

**AMBIENTE DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DEL SISTEMA DE
NUMERACIÓN POSICIONAL BASADO EN PROBLEMAS Y MEDIADO POR TIC
PARA ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
LIBRE DEL MUNICIPIO DE CIRCASIA QUINDÍO**

ROBINSON PATIÑO VILLADA

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA, COLOMBIA
2018**

**AMBIENTE DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DEL SISTEMA DE
NUMERACIÓN POSICIONAL BASADO EN PROBLEMAS Y MEDIADO POR TIC
PARA ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
LIBRE DEL MUNICIPIO DE CIRCASIA QUINDÍO**

ROBINSON PATIÑO VILLADA

**Trabajo de grado para optar al título de
MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

**Director
CÉSAR AUGUSTO ACOSTA MINOLI, PH.D.**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA, COLOMBIA
2018**

Dedicatoria

A mi madre, por ser la luz y la voz de aliento en cada jornada de este proceso.

A mi hija, por ser mi alegría y mi mayor motivación para avanzar con firmeza y superar dificultades en este proyecto

A mi asesor, por su orientación constante

Al Ministerio de Educación Nacional por el apoyo financiero que permitió llevar a cabo este proceso que significa un mejoramiento académico, personal y profesional en mi vida.

A la Universidad Tecnológica de Pereira, por brindarme un entorno en el cual el aprendizaje se hizo grato y enriquecedor.

Tabla de Contenido

Resumen.....	8
Introducción	9
1.1. Justificación.....	12
1.2. Planteamiento del problema.....	13
1.3. Preguntas de investigación.....	15
1.4. Objetivo del proyecto	16
1.4.1. Objetivo General.....	16
1.4.2. Objetivos específicos	16
Capítulo 2. Marco teórico	17
2.1. Educación matemática	17
¿Qué es un problema?.....	18
2.2. Resolución de problemas	19
2.3. El Aprendizaje Basado en Problemas	20
2.4. Software para la Enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.....	22
Ambientes de aprendizaje	23
2.5. Incorporación de TIC en el aula mediante el modelo SAMR.....	24
2.6. Fundamentos epistemológicos	25
2.6.1. Sistemas de numeración.....	26
2.6.2. Sistema numérico.....	26
2.6.3. Sistema de numeración posicional.....	26
2.6.4. TIC	26
2.6.5. Registros de representación semiótica.....	27
2.6.6. Software Yupana.....	32

2.6.7. Aprendizaje basado en problemas	32
2.6.8. Metodología estudio de clase.....	33
2.6.9. Investigación acción.....	33
2.7.1. Marco normativo.....	33
2.7.2. Ley General de Educación	34
2.7.3. Fines de la Educación	34
2.7.4. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria (Art 22)	35
2.7.5. Plan de estudios (art 38).....	35
2.7.6. Decreto 1290 de abril 17 de 2009	36
2.7.7. Estándares básicos de competencias	36
2.7.8. Estándares básicos de competencias en matemáticas	36
2.7.9. Derechos básicos de aprendizaje (DBA)	38
2.8. Estado del arte.....	39
2.8.1. Referentes nacionales.....	40
2.8.2. Referentes internacionales	42
Capítulo 3. Metodología	44
3.1. Fase uno: elaboración del proceso de intervención	44
3.3. La investigación cualitativa o metodología cualitativa.....	47
3.4. El estudio de casos	49
3.5. La investigación - acción	50
3.6. Diseño de ambientes de aprendizaje.....	52
3.7.1. Identificación de recursos educativos digitales.....	53
3.7.2. Validar el ambiente de aprendizaje.....	54

3.8. Descripción de la institución (Contexto de la Institución Educativa Libre)	54
3.9. Variables de Investigación	56
3.9.1. Población.....	56
3.9.2. Muestra	56
3.9.3. Caracterización de los estudiantes	56
3.10. Instrumento de recolección de datos	58
3.10.1. Técnicas de procesamiento y análisis de datos	58
3.10.2. Tareas específicas de la metodología	58
Capítulo 4. Aplicación metodología análisis resultados	60
4.1. Clasificación de preguntas prueba diagnóstica	60
4.2. Resultados prueba diagnóstica	63
4.2.1. Análisis de resultados de la prueba diagnóstica.....	63
4.3. Informe del desarrollo de las secuencias.....	65
4.3.1. Primer Encuentro “Representemos” (Véase anexo 2)	65
4.3.2. Segundo Encuentro “Convirtamos”. (Véase Anexo 3).....	66
4.3.3. Tercer Encuentro “Operemos” (Véase Anexo 3).....	66
4.3.4. Cuarto Encuentro “Empaquetemos 1” (Véase Anexo 3)	67
4.3.5. Quinto Encuentro “Empaquetemos 2” (Véase Anexo 3).....	67
4.4. Comparativo entre la prueba diagnóstica y la prueba final	68
4.5. Respuesta a las preguntas de investigación.	74
4.5.1.....	74
4.5.2.....	75
Capítulo 5. Conclusiones	76

5.1. Recomendaciones y Trabajo a Futuro.....	78
Bibliografía	80
6. Anexos	95

Listado de Anexos

6.1. Anexos 1. Encuesta para la caracterización del grupo objetivo.....	95
6.2. Anexos 2. Caracterización del grupo de estudio.....	96
6.3. Anexos 3. (Prueba diagnóstica y actividades)	97
6.4. Anexos 4. Análisis grafico prueba diagnóstica.....	120
6.5. Anexos 5. Formato de Evaluación	132
6.6. Anexos 6. Autorizaciones	137
6.7. Anexos 7. Mapa conceptual del marco teórico.....	142

Lista de Tablas

Tabla 1	63
---------------	----

Resumen

El proyecto a ejecutar presenta la disposición de diversas herramientas pedagógicas para la generación de una unidad didáctica de matemáticas para grado sexto, en torno al sistema de numeración posicional. Desde el inicio hay un aprovechamiento de las herramientas tecnológicas, ya que el estudiante recibirá no solamente una formación referencial de la teoría matemática, sino que tendrá un acercamiento a la tecnología a través del programa La Yupana (GEDES, 2015), con el cual hará una apropiación práctica del tema de la unidad diseñada, ya que éste permite una interacción lúdica en el conocimiento y manejo de cálculos diferentes bases.

Se ejecuta entonces un plan de trabajo fundamentado en la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas a través de planteamientos cotidianos y comprensibles para los menores, cuyos análisis requieren los conceptos teóricos y cuyo análisis hace aprovechamiento de la herramienta tecnológica seleccionada.

La fase de observación y análisis de resultados permitirá hacer un balance comparativo sobre la labor del docente en cuanto a las metodologías anteriormente usadas y la que ejecuta con la nueva propuesta, los resultados, los aspectos motivacionales, la interacción que logra con los estudiantes, la forma de evaluación y otros aspectos propios de su desempeño.

Palabras clave.

Unidad didáctica, aprendizaje basado en problemas, sistemas de numeración, herramienta tecnológica.

Introducción

Con su máxima “*Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo*”, un hombre inmerso exitosamente tanto en la ciencia como en la política, Benjamin Franklin anticipó una propuesta que puede interpretarse como la invitación directa al desarrollo de procesos educativos de correlación activa entre actores, de aplicación aprovechable, de ruptura a lo estático y rechazo al método unidireccional.

En el contexto actual y en cualquier espacio territorial que se tome como referencia, las propuestas educativas deben estar regidas por la necesidad de un diseño lógico, contemporáneo y que establezcan al docente unos roles que vayan más allá de una labor rígida o de superioridad jerárquica.

La propuesta que se presenta se expone en un momento en el que se hace explícita, desde los entes nacionales e internacionales responsables y preocupados por la educación la importancia de las matemáticas y un dogma que rompa los anacronismos, que sea renovadora y que dé muestras del aprovechamiento de los avances tecnológicos.

Yendo a una ubicación directa, se establece como punto de estudio, diseño y aplicación de la propuesta la Institución Educativa Libre, del municipio de Circasia Quindío, con una actuación directa en los estudiantes de grado sexto.

El ámbito seleccionado para el diseño de un ambiente de aprendizaje enfocado a las matemáticas y vinculado al aprovechamiento de la tecnología, es identificable como un modelo típico de ambiente escolar regional. En tal entorno es notoria, desde la observación inicial no minuciosa, la necesidad de generar nuevas propuestas pedagógicas y hacer aprovechamiento de herramientas educativas disponibles.

En la ejecución de la propuesta se hace necesario iniciar con la diagnóstico del ejercicio del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, específicamente en el tema de sistemas de numeración posicional, posteriormente se hace un planteamiento teórico con el cual se afianzan los conceptos necesarios. Un ejercicio novedoso es la fundamentación sobre el manejo del software Yupana a emplear como nuevo elemento de aprendizaje sobre el tema propuesto.

El proceso avanza entonces con la apropiación tanto conceptual como del manejo de la herramienta tecnológica y el consecuente aprovechamiento de ambas para la interpretación y resolución de problemas propuestos.

La práctica implica también un registro de las posibilidades tecnológicas y de comunicación con las cuáles se cuenta y el aprovechamiento que se hace de ellas como herramientas de mediación en la enseñanza.

En esta fase cobra un gran valor la acción del docente en la preparación del ejercicio, en el planteamiento de problemas, en la forma y contenidos requeridos para la contextualización, en la definición de sus objetivos y en la determinación del cómo ha de medir sus resultados según los estándares que defina.

La etapa posterior de orientación conceptual sobre las temáticas de la experiencia, la numeración posicional, permite entonces completar los insumos necesarios para la ejecución del estudio de clase, a través de un ejercicio práctico.

El análisis de resultados es una fase definitiva; no obstante sería equivocado enfocarlo exclusivamente hacia la observación del efecto en el estudiante o grupo de estudiantes, donde realmente hay que obtener una medición de impacto es en la manera en la cual la puesta en marcha de una forma novedosa y moderna de desarrollar procesos formativos logra un

mejoramiento en la cualificación del educador, cómo lo hace innovador, de qué manera se evalúa así mismo y corrige sus falencias, cómo se motiva a ser inquieto investigador y generador de propuestas, cómo estrecha la relación con su grupo y se hace notable en el aumento del interés de los jóvenes hacia la asignatura.

Se concluye que la propuesta va enfocada a la generación de un ambiente de aprendizaje contemporáneo, motivador, de aplicación práctica y de aprovechamiento de las herramientas tecnológicas.

Para el docente ha de ser una oportunidad de mejoramiento, de renovación personal y profesional e igualmente una invitación a la generación permanente de propuestas pedagógicas.

A esta elaboración se asocia un sitio virtual (<https://numeracionposicional.blogspot.com.co/>), en el cual se incluyen elementos audiovisuales con los cuales se da cuenta de diferentes momentos del proceso.

Capítulo 1. Justificación, planteamiento del problema y objetivos

1.1. Justificación

En la búsqueda de soluciones al problema de cómo enseñar matemáticas, a los interrogantes sobre la verificación de sus competencias en la vida cotidiana, tanto actual como futura, e igualmente en el deseo de contribuir a la eliminación de los estigmas que tal ciencia ha cargado desde hace décadas, la educación en torno a este conocimiento nos invita y quizás obliga, tanto a crear como a usar herramientas que conviertan el proceso bidireccional entre docente y alumno en una interacción motivadora, agradable, moderna y útil para el futuro.

La propuesta pedagógica se hace importante, en cuanto busca romper esquemas tradicionales de enseñanza, ya que involucra una mediación del docente con un papel dinamizador y no un rol impositivo. El educador tiene entonces la oportunidad de ser un orientador del proceso educativo con la labor implícita de fomentar habilidades y competencias en el educando, permitiéndole que su creatividad, su criterio, sus análisis y propuestas tengan reconocimiento como elementos válidos de la acción formativa.

La intervención de las TIC da igualmente un impulso a la propuesta, ya que es poner a disposición de los estudiantes una adecuada forma de emplear estas herramientas, no exclusivamente con el ánimo del entretenimiento, sino como la manera de generar la comprensión de la tecnología como un apoyo para el aprendizaje, hablando eso sí de una tecnología alcanzable, motivadora, divertida e impulsora de la creatividad.

El ambiente de aprendizaje planteado deja ver una relación directa con los propósitos actuales del Ministerio de Educación, explicados a través de los estándares, lineamientos, matrices de referencia y derechos básicos de aprendizaje, que conjuntamente apuntan a que la

educación básica fomente la inclusión del menor en entornos cada vez más amplios y aplique realmente los conocimientos adquiridos en su diario quehacer actual y futuro.

1.2. Planteamiento del problema

Sin duda alguna, las matemáticas deben reconocerse como una de las ciencias que mayor impacto ha de generar en el estudiante, en tanto que en su cotidianidad habrá de tener que referenciar espacios, tiempo, ubicaciones, dimensiones, relaciones, formas, categorías, etc.

La educación en el área de matemáticas suele tener largos períodos de falta de renovación y aceptación de modelos monótonos que terminan simplemente impulsando el modelo unidireccional de enseñanza.

Se observa igualmente en la práctica, que en gran número los docentes evitan involucrarse con el desarrollo tecnológico y con el aprovechamiento de diferentes herramientas que bien podrían transformar sus clases de lo repetitivo a lo motivador.

Una visión general del panorama permite detectar de inmediato la necesidad de diseñar nuevas maneras de formar, teniendo siempre la necesidad de fijar un propósito para cada aprendizaje y la adecuada selección de materiales y herramientas didácticas, como elementos facilitadores. Lo anterior implica abandonar la idea de enseñar para el instante y de forma repetitiva y enfocarse en el enseñar creativamente y para la vida.

En la búsqueda de un tema referencial que represente el problema, se detecta que el contenido de los sistemas de numeración posicional representa frecuentemente dificultades en sus procesos de enseñanza y aprendizaje e igualmente dejan prever una aplicación de competencias en la cotidianidad inmediata y futura.

Otro aspecto que contribuye a la definición del problema es el escaso o nulo uso que los docentes dan a las herramientas tecnológicas como ayuda para los procesos formativos, sin duda un factor común en las instituciones, donde la educación tradicional sigue imperando.

Lo anterior, suele suceder, puede tener origen en la falta de conocimiento de herramientas tecnológicas útiles, agradables y de fácil aplicación; a partir de allí, se descubre que al involucrar en la experimentación el aprovechamiento de una herramienta como el software Yupana, se han de sumar los componentes académicos, motivacional (ambiente) y tecnológico en busca de dar tratamiento al problema propuesto.

(Acosta, El uso de las herramientas didácticas y su papel facilitador (p.4). Recuperado de https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/2762/TESIS__MTIC_FLOR_ESC_OBAR%20-%20FINAL%20%281%29.pdf?sequence=1, 2014). En relación con el uso de materiales didácticos para el estudio de los sistemas de numeración, estos se presentan como un instrumento mediador para facilitar la comprensión del valor de posición de las cifras en el sistema de numeración. En este sentido los materiales, que pueden ser concretos o computarizados son en esencia un modelo, una forma de representar el sistema de numeración y por tanto cabe resaltar que estos no son ni el fin o el objeto de aprendizaje.

Obviamente, la enseñanza de las matemáticas abarca campos muy amplios y temáticas diversas; proponer un tratamiento general a las dificultades de la formación en matemáticas es totalmente utópico y erróneo, de ahí que la contribución que surge es la aplicación de una metodología enfocada a una unidad didáctica puntual, pero que pueda servir como referencia para la exposición de nuevas ideas que sean adaptables aplicables en otras temáticas específicas.

Ante el problema detectado “enseñanza del sistema de numeración posicional” en el espacio seleccionado para el estudio (Institución Educativa Libre, de Circasia, Quindío), se hace

el esfuerzo de diseñar la propuesta de generación de un ambiente de aprendizaje que, observado a través de la metodología de aprendizaje basado en problemas, genere un impacto en el cómo enseñar y aplicar los sistemas de numeración posicional.

En el espacio referenciado se observa que los temas específicos suelen generar dificultades tanto en la comprensión como en la interpretación o resolución de problemas en los cuales se puedan aplicar las temáticas. Ello genera inquietud en torno al impacto que ha de generar la inclusión de herramientas tecnológicas que sirvan como mediadoras en la acción formativa, pues de lograrse un mejoramiento en los resultados de apropiación, ello puede indicar la necesidad de motivar cada vez más el uso de tales útiles tecnológicos. Por lo tanto, esta inquietud se convierte en generadora de la principal pregunta orientadora de la investigación.

De igual manera, tal como se ha mencionado, es necesario evaluar comparativamente los comportamientos previos con los resultados a posteriori, ya que allí se verifica la utilización de diferentes procesos cognitivos en cada fase desarrollada, esta necesaria medición ha de orientar la segunda pregunta de investigación.

1.3. Preguntas de investigación

¿Cuáles son las ventajas y desventajas de la incorporación de TIC en las dimensiones: organizacional, pedagógica y tecnológica a través de un ambiente de aprendizaje basado en la resolución de problemas para la enseñanza del sistema de numeración posicional en la Institución Educativa Libre de Circasia Quindío?

¿Qué esquemas generales de razonamiento numérico se logran evidenciar en los estudiantes frente a los problemas que se plantean en un ambiente de aprendizaje mediado por TIC?

1.4. Objetivo del proyecto

1.4.1. Objetivo General

Diseñar, desarrollar y validar un ambiente de aprendizaje basado en problemas, mediado por tic, dispuesto para la enseñanza de los sistemas de numeración posicional, que busque desarrollar el pensamiento numérico y el manejo de los sistemas numéricos posicionales a los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Libre, del sector público del municipio Circasia departamento Quindío.”

1.4.2. Objetivos específicos

Analizar el contenido matemático objeto de aprendizaje desde la teoría de resolución de problemas.

Diseñar los ambientes de aprendizaje para cada contenido seleccionado, considerando la teoría de aprendizaje basado en resolución de problemas y la metodología de la indagación.

Aplicar el software educativo Yupana (GEDES), para la enseñanza del contenido matemático objeto de aprendizaje.

Validar el ambiente de aprendizaje por medio de una metodología de investigación cualitativa basada en investigación acción.

Capítulo 2. Marco teórico

Para la elaboración del marco teórico del proyecto tendremos en cuenta no solo la investigaciones realizadas con anterioridad sobre nuestro tema en particular, sino que también abordaremos los conceptos teóricos que se utilizaran en el desarrollo del proyecto, que nos permitan la interpretación de los datos obtenidos y su análisis para formular las conclusiones, iniciamos entonces por lo fundamental que es el estudio de las matemáticas, seguido de conceptos, normas y terminando con las investigaciones que sirven como soporte a esta investigación.

2.1. Educación matemática

El estudio de las matemáticas es considerado como difícil para los estudiantes, por su alto nivel de exigencia en el pensamiento del ser humano, no obstante cabe considerar que las matemáticas, además de dotar a los niños de conocimientos y de tener la misión de prepararlos para la vida, es decir, para dotarlos de competencias para afrontar los enormes retos que trae el siglo XXI, relacionados con los constantes y acelerados cambios científicos y tecnológicos, y la utilización beneficiosa de los mismos (Companioni M. , 2005). En consecuencia, en primera instancia se tiene que enseñar a pensar, de tal forma que el educando busque y encuentre las relaciones entre las cosas e intervenga en ellas de la manera más económica, bajo la razón de que “aprender a pensar es aprender a buscar soluciones adecuadas”. (Companioni M. , 2005). En este sentido, la enseñanza de la matemática desde los albores de la humanidad hasta nuestros días, posee un largo recorrido considerándose como una asignatura necesaria para la preparación de las nuevas generaciones, fundamentalmente en el desarrollo del pensamiento (Campistrous & Rizo, 2013).

Para lograr este objetivo, han sido múltiples las herramientas, recursos y estrategias que ha utilizado desde la didáctica la matemática, y de nuestro interés, aquellos que interactúan en el proceso de enseñanza-aprendizaje y son innatos a su estructura como ciencia, siendo el caso de la resolución de problemas. (Companioni M. , 2005). Ahora:

¿Qué es un problema?

Para precisar se aclara que se entiende por problema, palabra proveniente del griego *προβαλλειν*, que significa “lanzar adelante”, y que (Nieto, 2004) describe como “un obstáculo arrojado ante la inteligencia para ser superado, una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que reclama ser aclarada”.

Igualmente (Campistrous L. y., 2013), denominan problema a toda “situación en la que se presenta un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación”. De esta definición se deduce que lo que es un problema para un individuo puede no serlo para otro, porque no esté interesado en resolverlo o porque ya conozca su solución.

Desde un punto de vista general del concepto de problema, este no se ve muy reflejado en los problemas escolares (presentes en materiales y textos) que tienen características particulares y como fin principal la aplicación de una gama de contenidos de cierta asignatura, cuya solución nace a partir de procesos rutinarios (Campistrous L. y., 2013), que según (Polya, 1976). Se refiere a soluciones casi inmediatas en las que no se requiere mayor esfuerzo. Por lo tanto, ¿Qué es resolver un problema?

Para esta investigación se tomaran dos preguntas relacionadas con el objeto matemático el sistema de numeración posicional y el ambiente de aprendizaje mediado por Tic.

2.2. Resolución de problemas

Para abordar la investigación utilizaremos problemas sobre el sistema de numeración posicional que nos permitan identificar en qué nivel se encuentran los estudiantes al inicio de la investigación y así poder crear las actividades, además se terminara con actividades que proponen la solución de problemas para evaluar el nivel alcanzado después de la aplicación de esta investigación, ya que los seres humanos continuamente solucionamos problemas, desde aquellos que aseguran el sostenimiento de la especie, hasta los trazados por la ciencia y la tecnología. Es tal su importancia, que todo el avance científico y tecnológico, el bienestar y hasta la subsistencia humana dependen de la habilidad de resolver problemas. En consecuencia, esta se ha convertido en un nuevo objeto de estudio en todas las disciplinas científicas y ciencias sociales. En el campo educativo se reconoce ampliamente su importancia, tanto así que para muchas Universidades parte integral de su curriculum, es el desarrollo de la creatividad y la habilidad para resolver problemas (Nieto, 2004).

Al momento de producir un aprendizaje significativo en matemáticas, la resolución de problemas compone una parte fundamental con gran valor y potencial didáctico, debido a que permite contextualizar los conceptos matemáticos implicados en ella (Godino, 2004). Por esta causa, nace la necesidad de incorporar los problemas en la enseñanza de las matemáticas como una herramienta que posibilitará que los alumnos originen a partir de la resolución de problemas nuevo conocimiento matemático. Lo anterior se evidencia en el trabajo realizado por (Cerdan, 1998), en el cual describen como las operaciones aritméticas al ser introducidas a partir de problemas formulados en diferentes contextos adquieren significado para los alumnos.

