

UNIVERSIDAD DE JAÉN
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR
DE JAÉN
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
CARTOGRÁFICA, GEODÉSICA Y
FOTOGRAMETRÍA

TESIS DOCTORAL

GENERACIÓN DE EJES PRECISOS 3D A
PARTIR DE MULTITRAZAS GNSS Y
CONTROL POSICIONAL

PRESENTADA POR:
PAULA GIL DE LA VEGA

DIRIGIDA POR:
DR. D. FRANCISCO JAVIER ARIZA LÓPEZ
DR. D. ANTONIO TOMÁS MOZAS CALVACHE

JAÉN, 25 DE SEPTIEMBRE DE 2017

ISBN 978-84-9159-135-1



Generación de ejes precisos 3D a partir de multitrazas GNSS y control posicional

Tesis doctoral presentada por Paula Gil de la Vega en cumplimiento con los requisitos necesarios para optar al grado de Doctor por la Universidad de Jaén, dirigida por el Dr. Francisco Javier Ariza López, Catedrático de la Universidad de Jaén, y por el Dr. Antonio Tomás Mozas Calvache.

Directores:

Dr. Francisco Javier Ariza López

Dr. Antonio Tomás Mozas Calvache

Doctoranda:

Paula Gil de la Vega

No por mucho errar se borran nuestros aciertos.

(Alejandro Sanz)

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría mostrar mi más sincero agradecimiento a los directores de esta tesis, Francisco Javier Ariza López y Antonio Tomás Mozas Calvache, por el enorme apoyo que me han brindado y haber sido los guías en este camino. Sobra decir que sin vosotros, simplemente, esto no hubiera sido posible.

Agradecer también al Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría por abrirme las puertas y ofrecerme todo el apoyo que necesitaba, y en especial a los profesores Manuel Ureña Cámara, por su ayuda inicial en la programación y sus conversaciones tan inspiradoras, y a José Luis García Balboa por colaborar en la captura de los datos y procesado de datos de campo. También al Grupo de Investigación de Ingeniería Cartográfica, donde he podido sentirme como una más.

Finalmente, deseo expresar mi más profunda gratitud a mis padres, quienes me enseñaron a volar a pesar de la renuncia que eso suponía. Sé que me habéis puesto delante de vuestras propias necesidades en numerosas ocasiones, y espero ser capaz de devolveros aunque sea una pequeña parte de todo lo que me habéis dado.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

| | |
|--|-----------|
| CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN | 5 |
| I.1. HIPÓTESIS DE PARTIDA Y OBJETIVOS. | 7 |
| I.2. ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO. | 8 |
| I.3. PROYECTO DE INVESTIGACIÓN ASOCIADO. | 9 |
| I.4. PUBLICACIONES. | 9 |
| I.4.1. ARTÍCULOS DE REVISTAS | 9 |
| I.4.2. PONENCIAS EN CONGRESOS. | 9 |
| CAPÍTULO II. ANTECEDENTES | 11 |
| II.1. CONJUNTOS MULTITRAZAS GNSS 3D. | 11 |
| II.2. ATÍPICOS. | 14 |
| II.2.1. DEFINICIÓN DE ATÍPICOS. | 14 |
| II.2.2. TIPOS DE ATÍPICOS. | 15 |
| II.2.2.1. Atípicos puntuales. | 15 |
| II.2.2.2. Atípicos lineales. | 18 |
| II.2.3. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ATÍPICOS. | 19 |
| II.2.3.1. Representación gráfica de atípicos puntuales. | 19 |
| II.2.3.2. Representación gráfica de atípicos en elementos lineales. | 21 |
| II.3. DETERMINACIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE DOS O MÁS TRAZAS. | 23 |
| II.3.1. DETERMINACIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE DOS TRAZAS. | 23 |
| II.3.1.1. Distancia de Fréchet. | 23 |
| II.3.1.2. Algoritmo de distancia mínima. | 25 |
| II.3.1.3. Algoritmo de condensación espacial. | 26 |
| II.3.2. DETERMINACIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE TRES O MÁS TRAZAS. | 27 |
| II.3.2.1. Algoritmos basados en agrupamientos (clúster). | 27 |
| II.3.2.2. Fusión de trazas. | 29 |
| II.3.2.3. Rasterización (<i>Kernel density estimation</i>). | 30 |
| II.3.2.4. Distancia de Fréchet para CMT. | 32 |
| II.3.2.5. Algoritmo de condensación para CMT. | 32 |
| II.3.2.6. Ajuste B-Spline. | 33 |
| II.4. EXACTITUD POSICIONAL DE ELEMENTOS LINEALES. | 34 |
| II.4.1. INTRODUCCIÓN | 34 |
| II.4.2. EXACTITUD POSICIONAL. | 35 |
| II.4.3. MODELOS DE INCERTIDUMBRE POSICIONAL DE ELEMENTOS LINEALES. | 36 |
| II.4.3.1. Banda Épsilon. | 37 |

| | |
|--|----|
| II.4.3.2. Banda de error. | 39 |
| II.4.3.3. Banda-G. | 41 |
| II.4.3.4. Modelo unificado. | 44 |
| II.4.4. MÉTODOS PARA LA EVALUACIÓN DE LA EXACTITUD POSICIONAL BASADOS EN LÍNEAS. | 45 |
| II.4.4.1. Métodos basados en distancias línea a línea. | 48 |
| II.4.4.2. Métodos basados en orlados. | 55 |

CAPÍTULO III. MATERIAL Y MÉTODO **61**

| | |
|---|-----------|
| III.1. MATERIAL. | 62 |
| III.2. MÉTODO. | 64 |
| III.2.1. SELECCIÓN DE LA ZONA. | 66 |
| III.2.2. LEVANTAMIENTO VEHÍCULO. | 70 |
| III.2.3. LEVANTAMIENTO CON DISPOSITIVO AUTONIVELADO PARA EL LEVANTAMIENTO GNSS DE ELEMENTOS LINEALES. | 73 |
| III.2.4. OBTENCIÓN DE EJE MEDIO A PARTIR DE CMT. | 75 |
| III.2.4.1. Formación del CMT. | 76 |
| III.2.4.2. Filtro de distancia. | 76 |
| III.2.4.3. Detección y eliminación de atípicos puntuales. | 78 |
| III.2.4.4. Detección y eliminación de atípicos de traza. | 81 |
| III.2.4.5. Obtención de los ejes previos de ida y vuelta a partir de CMT. | 83 |
| III.2.4.6. Detección y eliminación de atípicos de segmento. | 85 |
| III.2.4.7. Obtención de los ejes de ida y vuelta de los CMT. | 88 |
| III.2.4.8. Obtención del eje medio a partir de los ejes de ida y vuelta de los CMT. | 88 |
| III.2.5. OBTENCIÓN DEL EJE PRECISO. | 91 |
| III.2.6. CONTROL POSICIONAL. | 91 |
| III.2.7. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE MUESTRA. | 94 |

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN **97**

| | |
|---|------------|
| IV.1. OBTENCIÓN DE LOS EJES MEDIOS A PARTIR DE LOS CMT. | 98 |
| IV.1.1. FORMACIÓN CMT. | 98 |
| IV.1.2. FILTRO DE DISTANCIA. | 100 |
| IV.1.3. ELIMINACIÓN DE ATÍPICOS PUNTUALES. | 101 |
| IV.1.4. ELIMINACIÓN DE ATÍPICOS DE TRAZAS | 102 |
| IV.1.5. OBTENCIÓN EJE PREVIO Y UMBRAL DE TOLERANCIA. | 103 |
| IV.1.6. ELIMINACIÓN DE ATÍPICOS DE SEGMENTO. | 104 |
| IV.1.7. OBTENCIÓN DE LOS EJES DE IDA Y VUELTA. | 106 |
| IV.1.8. OBTENCIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE LOS EJES DE IDA Y VUELTA. | 107 |
| IV.2. OBTENCIÓN DEL EJE MEDIO PRECISO. | 109 |
| IV.3. CONTROL POSICIONAL 3D. | 111 |

| | |
|---|-------------------|
| IV.3.1. COMPARACIÓN POR ZONAS. | 115 |
| IV.3.2. CONTROL POSICIONAL 3D FRENTE A 2D. | 117 |
| IV.4. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE MUESTRA. | 119 |
| <u>CAPÍTULO V. CONCLUSIONES</u> | <u>123</u> |
| V.1. OBJETIVOS ALCANZADOS. | 123 |
| V.2. CONCLUSIONES ACERCA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS | 124 |
| V.3. PERSPECTIVAS DE FUTURO. | 126 |
| <u>REFERENCIAS</u> | <u>127</u> |
| <u>ANEXO I. DIAGRAMAS BOX-PLOT DE LA VARIABLE LONGITUD DE LOS CMT</u> | <u>137</u> |
| <u>ANEXO II. IMÁGENES DE LOS EJES MEDIOS DE IDA Y VUELTA DE LOS CMT</u> | <u>143</u> |
| <u>ANEXO III. IMÁGENES DE LOS EJES MEDIOS DE LOS CMT</u> | <u>153</u> |
| <u>ANEXO IV. DATOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DISTANCIAS</u> | <u>159</u> |

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

Dentro de los datos espaciales, las vías de comunicación terrestre son de especial interés dado el conjunto de servicios desde el punto de vista cartográfico que ofrecen con vista, por ejemplo, al desplazamiento (caminos óptimos en tiempo o distancia, caminos críticos, etc.) o la optimización de recursos (p.e. optimización de flotas). Tradicionalmente, la captura de esta información se ha realizado por métodos cartográficos (p.e. fotogrametría, levantamientos topográficos), pero en la actualidad hay nuevas posibilidades como son las aportaciones de voluntarios (VGI, *Volunteered Geographic Information*) (Goodchild M. F., 2007).

En la línea de la VGI, es de interés plantearse la posibilidad de obtener resultados cartográficos de calidad a partir de las multitrazas capturadas por tecnologías *Global Navigation Satellite System* (GNSS) (multitrazas GNSS en adelante) que capturan los ciudadanos y relativas a las vías de comunicación terrestres. La utilización de navegadores GNSS convencionales en desplazamientos ordinarios de cualquier vehículo particular pueden proporcionar una valiosa información en forma de conjuntos multitrazas GNSS. Estos conjuntos podrían ser procesados a diaria/semanal/mensualmente y derivar en mapas reales de vías de comunicación, ofreciendo un nivel de actualización sin precedentes para este tipo de información. Por tomar una referencia, el Mapa Oficial de Carreteras del Instituto Geográfico Nacional (IGN), tiene una frecuencia de actualización de 36 meses con una inversión para el período 2013-2016 de 363.636,36€ (CSG, 2012). Obviamente, la VGI no podría sustituir todo el proceso de producción del mapa

mencionado, puesto que no se puede asegurar que todo el territorio de España pueda cubrirse con esta información, pero sí podría nutrirse de ella para acortar tiempos y abaratar costes.

Además, el uso de los GNSS, permite la obtención de información geográfica lineal en 3D (trazas GNSS 3D). Esta información puede resultar de gran interés en campos como, por ejemplo, el cálculo de rutas en coches híbridos o eléctricos, donde la diferencia del potencial gravitatorio (cota) se puede aprovechar para llenar las baterías, o el diseño de carreras en carretera, que para poder computar en récords del mundo, la diferencia entre la altitud entre la salida y la meta puede exceder de un metro por kilómetro de carrera (IAAF, 2015).

Estas trazas por sí solas, no tienen un gran valor desde el punto de vista cartográfico por sus notables problemas (falta de precisión, falta de continuidad, etc.), pero como conjunto pueden derivar en soluciones de mayor precisión (eje medio) si se procesan de forma adecuada. Nuestra idea es sustituir la falta de precisión individual de capturas únicas por soluciones derivadas de gran cantidad de tomas.

Desde un punto de vista de la minería de datos espaciales, y con la orientación de obtener los ejes medios de las vías de comunicación, la hipótesis subyacente es que un conjunto *multitrazas* suficientemente numeroso de datos de calidad posicional relativamente baja (no son equipos GNSS topográficos o geodésicos, no siempre tienen un buen horizonte ni trabajan en *Differential Global Positioning System* [DGPS]), y con gran variabilidad (equipos, configuraciones, etc.) pueden ser utilizados para obtener una representación actualizada y posicionalmente válida del eje medio de un elemento de la realidad.

La obtención de un eje medio a partir de un conjunto multitrazas GNSS 3D puede abordarse de diversas maneras. Hasta la fecha, este tema se ha tratado mayoritariamente en el caso 2D, si bien las soluciones desarrolladas pueden extenderse al caso 3D. Algunas de las soluciones son: rasterización (Davies, Beresford, & Hopper, 2006), inferencia geométrica (Agamennoni, Nieto, & Nebot, 2010), agrupamiento o clúster (Edelkamp & Schrödl, 2003), condensación (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2016), etc.

Para poder considerar que un eje obtenido a partir de multitrazas GNSS de baja precisión es un eje preciso, habrá que determinar la exactitud posicional del mismo. Los métodos de control posicional para líneas se basan en la determinación de los desplazamientos y las incertidumbres entre dos líneas homólogas derivadas de la cartografía a ser controlada y de la base de datos de control más exacto.

Los métodos para la evaluación de la exactitud posicional de líneas están basados en el concepto de incertidumbre de una línea en el espacio. A diferencia de la relativa consistencia en el tratamiento de errores en puntos, los investigadores son más discrepantes en el modelado de errores lineales.

Las líneas son elementos más complejos geoméricamente que los puntos. De forma general, Shi & Liu (2000) clasifican los modelos de error en líneas en dos tipos:

- Regiones de confianza: banda alrededor de la línea medida dentro de la cual se encuentra la verdadera posición de la línea con una probabilidad mayor que un determinado nivel de confianza.
- Banda de error: banda alrededor de la “verdadera” posición de la línea.

Los principales métodos propuestos hasta el momento para evaluar la exactitud posicional usando líneas se basan en la comparación de dos líneas homólogas: la línea controlada (X) y la línea de control (Q). Las líneas de control se seleccionan de una base de datos más exacta que el conjunto de líneas que va a ser controlado. Estos métodos analizan aspectos como la distancia entre vértices, los desplazamientos entre los elementos, los porcentajes de inclusión dentro de buffers y la incertidumbre posicional. En este sentido, la aplicación combinada de estos métodos describe la variabilidad posicional de forma más completa que la aplicación de uno solo de ellos.

Los principales métodos propuestos hasta el momento para la evaluación de la exactitud posicional de elementos lineales son:

- Método de las distancias medias (McMaster, 1986).
- Método de banda epsilon (Skidmore & Turner, 1992).
- Método de la distancia de Hausdorff (Abbas, Grussenmeyer, & Hottier, 1995).
- Método de orlado simple (Goodchild & Hunter, 1997).
- Método de orlado doble (Tveite & Langaas, 1999).
- Método de vértices de influencia (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2011).

Todas estas propuestas han sido desarrolladas en 2D, y rara vez se plantean la realización de un control de campo (las propuestas se centran mayormente en la comparación de dos Bases de Datos Geográficas con distinto nivel de exactitud asumido). El método de control posicional que se plantea en esta Tesis doctoral está desarrollado de modo que es independiente a la dimensión de los datos espaciales, así que puede aplicarse tanto si las trazas son 2D o 3D. Este método se aplica sobre multitrazas GNSS reales capturados al efecto, tanto la línea de control como la línea que es controlada.

I.1. HIPÓTESIS DE PARTIDA Y OBJETIVOS.

La investigación se lleva a cabo en dos líneas. Por un lado, es necesario crear los mecanismos adecuados que permitan extraer ejes medios a partir de conjuntos multitrazas, de manera que se puedan disponer de ejes preciso a partir de trazas de baja precisión, determinando aquellas trazas del conjunto que son erróneas o atípicas para no ser tenidas en cuenta (total o parcialmente). Por otro lado, los métodos anteriormente expuestos para la evaluación de la exactitud posicional para elementos lineales han sido desarrollados y aplicados en su mayoría sobre conjuntos de datos 2D. En el desarrollo de esta tesis doctoral se extenderán al caso 3D, aplicándolo sobre voluminosos conjuntos de datos que permitan extraer resultados concluyentes y extrapolables a cualquier conjunto de datos.

En base a estos dos temas planteados, se establecen las siguientes **hipótesis de partida**:

- Un conjunto multitrizas suficientemente numeroso de datos de calidad posicional relativamente baja y con gran variabilidad puede ser utilizados para obtener una representación actualizada y posicionalmente válida del eje medio de un elemento de la realidad.
- La exactitud posicional de un eje de un elemento de la realidad puede evaluarse mediante la extensión al caso 3D de los métodos de control posicional de elementos lineales 2D.

Para la demostración de las hipótesis de partida, se establecen dos **objetivos generales**:

- Generación de ejes precisos 3D a partir de multitrizas GNSS. La hipótesis de partida es que, dado un conjunto de trazas GNSS 3D obtenidas por navegadores convencionales de baja precisión, se puede obtener un eje preciso mediante una aproximación media del conjunto de trazas original.
- Desarrollar un método para la evaluación de la calidad posicional de elementos lineales de información geográfica 3D. La Información Geográfica (IG) puede considerarse un producto y, como tal, se produce atendiendo a unas especificaciones que satisface unas necesidades. Por tanto, es necesario comprobar que dichas especificaciones se cumplen y que dichas necesidades son realmente cubiertas.

Estos objetivos generales son alcanzados a través de la consecución de otros **objetivos secundarios**:

- Desarrollar un método que permita determinar un eje medio a partir de dos trazas GNSS 3D (ida y vuelta).
- Detectar y eliminar atípicos en las trazas que forman los conjuntos de multitrizas GNSS 3D como fase previa a la obtención del eje medio.
- Desarrollar un método que permita determinar un eje medio a partir de un conjunto multitrizas GNSS 3D.
- Determinar y conocer el comportamiento del método de control posicional basado en orlado simple y en su extensión al caso 3D. Partiendo del método de control posicional basado en línea de orlado simple para el caso 2D, y con una serie de consideraciones propias de la naturaleza de la componente 3D, se extiende el método al caso 3D.

1.2. ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO.

La tesis doctoral se estructura en 5 capítulos.

- Capítulo I: se corresponde con la presente introducción, donde se incluyen las hipótesis de partida y los objetivos.

- Capítulo II: se describe el estado del arte de las cuestiones que se tratan posteriormente, profundizando en los estudios previos que sirven como punto de partida de esta tesis doctoral.
- Capítulo III: se expone el método desarrollada en este estudio y los materiales empleados.
- Capítulo IV: se muestran los resultados obtenidos en los procesos obtenidos en el capítulo anterior junto a su análisis e interpretación.
- Capítulo V: se recogen las conclusiones derivadas de todo lo anterior.
- Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas consultadas y los anexos que refuerzan y complementan determinados aspectos del documento.

I.3. PROYECTO DE INVESTIGACIÓN ASOCIADO.

La presente tesis doctoral se ha desarrollado dentro del proyecto de investigación “Evaluación 3D de elementos lineales de información geográfica (E3DLING)” del Ministerio de Economía y Competitividad con referencia BIA2011-23271, y con la ayuda de Formación de Personal Investigador BES052663.

I.4. PUBLICACIONES.

I.4.1. ARTÍCULOS DE REVISTAS

- **Gil de la Vega**, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2016). Models for positional accuracy assessment of linear features 2D and 3D cases. *Survey Review*.
- **Gil de la Vega**, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2016). Problemas que presentan las trazas GNSS procedentes de Información Geográfica Voluntaria. *Geofocus* (17), 161-184.
- **Gil de la Vega**, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2015). Desarrollo de un algoritmo para la obtención de un eje medio a partir de conjuntos multitrazas GNSS 3D. *Mapping*, 24 (172), 34-40.
- **Gil de la Vega**, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2014). Método para la comparativa de diversas configuraciones GNSS+IMU en levantamientos cinemáticos de elementos lineales 3D. *Mapping*, 23 (165), 46-55.
- Ariza-López, F. J., Mozas-Calvache, A. T., & **Gil de la Vega**, P. (2014). Tratamiento de multitrazas GNSS 3D para la obtención de ejes medios. *Mapping*, 23 (166), 42-47.

I.4.2. PONENCIAS EN CONGRESOS.

- **Gil de la Vega**, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2016). Conjuntos de multitrazas GNSS procedentes de rutas de servicios de paquetería. *XVII Congreso Nacional de Tecnologías de Información Geográfica*, (págs. 390-399). Málaga.
- **Gil de la Vega**, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2015). Detection

of outliers in sets of GNSS tracks from Volunteered Geographic Information. *18th AGILE International Conference on Geographic Information Science*. Lisboa.

- **Gil de la Vega**, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2014). Núcleos espaciados: algoritmo para la determinación de un eje medio a partir de multitrazas GNSS 3D. *XVI Tecnologías de la Información Geográfica*, (págs. 565-571). Alicante.
- Mozas-Calvache, A., Ariza-López, F. J., & **Gil de la Vega**, P. (2014). Métricas para el control posicional 3D de bases geoespaciales mediante elementos lineales. *XVI Congreso Nacional de Tecnologías de la Información Geográfica*, (págs. 572-578). Alicante.

CAPÍTULO II. ANTECEDENTES

De manera consistente a lo avanzado en el Capítulo 1 anterior, en este capítulo dedicado a los antecedentes se va a presentar el estado de la cuestión de aquellos aspectos más relevantes para el desarrollo de esta investigación. Así, primeramente, se establecerá una definición formal de qué es una traza y un conjunto multitrazas GNSS 3D. Posteriormente, y dada la importancia que tienen en los procesos de cálculo y derivación de valores promedios y desviaciones, se atenderá a presentar lo que son los atípicos en el caso de las trazas, y las escasas técnicas que existen para su tratamiento. Dado que nuestra hipótesis básica es agregar numerosos resultados de escasa exactitud para obtener soluciones de mayor confianza, los algoritmos para la obtención de ejes medios son un aspecto clave en este trabajo. Por ello se presentará los avances más destacados en este campo, tanto para el caso de trabajar con 2 trazas como con multitrazas. Finalmente, nos centraremos en la exactitud posicional. En este caso se presentará el marco conceptual más extendido (modelo ISO 19157) y se definirá qué entendemos por exactitud posicional. Con estas bases se podrá presentar los Modelos de incertidumbre al uso para segmentos y líneas y, finalmente, los Métodos de evaluación de la exactitud posicional que se han propuesto y que se están aplicando.

II.1. CONJUNTOS MULTITRAZAS GNSS 3D.

Los elementos multitrazas GNSS 3D (Figura II.1) son conjuntos (*CMT*) de m trazas (t_i) formadas por un conjunto ordenado de $n_i - 1$ segmentos (S^i) definidos, a su vez, por dos vértices consecutivos (P_j, P_{j+1}).

$$CMT\{t_1, t_2, \dots, t_m\}$$

$$t_i\{S_{0,1}^i, S_{1,2}^i, \dots, S_{n_i-2, n_i-1}^i\}$$

$$S_{j,j+1}^i\{P_j^i, P_{j+1}^i\}$$

$$P_j^i\{X_j^i, Y_j^i, Z_j^i\}, j \in [0, 1, \dots, n_i - 2]$$

donde:

m : número de trazas del conjunto multitrazas

n_i : número de vértices que forman la traza i – ésima.

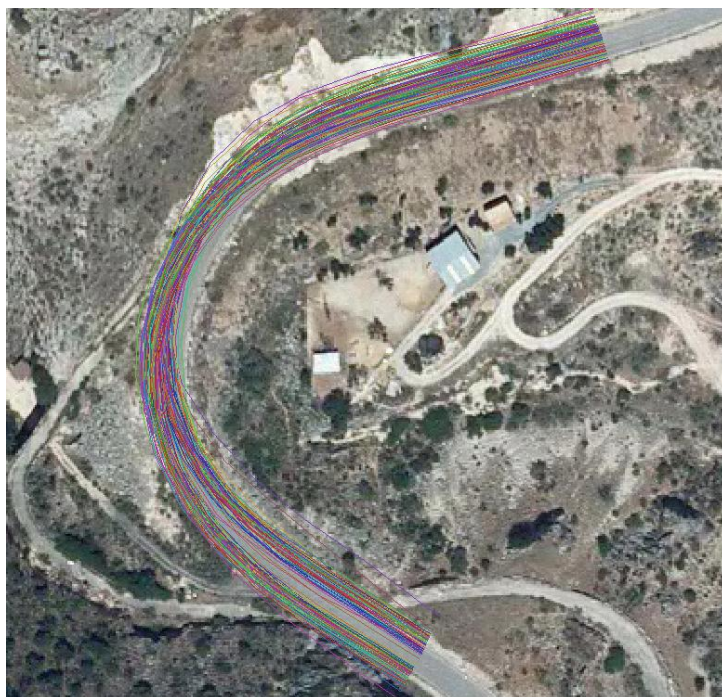


Figura II.1. Ejemplo de un CMT relativas a una carretera.

Las trazas pueden haber sido capturadas utilizando diferentes medios de transporte (coche, bicicleta, tren, etc.) sobre diversas vías de comunicación (carreteras, caminos, vías de tren, carriles bici, etc.). Todas las trazas que forman el conjunto multitrazas (CMT) han sido capturadas con equipos GNSS sobre el mismo elemento lineal, de modo que tienen un principio y un fin próximo. Estas trazas, en general, contienen la identidad del elemento, su posición y el tiempo de captura, aunque la información sobre velocidad, aceleración y dirección del movimiento puede extraerse fácilmente de la información anterior. Algunos equipos también capturan información sobre la precisión de cada posición (disolución de la precisión [HDOP, VDOP], número de satélites), aunque estos equipos no suelen ser habituales en trazas que proceden de VGI.

Existen diversos repositorios de trazas VGI en la red donde los usuarios comparten sus datos, como son OpenStreetMap, Wikiloc, etc. Estas plataformas son de acceso libre tanto para subir como para descargar IG. En Wikiloc hay más de seis millones de rutas que han compartido los más de dos millones y medio de miembros de la plataforma (<https://es.wikiloc.com/>) mientras que OpenStreetMap dispone de 414.960.539 de vías a fecha 2 de junio de 2017 (https://taginfo.openstreetmap.org/reports/database_statistics). La información se descarga en formato *GPS Exchange Format* (GPX, <http://www.topografix.com/gpx/1/1/>), un tipo de archivo manejable por la mayoría de SIG de escritorio (QGIS, GvSIG, ArcGIS).

La precisión alcanzada en la captura de las trazas depende de diversas circunstancias, entre las que podemos considerar (Ariza-López, Mozas-Calvache, & Gil de la Vega, 2014):

- Equipo de captura: Existe una gran diversidad de equipos de captura con distinta exactitud posicional. Mientras que los receptores conocidos como geodésicos alcanzan precisiones del orden del centímetro en la determinación de la posición, los receptores de navegación tienen una precisión de 6 a 10 metros en condiciones normales (Zhang & Sester, 2010) .
- Ubicación del receptor: el receptor puede ir colocado en diferentes posiciones. Si se considera la posición en un vehículo, el receptor suele ir colocado en diferentes puntos del salpicadero, e incluso incrustado en el mismo como equipamiento del vehículo. Además, la altura a la que se coloca el receptor con respecto a la carretera introduce un offset en la componente vertical que no suele ser conocido si las trazas proceden de VGI. Mientras los desplazamientos horizontales con respecto al eje se compensan con el número de trazas, el offset vertical nunca se compensa, ya que siempre estará por encima de la altitud de la vía. Esto es un aspecto a determinar (p. e. se podría utilizar un MDE para determinar un offset promedio para cada traza, utilizar varios puntos de referencia bien definidos para determinar el offset vertical, etc.).
- Configuración del equipo: aunque la mayoría de los receptores de navegación funcionan un poco como “caja negra”, algunos de ellos presentan algunas opciones configurables. Una de estas opciones es la frecuencia de captura, que puede ser en función del tiempo (p.e. cada segundo) o en función de la distancia recorrida (p.e. cada metro). Si la frecuencia elegida es baja o si la velocidad de desplazamiento es elevada, la carretera estará representada por un menor número de puntos, y esto puede presentar problemas de representación en zonas de curvas, si bien este problema se soluciona si se dispone de CMT en lugar de una única traza.
- Elementos externos: el entorno donde se captura la traza tiene un gran efecto sobre la señal. La presencia de taludes, zonas arboladas o edificios, puede producir el “efecto multicamino” (Figura II.2), es decir, que la señal llega a la antena por múltiples caminos debido a la reflexión de la señal en dichos elementos. El “efecto multicamino” está afectado también por la posición de los satélites (Kaplan & Hegarty, 2006), de modo que las trazas estarán afectadas de modo distinto dependiendo de cuándo fueran capturadas. Los CMT, por lo tanto,

podrán mejorar este aspecto, ya que existirán trazas que se hayan capturado cuando el “efecto multicamino” sea mínimo.



Figura II.2. Efecto multitrayectoria sobre una traza (Gil de la Vega, Ariza-López, & Mozas-Calvache, 2016).

Estos problemas de las trazas individualmente, pueden solucionarse o reducirse con el uso de múltiples trazas aplicando mecanismos adecuados. En la metodología se verán algunos de ellos.

II.2. ATÍPICOS.

En los conjuntos CMT existen redundancia de información (hay muchas trazas que representan el mismo elemento geográfico). Al existir dicha redundancia, los valores atípicos pueden alterar los procesos aplicados sobre ellas, aumentando el error o impidiendo la obtención de resultados más relevantes. Es por ello que deben aplicarse mecanismos que, de algún modo, eliminen la influencia de los atípicos sobre el resultado final.

En este apartado se define el concepto de atípico y la diferente tipología que existe, así como algunos mecanismos que han sido utilizados tradicionalmente para la detección de los mismos.

II.2.1. DEFINICIÓN DE ATÍPICOS.

Los valores atípicos u outliers denotan observaciones inusuales que, en general, no pueden ser explicadas por el modelo de datos al que pertenecen y violan sus subyacentes hipótesis de normalidad (Iranzo, 2007). Estos datos se denominan atípicos debido a que su posición respecto a una función de densidad, por ejemplo la Normal, se encuentra muy alejada de la central, en las colas de la distribución. La perspectiva tradicional considera que estos datos se pueden eliminar de la muestra porque son datos extraños,

seguramente obtenidos de un error de medida o un error de transcripción (Ariza-López, García-Balboa, & Amor-Pulido, 2004). Sin embargo, eliminarlos de la muestra no debe implicar eliminarlos por completo, puesto que las trazas atípicas de un conjunto multitrazas pueden no siempre denotar errores de medida, sino que pueden estar indicando rutas alternativas a la analizada.

En la literatura pueden encontrarse diversos métodos para la detección de atípicos. Lee et al. (2008) establecen una clasificación de los métodos de detección en función de atípico según se basen en algoritmos de distribución, distancia, densidad y desviación. Para este trabajo se revisa brevemente el enfoque basado en distancias y densidades, puesto que son los utilizados por los métodos revisados en este apartado.

- Basado en distancias: Este enfoque propuesto por Knorr & Ng (1998) define un atípico como: “un objeto O de un conjunto de datos C es un atípico si al menos una fracción p de O se encuentra a una distancia superior a D del promedio de C ”.
- Basado en densidades: este enfoque fue propuesto por Breuning et al. (2000) y define un atípico como: “un atípico se define a partir de un factor local atípico (LOF, del inglés *local outlier factor*) para cada objeto que depende de la densidad local de la vecindad”. Este factor, por lo tanto, indica el grado de aislamiento que tiene un objeto respecto a los objetos vecinos.

II.2.2. TIPOS DE ATÍPICOS.

Atendiendo al tipo de elemento geográfico que se analiza, se puede distinguir entre atípicos puntuales o atípicos lineales. A continuación se definen estos tipos de atípicos y algunos métodos utilizados para detectarlos.

II.2.2.1. Atípicos puntuales.

En elementos puntuales, un valor atípico es aquel que se encuentra fuera de un determinado margen de tolerancia establecido (Figura II.3). Para la detección de atípicos en este tipo de elementos existen diversos métodos, algunos de los cuales se recogen a continuación:

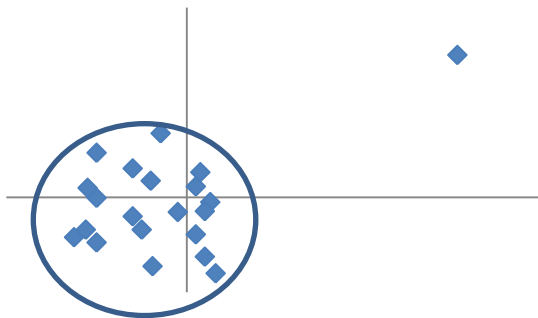


Figura II.3. Valor atípico para elementos puntuales

A. Método de las k-sigas.

La manera más habitual de detectar atípicos para elementos puntuales es el método de las *k sigmas*, que consiste en tipificar los valores de la variable y considerar atípico a aquellos que su valor tipificado en valor absoluto será superior a *k*, es decir, que estén a más de *k* desviaciones típicas de la media, lo que en el caso de una población normal es el porcentaje en que $P[|Z|>k]$ (Rodríguez-Avi, 2010). Los porcentajes en que esto ocurrirá aparecen en la Tabla II.1.

| k | P[Z<k] | P[Z >k] | Porcentaje |
|------|---------|----------|------------|
| 4 | 0,99996 | 0,00006 | 0,01% |
| 3 | 0,99865 | 0,00269 | 0,27% |
| 2,5 | 0,99379 | 0,01242 | 1,24% |
| 2,2 | 0,98609 | 0,02781 | 2,78% |
| 2 | 0,97724 | 0,04550 | 4,55% |
| 1,96 | 0,97500 | 0,05000 | 5% |
| 1,69 | 0,95448 | 0,09103 | 9,10% |

Tabla II.1. Porcentajes de outliers para el método de las k-sigas.

El método se realiza con los siguientes pasos:

1. Se calcula la media y la varianza de los valores muestrales y se tipifican los mismos.
2. Se calcula el valor absoluto de los valores tipificados y se ordenan de menor a mayor:
 - Si el valor mayor es menor que *k*, se acepta la no existencia de outliers.
 - Si el valor mayor es mayor que *k*, se elimina ese punto y se vuelve al paso 1. El proceso continúa hasta que el mayor valor absoluto de los datos tipificados es menor que *k*.

B. Contraste gráfico para atípicos (ISO 16268-2).

Este contraste se basa en gráficos box-plot con algunas modificaciones y se recomienda para detectar valores atípicos cuando se supone que la población se distribuye normalmente o exponencialmente. Este contraste no necesita ningún conocimiento previo del número de atípicos que se espera obtener ni en qué dirección están situados.

La modificación del box-plot se basa en cambiar los extremos de las cajas, de manera que en lugar de los cuartiles se utilizan los cuartos de la muestra. Los límites quedan:

Ec. II.1.

$$LI = x_{L,n} - k_L(x_{U,n} - x_{L,n})$$

$$LU = x_{U,n} - k_U(x_{U,n} - x_{L,n})$$

donde:

n : tamaño de la muestra.

k_L, k_U : son valores que dependen de la distribución subyacente poblacional que suponemos y el valor de n . Para el caso de $\alpha = 0,05$ y distribución normal, la Tabla II.2 y la ecuación siguiente nos indican cómo calcularlos:

Ec. II.2

$$k = k_L = k_U = e^{b_0 + b_1 \ln(n) + b_2 \ln^2(n) + b_3 \ln^3(n) + b_4 \ln^4(n)}$$

$x_{L,n}$: es el cuarto inferior del box-plot.

$x_{U,n}$: es el cuarto superior del box-plot.

| Resto de $n/4$ | b_0 | b_1 | b_2 | b_3 | b_4 |
|----------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 4,01761 | -2,35363 | 0,64618 | -0,07893 | 0,00368 |
| 2 | 2,06429 | -0,88523 | 0,22237 | -0,02391 | 0,00099 |
| 3 | 0,48006 | 0,25854 | -0,09622 | 0,01620 | -0,00092 |
| 0 | 0,83707 | 0,07596 | -0,06119 | 0,01328 | -0,00083 |

Tabla II.2. Coeficientes para el cálculo de $k = k_L = k_U$ para una normal con $\alpha = 0,05$.

C. Contraste GESD (ISO 16269-4)

El contraste GESD, desviación “estudentizada” generalizada extrema (del inglés, *Generalized Extreme Studentized Deviate*). Este contraste permite detectar al menos r outliers con un nivel de significación α cuando hay k outliers presentes en el conjunto de datos. Para poder aplicar este contraste habrá que asegurarse, previamente, de la normalidad mediante la aplicación de algún contraste de normalidad.

El contraste se realiza del siguiente modo:

1. Se determina α y k , y se comienza con $r = 0$.
2. Sea x_1, \dots, x_n una muestra procedente de una población normal. Se tipifican los valores y se calcula el valor tipificado extremo R_r :

Ec. II.3.

$$R_r = \max_{x_i \in I_r} \frac{|x_i - \bar{x}^{(r)}|}{s^{(r)}}$$

donde:

- I_0 denota la muestra original de tamaño n (es decir, la muestra completa sin excluir ningún dato).
 - I_r denota la muestra original de tamaño $n - r$.
 - R_r es el máximo en valor absoluto de los valores tipificados.
3. Se calcula el valor crítico:

Ec. II.4.

$$\lambda_r = \frac{(n - r)t_{p, n-r-1}}{\sqrt{(n - r - 1)(n - r - 1 + t_{p, n-r-1}^2)}}$$

donde:

- $p = \frac{\alpha}{2(n-r+1)}$ y $t_{p,d}$ representa el percentil p de una t-Student con d grados de libertad.
4. Para cada pareja de R_r y λ_r se pueden dar las situaciones siguientes:
- $R_r < \lambda_r$. No hay atípicos.
 - $R_r > \lambda_r$. El valor correspondiente a la tipificación R_r es un valor atípico. Se iteran los pasos 2 y 3, haciendo en cada iteración $r = r + 1$ hasta que r sea igual a k o hasta que $R_r < \lambda_r$.

II.2.2.2. Atípicos lineales.

Los atípicos lineales, a diferencia de los puntuales, requieren un estudio en mayor profundidad. Para elementos lineales, que es el caso de las multitrizas GNSS 3D, se pueden considerar diferentes situaciones. Los elementos lineales están formados por vértices. Por lo tanto, para la determinación de atípicos en líneas habrá que estudiar lo que ocurre en los vértices que la forman.

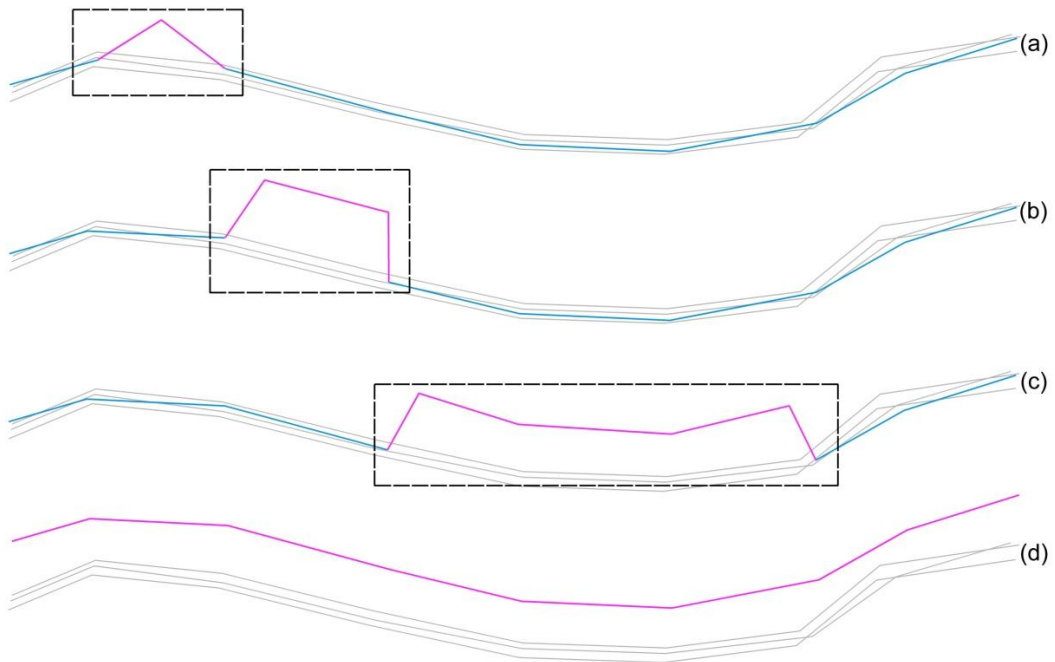


Figura II.4. Tipos de atípicos en elementos lineales: (a) puntual, (b) segmentos, (c) multisegmentos, (d) traza.

Según el número de vértices atípicos y la distribución de los mismos a lo largo de la traza, los atípicos de línea (Figura II.4) se pueden clasificar en:

- Puntual (Figura II.4.a): cuando un único vértice de una traza difiere de la trayectoria general del resto de las trazas.
- Segmento (Figura II.4.b): cuando un tramo de la traza difiera de la trayectoria general del resto de las trazas.

- Multisegmento (Figura II.4.c): cuando varios tramos consecutivos difieren de la trayectoria general del resto de las trazas.
- Traza (Figura II.4.d): cuando toda la traza está desplazada con respecto a la trayectoria general del resto de las trazas.

A diferencia de los atípicos en elementos puntuales, la detección de atípicos en elementos lineales no tiene por qué invalidar la totalidad del elemento (excepto si se trata de un atípico de traza). Por lo tanto, la pérdida de información se produce sólo en los vértices o tramos afectados, lo que permite conservar el resto de la información contenida en la traza.

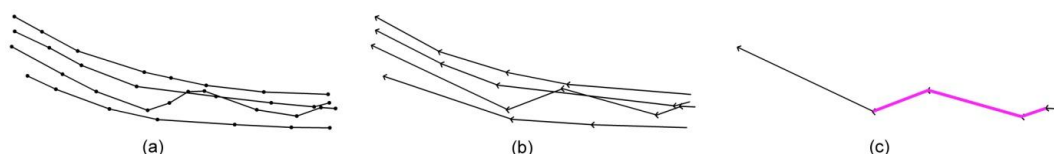


Figura II.5. Ejemplo del funcionamiento de TRAOD: (a) conjunto multitrazas, (b) fase 1: partición de las trazas, (c) fase 2: detección de valores atípicos.

Existen pocos trabajos relacionados la detección de trazas atípicas. El algoritmo de detección de trayectorias atípicas (Figura II.5), TRAOD (del inglés, *Trajectory Outlier Detection Algorithm*), propuesto por Lee, Han & Li (2008) es uno de ellos. Este algoritmo consta de dos fases: partición y detección. En la fase de partición, el algoritmo divide cada traza en tramos de modo que cada uno de ellos sigue la misma trayectoria. En la segunda fase, se detectan los tramos atípicos a partir de la distancia hacia las trayectorias vecinas. En este caso, la medida de distancia también refleja la diferencia en la forma de las trazas. Es decir, que este algoritmo puede detectar dos tipos de atípico: los atípicos posicionales (cuando la localización de un tramo está alejada de la localización de los tramos vecinos) y atípicos angulares (cuando la dirección de un tramo es diferente a la de los tramos vecinos). En la Figura II.5, por ejemplo, se han detectado tres tramos atípicos.

II.2.3. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ATÍPICOS.

Las herramientas gráficas son ampliamente utilizadas para la detección de atípicos y análisis estadístico por su simplicidad y eficiencia (Ariza-López, Rodríguez-Avi, & Reinoso, 2014). Existen diferentes tipos de gráficos que permiten determinar observaciones atípicas.

II.2.3.1. Representación gráfica de atípicos puntuales.

A. Diagrama de caja o box-plot.

Los diagramas de caja o box-plot (Figura II.6) son uno de los tipos de gráfico utilizado frecuentemente en la detección de valores atípicos. Estos diagramas incorporan en un solo gráfico medidas de posición, dispersión y observaciones atípicas. Por tanto, muestran de un vistazo las principales características de la muestra. Este tipo de gráficos utilizan medidas de posición y dispersión robustas, basadas en los cuartiles. Para dibujar un diagrama de caja comenzamos calculando los cuartiles Q_1 , Q_2 y Q_3 . A continuación

dibujamos un rectángulo con extremos Q_1 y Q_3 y representamos la mediana mediante una línea. Seguidamente obtenemos unos límites admisibles inferior (LI) y superior (LU) que permiten identificar los valores atípicos. Estos valores vienen dados por la Ec. II.5.

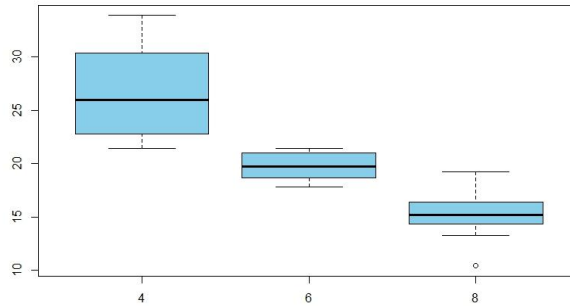


Figura II.6. Diagrama de caja o box-plot.

Ec. II.5.

$$LI = Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1)$$

$$LU = Q_3 + 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1)$$

A continuación se dibuja una línea recta desde estos valores hasta el rectángulo y se consideran como valores atípicos aquellos que se sitúan fuera del intervalo (LI, LU) (Sarabia Alegría & Pascual Sáez, 2005).

B. Diagrama violin-plot.

Un diagrama violin-plot (Figura II.7) es similar al diagrama box-plot, excepto porque aquel también muestra la función de densidad de los diferentes valores de los datos. Por lo tanto, se puede considerar como una combinación de un diagrama box-plot y un diagrama de densidad de kernel.

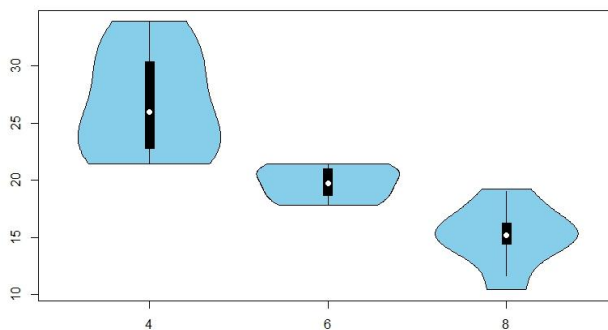


Figura II.7. Diagrama violin-plot.

Típicamente, los violin-plot incluirán un marcador de la mediana de los datos y una casilla que indica el rango intercuartílico, como en los diagramas de caja estándar. Sobrepuesto en este diagrama de cajas está una estimación de la densidad. La función de densidad se grafica simétricamente a ambos lados del diagrama box-plot.

C. *Diagrama bag-plot.*

El diagrama bag-plot (Figura II.8) es un diagrama de dispersión que utiliza una generalización bivariada del diagrama box-plot. Es un método en estadística sólida para la visualización de datos estadísticos de dos dimensiones, análogo al diagrama de caja. Introducido por Rousseuw et al. (1999), el bag-plot permite visualizar la ubicación, extensión, la asimetría, y los valores extremos del conjunto de datos.

El bag-plot consta de tres polígonos anidados, llamados la "bolsa", la "valla", y el "bucle":

- El polígono interior, llamado "bolsa" contiene como mucho el 50% de los puntos y se construye con el mínimo número de observaciones que puede contener el semi-plano que contiene también un punto dado.
- El más exterior de los tres polígonos, llamado "valla", no se dibuja pero se utiliza para construir el diagrama. Se forma al "inflar" la bolsa por un determinado factor (normalmente 3). Los valores fuera de este polígono se denotan como atípicos.
- Las observaciones que no se marcan como atípicas son bordeadas por un "bucle" o envolvente convexa.

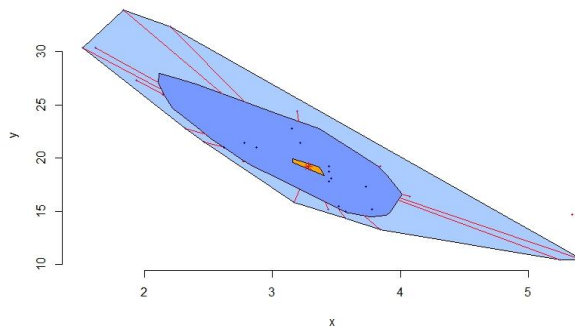


Figura II.8. Diagrama bag-plot.

II.2.3.2. Representación gráfica de atípicos en elementos lineales.

En un reciente estudio, Ariza-López et al. (2014) proponen una serie de herramientas gráficas que sirven para la detección de valores atípicos para elementos lineales. Los gráficos propuestos necesitan determinar previamente un eje medio del conjunto multitrazas. Para la representación gráfica de trazas, se pueden calcular errores respecto al eje medio, incrementos (entre valores secuenciales de la traza) o incrementos de error. Algunas de las propuestas de estos autores son:

A. Diagrama único.

El conjunto multitrazas se resumen en un único diagrama, como los vistos en el Sección II.2.3.1. Se grafica alguna variable, como posición o incrementos de error posicional o angular. Este tipo de representación puede ser difícil de interpretar para muchas trazas si la longitud de las trazas es muy grande o si hay una gran densidad de vértices. Para solucionar esto, pueden representarse un subconjunto del conjunto original seleccionado de forma aleatoria. Estos diagramas son muy genéricos para representar atípicos en elementos lineales, de modo que sólo servirán para indicar si existen o no atípicos, aunque no podrán identificarse sin hacer un estudio en mayor profundidad.

B. Secuencia a lo largo del eje medio.

En este caso, en lugar de representar todas las trazas en un único diagrama, se representan una secuencia ordenada de diagramas a lo largo de la representación planimétrica o altimétrica del eje medio, ya sea rectificado o no. Para conseguir una mejor comprensión de la secuencia, debe emplearse la misma escala para todos los diagramas representados. En la Figura II.9 se muestra un ejemplo de este tipo de representación. En este caso, se representa el error medio cuadrático del conjunto multitrazas con respecto al eje medio rectificado. Utilizando el eje medio en lugar del rectificado, se consigue una representación que ofrece una información contextual más rica, principalmente respecto a la curvatura.

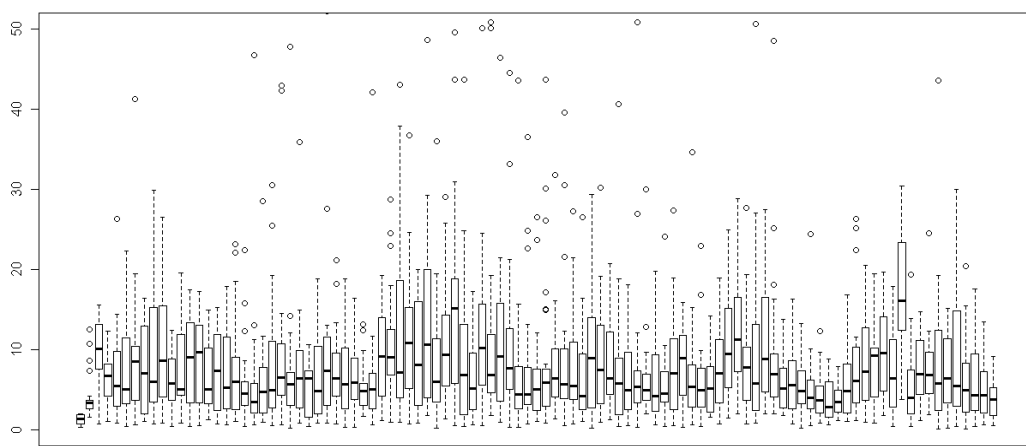


Figura II.9. Secuencia de box-plot para errores 3D de un conjunto multitrazas.

C. Polígrafo.

Este tipo de representación combina la representación de diversas variables en un único diagrama. Esto ofrece la posibilidad de analizar de forma conjunta varias variables (error posicional, errores direccionales, incrementos de error, etc.), lo que ofrece una visión más completa del conjunto de datos.

D. In situ.

Una variable o un conjunto ordenado de diagramas pueden ser visualizados a lo largo de un eje medio a lo largo de una visualización 2D o 3D del terreno. Esta representación ofrece una información contextual más rica (curvatura, presencia de

taludes, árboles o cualquier otro tipo de obstáculos). La Figura II.10 muestra un ejemplo de este tipo de representación, tanto en 3D como en 2D.

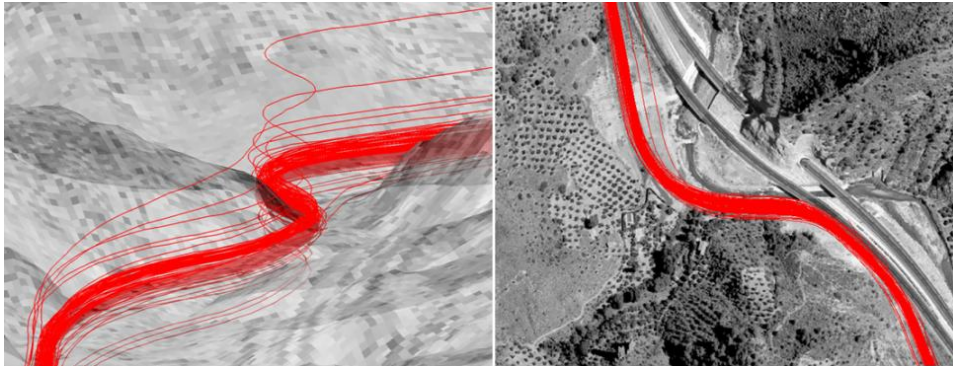


Figura II.10. Visualización de las trazas (perspectiva 3D y proyección planimétrica) (Ariza-López, Rodríguez-Avi, & Reinoso, 2014).

II.3. DETERMINACIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE DOS O MÁS TRAZAS.

La determinación de un eje medio a partir de dos o más trazas es la obtención de una línea que ocupa una posición intermedia entre las trazas origen. Este cálculo se ha abordado ampliamente en la literatura científica con distintos planteamientos, casi siempre desde una perspectiva bidimensional.

En la exposición de las distintas propuestas, no se va a tener en cuenta la presencia de atípicos en el CMT, los cuales se puede detectar y eliminar como se ha visto en el Apartado II.2. Se hace hincapié en esta cuestión porque en muchos de los trabajos originales se incide mucho en este aspecto, que es clave en el resultado de muchas de las propuestas a continuación recogidas.

II.3.1. DETERMINACIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE DOS TRAZAS.

II.3.1.1. Distancia de Fréchet.

La distancia de Fréchet es una medida de similitud entre curvas que tienen en cuenta tanto la localización como el orden de los vértices a lo largo de las curvas. Esta distancia es popularmente ilustrada (Figura II.11) del siguiente modo: un hombre pasea a su perro, de manera que cada uno debe describir una determinada curva. Ambos pueden controlar su velocidad de manera independiente, pero no pueden ir hacia atrás. La distancia de Fréchet de las curvas es la longitud mínima de correa que es necesaria entre el perro y su dueño (Alt & Godau, 1995).

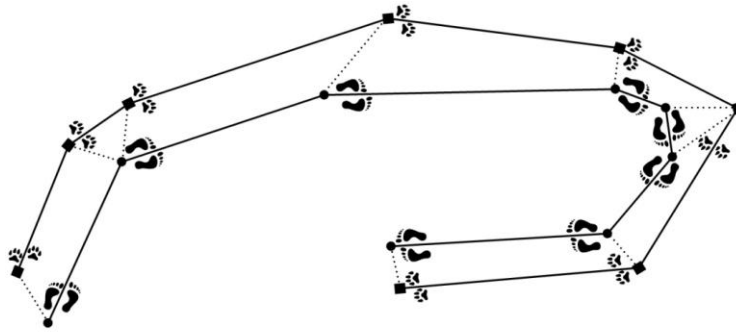


Figura II.11. Ilustración de la distancia de Fréchet.

La distancia de Fréchet permite determinar puntos homólogos entre dos geometrías. Cada pareja de puntos homólogos define un segmento cuyo punto medio representa un vértice del eje medio (Figura II.12).

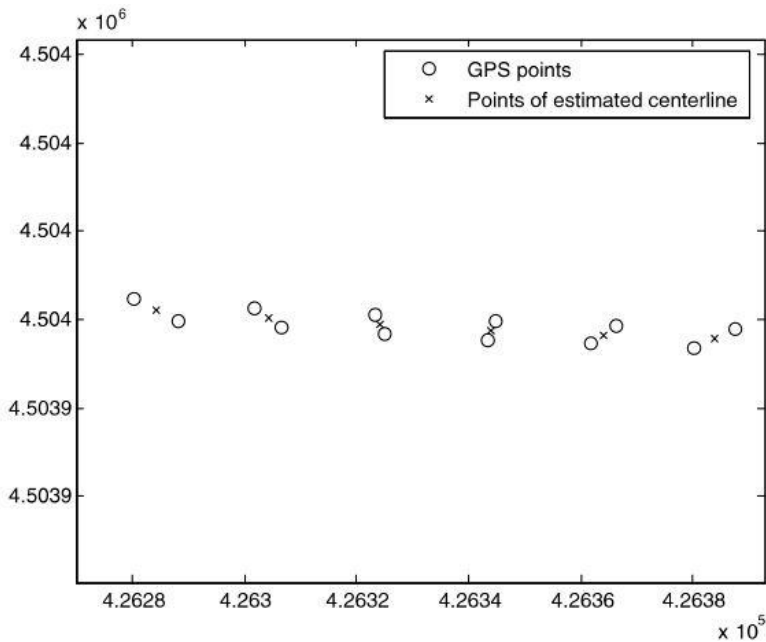


Figura II.12. Estimación de la posición media a partir de la distancia de Fréchet.

