Diseño de una tarea que pone en discusión las concepciones de número decimal, expresión decimal y aproximación decimal de un número

Designing a task that puts into question the conceptions of decimal number, decimal expression and decimal approximation of a number

Patricia Konic[1] y Darío Reynoso[2]

[1]Universidad Nacional de Río Cuarto, [2]Universidad Nacional de Cuyo

Resumen

En este trabajo se describe un proceso reflexivo realizado con futuros profesores de matemática para enseñanza media. Con dicho proceso se pretende promover el debate de cuestiones epistémicas conflictivas derivadas del tratamiento de una situación/problema que ha sido diseñada para poner en discusión relaciones entre las concepciones de número decimal, expresión decimal y aproximación decimal. Se fundamenta la selección de la situación problema y se valora el grado de idoneidad epistémica de la misma. Así mismo, se describen características del conocimiento de los futuros profesores, emergente de las prácticas desarrolladas. Las tareas planteadas para el desarrollo de la situación/problema y el proceso didáctico llevado a cabo posibilitaron, de manera progresiva, el acoplamiento de significados personales y el institucional pretendido.

Palabras clave: Diseño, número decimal, expresión decimal, aproximación decimal.

Abstract

This paper describes a reflexive process performed with prospective secondary education mathematics teachers. This process aims to promote the debate of conflicting epistemic issues derived from dealing with a situation / problem that was designed to discuss the relations between the conceptions of decimal number, decimal expression and decimal approximation. The selection of the problem situation is grounded and the degree of epistemic adequacy of the problem is assessed. Likewise, the characteristics of future teachers' knowledge, emerging from the practices developed, are described. The tasks proposed for developing the situation / problem and the didactic process carried out allowed, in a progressive way, the desired coupling of personal and institutional meanings.

Keywords: Design, decimal number, decimal expression, decimal approximation.

1. Introducción

La comprensión de los conjuntos numéricos, particularmente en la escolaridad obligatoria, supone gran complejidad. No obstante, esta situación se extiende a estudiantes universitarios, especialmente en lo referente al manejo de propiedades, a la distinción entre expresión y número, generando dificultades y obstáculos diversos (Broussseau, Broussseau y Warlfield, 2007; Steinle y Stacey, 2006; Socas, 2001; Vourgias, Vourgia y Elía, 2003).

La cuestión de las relaciones entre distintas representaciones de un número aporta al desarrollo de su significado como entidad conceptual y apoyan la caracterización de sus

Konic, P y Reynoso, D. (2017). Diseño de una tarea que pone en discusión las concepciones de número decimal, expresión decimal y aproximación decimal de un número. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Disponible en: enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

correspondientes propiedades algebraicas. Esta relación esencial es muy difícil de adquirir como advierten Moskal y Magone (2000).

A través de una revisión de antecedentes de investigación, hemos podido poner en evidencia, desde una perspectiva educativa, el tipo de problemas del que es objeto el llamado *número decimal* y los conflictos que esto genera en un proceso formativo, especialmente en futuros formadores de nivel primario (Konic, 2011). No obstante, observamos que ciertos aspectos de este estado podrían presentarse en futuros profesores de enseñanza media, más allá de la formación disciplinar específica que distingue a estos últimos.

O'Connor (2001), teniendo en cuenta la importancia de las relaciones mencionadas entre las representaciones analiza el proceso llevado a cabo por profesores que conducen una clase, con el propósito de que los alumnos puedan responder a los siguientes interrogantes: ¿Puede cualquier fracción ser convertida en decimal?, y recíprocamente, ¿Puede cualquier decimal ser convertido en fracción?

Apoyándonos en la investigación de O'Connor proponemos una situación/problema para futuros profesores de enseñanza media. Entendemos que con ella y una gestión adecuada se contribuye a poner en discusión la necesidad de hacer explícita la concepción que se asume sobre *número decimal*, la comprensión de la relación existente entre *número, expresión decimal de un número y aproximación decimal*, poniendo en el centro de la discusión concepciones imperantes y diversas en las distintas instituciones[1] cuando se habla de "número decimal".

