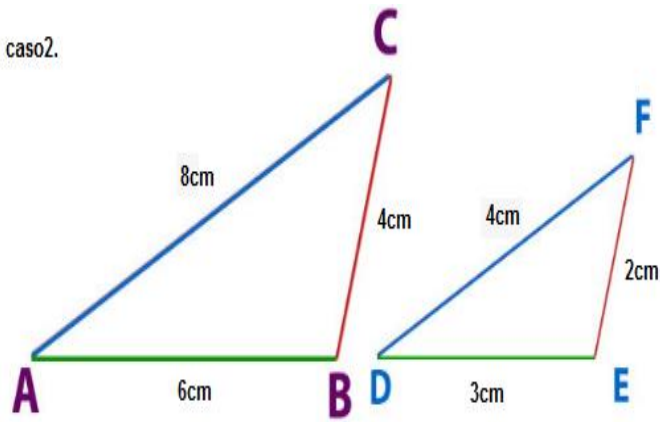


A3- Utilizando el programa geogebra , apoyado en el material impreso y con el acompañamiento del profesor , construya las siguientes figuras

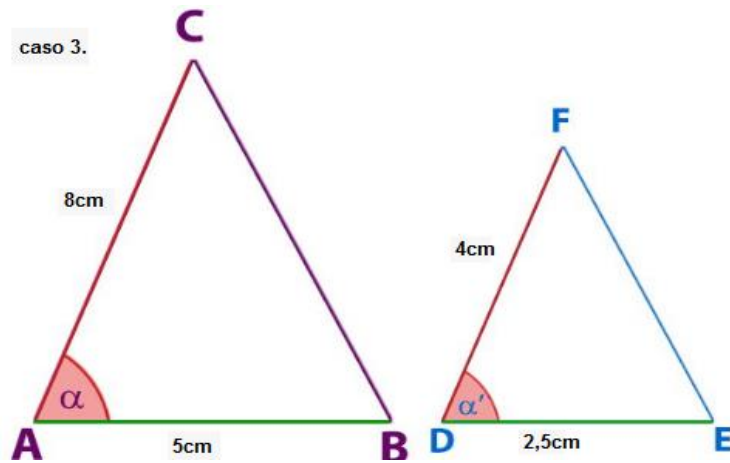
caso 1.



caso 2.



caso 3.



MATERIAL APOYO CONTRUCCIÓN TRIÁNGULOS CON GEOGEBRA



INICIO: Saludo, para motivar a los estudiantes se presenta el video <https://www.youtube.com/watch?v=Sg1OIWR8y2Q>

OBJETIVO: Identificar los Niveles de Razonamiento de Van Hiele para garantizar el ambiente escolar en el aprendizaje de la geometría en la enseñanza de la semejanza de triángulos mediados por tic, en estudiantes de grado séptimo

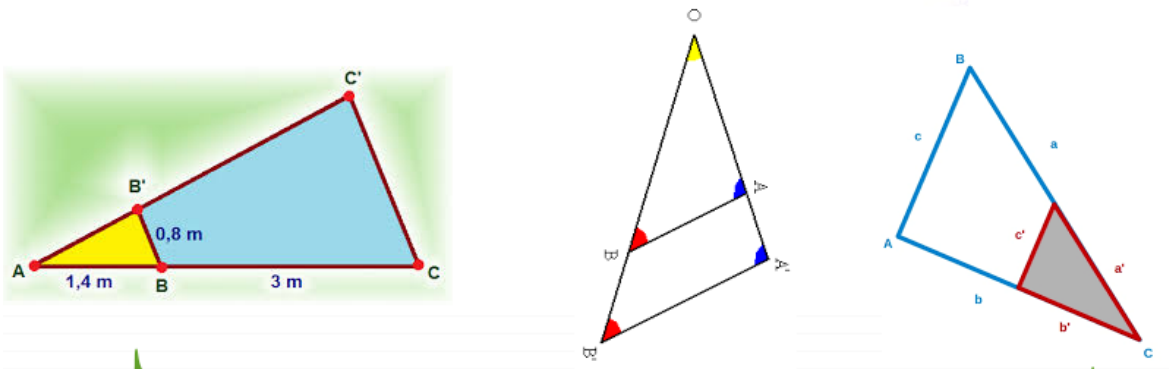
DESCRIPCION: El análisis de conocimiento del estudiante, se trabajara a través de las siguientes actividades propuestas.

MATERIALES: Lápiz, Regla, Compás, Transportador, Tablet.

NOMBRE: _____ **GRADO:** _____

INSTRUCCIONES

A1- construir las siguientes figuras con geogebra.

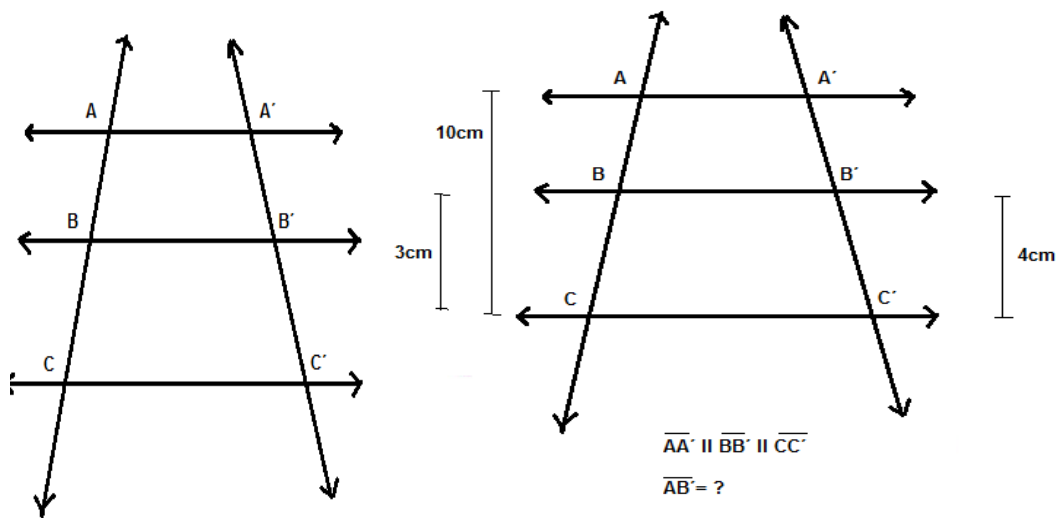


Responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué figuras geométricas están representadas en cada dibujo?