En el campo de la IG, Devogele (2002) desarrolla un proceso de unión de capas vectoriales en procesos de confluencia basado en medidas derivadas de la distancia de Fréchet. En esta distancia también se basan, aunque no la mencionan expresamente, Castro et al. (2010) para el cálculo del eje medio de una carretera para la cual se han capturado sus dos carriles con un equipo GPS ubicado en un vehículo. Asumiendo que el centro de la carretera se encuentra en una posición intermedia entre las dos trazas que representan los carriles, se determina para los vértices de una de ellas el vértice más próximo en la otra traza. Los puntos homólogos forman un segmento cuyo punto medio es un vértice del eje medio.

Aunque las propuestas analizadas han considerado sólo datos bidimensionales, la aplicación a información 3D es directa, tal y como lo hacen Reinoso et al. (2015a) y Ariza-López et al. (2015) cuando aplican la distancia de Fréchet para CMT (Apartado II.3.2.4)

II.3.1.2. Algoritmo de distancia mínima.

Este algoritmo puede considerarse una variante de la distancia de Fréchet. Dada una traza A y un conjunto de puntos pertenecientes a ella (ej. vértices, puntos equiespaciados), se consideran los segmentos de distancia mínima desde esos puntos a la otra traza B. La secuencia ordenada de puntos medios de esos segmentos permite la obtención de una aproximación al eje medio de las trazas A y B. El mismo proceso puede realizarse desde un conjunto de puntos B hasta A.

A diferencia de la distancia de Fréchet, las distancias no se consideran entre vértices de ambas trazas, sino que se calculan desde ciertos puntos de A a los segmentos que forman la traza B.

Como se observa en la Figura II.13, la elección del conjunto de puntos en A es clave en este algoritmo. Una densidad insuficiente de puntos puede derivar en un eje medio muy alejado del hipotético eje “real”.

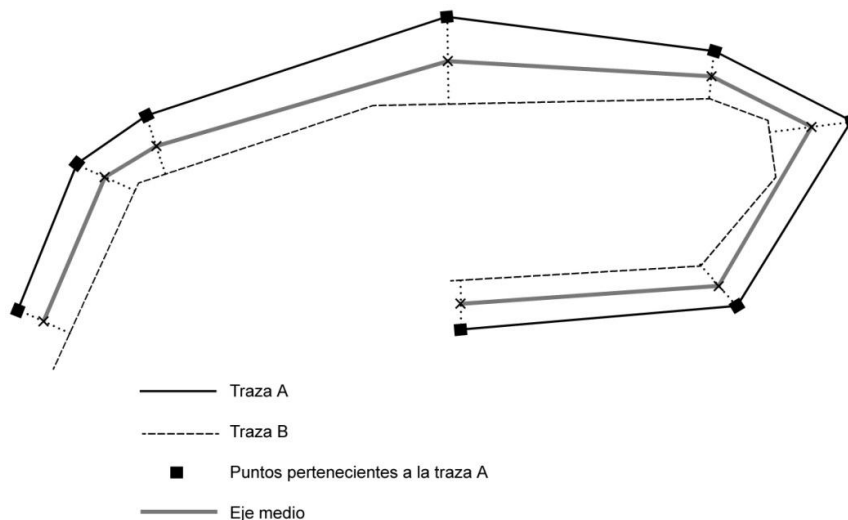


Figura II.13. Ilustración del algoritmo de distancia mínima.

Rogers et al. (1999) aplican este método para la mejora de cartografía existente con el empleo de trazas GPS (Figura II.14). Los autores proponen que la interpolación sea ponderada considerando las desviaciones posicionales de los puntos que intervienen. Esta propuesta tiene en cuenta una mayor precisión de una de las trazas, haciendo que el eje medio esté más próximo a ella.

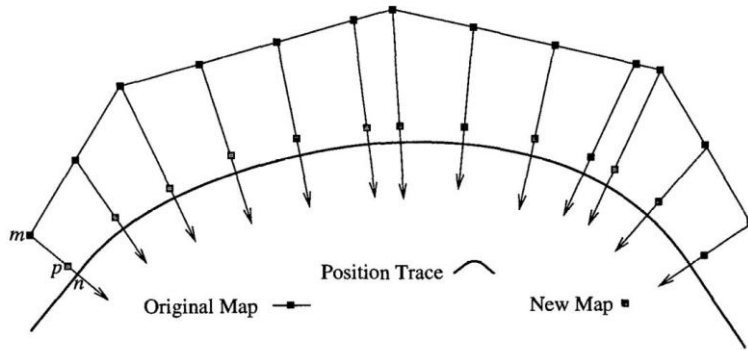


Figura II.14. Aplicación del algoritmo de distancia mínima en la actualización de cartografía existente a partir de trazas GNSS (Rogers, Langley, & Wilson, 1999).

Al igual que la distancia de Fréchet, las posiciones medias pueden derivarse en 3D si los datos de partida tienen esta dimensión.

II.3.1.3. Algoritmo de condensación espacial.

Este algoritmo ha sido desarrollado por Mozas-Calvache & Ariza-López (2016). Para dos trazas dadas A y B (Figura II.15.a), el proceso de obtención de eje medio por el método de condensación espacial sigue los siguientes pasos:

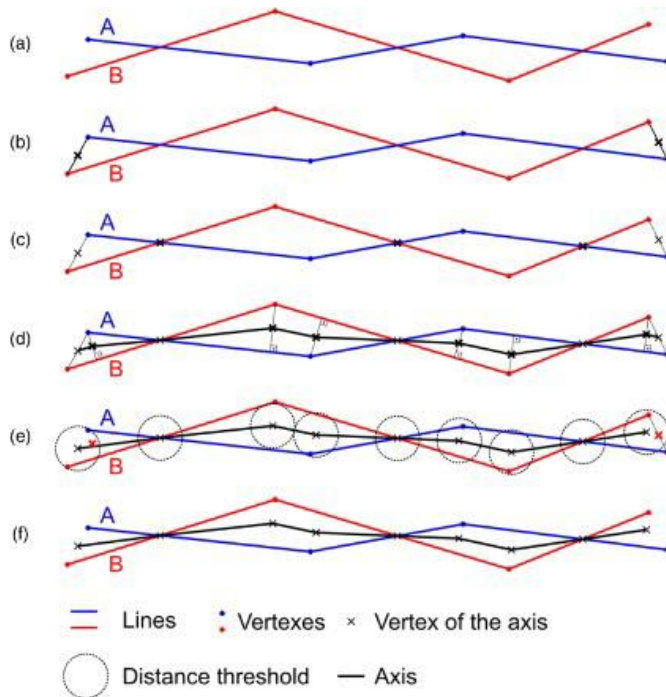


Figura II.15. Determinación de un eje medio entre dos líneas con el algoritmo de condensación espacial (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2016).

- Determinación de los puntos medios de los segmentos que unen los extremos de las trazas A y B (Figura II.15.b).

- Determinación de los cruces entre las dos trazas (Figura II.15.c) Estos cruces formarán parte de la traza final, al ser puntos comunes en A y B, además de ser el principio y el fin del grupo de segmentos que se utilizan para facilitar el ordenamiento de los vértices del eje medio.
- En cada grupo de segmentos determinados en el paso anterior, se obtiene el vector de desplazamiento desde los vértices de A respecto a B y viceversa (Figura II.15.d) aplicando el algoritmo de distancia mínima visto en el Apartado II.3.1.2.
- Simplificación del número de vértices con la aplicación de un filtro de distancia basado en una tolerancia (Figura II.15.e).
- Obtención del eje medio (Figura II.15.f).

Esta propuesta está directamente implementada en 3D por sus autores.

II.3.2. DETERMINACIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE TRES O MÁS TRAZAS.

Algunas de las opciones para afrontar este proceso se pueden basar en la iteración de las soluciones expuestas en el apartado II.3.1, aunque también existen alternativas que abordan el problema en su conjunto. Algunas de ellas se muestran a continuación.

II.3.2.1. Algoritmos basados en agrupamientos (clúster).

Los métodos basados en clúster se sustentan en las bases de los procesos de agrupamiento estadístico. Esta técnica tiene como finalidad dividir un conjunto de objetos en grupos o clúster, de manera que existe una cohesión interna entre los objetos que pertenecen a un mismo grupo y un aislamiento externo hacia los objetos que pertenecen a los demás clúster. En los algoritmos aquí expuestos la cohesión interna y el aislamiento externo se basan en posiciones espaciales.

A. *K-Medias*:

La aplicación de la técnica de k-medias (Figura II.16) en la inferencia de mapas de carreteras fue originalmente descrito por Eldelkamp & Schrödl (2003). En primer lugar se lleva a cabo una distribución espacial de una serie de semillas a lo largo del CMT equiespaciadas con un desplazamiento d entre ellas. El agrupamiento se hace de manera que los vértices de las trazas queden dentro de la distancia fija δ respecto a la posición de las semillas. A continuación se actualiza la posición de la semilla con las posiciones de los vértices agrupados en cada una de ellas. Finalmente, se hace una reconstrucción de los segmentos entre las semillas para derivar el eje central.

Las semillas iniciales se distribuyen en función de una cartografía previa, por lo que el método requiere que exista una información de partida. Además, para usarlo en 3D, la cartografía existente tiene que ser tridimensional o se debe disponer de información complementaria que permita derivar la Z (p.e. MDT).

Liu et al. (2012) por su parte, ponen en entredicho la efectividad de este método cuando las trazas de las que se dispone tienen una baja densidad de vértices (alta

frecuencia de captura en el equipo GNSS). Ellos argumentan que este método tiene una fuerte tendencia a producir falsos segmentos a medida que aumenta la escasez de datos.

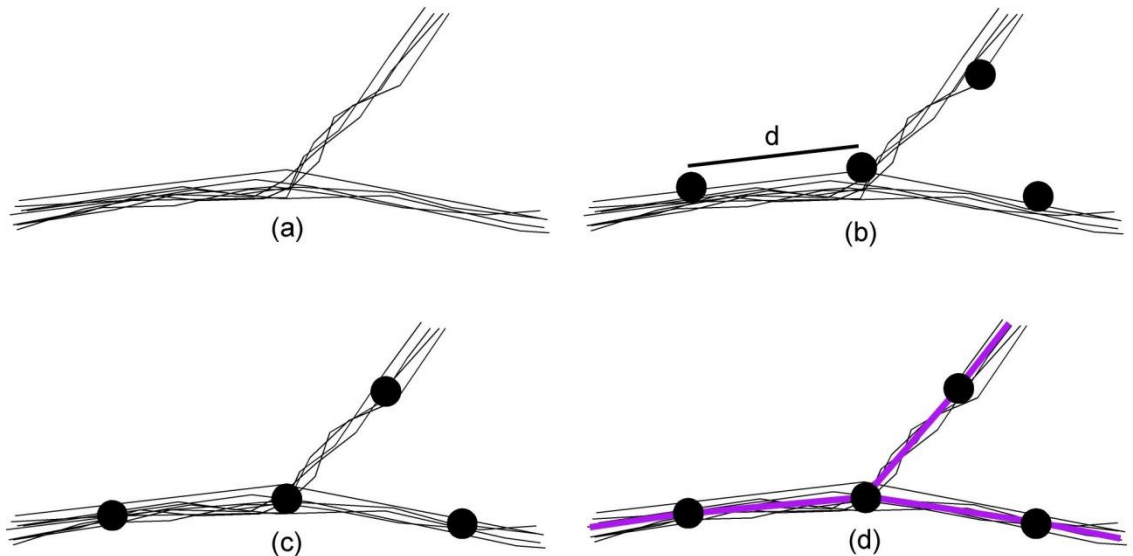


Figura II.16. Algoritmo K-Medias: (a) CMT, (b) semillas iniciales, (c) actualización de semillas, (d) traza media (Biagioni & Eriksson, 2012).

B. Núcleos espaciados.

Es una modificación del algoritmo de k-medias propuesta por Gil de la Vega et al. (2015). A diferencia del anterior, la elección de las semillas no se hace con posiciones equidistantes, sino que se toman los vértices de una de las trazas a la que se denomina “traza semilla”. Cada vértice de la “traza semilla” es un centroide y el número de vértices de esta traza, por lo tanto, es el número de grupos o clúster. La selección de esta traza podría ser aleatoria, o basarse en algún tipo de criterio (traza con longitud más cercana a la longitud promedio del conjunto, mayor densidad de vértices, etc.). En el caso propuesto por los autores, la selección se hace de forma manual buscando una traza que se encontrara centrada en el espacio tridimensional. Una vez se tienen los centroides de la iteración inicial, los vértices del conjunto multitrazas se agrupan, de manera que cada vértice forma parte del clúster cuyo centroide es más próximo (Figura II.17). Una vez se ha realizado la primera agrupación, se recalculan los centroides utilizando un valor medio de los vértices que forman cada clúster. El proceso de agrupación y cálculo de nuevos centroides se repite hasta que la distancia máxima entre los centroides de una iteración y los centroides de la iteración anterior es inferior a una tolerancia predeterminada (p.e. 20cm). Una vez finalizadas las iteraciones, los centroides de la última iteración de cada clúster serán los vértices que forme el eje medio de la solución promediada.

A diferencia del algoritmo de k-medias, este proceso puede llevarse a cabo de forma automática ya que la información de partida procede del propio CMT. Además, la dimensión (2D o 3D) del eje medio depende únicamente de la que tenga el CMT original. En el planteamiento de los autores la información con la que trabajan es 3D.

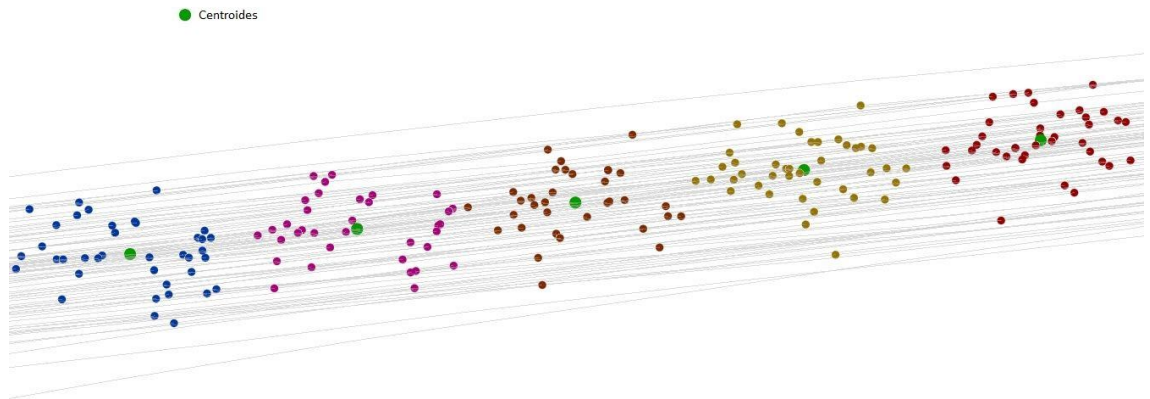


Figura II.17. Agrupamiento de vértices de trazas entorno al centroide más cercano.

II.3.2.2. Fusión de trazas.

Este método consiste en la aplicación de un algoritmo para la generación de un grafo (G) para inferir una red de carreteras basado en el procesamiento secuencial de cada una de las trazas que forman el CMT (Cao & Krumm 2009, Ahmed & Wenk 2012). Inicialmente, el grafo está vacío. La primera traza considerada pasa a formar parte directamente de G, de modo que cada uno de sus vértices es un nodo de G. Los vértices de las trazas restantes se procesan y se decide si se fusiona con los nodos existentes en G o se crea un nuevo nodo. La fusión se realiza si se cumplen dos condiciones: 1) la distancia entre el vértice de la traza considerado y el nodo del grafo ya existente es menor que una distancia tolerancia; 2) si el ángulo que forman dirección del vértice considerado con el siguiente vértice de la traza con la dirección del nodo más próximo con el nodo siguiente es menor que un ángulo de tolerancia. Para cada de G se registra el número de trazas que concurren en él, de modo que pueda llevarse una “limpieza” de nodos al final del proceso.

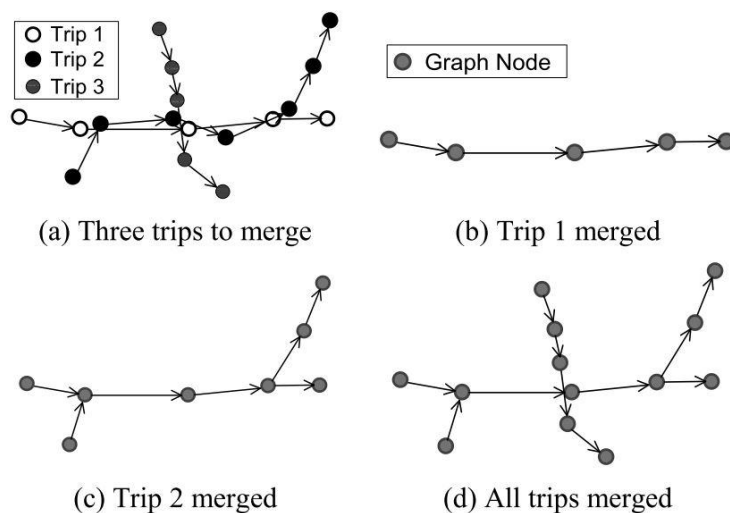


Figura II.18. Ilustración del algoritmo de fusión de trazas (Cao & Krumm, 2009).

La Figura II.18 ilustra un ejemplo de cómo se deriva G para un CMT formado por tres trazas. La Traza 1 pasa de forma completa a G (Figura II.18.b) puesto que no existe ningún nodo en G con el que poder hacer la fusión. Los vértices 2, 3, 4 y 5 de la Traza 2 son fusionados con los nodos existentes en G, mientras que los vértices 1, 6 y 7 se copian en G (Figura II.18.c). Por último, los vértices de la Traza 3 se incorporan todos a G sin fusionarlos con ninguno de los ya existentes (Figura II.18.d).

El grafo G se puede plantear en 3D sin ninguna modificación en el proceso ya que tanto la distancia entre vértice y nodo (condición 1) y las direcciones entre vértices y nodos (condición 2) se pueden determinar para vértices con coordenadas X,Y, Z.

II.3.2.3. Rasterización (*Kernel density estimation*).

La estimación de la densidad Kernel se realiza con una rasterización del área de interés con una malla de celdas. En cada una de las celdas se contabilizan el número de vértices o puntos de las trazas que caen dentro de cada una de las celdas, de modo que las celdas que presentan un mayor número son las que tienen una mayor probabilidad de pertenecer al eje medio. La exactitud de la estimación es inversamente proporcional al tamaño de la las celdas de la malla.

En esta idea se basa el algoritmo desarrollado por Davies et al. (2006). Ellos plantean un proceso en cuatro pasos para la generación automática de un mapa de carreteras a partir de CMT:

1. Generación de un histograma bidimensional indicando el número de posiciones GPS encontradas en cada celda (Figura II.19.a)
2. Determinación de los bordes de la carretera. En este paso, se realiza una binarización de la malla que indica si las celdas pertenecen o no a la carretera (Figura II.19.b). A partir de ésta se pueden derivar los bordes de la carretera (Figura II.19.c)
3. Determinación del eje medio aplicando un diagrama de Voronoi en las curvas que describen los bordes de las carreteras, descartando del resultado los vértices que caen fuera de los bordes derivados de la carretera. En este proceso se pueden generar pequeños tramos de carretera que no se corresponden con tramos reales de carreteras. Éstos se eliminan con una tolerancia que representa la mínima longitud permitida para un tramo de carretera (en rojo en la Figura II.19.d).
4. Finalmente, a partir de la información temporal de las trazas GPS, se deriva el sentido de circulación de cada carretera (Figura II.19.e).

Liu et al. (2012) aplican esta misma propuesta pero considerando sólo en el histograma los vértices de las trazas, en lugar de los segmentos de las mismas. Los autores argumentan que, cuando la densidad de vértices de las trazas es baja, se pueden dar circunstancias en las que el segmento realmente no esté representando la trayectoria por la que se desplaza el vehículo. Si se considera un coche girando en una esquina, con un vértice capturado antes de la esquina y otro tomado tras girar, el segmento no estaría representado la trayectoria real seguida por el vehículo.

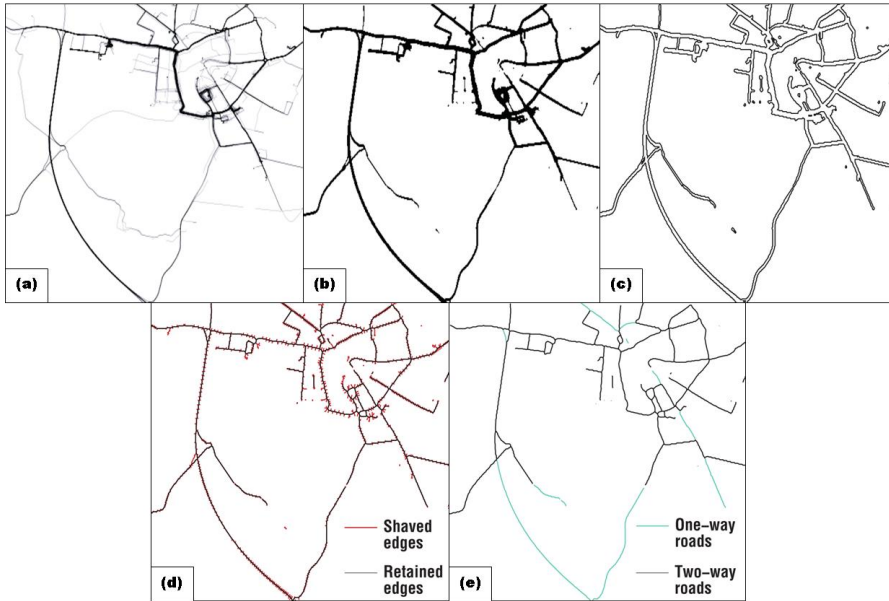


Figura II.19. Generación automática de un mapa por rasterización (Davies, Beresford, & Hopper, 2006).

Lima & Ferreira (2009) presentan una variante del procedimiento visto. Tras la rasterización, se buscan los centroides (posición media de la celda) que serán los vértices que pertenezcan al eje medio (Figura II.20). En primer lugar, se ordenan las celdas generadas según su valor. Cuanto mayor sea el valor de la celda, mayor probabilidad existe de que la carretera pase por ella. Sobre el conjunto de celdas ordenadas se aplica una tolerancia, de manera que sólo son candidatas a ser centroides aquellas celdas que superan un cierto valor. Los centroides se van añadiendo de manera ordenada al eje, de manera que sólo pasan a formar parte de él si se encuentran a una distancia mayor de un valor establecido. Posteriormente se deriva la conectividad entre los centroides y se reconstruye la topología.



Figura II.20. Generación de centroides (Lima & Ferreira, 2009).

Este planteamiento implica dos procesos cartográficos de transformación de datos que pueden producir pérdida de información: la rasterización y la vectorización (si se quiere expresar el eje medio en el mismo modo que los datos originales). Además, de los métodos recogidos en este documento, es el que implica un mayor cambio en la consideración de información 3D. De una malla formada por celdas o píxeles habría que pasar a una unidad cúbica formada por vóxel (Figura II.21), lo que implica un gran cambio computacionalmente hablando.

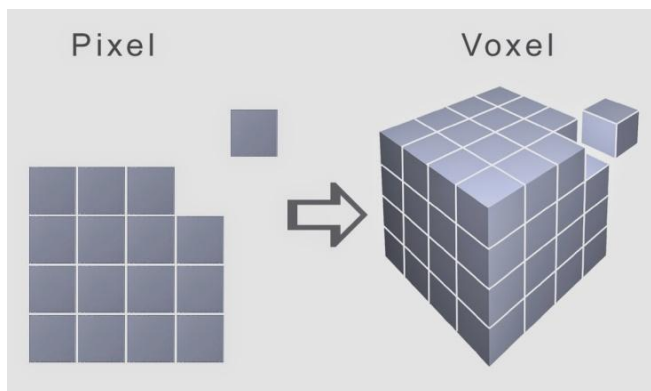


Figura II.21. Rasterización tridimensional (<http://voxelart.blogspot.com.es/2014/04/que-es-voxel-y-el-voxel-art.html>)

II.3.2.4. Distancia de Fréchet para CMT.

La determinación del eje medio de un CMT puede alcanzarse por un proceso iterativo de determinación de ejes medios de parejas de trazas, en este caso a partir de la distancia de Fréchet. En la propuesta de Reinoso et al. (2015a) y Ariza-López et al. (2015), para cada par de trazas del CMT se genera un eje medio aplicando la distancia de Fréchet según se vio en el Apartado II.3.1.1. Este eje medio sustituye al par de trazas del que fue derivado en el CMT, de manera que el CMT se ve reducido en una traza. Iterativamente se aplica el proceso hasta que sólo queda una traza, que será el eje medio final del proceso.

II.3.2.5. Algoritmo de condensación para CMT.

Este algoritmo de CMT, al igual que el anterior, se basa en la idea para dos trazas expuesta en el Apartado II.3.2. La secuencia de este algoritmo se resume en la Figura II.22 (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2016). El CMT inicial se va promediando de dos en dos trazas como se vio en el Apartado II.3.1.3, de manera que se genera un Conjunto de Ejes Promedio (CEP). Posteriormente, se hace una evaluación del desplazamiento entre todos los ejes utilizando el método de control posicional VIM, que se define más adelante en el Apartado II.4.4.1.D. De todos los desplazamientos obtenidos, se considera el valor máximo de VIM y se compara con un valor de tolerancia. Si el máximo VIM es mayor que la tolerancia, el CEP pasa a ser el nuevo CMT y se repite de manera iterativa hasta que dicho valor esté por debajo de la tolerancia establecida. Tras la última iteración, el eje medio es el que presenta el menor valor VIM en el último CEP considerado.

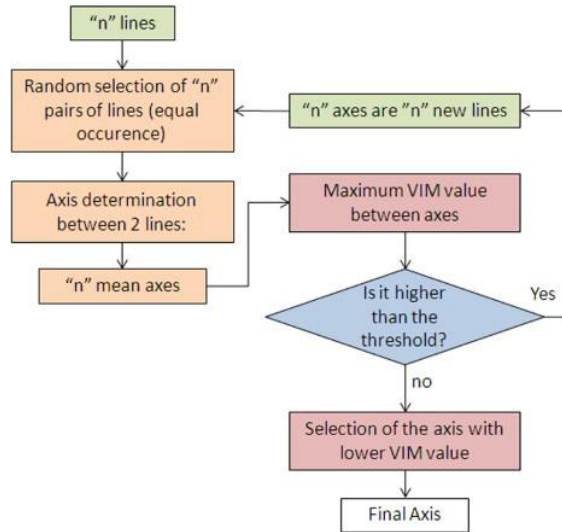


Figura II.22. Método de condensación para CMT (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2016).

II.3.2.6. Ajuste B-Spline.

En geometría computacional, una “curva spline” es el término que hace referencia a cualquier curva compuesta formada por secciones polinómicas que satisfacen ciertas condiciones específicas de continuidad en la frontera de cada intervalo. Para un conjunto de puntos, se puede ajustar una spline que pase por ellos construyendo una sección curva entre cada par de puntos dados. La “B-Spline” es un tipo de “spline” en la que cada vértice de la curva generadora está asociado con una función, teniendo cada vértice una influencia sobre la forma de la curva en un intervalo limitado.

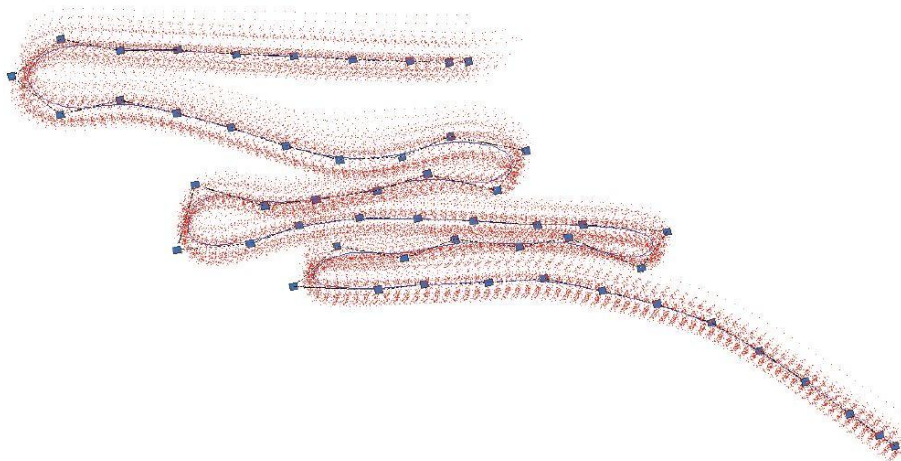


Figura II.23. B-Spline (azul) sobre una nueva de puntos uniformemente distribuida (Ariza-López, Barrera, Reinoso, & Romero-Zaliz, 2015).

El ajuste B-Spline para CMT ha sido aplicado por Ariza-López et al. (2015) y se basa en un ajuste a una curva B-Spline aplicando la técnica de mínimos cuadrados a una nube de puntos extraída a partir de CMT (Figura II.23). Cada una de las trazas consideradas se divide en el mismo número de segmentos, de manera que cada traza tiene el mismo número de vértices. Posteriormente, se decide el número de nodos de la curva, para tener una spline más o menos suavizada, que estarán uniformemente distribuidos. Un número demasiado pequeño o demasiado grande de nodos puede derivar en un ajuste pobre. Los autores aplican un proceso iterativo en el que se van incrementado el número de nodos (k) considerados en la B-spline. La curva (eje medio) obtenida en cada iteración, se compara con la de la iteración anterior (obtenida con menos nodos) y se determina un desplazamiento máximo entre ambas. El proceso iterativo finaliza cuando ese desplazamiento máximo es mayor en una iteración que la iteración anterior.

Liu et al. (2012) también utiliza el ajuste B-Spline en CMT. Estos autores proponen que para cada arco de la curva se consideren tres nodos. Como a priori se no se puede conocer el número de arcos que tendrá la curva, los autores desarrollan un algoritmo que para derivar este número a partir de los puntos de inflexión que definen la estructura del CMT.

II.4. EXACTITUD POSICIONAL DE ELEMENTOS LINEALES.

II.4.1. INTRODUCCIÓN

Antes de adentrarse en los modelos para la evaluación de la exactitud posicional, es necesario hacer un breve recorrido por la calidad de la IG.

Desde el punto de vista de la producción, dentro de la cual se enmarca la IG, el concepto de calidad ha evolucionado mucho. Durante la industrialización, la calidad era considerada como la adecuación de un producto a unas especificaciones establecidas de antemano. En la actualidad, una de las definiciones más aceptadas y completas de calidad se refiere a la totalidad de las características de un producto o servicio tal que le confieren su aptitud para satisfacer unas necesidades explícitas e implícitas (Ariza-López, 2013).

Tveite & Langaas (1999) ofrecen dos razones por las cuales es importante la calidad en la información geográfica. Por un lado, el incremento de la importancia económica y legal de la información geográfica en la toma de decisiones. Por otro lado, la posibilidad de combinar múltiples BDG desarrolladas por diferentes propósitos para realizar un análisis más sofisticado mediante el uso de SIG.

La calidad en la IG no puede ser descrita por un índice unívoco, sino que resulta necesario que cada una de las componentes de los datos geográficos tenga asociado un valor de su bondad o calidad (Mozas-Calvache, 2007). Las características del dato geográfico permiten establecer las componentes de la calidad del mismo. Según la norma ISO 19157, los elementos de la calidad de una BDG son:

- **Compleción:** describe los errores de omisión/comisión en los elementos, atributos y relaciones.
- **Consistencia lógica:** hace referencia a la adherencia a reglas lógicas del modelo, de la estructura de datos, de los atributos y de las relaciones.
- **Exactitud posicional:** es la exactitud alcanzada en la componente espacial de los datos.
- **Exactitud temporal:** es la exactitud alcanzada en la componente temporal de los datos.
- **Exactitud temática:** es la exactitud de los atributos cuantitativos o no cuantitativos y de la corrección de las clasificaciones de los elementos y sus relaciones

II.4.2. EXACTITUD POSICIONAL.

El aspecto posicional es el más característico y distintivo de la información espacial sobre cualquier otro tipo de datos. La exactitud posicional es un factor importante porque analiza la componente espacial, que es la base de cualquier producto geográfico (Mozas-Calvache, Ureña-Cámara, & Pérez-García, 2013). La información sobre la calidad posicional permitirá a los usuarios de este tipo de datos procesarlos con más confianza y poder predecir la calidad de los productos que obtengan a partir de los mismos (Seo & O'Hara, 2009).

Dado que la exactitud posicional es esencial en la producción cartográfica, en mayor o menor medida, los institutos cartográficos oficiales han utilizado métodos estadísticos de evaluación o control de dicha componente. Estos métodos son conocidos habitualmente como estándares de exactitud posicional (Ariza-López & García-Balboa, 2013).

La componente posicional es una de las componentes de la calidad del dato geográfico y viene determinada por la exactitud posicional (Ariza-López & García-Balboa, 2013). La Norma ISO 19157 considera los siguientes subelementos para la exactitud posicional:

- **Exactitud externa o absoluta:** proximidad entre los valores de las coordenadas indicados y los valores verdaderos o aceptados como tales.
- **Exactitud interna o relativa:** posiciones relativas de los objetos de un conjunto de datos y sus respectivas posiciones relativas verdaderas o aceptadas como tales.
- **Exactitud para datos de rejilla:** proximidad de los valores de posición de los datos en estructura de malla regular a los valores verdaderos o aceptados como verdaderos.

La exactitud posicional de la IG se ha evaluado tradicionalmente mediante métodos basados en puntos. Estos métodos se centran en comparar puntos fácilmente identificables en el producto y en la Base de datos Geográfica de control o en el propio terreno (USBB, 1947) (ASPRS, 1990) (FGDC, 1998). Esto se sustentaba en el hecho de que los levantamientos tradicionales se centraban en la obtención de puntos a partir de los

cuales se derivaban geometrías más complejas. Estos estándares, entre otros, han sido ampliamente utilizados a lo largo de la historia de la información geográfica. Se trata de un conjunto muy diverso de métodos que han ido evolucionando a lo largo de años. Aunque son originariamente de EE.UU., todos ellos han tenido una gran influencia en el ámbito mundial al ser adoptados por muchos países (Ariza-López & García-Balboa, 2013). Estas técnicas o métodos de control son procesos de base estadística en los que a través de una muestra reducida de puntos bien identificados en la cartografía y en el terreno se realiza una estimación para todo el producto.

El creciente interés que despierta el uso de los equipos GNSS en diversas áreas, como pueden ser la navegación autónoma o los vehículos no tripulados, ponen de manifiesto la necesidad de disponer de mecanismos de control de calidad de las trazas que deben incorporarse en dichos equipos para que puedan seguir las trayectorias deseadas de manera autónoma.

A continuación se recogen los métodos de evaluación de la componente posicional utilizando elementos lineales planteados hasta el momento, haciendo una propuesta de implementación para datos 3D en los casos en que no exista ya una, así como de los modelos de incertidumbre de segmentos y líneas en los que se basan dichos métodos.

II.4.3. MODELOS DE INCERTIDUMBRE POSICIONAL DE ELEMENTOS LINEALES.

Los métodos para el control de la exactitud posicional de líneas están basadas en el concepto de incertidumbre de una línea en el espacio (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2014). A diferencia de la relativa consistencia en el tratamiento de errores en puntos, los investigadores son más discrepantes en el modelado de errores lineales, existiendo distintos modelos que pueden ser utilizados para definir la incertidumbre de un elemento lineal.

Un punto se describe geoméricamente por sus coordenadas. Estas coordenadas son, usualmente, el resultado de medidas y de diversas etapas de procesamiento, así que cada operación implicada puede aumentar el error global. Estos errores pueden clasificarse en dos grupos: errores sistemáticos y errores aleatorios. Como existen técnicas para la detección de errores sistemáticos, los modelos de incertidumbre solo hacen frente a errores aleatorios. Si las coordenadas finales pueden expresarse en función de las medidas originales, el error de un punto puede ser analíticamente determinado aplicando las leyes de propagación de errores (Ehlers, 2007). El error posicional de puntos se modela normalmente con una distribución normal bidimensional, o específicamente con una distribución normal circular (Leung & Yan, 1998).

Las líneas son elementos más complejos geoméricamente que los puntos. De forma general, Shi & Liu (2000) clasifican los modelos de error en líneas en dos tipos:

- Regiones de confianza: banda alrededor de la línea medida dentro de la cual se encuentra la verdadera posición de la línea con una probabilidad mayor que un determinado nivel de confianza.

- Banda de error: banda alrededor de la “verdadera” posición de la línea.

A continuación, se recogen los modelos de incertidumbre que han sido tradicionalmente usados para la evaluación de la calidad posicional basada en elementos lineales 2D, para los cuales además se hace una propuesta para el tratamiento de elementos lineales 3D. Cada uno de los modelos planteados a continuación se verá tanto para segmentos como para líneas.

II.4.3.1. Banda Épsilon.

El concepto de banda épsilon, también denominada banda de incertidumbre o de imprecisión geométrica, es tal vez el modelo de error lineal más popular en la literatura (Chrisman, 1982) (Blakemore, 1984) (Goodchild M. F., 1987) (Hunter & Goodchild, 1995) (Leung & Yan, 1998) (Kronenfeld, 2011) desde que fue propuesto por Perkal (1956). La generalización del uso del GNSS y la posibilidad de vectorización, así como el álgebra de mapas, han provocado el desarrollo de este concepto en el que se basa en gran medida el control de elementos lineales (del Río San José, 2010).

La banda épsilon restringe el error a un determinado límite de confianza y considera que todos los puntos sobre una línea son independientes y tiene la misma distribución probabilística que los extremos del segmento (Leung & Yan, 1998).

Los modelos basados en la banda épsilon han sido utilizados tanto en la forma determinista como en la probabilística. En la primera, se asume que la verdadera línea cae dentro de la banda y nunca se desvía fuera de ella. En la forma probabilística por otro lado, la banda se entiende con una anchura de una desviación típica, de manera que se asume que un punto de la línea observada elegido aleatoriamente tiene una probabilidad conocida de estar dentro de la banda (Zhang & Goodchild, 2002).

La banda épsilon ha sido utilizada en diferentes aplicaciones, por ejemplo: para modelizar la incertidumbre de los bordes en mapas de clases (Kronenfeld, 2011), para modelizar los efectos de los errores en la digitalización (Blakemore, 1984), para determinar la posición de una elevación dada a partir de un MDE en términos de error (Hunter & Goodchild, 1995), etc.

A. Banda épsilon para un segmento.

Dado un segmento cartográfico como una aproximación a un segmento recto, se supone que el verdadero segmento cae dentro de una tolerancia constante, épsilon (e), respecto al segmento medido (Figura II.24). La banda épsilon para un segmento recto consiste en la unión de un rectángulo paralelo al segmento de longitud l y con una anchura de dos veces épsilon, con dos semicírculos de radio épsilon centrados en los puntos finales del segmento (Chrisman, 1982). La banda épsilon asume la restricción del error posicional para un cierto valor máximo e (Delafontaine et al., 2009).

La incertidumbre 2D para el segmento formado por los vértices $P_0 (X_0, Y_0)$ y $P_1 (X_1, Y_1)$ es el área ($A_{0,1}$) encerrada por la banda épsilon y es determinada a partir de .

$$A_{0,1} = \pi\sigma^2 + 2l\sigma$$

donde:

l : es la longitud del segmento.

σ : es el RMSE en los vértices.

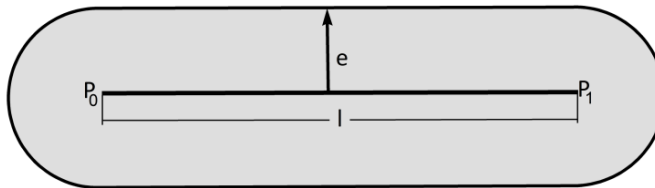


Figura II.24. Banda epsilon para un segmento.

Para el caso 3D, es necesario calcular un volumen de incertidumbre en lugar de un área. En este caso, el volumen ($V_{0,1}$) está formado por un cilindro paralelo al segmento de radio σ y altura l , y dos semiesferas de radio σ centradas en ambos extremos del segmento. Dicho volumen se determina a partir de Ec. II.7.

Ec. II.7.

$$V_{0,1} = 2\left(\frac{2}{3}\pi\sigma^3\right) + \pi\sigma^2l = \frac{4}{3}\pi\sigma^3 + \pi\sigma^2l$$

B. Banda epsilon para una línea.

La incertidumbre en líneas (Figura II.25) puede derivarse a partir del modelo presentado para segmentos (Figura II.24) (Gil de la Vega, Ariza-López, & Mozas-Calvache, 2013). Las líneas se representan como secuencias de puntos conectados a partir de segmentos. Basándose en los resultados presentados anteriormente para la incertidumbre de área Ec. II.6 y de volumen Ec. II.7, se pueden obtener el área de incertidumbre Ec. II.8 o el volumen de incertidumbre Ec. II.9 para una línea mediante la unión de las regiones de confianza de los segmentos que forman la línea.

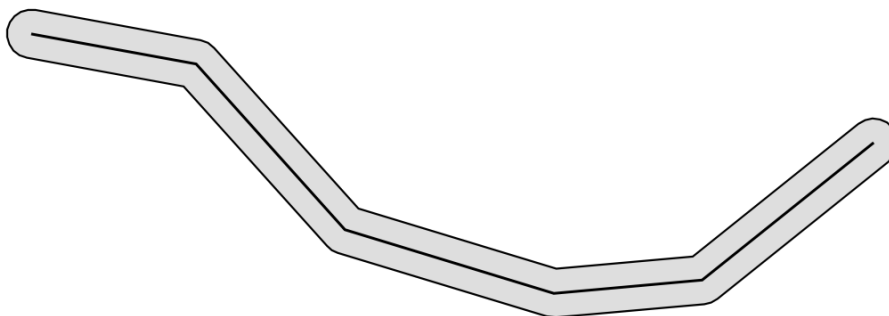


Figura II.25. Banda epsilon para una línea.

Ec. II.8.

$$A_L = \pi\sigma^2 + 2\sigma \sum_{i=1}^m l_i$$

Ec. II.9.

$$V_L = \frac{4}{3}\pi\sigma^3 + \pi\sigma^2 \sum_{i=1}^m l_i$$

donde:

m : es el número de segmentos que forman la línea.

l_i : es la longitud del segmento i -ésimo.

A_L : es el área de incertidumbre de la línea.

V_L : es el volumen de incertidumbre de la línea.

II.4.3.2. Banda de error.

La banda de error (Figura II.26) se presenta como una alternativa a la banda épsilon. En la banda épsilon, se supone que el error cometido en los puntos internos del segmento es el mismo que en los extremos. Es decir, que se mantiene constantes a lo largo de todo el segmento, pero realmente los puntos intermedios poseen errores inferiores (Ariza-López, 2002) La banda épsilon da una buena impresión de la variabilidad de una línea, pero simplifica innecesariamente la situación.

Una mejor representación se logra cuando los errores posicionales σ_{P_i} de todos los puntos P_i a lo largo de la línea son calculados (Caspary & Scheuring, 1993). La banda de error está más cerca que la banda épsilon a un teórico modelo de distribución de probabilidad dado que tiene una anchura variable (Winter, 2000).

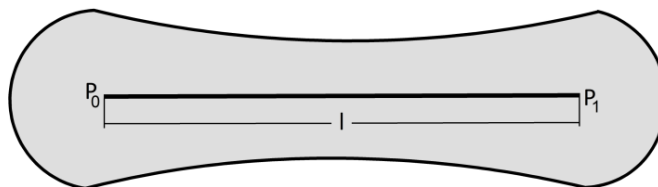


Figura II.26. Banda de error.

A. Banda de error para un segmento.

Las coordenadas de un punto intermedio (P_r) de un segmento que está formado por los puntos P_0 y P_1 se determinan a partir de las siguientes expresiones:

Ec. II.10.

$$X_r = X_0 + \frac{X_1 - X_0}{l} d_r$$

$$Y_r = Y_0 + \frac{Y_1 - Y_0}{l} d_r$$

$$0 < d_r \leq l$$

donde:

d_r : es la longitud que hay desde el extremo del segmento P_0 al punto intermedio P_r .

Suponiendo que los errores en los extremos del segmento son iguales e independientes (σ), el error medio cuadrático de los puntos intermedios del mismo se determinan del siguiente modo:

Ec. II.11.

$$\sigma_{X_r}^2 = \left(1 - \frac{2l_r}{l} + \frac{2l_r^2}{l^2}\right) \sigma^2; \sigma_{Y_r}^2 = \sigma_{X_r}^2$$

Ec. II.12.

$$\sigma_{P_r} = \sqrt{2} \sigma_{X_r}$$

En la banda de error (Figura II.26), el menor error posicional se muestra en el punto medio del segmento. En dicho punto, la desviación estándar es $\frac{1}{\sqrt{2}}$ veces el valor en los extremos del segmento, y los semicírculos centrados en los extremos del segmento, al igual que con la banda épsilon, muestran el error posicional de P_0 y P_1 (Caspary & Scheuring, 1993).

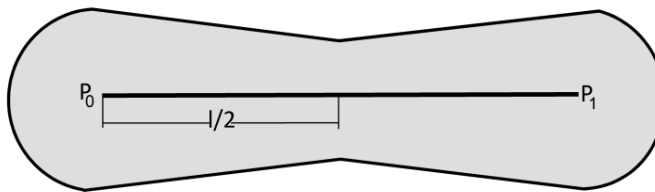


Figura II.27. Banda de error simplificada para un segmento.

Una simplificación de la banda de error (Figura II.27) se obtiene al reemplazar los lados curvos de la banda de error por tramos rectos, manteniendo como punto medio el anteriormente obtenido. El área de incertidumbre 2D encerrada por la banda de error simplificada para un segmento es determinada por dos semicírculos de radio σ centrados en los extremos del segmento y dos trapecios isósceles con bases σ y $\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$ y altura $\frac{l}{2}$.

Ec. II.13.

$$A_{0,1} = \pi\sigma^2 + \sigma \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \pi \frac{l}{2}$$

En el caso 3D, el volumen de incertidumbre de la banda de error simplificada está formada por dos semiesferas de radio σ , uno en cada extremo del segmento, y dos secciones cónicas con radios σ y $\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$ y altura $\frac{l}{2}$.

$$V_{0,1} = 2\left(\frac{2}{3}\pi\sigma^3\right) + \frac{2}{3}\pi\left(\sigma^2 + \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)^2 + \sigma\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)\frac{l}{2} \quad \text{Ec. II.14.}$$

B. Banda de error para una línea.

Como en el modelo anterior, el área y volumen de incertidumbre para una línea (Figura II.28) pueden derivarse a partir de las expresiones vistas para segmentos, Ec. II.13 y Ec. II.14 (Gil de la Vega, Ariza-López, & Mozas-Calvache, 2013).

$$A_L = \pi\sigma^2 + \sigma\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\pi\sum_{i=1}^m\frac{l_i}{2} \quad \text{Ec. II.15.}$$

$$V_L = 2\left(\frac{2}{3}\pi\sigma^3\right) + \frac{2}{3}\pi\left(\sigma^2 + \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)^2 + \sigma\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)\sum_{i=1}^m\frac{l_i}{2} \quad \text{Ec. II.16.}$$

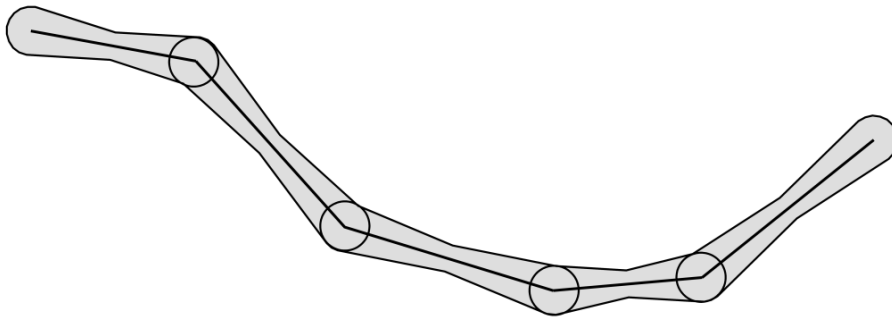


Figura II.28. Banda de error simplificada para una línea.

II.4.3.3. Banda-G.

Shi & Liu (2000) presentan este modelo para describir el error posicional de segmentos de línea en Sistemas de Información Geográfica. Las funciones de distribución y de densidad de los segmentos se derivan estadísticamente. La matriz de incertidumbre del segmento se deriva indicando el error de un punto arbitrario del mismo. Este modelo cubre los casos donde los dos extremos del segmento están correlados y los puntos del a lo largo del segmento son estocásticamente continuos.

A. Banda-G para un segmento.

Este modelo está basado en la teoría sobre procesos estocásticos, asumiendo que los errores en los puntos finales del segmento siguen una distribución normal bidimensional.

Las funciones de distribución y densidad de los segmentos son derivados estadísticamente, a partir de las cuales puede obtenerse la matriz de incertidumbre para

indicar el error en un punto arbitrario del segmento. Shi (1998) propone un modelo N-dimensional que se ha adaptado a continuación al caso 3D.

En el espacio 3D, dos puntos que definen un segmento se denotan a partir de los dos vectores estocásticos $P_0 = [X_0 \ Y_0 \ Z_0]^T$ y $P_1 = [X_1 \ Y_1 \ Z_1]^T$. Estos dos vectores siguen una distribución normal 3D (N_3):

$$P_0 = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \sim N_3 \left[\begin{bmatrix} \mu_{X_0} \\ \mu_{Y_0} \\ \mu_{Z_0} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{X_0}^2 & \sigma_{X_0 Y_0} & \sigma_{X_0 Z_0} \\ \sigma_{Y_0 X_0} & \sigma_{Y_0}^2 & \sigma_{Y_0 Z_0} \\ \sigma_{Z_0 X_0} & \sigma_{Z_0 Y_0} & \sigma_{Z_0}^2 \end{bmatrix} \right] \quad \text{Ec. II.17.}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \sim N_3 \left[\begin{bmatrix} \mu_{X_1} \\ \mu_{Y_1} \\ \mu_{Z_1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \sigma_{X_1 Y_1} & \sigma_{X_1 Z_1} \\ \sigma_{Y_1 X_1} & \sigma_{Y_1}^2 & \sigma_{Y_1 Z_1} \\ \sigma_{Z_1 X_1} & \sigma_{Z_1 Y_1} & \sigma_{Z_1}^2 \end{bmatrix} \right] \quad \text{Ec. II.18.}$$

donde μ , σ y σ^2 son los parámetros que definen las propiedades estadísticas de los puntos extremos del segmento.

Un punto arbitrario del segmento (P_r) puede derivarse a partir de estos puntos P_0 y P_1 basándose en la combinación lineal:

$$P_r = \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{bmatrix} = (1-r)P_0 + rP_1, \quad r \in [0, 1] \quad \text{Ec. II.19.}$$

Dado que un punto arbitrario P_r del segmento $\overline{P_0 P_1}$ es una función lineal de los vectores estocásticos de P_0 y P_1 , y que además se asume que P_0 y P_1 son independientes, con la misma matriz varianza-covarianza y están distribuidos siguiendo una distribución Normal, entonces P_r sigue la normal:

$$P_r = \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{bmatrix} \sim N_3 \left[\begin{bmatrix} (1-r)\mu_{X_0} + r\mu_{X_1} \\ (1-r)\mu_{Y_0} + r\mu_{Y_1} \\ (1-r)\mu_{Z_0} + r\mu_{Z_1} \end{bmatrix}, \left((1-r)^2 + r^2 \right) \begin{bmatrix} \sigma_{X_0}^2 & \sigma_{X_0 Y_0} & \sigma_{X_0 Z_0} \\ \sigma_{Y_0 X_0} & \sigma_{Y_0}^2 & \sigma_{Y_0 Z_0} \\ \sigma_{Z_0 X_0} & \sigma_{Z_0 Y_0} & \sigma_{Z_0}^2 \end{bmatrix} \right] \quad \text{Ec. II.20.}$$

La banda-G usa una región de confianza para la localización media de cada punto del segmento para describir la incertidumbre del punto. Esta región de confianza es un área dentro de la cual ocurre la localización media de un punto para un nivel de confianza (α), como por ejemplo el 95%.

La región de confianza (S_r) de un punto (P_r) es el conjunto de puntos que satisfacen:

$$X_r - c_x \leq X_i \leq X_r + c_x \quad \text{Ec. II.21.}$$

$$Y_r - c_y \leq Y_i \leq Y_r + c_y$$

$$Z_r - c_z \leq Z_i \leq Z_r + c_z$$

donde:

$$c_x = [k((1 - r)^2 + r^2)]^{1/2} \sigma_x$$

$$c_y = [k((1 - r)^2 + r^2)]^{1/2} \sigma_y$$

$$c_z = [k((1 - r)^2 + r^2)]^{1/2} \sigma_z$$

Shi (1998) considera que el parámetro k es dependiente del nivel de confianza α seleccionado y puede ser buscado en la distribución chi-cuadrado, $k = \chi_{2;(N-1+\alpha)}^2/N$, donde N es la dimensión de los datos (en las ecuaciones aquí presentadas, N=3).

La región de confianza del segmento ($S_{0,1}$) es la unión de las regiones de confianza de todos los puntos del segmento (Figura II.29).

Ec. II.22.

$$S_{0,1} = \bigcup_{r=0}^1 S_r$$

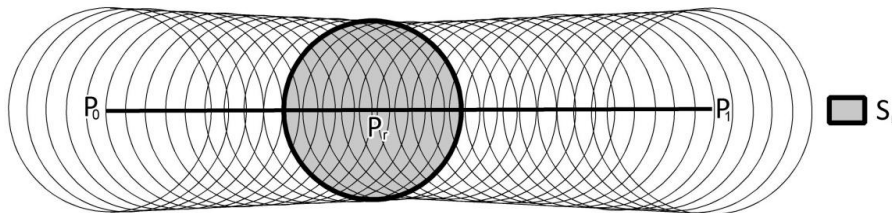


Figura II.29. Banda-G.

En la práctica es muy difícil construir un número infinito de regiones de confianza para todos los puntos que forman el segmento. Alternativamente, la forma y el tamaño de la banda-G se construyen a partir de las regiones de confianza de los puntos extremos del segmento y de un punto crítico P_r . Este punto crítico suele ser donde la región de confianza es más pequeña.

Si P_0 y P_1 tiene la misma matriz varianza-covarianza y es constante a lo largo del segmento ($\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_r$), la banda-G genera en la banda ϵ (Figura II.30.a). Si P_0 y P_1 tiene la misma matriz varianza-covarianza ($\sigma_0 = \sigma_1$) y los errores en los puntos intermedios son menores, el punto crítico puede estar en el centro del segmento (Figura II.30.b), es decir, que la banda-G degenera en el modelo de banda de error. Si $\sigma_0 < \sigma_1$, el punto crítico estará más cerca del punto extremo P_0 (Figura II.30.c), mientras que si $\sigma_0 > \sigma_1$, el punto crítico estará más cerca del punto extremo P_1 (Figura II.30.d).

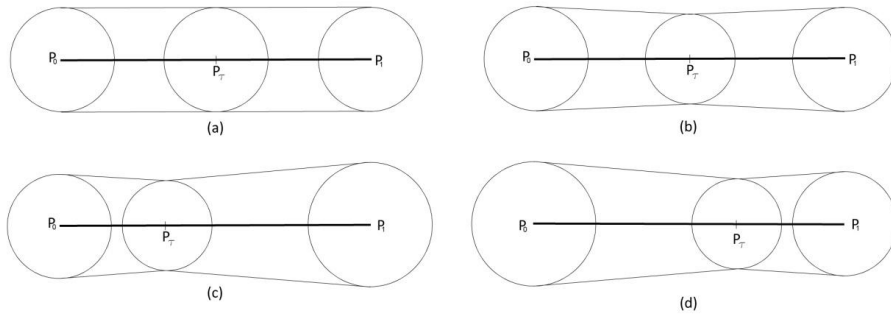


Figura II.30. Localización de los puntos críticos.

