О СВЕРХЗВУКОВОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ВЕРХНЕЙ СТЕНКОЙ*

Е.В. Перчаткина

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н., Л.Л. Миньков

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: perchatkinae@mail.ru

ON THE PROBLEM OF SUPERSONIC GAS FLOW IN TWO-DIMENSIONAL CHANNEL WITH THE OSCILLATING UPPER WALL

E.V. Perchatkina

Scientific Supervisor: Prof., Dr. L.L. Minkov

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: perchatkinae@mail.ru

Abstract. *In the present paper we solve the problem of supersonic gas flow in two-dimensional channel with the moving upper wall making oscillations according to the harmonic law. In order to get a numerical solution for gas dynamics equations we have implemented a difference scheme with space and time approximation of the first order and one with space approximation of the second order. Depending on a type of harmonic law and initial gas inflow conditions, the peculiarities of angle-shock wave propagation in moving curvilinear domains have been investigated. It has been determined that the increase of oscillation amplitude causes the increase of shock wave intensity. It has been shown that under particular oscillation amplitude the moving wall has practically no effect on the flow within the domain.*

Введение. Подробное изучение характеристик течения при сверхзвуковых скоростях в каналах сложной формы, в том числе и в соплах, является довольно актуальной темой в наше время. Необходимым также является детальное исследование поведения характеристик газа при его течении в областях с изменяющейся во времени геометрией, к примеру, в соплах с регулируемым выходным сечением, в поворотных соплах с возможностью изменения вектора тяги и т.д. Более того, при полете ракет наблюдается возникновение различных вибраций корпуса и его составных частей: от механических вибраций, вызванных запуском ракетных двигателей в самом начале, до вибраций, возникающих во время полета при сверхзвуковых скоростях вследствие аэродинамических нагрузок (так называемое явление флаттера) [1]. Целью данной работы является получение численного решения задачи о сверхзвуковом течении газа в плоском канале с подвижной непроницаемой для газа верхней границей, совершающей колебания по гармоническому закону. Для этого реализованы две разностные схемы: первого порядка точности по пространственным и временной переменным [2] и второго порядка точности по пространству [3].

Постановка задачи. Рассматриваемая область состоит из верхней *BC* и нижней *AD* непроницаемых для газа границ (твердых стенок), с открытыми для течения газа левой и правой границами, рисунок 1. Газ втекает в область через левую границу *AB* со сверхзвуковой скоростью, направленной под углом α, и вытекает из области через правую границу *CD*. Граница *BC* совершает колебания вдоль вертикального направления по гармоническому закону $y=|DC|+A\frac{x}{|AD|}\sin(\omega t)$, при этом точка *B* остается неподвижной. Пусть высота области на входе и выходе в начальный момент времени равна *AB=DC=1*, длина области *AD=4*.

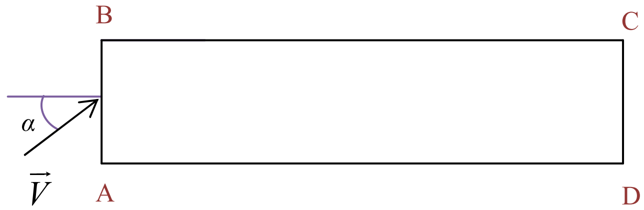

Рис. 1. Расчетная область

Течение газа описывается системой уравнений Эйлера в криволинейной системе координат (1).

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}}{\partial \tau}+\frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}}{\partial \xi}+\frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}}{\partial \eta}=0, \tag{1}$$

где

$$\tilde{\mathbf{U}}=\begin{pmatrix}\rho J\\ \rho J u\\ \rho J v\\ \rho J E\end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{F}}=\begin{pmatrix}\rho(\alpha-\gamma)\\ \rho u(\alpha-\gamma)+p\cdot y_\eta\\ \rho v(\alpha-\gamma)-p\cdot x_\eta\\ \rho H(\alpha-\gamma)+p\cdot\gamma\end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{G}}=\begin{pmatrix}\rho(\beta-\sigma)\\ \rho u(\beta-\sigma)-p\cdot y_\xi\\ \rho v(\beta-\sigma)+p\cdot x_\xi\\ \rho H(\beta-\sigma)+p\cdot\sigma\end{pmatrix},$$

u, v – составляющие вектора скорости *V*, направленные по осям *x*, *y* декартовой системы координат; ρ – плотность; *p* – давление; *H* – энтальпия, $E+\frac{p}{\rho}$; *E* – полная энергия, $\frac{1}{k-1}\cdot\frac{p}{\rho}+\frac{u^2+v^2}{2}$; *k* – отношение теплоемкостей, 1,4; $J=x_\xi\cdot y_\eta-x_\eta\cdot y_\xi$ – якобиан преобразования; $\alpha=u\cdot y_\eta-v\cdot x_\eta$; $\gamma=x_\tau\cdot y_\eta-y_\tau\cdot x_\eta$; $\beta=v\cdot x_\xi-u\cdot y_\xi$; $\sigma=y_\tau\cdot x_\xi-x_\tau\cdot y_\xi$.

