UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – UFES
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS – CCE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

Alessandra Mathias Lessa

ATIVIDADES COLABORATIVAS COM O GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

Vitória, ES

2016

Alessandra Mathias Lessa

ATIVIDADES COLABORATIVAS COM O GEOGEBRA: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Domingos Sávio Valério Silva

Vitória, ES

2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

L638a

Lessa, Alessandra Mathias, 1971-
Atividades colaborativas com o GeoGebra : uma proposta de ensino de geometria plana / Alessandra Mathias Lessa. – 2016.
73 f. : il.

Orientador: Domingos Sávio Valério Silva.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo. 2. Geometria plana - Estudo e ensino. 3. Habilidades de vida. 4. Matemática - Estudo e ensino. 5. GeoGebra (Software). I. Silva, Domingos Sávio Valério. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 51

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

"Atividades Colaborativas com o Geogebra: uma proposta de ensino de Geometria Plana"

Alessandra Mathias Lessa

Defesa de Dissertação de Mestrado Profissional submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em 06/12/2016 por:

Domingos Sávio Valério
Orientador - UFES

Moacir Rosado Filho
Examinador Interno - UFES

Silas Fantin
Examinador Externo - UNIRIO

Dedico este trabalho à minha família,
que em todas as circunstâncias acreditou em mim.
À minha mãe que sempre me incentivou a prosseguir nos estudos.
Ao meu irmão, grande inspirador como pessoa e estudioso.
Aos meus filhos que, cada um de sua forma,
demonstraram seu orgulho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, que permitiu a realização deste curso tão importante para mim, sempre me dando forças quando eu fraquejava pensando que não fosse capaz de concluí-lo.

Agradeço aos professores que estiveram com nossa turma, por toda paciência e disponibilidade que demonstraram ao longo do curso: Prof. Dr. Florêncio Ferreira Guimarães Filho, Prof. Dr. Fábio Júlio da Silva Valentim, Prof.ª Dr.ª Magda Soares Xavier, Prof. Dr. Moacir Rosado Filho, Prof. Dr. Valmecir Antônio dos Santos Bayer e Prof. Dr. Domingos Sávio Valério Silva.

Em especial, agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Domingos Sávio Valério Silva pelo empenho que sempre demonstrou ao longo da elaboração da dissertação, compartilhando sua sabedoria para a finalização desta importante etapa acadêmica.

Também quero agradecer a todos os colegas da turma, em especial, à minha amiga Carla Silva Zandonade, parceira de muitas horas de estudos. Muito obrigada!

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer".

(Albert Einstein)

RESUMO

Os índices de desempenho de alunos brasileiros não têm alcançado níveis favoráveis em avaliações institucionais para verificação da aprendizagem em Matemática. Apesar do Brasil se destacar no cenário mundial pelo crescimento econômico e pelo desenvolvimento, assim como África do Sul, China, Índia e Rússia – países com essas características e denominados BRICS – não tem alcançado resultados semelhantes à maioria deles, como por exemplo no PISA. Desta forma se mostra importante, além de avaliar, se apropriar dos resultados e traçar metas, para que esse quadro seja modificado. O ponto de partida deste estudo é a avaliação realizada no sistema educacional do estado do Espírito Santo, o PAEBES. O resultado da avaliação no ano de 2014, servirá de apoio para a elaboração metodológica deste estudo, por constarem indicativos das habilidades (descritores) em que os alunos ainda não demonstraram ter desenvolvido. A proposta contempla a realização de atividades envolvendo Geometria para despertar curiosidade e a vontade de, por meio de desafios, aprender de forma colaborativa e interessante. Como a interatividade atrai os jovens, a Geometria Dinâmica do *software* GeoGebra pode fazer a ponte entre a teoria e a prática, tornando mais fácil a visualização em múltiplas representações do objeto criado.

Palavras-chave: Geometria Dinâmica. GeoGebra. Colaborativa. Habilidades. Descritores. Interatividade. Avaliações institucionais. PAEBES.

ABSTRACT

Performance rates of Brazilian students have not reached favorable levels in institutional evaluations to verify mathematical learning. Even though Brazil has stood out in the global setting for its development and economic growth, like South Africa, China India and Russia — countries with these characteristics, named BRICS — it has not reached results similar to most of these countries, as in PISA, for example. Therefore, besides assessing, it is important to use the results and set goals so that this picture can be changed. This study departs from the assessment carried out in the education system in the State of Espírito Santo, Brazil: the PAEBES. The result of assessment in the year 2014 will be the basis for the methodology in this study, because it comprises indications of the skills (descriptors) which students have not yet developed. The proposal comprises challenging activities involving geometry to arouse students' curiosity and willingness to learn in a collaborative and interesting way. Since interactivity attracts youth, the Dynamic Geometry of software GeoGebra can bridge theory to practice, allowing easier visualizations in multiple representations of the object created.

Keywords: Dynamic Geometry. GeoGebra. Collaborative. Skills. Descriptors. Interactivity. Institutional assessment. PAEBES.

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FOTOS

LISTA DE SIGLAS

ANEB	Avaliação Nacional da Educação Básica
CAEd	Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PAEBES	Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora/MG

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A avaliação constitui um desafio em qualquer estrutura da sociedade. Avaliar é preciso. De acordo com o Dicionário Escolar da Academia Brasileira de Letras - Língua Portuguesa, avaliar consiste em “determinar ou estimar o valor de”, “aquilatar, valorar”, “fazer a apreciação, a análise de” relativo a características de pessoas, objetos, fatos ou fenômenos. Na atualidade, inúmeras organizações praticam avaliações institucionais para verificar se os seus colaboradores atendem às expectativas de desempenho estabelecido. Até mesmo na vida pessoal, precisamos constantemente (re)avaliar nossas ações para que possamos, depois de identificar fragilidades, traçar metas para melhorias, pois, [...] *Avaliar é refletir sobre uma determinada realidade, visto que os dados e informações gerados pela avaliação possibilitam um julgamento que conduz a uma tomada de decisão*. (OLIVEIRA[9], 2008, p.9). Em se tratando de processo educacional, a realidade não é diferente. Alguns indicadores sobre processos de ensino-aprendizagem produzem informações importantes para a definição e o refinamento de políticas educativas, com foco na qualidade do ensino.

De abrangência mundial, temos a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), composta de 35 países membros, que tem interesse no desenvolvimento de áreas específicas como, por exemplo, economia, comércio, ciência, emprego, educação e mercados financeiros, cuja missão é promover políticas que melhorem o bem-estar econômico e social de pessoas em todo o mundo. O Brasil não é país membro, mas um colaborador participante em cerca de 15 programas da organização. Dentre as ações planejadas, está o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que busca indicadores para fomentar a discussão da qualidade da educação, de modo a subsidiar políticas de melhoria do ensino básico. A partir de 2000, a cada três anos, acontecem avaliações em três áreas do conhecimento: Leitura, Matemática e Ciências, sendo que, a cada nova edição, há maior ênfase em cada uma dessas áreas. Em 2012, foi dada ênfase à Matemática. Além disso, a partir de 2015 houve inclusão de Competência Financeira e Resolução Colaborativa de Problemas como áreas de estudo. Os resultados mais recentes divulgados foram do PISA 2012, que apontam o avanço da média brasileira em Matemática de 356 (em 2003) para 391 pontos (em 2012), tornando o Brasil o país com os maiores ganhos de desempenho desde 2003; ainda que tenha sido colocado em 58º lugar (Anexo 1), no total de 65 países.

Na esfera nacional, para conhecer a realidade das redes de ensino público e privado, temos o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), organizado e aplicado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) - autarquia do Ministério da Educação (MEC) - a cada 2 anos. São avaliados desempenhos dos alunos em Matemática e em Língua Portuguesa na 4ª série/5º ano, e 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental, além da 3ª série do Ensino Médio. O SAEB é composto de três avaliações, a saber:

- Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB): avalia o ensino público e privado do país, ofertado aos alunos de 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio.
- Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC): também denominada "Prova Brasil", avalia os alunos da 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas.
- Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA): avaliação do 3º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas, para verificar os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e Matemática, realizada anualmente.

No âmbito estadual, a avaliação é realizada pelo Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES), que tem periodicidade anual desde 2009, para verificação do desempenho dos alunos em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências, tendo como promotora o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd), da UFJF/MG. O público alvo são os alunos de 1º, 2º, 3º, 5º anos e 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental, além da 3ª série do Ensino Médio. Em 2014, participaram todas as escolas da rede pública estadual, 76 redes públicas municipais, além de 49 escolas particulares que efetuaram sua adesão. O programa trabalha para produzir dois indicadores importantes: a média de cada escola (0 a 500 pontos) e o percentual de estudantes em 4 níveis de desempenho (abaixo do básico, básico, proficiente e avançado). O conteúdo programático e as habilidades a serem avaliadas são distribuídos em 4 temas/tópicos (Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números, Operações e Álgebra; Tratamento da Informação) e dispostos na Matriz de Referência, conforme Anexo 2. Em cada tema/tópico foram elencados os Descritores, que podem ser considerados como habilidades associadas ao conteúdo a ser avaliado. A partir da matriz, são elaborados os testes para serem aplicados na busca de identificação de competências e habilidades já desenvolvidas pelos alunos. Para a interpretação dos resultados, foi criada uma Escala de Proficiência (Anexo 3), onde há indicação do nível de complexidade exigido em cada conteúdo, levando em consideração as competências avaliadas associadas aos descritores. Podemos considerar que competência é o que se espera que o aluno saiba fazer e habilidade é de que forma ele deve fazer, conforme exemplo:

Tema/tópico	Competências	Descritores (habilidades)
Espaço e Forma	Localizar objetos em representações do espaço	D01 (Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas) D09 (Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas)

Tendo em vista esse contexto, buscamos parceria com uma escola da rede pública estadual localizada na região de Maruípe – Vitória/ES para o desenvolvimento da pesquisa. A escola possui 1078 alunos matriculados em 3 turnos, com turmas de 5º ano do Ensino Fundamental à 3ª série do Ensino Médio. O ponto de partida da pesquisa foi a distribuição nos padrões de desempenho de alunos de 8ª série/9º ano no PAEBES 2014. Por meio da página do programa na internet, é possível ter acesso aos resultados da escola, por disciplina e por série/ano. Pensamos em delinear uma proposta metodológica que envolva os alunos na produção e colaboração em atividades em grupos, uma vez que, segundo Prado[11] (2005, p. 4),

> [...] a melhor forma de ensinar é aquela que propicia aos alunos o desenvolvimento de competências para lidar com as características da sociedade atual, que enfatiza a autonomia do aluno para a busca de novas compreensões, por meio da produção de ideias e de ações criativas e colaborativas [...].

Uma importante aliada a essa proposta é a tecnologia, por ser atrativa para a maioria dos alunos. Estes estão sempre cercados por dispositivos tecnológicos no seu cotidiano, seja pelo uso dos inúmeros aplicativos dos *smartphones* ou mesmo pelos *games* que se tornaram febre entre adolescentes e adultos, como por exemplo o Pokémon GO[1], que há pouco tempo foi lançado e já bateu recordes de número de *downloads*, tanto na *App Store* (loja de aplicativos da *iPhone* e *iPad*) – como na

[1] Jogo eletrônico de realidade aumentada voltado para smartphones, desenvolvido por Nintendo e colaboradores.

Google Play (do sistema operacional *Android*), tornando-se um dos mais baixados em toda a história da internet. Contudo, o foco do estudo está no uso pedagógico das ferramentas tecnológicas, tendo como função implementar as aulas de Matemática. Vamos analisar se este uso pode tornar mais simples e eficaz o desenvolvimento de atividades matemáticas e, por consequência, o aprendizado de conteúdos ter forma investigativa, aplicada e dinâmica.

No estudo da Matemática, em particular da Geometria, uma ferramenta que pode ser utilizada com esta finalidade é o *software* GeoGebra[2]. As facilidades para os usuários são inúmeras, desde ser gratuito e multiplataforma (*Windows*, *Linux* ou *Mac OS*), até ser utilizado em 190 países e traduzido para 58 idiomas. As construções geométricas com utilização do GeoGebra permitem ao aluno, além da interatividade, ter a visão em múltiplas representações do objeto criado, por meio das janelas algébrica, gráfica e de cálculo; que estão dinamicamente interligadas. Desta forma, qualquer mudança realizada em uma delas, as outras se adaptam automaticamente às novas características do objeto. Então, surgiram algumas indagações:

1. “Como trabalhar a partir dos resultados obtidos pela escola em Matemática na avaliação do PAEBES 2014?”
2. “De que forma as ferramentas tecnológicas, em particular o GeoGebra, podem colaborar no processo ensino-aprendizagem?”
3. “Como verificar o desenvolvimento de habilidades dos alunos, antes e depois do trabalho com a tecnologia?”.

Esta proposta visa verificar se haverá ou não mudança qualitativa e quantitativa nos resultados dos alunos e, consequentemente, o melhoramento dos padrões de desempenho no PAEBES, depois de um trabalho direcionado com a utilização do GeoGebra. Para isso, deverá ser verificado o padrão que os alunos se encontram, seguido de um trabalho com Geometria Dinâmica e, depois, a verificação do desempenho dos alunos diante de uma nova avaliação.

O início será com a aplicação da Atividade Diagnóstica, um instrumento para verificação das habilidades ainda não desenvolvidas pelos alunos. A seguir, a construção de uma sequência didática para que os alunos possam desenvolver as Atividades 1 a 4, com a utilização do GeoGebra. Para finalizar, será realizada a Atividade Final para verificação do avanço (ou não) do desenvolvimento de

[2] Software gratuito de Matemática Dinâmica que reúne recursos de Geometria, Álgebra e Cálculo.

habilidades, depois do trabalho com Geometria Dinâmica. Outro instrumento que também servirá de verificação é a avaliação do PAEBES no ano de 2015, visto que os alunos participaram desta avaliação depois das atividades deste estudo.

Desta forma, no capítulo 2 serão descritos os objetivos gerais e específicos delineados para este estudo. No capítulo 3, será apresentado o nível de proficiência e padrão de desempenho da escola, o percentual de acertos por descritor no PAEBES 2014, assim como a Atividade Diagnóstica seguida da análise dos resultados apurados em cada questão. Também serão descritas as atividades com o GeoGebra e as inferências dos alunos diante das construções e das questões discursivas de cada atividade. No capítulo 4 serão apontadas as conclusões, mediante análise de todas informações produzidas ao longo pesquisa.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Verificar o desenvolvimento de habilidades matemáticas de alunos de 8ª série/9º ano, anterior e posteriormente à elaboração e aplicação de uma sequência didática com a utilização do *software* GeoGebra.

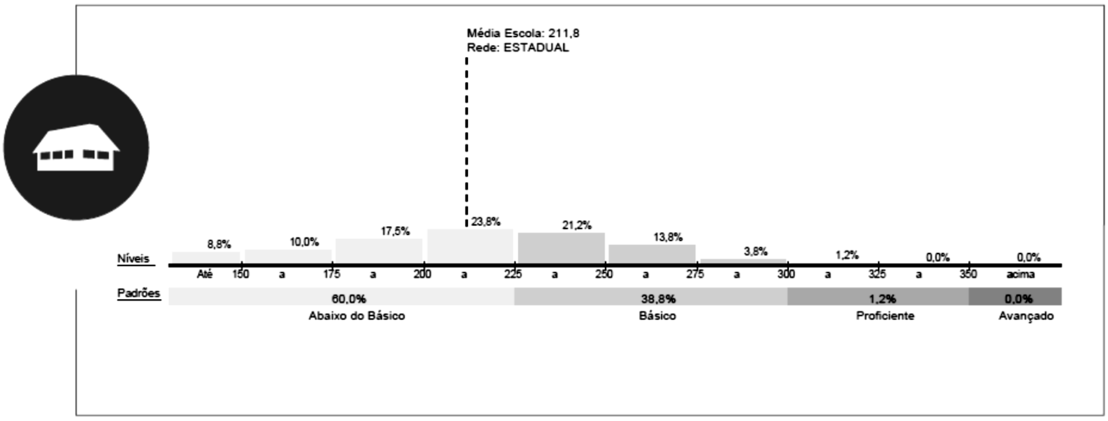
2.2 Objetivos específicos

- Analisar o desempenho em Matemática do PAEBES 2014 de uma escola da rede estadual de ensino;
- Analisar os índices de acertos nos descritores;
- Elaborar e aplicar um instrumento diagnóstico para verificar o desenvolvimento de habilidades matemáticas;
- Elaborar sequência didática para realização de atividades com o GeoGebra;
- Verificar o avanço dos alunos por meio da elaboração e aplicação de uma atividade final;
- Analisar o desempenho da turma pesquisada no PAEBES 2015;
- Verificar se houve contribuição do trabalho com Geometria Dinâmica.