Igualmente, (Polya, 1976), propone que el profesor apoye y oriente inicialmente a los estudiantes a desarrollar los procesos de resolución de problemas en los que intervienen la

heurística y la reflexión, con la intención de que después los estudiantes puedan seguir por sí mismos estos procesos. (Sepúlveda A. M., 2009). Complementando el trabajo de (Schoenfeld, 1991), incorpora y justifica la dimensión cognitiva en el proceso de resolución de problemas, que al ser una habilidad que se va desarrollando con el tiempo, ayuda en la identificación de desviaciones y contradicciones que se cometen en el camino de solución, construyendo procesos de reflexión asociados a acciones mentales presentes en dichas soluciones, llamados procesos metacognitivos. En consecuencia, se reconoce que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso continuo en el que se incorporan los distintos agentes educativos (conocimiento, docente, estudiante, entre otros), obteniendo un mayor beneficio cuando es mediado por un ambiente de resolución de problemas, el cual permite a los estudiantes desarrollar modos de pensar equilibrados con la labor de la ciencia. (Sepúlveda A. M., 2009). Así, estos autores plantean que “el reto en la instrucción matemática es generar condiciones de aprendizaje para los estudiantes en las que se reflejen valores propios relacionados con el desarrollo de la disciplina”.

2.3. El Aprendizaje Basado en Problemas

El aprendizaje basado en problemas nos permitirá abordar el sistema de numeración posicional desde diferentes puntos, ya que permite la contextualización de los conceptos, también se pueden observar las diferentes formas de resolver un problema ya sea individual o colectivamente o la comunicación entre pares para hallar una solución, brindándonos diferentes posibilidades en el momento del análisis,

Desde hace mucho tiempo, el modelo de educación tradicional con una línea de tendencia conductista ha sido preponderante en las prácticas de aula donde se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje, desde el inicio de la escolaridad hasta la educación superior (Castillo, 2006). En este tipo de metodología existe como protagonista la figura de un docente quien es

quien posee todo el conocimiento, la experiencia y la respuesta a todos los interrogantes del estudiante, en donde este último, en múltiples ocasiones se convierte en un mero receptor de información, que memoriza y se prepara para responder a evaluaciones. En contraparte, durante los últimos años distintos investigadores educativos han desarrollado una metodología centrada en el aprendizaje, desde la reflexión que siguen los estudiantes para llegar a la solución de un problema.

El Servicio de Innovación Educativa (UPM, 2008), menciona a (Barrows, 1986) y a su definición del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos”. Igualmente, (Prieto, 2006), señala que “el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos”, de lo cual se infiere, que los estudiantes toman parte activa del aprendizaje, realizando trabajo autónomo, dando la oportunidad de transversalizar distintas asignaturas para la resolución de un problema y por lo cual desarrollan múltiples competencias, en las que (Woods, 1997), como lo citaron (Miguel, 2005) y (Prieto, 2006) destacan:

- Resolución de problemas cotidianos y del contexto profesional.
- Toma de decisiones.
- Trabajo en equipo.
- Habilidades de comunicación como argumentación y presentación de información.
- Aprendizaje autodirigido y permanente así como pensamiento crítico.
- Habilidades de evaluación y autoevaluación.
- Razonamiento eficaz y creatividad.

En este sentido, el docente toma un papel de tutor, guía, y facilitador del aprendizaje, el cual brinda diversas oportunidades de aprendizaje a sus estudiantes, llevándolos a un pensamiento crítico, que les permita reflexionar y formular cuestiones más allá de la situación planteada, otorgando al estudiante un papel protagónico en la construcción de su aprendizaje (UPM, 2008).

2.4. Software para la Enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Es necesario saber cómo el papel que juega el software educativo en la enseñanza y en especial en la enseñanza de las matemáticas, ya que esta investigación busca validar la implementación de las Tic en la educación matemática, para ello El National Council of Teachers of Mathematics "(NCTM, 2000), referenciado en (Aleman, 2009), afirma que:

Las tecnologías electrónicas, tales como calculadoras y computadores, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y "hacer" matemáticas. Ofrecen imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de los datos y hacen cálculos en forma eficiente y exacta. Ellas pueden apoyar las investigaciones de los estudiantes en todas las áreas de las matemáticas, incluyendo números, medidas, geometría, estadística y álgebra. Cuando los estudiantes disponen de herramientas tecnológicas, se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas. Con estos argumentos podemos decir que la investigación está bien dirigida, ya que busca identificar ventajas y desventajas de la incorporación de herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas.

"Los estudiantes pueden aprender más matemáticas y en mayor profundidad con el uso apropiado de la tecnología" (Dick, 1994); (Barrows, 1986), citado por (Aleman, 2009), ya que puede llegar a ser una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias

preguntas o problemas, que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas (Gamboa, 2007). Aunque esta no se debe utilizar como un reemplazo de la comprensión básica y de las intuiciones; más bien, puede y debe utilizarse para fomentar esas comprensiones e intuiciones. En los programas de enseñanza de las matemáticas, la tecnología se debe utilizar frecuente y responsablemente, con el objeto de enriquecer el aprendizaje de las matemáticas por parte de los alumnos (Aleman, 2009).

Ambientes de aprendizaje

Uno de los aspectos más importantes de esta investigación está relacionado con el ambiente de aprendizaje, como es el entorno en que los estudiantes aprenden, si es adecuado, si permite el libre pensamiento, si se pueden desarrollar actividades que generen en los estudiantes actitudes y aptitudes de pensamiento crítico y científico relacionado con las matemáticas y su contexto social, en donde el docente sea un mediador entre el conocimiento y el estudiante, es por ello que tomamos la definición de un ambiente de aprendizaje como:

Es un espacio construido por el profesor con la intención de lograr unos objetivos de aprendizaje concretos, esto significa un proceso reflexivo en el que se atiende a las preguntas del qué, cómo y para qué enseñó. En los ambientes intervienen diferentes actores teniendo en cuenta las concepciones pedagógicas del profesor; en él, los mismos desempeñan roles diversos. Para este caso los actores son: los estudiantes, el profesor y un material educativo computarizado basado en problemas. (Boude, 2008),

(Jaramillo P. C., 2009), agregan que:

El docente crea las condiciones necesarias para que el estudiante pueda aprender directamente frente a los estímulos del ambiente de aprendizaje. En la actualidad, muchos de estos espacios son apoyados mediante la integración de Tecnologías de Información y

Comunicación (TIC), con el fin de trascender el aula física y el tiempo de la clase, enriquecerlos con nuevas alternativas pedagógicas y proveer a los estudiantes de experiencias significativas y mejores oportunidades de aprendizaje. Considerándose tres factores fundamentales, de los muchos que existen en los ambientes de aprendizaje: el (los) profesor(es), los estudiantes y las TIC.

2.5. Incorporación de TIC en el aula mediante el modelo SAMR

Para el docente es importante mantenerse a la vanguardia del proceso de enseñanza, por lo cual no es ajeno a la evolución del ser humano en lo que se refiere a lo tecnológico, en las instituciones educativas ha llegado gran cantidad de material como computadores, Tablet, que permiten la incorporación de la tecnología en la educación, es por ello que en las prácticas docentes, muchos docentes tienen el ideal de que el uso de la tecnología en las aulas permitirá una serie de cambios rápidos y radicales en la manera en que enseñan y en la manera en que aprenden sus estudiantes. Dado esto, para ayudar a los docentes a conseguir los objetivos que se plantean con el uso de la tecnología en las aulas, existe un modelo llamado SAMR (Acrónimo de las palabras en inglés Substitution, Augmentation, Modification and Redefinition), que será de gran ayuda para determinar el momento del proceso de la incorporación de la tecnología (Gomez, 2015).

Este modelo establece las siguientes fases:

1. Se inicia introduciendo la tecnología como un nuevo elemento más de la clase, pero no se hacen cambios al método para dar la clase. Denominándose este estadio como la Sustitución, permitiendo que se convierta en un nuevo elemento, no disruptor, y que produce altos niveles de motivación tanto para los estudiantes como para el docente.

2. Una vez que hay una adaptación de los estudiantes y el profesor al medio, se inicia la fase de la Aumentación, cuyo objetivo es sustituir a otros medios que se utilizaban anteriormente en la clase, produciendo además cambios metodológicos de cierta importancia en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

3. En la tercera fase, la tecnología llega al aula y los estudiantes y docentes la utilizan de manera intuitiva, sin sufrir tensiones por ello.

4. En la siguiente fase, Modificación se pretende lograr cambios metodológicos muy importantes con el uso de la tecnología, los estudiantes por ejemplo, son capaces de crear contenidos haciendo uso de sus dispositivos.

5. En la cuarta y última fase, la Redefinición, los estudiantes son capaces de aprender con la mediación de la tecnología de una manera intuitiva. Elaboran contenido, y lo comparten con sus pares usando las redes. En esta etapa la tecnología ya es un elemento fundamental dentro del aula(Gomez, 2015).

2.6. Fundamentos epistemológicos

El conocimiento matemático es fundamental para el desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes, los sistemas de numeración son fundamentales en dicho desarrollo mental, es por esto que esta investigación se preocupa del concepto que se enseña y como se realiza el proceso de enseñanza, es por ello que abordamos las definiciones que se tendrán en cuenta en la construcción y elaboración de cada actividad.

2.6.1. Sistemas de numeración

Se denomina sistema de numeración al conjunto de reglas y convenios que utilizamos para nombrar y escribir los números, empleando la menor cantidad de palabras y símbolos.

(recursostic.educacion.es)

El sistema de numeración decimal se caracteriza por:

a) Utilizar diez cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

b) Tiene como base el número el número 10, es decir cada 10 unidades de un orden constituyen una unidad de orden inmediatamente superior.

c) El valor relativo de una cifra viene dado por el lugar que ocupa (unidades, decenas, centenas, etc.

2.6.2. Sistema numérico

El sistema numérico es un conjunto de números ordenados según una regla. Hay números más grandes que otros, están los que tienen una cifra y otros que tienen más. Todos se pueden ordenar de menor a mayor y viceversa. (Aula365, 2017).

2.6.3. Sistema de numeración posicional

En un sistema de numeración posicional, cada cifra representa a un valor relativo diferente, dependiendo de su valor absoluto y de su posición en una secuencia de dígitos. Esta característica le convierte en un sistema de numeración adecuado para realizar operaciones matemáticas por escrito, tales como: la suma, la resta, la multiplicación o la división (Pes, 2000).

2.6.4. TIC

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación, también conocidas como TIC, son el conjunto de tecnologías desarrolladas para gestionar información y enviarla de un lugar a otro. Abarcan un abanico de soluciones muy amplio. Incluyen las tecnologías para almacenar

información y recuperarla después, enviar y recibir información de un sitio a otro, o procesar información para poder calcular resultados y elaborar informes.

Las TIC se conciben como el universo de dos conjuntos, representados por las tradicionales Tecnologías de la Comunicación (TC) - constituidas principalmente por la radio, la televisión y la telefonía convencional - y por las Tecnologías de la información (TI) caracterizadas por la digitalización de las tecnologías de registros de contenidos (informática, de las comunicaciones, telemática y de las interfaces). (UdeA, 2015).

2.6.5. Registros de representación semiótica.

Para nuestra investigación consideramos pertinente la aplicación de los registros de representación semiótica que permiten la identificación clara del proceso enseñanza aprendizaje del conocimiento.

El ejercicio a desarrollar implica, sin duda, la búsqueda de un vínculo entre una imagen o símbolo y un significado conceptual, exige también el fomento de la habilidad de interpretar una situación o problema desde distintas perspectivas. La percepción inicial debe entonces trascender hacia el planteamiento del mismo problema desde diversos enfoques o referentes, para llegar a la construcción de una interpretación propia y hacia el aprovechamiento del nuevo aprendizaje.

Lo anterior lleva a la búsqueda de un enfoque adecuado y que vaya a tono de los logros esperados, siendo el más adecuado el de Registro de Representación Semiótica, propuesto por (Duval, 2004), investigador del aprendizaje matemático y los registros de representación semiótica para la aprehensión del conocimiento matemático.

Para (Duval, 2004), el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva

que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas de barra, diagramas de torta, etc.

Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente, entendiéndose por tal a la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual.

Esto puede ser la causa de obstáculos que sólo la coordinación de varios registros semióticos ayuda a remontarlos, y en consecuencia el dominio de la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica en el aprendizaje de la matemática se torna fundamental.

En síntesis, los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Si no se distingue el objeto matemático (números, funciones, rectas, triángulos, etc.) de sus representaciones (escritura decimal o fraccionaria, gráficos, trazados de figuras, etc.) no puede haber comprensión en matemática.

Por otra parte, las representaciones semióticas no deben confundirse con las representaciones mentales es decir con el conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener acerca de un objeto, una situación y sobre todo lo asociado al mismo.

En matemática, las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática. El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. Cuando realizamos cálculos numéricos vemos que existe una dependencia del sistema de escritura elegida: escritura decimal, escritura fraccionaria, escritura binaria, etc. Los tratamientos matemáticos no pueden llevarse a cabo prescindiendo de un sistema semiótico de representación. La función de tratamiento solo la pueden llevar a cabo las representaciones semióticas y no las representaciones mentales. “La utilización de representaciones semióticas es primordial para la actividad matemática y para serle intrínseca” (Duval, 2004).

El progreso de los conocimientos va acompañado por la creación y desarrollo de sistemas semióticos nuevos y específicos que coexisten con el primero de ellos, este es, la lengua natural.

Semiótica y Noética

Resulta conveniente analizar la diversidad de vías de accesos a un problema propuesto y la multiplicidad cognitiva de los alumnos en una misma clase, en consecuencia, se torna importante estudiar las condiciones de organización de los cambios de registros a los fines del aprendizaje.

El interés fundamental para los investigadores en didáctica de la matemática, es la adquisición, por parte del alumno, del concepto matemático, lo que se denomina noética. Ahora bien, no hay noética sin semiótica, es la semiótica la que determina las condiciones de posibilidad y de ejercicio de la noética. Es decir, no habrá aprendizaje sin el recurso de varios

sistemas semióticos de representación lo que implica la coordinación entre los mismos por parte de los alumnos.

El pasaje de un sistema de representación a otro o la puesta en juego simultánea de varios sistemas de representación en el desarrollo de una clase no resulta, para nada, evidente o espontáneo para nuestros alumnos. En general les cuesta reconocer el mismo objeto a través de sus representaciones en distintos registros semióticos.

Cada concepto matemático:

- No es un objeto real.
- Está obligado a utilizar representaciones de distintas naturalezas.

En matemática se habla de “objetos matemáticos” y no de “conceptos”. Por lo tanto, el objeto matemático por conceptualizar no es un objeto real, no es una cosa según el sentido de Aristóteles y en consecuencia no existe accesibilidad objetiva a la percepción, por esta causa surge la necesidad de recurrir a signos concretos para representarlos.

La actividad matemática se realiza sobre los objetos y sobre los representantes, surgiendo así la paradoja del pensamiento matemático. La misma consiste en: Las representaciones semióticas posibilitan la actividad sobre los objetos matemáticos pero el aprendizaje de los objetos matemáticos es un aprendizaje conceptual: Los registros semánticos de representación.

1. El que aprende puede confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas.

2. Pero por otra parte ¿cómo se logra el dominio de los tratamientos matemáticos, ligados a las representaciones semióticas si no tienen ya un aprendizaje conceptual de los objetos matemáticos?

Según (Duval, 2004), la adquisición conceptual de un objeto matemático se basa en dos de sus características fuertes:

El uso de más de un registro de representación semiótica,

La creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos se constituye en símbolo de progreso de conocimiento.

Un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis:

a) La presencia de una representación identificable.

b) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada...

c) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...". Es decir con dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones.

Designando:

r_m = registro semiótico m-ésimo, con $m = 1, 2, 3, \dots$

$R_{mi}(A)$ = representación semiótica i-ésima ($i = 1, 2, 3, \dots$) de un objeto A en el registro semiótico r_m .

Si se produce un cambio de registro semiótico también se modifica la representación semiótica, en cambio si se produce un cambio de representación semiótica no necesariamente cambia el registro.

Distintas representaciones semióticas de un mismo concepto, ejemplos: Concepto:

Número Fraccionario

Registro semiótico r^1 : lenguaje común

Representación semiótica R^1_1 : un cuarto.

Representación semiótica R^1_2 : la mitad de la mitad.

Registro semiótico R^2 : lenguaje aritmético

Representación semiótica R^2_1 : $1/4$ (escritura fraccionaria)

Representación semiótica R^2_2 : 0,25 (escritura decimal)

Representación semiótica R^2_3 : 25×10^{-2} (escritura exponencial).

Registro semiótico r^3 : lenguaje algebraico (Docplayer, 2015).

2.6.6. Software Yupana

El programa que se trabajara para esta investigación es el software Yupana, que se seleccionó por ser una herramienta práctica y fácil de utilizar para los estudiantes, ya que posee un entorno agradable y llamativo para ellos. Yupana es un Programa de computación que se fundamenta en un instrumento de conteo de la cultura inca. Como herramienta tecnológica actual, es un material que permite potenciar en los niños el desarrollo del pensamiento numérico, el cual es fundamental para la solución de problemas matemáticos que estén directamente relacionados con el manejo de unidades de medida, como la distancia, aéreas, volúmenes y otros. Posee un ambiente interactivo, con graficas llamativas, ejercicios resueltos y una serie de actividades de evaluación que permiten analizar la evolución del niño. Dirigido especialmente para estudiantes de los grados de básica. (GEDES, 2015).

2.6.7. Aprendizaje basado en problemas

Es una metodología que permite desarrollar la capacidad del estudiante de resolver situaciones de la vida real a partir de la aplicación de funciones cognitivas, el desarrollo de actitudes y la apropiación del conocimiento.

De acuerdo con el artículo El aprendizaje basado en problemas: una metodología basada en la vida real. (Beltran, 2017).

En el aprendizaje basado en problemas se trabaja a partir del planteamiento de un problema, lo que conduce a los estudiantes a generar conflictos cognitivos, buscar soluciones a la situación, la detección de necesidades en su aprendizaje que permitan resolverla, la investigación en torno al problema, su análisis y finalmente su resolución, lo que conduce a aprendizajes significativos que llevan al desarrollo de competencias académicas y profesionales. (Vargas, 2017).

2.6.8. Metodología estudio de clase

Es una metodología de cualificación docente que permite reflexionar sobre las prácticas de aula a partir de la planeación, la observación y el análisis de las clases. También se concibe como una estrategia de trabajo de un equipo que decide aprender de sus propias prácticas en beneficio de los procesos de enseñanza y aprendizaje, acordes con el fortalecimiento de las competencias de los estudiantes. (Universitaria, 2013).

2.6.9. Investigación acción

La investigación en la acción es un método de investigación cualitativa que se basa, fundamentalmente, en convertir en centro de atención lo que ocurre en la actividad docente cotidiana, con el fin de descubrir qué aspectos pueden ser mejorados o cambiados para conseguir una actuación más satisfactoria. (Cervantes, 2016).

2.7. Orientaciones curriculares

2.7.1. Marco normativo

Esta investigación está construida dentro del marco legal de la República de Colombia, el Ministerio de Educación Nacional y la ley general de educación que rige en nuestro país, como

referente inicial debe citarse la Constitución Política de Colombia de 1991, en cuyo artículo 67 se dispone:

“La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente (...)”.(Colombia, 1991).

2.7.2. Ley General de Educación

La ley general de Educación reglamenta las normas que otorgan claridad sobre los conceptos de currículo, plan de estudios, fines de la educación, etc.

Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.”

Plan de estudios. Es el esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativos.” (MEN, 1994).

2.7.3. Fines de la Educación

Cuyo numeral 5 expresa: La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

De la misma norma se cita en el numeral 9: El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país. (MEN, 1994).

2.7.4. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria (Art 22)

Que en su literal c dispone El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.(MEN, 1994).

2.7.5. Plan de estudios (art 38)

Documento que debe expresar la intención e identificación de los contenidos, temas y problemas de cada área, señalando las correspondientes actividades pedagógicas, los logros, competencias y conocimientos que los educandos deben alcanzar y adquirir al finalizar cada uno de los períodos del año escolar, en cada área y grado, la metodología aplicable a cada una de las áreas, señalando el uso del material didáctico, textos escolares, laboratorios, ayudas audiovisuales, informática educativa o cualquier otro medio que oriente o soporte la acción pedagógica; Indicadores de desempeño y metas de calidad que permitan llevar a cabo la autoevaluación institucional. (MEN, 1994).

2.7.6. Decreto 1290 de abril 17 de 2009

(Propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes). Siendo la guía para verificar el logro de las competencias, a través de evidencias (de desempeño, de producto o de conocimiento). (MEN, 1994).

Competencias: básicas, ciudadanas y laborales.

2.7.7. Estándares básicos de competencias

Resumiendo las prioridades en el objetivo de formar ciudadanos matemáticamente competentes (Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, del mundo de las ciencias y del mundo de las matemáticas mismas). Se fijan igualmente estándares de aplicación diaria: Dominar el lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano; así como usar diferentes representaciones, Razonar y usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración, Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz.(MEN., 2006).

2.7.8. Estándares básicos de competencias en matemáticas

Formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Los estándares se encuentran organizados en cinco tipos de pensamiento matemático: Pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Cobran entre ellos gran importancia,

para el estudio propuesto, el pensamiento métrico y sistema de medidas e igualmente el pensamiento aleatorio y sistema de datos. (MEN., 2006).

Pensamiento métrico y sistemas de medidas (estándares)

Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).

Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.

Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.

Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos (estándares básicos)

Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.

Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (Diagramas de barras, diagramas circulares.)

Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.

Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.

Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.

Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.

Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística. (MEN, 2003).

Estándares básicos de competencias en matemáticas grados 6 y 7

(Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos)

Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).

Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).

Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.

Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representa. (MEN, 2003).

2.7.9. Derechos básicos de aprendizaje (DBA)

Entre los derechos planteados para matemáticas del grado sexto (grupo de estudio) y que tienen mayor relación con el estudio de caso propuesto se encuentran los siguientes:

Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos,

Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.

Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos.

Utiliza y explica diferentes estrategias (desarrollo de la forma o plantillas) e instrumentos (regla, compás o software) para la construcción de figuras.

Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.

Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades.

Identifica y analiza propiedades de covariación directa e inversa entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.)

Opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas.(MEN, 2017).

2.8. Estado del arte

Diversas experiencias pedagógicas referenciales dan cuenta de la necesidad de diseñar unidades didácticas en temáticas específicas de las matemáticas, ya no solamente pensando en su complejidad, como razón de ser, sino también en diferentes maneras de motivar el aprendizaje en los estudiantes y en el aprovechamiento que puede darse en la utilización práctica de los conceptos, procedimientos, o aplicaciones.

Se exponen a continuación algunos casos de ejercicios didácticos e investigaciones que sirven como referentes para el proceso que se expone para la generación de una propuesta local.

2.8.1. Referentes nacionales

“Construcción de sistemas de representación numérica en el aula de clase potenciando la competencia comunicativa”.(Vásquez, 2011).

Cindy Carolina Vásquez (Universidad Nacional de Colombia) desarrolló su estudio luego de tomar un grupo de estudio (grado sexto) en la Institución Educativa Almirante Padilla, de Bogotá, donde observó dificultades en el uso de la numeración decimal.

El estudio de caso llevó a la investigadora a generar una propuesta que fuera motivadora del interés de los estudiantes y tras su proceso optó por generar actividades de lectura y escritura de textos relacionados con las matemáticas. El aporte del ejercicio fue el hecho de potencias formas de expresar ideas de una manera más técnica en cuanto al uso de un lenguaje matemático que previamente les era ajeno o sumamente complejo y que dejó de serlo al convertirlo en un universo cotidiano a través de las lecturas.