Начальные и граничные условия на входе задаются в форме (2).

$$\rho=1;\ u=2;\ v=0{,}5;\ P=1 \tag{2}$$

Если течение сверхзвуковое, то есть $u>c$, граничные условия на выходе не задаются. Если течение дозвуковое, т. е. $u<c$, то параметры состояния газа на правой границе вычисляются исходя из заданного давления окружающей среды.

Для получения решения данной задачи используется метод конечных (контрольных) объемов с нахождением потоков через грани по методу Ван Лира. В первом случае при решении используется разностная схема первого порядка точности по пространственным переменным и по времени (3).

$$\frac{\mathbf{U}_{i,j}^{n+1}-\mathbf{U}_{i,j}^{n}}{\Delta\tau}+\frac{\mathbf{F}_{i+1/2,j}^{n}-\mathbf{F}_{i-1/2,j}^{n}}{h_\xi}+\frac{\mathbf{G}_{i,j+1/2}^{n}-\mathbf{G}_{i,j-1/2}^{n}}{h_\eta}=0 \tag{3}$$

где $\Delta\tau$ – шаг по времени; h_ξ – шаг в направлении оси ξ; h_η – шаг в направлении оси η; *i, j* – отвечают шагам по пространству в направлении ξ и η; *n* – соответствует шагу по времени.

Во втором случае используется разностная схема Колгана [3], обладающая вторым порядком аппроксимации по пространственным переменным, согласно которой значения функции на гранях вычислительных ячеек слева и справа соответственно, можно получить, используя следующие выражения (4).

$$\begin{cases} \mathbf{U}^l_{i+1/2} = \mathbf{U}_i + \frac{1}{2}\delta\mathbf{U}_i \\ \mathbf{U}^r_{i+1/2} = \mathbf{U}_{i+1} - \frac{1}{2}\delta\mathbf{U}_{i+1} \end{cases}, \tag{4}$$

где $\delta\mathbf{U}_i$ – значение приращения функции внутри ячейки, $\delta\mathbf{U}_i = \begin{cases} (\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{i-1}), & |\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{i-1}| < |\mathbf{U}_{i+1} - \mathbf{U}_i|; \\ (\mathbf{U}_{i+1} - \mathbf{U}_i), & |\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{i-1}| > |\mathbf{U}_{i+1} - \mathbf{U}_i|; \\ 0, & (\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{i-1})(\mathbf{U}_{i+1} - \mathbf{U}_i) \le 0 \end{cases}$

Анализ результатов численного решения задачи. Результаты численного моделирования сверхзвукового течения газа в области с изменяющейся во времени геометрией были получены с помощью разностной сетке 200×50 и визуально представлялись в виде изолиний давления и чисел Маха.

Сравнение графиков, полученных при решении задачи с помощью разностных схем первого и второго порядка аппроксимации, показало, что при увеличении порядка точности контур косых скачков уплотнения и разрежения становится более отчетливым. Также визуализация результатов расчета для случая прямого втекания в область ($a = 0^{\circ}$) выявила, что подъем верхней стенки вызывает образование волны разрежения в начале области и, напротив, при движении стенки вниз – волну сжатия. Кроме того, при расчете ударных волн и волн сжатия с небольшими перепадами параметров на разрывах, предпочтительнее использовать схему второго порядка точности. Сравнение результатов позволяет прийти к заключению, что при увеличении амплитуды качания верхней стенки увеличивается и интенсивность образующихся волн разрежения, и волн сжатия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания No 9.9625.2017/8.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Абакумов А.С., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К. Численное моделирование газовых потоков в каналах воздухозаборников на основе уравнений Навье-Стокса // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2011. № 4. С. 44-53.
2. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов [и др.]. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
3. Миньков Л.Л., Шрагер Э.Р. Основные подходы к численному решению одномерных уравнений газовой динамики.: учеб. пособие. – Томск: STT, 2016. – 136 с.