3 METODOLOGIA

O estudo teve início com informações coletadas junto aos alunos, por meio do preenchimento de um formulário, para o conhecimento do perfil da turma. As respostas indicaram dados como idade, sexo e se haviam estudado nesta escola nos anos anteriores. Ainda foi apontado que apenas dois alunos participavam de programas de jovens aprendizes, no contraturno. Também foram levantados dados estatísticos sobre o rendimento da escola no PAEBES 2014, cuja aplicação da avaliação ocorreu em outubro do referido ano.

Gráfico 1 - Nível de proficiência e padrão de desempenho da Escola em Matemática PAEBES 2014



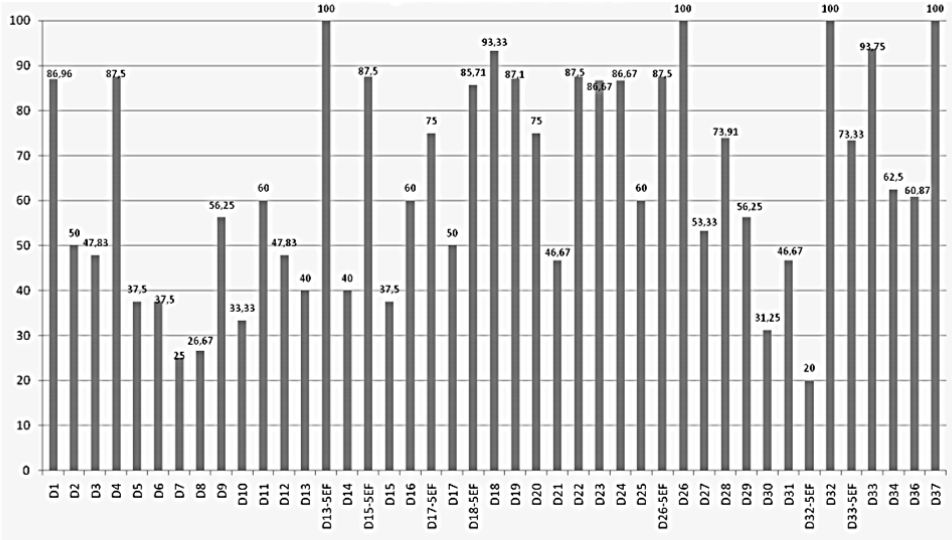
Fonte: PAEBES/2014

Os Padrões de Desempenho da 8ª série/9º ano em Matemática, que constam no Gráfico 1, apontam o baixo desempenho na avaliação do ano de 2014. A média da escola foi 211,8 (do total de 500), considerado padrão de desempenho abaixo do básico. Além disso, os alunos se encontram nas seguintes faixas de proficiência:

a) Abaixo do básico: 60%;
b) Básico: 38,8%;
c) Proficiente: 1,2%;
d) Avançado: 0%.

Evidenciou-se a importância, dentre muitas ações, de sistematizar atividades que pudessem potencializar as aulas de Matemática e aferir o desempenho dos alunos na avaliação de 2015. O objetivo é que os alunos desenvolvam competências e habilidades e, consequentemente, melhorem o desempenho no desenvolvimento de atividades e na avaliação institucional.

Gráfico 2 – Percentual de acertos por descritor/PAEBES 2014
Matemática 8ª série/9º ano



Fonte: PAEBES

Desta forma, a proposição de um instrumento diagnóstico tornou-se fundamental para verificação do nível de desempenho de uma turma de 8ª série/9º ano em 2015. Para a composição desse diagnóstico, tomamos como base os resultados da Escola no PAEBES/2014. Temos informações acerca dos 37 descritores relacionados à Matemática (Gráfico 2), onde podemos destacar que, considerando os 7 descritores com menores índices de acertos, 5 deles estão relacionados ao Tema “Espaço e Forma”: os descritores D05, D06, D07, D08 e D10. Assim, constatamos por meio dos dados, que os alunos demonstraram dificuldade em resolver atividades que envolveram a Geometria.

A proposta deste estudo teve previsão de encontros com os alunos da turma envolvida na pesquisa e com a professora na escola, realizados semanalmente, conforme cronograma a seguir.

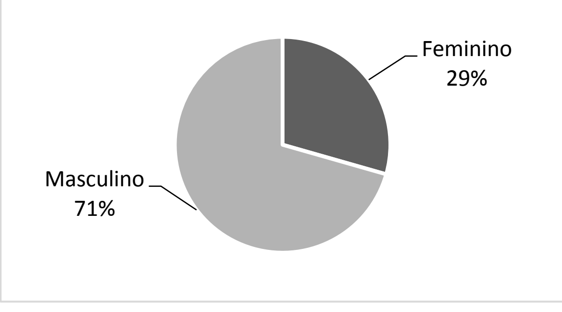
CRONOGRAMA			
Momento	**Atividade**	**Instrumento**	**Recursos**
1	Sondagem Inicial	Conversa com os alunos e pesquisa	Impresso
2	Atividade Diagnóstica	Diagnóstico	
3	Oficina e Atividade GeoGebra 1	Construções com Geometria Dinâmica e atividade dissertativa	Impresso e Computador
4	Atividade GeoGebra 2		
5	Atividade GeoGebra 3		
6	Atividade GeoGebra 4		
7	Verificação	Atividade Final	Impresso
8	Socialização dos rendimentos aos alunos	---	

3.1 Sondagem Inicial (1º momento)

Na sondagem inicial com os alunos da turma escolhida, 8ªV01 (9º ano) do Ensino Fundamental, foi apresentada a proposta da pesquisa – uma forma de investigação das dificuldades apresentadas no processo de aprendizagem, vislumbrando-se a busca de ferramentas que pudessem auxiliá-los na transposição destas dificuldades. Também foi pontuado que o planejamento da pesquisa foi fundamentado nos resultados obtidos pela escola, em Matemática, no PAEBES 2014. Desta forma, solicitada a participação da turma, o retorno foi espontâneo e os alunos demonstraram receptividade e optaram pela colaboração na pesquisa.

Por meio do preenchimento de um formulário pelos alunos, verificou-se que 17 estavam regularmente matriculados; sendo 29% do sexo feminino e 71%, do sexo masculino (Gráfico 3). Ainda foi apontado que 53% dos alunos da turma estudaram nesta escola no ano anterior, isto é, em 2014. Portanto, 47% eram alunos novatos na instituição.

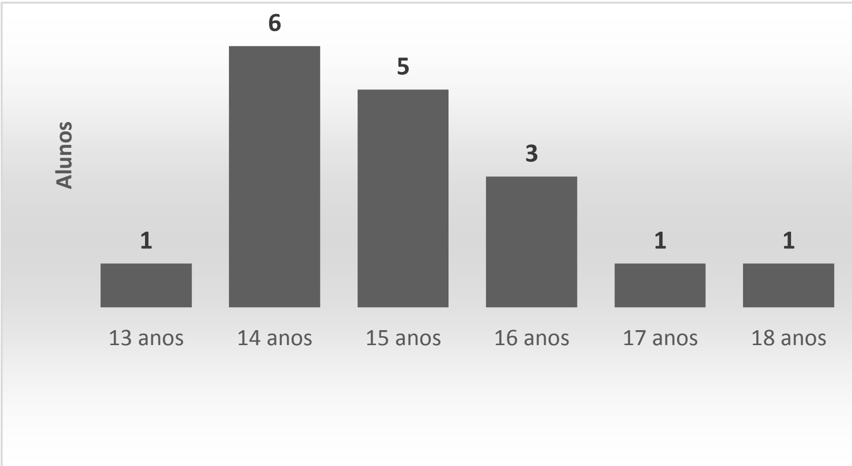
Gráfico 3 – Sexo dos alunos da turma



Fonte: A autora

Acerca das idades, os registros indicam variação entre 13 e 18 anos, conforme Gráfico 4. Em documento disponível no portal do MEC[2], a intenção da implementação do Ensino Fundamental de 9 anos é de que o aluno conclua esta etapa de escolarização aos 14 anos. Desta forma, a turma pesquisada – que está no último ano da primeira etapa da Educação Básica – tem, aproximadamente, 59% de alunos com idades acima da faixa etária esperada. De acordo com relatos de alunos e da professora da turma, essa realidade se deve ao fato de que houve retenção, assim como evasão escolar de alguns alunos em anos anteriores.

Gráfico 4 – Idades dos alunos da turma



Fonte: A autora

3.2 Atividade Diagnóstica (2º momento)

A Atividade Diagnóstica (Apêndice B) foi elaborada com cinco questões de múltipla escolha, relacionadas aos descritores D05, D06, D07, D08 e D10 do tema/tópico Espaço e Forma, que apontaram menores índices de acertos na avaliação do PAEBES 2014. Os descritores constam da Matriz de Referência de Matemática – PAEBES e são os seguintes:

a) D05: Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas;
b) D06: Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos;

c) D07: Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram;
d) D08: Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos: soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares;
e) D10: Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.

As questões do teste foram selecionadas do Guia de Elaboração de Itens do CAEd/UFJF - entidade responsável pelo programa de avaliação do ensino público da rede estadual do Espírito Santo. De acordo com as orientações que constam no guia, na elaboração das questões foram consideradas as seguintes partes:

a) Enunciado: tem como objetivo contextualizar a situação-problema, para que o aluno se considere como parte da realidade e tenha desejo de solucioná-la;
b) Suporte: a questão pode apresentar uma figura, que tem o objetivo de auxiliar a visualização da situação;
c) Comando: é a pergunta a ser respondida ou a sentença a ser verificada;
d) Alternativas: opções de repostas, com apenas uma correta.

No entanto, na elaboração das alternativas, os itens de múltipla escolha não são propostos aleatoriamente. Além da resposta correta, as outras alternativas apresentadas, denominados distratores, são elaborados para produzir informações importantes na avaliação, pois "[...] *na medida em que apontam possíveis caminhos de raciocínio dos estudantes, delimitam a etapa do desenvolvimento da aprendizagem em que o estudante se encontra.*" (OLIVEIRA[9], 2008, p. 24).

O diagnóstico foi aplicado no segundo encontro (Foto 1), com duração de 1h, e as informações obtidas serão descritas por meio dos resultados alcançados. As respostas podem apontar caminhos que os alunos, provavelmente, tomaram ao indicar sua escolha. Com isso, deseja-se investigar o nível de aprendizagem dos alunos, para elaboração de estratégias de trabalho com o assunto/tema que envolve o pensamento geométrico.

Foto 1 – Alunos realizando diagnóstico

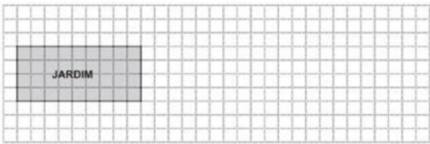
Fonte: A autora

A questão 1, relacionada ao descritor D05 (reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas), tem o objetivo de avaliar a habilidade dos alunos de resolver problemas de cálculo de área, a partir da ampliação de um polígono, tendo como apoio as malhas quadriculadas.

Figura 1 – Questão 1 da Atividade Diagnóstica

Questão 1

(D05) Na malha quadriculada desenhada abaixo, todos os quadradinhos têm o mesmo tamanho e a parte colorida de cinza representa o jardim da casa de Luísa.



Nessa área, Luísa quer construir uma quadra de esportes com o dobro das dimensões desse jardim.
Para representar essa quadra, quantos quadradinhos ela utilizará?
A) 36
B) 72
C) 144
D) 288

Fonte: CAEd/UFJF

Nesta questão, tomando-se o menor quadrado da malha (que chamaremos de quadradinho) temos as medidas de seu lado e de sua área como unidades padrão de comprimento e de área, respectivamente. Então, as áreas podem ser calculadas por meio do produto das medidas do comprimento e da largura do polígono, ou ainda, pela quantidade de quadradinhos de cada figura. Sendo assim, como o jardim tem 36 unidades de área, decorre 144 unidades de área para a quadra de esportes, pois dobra-se medidas de comprimento e largura.

Os alunos que marcaram como correta a opção A (36 unidades) apontam estar provavelmente no Nível 1 (Reconhecimento ou Visualização), segundo a descrição de van Hiele no Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Eles não demonstraram reconhecer que o jardim e a quadra são retangulares e, que dobrando-se as medidas, a área da ampliação fica quadruplicada.

Ainda de acordo com van Hiele (apud OLIVEIRA[10], 2012, p. 8), neste nível de raciocínio,

> [...] os alunos são capazes de reconhecer e nomear as figuras geométricas, mas o fazem apenas pela sua “aparência”, mostrando-se incapazes de identificar alguma propriedade das mesmas. Apesar de serem capazes de reconhecer algumas características das figuras, não conseguem se valer delas para reconhecer ou classificar as figuras sob análise.

Desta forma, podem ter tomado a área do jardim como a área da quadra de esportes, sem estarem atentos ao fato de que a quadra tem suas dimensões duplicadas em relação às dimensões do jardim. Para escolha da opção B (72 unidades), os alunos podem não ter percebido que a quadra tendo como dimensões o dobro das dimensões do jardim, terá sua área quadruplicada e não duplicada – como é o caso da resposta. A opção D, com escolha de 288 unidades de área para a quadra, pode ter sido atribuída ao fato de que tendo encontrado o valor 144, tomou-se o dobro desse valor, uma vez que o enunciado informa o dobro de dimensões. Resultado: nenhum aluno acertou a questão.

A questão 2 relacionado ao descritor D06 (reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos), tem o objetivo de avaliar a capacidade dos alunos de estabelecer a noção de ângulos em figuras planas, assim como o reconhecimento da variação de medidas.

Figura 2 – Questão 2 da Atividade Diagnóstica

Questão 2

(D06) Observe os ponteiros nesse relógio.

Decorridas 3 horas, qual é o ângulo formado pelos ponteiros?
A) 15º
B) 45º
C) 90º
D) 180º

Fonte: CAEd/UFJF

Para sua resolução, os alunos devem perceber que dois ponteiros de um relógio analógico, ao marcar o horário, formam dois ângulos. Também necessário que saibam que a mudança de horário estabelece a descrição de outros ângulos. Não consta a informação no comando (pergunta) de qual dos dois ângulos era solicitado, pois quando o relógio marca $15\mathrm{h}$ (ou $3\mathrm{h}$) são descritos $90°$ e $270°$.

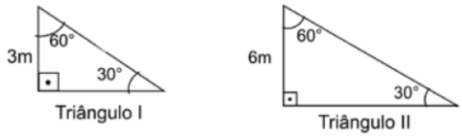
Os alunos que marcaram a opção A, provavelmente, relacionaram o valor da medida do ângulo ao horário ($15°$ e $15\mathrm{h}$). Eles deveriam observar que partir de $0\mathrm{h}$ (ou $12\mathrm{h}$) a cada hora exata o menor ângulo entre os ponteiros é múltiplo de $30°$, porque o mostrador é dividido em doze partes iguais ($12\mathrm{h}$), e em uma volta completa de cada ponteiro é descrito o ângulo de $360°$. A escolha pelas demais alternativas sugere que os alunos não perceberam a associação do mostrador do relógio à circunferência. Sendo assim, para $15\mathrm{h}$ (ou $3\mathrm{h}$) a opção correta é a C ($90°$). Resultado: 47% da turma acertou a questão.

