

**Universidade Federal do Espírito Santo**  
**Centro de Ciências Exatas**  
**Programa de pós-graduação em Física**



Tese de doutorado

# **Quando gravitação e cosmologia destoam do padrão**

**Testando MOND e modelos de unificação do setor escuro**

por

**Hermano Endlich Schneider Velten**

**Orientador: Dr. Júlio César Fabris**

**Co-Orientador: Dr. Winfried Ernst Wilhelm Zimdahl**

**Vitória - Espírito Santo**

**2011**

## **Quando gravitação e cosmologia destoam do padrão**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Exatas da  
Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de  
Doutor em Ciências Físicas.

Aprovada em 25 de Novembro de 2011

---

Prof. Dr. Júlio César Fabris (Orientador)

Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr. Winfried Zimdahl (Co-orientador)

Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr. Ioav Waga

Universidade Federal do Rio de Janeiro

---

Prof. Dr. Saulo Carneiro

Universidade Federal da Bahia

---

Prof. Dr. Humberto Belich

Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr. Wiliam Hipólito-Santiago

CEUNES - Universidade Federal do Espírito Santo

---

Prof. Dr. Ilya Lvovich Shapiro (Suplente externo)

Universidade Federal de Juiz de Fora

---

Prof. Dr. Davi Cabral Rodrigues (Suplente interno)

Universidade Federal do Espírito Santo

” Offene Strafe ist besser denn heimliche Liebe. Die Schläge des Liebhabers meinen’s recht gut; aber die Küsse des Hassers sind gar zu reichlich”

*Sprüche, 27:5-6*

”Melhor é a repreensão franca do que o amor encoberto. Leais são as feridas feitas pelo que ama, porém os beijos de quem odeia são enganosos. ”

*Provérbios, 27:5-6*

# Agradecimentos

Acredito que minha formação começou com meus pais. Quando um pai senta ao lado de sua criança, pede o caderno escolar e ao encontrar um erro o faz repetir tal palavra (agora de maneira correta) algumas dezenas de vezes, o caminho correto da educação foi tomado. Quando uma mãe percebe uma pequena rasura no “dever de casa” do filho e o convence (apenas com um olhar de reprovação) a escrever tudo novamente, a decisão correta novamente foi tomada. Isto me prova que educação rejeita adjetivos. Ela existe por si só. Então, entendo que devo aos meus pais, pela forma como me conduziram, o começo dessa história. Mas felizmente a vida (acadêmica) não se resume a corrigir pequenos erros. É preciso pensar, ir além. Nesta hora, entra em cena o mestre. Meu orientador desde a iniciação científica, prof. Dr. Júlio César Fabris, exerceu um papel ímpar como orientador, conselheiro e amigo. Com seu admirável nível intelectual, ele me influenciou, sem dúvida, em todas as minhas decisões acadêmicas e algumas pessoais. Sua companhia nos incentiva a fazer ciência com toda dedicação possível. Meu co-orientador (aqui, relevo o prefixo co), prof. Dr. Winfried Zimdahl, abriu as portas do velho mundo e me demonstrou uma maneira gentil, elegante e eficiente (resumindo, alemã) de fazer ciência. O terceiro vértice deste triângulo foi o prof. Dr. (e alguns outros títulos que só na Alemanha se vê) Dominik Schwarz que me acolheu em Bielefeld e que, sempre de forma aguda, me fazia entender o significado das palavras qualidade e criatividade no meio científico. Seu mérito também está em criar em Bielefeld um ambiente extremamente propício para se fazer ciência. Agradeço também aos demais, a partir desta defesa, colegas de profissão, Patrick Peter (Paris), Christian Byrnes (Bielefeld), Saulo Carneiro (Salvador), Maik Stuke (Munique), Florian Kuehmel (Munique), Max Martinez (Cidade do México) e Arthur Grupillo (Rio de Janeiro) pela rica troca de idéias (científicas, na maioria das vezes). Agradeço também ao prof. Dr. Sérgio Gonçalves pela proposta de trabalho que resultou em uma seção desta tese. Extendo meus agradecimentos também a todos os colegas capixabas, alguns por escolha, do DFIS-UFES e aos professores Dr. Ioav Waga, Dr. Wiliam Hipólito-Ricaldi, Dr. Humberto Belich, Dr. Davi Rodrigues e, novamente, ao Dr. Saulo Carneiro por avaliar a qualidade e originalidade deste trabalho de doutorado. Finalizo meus agradecimentos ao Lohberg Institut por prover total apoio técnico e logístico durante minha estada em Goettingen.

Os mínimos detalhes desta curta história poderiam também ser descritos pela minha esposa Marcella. Ela, sem dúvida, re-escreveria todo este agradecimento com igual propriedade e, por isso, gostaria de dedicar a ela este trabalho.

É mais do que justo também lembrar a atitude do governo brasileiro de financiar esta pesquisa através do CNPq. Afinal, a abertura das “portas do velho mundo” contou com sua ajuda financeira, como também do Deutscher Akademischer Austausch Dienst (DAAD).

Hermano Endlich Schneider Velten

Vitória, Novembro de 2011.



## Resumo

O objetivo desta tese é investigar ideias alternativas para a cosmologia padrão (aqui, denotada pelo modelo  $\Lambda$ CDM). Os dois principais ingredientes desta descrição padrão do meio cósmico são a matéria escura e a energia escura que, juntas, formam o setor escuro do Universo. Começamos nossa discussão com uma descrição alternativa para o fenômeno da matéria escura. Aplicamos a Dinâmica Newtoniana Modificada (MOND no inglês) ao aglomerado de galáxias de COMA. Nosso objetivo é reduzir o alto valor da razão massa-luminosidade (uma medida da quantidade de matéria escura) deste sistema. Esta proposta corresponde a “parte astrofísica” deste trabalho. Ao fim do capítulo 3 confirmamos que a matéria escura é uma componente fundamental do conteúdo de matéria-energia do Universo. Neste ponto ocorre uma transição na tese. Os capítulos 5, 6 e 7 (a “parte cosmológica”) é dedicada a modelos de unificação do setor escuro. De certa forma, estamos tratando agora com alternativas ao fenômeno da energia escura. Neste cenário de unificação, matéria escura e energia escura são diferentes manifestações de uma única componente escura. O gás de Chaplygin e um fluido com viscosidade volumétrica incorporam esta ideia. Mostramos que a dinâmica de fundo deste candidatos, para um Universo homogêneo e isotrópico, é compatível com os dados astronômicos (em particular, usamos Supernovas, surtos de raios gama e medidas indiretas da expansão de Hubble  $H(z)$ ). No entanto, discutimos em detalhe as diferenças entre a dinâmica perturbativa (utilizada para explicar o processo de formação de estruturas) do gás de Chaplygin (adiabático) e do fluido viscoso (não adiabático). No nível perturbativo nossos observáveis cosmológicos são o espectro de potência da matéria, o efeito Sachs-Wolfe integrado e o efeito Mészáros. Mostramos que estes modelos de unificação apresentam algumas patologias, o que traz nossas atenções de volta ao modelo cosmológico padrão. De volta ao modelo  $\Lambda$ CDM nós ignoramos a suposição de que a matéria escura é um fluido ideal e a fazemos “mais real” adicionando ao seu tensor momento-energia uma componente dissipativa (dada pela pressão de viscosidade volumétrica). Esta ideia origina o modelo  $\Lambda\nu$ CDM que é estudado no capítulo 7. Encontramos que os recentes dados astronômicos permitem que matéria escura possua uma viscosidade máxima de  $10^8$  Pa.seg. De certa forma, esperamos que este resultado possa significar uma nova predição que poderá ser testada nos futuros laboratórios de matéria escura.

## Abstract

The aim of this thesis is to investigate alternative ideas for the standard cosmology (here, denoted by the  $\Lambda$ CDM model). The two main ingredients of such standard description of the cosmic medium are cold dark matter (CDM) and dark energy (DE), which together form the dark sector. We start our discussion with an alternative description of the dark matter phenomena. We apply the Modified Newtonian Dynamics (MOND) to the COMA galaxy cluster in order to explain the large mass to light ratio of such system. This corresponds to the “astrophysical part” of this work. At the end of chapter 3 we state that dark matter is a fundamental component of the cosmic energy budget. Then, it occurs a transition into the thesis. Chapters 5, 6 and 7 (the “cosmological part”) are devoted to unified models for the dark sector. In some sense, we are dealing now with alternatives to the dark energy phenomena. In this unification scenario, DM and DE are different manifestations of a single dark component. The Chaplygin gas and the bulk viscous fluid realize this idea. The homogeneous and isotropic background dynamics of these candidates is well compatible with the data (in particular, we use Supernovae, Gamma Ray-Bursts, indirect  $H(z)$  measurements). However, we discuss in detail the differences between the perturbative dynamics of the Chaplygin (adiabatic) model and the bulk viscous (nonadiabatic) one. At the perturbative level our cosmological probes are the matter power spectrum and the integrated Sachs-Wolfe effect. There appears some pathologies with these alternative components what bring our attentions back to the standard cosmology. Within the  $\Lambda$ CDM conception for the Universe we relax the assumption that CDM is an ideal fluid make it “more real” by adding to its energy momentum tensor a dissipative component (given by the bulk viscous pressure). This gives rise to the  $\Lambda$ vCDM model studied in chapter 7. We find that the current cosmological data allows CDM to have a viscosity of  $\leq 10^9 \text{Pa}\cdot\text{seg}$ . In some sense, we hope that this result could mean a new prediction to be tested in the future CDM laboratories.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Cosmologia: teoria e o estado da arte.</b>	<b>5</b>
2.1	Conceitos básicos . . . . .	5
2.2	Matéria, Radiação e algo mais . . . . .	8
2.2.1	A dinâmica do modelo padrão $\Lambda$ CDM . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Matéria Escura e modificação na dinâmica Newtoniana (MOND)</b>	<b>11</b>
3.1	Matéria Escura: Evidências Observacionais . . . . .	11
3.2	Matéria Escura na formação de estruturas cósmicas . . . . .	16
3.2.1	Introdução a teoria de perturbações cosmológicas . . . . .	16
3.2.2	O papel chave da Matéria Escura na formação de estruturas . . . . .	24
3.3	Matéria Escura: Candidatos Teóricos e Detecção . . . . .	27
3.3.1	Detecção (in-)direta da “partícula escura” em Laboratório . . . . .	29
3.4	Gravitação Newtoniana e MOND . . . . .	30
3.4.1	Onde a Mecânica Newtoniana falha? . . . . .	30
3.4.2	A curva de rotação de galáxias . . . . .	31
3.4.3	A Dinâmica Newtoniana Modificada . . . . .	33
3.4.4	O problema do aglomerado de COMA . . . . .	37
3.4.5	Teorema do Virial para MOND . . . . .	37
3.4.6	Matéria escura no aglomerado de COMA: dinâmica Newtoniana x MOND .	40
3.5	Conclusões preliminares sobre MOND . . . . .	42
<b>4</b>	<b>A expansão acelerada do Universo: energia escura, <math>\Lambda</math> e outras propostas</b>	<b>44</b>
4.1	As observações de Supernovas . . . . .	45
4.2	Leque de evidências a favor de um Universo em expansão. . . . .	46
4.3	Constante Cosmológica . . . . .	46

4.4	A quintessência . . . . .	47
4.5	Modificação na gravidade . . . . .	48
4.6	Outras propostas . . . . .	49
4.7	Matéria Escura x Energia Escura: medindo forças . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Cosmologias baseadas no gás de Chaplygin</b>	<b>51</b>
5.1	Gás de Chaplygin e a cosmologia . . . . .	51
5.2	Resultados para a dinâmica de fundo do gás de Chaplygin generalizado . . . . .	53
5.2.1	Medidas para $H(z)$ . . . . .	53
5.2.2	Gamma Ray Busters como vela padrão . . . . .	57
5.3	Espectro de potência para o gás de Chaplygin Generalizado . . . . .	65
5.3.1	Perturbações neo-Newtonianas . . . . .	66
5.3.2	Perturbações relativísticas . . . . .	70
5.4	Descartando o gás de Chaplygin Modificado através do espectro de potência . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Cosmologias com viscosidade volumétrica</b>	<b>81</b>
6.1	Espectro de Potência para modelos com viscosidade volumétrica . . . . .	83
6.1.1	Um simples modelo cosmológico com viscosidade volumétrica . . . . .	83
6.1.2	Uma análise mais realista para a cosmologia com viscosidade através da inclusão de bárions no modelo . . . . .	91
6.2	Efeito Sachs-Wolfe integrado para os modelos de unificação . . . . .	112
6.3	Efeito Mészáros para os modelo de unificação . . . . .	123
<b>7</b>	<b>O modelo <math>\Lambda</math>vCDM</b>	<b>128</b>
7.1	O limite $\Lambda$ CDM do modelo com viscosidade volumétrica . . . . .	129
7.2	A dinâmica do modelo $\Lambda$ vCDM . . . . .	129
7.2.1	A evolução da base . . . . .	129
7.2.2	A dinâmica das perturbações . . . . .	130
7.3	Resultados do modelo $\Lambda$ vCDM. . . . .	132
7.3.1	Resultados para a dinâmica de fundo . . . . .	132
<b>8</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>136</b>
<b>A</b>	<b>Ferramentas para análise estatística: <math>\chi^2</math> e estimativa de parâmetros</b>	<b>143</b>
A.1	Estimativa de parâmetros . . . . .	144