- ¿Qué elementos identificas en las figuras?

- ¿Qué conclusión se puede enunciar sobre las figura?



Responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué relación encuentras entre los elementos de la figura 1? Escríbela con tus palabras: _____

- Intenta escribir la relación anterior con símbolos:

- ¿Con la relación que existe entre los elementos de la figura uno, se puede hallar el valor del segmento AB' en la figura 2?

- ¿Qué conclusión se puede enunciar sobre el ejercicio anterior?

Anexo 2. Tablas y gráficas de Resultados

Clasificación preguntas prueba diagnóstica según los niveles de Van Hiele		
No	Pregunta	Nivel
1	¿Son semejantes las siguientes figuras?	El nivel uno de Van Hiele o nivel de visualización, llamado también de familiarización. Busca identificar la capacidad de visualización de características dos figuras geométricas,
2	En la siguiente figura, sabiendo que las dimensiones están en metros, calcula x, y, z.	El nivel tres de Van Hiele o nivel de ordenamiento o de clasificación. Busca que el estudiante realice cálculos formales utilizando variables.
3	Calcula x en el siguiente dibujo si $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 6$ cm (x se denomina segmento cuarto proporcional).	El nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Busca que el estudiante aplique relaciones entre las medidas de las figuras.
4	A la vista de esta imagen, calcula h.	El nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Propone el análisis y la realización de relaciones los elementos brindados en el ejercicio propuesto.
5	Los triángulos que forman esta figura ¿son semejantes?	El nivel uno o nivel de visualización, llamado también de familiarización. Busca que el estudiante se familiarice con el concepto de semejanza.
6	Para calcular la profundidad de un pozo, hasta no hace mucho tiempo, se utilizaba una vara de un metro de largo que se apoyaba en el suelo y se iba separando del borde del pozo hasta que se veía el extremo del fondo. Aquí tienes una representación esquemática:	El nivel tres o nivel de ordenamiento o de clasificación, busca contextualizar el conocimiento y la aplicación de conceptos mediante el ordenamiento y clasificación de conceptos.
7	Calcula el valor de x en esta ilustración.	El nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Busca indagar estrategias de solución mediante el análisis de las componentes brindadas en un problema propuesto.
8	En la siguiente ilustración, calcula D si conocemos $h = 1,65$ m; $d = 2$ m; $H = 14,85$ m	El nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Busca que el estudiante analice los diferentes caminos que se pueden tomar para realizar la solución del problema.
9	Calcula x (las unidades son metros):	El nivel tres de Van Hiele o nivel de ordenamiento o de clasificación. Busca que el estudiante realice cálculos formales utilizando variables.

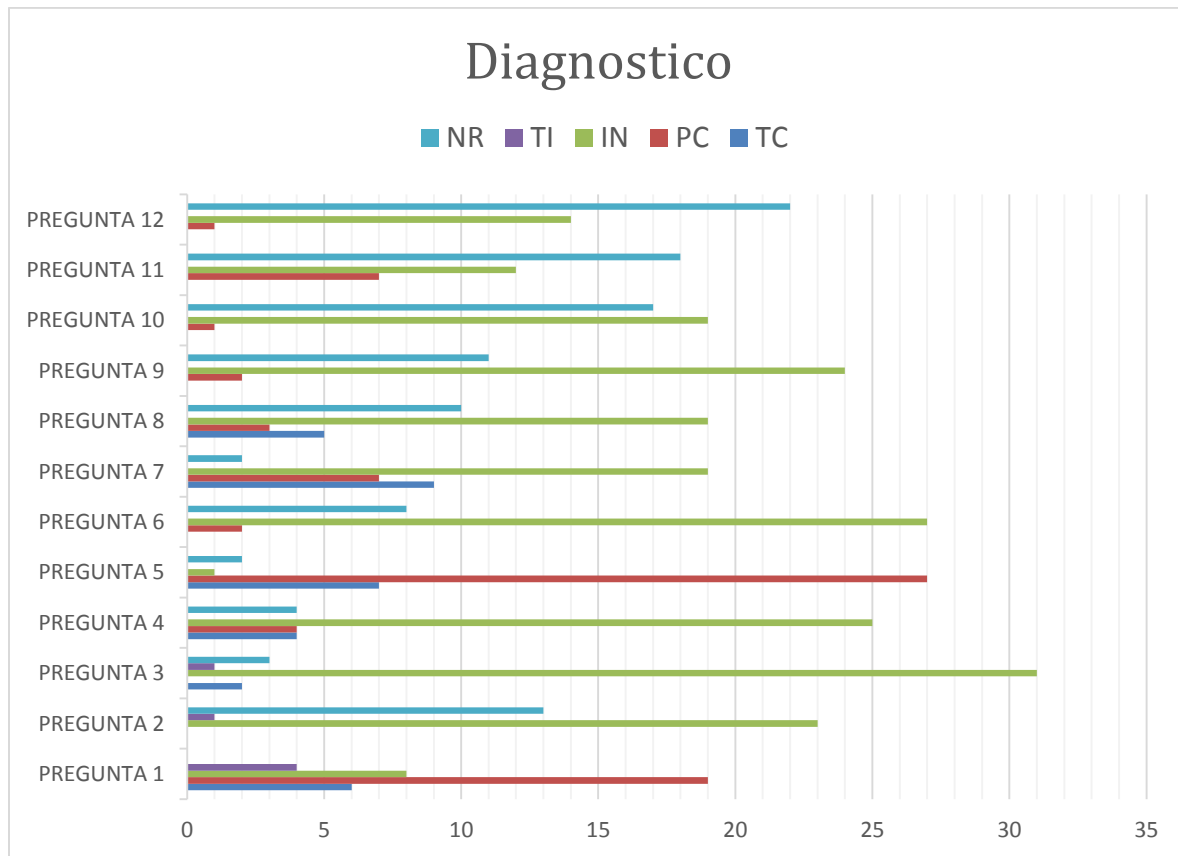
10	Calcula x, y, z (las unidades son centímetros):	El nivel tres de Van Hiele o nivel de ordenamiento o de clasificación. Busca que el estudiante realice cálculos formales utilizando variables.
11	Complete las igualdades que hacen que se cumplan la congruencia de los triángulos, observando las figuras.	El nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Busca indagar estrategias de solución mediante el análisis de las componentes brindadas en un problema propuesto.
12	Complete las igualdades que hacen que se cumplan la congruencia de los triángulos, observando las figuras.	El nivel tres de Van Hiele o nivel de ordenamiento o de clasificación. Busca que el estudiante realice cálculos formales utilizando variables.