En este trabajo abordamos el problema de la formación de futuros profesores de enseñanza media realizando un estudio exploratorio. En particular con el diseño de una tarea y su implementación se plantea un proceso reflexivo a través del cual se promueve el debate de aspectos epistémicos conflictivos y las consecuentes implicancias para la enseñanza. Dichos aspectos se vinculan a la relación entre las concepciones de número decimal, expresión decimal y aproximación decimal. Conocimiento que en principio es naturalizado por los futuros profesores y que a través del proceso reflexivo se convierte en conocimiento especializado del contenido con fines de enseñanza (Godino, 2009).

A continuación, en el punto 2 se describen el marco teórico y metodología que orientan el trabajo, mientras que en el apartado 3 se procede al desarrollo del estudio donde se exhibe la situación/problema, fundamentos de su diseño, implementación y discusión sobre el proceso vivido. Por último, se plantean algunas reflexiones a modo de conclusión.

2. Marco teórico y metodología

Nuestro objetivo central es diseñar situaciones/problemas con el propósito de producir mejoras en la formación de futuros profesores, de modo que puedan afrontar las prácticas de enseñanza en mejores condiciones. En tal sentido, El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007) propone herramientas para afrontar el diseño didáctico a partir del desarrollo de fases que presenta la ingeniería didáctica.

---

[1] Se conciben a las instituciones como comunidades de prácticas; dado que, se entiende por institución, al conjunto de personas vinculadas a una misma clase de situaciones problemáticas.

Tal como describen Godino, Rivas, Arteaga, Lasa y Wilhelmi (2013) se distinguen cuatro fases en el proceso conducente al diseño de trayectorias didácticas y su implementación. Esto es, estudio preliminar de las dimensiones involucradas en una trayectoria, diseño de la trayectoria didáctica, implementación de la trayectoria y contraste entre lo previsto en el diseño y lo observado en la planificación (análisis retrospectivo). Para cada una de estas fases se propone considerar las dimensiones epistémica-ecológica (significados institucionales puestos en juego), cognitiva-afectiva (significados personales de los estudiantes) e instruccional (análisis de interacción entre profesor, los estudiantes y la tarea).

Basados en las herramientas citadas precedentemente, nuestro trabajo se reduce al diseño de una situación/problema (contempla tres sub-situaciones) la cual se implementó a través de una serie de tareas (las cuales se describen en los apartados 3.1 y 3.2, respectivamente) en una clase de formación de futuros profesores de matemática para nivel medio.

Una cuestión que interesa valorar ante la implementación de una trayectoria didáctica es es el grado de *idoneidad didáctica* de la misma. Realizar dicha valoración es un proceso complejo dado que requiere tomar en cuenta diversas dimensiones, que no pueden ser valoradas de manera directa sino a través de indicadores empíricos (Godino, 2013). No obstante, para un trabajo de esta extensión y naturaleza es posible observar características parciales del proceso de estudio a través de indicadores definidos para las idoneidades parciales.

En tal sentido, consideramos aquí indicadores para las idoneidades epistémica y cognitiva a los fines de avanzar hacia una ampliación y mejora progresiva del proceso formativo.

3. Desarrollo del estudio

En este punto se describirá el proceso llevado a cabo en relación al diseño de la tarea, su implementación, culminando con un análisis retrospectivo en términos de idoneidades parciales.

3.1. Diseño de la tarea

Para el diseño de la situación/problema se ha considerado la necesidad de poseer un referente didáctico-matemático que proporcione indicadores para caracterizar situaciones/problemas que permitan poner en juego los contenidos pretendidos.

Moreno, Hernández y Socas (2004), destacan el interés de conocer qué imagen mental tienen los profesores sobre los sistemas numéricos. En tal sentido, uno de los conflictos más relevantes que se desprende del referente didáctico-matemático construido sobre los decimales por Konic (2011) pone en evidencia la complejidad epistémica que implica la enseñanza de los decimales.

Precisamente porque las relaciones entre las distintas representaciones de un número aportan al desarrollo de su significado y apoyan a la caracterización de propiedades algebraicas, es que la situación /problema como la que describimos a continuación, la consideramos esencial para poner en juego de manera conjunta la conceptualización, precisión en la representación de las nociones matemáticas y la relación entre conceptos. Por otra parte, su formulación exige enunciar proposiciones que, para ser sustentadas requieren de procesos de justificación. Ya sea la formulación de contraejemplos, uso de propiedades, conceptos y/o procedimientos. Así mismo, lo esencial que atraviesa y caracteriza “la secuencia” es poder percibir la necesidad de explicitar la concepción de decimal que precede a cada respuesta dada por los estudiantes, punto neural que puede enmascarar potenciales conflictos de significados personales emergentes de cada práctica desarrollada.