B. Banda-G para una línea.

Para una línea compuesta por una secuencia de segmentos, la región de confianza de la línea (S_L) es la unión de las regiones de confianza de cada uno de los segmentos que la componen.

Ec. II.23.

$$S_L = \bigcup_{i=0}^{m-1} S_{i,i+1}$$

II.4.3.4. Modelo unificado.

Los modelos anteriores no consideran los errores de modelización y/o escala. La teoría unificada de incertidumbre posicional propuesta por Cai et al. (2014) incorpora automáticamente estos tipos de error. Esta teoría sostiene que un fenómeno puede aproximarse a partir de un modelo y una modelización del error:

Ec. II.24.

$$W = M_s + \xi_s$$

donde:

W : es el fenómeno en el mundo real.

M_s : es el modelo matemático para describir W para un propósito específico y a una escala determinada.

ξ_s : es la correspondiente modelización del error, que depende de la escala y la estructura del modelo.

Teniendo en cuenta la modelización de los errores, Ec. II.19 puede volver a formularse como se muestra a continuación:

Ec. II.25.

$$P_r = \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{bmatrix} = (1 - r)P_0 + rP_1 + \xi, r \in [0, 1]$$

donde:

$\xi = [\xi_x \ \xi_y \ \xi_z]^T$, es la modelización de los errores en las componentes x, y, z debido a las desviaciones asumidas por el modelo respecto al modelo real.

Si los errores en las coordenadas de los dos puntos extremos del segmento se suponen independientes e iguales como en el modelo anterior, la matriz varianza-covarianza de la Ec. II.20 puede reformularse como se muestra a continuación:

Ec. II.26.

$$P_r = \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{bmatrix} \sim N_3 \left[\begin{bmatrix} (1-r)\mu_{x_1} + r\mu_{x_2} \\ (1-r)\mu_{y_1} + r\mu_{y_2} \\ (1-r)\mu_{z_1} + r\mu_{z_2} \end{bmatrix}, ((1-r)^2 + r^2) \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\xi_x}^2 & \sigma_{\xi_x \xi_y} & \sigma_{\xi_x \xi_z} \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\xi_y \xi_x} & \sigma_{\xi_y}^2 & \sigma_{\xi_y \xi_z} \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\xi_z \xi_x} & \sigma_{\xi_z \xi_y} & \sigma_{\xi_z}^2 \end{bmatrix} \right]$$

II.4.4. MÉTODOS PARA LA EVALUACIÓN DE LA EXACTITUD POSICIONAL BASADOS EN LÍNEAS.

La evaluación de la exactitud de elementos lineales ha sido una importante área de investigación (Tabla II.3) en el tratamiento de la calidad de los conjuntos espaciales. Los elementos lineales son más complejos que los puntos y son los componentes principales en las bases de datos espaciales. Generalmente, existen más elementos lineales que puntuales en los mapas topográficos de carácter general (Ramírez & Ali, 2003). Cuenin (1972) estima que aproximadamente el 80% de los elementos en mapas son elementos lineales. Además, el volumen de las líneas está aumentando gracias a las trazas VGI.

La Tabla II.3 recoge algunos de los estudios centrados en la evaluación de la exactitud posicional por elementos lineales. El interés en este campo es relativamente reciente si se observa que el primer trabajo que encontramos data de 1995. Los estudios recogidos en la Tabla II.3 se han utilizado en diferentes partes del mundo (Japón, Australia, Europa, Estados Unidos).

Los métodos basados en líneas son una alternativa a los métodos basados en puntos, no para reemplazarlos, sino para complementarlos. En la misma manera que los estudios tradicionales basado en puntos, estos métodos se basan en la determinación de los desplazamientos y las incertidumbres entre dos líneas homólogas derivadas de la cartografía a ser controlada y de la base de datos de control más exacto.

Sin embargo, el error posicional de líneas es más importante para cartografía digital y SIG que en la topografía tradicional (Atkinson, 2005). Las posibilidades abiertas por el uso de información digital y SIG ha revelado que las relaciones basadas en comparaciones punto a punto son demasiado limitadas para aplicaciones cartográficas (Hangouët, 1995). Además, el uso de elementos lineales espacialmente bien distribuidos permite un control posicional más efectivo y más rápido que los métodos basados en puntos (Mozas-

Calvache & Ariza-López, 2010). De aquí nace la necesidad de adquirir nuevos métodos de evaluación basados en este tipo de elementos, cada vez más abundantes.

La calidad posicional de una línea puede ser descompuesta en dos componentes (Tveite & Langaas, 1995):

- Precisión posicional de los puntos que forman la línea: la precisión posicional puede ser fácilmente proporcionada para puntos bien definidos de la línea (p.e., los puntos extremos, intersecciones). Para el resto de la línea, es difícil decir nada sobre la exactitud posicional y su cuantificación, puesto que los puntos intermedios de una línea no tienen por qué representar la misma posición que los puntos en la línea homóloga con los que se compara.
- Fidelidad de la forma: la fidelidad de la forma debe indicar en qué medida la curvatura de dos líneas son similares.

Lawford (2010) destaca la relación que existe entre la precisión de los elementos variables y algunos indicadores clave. Estos indicadores son: la escala, el tipo de elemento, la complejidad del elemento y la proximidad entre vértices. La escala es un término íntimamente ligado con la representación cartográfica. Cuanto mayor sea una escala, mejor podrá ser representada la forma del elemento lineal que se representa. Sin embargo, a pequeñas escalas, es difícil mantener la verdadera forma de los elementos, siendo necesaria la generalización de aquellos elementos que presentan geometrías complejas. El tipo de elemento influye tanto en la complejidad de la geometría como en los métodos de captura que puedan emplearse. Si pensamos por ejemplo en ríos y carreteras, los segundos son elementos construidos conforme a especificaciones geométricas concretas y están formados por elementos de estructura conocida (rectas, circulares, clotoides), mientras que los primeros discurren libremente por la naturaleza definiendo curvas de difícil caracterización. La captura de ambos elementos tanto en trabajos de campo como por restitución fotogramétrica. En este sentido, los métodos de la Tabla II.3 han sido aplicados a diferentes tipos de elementos lineales (carreteras, vías de tren, líneas de costa, ríos), tanto para fenómenos naturales como para construcciones hechas por el hombre, y en un amplio rango de escalas (desde 1:8.000 hasta 1:1.000.000).

Los principales métodos propuestos hasta el momento para controlar la exactitud posicional usando líneas se basan en la comparación de dos líneas homólogas: la línea de controlada (X) y la línea de control (Q). Las líneas de control se seleccionan de una base de datos más precisa que el conjunto de líneas que va a ser controlado. Estos métodos analizan aspectos como la distancia entre vértices, los desplazamientos entre los elementos, los porcentajes de inclusión dentro de buffers y la incertidumbre posicional. En este sentido, la aplicación combinada de estos métodos describe la variabilidad posicional de forma más completa que la aplicación de uno solo de ellos (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2011).

GENERACIÓN DE EJES PRECISOS 3D A PARTIR DE MULTITRAZAS GNSS Y CONTROL POSICIONAL

| AUTOR/ES | AÑO | MÉTODO EVALUACIÓN | TIPO DE ELEMENTO | BDG CONTROLADA (X) | ESCALA/ EXACTITUD X | BDG DE CONTROL (Q) | ESCALA/ EXACTITUD Q |
|---|------|--|---|--|---------------------|--|---------------------|
| Abbas, Grussenmeyer & Hottier | 1995 | HDM_2D | Carreteras, vías de tren | IGN-BDCarto | 1:30.000 | IGN-BDTopo | 1:8.000 1:17.000 |
| Goodchild & Hunter | 1997 | SBM_2D | Líneas de costa | Digital Chart of the World (DCW) | 1:1.000.000 | Local Topographic Map | 1:25.000 |
| Kagawa, Sekimoto & Shibaski | 1999 | HDM_2D SBM_2D | Carreteras | Aerial survey | 1:2.500 | Digitized road ledger | 1:500 |
| Tveite & Langaas | 1999 | DBM_2D | Carreteras, líneas de costa, vías de tren | Digital Chart of the World (DCW) | 1:1.000.000 | National Map of Norway (N250) | 1:250.000 |
| Johnston et al. | 2000 | SBM_2D | Carreteras, ríos | Fort Hood dataset | 1:24.000 | Digital Orthophotografy | 0,7m |
| Van Niel & McVicar | 2002 | SBM_2D | Carreteras | Digital Topographic Data Base | 1:50.000 | GNSS Survey | <1,5m |
| Mozas-Calvache & Ariza-López | 2010 | HDM_2D ADM_2D EBM_2D SBM_2D DBM_2D | Carreteras | Mapa Topográfico de Andalucía (MTA10) | 1:10.000 | Levantamiento GNSS | 0,5m |
| | | | | Base Cartográfica Nacional(BCN) | 1:25.000 | | |
| Haklay | 2010 | SBM_2D | Carreteras | OpenStreetMap | <20m | Ordnance Survey datasets | 1:10.000 |
| Mozas-Calvache & Ariza-López | 2011 | VIM_2D ADM_2D EBM_2D SBM_2D DBM_2D | Carreteras | Base de Datos Espaciales de Andalucía para Escalas Intermedias | 1:100.000 | Mapa Topográfico de Andalucía (MTA10) | 1:10.000 |
| Koukolestos, Haklay & Ellul | 2011 | SBM_2D | Carreteras | OpenStreetMap | --- | Integrated Transport Network (Ordnance Survey) | --- |
| Ruiz-Lendínez; Ariza-López & Ureña-Cámara | 2013 | SBM_2D DBM_2D | Edificios (polígonos) | Base Cartográfica Nacional(BCN) | 1:25.000 | Mapa Topográfico de Andalucía (MTA10) | 1:10.000 |
| Mozas-Calvache & Ariza-López | 2015 | HDM_2D HDM_3D ADM_3D VIM_2D VIM_3D EBM_2D EBM_3D | Carreteras | Mapa Base de Andalucía (IECA) | 1:10.000 | Levantamiento GNSS | 2cm |
| | | | | Base Topográfica Nacional (IGN) | 1:25.,000 | | |

ADM: método de las distancias medias; **EBM:** método de banda épsilon; **HDM:** método de la distancia de Hausdorff; **VIM:** método de los vértices de influencia; **SBM:** método de orlado simple; **DBM:** método de orlado doble

Tabla II.3. Resumen de trabajos centrados en la evaluación de la exactitud posicional de elementos lineales.

Diversos métodos han sido propuestos para describir y analizar la incertidumbre posicional en elementos lineales 2D. En este trabajo se van a clasificar dentro de dos categorías: los métodos basados en distancias de línea a línea y los basados en orlados o buffers. A continuación se detallan cada uno de ellos, además de realizar una propuesta que considere los elementos lineales 3D.

II.4.4.1. Métodos basados en distancias línea a línea.

La idea básica es comparar líneas de la BDG controlada con sus homólogas en la BDG de control, aplicando diferentes herramientas matemáticas que ofrecen un valor unívoco de “distancia” entre cada par de líneas (Abbas, Grussenmeyer, & Hottier, 1995).

A. Método de las distancias medias (ADM, Average Distance Method).

El método de las distancias medias fue descrito por McMaster (1986) para analizar la calidad de la generalización de líneas. Posteriormente, Mozas-Calvache & Ariza-López (2010) aplican este método para la evaluación de la exactitud posicional. El ADM (Figura II.31) está basado en la banda épsilon y consiste en la determinación de todas las distancias euclídeas desde los vértices de Q hasta la línea X y la determinación del valor medio de desplazamiento.

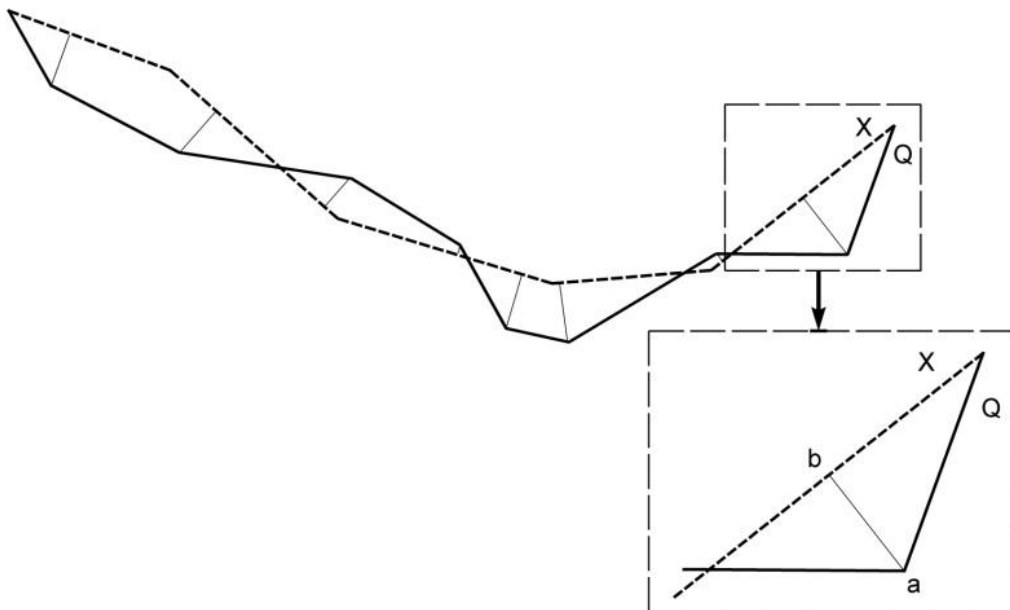


Figura II.31. Método de las distancias medias.

La distancia euclídea 2D desde un vértice de la línea (a) al punto más cercano de la otra línea (b) es:

$$d_{2D}(a, b) = \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2}$$

Ec. II.27.

La adaptación al espacio 3D supone la inclusión de las alturas o de las componentes Z en la búsqueda del punto más cercano y en el cálculo de la distancia, de manera que Ec. II.27 se reformula como se muestra a continuación:

$$d_{3D}(a, b) = \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2 + (Z_b - Z_a)^2}$$

Ec. II.28.

Los cálculos pueden realizarse midiendo las distancias desde los vértices de X hasta Q, como se comentó anteriormente, midiendo las distancias desde los vértices de Q hasta X, o utilizando ambos.

ADM supone una simplificación con respecto al método que se muestra a continuación, el método de banda épsilon. Mientras que el segundo determina un valor medio utilizando la línea completa, el primero sólo considera el valor medio de desplazamientos de los vértices (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2014).

Mozas-Calvache & Ariza-López (2011) aplican el ADM a una muestra carreteras (Tabla II.3). La superficie seleccionada para hacer el control es la contenida dentro de la Hoja 947 del Mapa Topográfico Nacional (MTN) a escala 1:50.000. De los 360km de carreteras presentes en la Hoja, se eliminan aquellas que no están presentes en las dos BDG (la controlada y la de control), las calles de los núcleos urbanos, las carreteras no asfaltadas y las intersecciones (Figura II.32). La muestra final queda reducida a 180km de carreteras, obteniendo un desplazamiento medio de 5,233m.

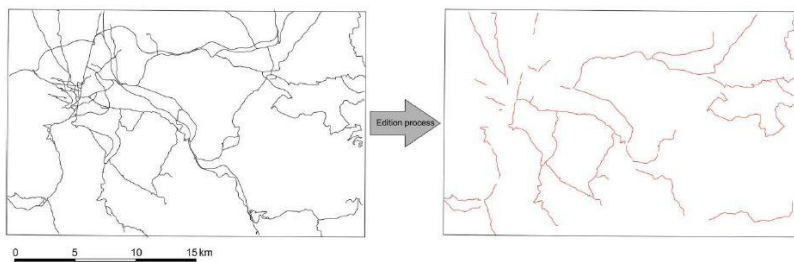


Figura II.32. Muestra sobre la que se aplica el VIM (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2011).

B. Método de banda épsilon (EBM, Épsilon Band Method).

El método de banda épsilon (Figura II.33), como el método anterior, está basado en el concepto de banda épsilon. Este método fue propuesto por Skidmore & Turner (1992). El ancho de la banda se determina a partir de un valor que define el grado de incertidumbre de la localización real; para mayores valores de épsilon, la inseguridad son mayores. El valor de épsilon puede estimarse si los errores de los datos son conocidos, o calculados comparando las líneas X y Q (Mozas-Calvache A. T., 2007).

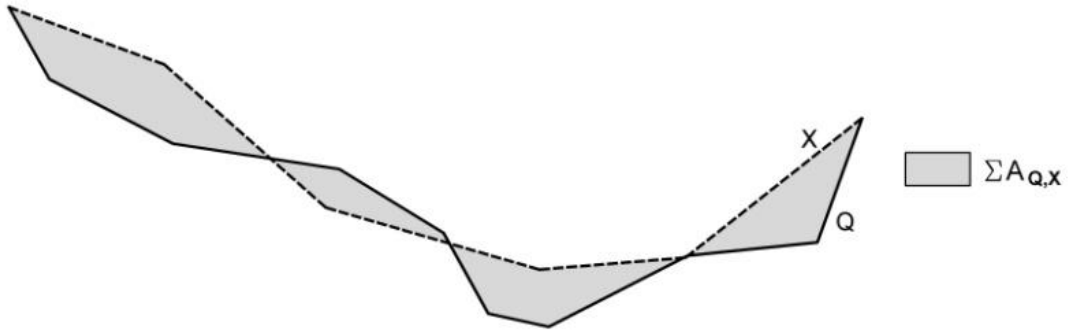


Figura II.33. Método de banda epsilon.

La estimación de valor de epsilon (e) se obtiene a partir de:

Ec. II.29.

$$e = \frac{\sum A_{Q,X}}{L_X}$$

donde:

$\sum A_{Q,X}$: suma de las áreas encerradas entre las líneas X y Q.

L_X : longitud de la línea controlada.

En la Ec. II.29, el valor introducido en el denominador es la longitud de la línea controlada, aunque también podría utilizarse la longitud de la línea de control. Normalmente, la línea controlada tiene menos detalles que la línea de control, lo que implica que la longitud de la línea controlada suele ser menor. Por lo tanto, los resultados que se obtienen usando en el denominador la línea controlada serán mayores que los que se obtendrían utilizando la línea de control. Mozas-Calvache & Ariza-López (2010) recomiendan en cada caso el uso que tenga el mayor número de vértices.

El cálculo de las áreas encerradas entre las líneas X y Q no tiene una adaptación inmediata cuando se consideran elementos 3D porque normalmente estas dos líneas no van a encontrarse en el mismo plano. Para calcular estas áreas será necesario descomponerlas en geometrías más simples. Mozas-Calvache & Ariza-López (2014a) proponen una descomposición en triángulos 3D (Figura II.34). La suma de las áreas ($\sum A_{Q,X}$) es la suma de las áreas de cada triángulo generado:

Ec. II.30.

$$\sum A_{Q,X} = \sum_{i=1}^s A_{t_i}$$

donde:

A_{t_i} : es el área del triángulo i .

s : es el número de triángulos.

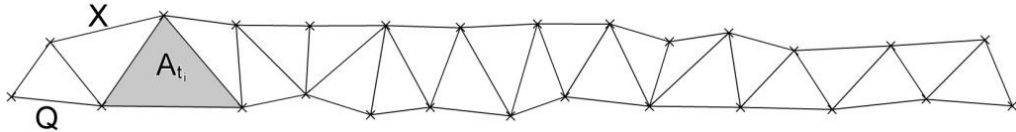


Figura II.34. Triangulación (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2014).

Dunn, Harrison & White (1990) han utilizado la banda ϵ como un estimador de la calidad del proceso de digitalización. Esta banda representa el entorno probabilístico de la localización de la línea “verdadera” (existente en el material a digitalizar) alrededor de la línea efectivamente digitalizada. Si es simétrica, indicaría la inexistencia de sesgo en la operación de digitalizado. Su error medio cuadrático puede ser utilizado como un estimador o índice de calidad del proceso de digitalización.

Mozas-Calvache & Ariza-López (2010) aplican el EBM sobre un conjunto de 3300km de carretera extraídos por muestreo de un total de 24500km. En este caso, las BDG controladas, el MTA y el MTN, son comparados con un levantamiento GNSS. Los resultados obtenidos son un valor de ϵ de 4,2m para el MTA y 3,1m para el MTN.

C. Método de la Distancia de Hausdorff (HDM, Hausdorff Distance Method).

Una distancia natural para la comparación de formas y patrones es la distancia de Hausdorff (Alt, Brab, Michael, Knauer, & Wenk, 2002). La distancia de Hausdorff entre líneas se utiliza en la actualidad para determinar la correspondencia entre capas de diferentes escalas, para el control estadístico de calidad para líneas o para el control de los algoritmos de generalización (Hangouët, 1995).

La distancia de Hausdorff (D_H) entre dos objetos (Figura II.35), X y Q, es un espacio finito es define a partir de:

$$D_H(X, Q) = \text{Max} (d(X, Q), d(Q, X)) \tag{Ec. II.31.}$$

donde:

$$d(X, Q) = \max_{x \in X} (\min_{y \in Q} ||x - y||)$$

$$d(Q, X) = \max_{x \in Q} (\min_{y \in X} ||x - y||)$$

$d(X, Q)$ se llama distancia directa de Hausdorff desde X a Q y se define como la mayor de las distancias más cortas desde X hasta Q. Para hallar la distancia de Hausdorff, se debe determinar $d(Q, X)$, o distancia inversa de Hausdorff, que es la mayor de las distancias más cortas desde Q hasta X. Esta definición de la distancia de Hausdorff es válida tanto para elementos 2D como 3D.

La distancia de Hausdorff satisface las siguientes propiedades (Baudrier, Millon, Nicolier, Seulin, & Ruan, 2007):

- No negativa: la distancia de Hausdorff nunca toma valores negativos:
 $H(X, Q) > 0 \forall X, Q$
- Identidad: la distancia de Hausdorff tiene valor 0 si X y Q son iguales:
 $H(X, Q) = 0 \Leftrightarrow X = Q$
- Simetría: la distancia de Hausdorff de X a Q es igual que la de Q a X:
 $H(X, Q) = H(Q, X)$

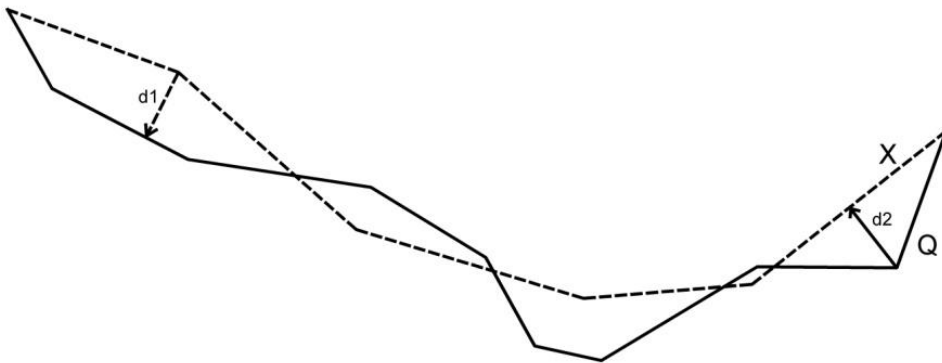


Figura II.35. Método de la distancia de Hausdorff.

Por lo tanto, la distancia de Hausdorff es similar a la distancia euclídea. Sin embargo, la distancia de Hausdorff presenta la ventaja sobre la euclídea de ser capaz de obtener una medida de distancia entre dos conjuntos de objetos cualquiera, no sólo entre elementos puntuales (Min, Zhilin, & Xiaoyong, 2007).

El valor de la distancia de Hausdorff proporcionado por este método es un valor extremo que indica el máximo desplazamiento y, por consiguiente, es muy sensible a cualquier cambio o atípico en algún vértice de la línea (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2010). Un único valor atípico en un vértice puede afectar enormemente a la distancia de Hausdorff. Por lo tanto, la distancia de Hausdorff no es robusta frente a los valores atípicos (Min, Zhilin, & Xiaoyong, 2007). Por esta razón es muy importante un paso previo donde se detecten y eliminen valores atípicos.

La distancia de Hausdorff ha sido extensamente aplicada a visión computacional y reconocimiento de patrones. Una de las principales aplicaciones la búsqueda de objetos de una imagen mediante *matching*¹. El matching basado en la distancia de Hausdorff puede ser usado para cualquier tipo de objeto especial (punto, línea o área) porque la distancia de Hausdorff no sólo tiene en cuenta la diferencia entre la posición de los

¹ El matching o correspondencia de imágenes consiste en, a partir de un objeto en una imagen, determinar su homólogo en otra imagen. Para ello se parte de la hipótesis de que ese objeto se encuentra en ambas imágenes.

objetos, sino que también puede detectar discrepancias entre la forma de los objetos espaciales (Badard, 1999).

| Autor/es | Año | GDB controlada (X) | Escala/Exactitud de X | GDB de control (Q) | Escala/Exactitud de Q | Tamaño muestra | Distancia de Hausdorff (m) |
|-------------------------------|------|-------------------------------------|-----------------------|----------------------------|-----------------------|--------------------------|----------------------------|
| Abbas, Grussenmeyer & Hottier | 1995 | IGN-BDCarto | 1:30,000 | IGN-BDTopo | 1:8,000-1:17,000 | 266 ejes de carreteras | 10,67m |
| | | | | | | 101 ejes de vías de tren | 11,64m |
| Kagawa, Sekimoto & Shibaski | 1999 | Levantamiento fotogramétrico | 1:2,500 | Mapa de carreteras digital | 1:500 | 0,706km | 4,3m |
| Mozas-Calvache & Ariza-López | 2010 | Mapa Topográfico de Andalucía (MTA) | 1:10,000 | Levantamiento GNSS | <0.5m | 3300km | 10,8m |
| | | Mapa Topográfico Nacional (MTN) | 1:25,000 | | | | 11,4m |

Tabla II.4. Trabajos centrados en el HDM.

En control posicional basados en líneas, existen varios trabajos que utilizan este método (Tabla II.4). Abbas et al. (1995) han aplicado el HDM a una muestra de 266 ejes de carreteras y 101 ejes de vías férreas en la Base de Datos Cartográfica en Francia a escala 1:30.000 con longitudes entre 100 y 1000m, obteniendo errores de 10,67m en carreteras y 11,64 en las vías férreas.

Kagawa et al. (1999) aplican este método sobre un tramo de carretera inferior a 1km. En este caso, el resultado obtenido es de 4,3m. De los resultados recogidos en la Tabla II.4, este es el menor de todos. Coincide que la BDG es la de mayor escala de todos los trabajos recogidos en dicha tabla, por lo que cabe esperar que la exactitud de los elementos que contienen sea mayor. De todos modos, el tamaño de muestra es muy inferior a todos los demás, por lo tanto, los resultados son menos concluyentes.

Mozas-Calvache & Ariza-López (2010) aplican el HDM sobre elementos lineales de dos BDG oficiales en Andalucía, el MTA a escala 1:10.000 y la BCN a 1:25.000, comparándolas con un levantamiento GNSS sobre una muestra de más de 1.200km de carreteras. Los resultados de la aplicación de este método son una distancia de 10,8m en el MTA y 11,4 en el BCN. Como se vio anteriormente, el EBM también fue aplicado sobre este mismo conjunto de datos, obteniendo datos menores. Aunque los desplazamientos puedan parecer elevados, hay que tener en cuenta que, tal como comentan los autores del estudio, la distancia de Hausdorff refleja la distancia máxima entre las líneas, por lo que siempre contempla el peor de los casos.

D. *Método de Vértices de Influencia (VIM, Vertex Influence Method).*

Este método fue propuesto por Mozas-Calvache & Ariza-López (2011). Está basado en la medida de la distancia euclídea entre los vértices de la línea de control (Q) y la línea que es controlada (X). En esta métrica el desplazamiento se pondera en función de la

longitud de los segmentos adyacentes a un vértice, minimizando el desplazamiento para aquellos vértices cuyos segmentos adyacentes son menores. Por lo tanto, se obtiene un valor ponderado de las distancias desde los vértices de la línea de mayor precisión. Para el total del conjunto de líneas, los autores proponen el cálculo de una media aritmética ponderada usando la longitud de las líneas (pesos) para obtener este valor (Figura II.36):

Ec. II.32.

$$D_{VIM} = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i (l_i^{i-1} + l_i^{i+1}))}{2L_Q}$$

donde:

n : número de vértices en Q .

d_i : distancia eucléida entre el vértice V_i de la línea Q hasta X .

l^{i-1} y l^{i+1} : longitud de los segmentos adyacentes del vértice V_i .

L_Q : longitud de la línea de control.

El VIM presta especial atención a los vértices que definen la línea. Cada vértice de una línea tiene una determinada posición que involucra a los segmentos adyacentes. Por lo tanto, un desplazamiento en un vértice (error) afecta sólo a los segmentos adyacentes y no al resto de la línea.

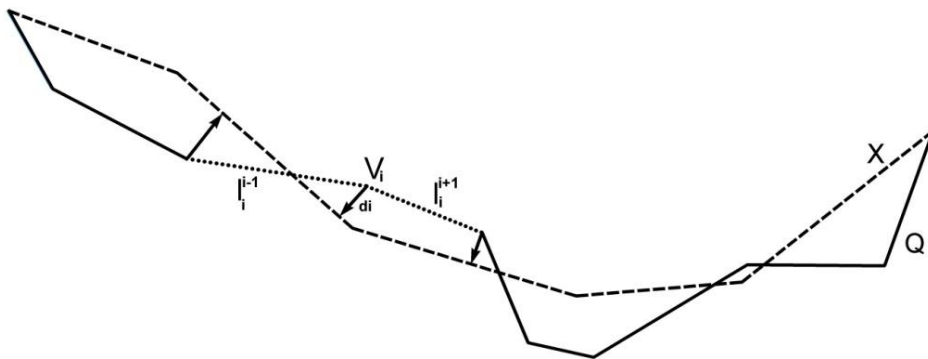


Figura II.36. Método de vértices de influencia.

Los autores del VIM aplican este método a las carreteras de la Base de Datos Espaciales de Andalucía para Escalas Intermedias a escala 1:100.000, comparándolas con las pertenecientes al MTA a escala 1:10.000. Considerando el VIM, la exactitud posicional de la BDG es de 5,189m. En esta misma investigación, los autores aplican el ADM como se vio anteriormente, obteniendo una exactitud de 5,233m. Los resultados en ambos casos son similares.

En el Mozas-Calvache & Ariza-López (2014b) se recoge un estudio en el cual se aplican los métodos vistos hasta ahora (ADM, EBM, HDM y VIM) sobre un conjunto real de datos 3D. La aplicación de estas métricas 3D es realizada mediante un ensayo sobre una carretera que está incluida en dos bases de datos geoespaciales oficiales en España.

El control se realiza mediante una fuente de mayor exactitud a través de un levantamiento cinemático GNSS sobre un vehículo que recorre la vía. Este levantamiento es realizado en ambos sentidos de la vía, para posteriormente determinar el eje medio de la misma. La longitud del tramo objeto de este estudio es de 17 kilómetros. Los resultados obtenidos en este estudio son presentados en la Tabla II.5. Obviamente, la distancia de Hausdorff presenta valores superiores en ambos casos (ICA e IGN) al resto de métricas debido a que esta métrica refleja desplazamientos máximos de las líneas. En cuanto al resto de métricas los valores de desplazamiento promedio obtenidos son muy similares en ambos casos, sobre todo en el desplazamiento derivado del cálculo de la superficie y VIM3D.

| Método de control | ICA | IGN |
|-------------------|--------|---------|
| HDM_3D | 9,693m | 17,953m |
| ADM_3D | 4,535m | 6,798m |
| EBM_3D | 4,508m | 6,286m |
| VIM_3D | 4,505m | 6,814m |

Tabla II.5. Resultados de la aplicación de las métricas de control posicional 3D.

II.4.4.2. Métodos basados en orlados.

Un orlado o buffer alrededor de un elemento lineal es un objeto geométrico cuyo borde es una línea entorno al objeto espacial desplazado del mismo una anchura constante. En los métodos que se muestran a continuación, se realizan orlados sobre las líneas y se realiza un análisis de superposición para dar una evaluación cuantitativa de X respecto a Q. La aplicación de orlados en los métodos de evaluación de la exactitud implica construcciones basados en el concepto de las bandas de error épsilon.

Los métodos basados en orlados tienen en cuenta la relación empírica entre una distancia (el ancho del orlado) y el porcentaje de línea incluido dentro del orlado. Además, son métodos iterativos ya que no es posible determinar a priori el tamaño de orlado óptimo. El tamaño de orlado inicial puede ser determinado si se conoce la exactitud espacial de X y Q.

A. *Método de Orlado Simple (SBM, Simple Buffer Method).*

El método de orlado simple compara la línea controlada (X) y la línea de control (Q) determinando el porcentaje de la longitud de la línea controlada que cae dentro de una distancia determinada de la línea de control (Goodchild & Hunter, 1997). SBM genera, por lo tanto, un orlado alrededor de la línea de control (QB) y evalúa el porcentaje de la longitud de la línea controlada que queda dentro de él (Figura II.37).

La longitud de la línea X que cae dentro del orlado entorno a Q es comparada con la longitud total de la línea Q para determinar el porcentaje (p) de la línea dentro de la anchura de buffer analizada:

Ec. II.33.

$$p(x) = \frac{L_{X \cap QB}}{L_Q}$$

donde:

$L_{X \cap QB}$: es la longitud de la línea X dentro del orlado QB.

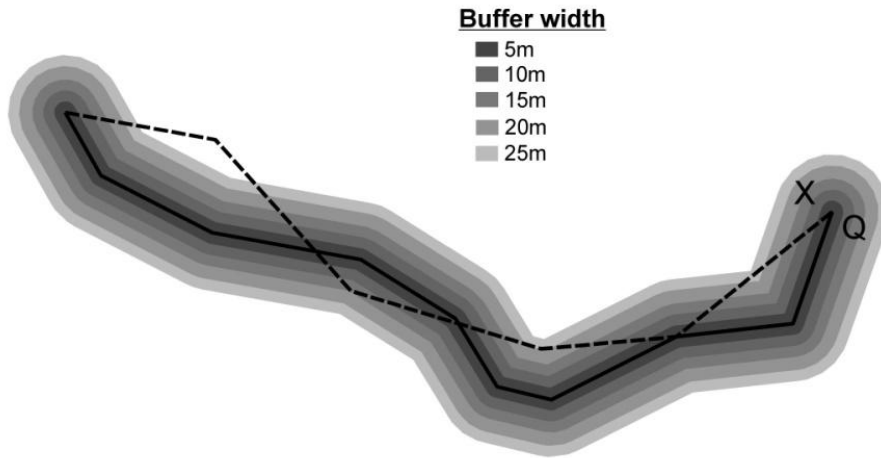


Figura II.37. Método de orlado simple (SBM).

El proceso continúa aumentando la anchura del buffer hasta que un porcentaje es alcanzado (p.e., 80, 90, ,95%). Al aumentar el tamaño del buffer, el porcentaje de la línea dentro del mismo va aumentando, de manera que un único valor de anchura de buffer satisface el porcentaje que quiere alcanzarse (Heo, Kim, Park, & Sohn, 2008). Se puede dibujar una función de probabilidad acumulada (Figura II.38) para sintetizar como el porcentaje de línea X va cayendo dentro del buffer a medida que se aumenta la anchura de éste. Como consecuencia, se obtiene una distribución de probabilidades de pertenencia de la línea X al orlado sobre Q, de forma que se puede discriminar para un percentil que se establezca como umbral la anchura de indeterminación (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2008).

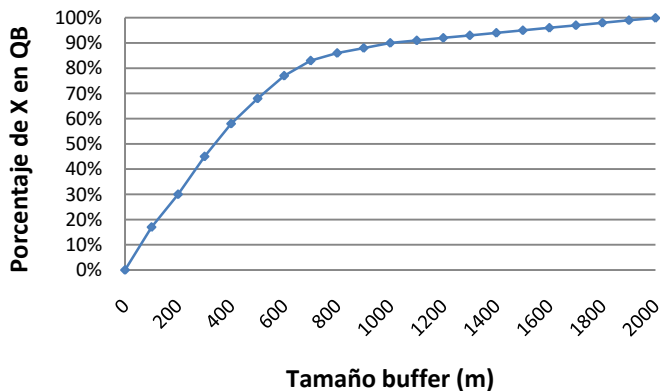


Figura II.38. Ejemplo de función de probabilidad acumulada para el SBM.

Las estadísticas de la función de probabilidad acumulada pueden ser utilizadas para la cuantificación de las características geométricas de las líneas. Las medidas más importantes son la media (μ) y la desviación estándar (σ). El valor de la media representa cuánto se alejan las líneas entre sí, mientras que la desviación estándar indica cómo de similares son las dos líneas.

| Autor/es | Año | GDB controlada (X) | Escala/ Exactitud de X | GDB de control (Q) | Escala/ Exactitud de Q | Tamaño muestra | Resultados* |
|------------------------------|------|-------------------------------------|------------------------|-------------------------------|------------------------|----------------|-------------|
| Goodchild & Hunter | 1997 | Digital Chart of the World (DCW) | 1:1.000.000 | Mapa Topográfico de Australia | 1:25.000 | 179km | 330m (90%) |
| Kagawa, Sekimoto & Shibaski | 1999 | Levantamiento fotogramétrico | 1:2.500 | Mapa de carreteras digital | 1:500 | 0,706km | 1,99m (95%) |
| Johnston et al. | 2000 | BDG de Fort Hood | 1:24.000 | Ortofotografía digital | 0,7m | --- | 60m (96%) |
| Van Niel & McVicar | 2001 | Base Topográfica Digital | 1:50.000 | Levantamiento GNSS | <1,5m | 466km | 40m (90%) |
| Haklay | 2010 | OpenStreetMap | --- | BDG del Ordnance Survey | 1:10.000 | 246km | 5,6m (88%) |
| Mozas-Calvache & Ariza-López | 2010 | Mapa Topográfico de Andalucía (MTA) | 1:10.000 | Levantamiento GNSS | <0,5m | 3300km | 11m (95%) |
| | | Mapa Topográfico Nacional (MTN) | 1:25.000 | | | | 10,2m (95%) |

*El resultado se expresa como el tamaño de buffer para un percentil determinado.

Tabla II.6. Trabajos centrados en el SBM.

Este método sobrestima el error porque las medidas de las distancias de error son perpendiculares a la línea de control, pero el desplazamiento puede ser más complejo (Ariza-López, et al., 2011). Además, no permite determinar los posibles sistematismos que puedan presentarse al no indicarse hacia qué lado de Q queda X (Atkinson & Ariza-López, 2002). El SBM puede ser utilizado para determinar cómo de alejados están dos objetos, pero no puede indicar la posición de un objeto respecto a otro. Como no se considera la posición relativa en la operación de orlado, el método de análisis no puede diferenciar que segmento de X está a un lado u otro de la línea Q (o viceversa). Por lo tanto, la función de probabilidad y las estadísticas derivadas de la misma podrían inducir a una interpretación errónea si no se tiene en cuenta este aspecto (Heo, Jeong, Han, Kim, Hong, & Sohn, 2013).

El concepto de SBM es perfectamente aplicable para datos 3D, aunque los algoritmos que se emplean para determinar los orlados y las intersecciones entre la línea y los orlados son diferentes. Computacionalmente, el proceso es más complicado que el caso de elementos 2D. Pero como se recoge en la Tabla II.6, no hay ningún trabajo centrado en la aplicación de este método con datos 3D.

Como se muestra en la Tabla II.3, el SBM es el método más ampliamente utilizado en el control de calidad posicional por elementos lineales 2D. Goodchild & Hunter (1997) aplican el SBM a un conjunto de 179km de líneas de costa para realizar el control de la

Carta Digital del Mundo (DCW) a escala 1:1.000.000, utilizando como BDG de control el Mapa Topográfico de Australia a escala 1:25.000. El resultado obtenido es que, para un percentil del 90%, se ha procesado un orlado de 330m.

Johnston et al. (2000), realizan en su investigación para el desarrollo y comprobación de un método de evaluación, reporte y mejora de la calidad espacial de los datos de la Armada, aplican el método SBM. En este caso, el resultado obtenido es que un 90% de los datos están dentro de un orlado de 60m, aunque indican que los resultados obtenidos pueden ser ambiguos dado que no existía en muchos casos documentación suficiente que permitiera dar los resultados como válidos.

Van Niel & McVicar (2002) aplican el método SBM para evaluar una BDG compuesta por carreteras, analizando un total de 466km en Australia. Se han procesado orlados desde 25m a 325 m, obteniendo que aproximadamente el 78% de la longitud de las carreteras estaba dentro del buffer de 25m y el 90% dentro del buffer de 40m.

Mozas-Calvache & Ariza-López (2010) también aplican el SBM en el estudio comparativo de métodos, vistos en los métodos EBM y HDM. Los resultados obtenidos en este caso son un tamaño de orlado de 11m para el MTA, y de 10,2m para el caso del MTN. Al contrario que ocurría en los resultados obtenidos para el EBM y el HDM, las carreteras procedentes del MTN tienen mejor precisión que las del MTA, siendo ésta última de escala mayor.

B. Método de Orlado Doble (DBM, Double Buffer Method).

Este método fue propuesto por Tveite & Langaas (1999) para el caso 2D. En este caso, el orlado se realiza alrededor de ambas líneas, la controlada y la de control, y se examinan las diferentes áreas que se generan (Figura II.39):

- Área tipo 1: áreas que están fuera de ambos orlados: $\overline{XB} \cap \overline{QB}$.
- Área tipo 2: áreas que están fuera de XB y dentro de QB: $\overline{XB} \cap QB$.
- Área tipo 3: áreas que están dentro de XB y fuera QB: $XB \cap \overline{QB}$.
- Área tipo 4: áreas que están dentro de XB y QB: $XB \cap QB$.

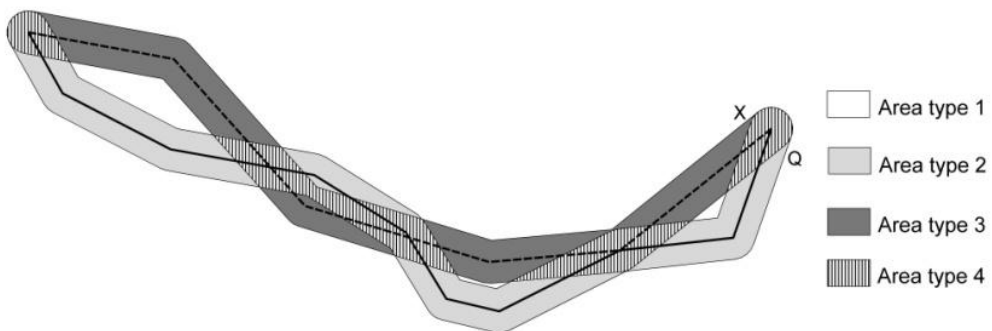


Figura II.39. Método de orlado doble (DBM).

Cuando las dos líneas, X y Q son muy similares (tanto en su forma como en su posición), el tipo 4 será el área más predominante, mientras que una predominancia de las

áreas de tipo 2 y 3 indican justo lo contrario, que existe variación entre las líneas. El área de tipo 1 no se usa en las medidas propuestas por los autores. Tveite & Langaas (1995) proponen una serie de medidas evaluadoras de la exactitud geométrica:

- *Desplazamiento promedio*: esta medida se usa para determinar la media de los desplazamientos de las dos líneas. Para un tamaño de orlado i , el desplazamiento promedio se determina a partir de la siguiente expresión:

Ec. II.34.

$$DE_i = k2b_i \frac{Area(\overline{XB}_i \cap QB_i)}{Area(XB_i)}$$

donde:

b_i : es la anchura de buffer en la iteración i -ésima.

k : es un coeficiente de corrección. Tveite & Langaas (1999) propone un coeficiente $k = \pi/2$.

El uso del área del orlado de la línea controlada X en el denominador de la Ec. II.34 ofrece un desplazamiento promedio más conservador. Usando el orlado de la línea de control Q el resultado del desplazamiento promedio será normalmente mayor debido a que el nivel de detalle de esta línea suele ser mayor que el de X.

- *Oscilación*: esta medida se utiliza para medir oscilaciones aleatorias y puede servir para detectar la existencia de sistematismos si el número de oscilaciones es bajo para lo esperable en dos líneas independientes. La medida de la oscilación se calcula con la expresión:

Ec. II.35.

$$O_i = \frac{\#Areas(\overline{XB}_i \cap QB_i)}{L_x}$$

donde:

$\#Areas(...)$: es el recuento de áreas o polígonos.

Como ocurría con el método SBM, el concepto de DBM es el mismo para datos 3D. En este caso, tal y como muestra la Tabla II.3, tampoco hay estudios que se hayan centrado en el tratamiento de datos 3D. Aquí se hace una propuesta de las medidas anteriores al caso 3D. En este caso, en lugar de áreas, se trabaja con volúmenes, de manera que los diferentes tipos de áreas descritos anteriormente se describen del siguiente modo:

- Volumen tipo 1: volumen que queda fuera de los dos orlados 3D construidos sobre las líneas X y Q: $\overline{XB}_{3D} \cap \overline{QB}_{3D}$.
- Volumen tipo 2: volumen que queda fuera del orlado XB_{3D} y dentro del orlado QB_{3D} : $\overline{XB}_{3D} \cap QB_{3D}$.
- Volumen tipo 3: volumen que queda dentro del orlado XB_{3D} y fuera del orlado QB_{3D} : $XB_{3D} \cap \overline{QB}_{3D}$.

- Volumen tipo 4: volumen que queda dentro de los dos orlados: $XB_{3D} \cap QB_{3D}$.

En relación a estas nuevas situaciones, se realizan las siguientes propuestas de las medidas anteriormente descritas:

- *Desplazamiento promedio* (DE_{3Di}):

$$DE_{3Di} = k\pi b_t^2 \frac{\text{Volume}(\overline{XB}_{3Di} \cap \overline{QB}_{3Di})}{\text{Volume}(XB_{3Di})} \quad \text{Ec. II.36.}$$

- *Oscilación* (O_{3Di}):

$$O_{3Di} = \frac{\# \text{Volume}(\overline{XB}_{3Di} \cap \overline{QB}_{3Di})}{L_x} \quad \text{Ec. II.37.}$$

donde:

$\# \text{Volume} (...)$: es el recuento de número de volúmenes.

Estas medidas son sólo una propuesta teórica que debe ser testeada sobre un caso real para corroborar su usabilidad.

Tveite & Langaas (1999) aplican este método a un conjunto de datos formados por carreteras, líneas de costa y vías de tren. El tamaño de orlado necesario para obtener un percentil del 70% es de 1.600m para carreteras, 980m para líneas de costa y más de 2000m para vías de tren.

Mozas-Calvache & Ariza-López (2010) también incluyen el DBM en su estudio comparativo de diferentes métodos. Como ocurría con el SBM, la precisión obtenido para el MTA (6,5m) es menor que la obtenida para el MTN (4,7m).

CAPÍTULO III. MATERIAL Y MÉTODO

En el presente capítulo se describen los materiales utilizados y se aborda en profundidad los aspectos referentes al método desarrollado en la tesis doctoral.

En los capítulos anteriores, se han expuesto una serie de conceptos básicos y se ha construido el estado del arte de las dos líneas que aborda la investigación: obtención de un eje medio y control posicional de elementos lineales.

En la línea de la obtención de ejes medios a partir de CMT, las propuestas que encontramos se basan casi siempre en datos 2D, a pesar de que muchos de ellos trabajan con trazas procedentes de equipos GNSS y que, por lo tanto, dispondrán de las tres dimensiones. La mayoría de ellos, asume una posterior utilización del eje medio en aplicaciones que no consideran el valor de altitud de las trazas. Además, las propuestas no suelen tener mecanismos que gestionen y minimicen la influencia de observaciones atípicas. El método desarrollado en esta tesis doctoral, sí tiene en cuenta estos dos aspectos.

En la línea del control de la exactitud posicional de elementos lineales, los métodos aportados por los investigadores que trabajan en control posicional también han trabajado con IG 2D. Aunque sí existe un trabajo que aborda la adaptación de los métodos existentes a información 3D (Mozas-Calvache & Ariza-López, 2014), no hay referencias respecto a la adaptación del método de orlado simple, que es la que se propone en la tesis doctoral.

Todos los aspectos metodológicos recogidos en este capítulo se han probado con una aplicación práctica, para lo cual se han capturado ocho CMT con tres equipos GNSS distintos, a partir de los cuales se obtiene un eje medio, y un eje medio preciso obtenido a partir de un levantamiento GNSS de dos trazas, una en cada sentido de la circulación. Estos conjuntos de datos y el procedimiento para su obtención, se presentan también en este capítulo.

III.1. MATERIAL.

Para la captura de los conjuntos de trazas vistos anteriormente se han utilizado tres equipos GNSS. Algunas características técnicas de los equipos utilizados se muestran en la Tabla III.1.

| EQUIPO | PRECISIÓN* | CORRECCIONES | POSTPROCESO |
|----------------|---|---|-------------|
| RACELOGIC Vbox | >1m CEP** 95% (Sin solución) 40cm CEP** 95% (Solución flotante) 2cm CEP** 95% (Solución fija) | Correcciones diferenciales y filtro de Kalman | No |
| LEICA 1200 | 1cm (horizontal) 2cm (vertical) | Correcciones diferenciales | Sí |
| COLUMBUS V-900 | 3m CEP** 50% 5m CEP** 95% | Sin correcciones | No |

*Precisiones extraídas de las especificaciones técnicas del fabricante.
**CEP: del inglés, *Circle of Error Probable*, error circular probable

Tabla III.1. Características técnicas de los equipos GNSS.

El equipo Racelogic Vbox (Figura III.1.a) es un equipo GNSS+IMU² de alta frecuencia especialmente diseñado para la captura de datos en modo cinemático utilizando un vehículo sobre el cual se coloca una antena magnética. Este equipo aplica correcciones diferenciales y del filtro de Kalman, un estimador para sistemas dinámicos lineales afectados de ruido blanco (Grewal & Andrews, 2001). El filtro aplica en tiempo real parámetros como la posición y la velocidad (obtenidos por el IMU) para obtener estimaciones óptimas. Esto permite obtener trazas más suaves y precisas en tiempo real basadas en la reducción del error y sin necesidad de realizar ningún tipo de ajuste en postproceso.

El equipo Leica 1200 (Figura III.1.b) es un instrumento geodésico y de topografía civil. Para la utilización de este equipo dentro del vehículo, se coloca la antena sobre un bastón en el interior del vehículo, de manera que sobresalía a través de una ventana solar

² IMU, del inglés *Inertial Measurement Unit*, es un dispositivo que realiza mediciones de velocidad, orientación y fuerzas gravitacionales por medio de acelerómetros y giróscopos. Estas mediciones permiten estimar la posición actual a partir de las mediciones realizadas e instantes anteriores. De este modo, si existe una falta de señal en un determinado instante, se puede derivar la posición estimada, de manera que no se produzcan saltos en las posiciones.

en el techo del vehículo. Se utiliza tomando como estación de referencia la antena de la Red Andaluza de Posicionamiento (RAP) (Páez et al. 2016) situada en la Universidad de Jaén (UJAE) y aplicando las correcciones diferenciales recibidas a través de un módulo *General Packet Radio Service* (GPRS). Los datos son procesados en postproceso con el LEICA Geo Office.



Figura III.1. Equipos GNSS utilizados en los levantamientos: (a) Racelogic Vbox, (b) Leica 1200, (c) Columbus V990.

Por último, el Columbus V-990 (Figura III.1.c) es un equipo GNSS de bajo coste conocido como “*data logger*”. Es el menos preciso de los tres, tal y como puede apreciarse en la Tabla III.1. Este dispositivo se coloca en el salpicadero del vehículo. Dado su reducido tamaño, y bajo precio, se cuenta con dos equipos que se colocan de manera simultánea en el vehículo.

Como se comentaba anteriormente, el equipo Racelogic ofrece diferentes posibilidades de configuración. Del manual de usuario de Racelogic, se pueden extraer las diferentes configuraciones que pueden usarse. Racelogic tiene tres modos dinámicos. Estos modos dinámicos (MD) cambian directamente el índice de suavizado aplicado por el GNSS a los datos derivados de la frecuencia *Doppler*, especialmente velocidad y rumbo. Los niveles de suavizado más bajos tienen una mayor respuesta dinámica, pero por el contrario son más ruidosos. Los tres modos son:

- *High dynamics*: se debe utilizar para alta precisión topes de freno de activación o cualquier prueba en la que el tiempo y la distancia son críticas y la prueba de vehículo incorpora maniobras altamente dinámicas.
- Normal: sólo debe ser utilizado para cualquier prueba que no implique maniobras dinámicas elevadas.
- *Low dynamics*: se puede utilizar para velocidad más suave, sin grandes cambios de rumbo y menos aceleración.

En este trabajo se prueban las dos primeras opciones, puesto que el modo *Low* no tiene sentido para la zona elegida por motivos relacionados con la velocidad: la velocidad de desplazamiento del vehículo podrá alcanzar hasta los 100km/h en el tramo

correspondiente de la carretera nacional, y hasta 80km/h en los otros dos tramos del recorrido seleccionado, si bien esta velocidad es mucho menor en las zonas de curvas más sinuosas.

Con respecto al filtro de Kalman, existen dos formas de aplicarlo para el equipo de Racelogic VBox, que en el manual de usuario se denominan:

- Filtrado en tiempo real: el filtro de Kalman suaviza los datos de posición y velocidad en tiempo real en condiciones donde la recepción de satélites puede variar, como en zonas de árboles o de edificios. El nivel de filtrado no puede ser ajustado, el filtro de Kalman sólo puede estar activado o desactivado. Tiene, por lo tanto, un funcionamiento tipo “caja negra” donde los parámetros de corrección del filtro vienen configurados de fábrica.
- Dispositivo IMU: se integran los datos GNSS con los datos inerciales del IMU. La ventaja con respecto al anterior es que en este caso el filtro de Kalman está usando las medidas del IMU y el GNSS juntas, lo que permite confiar en los datos del IMU cuando la señal GNSS es mala o se pierde en un corto período de tiempo

Estos dos términos que presenta el manual de este equipo pueden resultar algo confusos, puesto que ambas configuraciones realizan la corrección en tiempo real. La diferencia reside en los parámetros que entran dentro del filtro de Kalman. Mientras que en el primer caso son valores predefinidos, en el segundo caso esos parámetros son capturados con la IMU. En este trabajo el primer caso se denomina corrección “Kalman” y el segundo como corrección “IMU”, aunque, como se ha comentado, ambos se basen en el filtro de Kalman.

III.2. MÉTODO.

En la Figura III.2 se muestra el esquema general del flujo de trabajo considerado en la tesis doctoral, adelantando cada una de las operaciones que se describirán a lo largo de esta sección. El método propuesto abarca desde la selección de la zona donde se realiza el ensayo, la planificación y obtención de las trazas, la obtención de ejes medios a partir de dos o más trazas, el control de la exactitud posicional y el análisis de los resultados obtenidos.

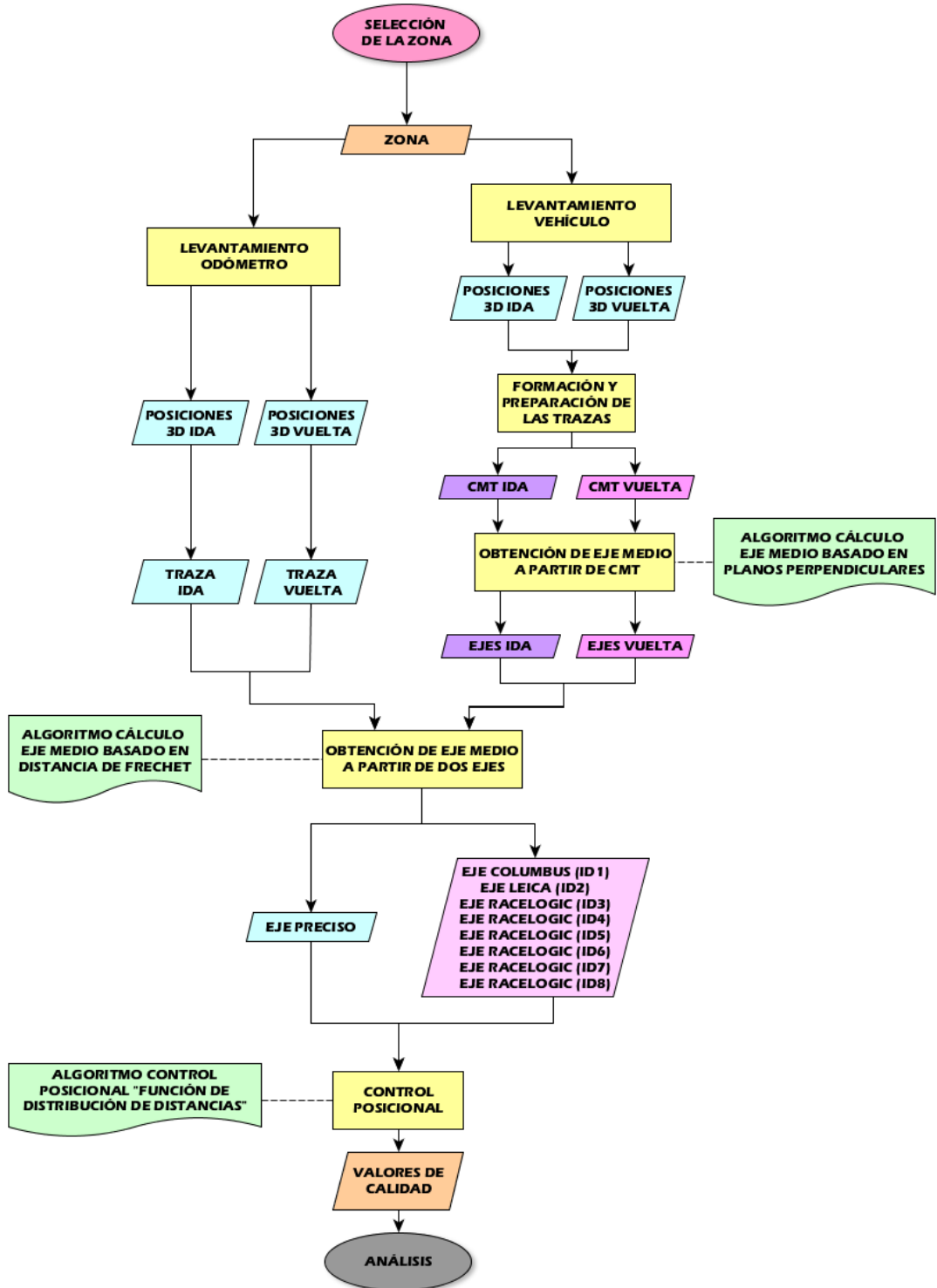


Figura III.2. Procedimiento general.