Diagnóstico.

Estudiantes	Preguntas											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	PC	TI	TI	TC	TC	IN	TC	TC	IN	NR	PC	NR
2	PC	NR	IN	TC	TC	IN	TC	TC	IN	IN	PC	NR
3	PC	IN	IN	TC	IN	PC	TC	NR	IN	IN	PC	NR
4	PC	NR	IN	TC	TC	IN	TC	TC	IN	IN	PC	NR
5	PC	IN	TC	IN	TC	IN	TC	TC	IN	IN	PC	PC
6	TC	IN	TC	IN	TC	IN	TC	TC	IN	IN	PC	IN
7	TC	IN	IN	IN	PC	IN	IN	IN	IN	NR	NR	NR
8	IN	IN	IN	PC	PC	IN	IN	IN	IN	IN	IN	IN
9	IN	NR	IN	PC	PC	IN	IN	IN	IN	IN	IN	NR
10	PC	IN	IN	PC	PC	IN	IN	IN	IN	NR	NR	NR
11	PC	NR	NR	IN	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
12	PC	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR
13	TC	IN	IN	NR	PC	IN	TC	IN	IN	NR	NR	NR
14	PC	IN	IN	IN	PC	IN	IN	IN	IN	IN	NR	NR
15	PC	NR	IN	IN	PC	NR	PC	PC	NR	NR	NR	NR
16	TC	IN	IN	IN	TC	IN	PC	PC	NR	NR	NR	NR
17	TC	IN	IN	IN	PC	IN	PC	PC	IN	NR	NR	NR
18	PC	IN	IN	IN	PC	IN	IN	IN	NR	NR	NR	NR
19	PC	IN	IN	IN	PC	IN	IN	IN	IN	PC	NR	NR
20	PC	IN	IN	IN	PC	IN	IN	NR	IN	NR	NR	NR
21	PC	IN	IN	NR	PC	IN	IN	NR	IN	IN	NR	NR
22	PC	IN	IN	NR	PC	IN	IN	NR	IN	IN	NR	NR
23	TI	IN	IN	IN	PC	IN	IN	NR	NR	NR	NR	NR
24	PC	IN	IN	IN	PC	IN	IN	IN	IN	IN	IN	IN

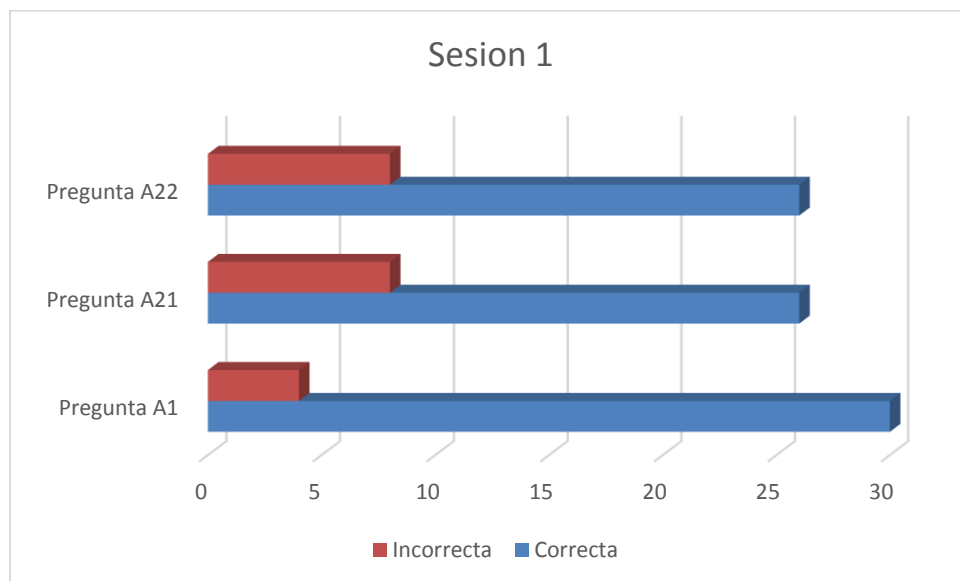
	25	PC	IN	IN	IN	PC	IN	TC	IN	IN	IN	PC	IN
	26	PC	IN	IN	IN	PC	IN	IN	NR	IN	IN	IN	IN
	27	IN	NR	IN	IN	PC	NR	IN	NR	NR	NR	NR	IN
	28	TI	NR	NR	IN	TC	IN	PC	IN	IN	IN	NR	NR
	29	TI	NR	IN	IN	PC	IN	PC	IN	IN	IN	IN	IN
	30	IN	NR	IN	IN	PC	IN	PC	IN	NR	NR	IN	IN
	31	TI	NR	IN	IN	PC	NR	IN	NR	NR	IN	IN	IN
	32	TC	IN	IN	PC	PC	PC	IN	IN	NR	NR	IN	NR
	33	IN	IN	IN	IN	PC	IN	TC	IN	IN	IN	IN	IN
	34	IN	NR	IN	IN	PC	IN	PC	IN	IN	NR	IN	IN
	35	PC	IN	IN	IN	PC	NR	IN	IN	PC	IN	IN	IN
	36	IN	IN	IN	IN	PC	NR	IN	IN	PC	IN	IN	IN
	37	IN	NR	IN	IN	PC	NR	IN	IN	NR	NR	IN	IN

