

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АКТИВНОГО МАГНИТНОГО ПОДВЕСА

Камышникова О.С.

Научный руководитель: Тутов И.А.

Томский политехнический университет

osk13@tpu.ru

Введение

В настоящее время стремительно развивается машиностроение, станкостроение и авиация. Поэтому возникает вопрос об увеличении КПД в двигателях в данных отраслях с наименьшими механическими потерями.

Главным решением становится использование активных магнитных подшипников, которые основаны на активных магнитных подвесах.[3]

Цель работы: получение математической модели активного магнитного подвеса для дальнейшей разработки системы управления им.

Описание основной части

Необходимо схематично изобразить устройство активного магнитного подвеса и расставить силы, действующие на него. Устройство для получения математической модели изображено на рис.1.

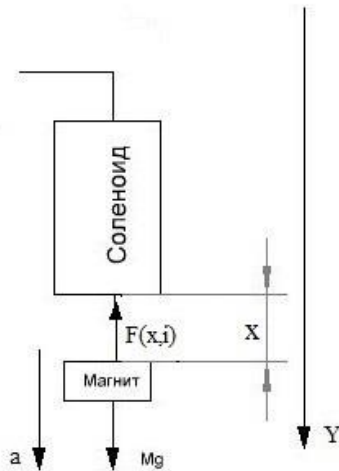


Рис.1. Схема для вычисления математической модели

Согласно второму закону Ньютона: сумма всех сил, действующих на тело, равна произведению массы тела на сообщаемое этой суммой ускорение.[1,4]. Как видно, из рис.1 на магнит действует магнитная сила ($F(x(t), I(t))$) и сила притяжения ($mg(t)$).

Следует составить уравнение равновесия системы. Для этого равнодействующая всех сил должна быть равна 0. В соответствии с проекцией на ось y:

$$m \cdot a(t) = F(x(t), I(t)) - m \cdot g(t) \quad (1)$$

Так как в дальнейшем необходимо учесть изменение координаты, то при

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}, v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2},$$

$$\text{поэтому } m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(x(t), I(t)) - mg(t).$$

Для получения второго уравнения рассмотрен процесс возникновения магнитного поля в простейшем электромагните. (Рис.2)

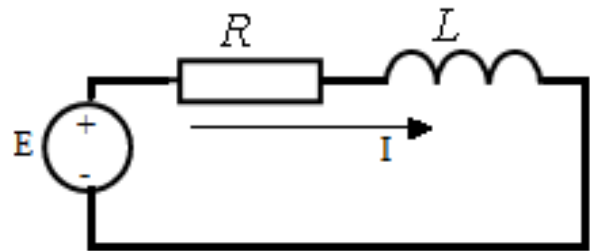


Рис.2. Электрическая цепь рассматриваемой системы

После включения обмотки, приложенное к ней напряжение источника E уравновешивается с активным падением напряжения и противоЭДС самоиндукции. На основании второго закона Кирхгофа записано следующее уравнение:

$$E(t) = I(t) \cdot R - \frac{LdI(t)}{dt} + \frac{dE_{\psi}(t)}{dt} \quad (2)$$

Во время передвижения постоянного магнита наводится дополнительная ЭДС $\frac{dE_{\psi}(t)}{dt}$, так как

магнитный поток пересекает витки катушки.[2] В ходе проведенных экспериментов установлено, что сила тока катушки незначительно зависит от наведенной ЭДС, поэтому для инженерных расчетов можно пренебречь ее величиной.

Отсюда получена система уравнений:

$$\begin{cases} E(t) = I(t) \cdot R - \frac{LdI(t)}{dt} \\ m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(x(t), I(t)) - m \cdot g(t) \end{cases} \quad (3)$$

В системе уравнений (3) неизвестной остается величина магнитной силы (появление данной силы обеспечивается протеканием тока через катушку), магнитная сила зависит от тока и координаты удаления ОУ от электромагнита (на основании

уравнения (1)). Были проведены исследования необходимых зависимостей.

