

ЛИТЕРАТУРА

1. Краткая история веб-дизайна [Электронный ресурс]. - Электрон. дан. -2016. – Режим доступа: <http://lpgenerator.ru/blog/2016/04/12/kratkaya-istoriya-veb-dizajna> ,свободный, - Загл. с экрана.
2. История веб-дизайна [Электронный ресурс]: Хабрахабр.- Электрон. дан. -2014. – Режим доступа: https://habrahabr.ru/company/web_payment_ru/blog/245153/ ,свободный, - Загл. с экрана.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ АВТОНОМНОГО УРАВНЕНИЯ ДУФФИНГА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ВЕТВЛЕНИЯ

О.А. Торшина, Н.С. Чернецкая
 (г. Магнитогорск, Магнитогорский государственный
 технический университет им. Г. И. Носова)
e-mail: olganica@mail.ru, nebolo@mail.ru

VISUALIZING THE DECISIONS OF THE FIRST BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR OF THE AUTONOMOUS DUFFING EQUATION WITH THE USE OF THE METHODS OF THE THEORY OF BRANCH

O.A. Torshina, N.S. Chernetskaya
 (Magnitogorsk, Magnitogorsk State Technical University them. G.I. Nosova)

Annotation: Mathematical models are used to describe physical processes in the theory of oscillations. The Duffing oscillator or an oscillator with a cubic nonlinearity is one of the most common models of the theory of oscillations. The Duffing Oscillator is the simplest one-dimensional nonlinear system. A feature of the Duffing oscillator is the possibility of obtaining chaotic dynamics.

Keywords: mathematical modeling, equations of mathematical physics, boundary value problems, Duffing equation, numerical methods.

Построим модель для описания физических процессов в теории колебаний [1]. Рассмотрим консервативный автономный осциллятор Дуффинга

$$\ddot{x} + \beta x + \gamma x^3 = 0.$$

Произведя замену переменных $x \leftrightarrow y, t \leftrightarrow x$ и выбрав следующие значения параметров: $\beta = \varepsilon + 1, \gamma = -1$ (где ε - малый параметр), рассмотрим первую краевую задачу для уравнения Дуффинга:

$$y'' + y = -\varepsilon y + y^3, \quad -\pi < x < \pi, \quad \varepsilon \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

$$y(-\pi) = \frac{1}{2}, x = -\pi; \quad y(\pi) = \frac{1}{2}, x = \pi. \quad (2)$$

Для решения задачи используем метод стрельбы [2] и квазилинеаризации [7].

Квазилинеаризация это численное решение нелинейных задач путем сведения их к последовательности линейных задач. Квазилинеаризация строится на методе Ньютона (который распространяется на функциональные пространства), на теории дифференциальных неравенств, а также на динамическом программировании [3]. Наиболее часто, в рамках квазилинеаризации, используется метода Ньютона - Рафсона для нахождения корня r выпуклой, монотонно убывающей функции $f(x)$. На каждом шаге итерационного процесса исходная функция $f(x)$ аппроксимируется линейной $j(x)$, находится корень $j(x)$, который служит следующим приближением, так что $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n), n = 0, 1, \dots$. Построенная последовательность обладает свойством монотонности ($x_0 < x_1 < x_2 < \dots < r$) и квадратичной сходимости $|x_{n+1} - r| \leq k|x_n - r|^2$. Применим квазилинеаризацию для решения уравнения Риккати [4]

$v' + v^2 + p(t)v + q(t) = 0$, $v(0) = c$, (предполагается, что решение существует на заданном отрезке). Исходное уравнение заменим эквивалентным

$$v' = \min_u [u^2 - 2uv + p(t)v - q(t)],$$

где минимум возьмем по функциям $u(t)$, заданным на $[0, t_0]$. Данное уравнение обладает свойствами, характерными для линейных уравнений. Для решения используется дифференциальное уравнение

$$w' = u^2 - 2uw - p(t)w - q(t), \quad w(0) = c,$$

где $u(t)$ - некоторая фиксированная функция. Опираясь на свойство $v(t) < w(t)$ (причем равенство имеет место при $u(t) = y(t)$), можно построить систему последовательных приближений $v_1 \geq v_2 \geq \dots \geq v_n \geq v_{n+1} \geq \dots$, удовлетворяющих уравнениям $v'_{n+1} = v_n^2 - 2v_n v_{n+1} - p(t)v_{n+1} - q(t)$, $v_{n+1}(0) = c$. То же самое рекуррентное соотношение может быть получено путем применения метода Ньютона - Канторовича к исходному нелинейному уравнению [6].