<b>B O espectro de potência <math>P(k)</math></b>	<b>146</b>
<b>C Cálculo das condições iniciais do espectro de potência <math>P(k)</math></b>	<b>150</b>
<b>D Lista de Publicações em Revistas com Árbitro</b>	<b>153</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>155</b>

# Lista de Figuras

3.1	Curva de rotação da galáxia M31 (Andrômeda). Fonte: [22] . . . . .	14
3.2	Representação gráfica ilustrando a diferença entre lentes fracas (weak) e fortes (strong). Fonte: [25] . . . . .	15
3.3	Efeito de lentes gravitacionais observado. Crédito: NASA / Hubble . . . . .	15
3.4	Aglomerado da bala (Bullet cluster) . . . . .	16
3.5	Representação esféricamente simétrica para uma galáxia de raio $R$ . . . . .	32
3.6	Curva de rotação para a galáxia UGC4329. A teoria MOND (linha tracejada) e a teoria Newtoniana (linha sólida) são comparadas com os dados observacionais (pontos). . . . .	36
3.7	Distribuição das velocidades radiais em COMA como função da distância do centro do aglomerado. Retirado de [20]. . . . .	41
3.8	Melhor ajuste para os perfis da velocidade de dispersão e a luminosidade superficial. . . . .	41
4.1	Vínculos observacionais impostos pelo High-z team em 1998. Retirado de [82]. . . . .	45
5.1	Diagrama $H(z) \times z$ com os dados utilizados nesta seção. . . . .	54
5.2	PDFs para o cenário de unificação ( $\Omega_{dm0} = 0$ ) se $\alpha_{min} = -10.0$ . . . . .	56
5.3	PDFs for the GCG scenario with $\Omega_{dm0} = 0.25$ if $\alpha_{min} = -10.0$ . In the left panel we show, from bottom to top, the lines are the 1, 2 and $3\sigma$ contours of CL. . . . .	57
5.4	PDF uni-dimensional do parâmetro $\Omega_{dm0}$ para diferentes valores de $\alpha_{min}$ . Quadro superior-esquerda ( $\alpha_{min} = 0$ ), superior-direita ( $\alpha_{min} = -1$ ), inferior-esquerda ( $\alpha_{min} = -2$ ) e inferior-direita ( $\alpha_{min} = -10$ ). . . . .	58
5.5	PDFs bi dimensionais para o espaço dos parâmetros $\alpha \times \Omega_{dm0}$ para diferentes valores de $\alpha_{min}$ . Da esquerda para a direita $\alpha_{min} = 0$ , $\alpha_{min} = -1$ , $\alpha_{min} = -2$ and ( $\alpha_{min} = -10$ ). . . . .	58
5.6	Diagrama de Hubble incluindo dados de Supernova e Explosões de raios gamma. . . . .	59

5.7 PDF bidimensional para os parâmetros do gás de Chaplygin ( $\alpha=1$ ). As curvas mostram os contornos de 99.73%, 95.45% e 68.27% de confiança estatística. Quanto mais escura a região, menor a probabilidade. . . . .	60
5.8 PDFs unidimensionais para os parâmetros do gás de Chaplygin. . . . .	61
5.9 PDFs bidimensionais para o gás de Chaplygin generalizado fixando $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . As curvas mostram os contornos de 99.73%, 95.45% e 68.27% de confiança estatística. Quanto mais escura a região, menor a probabilidade. . . . .	61
5.10 PDFs uni-dimensionais para os 3 parâmetros livres do gás de Chaplygin generalizado quando $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . . . . .	61
5.11 Probabilidades para os 4 parâmetros livres do gás de Chaplygin generalizado e o prior $0 \leq \alpha \leq 1$ . As curvas mostram os contornos de 99.73%, 95.45% e 68.27% de confiança estatística. Quanto mais escura a região, menor a probabilidade . . . . .	62
5.12 PDFs uni-dimensionais para os parâmetros do gás de Chaplygin generalizado quando $H_0$ é livre para variar. As linhas sólidas correspondem ao prior $0 \leq \alpha \leq 1$ enquanto que linhas tracejadas correspondem ao prior $\alpha \geq 0$ . A estimativa final do parâmetro $\alpha$ não depende de seu próprio prior. . . . .	63
5.13 PDFs para o caso onde a curvatura é livre considerando os priors $0 \leq \alpha < 1$ (linhas sólidas) e $\alpha \geq 0$ (linhas tracejadas). . . . .	63
5.14 Resultados para o caso de unificação i), onde $\Omega_{b0} = 0.043$ , $\Omega_{dm0} = 0$ and $\Omega_{c0} = 0.957$ . Da esquerda para a direita: PDF bi-dimensional para $\alpha$ e $\bar{A}$ , o espectro de potência com a curva teórica que melhor ajusta os dados e os PDFs unidimensionais para $\alpha$ e $\bar{A}$ . . . . .	69
5.15 Resultados para o caso (ii) com $\Omega_{b0} = 0.043$ , $\Omega_{c0} = 1 - \Omega_{dm0} - \Omega_{b0}$ . Da direita para a esquerda: o PDF bi-dimensional para $\alpha$ e $\Omega_{dm0}$ , o PDF uni-dimensional para $\alpha$ e para $\Omega_{dm0}$ . . . . .	69
5.16 Resultados para o caso geral com todos parâmetros livre (caso (iii)). Da esquerda para a direita: o PDF uni-dimensional $\alpha$ , $\bar{A}$ , $\Omega_{dm0}$ e $\Omega_{c0}$ . . . . .	70
5.17 Resultados para o caso plano com $\alpha = 0$ . Da esquerda para a direita: PDF uni-dimensional para $\bar{A}$ , $\Omega_{dm0}$ com $\bar{A} \neq 1$ e para $\Omega_{dm0}$ com $\bar{A} = 1$ . . . . .	70
5.18 PDFs para o cenário de unificação ( $\Omega_{m0} = \Omega_{b0} = 0.043$ ). . . . .	74
5.19 PDFs para o gás de Chaplygin ( $\alpha = 1$ ). . . . .	74
5.20 Distribuição de probabilidades bi-dimensionais para diferentes combinações dos parâmetros $\alpha$ , $\Omega_{dm0}$ and $\bar{A}$ . . . . .	75

5.21	PDFs uni-dimensionais para $\alpha$ , $\Omega_{dm0}$ e $\bar{A}$ . . . . .	75
5.22	Em cada painel fixamos um dos parâmetros $(\alpha, A_s, B)$ e plotamos os contornos para os quais a velocidade do som é igual a zero. Na região acima (abaixo) de cada linha tracejada temos $v_s^2 > 0$ ( $v_s^2 < 0$ ) para diferentes valores de $\alpha - (A_s) - (B)$ no painel da esquerda-(centro)-(direita). . . . .	79
5.23	Na esquerda, espectro de potência para o gás de Chaplygin modificado fixando $A_s = 0.95$ e $\alpha = 10$ . Das linhas superiores para as inferiores temos $B = 10^{-4}$ , $B = 10^{-5}$ , $B = 0$ , $B = -10^{-5}$ e $B = -10^{-4}$ . No painel central, espectro de potência com $\alpha = 1$ e com os mesmo valores para os parâmetros $A_s$ e $B$ . No painel da direita mostramos os contornos de $1\sigma$ , $2\sigma$ e $3\sigma$ de confiança estatística para os parâmetros $B$ e $\alpha$ . . . . .	79
6.1	Valores absolutos (escala logaritmica) das perturbações da densidade como função do fator de escala $a$ para $\nu = 0$ ( $\alpha = -1/2$ ) e $q_0 = -0.5$ para diferentes escalas. Os valores de $k$ são $k = 0.5$ (alto esquerda), $k = 0.7$ (alto direita), $k = 1$ (baixo esquerda) e $k = 1.5$ (baixo esquerda), todos em unidades de $hMpc^{-1}$ . Linhas sólidas representam o modelo viscoso e tracejadas (próximas do eixo das ordenadas) o gás de Chaplygin generalizado. . . . .	92
6.2	Valores absolutos (escala logaritmica) das perturbações da densidade como função do fator de escala $a$ para $\nu = -1$ ( $\alpha = 1/2$ ) e $q_0 = -0.5$ para diferentes escalas. Os valores de $k$ são $k = 0.5$ (alto esquerda), $k = 0.7$ (alto direita), $k = 1$ (baixo esquerda) e $k = 1.5$ (baixo esquerda), todos em unidades de $hMpc^{-1}$ . Linhas sólidas representam o modelo viscoso e tracejadas o gás de Chaplygin generalizado. . . .	93
6.3	Espectro de potência para o modelo viscoso com $\nu = 0.25$ (linhas sólidas) e para o modelo $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos $q_0 = -0.4$ , $q_0 = -0.2$ , $q_0 = 0$ e $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo). . . . .	94
6.4	Espectro de potência para o modelo viscoso com $\nu = 0$ (linhas sólidas) e para o modelo $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos $q_0 = -0.4$ , $q_0 = -0.2$ , $q_0 = 0$ e $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo). . . . .	95

6.5	Espectro de potência para o modelo viscoso com $\nu = -0.25$ (linhas sólidas) e para o modelo $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos $q_0 = -0.4$ , $q_0 = -0.2$ , $q_0 = 0$ e $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo). . . . .	96
6.6	Espectro de potência para o modelo viscoso com $\nu = -0.5$ (linhas sólidas) e para o modelo $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos $q_0 = -0.4$ , $q_0 = -0.2$ , $q_0 = 0$ e $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo). . . . .	97
6.7	Espectro de potência para o modelo viscoso com $\nu = -1.5$ (linhas sólidas) e para o modelo $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos $q_0 = -0.4$ , $q_0 = -0.2$ , $q_0 = 0$ e $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo). . . . .	98
6.8	Espectro de potência para o modelo viscoso com $\nu = -3$ (linhas sólidas) e para o modelo $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos $q_0 = -0.4$ , $q_0 = -0.2$ , $q_0 = 0$ e $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo). . . . .	99
6.9	Espectro de potência para o modelo viscoso com $\nu = -5$ (linhas sólidas) e para o modelo $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos $q_0 = -0.4$ , $q_0 = -0.2$ , $q_0 = 0$ e $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo). . . . .	100
6.10	PDF uni-dimensiona para $q_0$ resultando da comparação com os dados do programa 2dFGRS (linhas sólidas) e SDSS DR7 (tracejadas). O painel da direita é uma ampliação do pico nas região $q_0 < 0$ . . . . .	108
6.11	Espectro de potência normalizado na escalas $k_n = 0.034(0.185)hMpc^{-1}$ nos quadros da esquerda (direita) e comparados com os dados do programa 2dFGRS(SDSS DR7) nos quadro superiores (inferiores) para diferentes valores de $q_0$ . . . . .	109
6.12	Espectro de potência normalizado na escalas $k_n = 0.034(0.185)hMpc^{-1}$ nos quadros da esquerda (direita) e comparados com os dados do programa 2dFGRS(SDSS DR7) nos quadro superiores(inferiores) para diferentes valores de $q_0$ . . . . .	110
6.13	PDF para $q_0$ quando levamos em conta os dados de Supernovas na análise. . . . .	111
6.14	Esquerda: Parâmetro de Hubble como função do desvio para o vermelho para diferentes valores de $q_0$ . Direita: PDF uni-dimensional para $q_0$ considerando a análise estatística conjunta Espectro de Potência + $H(z)$ . . . . .	112