“Aprendizaje del Valor Posicional en Estudiantes de Grado Sexto”. (Ramírez, 2011).

Esta investigación para la Universidad Nacional de Colombia, puesta en marcha por Oscar Alonso Ramírez Castro, enfatizó en la necesidad de las falencias en el uso de los números naturales de los estudiantes de grado sexto de la institución Alianza Educativa Colegio Jaime Garzón, en cuanto a la confusión conceptual de los números de números racionales, irracionales, y reales y al realizar operaciones con tales sistemas.

El ejercicio de Ramírez Castro, luego de brindar referentes conceptuales y exponer los sistemas numéricos antiguos, permitió hacer un juego comparativo de los sistemas cotidianos y

contemporáneos (el decimal) con modelos anteriores (principalmente el babilónico), el eje principal del trabajo fue el enfoque hacia el valor posicional numérico.

“Uno más uno son diez: recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje de los números binarios en educación secundaria”. (Franco, 2008).

Antonio Joaquín Franco Mariscal compila diversas herramientas didácticas útiles para el aprendizaje de diversas temáticas que suelen generar dificultades para los estudiantes (números binarios, sistemas numéricos, operaciones aritméticas, aplicaciones digitales) y uso de la tecnología.

Franco genera un gran aporte al enfatizar en que si bien la tecnología es un campo de acción cada vez mayor y más incluyente, no toda la enseñanza debe enfocarse a su utilización en las TIC, sino que la cotidianidad requiere el uso de sistemas numéricos en cualquier aspecto.

“¿43 se puede leer como “cuatro subido a la tres?: un estudio sobre las estrategias de construcción de la representación polinomial”. (Ruiz, 2014). Fundamentan su propuesta metodológica en los problemas de los niños, entre 9 y 11 años, para generar la representación polinomial de numerales escritos en el sistema decimal de numeración

El ejercicio, que se desarrolló en la ciudad de Popayán, con estudiantes de 4°, 5° y 6°, se inició con la observación de las formas de representación numérica que hacían los menores, el aspecto fundamental en este momento fue la exploración del pensamiento de los menores, su interpretación y sus maneras de expresión de un tema para ellos aún desconocido. Siendo entonces un ejercicio con suma libertad. El método posteriormente usado involucró el uso de tarjetas, con representaciones numéricas, como herramientas de aprendizaje.

Sistemas de numeración antiguo como unidad didáctica para el desarrollo del pensamiento numérico, una reflexión (Guzmán, 2013).

Este trabajo colectivo del Departamento de Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia, tiene un gran énfasis en la conceptualización y los referentes de los modelos numéricos a través de la historia.

Se busca generar una herramienta didáctica en la cual el pensamiento numérico se va desarrollando a la par de la comprensión de la evolución histórica de los sistemas numéricos en diferentes culturas, ello permite entender la transformación gráfica y analítica, así como las relaciones matemáticas propuestas por cada civilización.

Es de gran importancia la propuesta en cuanto a marcar un desarrollo evolutivo continuo que de manera lógica y estableciendo vínculos entre una y otra etapa, arriba a los sistemas contemporáneos, mostrando las relaciones, permitiendo comparaciones y haciendo que el sistema decimal, se entienda como una fase componente de todo un devenir del desarrollo de las matemáticas.

2.8.2. Referentes internacionales

Sistemas de Numeración: Consideraciones sobre su enseñanza.

En este documento de la Revista Iberoamericana de Educación se plantean diversos interrogantes sobre el cómo se enseñan los sistemas numéricos y principalmente para qué; este análisis busca crear una respuesta al qué tanto inciden las matemáticas y la enseñanza del sistema numérico en el fracaso escolar; como aspecto de gran importancia, el texto propone que la enseñanza del sistema numérico tenga una finalidad práctica, vinculada a la resolución de situaciones de la cotidianidad humana. (Terigi. F y Wolman. S, 2007).

Sistemas de Numeración Operaciones- Códigos. (Ruano, 2012).

Un buen documento para proponer conceptualizaciones propias del trabajo numérico es este documento generado por la Universidad Nebrija.

El texto presenta muy claras explicaciones sobre diversos sistemas (binario, octal, hexadecimal, decimal) y distintas operaciones y representaciones de los mismos.

La construcción individual del sistema de numeración convencional. (Bassedas S. , 1982).

El instituto de Investigación de Psicología aplicada a la educación (de Barcelona), publica el trabajo de (Bassedas S. , 1982), basado en una experimentación y observación de niños de seis a diez años; lo que se buscó fue analizar cómo los menores, desde un aprendizaje previo a la etapa escolar, tienen unas maneras que podrían observarse como sistemas propios de numeración y representación gráfica de situaciones vinculadas a lo numérico.

La enseñanza del sistema de numeración en los primeros grados.(Terigi.F., 2007),
Susana Wolman, investigadora de la Universidad de Buenos Aires, hace una revisión de las maneras tradicionales de enseñar matemáticas y específicamente los sistemas numéricos.

Una de las grandes críticas que hace Wolman como lo citó (Lerner, 2011), apunta a que muchas de las maneras tradicionales de enseñanza son un proceso unidireccional, en el cual los docentes brindan la información, los ejemplos, los métodos y las conclusiones.

Propone entonces que la educación matemática debe ser interactiva, de construcción bidireccional y con libertad para que los menores expresen sus ideas, representaciones y significantes.

Sistemas numéricos y su didáctica para Maestros (Cid, 2003).

Para el momento de su publicación, este libro sobre enseñanza de sistemas numéricos se fundamentó en los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación de España.

Con amplias y bien seleccionadas temáticas, el documento es un manual tanto para el docente como para el estudiante sobre el tema referido.

Capítulo 3. Metodología

La metodología adoptada para esta investigación es de carácter general para todo el macro proyecto, consiste en la aplicación de fases que permiten abordar el diseño elaboración, aplicación y validación de todo el proceso investigativo sobre el sistema de numeración y la aplicación de las Tic en dicho proceso de enseñanza en las matemáticas.

3.1. Fase uno: elaboración del proceso de intervención

Descripción de la fase uno:

La primera fase tiene por objeto diseñar y desarrollar los ambientes de aprendizaje en diferentes áreas del conocimiento Matemático basados en resolución de problemas, mediados por TIC y metodología de la indagación que permitan promover el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de educación básica secundaria y de educación media de algunas instituciones educativas del sector público de los Departamentos del Quindío y Risaralda. (Gedes, 2017).

Dicho proceso se realizará con el equipo de estudiantes de maestría en enseñanza de la matemática y el equipo investigativo del Grupo GEDES.

La metodología de investigación en esta fase corresponde a la investigación-acción enmarcada desde los presupuestos de (Stenhouse L. , 1985), quien la define como "Una indagación (basada en la curiosidad y el deseo de comprender) sistemática (respaldada por una estrategia) y autocrítica (permite hacer una valoración sobre algo)". La investigación acción permite que las aulas de clase se conviertan en laboratorios y los profesores, desde su función de investigadores, en ejecutores de las teorías educativas propuestas.

De esta manera los estudiantes de la maestría desarrollarán procesos de observación, exploración, experimentación, interpretación y producción de conocimiento, para hacer de estas acciones, parte integral de su cotidianidad personal y del aula. (Luévano, 2011).

Diseño Metodológico de la Fase Uno:

Población: La población en la que se desarrollará la fase uno comprende docentes y estudiantes de las diferentes instituciones educativas adscritas al macro proyecto en la región:

Los profesores (Estudiantes de Maestría) participantes en su mayoría son profesionales egresados de licenciatura en matemáticas, o en matemáticas y computación de la Universidad del Quindío y licenciados en matemáticas y física de la Universidad tecnológica de Pereira con formación como estudiantes de la maestría en enseñanza de la matemática. La población de estudiantes comprende jóvenes entre los 11 y 17 años de edad en estratos económicos 1,2 y 3.

La metodología de la FASE UNO consta de las siguientes etapas:

1) Etapa de Diseño. Se realizará un trabajo de indagación, exploración y elaboración de materiales para el desarrollo de las tareas.

2) Etapa de Desarrollo: Los investigadores y el equipo de desarrollo trabajarán con la información recolectada en la etapa uno para el desarrollo y elaboración de los ambientes de aprendizaje, considerando los contenidos del currículo de las instituciones educativas participantes.

3) Etapa de puesta en común: Los Investigadores, docentes participan en un proceso iterativo (Cinco Iteraciones, es decir cinco reuniones con los profesores) de desarrollo y retroalimentación donde se discuten las mejoras y los errores en el diseño e implementación del software y de los materiales de apoyo.

4) En esta se realizará un análisis preliminar de la información, durante las sesiones de trabajo con docentes, e investigadores. (Gedes, 2017).

Fase dos: Validación del Proceso de Intervención

Descripción de la fase dos:

Esta fase tiene por objetivo validar cualitativamente los ambientes de aprendizaje desarrollados en la fase uno de las diferentes áreas del conocimiento Matemático seleccionadas por los estudiantes de maestría. Adicionalmente se describirán las experiencias de los estudiantes y sus diferentes estrategias de resolución de problemas. (Gedes, 2017).

Por tanto se considera que la metodología de investigación en esta fase corresponde a un enfoque cualitativo de tipo fenomenológico (Sampieri, 2010), debido a que este enfoque metodológico permite obtener la información confiable y describir los aspectos relevantes que se presentan en la medida que se dan las diferentes interacciones con los componentes y con la población la cual se observará, para entender y describir cómo los estudiantes de los respectivos cursos de las instituciones participantes interactúan en el ambiente de aprendizaje mediado por TIC para el desarrollo de su pensamiento matemático.

Población de estudio. La investigación se desarrollará con los estudiantes de las instituciones educativas adscritas al macro-proyecto. La descripción de la población y sus detalles específicos se ampliarán en cada uno de los proyectos asociados. Es de resaltar que los estudiantes podrán participar de las actividades de investigación siempre y cuando sus padres se lo permitan mediante un consentimiento informado. De esta forma los diferentes ambientes de aprendizaje se validarán simultáneamente en cada una de las instituciones educativas. (Gedes, 2017).

La metodología de esta fase consta de las siguientes etapas:

1. Etapa de desarrollo de actividades en el aula y retroalimentación, el proceso de intervención en el aula tendrá una duración de 8 semanas con una intensidad presencial total de 4 horas durante las cuales se pondrá en práctica la estrategia diseñada con los contenidos propuestos en la etapa 2 de la fase UNO. Adicionalmente, en esta etapa se observarán y registrarán todos los acontecimientos que suceden en el aula relacionados con el ambiente de aprendizaje, las actitudes de los estudiantes y las actitudes del docente frente al desarrollo de la misma, con el fin de mejorar y retroalimentar las actividades propuestas.

3. Etapa de sistematización de la información

En este espacio se realizará el análisis de la información, durante las sesiones de trabajo en el aula, antes y después del tratamiento; además de los resultados de los instrumentos aplicados durante el proceso de investigación. Se recopilarán, de igual forma, las experiencias vividas por los estudiantes en la etapa anterior, se confrontarán los resultados obtenidos con la teoría que sustenta el desarrollo del proyecto, con el fin de organizar y presentar las conclusiones y proyecciones de la investigación. (Gedes, 2017).

3.3. La investigación cualitativa o metodología cualitativa

Para esta investigación se utilizara un método cualitativo que permita brindar no solamente aspectos cuantitativos sino también cualitativos que consideramos los más adecuados cuando se habla de investigación en educación matemática, ya que se abordan las diferentes formas de pensamiento de los estudiantes. Es un método de investigación que se basa en cortes metodológicos basados en principios teóricos tales como la fenomenología, hermenéutica, la interacción social empleando métodos de recolección de datos que son no cuantitativos, con el propósito de explorar las relaciones sociales y describir la realidad tal como la experimentan los correspondientes.

La investigación cualitativa requiere un profundo entendimiento del comportamiento humano y las razones que lo gobiernan. A diferencia de la investigación cuantitativa, la investigación cualitativa busca explicar las razones de los diferentes aspectos de tal comportamiento.

El método cualitativo investiga el por qué y el cómo se tomó una decisión, en contraste con la investigación cuantitativa la cual busca responder preguntas tales como cuál, dónde, cuándo. La investigación cualitativa se basa en la toma de muestras pequeñas, esto es la observación de grupos de población reducidos, como salas de clase, etc. (Companioni M. , 2005).

Características

- La investigación cualitativa es inductiva.
- Tiene una perspectiva holística pues considera el fenómeno como un todo.
- Se trata de estudios en pequeña escala (muestras pequeñas) que solo se representan a sí mismos
- Hace énfasis en la validez de las investigaciones a través de la proximidad a la realidad empírica que brinda esta metodología.
- No suele probar teorías o hipótesis. Es, principalmente, un método de generar teorías e hipótesis.
- No tiene reglas de procedimiento. El método de recogida de datos no se especifica previamente. Las variables no quedan definidas operativamente, ni suelen ser susceptibles de medición.
- La base está en la intuición. La investigación es de naturaleza flexible, evolucionaria y recursiva.

- En general no permite un análisis estadístico
- Se pueden incorporar hallazgos que no se habían previsto.
- Los investigadores cualitativos participan en la investigación a través de la interacción con los sujetos que estudian, es el instrumento de medida.
- Analizan y comprenden a los sujetos y fenómenos desde la perspectiva de los dos últimos; debe eliminar o apartar sus prejuicios y creencias.
- El investigador desarrolla o afirma las pautas y problemas centrales de su trabajo durante el mismo proceso de la investigación. Por tal razón, los conceptos que se manejan en las investigaciones cualitativas en la mayoría de los casos no están definidos desde el inicio de la investigación. (Companioni M. , 2005).

3.4. El estudio de casos

El estudio de casos es un método de investigación de gran relevancia para el desarrollo de las ciencias humanas y sociales que implica un proceso de indagación caracterizado por el examen sistemático y en profundidad de casos de entidades sociales o entidades educativas únicas.

El estudio de casos constituye un campo privilegiado para comprender en profundidad los fenómenos educativos, aunque también el estudio de casos se ha utilizado desde un enfoque nomotético.

Desde esta perspectiva, el estudio de casos sigue una vía metodológica común a la etnografía, aunque quizás la diferencias en relación al método etnográfico reside en su uso, debido a que la finalidad del estudio de casos es conocer cómo funcionan todas las partes del caso para crear hipótesis, atreviéndose a alcanzar niveles explicativos de supuestas relaciones causales encontradas entre ellas, en un contexto natural concreto y dentro de un proceso dado.

Para algunos autores el estudio de casos no es una metodología con entidad propia, sino que constituye una estrategia de diseño de la investigación que permite seleccionar el objeto/sujeto del estudio y el escenario real (stur4, 2015).

Definición, objetivos y características.

El estudio de casos es un método de investigación cualitativa que se ha utilizado ampliamente para comprender en profundidad la realidad social y educativa.

- Para (Yin, 1989), el estudio de caso consiste en una descripción y análisis detallados de unidades sociales o entidades educativas únicas.

- Para (Skate, 1998), es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad es circunstancias concretas(stur4, 2015).

3.5. La investigación - acción

La investigación - acción es un camino para tomar conciencia de la propia praxis educativa, construir conocimientos sobre ella y generar acciones e innovaciones, es un enfoque de investigación colaborativa que proporciona a la gente los medios para llevar a cabo acciones sistemáticas que resuelvan sus problemas ((Kemmis, 1998); se formulan los procedimientos consensuados y participativos que permiten que la gente:

1. Investigue sus problemas.
2. Formule interpretaciones y análisis de su situación.
3. Y elabore planes para resolverlos.

Características:

1. Se construye desde y para la práctica.
2. Pretende mejorar la práctica a través de su transformación, al mismo tiempo que procura comprenderla.

3. Demanda la participación de los sujetos en la mejora de sus propias prácticas.
4. Exige una actuación grupal por la que los sujetos implicados colaboran coordinadamente en todas las fases del proceso de investigación.
5. Implica la realización de análisis crítico de las situaciones.
6. Se configura como una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión.

Fases:

1. Definir e indagar mi problema
2. Elaborar mi propuesta de acción reflexiva
3. Desarrollar mi propuesta de acción reflexiva
4. Evaluar y retroalimentar el proceso
5. Proponer orientaciones para continuar mejorando

Papel del Investigador:

1. Actuar como catalizador.
2. Estimular el cambio.
3. Lo importante es el proceso y no los resultados.
4. Hay que capacitar a la gente para que actúe.
5. Ayudar a la gente en el análisis.
6. Permitir examinar diferentes alternativas de acción y asesorar en la aplicación.
7. No es abogado del grupo.
8. Se centra en el desarrollo humano.

Principios Éticos:

1. Todas las personas e instancias relevantes para el caso deben ser consultadas y

deben obtenerse los consentimientos precisos.

2. Deben obtenerse permisos para realizar observaciones (salvo cuando se trate de la propia clase) o examinar documentos que se elaboran con otros propósitos diferentes al de la investigación y que no sean públicos.

3. Cuando la realización del proyecto requiera de la implicación activa de otras partes, todos los participantes deberán entonces tener oportunidad de influir en el desarrollo del mismo, así como debe respetarse el deseo de quienes no deseen hacerlo.

4. El trabajo debe permanecer visible y abierto a las sugerencias de otros.

5. Cualquier descripción del trabajo o del punto de vista de otros debe ser negociado con ellos antes de hacerse público.

6. El alumnado tiene los mismos derechos que el profesorado, o cualesquiera otros implicados, respecto a los datos que proceden de ellos. en concreto, debe negociarse con los alumnos y alumnas las interpretaciones de los datos que procedan de ellos y obtenerse su autorización para hacer uso público de los mismos

7. En los informes públicos de la investigación, debe mantenerse el anonimato de las personas que participan en ella, así como de las instituciones implicadas, a no ser que haya deseo en contrario de los interesados y autorización para ello. en todo caso, debe mantenerse el anonimato del alumnado.

8. Todos los principios éticos que se establezcan deben ser conocidos previamente por los afectados y acordados con ellos, así como los términos de su uso ((Kemmis, 1998).

3.6. Diseño de ambientes de aprendizaje.

Uno de los propósitos de esta investigación es el diseño de un ambiente adecuado para el proceso de enseñanza aprendizaje que requiere la identificación inicial de los elementos y

factores con los que se puede contar para proponer un ambiente de aprendizaje, involucrando las características técnicas, humanas, culturales y sociales del entorno.

Al prever la utilidad de las herramientas, se han de configurar y proponer problemas en los cuales la curiosidad y la indagación sean un valor de fundamental utilidad por parte de los estudiantes.

Se prevé entonces un aprovechamiento amplio de los elementos del ambiente de aprendizaje, de tal manera que sean motivadores de las ideas, propuestas, inquietudes y experimentación de los menores (Presa, 2014).

3.7.1. Identificación de recursos educativos digitales.

Para la realización de esta investigación se va a utilizar el software es Yupana, no es creación propia, es un programa suministrado por el grupo de investigación GEDES de la universidad del Quindío.

Un ambiente de aprendizaje suele contar con muchas herramientas, pero en el ejercicio de puesta en marcha de un estudio como el presente, se requiere ser selectivos para la utilización de aquellos que impulsen los objetivos propuestos, esto es, tomar los elementos, herramientas y programas más adecuados para la temática, los propósitos y la unidad didáctica seleccionada.

Se requiere en segunda instancia un acercamiento a los programas seleccionados, buscando así tener un manejo acertado y total de sus características.

Posteriormente, el docente establece una relación con la herramienta tecnológica, al generar sus propios problemas, aquellos que utilizará en la práctica con los estudiantes (Esquievel, 2018).

3.7.2. Validar el ambiente de aprendizaje.

Para la validación del ambiente de aprendizaje se tendrán en cuenta los diferentes aspectos que hacen parte del proceso de investigación como son el diseño metodológico, los registros de representación semiótica, las fases de aplicación, análisis y resultados.

Esta fase exige una observación directa de la acción de los estudiantes en la práctica académica, permitiendo que sean auténticos, que estén libres de presión y que sean propositivos.

Tal observación, característica de la investigación cualitativa, permite la detección de la respuesta del menor, en cuanto a la manera en la que interpreta los problemas y genera sus propias propuestas.

El proceso debe ir más allá de la fase de observación, de ahí que se deba pasar a la labor de relacionar los problemas propuestos con la cotidianidad y el contexto propio de los estudiantes, quienes pueden incluso llegar a prever consecuencias positivas aplicables en su ámbito social (universitaria, 2011).

3.8. Descripción de la institución (Contexto de la Institución Educativa Libre)

La Institución se encuentra ubicada en el municipio de Circasia (Quindío), fundado el 10 de agosto de 1884 como consecuencia del fenómeno conocido en la historia de Colombia denominado Colonización antioqueña.

La localidad tuvo un renombre nacional dado un auge cultural y literario en las décadas de los veinte y los treinta, haciendo que se le reconociera como el “Pueblo Libre de Colombia”. Históricamente ha sido un municipio de gran agitación política.

Entre los años 1963 y 1969 surge y se consolida el Colegio Libre como uno de los centros educativos más importantes del departamento del Quindío. Las confrontaciones ideológicas,

religiosas, políticas, etc. Dieron origen a confrontaciones académicas en las que la Institución tuvo papel de preponderancia.

Sigue siendo Circasia un territorio en el cual la agricultura marca gran importancia económica, con aportes más recientes del comercio. Hay una notoria disminución en los cultivos del café y un leve repunte de la industria turística.

Socialmente se han identificado diversas problemáticas que vieron un crecimiento luego del terremoto de 1999, cuando muchas familias y personas externas llegaron a poblar la localidad gracias a las ventajas otorgadas por los planes de reconstrucción.

Los problemas de inseguridad, delincuencia, violencia intrafamiliar, consumo y tráfico de alucinógenos, desempleo, descomposición familiar, suicidio y prostitución, pueden ser encontradas entre la comunidad.

La Institución, como todos los entes educativos públicos, hace continuo su esfuerzo ante los insuficientes ingresos económicos, lo que plantea grandes desafíos, a la vez que grandes problemas para resolver.

La calidad educativa es afectada por la imposibilidad de apoyo didáctico en la consecución de textos bibliográficos, talleres y guías que dificultan el trabajo docente en el proceso pedagógico. La cobertura educativa se soluciona con la conformación de grupos excesivamente numerosos, lo que influye negativamente en el rendimiento académico, en el comportamiento social y el ambiente pedagógico.

La desintegración familiar y el desinterés de algunos padres de familia o acudientes legales por los educandos han generado el intercambio de conflictos interpersonales, destrucción de bienes de la institución, ausentismo, drogadicción y problemas de sexualidad.

El horizonte institucional plantea dos lineamientos referenciales:

Misión: Formamos con inclusión y calidad a niñas, niños y jóvenes en el municipio de Circasia, desde preescolar hasta once en competencias ciudadanas, científicas, artísticas y laborales, mediante una jornada regular en preescolar y básica secundaria, una jornada única en la media técnica de Gestión Empresarial, y en la básica primaria mediante el fortalecimiento de los valores institucionales a través de la Primaria Artística.