O descritor D07 (reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram) foi relacionado à questão 3 (Figura 3), que avalia a habilidade dos alunos na identificação de semelhança (homotetia) entre figuras planas, com base nas propriedades de semelhança e imagens de figuras transformadas.

Figura 3 – Questão 3 da Atividade Diagnóstica

Questão 3

(D07) Observe os triângulos I e II representados abaixo.

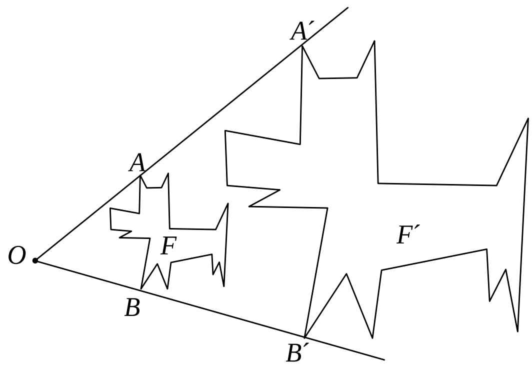


O triângulo I tem 6 m² de área, quanto mede a área do triângulo II?
A) 12 m²
B) 18 m²
C) 20 m²
D) 24 m²

Fonte: CAEd/UFJF

De acordo com Shine[15] (2009, p. 33), “Homotetia de uma figura F com centro O e razão k, com $\mathrm{k} \in \mathbb{R}^{+}$, é uma transformação geométrica que associa a cada ponto P de F o ponto $\mathrm{P'}$ sobre a semirreta OP, de origem O, tal que $\mathrm{OP'} = \mathrm{k} \cdot \mathrm{OP}$” [...], exemplificado com uma ilustração (Figura 4).

Figura 4 – Transformações homotéticas



Fonte: Revista Eureka!

A verificação da semelhança (ou homotetia) da questão foi por meio da congruência dos ângulos ($30°$, $60°$ e $90°$) correspondentes dos triângulos retângulos, além da obtenção da razão k com a utilização das medidas dos lados (dois a dois correspondentes). Foram usadas as medidas dos lados $6\ \mathrm{m}$ e $3\ \mathrm{m}$ dos triângulos II e I, respectivamente.

Para a resolução, os alunos devem perceber que a razão (k) de semelhança entre os triângulos II e I, dada pela razão entre as medidas dos lados correspondentes, é $k = 6 \div 3 = 2$. Os alunos que marcaram a opção D desenvolveram a habilidade relativa ao descritor.

A escolha por uma das demais opções sugere que os alunos relacionaram a área do triângulo II ao dobro da área do triângulo I, atribuindo tal valor pela observação da razão de semelhança $k = 2$ (no caso da opção A).

Na opção B, provavelmente multiplicaram as medidas apresentadas dos lados correspondentes, $3\ m$ e $6\ m$, dos triângulos I e II, respectivamente. Assim, obtiveram resultado igual a 18. A opção C não apresenta relação entre equívocos que o aluno possa ter demonstrado na resolução da questão.

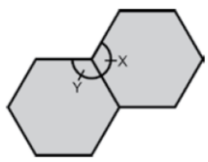
De forma análoga à questão 1, os alunos demonstraram estar no Nível 1 (reconhecimento ou visualização), segundo a descrição de van Hiele. Eles apresentaram incapacidade de identificar alguma propriedade das figuras, ou mesmo reconhecer algumas características ou ainda fazer análise. Resultado: nenhum aluno acertou a questão.

No diagnóstico, a questão 4 (Figura 5) está relacionada ao descritor D08 (resolver problema utilizando propriedades dos polígonos: soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares). Nesta questão, o objetivo é verificar se os alunos têm habilidade de observação e aplicação da propriedade de congruência dos ângulos internos de um polígono regular.

Figura 5 – Questão 4 da Atividade Diagnóstica

Questão 4

(D08) Lucas desenhou uma figura formada por dois hexágonos. Veja o que ele desenhou.



Nessa figura, a soma das medidas dos ângulos X e Y é:
A) 60º
B) 120º
C) 240º
D) 720º

Fonte: CAEd/UFJF

A informação de que os hexágonos são regulares não consta no enunciado da questão, apresentada no Guia de Elaboração de Itens. A figura que serve de suporte para a questão é composta de dois hexágonos que têm um lado em comum, com um ângulo interno em cada um deles, a saber, $\widehat{X}$ e $\widehat{Y}$, adjacentes.

Não há outras informações sobre os demais lados e ângulos dos polígonos e é solicitado a soma de $\widehat{X}$ e $\widehat{Y}$. Acreditando que a informação sobre a regularidade dos polígonos é essencial para a questão, optamos por apresentar, no início da aplicação do teste, que os hexágonos são regulares.

Então, partindo de qualquer um dos vértices do hexágono temos quatro diagonais, que o dividem em quatro triângulos. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é $180°$, a soma dos ângulos internos de um hexágono é $4{\cdot}180° = 720°$. Daí, como os ângulos têm a mesma medida, conclui-se que $720{\div}6 = 120°$ (a medida do ângulo interno do hexágono regular).

Para finalizar a resolução, os alunos devem calcular a soma de $\widehat{X}$ e $\widehat{Y}$, considerando a seguinte implicação

$$\widehat{X} \equiv \widehat{Y} \Rightarrow \widehat{X} + \widehat{Y} \equiv 2\widehat{X} \equiv 2\widehat{Y}.$$

Ao escolher a opção C ($240°$), os alunos desenvolveram a habilidade esperada e, ao optar pelas demais alternativas, os alunos não conseguiram utilizar e aplicar as informações corretamente no problema.

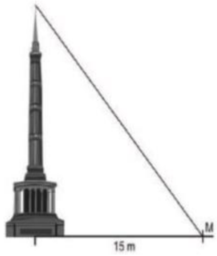
Na opção A, provavelmente, associaram o hexágono a uma circunferência, dividindo o ângulo de uma volta completa em seis partes iguais. Na opção B, podem ter calculado corretamente o ângulo interno do hexágono, mas não realizaram a soma das medidas dos dois ângulos, $\widehat{X}$ e $\widehat{Y}$. Na opção D, calcularam apenas a soma dos ângulos internos de um hexágono. Resultado: 17,6% da turma acertou a questão.

Para finalizar, a questão 5 (Figura 6) relacionada ao descritor D10 (utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos) verifica a habilidade relacionada à aplicação do Teorema de Pitágoras para calcular medidas desconhecidas de lados de um triângulo retângulo. Esse teorema enuncia a relação de igualdade entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos de um triângulo retângulo (GIOVANNI[6], 2012, p. 86).

Figura 6 – Questão 5 da Atividade Diagnóstica

Questão 5

(D10) Uma torre tem 20 m de altura e uma pomba voou em linha reta do seu topo até o ponto M. A distância do centro da base do monumento até o ponto M é igual a 15m, como mostra a ilustração abaixo.



A distância percorrida por essa pomba, em metros, é igual a:
A) 15
B) 20
C) 25
D) 35

Fonte: CAEd/UFJF

Para resolvê-la, os alunos devem observar que os segmentos dados pela altura do monumento, a distância do centro da base do monumento a um ponto M no solo e a trajetória em linha reta de uma pomba de M até o topo do monumento, formam um triângulo. Da mesma forma que na questão 4, não há informações sobre a perpendicularidade da torre com o solo, mas consideraremos como triângulo retângulo. Com base nessas informações, pode ser aplicado o Teorema de Pitágoras, tomando como hipotenusa o segmento que representa a trajetória da pomba, e como catetos do triângulo os segmentos dados pela altura e distância do centro da base do monumento ao ponto M.

A opção C é a correta. Os alunos que marcaram as opções A ou B podem ter associado as medidas dadas dos catetos ao lado desconhecido (hipotenusa) do triângulo retângulo. Aqueles que optaram pela D, podem ter feito uma soma com as medidas dos catetos que constam no enunciado da questão. Resultado: 11,8% da turma acertou a questão.

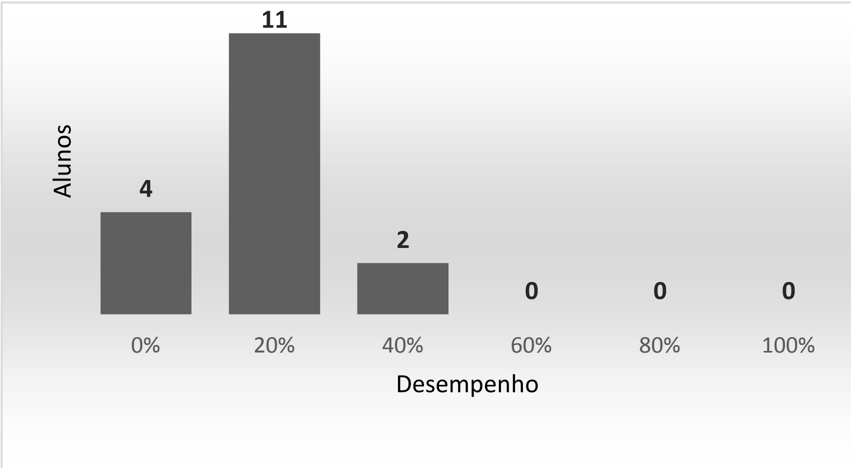
3.3 Análise da Atividade Diagnóstica

Realizada a primeira avaliação, vamos analisar os resultados das questões propostas envolvendo Geometria. O desempenho dos alunos na Atividade

Diagnóstica pode produzir informações importantes acerca do processo de aprendizagem, da compreensão conceitual e do conhecimento geométrico.

Algumas reflexões acerca da compreensão e da apropriação dos dados levantados podem apontar possibilidades para a etapa seguinte, isto é, a elaboração das atividades a serem desenvolvidas pelos alunos com a utilização do GeoGebra.

Gráfico 5 – Desempenho no diagnóstico



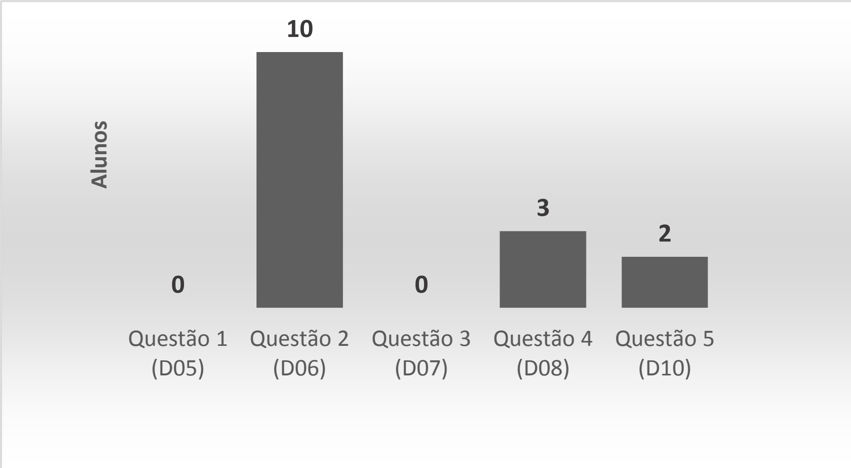
Fonte: A autora

Os dados que constam no Gráfico 5 apontam que mais da metade dos alunos acertaram apenas uma das cinco questões, correspondente a apenas 20% do teste. Outro ponto relevante, para o qual devemos ter um olhar diferenciado, é o fato de que quatro alunos não acertaram nenhuma das questões propostas, demonstrando grande dificuldade na compreensão e/ou reconhecimento de propriedades geométricas.

Podemos considerar insuficiente o desempenho da turma nesta primeira avaliação, pois a média foi de apenas 17,65% de acertos no teste - e do mesmo modo considerando o fato de que se precisa, no mínimo, de 60% de rendimento para aprovação no sistema estadual de ensino.

Agora, teremos o detalhamento dos resultados de cada questão, assim como dos temas/conteúdos, verificando quais as dificuldades apresentadas. A quantidade de alunos que acertou cada questão está apontada no Gráfico 6. Desta forma, buscamos entender e, consequentemente, planejar um trabalho para minimizar as fragilidades no processo de ensino-aprendizagem.

Gráfico 6 – Acertos por questão no diagnóstico



Fonte: A autora

A questão 2, abordando ângulos em figuras planas, obteve maior número de alunos que acertou, isto é, 10 alunos. Foi considerada de fácil resolução, pois solicitava apenas a medida do ângulo entre os ponteiros em determinada horário.

Os dados que constam no Gráfico 6 ainda apontam que nas questões 1 e 3, que abordam semelhança, ampliação, homotetia e áreas de polígonos, nenhum aluno conseguiu chegar à resolução correta.

Nas questões 4 e 5, envolvendo propriedades de ângulos, polígonos e o Teorema de Pitágoras, poucos alunos obtiveram êxito na resolução.

Ainda temos quatro alunos que não acertaram nenhuma questão e dois alunos da turma acertaram 2 questões: um acertou as questões 2 e 4 e o outro, 2 e 5.

Diante do que foi apresentado, pensamos buscar mecanismos e/ou ferramentas para que pudéssemos facilitar a compreensão de conceitos e aplicações de conteúdos, em particular geométricos, que apresentaram baixos índices de compreensão pelos alunos.

Sendo assim, elaboramos uma sequência didática como proposta metodológica, composta de atividades para serem realizadas utilizando um *software* de Geometria Dinâmica, o GeoGebra. A escolha é fundamentada na possibilidade de criação e apropriação sistematizadas do conhecimento geométrico.

O *software*, além de possibilitar o uso em qualquer instituição (por ser gratuito), reúne recursos de Geometria, Álgebra e Cálculo, em ferramentas de fácil construção, visualização e manipulação de forma dinâmica. Com apenas alguns comandos – que podem ser registrados na janela de Álgebra – elementos geométricos como pontos, segmentos, retas, figuras planas, interseções, entre outros, podem ser facilmente construídos.

Ainda existem recursos de obtenção de ângulos, cálculo de áreas, construção de gráficos, que propiciam uma forma atrativa de visualização, podendo tornar mais fácil o desenvolvimento de ideias e, em um estágio mais avançado, contribuir para que o aluno possa fazer inferências acerca de propriedades geométricas.

Consideramos importante a utilização do recurso de Geometria Dinâmica em construções geométricas, pois de acordo com Giraldo[7] (2012, p. 68),

> [...] a garantia de validade das propriedades e relações matemáticas do objeto representado é incorporada concretamente no próprio processo de construção da representação. Desta forma, as próprias experiências de construir representações em geometria dinâmica já constituem, por si só, exercícios que demandam um maior nível de conhecimento matemáticos dos objetos.

Realizada a escolha dos recursos, partimos para o planejamento das atividades, utilizando o GeoGebra. As questões foram elaboradas contemplando-se os conteúdos/temas dos descritores que tiveram baixo índice de desempenho, de acordo com os resultados dos alunos.

3.4 Atividades para desenvolvimento de competências e habilidades

Cada atividade foi planejada e refletida quanto aos objetivos que teríamos com a mesma. Neste capítulo, apresentaremos as atividades com seus respectivos objetivos, assim como comentários de como de fato a aula aconteceu e de que forma os alunos reagiram frente à proposta de trabalho.

O início foi com a apresentação aos alunos dos recursos do *software* GeoGebra, pois um levantamento prévio apontou que era desconhecido por todos. Isto demandou a elaboração de uma apresentação em *slides* (Apêndice A), onde foram socializados recursos do GeoGebra, tais como: barras de menus e de ferramentas, janelas de Álgebra e de visualização, lista de comandos, etc.

Alguns exemplos foram apresentados, utilizando-se para a visualização uma TV/Monitor na sala de aula, onde todos puderam acompanhar. Ainda, construções foram realizadas com a participação de alguns alunos, vislumbrando-se o início da familiarização do grupo com o *software*.

Então, foram elaboradas quatro atividades para que, em grupos de cooperação, os alunos realizassem as construções e respondessem algumas perguntas que constavam no roteiro, iniciando o trabalho com o *software*. A intenção era que chegassem a algumas conclusões sobre os assuntos/temas abordados, vislumbrando o seu avanço nos níveis de compreensão, segundo o modelo de van Hiele de pensamento geométrico.