- 6.15 PDF para a componente sem pressão  $\Omega_M$  (esquerda) e para o parâmetro de desaceleração  $q_0$  (centro) usando os dados (SDSS DR7) nas linhas sólidas (tracejadas). O painel da direita é uma amplificação normalizada do pico em  $q_0 < 0$  do painel central. . . . . 112
- 6.16 Espectro das flutuações da RCF para o modelo viscoso e  $\Lambda$ CDM. Retirado de [195]. 113
- 6.17 Vínculos observacionais sobre os parâmetros livres do modelo viscoso utilizando dados de  $SNIa$  e  $H(z)$ . As linhas curtas-tracejadas denotam os contornos de 2 and 3  $\sigma$ . Linhas longas-tracejadas (vermelho) indicam Universos com 12 Ganos and 14 Ganos. Linhas finas denotam o desvio para o vermelho do início da época de expansão acelerada. . . . . 119
- 6.18 Linhas curtas-tracejadas são os contornos de 2 e 3  $\sigma$ . Linhas sólidas são os correspondentes contornos onde  $Q_v = +120\%, +80\%$  e  $+40\%$ . . . . . 120
- 6.19 Linhas tracejadas são os contornos de 2 e 3 $\sigma$  de confiança estatística com melhor ajuste em  $\bullet$ . Da esquerda para a direita, as linhas sólidas correspondem a  $Q_{gc} = 0\%, +40\%, +80\%$  e  $+120\%$ . . . . . 121
- 6.20 Linhas curtas-tracejadas são os contornos de 2 e 3 $\sigma$  de confiança estatística para os dados de SN e  $H(z)$ . Linhas vermelhas (tracejadas-longas) mostram a idade do Universo com 11, 13 e 15 Giga anos. O melhor ajuste ocorre no círculo. As linhas sólidas, de cima para baixo, correspondem a  $Q_v = +120\%, +80\%, +40\%$  e  $0\%$ . . . . . 122
- 6.21 PDF para o caso  $\nu = 0$  com melhor ajuste em  $q_0 = -0.46$ . As linhas curtas-tracejadas são contornos de confiança estatística. Os vínculos da idade do Universo (13 giga anos e 15 giga anos) são mostrados nas linhas longas tracejadas. Linhas sólidas representam, da esquerda para a direita, os contornos  $Q_v = 120\%, 80\%, 40\%$  e  $0\%$ . . . . . 122
- 6.22 PDF para o caso  $\nu = -0.5$  com melhor ajuste em  $q_0 = -0.64$ . O painel da esquerda considera a evolução completa da dinâmica enquanto que no painel da direita  $\delta\xi = 0$ . As linhas curtas-tracejadas são contornos de confiança estatística. Os vínculos da idade do Universo (13 giga anos e 15 giga anos) são mostrados nas linhas longas tracejadas. Linhas sólidas representam, da esquerda para a direita, os contornos  $Q_{gc} = 120\%, 80\%, 40\%$  e  $0\%$ . . . . . 123

- 6.23 PDF para o gás de Chaplygin generalizado com  $\alpha = 0$  e melhor ajuste em  $A = 0.76$ .  
Os vínculos da idade do Universo (13 giga anos e 15 giga anos) são mostrados nas linhas longas tracejadas. Linhas sólidas representam, da esquerda para a direita, os contornos  $Q_{gc} = 120\%, 80\%, 40\%$  e  $0\%$ . . . . . 123
- 6.24 Esquerda(Direita): contornos, no espaço dos parâmetros, para alguns valores da igualdade entre radiação e fluido viscoso (gás de Chaplygin)  $z_{eq}^*$ . Linhas sólidas significam os contornos de  $2$  e  $3\sigma$  de confiança para os dados de SN e  $H(z)$ . . . 126
- 6.25 Esquerda: Crescimento das perturbações em pequenas escalas para a matéria escura (linhas tracejadas-curtas) e para o fluido viscoso quando  $k = 0.2Mpc^{-1}$  (longas-tracejadas) e  $k = 0.3Mpc^{-1}$  (sólidas). As linhas superiores para o fluido viscoso possuem  $\delta\xi = 0$  enquanto que nas inferiores  $\delta\xi = \nu\xi\Delta$ . Direita: o mesmo, mas considerando  $k = 10^6Mpc^{-1}$ . . . . . 127
- 7.1 Resultados observacionais para o espaço dos parâmetros  $\tilde{\xi} \times \Omega_\Lambda$  para o modelo A (esquerda) e para o modelo B (direita). Linhas sólidas são os contornos de  $2\sigma$  obtidos para cada conjunto de dados. As linhas tracejadas (longas) denotam os valores dos parâmetros para os quais a idade do Universo é de  $13Gyrs$  e  $14Gyrs$ . Linhas tracejadas (curtas) correspondem, da superior para a inferior, às regiões onde  $Q = 0$  e  $Q = 40\%$ . A linhas horizontal tracejada delimita a máxima viscosidade permitida a  $2\sigma$ . . . . . 133
- 7.2 Crescimento das estruturas para escalas  $k = 0.3Mpc^{-1}$  ( $k = 5Mpc^{-1}$ ) nos painéis da esquerda (direita). As linhas tracejadas correspondem, da superior para a inferior,  $\tilde{\xi} = 0.01, 0.1$  and  $0.2$ . . . . . 134
- 7.3 Crescimento das estruturas para escalas  $k = 10^3Mpc^{-1}$  (anãs-brancas). Painél da esquerda (direita) assume o modelo A(B). As linhas tracejadas correspondem, da superior para a inferior,  $\tilde{\xi} = 0.01 \times 10^{-6}, 0.1 \times 10^{-6}$  and  $0.2 \times 10^{-6}$ . . . . . 135

# Lista de Tabelas

3.1	Valores para a razão massa-luminosidade $\Upsilon$ para diferentes valores do raio crítico $r_c$ e os respectivos valores da aceleração crítica $a_0$ . . . . .	42
5.1	Estimativas uni-dimensionais dos parâmetros $h$ , $\bar{A}$ e $\alpha$ para o cenário de unificação do gás de Chaplygin generalizado ( $\Omega_{dm0} = 0$ ). . . . .	56
5.2	Estimativas uni-dimensionais para os parâmetros $h$ , $\bar{A}$ e $\alpha$ para o gás de Chaplygin generalizado adotando $\Omega_{dm0} = 0.25$ . . . . .	57
5.3	Estimativas uni-dimensionais para os parâmetros $h$ , $\bar{A}$ and $\Omega_{dm0}$ . . . . .	58
5.4	Valores estimados dos parâmetros de diferentes modelos tipo Chaplygin com incertezas tomadas com $1\sigma$ de confiança. . . . .	64
5.5	Melhor ajuste para os gráficos bi-dimensionais. . . . .	64
6.1	Comparação dos diferentes valores de $\chi^2$ entre o modelo viscoso (para alguns valores dos parâmetros $\nu$ e $q_0$ ) e o modelo $\Lambda$ CDM. . . . .	101

# Capítulo 1

## Introdução

O termo cosmologia, em sua concepção científica, refere-se ao estudo do Universo tratando-o como um sistema físico, único, complexo e sujeito às leis das ciências naturais. A filosofia, a matemática e a física são as disciplinas habitualmente encarregadas da difícil tarefa de descrever o cosmos, o que, no entanto, não impediu a química e a biologia, mais recentemente, de também terem sido capazes de impor novos vínculos e estabelecer precisos limites aos diferentes modelos cosmológicos existentes. Todos modelos cosmológicos já propostos resultaram de uma mistura singular entre possibilidades teóricas e observações astronômicas. Medidas astronômicas cada vez mais precisas limitam o leque de possibilidades teóricas. Ao mesmo tempo, teorias mais elaboradas sugerem a existência de novos efeitos físicos e indicam a direção das observações e dos experimentos. A cosmologia vem sendo harmoniosamente construída através de uma íntima relação entre teoria e observação. Logo, qualquer modelo cosmológico contemporâneo é baseado na Relatividade Geral ou alguma outra teoria covariante para a gravitação e ainda deve concordar com distintas observações que incluem Supernovas, Surtos (explosões) de Raios Gama (GRB), aglomerados de galáxias, distribuição estatísticas de matéria no Universo, radiação cósmica de fundo, oscilações acústica de bárions entre outras.

Sendo a cosmologia uma ciência de ponta, fadada a estar na fronteira do conhecimento, é de se esperar que muitos ainda sejam seus desafios. Talvez, o principal deles ainda seja saber quais formas de matéria preenchem o cosmos. A física possui um modelo padrão para as partículas elementares, aquelas que dão origem a todos os demais elementos existentes, mas as observações astronômicas insistem em apontar que esse modelo está incompleto. Aparentemente, além de todas as partículas já observadas, incluindo as mais representativas para a cosmologia como bárions, neutrinos e fótons, existem ainda duas outras substâncias: matéria

escura e energia escura. Nenhuma dessas distintas componentes foi observada diretamente na natureza. Tudo o que possuímos são apenas evidências indiretas de sua existência, mas, no entanto, fortes o suficiente para conduzir grande parte da comunidade científica a um novo caminho de pesquisa e descobertas.

O cenário padrão para a cosmologia, e bem descritos pelas observações, é representado por um Universo onde  $\sim 73\%$  de sua constituição atual pertence à energia escura. A matéria escura seria responsável por outros  $\sim 22\%$  e apenas  $\sim 5\%$  de toda a matéria existente no Universo seria formada por bárions que representam a forma de matéria conhecida. A radiação e os neutrinos teriam uma contribuição negligível hoje de  $10^{-4}\%$ . A energia escura não foi ainda diretamente detectada mas sua existência pôde ser indiretamente inferida através das observações de Supernovas tipo Ia em 1998. Tais observações só seriam compatíveis com um Universo que se expande aceleradamente, surgindo assim, a idéia de que alguma substância no Universo possui propriedades anti-gravitacionais e sua existência produziria uma repulsão gravitacional. Da mesma forma, possuímos ainda apenas indícios indiretos da existência da matéria escura. No entanto, desde a década de 1930, através das observações de aglomerados de galáxias feitas por Fritz Zwicky, sabemos que, possivelmente, estruturas cósmicas como galáxias e aglomerados abrigam algum tipo de matéria com propriedades gravitacionais atrativas mas que não emite qualquer tipo de radiação diretamente detectável.

Diante de um cenário ainda repleto de dúvidas e lacunas a serem preenchidas, o trabalho de parte da comunidade científica tornou-se compreender a natureza dessas novas formas de energia e como atuam na dinâmica do Universo. Para isso, as propostas encontradas na literatura vão desde modificações na teoria da relatividade geral, até uma reinterpretação das grandezas físicas observadas e a própria forma como as medimos. Ou seja, existem propostas alternativas para o cenário padrão desde a teoria até as observações.

Esta tese é fundamentada em alternativas fenomenológicas para a gravitação e cosmologia. No terceiro capítulo, após apresentar o problema da matéria escura, discutiremos a possibilidade de explicar as observações de aglomerados de galáxias através de uma modificação na gravitação Newtoniana conhecida por MOND<sup>1</sup>. Basicamente, MOND sugere que a segunda lei de Newton se reescreve como  $F \propto a^2$ , quando as partículas de um sistema estão sujeitas a acelerações da ordem de  $a \lesssim a_0 \sim 10^{-10}m/s$ . Existiria assim uma nova escala dinâmica delimitada pela aceleração crítica  $a_0$ . A dinâmica de partículas que experimentam acelerações menores que  $a_0$  seriam regidas por esta modificação da teoria Newtoniana. Com efeito, estrelas orbitando ao redor do centro galáctico, assim como galáxias localizadas em super aglomerados

---

<sup>1</sup>do inglês, MOmodified Newtonian Dynamics.

estão imersas em um campo gravitacional que produz uma aceleração centrípeta da ordem de  $a_0$ . Desenvolvemos uma versão modificada para o teorema do virial, levando em consideração a dinâmica MOND. Associamos as predições teóricas pelo novo teorema com os dados observações do aglomerado de galáxias de COMA, o mesmo estudado por Zwicky. Como resultado, observamos que MOND pode reduzir, significativamente, a razão massa-luminosidade para o aglomerado. Este resultado alivia o problema da matéria escura e nos diz que MOND apresenta interessantes resultados, não somente na escala galáctica ( $\sim 10Kpc$ ), amplamente estudada, mas também em escalas muito maiores do Universo como as compreendidas por aglomerados ( $\sim 5Mpc$ ), que até então pouco se havia estudado. No entanto, um patologia é detectada pois o valor de  $a_0$  exigido em nossa análise para aglomerados não concorda com o valor utilizado em galáxias. Talvez, este parâmetro dependa fortemente da escala. Discutimos esta questão no fim do terceiro capítulo.

Após introduzir em detalhes o problema da energia escura no quarto capítulo, estudamos nos capítulos 5 e 6 modelos alternativos para a cosmologia. Não propomos aqui modificações na relatividade geral, mas ao invés, uma interpretação alternativa para as propriedades físicas dos fluidos que compõem o Universo. Em particular, os modelos aqui estudados são motivados por uma possível unificação do setor escuro. Neste cenário, ao invés das usuais componentes escuras, que juntas representam 95% do Universo e constituem o chamado setor escuro do Universo, admitimos a existência de um exótico fluido na composição do cosmos cujas propriedades simulam, nas respectivas escalas, tanto a matéria quanto a energia escura. Com esta proposta, estamos reduzindo o setor escuro do Universo na tentativa de torná-lo mais simples. Tais cenários de unificação também são chamados de modelo de quartessência, pois juntamente com bárions, neutrinos e fótons, este peculiar fluido seria o único “representante escuro” do Universo. Os candidatos para este modelo devem possuir características bem específicas, em particular, uma equação de estado dependente do tempo e que resulte em uma dinâmica que, no passado, seja capaz de formar as estruturas cósmicas que conhecemos, e que recentemente, produza uma expansão acelerada para o Universo, compatível com as observações de Supernovas, etc. Nossos candidatos serão o gás de Chaplygin, bem como suas variantes, analisado no capítulo 5, e um fluido com viscosidade volumétrica, analisado no capítulo 6.