Visión: Para el año 2022, la Institución Educativa Libre Será una institución educativa acreditada, que lidere la educación Circasiana y Quindiana en formación por competencias ciudadanas, científicas, artísticas y laborales de personas productivas, críticas, emprendedoras y librepensadoras, basados en un sistema consolidado de mejora de la calidad, aplicando de manera cotidiana el modelo pedagógico MODIFICABILIDAD COGNITIVA.

3.9. Variables de Investigación

3.9.1. Población

El conjunto poblacional que se reúne en la Institución Educativa Libre se compone de estudiantes tanto de zona rural como urbana, en este último entorno de estratos 1 y 2 principalmente, con grupos de formación que van desde el preescolar hasta el grado once.

3.9.2. Muestra

Para el ejercicio se tendrá como grupo de observación a los 32 estudiantes del grupo 6 A de la Institución Educativa Libre del municipio de Circasia Quindío, con una edad promedio de 12,4 años.

3.9.3. Caracterización de los estudiantes

Para generar una caracterización del grupo muestral, se dispuso una encuesta con preguntas específicas (Véase Anexo 3). Los resultados de cada uno de las preguntas de

identificación se exponen a través de gráficos, a los cuales se les agrega un análisis que permite identificar las características del grupo de estudio.

Datos de análisis sobre la caracterización

- La distribución de hombres (53,1%) y mujeres (46,9%) representa un buen indicador para el estudio pues no se observa una diferencia representativa por sexos dentro del grupo.
- La edad promedio de los estudiantes es de 12,4 años, siendo una cifra adecuada para las temáticas y objetivos del estudio, se tiene, eso sí, un valor extremo de 18 años quien representa el único caso con diferencia significativa.
- Cerca del 97% de los estudiantes pertenecen a la zona urbana, lo que implica cercanía a la Institución.
- Aproximadamente el 53,1% de los estudiantes tienen computador en casa, y como sucede con el avance tecnológico, las cifras tienden a aumentar en un futuro. Este indicador nos permite saber que al menos la mitad de los alumnos tienen facilidad para acceder y manejar equipos y programas de computación.
- Complementando el punto anterior, la pregunta sobre la frecuencia de uso de los computadores, se observa que no hay mayoritariamente un uso continuo de los equipos, lo cual debe tomarse favorablemente al exponer las actividades como una oportunidad de utilización de los sistemas en un proceso que, a la vez, es formativo y lúdico.
- Resulta positivo encontrar que el 81% de los estudiantes manifiesten tener gusto por las matemáticas, ya que esto conlleva a una alta disposición al desarrollo del ejercicio propuesto y a la búsqueda de nuevas herramientas y procesos que aporten al aprendizaje de las temáticas.

3.10. Instrumento de recolección de datos

Un instrumento de recolección de datos es en principio cualquier recurso de que pueda valerse el investigador para acercarse a los fenómenos y extraer de ellos información. De este modo el instrumento sintetiza en sí toda la labor previa de la investigación, resume los aportes del marco teórico al seleccionar datos que corresponden a los indicadores y, por lo tanto, a las variables o conceptos utilizados (Sabino, 1992) y por técnica vamos a anotar la definición que nos da el diccionario de metodología antes citado.

Se define la técnica de recolección de datos como el conjunto de mecanismos, medios y sistemas de dirigir, recolectar, conservar, reelaborar y transmitir los datos sobre estos conceptos (Castro, 2003), indica que las técnicas están referidas a la manera como se van a obtener los datos y los instrumentos son los medios materiales, a través de los cuales se hace posible la obtención y archivo de la información requerida para la investigación.

3.10.1. Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Una vez obtenida y recopilada la información nos abocamos de inmediato a su procesamiento, esto implica el cómo ordenar y presentar de la forma más lógica e inteligible los resultados obtenidos con los instrumentos aplicados, de tal forma que la variable refleje el peso específico de su magnitud, por cuanto el objetivo final es construir con ellos cuadros estadísticos, promedios generales y gráficos ilustrativos de tal modo que se sinteticen sus valores y puedan, a partir de ellos, extraer enunciados teóricos (Sabino, 1992) Pág. 178.

3.10.2. Tareas específicas de la metodología

- ¿Cuánto tiempo será el periodo de intervención?

La intervención será de 7 horas clase

- ¿Cómo es la programación de las actividades de forma precisa?

La programación de las actividades está planeada para que en cada hora de clase, el estudiante desarrolle una guía didáctica con actividades puntuales para cada sesión (ver anexo 3).

- ¿Qué tipo de actividades se van a desarrollar?

Las actividades a desarrollar son las siguientes, toma de fotografías y algunos videos con el celular, manipulación del software YUPANA.

- ¿Cuántos y cuáles son los instrumentos de evaluación?

Los instrumentos de evaluación son cuatro, una evaluación escrita, una entrevista, fotos y videos.

- Los estudiantes participarán siempre y cuando sus padres o acudientes estén de acuerdo mediante la firma de los consentimientos firmados.

Capítulo 4. Aplicación metodología análisis resultados

4.1. Clasificación de preguntas prueba diagnóstica

La enseñanza de las matemáticas, sin duda, exige la aplicación de diversas habilidades cognitivas como la percepción, comprensión, uso del lenguaje, raciocinio, etc. Esta ciencia, en su diversa condición, implica y permite que no sean muchos los símbolos que son factibles de interpretación y tratamiento.

Desde épocas remotas, la comunicación y la interpretación de los fenómenos se apoyó en los sonidos humanos o en los elementos visuales propios del entorno. Fue entonces producto de la evolución que surgen las representaciones, siendo útiles como formas de contar hechos, registrar sucesos o establecer orden para la convivencia colectiva.

Las representaciones semióticas se entienden como símbolos o nociones que significan algún fenómeno del entorno o incluso pueden exponer ideas o emociones propias de cada individuo. Tales representaciones establecen una relación entre el objeto (o fenómeno) y su representación

En el proceso formativo de las matemáticas, uno de los aspectos fundamentales que debe buscarse es que el estudiante genere una comprensión del significado de los símbolos y establezca una relación directa entre el elemento, su significado (valor semiótico) y su representación.

El académico (Duval, 2004), establece los registros de representación semiótica, con lo cual muestra las fases propias del proceso cognitivo, desde la percepción inicial, el raciocinio y la interpretación de los símbolos verificable en el momento de expresar los sistemas en la forma de otros sistemas diferentes.

Las fases que propone Duval son secuenciales y requieren exigencias mentales cada vez mayores, muestran una secuencia lógica y una aplicación creciente en cada fase.

Presenta entonces Duval una etapa de Formulación, donde se interpretan los signos y se forma el vínculo entre objeto y significado; viene una etapa de tratamiento, donde el concepto elemento o fenómeno es interpretado y expresado con las condiciones del sistema simbólico seleccionado. Finalmente, hay una etapa (conversión) en la cual ya se hace posible hacer el traspaso de los símbolos a otros registros de representación.

La expectativa que se tiene sobre el resultado que brinda el estudiante, dependen de diversos factores, como su nivel escolar, su capacidad, sus intereses, su proceso formativo, etc. Lo anterior genera que existan rangos de complejidad. La determinación de esos rangos se comprende como la demanda cognitiva, a partir de los diversos procesos mentales que deba emplear el estudiante para interpretar información y entregar una respuesta.

En el proyecto propuesto, los procedimientos que debe ejecutar el estudiante para percibir y utilizar la información que recibe, se han establecido con la intencionalidad de vislumbrar diferentes niveles de exigencia.

(Smith M. y., 1998), presentaron el concepto de “demanda cognitiva” como “el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para poder participar en la tarea y resolverla con éxito”. Así mismo, en este trabajo, se diseñó un esquema para identificar el nivel de demanda cognitiva necesario para la resolución de actividades de los libros de texto. Su clasificación identifica el nivel de demanda cognitiva de las actividades a través de una evaluación de la reflexión y razonamiento requeridos del estudiante para resolver la tarea.

La identificación de los niveles de demanda cognitiva de cada tarea nos ha permitido ordenar los apartados de manera que conforme el alumno avanza, el reto o dificultad de la

actividad va aumentando, incrementando el nivel de demanda cognitiva. (Benedicto, 2013).

Se propone entonces, para el ejercicio, el establecimiento de tres niveles de demanda en la ejecución de los problemas planteados a partir de la teoría de (Duval, 2004), y la clasificación de demanda cognitiva así:

Nivel de Demanda 1: Implica el cumplimiento de la primera etapa que propone Duval, o sea la Formulación. En este momento hay importancia en verificar que el estudiante reconozca los símbolos, que potencialice su capacidad interpretativa.

Nivel de Demanda 2: Sumado al requerimiento propio del primer nivel, se requiere el tratamiento de una representación, ello implica la transformación de la representación, con una apropiación total del manejo de ese registro semiótico donde se formuló.

Nivel de Demanda 3: Se requiere además de las condiciones anteriores, la verificación de la capacidad para hacer que una representación que ya se maneja adecuadamente en un registro semiótico, pueda llevarse o expresarse con los símbolos de otro registro de representación, buscando conservar la totalidad (o la gran mayoría del significado del mensaje, concepto, problema o descripción original. Esta fase es denominada por Duval como la Conversión.

Tabla 1
Tipificación de las preguntas de la prueba diagnóstica

	Formulación	Tratamiento	Conversión	Nivel de Demanda 1	Nivel de Demanda 2	Nivel de Demanda 3
1	SI	NO	NO	X		
2	SI	NO	NO	X		
3	SI	SI	NO		X	
4	SI	SI	NO		X	
5	SI	SI	NO		X	
6	SI	NO	SI			X
7	SI	SI	NO		X	
8	SI	SI	NO		X	
9	SI	SI	NO		X	
10	SI	SI	SI		X	
11	SI	SI	SI			X
12	SI	SI	SI			X

Fuente: elaboración propia

4.2. Resultados prueba diagnóstica

Previo a la realización del ejercicio, se realiza una prueba diagnóstica inicial, desarrollada a través de un examen de matemáticas, con preguntas de selección múltiple y preguntas abiertas. Las respuestas se han tabulado y graficado con el fin de observar el comportamiento de los resultados.

4.2.1. Análisis de resultados de la prueba diagnóstica

Las preguntas 1, 2 y 3 enfocadas a un reconocimiento teórico inicial básico, muestran índices de acierto de 71.8%, 50% y 31,25%, exponiendo esto que se requieren labores de

afianzamiento de conceptos para que el ejercicio práctico definitivo sea abordado en igualdad de condiciones de comprensión contextual.

Las preguntas 4, 5 y 8, que representan ejercicios en los cuales se deben elaborar procesos de tratamiento, dan muestra de porcentajes bajos de acierto (9.3% y 12,5%). Tales cifras infieren la necesidad de buscar y aplicar diferentes maneras de enseñar y poner en práctica las temáticas.

Al plantear un ejercicio de empaquetamiento en la pregunta 6, se busca involucrar un ejercicio práctico, de tal manera que los estudiantes puedan relacionarlo con actividades cotidianas; la opción facilita la comprensión del problema y resulta ser un problema con un alto valor de aciertos (59,32%).

Las preguntas 7, 9 y 11 requieren que el estudiante realice procesos matemáticos para generar una respuesta. Dadas estas características, se establecen valoraciones que permitan cualificar las respuestas de los estudiantes en cuatro rangos, así:

No responde: No hay muestra de procedimientos ni resultado

Muy satisfactorio: Se verifica el desarrollo de un procedimiento adecuado y el concluyente arribo a la respuesta acertada.

Satisfactorio: Se observa el desarrollo lógico del proceso matemático pero la conclusión no lleva al planteamiento de la respuesta adecuada; igualmente se observan casos en los cuales el estudiante expone la respuesta acertada, pero no demuestra la manera procedimental con la cual obtuvo tal resultado.

Poco satisfactorio: No hay exposición de procesos o respuestas acertadas.

Al analizar los resultados de las preguntas 7 y 9, se observan bajos niveles de respuestas satisfactorias o muy satisfactorias, lo cual debe asumirse como una alerta hacia la metodología a utilizar para transmitir los conceptos y procedimientos a los estudiantes.

La pregunta 10, que requiere el desarrollo de un procedimiento, se ha planteado como pregunta con opciones de selección de respuesta, el alto índice de aciertos (59%) no debe asumirse como un buen indicador, ya que el hecho de no tener en cuenta los procesos, no permite inferir acertadamente lo que ello significa.

El requerimiento de las preguntas 12 a y 12b incluye la interpretación del registro gráfico a partir de registros numérico, en los resultados se verifica la dificultad para establecer las relaciones de equivalencia entre los elementos y ello se evidencia en los altos índices de respuestas insatisfactorias.

4.3. Informe del desarrollo de las secuencias

4.3.1. Primer Encuentro “Representemos” (Véase anexo 2)

La primera sesión busca familiarizar a los estudiantes con los sistemas numéricos. Las orientaciones se enfocan inicialmente a explicar el concepto, a mostrar diferentes sistemas exponiendo los símbolos propios que conforman cada uno, la cantidad de símbolos que utilizan, y sus procedimientos de manejo. En cuanto al aprovechamiento de las TIC, se genera el primer contacto con el software Yupana, se explica su funcionamiento, la manera en que se expresan allí los números y la ubicación posicional de unidades, decenas, centenas, etc.

La observación de la clase permite concluir que hubo un buen aprovechamiento y aprendizaje, los estudiantes mostraron capacidad para hacer la representación de números dados.

Como dificultades observadas, se detectó que algunos estudiantes tuvieron confusión de símbolos, principalmente al hacer observaciones con los sistemas egipcio e indio.

Un proceso en el que se requirió hacer énfasis y repetición de explicaciones fue el ejercicio de análisis de imágenes expuestas en la Yupana para ser interpretadas como números.

Una falencia notable se dio cuando se solicitó a los estudiantes que convirtieran una representación visual de la Yupana en los sistemas numéricos posibles, ya que muchos de los jóvenes se limitaron a una sola conversión, cuando podrían ser llevados a varios sistemas.

Desde la perspectiva de la propuesta de (Duval, 2004), esta fase se equipara con la formulación, donde el estudiante recibe una información (objeto matemático) y la interpreta, siendo esto lo que se valora como nivel de demanda 1 dentro del proceso.

4.3.2. Segundo Encuentro “Convirtamos”. (Véase Anexo 3)

La sesión se inicia con un repaso del primer encuentro, pasando luego a una serie de ejercicios de conteo, utilizando ejercicios lúdicos gráficos (con barcos y aviones que representan valores y elementos de conteo), en las actividades se hacen nuevos ejercicios de representación en diferentes bases y hay mayor cifra de estudiantes que cumplen el objetivo. En esta etapa, el software tiene alta utilidad para la representación simbólica.

Se observaron buenos resultados, una vez explicados los algoritmos, en el proceso de llevar un número con base decimal a otra base (y viceversa).

Como dificultades del proceso se encontró con preocupación que hay errores en temas básicos de fundamentación matemática (potenciación, sumas, restas). Hubo también contratiempos en el desarrollo de ejercicios en los cuales se parte de una base no decimal hacia otra base, los estudiantes desarrollaron procedimientos pero en muchos casos fueron errados.

4.3.3. Tercer Encuentro “Operemos” (Véase Anexo 3)

Este encuentro implica un gran desarrollo de operaciones de suma y resta, se observa que la mayoría de los estudiantes comprende y aplica los conceptos y procedimientos. En el tercer

encuentro el uso de las TIC se enfocan en el desarrollo de ejercicios (operaciones). Se descubre que los estudiantes son acertados al utilizar la operación algorítmica, pero hay fallas en la interpretación del texto que define el problema. Lo anterior marca el gran problema de esta fase pues los estudiantes manifiestan que la Yupana representa una gran ayuda para realizar las sumas y restas, pero esto les lleva a evitar la interpretación del problema propuesto.

Las etapas denominadas “Convirtamos” y “Operemos” se observan como los momentos de formulación y tratamiento, propuestos por (Duval, 2004), en los cuales el estudiante reconoce las diferentes bases con las que se operan los problemas y resuelve actividades propias del registro.

4.3.4. Cuarto Encuentro ·Empaquetemos 1” (Véase Anexo 3)

En esta fase el objetivo es solucionar problemas identificables con situaciones cotidianas de aplicación, Es fundamental el uso de gráficos, plantear símbolos que representen equivalencias y relaciones con las cuales fácilmente se puedan crear y desarrollar problemas matemáticos.

La sesión contó con la observación de los pares académicos de la Institución (Martha Cecilia Ramírez y Socorro Salcedo) haciendo seguimiento a las actividades, a la acción de los estudiantes y a los resultados que observaron en este encuentro.

4.3.5. Quinto Encuentro ·Empaquetemos 2” (Véase Anexo 3)

Este encuentro busca llevar las relaciones desde la representación verbal a lo numérico y lo gráfico, esto es desarrollar procesos inversos a los que se han cumplido en fases anteriores; obviamente el vínculo de la utilización de las herramientas TIC y el ejercicio de la operación matemática es de gran importancia para impulsar tanto la interpretación como el aprovechamiento del software.

Las fases 1 de “Empaquetemos”, suponen la llegada a la etapa de conversión que describe Duval, siendo el momento de transformación del registro grafico al registro numérico y del registro grafico al verbal. El procedimiento culmina con “Empaquetemos 2”, como nivel de un mayor aprovechamiento, referido por (Duval, 2004), como Conversión (donde se verifica la aprehensión del conocimiento); operativamente el estudiante hace las transformaciones del lenguaje verbal a los lenguajes numérico y gráfico.

4.4.Comparativo entre la prueba diagnóstica y la prueba final

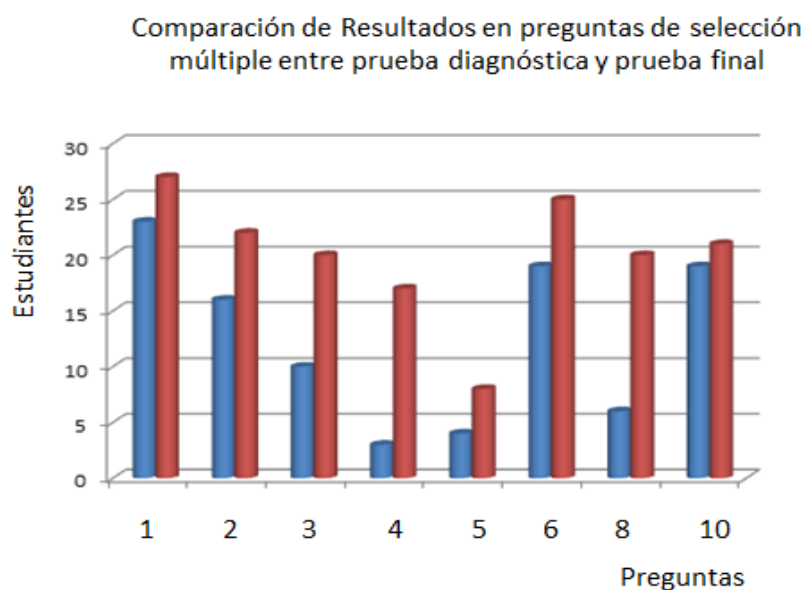
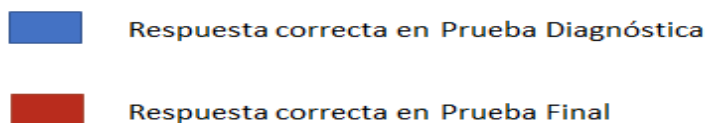


Grafico 23 fuente propia



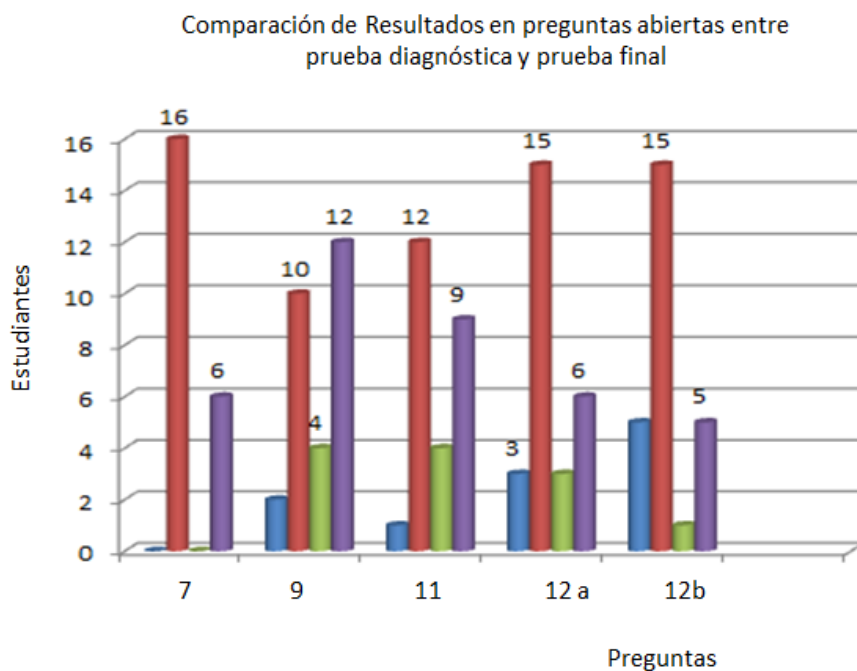
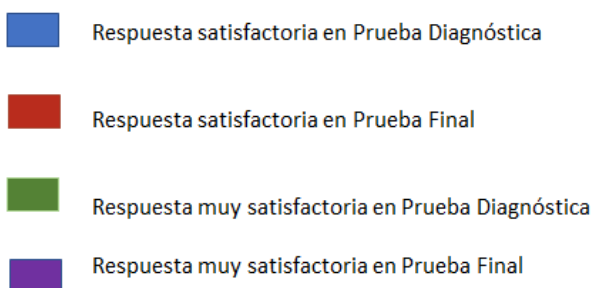


Gráfico 24, fuente: elaboración propia



Al observar los gráficos comparativos de resultados, es notorio el efecto positivo que se genera con la mediación de las herramientas tecnológicas.

Es positivo encontrar que en todas las preguntas de respuesta con opciones múltiples hay visibles incrementos en las cantidades de aciertos por parte del grupo de estudio. Ello tiene mucho que ver con la acción orientadora de las temáticas, que cuando se desarrolla con la intervención de TIC, crea nuevas maneras de aprehender los conceptos y posteriormente brinda maneras lúdicas de aplicar tales conocimientos de manera práctica.

El cambio en resultados da cuenta de un mayor aprovechamiento de los procesos cognitivos y de razonamiento en los estudiantes, lo cual es valioso al tener que ello es una de las

intenciones de la puesta en marcha del estudio.

El gráfico de comparación de respuestas en las cuales se requiere un proceso de elaboración muestra igualmente un positivo mejoramiento desde la prueba inicial hacia la prueba final.

El gráfico de análisis se elaboró buscando comparar los resultados definidos como satisfactorio y muy satisfactorio, por ser los que muestran las valoraciones más destacadas y en las cuales se espera tener mejoramientos.