Os alunos organizaram-se em grupos de três ou quatro componentes - que deveriam ser os mesmos até o final das atividades - e receberam roteiros com orientações sobre construções a serem realizadas no GeoGebra, assim como questões dissertativas sobre os temas/conteúdos.

O laboratório de Informática da Escola não estava disponível para uso dos alunos. Então, disponibilizamos um *notebook* ou *tablet* para cada grupo, para que realizassem suas construções. Assim, os grupos iniciariam o trabalho na sala de aula.

Um dos objetivos deste tipo de atividade é que o aluno participe ativamente do próprio aprendizado, por meio da experimentação e da pesquisa em grupo, em ambientes de Geometria Dinâmica.

Acreditamos que esta perspectiva esteja de acordo com a teoria construtivista de Piaget[3] para o ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo esta teoria, através da interação com o meio físico e social, o sujeito pode se tornar capaz de construir seu próprio conhecimento. Segundo Becker (apud NIEMANN[8] ,2012, p. 4),

> [...] o construtivismo não é uma prática nem um método, e sim uma teoria que permite conceber o conhecimento como algo que não é dado e sim construído e constituído pelo sujeito através de sua ação e da interação com o meio.

Desta forma, as etapas foram desenvolvidas vislumbrando o desencadeamento e a efetivação da construção do conhecimento geométrico.

O aluno tendo a oportunidade de fazer construções, visualizar movimentos, observar semelhanças e conservação de propriedades na tela do computador, pode elaborar algumas conclusões; pois o desenho é um suporte concreto de expressão e entendimento do objeto geométrico. Além disso, tem oportunidade de estabelecer propriedades geométricas por argumentos lógicos.

[3] Jean Piaget (1896-1980): biólogo, filósofo e epistemólogo suíço.

3.4.1 Atividade GeoGebra 1 - Construção, soma dos ângulos internos e área de um triângulo (3º momento)

O objetivo desta atividade é que o aluno chegue à conclusão de que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é $180°$. A primeira tarefa foi construção de um triângulo utilizando três pontos distintos do plano, com a utilização das ferramentas do *software*, conforme roteiro da atividade (Apêndice C, pág. 62). Em seguida, os alunos tinham que obter as medidas e a soma dos ângulos internos do triângulo, com as ferramentas do GeoGebra. Propositalmente, foi solicitado que fizessem a obtenção dos ângulos de duas formas diferentes:

- Utilizando-se pares de lados do triângulo;
- Utilizando-se ternos ordenados de vértices do triângulo.

Os alunos deveriam observar que, mediante a escolha de um dos recursos, seriam obtidos ou ângulos externos ou internos do triângulo. O trabalho dos grupos (Foto 2) foi acompanhado continuamente e, quando necessário, eram esclarecidas dúvidas no desenvolvimento de suas tarefas.

Foto 2 – Alunos trabalhando com GeoGebra

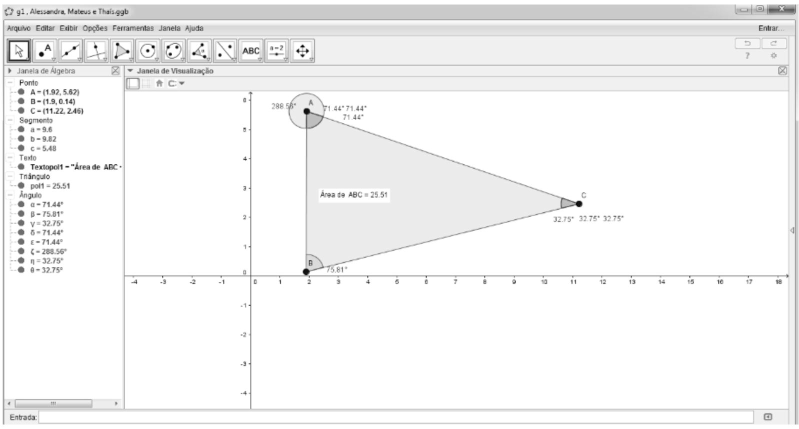
Fonte: A autora

Trazendo esse exemplo para a questão 2 da Atividade Diagnóstica, como os dois ponteiros do relógio são segmentos que determinam dois ângulos, vimos a necessidade de apontar a qual dos dois ângulos ($90°$ ou $270°$) a pergunta se referia.

Também foram propostas questões abordando a soma dos ângulos internos e a área do triângulo. Por meio da movimentação de um dos vértices, foi solicitado a verificação da conservação (ou não) da soma dos ângulos internos e da área do triângulo, tendo em vista que, à medida que um dos vértices era movimentado, outros triângulos eram determinados.

A observação da participação dos alunos também foi importante, pois a colaboração e o esforço de cada um para realizar a atividade também teve contribuição como ferramenta diagnóstica.

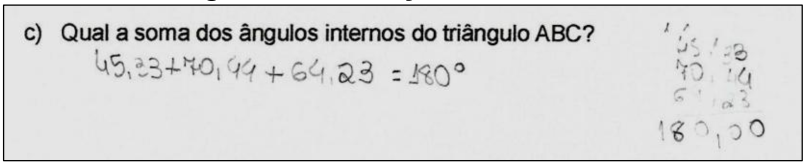
Figura 7 – Construção com GeoGebra



Fonte: Elaboração de alunos

Concluída a atividade, as declarações dos grupos apontaram o sucesso da tarefa. Durante o depoimento de cada grupo, os componentes relataram que chegaram à conclusão que a soma dos ângulos internos do triângulo construído por eles é conservada, conforme Figura 7, além de ser conservada para qualquer triângulo que se construa.

Figura 8 – Resolução de atividades

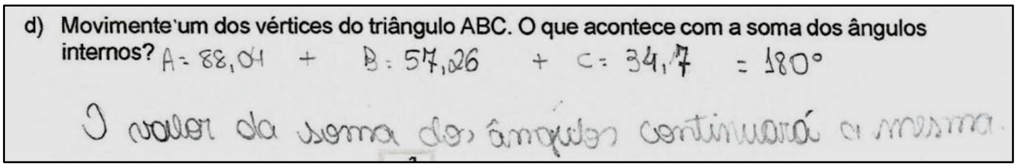

c) Qual a soma dos ângulos internos do triângulo ABC?

45,23+70,44+64,23 = 180°

Fonte: Elaboração de alunos

Esta construção utilizando-se o GeoGebra contribuiu para que os alunos, por meio da experiência, constatassem a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Um dos grupos, formado pelos alunos A., M.P. e T., colocou que após a movimentação dos vértices e a determinação de outros triângulos, *"O valor da soma dos ângulos continuará a mesma"*.

Figura 9 – Resolução de atividades

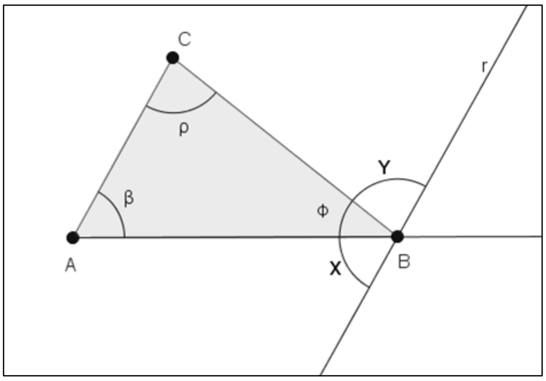


d) Movimente um dos vértices do triângulo ABC. O que acontece com a soma dos ângulos internos? A= 88,04 + B: 57,26 + C: 34,7 = 180°

O valor da soma dos ângulos continuará a mesma.

Fonte: Elaboração de alunos

Figura 10 – Soma dos ângulos internos de um triângulo



Fonte: A autora

De fato, se tomarmos um triângulo ABC qualquer, com ângulos internos, digamos, β, ϕ e ρ, associados aos vértices A, B e C (Figura 10); respectivamente, temos que:

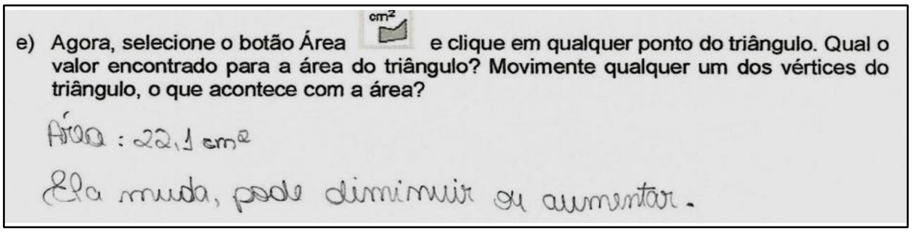
- Se construirmos uma reta r passando por B paralela ao lado AC, teremos os ângulos $\widehat{\mathrm{X}}$ e $\widehat{\mathrm{Y}}$; sendo que $\widehat{\mathrm{X}}$ é determinado por r e a reta que passa pelos pontos A e B e adjacente a ϕ. Analogamente, $\widehat{\mathrm{Y}}$ é determinado pela reta r e pela reta por B e C, e também adjacente a ϕ.
- A reta r e a reta que passa por A e C são paralelas e cortadas pela reta transversal determinada por A e B. Os ângulos $\widehat{\mathrm{X}}$ e β estão na região entre as paralelas e de lados distintos em relação à transversal, sendo então alternos internos e, consequentemente, congruentes.
- Ainda temos que $\widehat{\mathrm{Y}}$ e ρ são alternos internos e, logo, congruentes, se considerarmos uma reta paralela à reta r que passa por A e C.
- Finalmente, temos que:

$$\begin{cases} \beta \equiv \widehat{\mathrm{X}} \\ \rho \equiv \widehat{\mathrm{Y}} \end{cases} \Rightarrow \quad \phi + \beta + \rho = 180^\circ$$

Acerca da conservação (ou não) da área, o mesmo grupo apontou que *“Ela* *muda, pode diminuir ou aumentar...”*, ao movimentarem qualquer um dos vértices do triângulo, pois outros triângulos eram determinados.

Então, concluíram que apesar da conservação da soma dos ângulos internos, as medidas dos lados eram modificadas e, consequentemente, a área também modificava com a determinação de outros triângulos.

Figura 11 – Resolução de atividades


e) Agora, selecione o botão Área e clique em qualquer ponto do triângulo. Qual o valor encontrado para a área do triângulo? Movimente qualquer um dos vértices do triângulo, o que acontece com a área?

Área : 22,1 cm²

Ela muda, pode diminuir ou aumentar.

Fonte: Elaboração de alunos

3.4.3 Atividade GeoGebra 2 - Conservação ou modificação de áreas em ampliação usando malha quadriculada (4º momento)

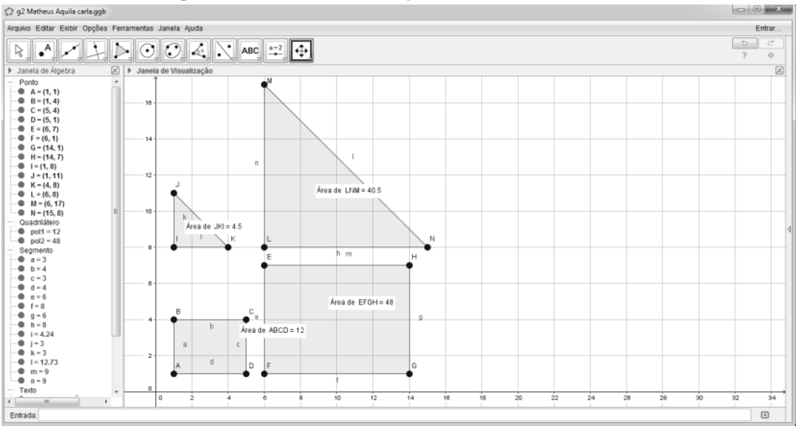
A segunda atividade tem por objetivos explorar o desenho sem tirar o lápis do papel e generalizar esta situação estabelecendo uma condição para que figuras possam ser desenhadas desta forma. Utilizando-se o GeoGebra, foi realizada com 5 grupos de alunos, cada um contando com a participação de 3 a 5 componentes. Assim como na primeira atividade com o *software*, os alunos receberam um roteiro (Apêndice D, pág. 63) com orientações acerca das construções e questões a serem respondidas.

Buscamos trabalhar questões relacionadas a um dos descritores que apontou grande índice de dificuldade no diagnóstico, isto é, o que trata do reconhecimento da conservação ou modificação de medidas dos lados, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.

Com a utilização das ferramentas do *software*, foi solicitado que construíssem dois retângulos, sendo que o segundo deveria ter medidas que fossem o dobro das medidas do primeiro. Analogamente, construíram dois triângulos retângulos, desta vez o segundo tendo como medidas o triplo das medidas do primeiro. As construções sempre tiveram apoio da malha quadriculada, para facilitar as visualizações e, consequentemente, as conclusões que eles poderiam obter.

Após o preenchimento de um quadro, que apontava as medidas (base e altura) e as áreas dos polígonos construídos (Figura 12), algumas questões tinham o propósito de estimular os alunos a pensarem em como se relacionam as áreas de polígonos que tinham suas dimensões ampliadas (dobro ou triplo).

Figura 12 – Construção com GeoGebra



Fonte: Elaboração de alunos

A proposta era que, por meio da observação de propriedades geométricas, os alunos chegassem à conclusão de que ampliando-se um retângulo de tal forma que suas medidas fossem dobradas, a área do retângulo ampliado seria quadruplicada em relação ao primeiro. Analogamente, se triplicassem as medidas do triângulo, a área do segundo seria nove vezes a área do primeiro.

De fato, suponhamos que o primeiro retângulo (R_1) construído tenha como B a medida da base, e H a da sua altura. Então, a área de R_1, digamos A_1, é dada por:

$$A_1 = B \cdot H$$

Para o retângulo R_2, temos como medidas $2B$ e $2H$, para base e altura, respectivamente. Então, a área A_2 do retângulo R_2 é:

$$A_2 = (2B) \cdot (2H) = 4BH = 4A_1$$

Tomando como medidas do triângulo T_1, E e F, para base e altura, respectivamente, temos sua área S_1 dada por:

$$S_1 = (EF)/2$$

Como as medidas de T_2 são o triplo em relação à T_1, temos a área S_2 tal que:

$$S_2 = (3E \cdot 3F)/2 = 9(EF)/2 = 9S_1$$

O relato do grupo formado pelos alunos T., Q. e C. foi de que *"A área do R_2 não é o dobro de R_1, porque a área não é multiplicada por 2, multiplica por 4"*. Complementando, colocaram que a área de T_2 se modifica e não fica multiplicada por 3, mas por 9.

Figura 13 – Resolução de atividades

Complete o quadro abaixo e responda as perguntas:

Polígonos	Medidas (base e altura)	Área
R1	b=4 h=3	12
R2	b=8 h=6	48
T1	b=3 h=3	4,5
T2	b9 h=9	40,5

a) Por construção, o retângulo R2 tem como medidas o dobro das medidas de R1. A área de R2 também é o dobro da área de R1? Justifique sua resposta.

Não por que a area não multiplicar 2 multiplicar por 4.

b) Da mesma forma, as medidas de T2 são o triplo das medidas de T1. O que acontece com as áreas? Justifique.

mecutica. porque a area mato multiplicar por 3 multiplicar por 9.

Fonte: Elaboração de alunos

Finalizando as inferências, o grupo formado pelos alunos A., M.P. e T. concluiu que *"Quando dobramos sua medida a área [do retângulo] ficou 4x maior. E quando triplicamos [as medidas do triângulo] deveríamos multiplicar [a área] por nove".*

Figura 14 – Resolução de atividades

c) O que podemos concluir sobre a área de um polígono quando dobramos ou triplicamos suas medidas? Quando dobramos sua medida á area ficou 4x maior.
e quando triplicamos deveriamos multiplicar por nove.

Fonte: Elaboração de alunos

Concluídas as atividades, as declarações dos grupos apontaram que, provavelmente, chegaram à conclusão esperada acerca das áreas de polígonos obtidos por meio de ampliações.