Algumas cosmologias baseadas no gás de Chaplygin serão analisadas no capítulo 5. Nas primeiras seções deste capítulo discutimos alguns vínculos observacionais que podem ser impostos utilizando dados de  $H(z)$  (5.2.1) e Gamma Ray Bursters (GRB) (5.2.2) em cosmologias

com o gás de Chaplygin generalizado. Nas seções 5.3.1 e 5.3.2 fazemos uso, respectivamente, da cosmologia neo-Newtoniana e relativística para estudar o processo de formação de estruturas cósmicas. Nestas seções utilizamos o formalismos da teoria de perturbações cosmológicas para produzir o espectro de potência de matéria, impondo fortes vínculos ao modelo com gás de Chaplygin generalizado. O mesmo formalismo é empregado na seção 5.4 onde estudamos uma variante chamada gás de Chaplygin modificado (MCG). Mostramos que os dados do espectro de potência descartam tal modelo, reduzindo-o ao gás de Chaplygin generalizado.

O capítulo 6 discorre sobre cosmologias dissipativas e estudamos modelos onde a viscosidade volumétrica é a propriedade física capaz de gerar uma dinâmica compatível com as observações. Sua dinâmica perturbativa é, no entanto, intrinsecamente não-adiabática, diferentemente da grande maioria dos modelos cosmológicos conhecidos. Nesse cenário dissipativo estudamos o processo de formação de estruturas através do espectro de potência da matéria e atestamos a competitividade do modelo nas seção 6.1. Um dos pontos fracos dos modelos de unificação viscosos, o efeito Sachs-Wolfe integrado, foi tratado na seção 6.2. Mostramos que alguns resultados encontrados na literatura, onde tais modelos foram descartados, são na verdade subcasos e especificidades de uma análise mais geral, aqui desenvolvida. No contexto dos modelos de unificação (em particular, o fluido viscoso) desenvolvemos uma discussão sobre o efeito Mészáros na seção 6.3.

Finalizamos o trabalho desta tese no capítulo 7. Incorporamos ao modelo cosmológico padrão  $\Lambda$ CDM um novo elemento dissipativo (viscosidade) resultando no que chamamos de modelo  $\Lambda$ vCDM. Nossa intenção é, ao contrário do que se acredita, investigar a possibilidade de que a matéria escura seja um fluido imperfeito, logo, mais real. Neste novo modelo, tanto a constante cosmológica  $\Lambda$ , quanto a matéria escura viscosa (vCDM) são responsáveis por acelerar o Universo. Com isso, o modelo  $\Lambda$ vCDM precisa de menos viscosidade que um modelo puramente viscoso (estudado no capítulo 6), diminuindo, assim, algumas de suas patologias e aumentando sua competitividade. Os dados observacionais são consistentes com um limite máximo para a viscosidade da matéria escura  $\leq 10^7$ Pa.seg. Esta predição poderá ser testada futuramente se admitirmos a possibilidade de que a matéria escura será detectada em laboratório e que suas propriedades poderão ser investigadas experimentalmente.

## Capítulo 2

# Cosmologia: teoria e o estado da arte.

O objetivo desse capítulo é expor conceitos básicos sobre a relatividade geral - teoria padrão para a gravitação - que servirá de base para todo desenvolvimento teórico desse trabalho. Ao mesmo tempo, precisamos reportar as observações astronômicas que sustentam o chamado modelo cosmológico padrão. Os conceitos aqui introduzidos são gerais e serão amplamente citados nos capítulos seguintes. Os artigos de revisão [1, 2, 3, 4] e os livros [5, 6, 7, 8] fornecem uma detalhada e mais extensa discussão sobre estes conceitos.

### 2.1 Conceitos básicos

O trabalho de Edwin Hubble na década de 1920 mudou a forma como entendemos o Universo. Além de demonstrar a existência de galáxias além da nossa, Hubble observou que as demais galáxias se afastavam da Via-Láctea com uma velocidade proporcional à sua distância. Essa expansão do Universo significa que a distância  $\vec{r}(t)$  entre duas galáxias varia com o tempo cósmico  $t$  como

$$\vec{r}(t) \propto a(t)\hat{r}, \quad (2.1)$$

onde o fator de escala  $a(t)$  é independente da galáxia observada. A derivada temporal dessa expressão fornece a velocidade de separação destas galáxias

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = H\vec{r}, \quad \text{com} \quad H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.2)$$

que é a relação deduzida por Hubble na década de 1920 [9], onde  $H$  é o parâmetro de Hubble.

A expansão também pode ser escrita em função do desvio para o vermelho ( $z$ ) das linhas espectrais obtidas da luz de galáxias distantes. A relação entre o comprimento de onda emitido  $\lambda_{em}$  e o observado  $\lambda_{obs}$  é

$$1 + z = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})}. \quad (2.3)$$

Doravante,  $a(t_{obs}) = a_0 = 1$ .

Estas observações fundamentaram a criação de um modelo cosmológico padrão (MCP). No entanto, podemos considerar fundamentais para a cosmologia outros dois fatos observacionais: a) radiação cósmica de fundo (RCF), predita por George Gamow na década de 1940 e descoberta em 1964, por Arno A. Penzias e Robert W. Wilson [10]. A RCF se comporta como uma radiação de corpo negro com uma temperatura hoje bem definida de  $T_{RCF} = 2,736 \pm 0,017K$ . A observação da RCF é a principal evidência da homogeneidade e isotropia do Universo, que é uma das principais características do MCP. Esta relevante homogeneidade e isotropia confirma o chamado Princípio Cosmológico. b) a verificação de que taxa de abundância dos elementos leves como He3, D, He4 e Li7 é obtida com ótima precisão de acordo com a previsão do mecanismo de nucleossíntese primordial. A nucleossíntese primordial, também proposta por George Gamow [11] na década de 40, explica o processo de formação desses elementos através de reações nucleares poucos minutos após o Big Bang. Os demais elementos mais pesados foram criados posteriormente no interior de estrelas e nas explosões de Supernovas

Como estrelas, galáxias e todos os demais corpos estão sujeitos à interação gravitacional, devemos fazer uso de uma teoria para a gravitação. Para isso, desde a década de 1920, com a confirmação do desvio da luz ao passar por objetos massivos como o Sol, a Relatividade Geral é a teoria aceita como formulação padrão para a gravitação. Na Relatividade Geral, eventos no espaço-tempo quadridimensional são demarcados pelas coordenadas  $x^\mu$  e a distância entre eventos, em um Universo de Friedmann-Robertson-Walker, é definida pelo elemento de linha

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (2.4)$$

onde a geometria pode ser plana ( $k = 0$ ), fechada ( $k = 1$ ) ou aberta ( $k = -1$ ). Segundo a Relatividade Geral, a geometria do espaço-tempo é definida através do tensor de Einstein

$$G^{\mu\nu} \equiv R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

que obedece as seguintes definições

$$\text{Escalar de Ricci} \quad R = g_{\mu\nu} R^{\mu\nu} ; \quad (2.6)$$

$$\text{Símbolos de Christoffel} \quad \Gamma_{\mu\nu}^{\rho} = \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma}) ; \quad (2.7)$$

$$\text{Tensor de Ricci} \quad R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\rho}^{\rho} - \Gamma_{\mu\rho,\nu}^{\rho} + \Gamma_{\mu\nu}^{\rho} \Gamma_{\rho\lambda}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\rho\nu}^{\lambda}, \quad (2.8)$$

onde o símbolo  $(,)$  denota a derivada parcial. Finalmente, a Relatividade Geral é caracterizada pela equação de Einstein<sup>1</sup>

$$G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} = 8\pi G T^{\mu\nu}, \quad (2.9)$$

sendo  $T^{\mu\nu}$  o tensor momento-energia, que reúne todas as contribuições de matéria e campos do Universo. Sua forma covariante, em termos da densidade  $\rho$  e da pressão  $p$ , que são as grandezas termodinâmicas necessárias para descrever o fluido cósmico, é

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p) u^{\mu} u^{\nu} - p g^{\mu\nu}. \quad (2.10)$$

Cada componente cósmica  $i$  (bárions, radiação, neutrinos, etc.) possui seu próprio tensor  $T_i^{\mu\nu}$  de forma que  $T^{\mu\nu} = \sum_i T_i^{\mu\nu}$ . Supondo que não existe interação entre esses elementos, cada componente obedece separadamente a lei de conservação  $T_{;\mu}^{\mu\nu} = 0$ , onde termo  $0 - 0$  desta equação resulta em

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (2.11)$$

Onde  $\dot{\rho} = d\rho dt$ .

Uma vez que conhecemos a equação de estado  $p = p(\rho)$  de cada componente, a partir da conservação (2.11), podemos conhecer sua dinâmica. Por exemplo, matéria não relativística possui equação de estado  $p_m = 0$  e, a partir de (2.11),  $\rho_m \sim a^{-3}$ . Por outro lado, elementos ultra-relativísticos como fótons e neutrinos, com equação de estado  $p_r = \frac{\rho_r}{3}$ , possuem uma dependência com relação ao fator de escala  $\rho_r \sim a^{-4}$ . De uma forma geral, para uma equação de estado barotrópica do tipo  $p = w\rho$ , com  $w$  constante, temos  $\rho \sim a^{-3(1+w)}$ . Além das equações de conservações obtidas de  $T^{\mu\nu}$ , as componentes  $0-0$  e  $i-j$  da equação de Einstein (2.9) ainda fornecem,

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \quad (2.12)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = -8\pi G p, \quad (2.13)$$

que combinadas resultam em

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p). \quad (2.14)$$

---

<sup>1</sup>Fazemos a velocidade da luz  $c=1$

Um outro importante parâmetro na descrição cosmológica é o parâmetro de desaceleração do Universo

$$q(t) = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{1}{2} \left[ 1 + 3 \frac{\sum p_i}{\sum \rho_i} \right], \quad \sum \rho_i = \rho, \quad \sum p_i = p. \quad (2.15)$$

Como veremos no capítulo sobre energia escura, a partir das observações astronômicas inferimos um parâmetro de desaceleração  $q_0 \equiv q(z = 0) < 0$ , remetendo a um Universo que atualmente experimenta uma fase de expansão acelerada.

As equações até aqui obtidas são suficientes para compreender grande parte da dinâmica cósmica. No entanto, como é o conteúdo material do Universo que determina sua dinâmica, devemos, primeiramente, conhecer e caracterizar suas componentes antes de prosseguir. Em particular, a cosmologia moderna é baseada na, suposta, existência de matéria escura e energia escura.

## 2.2 Matéria, Radiação e algo mais

Grande parte da massa da matéria, cuja natureza é conhecida, do Universo é constituída por bárions, partículas compostas por 3 quarks. Nêutrons e prótons, por exemplo, que correspondem a grande parte da massa do átomo, são bárions (de massa pesada). Outras contribuições massivas poderiam ser dadas pelos mésons (de massa mediana) ou léptons (de massa leve). No entanto, partículas pertencentes a estas duas categorias possuem massa desprezível quando comparada com a bariônica. Portanto, podemos tratar toda a matéria ordinária do Universo como bariônica que, a princípio, deve compor toda massa do Universo.

O modelo padrão de partículas elementares contempla ainda a existência de neutrinos, partículas relativísticas, eletricamente neutras e capazes de atravessar a matéria ordinária sem interagir significativamente, o que as tornam de difícil detecção. Neutrinos possuem uma massa extremamente pequena, porém não nula. Outra partícula relativística é o fóton, unidade básica da luz e de todas outras formas de radiação eletromagnética. Estas partículas compõem o fluido radiativo, ou simplesmente, a radiação. Um modelo cosmológico baseado simplesmente na existência dessas componentes resultaria, a partir de (2.12), na expressão

$$H^2 = H_0^2 [\Omega_k(1+z)^2 + \Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4]. \quad (2.16)$$

Na última equação,  $H_0$  é o parâmetro de Hubble medido em  $z = 0$ , que também pode ser escrito como  $H = 100hKm/seg/Mpc$ , onde  $h$  é um parâmetro sem dimensão. A unidade astronômica padrão para distância é o *parsec* ( $pc$ ), distância a qual uma unidade astronômica (1UA = distância média entre a Terra e o Sol  $\approx 1.496 \times 10^{13} cm$ ) faz um ângulo de 1 arco de segundo ( $1^\circ/3600$ )

no céu. Então,  $1\text{Mpc}=10^6 \times \frac{360 \times 3600}{2\pi} \text{UA} \approx 3.086 \times 10^{24} \text{cm} \approx 3.2615 \times 10^6$  anos-luz. Quando invertemos o valor da constante de Hubble obtemos a idade do Universo:  $t_{univ} = H_0^{-1} \approx 9.773h^{-1}$  Giga-anos. Este valor pode ser multiplicado pelo valor da velocidade da luz  $c = 3 \times 10^5 \text{km/s}$ , o que fornece o raio de Hubble,  $cH_0^{-1} \approx 3000h \text{Mpc}$ . Uma curiosidade histórica é que Hubble havia determinado na década de 1930 um valor  $h \approx 5$ , o que forneceria um Universo mais jovem do que algumas estruturas já observadas na época como quasares. Isso gerou uma certa desconfiança em torno da cosmologia. No entanto, em 1958 Sandage e colaboradores forneceram a primeira estimativa precisa  $h = 0.75$  [12]. Mais recentemente, o Hubble Space Telescope Key Project obteve  $h = 0.72 \pm 0.08$  [13] e  $h = 0.74 \pm 0.09$  [14]. Também, introduzimos em (2.16) os parâmetros fracionários de massa  $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$ , sendo  $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 1.9 \times 10^{-29} h^2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , a densidade crítica do Universo. Nessa equação, a contribuição dada pelo termo de curvatura ocorre através do parâmetro  $\Omega_k = -\frac{kc^2}{H_0^2}$ . Podemos aqui adiantar que, segundo a contribuição das diferentes fontes observacionais, em particular, a radiação cósmica de fundo, o termo de curvatura é praticamente nulo ( $\Omega_k = 0$ ) [15].