Situación/problema

a. El número racional 2/5 se puede representar en forma decimal: 2/5=0,4. ¿Se puede representar *cualquier* número racional dado como una fracción en forma decimal? Distingue los casos posibles y justifica.

b. El número racional representado por 0,7 se puede escribir en forma fraccionaria (0,7 = 7/10) ¿Se puede escribir en forma fraccionaria *cualquier* número dado en forma decimal? Distingue los casos posibles y justifica la respuesta.

c. Dada la expresión fraccionaria irreducible de un número racional, ¿Que condición debe cumplir el denominador de dicha fracción para que represente a un número decimal?

La tarea dada requiere del futuro profesor una sólida comprensión del concepto de número racional y de sus formas de representación (decimal y fraccionaria) y de las relaciones entre ellas. En tal sentido, en cada apartado se ponen en juego contenidos específicos. Los tres apartados involucran expresiones decimales finitas (como resultado de divisiones enteras con resto 0) y la justificación de propiedades y procedimientos. Los apartados a) y b), además, contemplan expresiones decimales periódicas puras y mixtas. (Casos especiales: períodos 0 y 9). Mientras que, el apartado b), también pone en consideración expresiones decimales no periódicas (números irracionales).

La resolución de esta tarea requiere de un análisis matemático profundo de los contenidos involucrados, en el que se ponen en juego particularizaciones, generalizaciones, delimitaciones de validez, argumentaciones, contraejemplos. Este proceso, debiera formar parte del bagaje matemático de un futuro profesor, a los fines de poder incidir en el análisis, selección y/o restructuración de una tarea para sus estudiantes.
De hecho, la configuración (Tabla 1) muestra la complejidad epistémica de esta situación/problema, tanto en objetos (conjuntos numéricos, propiedades, representaciones, conversiones, argumentos), como en la multiplicidad de significados, tal como hemos mencionado.

3.2 Implementación de la tarea

La experiencia formativa se realizó en una clase a la que asistieron los 8 estudiantes que regularmente cursan la asignatura metodología de la investigación educativa, la que corresponde al plan de estudios del Profesorado en Matemáticas para Enseñanza Media que se imparte en la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC). Este ámbito se consideró propicio para implementar la situación/problema debido a que el proceso reflexivo llevado a cabo se constituyó en una metodología de trabajo docente pertinente y adecuada para ser experimentada en el mencionado espacio curricular.

Tabla 1. Configuración de objetos y significados

Tipos de objetos	Significados
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS	
¿Se puede representar, en forma decimal, cualquier número racional dado como una fracción? Distingue los casos posibles y justifica.	Concepto de número racional (cualquiera) Expresión decimal de un número racional Expresión fraccionaria de un número racional Conversión de forma fraccionaria a decimal.
¿Se puede escribir en forma fraccionaria cualquier número expresado en forma decimal? Distingue los casos posibles y justifica la respuesta.	Concepto de número real (cualquiera) Expresión aproximada decimal de un número real.
Dada la expresión fraccionaria irreducible de un número racional, ¿Que condición debe cumplir el denominador de dicha fracción para que represente a un número decimal?	Expresión fraccionaria de un número racional Conversión de forma decimal a fraccionaria Teorema de caracterización de los números decimales a partir de su expresión fraccionaria
CONCEPTOS	
Número racional Número real Expresión decimal de un número real Expresión fraccionaria de un número racional Fracción generatriz de un racional	Usados en su formulación general. Los ejemplos de racionales dados se dan para ayudar a comprender las cuestiones.
PROCEDIMIENTOS	
Conversión de forma fraccionaria a decimal: división del numerador entre el denominador.	Se usa en el apartado a)
Conversión de forma decimal a fraccionaria: cálculo de la fracción generatriz	Se usa en el apartado b)
PROPIEDADES	
P1: Cualquier número racional puede ser expresado en forma decimal.	Respuesta al apartado a)
P2: La expresión decimal finito o periódico de un número es expresable mediante una fracción.	Condición necesaria y suficiente para garantizar la escritura fraccionaria en el apartado b)
P3: La descomposición en factores primos del denominador debe tener solo los factores 2 o 5 o de algunas de sus potencias.	Respuesta al apartado c)
ARGUMENTOS	
A1: Si un número es racional, al dividir numerador por denominador se obtiene una expresión decimal finita o periódica.	Justifica P1
A2: Si la expresión decimal de un número es finita, proviene de una fracción decimal. Si es periódica, se puede hallar la fracción generatriz que la representa.	Justifica P2
A3: Si el denominador tiene sólo los factores 2, 5 o ambos, podemos obtener una potencia de 10 en el denominador multiplicando numerador y denominador de dicha fracción por una potencia conveniente de 2 y/ o de 5. El teorema recíproco se prueba por reducción al absurdo.	Justifica P3