Суть эксперимента заключается в следующем, катушка закреплена статично, на нее подается одно значение тока, начиная с 0,4 А и проводятся наблюдения изменения координаты тела в момент его притягивания, для этого берем тела различных масс. Полученные величины взяты в виде трех массивов (масса, координата и ток) и построена поверхность с помощью утилиты пакета MatLAB – Surface Fitting Tool. (Рис.3)

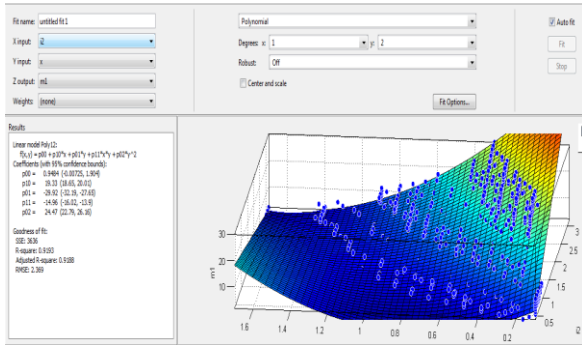


Рис.3. Поверхность для получения необходимых зависимостей

Данная утилита позволяет построить поверхность по трем массивам и вывести автоматически полиномом данной поверхности:

$$F(I, x) = p_{00} + p_{10} \cdot I + p_{01} \cdot x + p_{11} \cdot Ix + p_{02} \cdot x^2. \quad (4)$$

На основании системы уравнений (3) и с учетом полученного полинома (4) построена операторно-структурная схема объекта управления.[5] (Рис.4)

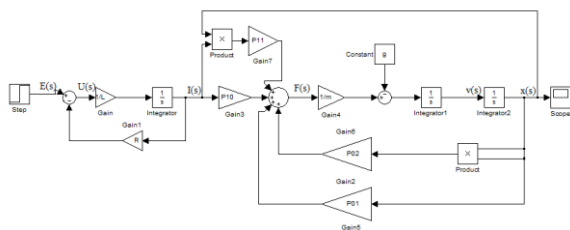


Рис.4 ОСС объекта управления

Синтез САП для данной структуры системы управления является достаточно сложной задачей, так как система является нелинейной, поэтому для ее решения проведена линеаризация в конкретной рабочей точке ($I=2A$, $x=0,6$ см, $m=13$ г):

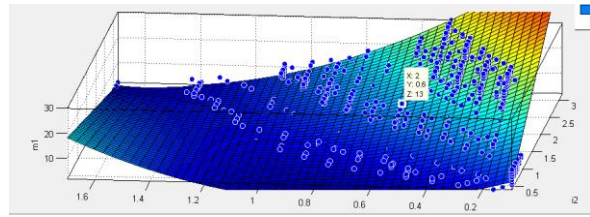


Рис.5. Линеаризация поверхности в конкретной точке

Также автоматически получен полином для конкретной точки:

$$F(I(t), x(t)) = 0.94 + 19.33I(t) + 29.92x(t), \quad (6)$$

где $p_{10} = 19.33$, $p_{01} = 29.92$.

На основании системы уравнений (5) и уравнения (6) получены передаточные функции системы и построена операторно-структурная схема.

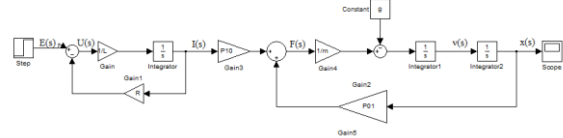


Рис.6. ОСС после проведения линеаризации

Заключение

Полученная математическая модель активного магнитного подвеса помогла построить операторно-структурную схему, по которой необходимо провести анализ устойчивости системы и выбор и настройку регулятора для разрабатываемой системы управления.

Список использованных источников

1. Т.И. Трофимова Курс физики: Уч. пособие. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 560с.
2. Сила тяги электромагнитов [Электронный ресурс]. – URL: <http://electrono.ru/elektrotehnicheskaya-apparatura/sila-tyagi-elektromagnitov> (Дата обращения: 02.02.2017)
3. Камышникова О.С., Тутов И.А. // Магнитная левитация (активный магнитный подвес). Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодёжь и современные информационные технологии». Томск. 7-11 ноября 2016. - Томск: ТПУ. 2016.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики (в трех томах): Учебное пособие. – М.: Высшая школа. 1979 – 511 с.
5. Малышенко А.М. Математические основы теории систем: Учебник для вузов. – Томск: ТПУ, 2008. – 364 с.