III.2.1. SELECCIÓN DE LA ZONA.

Para llevar a cabo el presente estudio era necesario disponer de un conjunto de datos geográficos lineales que permitieran poner de manifiesto la viabilidad del método que se plantea en esta sección. Con este fin, se procedió a seleccionar un lugar de trabajo que sirviera como banco de pruebas.

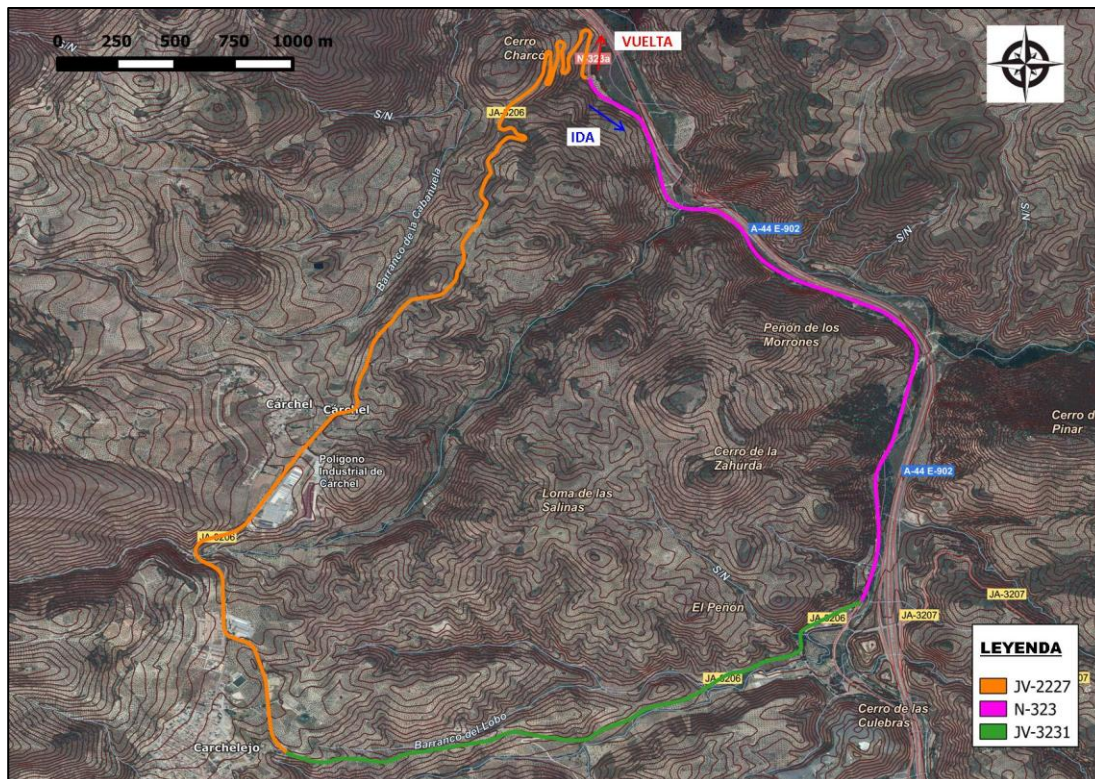


Figura III.3. Localización de la zona de estudio.

Para la elección de la zona, se tuvieron en cuenta una serie de características. Éstas son:

- Proximidad a la Universidad de Jaén. Esto permite la utilización de antena de la RAP situada en la Universidad de Jaén (UJAE) y aplicar las correcciones diferenciales recibidas a través de un módulo GPRS, ya que dos de los equipos GNSS empleados usan este tipo de correcciones. Además, la cercanía de la zona, facilita el desplazamiento a la zona tantas veces sean necesarias, tanto en la toma de datos, como en la comprobación y/o verificación de cualquier condicionante que pueda aparecer en el desarrollo de la investigación.
- Tenga un recorrido circular de manera que se faciliten las maniobras del vehículo utilizado en el levantamiento del CMT y los cambios de sentido para cubrir los trayectos de ida y vuelta.
- Tenga poco tráfico para que la captura sea tranquila y fluida. La captura que se lleva a cabo implica muchas horas de conducción repetida por el mismo trayecto,

por lo que es necesario buscar un tramo de carretera donde no hubiera mucho tráfico y se pudiera hacer una conducción orientada al levantamiento.

- Combine zonas de diferentes tipologías, para estudiar su distinto comportamiento:
 - Tramos con desniveles pronunciados, moderados y llanos, para tener variabilidad en la componente Z, ya que todo el procedimiento, como ya se ha mencionado, está orientado a información tridimensional.
 - Tramos que formen distintos tipos de curvas, desde rectas hasta zonas de curvatura muy sinuosa.

Tras la búsqueda en los alrededores del municipio de Jaén, y después de recorrer diferentes recorridos, se decide llevar a cabo el estudio en un recorrido situado al sur de la provincia de Jaén, en los alrededores de las poblaciones de Cárcel y Carchelejo (Figura III.3).

| TRAMO | LONGITUD (Km) | PENDIENTE MEDIA |
|----------|---------------|-----------------|
| N-323 | 3,5 | 4,3% / -3,3% |
| JV-3231 | 2,8 | 6,4% / -4,1% |
| JV-2227 | 5,9 | 6,0% / -8,8% |
| COMPLETO | 12,2 | 6,2% / -5,7% |

Tabla III.2. Longitud y pendiente de cada tramo y de la ruta completa.

En el recorrido se pueden distinguir tres tramos, correspondientes a tres carreteras diferentes (N-323, JV-2227 y JV-3231). La longitud y la pendiente media positiva y negativa de cada tramo y del recorrido completo están recogidas en la Tabla III.2. En total se ha cubierto un recorrido de 12,2km con una pendiente media de aproximadamente un 6%.

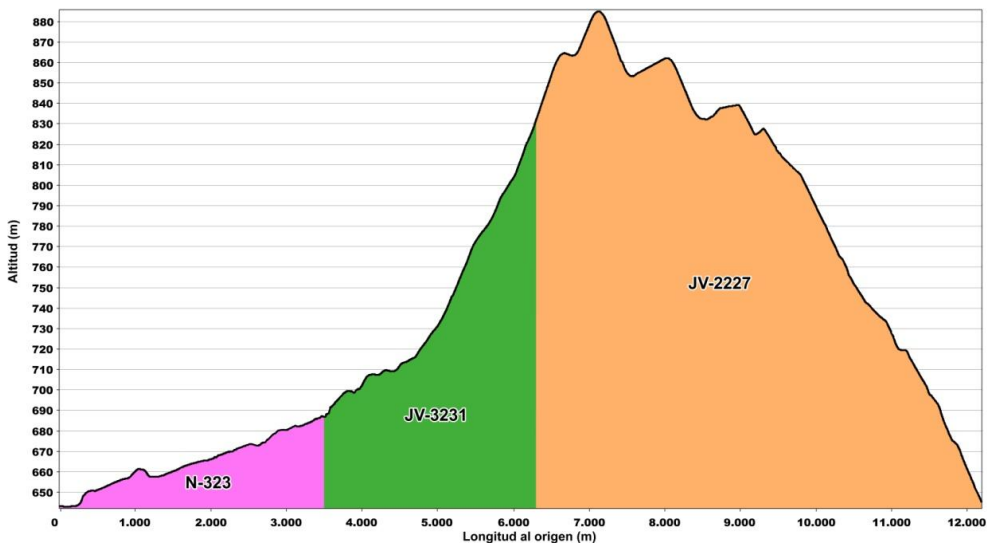


Figura III.4. Perfil longitudinal del recorrido seleccionado.

Algunas características de los tramos son:

- Carretera Bailén-Motril/N-323 (Figura III.5.a). Este tramo de carretera nacional es el que presenta menor desnivel y menor pendiente (Figura III.4). Las líneas de la carretera están bien delimitadas y el arcén es de aproximadamente un metro de anchura. Existen algunas curvas anchas que se van combinando con tramos rectos, geometría típica de este tipo de carreteras. El margen oeste de este tramo está flanqueado por un gran desnivel. Este tramo es donde se puede alcanzar mayor velocidad con el vehículo y donde, a priori, menor densidad de vértices se espera para las trazas. El vehículo puede circular perfectamente por su carril en cada sentido y ya que la pintura de eje se aprecia perfectamente.
- Carretera JV-3231 (Figura III.5.b). En este tramo existe una pendiente mayor que en el anterior (Figura III.4), aunque las curvas son suaves. La pintura de la carretera se pierde en muchas ocasiones y el arcén es de escasos 10-15 centímetros. En este tramo, sigue siendo posible circular en cada sentido de circulación de manera sencilla.
- Carretera JV-2227 (Figura III.5.c). Este tramo presenta en el extremo norte una zona de curvas muy cerradas que cubren una fuerte pendiente (Figura III.4). Las líneas de pintura se pierden en algunos tramos y el arcén es prácticamente inexistente. En el tramo final, donde está la mayor pendiente, las curvas cerradas hacen más difícil mantener una conducción constante por el carril, ya que la fuerza centrífuga tiende a desplazar el vehículo hacia el exterior de la curva. Para la captura correcta, habrá que disminuir la velocidad en esos tramos.



Figura III.5. Imágenes de los tramos que forman el recorrido: (a) N-323, (b) JV-3231 y (c) JV-2227 (Google Street View).

Además de considerar el recorrido completo, se seleccionan cuatro zonas donde realizar un análisis independiente y poder determinar la influencia de determinados factores tales como pendiente, sinuosidad y horizonte. Las zonas elegidas (Figura III.6) responden a las siguientes características particulares:

- ZONA 1: zona recta con horizonte despejado.
- ZONA 2: zona recta con problemas de horizonte.
- ZONA 3: zona con curvas suaves.
- ZONA 4: zona con curvas sinuosas que presentan un gran desnivel.

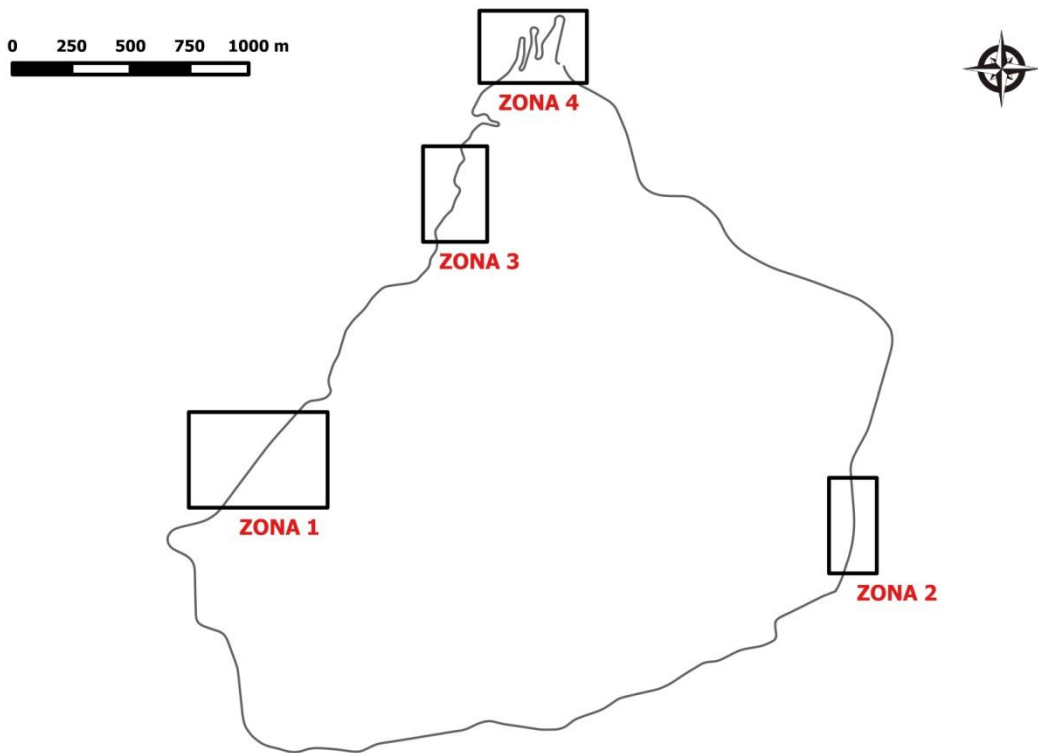


Figura III.6. Zonas seleccionadas para análisis independientes.

A priori, se espera un mejor comportamiento de los equipos en la captura de la recta con horizonte despejado (Figura III.7.a) que en la que presenta problemas de horizonte (Figura III.7.b), donde la presencia de taludes y zonas arboladas producen el conocido efecto multirayectoria o efecto multicamino. En estos casos, la señal del satélite no llega directamente al receptor, sino que llega primero a los objetos cercanos y a continuación es reflejada al receptor, provocando una falsa medición.



(a)

(b)

Figura III.7. Zona 1 (a) y Zona 2 (b).

Las pérdidas de señales puntuales pueden tener una menor influencia en las zonas rectas, puesto que la parte de traza que se ve afectada podrá derivarse de las posiciones anteriores y posteriores a la pérdida. Sin embargo, en zonas de curvas, sí que puede presentar graves problemas en la exactitud de la traza. Como se ha visto, el equipo Racelogic ofrece la posibilidad de realizar mediciones inerciales, ya sea mediante un IMU o con correcciones con el filtro de Kalman. Estas mediciones permiten estimar la posición actual a partir de las mediciones realizadas e instantes anteriores. De este modo, si existe una falta de señal en un determinado instante, se puede derivar la posición estimada, de manera que no se produzcan saltos en las posiciones. Se decide analizar dos zonas específicas con diferentes tipos de curvas (Figura III.8), para así poder comprobar si realmente esas mediciones tienen influencia en la exactitud de las medidas realizadas.



Figura III.8. Zona 3 (a) y Zona 4 (b).

III.2.2. LEVANTAMIENTO VEHÍCULO.

Se realiza un levantamiento relativo cinemático de la zona de estudio, con los tres equipos GNSS (Apartado III.1) instalados simultáneamente sobre un vehículo (Figura III.9.a) con el fin de obtener los CMT objeto de estudio.

El equipo Columbus aparece situado en el salpicadero del vehículo, donde queda fijado con un velcro adhesivo. El equipo Leica 1200 se sitúa de manera que la antena situada sobre el jalón sobresale por el techo solar del vehículo. Por último, la antena magnética del equipo Racelogic se sitúa sobre el techo del vehículo, mientras que el sistema inercial (IMU) se coloca en el suelo del vehículo entre los asientos del piloto y el copiloto (Figura III.9.b). La controladora del Racelogic, a la cual se conectan tanto la antena como el IMU, se coloca próxima a la toma de 12V del coche, de la cual recibe la energía necesaria para su funcionamiento. El equipo Racelogic va conectado a un ordenador portátil que se sitúa en la parte trasera del vehículo, a través del cual se obtienen las correcciones diferenciales mediante comunicación GPRS y conexión IP a la estación de la RAP situada en la Universidad de Jaén (la más cercana a la zona de estudio).

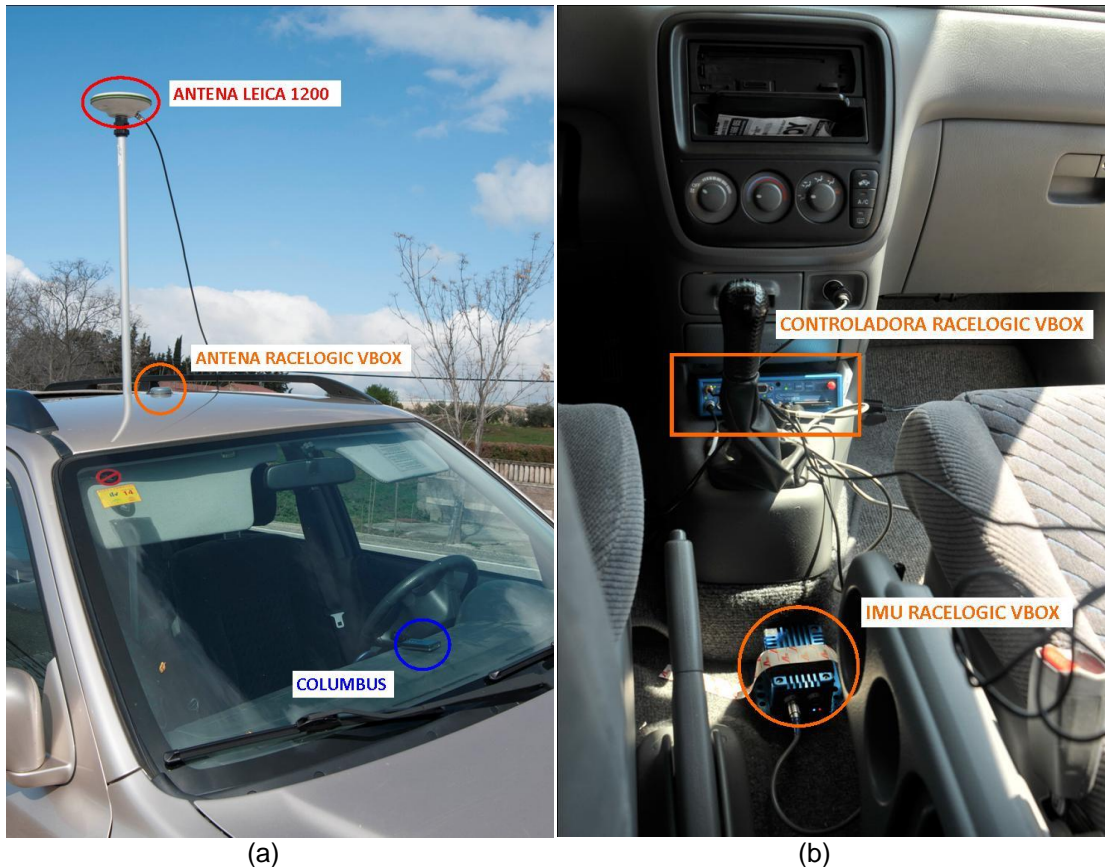


Figura III.9. Equipos instalados en el vehículo: (a) Vista general de los tres equipos desde el exterior del coche y (b) Vista de detalle de los elementos que integran el equipo Racelogic Vbox.

La realización de las pasadas para la captura del CMT se realiza con las disposiciones de equipos que se recoge en la Tabla III.3. Con cada una de las disposiciones, se realizan 20 pasadas con el vehículo, 10 en cada sentido de circulación. Los equipos Columbus V990 (con dos dispositivos dispuestos uno junto al otro) y Leica 1200 se utilizan siempre del mismo modo, éste último recibiendo correcciones en tiempo real de la RAP a través de del Protocolo de Transferencia de Hipertexto HTTP NTRIP (del inglés “*Networked Transport of RTCM via Internet Protocol*”). Este protocolo también se utiliza para las correcciones del equipo Racelogic, que se combinan con las distintas configuraciones que se explican en la Sección III.1. Para este equipo, además de las posiciones corregidas, se dispone del dato bruto sin correcciones. Por lo tanto, cada pasada que se realiza con el equipo Racelogic captura una traza con posiciones corregidas y otra con posiciones sin corregir.

| DISPOSICIÓN | EQUIPOS Y CONFIGURACIONES | Nº PASADAS (ida+vuelta) |
|-------------|--|-------------------------|
| 1 | <ul style="list-style-type: none"> • 2xColumbus V990 • Leica 1200 con módem GPRS con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. • Racelogic Vbox con configuración: <ul style="list-style-type: none"> ○ Con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. ○ Modo dinámico: Normal. ○ Filtro de Kalman: dispositivo IMU. | 20 |
| 2 | <ul style="list-style-type: none"> • 2xColumbus V990 • Leica 1200 con módem GPRS con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. • Racelogic Vbox con configuración: <ul style="list-style-type: none"> ○ Con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. ○ Modo dinámico: High. ○ Filtro de Kalman: dispositivo IMU. | 20 |
| 3 | <ul style="list-style-type: none"> • 2xColumbus V990 • Leica 1200 con módem GPRS con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. • Racelogic Vbox con configuración: <ul style="list-style-type: none"> ○ Con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. ○ Modo dinámico: Normal. ○ Filtro de Kalman: filtrado en tiempo real. | 20 |
| 4 | <ul style="list-style-type: none"> • 2xColumbus V990 • Leica 1200 con módem GPRS con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. • Racelogic Vbox con configuración: <ul style="list-style-type: none"> ○ Con correcciones RAP-UJAE por NTRIP. ○ Modo dinámico: High. ○ Filtro de Kalman: filtrado en tiempo real. | 20 |

Tabla III.3. Disposiciones de los equipos en la toma de datos.

En total se capturan ocho CMT, correspondientes a los distintos equipos y/o configuraciones considerados. A cada CMT se le asigna un identificador (ID) (Tabla III.4), formado por una letra (“C” para Columbus, “L” para Leica y “R” para Racelogic) más un número, para facilitar su identificación de ahora en adelante. Para el equipo Racelogic como se comentaba anteriormente, se dispondrán también de los datos sin correcciones del filtro de Kalman, es decir, 40 pasadas en modo *High* y 40 pasadas en modo *Normal*. Como pasadas de ida se consideran aquellas que se realizan realizando las pasadas del recorrido cerrado en el sentido de de las agujas del reloj, siendo las trazas de vuelta las que se realizan en el sentido contrario (Figura III.3). El total de las trazas previstas en cada sentido según la planificación está recogido en la Tabla III.4.

| ID | EQUIPO Y/O CONFIGURACIÓN | TRAZAS PREVISTAS | | |
|----|---|------------------|--------|-------|
| | | IDA | VUELTA | TOTAL |
| C1 | Columbus V990 (2 equipos simultáneos) | 80 | 80 | 160 |
| L2 | Leica 1200 | 40 | 40 | 80 |
| R3 | Racelogic: IMU MD: HIGH | 10 | 10 | 20 |
| R4 | Racelogic: IMU MD: NORMAL | 10 | 10 | 20 |
| R5 | Racelogic: KALMAN MD:HIGH | 10 | 10 | 20 |
| R6 | Racelogic: KALMAN MD: NORMAL | 10 | 10 | 20 |
| R7 | Racelogic: SIN CORRECCIONES MD:HIGH | 20 | 20 | 40 |
| R8 | Racelogic: SIN CORRECCIONES MD:NORMAL | 20 | 20 | 40 |

MD: Modo dinámico (Sección III.1)

Tabla III.4. Pasadas planificadas para cada equipo y/o configuración.

III.2.3. LEVANTAMIENTO CON DISPOSITIVO AUTONIVELADO PARA EL LEVANTAMIENTO GNSS DE ELEMENTOS LINEALES.

Para poder realizar el control posicional de los ejes medios que se obtienen a partir de los CMT adquiridos con el método planteado en el Sección III.2.2, es necesario obtener un eje que se haya capturado con un instrumental y/o una metodología más precisos. Por ello, se plantea un levantamiento cinemático con el equipo Leica 1200 montado sobre un dispositivo especialmente diseñado para este fin, que se ha denominado “dispositivo autonivelado para el levantamiento GNSS de elementos lineales” (Figura III.10).



Figura III.10. Levantamiento con equipo GNSS montado sobre el “dispositivo autonivelado”.

Este dispositivo está formado por dos ruedas dispuestas de forma paralela y unidas mediante un eje. Desde este eje, sale un jalón sobre el cual se sitúa la antena del equipo

Leica 1200, debajo de la cual cuelga un sistema de autonivelación que compensa el movimiento. Las ruedas permiten realizar un levantamiento de forma más rápida y cómoda, mientras que el sistema de autonivelación permite mantener vertical el jalón sobre el cual se sitúa la antena GNSS.

Desde el eje, también sale un tubo que lleva incorporado un mango para que el dispositivo pueda ser manejado por el operario. La controladora del equipo está sujeta a este mismo tubo, de modo que es fácilmente manipulable por el operario, y la fuente de alimentación va en la mochila.

Tal y como se aprecia en la Figura III.10, el levantamiento se realiza de modo que una de las ruedas del dispositivo autonivelado sigue cada una de las líneas que marca el límite de la calzada, obteniendo una traza para cada sentido del trazado (“Traza ida” y “Traza vuelta”).

Este dispositivo ha sido patentado a nombre de la Universidad de Jaén con el número de patente o CCP ES 2530686 B1, concedida el 1 de diciembre de 2015.

III.2.4. OBTENCIÓN DE EJE MEDIO A PARTIR DE CMT.

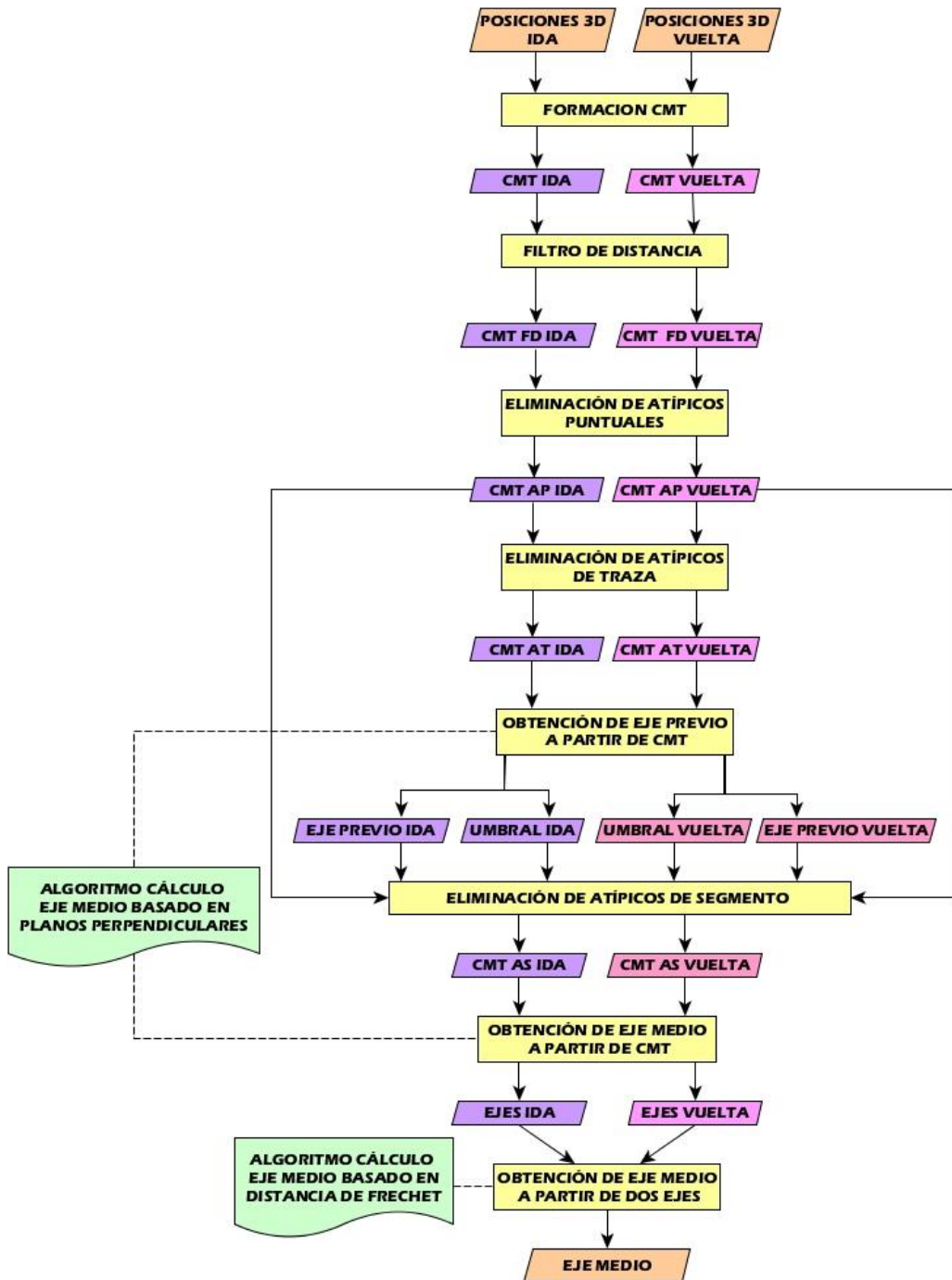


Figura III.11. Flujo de trabajo para la obtención de un eje medio a partir de un CMT.

III.2.4.1. Formación del CMT.

Del levantamiento, se obtienen conjuntos de posiciones (que serán los vértices de las trazas) que tienen asociadas una marca temporal y unos parámetros de calidad que dependen del equipo utilizado. Por lo tanto, el primer paso será formar las trazas que se derivan de cada una de las pasadas.

Las trazas se forman para cada conjunto a partir de las posiciones tomadas en instantes consecutivos. La captura de datos fue tomada en un recorrido circular y de forma continua, sin cortes de una vuelta a otra y en días diferentes. Para evitar problemas de solapamientos en el inicio y el fin de las trazas, se descartan unos metros del inicio y del fin cada una de las trazas, tal y como se muestra en la Figura III.12.

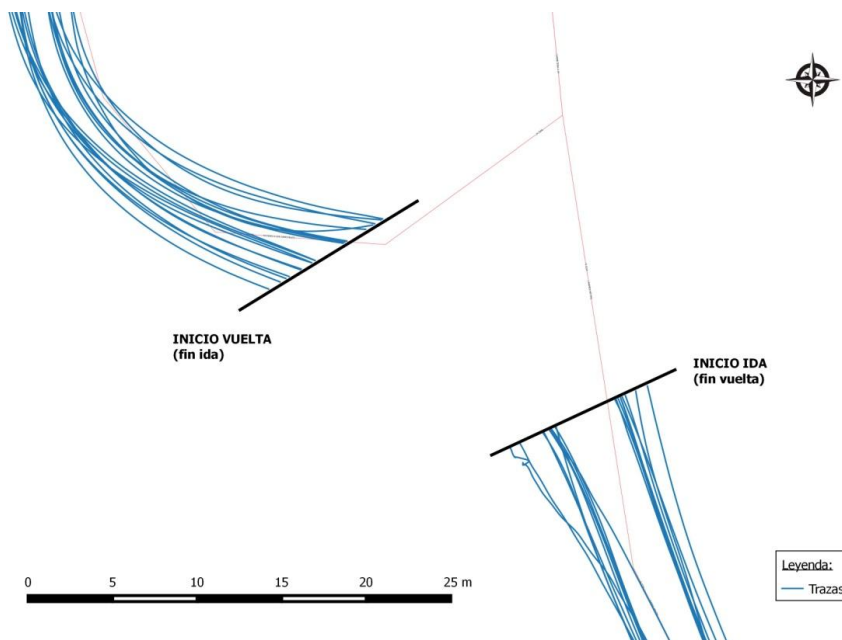


Figura III.12. Inicio y fin de las trazas de ida y vuelta.

III.2.4.2. Filtro de distancia.

El objetivo es eliminar los vértices de las líneas que estén muy próximos entre sí debido a paradas del vehículo, ralentización de la circulación, o bien porque el dispositivo tiene una frecuencia de captura demasiado alta para el objetivo que se persigue (como en el caso del Racelogic que es capaz de capturar hasta 100 posiciones por segundo).

La aplicación del filtro de distancia se lleva a cabo sobre cada una de las trazas que forman los CMT siguiendo el procedimiento que se recoge en la Figura III.13:

1. El primer vértice (V_i) de la traza original se añade directamente a la traza filtrada.
2. El segundo vértice será el primer vértice candidato (V_c) a formar parte de la traza filtrada.

3. Se determina la distancia euclídea 3D ($D_{V_i V_c}$) entre el último vértice añadido a la traza filtrada (V_i) y el vértice candidato (V_c).
4. Se evalúa si $D_{V_i V_c}$ es mayor que la distancia de tolerancia establecida (T_{fil}):
 - Si es mayor, V_c se añade a la línea filtrada, se actualizan los valores de V_i y V_c .

$$V_i = V_c$$

$$V_c = V_{c+1}$$

- Si es menor, se actualiza el valor de V_c .

$$V_c = V_{c+1}$$
5. Se evalúa si el vértice candidato (V_c) ha alcanzado el último vértice de la traza:
 - Si no se ha alcanzado, se vuelve al paso 3.
 - Si se ha alcanzado, V_c se añade a la traza filtrada y finaliza el proceso de filtrado de distancia.

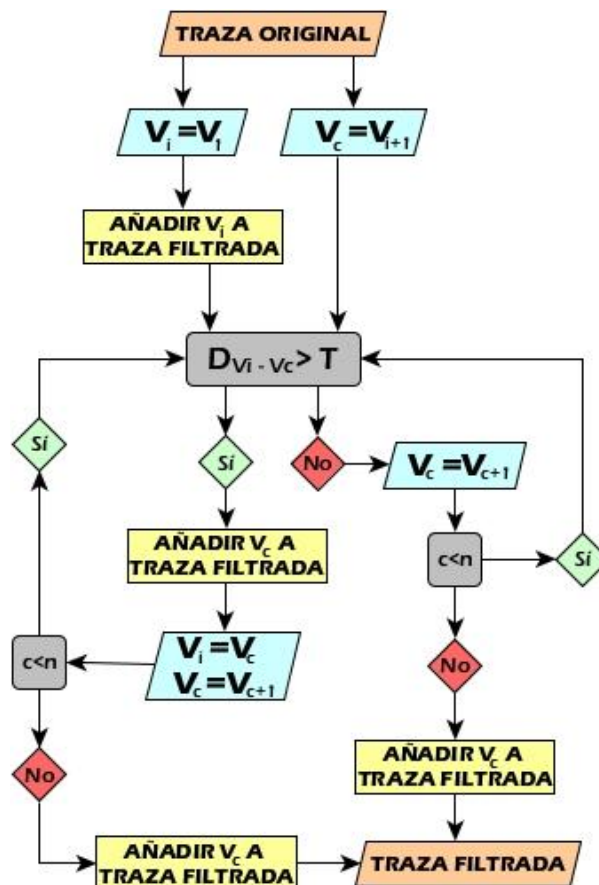


Figura III.13. Procedimiento de aplicación del algoritmo filtro de distancia.

El valor de T_{fil} es clave en el proceso de filtrado. Para este trabajo, este valor se determina a partir del Eje Preciso (que se describe más adelante). Se considera que una distancia entre vértices para el CMT igual a la obtenida para el Eje Preciso es suficiente. Para ello, se calcula la distancia promedio entre los vértices de las dos trazas capturadas para la obtención del Eje Preciso (Sección III.2.3).

Ec. III.1

$$T_{fil} = \frac{DPV_{traza\ ida} + DPV_{traza\ vuelta}}{2}$$

donde:

DPV : distancia promedio entre vértices consecutivos.

III.2.4.3. Detección y eliminación de atípicos puntuales.

En esta fase previa de preparación se lleva a cabo una eliminación preliminar de vértices atípicos. En esta eliminación, sólo se consideran atípicos puntuales puesto que este tipo de atípicos en la traza lo son con respecto a sí misma, y es por ello que pueden depurarse previamente y así evitar que metan “ruido” en los procesos posteriores.

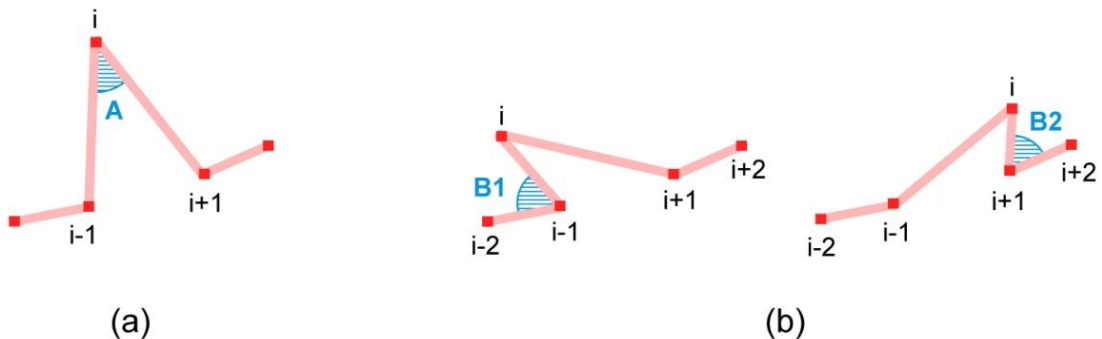


Figura III.14. Tipos de atípicos puntuales eliminados en la fase preliminar: (a) picos, (b) saltos.

Los atípicos puntuales que se eliminan en esta sección son:

- Picos (Figura III.14.a): son desplazamientos anómalos en un vértice de la traza respecto al anterior y al posterior, producidos generalmente por saltos puntuales en la recepción de la señal GNSS. Estos desplazamientos se manifiestan mediante ángulos agudos en los segmentos anterior y posterior al vértice donde se localiza el pico.
- Saltos (Figura III.14.b): se definen los saltos en la traza cuando un vértice i va hacia atrás o hacia adelante en la dirección general de la traza.

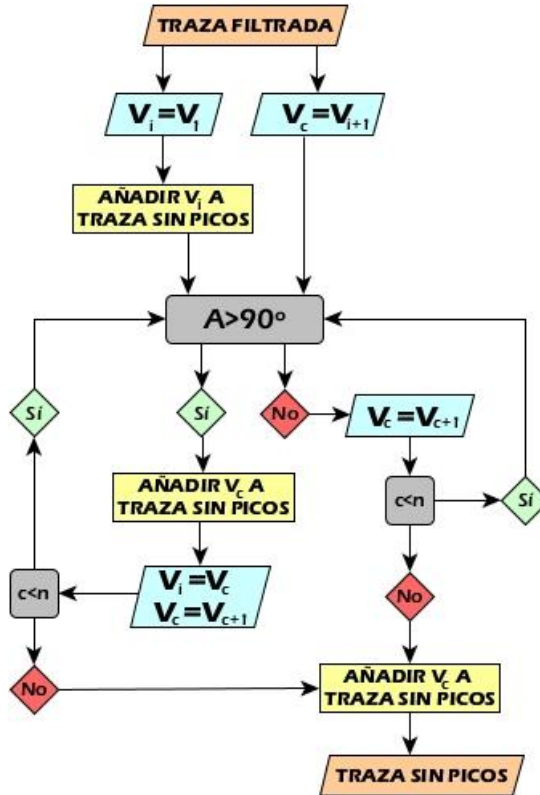


Figura III.15. Procedimiento para la eliminación de atípicos puntuales tipo picos.

La eliminación de atípicos puntuales comienza con la obtención de la traza sin picos, para lo cual se aplica el procedimiento (Figura III.15) que se muestra a continuación:

1. El primer vértice (V_i) de la traza original se añade directamente a la traza sin picos.
2. El segundo vértice será el primer vértice candidato (V_c) a formar parte de la traza sin picos.
3. Se determina el ángulo \hat{A} entre el segmento que forman el último vértice añadido a la traza sin picos (V_i) y el vértice candidato V_c () y el segmento entre este último y el vértice posterior a él (V_{c+1}).
4. Se evalúa \hat{A} y se determina si:
 - Es un ángulo obtuso, en cuyo caso se añade V_c a la línea sin picos y se actualizan los valores de V_i y V_c .

$$V_i = V_c$$

$$V_c = V_{c+1}$$

- Es un ángulo agudo, en cuyo caso se actualiza el valor de V_c .

$$V_c = V_{c+1}$$

5. Se evalúa si el vértice candidato (V_c) ha alcanzado el último vértice de la traza:
 - Si no se ha alcanzado, se vuelve al paso 3.
 - Si se ha alcanzado, V_c se añade a la traza sin picos.

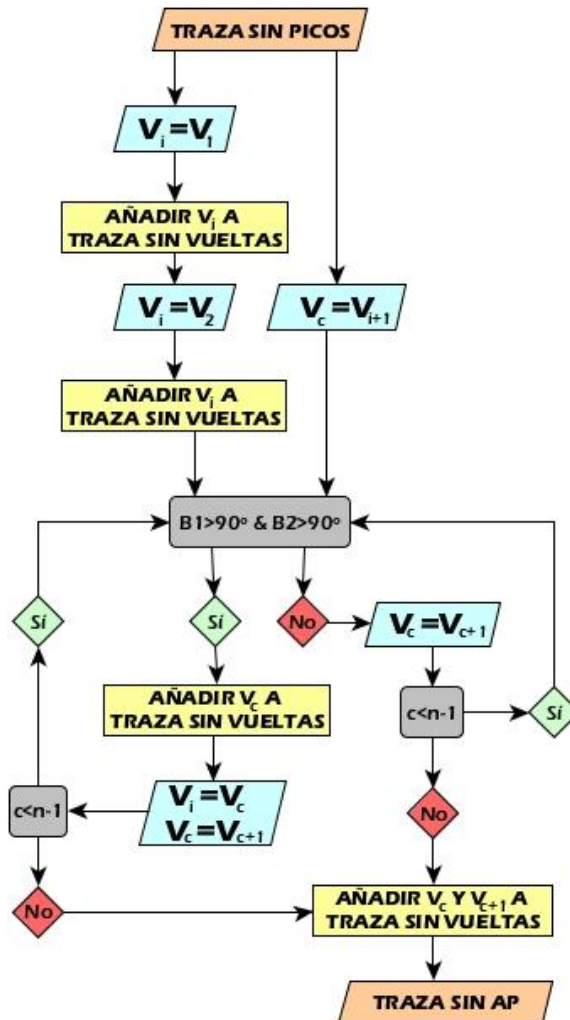


Figura III.16. Procedimiento para la eliminación de atípicos puntuales tipo vueltas.

Una vez eliminados los picos, se aplica el procedimiento (Figura III.16) para eliminar las vueltas que se explica a continuación:

1. El primer (V_{i-1}) y el segundo vértice (V_i) de la traza original se añaden directamente a la traza sin vueltas.
2. El tercer vértice será el primer vértice candidato (V_c) a formar parte de la traza sin vueltas.
3. Se determina el ángulo $\widehat{B1}$ entre el segmento que forman los dos últimos vértices almacenados en la traza sin picos (V_{i-1} y V_i) y el segmento entre el último vértice almacenado (V_i) y el vértice candidato V_c (), y el ángulo $\widehat{B2}$

entre el segmento formado por el vértice candidato (V_c) y el posterior en la traza sin picos (V_{c+1}) y el segmento que une los dos vértices posteriores al candidato (V_{c+1} y V_{c+2}).

4. Se evalúan $\widehat{B1}$ y $\widehat{B2}$ se determina si:
 - Si ambos ángulos son obtusos, se añade V_c a la línea sin vueltas y se actualizan los valores de V_i y V_c .

$$V_i = V_c$$

$$V_c = V_{c+1}$$

- Si alguno de los ángulos no es obtuso, se actualiza el valor de V_c .

$$V_c = V_{c+1}$$

5. Se evalúa si el vértice candidato (V_c) ha alcanzado el penúltimo vértice de la traza:
 - Si no se ha alcanzado, se vuelve al paso 3.
 - Si se ha alcanzado, V_c y V_{c+1} se añaden a la traza sin vueltas y finaliza el proceso de eliminación de atípicos puntuales.

III.2.4.4. Detección y eliminación de atípicos de traza.

Tras el tratamiento de atípicos puntuales se procede la eliminación de los atípicos de traza. Para denotar una traza como atípica se aplica la herramienta estadística box-plot (Figura III.17). Esta herramienta establece unos intervalos dentro de los cuales se encuentran las observaciones normales, siendo consideradas atípicas aquellas que están fuera de dicho intervalo.

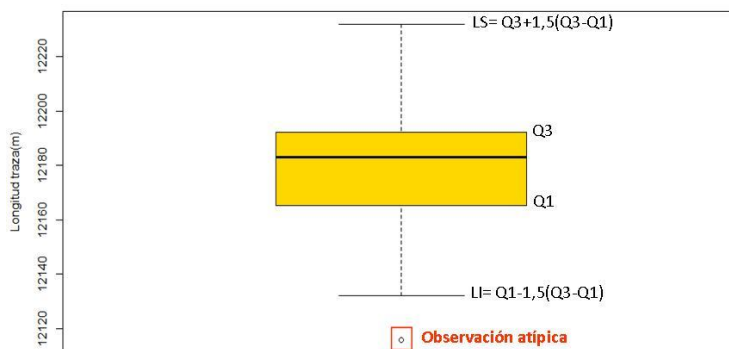


Figura III.17. Diagramas box-plot para la detección de atípicos de traza.

El proceso de detección y eliminación de trazas atípicas se lleva a cabo considerando dos variables intrínsecas de las trazas: longitud y número de vértices. Se comienza con el análisis de la variable longitud (Figura III.18), con los pasos que se muestran a continuación.

1. Se determina la longitud de cada una de las trazas del CMT que se está analizando.
2. Se determinan los extremos del intervalo de confianza (LI , LS) como se vio en la Ec. II.5.
3. Se determinan las longitudes máxima ($L_{m\acute{a}x}$) y mínima ($L_{m\acute{i}n}$) de las trazas del CMT.
4. Se evalúan los valores de longitudes $L_{m\acute{a}x}$ y $L_{m\acute{i}n}$ en función de los extremos del intervalo de confianza, de manera que:
 - Si $L_{m\acute{i}n} < LI$ y $L_{m\acute{a}x} > LS$, existen atípicos por encima y por debajo del intervalo. Se determina qué valor, máximo o mínimo, está más alejado de los umbrales superior e inferior:
 - Si $|L_{m\acute{i}n} - LI| > |L_{m\acute{a}x} - LS|$, se elimina la traza con longitud mínima y se vuelve al paso 2.
 - Si $|L_{m\acute{i}n} - LI| < |L_{m\acute{a}x} - LS|$, se elimina la traza con longitud máxima y se vuelve al paso 2.
 - Si $L_{m\acute{i}n} > LI$ y $L_{m\acute{a}x} > LS$, se elimina la traza con longitud máxima y se vuelve al paso 2.
 - Si $L_{m\acute{i}n} < LI$ y $L_{m\acute{a}x} < LS$, se elimina la traza con longitud mínima y se vuelve al paso 2.
 - Si $L_{m\acute{i}n} > LI$ y $L_{m\acute{a}x} < LS$, finaliza el proceso de detección y eliminación de atípicos de traza.

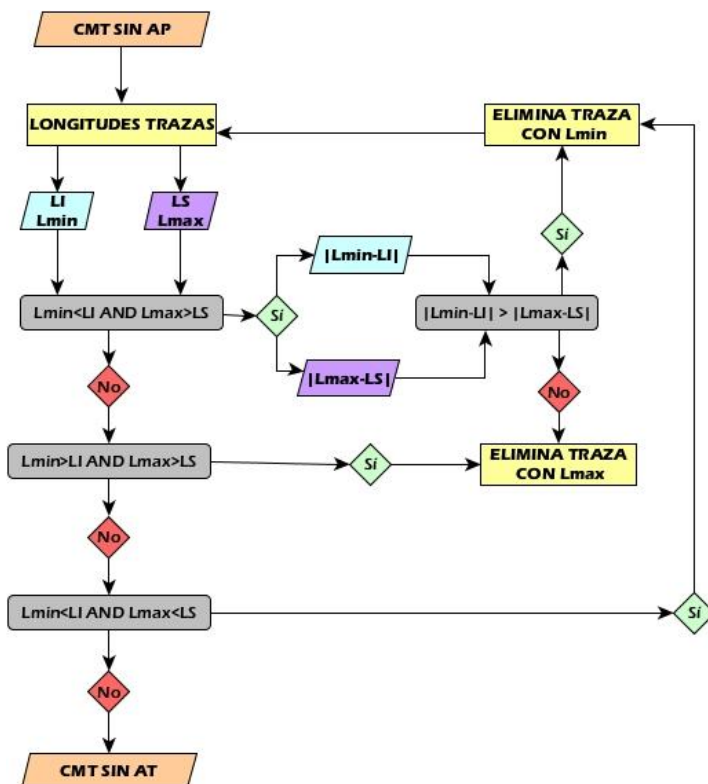


Figura III.18. Procedimiento para la eliminación de atípicos de traza.

El mismo procedimiento que el aplicado con la longitud tridimensional de las trazas se aplica al número de vértices, obteniendo el CMT sin atípicos de traza.

III.2.4.5. Obtención de los ejes previos de ida y vuelta a partir de CMT.

Antes de obtener los ejes de ida y vuelta de los CMT, se obtiene un eje previo a partir del CMT sin atípicos de traza. Para ello se ha desarrollado un algoritmo basado en la intersección de las trazas que forman el conjunto con una serie de planos dispuestos a lo largo del elemento lineal analizado. Las hipótesis de partida para la aplicación del algoritmo son:

- Todas las trazas que forman el CMT corresponden al mismo elemento lineal y tienen principio y un fin próximo.
- Las operaciones que se llevan a cabo sólo atienden a aspectos geométricos de los datos (no se tienen en cuenta la velocidad, la orientación, la calidad de las observaciones, etc.).

El algoritmo de los planos perpendiculares podría englobarse en la categoría de los algoritmos basados en agrupamientos o clúster (Apartado II.3.2.1). En este caso, el agrupamiento se lleva a cabo mediante la distribución de un conjunto de planos perpendiculares que intersecan con las trazas del CMT.

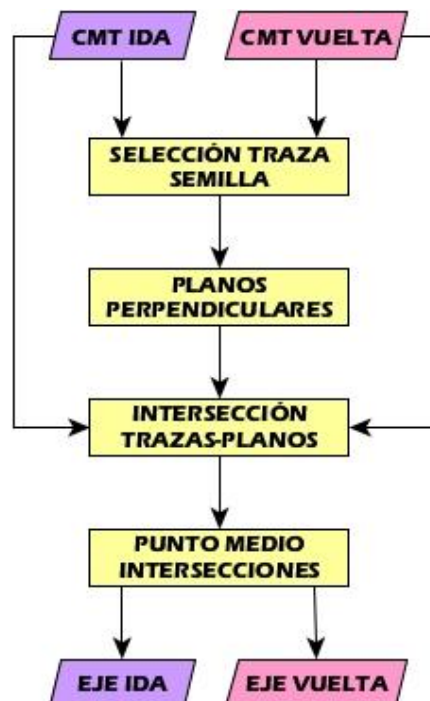


Figura III.19. Algoritmo para la obtención de un eje medio a partir de CMT.

La secuencia del algoritmo para la determinación del eje medio (Figura III.19) se resume en los pasos que se muestran a continuación:

1. Se selecciona una de las trazas del CMT (Figura III.20.a), que será la traza semilla del proceso a partir de la cual se determinan los planos perpendiculares. La elección de esta traza se hace de manera automática a partir del propio CMT. El criterio de selección establecido en este proceso es que se selecciona como traza semilla aquella cuya longitud se aproxime más a la longitud media del CMT.
2. Se determina un plano para cada segmento que compone la traza semilla (Figura III.20.b), de manera que el plano (P_i) sea perpendicular al segmento ($\overline{V_i V_{i+1}}$) y pase por el punto medio del segmento (V_m). Para mantener el principio y el fin de las trazas, se consideran también los planos perpendiculares al primer y último segmento que pasan por el primer y último vértice.
3. Los planos determinados en el paso anterior, se intersecan con las trazas (Figura III.20.c), obteniendo un conjunto de intersecciones para cada plano (CIP_i).
4. El punto medio de todos los puntos de intersección de cada CIP_i será un vértice el eje medio (Figura III.20.d), y la unión de todos ellos forman el eje medio del CMT.

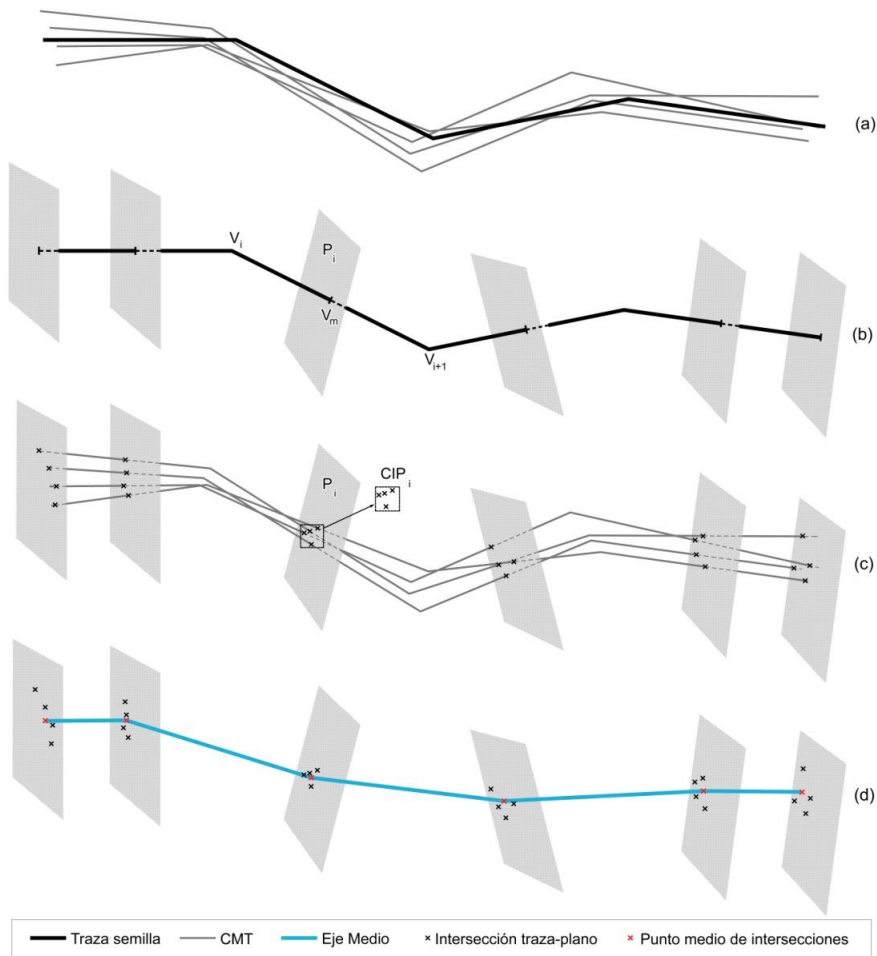


Figura III.20. Algoritmo de eje medio a partir de planos perpendiculares: (a) selección traza semilla, (b) planos perpendiculares a una traza, (c) Conjunto de intersecciones para cada plano (CIP), (d) eje medio obtenido a partir del algoritmo de planos perpendiculares.

Aunque el algoritmo puede aplicarse independientemente del número y el sentido de las trazas, el eje medio puede verse desplazado hacia uno u otro sentido de la carretera si el número de trazas en un sentido es mayor o menor que el número de trazas en el sentido opuesto. Es por ello que este método se aplica para cada sentido del CMT, obteniendo un eje para la ida, y un eje para la vuelta. Eliminación de atípicos de segmento.