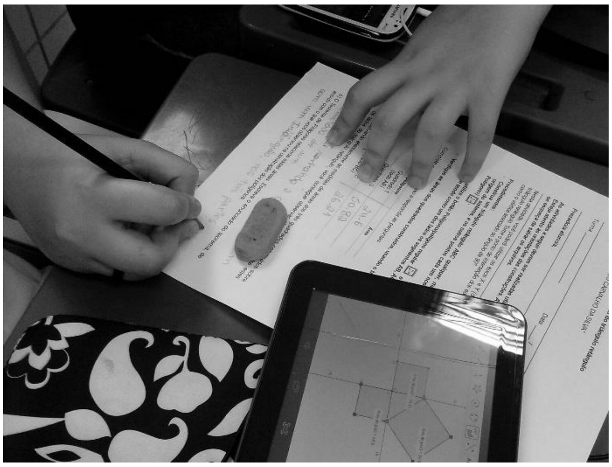
3.4.3 Atividade GeoGebra 3 – Relações métricas do triângulo retângulo (5º momento)

A atividade tem como objetivo retomar a relação entre os quadrados dos lados de um triângulo retângulo, estabelecido no Teorema de Pitágoras. Nesta atividade, os alunos utilizaram o recurso plano cartesiano da Janela de Visualização do GeoGebra. O plano cartesiano, desenvolvido por Descartes[4], é formado por dois eixos

[4] René Descartes (1596-1650): filósofo, físico e matemático francês.

perpendiculares, X e Y, que possibilita a localização de pontos num determinado plano, por meio de coordenadas.

Foto 3 – Alunos trabalhando com GeoGebra



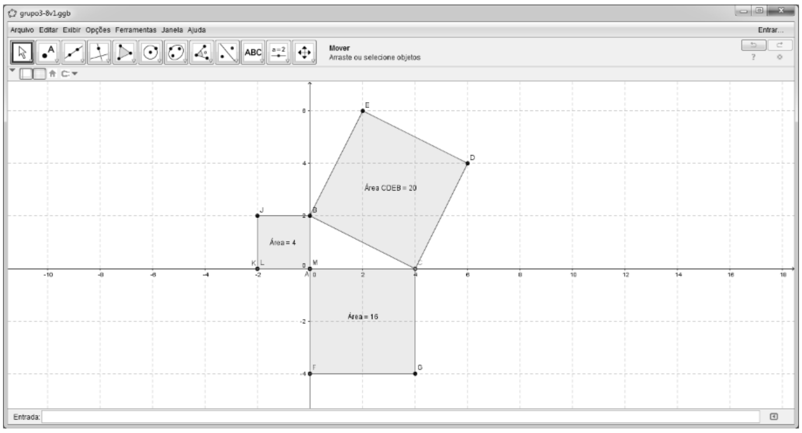
Fonte: A autora

O sistema de coordenadas cartesianas possui várias aplicações: construção de gráficos, cartografia, localizações geográficas (aéreo, terrestre e marítimo), etc.

Com o recurso, os alunos construíram um triângulo retângulo, tomando os três pontos da seguinte forma: a origem do sistema, um ponto no eixo X e um no eixo Y, ambos diferentes da origem do sistema.

Seguindo o roteiro da atividade, construíram três quadrados utilizando o recurso polígono regular. Cada quadrado foi construído tomando-se cada um dos lados do triângulo retângulo. Para concluir a etapa das construções, verificaram as áreas dos quadrados (Figura 15), usando o botão Área.

Figura 15 – Construção com GeoGebra



Fonte: Elaboração de alunos

Assim como em outras atividades, questões buscando verificar a compreensão dos alunos foram colocadas. Nesta atividade, as perguntas eram sobre a relação entre as áreas dos quadrados (Figura 16), para que pudessem inferir sobre a igualdade estabelecida no Teorema de Pitágoras.

Figura 16 – Resolução de atividades

a) Observando atentamente as medidas de áreas dos três quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo, você consegue observar alguma relação entre estes números? Justifique.

se você somar a área do AB e AC da o BC

b) O Teorema de Pitágoras relaciona essas áreas. Escreva o enunciado do teorema, de acordo com o que você observou na construção dos polígonos.

se você pegar um triângulo retângulo e fizer um quadrado em cada um de seu lado. a soma dos menores sera a área do maior

Fonte: Elaboração de alunos

Os alunos demonstraram percepção da igualdade entre as áreas do quadrado maior, construído sobre a hipotenusa, e a soma das áreas dos outros quadrados menores. Eles enunciaram de maneira informal o Teorema de Pitágoras.

3.4.4 Atividade GeoGebra 4 - Transformações homotéticas (6º momento)

Na última atividade realizada com o GeoGebra, o principal objetivo é que o aluno perceba que, por meio de transformações homotéticas, obtemos figuras semelhantes. Os alunos construíram um triângulo qualquer e, utilizando o recurso Homotetia, construíram outro triângulo a partir do primeiro (Figura 17). Também obtiveram medidas dos ângulos internos e dos lados dos triângulos, com recursos do *software*.

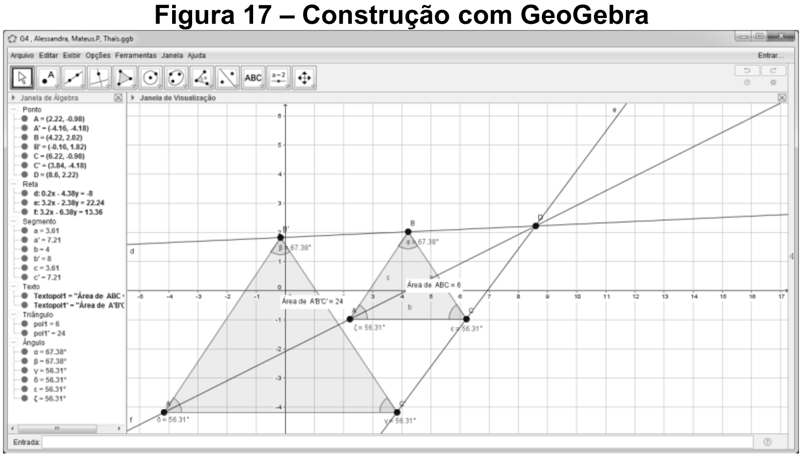
A partir de então, com base nas informações que constavam na janela de Álgebra, os alunos tinham que responder se o triângulo obtido era semelhante ao primeiro e, em caso positivo, qual a razão de semelhança.

Foto 4 – Alunos trabalhando com GeoGebra

Fonte: A autora

Para concluírem as atividades, construíram três retas, selecionando para cada uma delas, dois pontos determinados: o ponto externo aos triângulos usado na homotetia e cada um dos vértices de um dos triângulos.

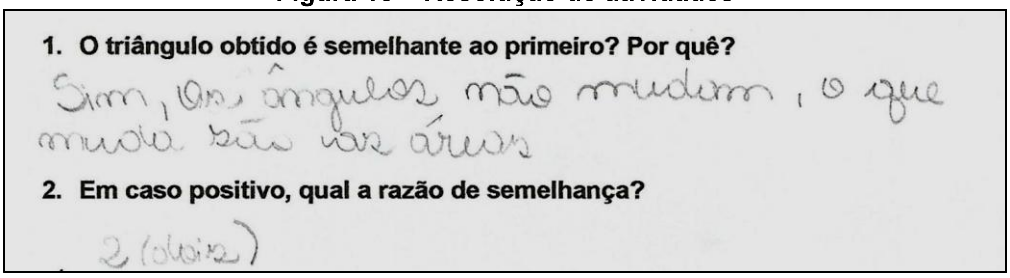
Figura 17 – Construção com GeoGebra



Fonte: Elaboração de alunos

Realizada esta última construção, orientações para mover os triângulos e observar as medidas de comprimento dos lados e áreas dos mesmos, foram realizadas para que percebessem que estas medidas se conservavam.

Figura 18 – Resolução de atividades



1. O triângulo obtido é semelhante ao primeiro? Por quê?

Sim, os ângulos não mudam, o que muda são as áreas

2. Em caso positivo, qual a razão de semelhança?

2 (dois)

Fonte: Elaboração de alunos

3.5 Atividade Final (7º momento)

A Atividade Final é um teste composto de 6 questões que, da mesma forma que na Atividade Diagnóstica, foram elaboradas relacionadas aos descritores mencionados anteriormente. Na oportunidade, 15 alunos da turma estiveram presentes.

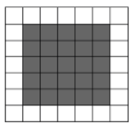
O objetivo da aplicação desta atividade escrita foi verificação dos resultados dos alunos, depois do trabalho com o *software* GeoGebra. Buscamos elementos para que, realizando uma comparação com a Atividade Diagnóstica, pudéssemos chegar a algumas conclusões sobre a eficiência (ou não) do trabalho com o GeoGebra. Vamos passar então à descrição das questões, assim como os resultados obtidos.

Na questão 1 (Figura 19), o aluno tinha que calcular uma área sombreada dentro de uma malha quadriculada, tomando como unidade de medida o menor quadrado da malha. Resultado: 71,4% da turma acertou a questão.

Figura 19 – Questão 1 da Atividade Final

Questão 1

Observe a malha quadriculada abaixo onde está desenhado um quadrado em cinza. Sabendo-se que o lado de cada quadradinho dessa malha tem 1 cm de lado, podemos afirmar que a área do quadrado cinza é:



(a) 5 cm²
(b) 10 cm²
(c) 20 cm²
(d) 25 cm²

Fonte: PAEBES - Adaptado

Na questão 2 (Figura 20), relacionada ao descritor D10, os alunos deveriam utilizar o Teorema de Pitágoras para calcular a hipotenusa de um triângulo retângulo, de posse da informação sobre as áreas dos quadrados construídos a partir dos catetos deste triângulo. Resultado: 42,9% da turma acertou a questão.

Figura 20 – Questão 2 da Atividade Final

Questão 2

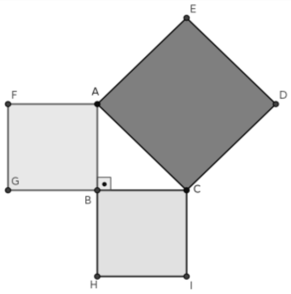
Na figura abaixo, os quadrados menores (ABGF e BCIH) têm, cada um 8 cm² de área. Sabendo que o triângulo ABC é retângulo, pode-se afirmar que o lado AC do triângulo é:

(a) $\sqrt{2}$ cm

(b) $\sqrt{3}$ cm

(c) 3 cm

(d) 4 cm



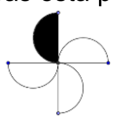
Fonte: A autora

A questão 3 (Figura 21) da Atividade Final aborda a mudança de direção ou giros, por meio do movimento das pás de um cata-vento. O descritor relacionado à questão é o D06. Resultado: 78,6% da turma acertou a questão.

Figura 21 – Questão 3 da Atividade Final

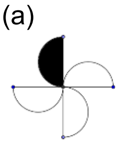
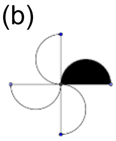
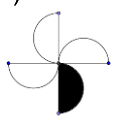
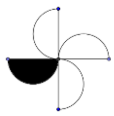
Questão 3

Observe o cata-vento que foi construído durante uma aula de Artes. Por enquanto, apenas uma de suas pás está pintada de preto.



Depois de dois giros de 90° no sentido horário, a posição do cata-vento será:

(a) (b) (c) (d)

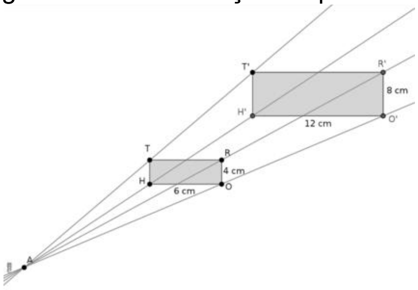
Fonte: PAEBES - Adaptado

A questão 4 (Figura 22) aborda o reconhecimento da semelhança de imagens construídas por transformação homotética, relacionada ao D07. Nela, os alunos tinham que determinar a razão de semelhança de uma ampliação de um retângulo. Resultado: 92,9% da turma acertou a questão.

Figura 22 – Questão 4 da Atividade Final

Questão 4

No desenho abaixo está representada uma transformação homotética (ampliação) do retângulo THOR em relação ao ponto A.



Qual é a razão de semelhança da ampliação?

(a) 4 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

Fonte: A autora

O descritor D08, relacionado à resolução de problemas utilizando propriedades dos polígonos, foi abordado na questão 5 (Figura 23). Nela, os alunos tinham que fazer alguns cálculos, a partir do perímetro de um polígono regular. Resultado: 64,3% da turma acertou a questão.

Figura 23 – Questão 5 da Atividade Final

Questão 5

Todos os dias pela manhã, Ramsés pratica atividade física para manter a saúde do coração e da mente. Ele faz caminhadas dando 5 voltas em torno de uma praça, que tem o formato de um hexágono regular de lado 15 m, conforme desenho abaixo.

Quantos metros Ramsés percorre por dia na sua atividade física em volta dessa praça?

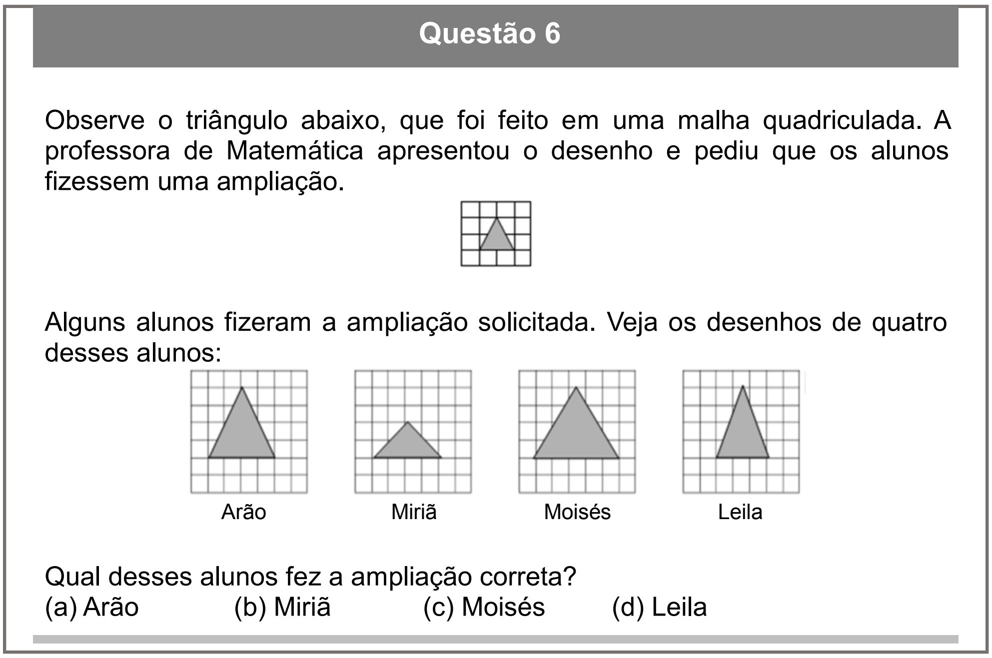
(a) 75 m (b) 90 m (c) 150 m (d) 450 m

Fonte: A autora

Para finalizar esta avaliação, a questão 6 (Figura 24) - assim como a questão 1 - abordou o descritor D05. Nela, os alunos tinham que determinar dentre algumas figuras, qual era a ampliação de uma figura, com apoio de malhas quadriculadas.

Resultado: 92,9% da turma acertou a questão.

Figura 24 – Questão 6 da Atividade Final



Questão 6

Observe o triângulo abaixo, que foi feito em uma malha quadriculada. A professora de Matemática apresentou o desenho e pediu que os alunos fizessem uma ampliação.

Alguns alunos fizeram a ampliação solicitada. Veja os desenhos de quatro desses alunos:

Arão Miriã Moisés Leila

Qual desses alunos fez a ampliação correta?