Использование схемы квазилинеаризации при решении краевой задачи для нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка

$$u'' = f(u', u, t), \quad t_1 \leq t \leq t_2,$$

$$g_1(u(t_1), u'(t_1)) = 0, \quad g_2(u(t_2), u'(t_2)) = 0$$

приводит к следующей последовательности функций $\{u_n(t)\}$, удовлетворяющих линейным уравнениям [5]

$$u''_{n+1} = f(u'_n, u_n, t) + f_{u'}(u'_n, u_n, t)(u'_{n+1} - u'_n) + f_{u''}(u'_n, u_n, t)(u_{n+1} - u_n)$$

с линеаризованными краевыми условиями

$$g_i(u_n(t_i), u'_n(t_i)) + g_{iu}(u_n(t_i), u'_n(t_i))(u_{n+1}(t_i) - u_n(t_i)) + g_{iu'}(u_n(t_i), u'_n(t_i))(u'_{n+1}(t_i) - u'_n(t_i)) = 0.$$

Существование, единственность [8] и квадратичная сходимость последовательности следуют из соответствующей выпуклости функций f, g_1, g_2 при достаточно малом интервале $[t_1, t_2]$.

Приведем графики приближенных аналитических решений краевой задачи (1)-(2) при определенных значениях ε .

При $\varepsilon = \varepsilon_1 \approx 0,11439$, получаем 3 решения (таблица 1):

$$y_{1,2}(x, \varepsilon_1) \approx \mp 0,0001 \sin(3x) + 0,0027 \cos(3x) \pm 0,0044 \sin(x) - 0,5027 \cos(x) \quad (3)$$

$$y_3(x, \varepsilon_1) \approx 0,0027 \cos(3x) - 0,5027 \cos(x) \quad (4)$$

Таблица 4. Зависимость числа приближенных решений от параметра $\varepsilon \in R$.

Число различных решений $y \in R$	0	3	2	5	4	7	6
ε	$[0, \varepsilon_1)$	$\{\varepsilon_1\}$	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$	$\{\varepsilon_2\}$	$(\varepsilon_2, \varepsilon_3)$	$\{\varepsilon_3\}$	$(\varepsilon_3, 1/4)$

Знаки «+/-» для решений (3) для y_1 выбираются верхние, для y_2 - нижние.

Осуществим визуализацию приближенных решений полученных в виде ряда с коэффициентами до 4-го порядка, а так же методом стрельбы и методом квазилинеаризации с

шагом $h=0,001$ и точностью $toch=0,01$.

Визуализация приближенных решений выбранными методами при $\varepsilon_1 \approx 0,11439$ имеет вид.

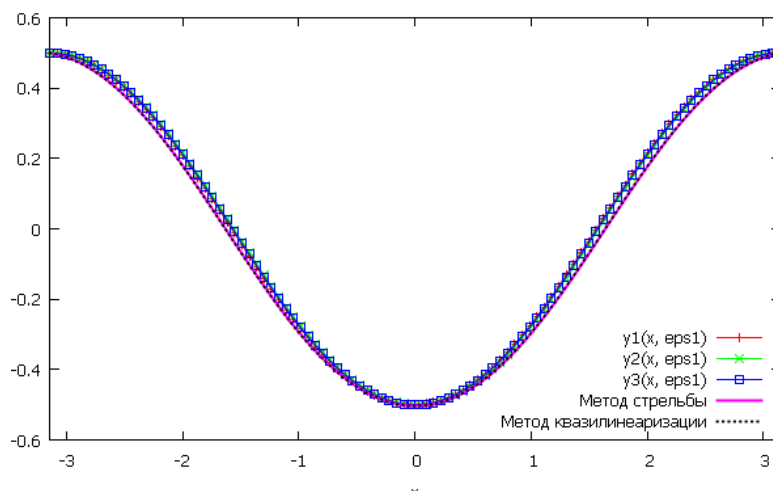


Рис.1 Визуализация приближенных решений при $\varepsilon \approx 0,11439$.

При $\varepsilon = \varepsilon_2 \approx 0,24937$, получаем 5 решений:

$$y_{1,2}(x, \varepsilon_2) \approx \mp 0,5566 \sin(3x) + 9,8789 \cos(3x) \pm 0,1947 \sin(x) - 10,3789 \cos(x), \quad (5)$$

$$y_{3,4}(x, \varepsilon_2) \approx \pm 9,8876 \sin(3x) - 0,3704 \cos(3x) \pm 10,3799 \sin(x) - 0,1296 \cos(x), \quad (6)$$

$$y_5(x, \varepsilon_2) \approx 9,8945 \cos(3x) - 10,3807 \cos(x) \quad (7)$$

Визуализация приближенных решений выбранными методами при заданном $\varepsilon_2 \approx 0,24937$, имеет вид, указанный на рисунке 2.