Con el proceso reflexivo se pretendió transitar de una didáctica descriptiva-explicativa a una didáctica normativa, es decir, actuar en la dirección de búsqueda de una mejora gradual en la práctica de la enseñanza (Godino, 2013).

El proceso reflexivo fue orientado a través de las siguientes tareas:

1. Resuelve la situación/problema (se proporciona, en primera instancia solo el apartado a)).
2. Uno de los conceptos que interviene es el de “número decimal”, mencionado para determinar las condiciones que debe cumplir el denominador de una fracción para que lo represente.
   a. Elabora una definición para este concepto.
   b. Puedes indicar otros usos o significados que puede adoptar la palabra “decimal”.
3. ¿Cómo se presenta el concepto de número racional? Identifique los elementos que lo caracterizan.
4. Indique qué papel desempeñan los elementos identificados en el apartado anterior.

3.3 Análisis retrospectivo

Para la tarea en su conjunto, pudimos observar que realizar un análisis de posibilidades, conjetura de validez y justificación de las afirmaciones conseguidas ha resultado una tarea que generó un espacio de discusiones profundas. Este tipo de relaciones, esenciales para el desarrollo del conocimiento especializado pretendido, es difícil de adquirir, como ya lo demostraron diversas investigaciones (Carpenter, 1993; Moskal y Magone, 2000). O´Connor (2001), en un trabajo realizado con tareas del tipo de los apartados a) y b), ha advertido sobre el tipo de conocimientos que un profesor debe disponer para afrontar una enseñanza que logre los propósitos que hemos planteado. La necesidad de comprender las relaciones en torno al contenido matemático del tópico en discusión, sus formulaciones lingüísticas, las limitaciones y potencialidades de las estructuras de la actividad, la necesaria discusión, y el pensamiento y la comprensión que resulta de ello. El manejo de este conjunto de variables no se logra solo con “conocer” el contenido involucrado. Requiere de un conocimiento que contemple esas características.

Precisamente la complejidad epistémica que muestra esta situación/problema, en nuestro caso, se pone en evidencia, en primer lugar, a través de la configuración epistémica exhibida en la Tabla 1, lo que se refuerza particularmente en la implementación, a través de la discrepancia y diversidad de respuestas encontradas de manera individual y que derivó en “sorpresa” cuando esa diversidad de afirmaciones es compartida en el grupo. Este momento, se convirtió en fuente oportuna y adecuada para la búsqueda de la raíz de los conflictos surgidos ante la comunicación de las soluciones al problema.

Concretamente, en principio, se evidenciaron algunas carencias básicamente en la conexión de conceptos. La distinción entre número y expresión, la equivalencia de representaciones, y también en el manejo del proceso de justificación. Específicamente en la determinación de ámbitos de validez, en la búsqueda de contraejemplos y en procesos de generalización. Un aspecto notable, es la concepción de una caracterización como un procedimiento unidireccional. Esto puede apreciarse con claridad en el apartado c). La caracterización de número decimal a partir de una fracción irreducible, solo es reconocida como proceso. Ante el pedido de las condiciones que debe cumplir el denominador de una fracción irreducible para ser decimal, ningún estudiante pudo dar las características del denominador de una fracción irreducible para que resulte un número decimal, más allá de las diversas prácticas desarrolladas en el intento de encontrar la caracterización.