El gráfico hace palpable que hay incremento en las valoraciones seleccionadas para la comparación, por lo tanto se verifica nuevamente el impacto esperado.

Es identificable, como uno de los factores que permiten el mejoramiento de resultados, el factor de comprensión de los problemas planteados, ello se facilita en muchos casos para los estudiantes ya que en todo grupo se tienen siempre diferentes formas de asimilar la información y lograr su apropiación personal.

En cuanto a las observaciones hechas con el fin de comprobar el mejoramiento de los estudiantes de una prueba a otra, se muestran las diferentes heurísticas que utilizan los estudiantes para resolver problemas de cambio de base.

Figura a)

7. Convierta el número 43421, en base 5, a decimal

$$\begin{array}{r}
 43421_5 \\
 \hline
 4 \times 5^4 = 2500 \\
 3 \times 5^3 = 375 \\
 4 \times 5^2 = 100 \\
 2 \times 5^1 = 10 \\
 1 \times 5^0 = 1 \\
 \hline
 23421
 \end{array}$$

$= 23421$

Figura b)

7. Convierta el número 43421, en base 5, a decimal

Handwritten student work for converting 43421 base 5 to decimal. The work is enclosed in a rectangular box. On the left, there is a division process: 43421 is written above a horizontal line with a 5 below it. The quotient is written as 12334 and the remainder as 1. To the right of the division, there is a sum: $1 \times 5^4 + 2 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 4 \times 5^0 = 2986$.

Figura c)

7. Convierta el número 43421, en base 5, a decimal

Handwritten student work for converting 43421 base 5 to decimal. The work is enclosed in a rectangular box. It shows the positional notation expansion: $43421_5 = 1 \times 5^0 + 2 \times 5^1 + 4 \times 5^2 + 3 \times 5^3 + 4 \times 5^4$. Below this, the calculation is shown: $1 \times 1 + 2 \times 5 + 4 \times 25 + 3 \times 125 + 4 \times 625 = 1 + 10 + 100 + 375 + 2500 = 2986$.

En la pregunta 7 se pueden observar las respuestas de tres estudiantes al problema de cambiar un número que se encuentra en base 5, a base decimal. a), respuesta incorrecta, b) respuesta incorrecta, c) respuesta correcta. Como se aprecia en la Fig. (a), el estudiante al seguir un procedimiento memorístico, utiliza simplemente el cociente de la división como respuesta y no reconoce que este proceso se utiliza para hacer el algoritmo inverso de ir de base decimal a base cualquiera, lo que sugiere que fue este proceso el que más entendió y al sentirse cómodo con el algoritmo de la división lo hace sin darse cuenta que el proceso que se le pide es otro.

Entre otras dificultades en este tipo de problemas se detectan dificultades para efectuar las divisiones que efectúan varios estudiantes; sin embargo, la respuesta b) nos permite observar que aunque demuestra saber el algoritmo de valor posicional y la utilización de la potenciación,

hace que el número (asumiendo que es decimal) primero se convierta a este y luego efectúa el proceso requerido. Se puede intuir que en este caso pudo confundirse ya que el enunciado dice en base 5 y no con el subíndice 5. Y el figura c) se muestra la respuesta correcta que dada por muchos estudiantes.

Por su parte, en el proceso que pretende conocer las habilidades de los estudiantes para desarrollar los problemas de empaquetamiento observamos la siguiente pregunta.

Figura d)

11. En una promoción de gaseosa, por cada tres tapas obsequian un afiche, por cada tres afiches dan una botella miniatura y por cada tres botellas miniatura dan una camiseta. ¿Cuántas tapas debe recolectar Juan para obtener una camiseta? Realiza un diagrama para justificar tu respuesta.

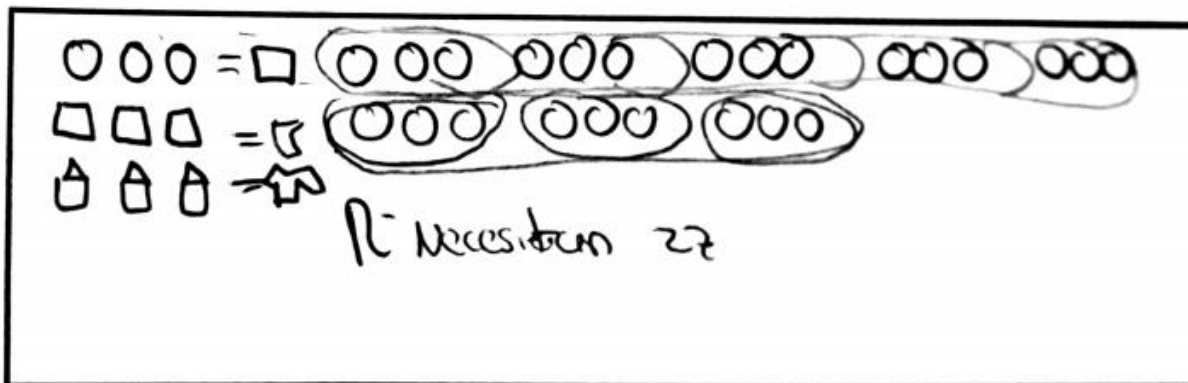
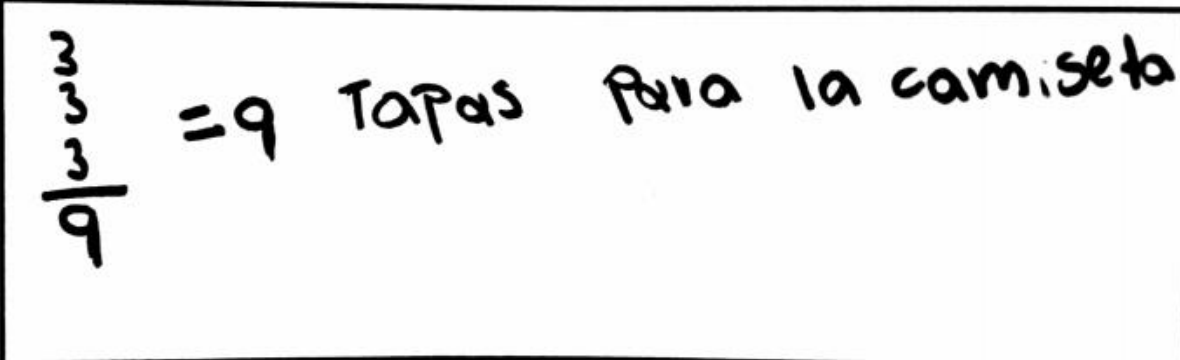


Figura e)

11. En una promoción de gaseosa, por cada tres tapas obsequian un afiche, por cada tres afiches dan una botella miniatura y por cada tres botellas miniatura dan una camiseta. ¿Cuántas tapas debe recolectar Juan para obtener una camiseta? Realiza un diagrama para justificar tu respuesta.



Handwritten student work showing a vertical stack of three 3s over a 9, followed by "= 9 TAPAS Para la camiseta".

En la figura d) correcta, observamos que el estudiante comprende el concepto de empaquetamiento al elaborar un esquema que le permite entender el enunciado y luego hace un desarrollo con la opción requerida, llegando fácilmente a la opción correcta; es de apuntar que este proceso fue realizado por un gran número de estudiantes. En la figura b) se observa que el estudiante interpreta el problema y lo lleva a otro registro de representación (numérico), pero la respuesta es incorrecta debido a un problema de conceptos al no identificar que debió haber multiplicado y efectuó una suma.

4.5. Respuesta a las preguntas de investigación.

4.5.1.

¿Cuáles son las ventajas y desventajas de la incorporación de TIC en las dimensiones: organizacional, pedagógica y tecnológica a través de un ambiente de aprendizaje basado en la resolución de problemas para la enseñanza del sistema de numeración posicional en la Institución Educativa Libre de Circasia Quindío?

Desde la dimensión organizacional se logra la construcción de una secuencia didáctica practica y fácil de solucionar donde se lleva un proceso secuencial que conduce a un objetivo concreto propuesto, las dificultades presentadas son de tipo logístico, como el acceso a la sala de sistemas y el mobiliario de las tablets, se vivencia un ejercicio académico que para los estudiantes representa una manera distinta y agradable de aprender, desde lo pedagógico se permitió que el docente llegara a la transmisión del conocimiento de una forma distinta donde su papel es el de mediador del conocimiento a través de la herramienta tecnológica que se convierten en elementos llamativos e impulsores del proceso.

Con respecto a la dimensión tecnológica, se logró identificar un software apropiado para la enseñanza del sistema de numeración posicional. Los resultados que exponen en el presente documento, dan muestra de un análisis comparativo, partiendo de una etapa previa a la aplicación del ejercicio pedagógico, en la cual los estudiantes exponían grandes falencias tanto en aprendizaje como en calidad de sus respuestas, a una etapa posterior, en la cual se observan notables cambios positivos porcentuales en la aplicación y generación de respuestas.

La sistematización de procesos y resultados hace posible un seguimiento verdaderamente efectivo, y una retroalimentación constante con la cual se superen dificultades y se descubran nuevas maneras de ofrecer el conocimiento.

4.5.2.

¿Qué esquemas generales de razonamiento numérico se logran evidenciar en los estudiantes frente a los problemas que se plantean en un ambiente de aprendizaje mediado por TIC?

Uno de los esquemas más importantes logrados está relacionado con la ubicación, cambio de posición y valor posicional de las cifras en los números, se observa como los estudiantes leen los números de acuerdo con su posición, logran dar valor a cada número de forma fácil con la ayuda del software evidenciando una ruptura de una enseñanza magistral y tradicional que es sistemática y repetitiva, hay una utilización adecuada de herramientas tecnológicas debido al aprovechamiento y disposición de diversos elementos: espacios, herramientas, recursos tecnológicos, que enriquecen al máximo el encuentro formativo.

Una gran ventaja que genera el diseño del ambiente de aprendizaje propuesto, es la generación de un acercamiento más directo con los estudiantes, tanto desde lo grupal como de lo individual, ya que las actividades facilitan una presencia en muchos momentos personalizada del docente para atender las observaciones e inquietudes personales, como para valorar sus acciones.

La inclusión de las herramientas tecnológicas como parte del ambiente de aprendizaje conllevan a la necesidad de profundizar en el aprendizaje de aplicación de nuevos recursos, al trabajo entre pares y a la creación de opciones diversas para la enseñanza.

Capítulo 5. Conclusiones

En esta investigación, teniendo como base el planteamiento del problema, siendo consecuentes con los objetivos, marco teórico, referencias bibliográficas, y el análisis de los resultados se pueden definir las siguientes conclusiones:

- La puesta en marcha del proyecto da cuenta de un mejoramiento en los procesos de aprendizaje y en los resultados evaluativos del grupo, esto implica que la enseñanza de las matemáticas no solo admite, sino que requiere una innovación en la implementación de metodologías, uso de herramientas y diseño de ambientes de aprendizaje, dado que los cambios generacionales exigen diversas maneras de ejecución del proceso enseñanza aprendizaje y plantean nuevos retos.
- Dado el objeto de estudio, se verifica que el software Yupana es acertado y pertinente, ya que desde su ancestral concepción original, se enfocó hacia el manejo de sistemas de numeración posicional y su diseño posterior como herramienta tecnológica impulsa el uso de elementos modernos pero siguiendo con el propósito temático.
- Se llega a la conclusión que después de implementar herramientas tecnológicas como el software Yupana, en la Institución Educativa Libre de Circasia y luego de la experimentación, se logra evidenciar un gran aprovechamiento de estas herramientas, por parte del docente experimentador y generando interés en otros pares académicos, los cuales están dispuestos a innovar sus unidades temáticas y desarrollarlas con la estrategia propuesta en esta investigación.
- Cada vez con mayor frecuencia, las herramientas tecnológicas deben incorporarse al proceso educativo, empleándolas y definiéndolas eso como un apoyo para la labor pedagógica mas no como un actor que sustituye la acción del docente. Esto exige al

educador un espíritu investigativo y creativo, una curiosidad permanente e igualmente un ánimo de aprendizaje y actualización permanente.

- La mediación de las TIC contribuye a direccionar una labor pedagógica motivadora, moderna y contextualizada, igualmente que apunte a promover un conocimiento cuya aplicación se haga verificable en la cotidianidad de los niños y jóvenes, Muchas de las situaciones cotidianas que enfrentan las personas, desde cortas edades, pueden ser planteadas a manera de problemas cuya resolución implique el desarrollo de procesos de lógica y operación matemática, en los cuales hay diferentes exigencias o demandas cognitivas, las cuales con un estudio como el propuesto, se hacen evidentes.

- Un ambiente de aprendizaje y una metodología como los que se han propuesto brindan entre sus resultados positivos la posibilidad de hacer un seguimiento directo a la evolución, etapa a etapa a los estudiantes y permite hacer acompañamiento a los casos específicos de estudiantes con dificultades, ya que al establecerse niveles de demanda con verificación permanente de la aprehensión, se puede identificar la fase o demanda en la cual exista alguna falencia.

- La aplicación de las actividades permitió observar los obstáculos que presentan los estudiantes en el desarrollo de los problemas propuestos sobre del razonamiento numérico en los procesos de formulación, representación y conversión, brindándole al docente la oportunidad de ser mediador del conocimiento y así solucionar las dificultades que se presentaron y así lograr los objetivos propuestos en cada actividad.

- El proceso formativo actual y futuro hacen que el ambiente sea también un elemento protagónico y facilitador de la acción formativa y del aprovechamiento

temático por parte de los estudiantes, esto implica que el docente debe dirigir esfuerzos hacia el diseño de ambientes de aprendizaje dinámicos, motivadores y coadyuvantes de su acción pedagógica, donde la mediación tecnológica genera un impacto positivo.

- El ejercicio de formación sufre una transformación positiva cuando se hace aprovechamiento de herramientas tecnológicas en el proceso pedagógico. Esto señala la necesidad de una formación constante por parte del docente, de un proceso creativo bien aprovechado y de la búsqueda de la mejor utilización de los elementos disponibles.

- El ejercicio docente, al sufrir el aporte de una metodología dinámica, impulsa el crecimiento personal y el mejoramiento profesional. Una práctica como la propuesta se convierte en una invitación a seguir rastreando opciones de aprovechamiento de las herramientas Tic y los ambientes de aprendizaje, con lo cual se renueva la acción pedagógica y se refrescan las metodologías.

- El estudio puesto en marcha se verifica como una experiencia altamente positiva ya que desde el punto de vista de los estudiantes se observa como una práctica novedosa y atractiva que se cumple con elementos tecnológicos que invitan a la interacción y conllevan a una efectiva participación bidireccional en las clases.

- En conclusión y para finalizar, considero que si se puede generar un ambiente de aprendizaje para la enseñanza de sistemas de numeración basado en resolución de problemas y mediado por tic para estudiantes de grado sexto de la institución educativa Libre.

5.1. Recomendaciones y Trabajo a Futuro

El ejercicio invita a continuar el proceso dentro de la Institución, aprovechando tanto el conocimiento como las posibilidades de ambientes, de disposición administrativa y docente, así

como de elementos y herramientas tecnológicas existentes.

La experiencia puede exponerse a través de un documento (libro, guía, publicación en línea) que llegue a servir como base para su aplicación y para el mejoramiento y búsqueda de nuevas opciones de aplicación.

Para la Institución Educativa, este ejercicio ha de convertirse en un elemento que ayude a replantear sus líneas pedagógicas internas (plan de área, unidades didácticas) buscando un enfoque donde la enseñanza se vea apoyada y mejorada con el uso de herramientas como las empleadas en la práctica.

El estudio debe conllevar a la búsqueda de diferentes opciones de aplicación, tanto en temáticas del área como en el rastreo de programas y herramientas de computación que puedan contribuir en la mediación formativa de los estudiantes.

Los positivos resultados han de ser motivadores para que los docentes (tanto del área de matemáticas como de las otras) reciban formación sobre manejo de TIC, como herramientas del proceso educativo.

Vale la pena compartir el estudio y sus resultados, como experiencia docente, en espacios académicos en los que se muestre el impacto positivo de su puesta en marcha.

Bibliografía

- Aleman. (2009). La geometría con Cabri: Una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de maestría). Recuperado de <http://www.cervantesvirtual.com/obra/la-geometria-con-cabri-una-visualizacion-a-las-propiedades-de-los-triangelos/>.
- Andrade, H., & Gómez, L. (2009). Tecnología Informática en la Escuela (4 ed.). Bucaramanga, Colombia.: Ediciones UIS.
- Arteaga, P., & Batanero, C. (2010). Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. Sierra, Investigación en Educación Matemática XIV (págs. 211-221). España: SEIEM .
- Astola, P. C., Salvador, A. E., & Vera, G. (2012). Efectividad del programa "GPA-RESOL" en el incremento del nivel de logro en la resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos en estudiantes de segundo grado de primaria de dos instituciones educativas, una de gestión estatal y otra privada d. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Aula365. (2017). Learn to create, s.f. Sistemas Numéricos. Recuperado de: <http://www.aula365.com/>.
- Barboza, J. A., & Zapata, H. A. (2013). El Estudio de Clase, Estrategia y Escenario para la Cualificación del Profesor de Matemáticas. Formación universitaria, 6(4), 39-48.
- Barrows. (1986). A Taxonomy of problem-based learning methods, en Medical Education, 20/6, 481-486.

- Bassedas, M. y. (1982). La construcción individual del sistema de numeración convencional. España. Instituto Municipal de Investigación en Psicología Aplicada a la Educación, Barcelona. Revista Infancia y Aprendizaje vol. 19.
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2002). Estocástica y su Didáctica para Maestros. España: Proyecto Edumat-Maestros. Manual del Estudiante. .
- Beltran. (2017). El aprendizaje basado en problemas: una metodología basa en la vida real. Recuperado de:
http://educadigital.cali.gov.co/apr_aprender/index.php/comunicacion/pid/Entrada/4225-momentos-abp-1.
- Benedicto, C. (2013). Investigación sobre variables en el diseño de actividades escolares para alumnos con altas capacidades matemáticas. Obtenido de Universitat de València:
<http://roderic.uv.es/handle/10550/32580>
- Berthelot, R. y. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité.
- Boude, O. y. (2008). Las TIC: propuesta para el aprendizaje de enfermería basado en problemas. Aquichan, 8(2), 227-242. Recuperado de
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-59972008000200010&lng=es&tlng=es.
- Branda, L. A. (2009). El aprendizaje basado en problemas. De herejía artificial a res popularis. Educación Médica, 12 (1), 11-23.
- Campistrous, L., & Rizo, C. (2013). La resolución de problemas en la escuela. Actas del VII CIBEM, 343-354.

- Cano, M. I., & Zapata, D. C. (2016). Análisis del pensamiento aleatorio desde las representaciones semióticas presentes en las pruebas saber grado quinto. Medellín: Universidad de Medellín.
- Carvajal. (2009). Fundación académica de dibujo. Definición de didáctica. Recuperado de: http://www.academia.edu/8008401/LA_DIDACTICA_EN_LA_EDUCACION .
- Castiblanco, P. (2000). Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia” y sus avances.
- Castillo. (2006). Anexo 3: Aprendizaje basado en problemas. Facultad de Medicina. Universidad de Chile. .
- Castro. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.
- Celeste. (2012). Institución escolar .Trabajo practico Evaluativo. Dimensiones Organizacional, Pedagógica, Tecnológica. Recuperado de http://celestenavarrete.blogspot.com.co/p/dimension-organizacional_10.html.
- Cerdan. (1998). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Universidad de valencia .
- cervantes, C. v. (2016). Centro virtual cervantes (cvc.cervantes.es. La investigación en la acción . Recuperado de: <https://cvc.cervantes.es/>.
- Chacon. (2012). La actividad del matemático ejemplo de visualización” artículo de CHACHON.2012. Recuperado de. <http://eprints.ucm.es/17380/1/Gomez-Chacon-captarres.pdf>.

- Cid, E. G. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para Maestros, Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/2_Sistemas_numericos.pdf.
- Cobo. (2008). El concepto de tecnologías de la información. Zer. 12 de septiembre de 2008, Vol. 14, nº 27. ISSN 1137-1102.
- Coll Serrano, V., & Blasco Blasco, O. (2010). El uso de gráficos interactivos en Excel para facilitar la comprensión de conceptos básicos de Estadística. @tic. revista d'innovació educativa(5), 30-34.
- Colombia, C. P. (1991). Constitución Política de Colombia de 1991. Recuperado de: http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/constitucion_politica_1991.html.
- Companioni, M. (2005). Alternativa didáctica para la solución de problemas “No rutinarios” en cuarto grado. Tesis doctoral. Instituto pedagógico “Jose Martí”. República de Cuba. Recuperado de <http://rediuc.reduc.edu.cu/jspui/bitstream/123456789/159/1/Max>.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. Journal for Research in Mathematics Education, 18(5), 382-393.
- De Miguel, M. (2005). Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. . Madrid: Alianza.
- Dick, D. y. (1994). Sheets 1993; Boears. Van Oosterum 1990; Rojano 1996; Groves 1994, citado por Alemán, 2009, p. 23). El principio de la tecnología . EDUTEKA 2003. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/PrincipiosMath> .

- Docplayer. (2015). Conceptualización, registros de representaciones semióticas. Recuperado de:
<http://docplayer.es/2337475-Conceptualizacion-registros-de-representaciones-semioticas-y-noetica.html>.
- Duval, R. (2004). Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes.
- Erickson, F. (1989). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. In M. Wittrok (Ed.), La investigación de la enseñanza II. Métodos cualitativos de observación. Barcelona: Paidós MEC. Pp. 203-47.
- Esquiveel, I. (2018). Identificación de recursos educativos digitales. Recuperado de:
https://www.researchgate.net/profile/Ismael_Gamez/publication/279914540_Experiencia_en_el_uso_de_Moodle_como_instrumento_de_mejora_en_la_relacion_docente-alumno/links/.
- Fantini. (2008). Los medios audiovisuales en el aula, una propuesta para su inclusión en el aula. Memoria académica UNLP-FAHCE. .
- Fernando, C. M. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.
- Feuerstein, R. (1980). Modificabilidad Cognitiva y Programa de Enriquecimiento Instrumental. Editorial Bruño, Madrid.
- Franco, A. (2008). Uno más uno son diez: recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje de los números binarios en educación secundaria. Colombia. Revista Educación Matemática, vol. 20, núm. 2.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. USA: Kluwer Academic Publishers.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 124-158.

Gálvez, G. (1998). La didáctica de las matemáticas. En *didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. México. Paidós .

Gamboa. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en Educación matemática*, 3, 11-44. .

Garay, L. M. (2008). Tecnologías de información en instituciones de educación superior, crisis económica y necesidad de diagnósticos para su incorporación. El caso de la Universidad Pedagógica Nacional. *Revista Mexicana de Ciencias Políticas y Sociales*(24), 85-100.

Gardner, H. (1995). *Teoría de las múltiples inteligencias. La teoría en la práctica*. Barcelona. Paidós.

Gedes. (2017). Diseño desarrollo y validación de ambientes de aprendizaje en matemáticas mediados por TIC. Recuperado de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8714/371334M971a.pdf?sequence=1&isAllowed=y>- <http://scienti.colciencias.gov>.