A quantidade fracionária de bárions hoje, em  $z = 0$ , é muito bem determinada pela bariogênese como  $\Omega_{b0} \sim 5\%$ , enquanto que a temperatura do fluido radiativo determina sua densidade fracionária hoje em  $\Omega_{r0} \sim 10^{-5}$ . Assim, as observações deveriam impor vínculos apenas no parâmetro de curvatura do Universo (caso este não seja considerado nulo) e no valor de  $H_0$ . No entanto, com o advento de refinadas técnicas de observação no século XX, a dinâmica cósmica se revelou muito mais complexo e intrigante do que a dada por (2.16).

A partir do próximo capítulo mostraremos que a expressão (2.16) está incompleta. A matéria escura, componente essencial na cosmologia moderna, deve ser incorporada ao lado direito desta equação como uma nova forma de matéria. Os vínculos mais recentes indicam que a matéria escura se comporta como um fluido não-relativístico ( $p_{me} = 0$ ), contribuindo assim com um termo  $\Omega_{me}(z) = \Omega_{me0}(1+z)^3$ . A energia escura, tema do quarto capítulo, é a segunda componente desconhecida que deve ser adicionada a equação (2.16). Sua forma mais popular é a de uma constante cosmológica  $\Lambda$  que contribuirá com um termo  $\Omega_\Lambda = \text{constante}$ .

### 2.2.1 A dinâmica do modelo padrão $\Lambda\text{CDM}$

A sigla  $\Lambda\text{CDM}$  designa um modelo composto, basicamente, por energia escura (sob a forma de uma constante cosmológica  $\Lambda$ ) e matéria escura fria (em inglês, Cold Dark Matter- CDM). O termo “fria” remete a uma característica não relativística, de baixa velocidade.

Quando nos referirmos nesta tese a cosmologia padrão, ou modelo cosmológico padrão,

assumimos a existência de um conjunto de premissas a cerca da origem e evolução do Universo (algumas bem justificadas e outras de natureza fenomenológica). Dentro deste modelo padrão, entendemos que sua dinâmica de fundo é governada pelo modelo  $\Lambda$ CDM cuja equação de Friedmann é escrita como

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_b + \rho_{dm} + \rho_r) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.17)$$

onde  $\rho_b$  e  $\rho_r$  são, respectivamente, as densidade de bárions e radiação e  $\rho_{dm}$ <sup>2</sup> a densidade de matéria escura que, neste cenário, comporta-se como um fluido perfeito sem pressão ( $p = 0$ ). Não há interação entre estas componentes e portanto cada fluido obedece separadamente a equação de conservação

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (2.18)$$

Para as componentes sem pressão (bárions e matéria escura) este balanço de energia resulta em  $\rho_{(b,dm)} = \frac{\rho_{(b,dm)0}}{a^3} = \rho_0(1+z)^3$ , enquanto que a radiação, com equação de estado  $p_r = \rho_r/3$ , obedece a  $\rho_r = \frac{\rho_{r0}}{a^4} = \rho_{r0}(1+z)^4$ .

Escrevendo (2.17) em termos do parâmetros a dinâmica  $\Lambda$ CDM torna-se

$$H^2 = H_0^2 \left[ \frac{\Omega_{b0} + \Omega_{dm0}}{a^3} + \frac{\Omega_{r0}}{a^4} + \Omega_\Lambda \right] \quad (2.19)$$

O cruzamento das diversas fontes observacionais mostra, com apreciável confiança estatística<sup>3</sup>, que os parâmetros desta dinâmica apresentam uma concordância em torno dos valores[15]:

$$\Omega_{b0} \sim 0.04, \quad \Omega_{dm0} \sim 0.24, \quad \Omega_{r0} \sim 8.3 \times 10^{-5}, \quad \Omega_\Lambda \sim 0.72, \quad H_0 = 72 \text{ km/s/Mpc}. \quad (2.20)$$

---

<sup>2</sup>Por conveniência, adotaremos o sub-escrito *dm* para matéria escura.

<sup>3</sup>Importamos da estatística o linguajar confiança estatística que é medida em quantidades de  $\sigma$ 's. Quanto maior a confiança estatística de um resultado, maior o número que acompanha  $\sigma$ . Um resultado obtido a  $10\sigma$  é mais confiável do outro obtida a  $1\sigma$ . Sob este ponto de vista, apesar da cosmologia experimentar sua chamada época da precisão, devido aos inúmeros projetos observacionais que elevaram em muito nosso conhecimento a respeito dos parâmetros cosmológicos, ela ainda não compete com outras áreas da ciência. Por exemplo, as estimativas dos parâmetros cosmológicos envolvem, no máximo, uma confiança de  $3\sigma$ . Em outras áreas do saber, como a física de partículas, por exemplo, é comum lidar com resultados a  $6,7$  ou  $8\sigma$ . Para mais detalhes veja o apêndice A.

## Capítulo 3

# Matéria Escura e modificação na dinâmica Newtoniana (MOND)

Este capítulo concentra a discussão sobre matéria escura. Discutimos as evidências observacionais colecionadas desde o trabalho de Zwick com o aglomerado de galáxias de COMA em 1933, até modernas técnicas de observação astronômica e tentativas de detecção em laboratório. Do lado teórico, mostramos que o modelo padrão para a física de partículas também possui alguns candidatos para representar uma possível “partícula escura”. Após esta exposição, atacamos o problema da matéria escura de uma maneira não convencional. Ao invés de admitir a existência desta componente, admitimos uma possível modificação na gravitação Newtoniana. Na seção 3.4 utilizamos a dinâmica Newtoniana modificada (MOND) para descrever os dados observacionais do aglomerado de galáxias COMA, o mesmo estudado por Zwick em 1933. Aglomerados possuem um alto valor para sua razão massa-luminosidade  $\Upsilon$ , indicando assim a existência de muita matéria não detectável (escura) nesses objetos. A saber, a teoria Newtoniana prediz para o aglomerado de COMA  $\Upsilon_{New} \sim 180$  em unidades solares. Nosso principal resultado é mostrar que MOND pode reduzir significativamente esse valor para a ordem da unidade apesar de exigir um valor para o parâmetro  $a_0$  diferente do utilizado com grande sucesso em galáxias.

### 3.1 Matéria Escura: Evidências Observacionais

Nesta seção coletamos uma série de evidências sobre a existência da matéria escura. As observações desses efeitos gravitacionais devem de alguma forma ser explicadas, seja, por

exemplo, através da matéria escura, ou através de modificações na gravitação. Um extensão da discussão apresentada nesta seção pode ser encontrada em [16, 17].

• **Primeiras evidências: sistema solar e disco galáctico**

Apesar de a descoberta da matéria escura ser historicamente creditada a Fritz Zwicky, ao estudar o aglomerado de galáxias de COMA em 1933, mencionamos nesta seção alguns episódios anteriores.

A descoberta de Netuno e Plutão, últimos planetas do sistema solar a serem descobertos, pode servir de contexto como exemplo para a origem do termo "matéria escura". A posição de Netuno havia sido prevista em 1840 por Urbain Le Verrier com base em perturbações na órbita de Urano, até então, último planeta na fronteira do sistema solar. A interpretação de Le Verrier era clara: deve existir algum corpo ou tipo de matéria, que não estamos observando, exercendo influência gravitacional sobre Urano. Em 1846, Netuno foi observado e devidamente identificado. As futuras observações sobre as órbitas de Urano e Netuno voltaram a indicar que esses dois planetas deveriam estar sofrendo influência gravitacional de um terceiro corpo, também até então não observado. O mesmo processo levou, somente em 1930, a descoberta de Plutão. Estes episódios são considerados na literatura como a origem do problema da matéria escura [18]. De fato, assim como ocorreu no sistema solar, deve existir algum tipo de matéria no Universo que ainda não conseguimos observar.

Podemos situar as conclusões do trabalho de Jan Hendrik Oort sobre estrelas no plano galáctico em 1932 nos moldes do que Le Verrier havia concluído. Oort considerou o plano galáctico como um ensemble de estrelas, ou atmosfera de estrelas, para obter o potencial gravitacional da Via-Láctea. Seus resultados entraram em contradição com o esperado: o potencial gravitacional obtido das estrelas já conhecidas era muito inferior ao esperado para manter as estrelas ligadas ao disco galáctico, ou seja, a galáxia deveria estar perdendo massa. Aparentemente, a Via-Láctea era um sistema estável. A partir disto, Oort interpretou que deveria existir algum tipo de matéria, ainda não observada, perto do plano galáctico [19]. A interpretação moderna do problema de Oort é mais complexa e considera o potencial total da galáxia como a soma do potencial do disco e do potencial do halo, que representa a maioria da matéria da Via-Láctea.

• **Aglomerados de galáxias** O estudos de Fritz Zwicky com o aglomerado de galáxias de COMA em 1933 podem ser considerados como o início de uma nova fase na cosmologia. Zwicky mediu as velocidades radiais de galáxias em COMA, um aglomerado do tipo rico pois possui algumas centenas de galáxias. Esta grande disponibilidade de dados possibilitou que

o aglomerado de COMA fosse tratado como um simples sistema gravitacional esférico, estatisticamente em equilíbrio, possuindo  $N$  objetos de massa média  $m$  com velocidade orbital média  $v$  e separação média proporcional a  $N(N-1)/2$ . Através das relações

$$E = \frac{1}{2}Nmv^2 \quad U = -\frac{1}{2}N(N-1)\frac{Gm^2}{r} \quad (3.1)$$

e do teorema do virial

$$2E + U = 0, \quad (3.2)$$

Zwicky obteve a massa total do aglomerado utilizando apenas a dinâmica do sistema. A razão massa-luminosidade  $\Upsilon = M/L$  encontrada por Zwicky foi  $\Upsilon_{COMA} \simeq 160M_{\odot}/L_{\odot}$ . Um sistema desprovido de matéria escura apresentaria uma razão massa luminosidade da ordem da unidade. Este resultado é uma evidência direta da existência de algum tipo de matéria que não podia ser observada. Utilizando um método similar ao de Zwicky, Kent e Gunn analisaram o mesmo aglomerado em 1982, e também o aglomerado de Perseu, obtendo  $\Upsilon_{COMA} \simeq 360hM_{\odot}/L_{\odot}$  [20] e  $\Upsilon_{Perseus} \simeq 600hM_{\odot}/L_{\odot}$ , respectivamente. Na seção 3.4 abordaremos este mesmo problema através de uma variação deste método, onde utilizaremos MOND ao invés de gravitação Newtoniana.

O estudo de aglomerados também pode ser realizado através dos dados da emissão de raios-X que podem ser utilizados para descrever a distribuição de massa através da fórmula

$$M(r) = \frac{k_B T}{G\mu m_p} \left[ -\frac{d \ln \rho}{d \ln r} - \frac{d \ln T}{d \ln r} \right] r, \quad (3.3)$$

onde  $T$  é a temperatura do gás,  $\rho$  sua densidade,  $\mu$  é o peso molecular médio e  $m_p$  é a massa do próton. Assim, a massa total do aglomerado é obtida a partir de seu perfil radial de temperatura e densidade. Este tipo de análise para o aglomerado de COMA revela  $\Upsilon_{COMA} \simeq 180M_{\odot}/L_{\odot}$  [21].

• **Curva de Rotação de galáxias** A curva de rotação de galáxias espirais é considerada como uma das principais evidências astrofísicas acerca da existência da matéria escura.