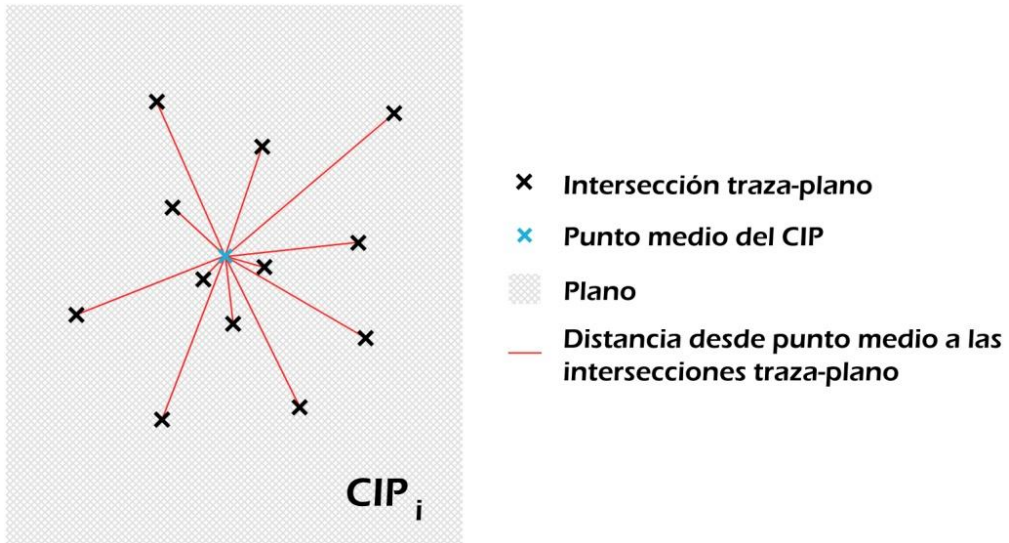


Figura III.21. Distancias entre el punto medio y las intersecciones del CIP.

Paralelamente a la obtención del Eje Previo, y utilizando las intersecciones que se producen en los planos, se determina un umbral de tolerancia para el análisis posterior de atípicos de segmento y multisegmento.

1. En cada plano, se calculan las distancias desde las intersecciones al punto medio (Figura III.21)
2. Para los valores de distancia de cada plano, se determina el límite superior (*LS*) como se vio en la Ec. II.5
3. El umbral de tolerancia se establece como la media de los *LS* obtenidos para cada plano.

Ec. III.2

$$Umbral = \frac{\sum_{i=1}^{NumPlanos} LS_i}{NumPlanos}$$

III.2.4.6. Detección y eliminación de atípicos de segmento.

Una vez obtenido el eje previo y valor de umbral entre los vértices de cada traza del CMT y el eje previo, se detectan y clasifican los atípicos de segmento y multisegmento (de aquí en adelante se llamarán de segmentos a ambos casos). Este procedimiento también

permite detectar atípicos puntuales, puesto que en una primera fase se detectan los atípicos a nivel de vértices, y atípicos de traza, en el caso de que todos los vértices de una traza se detecten como atípicos.

Para la detección de estos atípicos se establece una región de confianza 3D en torno al eje previo, fuera de la cual los vértices de las trazas serán denotados como atípicos. La región se construye con un volumen alrededor del eje previo a una distancia fija del mismo en todo sus vértices. Esa distancia fija es el valor de umbral.

Estos atípicos pueden afectar a grandes partes de la traza, y es por ello que no pueden eliminarse de igual forma que se hacía con los atípicos puntuales, puesto que podrían derivar en circunstancias como la que se observa en la Figura III.22 y que la traza corregida de atípicos de segmento sea una traza más problemática que la original. En este caso, se elimina la parte de traza afectada, conservando el resto, de manera que la traza queda dividida en dos partes, una antes y otra después del segmento atípico. Cada atípico de este tipo detectado en una traza dividirá la traza en dos, de modo que el número final de partes en que queda dividida es igual al número de atípicos de segmento más uno.



Figura III.22. Problemas que se pueden presentar en la eliminación de atípicos de segmento.

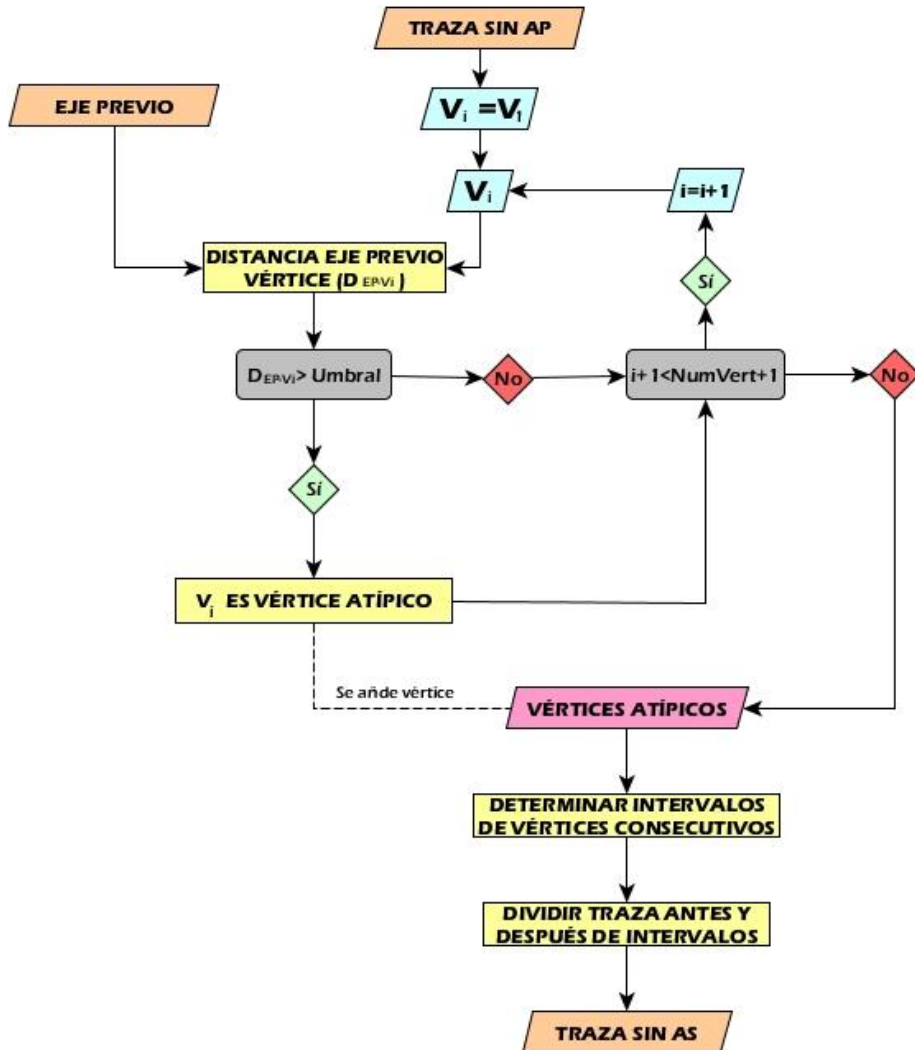


Figura III.23. Procedimiento para la eliminación de atípicos de traza.

En la Figura III.23 se muestra el procedimiento para la detección y eliminación de atípicos. Cada traza del CMT se recorre individualmente, aplicando la secuencia que se muestra a continuación:

1. En primer lugar se determinan qué vértices son atípicos. Para ello se recorre cada vértice de la traza analizada y se determina la distancia 3D hasta el eje previo (D_{EP-V_i}):
 - Si $D_{EP-V_i} > Umbral$, el vértice es atípico.
 - Si $D_{EP-V_i} < Umbral$, el vértice no es atípico.
2. Los vértices detectados como atípicos, se agrupan en intervalos de vértices consecutivos. En la Figura III.24, el intervalo del atípico sería (3,5). Si sólo se detecta un atípico consecutivo (atípico puntual), el intervalo tiene el mismo inicio y el mismo fin.

3. La traza se divide en los vértices anterior y posterior a los intervalos determinados en el paso 2. En la Figura III.24, la traza se corta en el vértice 2 y una nueva traza comienza en el vértice 6 de la traza original (que es el vértice 1 de la nueva traza).

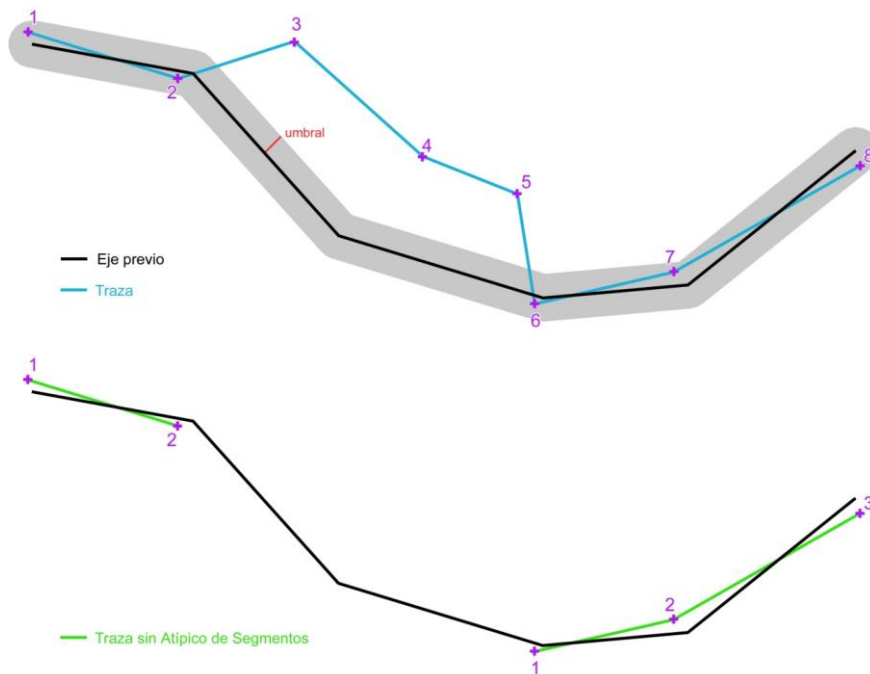


Figura III.24. Ejemplo de eliminación de atípico de segmento.

III.2.4.7. Obtención de los ejes de ida y vuelta de los CMT.

Para la obtención de los ejes de ida y vuelta, se aplica el algoritmo de planos perpendiculares presentado en el Apartado III.2.4.5 sobre los conjuntos multitrazas sin atípicos de segmento. El algoritmo se aplica con la particularidad de que como traza semilla se utiliza el eje previo en lugar de seleccionar la traza cuya longitud se aproxima más a la longitud media del CMT.

III.2.4.8. Obtención del eje medio a partir de los ejes de ida y vuelta de los CMT.

Para el cálculo de un eje medio entre dos trazas (una en cada sentido de circulación), se ha desarrollado un algoritmo basado en la distancia de Fréchet (Figura III.25). Las hipótesis de partida, al igual que en el caso anterior, para la aplicación del algoritmo son:

- Las dos trazas corresponden al mismo elemento lineal.
- Las operaciones que se llevan a cabo sólo atienden a aspectos geométricos de los datos (no se tienen en cuenta la velocidad, la orientación, la calidad de las observaciones, etc.).

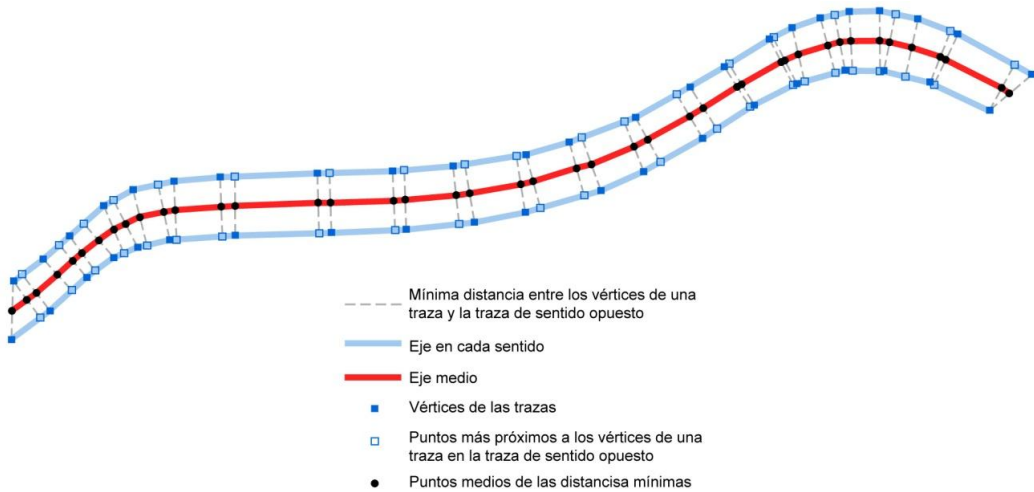


Figura III.25. Cálculo de eje medio entre dos trazas a partir de la distancia de Fréchet.

El cálculo del eje medio a partir de dos trazas con el algoritmo de Fréchet se realiza con la siguiente secuencia (Figura III.28):

1. Se construye la matriz de distancias mínimas. Esta matriz es de tamaño $n1 \times n2$, siendo $n1$ el número de vértices del eje de ida (filas) y $n2$ el número de vértices del eje de vuelta (columnas). La matriz se rellena calculando las mínimas distancias que hay desde todos los vértices del eje de ida a todos los vértices del eje de vuelta, y viceversa (Figura III.26). Por ejemplo, la distancia mínima entre el vértice de ida 2 y el vértice de vuelta 5 se almacena en la posición (2,5) de la matriz (en el ejemplo 22,748).

| | | TRAZA VUELTA | | | | | | | | |
|--|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| T R A Z A I D A | 0 | 7,070 | 11,601 | 21,347 | 22,500 | 26,578 | 33,501 | 41,255 | 42,521 | 50,693 |
| | 1 | 8,046 | 7,505 | 15,970 | 17,086 | 21,079 | 27,928 | 35,650 | 36,913 | 45,075 |
| | 2 | 12,076 | 6,892 | 11,332 | 12,336 | 16,086 | 22,748 | 30,389 | 31,644 | 39,775 |
| | 3 | 19,411 | 12,005 | 6,921 | 7,202 | 9,450 | 15,222 | 22,559 | 23,788 | 31,814 |
| | 4 | 27,338 | 19,464 | 10,129 | 9,295 | 7,293 | 8,755 | 14,896 | 16,044 | 23,781 |
| | 5 | 29,937 | 22,008 | 12,270 | 11,309 | 8,491 | 7,586 | 12,672 | 13,757 | 21,288 |
| | 6 | 38,579 | 30,552 | 20,217 | 19,094 | 15,280 | 9,590 | 7,329 | 7,707 | 13,228 |
| | 7 | 39,893 | 31,860 | 21,487 | 20,355 | 16,489 | 10,551 | 7,200 | 7,353 | 12,139 |
| | 8 | 41,157 | 33,119 | 22,710 | 21,570 | 17,660 | 11,523 | 7,256 | 7,177 | 11,094 |
| | 9 | 53,077 | 45,032 | 34,480 | 33,306 | 29,220 | 22,415 | 15,173 | 14,063 | 8,201 |

Figura III.26. Ejemplo de tabla de distancias mínimas en metros.

- Se identifican las distancias mínimas por fila y por columna (Figura III.27)

| | | TRAZA VUELTA | | | | | | | | | |
|--|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | mín |
| T R A Z A I D A | 0 | 7,070 | 11,601 | 21,347 | 22,500 | 26,578 | 33,501 | 41,255 | 42,521 | 50,693 | 7,070 |
| | 1 | 8,046 | 7,505 | 15,970 | 17,086 | 21,079 | 27,928 | 35,650 | 36,913 | 45,075 | 7,505 |
| | 2 | 12,076 | 6,892 | 11,332 | 12,336 | 16,086 | 22,748 | 30,389 | 31,644 | 39,775 | 6,892 |
| | 3 | 19,411 | 12,005 | 6,921 | 7,202 | 9,450 | 15,222 | 22,559 | 23,788 | 31,814 | 6,921 |
| | 4 | 27,338 | 19,464 | 10,129 | 9,295 | 7,293 | 8,755 | 14,896 | 16,044 | 23,781 | 7,293 |
| | 5 | 29,937 | 22,008 | 12,270 | 11,309 | 8,491 | 7,586 | 12,672 | 13,757 | 21,288 | 7,586 |
| | 6 | 38,579 | 30,552 | 20,217 | 19,094 | 15,280 | 9,590 | 7,329 | 7,707 | 13,228 | 7,329 |
| | 7 | 39,893 | 31,860 | 21,487 | 20,355 | 16,489 | 10,551 | 7,200 | 7,353 | 12,139 | 7,200 |
| | 8 | 41,157 | 33,119 | 22,710 | 21,570 | 17,660 | 11,523 | 7,256 | 7,177 | 11,094 | 7,177 |
| | 9 | 53,077 | 45,032 | 34,480 | 33,306 | 29,220 | 22,415 | 15,173 | 14,063 | 8,201 | 8,201 |
| mín | | 7,070 | 6,892 | 6,921 | 7,202 | 7,293 | 7,586 | 7,200 | 7,177 | 8,201 | |

Figura III.27. Distancias mínimas en metros por filas y por columnas.

- Cada pareja de vértices que cuya distancia mínima se ha detectado en el paso 2 forman una parte de puntos homólogos.
- Se determina el punto medio del segmento que forman cada pareja de vértices homólogos.
- El conjunto de todos los puntos medios del paso 4 forman la traza media de las dos trazas.



Figura III.28. Algoritmo de cálculo de eje medio basado en la distancia de Fréchet.

III.2.5. OBTENCIÓN DEL EJE PRECISO.

El eje preciso se obtiene a partir de las trazas ida y vuelta obtenidas en el levantamiento con equipo GNSS montado sobre el “dispositivo autonivelado”. Como se vio en el Apartado III.2.4.8, se aplica un algoritmo basado en la distancia de Fréchet.

III.2.6. CONTROL POSICIONAL.

Para el control posicional de elementos lineales 3D se ha desarrollado un método que se ha denominado “Función de Distribución de Distancias” (FDD). Este método tiene el mismo fundamento que el MOS planteado por Goodchild & Hunter (1997), es decir, cuantificar qué porcentaje de línea controlada (X) se encuentra a una distancia menor o igual a una distancia de evaluación (D_e) de la línea de control (Q). Ambos métodos van incrementando la D_e (anchura de orlado en MOS) de forma iterativa hasta que se alcanzan un porcentaje determinado.

El uso de orlados o buffers en el método MOS se justifica por la necesidad de contabilizar qué porcentaje de línea está a una distancia determinada de otra línea. Al contrario de los orlados 2D que están ampliamente utilizados e implementados en los SIG como ArcGIS o QGIS o en APIs como *Java Topology Suite* (JTS), éstos tienen un uso más limitado, en el caso de que existan, para el caso 3D. Es por ello que se plantea una programación propia de este nuevo método que trabaja directamente con las distancias mínimas desde los vértices de X hasta la línea Q, en lugar de con orlados, como se explica a continuación. Por lo tanto, a diferencia que el MOS, el método FDD es directamente aplicable tanto a líneas 2D como 3D.

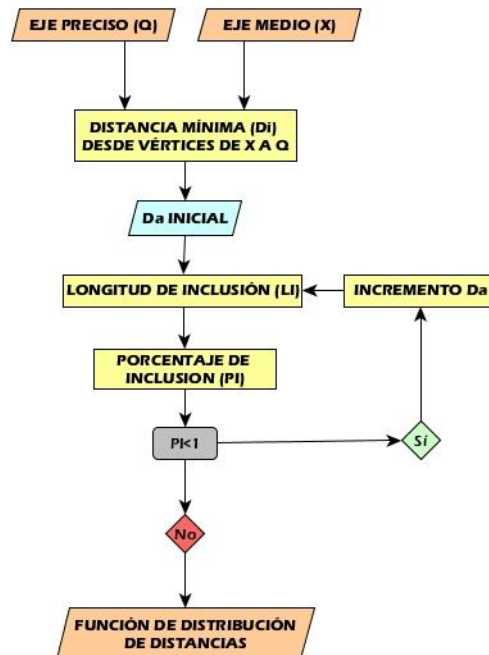


Figura III.29. Procedimiento del método FDD.

Las hipótesis de partida para la aplicación del método FFD son:

- La línea controlada X y la línea de control Q representan el mismo elemento lineal.
- La línea Q es más precisa que la línea X.

El método se aplica del siguiente modo (Figura III.29):

1. Se determinan las distancias mínimas (D_i) entre los vértices que forman la línea X y la línea Q (Figura III.30).

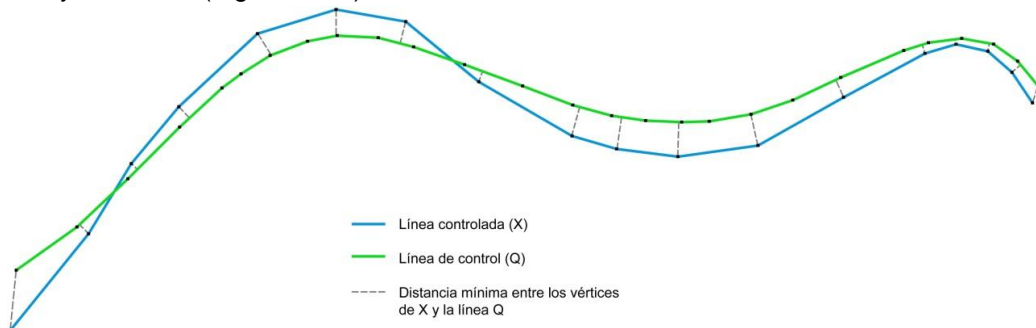


Figura III.30. Distancias mínimas entre los vértices de X y la línea Q.

2. Se determina qué longitud de línea está a una distancia menor o igual a la D_e , a la que se denomina longitud de inclusión (LI_{D_e}). Empezando en el segundo vértice de X, para cada distancia mínima determinada en el paso 1, se realiza la siguiente secuencia:

- Si la distancia mínima en un vértice (D_i) es menor que D_e y también lo es en el anterior (D_{i-1}), la longitud del segmento (LS_i^{i-1}) formada por ambos vértices se suma a LI_{D_e} (Ec. III.3).

Ec. III.3.

$$LI_{D_e} = LI_{D_e} + LS_i^{i-1}$$

- Si la distancia mínima en un vértice (D_i) es mayor que D_e , pero no lo es la distancia mínima del vértice posterior (D_{i+1}), existe un punto intermedio (P_m) en el segmento que se encuentra a la distancia D_e (Figura III.31.a). Para determinar qué longitud del segmento (l_i) se suma a LI_{D_e} se utiliza Ec. III.4. La LI_{D_e} se incrementa según Ec. III.5.

Ec. III.4.

$$l_i = \frac{LS_i^{i+1}(D_e - D_{i+1})}{(D_i - D_{i+1})}$$

Ec. III.5.

$$LI_{D_e} = LI_{D_e} + l_i$$

- Si la distancia mínima en un vértice (D_i) es menor que D_e , pero no lo es la distancia mínima del vértice posterior (D_{i+1}), existe un punto intermedio

(P_m) en el segmento que se encuentra a la distancia D_e (Figura III.31.b). Para determinar qué longitud del segmento (l_i) se suma a LI_{D_e} se utiliza Ec. III.6. La LI_{D_e} se incrementa según Ec. III.5.

Ec. III.6.

$$l_i = \frac{LS_i^{i+1}(D_e - D_i)}{(D_{i+1} - D_i)}$$

- Si la distancia mínima en un vértice (D_i) es mayor que D_e y también lo es en el siguiente vértice (D_{i+1}) o en el anterior (D_{i-1}), no se suma ninguna longitud a LI_{D_e} .

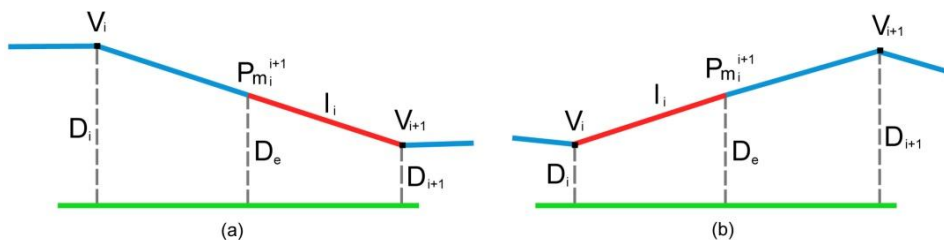


Figura III.31. Punto intermedio de un segmento de la línea X que está situado una distancia D_e de la línea de Q.

3. Una vez determinada la longitud de inclusión, se calcula el porcentaje de inclusión (PI_{D_e}) para una D_e dividiendo aquella entre la longitud total de la línea X (L_X) (Ec. III.7).

Ec. III.7.

$$PI_{D_e} = \frac{LI_{D_e}}{L_X}$$

4. Si PI es menor que 1, se incrementa D_e y se repiten los pasos 2 y 3 hasta que toda la línea X esté incluida en la longitud de inclusión.
5. Con todos los valores PI_{D_e} se construye un diagrama de distribución de distancias de inclusión de la línea X a una distancia D_e de la línea Q.

Los valores de calidad que se obtienen al aplicar el método FDD se expresan como la D_e que ha sido necesaria analizar para obtener un porcentaje de inclusión concreta (p.e. 75%, 90%, 95%). De este modo, junto al valor de calidad, se está ofreciendo un porcentaje de confianza, lo que lo hace un resultado muy completo a la hora de expresar la calidad.

El número de vértices de la Línea X tiene una gran influencia en el cálculo, puesto que la función de distribución de distancias se determina a partir de las distancias mínimas a Q calculadas desde los vértices de X. Por lo tanto, se trabaja en un espacio discreto y la solución del método es una aproximación. Para tratar de minimizar dicha influencia, la línea X es previamente densificada, de modo que, además de considerar las distancias en los vértices, también se consideran puntos intermedios a lo largo de los segmentos entre vértices.

III.2.7. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE MUESTRA.

Aprovechando la disponibilidad de un elevado número de muestras para el conjunto de Columbus, se plantea la posibilidad de establecer una simulación sobre la población total, de cara a analizar si el número de trazas que forman el CMT tienen influencia sobre las medidas de calidad se veían en el apartado anterior. Para ello se extraen un número de trazas del CMT un cierto número de veces, aplicando sobre cada subconjunto todo el método visto anteriormente hasta el control de calidad.

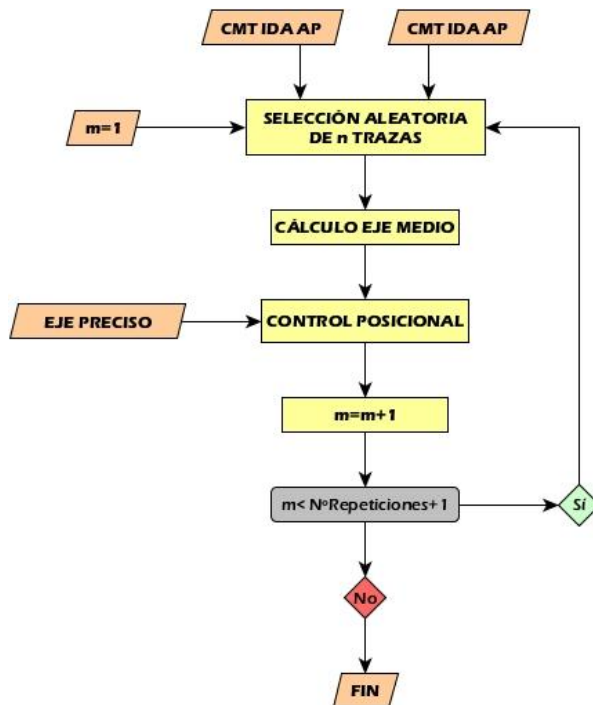


Figura III.32. Proceso de muestreo.

El proceso de muestreo se realiza sobre los CMT corregidos de atípicos puntuales, puesto que los controles realizados hasta obtener dichos conjuntos son independientes del número de trazas, a partir de los cuales se aplica el cálculo de eje medio con toda la metodología descrita a partir del Apartado III.2.4.4, es decir, desde la detección y eliminación de atípicos de traza en adelante. El método de obtención de los diferentes CMT con un número determinado de trazas (Figura III.32) se resume en los siguientes pasos:

1. Se asigna un valor a n , que representa el número de trazas que se extrae del CMT AP, y se establece el número de repeticiones que se repite la extracción de las n trazas.
2. Se realiza una extracción aleatoria de las n trazas, de manera que ninguna de las trazas se selecciona más de una vez (sin reemplazamiento).

3. Se calcula el eje medio, realizando el proceso completo de detección y eliminación de atípicos de traza y segmento, obteniendo los ejes de ida y vuelta y calculado el eje medio para cada subconjunto de n trazas extraídas.
4. Se realiza el control posicional FDD que se describía anteriormente, obteniendo las medidas de calidad para diferentes niveles de confianza.
5. Si no se han alcanzado el número de repeticiones establecida, se vuelve al paso 2. Si ya se han realizado todas las repeticiones planteadas, se finaliza el proceso

Para cada conjunto de n trazas se obtienen m valores de calidad. El análisis estadístico de estos valores permite determinar la existencia o no de una relación entre el número de trazas y la calidad del eje medio obtenido.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el capítulo IV se recogen los resultados alcanzados en la aplicación de los métodos vistos de obtención de eje medio a partir de CMT y de control de exactitud posicional con elementos lineales 3D. Una vez presentado el método y material de trabajo en el capítulo anterior, se ha desarrollado su aplicación sobre datos reales.

| ID | EQUIPO Y/O CONFIGURACIÓN |
|----|---|
| C1 | Columbus V990 (2 equipos simultáneos) |
| L2 | Leica 1200 |
| R3 | Racelogic: IMU MD: HIGH |
| R4 | Racelogic: IMU MD: NORMAL |
| R5 | Racelogic: KALMAN MD:HIGH |
| R6 | Racelogic: KALMAN MD: NORMAL |
| R7 | Racelogic: SIN CORRECCIONES MD:HIGH |
| R8 | Racelogic: SIN CORRECCIONES MD:NORMAL |

Tabla IV.1. Identificador de los equipos y configuraciones.

El ensayo en sí ya supone un resultado de esta investigación, ya que se ha propuesto un método específico de captura de datos no planteadas hasta el momento, tanto en los CMT como para la obtención del eje preciso donde se ha utilizado el “dispositivo autonivelado para el levantamiento GNSS de elementos lineales” especialmente diseñado para este fin. El ensayo se ha planificado de forma rigurosa,

eligiendo una zona de gran variabilidad y empleando equipos de distinta índole con el fin de ver la influencia que tiene el equipo de captura con el eje medio finalmente obtenido. Además, uno de los equipos utilizados es un navegador de bajo coste, lo que nos permite simular una captura de datos VGI, de modo que se puedan extrapolar los resultados a su utilización con este tipo de información.

La interpretación y análisis de los resultados se hace de forma simultánea a la exposición de los mismos, y utilizando algunos anexos que permitan recoger información complementaria que faciliten la comprensión de algunos de los resultados. La relación del identificador con los equipos y/o configuraciones está recogida en la Tabla IV.1.

IV.1. OBTENCIÓN DE LOS EJES MEDIOS A PARTIR DE LOS CMT.

IV.1.1. FORMACIÓN CMT.

Del levantamiento relativo cinemático de la zona de estudio con los tres equipos GNSS instalados en un vehículo se obtienen las posiciones a partir de las cuales se derivan los vértices de las trazas de los ocho CMT. Cada CMT se corresponde a los equipos GNSS utilizados, Columbus, Leica y Racelogic, este último con seis distintas configuraciones. Una vez formadas las trazas, se realiza un tratamiento para depurarlas, incluyendo un filtro de distancia y una serie de mecanismos de detección y eliminación de atípicos puntuales, de segmento y multisegmento y de traza.

Los CMT se forman a partir de la unión de vértices capturados de forma consecutiva. En los equipos Leica y Columbus, las posiciones son capturadas cada segundo, mientras que las de Racelogic tienen una frecuencia de 0,05 segundos (20 posiciones cada segundo). El tiempo aproximado en realizar cada vuelta es de 13 minutos y 30 segundos.

Las posiciones fueron capturadas en ambos sentidos de circulación de las carreteras seleccionadas, y de forma continua, sin interrupciones entre cada vuelta al recorrido. Así que, en primer lugar, se establece un principio y un fin en las trazas, marcando una línea imaginaria en la carretera a partir de la cual las trazas empiezan y acaban, separando el inicio y el fin unos metros, tal y como se muestra en la Figura III.12



Figura IV.1. Zonas de la vía elegida que puedan presentar conflictos en la recepción de la señal GNSS: (a) zona de arboleda y (b) zona con cortados próximos al arcén.

En la Tabla IV.2 se recoge una caracterización cuantitativa de los ocho CMT formados a partir de las posiciones capturadas con los equipos GNSS. El número de trazas obtenidas no siempre se corresponden con las trazas previstas en la planificación del levantamiento cinemático con el vehículo (Tabla III.4). Es especialmente llamativa la diferencia que existe para el equipo Leica 1200, donde sólo se completan el 20% de las trazas planificadas para la ida y el 65% para la vuelta. Este equipo no está diseñado para este tipo de capturas, es decir, para ir ubicado en un vehículo, sino que es un equipo que se emplea para topografía civil y geodesia donde se requieren grandes precisiones que precisan de unas condiciones que no siempre se cumplen en la zona elegida. La presencia de zonas muy arboladas (Figura IV.1.a) o de zonas escarpadas muy próximas al arcén de la carretera (Figura IV.1.b), hacen que este equipo pierda fácilmente la señal debido a la pérdida de horizonte y que le cueste recuperarla. Se observa, además, que es en la ida donde se ha producido una mayor pérdida de las trazas planificadas. Las trazas de ida son las más cercanas al margen oeste del tramo de la N-323, que está flanqueado por un gran desnivel, como puede observarse a la izquierda de la Figura IV.1.b.

| ID* | NÚMERO DE TRAZAS | | | NÚMERO DE VÉRTICES | | | LONGITUD 3D (m) | | |
|------------------|------------------|--------|-------|--------------------|-------|-------|-----------------|----------|----------|
| | IDA | VUELTA | TOTAL | MÁX. | MÍN. | MEDIA | MÁX. | MÍN. | MEDIA |
| C1 _{OR} | 69 | 69 | 138 | 952 | 701 | 811 | 12235,72 | 12111,41 | 12183,93 |
| L2 _{OR} | 8 | 26 | 34 | 892 | 586 | 742 | 12235,92 | 12076,06 | 12161,18 |
| R3 _{OR} | 10 | 10 | 20 | 19260 | 15500 | 16783 | 12172,10 | 12126,86 | 12146,92 |
| R4 _{OR} | 10 | 10 | 20 | 18053 | 15010 | 16511 | 12160,33 | 12121,43 | 12141,92 |
| R5 _{OR} | 10 | 9 | 19 | 16082 | 14330 | 15127 | 12819,72 | 12291,18 | 12470,85 |
| R6 _{OR} | 9 | 10 | 19 | 18025 | 15059 | 16319 | 12808,21 | 12281,42 | 12470,61 |
| R7 _{OR} | 20 | 17 | 37 | 19277 | 14310 | 16027 | 12922,46 | 12244,12 | 12450,34 |
| R8 _{OR} | 18 | 18 | 36 | 18070 | 15056 | 16420 | 13024,35 | 12197,25 | 12446,21 |

* El subíndice "OR" hace referencia a que se trata del CMT original

Tabla IV.2. Caracterización de CMT obtenidas en el levantamiento.

La diferencia en el número de vértices de las trazas formadas con las posiciones capturadas para los equipos Columbus (ID C1) y Leica (ID L2) con respecto a las tomadas con las distintas configuraciones de Racelogic (ID R3-R8) es muy grande. Esto es así debido a la frecuencia anteriormente comentada, que es de una posición por segundo para los equipos Columbus y Leica, frente a las 20 posiciones por segundo que se han considerado en Racelogic.

Analizando la longitud media de los CMT de la Tabla IV.2, se observa que los cuatro primeros conjuntos tienen una longitud media próxima a los 12150m, mientras que los otros cuatro conjuntos tienen unos 300m más de longitud. Si nos fijamos en los valores máximos de los cuatro últimos, son muy cercanos a los 13.000m, incluso por encima en el R8_{OR}, lo que hace pensar que estos conjuntos multitrazas van a estar más afectados de atípicos. Más adelante se verá si es así.

IV.1.2. FILTRO DE DISTANCIA.

Una vez formadas las trazas, se procede al filtrado de las mismas. En primer lugar, se determina el valor de la tolerancia (Ec. III.1). Para ello se calculan las distancias promedios entre vértices de las trazas de ida y vuelta capturadas para la obtención del eje medio.

$$DPV_{traza\ ida} = 1,2m$$

$$DPV_{traza\ vuelta} = 1,4m$$

$$T = 1,3m$$

En la Tabla IV.3 se cuantifica cómo afecta el filtrado a los CMT y las tasas de cambio respecto a los CMT originales. Los CMT correspondientes a los equipos Leica y Columbus apenas sufren modificaciones significativas en su número de vértices, ni tampoco en la longitud de las trazas. Sin embargo, los CMT capturados con las seis configuraciones de Racelogic, sí que han visto reducidos su número de vértices considerablemente. Para este equipo, se han capturado posiciones cada 0,05 segundos, por lo que los vértices derivados de esas posiciones se encuentran muy próximos entre sí. Tras el filtrado de distancia, se reducen el número de vértices una media entre un 14 y un 20%, aunque la longitud de las trazas apenas ha disminuido de media un 0,05%. A pesar de la eliminación de vértices, la geometría de la traza apenas se ve afectada, como se muestra en la Figura IV.2.

| ID* | NÚMERO DE VÉRTICES | | | LONGITUD 3D (m) | | | TASAS DE CAMBIO MEDIA CMT _{FD} FRENTE A CMT _{OR} (%) | | | | | |
|------------------|--------------------|-------|-------|-----------------|----------|----------|---|-------|-------|-------------|------|-------|
| | MÁX. | MÍN. | MEDIA | MÁX. | MÍN. | MEDIA | NºVÉRTICES | | | LONGITUD 3D | | |
| | | | | | | | MÁX. | MÍN. | MEDIA | MÁX. | MÍN. | MEDIA |
| C1 _{FD} | 947 | 701 | 810 | 12235,72 | 12111,41 | 12183,90 | 2,25 | 0,00 | 0,06 | 0,02 | 0,00 | 0,00 |
| L2 _{FD} | 878 | 586 | 742 | 12235,87 | 12076,06 | 12161,08 | 1,57 | 0,00 | 0,08 | 0,02 | 1,58 | 0,00 |
| R3 _{FD} | 14155 | 12792 | 13412 | 12170,18 | 12126,41 | 12146,12 | 31,68 | 13,22 | 19,90 | 0,02 | 0,00 | 0,01 |
| R4 _{FD} | 14119 | 12888 | 13448 | 12159,74 | 12121,12 | 12141,56 | 25,93 | 12,55 | 18,40 | 0,01 | 0,00 | 0,00 |
| R5 _{FD} | 13558 | 12451 | 12938 | 12818,18 | 12289,02 | 12467,27 | 20,48 | 8,88 | 14,35 | 0,08 | 0,01 | 0,03 |
| R6 _{FD} | 14058 | 12606 | 13380 | 12805,75 | 12279,04 | 12466,16 | 30,06 | 10,49 | 17,83 | 0,059 | 0,02 | 0,04 |
| R7 _{FD} | 14142 | 12448 | 13193 | 12917,33 | 12240,38 | 12444,22 | 31,37 | 8,86 | 17,39 | 0,16 | 0,01 | 0,06 |
| R8 _{FD} | 14097 | 12602 | 13443 | 13021,12 | 12192,81 | 12440,40 | 30,08 | 10,15 | 17,98 | 0,09 | 0,02 | 0,05 |

* El subíndice "FD" hace referencia a que se trata del CMT tras la aplicación del filtro de distancia

Tabla IV.3. Caracterización de los CMT y tasas de cambio tras el filtrado de distancia.

Tras el filtrado de distancia, sigue existiendo esa dualidad en la longitud media ya comentada, con una brecha de unos 300m aproximadamente entre los cuatro primeros CMT y los cuatro siguientes. Esto es coherente con lo ya comentado de que, a pesar de la reducción de los vértices, las longitudes no se han visto prácticamente afectadas, y por lo tanto se mantiene esta particularidad ya observada en los CMT originales.

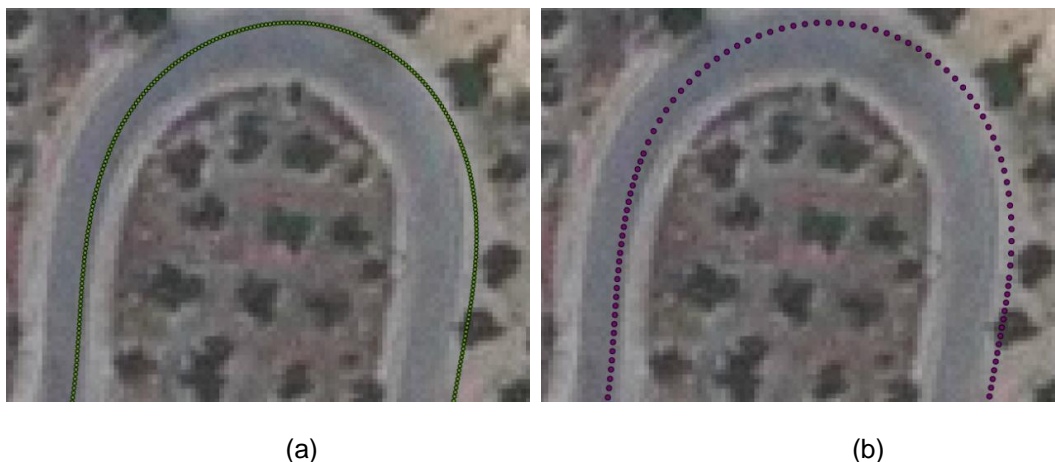


Figura IV.2. Vértices de una traza del CMT R3: (a) original, (b) después del filtrado de distancia

IV.1.3. ELIMINACIÓN DE ATÍPICOS PUNTALES.

Una vez reducido el número de vértices con el filtrado de distancia, se procede a la detección y eliminación de atípicos puntuales. Este tipo de atípicos se producen por saltos puntuales en la captura de las posiciones GNSS y producen pequeñas alteraciones en la dirección de las trazas, ya sea como picos o como vueltas hacia delante o hacia atrás (Figura IV.3). Los atípicos puntuales detectados se eliminan, conservando el resto de la traza como se explicaba en el Apartado III.2.4.3.

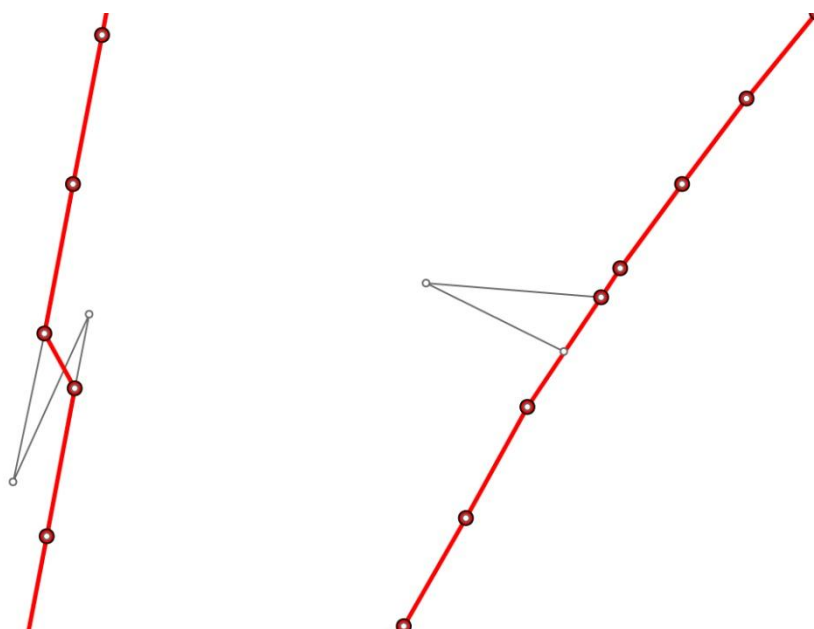


Figura IV.3. Atípicos puntuales corregidos del CMT con R8.

En la Tabla IV.4 se recoge la caracterización de los CMT_{AP} tras la eliminación de atípicos puntuales, y las tasas de cambio respecto a los CMT filtrados por distancia. Los CMT R7 y R8 son los más afectados por atípicos puntuales, tanto en longitud como en el número de vértices. En los CMT R3, R4, R5 y R6 apenas se detectan atípicos puntuales. Estas configuraciones de Racelogic aplican correcciones inerciales, bien con el equipo IMU o con la aplicación del filtro de Kalman, de modo que la pérdida de señal que pueda producirse de manera puntual es corregida en la mayoría de las veces, evitando en gran medida la presencia de atípicos puntuales.

| ID* | NÚMERO DE VÉRTICES | | | LONGITUD 3D (m) | | | TASAS DE CAMBIO MEDIA CMT _{AP} FRENTE A CMT _{FD} (%) | | | | | |
|------------------|--------------------|-------|-------|-----------------|----------|----------|---|------|-------|-------------|------|-------|
| | MÁX. | MÍN. | MEDIA | MÁX. | MÍN. | MEDIA | NºVÉRTICES | | | LONGITUD 3D | | |
| | | | | | | | MÁX. | MÍN. | MEDIA | MÁX. | MÍN. | MEDIA |
| C1 _{AP} | 942 | 701 | 810 | 12231,90 | 12106,29 | 12179,04 | 0,85 | 0,00 | 0,03 | 0,14 | 0,00 | 0,00 |
| L2 _{AP} | 872 | 586 | 741 | 12230,10 | 12076,06 | 12160,63 | 0,88 | 0,00 | 0,05 | 0,07 | 0,00 | 0,00 |
| R3 _{AP} | 14155 | 12792 | 13411 | 12170,18 | 12126,41 | 12145,61 | 0,07 | 0,00 | 0,00 | 0,08 | 0,00 | 0,00 |
| R4 _{AP} | 14118 | 12888 | 13448 | 12159,74 | 12121,12 | 12141,51 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | 0,01 | 0,00 | 0,00 |
| R5 _{AP} | 13558 | 12451 | 12938 | 12818,19 | 12289,02 | 12467,16 | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 0,00 | 0,00 |
| R6 _{AP} | 14058 | 12606 | 13380 | 12805,75 | 12279,04 | 12466,16 | 0,03 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 0,00 | 0,00 |
| R7 _{AP} | 14113 | 12427 | 13125 | 12749,98 | 12207,14 | 12352,58 | 1,44 | 0,11 | 0,52 | 1,82 | 0,13 | 0,73 |
| R8 _{AP} | 14055 | 12528 | 13384 | 12747,94 | 12180,84 | 12362,79 | 1,19 | 0,09 | 0,44 | 2,10 | 0,10 | 0,62 |

* El subíndice "AP" hace referencia a que se trata del CMT tras la eliminación de atípicos puntuales

Tabla IV.4. Caracterización de los CMT y tasas de cambio respecto a las trazas filtradas por distancia tras la eliminación de atípicos puntuales.

La dualidad ya comentada en la longitud media entre los cuatro primeros CMT y el resto, se ha visto reducida tras la eliminación de atípicos en R7_{AP} y R8_{AP} en unos 100m, sin embargo se siguen manteniendo los 300m en R5_{AP} y R6_{AP}, donde apenas se han detectado atípicos puntuales. En los R7_{AP} y R8_{AP} también se ha visto reducida la longitud máxima en casi 300m, lo cual también ha contribuido a que se reduzca la longitud media.

IV.1.4. ELIMINACIÓN DE ATÍPICOS DE TRAZAS

La eliminación de este tipo de atípicos está basada en la variable longitud tridimensional y número de vértices de las trazas, ambas afectadas por el tratamiento hecho anteriormente. El filtrado de distancia y la eliminación de los atípicos puntuales puede hacer que una traza que a priori podría haber sido detectada como atípica, pueda corregirse y seguir formando parte del CMT. Es por ello que la eliminación de atípicos de traza se hace después de las correcciones anteriormente mencionadas.

La detección y eliminación de atípicos de traza se aplican independientemente sobre los CMT de ida y de vuelta. Los dos sentidos de la circulación no recorren exactamente la misma distancia, sino que en ésta puede variar en función de que se recorra uno y otro carril, como se aprecia más adelante en la Tabla IV.10 donde se recogen la longitud de las trazas de ida y vuelta capturadas con el método preciso.

En el Anexo I se recogen los diagramas box-plot de los CMT en los cuales se ha detectado al menos una traza atípica, bien por su longitud o por el número de vértices que la forman. Los puntos fuera de los bigotes indican la existencia de atípicos de trazas. Se han detectado atípicos tanto en trazas con longitudes por debajo del límite inferior como en trazas con longitudes por encima del límite superior.

| ID | ATÍPICOS DE TRAZA DISTANCIA | | ATÍPICOS DE TRAZA Nº VÉRTICES | |
|----|-----------------------------|--------|-------------------------------|--------|
| | IDA | VUELTA | IDA | VUELTA |
| C1 | 1 | 6 | 0 | 0 |
| L2 | 1 | 3 | 0 | 0 |
| R3 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| R4 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| R5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| R6 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| R7 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| R8 | 0 | 0 | 0 | 2 |

Tabla IV.5. Número de atípicos de traza detectado y eliminado.

En la Tabla IV.5 se contabilizan el número de trazas eliminadas de cada CMT. Los CMT procedentes de Columbus son los que mayores trazas atípicas presentan, siendo también los conjuntos más numerosos. En los resultados que se obtienen para la variable número de vértices, sólo uno de los conjuntos del equipo Racelogic contenían trazas atípicas.

En este punto, tenemos dos tipos de CMT que se usan en procesos posteriores: los filtrados por distancia y de atípicos puntuales (CMT_{AP}) y en los que, además, se han eliminado los atípicos de traza (CMT_{AT}). Esta distinción es importante matizarla dado que cada uno de ellos se utiliza más adelante en distintos pasos del proceso.

IV.1.5. OBTENCIÓN EJE PREVIO Y UMBRAL DE TOLERANCIA.

El tratamiento realizado hasta ahora sólo ha tenido en cuenta las trazas como elementos individuales (filtrado de distancia y atípicos puntuales) o análisis del CMT con variables derivadas de ellos (longitud y número de vértices). Esto ha permitido depurar las trazas, pero siguen existiendo una gran cantidad de atípicos en las trazas que pueden tener una gran influencia en el resultado del eje medio para la metodología planteada. Para minimizar esta influencia, se realiza un paso previo a la obtención de los ejes de ida y vuelta, que es el cálculo de un eje previo y unos umbrales de tolerancia que se utilizarán posteriormente para detectar esos atípicos.

Para este eje previo, se consideran los CMT_{AT} , de manera que los atípicos tengan la menor influencia posible en el cálculo. De forma paralela, se determinan unos umbrales de tolerancia (Tabla IV.6). Estos valores, además, nos muestran la dispersión que muestran las trazas que forman cada CMT. El equipo Columbus es el que muestra un mayor

desplazamiento tridimensional entre las trazas que lo forman. En el lado opuesto se encuentra Leica, que en las trazas de ida están muy próximas entre sí. En cuanto a las configuraciones de Racelogic, se observa que la menor dispersión se encuentra en los conjuntos 5 y 6 en las cuales se aplicaban correcciones del filtro de Kalman.

| ID | UMBRAL IDA (m) | UMBRAL VUELTA (m) |
|----|----------------|-------------------|
| C1 | 17,230 | 11,494 |
| L2 | 1,398 | 2,487 |
| R3 | 6,717 | 5,401 |
| R4 | 6,624 | 6,740 |
| R5 | 4,242 | 3,804 |
| R6 | 3,815 | 3,289 |
| R7 | 5,971 | 5,737 |
| R8 | 5,474 | 6,201 |

Tabla IV.6. Umbrales de ida y vuelta.

El sentido no parece tener una influencia en la dispersión que se observan en las trazas. Ésta es mayor o menor en un sentido u otro indistintamente en uno u otro CMT, por lo que no parece que la exactitud de la captura esté condicionada al sentido en el que las trazas son capturadas.

IV.1.6. ELIMINACIÓN DE ATÍPICOS DE SEGMENTO.

Para la eliminación de atípicos de segmento se utilizan los CMT_{AP} , es decir, aquellos a los que no se les ha aplicado el control de atípicos de traza, junto con los ejes previos y los umbral calculados paralelamente a ellos. En este proceso se eliminan aquellos fragmentos de las trazas que se encuentran a una distancia del eje previo mayor a la marcada por el umbral. Se aplica sobre CMT_{AP} en lugar de sobre CMT_{AT} porque la eliminación de los fragmentos que se comentaba anteriormente permite aprovechar posibles tramos de una traza a priori atípica que sí pueden servir para el cálculo.

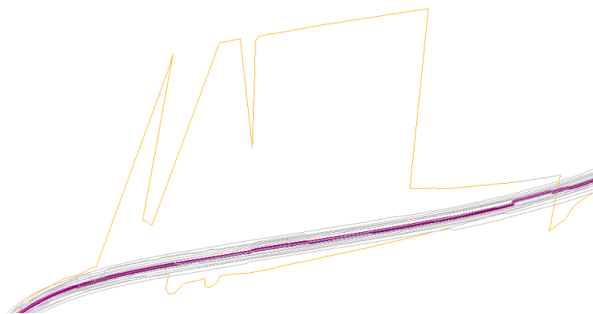


Figura IV.4. Atípicos multisegmento (naranja) respecto al eje previo (magenta).

En la Figura IV.4, se muestra cómo la parte de traza de color naranja, no se utilizaría en el cálculo de intersecciones con los planos perpendiculares para el cálculo de los ejes

de ida y vuelta al encontrarse esa porción de la traza más alejada del eje previo (magenta) que la distancia umbral. Esto permite utilizar el resto de traza que presentaba este atípico de multisegmento, y así poder aprovechar la mayor posibles de trazas de los CMT.

| ID | PORCENTAJE DE LÍNEAS UTILIZADAS (%) | |
|----|-------------------------------------|--------|
| | IDA | VUELTA |
| C1 | 94,16 | 94,14 |
| L2 | 77,21 | 80,23 |
| R3 | 100,00 | 91,39 |
| R4 | 99,82 | 98,28 |
| R5 | 93,48 | 95,18 |
| R6 | 94,03 | 96,02 |
| R7 | 98,41 | 97,35 |
| R8 | 95,05 | 98,72 |

Tabla IV.7. Porcentaje total de las trazas utilizadas en la determinación de los ejes de ida y vuelta.

En la Tabla IV.7 recoge el porcentaje total de longitud de trazas que se han utilizado en los cálculos de los ejes de ida y vuelta respecto a las líneas sin atípicos puntuales. En todos los conjuntos los porcentajes de líneas utilizados están por encima del 90%, excepto en L2 que ronda el 80%. Hay que destacar que, para este equipo las trazas presentaban saltos temporales (Figura IV.5), es decir, que entre vértices consecutivos transcurría más de un segundo, que es la frecuencia de captura utilizada. Como se comentaba desde el principio, todo el proceso que aquí se desarrolla se hace en función a la geometría de las trazas, sin tener en cuenta ningún otro atributo que pudieran tener (tiempo, HDOP, VDOP, etc.). Éstos saltos temporales se corrigen en parte, como puede verse en la Tabla IV.7, si bien en la determinación del eje previo y de los umbrales intervenían estos atípicos y por tanto están influidos por ellos.



Figura IV.5. Saltos temporales para los CMT L2.

En el R3 de ida es el único CMT donde se ha podido aprovechar el 100% de las trazas. En la Figura IV.6 se puede ver un tramo de este CMT, junto a la región de confianza construida con el tamaño del umbral en torno al eje previo (magenta). Se trata de un conjunto muy homogéneo, donde no se aprecian atípicos de segmentos y multisegmento que sí hay en otros CMT.

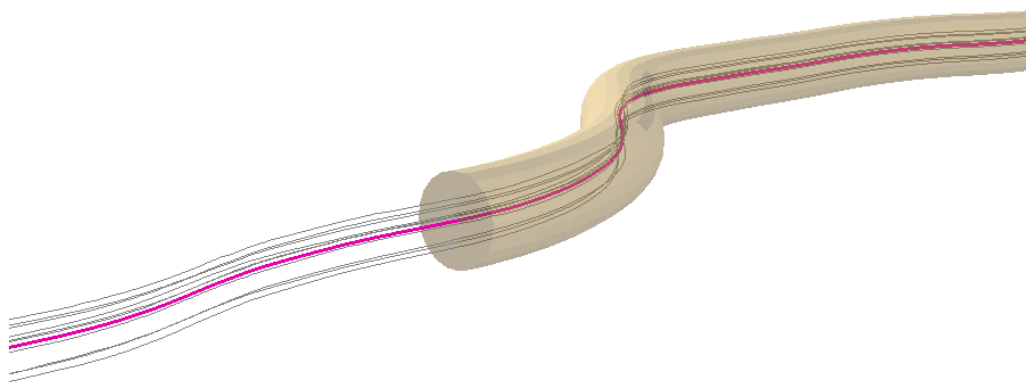


Figura IV.6. Tramo del CMT R3 ida.