Godino. (2004). *Hacia una teoría de instrucción matemática significativa*. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/05_InstruccionMS.pdf .

Godino. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial.

Volumen 77, julio de 2011, páginas 99–117. ISSN: 1887-1984.

Gomez, J. (2015). El modelo SAMR como guía para introducir la tecnología en tu aula.

Recuperado de: <http://entreparesis.org/el-modelo-samr-como-guia-para-introducir-la-tecnologia-en-tu-aula-resultados-garantizados/>.

Gonzato, m. B. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números*, (77), pp. 99-117. ISSN: 1887-1984. GUAY, R. 1977. Purdue spatial visualization test. Indiana, USA: Purdue Univ.

Guzmán, J. M. (2013). Sistemas de numeración antiguos como unidad didáctica para el desarrollo del pensamiento numérico. una reflexión. *Revista Scientia et Technica*, Universidad Tecnológica de Pereira. Año XVIII, Vol. 18, No 1.

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, M. d. (2014). *Metodología de la investigación* (5 ed.). México: McGraw-Hill.

Hoyos, S. (2012). Representación de objetos tridimensionales utilizando. VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA .7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica. <http://standards.nctm.org/>.

Iriarte, A. (2011). Desarrollo de la Competencia Resolución de Problemas desde una Didáctica con Enfoque Metacognitivo. *Red de revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal*, pp. 2-21. Recuperado de <http://www.montes.upm.es/sfs/E.T.S>.

- Jaramillo, P. C. (2009). Qué hacer con la tecnología en el aula: inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar. *Educación y Educadores*, 12(2), pp. 159-179. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/834/83412219011.pdf> .
- Kemmis, S. &. (1998). *Cómo planificar la investigación-acción*, Barcelona: Laertes.
- Langrall, C., & Mooney, E. (2002). *The Development Of A Framework Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking*. . USA: Cynthia W. Illinois State University.
- Lappan, G. P. (1984). Spatial visualization. *Mathematics Teacher*, 77, 618-23.
- Lastra. (2010). Definición Geometría. Recuperado de:
<http://www3.uah.es/albertolastra/geo1.pdf>.
- Lerner, D. (2011). SlideShare. Obtenido de SlideShare: Recuperadode:
<https://es.slideshare.net/1Daisy/delia-lerner>.
- Li, K., & Shen, S. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14(1), 2-8.
- Lofland, J., & H., L. L. (1995). *Analyzing Social Settings: a guide to qualitative observation and analysis*. Belmont, CA, Wadsworth Publishing Company. Belmont, CA: Wadsworth Publishing Company.
- Londoño, G. J. (2009). Aprovechamiento conceptual y actitudinal de las visitas a un parque temático. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 23, 71-92.
- Lopez. (2012). Definición poliedros. Recuperado de : <http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas/los-poliedros/> Madrid.

López, M., Lagunes, C., & Herrera, S. (2006). Excel como una herramienta asequible en la enseñanza de la Estadística. 7(1). Obtenido de https://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_art_lopez_lagunes_herrera.htm

Luévano, R. M. (2011). Las tecnologías de la información y del conocimiento (Tic), como mediadores digitales desde la psicología de la educación virtual. Universidad Pedagógica Nacional,. Recuperado de.

M., C. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.

M., C. (2003). El Proyecto de investigación y su esquema de elaboración. Caracas: Uyapar.

Mejía, A. C., & Loango, M. (2014). Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista, del municipio de Puerto Tejada, Cauca. Manizales: Universidad Católica de Manizales.

MEN. (1994). Ley 115 de 1994 Decreto 1860 de 1994 Decreto 1290 de 2009. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-172061_archivo_pdf_decreto1860_94.pdf.

MEN. (1997). Serie lineamientos curriculares Matemática. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2003). Estándares básicos de competencias en matemáticas (2003). Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.

- MEN. (2006). Matrices de referencias matemáticas. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf.
- MEN. (2013). Competencias TIC para el desarrollo profesoral docente. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2014). Geometría activa lineamientos curriculares . Recuperado de: http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf .
- MEN. (2017). Derechos básicos de aprendizaje V2. Recuperado de <http://www.colombiaaprende>.
- MEN. (2006). Estándares básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia. Magisterio.
- Méndez. (2002). Desde la perspectiva del constructivismo psicológico, el aprendizaje es fundamentalmente un asunto personal.
- Mestres, J. (1994). Cómo construir el proyecto curricular.
- Miguel, D. (2005). De Miguel, M. (2005). Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Alianza.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Obtenido de Ministerio de Educación: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf

- Monroy, R. (2007). Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 2(2), 29-38.
- Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 12(1), 145-157.
- Munch, L. (1994). *Fundamentos de administración*, Trillas México, Más allá de la excelencia y la calidad total. Trillas México(1998).
- NCTM. (2000). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics. Edición electrónica: <http://standards.nctm.org/>.
- Nieto. (2004). Resolución de problemas matemáticos. Talleres de formación matemática. Maracaibo, Ecuador Recuperado de <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/461/457obligatoire>. Tesis doctoral, Université de Bordeaux I.
- Odreman, N. (1996). La reforma curricular venezolana. Educación Básica. .
- Pes, C. (2000). SISTEMAS DE NUMERACIÓN. Recuperado de http://www.carlospes.com/curso_representacion_datos/02_02_sistema_de_numeracion_a_rabigo.php.
- Planchart. (2012). La visualización y la modelación. Universidad Autónoma del estado de Morelos.
- Polya. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. México.

Presa, M. J. (2014). Ambientes de aprendizaje. Recuperado de:

<http://musasmaticas.blogspot.com.co/2014/05/ambientes-de-aprendizaje.html> .

Prieto. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: el caso del aprendizaje basado en problemas, en *Miscelánea Comillas. Revista de Ciencias Humanas y Sociales* Vol.64. Núm.124. Págs. 173-196.

Puig, L., & Cerdán, F. (8-10 de julio de 1990). La estructura de los problemas aritméticos de varias operaciones combinadas. Conferencia plenaria invitada en la Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en *Matemática Educativa*, (págs. 1-32). Acapulco, Guerrero, México.

Ramírez, O. (2011). Aprendizaje del Valor Posicional en Estudiantes de Grado Sexto. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.

Rizo, C., & Campistrous, L. (Noviembre de 1999). Estrategias de Resolución de Problemas en la Escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 2(2-3), 31-45.

Ruano, O. (2012). *Sistemas de Numeración Operaciones- Códigos*. España. Universidad Nebrija.

Ruiz, H. y. (2014). ¿Se puede leer como “cuatro subido a la tres?: un estudio sobre las estrategias de construcción de la representación polinomial. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* Volumen 17, núm. 2. .

Sabino. (1992). Ed. Panapo, Caracas, 216 págs.

Sainz. (2014). *La visualización en geometría: un estudio en 3º ESO*. Universidad de Cantabria .

- Sampieri. (2010). Enfoque cualitativo de tipo fenomenológico Recuperado de https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigaci%C3%B3n%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf .
- Sardella, B. M. (2002). Poliedros en el aula. *Números revista de didáctica de las matemáticas* volumen 49, marzo de 2002, pág. 45-46.
- Schoenfeld. (1991). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. Argentina: Ed. EDIPUBLISA.(Olimpiada Matemática) Argentina, 1991.
- Sepúlveda, A., Medina, C., & Sepúlveda, D. I. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 21(2), 79-115.
- Servicio de Innovación Educativa. (2008). *Aprendizaje Basado en Problemas*. Madrid, España: Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid .
- Skate. (1998). "Case Studies", en DENZIN, N, K y LINCOLN, Y.S.(eds): *Handbook of Qualitative Research*, Sage Publications. Thousand Oaks. CA.pp.236-247.
- Smith, M., & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*(3), 344-350.
- Stenhouse, L. (1985). *Investigación y desarrollo del curriculum*, Morata. Madrid pp. 194-221.
- stur4, E. d. (2015). Estudio dDefinición de Estudio de casos. Recuperado de: <https://estudiodecasostur4.wikispaces.com/>.
- Tamayo. (1997). Mario. *El Proceso de la Investigación científica*. Editorial Limusa S.A. México.

- Terigi, F y Wolman, S. (2007). Sistemas de Numeración. Consideraciones sobre su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43.
- Torregosa, G. &. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (2). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. México, D. F.
- Triviño Duran, L. S., Sola Martínez, T., & Rivas Olivo, M. A. (2013). Comprensión lectora y gráficos estadísticos en alumnos de cuarto grado de primaria. *Educere*, 17(58), 455-464.
- UdeA. (2015). Aprende en línea. Las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Recuperado de [Http://aprendeonline.udea.edu.co/lms/moodle/](http://aprendeonline.udea.edu.co/lms/moodle/).
- Universitaria, R. F. (2013). Metodología estudio de clase. Recuperado de: <http://www.citrevistas.cl/a1-formacion.htm>.
- UPM. (2008). Universidad politécnica de Madrid. Aprendizaje basado en problemas. Guías rápidas sobre nuevas metodologías. .
- Vargas, G. (2017). El aprendizaje basado en problemas: una metodología basada en la vida real. Recuperado de: <https://www.magisterio.com.co/articulo/el-aprendizaje-basado-en-problemas-una-metodologia-basada-en-la-vida-real>.
- Vásquez, C. (2011). Construcción de sistemas de representación numérica en el aula de clase potenciando la competencia comunicativa. Colombia. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.
- Woods, E. y. (1997). Aprendizaje basado en problemas. *Revista de docencia Universitaria*. (REDU). Vol 9No 1. Enero ,abril 2011.

- Yáñez, T. (2012). Efectos de la resolución de problemas mediado por el weblog sobre el rendimiento en matemática. Tesis de maestría. Recuperado de <http://saber.ucv.ve/handle/123456789/1742>.
- Yin. (1989). *Case Study Research Design and Methods, Applied Social Research Methods Series. Vol 5*; Sage Publications, London.
- Yuni, J. A., & Urbano, C. A. (2006). *Mapas y herramientas para conocer la escuela: investigación etnográfica e investigación-acción (3 ed.)*. Argentina: Editorial Brujas.
- Zepeda, G., Salcedo, M., Castañeda, H. Y., & Fregoso, C. B. (20-30 abril, 2017). Implementación de la estrategia educativa ABP colaborativo. Obtenido de VII Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia: <http://www.eduqa.net/eduqa2017/index.php/biblioteca-de-ponencias>

6. Anexos

6.1. Anexos 1. Encuesta para la caracterización del grupo objetivo



5. Anexos



**Institución Educativa Libre
Circasia, Quindío**



- .1. Nombre: _____
- .2. Sexo: Masculino _____ Femenino _____
- .3. Edad: _____
- .4. Reside en: Zona Urbana _____, Zona Rural _____
- .5. ¿Es repitente? Sí _____ No _____
- .6. ¿Tiene computador en casa?
- .7. ¿Qué tan frecuentemente utiliza el computador?
 - Diariamente _____
 - Dos o tres veces a la semana _____
 - Una vez a la semana _____
 - Con muy poca frecuencia _____
- .8. ¿Le atrae la asignatura de matemáticas?
 - Sí _____ No _____

6.2. Anexos 2. Caracterización del grupo de estudio

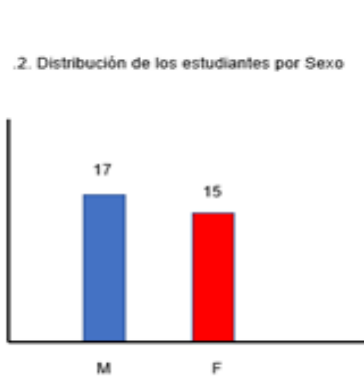


Gráfico 1., Fuente elaboración Propia.

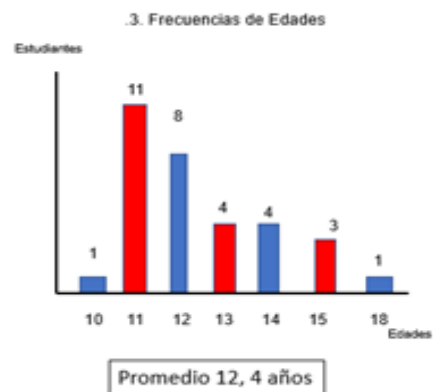


Gráfico 2., Fuente elaboración Propia

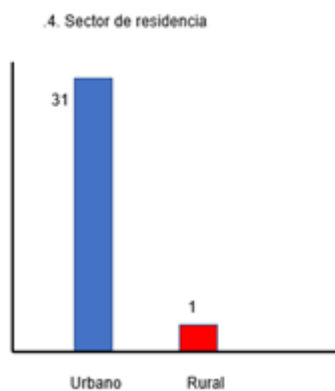


Gráfico 3., Fuente elaboración Propia.

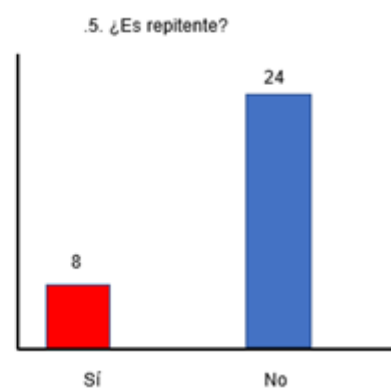


Gráfico 4., Fuente elaboración Propia

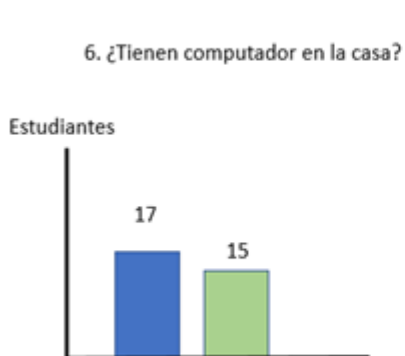


Gráfico 5., Elaboración Propia.

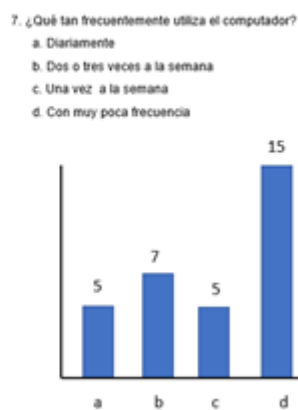


Gráfico 6., Elaboración Propia

8. ¿Le atrae la asignatura de matemáticas?

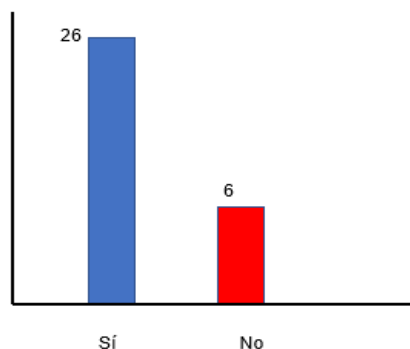


Gráfico 7., Fuente: elaboración propia.

6.3. Anexos 3. (Prueba diagnóstica y actividades)

Prueba diagnóstica

Nombre _____ grado _____

- 1) ¿Cuáles de estos son sistemas de numeración?
 - a) Romano, Indio, Egipcio, Árabe
 - b) Naturales, Enteros y Racionales
 - c) X, Y y Z
- 2) ¿Qué cantidad de símbolos, respectivamente, tienen los sistemas de numeración binario, octal y sexagesimal?

binario, octal y sexagesimal?

- a) 3, 5, 16
 - b) 2, 8, 16
 - c) 8, 2, 16
 - d) 16, 8, 2
- 3) ¿Cuáles de los siguientes números pertenecen al sistema de numeración octal?

I. 111111

II. 785453

III. 8888888

IV. 3456712

- a) SOLO I
- b) SOLO II
- c) SOLO I Y III
- d) SOLO I Y IV

4) ¿El resultado de convertir 168 a binario es?

- a) 10001000_2
- b) 100_2
- c) 1000_2
- d) 10101000_2

5) El resultado de convertir 011011001101_2 a hexadecimal es?

- a) 1741
- b) 6CD
- c.) 1740
- d) 600

6) ¿El resultado de convertir 011011001101_2 a hexadecimal es?

- b) 1741
- c) 6CD
- d) 1740
- e) 600

7) Si 10 chocolates forman un paquete, y tengo 1 paquete de 100 chocolates ¿Qué significa esto?

- a) Tengo un paquete formado por 10 paquetes de 10 chocolates
- b) Tengo 100 dulces en un paquete
- c) Necesito más dulces para formar ese paquete

7. Convierta el número 43421, en base 5, a decimal

8. ¿Qué número decimal representa la siguiente descomposición polinomial?

$$3x 10^4 + 5x10^3 + 6x10 + 5x 10^0$$

- a. 3565
- b. 305065
- c. 35065
- d. 35605

9. Realice la siguiente suma 3243_6 más 2533_6

10. Al restar $452343_6 - 345324_6$ ¿el resultado es?

- a. 120311_6
- b. 123456_6
- c. 22134_6
- d. 103015_6

11. En una promoción de gaseosa, por cada tres tapas obsequian un afiche, por cada tres afiches dan una botella miniatura y por cada tres botellas miniatura dan una camiseta. ¿Cuántas tapas debe recolectar Juan para obtener una camiseta? Realiza un diagrama para justificar tu respuesta.

12. analice el siguiente esquema donde se muestran las equivalencias entre fichas

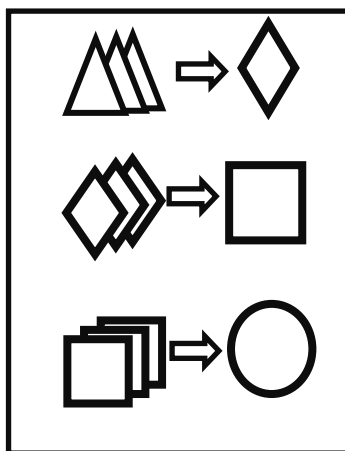


Gráfico25. Fuente Elaboración Propia

a. A cuantos triángulos equivale un circulo_____ explica tu respuesta

b. Camilo tiene 15 triángulos y Ana tiene dos cuadrados, si los dos cambiaran sus fichas por rombos, ¿Quién tendría más de estas fichas?_____ . Explica tu respuesta



Plan de clase

Asignatura: Matemáticas	Tema: SISTEMAS DE NUMERACION POSICIONAL	
Tiempo: 7 periodos de clase (1 hora c/u)	Subtemas: -sistema de numeración (Romano, Egipcio, arábigo, en diferentes bases) - Relación y conversión del sistema decimal a otras bases - operaciones de números en diferentes bases (suma y resta) - resolución de situaciones problema en diferentes bases (empaquetamiento)	
Estándar:		
<ul style="list-style-type: none"> - Justifica la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. - Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. - Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos 		
DBA		
<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos. - Opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas. 		
CONTENIDOS		
(Sistemas de numeración, conteo en diferentes bases, operaciones en diferentes bases (conversión, suma y resta), problemas de aplicación (empaquetamiento))		
CONCEPTUALES O FACTUALES - Reconoce diferentes	PROCEDIMENTALES - Interpreta - Opera	ACTITUDINALES - valora el saber social

sistemas de numeración - Entiende el conteo en diferentes bases - Opera en diferentes bases - Resuelve y propone situaciones problema en diferentes bases(empaquetamiento)	- Comprueba - Diferencia - Resuelve	- Trabaja en equipo - Muestra interés por el tema - Propone actividades - Sale al tablero, participa en clase
---	---	--

MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS	INDICADORES DE EVALUACIÓN	TIEMPO
Periodo de clase # 1	“Aplicación prueba diagnóstica” (anexo 1)	fotocopias	desempeño en la prueba	60’
<u>Motivación</u>	1. Presentación n powerpoint, video y diapositivas	Video bean	Participación	50’
Apertura		Tablero	Orden	
(Periodo de clase # 2, 3, 4, 5, 6)	2. Saberes previos 3. Entrega de guías		Trabajo en equipo	
<u>Procedimientos</u>	1. Explicación general	Video vean	Participación	
<u>Desarrollo:</u>	2. solución de preguntas y respuestas	Tablero	Orden	180’
Incorporar La nueva información	3. salidas al tablero	Guías en fotocopia	Trabajo en equipo	
(Periodo de clase # 2, 3, 4, 5, 6)	4. resolución de la guía con la ayuda del software Yupana (anexos 2,3,4,5, y 6)	Tablets Software Yupana	Desarrollo de las guías de trabajo	

<u>CIERRE</u>	1. Participación			
APLICACIÓN CONSTRUCCIÓN DE NUEVOS CONCEPTOS (Periodo de clase # 2, 3, 4, 5, 6)	2. Sustentar una opinión personal	Tablero	Orden	
	3. Asociación de sistemas en diferentes bases	Trabajo en equipo fotocopias	Trabajo en equipo	70'
	4. Uso del software Yupana	Tablets	Trabajo individual	
	5. Sustentación de las guías de trabajo.	Software Yupana	Desarrollo y sustentación de preguntas problematizadoras	
Periodo de clase #7	Prueba definitoria (anexo 7)	fotocopias	Desempeño	60'
EVALUACIÓN				

La evaluación se hará a partir de los resultados de la prueba diagnóstica y posterior prueba definitoria, sin olvidar que se hará un análisis de cada uno de los momentos de clase, por medio de videos, fotografías, entrevistas con un grupo de individuos del grado.



ASPECTOS		
ACTITUDINALES		
INDIVIDUALES	Sentido de responsabilidad, respeto, reflexión y análisis de lo que se hace.	Utiliza en forma crítica el material de información.
GRUPALES	Toma conciencia de los otros, sentido de colaboración, apertura de los valores culturales en que se vive.	Contribuye con sus aportes al dinamismo del trabajo grupal. Respeto el material de trabajo y estudio.

(Representemos)

NOMBRE _____ GRADO _____

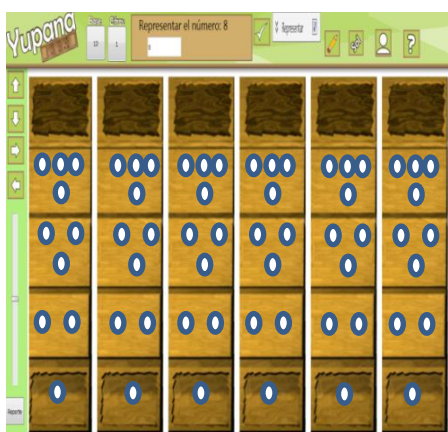
1. Nombre diferentes sistemas de numeración descritos en clase en el video y la presentación.