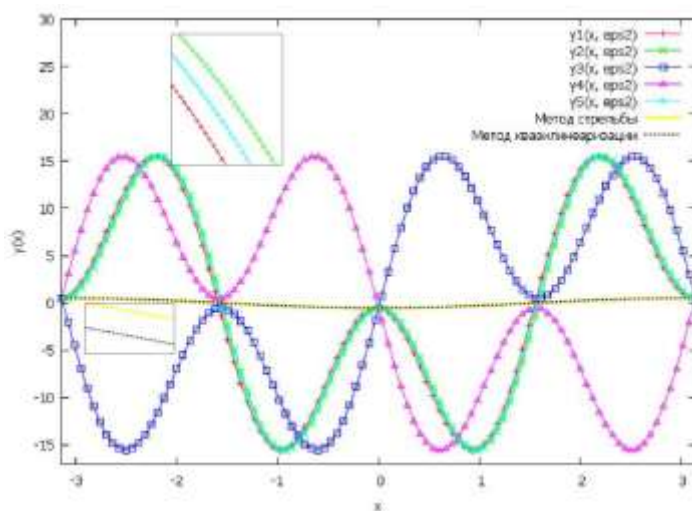


Рис.2 Визуализация приближенных решений при $\varepsilon \approx 0,24937$.

При анализе полученных приближенных решений, было выявлено, что при ε , близких к ε_x , приближенное аналитическое решение методом разложения в ряд сходно с численными решениями, полученными методами стрельбы и квазилинеаризации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Торшина О.А. Дискретность спектра задачи Неймана // Вестник МаГУ. Естественные науки. Вып. 5. Магнитогорск. - 2004. - С.130-132.
2. Торшина О.А. К вопросу сложения четных сферических гармоник // Вестник МаГУ. Математика. Вып. 6. Магнитогорск. - 2004. - С.73-77.
3. Торшина О.А. О следе дифференциального оператора с потенциалом на проективной плоскости // Вестник Челябинского государственного университета. - 2003. - Т. 3. - № 3. - С. 178-191.
4. Торшина О.А. Регуляризованные следы дифференциальных операторов. – Магнитогорск: МГТУ, 2015.-210 с.
5. Торшина О.А. Спектр оператора Лапласа – Бельтрами в модельной области // Физико-математические науки и образование. Магнитогорск: МаГУ. - 2012. - С. 103-107.
6. Торшина О.А. Формула первого регуляризованного следа оператора Лапласа – Бохнера с потенциалом на проективной плоскости // Воронежская зимняя математическая школа -2004. - 2004. - С. 104-105.
7. Торшина О.А. Формула первого регуляризованного следа оператора Лапласа – Бельтрами с негладким потенциалом на проективной плоскости // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. - 2006. - № 4. - С. 32-40.
8. Торшина О.А. Формула регуляризованного следа дифференциального оператора со сложным вхождением спектрального параметра // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2003. - Т. 8. - № 3. - С. 467-468.

РАЗРАБОТКА ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ «ИНТЕРАКТИВНАЯ КАРТА КАМПУСА ТПУ» НА ОСНОВЕ БИБЛИОТЕКИ LEAFLET

Чиликин И.В.

(г. Томск, Томский политехнический университет)

e-mail: vanesdacha@mail.ru

DEVELOPMENT OF THE WEB-APPLICATION «INTERACTIVE MAP OF TPU CAMPUS» BASED ON LEAFLET LIBRARY

Chilikin I.V.

(Tomsk, Tomsk Polytechnic University)

Abstract. The following article describes the web-application based on Leaflet library, which implements interactive map of TPU campus that helps students quickly navigate the territory of university and get necessary information.

Keywords: web-application, Leaflet, TPU campus, GIS, interactive map.

Введение. Одной из стремительно развивающихся отраслей информационных технологий за последние несколько лет стали геоинформационные системы. В настоящее время существует огромное количество данных систем, рассчитанных практически на любое электронное устройство: компьютер, сотовый телефон, навигатор в транспортном средстве и т.д. Повсеместно используются GPS-координаты, по которым можно найти любую точку на поверхности Земли, любой предмет, снабженный специальным датчиком: сотовый телефон, автобус, станок на заводе и т. д. В современных ГИС можно создавать собственные карты или маршруты, связывать их с различными координатами, добавлять какие-либо данные к готовым картам.

На российском рынке пользуется популярностью система 2ГИС [1]. В основе ее API [2] лежит библиотека Leaflet [3].