Lachance y Confrey (2002), atribuyen este tipo de problemas a una forma curricular que enfatiza rutas directas y aisladas para la comprensión matemática. Sostienen, que por no desarrollar ideas matemática amplias como base, y conectar muchos constructos, los estudiantes no pueden apreciar las matemáticas como sistema.

Los conflictos generados en la resolución de las tareas requeridas por la situación/problema, confirman la afirmación que hacíamos sobre parcialidad y estancamiento de significados. No obstante, la explicitación de los significados personales permitió poner en evidencia la esencia de esa parcialidad no solo en términos de conceptos y procedimientos involucrados, sino también por otros elementos de significado que aportaron información. Es el caso de las propiedades, los argumentos, la precisión del lenguaje requerido, y la tarea en sí misma, que por su formulación requería que el conjunto de elementos mencionados se movilicen. Concretamente, los estudiantes manifestaron su imposibilidad de realizar procesos esenciales para la enseñanza tales como el cuestionamiento a saberes que, desde su formación tanto matemática como didáctica, no posibilitaban la conexión de conceptos.

A continuación, a modo ilustrativo, se describe un pequeño tramo de la trayectoria didáctica cuando los estudiantes resuelven los apartados 1) y 2) de la situación/problema general y se genera debate en relación a ellas.

Debate (interacción dialógica)

E1: […] Para mí no es lo mismo número decimal que expresión decimal. Un número decimal tiene la forma “a dividido diez a la m” y eso quiere decir que los racionales periódicos están fuera de ese conjunto.

E2: Igual hay representaciones, no números.

E3: Eso que dice E1 para mí es un enfoque. No es en el que nos hemos estado formando.

P: Parece que estamos tomando conciencia que existen algún problema en este ámbito. ¿Este hecho dificulta dar respuesta a las situaciones/problemas planteadas?

Respuesta a coro: “Si”

E4: Yo puse que sí que todo número racional se puede expresar en forma decimal.

P: ¿Porque tomaste esa decisión? La profesora se dirige al resto de la clase: ¿Qué piensan Uds. acerca de la respuesta de E4?

E3: Yo me preguntaba que querría decir “forma decimal” ¿Con qué la asocio? ¿Con representación?

E1: Para mi forma decimal es lo mismo que expresión decimal.

P: Entonces, ¿cuál es la respuesta al problema?

Algunos estudiantes afirmaron: “es posible representar cualquier número racional en forma decimal, ya sea en forma finita o periódica”.

E4: Como dije, en principio puse que sí. Pero luego tome un par de números para ver qué pasaba e hice la división con la calculadora, entonces me di cuenta que era periódico, porque continuaba.

P: ¿Cómo garantizas que es periódico?

E4: aaaah! lo supuse.

El estudiante E1 se dirige al compañero que se halla a su lado, a propósito de la respuesta de E4.

E1: ¿Te acordás cuando estaba haciendo esa división a mano y me dijiste que estaba loca? Era para eso. Buscaba algún comportamiento que la calculadora no me estaba mostrando.

E1: Para mi habría que dejar bien en claro que número decimal y expresión decimal no es lo mismo […]

Un hecho didáctico significativo[2] se pudo observar cuando los futuros profesores se visualizaron como en un estado de "paralización" al enfrentarse a preguntas y/o situaciones/problemas aparentemente "fáciles" desde el punto de vista matemático pero que ofrecieron cierta dificultad para proporcionar con fluidez respuestas adecuadas, precisas, comunes y con un lenguaje pertinente.

Los hechos mencionados se pusieron de manifiesto ante la "sorpresa" que generó en los estudiantes visualizar los objetos matemáticos con un alto grado de "transparencia", la dificultad de plantearse algún "cuestionamiento" sobre las ideas matemáticas vinculadas a un objeto, y un posicionamiento ingenuo sobre la "necesidad" de realizar un tratamiento particular al contenido cuando éste debe pensarse para la enseñanza.