TC totalmente correcta IN incorrecta NR no responde
PC parcialmente correcta TI totalmente incorrecta

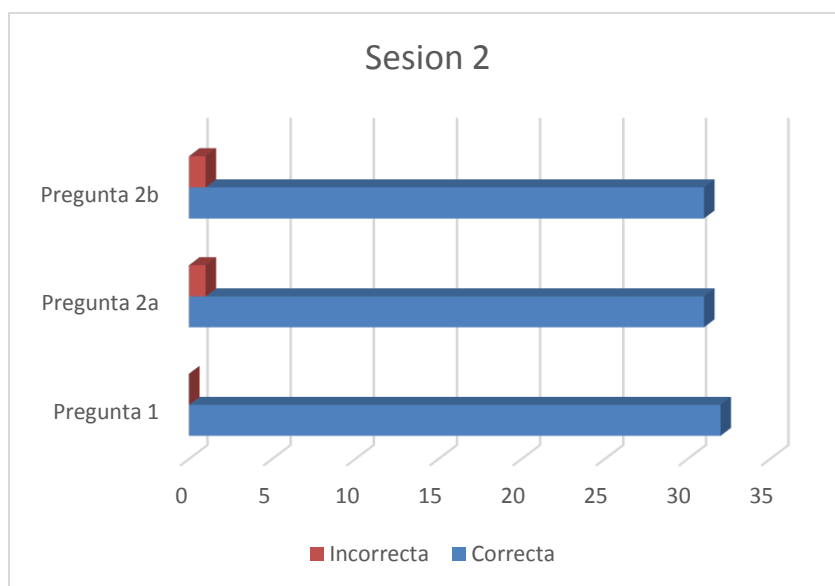


Graficas de Resultados Actividades Secuencia Didáctica

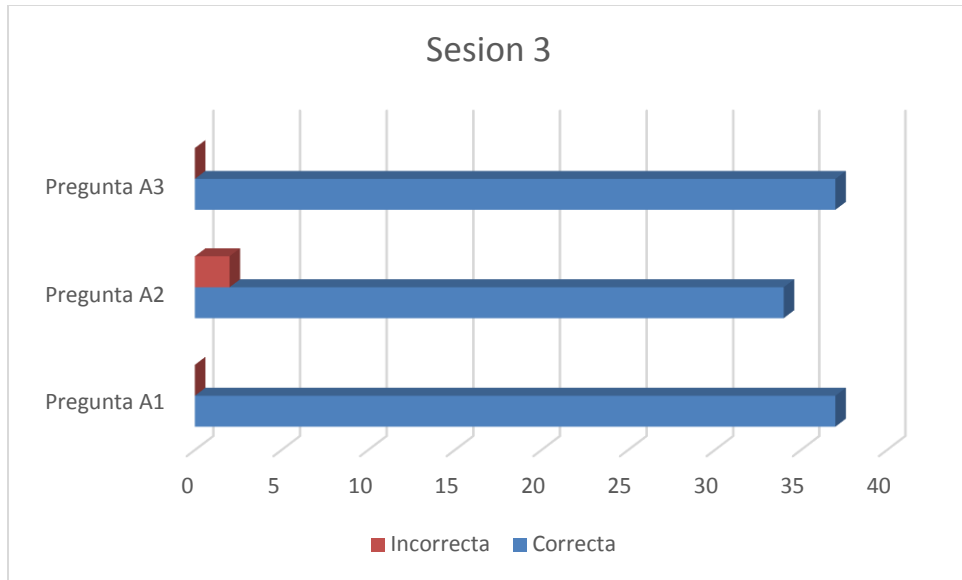
Sesión 1 (Razón y proporción).



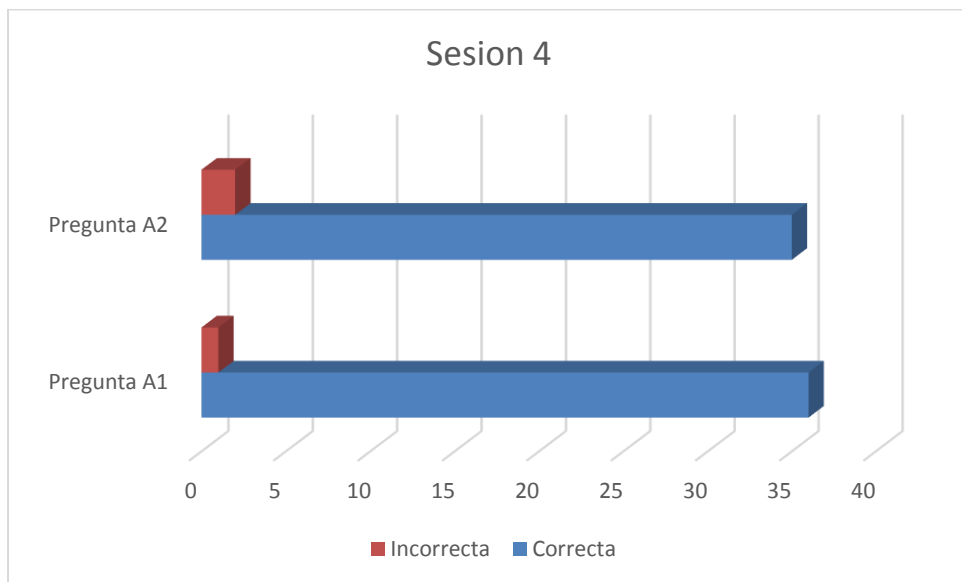
Sesión 2 (Semejanza).