IV.1.7. OBTENCIÓN DE LOS EJES DE IDA Y VUELTA.

En el Anexo II hay unas visualizaciones en 3D de los CMT y los ejes de ida y vuelta calculados. Visualmente, se observa que los ejes calculados se sitúan en una posición media en las tres dimensiones con respecto a las trazas que forman los CMT, sin que en ningún caso el eje de ida y vuelta sobresalgan de los CMT de donde proceden.

| ID | LONGITUD IDA (m) | LONGITUD VUELTA (m) |
|----|------------------|---------------------|
| C1 | 12086,143 | 12117,112 |
| L2 | 12055,678 | 12077,656 |
| R3 | 12073,301 | 12112,455 |
| R4 | 12071,550 | 12098,264 |
| R5 | 12295,900 | 12412,954 |
| R6 | 12551,046 | 12300,938 |
| R7 | 12316,078 | 12380,078 |
| R8 | 12211,250 | 12280,652 |

Tabla IV.8. Longitudes 3D de los ejes de ida y vuelta para cada CMT.

En la Tabla IV.8 se recogen las longitudes de los ejes de ida y vuelta. Las longitudes son muy dispares entre los distintos CMT, aunque es mayor en los ejes de vuelta para

todos ellos excepto en el R6 donde el eje de ida tiene mayor longitud. Es precisamente ese eje el que mayor longitud tiene de todos. A pesar de eliminación de atípicos, siguen existiendo anomalías en las trazas en los CMT_{AS} (Figura IV.7) producidas dentro de los umbrales 3D empleados en la detección de los mismos. Éstos influyen en los ejes medios, sobrestimando la longitud de los ejes.

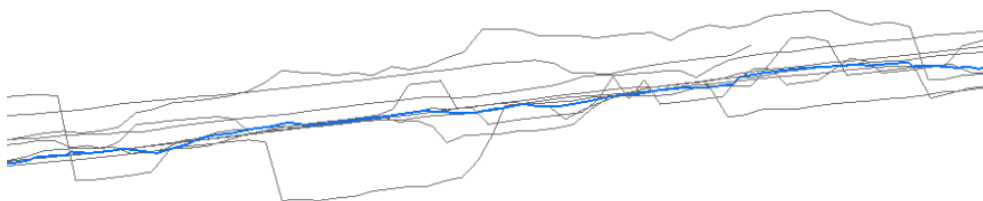
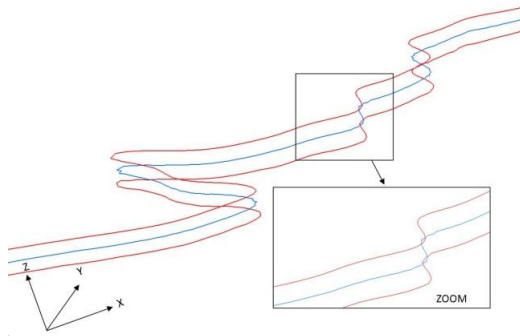


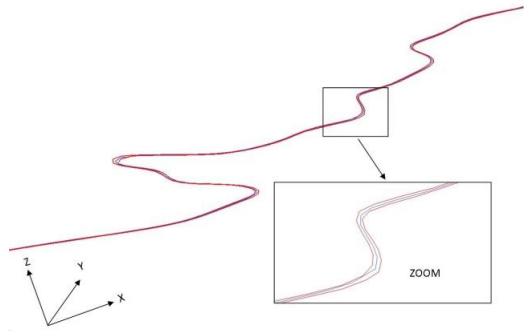
Figura IV.7. Eje medio de ida (azul) para el CMT_{AS} (gris) del CMT R6.

IV.1.8. OBTENCIÓN DEL EJE MEDIO A PARTIR DE LOS EJES DE IDA Y VUELTA.

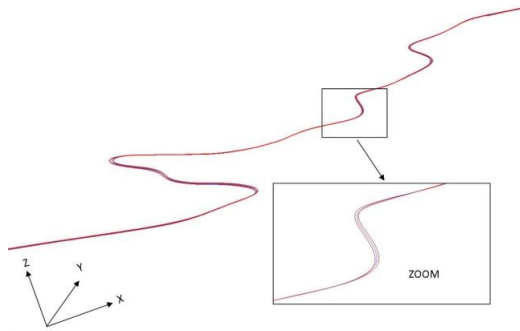
En la Figura IV.8 se ilustra el eje medio a partir de los ejes medios en cada sentido en un tramo del recorrido (estas imágenes se muestran a mayor tamaño en el Anexo III). En el equipo Columbus se aprecia un gran desplazamiento entre los ejes en cada sentido, sobre todo en la componente vertical. Esta diferencia, aunque menos pronunciada, también se aprecia en el R4, con la configuración que realizaba correcciones diferenciales a partir del IMU y utilizada el modo dinámico normal.



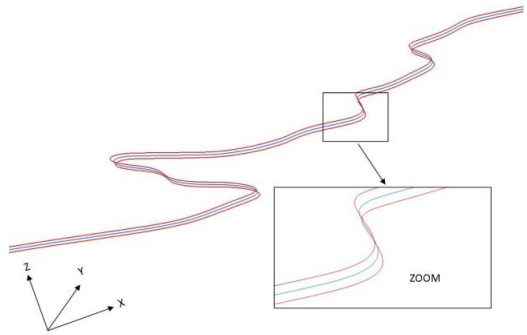
ID1



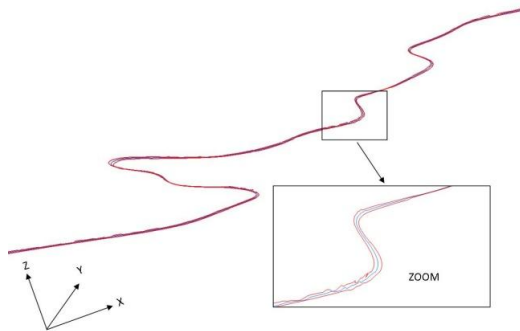
ID2



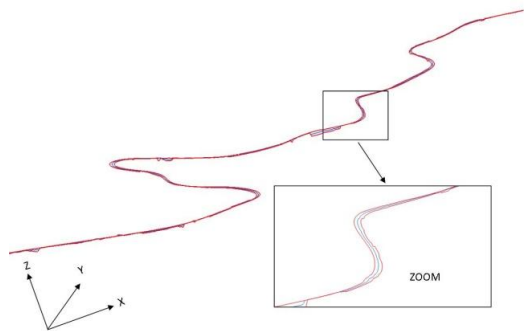
ID3



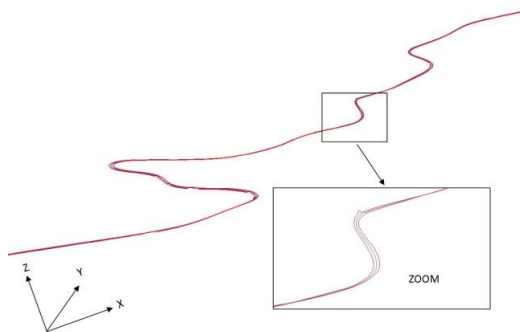
ID4



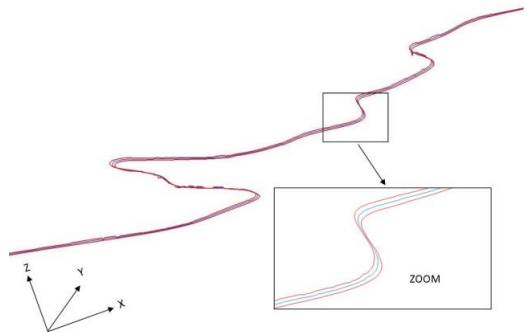
ID5



ID6



ID7



ID8

Figura IV.8. Ejes medios (azul) a partir de los medios en cada sentido (azul).

En la Tabla IV.9 se recogen los vértices que forman los ejes medios finales obtenidos para CMT y la longitud 3D. Se puede ver una gran variabilidad entre los CMT en las dos variables contenidas en la tabla. Más adelante, cuando se lleva a cabo el control posicional, se hace un análisis en el cual establece si el número de vértices y la longitud tienen alguna influencia sobre los valores de calidad.

| ID | NÚMERO DE VÉRTICES | LONGITUD 3D (m) |
|----|--------------------|-----------------|
| C1 | 1517 | 12099,645 |
| L2 | 1375 | 12063,014 |
| R3 | 14964 | 12088,680 |
| R4 | 24833 | 12082,261 |
| R5 | 20898 | 12301,540 |
| R6 | 14514 | 12321,390 |
| R7 | 22712 | 12223,383 |
| R8 | 23618 | 12219,693 |

Tabla IV.9. Número de vértices y longitud 3D de los ejes medios obtenidos a partir de los CMT.

IV.2. OBTENCIÓN DEL EJE MEDIO PRECISO.

Para el eje medio se capturan los dos márgenes de la carretera con un levantamiento cinemático llevado a cabo con dos “dispositivo autonivelado para el levantamiento GNSS de elementos lineales” como los descritos en el Apartado III.2.3. Cada dispositivo se utiliza para el levantamiento de uno de los márgenes de la carretera, de manera que ambos se capturan de forma simultánea. En total se invirtieron más de cinco horas hasta completar todo el recorrido.

| ID | NÚMERO DE VÉRTICES | LONGITUD 3D (m) |
|-------------|--------------------|-----------------|
| IDA | 9749 | 12153,159 |
| VUELTA | 8424 | 12164,729 |
| EJE PRECISO | 11305 | 12155,002 |

Tabla IV.10. Número de vértices y longitud de las trazas capturas de ida y vuelta y del eje medio.

A partir de las dos trazas capturadas, se deriva el eje medio aplicando el algoritmo de la distancia de Fréchet (Figura IV.9). Las trazas recorren perfectamente la línea del arcén donde fue efectuado el levantamiento con los dispositivos anteriormente comentados, y el eje medio que se deriva a partir de ellas muestra una buena representación del eje medio de la carretera.

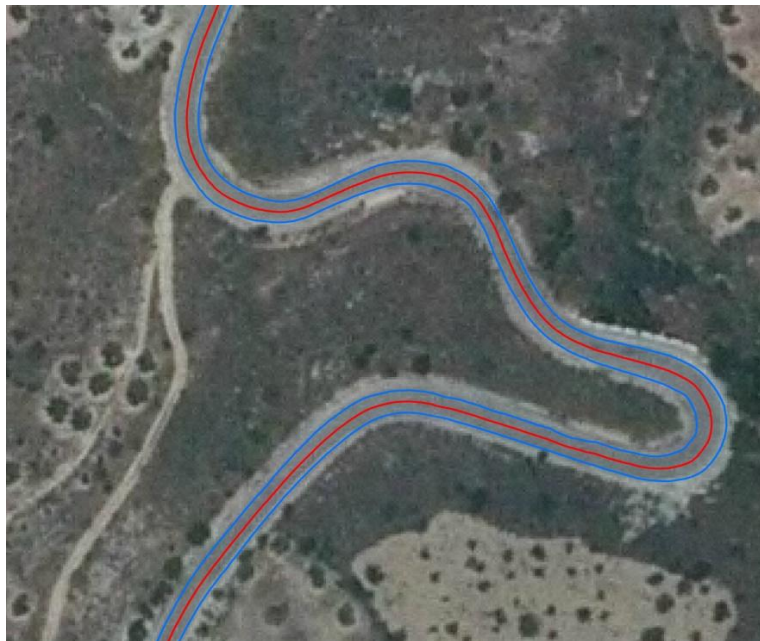


Figura IV.9. Visualización de un tramo del eje medio preciso (rojo) a partir de las dos trazas capturadas (azules).

La longitud del eje medio preciso es de 12155,002m. Si se compara esta tabla con la que contiene información de los ejes medios de los CMT (Tabla IV.9), se aprecia la diferencia que hay en la longitud 3D. Las diferencias en longitud en valor absoluto entre el eje medio preciso y los ejes medios de los CMT (Tabla IV.11), puede denotar una falta de exactitud en la exactitud posicional de éstos, dado que longitud real del recorrido analizado es considerada como la longitud del eje preciso. El eje medio de C1 es el más se aproxima a la longitud del eje preciso, siendo los ejes medios de R5 y R6 los que más alejados se encuentran de aquel. En el control posicional se podrá determina si esta predicción es o no correcta.

| ID | DIFERENCIA DE LONGITUD 3D (m) |
|----|-------------------------------|
| C1 | 55,357 |
| L2 | 91,988 |
| R3 | 66,322 |
| R4 | 72,741 |
| R5 | 146,538 |
| R6 | 166,388 |
| R7 | 68,381 |
| R8 | 64,691 |

Tabla IV.11. Diferencia de longitud en valor absoluto entre el eje preciso y los ejes medios.

IV.3. CONTROL POSICIONAL 3D.

Como resultado del control posicional, se obtiene las funciones de distribución de distancias para cada CMT que se recogen la Figura IV.10 (los datos para la construcción de las funciones se recogen en el Anexo IV). Estas funciones muestran el porcentaje de eje medio que está a una distancia D_e respecto al eje preciso, por lo que las curvas son crecientes conforme se aumentando dicha distancia hasta que se alcanza el 100%. Las funciones se han acotado en el eje X a una distancia de evaluación de 10m, aunque para esa distancia de evaluación no se había alcanzado un porcentaje de inclusión del 100% en todos los CMT, tal y como se aprecia en las funciones de los CMT C1, L2 y R6.

Las distancias de evaluación consideradas se han ido aumentando con diferentes incrementos. Al principio se han considerados incrementos más pequeños, que es cuando el gráfico tiene el mayor crecimiento. En la parte intermedia, se considera un incremento mayor al anterior, cuando la curva ya empieza a estabilizarse. Finalmente, el incremento es aún mayor al final, cuando el 100% está cerca de alcanzarse y el aumento del porcentaje de inclusión es muy pequeño en cada incremento de la distancia de evaluación. Los incrementos considerados son:

- De 0 a 7 metros: se incrementa en 0,1m.
- De 7 a 17 metros: se incrementa en 0,5m.
- A partir de 17 metros: se incrementa en 1m.

En todos los CMT se produce un incremento grande al principio que se va estabilizando hasta alcanzar el 100%. El incremento inicial es menor en los CMT R3 y R4, que se corresponden con las configuraciones de Racelogic que reciben las configuraciones con el dispositivo IMU. Estas configuraciones presentan poca variabilidad dentro de sus CMT, y prácticamente no se han detectado atípicos en las trazas. Sin embargo, en el control posicional han resultado ser las que han derivado en un eje medio con peor exactitud.

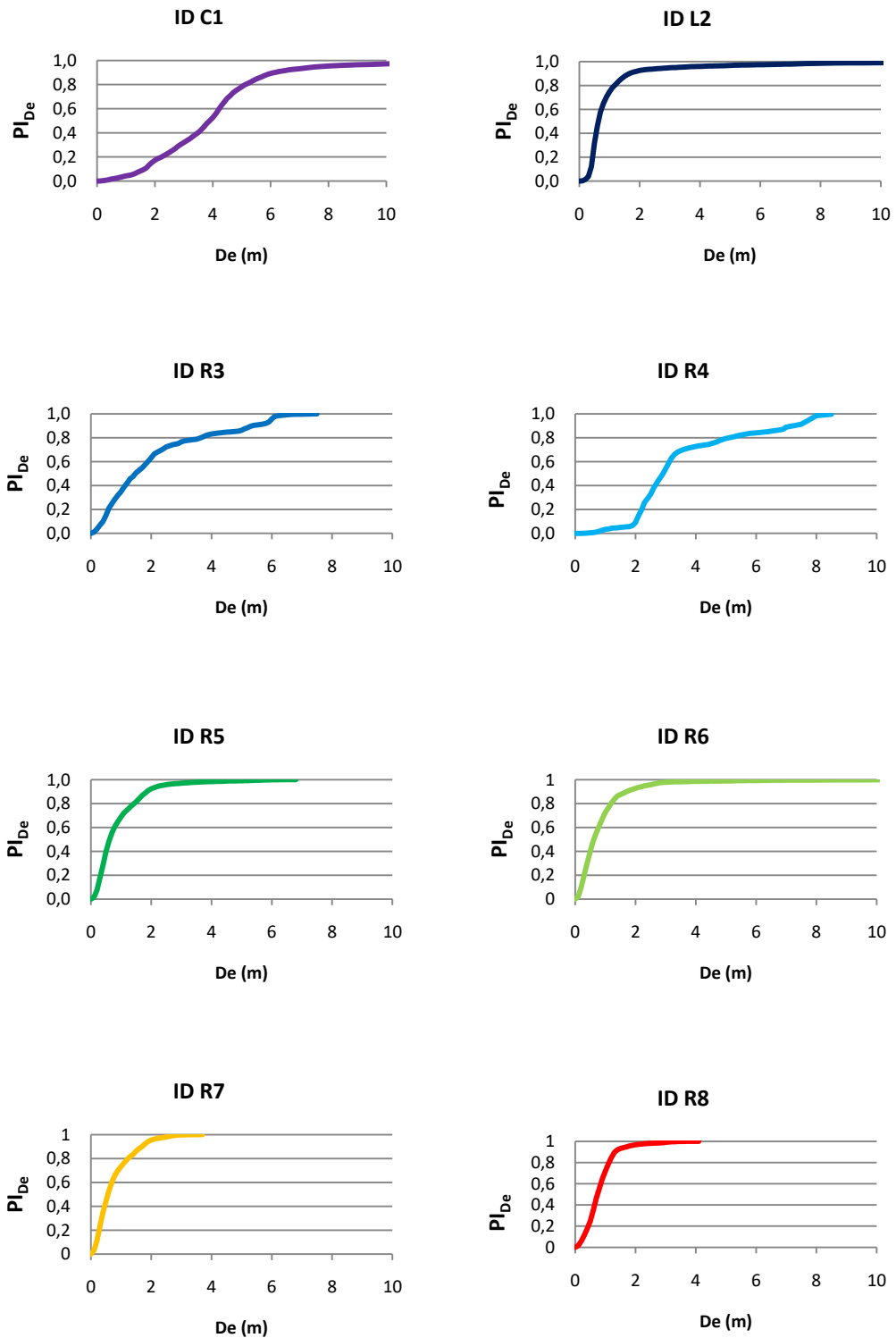


Figura IV.10. Funciones de distribución de distancias para cada CMT.

La Figura IV.11 muestra la superposición de todas las funciones de distribución en un único gráfico. Este gráfico nos ofrece una perspectiva en conjunto de los ocho ejes medio calculados y nos permite determinar qué eje es el más exacto. En este caso, el eje obtenido con el equipo Racelogic sin correcciones y con el modo dinámico normal, es el que antes alcanza valores más altos de porcentaje de inclusión respecto a la distancia de evaluación. Para un porcentaje del 90% las configuraciones de GNSS+IMU con correcciones diferenciales de Racelogic, son las que peores resultados presentan, incluso una de ellas por debajo del equipo Columbus, que es el equipo de bajo coste. El equipo Leica, por su parte, presenta un buen inicio, con una fuerte pendiente en el gráfico que pronto se va estabilizando. Como se comentaba en el Apartado IV.1.7 y como se observa en la Figura IV.5, las trazas presentes obtenidas con este equipo presentaban una serie de saltos temporales que, aún habiéndose evitado en parte, siguen existiendo y afectar a la exactitud posicional del eje medio derivado de L2.

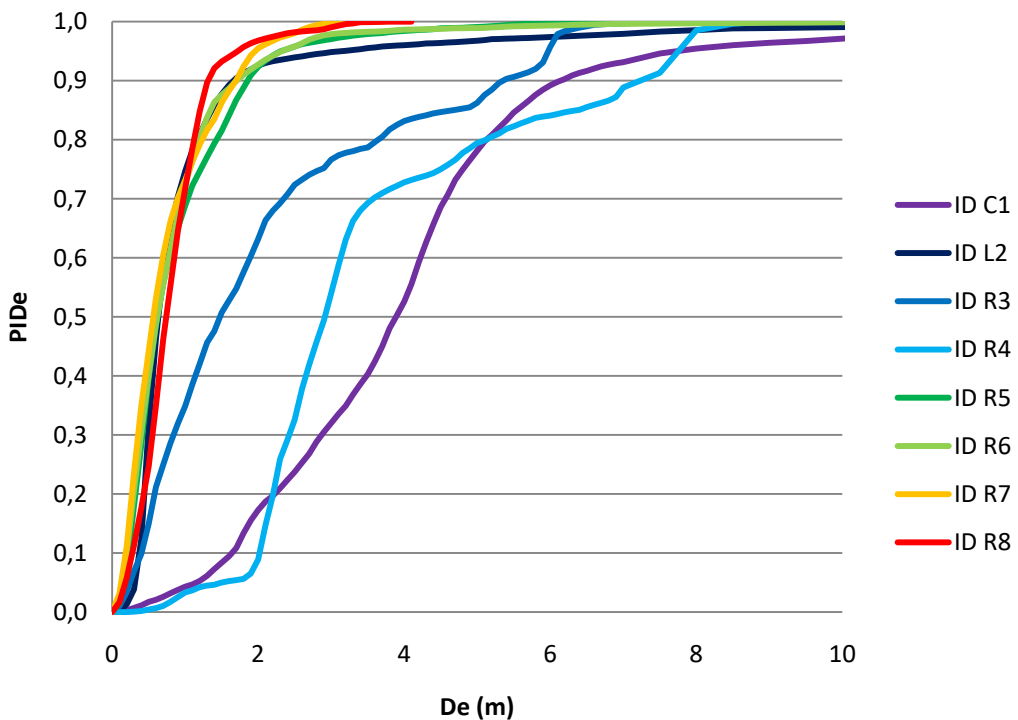


Figura IV.11. Superposición de las funciones de distribución de los ocho CMT.

A partir de las funciones de distribución de distancias se pueden derivar valores de calidad en función de distintos niveles de confianza, es decir, la distancia de evaluación a la que un porcentaje de inclusión determinado es alcanzado. En la Tabla IV.12 se recogen los valores de calidad obtenidos para los niveles de confianza 75, 90, 95 y 100%. El eje medio del CMT R8 es el que presenta mejores valores de calidad para todos los percentiles, excepto para el 100%, que tiene mejores valores en el CMT R7. Estos

conjuntos se corresponden con los datos brutos de Racelogic, es decir, sin ningún tipo de correcciones inerciales.

| ID | Valores de calidad (m) | | | |
|----|------------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| | P ₇₅ | P ₉₀ | P ₉₅ | P ₁₀₀ |
| C1 | 4,803 | 6,140 | 7,745 | 15,000 |
| L2 | 1,009 | 1,665 | 3,150 | 14,500 |
| R3 | 2,865 | 5,354 | 5,973 | 7,500 |
| R4 | 4,498 | 7,233 | 7,755 | 9,000 |
| R5 | 1,213 | 1,857 | 2,313 | 6,800 |
| R6 | 1,064 | 1,703 | 2,328 | 12,500 |
| R7 | 1,057 | 1,696 | 1,960 | 3,700 |
| R8 | 1,048 | 1,313 | 1,720 | 4,100 |

Tabla IV.12. Distancias de evaluación para los percentiles 75%, 90%, 95% y 100%.

Atendiendo a la precisión especificada por los fabricantes para un nivel de confianza del 95% (Tabla III.1), y teniendo en cuenta los valores de calidad obtenidos (Tabla IV.12), se puede indicar que:

- **COLUMBUS:** el eje medio obtenido del CMT formado por las posiciones capturadas en este equipo, ha alcanzado una precisión de casi 8m, muy por encima de los 5m para 3D recogidos en las especificaciones técnicas del dispositivo.
- **LEICA:** el eje medio obtenido con las trazas derivadas de este equipo tiene una precisión de 3,15m, muy alejado de los valores centimétricos indicados por el fabricante. Como ya se ha comentado, este equipo no está diseñado para el uso que se ha hecho de él para los CMT, es decir, situado dentro de un vehículo que se desplaza a gran velocidad, sino que es un equipo empleado en trabajos topográficos y geodésicos.
- **RACELOGIC:** las diferentes configuraciones utilizadas permiten analizar distintos valores de precisión respecto a las especificaciones técnicas. Los CMT sin correcciones (sin solución) han obtenido valores un poco por encima del metro, lo que se corresponde con los datos que da el fabricante. Sin embargo, los resultados obtenidos en los datos con correcciones, están muy alejados de lo que cabría esperar para este equipo, tanto en solución fija (2cm) como en solución flotante (40cm). Es especialmente llamativa para las correcciones aplicadas con el IMU (CMT R3 y R4), donde los ejes medios obtenidos han tenido una precisión por encima de los 6m. Los resultados son mejores cuando se ha aplicado el filtro de Kalman (CMT R5 y R6), si bien la precisión de 2,3m para el eje medio sigue estando lejos de la precisión que cabría esperar.

IV.3.1. COMPARACIÓN POR ZONAS.

La recepción de señal GNSS depende en gran medida de las características de la zona de captura. Elementos externos como taludes, zonas arboladas, edificaciones o superficies reflectoras en general, afectan a cómo el equipo GNSS recibe la señal de los satélites. Por ello se han analizado de forma particular algunas zonas concretas del recorrido como se recogía en el Apartado III.2.1.

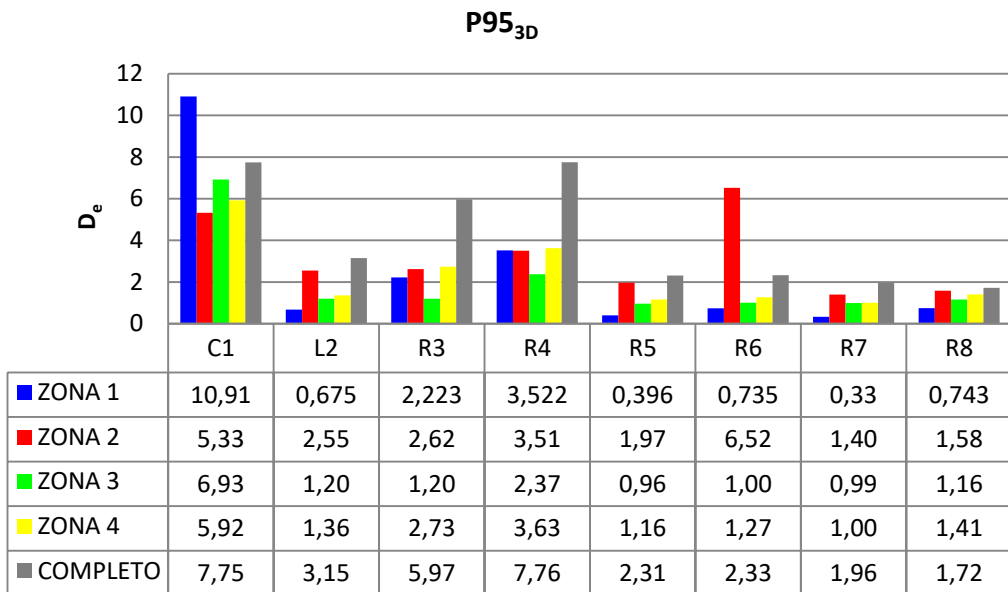


Figura IV.12. Distancias de evaluación en metros por zonas para el percentil 95 (D_e , 95).

Analizando las zonas rectas, la Zona 1 a priori es la que cabía esperar que obtuviera menor D_e respecto a la Zona 2 dado que la primera tenía un horizonte despejado. Así ha sido para todos los CMT excepto para C1. Éste no sólo tiene peor resultado en la Zona 1 que en la 2, sino que la uno es la zona donde peor mayor valor para D_e se ha obtenido, incluso si se considera el recorrido completo.

Con respecto a las zonas de curvas, la que tenía las más sinuosas (Zona 4), presenta mayores D_e . Nuevamente, la excepción se encuentra en C1, si bien en este caso la diferencia no es tan grande como en el caso de la recta.

Con respecto a las configuraciones de Racelogic, R7 y R8 presentan valores uniformes en todas las zonas, siendo además los CMT con menores valores D_e en comparación con todos los demás. Esto es especialmente llamativo en este equipo al ser precisamente estas configuraciones las que no recibían correcciones del IMU ni del filtro de Kalman.

Para determinar la existencia de comportamientos con diferencias estadísticas significativas entre las diferentes zonas se realiza un análisis de varianza o ANOVA. En la

Tabla IV.13 se recogen las medias y las desviaciones típicas de las distancias de evaluación obtenidas en cada zona por los distintos equipos y/o configuraciones. La hipótesis nula que se plantea en el análisis ANOVA es que los valores de las medias son iguales, siendo la hipótesis alternativa que al menos una de las medias difiere de las demás. La hipótesis alternativa es que al menos una de las medias es distinta.

| | D_e (P95) | | | |
|-------------------|-------------|--------|--------|--------|
| | ZONA 1 | ZONA 2 | ZONA 3 | ZONA 4 |
| Media | 2,442 | 3,184 | 1,976 | 2,310 |
| Desviación típica | 3,595 | 1,843 | 2,053 | 1,724 |

Tabla IV.13. Media y desviación típica de las distancias de evaluación en metros obtenidas para cada equipo y/o configuración para cada zona.

Para explorar los datos, se construyen los diagramas box-plot de los D_e que se han obtenido en cada zona con los distintos equipos (Figura IV.13). En la Zona 1 existe un valor atípico, que se corresponde al valor obtenido en C1 que se comentaba anteriormente. En la Zona 3 también se aprecia la presencia de un atípico, en este caso correspondiente al conjunto C1. Precisamente en estas dos zonas se existía una mayor desviación típica (Tabla IV.13).

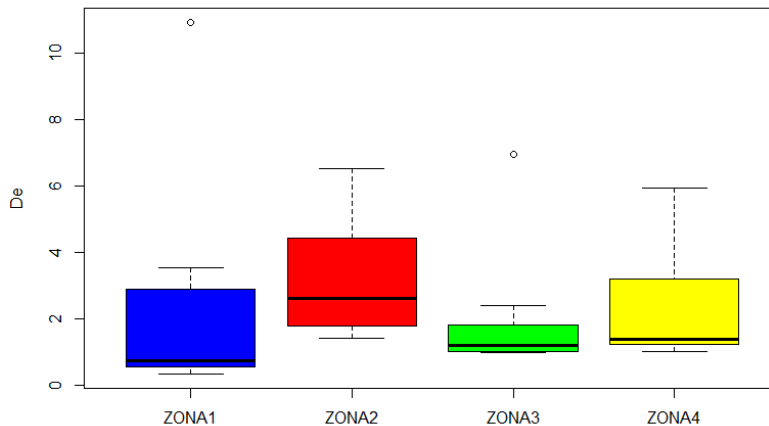


Figura IV.13. Diagramas box-plot de los D_e de percentil 95 obtenidos en los distintos equipos y/o configuraciones por zona.

En la Tabla IV.14 se muestra la tabla de ANOVA para los valores D_e obtenidos para el percentil 95 en el control posicional entre las diferentes zonas. El valor de F experimental (F_{exp}) se compara con el valor correspondiente de la distribución F de *Snedecor* (F_{teo}) para determinar si se acepta la hipótesis nula. Como $F_{exp} < F_{teo}$, se acepta la hipótesis nula, es decir, que no existe diferencia estadística entre las medias en cada zona.

| FUENTE DE VARIACIÓN | SUMA DE CUADRADOS | GRADOS DE LIBERTAD | CUADRADO MEDIO | F _{exp} | F _{teo} |
|---------------------|-------------------|--------------------|----------------|------------------|------------------|
| Intergrupo | 6,25 | 3 | 2,083 | 0,354 | 2,934 |
| Error | 164,58 | 28 | 5,878 | | |
| Total | 170,83 | 31 | | | |

Tabla IV.14. Tabla ANOVA para la D_e entre las distintas zonas para el percentil 95.

IV.3.2. CONTROL POSICIONAL 3D FRENTE A 2D.

Como se comentaba en el Apartado III.2.6, una de las ventajas que presentaba FDD con respecto a SBM es su capacidad de poder trabajar tanto con datos 2D como 3D. Es por ello que en este apartado se aplica este mismo control posicional en 2D y se compara con los resultados en 3D. De este modo, se puede ver como la componente 3D afectar a la exactitud posicional de los datos.

En la Figura IV.14 se muestra un diagrama de barras a partir de los valores de D_e obtenidos en los ejes medios de los CMT para 2D y 3D para el percentil 95 en el recorrido completo. Los valores que se obtienen en 2D son siempre menores que en 3D, lo cual es lógico al tener una componente menos donde se puede producir errores en la medida.

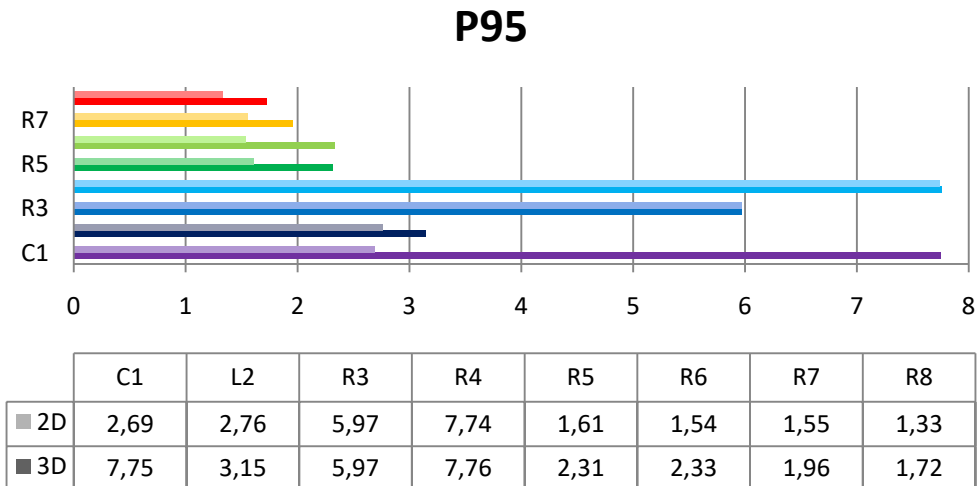


Figura IV.14. Distancias de evaluación en metros para el percentil 95 en 2D y 3D para el recorrido completo.

La diferencia más significativa de D_e en 2D y 3D se presenta en C1, siendo este valor para 3D casi tres veces mayor que para 2D. Este es un equipo de bajo coste que carece de la tecnología necesaria para obtener una buena precisión en Z. Sin embargo, en 2D C1 ha obtenido un mejor resultado que las configuraciones IMU de Racelogic (R3 y R4) y que Leica, siendo ambos equipos mucho más caros y difíciles de usar.

Se produce una circunstancia inesperada en R3 y R4, donde el resultado 2D y 3D es prácticamente el mismo. Es estos dos CMT la componente XY asume todo el error que se comete ya que la consideración de la Z no altera el resultado.

Considerando las diferencias 2D y 3D para cada zona (Figura IV.15), se observa que el equipo Columbus es el que sigue presentando las mayores diferencias ya comentadas en el recorrido completo. Las mayores diferencias entre 2D y 3D para este equipo, se encuentran en las zonas 1 y 2, las que representaban tramos rectos, si bien la zona con problemas a priori de horizonte (zona 2) sigue teniendo mejores resultados que la recta con horizonte despejado.

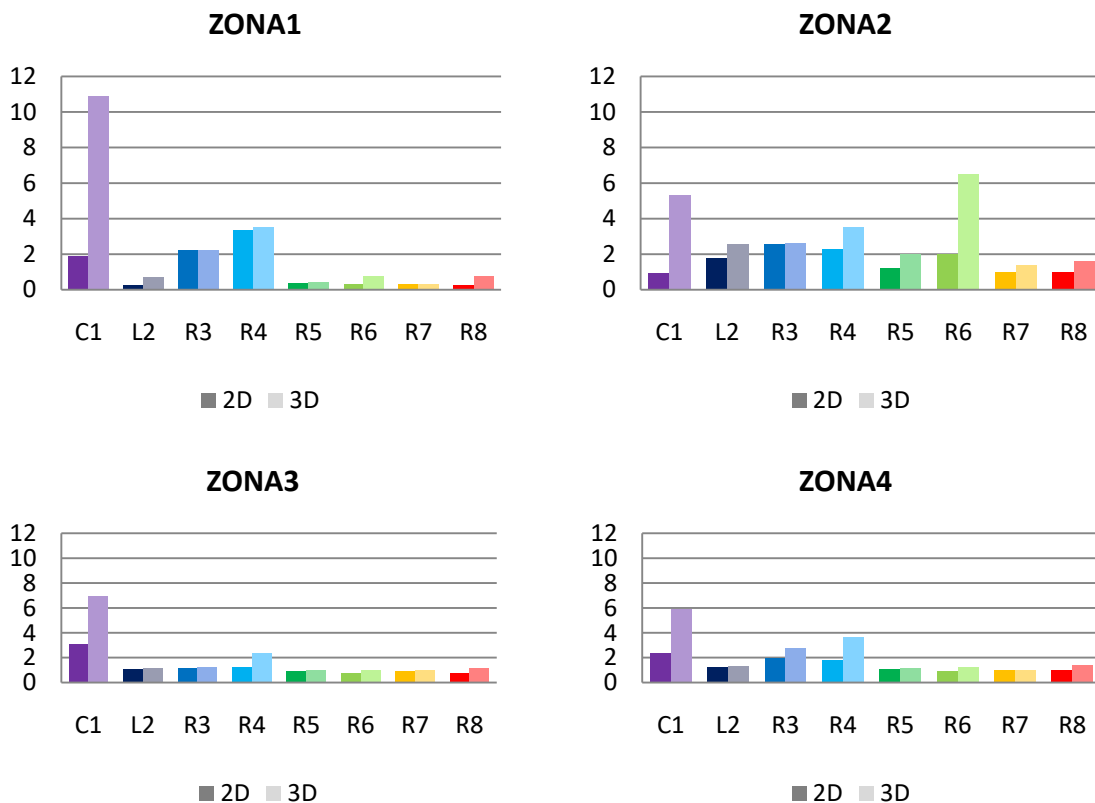


Figura IV.15. Comparativa de resultados de las distancias de evaluación 2D y 3D en metros para cada equipo y/o configuración en cada zona.

En R4, configuración que usaba las correcciones IMU, también se aprecian diferencias significativas entre el uso de 2D y 3D en las zonas 2, 3 y 4. En la zona 2 puede deberse a la ya comentada falta de un horizonte despejado. En las otras dos zonas, con presencia de curvas, las diferencias pueden deberse que la posición inicial sobre las que se basan las correcciones inerciales no era una buena posición, lo que ha terminado afectando al resto de las posiciones.

IV.4. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE MUESTRA.

En todos los procesos en los que se trabaja con cierto número de elementos para derivar a partir de ellos otro valor, cabe plantearse cómo ese número tiene influencia en el resultado obtenido. Esto es lo que se plantea para el equipo Columbus que, con 69 trazas en cada sentido, plantea la duda de hasta qué punto son necesarias todas ellas para la obtención del eje medio o si con un número menor se podría obtener un resultado igualmente válido.

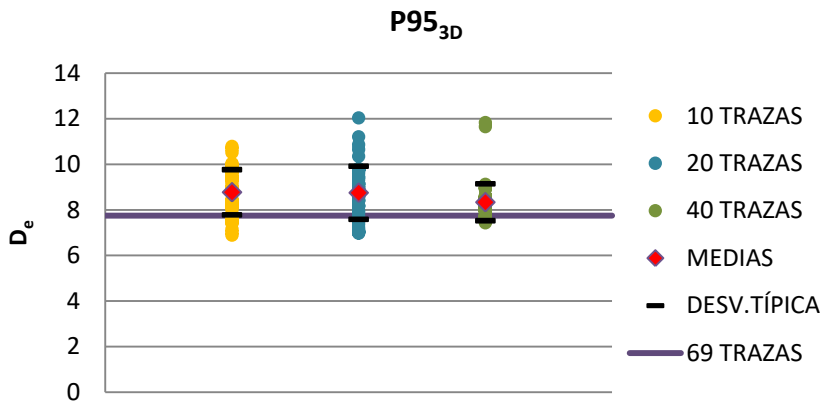


Figura IV.16. Representación de la D_e para el percentil 95_{3D} para los conjuntos extraídos de 10, 20 y 40 trazas.

El proceso descrito en el Apartado III.2.7 se aplica para un tamaño de 10, 20 y 40 trazas, con un número total de 50 repeticiones para cada uno de los tamaños. En la Figura IV.16 se representan los D_e correspondientes al percentil 95 de cada uno de los subconjuntos de 10, 20 y 40 trazas. Como era lógico esperar, se observa que existe mayor dispersión entre los valores de las repeticiones cuando se utilizan 10 y 20 trazas, lo cual queda reflejado en la desviación típica que se recoge en la Tabla IV.15. En relación a los valores medios estimados, estos los valores son relativamente parecidos y algo mayores que la media poblacional ($D_e(P95_{3D}) = 7,745m$, ver Tabla IV.12). En general, existe una sobrestimación del valor medio que consideramos puede deberse a lo indicado en Apartado IV.1.7(ver Figura IV.7). Es decir, la presencia de vibraciones 3D de las posiciones de las trazas observadas hacen que la media estimada se incremente respecto al valor de la media real. Otra posible causa es que la probabilidad que estamos considerando (95%), incluya ya una cierta influencia destacada de valores atípicos que incrementen su valor medio.

Centrados ya en los datos, también se observa que la media y la desviación típica para el caso de 10 trazas es menor que para el caso de 20 trazas y que para el caso de 40 trazas se alcanza un valor menor al de los dos anteriores. Es decir, con mayor número de trazas conseguimos una menor desviación en la estimación del valor pero también un

sesgo algo menor. Estos valores confirman pues que la simulación ofrece un resultado coherente con lo que cabría esperar al aumentar el tamaño de muestra.

| | $D_e (P95_{3D})$ | | |
|-------------------|------------------|-----------|-----------|
| | 10 TRAZAS | 20 TRAZAS | 40 TRAZAS |
| Media | 8,774 | 8,751 | 8,336 |
| Desviación típica | 0,992 | 1,165 | 0,809 |

Tabla IV.15. Media y desviación típica de la D_e en metros para el percentil 95_{3D} obtenida para las repeticiones con número de traza 10, 20 y 40.

Para comprobar si la media de D_e de las muestras (Tabla IV.15) es igual a la media obtenida para el total de las trazas ($D_e (P95_{3D}) = 7,745m$), se utiliza la prueba *t-student*. La hipótesis nula que se plantea es que la media de la muestra es igual a la media poblacional. Los resultados del *p – valor* están recogidos en la Tabla IV.16. Los resultados obtenidos para las medias en las tres muestras, 10, 20 y 40 trazas, son menores que el valor crítico 0,05, por lo que no se puede aceptar la hipótesis de que las medias de las distancias de evaluación de las muestras sea igual a la distancia de evaluación obtenida para las 69 trazas. Por lo tanto, el sesgo existente entre el valor de D_e en la muestras y el obtenido para el total de trazas es significativo.

| | $D_e (P95_{3D})$ | | |
|------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | 10 TRAZAS | 20 TRAZAS | 40 TRAZAS |
| <i>p – valor</i> | 1,983e ⁻⁰⁹ | 1,604e ⁻⁰⁷ | 4,388e ⁻⁰⁶ |

Tabla IV.16. Resultados de la *t-student* sobre las medias muestrales la D_e para P95_{3D} frente a la media poblacional.

Para saber si existe diferencia estadística entre las medias obtenidas para los tres tamaños de muestra (10, 20 y 40 trazas), se realiza el test ANOVA. A la vista de los resultados recogidos en la Tabla IV.17, se acepta la hipótesis nula, dado que $F_{exp} < F_{teo}$. Por lo tanto, se acepta la hipótesis nula de que no existe diferencia estadística entre las medias de D_e cuando se consideran muestras de 10, 20 y 40 trazas.

| FUENTE DE VARIACIÓN | SUMA DE CUADRADOS | GRADOS DE LIBERTAD | CUADRADO MEDIO | F_{exp} | F_{teo} |
|---------------------|-------------------|--------------------|----------------|-----------|-----------|
| Intergrupo | 6,09 | 2 | 3,045 | 3,049 | 3,057 |
| Error | 146,81 | 147 | 1,00 | | |
| Total | 152,9 | 149 | | | |

Tabla IV.17. Tabla ANOVA para la D_e en metros entre los tamaños de muestra 10, 20 y 40 para el percentil 95_{3D}.

Este mismo análisis cabe plantearlo para el caso de un control posicional 2D. En la Figura IV.16 se representan los D_e correspondientes al percentil 95 obviando la componente Z de cada uno de los subconjuntos de 10, 20 y 40 trazas. La dispersión en las repeticiones entre los grupos es más igualada que la que se observaba para el caso 3D (Figura IV.16), si bien se produce un ascenso de la media conforme se van incrementando el número de trazas que se seleccionan del CMT.

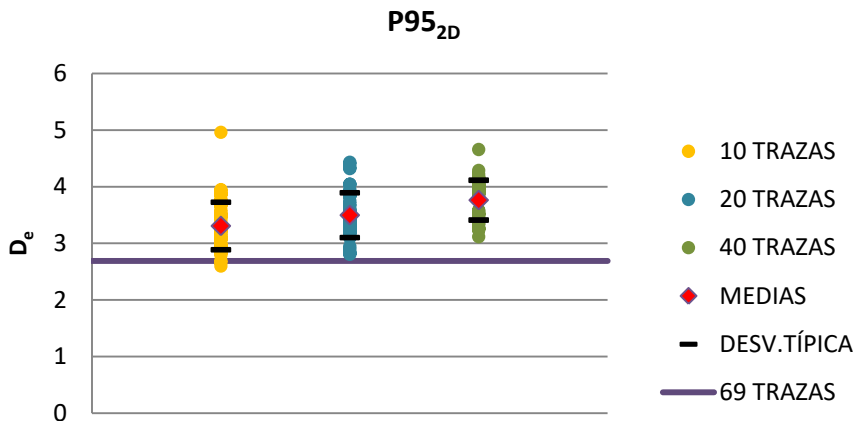


Figura IV.17. Representación de la D_e para el percentil 95_{2D} para los conjuntos extraídos de 10, 20 y 40 trazas.

La media y desviación típica del control posicional en 2D de las repeticiones realizadas para subconjuntos de 10, 20 y 40 traza se recoge en la Tabla IV.18. Se sigue produciendo una sobrestimación de los valores medios frente al valor poblacional formado por las 69 trazas ($D_e(P95_{3D}) = 2,69m$, ver Tabla IV.12). Aunque las oscilaciones comentadas para el caso 3D no se dan en la componente 2D, sí que existe un gran desplazamiento horizontal entre las trazas que forman el CMT Columbus (Figura IV.18). Las trazas de ida y vuelta no se distinguen en su representación sobre la ortofotografía, y se aprecian desplazamientos 2D entre las trazas más lejanas que alcanzan hasta los 40 metros de distancia. Al utilizar las 69 trazas, la influencia se disminuye gracias a la detección de atípicos, obteniéndose una distancia de evaluación menor. La desviación típica, tal y como se muestra en la Tabla IV.18 disminuye con el incremento de trazas hasta cerca del 20% para el caso de 40 trazas frente a 10 trazas.

| | $D_e(P95_{2D})$ | | |
|-------------------|-----------------|-----------|-----------|
| | 10 TRAZAS | 20 TRAZAS | 40 TRAZAS |
| Media | 3,306 | 3,497 | 3,763 |
| Desviación típica | 0,420 | 0,395 | 0,352 |

Tabla IV.18. Media y desviación típica de la D_e en metros para el percentil 95_{2D} obtenida para las repeticiones con número de traza 10, 20 y 40.

Al igual que en el caso 3D, se comprueba si la media de D_e de las muestras (Tabla IV.18) es igual a la media obtenida para el total de las trazas ($D_e(P95_{3D}) = 2,69m$), aplicando nuevamente el test *t-student*. Los resultados del *p – valor* son los que aparecen en la Tabla IV.19. Como ocurría anteriormente, los resultados obtenidos para las medias en las tres muestras, 10, 20 y 40 trazas, son menores que 0,05, por lo que no se puede aceptar la hipótesis de que las medias de las distancias de evaluación de las muestras sea igual a la distancia de evaluación obtenida para las 69 trazas. Es decir, el sesgo de la

D_e entre el obtenido en cada muestra y el obtenido al utilizar todas las trazas es significativo.



Figura IV.18. Trazas de ida y vuelta del CMT Columbus.

| | $D_e (P95_{2D})$ | | |
|-------------|------------------|----------------|----------------|
| | 10 TRAZAS | 20 TRAZAS | 40 TRAZAS |
| $p - valor$ | $5,632e^{-14}$ | $2,200e^{-16}$ | $2,203e^{-16}$ |

Tabla IV.19. Resultados de la t-student sobre las medias muestrales la D_e para $P95_{2D}$ frente a la media poblacional.

Para contrastar las medias entre las tres muestras, se realiza nuevamente una ANOVA (Tabla IV.20). En este caso, $F_{exp} > F_{teo}$ y, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula de que las medias son iguales a favor de la hipótesis alternativa, es decir, que al menos hay una media que es distinta que las demás. En este caso, sí que existen diferencias significativas entre usar uno y otro número de trazas. A la vista de los resultados, sería más recomendable usar un conjunto de 10 trazas que usar conjuntos mayor número de trazas.

| FUENTE DE VARIACIÓN | SUMA DE CUADROS | GRADOS DE LIBERTAD | CUADRADO MEDIO | F_{exp} | F_{teo} |
|---------------------|-----------------|--------------------|----------------|-----------|-----------|
| Intergrupo | 2,27 | 2 | 2,63 | 17,316 | 3,057 |
| Error | 22,36 | 147 | 0,15 | | |
| Total | 50,08 | 149 | | | |

Tabla IV.20. Tabla ANOVA para la D_e entre los tamaños de muestra 10, 20 y 40 para el percentil 95_{2D} .

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES

En este último capítulo se presentan las principales conclusiones alcanzadas. En primer lugar, se analiza en qué medida han sido alcanzados los objetivos que se planteaban al principio sobre las hipótesis de partida. A continuación, se exponen las conclusiones propias de la aplicación de los métodos desarrollados sobre el conjunto de datos capturados. Por último, se indica cómo se podría dar continuación al trabajo desarrollado en esta tesis doctoral, exponiendo posibles planteamientos abiertos a raíz de la investigación realizada.

V.1. OBJETIVOS ALCANZADOS.

Los objetivos planteados a partir de las hipótesis iniciales han obtenido un alto grado de cumplimiento. Se ha alcanzado con éxito el objetivo de obtener una representación actualizada y posicionalmente válida del eje medio de un elemento de la realidad a partir de un conjunto multitrizas suficientemente numeroso de datos de calidad posicional relativamente baja y con gran variabilidad. La corroboración de que se ha alcanzado el primer objetivo se consigue con el cumplimiento del segundo objetivo, extendiendo al caso 3D el método de orlado simple desarrollado en 2D para la evaluación de la exactitud posicional de un eje.

Concretamente, se puede indicar que se han alcanzados los objetivos secundarios planteados:

- Se ha desarrollado un método que permite determinar un eje medio a partir de dos trazas GNSS 3D (ida y vuelta) basado en la distancia de Fréchet.
- Se han desarrollado mecanismos que permiten detectar y eliminar atípicos en las trazas que forman los conjuntos de multitrizas GNSS 3D como fase previa a la obtención del eje medio.
- Se ha desarrollado un método que permite determinar un eje medio a partir de un conjunto multitrizas GNSS 3D basado en las intersecciones de las trazas con planos perpendiculares dispuestos a lo largo de una de las trazas del CMT.
- A partir del método de control posicional basado en el orlado simple para el caso 2D, y con una serie de consideraciones propias de la naturaleza de la componente 3D, se ha extendido el método al caso 3D, desarrollando el método que se ha denominado función de distribución de distancias.

V.2. CONCLUSIONES ACERCA DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

A continuación se indican las conclusiones relativas a los resultados obtenidos, el orden de presentación coincide básicamente con el que se ha seguido en el capítulo IV.

En relación a los aspectos metodológicos y procedimentales, se desea destacar: i) que se dispone de un método general para abordar este asunto, tanto desde una perspectiva de la investigación como desde una perspectiva más aplicada; ii) que se dispone de un conjunto de algoritmos, plasmados en herramientas informáticas, que permiten realizar automatizadamente gran parte del proceso.

En relación a los ocho CMT analizados, consideramos que se ha conseguido una representación posicionalmente válida del eje medio, tal y como se ha podido corroborar con el control de la exactitud posicional.

En relación a los equipos y configuraciones:

Columbus. Se ha detectado una gran variabilidad en el CMT, y se ha conseguido el peor resultado de todos los ejes medios, aunque muy cerca de una de las configuraciones IMU de Racelogic. El equipo Columbus ha obtenido los peores resultados en general para el control posicional 3D, pero muy próximo a una de las configuraciones de IMU de Racelogic (R4). El resultado obtenido para un nivel de confianza de 95% es de 7,5m, lejos de los 5m que ofrece el fabricante, si bien las especificaciones hacían referencia a puntos y este control tiene en cuenta trazas. Los resultados mejoran ostensiblemente en el control 2D, donde se obtiene una precisión de 2,7m para el percentil 95, por delante del equipo Leica (2,8m) y de las dos configuraciones de IMU de Racelogic (6,0 y 7,7m).

Leica. En relación al equipo Leica, para el caso del CMT y no a la captura del Eje Preciso, se ha obtenido un resultado relativamente bueno, a pesar de no ser un equipo diseñado para este tipo de aplicaciones. Desde un primer momento, este equipo ha presentado problemas en la captura, donde apenas se han levantado el 40% de las trazas planificadas. Esto es ya una muestra de las limitaciones del equipo para ser utilizado en un levantamiento cinemático de estas características.

Racelogic. Los resultados finales del control posicional se ha puesto de manifiesto que ni las correcciones diferenciales ni las correcciones inerciales, tanto las aplicadas por el IMU como por el filtro de Kalman, han conseguido mejorar la posición de la traza con respecto a los datos brutos del GNSS. Si bien las trazas formadas con las posiciones sin correcciones presentaban a priori muchos atípicos de segmento y daban a las trazas un aspecto general de trazas anómalas, una vez aplicados los mecanismos de detección de atípicos y obtenido el eje medio, éstos han resultado ser los más precisos para este equipo. Esto pone de manifiesto que las correcciones inerciales presentan un gran inconveniente, y es que el sistema estimación se nutre continuamente de los cambios detectados previamente, de modo que las imprecisiones en las posiciones previas están continuamente afectando a la traza.

En relación a las hipótesis básicas, se ha demostrado que es posible obtener un eje medio con trazas que a priori parecían que no eran suficientemente buenas, pero que tratadas de forma adecuada permiten derivar una posición media precisa.

En relación a los atípicos, se ha demostrado la importancia real que este tipo de datos tiene en los CMT y por ello de la importancia de su control y eliminación. Los controles desarrollados han permitido eliminar atípicos puntales, porciones de trazas anómalas y trazas anómalas. Sin embargo, existen muchos atípicos que han seguido formando parte de los CMT. Aunque el método de determinación de eje medio a partir de CMT aquí planteado creaba mecanismos que intentaban evitar que influyeran sobre el resultado medio, se observa que los ejes medios siguen manteniendo esos comportamientos anómalos. Esto ocurre en los CMT R7 y R8, donde no se han aplicado ningún tipo de correcciones con el equipo Racelogic. A pesar de todo, estos dos conjuntos son los que mejores valores de calidad han obtenido en el control posicional respecto al eje preciso.

En cuanto a cómo puede afectar el contexto de las capturas (sinuosidad y apertura de horizonte), se ha analizado por medio de cuatro zonas. Según el análisis de la varianza realizado parece que, a priori, no existen diferencias significativas entre unas zonas y otras, al menos en términos de media. Si bien resulta llamativo el resultado obtenido para la recta con horizonte despejado para el equipo Columbus, donde se obtenía el peor resultado para este equipo, incluso por encima del análisis completo del recorrido. En cuanto a la comparación de las dos zonas de curvas (3 y 4) con la zona que presentaba problemas de horizonte (2), es en esta última donde más se ve afectada la exactitud del eje medio que se obtiene, lo que permite concluir que este tipo de zonas son las que más afectan al resultado final.