Podemos considerarmos uma galáxia espiral como um sistema gravitacionalmente estável, formada por estrelas e gás que rotacionam ao redor do centro galáctico, comprimidas em um fino disco. A magnitude da velocidade circular ( $v \ll c$ ) de elementos dessas galáxias espirais nos permite utilizar a mecânica Newtoniana (como uma primeira aproximação e assumindo o limite de campo fraco) para encontrar

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}. \quad (3.4)$$

O resultado acima não concorda com as observações que indicam que, a partir de certo raio, geralmente da ordem de  $5kpc$ , toda a matéria observada rotaciona o centro da galáxia com

uma velocidade constante, ao invés de seguir o comportamento  $v(r) \sim 1/\sqrt{r}$ . Na seção (3.4.2) deduziremos estes resultados com mais detalhes pois o problema da curva de rotação serviu de motivação para a formulação de MOND, que será melhor discutida ainda neste capítulo.

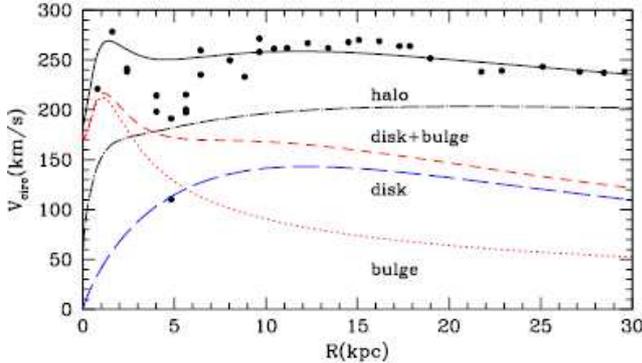


Figura 3.1: Curva de rotação da galáxia M31 (Andrômeda). Fonte: [22]

O problema da curva de rotação pode ser entendido através da figura ao lado. Note que a contribuição bariônica do disco (disk) somada à do bojo (bulge) é inferior a curva de velocidades observada, representada pelos pontos que formam um platô na região  $> 5kpc$ . Apenas com uma contribuição devida ao halo de matéria escura, obtém-se a linha sólida que descreve os dados.

- **Grupos de galáxias** Grupos de galáxias são coleções com 3 ou mais objetos cuja separação é muito menor do que a separação típica entre galáxias. A alta densidade desse tipo de sistema sugere que trata-se de um sistema gravitacionalmente ligado e que a medida da posição e velocidade de seus constituintes pode levar a uma estimativa da razão massa-luminosidade desses grupos. Ao mesmo tempo, esse pequeno número de galáxias pode estar envolvido em uma grande nuvem de gás quente que pode ser visto através das emissões de raios-X. Em geral, a estimativa da razão massa-luminosidade para grupos de galáxias envolve outras considerações como, por exemplo, efeito de bias e inclusão de galáxias satélites. Entretanto, diferentes métodos concordam com o valor mínimo  $\Upsilon_{grupos} > 3M_{\odot}/L_{\odot}$  [23], o que também indica a existência de matéria escura nesses sistemas.

- **Razão massa-luminosidade** As estimativas apresentadas até aqui para a razão massa-luminosidade  $\Upsilon$  foram locais, ou seja, se restringiram ao um objeto ou sistema bem definido, não ultrapassando a escala de aglomerados 1 – 10 Mpc. Estas estimativas, no entanto, não representam a razão massa-luminosidade de todo o Universo (assumindo que isto seja possível). Para tal, podemos considerar a densidade de luminosidade média  $j_0 = 1.7 \times 10^8 h L_{\odot} Mpc^{-3}$  (banda V), a densidade média  $\rho_0$  e crítica  $\rho_c$  do Universo para escrever  $\Omega_0 = j_0 \Upsilon_{Uni} / \rho_c$ . Uma vez que  $\Omega_0 = 1$ , obtemos [24]

$$\Upsilon_{Uni} \sim 1600h\Upsilon_{\odot}. \quad (3.5)$$

- **Lentes gravitacionais fracas e fortes** O Princípio da Equivalência Forte nos conduz ao conceito de deflexão da trajetória de um feixe de fótons na presença de um campo gravitaci-

onal. Em outras palavras, raios de luz movem-se como se possuíssem massa. Assim, corpos celestes servem como lentes gravitacionais onde suas massas podem ser medidas através da intensidade do desvio provocado na trajetória de um feixe de luz.

*Lentes fracas* ocorrem quando um feixe luminoso é desviado de um pequeno ângulo e sua trajetória ainda se aproxima de uma linha reta. O desvio ocorre, interpretando o efeito no limite de campo fraco, apenas no ponto de maior aproximação da lente.

*Lentes fortes* ocorrem quando os fótons percorrem geodésicas em um campo gravitacional intenso capaz de distorcer o espaço-tempo. As imagens criadas no plano do observador podem ser complicadas devido a existência de várias geodésicas ligando fonte e observador. Em casos de especial simetria e disposição entre fonte e lente surgem os anéis de Einstein. O Hubble space telescope (HST) colecionou nos últimos anos uma grande galeria de imagens de lentes gravitacionais que podem ser acessadas em sua página online.

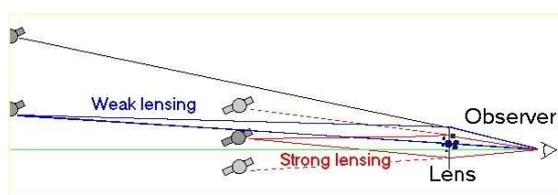


Figura 3.2: Representação gráfica ilustrando a diferença entre lentes fracas (weak) e fortes (strong). Fonte: [25]

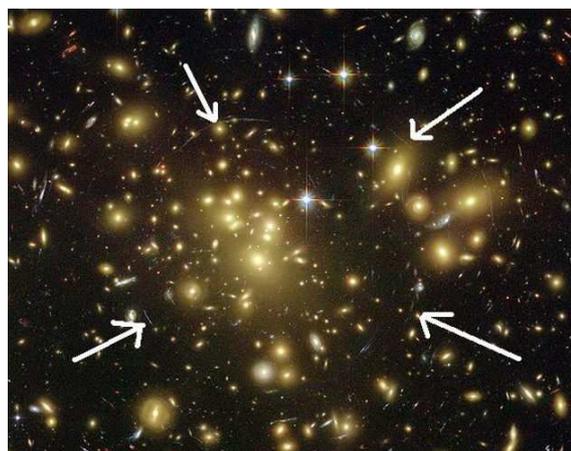


Figura 3.3: Efeito de lentes gravitacionais observado. Crédito: NASA / Hubble

Importantes resultados com a técnica de lentes gravitacionais foram obtidos pelo Sloan Digital Sky Survey (SDSS) com a, já esperada, conclusão de que galáxias apresentam grandes quantidades de matéria escura [26].

• **Encontro de aglomerados: o aglomerado da bala (Bullet cluster)** Uma das mais fortes evidências sobre a existência da matéria escura foi obtida recentemente através da observação do aglomerado da bala. Na verdade, este aglomerado é fruto da colisão de outros dois aglomerados. Se cada aglomerado inicial possui seu próprio halo de matéria escura e sua própria matéria bariônica, estas duas componentes responderão de maneiras distintas a tal evento. As galáxias e a matéria escura possuem seção de choque efetivamente desprezíveis. No entanto, o gás intergaláctico sofre interação durante a colisão. Em tese, galáxias e matéria

escura “se atravessam”, enquanto que o gás é freado durante a colisão. Com isso, haveria uma separação entre matéria escura, que pode ser medida através de lentes gravitacionais, e o gás, que pode ser aferido através da sua emissão de raios-x. A figura (3.4) ilustra esta separação na distribuição de massa.

A figura ao lado demonstra o cruzamento dos mapas da distribuição de matéria obtidos na banda óptica (imagens brancas) e através de observações de raios-x (sombra vermelha). A distribuição de matéria escura (azul) é obtida através do processo de lentes gravitacionais obtidos dos objetos ao fundo do aglomerado.



Figura 3.4: Aglomerado da bala (Bullet cluster)

## 3.2 Matéria Escura na formação de estruturas cósmicas

Nesta seção faremos um resumo sobre o processo de formação de estruturas cósmicas. Nosso objetivo é apresentar o formalismo matemático que consiste na chamada teoria das perturbações cosmológicas. Após esta discussão, ficará evidente que a matéria escura é um constituinte fundamental do cenário cosmológico padrão.

### 3.2.1 Introdução a teoria de perturbações cosmológicas

O Universo é visto como uma distribuição homogênea de matéria em escalas superiores a 100Mpc. A medida que observamos o Universo com melhor resolução e estudamos escalas cada vez menores, estruturas bem definidas começam a surgir. Para escalas  $\sim 20$ Mpc, a matéria se distribui peculiarmente na forma de aglomerados e filamentos, assim como grandes vazios (voids) surgem na constituição do espaço cósmico. Em menores escalas, pode-se distinguir muito bem o leque de estruturas galácticas como, aglomerados, grupos e as próprias galáxias solitárias, que são, por sua vez, constituídas de alguns milhares de bilhões de estrelas.

A formação destas distintas estruturas pode ser compreendida através de um único argumento: o Universo primordial (extremamente homogêneo) possuía algumas pequenas flutua-

ções quânticas que se tornaram macroscópicas ao final do período inflacionário. Tais pequenos desvios da homogeneidade, que podem ser interpretados como pequenas perturbações na densidade média do Universo, evoluíram sob influência das leis da gravitação, agregando cada vez mais matéria ao seu redor e, portanto, formando estruturas.

A seguir, introduzimos o formalismo de perturbações cosmológicas no contexto Newtoniano e mostramos, sob certas restrições, sua utilidade no processo de formação de estruturas. No entanto, o tratamento matemático padrão da teoria de perturbações cosmológicas é realizado utilizando a Relatividade Geral como também descrito nesta seção.

### **Perturbações cosmológicas na cosmologia Newtoniana**

O espaço da cosmologia Newtoniana [27, 28] é estático. Portanto, é o movimento de partículas neste espaço que promove a expansão do Universo e, conseqüentemente, o movimento das partículas deve ser descrito através de algum conjunto de equações. A homogeneidade e isotropia do Universo motivam o chamado Princípio Cosmológico, sendo que uma das principais observações que indicam esta característica é a RCF. Isto indica que podemos tratar o Universo como se fosse preenchido por um fluido, assumindo, assim, a hipótese do contínuo. Dessa forma, para atribuir o caráter de fluido à uma substância é necessário que o menor elemento de volume considerado contenha um número suficiente de "partículas" para que as propriedades médias da substância variem de maneira contínua. Assim, ao assumir que o Universo possui este comportamento, as equações da hidrodinâmica serão utilizadas para descrever o movimento desse fluido. Este fluido de partículas constituintes do Universo, caracterizada por uma interação gravitacional, pode ser descrita pelas equações:

1) da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (3.6)$$

2) de Euler,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\vec{\nabla} \Psi - \frac{\vec{\nabla} p}{\rho}, \quad (3.7)$$

3) e de Poisson,

$$\nabla^2 \Psi = 4\pi G \rho, \quad (3.8)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $\vec{u}$  é o campo de velocidades, que obedece à lei de Hubble  $\vec{u} = \frac{\dot{a}}{a} \vec{r}$ ,  $\Psi$  é o potencial gravitacional e  $p$  a pressão do fluido. A pressão é descrita por uma equação do tipo  $p = p(\rho)$ , denominada equação de estado do fluido.

Quando adotamos um Universo homogêneo e isotrópico, que se encontra em expansão, as

soluções dessas equações são:

$$\rho = \frac{\rho_0}{a^3}, \quad \vec{u} = H\vec{r}, \quad \vec{g} = -\frac{4}{3}\pi G\rho\vec{r}. \quad (3.9)$$

Além destas soluções, a evolução do fator de escala é descrita pela equação de Friedmann (2.12) que leva a um comportamento  $a \propto t^{2/3}$ .

As soluções (3.9) descrevem a dinâmica de fundo cosmológica. Afim de estudar a evolução das pequenas flutuações no contexto de um Universo Newtoniano, homogêneo, isotrópico e em expansão, considera-se o seguinte conjunto de perturbações:

$$\rho = \rho_0(t) [1 + \delta(\vec{r}, t)] \quad (3.10)$$

$$p = p_0(t) + \delta p(\vec{r}, t) \quad (3.11)$$

$$\Psi = \Psi_0(\vec{r}, t) + \varphi(\vec{r}, t) \quad (3.12)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_0(\vec{r}, t) + \vec{v}(\vec{r}, t) \quad (3.13)$$

Inserindo (3.10)-(3.13) nas equações (3.6), (3.7) e (3.8) e em seguida implementando uma decomposição de Fourier das perturbações através de  $\delta f(\vec{r}, t) = \delta f(t) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ , sendo  $\vec{k}$  o vetor de onda associado a cada modo de Fourier, obtemos as equações:

$$\dot{\delta} = -\frac{i\vec{k}\cdot\vec{v}}{a} \quad (3.14)$$

$$\dot{\vec{v}} + \frac{\dot{a}}{a}\vec{v} = -\frac{i\vec{k}}{a}\varphi - v_s^2 \frac{i\vec{k}}{a}\delta \quad (3.15)$$

$$-\frac{k^2}{a^2}\varphi = 4\pi G\rho\delta, \quad (3.16)$$

onde a velocidade do som é escrita como  $v_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$ .