(a) Arão (b) Miriã (c) Moisés (d) Leila

Fonte: A autora

Diante dos resultados alcançados pela turma nas Atividades Diagnóstica e Final, podemos fazer uma comparação dos rendimentos antes e após o trabalho com a tecnologia, de acordo com os descritores trabalhados, em que os alunos apresentaram dificuldades anteriormente, conforme Tabela 1.

Assim, teremos elementos para avaliarmos se o trabalho com Geometria Dinâmica colaborou para que os alunos realizassem as atividades propostas da Avaliação Final.

Tabela 1 – Resultados das Atividades Diagnóstica e Final por descritor

Descritores	Médias da turma	
	Atividade Diagnóstica	Atividade Final
D05	0,0%	82,2%
D06	47,0%	78,6%
D07	0,0%	92,9%
D08	17,6%	64,3%
D10	11,8%	42,9%

Fonte: A autora

De acordo com os resultados obtidos, podemos considerar que o trabalho feito na turma 8ªV01, com a utilização do GeoGebra, colaborou para que os alunos pudessem avançar na apropriação de conceitos e/ou conhecimentos geométricos.

Em todos os descritores, o percentual de acertos nas avaliação final teve aumento significativo em relação a avaliação diagnóstica. Em particular, os descritores D05 e D07, que de maneira oposta ao diagnóstico, tiveram excelentes índices na Avaliação Final.

3.6 Socialização dos rendimentos aos alunos (8º momento)

Os agradecimentos à professora e aos alunos participantes da pesquisa foram realizados no último encontro (Atividade Final). Os resultados de desempenho individual nas atividades de avaliação (Tabela 2) foram disponibilizados em ocasião posterior, para que a professora de Matemática da turma socializasse com os alunos.

Com isso, cada aluno também pôde ter conhecimento da evolução de seu rendimento, antes e depois das atividades colaborativas. O resultado pode servir para que ele reflita sobre suas dificuldades e, também, suas potencialidades em Matemática.

Tabela 2 – Comparativo de desempenho nas Atividades Inicial e Final

Nº	Alunos	Rendimento	
		Inicial	Final
1	A. G. M.	0,0%	-
2	A. M. S. C.	20,0%	100%
3	A. H. V.	20,0%	66,7%
4	B. L. S. D.	20,0%	66,7%
5	C. R. G. S.	0,0%	33,4%
6	G. A. S.	0,0%	100%
7	J. C. R.	0,0%	100%
8	J. V. M. P.	20,0%	50,0%
9	J. N. S.	40,0%	50,0%
10	L. V. M.	20,0%	50,0%
11	M. P. S.	20,0%	83,4%
12	M. G. R.	20,0%	66,7%
13	N. R. S.	20,0%	83,4%
14	R. P. L.	20,0%	83,4%
15	S. D. E. S.	20,0%	83,4%
16	T. K. R. S.	40,0%	100%
17	W. R. C. V.	20,0%	-

Fonte: A autora

Conforme citado anteriormente, a média de rendimento na Atividade Inicial foi 17,65% e podemos constatar que na Atividade Final, a média entre os alunos presentes foi de 72,25%, conforme Tabela 2.

Os índices confirmam o aumento considerável no percentual de desempenho dos alunos na avaliação final, em relação à avaliação realizada no princípio da pesquisa, o que indica que o trabalho com as ferramentas tecnológicas contribuíram para avanço dos índices.

4 CONCLUSÃO

De maneira geral, os alunos tiveram facilidade em trabalhar com o GeoGebra e para responder as questões discursivas presentes nos roteiros de trabalho. Todos os arquivos com as construções dos grupos foram salvos nos computadores para acervo da pesquisa, assim como os relatos por escrito das inferências alcançadas.

Depois do trabalho desenvolvido na pesquisa, os alunos da Escola participaram da avaliação do PAEBES 2015, nos mesmos moldes do ano anterior. Os Padrões de Desempenho do programa de avaliação são dados a partir de intervalos numéricos, a saber:

a) Abaixo do básico (0 a 225 pontos);
b) Básico (225 a 300 pontos);
c) Proficiente (300 a 350 pontos);
d) Avançado (350 a 500 pontos).

O desempenho dos alunos da turma envolvida na pesquisa (8ªV01) em Matemática, na avaliação do PAEBES 2015, estão apontados na Tabela 3.

Tabela 3 – Desempenho em Matemática/PAEBES 2015 – 8ªV01

Nº	Aluno	Pontuação	Padrão de Desempenho
1	A. G. M.	312,10	Proficiente
2	A. M. S. C.	264,92	Básico
3	A. H. V.	234,37	Básico
4	B. L. S. D.	283,02	Básico
5	C. R. G. S.	202,48	Abaixo do Básico
6	G. A. S.	165,77	Abaixo do Básico
7	J. C. R.	226,24	Básico
8	J. V. M. P.	253,33	Básico
9	J. N. S.	257,92	Básico
10	L. V. M.	234,82	Básico
11	M. P. S.	249,33	Básico
12	M. G. R.	240,80	Básico
13	N. R. S.	258,40	Básico
14	R. P. L.	242,37	Básico
15	S. D. E. S.	245,18	Básico
16	T. K. R. S.	318,00	Proficiente
17	W. R. C. V.	210,88	Abaixo do Básico

Fonte: PAEBES

Por meio dos resultados obtidos pela turma, pode-se observar que a maioria - 12 dentre 17 alunos - está no padrão Básico. De acordo com os Padrões de

Desempenho Estudantil do PAEBES, o aluno que se encontra neste padrão amplia as habilidades relativas ao campo numérico e algébrico. No campo geométrico, os alunos, conforme PAEBES[3] (2014, p.42),

> [...] identificam a forma ampliada de uma figura simples em uma malha quadriculada, resolvem problemas de cálculo de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada, reconhecem a quarta parte de um todo, estimam medida de comprimento usando unidades convencionais e não convencionais.

Ainda de acordo com a Tabela 3, apenas 2 alunos apresentaram desempenho Proficiente, evidenciando a expansão dos campos numérico e geométrico, além de um salto cognitivo em relação à Álgebra.

No campo geométrico, foco da atenção deste estudo, neste padrão os alunos são capazes de resolver problemas com elementos tridimensionais. Ainda identificam que, em uma figura obtida por ampliação ou redução, os ângulos não se alteram e solucionam problemas envolvendo razão de semelhança. Além disso, ainda conforme PAEBES[3] (2014, p. 47),

> [...] resolvem problemas envolvendo as propriedades dos polígonos regulares inscritos (hexágono), para calcular o seu perímetro; localizam pontos em um referencial cartesiano; classificam ângulos em agudos, retos ou obtusos de acordo com suas medidas em graus [...].

Ainda temos 3 alunos que apresentaram desempenho Abaixo do Básico, o que representa déficit no desenvolvimento de algumas habilidades matemáticas. Estas habilidades são elementares para a série/ano em que se encontram.

O desafio do sistema educacional é a viabilização de condições para que os alunos consigam vencer as próximas etapas da trajetória escolar. Eles precisam estar envolvidos em outras ações pedagógicas, para a garantia do desenvolvimento das habilidades cognitivas que ainda não alcançaram, visando o sucesso escolar, evitando, assim, a repetência e a evasão escolar.

No resultado da avaliação de 2015, nenhum aluno da turma envolvida na pesquisa alcançou o desempenho Avançado. Neste caso, não houve pontuação entre 350 e 500 em Matemática, em um instrumento que apresentou questões com os temas Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números, Operações e Álgebra, além de Tratamento da Informação.

Entretanto, fazendo um recorte apenas no campo geométrico, de acordo com os padrões estabelecidos no sistema de avaliação, no desempenho Avançado os alunos utilizam o raciocínio matemático de forma mais complexa. Podendo ser exemplificado, por meio de algumas habilidades, entre elas:

a) resolver problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras;
b) calcular a medida do perímetro de polígonos sem o apoio de malhas quadriculadas;
c) reconhecer que a área de um retângulo quadruplica quando seus lados dobram;
d) reconhecer a proporcionalidade entre comprimentos em figuras relacionadas por ampliação ou redução.

Se considerarmos a habilidade apontada no item (a), e recorrendo aos resultados da Atividade Final, temos 42,9% da turma que acertou a questão 2 que está associada à habilidade.

No item (b), temos a habilidade avaliada na questão 5 da Atividade Final, obtendo o resultado de 64,3% dos alunos acertando a questão.

Analogamente, a habilidade elencada no item (d) foi avaliada nas questões 4 e 6, obtendo 92,9% e 82,2%, respectivamente, de alunos respondendo corretamente as questões.

A habilidade descrita no item (c) não constou na Avaliação Final, mas presente nas questões dissertativas do roteiro entregue na Atividade G2 (com o GeoGebra). As inferências dos grupos mostram que chegaram à conclusão sobre a área de um polígono obtidos por meio de ampliações.

Portanto, apesar da maioria dos alunos se encontrar no desempenho considerado Básico, na avaliação do PAEBES 2015, muitos demonstraram o desenvolvimento de habilidades nas atividades (com GeoGebra e na Atividade Final) que são desempenhadas pelos alunos de padrão Avançado.

Então, de acordo com a pesquisa realizada, as atividades colaborativas com software GeoGebra podem ser utilizadas para potencializar as aulas de Geometria, pois colaboram para o desenvolvimento do pensamento geométrico. O avanço dos alunos evidenciou-se, levando em consideração a observação do desenvolvimento de atividades com o *software* e dos resultados alcançados na verificação final.

A média obtida pela turma na avaliação do PAEBES 2015 foi 247,05, que representa um Padrão de Desempenho Básico. Como apontado anteriormente, o resultado da avaliação PAEBES 2014 apontou a média da Escola de 211,8, classificado como Padrão de Desempenho Abaixo do Básico. Assim, consideramos satisfatório o desempenho da turma, que teve melhoria no rendimento em relação ao ano anterior.

Desta forma, a sequência didática apontada no material desta pesquisa pode subsidiar o trabalho docente, tendo como função principal o apoio e o suporte pedagógico do planejamento das aulas, da elaboração de projetos educativos voltados para a realidade escolar e, consequentemente, da reflexão sobre a prática educativa.

REFERÊNCIAS

[1] BECHARA, E. (org.). **Dicionário Escolar da Academia Brasileira de Letras da Língua Portuguesa**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2011.

[2] BRASIL. Ministério da Educação. **Ensino Fundamental de Nove Anos**. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/ensino-fundamental-de-nove-anos/apresentacao>. Acesso em: 26 set. 2015.

[3] ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. **PAEBES 2014/Revista Pedagógica**. Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. v. 3. Juiz de Fora, 2014 – Anual.

[4] ______. **Oficina de Apropriação de Resultados para Professores PAEBES 2014/ Matemática**. Disponível em <http://www.paebes.caedufjf.net/paebes/ oficinas/ 2014-apresentacao-em-slides/>. Acesso em: 06 mai. 2015.

[5] **GEOGEBRA.** Manual do usuário. Disponível em <http://www.geogebra.org/cms/ pt_BR/download/>. Acesso em: 09 set. 2014.

[6] GIOVANNI, J. R. et al. **A conquista da Matemática**. 9º ano. São Paulo: FTD, 2012.

[7] GIRALDO, V. et al. **Recursos Computacionais no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2014.

[8] NIEMANN, F. de A.; BRANDOLI, F. **Jean Piaget: um aporte teórico para o construtivismo e suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem da Língua Portuguesa e da Matemática**. Disponível em <http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/view/770/ 71>. Acesso em: 01 dez. 2015.

[9] OLIVEIRA, L. K. M. (coord.). **Guia de Elaboração de Itens – Matemática**. Juiz de Fora: CAEd/UFJF, 2008.

[10] OLIVEIRA, M. de C. (org.). **Ressignificando a Geometria Plana no Ensino Médio, com o auxílio de van Hiele**. Belo Horizonte: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2012. Disponível em http://www1.pucminas.br/imagedb/ documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20121128150635.pdf>. Acesso em: 07 set. 2014.

[11] PRADO, M. E. B. B. **Articulações entre áreas de conhecimento e tecnologia. Articulando saberes e transformando a prática**. In: ALMEIDA, M. E. B. de; MORAN, J. M. (org.). Integração das tecnologias na educação. Brasília: Ministério da Educação/SEED/TV Escola/Salto para o Futuro, 2005. cap. 1, artigo 1.8, p. 54-58. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/1sf.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2015.

[12] Programa **de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES)**. Disponível em: < http://www.paebes.caedufjf.net/>. Acesso em 07 jul. 2015.

[13] Programa **Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA)**. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos>. Acesso em: 07 ago. 2015.

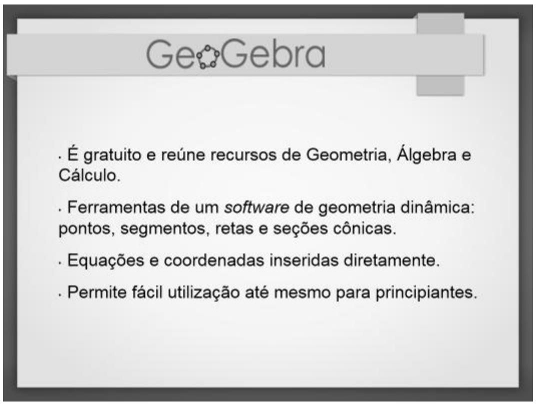
[14] Programe **for International Student Assessment (PISA)**. Disponível em <https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/>. Acesso em: 08 ago. 2015.

[15] SHINE, C. Y. **Homotetias, composição de homotetias e o problema 6 da IMO 2008**. Revista Eureka!, n. 29. Rio de Janeiro: SBM, 2009.

[16] Sistema **de Avaliação da Educação Básica (SAEB)**. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/web/saeb/aneb-e-anresc>. Acesso em 08 ago. 2015.

APÊNDICE A – SLIDES DE APRESENTAÇÃO DO GEOGEBRA

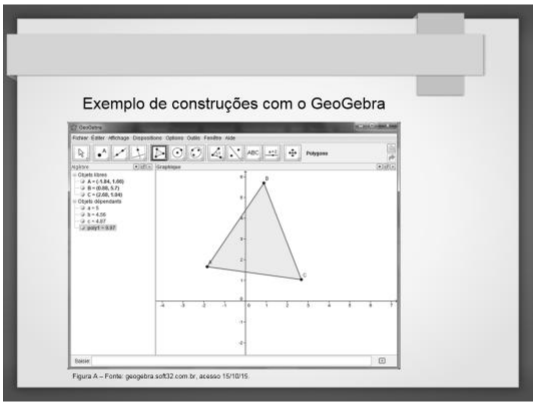
Slide 1



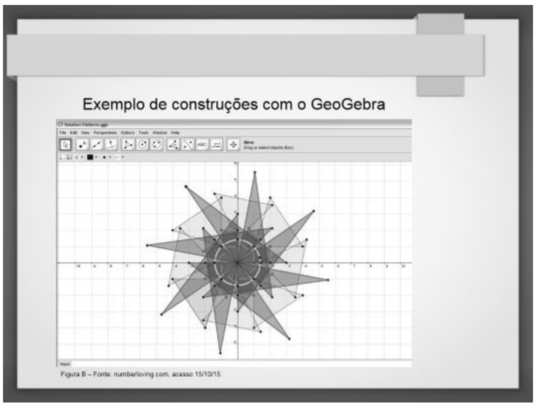
Slide 2

Slide 3

Slide 4

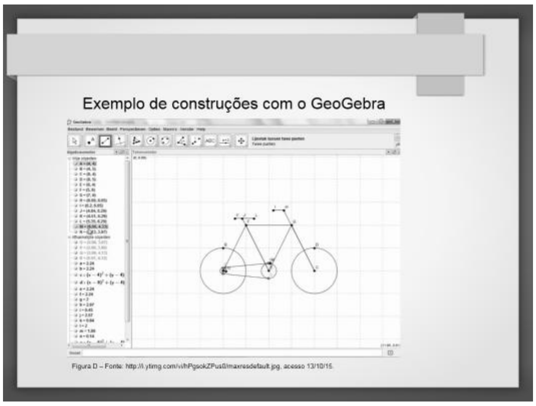


Slide 5



Slide 6

Slide 7



Slide 8

APÊNDICE B – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Atividade Diagnóstica

Nome: ____

Turma: ____________________ Data: _____ / _____ / _____

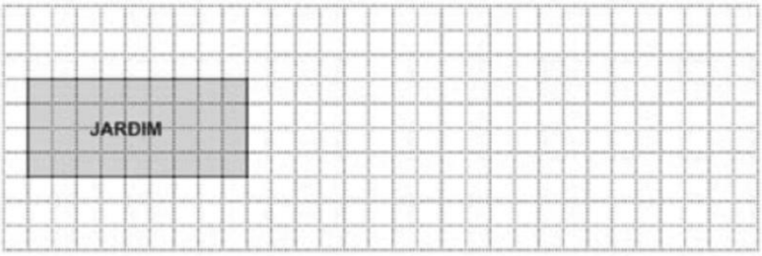
Prezado/a aluno/a,

As atividades a seguir fazem parte de uma pesquisa para a elaboração de dissertação de Mestrado em Matemática/UFES. Gostaríamos de contar com a colaboração de todos/as, pois pretendemos planejar atividades para auxiliar a transposição de algumas dificuldades que foram observadas nos resultados do PAEBES 2014.