La comparación del caso 3D frente a 2D nos ha permitido entender mejor lo que ocurre en la captura, que es el proceso clave que condiciona la calidad de los datos. Las grandes diferencias detectadas entre la aplicación 2D y 3D del método FDD pone de manifiesto la necesidad que existe de evaluar la información en la misma dimensión en la que son capturados. Realizar controles de calidad de la componente posicional de información 3D con medidas únicamente en 2D, no ofrece la calidad completa del dato, sino de sólo dos de sus componentes, siendo la Z, la que no se suele evaluar, la que

mayor inexactitud suele presentar en los datos que se capturan por ejemplo con equipos GNSS

En cuanto a que número de trazas son necesaria para realizar una estimación de un eje preciso utilizando equipos de bajo coste (Columbus), se ha realizado una primera aproximación por medio de simulaciones. La simulación muestra que a mayor número de trazas en la muestra, tanto mayor es la precisión de la estimación. En relación al valor medio de la estimación, al compararlo con el valor poblacional, se detecta que tanto para el caso 3D como 2D existe un sesgo de sobrestimación. No obstante, para el caso 3D el ANNOVA no ha encontrado una diferencia estadísticamente significativa en el resultado medio para los 3 tamaños de muestra analizados del control posicional. Pero sí que existe diferencia en el caso 2D, donde para el mayor número de trazas de los conjuntos analizados (20 y 40 trazas), se obtenían resultados medios mayores que para el conjunto con menor número de trazas (10 trazas).

V.3. PERSPECTIVAS DE FUTURO.

La investigación planteada en la presente tesis doctoral puede y debe tener una continuidad en el futuro, puesto aún quedan apartados que pueden mejorarse y/o optimizarse, tales como:

- Aplicación de los métodos propuestos a trazas obtenidas por VGI. Aunque las trazas de uno de los CMT (el del equipo Columbus) analizados presentaban características muy similares a las que podrían obtenerse a partir de VGI por las características del equipo empleado, el conjunto carece de la variabilidad completa que suelen presentar las trazas VGI procedentes de otras fuentes (distintos equipos, diferente conducción del vehículo por distintos voluntarios, mayor variabilidad en la hora de captura, etc.). Por lo tanto, sería interesante aplicar el método sobre CMT formados con trazas provenientes de aportaciones voluntarias, en su definición más estricta, y ver que se comporta como se espera según el trabajo realizado en esta tesis doctoral.
- Implementación sobre otra tipología de elementos lineales, tales como veredas, caminos, pistas forestales, para poder comparar los resultados con los obtenidos en este trabajo referente a carreteras.
- Desarrollar mecanismos que permitan utilizar los atributos originales capturados por los equipos GNSS, p.e. tiempo, HDOP, VDOP, etc. Esto serviría para evitar los saltos temporales, como los que se han observado en L2, pero también, con los valores de calidad, se podrían ponderar las coordenadas de los atributos, de manera que los vértices con mejores valores de calidad tengan una mayor influencia en el resultado final, puesto que a priori son vértices de mayor calidad.

REFERENCIAS

- [1.] Abbas, I., Grussenmeyer, P., & Hottier, P. (1995). Contrôle de la planimétrie d'une base de données vectorielles: une nouvelle méthode basée sur la distance de Hausdorff: la méthode du contrôle linéaire. *Bul. S.F.P.T.* (137), 6-11.
- [2.] Agamennoni, G., Nieto, J. I., & Nebot, E. M. (2010). Technical Report: Inference of Principal Road Paths Using GPS Data.
- [3.] Ahmed, M., & Wenk, C. (2012). Constructing Street-Maps from GPS Trajectories. *20th Annual European conference on Algorithms* (págs. 60-71). Ljubljana: Springer.
- [4.] Alt, H., & Godau, M. (1995). Computing the Fréchet distance between two polygonal curves. *International Journal of Computational Geometry and Applications* , 75-91.
- [5.] Alt, H., Brab, P., Michael, G., Knauer, C., & Wenk, C. (2002). Computing the Hausdorff Distance of Geometric Patterns and Shapes. In B. Aronov, S. Basu, J. Pach, & M. Sharir, *Discrete and computational geometry: The Goodman-Pollack festshriff* (pp. 65-76). New York: Springer.
- [6.] Ariza-López, F. J. (2002). *Calidad en la producción cartográfica*. Madrid: Ra-Ma.
- [7.] Ariza-López, F. J. (2013). Introducción a la calidad en la Información Geográfica. En F. J. Ariza (Ed.), *Fundamentos de Evaluación de la Calidad de la Información Geográfica* (págs. 1-62). Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- [8.] Ariza-López, F. J., & García-Balboa, J. L. (2013). Evaluación de las componentes de la calidad de la información geográfica. En F. J. Ariza-López (Ed.), *Fundamentos de evaluación de la calidad de la Información Geográfica* (págs. 389-497). Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- [9.] Ariza-López, F. J., Barrera, D., Reinoso, J. F., & Romero-Zaliz, R. (2015). Inferring mean road axis from Big Data: sorted points cloud belonging to traces. *Modelling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences* , 443-453.
- [10.] Ariza-López, F. J., García-Balboa, J. L., & Amor-Pulido, R. (2004). *Casos prácticos de calidad en la producción cartográfica*. Jaén: Universidad de Jaén: Servicio de publicaciones.
- [11.] Ariza-López, F. J., Mozas-Calvache, A. T., & Gil de la Vega, P. (2014). Tratamiento de multitrizas GNSS 3D para la obtención de ejes medios. *XVI Congreso Nacional de Tecnologías de la Información Geográfica*. Alicante.
- [12.] Ariza-López, F. J., Mozas-Calvache, A. T., Ureña-Cámara, M. A., Alba-Fernández, M. V., García-Balboa, J. L., Rodríguez-Avi, J., et al. (2011).

- Influence of sample size on line-based positional assessment methods for road data. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* , 708-719.
- [13.] Ariza-López, F. J., Rodríguez-Avi, J., & Reinoso, G. J. (2014). An approximation to outliers in GNSS traces. *Spatial Accuracy 2014*, (págs. 186-189). Michigan.
- [14.] ASPRS. (1990). Accuracy standards for large scale maps. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* , 1068-1070.
- [15.] Atkinson, A. D. (2005). *Control de la Calidad Posicional en Cartografía: Análisis de los Principales Estándares y Propuesta de Mejora*. Jaén: Universida de Jaén.
- [16.] Atkinson, A., & Ariza-López, F. J. (2002). Nuevo enfoque para el análisis de la calidad posicional en cartografía mediante estudios basados en la geometría lineal. *XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica*. Santander.
- [17.] Badard, T. (1999). On the automatic retrieval of updates in geographic databases based on geographic data matching tools. *Proceedings of the 19th International Cartographic Conference*, (págs. 47-56). Ottawa, Canada.
- [18.] Baudrier, E., Millon, G., Nicolier, F., Seulin, R., & Ruan, S. (2007). Hausdorff distance-based multiresolution maps applied to image similarity measure. *The Imaging Science Journal* , 55, 164-174.
- [19.] Biagioni, J., & Eriksson, J. (2012). Inferring road maps from GPS traces: survey and comparative evaluation. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* , 61-71.
- [20.] Blakemore, M. (1984). Generalisation and error in spatial data bases. *Cartographica* , 21, 131-139.
- [21.] Breunig, M. M., Kriegel, H.-P., Ng, R. T., & Sander, J. (2000). LOF : Identifying Density-Based Local Outliers. *ACM SIGMOD 2000 Int. Conf. on Management of Data*, (págs. 93-104). Dallas.
- [22.] Cai, J., Xu, P., Li, D., & Zhu, G. (2014). A multi-scale positional uncertainty model that incorporates multi-scale modeling errors. *Spatial Accuracy 2014*, (págs. 107-113). Michigan.
- [23.] Cao, L., & Krumm, J. (2009). From GPS Traces to a Routable Road Map. *Proceedings of the 17th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems* (págs. 3-12). Seattle: ACM.

- [24.] Caspary, W., & Scheuring, R. (1993). Positional accuracy in spatial databases. *Computer, Environment and Urban Systems* , 17, 103-110.
- [25.] Castro Malpica, M., Iglesias Martínez, L., Lopez-Cuervo Medina, S., & Rodríguez-Solano Suárez, R. (2010). Determinación del eje de la carretera y la distancia de visibilidad utilizando datos GPS y herramientas SIG. En J. Ojeda, M. Pita, & I. Vallejo, *Tecnologías de la Información Geográfica: La Información Geográfica al servicio de los ciudadanos* (págs. 413-419). Sevilla: Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- [26.] Chrisman, N. R. (1982). A theory of cartographic error and its measurement in digital bases. *Proceedings of Auto Carto*, (págs. 159-168). Utrecht.
- [27.] CSG. (2012). *Plan Cartográfico Nacional 2013-2016*.
- [28.] Cuenin, R. (1972). *Cartographie Générale. Tome I. Notions Générales et principes d'élaborations*. Paris: Eyrolles.
- [29.] Davies, J. J., Beresford, A. R., & Hopper, A. (2006). Scalabe, distributed, real-time map generation. *Intelligent Transportation Systems* , 47-54.
- [30.] del Río San José, J. (2010). *Introducción al tratamiento de datos espaciales en hidrología*. Madrid: Bubok.
- [31.] Delafontaine, M., Nolf, G., Van de Weghe, N., Antrop, M., & de Maeyer, P. (2009). Assessment of sliver polygons in geographical vector data. *International Journal of Geographical Information Science* , 23 (6), 719-735.
- [32.] Devogele, T. (2002). A new merging process for data integration based on the discrete Fréchet distance. *Advances in Spatial Data Handling* , 167-181.
- [33.] Dunn, R., Harrison, R., & White, J. C. (1990). Positional accuracy and measurement error in digital databases of land use: an empirical study. *International Journal of Geographical Information Systems* , 4 (4), 385-398.
- [34.] Edelkamp, S., & Schrödl, S. (2003). Route Planning and Map Inference with Global Positioning Traces. En R. Klein, H. W. Six, & L. Wegner, *Computer Science in Perspective* (Vol. 2598, págs. 128-151). Berlin: Springer.
- [35.] Ehlers, M. (2007). Integration taxonomy and uncertainty. En V. Mesev (Ed.), *Integration of GIS and Remote Sensing* (págs. 17-42). Chishester: Wiley.
- [36.] FGDC. (1998). *FGDC-STD-007: Geospatial Positioning Accuracy Standards, Part 3 National Standard for Spatial Data Accuracy*. Reston, USA: Federal Geographic Data Committee.

- [37.] Gi de la Vega, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2015). Desarrollo de un algoritmo para la obtención de un eje medio a partir de conjuntos multitrazas GNSS 3D. *Mapping* , 34-40.
- [38.] Gil de la Vega, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2013). Models for positional accuracy assessment of linear features: 2D and 3D cases. *Survey Review* , 347-360.
- [39.] Gil de la Vega, P., Ariza-López, F. J., & Mozas-Calvache, A. T. (2016). Problemas que presentan las trazas GNSS procedentes de Información Geográfica Voluntaria. *Geofocus* (17), 161-184.
- [40.] Goodchild, M. F. (1987). A model of error for choropleth maps, with applications to geographic information systems. *Proceedings of AutoCarto 8* , 165-174.
- [41.] Goodchild, M. F. (2007). Citizens as Voluntary Sensors: Spatial Data Infrastructure in the World of Web 2.0. *International Journal of Spatial Data Infrastructures Research* , 24-32.
- [42.] Goodchild, M. F., & Hunter, G. J. (1997). A simple positional accuracy measure for linear features. *International Journal of Geographical Information Science* , 11 (3), 299-306.
- [43.] Goodchild, M. F., & Hunter, G. J. (1997). A simple positional accuracy measure for linear features. *International Journal of Geographical Information Science* , 11 (3), 299-306.
- [44.] Grewal, M. S., & Andrews, A. P. (2001). *Kalman Filtering*. Nueva York: John Wiley & Sons.
- [45.] Hangouët, J. F. (1995). Computation of the Hausdorff Distance between plane vector polylines. 1995, (págs. 1-10). North Carolina.
- [46.] Heo, J., Jeong, S., Han, S., Kim, C., Hong, S., & Sohn, H. G. (2013). Discrete displacement analysis for geographic linear features and the application to glacier termini. *International Journal of Geographical Information Science* , 27 (8), 1631-1650.
- [47.] Heo, J., Kim, J. W., Park, J. S., & Sohn, H.-G. (2008). New Line Accuracy Assessment Methodology Using Nonlinear Least-Squares Estimation. *Journal of surveying engineering* (134), 13-20.
- [48.] Hunter, G. J., & Goodchild, M. F. (1995). Dealing with error in Spatial Databases: a simple case of study. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* , 61 (5), 529-537.
- [49.] IAAF. (2015). *Reglamento de Competición 2016-2017*. Mónaco.

- [50.] Iranzo, D. (2007). *Análisis de outliers: un caso a estudio I*. Valencia: Universitat de Valencia: Servei de Publicacions.
- [51.] Jakobsson, A., & Vauglin, F. (2002). *Report of a questionnaire on data quality in National Mapping Agencies*. Marne-la-Vallée: Comité Européen de Responsables de la Cartographie Officielle.
- [52.] Johnston, D., Timlin, D., Szafoni, D., Casanova, J., & Dilks, K. (2000). *Quality Assurance/Quality Control Procedures for ITAM GIS Databases*. US Army Corps of Engineer Research and Development Center.
- [53.] Kagawa, Y., Sekimoto, Y., & Shibasaki, R. (1999). Comparative study of positional accuracy evaluation of line data. *Proceedings of the ACRS*.
- [54.] Kaplan, E. D., & Hegarty, C. J. (2006). *Understanding GPS: principles and applications*. Norwood: ARTECH HOUSE, INC.
- [55.] Knorr, E. M., & Ng, R. T. (1998). Algorithms for mining distance-based outliers in large datasets. *24th Int'l Conf. on Very Large Data Bases*, (págs. 392-403). Nueva York.
- [56.] Kronenfeld, B. J. (2011). Beyond the epsilon band: polygonal modeling of gradation/uncertainty in area-class maps. *International Journal of Geographical Information Science*, 25 (11), 1749-1771.
- [57.] Lawford, G. J. (2010). Examination of the positional accuracy of linear features. *Journal of Spatial Science*, 55 (2), 219-235.
- [58.] Lee, J.-G., Han, J., & Li, X. (2008). Trajectory Outlier Detection: A Partition-and-Defect Framework. *IEEE 24th International Conference on Data Engineering*, (págs. 140-149). Cancun.
- [59.] Leung, Y., & Yan, J. (1998). A locational error model for spatial features. *International Journal of Geographical Information Science*, 12 (6), 607-620.
- [60.] Lima, F., & Ferreira, M. (2009). Mining spatial data from GPS traces for automatic road network extraction. *6th International Symposium on Mobile Mapping Technology*. Sao Paulo.
- [61.] Liu, X., Biagioni, J., Eriksson, J., Wang, Y., Forman, G., & Zhu, Y. (2012). Mining large-scale, sparse GPS traces for map inference: Comparison of approaches. *Kdd'12*, (págs. 669-677). Beijing.
- [62.] Liu, X., Zhu, Y., Wang, Y., Forman, G., Ni, L. M., Fang, Y., y otros. (2012). *Road Recognition using Coarse-grained Vehicular Traces*. HP Laboratories.
- [63.] McMaster, R. B. (1986). A statistical analysis of mathematical measures for linear simplification. *The American Cartographer*, 13 (2), 103-116.

- [64.] McMaster, R. B., & Shea, K. S. (1992). Generalization in Digital Cartography. *Association of American Geographers* .
- [65.] Min, D., Zhilin, L., & Xiaoyong. (2007). Extended Hausdorff distance for spatial objects in GIS. *International Journal of Geographical Information Science* , 21 (4), 459-475.
- [66.] Mozas-Calvache, A. T. (2007). *Control de calidad posicional en cartografía por elementos lineales*. Jaén: Universidad de Jaén.
- [67.] Mozas-Calvache, A. T., & Ariza-López, F. J. (2016). An iterative method for obtaining a mean 3D axis from a set of GNSS traces for use in positional controls. *Survey Review* , 1-8.
- [68.] Mozas-Calvache, A. T., & Ariza-López, F. J. (2010). Methodology for positional quality control in cartography using linear features. *The Cartographic Journal* , 47 (4), 371-378.
- [69.] Mozas-Calvache, A. T., & Ariza-López, F. J. (2011). New method for positional quality control in cartography based on lines. A comparative study of methodologies. *International Journal of Geographical Information Science* , 1-15.
- [70.] Mozas-Calvache, A. T., & Ariza-López, F. J. (2008). Principales métodos de control posicional por elementos lineales. Comparación mediante su aplicación a líneas sintéticas. *GeoFocus* , 187-204.
- [71.] Mozas-Calvache, A. T., Ureña-Cámara, M. A., & Pérez-García, J. L. (2013). Accuracy of contour lines using 3D bands. *International Journal of Geographical Information Science* .
- [72.] Mozas-Calvache, A., & Ariza-López, F. J. (2014). Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D. *Survey Review* .
- [73.] Mozas-Calvache, A., & Ariza-López, F. (2011). New method for positional quality control in cartography based on lines. A comparative study of methodologies. *International Journal of Geographical Information Science* , 1-15.
- [74.] Páez, R., Torrecillas, C., Barbero, I., & Berrocoso, M. (2016). Regional positioning services as economic and construction activity indicators: the case study of Andalusian Positioning Network (Southern Spain). *Geocarto International* , 32 (1), 44-58.
- [75.] Perkal, J. (1956). On epsilon length. *Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences* (4), 399-406.

- [76.] Ramírez, J. R., & Ali, T. (2003). Progress in metrics development to measure positional accuracy of spatial data. *Proceedings of the 21st International*, (págs. 1763-1772). Durban.
- [77.] Reinoso, J. F., Ariza-López, F. J., Barrera, D., Gómez-Blanco, A., & Romero-Zaliz, R. (2015b). A fitted B-spline method to derive a representative 3D axis from a set of multiple road traces. *Geocarto International* , 1-19.
- [78.] Reinoso, J. F., Moncayo, M., & Ariza-López, F. J. (2015a). A new iterative algorithm for creating a mean 3D axis of a road from a set of GNSS traces. *Mathematics and Computers in Simulation* , 310-319.
- [79.] Rodríguez-Avi, J. (2010). Estadística. En: *3ª Edición del Título de Experto Universitario en Evaluación de la Información Geográfica*. Jaén: Universidad de Jaén.
- [80.] Rogers, S., Langley, P., & Wilson, C. (1999). Mining GPS Data to Augmented Road Models. *KDD-99*, (págs. 104-113). San Diego.
- [81.] Rousseeuw, P. J., Ruts, I., & Tukey, J. W. (1999). The Bagplot: a Bivariate Boxplot. *The American Statistician* , 53 (4), 382-387.
- [82.] Sarabia Alegría, J. M., & Pascual Sáez, M. (2005). *Curso Básico de Estadística para Economía y Administración*. Santander: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria.
- [83.] Seo, S., & O'Hara, C. G. (2009). Quality assessment of linear data. *International Journal of Geographical Information Science* , 23 (12), 1503-1525.
- [84.] Shi, W. (1998). A generic statistical approach for modelling error of geometric features in GIS. *International Journal Geographical Information Science* , 12 (2), 131-143.
- [85.] Shi, W., & Liu, W. (2000). A stochastic process-based model for the positional error of line segments in GIS. *International Journal of Geographical Information Science* , 14 (1), 51-66.
- [86.] Skidmore, A. K., & Turner, B. J. (1992). Map Accuracy Assessment Using Line Intersect Sampling. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* , 58 (10), 1453-1457.
- [87.] Tveite, H., & Langaas, S. (1995). Accuracy Assessments of Geographical Line Data Sets, the Case of the Digital Chart of the World. *Proceedings 5th Scandinavian research conference on GIS* (págs. 145-154). Norway: Jan Terje Bjorke.

- [88.] Tveite, H., & Langaas, T. (1999). An accuracy assessment method for geographical line data sets based on buffering. *International Journal of Geographical Information Science* (13-1), 27-47.
- [89.] USBB. (1947). *United States National Map Accuracy Standards*. Washington DC.
- [90.] Van Niel, T. G., & McVicar, T. R. (2002). Experimental evaluation of positional accuracy estimates from a linear network using point- and line-based testing methods. *International Journal of Geographical Information Science* , 5 (16), 455-473.
- [91.] Winter, S. (2000). Uncertain topological relations between imprecise regions. *International Journal of Geographical Information* , 14 (5), 411-430.
- [92.] Zhang, J., & Goodchild, M. (2002). *Uncertainty in Geographical Information*. Londond: Taylor&Francis.
- [93.] Zhang, L., & Sester, M. (2010). Incremental data acquisition from GPS-Traces. *A special joint symposium of ISPRS Technical Commission IV & Autocarto*. Florida.

**ANEXO I. DIAGRAMAS BOX-PLOT DE LA VARIABLE
LONGITUD DE LOS CMT**

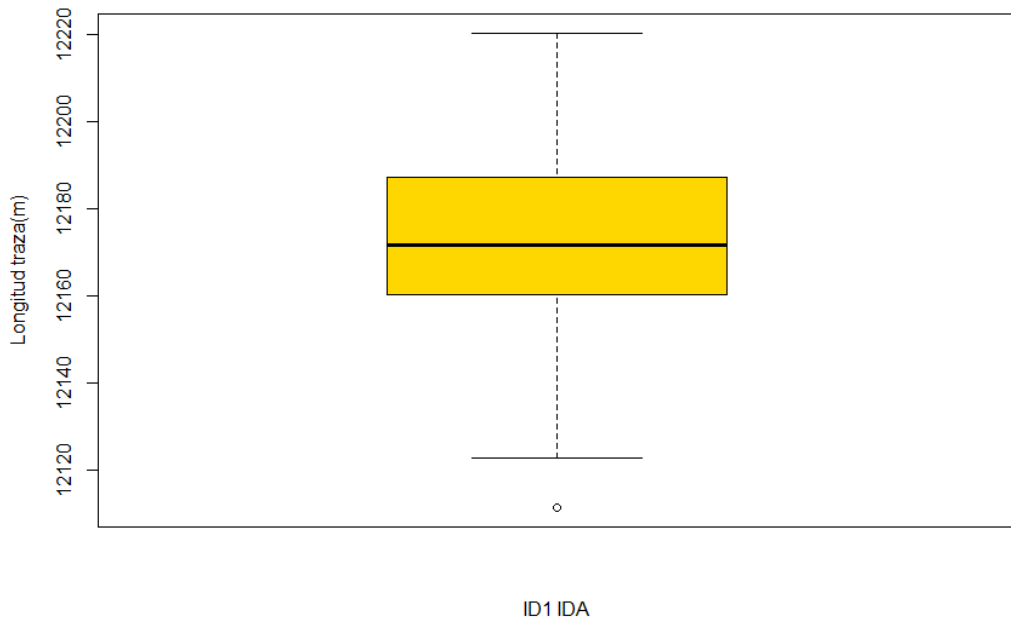


Figura Al. 1. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT C1 IDA.

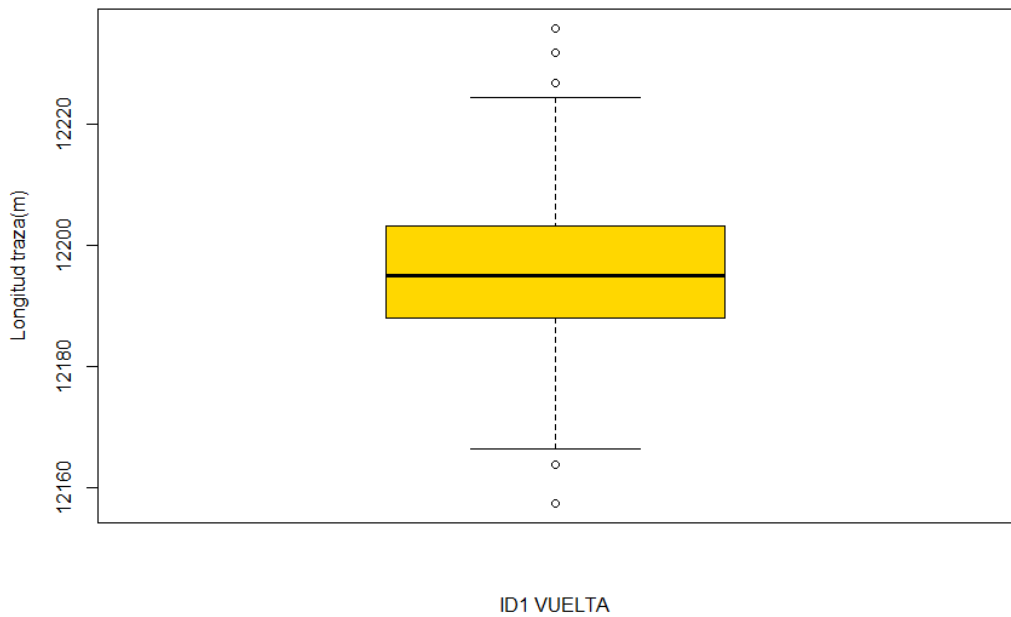


Figura Al. 2. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT C1 IDA.

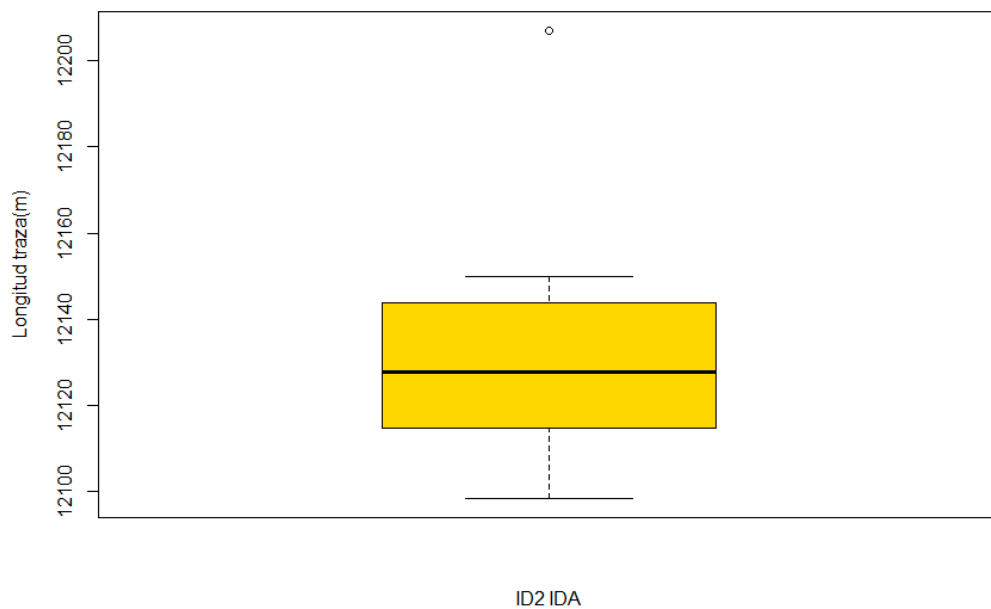


Figura AI. 3. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT L2 IDA.

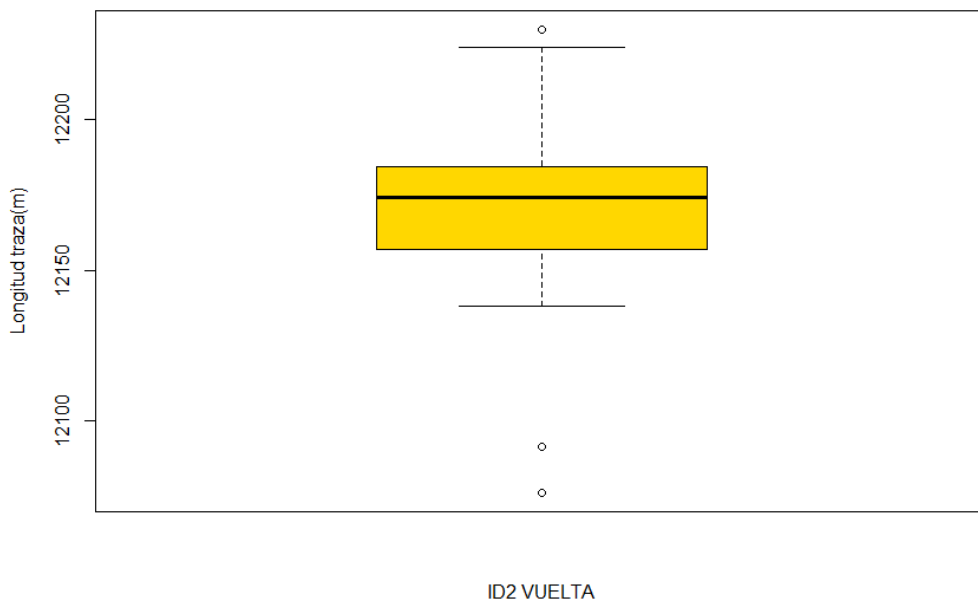


Figura AI. 4. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT L2 VUELTA.

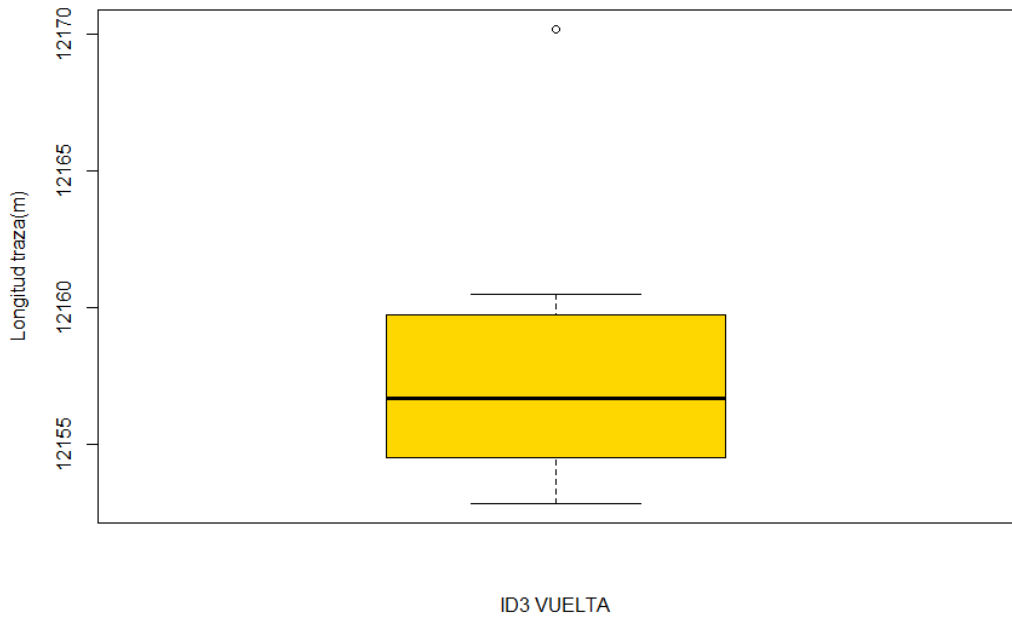


Figura AI. 5. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT C3 VUELTA.



Figura AI. 6. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT C4 IDA.

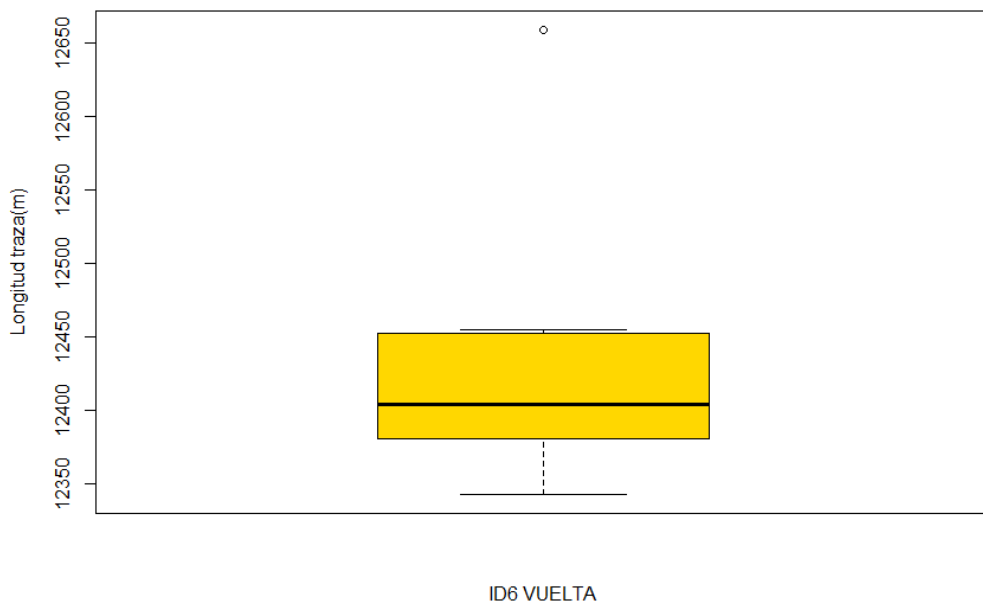


Figura Al. 7. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT C6 VUELTA.

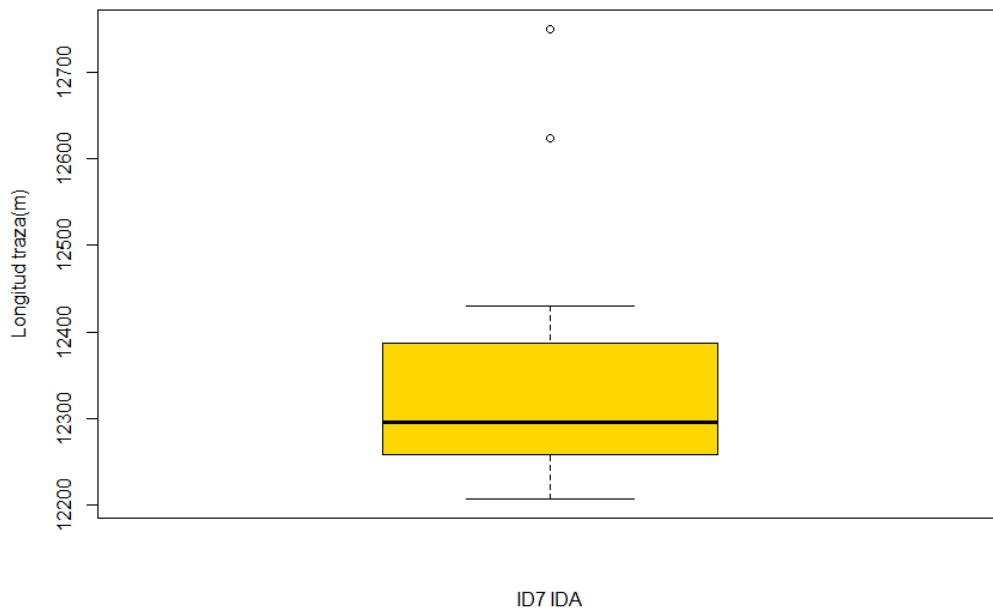


Figura Al. 8. Diagrama box-plot en la variable longitud para el CMT C7 IDA.

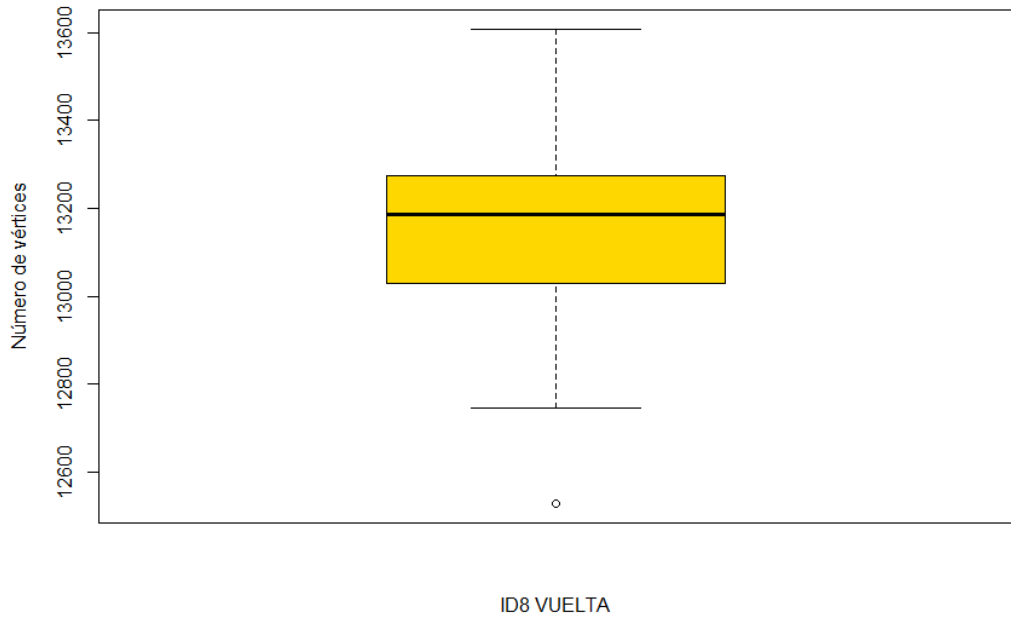


Figura A1. 9. Diagrama box-plot en la variable número de vértices para el CMT C8 VUELTA.

**ANEXO II. IMÁGENES DE LOS EJES MEDIOS DE IDA
Y VUELTA DE LOS CMT**

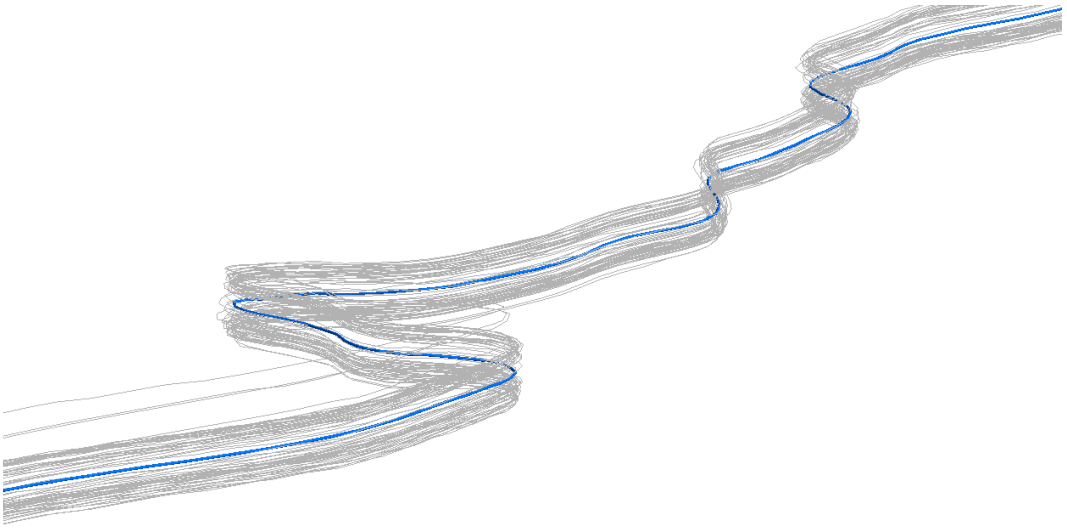


Figura All.1. Eje medio (rojo) para el CMT C1 ida (gris).

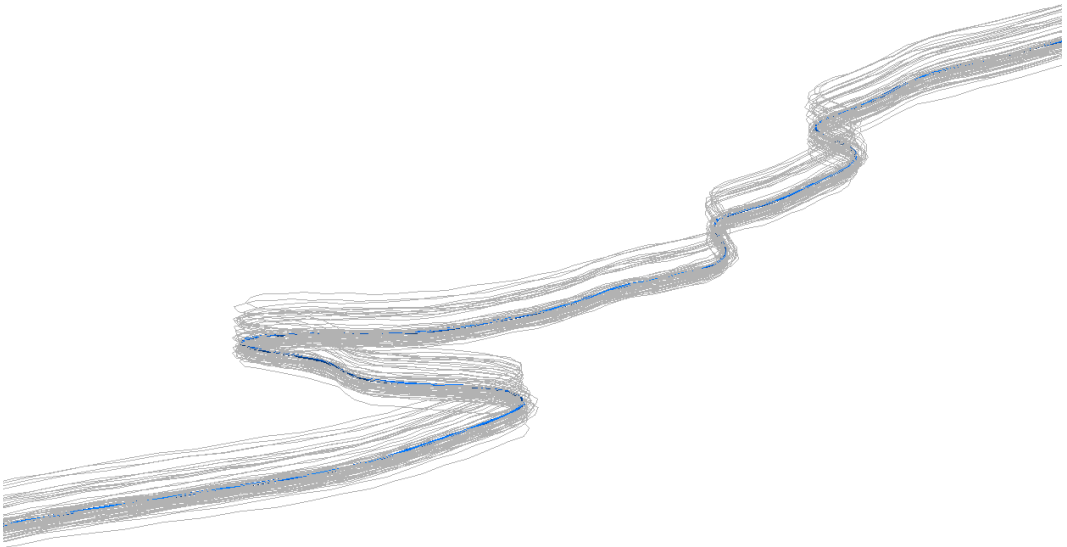


Figura All.2. Eje medio para el CMT C1 vuelta.

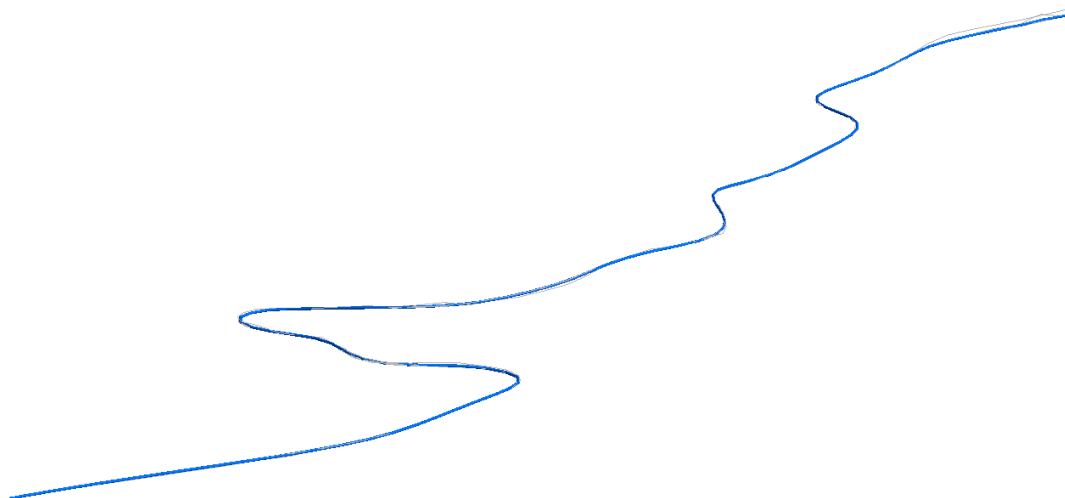


Figura AII.3. Eje medio para el CMT L2 ida.

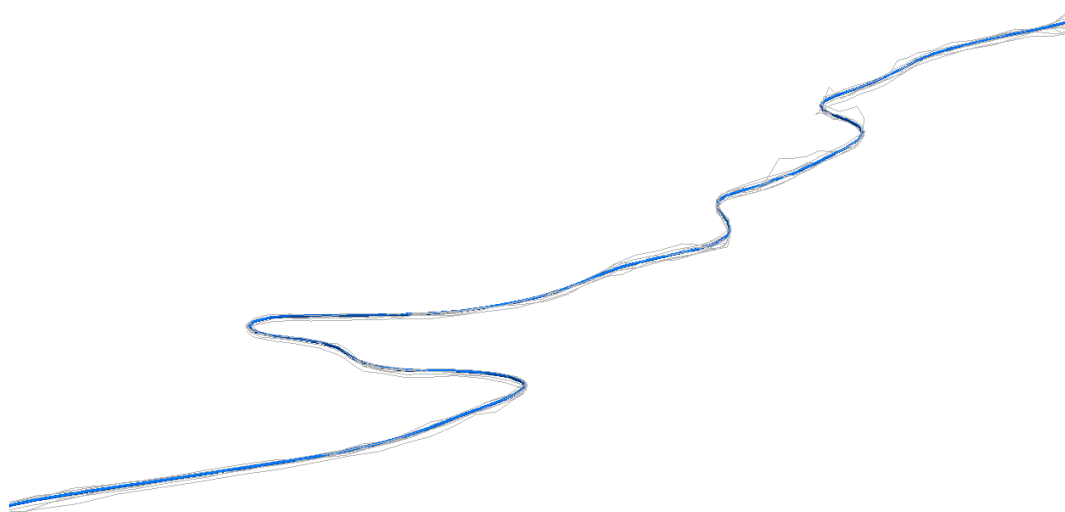


Figura AII.4. Eje medio para el CMT L2 vuelta.

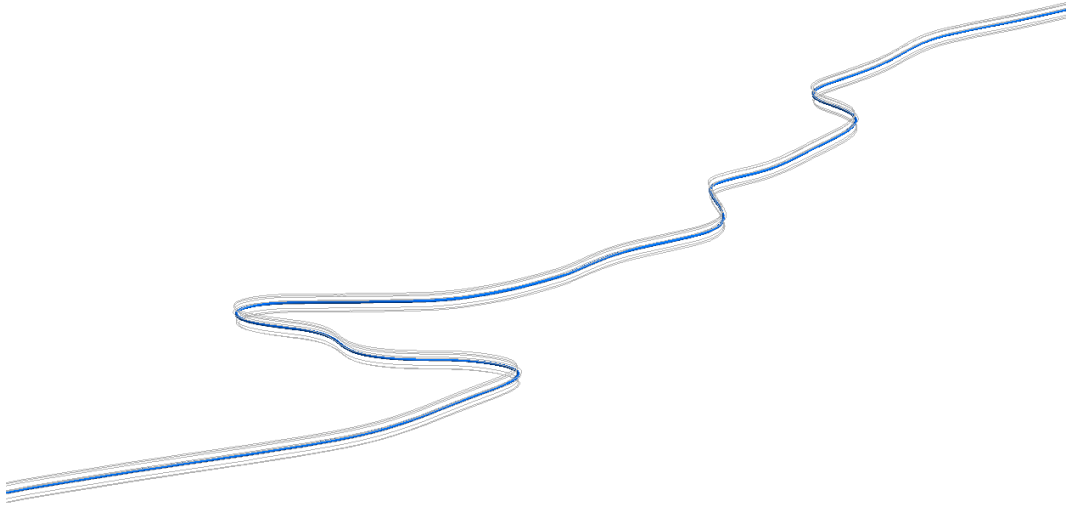


Figura AII.5. Eje medio para el CMT R3 ida.

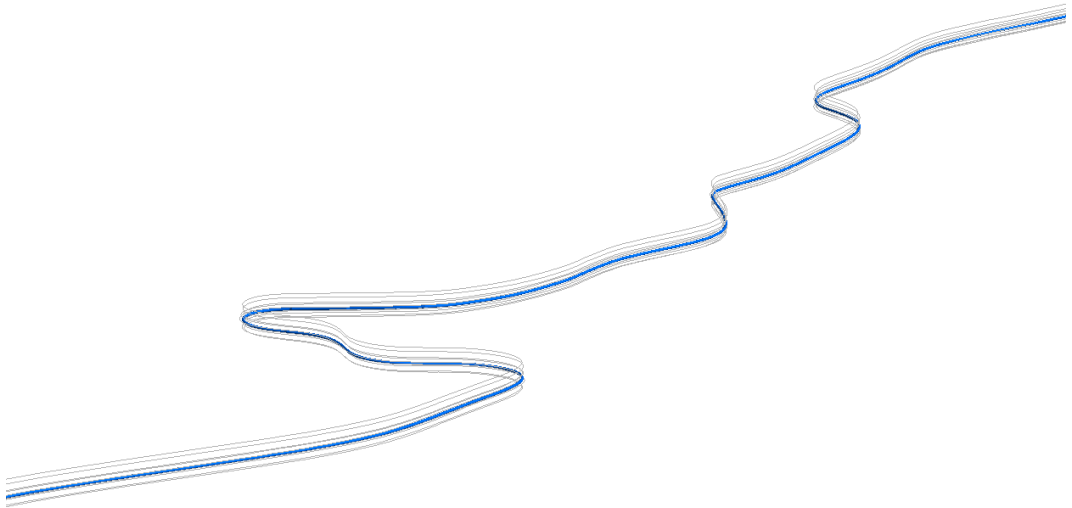


Figura AII.6. Eje medio para el CMT R3 vuelta.

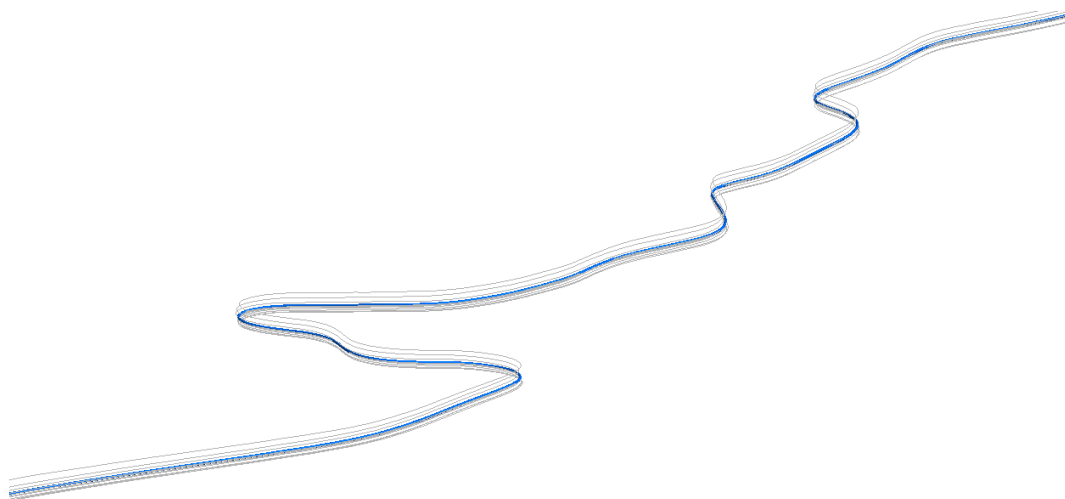


Figura AII.7. Eje medio para el CMT R4 ida.

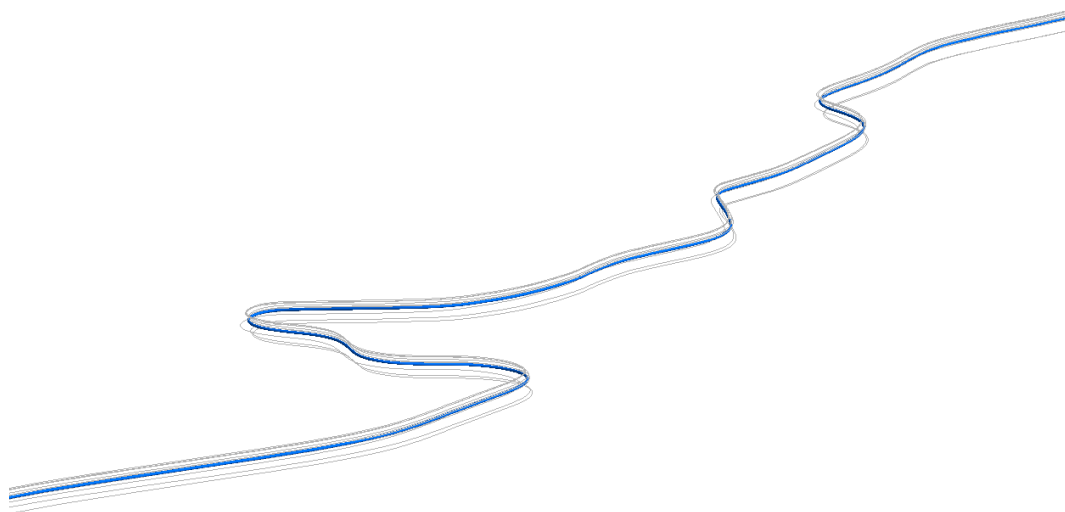


Figura AII.8. Eje medio para el CMT R4 vuelta.

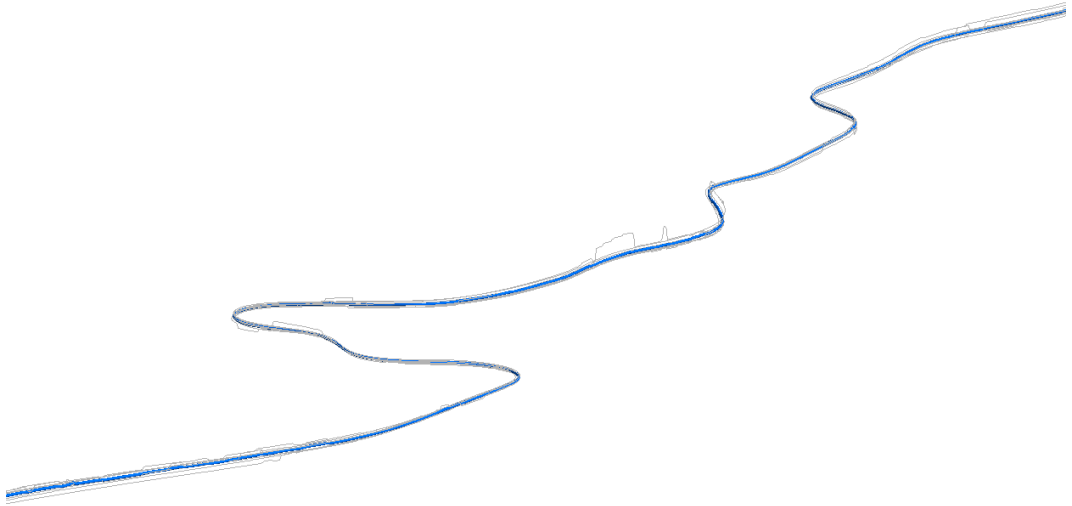


Figura All.9. Eje medio para el CMT R5 ida.

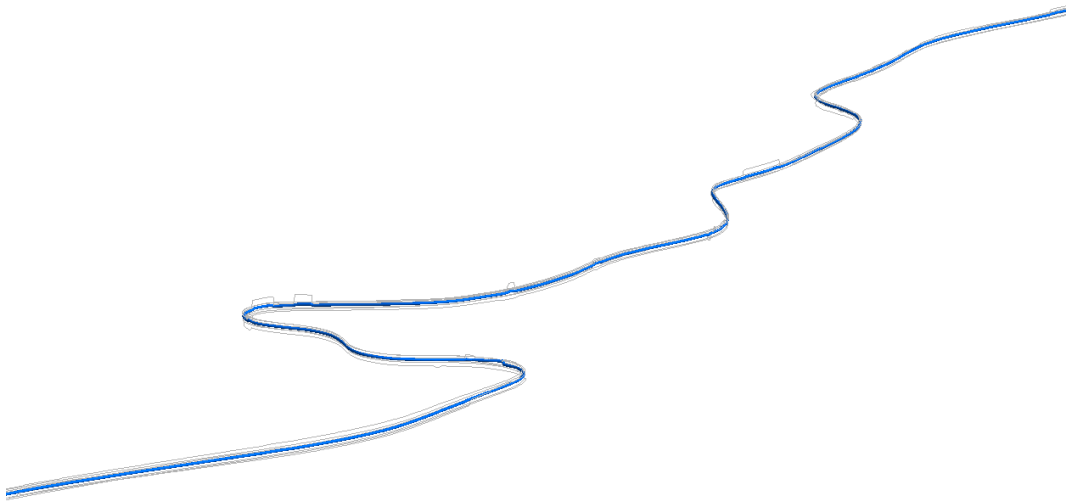


Figura All.10. Eje medio para el CMT R5 vuelta.

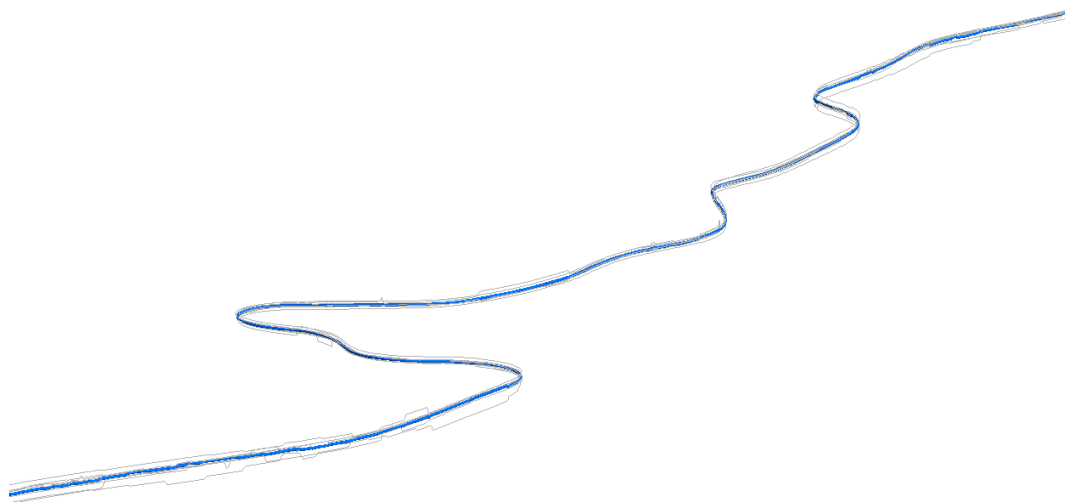


Figura AII.11. Eje medio para el CMT R6 ida.