Com o intuito de eliminarmos a velocidade  $\vec{v}$  das equações (3.14), (3.15) e (3.16), aplicamos a derivada temporal à equação (3.14), o divergente na equação (3.15) e depois combinamos as equações resultantes para obter:

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} + \left\{ \frac{k^2 v_s^2}{a^2} - 4\pi G\rho \right\} \delta = 0, \quad (3.17)$$

que é uma equação diferencial de segunda ordem responsável por reger o comportamento e evolução das perturbações. As soluções desta equação fornecem um modo crescente  $\delta_+$  e um modo decrescente  $\delta_-$ . Assumindo uma equação de estado  $p = \nu\rho^\gamma$  a solução desta equação diferencial é dada por:

$$\delta_\pm \propto t^{-1/6} J_{\mp 5/6\nu} \left( \frac{\Pi t^{-\nu}}{\nu} \right) \quad (3.18)$$

onde  $J$  é uma função especial do tipo Bessel,  $\Pi^2 = \frac{t^{2\gamma-2/3} v_s^2 k^2}{a^2}$  e  $\nu = \gamma - 4/3$ . As propriedades destas soluções estão claramente expostas e discutidas na literatura [29, 5]. Por exemplo, para a matéria não relativística ( $p = v_s^2 = 0$ ), temos:

$$\delta_+ \propto t^{2/3} \quad e \quad \delta_- \propto t^{-1}. \quad (3.19)$$

### **Perturbações cosmológicas na cosmologia neo-Newtoniana**

A cosmologia Newtoniana pode ser generalizada quando leva-se em conta os efeitos inerciais da pressão  $p$ . Como resultado dos trabalhos de McCrea [30] e Harrison [31], obtemos a cosmologia neo-Newtoniana. Inicialmente foi proposto o seguinte conjunto de equações hidrodinâmicas:

1) equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left[ \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) \vec{u} \right] = 0, \quad (3.20)$$

2) equação de Euler,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\vec{\nabla} \Psi - \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right)^{-1} \vec{\nabla} p, \quad (3.21)$$

3) equação de Poisson,

$$\nabla^2 \Psi = 4\pi G \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right). \quad (3.22)$$

Nestas equações, todas as noções da física Newtoniana são mantidas, como por exemplo, tempo absoluto, espaço Euclidiano e força gravitacional. Neste conjunto de equações a pressão possui um papel muito mais notável.

Foram Sachs e Wolfe os primeiros a verificar, na década de sessenta, que o tratamento perturbativo das equações (3.20), (3.21) e (3.22) não é equivalente ao do calibre sincrono da teoria relativista (que será discutido mais a frente) [32], exceto, o caso particular  $p = 0$ . A demonstração deste resultado pode ser encontrada em [33]. Ao realizarmos um procedimento perturbativo nestas equações, assim como o exposto na seção anterior, encontramos:

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} - 4\pi G\rho_0(1+\nu)(1+3\nu)\delta + \frac{\dot{a}}{a}\nu\vec{k}\cdot\vec{\nabla}\dot{\delta} + \frac{\ddot{a}}{a}\nu\vec{k}\cdot\vec{\nabla}\delta = \frac{v_s^2}{a^2}\nabla^2\delta. \quad (3.23)$$

Os últimos dois termos do lado direito desta equação não possuem análogos com o caso relativista [34]. A origem destes termos está ligada ao gradiente da pressão na equação da continuidade (3.20). Além disso, o lado direito da equação (3.23) representa a contribuição da pressão do fluido que não foi levada em conta na equação relativista. Com isso, vemos que a equação da continuidade, assim como está escrita em (3.20), só é válida para a cosmologia de fundo. Este resultado parece inviabilizar o uso do conjunto de equações neo-Newtonianas em

um estudo perturbativo. No entanto, é possível modificar a equação (3.20) afim de solucionar este problema [33]. Desta forma a nova equação da continuidade é escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) + \frac{p}{c^2} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0. \quad (3.24)$$

A explicação para esta modificação é que o termo de fonte (último termo da equação acima) está relacionado com o trabalho necessário para um fluido expandir de um volume  $V$  para  $V + dV$ .

$$\frac{1}{V} \frac{dW}{dt} = p \frac{4\pi a^2 da}{\frac{4}{3}\pi a^3 dt} = 3 \frac{\dot{a}}{a} p = p \vec{\nabla} \cdot \vec{u}. \quad (3.25)$$

Assim, a modificação proposta na equação da continuidade é na verdade a inserção do termo acima (corrigido pelo fator  $\frac{1}{c^2}$ ) na equação (3.6).

Apesar de as equações (3.20) e (3.24) levarem as mesmas soluções para a dinâmica de base, existe uma grande diferença entre elas em nível perturbativo.

Perturbando as equações (3.24), (3.21) e (3.22) temos:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{v} = -\vec{\nabla}_r \varphi - \frac{\vec{\nabla}_r \delta p}{(\rho + p)}, \quad (3.26)$$

$$\rho_0 \left[ \frac{\partial \delta}{\partial t} + \vec{u}_0 \cdot \vec{\nabla}_r \delta \right] - \frac{3\dot{a}}{a} p_0 \delta + \frac{3\dot{a}}{a} \delta p + (p + \rho) \vec{\nabla}_r \cdot \vec{v} = 0, \quad (3.27)$$

$$\vec{\nabla}_r^2 \varphi = 4\pi G \rho_0 \left( \delta + \frac{3\delta p}{\rho_0} \right). \quad (3.28)$$

A mudança para as coordenadas co-móveis é atribuída à substituição  $\vec{q} = \frac{\vec{r}}{a}$ . Esta mudança acarreta em  $\vec{\nabla} = a \vec{\nabla}_r$ . A derivada temporal de uma função arbitrária  $f$  torna-se:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \dot{f} - \frac{\dot{a}}{a} \vec{q} \cdot \vec{\nabla} f. \quad (3.29)$$

Esta mudança de coordenadas, associada a utilização da equação de estado  $p = \nu \rho$ , nos fornece as seguintes equações:

$$\dot{\vec{v}} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} \varphi}{a} - \frac{v_s^2 \vec{\nabla} \delta}{a(1 + \nu)}, \quad (3.30)$$

$$\dot{\delta} + \frac{(1 + \nu) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}}{a} = 0, \quad (3.31)$$

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi G \rho_0 a^2 (1 + 3\nu) \delta. \quad (3.32)$$

Assim, a equação perturbada na teoria neo-Newtoniana torna-se:

$$\ddot{\delta} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\delta} - 4\pi G \rho_0 (1 + \nu) (1 + 3\nu) \delta = 0. \quad (3.33)$$

Todas as quantidades envolvidas na equação acima são idênticas àquelas já definidas anteriormente. Com isso, observa-se que as equações perturbada relativista (no calibre síncrono)

e neo-Newtoniana, são idênticas no limite de grandes comprimentos de onda, resolvendo, assim, a contradição apontada por Sachs e Wolfe. Este resultado sugere que um estudo perturbativo baseado na cosmologia neo-Newtoniana pode ser utilizado, por exemplo, em um Universo radiativo onde  $w = 1/3$ , através de um formalismo muito mais simples como o Newtoniano.

Esta formulação será utilizada na seção (5.3.1) para investigar cosmologias do tipo Chaplygin

### **Perturbações cosmológicas na cosmologia relativística**

As aproximações Newtonianas mostradas para o estudo de formação de estruturas não possuem o poder de predição da teoria relativista. Na verdade, o crescimento de flutuações na matéria, que pode ser estudado pela cosmologia Newtoniana, representa apenas uma classe de perturbações chamadas escalares. Por exemplo, perturbações tensoriais, que surgem na Relatividade Geral e dão origem as ondas gravitacionais, não possuem interpretação na cosmologia Newtoniana.

No contexto relativista, flutuações na distribuição de matéria induzem flutuações na métrica. Os efeitos destas perturbações em um Universo plano podem ser introduzidos através da transformação  $g_{\alpha\beta} \rightarrow g_{\alpha\beta}^0 + \delta g_{\alpha\beta}(x^\gamma)$  onde o elemento de linha é escrito como

$$ds^2 = a^2(\eta) [d\eta^2 - \delta_{ij} dx^i dx^j] + \delta g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta. \quad (3.34)$$

Utilizamos a definição de tempo conforme ( $\eta$ ) que obedece a  $d\eta = dt/a$ . O termo  $g_{\alpha\beta}^0$  representa a métrica de fundo (2.4). As perturbações da métrica  $\delta g_{\alpha\beta}$  podem ser divididas em 3 diferentes modos: *escalares, vetoriais e tensoriais* [7].

A forma geral para as diferentes componentes de  $\delta g_{\alpha\beta}$  é:

$$\delta g_{00} = 2a^2\phi \quad \delta g_{0i} = a^2(B_{,i} + S_i) \quad (3.35)$$

onde  $\phi$  e  $B$  são escalares e o vetor  $S_i$  obedece a  $S_{,i}^i = 0$ . Ainda temos,

$$\delta_{ij} = a^2(2\psi\delta_{ij} + 2E_{,ij} + F_{i,j} + F_{j,i} + h_{ij}), \quad (3.36)$$

onde  $\psi$  e  $E$  são escalares, o vetor  $F_i$  obedece a  $F_{,i}^i = 0$  e o tensor  $h_{ij}$  satisfaz  $h_i^i$  e  $h_{j,i}^i$ .

• **Perturbações Tensoriais** As componentes tensoriais dão origem a métrica

$$ds^2 = a^2[d\eta^2 - (\delta_{ij} - h_{ij})dx^i dx^j]. \quad (3.37)$$

Tais perturbações não possuem análogo na teoria Newtoniana e são responsáveis por descrever ondas gravitacionais.

• **Perturbações Vetoriais** O modos vetoriais são descritos através da métrica

$$ds^2 = a^2[d\eta^2 2S_i dx^i d\eta - (\delta_{ij} - F_{i,j} - F_{j,i}) dx^i dx^j]. \quad (3.38)$$

Em geral, as soluções para as perturbações vetoriais na época dominada pela matéria são do tipo  $\delta v^i \sim a^{-2}$  e, portanto, decaem rapidamente. As amplitudes de tais perturbações seriam relevantes hoje apenas se originalmente seus valores fossem muito altos. No entanto, não existe razão física para tal fato e tais perturbações são geralmente desconsideradas.

• **Perturbações Escalares** O foco de nossa atenção será em torno das perturbações escalares, descritas pelas funções  $\phi, \psi, B$  e  $E$ . Neste caso

$$ds^2 = a^2[(1 + 2\phi)d\eta^2 + 2B_{,i} dx^i d\eta - ((1 - 2\psi)\delta_{ij} - 2E_{,ij}) dx^i dx^j]. \quad (3.39)$$

O comportamento destas funções é determinado por flutuações na densidade de energia que, por fim, levarão ao processo de formação de estruturas.

Uma discussão permanente dentro da teoria de perturbações cosmológicas é como proceder na hora de mapear uma região no espaço-tempo real, que é perturbado, com o espaço-tempo homogêneo dado por  $g_{\alpha\beta}^0$ . A escolha desta correspondência define uma transformação de calibre. No entanto, certo cuidado deve ser tomado com a interpretação física das quantidades perturbadas. Por exemplo, a perturbação na densidade (ou, contraste da densidade)  $\rho$  de um fluido é definida como

$$\delta\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \rho^0(t)}{\rho^0(t)}. \quad (3.40)$$

Esta quantidade nasce da comparação entre o valor da densidade no espaço-tempo real  $\rho(\mathbf{r}, t)$  com a densidade no espaço-tempo homogêneo  $\rho^0(t)$ . Entretanto,  $\rho^0(t)$ , sob uma transformação de coordenadas  $\tilde{t} = t + \delta t(\mathbf{r}, t)$ , com  $\delta t \ll t$ , produz  $\rho^0(t) \cong \rho^0(\tilde{t}) + \delta\rho^0(\mathbf{r}, t)$ . O termo  $\delta\rho^0(\mathbf{r}, t)$  descreve uma perturbação linear fictícia, pois foi produzida pela escolha do novo tempo  $\tilde{t}$ .

Algumas escolhas de calibre geralmente utilizadas em cosmologia são:

Calibre Sincrono Surge da escolha  $\delta g_{00} = \delta g_{0i} = 0$ , que corresponde a  $\phi = B = 0$ . Foi primeiramente utilizada por Lifshitz [35] e utilizada para apresentar a teoria de perturbações cosmológicas no clássico livro *Gravitation and Cosmology* de Steven Weinberg [5].