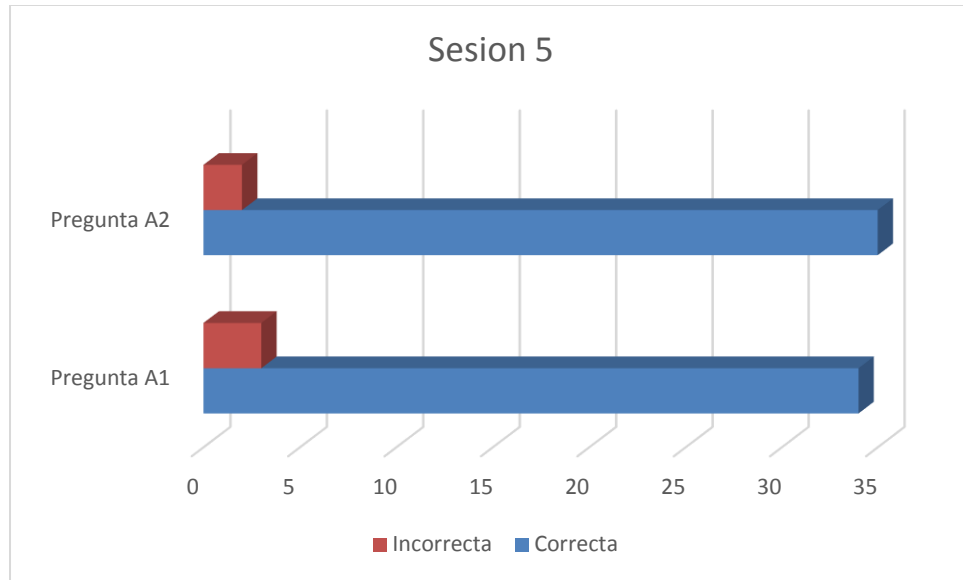
Sesión 3 (Congruencia), incorporación de TIC (software Geogebra).



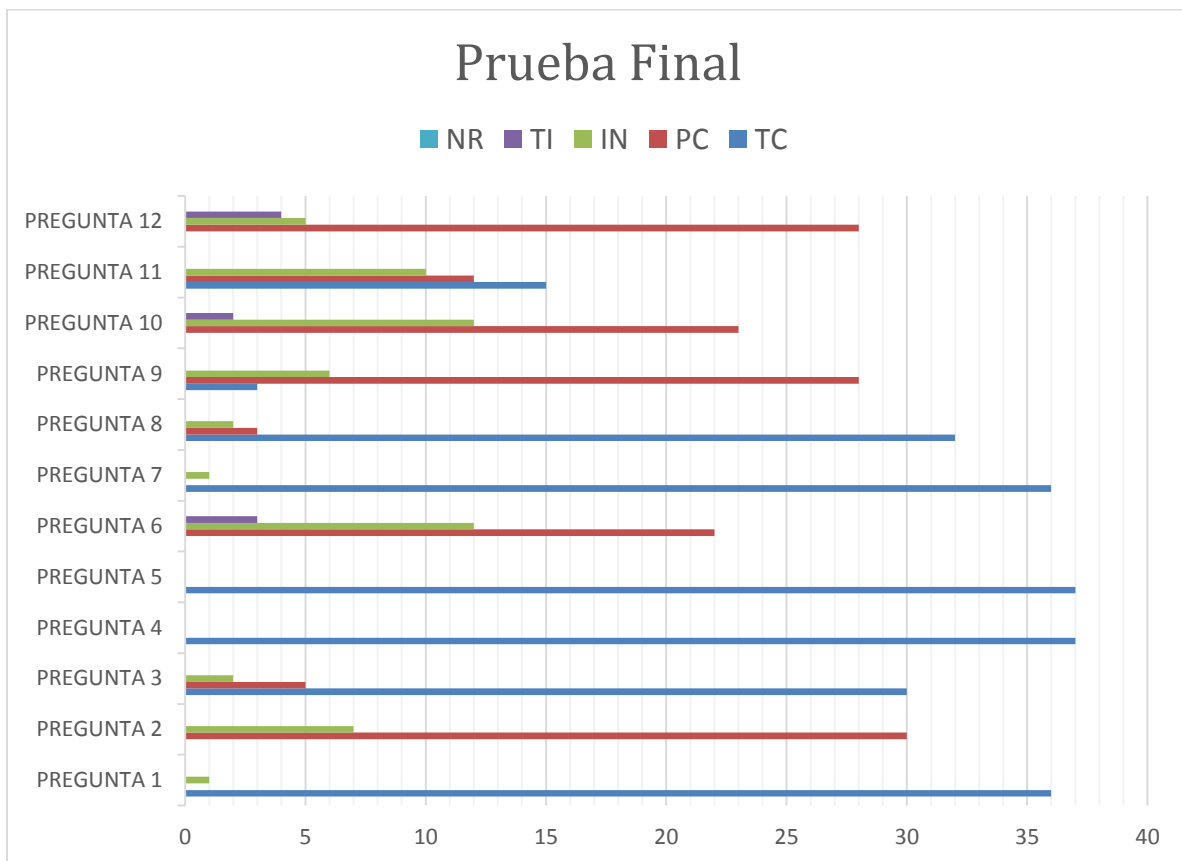
Sesión 4 (Criterios de Semejanza), incorporación de TIC (software Geogebra).