Desde já, agradecemos a atenção de todos/as.

Questão 1

(D05) Na malha quadriculada desenhada abaixo, todos os quadradinhos têm o mesmo tamanho e a parte colorida de cinza representa o jardim da casa de Luísa.



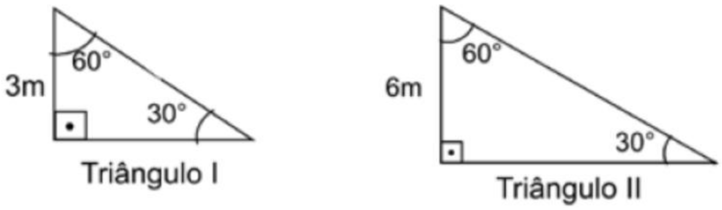
Nessa área, Luísa quer construir uma quadra de esportes com o dobro das dimensões desse jardim.
Para representar essa quadra, quantos quadradinhos ela utilizará?
A) 36
B) 72
C) 144
D) 288

Questão 2

(D06) Observe os ponteiros nesse relógio.

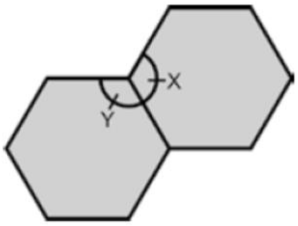
Decorridas 3 horas, qual é o ângulo formado pelos ponteiros?
A) 15º
B) 45º
C) 90º
D) 180º

Questão 3
(D07) Observe os triângulos I e II representados abaixo.



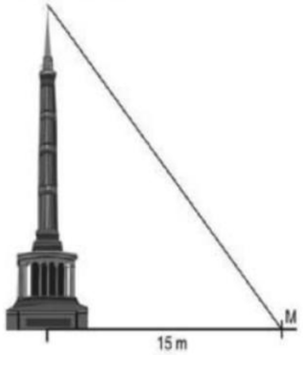
O triângulo I tem 6 m² de área, quanto mede a área do triângulo II?
A) 12 m²
B) 18 m²
C) 20 m²
D) 24 m²

Questão 4
(D08) Lucas desenhou uma figura formada por dois hexágonos. Veja o que ele desenhou.



Nessa figura, a soma das medidas dos ângulos $\hat{X}$ e $\hat{Y}$ é:
A) 60º
B) 120º
C) 240º
D) 720º

Questão 5
(D10) Uma torre tem 20 m de altura e uma pomba voou em linha reta do seu topo até o ponto M. A distância do centro da base do monumento até o ponto M é igual a 15m, como mostra a ilustração abaixo.



A distância percorrida por essa pomba, em metros, é igual a
A) 15
B) 20
C) 25
D) 35

APÊNDICE C – ATIVIDADE GEOGEBRA 1

Atividade G1 (Construção de um triângulo, soma dos ângulos internos e área)

Grupo: ____

Turma: ____________________ Data: _____ / _____ / _____

Prezado/a aluno/a,

As atividades a seguir devem ser realizadas utilizando-se o software GeoGebra. Esteja atento às orientações das construções. A seguir, responda as questões e não se esqueça de salvar os arquivos.

Procedimentos:

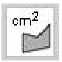
- Construa um triângulo de vértices nos pontos A, B e C (selecione o botão Polígono  e clique na janela gráfica).
- Verifique as medidas dos ângulos internos do triângulo ABC (clique no botão Ângulo  e nos vértices A, B e C; depois B, C e A e, finalmente, C, A e B.
- Clique novamente no botão Ângulo e, agora, clique em dois lados do triângulo ABC. Faça o mesmo para cada par de lados.

a) Quais as medidas dos ângulos que encontrou, clicando nos vértices A, B e C?

b) E nos lados do triângulo, encontrou as mesmas medidas? O que você observou?

c) Qual a soma dos ângulos internos do triângulo ABC?

d) Movimente um dos vértices do triângulo ABC. O que acontece com a soma dos ângulos internos?

e) Agora, selecione o botão Área  e clique em qualquer ponto do triângulo. Qual o valor encontrado para a área do triângulo? Movimente qualquer um dos vértices do triângulo, o que acontece com a área?

APÊNDICE D – ATIVIDADE GEOGEBRA 2

Atividade G2 - Conservação ou modificação de áreas em ampliação usando malha quadriculada.

Grupo: ____

Turma: ____________________   Data: _____ / _____ / _____

Prezado/a aluno/a,

As atividades a seguir devem ser realizadas utilizando-se o software GeoGebra. Esteja atento às orientações das construções. A seguir, responda as questões e não se esqueça de salvar os arquivos.

Precisamos de uma malha quadriculada. Para isto, devemos mudar as configurações da janela de visualização. Então, selecione na barra de menus:
Opções >> Avançado >> Preferências >> Preferência janela de visualização >> Malha >> Exibir malha.

Procedimentos:

– Utilize a malha quadriculada como suporte e construa um retângulo qualquer, para isto selecione o botão Polígono  . Vamos chamá-lo R_1.
– Depois, construa outro retângulo com medidas que sejam o dobro das medidas do primeiro retângulo. Este será o retângulo R_2.
– Clique novamente no botão Polígono e, agora, construa dois triângulos retângulos: T_1 e T_2. De maneira análoga, T_2 tem que ter medidas como o triplo das medidas de T_1.
– Verifique as áreas dos polígonos R_1, R_2, T_1 e T_2, como a utilização do botão Área  .

Complete o quadro abaixo e responda as perguntas:

Polígonos	**Medidas (base e altura)**	**Área**
R_1		
R_2		
T_1		
T_2		

a) Por construção, o retângulo R_2 tem como medidas o dobro das medidas de R_1. A área de R_2 também é o dobro da área de R_1? Justifique sua resposta.

b) Da mesma forma, as medidas de T_2 são o triplo das medidas de T_1. O que acontece com as áreas? Justifique.

c) O que podemos concluir sobre a área de um polígono quando dobramos ou triplicamos suas medidas?

APÊNDICE E – ATIVIDADE GEOGEBRA 3

Atividade G3 - Relações métricas do triângulo retângulo

Grupo: ____

Turma: ____________________ Data: _____ / _____ / _____

Prezado/a aluno/a,

As atividades a seguir devem ser realizadas utilizando-se o software GeoGebra. Esteja atento às orientações das construções. A seguir, responda as questões e não se esqueça de salvar os arquivos.

Nesta atividade, você poderá utilizar os eixos X e Y (do plano cartesiano) para construir o triângulo retângulo. Tome o ponto de interseção dos eixos (origem do sistema cartesiano) como o vértice associado ao ângulo de 90°.

Procedimentos:

- Construa um triângulo retângulo ABC qualquer, marcando um dos vértices na origem do sistema, e os outros pontos cada um nos eixos X e Y, utilize o botão Polígono .
- Agora, utilize o botão Polígono/polígono regular e construa três quadrados, cada um tendo como um dos lados os segmentos AB, AC e BC do triângulo.
- Verifique as áreas dos quadrados construídos, usando o botão Área .

Complete o quadro abaixo e responda as perguntas:

Polígonos	Área
Quadrado 1 (Lado AB)	
Quadrado 2 (Lado AC)	
Quadrado 3 (Lado BC)	

a) Observando atentamente as medidas de áreas dos três quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo, você consegue estabelecer alguma relação entre estes números? Justifique.

b) O Teorema de Pitágoras relaciona essas áreas. Escreva o enunciado do teorema, de acordo com o que você observou na construção dos polígonos.

APÊNDICE F – ATIVIDADE GEOGEBRA 4

Atividade G4 – Transformações homotéticas

Grupo: ____

Turma: ____________________ Data: _____ / _____ / _____

Prezado/a aluno/a,

As atividades a seguir devem ser realizadas utilizando-se o software GeoGebra. Esteja atento às orientações das construções. A seguir, responda as questões e não se esqueça de salvar os arquivos.

Nesta atividade, você utilizará recursos para construir figuras semelhantes, por meio de uma transformação (homotetia).

Procedimentos:

– Construa um triângulo ABC qualquer, utilizando o botão Polígono .

– Utilize o botão Homotetia e clique no triângulo construído e em um ponto qualquer fora dele, para construir outro triângulo. Obtenha as medidas dos ângulos internos e observe as medidas dos lados na Janela de Álgebra.

1. O triângulo obtido é semelhante ao primeiro? Por quê?

2. Em caso positivo, qual a razão de semelhança?

– Agora, utilize o botão Reta , construa três retas selecionando sempre dois pontos: o ponto fora do triângulo e cada um dos vértices do triângulo que você construiu.

– Clique no botão Mover e mova o primeiro triângulo que você construiu.

3. O que acontece? As medidas dos lados mudam ou não?

4. E as áreas, as medidas mudam?
   (Pode ser utilizada a Janela de Álgebra para obter as medidas)

APÊNDICE G – ATIVIDADE FINAL

Atividade Final

Aluno: ____

Turma: ____________________ Data: _____ / _____ / _____

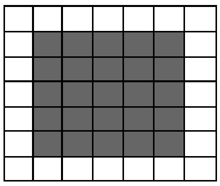
Prezado/a aluno/a,

As atividades a seguir finalizam esta etapa da pesquisa. Gostaríamos de contar com a colaboração de todos/as para que, ao responder as questões, <u>deixem os cálculos efetuados</u> para análise.

Desde já, agradecemos a sua atenção.

Questão 1

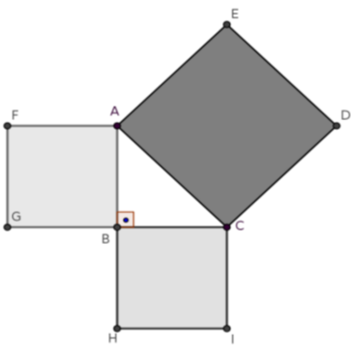
Observe a malha quadriculada abaixo onde está desenhado um quadrado em cinza. Sabendo-se que o lado de cada quadradinho dessa malha tem 1 cm de lado, podemos afirmar que a área do quadrado cinza é:



(a) 5 cm²
(b) 10 cm²
(c) 20 cm²
(d) 25 cm²

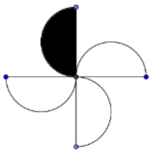
Questão 2

Na figura abaixo, os quadrados menores ($ABGF$ e $BCIH$) têm, cada um, 8 cm² de área. Sabendo que o triângulo ABC é retângulo, pode-se afirmar que o lado AC do triângulo é:

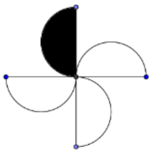


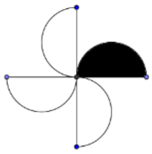
(a) $\sqrt{2}$cm
(b) $\sqrt{3}$cm
(c) 3 cm
(d) 4 cm

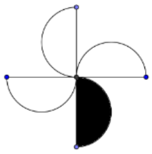
Questão 3
Observe o cata-vento que foi construído durante uma aula de Artes. Por enquanto, apenas uma de suas pás está pintada de preto.

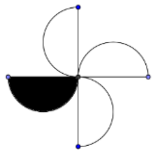


Depois de dois giros de 90° no sentido horário, a posição do cata-vento será:

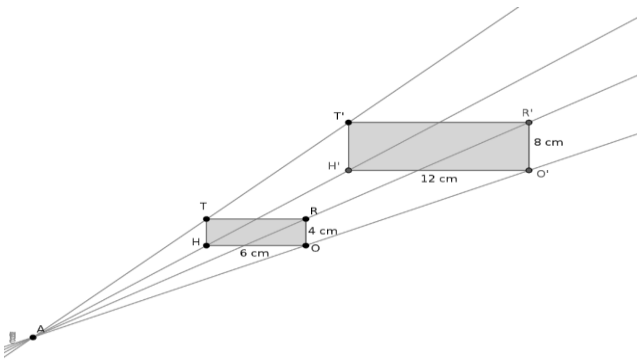
(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

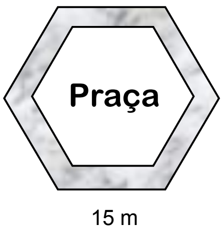
Questão 4
No desenho abaixo está representada uma transformação homotética (ampliação) do retângulo THOR em relação ao ponto A.



Qual é a razão de semelhança da ampliação?

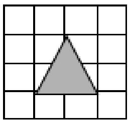
(a) 4 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

Questão 5
Todos os dias pela manhã, Ramsés pratica atividade física para manter a saúde do coração e da mente. Ele faz caminhadas dando 5 voltas em torno de uma praça, que tem o formato de um hexágono regular de lado 15 m, conforme desenho abaixo.

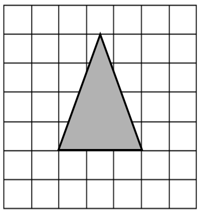


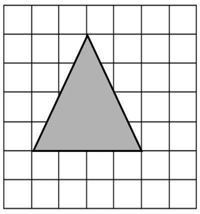
Quantos metros Ramsés percorre por dia na sua atividade física em volta dessa praça?
(a) 75 m
(b) 90 m
(c) 150 m
(d) 450 m

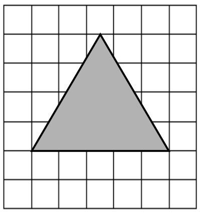
Questão 6
Observe o triângulo abaixo, que foi feito em uma malha quadriculada. A professora de Matemática apresentou o desenho e pediu que os alunos fizessem uma ampliação.