1. Relacione con una flecha los siguientes números con su sistema de numeración correspondiente

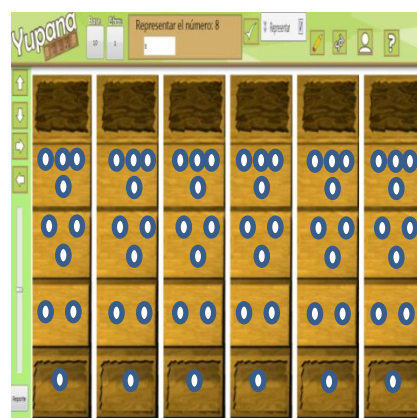
NUMERO	NUMERO	SISTEMA
	314 ₈	Hexadecimal
	XIX	Egipcio
	2AB ₁₆	Decimal
	2017	Indio
	101101 ₂	Octal
		Binario
	Roman0	

2. Definamos con nuestras propias palabras, ¿Qué es un sistema de numeración?

3. Con la ayuda de la Tablet en el software Yupana representemos los siguientes números mostrados en diferentes bases



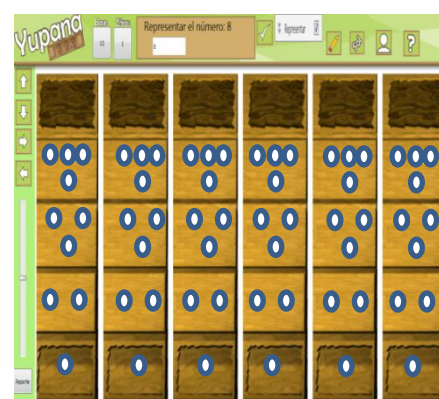
304_5



154321_8



101110_2



34563_8

Gráfico 25. Capturas de imagen del Software Yupana(Grupo Gedes)

4. Observa las siguientes representaciones en la Yupana, escribir que numero representa y cuáles son las posibles bases a las que pertenece.

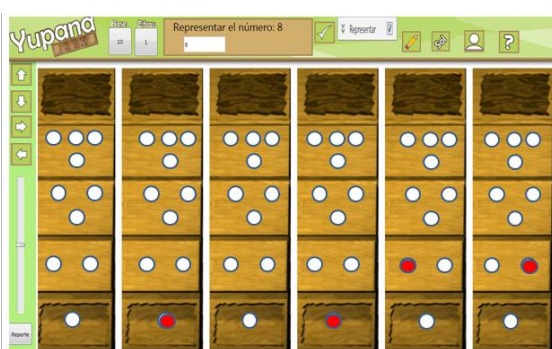


Gráfico 24, Captura de imagen del software Yupana



Gráfico 24, Captura de imagen del software Yupana

NÚMERO _____

NÚMERO _____

BASES _____ BASES _____

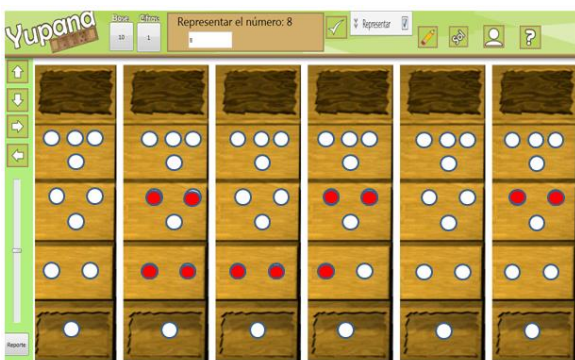


Gráfico 26, Captura de imagen del software Yupana



Gráfico 27, Captura de imagen del software Yupana

NÚMERO _____

NÚMERO _____

BASES _____

BASES _____

(Convirtamos)

NOMBRE _____ GRADO _____

1. **Ejercicio de repaso** “Cuenta los trenes en base 2, los aviones en base 3, y los barcos en base 4 y escribe tus respectivas respuestas.

Trenes en base 2 _____

Aviones base 3 _____

Barcos base 4 _____

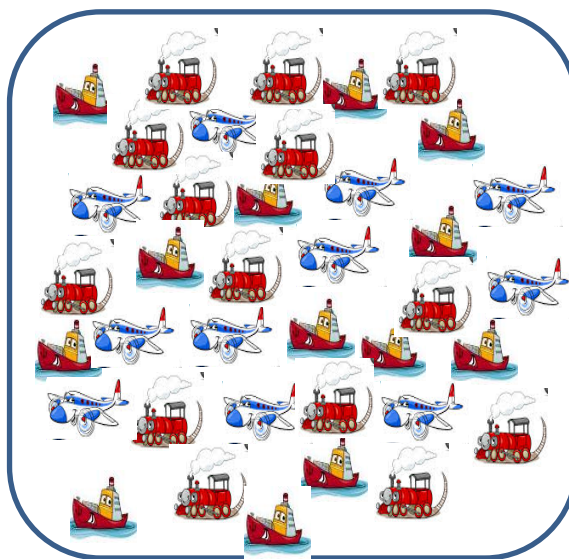


Gráfico 30. Fuente elaboración propia

- a. Utilizando los métodos vistos en clase convertir

a) $4389 \longrightarrow$ base 8
b) $5462_8 \longrightarrow$ base 10

b. ¿Qué número representa en el sistema decimal 1100101_2 ?



c. ¿De qué forma podrías pasar el número 23423_8 a base 4?



2. Convierta la cantidad de aviones, trenes y barcos d la primera pregunta a base 5



Operemos

NOMBRE _____ GRADO _____

Con lo visto en clase resolvamos los siguientes ejercicios y situaciones problema con la ayuda de la Tablet y el software Yupana.

- Realiza las siguientes sumas y sombree los círculos de la Yupana que corresponden al resultado de la suma, no olvides tener en cuenta la base indicada.

a. 1011_2

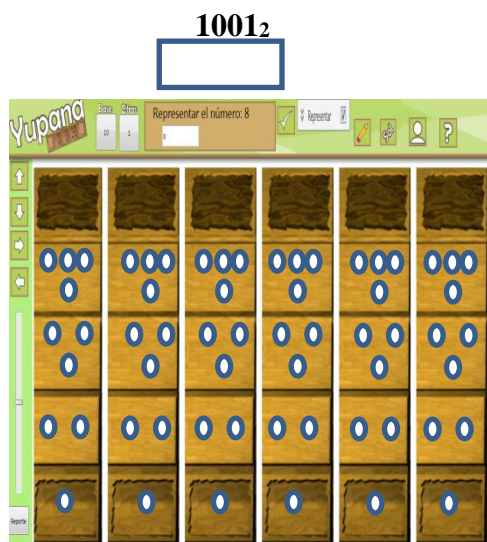


Gráfico 31, Captura de imagen del software Yupana

b. 436_7

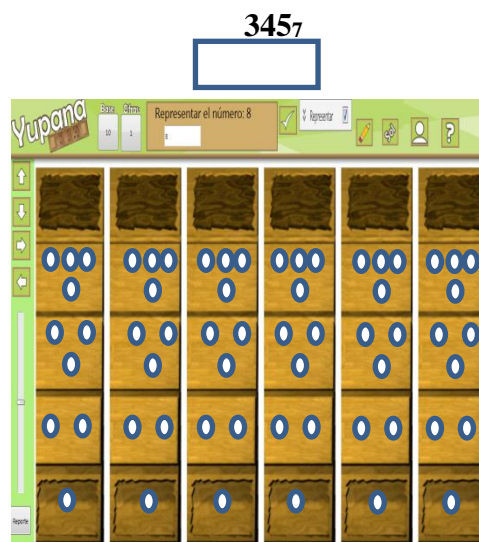


Gráfico 32, Captura de imagen del software Yupana

- Una buseta sale de Circasia a las 7 am con destino a Armenia con 5 pasajeros, en el primer paradero se suben otros tres pasajeros, en el segundo paradero se suben otros 3 pasajeros y en el último paradero se suben los últimos 3 pasajeros.

Pregunta

- ¿Cuántos pasajeros llegan a Armenia? _____
- Si el problema se resuelve en base 8, ¿Cuántos pasajeros llegan a Armenia? _____

c. ¿Son estos resultados iguales? Justifica tu respuesta

3. Camila y Andrea quieren contar las fichas de su nuevo juego lego que su padre les compro, este consta de 101_2 fichas rojas, 54_7 fichas blancas y 234_5 , ¿Cuántas fichas tiene en total el juego lego?



4. Andrés tiene 50 canicas de color azul, rojo y verde, él le dice a Carlos que tiene 100101_2 canicas azules, 102_3 canicas rojas y que si Carlos le dice cuántas canicas verdes tiene, Andrés se las regala todas. Ayuda a Carlos a ganarse las canicas, ¿Cuántas canicas verdes tiene Andrés? Explica tu respuesta.



5. Explica como utilizas el software YUPANA para resolver estos problemas propuestos



Empaquetemos 1

Nombre _____ grado _____

Con lo visto en clase y con la ayuda del software Yupana, resuelva las siguientes situaciones problema, las cuales están ilustradas con unos gráficos.

1. Camila tiene 93 rombos y desea cambiarlos de tal manera que le queden la menor cantidad de fichas posibles.

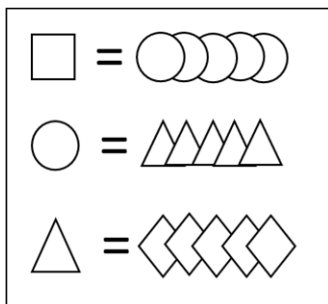


Gráfico 33. Fuente elaboración propia

¿De qué forma debe Camila cambiar estas fichas y con cuáles fichas queda?. Justifica tu respuesta.

2. Con base en el siguiente esquema

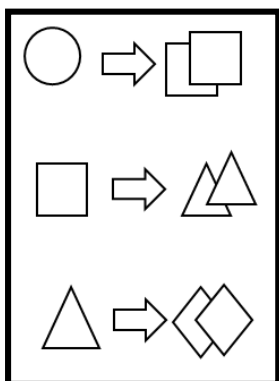


Gráfico 34. Fuente elaboración propia

Si Andrea tiene 7 rombos, ¿podrá ella cambiarlos para que consiga algún círculo? Explica tu respuesta

3. analice el siguiente esquema donde se muestran las equivalencias entre fichas

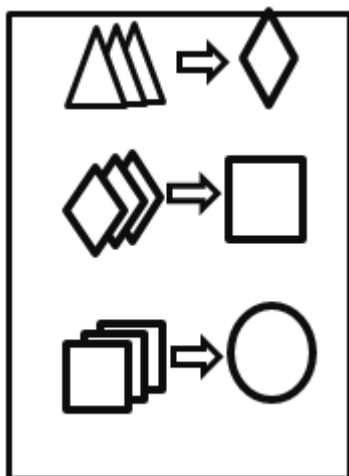
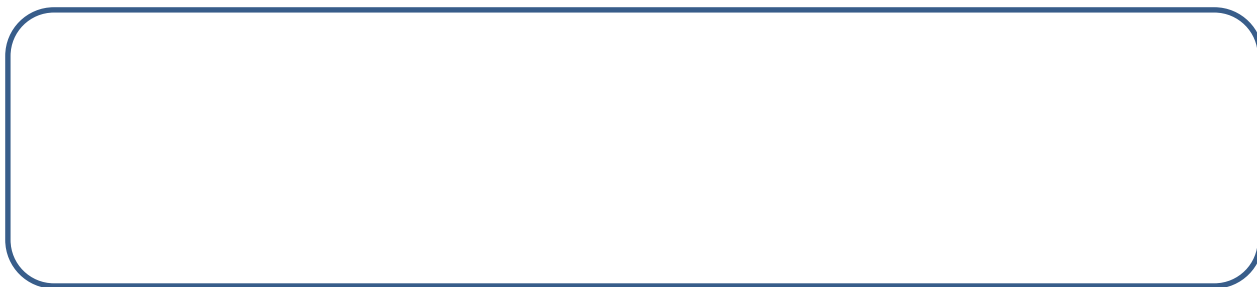


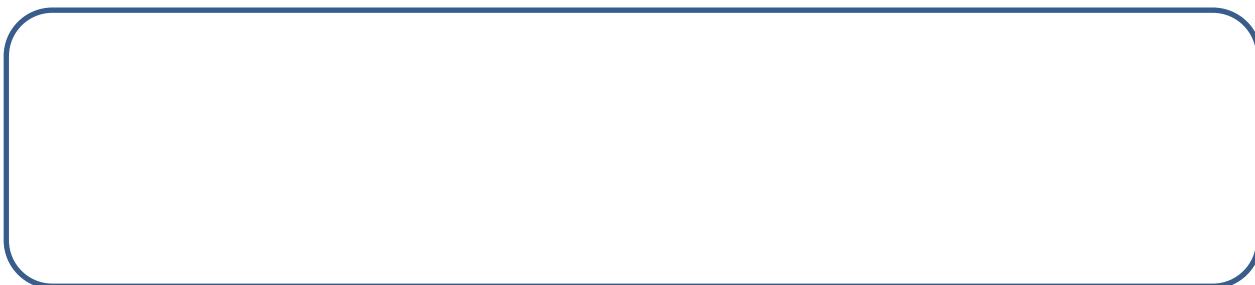
Gráfico 35. Fuente propia

¿A cuántos triángulos equivalen 2 círculos? _____ explica tu respuesta



4. si tenemos en cuenta el esquema de la pregunta anterior ayudemos a Andrea y a Camila resolver su discusión.

Andrea tiene 81 círculos y dice que sus fichas son equivalentes a las de Camila que tiene 9 rombos. ¿Tiene Andrea razón? Justifica tu respuesta



5. Camila está cumpliendo 15 años y le harán una gran fiesta, a la cual están invitadas 216 personas entre familiares y amigos. Haciendo la lista de requerimientos para la fiesta llegan al tema de las bebidas, y su mamá piensa que durante toda la fiesta cada persona va a beber como máximo seis vasos de gaseosa. Si la gaseosa la venden como muestra la siguiente figura:

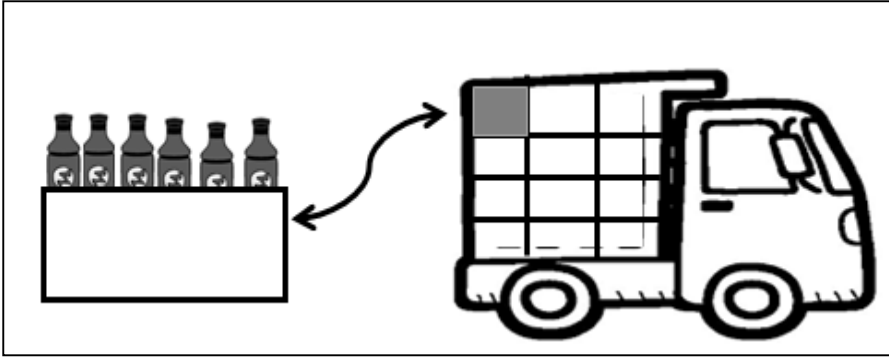


Gráfico 36. Fuente propia

¿Cuántos camiones de gaseosa debe contratar para que en su fiesta no haga falta nada en cuestión de bebidas? Justifica tu respuesta.

A large, empty rounded rectangular box with a blue border, intended for the student's answer and justification.

Empaquetemos 2

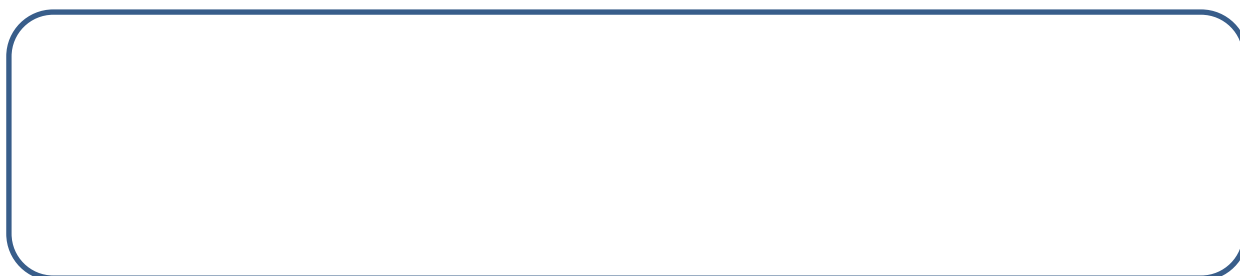
Nombre _____ grado _____

Con lo visto en clase y con la ayuda del software Yupana, resuelva las siguientes situaciones problema, y en cada una de ellas muestra el proceso que realizas para resolverlo, no olvides dar respuesta a los problemas. Muchos éxitos.

1. Si sé que estoy trabajando en base 3 y tengo 27 fichas de color azul, 9 fichas de color verde, 3 fichas de color amarillo y una de color rosado. ¿Cuál sería un esquema (dibujo) para representar las equivalencias entre las fichas?



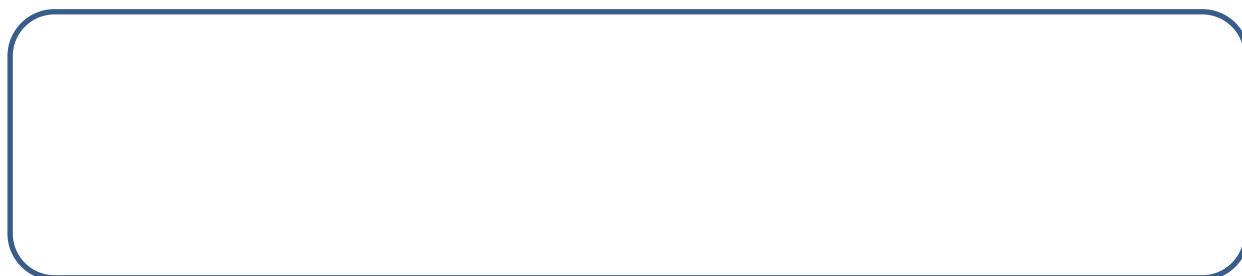
2. En una tarde se reúnen Carlos, Andrés, Juan y Mateo para jugar a las canicas cada uno llevaba 3 bolsas, cada bolsa con 12 canicas. Al final de la tarde Mateo gana el total de las canicas de sus amigos. ¿con cuántas canicas llegó Mateo a su casa?



3. Un racimo de plátanos contiene 6 gajas, cada gaja contiene 6 plátanos. En una caja se empacan 6 racimos y en un guacal se empacan 6 cajas. Si en la tarde llegan dos camiones para llevar plátanos al supermercado olímpica. ¿Cuántos plátanos llegan al supermercado si se sabe que cada camión transporta 6 guacales de plátanos? Dibuja un esquema



4. En el ejército de Colombia forman a los soldados de la siguiente manera, 8 soldados representan una fila, 8 filas representan un escuadrón, 8 escuadrones representan una compañía y 8 compañías forman un batallón. Si el presidente decide enviar dos batallones a la frontera. ¿Cuántos soldados debe desplazar el ejército para cumplir esta orden?



5. Camila está cumpliendo 15 años y le harán una gran fiesta, a la cual están invitadas 216 personas entre familiares y amigos. Haciendo la lista de requerimientos para la fiesta llegan al tema de las bebidas, y su mamá piensa que durante toda la fiesta cada persona va a beber como máximo seis vasos de gaseosa. Si la gaseosa la venden como muestra la siguiente figura:

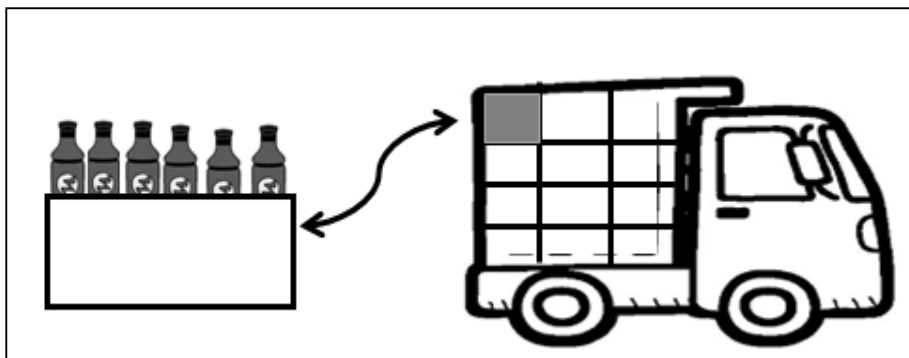


Gráfico 37. Fuente elaboración propia

a. ¿Cuántos camiones de gaseosa debe contratar para que en su fiesta no haga falta nada en cuestión de bebidas? Justifica tu respuesta.

b. Si a la fiesta solo confirman asistencia 85 personas ¿cuántos camiones de gaseosa se deben contratar?

6.4. Anexos 4. Análisis gráfico prueba diagnóstica

Preguntas:

- 1) ¿Cuáles de estos son sistemas de numeración?
 - a) Romano, Indio, Egipcio, Árabe
 - b) Naturales, Enteros y Racionales
 - c) X, Y y Z

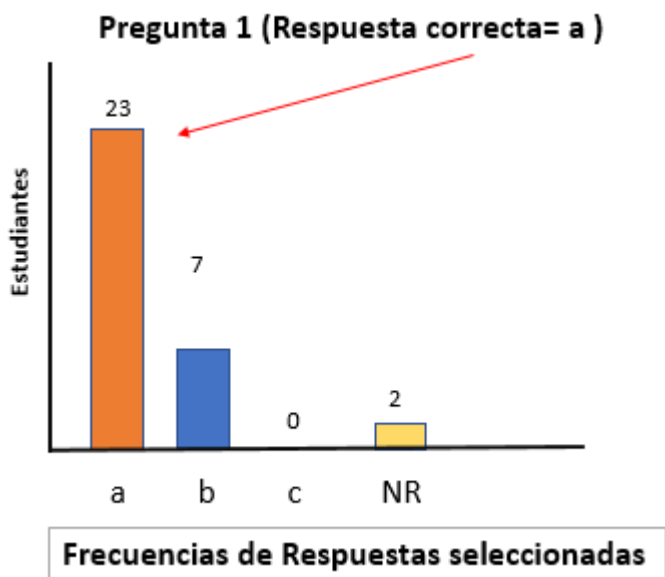


Gráfico 8. Fuente elaboración propia

2) ¿Qué cantidad de símbolos, respectivamente, tienen los sistemas de numeración binario, octal y hexadecimal?

- a) 3, 5, 16
- b) 2, 8, 16
- c) 8, 2, 16
- d) 16, 8, 2

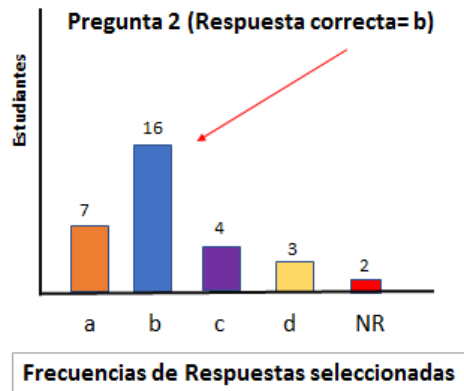


Gráfico 9. Fuente elaboración propia

3) ¿Cuáles de los siguientes números pertenecen al sistema de numeración octal?

- | | | | |
|------|---------|-----|---------|
| III. | 111111 | II. | 785453 |
| III. | 8888888 | IV. | 3456712 |
- a) Solamente I
 - b) Solamente II
 - c) Solamente I Y III
 - d) Solamente I Y IV

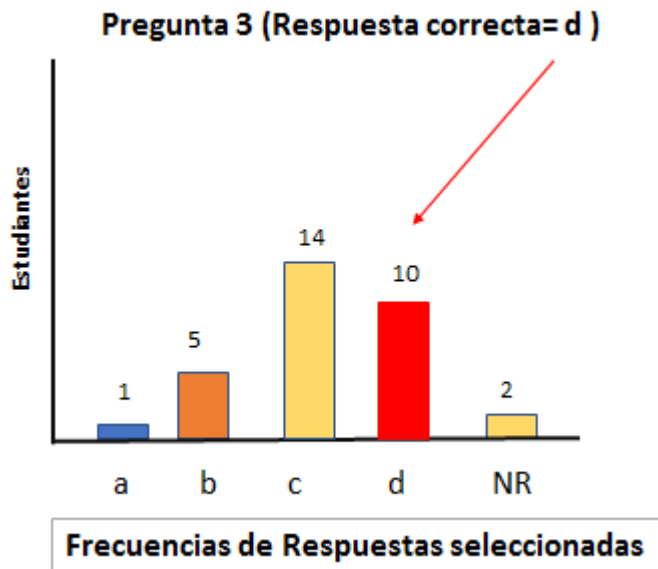


Gráfico 10. Fuente elaboración propia

4. ¿El resultado de convertir 168 a binario es?