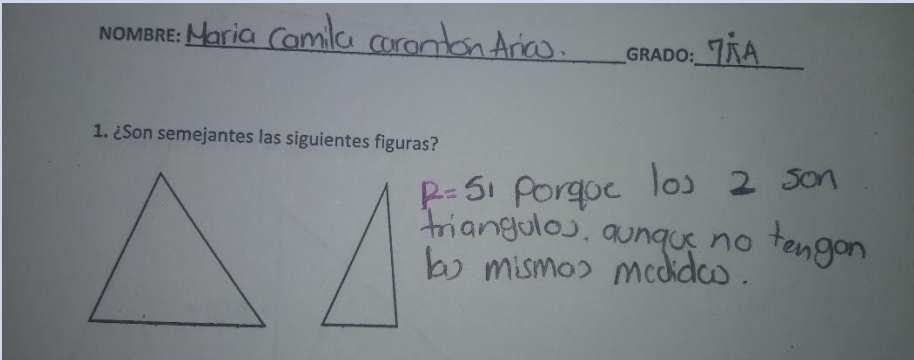
Sesión 5 (Semejanza).



Sesión 6 (Prueba Final).



Anexo 3. Esquemas generales de razonamiento geométrico-espacial según los niveles de Van Hiele,

No. de la pregunta	Esquemas generales de razonamiento geométrico-espacial según los niveles de Van Hiele,
1	<p>La solución de la pregunta uno, 36 de los 37 estudiantes respondieron correctamente la pregunta teniendo respuestas como:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Sus ángulos no son iguales 2. Sus lados no son proporcionales <p>Por lo tanto no son semejantes, en su gran mayoría esta pregunta fue resuelta por medio de observación. Lo que corresponde a el nivel uno de Van Hiele o nivel de visualización, llamado también de familiarización. Que busca identificar la capacidad de visualización de características dos figuras geométricas</p> 
2	<p>La solución correcta de la pregunta numero dos no la consiguió ningún estudiante, 30 estudiantes la solucionaron parcialmente y mostraban en su argumentación criterios como, aplicabilidad del teorema de Tales y solución de ecuaciones de primer grado, los otros siete estudiantes no reconocían ningún criterio de semejanza, ni tampoco evidenciaban el teorema de tales, permitiendo observar que los estudiantes no alcanzan el nivel tres de Van Hiele o nivel de ordenamiento o de clasificación. Que busca que el estudiante realice cálculos formales utilizando variables</p>
3	<p>En la pregunta número tres, el 81% de los estudiantes la contestaron correctamente, en su gran mayoría concluyeron que estos triángulos eran semejantes porque cumplían con el teorema de Tales. Expresiones como:</p> <p>“si un triángulo está dentro de otro y tienen uno de sus lados paralelo al otro, entonces se aplica teorema de Tales, por son semejantes”.</p>

“Estos triángulos comparten un ángulo y los otros dos ángulos también son iguales por ser ángulos alternos externos entre paralelas, entonces se aplica teorema de Tales, porque los triángulos son semejantes”.

Permitiendo observar que algunos de los estudiantes se encuentran en El nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Que busca que el estudiante aplique relaciones entre las medidas de las figuras.

4

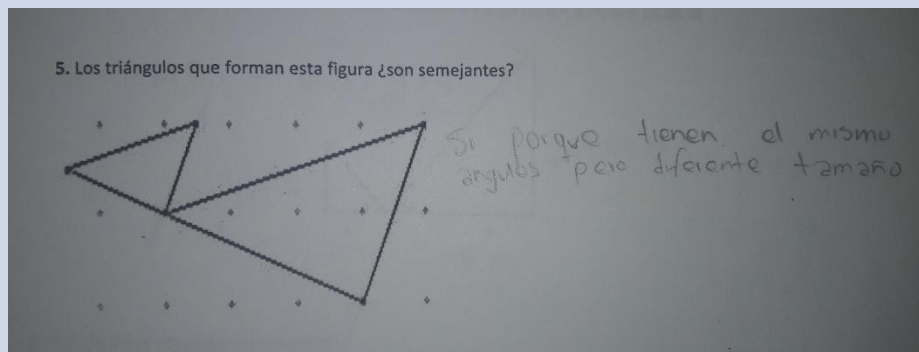
En la pregunta número cuatro el cien por ciento de los estudiantes la contestaron correctamente y en su gran mayoría se definía que los triángulos son semejantes por que se aplicaba el criterio de semejanza (AA), puesto que:

“Tenemos un ángulo recto para los dos triángulos y al trasladar el triángulo más pequeño y ubicarlo dentro del grande, esto nos muestra que tienen los otros dos ángulos de la misma medida, por lo tanto estos dos triángulos son triángulos semejantes”.

Nuevamente se logra identificar que los estudiantes se encuentran en el nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras. Ya que propone el análisis y la realización de relaciones los elementos brindados en el ejercicio propuesto.

5

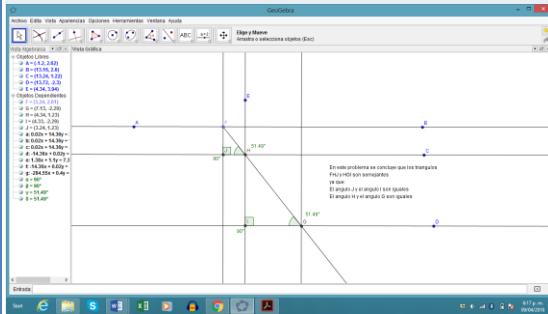
Todos los estudiantes respondieron correctamente la pregunta, los estudiantes asimilaron la pregunta número cinco similar a la pregunta número cuatro, pues decían que no tenía un ángulo recto en común pero que si trasladaban el triángulo más pequeño hacia adentro del triángulo más grande, los ángulos coincidían y que sus lados se convierten en lados proporcionales y que por lo tanto se convertían en que los triángulos eran semejantes. Esta actividad nos deja claro que los estudiantes están en nivel uno o nivel de visualización, ya que identifican claramente el concepto de semejanza.