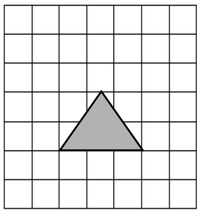


Alguns alunos fizeram a ampliação solicitada. Veja os desenhos de quatro desses alunos:


Arão


Miriã


Moisés


Leila

Qual desses alunos fez a ampliação correta?
(a) Arão
(b) Miriã
(c) Moisés
(d) Leila

ANEXO 1 – RESULTADOS PISA 2012

Snapshot of performance in mathematics, reading and science

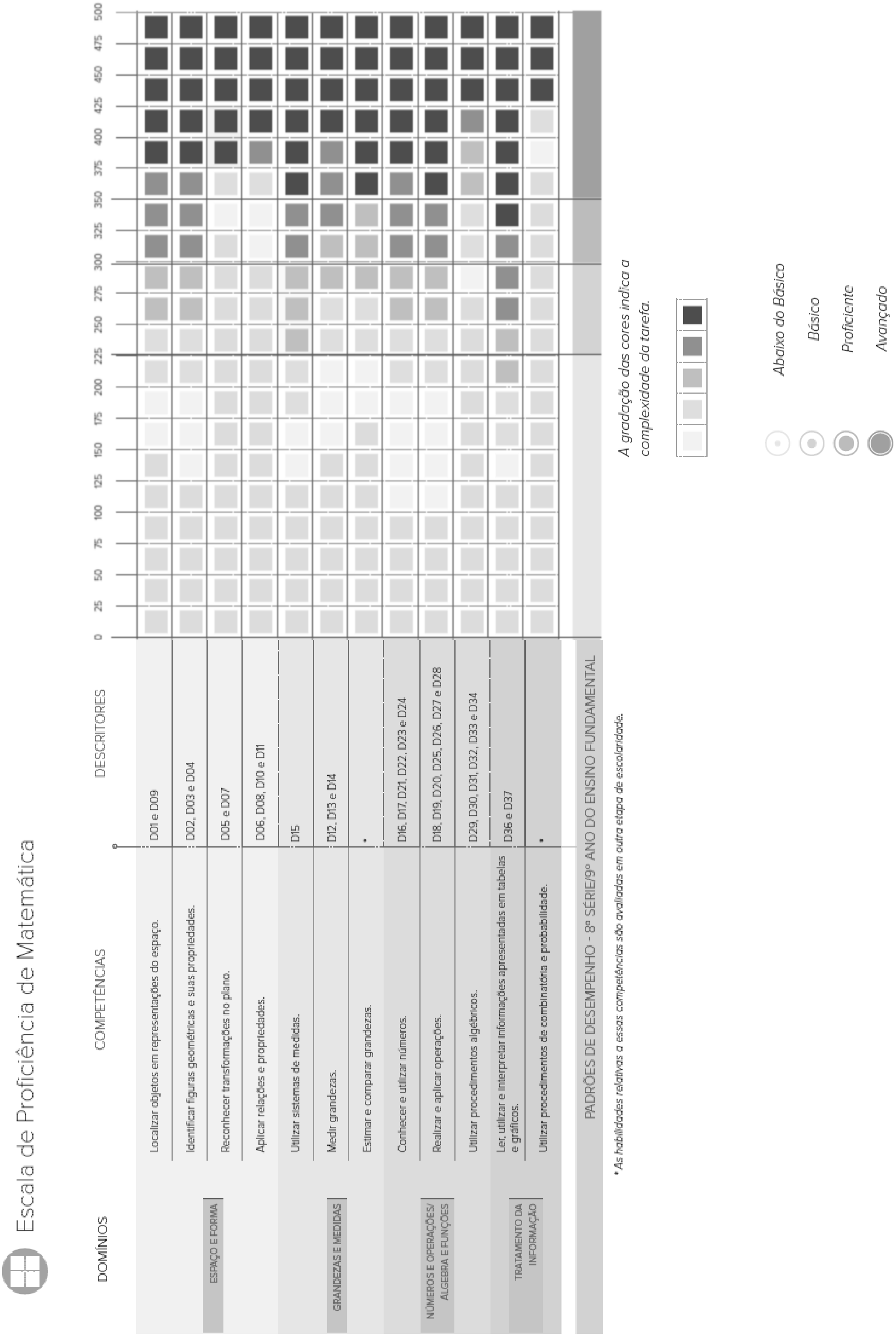
- Countries/economies with a mean performance/share of top performers above the OECD average
  Countries/economies with a share of low achievers below the OECD average
- Countries/economies with a mean performance/share of low achievers/share of top performers not statistically significantly different from the OECD average
- Countries/economies with a mean performance/share of top performers below the OECD average
  Countries/economies with a share of low achievers above the OECD average

	Mathematics				Reading		Science	
	Mean score in PISA 2012	Share of low achievers in mathematics (Below Level 2)	Share of top performers in mathematics (Level 5 or 6)	Annualised change in score points	Mean score in PISA 2012	Annualised change in score points	Mean score in PISA 2012	Annualised change in score points
OECD average	494	23.1	12.6	**-0.3**	496	**0.3**	501	**0.5**
Shanghai-China	613	3.8	55.4	**4.2**	570	**4.6**	580	1.8
Singapore	573	8.3	40.0	**3.8**	542	**5.4**	551	**3.3**
Hong Kong-China	561	8.5	33.7	**1.3**	545	**2.3**	555	**2.1**
Chinese Taipei	560	12.8	37.2	1.7	523	**4.5**	523	-1.5
Korea	554	9.1	30.9	1.1	536	**0.9**	538	**2.6**
Macao-China	538	10.8	24.3	**1.0**	509	**0.8**	521	**1.6**
Japan	536	11.1	23.7	0.4	538	**1.5**	547	**2.6**
Liechtenstein	535	14.1	24.8	0.3	516	**1.3**	525	0.4
Switzerland	531	12.4	21.4	0.6	509	**1.0**	515	0.6
Netherlands	523	14.8	19.3	**-1.6**	511	-0.1	522	-0.5
Estonia	521	10.5	14.6	0.9	516	**2.4**	541	1.5
Finland	519	12.3	15.3	**-2.8**	524	**-1.7**	545	**-3.0**
Canada	518	13.8	16.4	**-1.4**	523	**-0.9**	525	**-1.5**
Poland	518	14.4	16.7	**2.6**	518	**2.8**	526	**4.6**
Belgium	515	18.9	19.4	**-1.6**	509	0.1	505	-0.8
Germany	514	17.7	17.5	**1.4**	508	**1.8**	524	1.4
Viet Nam	511	14.2	13.3	m	508	m	528	m
Austria	506	18.7	14.3	0.0	490	-0.2	506	-0.8
Australia	504	19.7	14.8	**-2.2**	512	**-1.4**	521	-0.9
Ireland	501	16.9	10.7	-0.6	523	**-0.9**	522	**2.3**
Slovenia	501	20.1	13.7	-0.6	481	**-2.2**	514	-0.8
Denmark	500	16.8	10.0	**-1.8**	496	0.1	498	0.4
New Zealand	500	22.6	15.0	**-2.5**	512	**-1.1**	516	**-2.5**
Czech Republic	499	21.0	12.9	**-2.5**	493	-0.5	508	-1.0
France	495	22.4	12.9	**-1.5**	505	0.0	499	0.6
United Kingdom	494	21.8	11.8	-0.3	499	0.7	514	-0.1
Iceland	493	21.5	11.2	**-2.2**	483	**-1.3**	478	**-2.0**
Latvia	491	19.9	8.0	0.5	489	**1.9**	502	**2.0**
Luxembourg	490	24.3	11.2	-0.3	488	**0.7**	491	0.9
Norway	489	22.3	9.4	-0.3	504	0.1	495	1.3
Portugal	487	24.9	10.6	**2.8**	488	**1.6**	489	**2.5**
Italy	485	24.7	9.9	**2.7**	490	0.5	494	**3.0**
Spain	484	23.6	8.0	0.1	488	-0.3	496	1.3
Russian Federation	482	24.0	7.8	1.1	475	**1.1**	486	1.0
Slovak Republic	482	27.5	11.0	**-1.4**	463	-0.1	471	**-2.7**
United States	481	25.8	8.8	0.3	498	-0.3	497	1.4
Lithuania	479	26.0	8.1	-1.4	477	1.1	496	1.3
Sweden	478	27.1	8.0	**-3.3**	483	**-2.8**	485	**-3.1**
Hungary	477	28.1	9.3	**-1.3**	488	**1.0**	494	-1.6
Croatia	471	29.9	7.0	0.6	485	1.2	491	-0.3
Israel	466	33.5	9.4	**4.2**	486	**3.7**	470	**2.8**
Greece	453	35.7	3.9	**1.1**	477	0.5	467	-1.1
Serbia	449	38.9	4.6	**2.2**	446	**7.6**	445	1.5
Turkey	448	42.0	5.9	**3.2**	475	**4.1**	463	**6.4**
Romania	445	40.8	3.2	**4.9**	438	1.1	439	**3.4**
Cyprus[1,2]	440	42.0	3.7	m	449	m	438	m
Bulgaria	439	43.8	4.1	**4.2**	436	0.4	446	2.0
United Arab Emirates	434	46.3	3.5	m	442	m	448	m
Kazakhstan	432	45.2	0.9	**9.0**	393	0.8	425	**8.1**
Thailand	427	49.7	2.6	1.0	441	**1.1**	444	**3.9**
Chile	423	51.5	1.6	**1.9**	441	**3.1**	445	1.1
Malaysia	421	51.8	1.3	**8.1**	398	**-7.8**	420	-1.4
Mexico	413	54.7	0.6	**3.1**	424	**1.1**	415	0.9
Montenegro	410	56.6	1.0	**1.7**	422	**5.0**	410	-0.3
Uruguay	409	55.8	1.4	**-1.4**	411	**-1.8**	416	**-2.1**
Costa Rica	407	59.9	0.6	-1.2	441	-1.0	429	-0.6
Albania	394	60.7	0.8	**5.6**	394	**4.1**	397	2.2
Brazil	391	67.1	0.8	**4.1**	410	**1.2**	405	**2.3**
Argentina	388	66.5	0.3	1.2	396	-1.6	406	2.4
Tunisia	388	67.7	0.8	**3.1**	404	**3.8**	398	**2.2**
Jordan	386	68.6	0.6	0.2	399	-0.3	409	**-2.1**
Colombia	376	73.8	0.3	1.1	403	**3.0**	399	1.8
Qatar	376	69.6	2.0	**9.2**	388	**12.0**	384	**5.4**
Indonesia	375	75.7	0.3	0.7	396	**2.3**	382	-1.9
Peru	368	74.6	0.6	1.0	384	**5.2**	373	1.3

ANEXO 2 – MATRIZ DE REFERÊNCIA – MATEMÁTICA/PAEBES

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA - PAEBES 8ª SÉRIE/9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
I - ESPAÇO E FORMA	
D01	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D02	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
D03	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
D04	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
D05	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
D06	Reconhecer ângulo como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não- retos.
D07	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
D08	Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
D09	Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.
D10	Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
D11	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
II - GRANDEZAS E MEDIDAS	
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D13	Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D14	Resolver problema envolvendo noções de volume.
D15	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.
III - NÚMEROS, OPERAÇÕES E ÁLGEBRA	
D16	Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.
D17	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.
D18	Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D19	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D20	Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D21	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.
D22	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
D23	Identificar frações equivalentes.
D24	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos.
D25	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D26	Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D27	Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.
D28	Resolver problema que envolva porcentagem.
D29	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D30	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D31	Resolver problema que envolva equações do 1º e/ ou 2º graus.
D32	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).
D33	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D34	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
IV - TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	
D36	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D37	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

ANEXO 3 – ESCALA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA/PAEBES



ANEXO 4 – RESULTADO DA ESCOLA NO PAEBES 2015

PAEBES 2015

REDE ESTADUAL

Os resultados desta escola

Escola: ACS

Município: VITORIA

SRE: SRE CARAPINA

8ª SÉRIE / 9º ANO EF

MATEMÁTICA

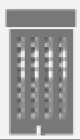
1. Proficiência Média | 2. Participação (número de estudantes) | 3. Evolução do Percentual de Estudantes por Padrão de Desempenho

Espírito Santo

Proficiência Média: 251,7

Previsto	17002
Efetivo	14748
Percentual	86,7

Edição	Proficiência	% por Padrão de Desempenho			
2011	249.9	28.4	59.3	10.8	1.5
2012	255.3	24.2	60.6	13.8	1.4
2013	258.9	22.9	58.8	16.2	2.1
2014	250.0	30.0	55.5	12.7	1.8
2015	251.7	28.1	57.6	12.5	1.8



SRE

Proficiência Média: 240,4

Previsto	3251
Efetivo	2647
Percentual	81,4

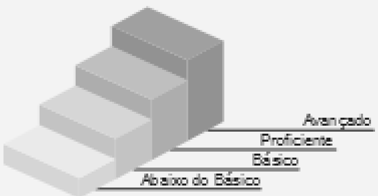
Edição	Proficiência	% por Padrão de Desempenho			
2011	242.3	33.7	58.4	7.3	0.6
2012	247.3	29.9	59.5	10.1	0.4
2013	247.6	29.6	59.5	10.2	0.6
2014	238.4	38.5	53.4	7.4	0.7
2015	240.4	36.5	54.9	7.4	1.1

Escola

Proficiência Média: 229,5

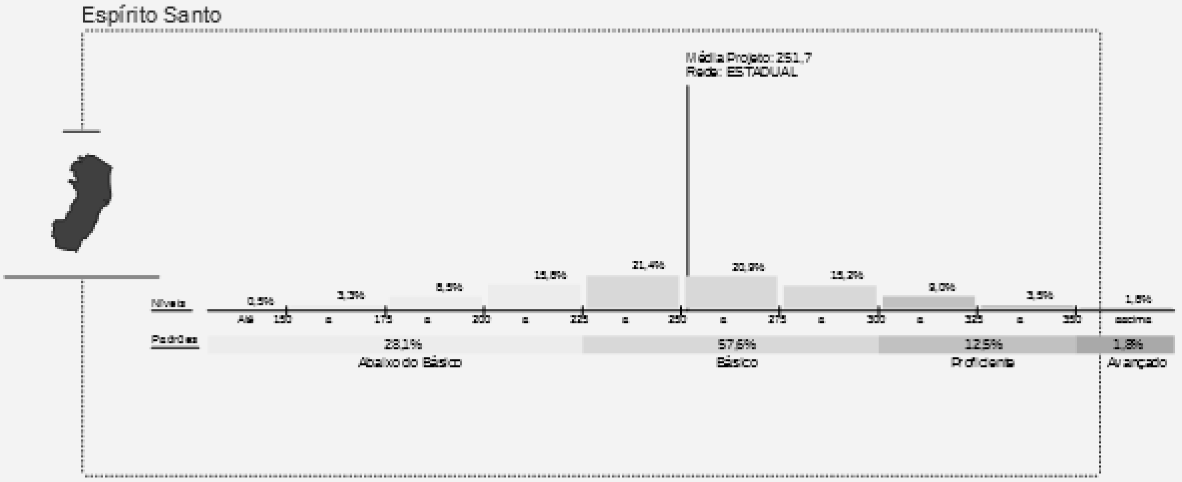
Previsto	78
Efetivo	59
Percentual	75,6

Edição	Proficiência	% por Padrão de Desempenho		
2011	237.8	33.3	63.0	3.7
2012	239.5	37.5	54.2	8.3
2013	226.5	51.0	45.0	4.0
2014	211.8	60.0	38.8	1.3
2015	229.5	42.4	52.5	5.1

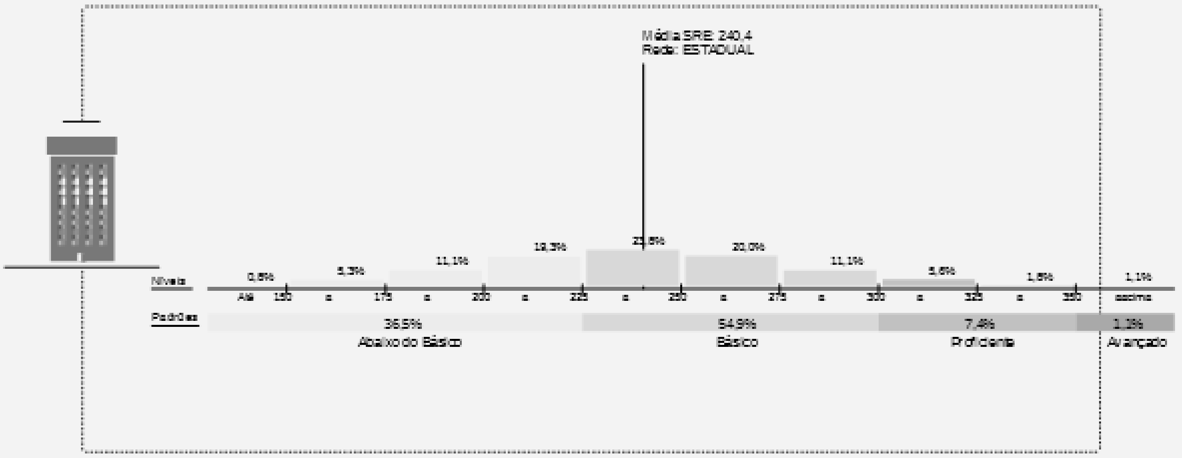


4. Percentual de Estudantes por Nível de Proficiência e Padrão de Desempenho

Espírito Santo



SRE SRE CARAPINA



Escola ACS