- a) 100010002
- b) 1002
- c) 10002
- d) 101010002

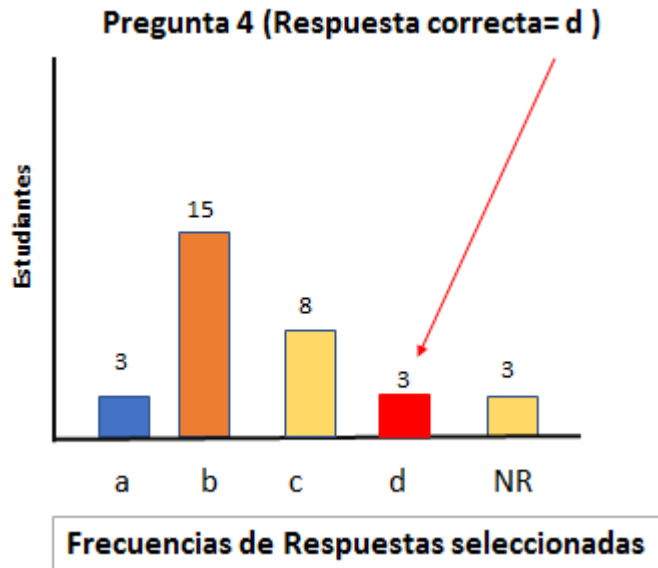


Gráfico 11. Fuente elaboración propia

5. ¿El resultado de convertir 0110110011012 a hexadecimal es?

- a) 1741
- b) 6CD
- c) 1740
- d) 600

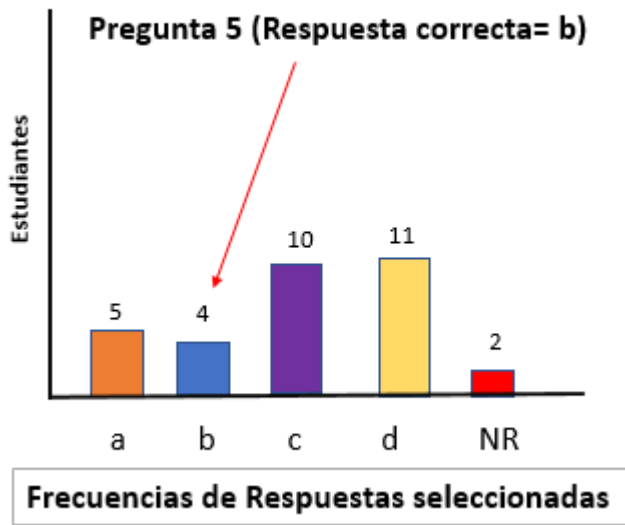


Gráfico 12. Fuente elaboración propia

6. Si 10 chocolates forman un paquete, y tengo 1 paquete de 100 chocolates ¿Qué significa esto?

- a) Tengo un paquete formado por 10 paquetes de 10 chocolates
- b) Tengo 100 dulces en un paquete
- c) Necesito más dulces para formar ese paquete

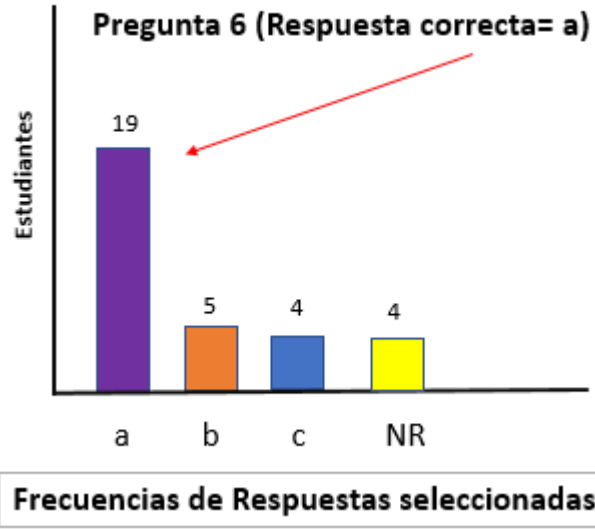
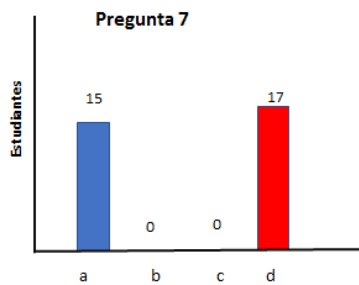


Gráfico 13. Fuente elaboración propia

7. Convierta el número 43421, en base 5 a decimal



Frecuencias de Respuestas seleccionadas

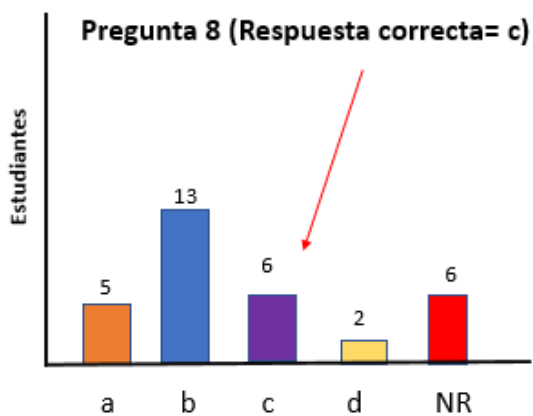
- a. No Responde
- b. Muy satisfactoria
- c. Satisfactoria
- d. Poco satisfactoria

Gráfico 14. Fuente elaboración propia

8. ¿Qué número decimal representa la siguiente descomposición polinomial?

$$3x 10^4 + 5x10^3 + 6x10 + 5x 10^0$$

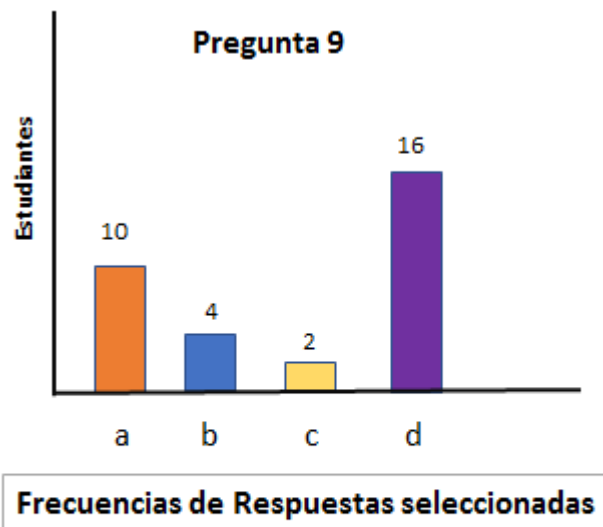
- a. 3565
- b. 305065
- c. 35065
- d. 35605



Frecuencias de Respuestas seleccionadas

Gráfico 15. Fuente elaboración propia

9. Realice la siguiente suma 3243_6 más 2533_6



- a. No responde
- b. Respuesta muy satisfactoria
- c. Respuesta Satisfactoria
- d. Respuesta poco satisfactoria

Gráfico 16. Fuente elaboración propia

10. Al restar $452343_6 - 345324_6$ ¿el resultado es?

- a. 120311_6
- b. 123456_6
- c. 22134_6
- d. 103015_6

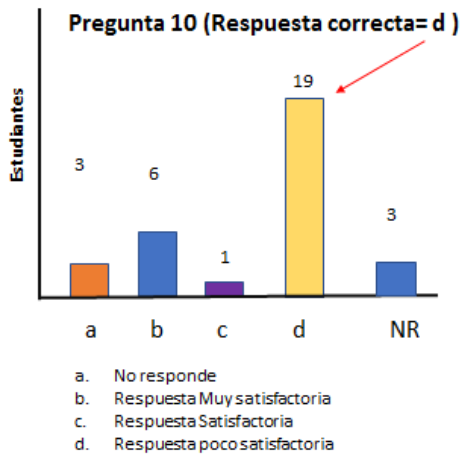
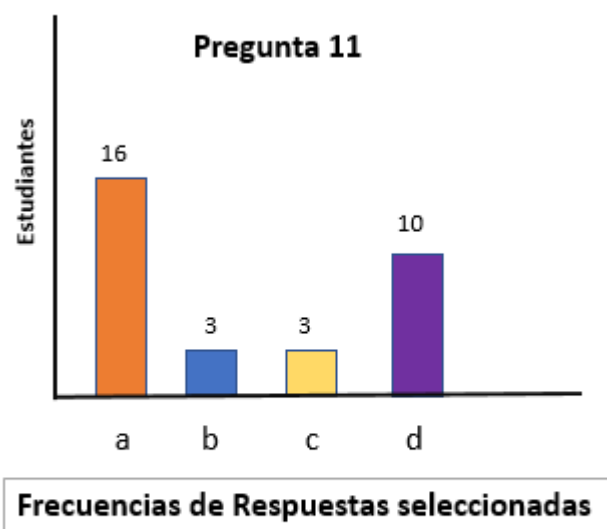


Gráfico 17. Fuente elaboración propia

11. En una promoción de gaseosa, por cada tres tapas obsequian un afiche, por cada tres afiches dan una botella miniatura y por cada tres botellas miniatura dan una camiseta. ¿Cuántas tapas debe recolectar Juan para obtener una camiseta? Realiza un diagrama para justificar tu respuesta.



- a. No responde
- b. Respuesta muy satisfactoria
- c. Respuesta Satisfactoria
- d. Respuesta poco satisfactoria

Gráfico 18. Fuente elaboración propia

12. analice el siguiente esquema donde se muestran las equivalencias entre fichas

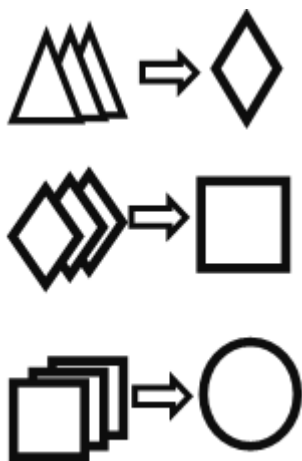
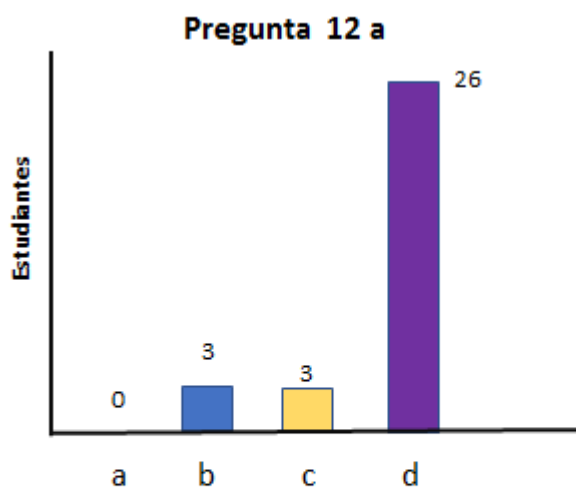


Gráfico 19. Fuente elaboración propia

a. A cuantos triángulos equivale un círculo _____ explica tu respuesta

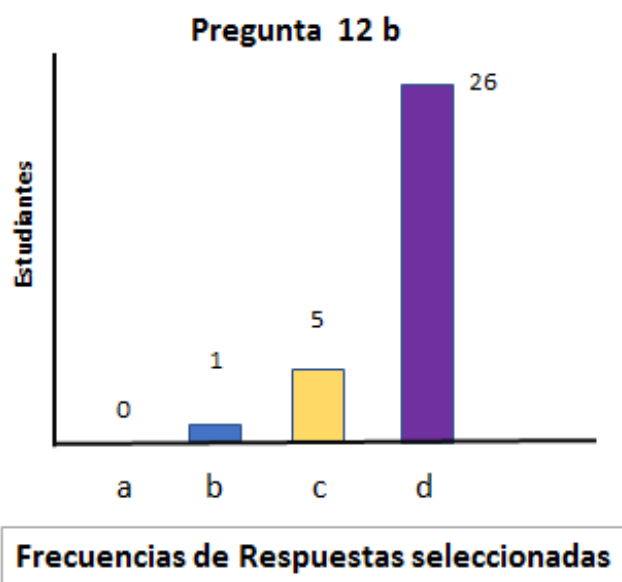


Frecuencias de Respuestas seleccionadas

- a. No responde
- b. Respuesta muy satisfactoria
- c. Respuesta Satisfactoria
- d. Respuesta poco satisfactoria

Gráfico 20 Fuente elaboración propia

b. Camilo tiene 15 triángulos y Ana tiene dos cuadrados, si los dos cambiaran sus fichas por rombos, ¿Quién tendría más de estas fichas? _____. Explica tu



- a. No responde
- b. Respuesta muy satisfactoria
- c. Respuesta Satisfactoria
- d. Respuesta poco satisfactoria

Gráfico 21. Fuente elaboración propia

6.5. Anexos 5. Formato de Evaluación

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LIBRE

AUEVALUACIÓN Y COEVALUACIÓN

ESTUDIANTE _____ GRADO: _____ FECHA: _____

PROFESOR: _____ ASIGNATURA: _____

ESCALA A UTILIZAR DE 1 A 5 luego haga su promedio y será su nota total cada columna representa autoevaluación – 1-3-5-y las 2-4 y 6 representa la coevaluación

Nº	ASPECTO A EVALUAR	1	2	3	4	5	6
	DISCIPLINA						
1	Soy puntual en las clases						
2	Mantengo el salón ordenado y no escribo en los pupitres						
3	Porto correctamente el uniforme escolar						
	RELACION CON LOS COMPAÑEROS						
4	Participo activamente en el trabajo colaborativo						
	ATENCION A LAS CLASES						
5	Presto la debida atencion a las clases						
6	Sigo las instrucciones del profesor						
	INTERES EN LAS CLASES						
7	Utilizo internet como apoyo para mi aprendizaje de la clase						
8	Termino las actividades asignadas para realizar en el aula						
9	Me esfuerzo en la realización y entrega puntual de las tareas						
10	Organizo y copio la información de la clase en mi cuaderno						
11	Realizo preguntas sobre lo que no entiendo de la clase						
	PARTICIPACION EN CLASE						
12	Participo de forma activa y regularmente en el tablero						
13	Realizo preguntas claras y oportunas						
14	Evito hablar sobre temas que no son parte de la clase						
15	Expreso mis opiniones de manera razonable y coherente						
16	TOTALES						

Registró de observación de clase (mec)

Título de la clase

Fecha de ejecución:

Nombre del observador:

Nombre de la Institución que representa:

Nombre de la Institución donde se imparte la clase:

Grado

Ciudad

Departamento

Nombre del docente que lleva a cabo la clase:

Área de desempeño:

Nombre de los integrantes del equipo de trabajo:

Sobre el plan de clase

1. ¿El plan de la actividad es consistente con los objetivos de la clase?

Muy consistente

Consistente

Algo consistente

No consistente

Razón:

2. ¿La clase está planeada sistemáticamente?, ¿El inicio, la búsqueda/verificación y el cierre están claramente separados?

Muy sistemática

Sistemática

Algo sistemática

No sistemática

Razón:

3. ¿Las diferentes actividades de aprendizaje están incorporadas apropiadamente en la clase? (Individuales, en grupos o en la clase entera)

Muy apropiado Apropiado Algo apropiado No apropiado

Razón:

4. ¿El plan de la clase toma adecuadamente en consideración la reacción de los estudiantes? ¿Se tomaron en cuenta las diversas reacciones de los estudiantes, especialmente de aquellos con problemas para aprender?

Muy adecuado Adecuado Algo adecuado No adecuado

Razón:

5. ¿Los materiales didácticos (Incluyendo el uso del pizarrón) están bien planeados para ayudar a los estudiantes a maximizar su potencial de aprendizaje?

Muy adecuado Adecuado Algo adecuado No adecuado

Razón:

Sobre la clase observada

1. ¿El maestro presentó claramente los objetivos y el propósito de la clase para que así los estudiantes comprendieran la intencionalidad de la misma?

Muy claramente Claramente Algo claramente No claramente

Razón

2. El maestro organizo a los estudiantes (y a sus actividades de aprendizaje) separándolos claramente (individualmente / grupos / clase entera) de acuerdo a los planes de la clase?

Muy claramente Claramente Algo claramente No claramente

Razón:

3. ¿El maestro les indico claramente a los estudiantes lo que tenían que hacer?

Muy claramente Claramente Algo claramente No claramente

Razón:

4. ¿Los estudiantes comparten sus ideas y opiniones y participan activamente con la clase?

Muy activo Activo Algo activo No activo

Razón:

5. ¿El maestro alienta apropiadamente a sus estudiantes a intercambiar sus opiniones con otros estudiantes?

Muy apropiado Apropiado Algo apropiado No apropiado

Razón:

6. ¿El maestro observa de cerca a los estudiantes y les enseña de manera individual cuando es necesario?

Siempre A menudo Algunas veces Nunca

Razón:

7. ¿El maestro conduce la clase apropiadamente con base en los objetivos de aprendizaje?

Muy apropiado Apropiado Algo apropiado No apropiado

Razón:

8. ¿Las actividades de aprendizaje y el uso de materiales didácticos (pizarrones, libros, juegos, cartas, libros de palabras, etc) son suficientemente motivantes para que los estudiantes participen en las actividades de aprendizaje?

Muy suficiente Suficiente Algo suficiente No suficiente

Razón:

9. ¿El maestro concluyó la clase apropiadamente (revisión / evaluación / comentarios de la siguiente clase)?

Muy apropiado Apropiado Algo apropiado No apropiado

Razón:

10. ¿Las actividades de la clase permitieron apropiadamente el desarrollo de competencias en los estudiantes?

Muy apropiado

Apropiado

Algo apropiado

No apropiado

Razón:

Reflexión general de la clase...

Para uso de la reflexión general de la clase:

ASPECTOS POSITIVOS

ASPECTOS POR MEJORAR

6.6. Anexos 6. Autorizaciones

Autorización niños

DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) y FOTOS PARA USO PÚBLICO

(Para que los estudiantes que aparecen en el video, lo entreguen al docente) Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, la **Institución Educativa Libre** solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante _____, identificado(a) con tarjeta de identidad número _____, alumno de la Institución Educativa Libre para que aparezca ante la cámara, en una videograbación con fines pedagógicos que se realizará en las instalaciones del colegio mencionado.

El propósito del video es evidenciar el desarrollo de la Experiencia Significativa con uso pedagógico de la maestría en enseñanza de las matemáticas en el proyecto: ***Ambiente de aprendizaje para la enseñanza del sistema de numeración posicional y basado en resolución de problemas y mediado por tic para estudiantes de grado sexto de la institución educativa libre del municipio de circasia Quindío***, el cual será aportado como soporte a **las evidencias del proyecto de grado de la maestría**, que adelanta el Ministerio de Educación Nacional y la Universidad tecnológica de Pereira Risaralda, quedará como documentación de la propuesta; así mismo podrá ser utilizado con fines demostrativos ante otros docentes. Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

Autorizo,

Nombre del padre/madre de familia o acudiente

Nombre del estudiante

Cédula de ciudadanía

Tarjeta de Identidad

Fecha: ___ / ___ / _____

2.2. Autorización Adultos

Autorización Adultos

DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) PARA USO PÚBLICO

(Para que los adultos que aparecen en el video, lo entreguen al docente)

Yo _____, identificado(a) con cédula de ciudadanía número _____, en mi calidad de padre/madre ___ acudiente ___ docente ___ directivo docente ___ autorizo para que aparezca mi imagen ante la cámara, en una videograbación con fines pedagógicos que se realizará para la **Institución Educativa Libre**

El propósito del video es evidenciar el desarrollo de la Experiencia Significativa con uso pedagógico de la maestría en enseñanza de las matemáticas en el proyecto: ***Ambiente de aprendizaje para la enseñanza del sistema de numeración posicional y basado en resolución de problemas y mediado por tic para estudiantes de grado sexto de la institución educativa libre del municipio de circasia Quindío***

El cual será aportado como soporte a la postulación en la maestría de enseñanza de las matemáticas que adelanta el Ministerio de Educación Nacional y quedará como documentación de la propuesta; así mismo, el video será objeto de evaluación como parte de los requisitos de la convocatoria y podrá ser publicado en las plataformas del Portal Educativo Colombia Aprende y Redmaestros, y podrá ser utilizado con carácter demostrativo ante otros docentes. Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

Autorizo,

Nombre del padre/madre de familia/acudiente

Cédula de ciudadanía

Docente/o directivo docente

Fecha: ___ / ___ / _____

Autorización Rector

ACREDITACIÓN DE RECEPCIÓN DE CONSENTIMIENTOS INFORMADOS DE LOS ADULTOS Y PADRES DE FAMILIA, PARA GRABACIÓN DE ELLOS MISMOS Y/O SUS HIJOS EN FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS)

(Para que el docente entregue al rector del colegio, junto con los anexos 1 y 2 que correspondan)

Los anexos 1 y 2 diligenciados, son para reserva del rector; solamente debe subir el presente anexo.)

Yo, _____ con cédula de ciudadanía número _____, Rector de la Institución Educativa _____, ubicada en el/la municipio/ciudad _____ con dirección _____, con código DANE número _____, certifico que cuento con las autorizaciones firmadas por los padres de familia y que permitieron al docente _____, con cédula de ciudadanía número _____, grabar a los estudiantes para el video de la Experiencia Significativa con uso pedagógico de la maestría en enseñanza de las matemáticas en el proyecto: ***Ambiente de aprendizaje para la enseñanza del sistema de numeración posicional basado en resolución de problemas y mediado por tic para estudiantes de grado sexto de la institución educativa Libre del municipio de Circasia Quindío*** del área de matemáticas.

Lo anterior, con el fin de convertirse en evidencia y soporte de la postulación de la maestría en enseñanza de las matemáticas que adelanta el Ministerio de Educación Nacional, por

cuanto estos videos, además de ser parte de la evaluación de la postulación, podrán ser publicados en la Plataforma del Portal Educativo Colombia Aprende y Redmaestros o ser utilizados con fines demostrativos ante otros docentes.

Doy fe de que cuento con los documentos firmados que respaldan este certificado, y que estos me eximen de cualquier responsabilidad, así como a la Secretaría de Educación y al Ministerio de Educación Nacional, ante cualquier acción legal que se llegare a emprender.

Firma: _____

Nombre: _____

Cédula: _____

Fecha: ___ / ___ / ___

6.7. Anexos 7. Mapa conceptual del marco teórico