6

A pesar de que la pregunta número seis es similar a la pregunta a las preguntas anteriores, esta no fue respondida así de satisfactoriamente como las anteriores, algunos estudiantes decían que no veían paralelismo entre los lados del triángulo y otros decían que no había relación entre los ángulos, unos pocos asumieron que si existía un ángulo recto en ambos triángulos y que además los otros dos ángulos también eran correspondientes y que por lo tanto eran triángulos semejantes. Queda claro que los

estudiantes no están en El nivel tres o nivel de ordenamiento o de clasificación, no logran un ordenamiento y clasificación de conceptos.



Solución:

$$AB = 1m = 100cm$$

$$BC = 75cm$$

$$DE = 1,5m = 150cm$$

La profundidad del pozo será CD.

Son dos triángulos semejantes puesto que sus ángulos son iguales.

Por ser semejantes, tenemos que:

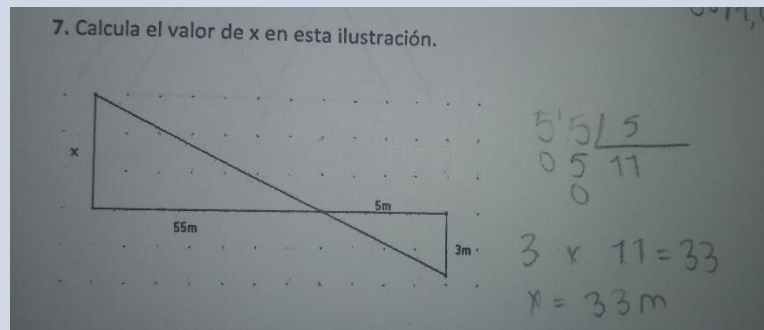
$$\frac{AB}{BC} = \frac{CD}{DE} \Rightarrow \frac{100}{75} = \frac{CD}{150} \Rightarrow CD = \frac{100 \cdot 150}{75} = 200cm = 2m$$

Cuando la respuesta de 36 estudiantes a la pregunta número siete fue correcta, se concluyó que los estudiantes se bloquean al verse enfrentados a una situación problema (Pregunta # 6), mientras que si es solo enfrentarse a la representación gráfica, este lo asimilan de forma correcta. Se comentaban entre ellos conceptos como:

1. Porque no traslada el triángulo pequeño hacia dentro del grande.
2. Gire los dos triángulos y ubíquelos como dos triángulos rectángulos.

Esta clase de comentarios los llevaban a concluir que los triángulos eran semejantes, se observó que los estudiantes si realizan análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras lo que corresponden al nivel 2.

7



La solución de la pregunta número ocho la respondieron correctamente 32 estudiantes y en su gran mayoría concluían que los triángulos eran semejantes porque tenían dos ángulos congruentes ya que los dos tenían un ángulo recto y que los dos tenían un ángulo congruente que era un ángulo opuesto por el vértice, concepto que traían en los pre-saberes.

8

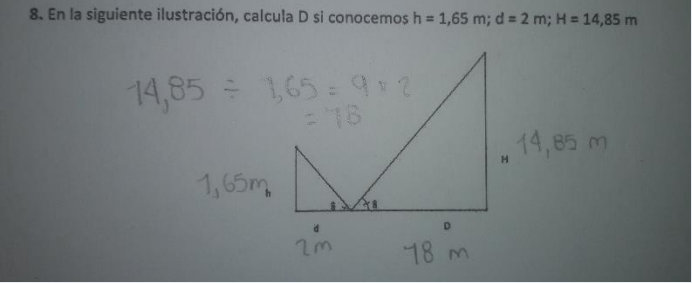
	<p>8. En la siguiente ilustración, calcula D si conocemos $h = 1,65$ m; $d = 2$ m; $H = 14,85$ m</p> 
<p>9</p>	<p>La pregunta número nueve fue solucionada correctamente por 3 estudiantes, la cual la enfrentaron involucrando el teorema de Tales y dando respuestas como:</p> <p>Los lados de los triángulos son proporcionales ya que están entre dos paralelas, entonces lo podemos solucionar con la cuarta proporcional, algunos otros dijeron “así como solucionamos el segundo punto, observen y verán”, llevándonos a la conclusión que relacionaban una solución con otra de otro ejercicio planteado. Los demás estudiantes no dieron una respuesta correcta a la pregunta, por lo cual no todos están en El nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras.</p>
<p>10</p>	<p>La pregunta número diez se les dificultó un poco ya que es una pregunta de un nivel mayor, no logran solucionar de la forma correcta, no ordenaban o clasificaban, no realizaban cálculos y no utilizan variables de forma correcta, argumentaban que había que aplicar el teorema de Tales ya que por todo lado tenían líneas paralelas, sin llegar a una respuesta formal que es lo correspondiente al nivel 3.</p>
<p>11</p>	<p>En la pregunta once, algunos de los estudiantes Completaron las igualdades que hacen que se cumplan la congruencia de los triángulos, observando las figuras, que son los esquemas de pensamiento utilizados en el nivel 2 o de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras.</p>
<p>12</p>	<p>En esta pregunta, ninguno de los estudiantes logra completar las igualdades que hacen que se cumplan la congruencia de los triángulos, no están en el nivel tres de Van Hiele o nivel de ordenamiento o de clasificación.</p>