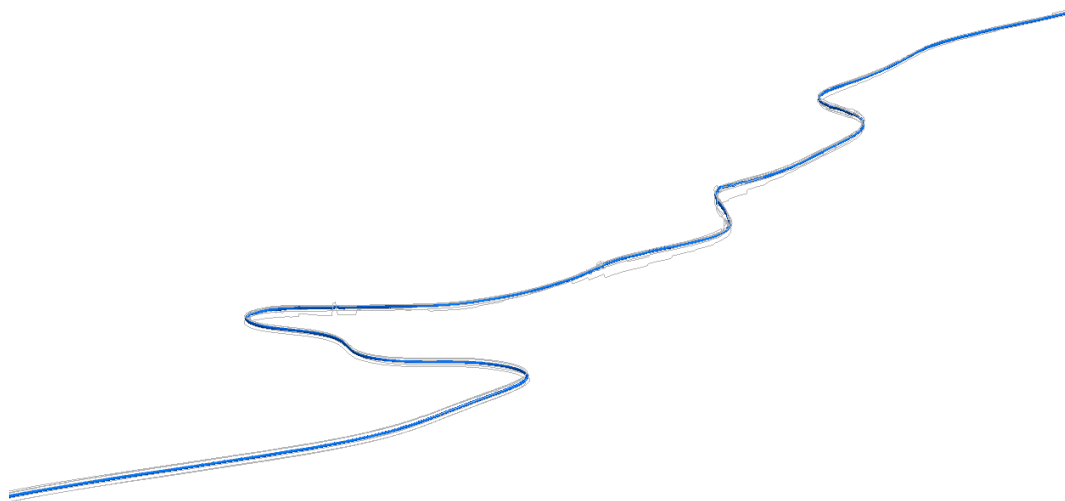


Figura AII.12. Eje medio para el CMT R6 vuelta.

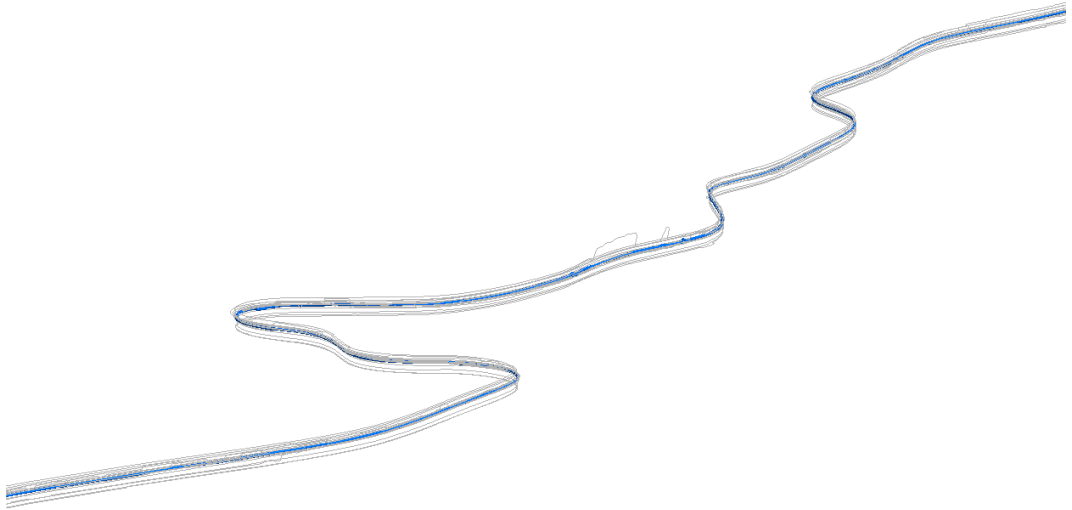


Figura All.13. Eje medio para el CMT R7 ida.

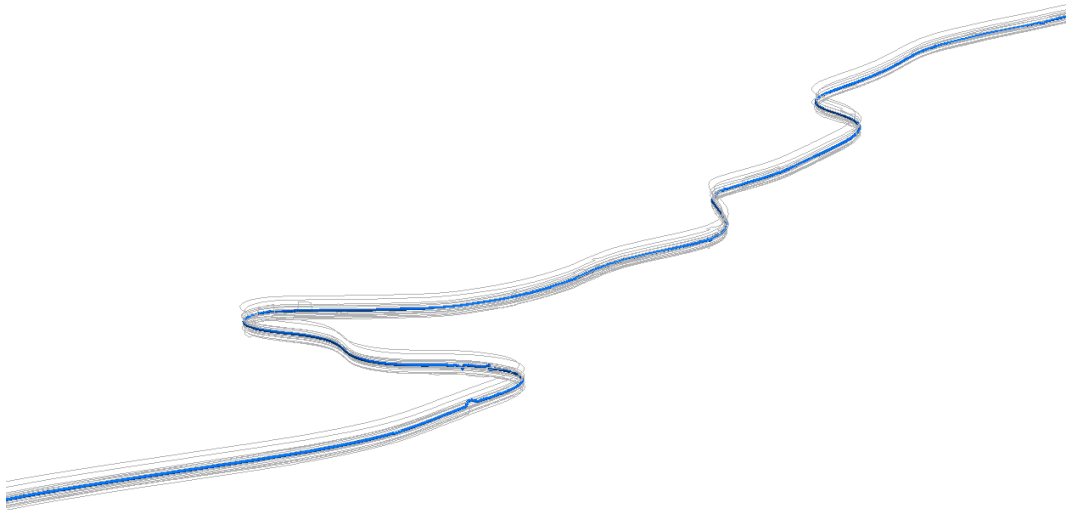


Figura All.14. Eje medio para el CMT R7 vuelta.

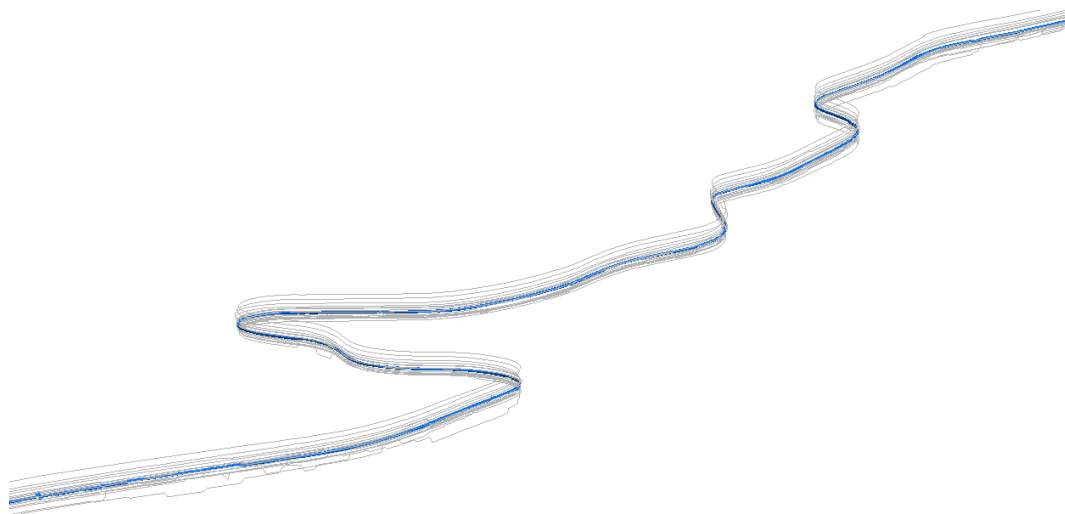


Figura AII.15. Eje medio para el CMT R8 ida.

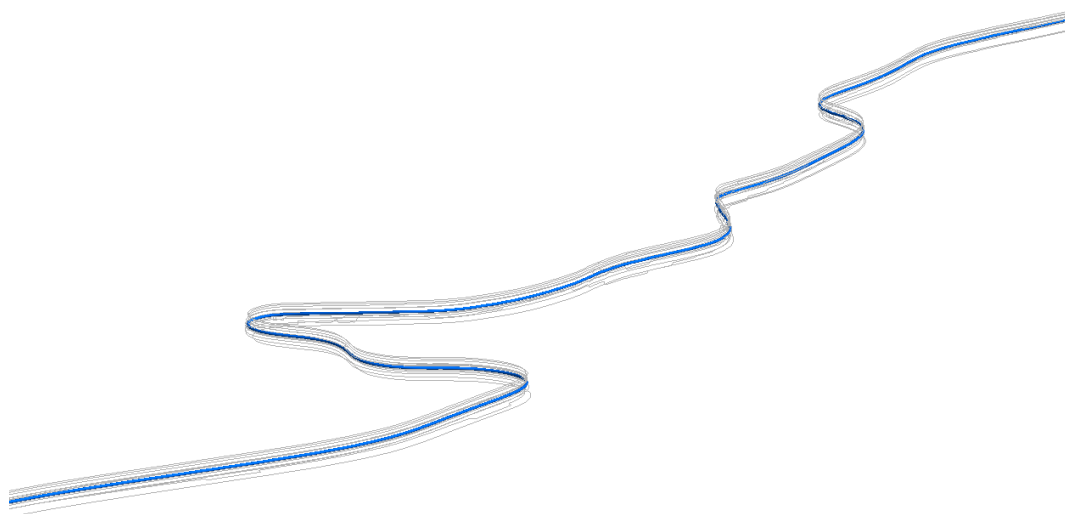


Figura AII.16. Eje medio para el CMT R8 vuelta.

**ANEXO III. IMÁGENES DE LOS EJES MEDIOS DE LOS
CMT**

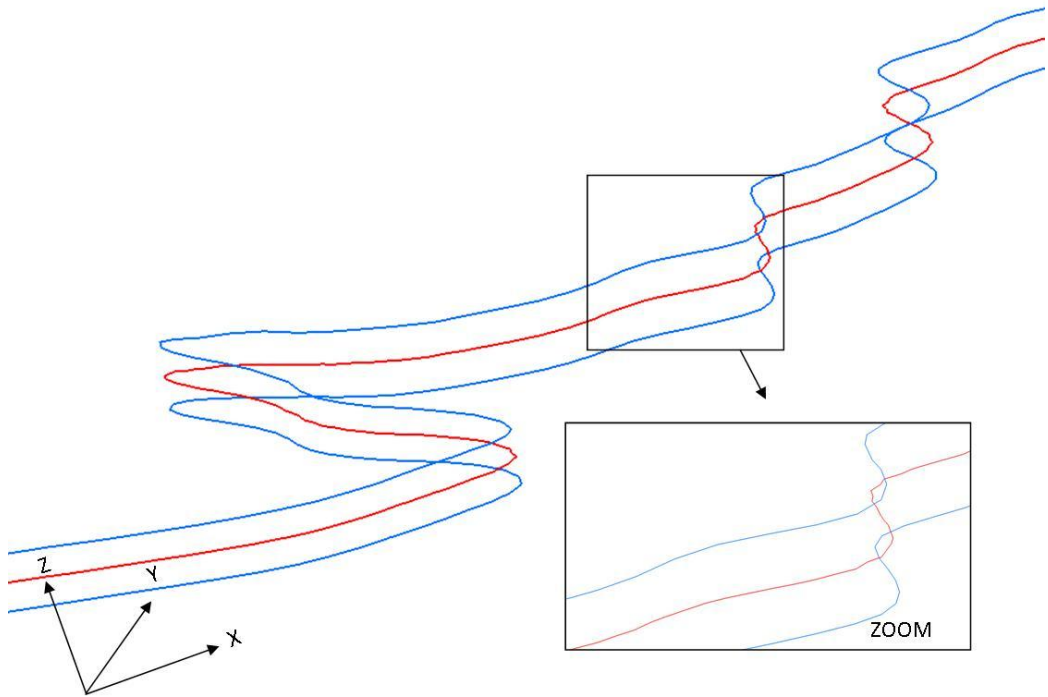


Figura AIII. 1. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT C1.

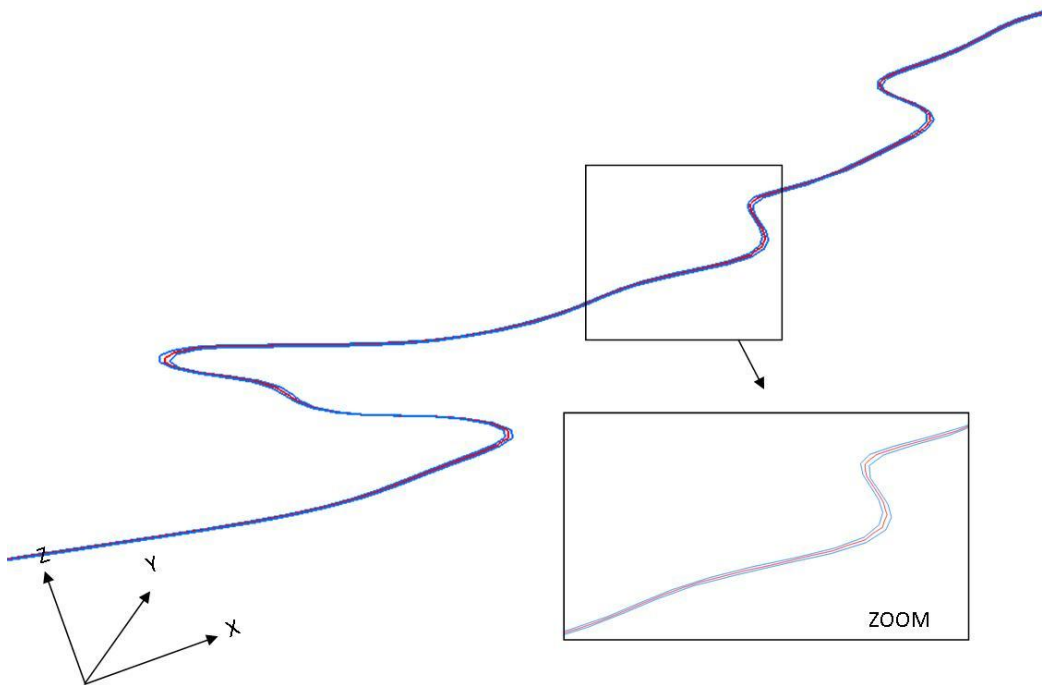


Figura AIII. 2. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT L2.

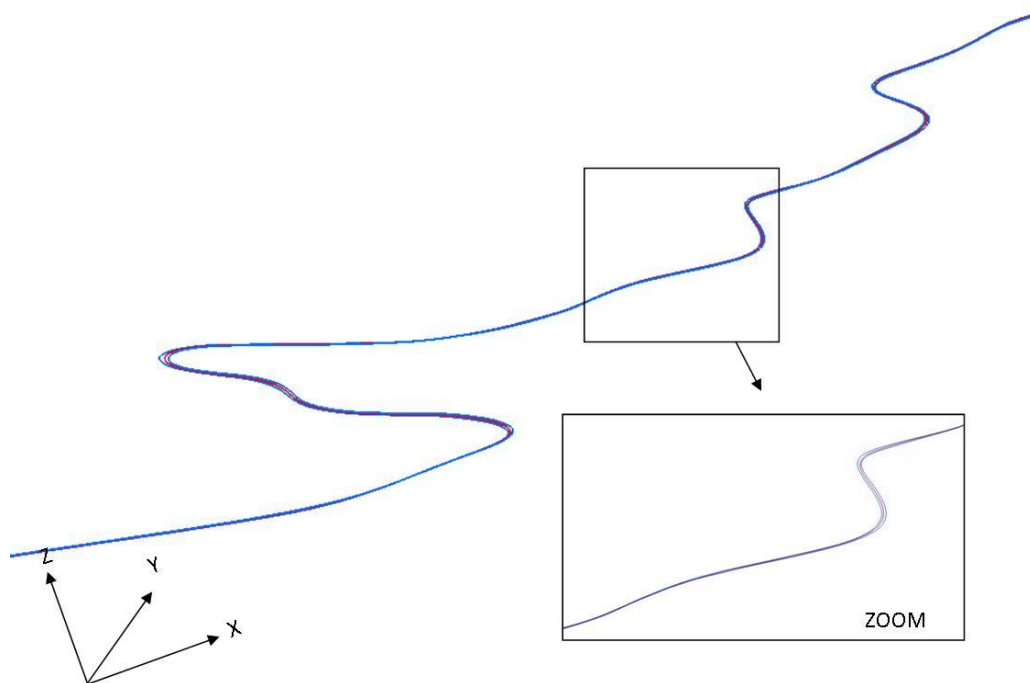


Figura AIII. 3. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT R3.

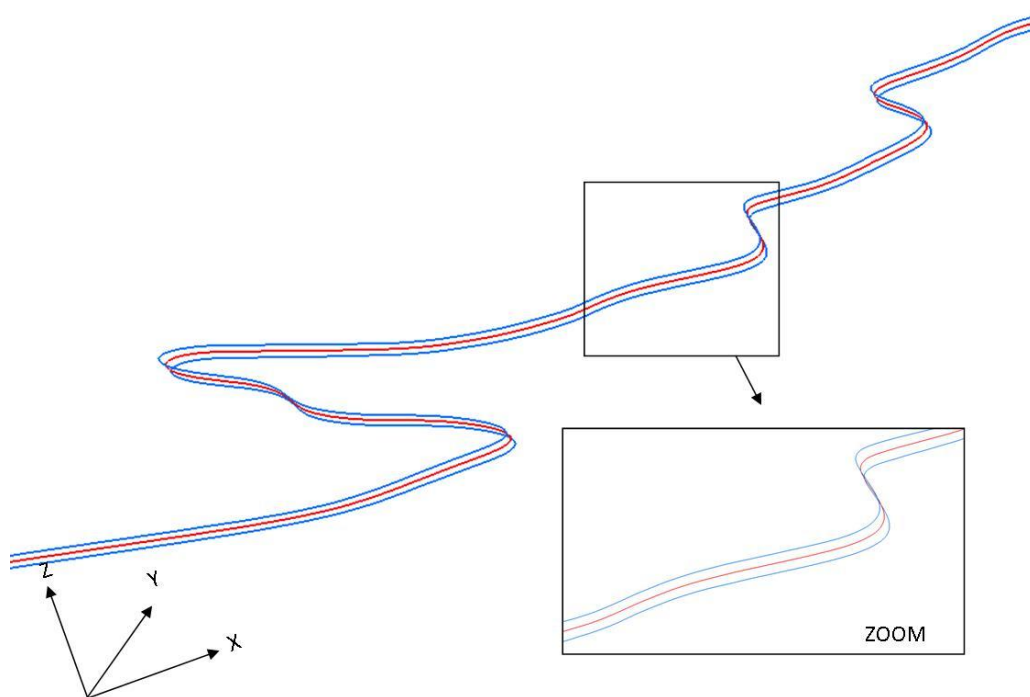


Figura AIII. 4. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT R4.

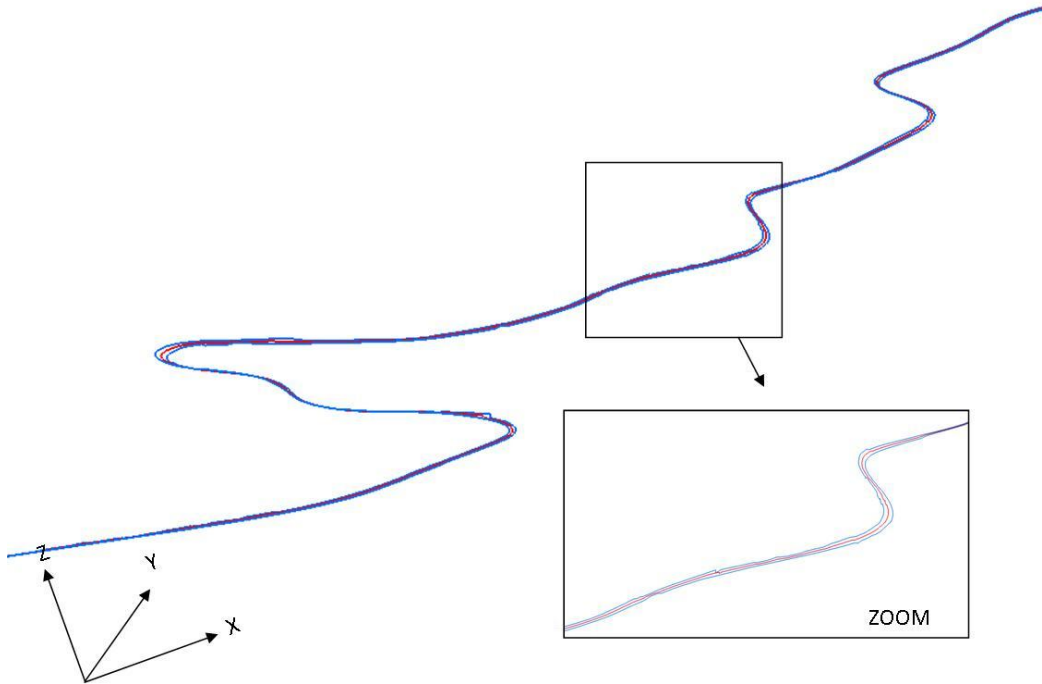


Figura AIII. 5. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT R5.

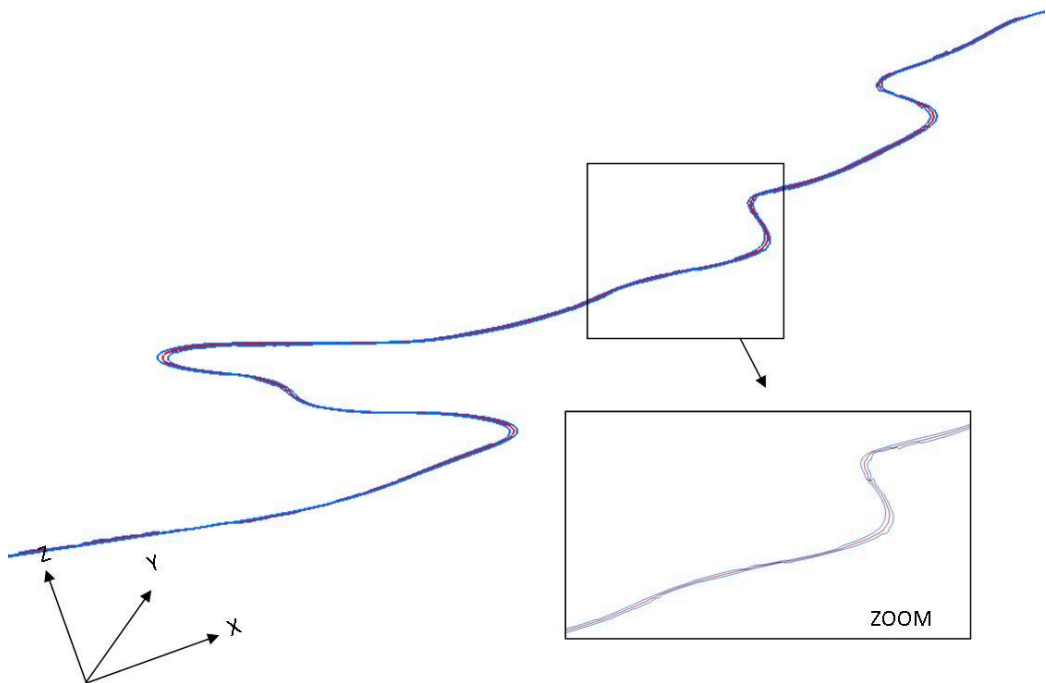


Figura AIII. 6. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT R6.

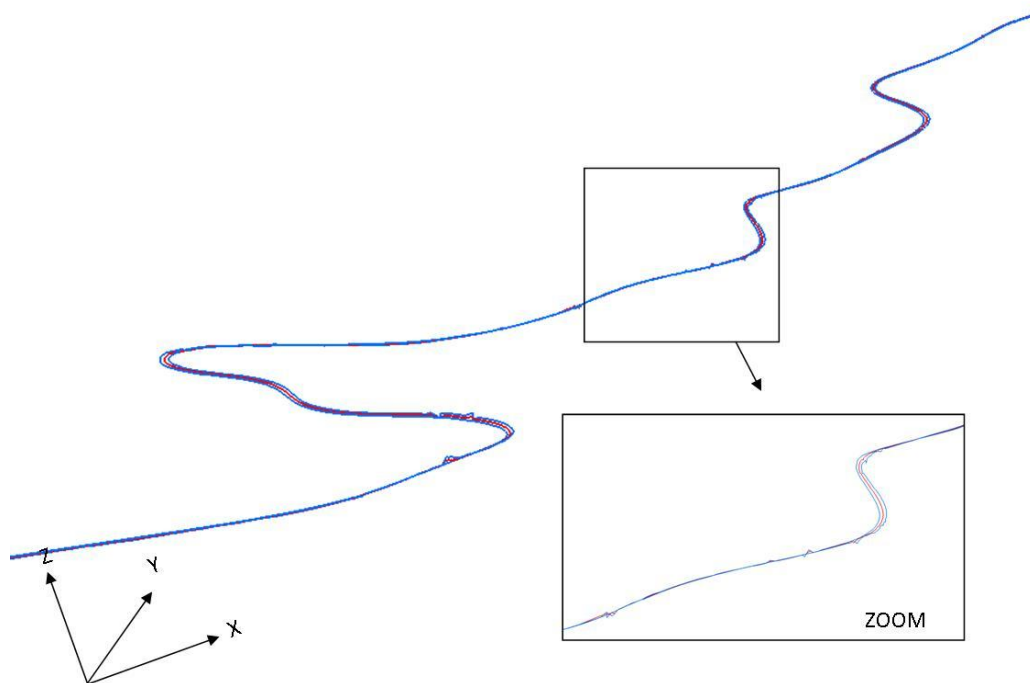


Figura AIII. 7. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT R7.

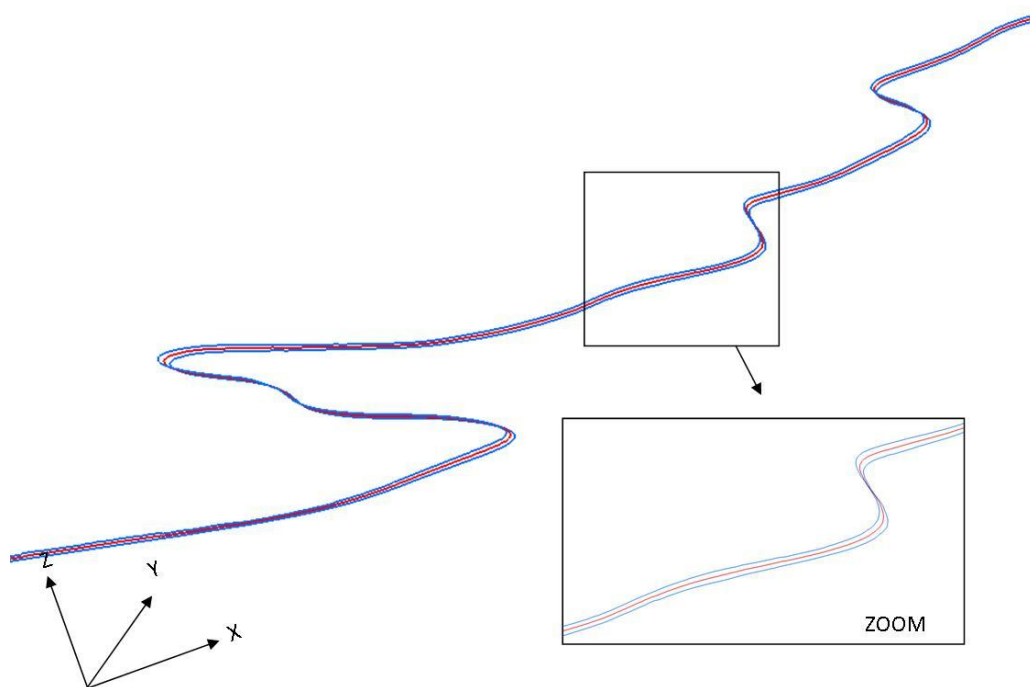


Figura AIII. 8. Eje medio (rojo) de los ejes de ida y vuelta (azul) para el CMT R8.

**ANEXO IV. DATOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE
LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DISTANCIAS**

ANEXO IV. DATOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DISTANCIAS

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0 | 0,000 | 0,000 | 2,9 | 3692,140 | 0,305 | 5,8 | 10601,076 | 0,876 |
| 0,1 | 5,633 | 0,000 | 3 | 3873,051 | 0,320 | 5,9 | 10706,069 | 0,885 |
| 0,2 | 38,832 | 0,003 | 3,1 | 4059,343 | 0,335 | 6 | 10792,347 | 0,892 |
| 0,3 | 84,850 | 0,007 | 3,2 | 4230,015 | 0,350 | 6,1 | 10866,813 | 0,898 |
| 0,4 | 138,476 | 0,011 | 3,3 | 4459,923 | 0,369 | 6,2 | 10923,290 | 0,903 |
| 0,5 | 207,648 | 0,017 | 3,4 | 4671,898 | 0,386 | 6,3 | 10997,599 | 0,909 |
| 0,6 | 253,193 | 0,021 | 3,5 | 4873,451 | 0,403 | 6,4 | 11047,286 | 0,913 |
| 0,7 | 315,133 | 0,026 | 3,6 | 5141,579 | 0,425 | 6,5 | 11089,129 | 0,916 |
| 0,8 | 387,333 | 0,032 | 3,7 | 5449,412 | 0,450 | 6,6 | 11136,317 | 0,920 |
| 0,9 | 453,410 | 0,037 | 3,8 | 5811,329 | 0,480 | 6,7 | 11181,828 | 0,924 |
| 1 | 521,165 | 0,043 | 3,9 | 6080,307 | 0,503 | 6,8 | 11214,658 | 0,927 |
| 1,1 | 565,627 | 0,047 | 4 | 6363,024 | 0,526 | 6,9 | 11246,762 | 0,930 |
| 1,2 | 637,305 | 0,053 | 4,1 | 6722,352 | 0,556 | 7 | 11269,144 | 0,931 |
| 1,3 | 744,131 | 0,062 | 4,2 | 7173,930 | 0,593 | 7,5 | 11444,690 | 0,946 |
| 1,4 | 880,645 | 0,073 | 4,3 | 7580,209 | 0,626 | 8 | 11546,779 | 0,954 |
| 1,5 | 1011,888 | 0,084 | 4,4 | 7947,589 | 0,657 | 8,5 | 11615,621 | 0,960 |
| 1,6 | 1142,483 | 0,094 | 4,5 | 8302,524 | 0,686 | 9 | 11665,067 | 0,964 |
| 1,7 | 1311,162 | 0,108 | 4,6 | 8557,766 | 0,707 | 9,5 | 11700,791 | 0,967 |
| 1,8 | 1617,944 | 0,134 | 4,7 | 8858,931 | 0,732 | 10 | 11751,667 | 0,971 |
| 1,9 | 1879,319 | 0,155 | 4,8 | 9069,804 | 0,750 | 10,5 | 11805,415 | 0,976 |
| 2 | 2089,883 | 0,173 | 4,9 | 9261,700 | 0,765 | 11 | 11876,404 | 0,982 |
| 2,1 | 2266,143 | 0,187 | 5 | 9454,917 | 0,781 | 11,5 | 11905,209 | 0,984 |
| 2,2 | 2380,398 | 0,197 | 5,1 | 9646,172 | 0,797 | 12 | 11918,027 | 0,985 |
| 2,3 | 2537,046 | 0,210 | 5,2 | 9778,000 | 0,808 | 12,5 | 11944,698 | 0,987 |
| 2,4 | 2707,754 | 0,224 | 5,3 | 9926,107 | 0,820 | 13 | 11968,865 | 0,989 |
| 2,5 | 2872,460 | 0,237 | 5,4 | 10074,162 | 0,833 | 13,5 | 11990,974 | 0,991 |
| 2,6 | 3061,917 | 0,253 | 5,5 | 10235,545 | 0,846 | 14 | 12048,455 | 0,996 |
| 2,7 | 3246,319 | 0,268 | 5,6 | 10354,718 | 0,856 | 14,5 | 12082,289 | 0,999 |
| 2,8 | 3490,975 | 0,289 | 5,7 | 10471,210 | 0,865 | 15 | 12099,645 | 1,000 |

Tabla AIV. 1. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT C1.

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0,0 | 0,000 | 0,000 | 2,9 | 11417,820 | 0,947 | 5,8 | 11735,574 | 0,973 |
| 0,1 | 20,914 | 0,002 | 3,0 | 11439,438 | 0,948 | 5,9 | 11741,950 | 0,973 |
| 0,2 | 161,631 | 0,013 | 3,1 | 11452,947 | 0,949 | 6,0 | 11748,378 | 0,974 |
| 0,3 | 463,978 | 0,038 | 3,2 | 11466,792 | 0,951 | 6,1 | 11754,694 | 0,974 |
| 0,4 | 1488,478 | 0,123 | 3,3 | 11481,776 | 0,952 | 6,2 | 11761,201 | 0,975 |
| 0,5 | 3817,714 | 0,316 | 3,4 | 11499,723 | 0,953 | 6,3 | 11766,759 | 0,975 |
| 0,6 | 5576,918 | 0,462 | 3,5 | 11522,839 | 0,955 | 6,4 | 11772,439 | 0,976 |
| 0,7 | 6967,226 | 0,578 | 3,6 | 11535,081 | 0,956 | 6,5 | 11778,773 | 0,976 |
| 0,8 | 7830,055 | 0,649 | 3,7 | 11556,130 | 0,958 | 6,6 | 11787,928 | 0,977 |
| 0,9 | 8485,846 | 0,703 | 3,8 | 11565,869 | 0,959 | 6,7 | 11793,725 | 0,978 |
| 1,0 | 9007,052 | 0,747 | 3,9 | 11573,651 | 0,959 | 6,8 | 11799,715 | 0,978 |
| 1,1 | 9435,068 | 0,782 | 4,0 | 11582,118 | 0,960 | 6,9 | 11805,608 | 0,979 |
| 1,2 | 9757,949 | 0,809 | 4,1 | 11591,081 | 0,961 | 7,0 | 11811,579 | 0,979 |
| 1,3 | 10078,477 | 0,835 | 4,2 | 11601,266 | 0,962 | 7,5 | 11860,318 | 0,983 |
| 1,4 | 10353,929 | 0,858 | 4,3 | 11615,685 | 0,963 | 8,0 | 11887,890 | 0,985 |
| 1,5 | 10579,841 | 0,877 | 4,4 | 11621,573 | 0,963 | 8,5 | 11923,154 | 0,988 |
| 1,6 | 10765,769 | 0,892 | 4,5 | 11627,748 | 0,964 | 9,0 | 11931,563 | 0,989 |
| 1,7 | 10906,574 | 0,904 | 4,6 | 11635,045 | 0,965 | 9,5 | 11940,083 | 0,990 |
| 1,8 | 11012,466 | 0,913 | 4,7 | 11643,003 | 0,965 | 10,0 | 11949,022 | 0,991 |
| 1,9 | 11085,381 | 0,919 | 4,8 | 11651,346 | 0,966 | 10,5 | 11958,198 | 0,991 |
| 2,0 | 11170,067 | 0,926 | 4,9 | 11662,628 | 0,967 | 11,0 | 11969,132 | 0,992 |
| 2,1 | 11218,761 | 0,930 | 5,0 | 11672,965 | 0,968 | 11,5 | 11978,836 | 0,993 |
| 2,2 | 11252,540 | 0,933 | 5,1 | 11686,998 | 0,969 | 12,0 | 11988,931 | 0,994 |
| 2,3 | 11280,797 | 0,935 | 5,2 | 11704,806 | 0,970 | 12,5 | 11999,631 | 0,995 |
| 2,4 | 11307,302 | 0,937 | 5,3 | 11709,584 | 0,971 | 13,0 | 12015,380 | 0,996 |
| 2,5 | 11331,804 | 0,939 | 5,4 | 11714,438 | 0,971 | 13,5 | 12050,046 | 0,999 |
| 2,6 | 11352,666 | 0,941 | 5,5 | 11719,324 | 0,972 | 14,0 | 12058,861 | 1,000 |
| 2,7 | 11377,588 | 0,943 | 5,6 | 11724,278 | 0,972 | 14,5 | 12063,014 | 1,000 |
| 2,8 | 11401,458 | 0,945 | 5,7 | 11729,424 | 0,972 | | | |

Tabla AIV. 2. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT L2.

ANEXO IV. DATOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DISTANCIAS

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0,0 | 0,000 | 0,000 | 2,4 | 8551,958 | 0,707 | 4,8 | 10308,989 | 0,853 |
| 0,1 | 119,593 | 0,010 | 2,5 | 8748,183 | 0,724 | 4,9 | 10335,658 | 0,855 |
| 0,2 | 422,738 | 0,035 | 2,6 | 8854,148 | 0,732 | 5,0 | 10427,911 | 0,863 |
| 0,3 | 838,784 | 0,069 | 2,7 | 8951,777 | 0,741 | 5,1 | 10586,487 | 0,876 |
| 0,4 | 1192,998 | 0,099 | 2,8 | 9025,899 | 0,747 | 5,2 | 10694,914 | 0,885 |
| 0,5 | 1811,181 | 0,150 | 2,9 | 9088,388 | 0,752 | 5,3 | 10836,494 | 0,896 |
| 0,6 | 2558,120 | 0,212 | 3,0 | 9262,758 | 0,766 | 5,4 | 10917,243 | 0,903 |
| 0,7 | 3018,719 | 0,250 | 3,1 | 9350,438 | 0,773 | 5,5 | 10957,689 | 0,906 |
| 0,8 | 3460,859 | 0,286 | 3,2 | 9403,004 | 0,778 | 5,6 | 11002,480 | 0,910 |
| 0,9 | 3859,612 | 0,319 | 3,3 | 9437,767 | 0,781 | 5,7 | 11051,123 | 0,914 |
| 1,0 | 4217,819 | 0,349 | 3,4 | 9483,325 | 0,784 | 5,8 | 11120,232 | 0,920 |
| 1,1 | 4664,404 | 0,386 | 3,5 | 9511,802 | 0,787 | 5,9 | 11252,089 | 0,931 |
| 1,2 | 5085,272 | 0,421 | 3,6 | 9623,184 | 0,796 | 6,0 | 11569,121 | 0,957 |
| 1,3 | 5519,586 | 0,457 | 3,7 | 9731,673 | 0,805 | 6,1 | 11834,978 | 0,979 |
| 1,4 | 5750,026 | 0,476 | 3,8 | 9880,678 | 0,817 | 6,2 | 11894,308 | 0,984 |
| 1,5 | 6130,734 | 0,507 | 3,9 | 9974,033 | 0,825 | 6,3 | 11930,202 | 0,987 |
| 1,6 | 6381,083 | 0,528 | 4,0 | 10053,055 | 0,832 | 6,4 | 11966,063 | 0,990 |
| 1,7 | 6619,799 | 0,548 | 4,1 | 10099,977 | 0,835 | 6,5 | 11992,577 | 0,992 |
| 1,8 | 6959,793 | 0,576 | 4,2 | 10136,640 | 0,839 | 6,6 | 12021,114 | 0,994 |
| 1,9 | 7287,091 | 0,603 | 4,3 | 10170,217 | 0,841 | 6,7 | 12031,247 | 0,995 |
| 2,0 | 7637,871 | 0,632 | 4,4 | 10209,080 | 0,845 | 6,8 | 12042,489 | 0,996 |
| 2,1 | 8021,316 | 0,664 | 4,5 | 10234,832 | 0,847 | 6,9 | 12047,512 | 0,997 |
| 2,2 | 8216,500 | 0,680 | 4,6 | 10260,522 | 0,849 | 7,0 | 12050,528 | 0,997 |
| 2,3 | 8373,624 | 0,693 | 4,7 | 10282,404 | 0,851 | 7,5 | 12088,680 | 1,000 |

Tabla AIV. 3. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT R3.

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|----------|-------|--------|----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0,0 | 0,000 | 0,000 | 2,5 | 3935,549 | 0,326 | 5,0 | 9597,495 | 0,794 |
| 0,1 | 0,000 | 0,000 | 2,6 | 4565,179 | 0,378 | 5,1 | 9651,294 | 0,799 |
| 0,2 | 0,000 | 0,000 | 2,7 | 5065,010 | 0,419 | 5,2 | 9727,771 | 0,805 |
| 0,3 | 9,298 | 0,001 | 2,8 | 5529,714 | 0,458 | 5,3 | 9792,565 | 0,810 |
| 0,4 | 23,345 | 0,002 | 2,9 | 5970,568 | 0,494 | 5,4 | 9885,864 | 0,818 |
| 0,5 | 50,988 | 0,004 | 3,0 | 6522,787 | 0,540 | 5,5 | 9940,485 | 0,823 |
| 0,6 | 81,919 | 0,007 | 3,1 | 7094,815 | 0,587 | 5,6 | 10000,997 | 0,828 |
| 0,7 | 128,410 | 0,011 | 3,2 | 7628,012 | 0,631 | 5,7 | 10055,387 | 0,832 |
| 0,8 | 209,163 | 0,017 | 3,3 | 8003,564 | 0,662 | 5,8 | 10112,688 | 0,837 |
| 0,9 | 308,092 | 0,025 | 3,4 | 8220,557 | 0,680 | 5,9 | 10138,437 | 0,839 |
| 1,0 | 403,480 | 0,033 | 3,5 | 8372,006 | 0,693 | 6,0 | 10160,444 | 0,841 |
| 1,1 | 444,965 | 0,037 | 3,6 | 8486,829 | 0,702 | 6,1 | 10190,914 | 0,843 |
| 1,2 | 510,840 | 0,042 | 3,7 | 8573,593 | 0,710 | 6,2 | 10226,280 | 0,846 |
| 1,3 | 543,667 | 0,045 | 3,8 | 8652,133 | 0,716 | 6,3 | 10252,344 | 0,849 |
| 1,4 | 558,302 | 0,046 | 3,9 | 8720,645 | 0,722 | 6,4 | 10277,451 | 0,851 |
| 1,5 | 604,520 | 0,050 | 4,0 | 8793,448 | 0,728 | 6,5 | 10332,621 | 0,855 |
| 1,6 | 635,448 | 0,053 | 4,1 | 8844,163 | 0,732 | 6,6 | 10379,806 | 0,859 |
| 1,7 | 654,850 | 0,054 | 4,2 | 8887,750 | 0,736 | 6,7 | 10420,136 | 0,862 |
| 1,8 | 680,925 | 0,056 | 4,3 | 8931,023 | 0,739 | 6,8 | 10465,643 | 0,866 |
| 1,9 | 788,937 | 0,065 | 4,4 | 8982,497 | 0,743 | 6,9 | 10538,269 | 0,872 |
| 2,0 | 1074,776 | 0,089 | 4,5 | 9063,530 | 0,750 | 7,0 | 10735,008 | 0,888 |
| 2,1 | 1778,887 | 0,147 | 4,6 | 9153,702 | 0,758 | 7,5 | 11033,461 | 0,913 |
| 2,2 | 2376,735 | 0,197 | 4,7 | 9254,399 | 0,766 | 8,0 | 11903,837 | 0,985 |
| 2,3 | 3131,772 | 0,259 | 4,8 | 9396,886 | 0,778 | 8,5 | 12036,964 | 0,996 |
| 2,4 | 3525,157 | 0,292 | 4,9 | 9492,370 | 0,786 | 9,0 | 12082,261 | 1,000 |

Tabla AIV. 4. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT R4.

ANEXO IV. DATOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DISTANCIAS

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0,0 | 0,000 | 0,000 | 2,3 | 11680,084 | 0,949 | 4,6 | 12166,074 | 0,989 |
| 0,1 | 186,316 | 0,015 | 2,4 | 11728,448 | 0,953 | 4,7 | 12169,953 | 0,989 |
| 0,2 | 927,413 | 0,075 | 2,5 | 11783,959 | 0,958 | 4,8 | 12174,163 | 0,990 |
| 0,3 | 2209,880 | 0,180 | 2,6 | 11832,065 | 0,962 | 4,9 | 12182,192 | 0,990 |
| 0,4 | 3491,322 | 0,284 | 2,7 | 11861,008 | 0,964 | 5,0 | 12190,483 | 0,991 |
| 0,5 | 4879,453 | 0,397 | 2,8 | 11886,205 | 0,966 | 5,1 | 12197,687 | 0,992 |
| 0,6 | 5954,996 | 0,484 | 2,9 | 11911,674 | 0,968 | 5,2 | 12206,282 | 0,992 |
| 0,7 | 6844,660 | 0,556 | 3,0 | 11936,441 | 0,970 | 5,3 | 12217,511 | 0,993 |
| 0,8 | 7507,396 | 0,610 | 3,1 | 11965,468 | 0,973 | 5,4 | 12228,633 | 0,994 |
| 0,9 | 8000,859 | 0,650 | 3,2 | 11986,919 | 0,974 | 5,5 | 12241,290 | 0,995 |
| 1,0 | 8465,250 | 0,688 | 3,3 | 12010,678 | 0,976 | 5,6 | 12251,657 | 0,996 |
| 1,1 | 8890,478 | 0,723 | 3,4 | 12028,268 | 0,978 | 5,7 | 12261,973 | 0,997 |
| 1,2 | 9186,300 | 0,747 | 3,5 | 12042,651 | 0,979 | 5,8 | 12268,816 | 0,997 |
| 1,3 | 9483,174 | 0,771 | 3,6 | 12053,563 | 0,980 | 5,9 | 12274,593 | 0,998 |
| 1,4 | 9764,017 | 0,794 | 3,7 | 12064,951 | 0,981 | 6,0 | 12290,306 | 0,999 |
| 1,5 | 10027,374 | 0,815 | 3,8 | 12082,793 | 0,982 | 6,1 | 12292,607 | 0,999 |
| 1,6 | 10350,297 | 0,841 | 3,9 | 12095,052 | 0,983 | 6,2 | 12296,384 | 1,000 |
| 1,7 | 10670,546 | 0,867 | 4,0 | 12106,333 | 0,984 | 6,3 | 12298,192 | 1,000 |
| 1,8 | 10926,927 | 0,888 | 4,1 | 12116,972 | 0,985 | 6,4 | 12299,038 | 1,000 |
| 1,9 | 11181,684 | 0,909 | 4,2 | 12126,419 | 0,986 | 6,5 | 12299,877 | 1,000 |
| 2,0 | 11359,533 | 0,923 | 4,3 | 12134,575 | 0,986 | 6,6 | 12300,689 | 1,000 |
| 2,1 | 11487,103 | 0,934 | 4,4 | 12142,232 | 0,987 | 6,7 | 12301,500 | 1,000 |
| 2,2 | 11592,927 | 0,942 | 4,5 | 12161,948 | 0,989 | 6,8 | 12301,540 | 1,000 |

Tabla AIV. 5. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT R5.

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0,0 | 0,000 | 0,000 | 2,8 | 11997,253 | 0,974 | 5,6 | 12226,888 | 0,992 |
| 0,1 | 277,173 | 0,022 | 2,9 | 12036,996 | 0,977 | 5,7 | 12229,931 | 0,993 |
| 0,2 | 1259,092 | 0,102 | 3,0 | 12058,615 | 0,979 | 5,8 | 12232,013 | 0,993 |
| 0,3 | 2533,245 | 0,206 | 3,1 | 12075,220 | 0,980 | 5,9 | 12235,342 | 0,993 |
| 0,4 | 3768,465 | 0,306 | 3,2 | 12087,125 | 0,981 | 6,0 | 12239,245 | 0,993 |
| 0,5 | 4944,810 | 0,401 | 3,3 | 12097,581 | 0,982 | 6,1 | 12243,514 | 0,994 |
| 0,6 | 6011,985 | 0,488 | 3,4 | 12104,144 | 0,982 | 6,2 | 12247,232 | 0,994 |
| 0,7 | 6832,741 | 0,555 | 3,5 | 12109,169 | 0,983 | 6,3 | 12252,422 | 0,994 |
| 0,8 | 7567,700 | 0,614 | 3,6 | 12113,424 | 0,983 | 6,4 | 12257,514 | 0,995 |
| 0,9 | 8290,310 | 0,673 | 3,7 | 12118,952 | 0,984 | 6,5 | 12260,985 | 0,995 |
| 1,0 | 8944,738 | 0,726 | 3,8 | 12130,031 | 0,984 | 6,6 | 12263,165 | 0,995 |
| 1,1 | 9405,069 | 0,763 | 3,9 | 12143,302 | 0,986 | 6,7 | 12266,184 | 0,996 |
| 1,2 | 9921,174 | 0,805 | 4,0 | 12151,525 | 0,986 | 6,8 | 12270,376 | 0,996 |
| 1,3 | 10322,173 | 0,838 | 4,1 | 12155,215 | 0,987 | 6,9 | 12272,238 | 0,996 |
| 1,4 | 10639,990 | 0,864 | 4,2 | 12160,529 | 0,987 | 7,0 | 12274,099 | 0,996 |
| 1,5 | 10792,709 | 0,876 | 4,3 | 12164,235 | 0,987 | 7,5 | 12279,584 | 0,997 |
| 1,6 | 10927,533 | 0,887 | 4,4 | 12167,221 | 0,987 | 8,0 | 12285,042 | 0,997 |
| 1,7 | 11085,130 | 0,900 | 4,5 | 12170,775 | 0,988 | 8,5 | 12290,484 | 0,997 |
| 1,8 | 11212,216 | 0,910 | 4,6 | 12177,442 | 0,988 | 9,0 | 12295,884 | 0,998 |
| 1,9 | 11320,548 | 0,919 | 4,7 | 12182,793 | 0,989 | 9,5 | 12300,318 | 0,998 |
| 2,0 | 11426,668 | 0,927 | 4,8 | 12184,249 | 0,989 | 10,0 | 12307,659 | 0,999 |
| 2,1 | 11527,095 | 0,936 | 4,9 | 12185,691 | 0,989 | 10,5 | 12312,748 | 0,999 |
| 2,2 | 11606,412 | 0,942 | 5,0 | 12187,298 | 0,989 | 11,0 | 12317,302 | 1,000 |
| 2,3 | 11687,655 | 0,949 | 5,1 | 12189,764 | 0,989 | 11,5 | 12319,914 | 1,000 |
| 2,4 | 11751,493 | 0,954 | 5,2 | 12198,185 | 0,990 | 12,0 | 12321,254 | 1,000 |
| 2,5 | 11799,248 | 0,958 | 5,3 | 12207,980 | 0,991 | 12,5 | 12321,390 | 1,000 |
| 2,6 | 11869,877 | 0,963 | 5,4 | 12215,999 | 0,991 | | | |
| 2,7 | 11947,106 | 0,970 | 5,5 | 12221,575 | 0,992 | | | |

Tabla AIV. 6. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT R6.

ANEXO IV. DATOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LAS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE DISTANCIAS

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0,0 | 0,000 | 0,000 | 1,3 | 9981,684 | 0,817 | 2,6 | 12056,456 | 0,986 |
| 0,1 | 380,595 | 0,031 | 1,4 | 10205,663 | 0,835 | 2,7 | 12110,214 | 0,991 |
| 0,2 | 1369,756 | 0,112 | 1,5 | 10546,683 | 0,863 | 2,8 | 12151,883 | 0,994 |
| 0,3 | 2880,440 | 0,236 | 1,6 | 10792,886 | 0,883 | 2,9 | 12176,007 | 0,996 |
| 0,4 | 4278,345 | 0,350 | 1,7 | 11009,616 | 0,901 | 3,0 | 12194,208 | 0,998 |
| 0,5 | 5403,671 | 0,442 | 1,8 | 11297,051 | 0,924 | 3,1 | 12203,212 | 0,998 |
| 0,6 | 6491,606 | 0,531 | 1,9 | 11521,952 | 0,943 | 3,2 | 12210,580 | 0,999 |
| 0,7 | 7396,532 | 0,605 | 2,0 | 11671,785 | 0,955 | 3,3 | 12219,177 | 1,000 |
| 0,8 | 8093,182 | 0,662 | 2,1 | 11754,092 | 0,962 | 3,4 | 12220,525 | 1,000 |
| 0,9 | 8572,666 | 0,701 | 2,2 | 11825,807 | 0,967 | 3,5 | 12221,185 | 1,000 |
| 1,0 | 8944,010 | 0,732 | 2,3 | 11893,658 | 0,973 | 3,6 | 12221,511 | 1,000 |
| 1,1 | 9332,949 | 0,764 | 2,4 | 11935,886 | 0,976 | 3,7 | 12223,383 | 1,000 |
| 1,2 | 9677,614 | 0,792 | 2,5 | 11984,340 | 0,980 | | | |

Tabla AIV. 7. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT R7.

| De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI | De (m) | LI (m) | PI |
|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|--------|-----------|-------|
| 0,0 | 0,000 | 0,000 | 1,4 | 11253,189 | 0,921 | 2,8 | 12039,876 | 0,985 |
| 0,1 | 199,828 | 0,016 | 1,5 | 11394,930 | 0,933 | 2,9 | 12063,925 | 0,987 |
| 0,2 | 712,062 | 0,058 | 1,6 | 11491,263 | 0,940 | 3,0 | 12102,190 | 0,990 |
| 0,3 | 1381,134 | 0,113 | 1,7 | 11586,992 | 0,948 | 3,1 | 12135,423 | 0,993 |
| 0,4 | 2161,849 | 0,177 | 1,8 | 11693,412 | 0,957 | 3,2 | 12168,058 | 0,996 |
| 0,5 | 3018,268 | 0,247 | 1,9 | 11769,939 | 0,963 | 3,3 | 12181,647 | 0,997 |
| 0,6 | 4268,286 | 0,349 | 2,0 | 11827,583 | 0,968 | 3,4 | 12207,201 | 0,999 |
| 0,7 | 5653,679 | 0,463 | 2,1 | 11870,096 | 0,971 | 3,5 | 12209,198 | 0,999 |
| 0,8 | 6759,328 | 0,553 | 2,2 | 11908,211 | 0,975 | 3,6 | 12213,172 | 0,999 |
| 0,9 | 7881,761 | 0,645 | 2,3 | 11941,968 | 0,977 | 3,7 | 12215,683 | 1,000 |
| 1,0 | 8767,957 | 0,718 | 2,4 | 11981,076 | 0,980 | 3,8 | 12216,988 | 1,000 |
| 1,1 | 9599,998 | 0,786 | 2,5 | 12000,457 | 0,982 | 3,9 | 12218,319 | 1,000 |
| 1,2 | 10367,908 | 0,848 | 2,6 | 12017,309 | 0,983 | 4,0 | 12219,361 | 1,000 |
| 1,3 | 10958,757 | 0,897 | 2,7 | 12029,388 | 0,984 | 4,1 | 12219,693 | 1,000 |

Tabla AIV. 8. Distancia de evaluación 3D, longitud de inclusión y porcentaje de inclusión para CMT R8.

En los últimos años se ha producido un considerable aumento en la obtención y disponibilidad de trazas GNSS de vías de comunicación, aportadas principalmente por usuarios voluntarios. En esta tesis se propone la utilización de estas trazas, de escasa precisión, pero que en gran cantidad pueden determinar un eje preciso de la vía. Para esto se propone un método que identifica trazas o partes atípicas, genera un eje medio y realiza un control tridimensional basado en un orlado 3D. El ensayo del mismo se ha basado en un diseño de experimento, en el que se han incluido una gran cantidad de trazas levantadas con distintos dispositivos GNSS en una zona controlada. Los resultados obtenidos, en forma de ejes medios, han sido contrastados con el eje obtenido con un levantamiento GNSS de precisión. Los resultados de exactitud posicional han permitido obtener importantes conclusiones acerca del método propuesto y los dispositivos empleados .

In recent years there has been a considerable increase in the obtaining and availability of GNSS traces of communication pathways, contributed mainly by voluntary users. In this thesis we take advantage of these traces of low precision but very numerous to obtain a precise axis. For this we propose a method that identifies traces or outlier parts, generates a medium axis and performs a three-dimensional control based on a 3D buffer. The test has been based on an experiment design, which has included a large number of traces raised with different GNSS devices in a controlled area. The results obtained, in the form of medium axes, have been contrasted with the axis obtained with a precision GNSS survey. The results of positional accuracy have allowed us to obtain important conclusions about the proposed method and the devices used.

FICHA TÉCNICA:

TÍTULO | GENERACIÓN DE EJES PRECISOS 3D A PARTIR DE MULTITRAZAS GNSS Y CONTROL POSICIONAL

AUTOR | PAULA GIL DE LA VEGA

DIRECTORES | FRANCISCO JAVIER ARIZA LÓPEZ / ANTONIO TOMÁS MOZAS CALVA-CHE

UNIVERSIDAD | UNIVERSIDAD DE JAÉN

DEPARTAMENTO | INGENIERÍA CARTOGRÁFICA, GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA

PROGRAMA | PROGRAMA OFICIAL DE DOCTORADO EN INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

FECHA DE LECTURA | SEPTIEMBRE 2017

DESCRIPTORES | EXACTITUD POSICIONAL, CALIDAD, CONTROL POSICIONAL, ELEMENTO LINEAL 3D, TRAZA GNSS