Lo expresado se puso de manifiesto cuando los estudiantes participaron de dos seminarios en el marco de un Programa interdisciplinario para la enseñanza de las ciencias a los fines de vivenciar procesos metodológicos que los investigadores en enseñanza de la ciencia desarrollan. En uno de los espacios de trabajo se expuso el problema y el proceso de investigación definido en la tesis de Konic (2011). En el momento destinado a preguntas, los estudiantes intervinieron manifestando […] "nunca se nos hubiera ocurrido pensar que un concepto <u>tan elemental</u> pudiera derivar en un problema de enseñanza de esta magnitud" […] "¿En qué momento de la carrera, o como docentes nos hubiésemos preguntado estas cosas?" […].

4. Conclusiones

Al fundamentar la introducción de la situación/problema en cuestión, reconocíamos que las relaciones entre las distintas representaciones de un número aportan al desarrollo de su significado y apoyan a la caracterización de propiedades algebraicas.

Sabemos que la riqueza de las situaciones/problemas resulta esencial para el logro de una idoneidad epistémica alta. En tal sentido la situación/problema presentada pone en juego características como la conceptualización, la precisión y variedad de representaciones de las nociones matemáticas, la relación entre conceptos, conjeturas, generalizaciones lo que posibilita generar en el futuro profesor un conocimiento

---

[2] Una manifestación de un componente de la trayectoria didáctica que aportó, en este caso, un indicador de idoneidad en las facetas cognitivo/afectiva.

especializado de los objetos matemáticos involucrados obligando a poner en discusión la concepción de “número decimal” considerada, además de su relación con la *expresión decimal de un número y aproximación decimal* de un número real.

Desde la dimensión cognitiva el aprendizaje requiere de la apropiación de los significados institucionales pretendidos al participar de las distintas prácticas generadas en la clase. En este caso, consideramos que la situación/problema ha sido lo suficientemente potente y accesible para movilizar en los futuros profesores ideas estancas, parciales y/o ausentes propiciando no solo cambios conceptuales sino también un cambio de actitud hacia la búsqueda de razones, indagaciones y cuestionamientos en diferentes instituciones (libros de textos, diseño curricular, propuestas de enseñanza, investigaciones). Este hecho se puso de manifiesto en trabajos posteriores realizados en el ámbito de la asignatura en la que se desarrolló la presente propuesta. Las mencionadas características permiten pensar en un grado considerable de idoneidad cognitiva al observarse de manera paulatina la presencia de acoplamiento entre los significados personales iniciales de los futuros profesores y los significados institucionales planificados.

Entendemos que incidir en la formación de los futuros profesores es condición necesaria en la pretensión de generar cambios que favorezcan un aprendizaje con significado, lo que se traduce posteriormente en capacidad para la selección, adecuación y/o diseño de situaciones/problemas potencialmente significativas para sus estudiantes.

Referencias

Brousseau, G., Brousseau, N. y Warfield, V. (2007). Rationals and decimals as required in the school curriculum: Part 2: From rationals to decimals. *Journal of Mathematical Behavior, 26*(4), 281-300.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas.*UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20*, 13-31.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11*(8), 111-132.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico-semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique desMathématique, 34* (2/3), 167-200.

Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Lachance, A. y Confrey, J. (2002). Helping students build a path of understanding from ratio and proportion to decimal notation. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 503-526.

Moreno, M., Hernández, V. y Socas, M. (2004). Respuestas del alumnado de magisterio a un cuestionario sobre números decimales. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática, VI*, 253-275

Moskal, B. y Magone, M. (2000). Making sense of what students know: Examining the referents, relationships and modes students displayed in response to a decimal task. *Educational Studies in Mathematics, 43*(3), 313-335.

O´Connor, M.C. (2001). Can any fraction be turned into a decimal? A case study of a mathematical group discussion. *Educational Studies in Mathematics, 46*, 143-185.

Socas, M. (2001). Problemas didácticos entre el objeto matemático y su representación semiótica. Estudio con números decimales. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática, III*, 297-318

Steinle, V. Stacey, K. y Chambers, D. (2006). *Teaching and learning about decimals*. [CD]. Melbourne: University of Melbourne.

Vourgias, Ch., Vourgia, S. y Elia, I. (2003). Representations and learning of mathematics definitions: application in decimal numbers. Trabajo presentado en la *3rd.Mediterranean Conference on Mathematical Education*. Atenas: Helenic Mathematical Society.