Tabla de clasificación de preguntas según niveles de Van Hiele:

	Niveles de Van Hiele	Fases de Van Hiele	No. de pregunta clasificada en el nivel correspondiente de acuerdo a la solución de la prueba final
1	<p>Nivel 1</p> <p>Es el nivel de la VISUALIZACIÓN, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Por ejemplo, un niño de seis años puede reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo; puede recordar de memoria sus nombres. Pero no es capaz de ver que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo particular. Para él son formas distintas y aisladas. En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Información 2. Orientación dirigida 	<p>1</p> <p>5</p>
2	<p>Nivel 2.</p> <p>Es un nivel de ANALISIS, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etc. El niño, por ejemplo, ve que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que las diagonales son de la misma longitud, y que los lados opuestos también son de la misma longitud. Se reconoce la igualdad de los pares de lados opuestos del paralelogramo general, pero el niño es todavía incapaz de ver el rectángulo como un paralelogramo particular. En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Información 2. Orientación dirigida 3. Explicitación 	<p>2</p> <p>3</p> <p>4</p> <p>6</p> <p>7</p> <p>8</p> <p>9</p> <p>10</p> <p>11</p> <p>12</p>

conjuntos de propiedades que asocian con esas figuras.		
<p>3 Nivel 3. Llamado de ordenamiento o de CLASIFICACIÓN. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones; por ejemplo, un cuadrado es identificado como un rombo porque puede ser considerado como “un rombo con unas propiedades adicionales”. El cuadrado se ve ya como un caso particular del rectángulo, el cual es caso particular del paralelogramo. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento. En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Información 2. Orientación dirigida 3. Explicitación 4. Orientación libre 	

Anexo 4. Autorizaciones

AUTORIZACIÓN ESTUDIANTES



MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS



DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) y FOTOS PARA USO PÚBLICO

(Para que los estudiantes que aparecen en el video, lo entreguen al docente)

Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, el colegio _____ solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante _____, identificado(a) con tarjeta de identidad número _____, alumno de la Institución Educativa _____ para que aparezca ante la cámara, en una videograbación con fines pedagógicos que se realizará en las instalaciones del colegio mencionado.

El propósito del video es evidenciar el desarrollo de la Experiencia Significativa con uso pedagógico de la maestría en enseñanza de las matemáticas _____ en la enseñanza/aprendizaje de _____, el cual será aportado como soporte a **las evidencias del proyecto de tesis de la maestría**, que adelanta el Ministerio de Educación Nacional y la Universidad tecnológica de Pereira Risaralda, quedará como documentación de la propuesta; así mismo podrá ser utilizado con fines demostrativos ante otros docentes. Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

Autorizo,

Nombre del padre/madre de familia o acudiente

Cédula de ciudadanía

Nombre del estudiante

Tarjeta de Identidad

Fecha: ___ / ___ / _____

AUTORIZACIÓN ADULTOS



MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) PARA USO PÚBLICO

(Para que los adultos que aparecen en el video, lo entreguen al docente)

Yo _____, identificado(a) con cédula de ciudadanía número _____, en mi calidad de padre/madre __ acudiente __ docente __ directivo docente __ autorizo para que aparezca mi imagen ante la cámara, en una videograbación con fines pedagógicos que se realizará para la Institución Educativa _____.

El propósito del video es evidenciar el desarrollo de la Experiencia Significativa con uso pedagógico de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones – TIC denominada _____ en la enseñanza/aprendizaje de _____, el cual será aportado como soporte a la postulación en la maestría de enseñanza de las matemáticas que adelanta el Ministerio de Educación Nacional y quedará como documentación de la propuesta; así mismo, el video será objeto de evaluación como parte de los requisitos de la convocatoria y podrá ser publicado en las plataformas del Portal Educativo Colombia Aprende y Redmaestros, y podrá ser utilizado con carácter demostrativo ante otros docentes. Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

Autorizo,

Nombre del padre/madre de familia/acudiente
Docente/o directivo docente

Cédula de ciudadanía

Fecha: ___ / ___ / _____

AUTORIZACIÓN RECTOR



MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS ACREDITACIÓN DE RECEPCIÓN DE CONSENTIMIENTOS INFORMADOS DE LOS ADULTOS Y PADRES DE FAMILIA, PARA GRABACIÓN DE ELLOS MISMOS Y/O SUS HIJOS EN FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS)

(Para que el docente entregue al rector del colegio, junto con los anexos 1 y 2 que correspondan)
El presente anexo, debe ser diligenciado y firmado, Los anexos 1 y 2 diligenciados, son para reserva del rector; solamente debe subir el presente anexo.)

Yo, _____ con cédula de ciudadanía número _____, Rector de la Institución Educativa _____, ubicada en el/la municipio/ciudad _____ con dirección _____, con código DANE número _____, certifico que cuento con las autorizaciones firmadas por los padres de familia y que permitieron al docente _____, con cédula de ciudadanía número _____, grabar a los estudiantes para el video de la Experiencia Significativa con uso pedagógico de TIC del área de _____ del grado _____.

Lo anterior, con el fin de convertirse en evidencia y soporte de la postulación de la maestría en enseñanza de las matemáticas y Experiencia Significativa con uso de TIC. Que adelanta el Ministerio de Educación Nacional, por cuanto estos videos, además de ser parte de la evaluación de la postulación, podrán ser publicados en la Plataforma del Portal Educativo Colombia Aprende y Redmaestros o ser utilizados con fines demostrativos ante otros docentes.

Doy fe de que cuento con los documentos firmados que respaldan este certificado, y que estos me eximen de cualquier responsabilidad, así como a la Secretaría de Educación y al Ministerio de Educación Nacional, ante cualquier acción legal que se llegare a emprender.

Firma: _____

Nombre: _____

Cédula: _____

Fecha: ___ / ___ / ___