Calibre Newtoniano ou Longitudinal Definido através das escolhas  $B = E = 0$ , sendo o tensor métrico  $g_{\mu\nu}$  diagonal. A métrica resultante é

$$ds^2 = a^2[(1 + 2\phi)d\eta^2 - (1 - 2\psi)\delta_{ij} dx^i dx^j]. \quad (3.41)$$

A partir do capítulo 5, através de uma aplicação (calcular o espectro de potência da matéria), mostraremos em maior detalhes a utilização destes calibres.

### Equação de Einstein Perturbada

As perturbações serão regidas por equações derivadas da equação de Einstein perturbada

$$\delta G_{\nu}^{\mu} = 8\pi G \delta T_{\nu}^{\mu} \quad (3.42)$$

Assumindo a métrica obtida pela escolha do calibre Newtoniano (3.41), podemos construir as quantidades  $\delta \Gamma_{\mu\nu}^{\rho}$ ,  $R_{\mu\nu}$  e encontrar

$$-k^2 \Psi - 3 \frac{a'}{a} (\Psi' + \frac{a'}{a} \Phi) = 4\pi G a^2 \delta_0^0, \quad (3.43)$$

$$(\Psi' + \frac{a'}{a} \Phi)_{,i} = 4\pi G a^2 \delta T_i^0, \quad (3.44)$$

$$\Psi'' + \frac{a'}{a} (2\Psi' + \Phi') + (2\frac{a''}{a} - \frac{a'^2}{a^2}) + \frac{k^2}{3} (\Phi - \Psi) = -\frac{4\pi G a^2}{3} \delta T_i^i, \quad (3.45)$$

$$k^2 (\Psi - \Phi) = 12\pi G a^2 \left( \frac{k_i k_j}{k^2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \left( T_j^i - \frac{1}{3} \delta_j^i T_l^l \right) \quad i \neq j, \quad (3.46)$$

onde  $f' = df/d\eta$

O próximo passo é caracterizar o comportamento das perturbações do tensor momento-energia  $T_{\nu}^{\mu}$ . Para um fluido ideal, descrito por (2.10), temos

$$\delta T_0^0 = \rho \delta \quad \delta T_i^0 = \frac{\rho}{a} (1+w) \delta u_i \quad \delta T_j^i = \delta p \delta_j^i \quad (3.47)$$

A equação (3.43) é uma generalização da equação de Poisson para um Universo em expansão  $\mathcal{H} = a'/a \neq 0$ , o que confere a  $\Psi$  uma interpretação de potencial gravitacional. A partir de (3.44) pode-se definir um potencial ligado a perturbação da quadri-velocidade. Se considerarmos um fluido sem propriedades anisotrópicas, ou seja,  $T^{\mu\nu}$  é diagonal, temos, a partir da equação (3.46)  $\Psi = \Phi$ . Consequentemente, sob esta condição, a solução de (3.45) revela o potencial gravitacional. A equação de estado de um fluido é determinada por processos termodinâmicos. Em geral, fluidos ideais podem ser escritos por uma equação de estado  $p = p(\rho)$ . No entanto, a forma mais geral para a equação de estado é  $p = p(\rho, S)$ , onde  $S$  é a entropia do fluido. Assim, a componente  $\delta T_j^i$  torna-se,

$$\delta p = c_s^2 \delta \rho + \left( \frac{\partial p}{\partial S} \right)_{\rho} \delta S, \quad (3.48)$$

onde  $c_s^2$  é a velocidade do som adiabática. Com isso, tanto as perturbações de densidade  $\delta \rho$ , quanto as perturbações de entropia  $\delta S$ , podem agir como fontes para a evolução das flutuações (3.40) e do potencial  $\Psi$ .

As condições iniciais para as flutuações presentes nas equações (3.43-3.46) são denominadas segundo sua natureza. Em geral, temos perturbações de curvatura ( $\delta_i \neq 0, \delta S_i = 0$ ), previstas pelos modelos inflacionários e perturbações de isocurvatura ( $\delta_i = 0, \delta S_i \neq 0$ ), que podem

surgir no Universo primordial por variações espaciais da razão bárion/fóton. Perturbações de curvatura, associadas a uma evolução adiabática ( $\delta p = c_s^2 \delta \rho$ ), são chamadas de *perturbações adiabáticas*. No entanto, mesmo se as condições iniciais são tipo curvatura, a evolução das perturbações pode seguir o regime *não-adiabático (ou entrópico)* com  $\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_\rho \neq 0$ . Em geral, a presença de perturbações entrópicas é consequente de alguma propriedade intrínseca da matéria, como dissipação, por exemplo, ou da natureza multi-componente do Universo.

### 3.2.2 O papel chave da Matéria Escura na formação de estruturas

Os bárions estiveram fortemente acoplados com a radiação até um desvio para o vermelho  $z \sim 1100$ . Esse valor refere-se ao momento no qual o Universo tinha apenas 400.000 anos. Hoje, em  $z=0$ , estima-se que o Universo tenha 14 bilhões de anos. Após  $z \sim 1100$  os bárions, já desacoplados, começaram a se aglomerar via interação gravitacional. Esse processo deu origem as estrelas e galáxias que observamos hoje. No entanto, estruturas bariônicas são formadas, apenas porque, já existiam poços de potencial gravitacional formados pela matéria escura em  $z \sim 1100$ . A matéria escura, encontrada aglomerada em estruturas como galáxias e aglomerados de galáxias, seria, segundo o modelo cosmológico padrão, responsável por 25% da atual composição do Universo. Ela teria se desacoplado da radiação e começado a se aglomerar via atração gravitacional muito antes de  $z = 1100$  para formar os poços de potencial que propulsionam a aglomeração de bárions a partir de  $z \sim 1100$  e é, portanto, um ingrediente fundamental na dinâmica cósmica.

#### Efeito Mézáros

Para entender melhor a descrição acima, considere a época dominada pela radiação ( $z \lesssim 3000$ ) onde a matéria escura já se comportava como uma componente cineticamente desacoplada. Assim, efetivamente, o Universo pode ser descrito, nesta fase, por dois fluidos: uma mistura bárions-fótons  $\rho_r \propto a^{-4}$  e matéria escura  $\rho_{dm} \propto a^{-3}$ . As flutuações de ambas componentes são regidas pelo potencial gravitacional do fluido dominante  $\rho_r$ . Seja,  $\zeta = \rho_{dm}/\rho_r$ , a evolução das perturbações na matéria escura obedecem a [36]

$$\frac{d^2 \delta}{d\zeta^2} + \frac{2 + 3\zeta}{2\zeta(1 + \zeta)} \frac{d\delta}{d\zeta} = \frac{3}{2} \frac{\delta}{\zeta(1 + \zeta)}. \quad (3.49)$$

Esta equação possui como soluções um modo decrescente  $\delta_-$  e um crescente  $\delta_+$ , dados por

$$\delta_+ \propto 1 + \frac{3}{2}\zeta. \quad (3.50)$$

Assim, perturbações na matéria escura não podem crescer enquanto  $\zeta = \rho_{me}/\rho_r < 1$ , ou seja, enquanto o Universo for dominado pela radiação. Este resultado é conhecido por efeito Mészáros [?]. Após a igualdade entre matéria e radiação  $z_{ig} \sim 3000$ , as perturbações na matéria escura crescem linearmente com respeito ao fator de escala,  $\delta_+ = a$ , gerando os poços de potencial mencionados acima.

Portanto, podemos dizer que a análise do processo formação de estruturas produz enfáticas evidências sobre a existência de matéria escura no Universo.

#### • Formação de galáxias em Universos puramente bariônicos

Sob o ponto de vista da formação de estruturas, Universos puramente bariônicos poderiam, a princípio, ser considerados. A ausência de matéria escura poderia ser, de certa forma, compensada por uma modificação na gravitação, como proposto por MOND. Entretanto, neste cenário, as flutuações primordiais nos bárions deveriam ser muito grandes para formar a distribuição conhecida de galáxias. Como consequência, a amplitude das flutuações da radiação cósmica de fundo, que são associadas as bariônicas, também seriam extremamente elevadas levando a anisotropias no espectro da RCF incompatíveis com o espectro observado. Por isso, assume-se como processo padrão, que os bárions, uma vez desacoplados da radiação, ‘caem’ no poços de potencial gravitacional já formados pela matéria escura.

#### • Simulações numéricas de formação de estruturas

No cenário padrão  $\Lambda$ CDM, o crescimento não linear ( $\delta \approx 1$ ) das estruturas de matéria escura é um problema, até certo ponto, bem conhecido. No entanto, quando os efeitos da matéria bariônica são incluídos, mesmo soluções semi-analíticas são dificilmente obtidas e a saída é recorrer a simulações numéricas para obter a distribuição final de matéria nas galáxias.

Os projetos Millenium [38] e Aquarius [39] são programas destinados a obter simulações numéricas de grande resolução de estruturas em escalas galácticas. Até mesmo sub-estruturas dos halos de matéria escura podem ser preditas nestes estudos. Nas maiores escalas alcançadas nestas simulações, o cenário  $\Lambda$ CDM demonstra grande consistência com as observações, além de sugerir a existência de um perfil Universal para os halos de matéria escura.

As predições do modelo  $\Lambda$ CDM, no entanto, perdem consistência à medida que as simulações se aproximam das menores escalas galácticas possíveis, justamente onde a dinâmica é mais sensível a natureza da matéria escura. Assim, o maior desafio para a cosmologia padrão parece ser a descrição da distribuição de matéria nas regiões centrais das galáxias. Como exemplo de um destes problemas, a abundância de pequenos sub-halos de matéria escura

predita pelo modelo padrão é muito maior do que o número conhecido de galáxias satélites em torno da Via-Láctea.

#### • **Radiação Cósmica de fundo**

A história do Universo pode ser dividida em várias etapas. Inicialmente dominado por um fluido radiativo ( $p_r = \rho/3$ ) o Universo entra em uma fase dominada pela matéria, em torno de  $z_{ig} \sim 3000$ , quando ocorre a igualdade  $\Omega_r(z_{ig}) = \Omega_m(z_{ig})$ . A partir deste instante, a matéria escura, que já havia se desacoplado, passa a dominar a dinâmica cósmica. No entanto, o fluido radiativo, ainda continuará sendo uma mistura entre fótons e bárions que permanecerão acoplados até o instante  $z_{des} \sim 1100$ , conhecido como desacoplamento.

Com o Universo se aproximando do desacoplamento, o livre caminho médio dos fótons aumenta de forma que a radiação é capaz de atravessar livremente de regiões mais densas (devidas a aglomeração de matéria) para regiões menos densas. Neste processo, os fótons “apagam” qualquer tipo de flutuação na densidade bariônica através do espalhamento Thomson. Assim, qualquer tentativa de aglomeração dos bárions neste período é suprimida. Este processo, aglomeração (dos bárions)-supressão(pela radiação), deixou marcas impressas na primeira “luz” emitida no momento do desacoplamento, que ocorreu na chamada, superfície de último espalhamento. O que desencadeou o desacoplamento foi o processo chamado recombinação que capturou os elétrons livres no fluido bárion-radiação e os aprisionou em órbitas de Bohr para formar átomos. Logo após o desacoplamento, o livre caminho médio do fótons tornou-se da ordem raio do Universo, carregando até nós, hoje, uma espécie de foto da distribuição de matéria naquele momento. Estas marcas são observadas através de flutuações na temperatura da radiação cósmica de fundo vista hoje. O entendimento deste processo evidencia a existência da matéria escura pois, grosso modo, pode se dizer que modelos sem matéria escura não descrevem com precisão o espectro de flutuações da RCF.

#### • **Oscilações acústicas dos bárions (BAO)**

Como descrito no item anterior, a dinâmica na época pré-desacoplamento criou oscilações no fluido bárion-fóton. Suponha uma aglomeração de matéria nesta fase. Lembre-se que a matéria escura já era uma componente independente e se aglomerava livremente. Os bárions eram impedidos de se aglomerar juntamente com a matéria escura, pois eles interagem fortemente com a radiação. Quando a pressão do fluido bárion-fóton expulsava os bárions do centro de uma aglomeração, podemos visualizar uma densidade central de matéria escura envolto por uma casca do fluido bárion-fóton expulso do centro da aglomeração de matéria. Se em algum momento deste processo ocorre o desacoplamento, temos uma casca de bárions

ao redor do centro da aglomeração. A distância entre esta casca e o centro da aglomeração é dada em termos da velocidade de expansão  $c_s^2$  e é uma distância muito bem impressa nas observações da distribuição de matéria em grandes escalas [40].

#### • **Matéria escura a partir das observações cosmológicas**

Por fim, sabemos que modelos cosmológicos são escritos em termos de parâmetros. Ao mesmo tempo, cada modelo pode ser testado contra diferentes tipos de observáveis cosmológicos, por exemplo, SN, BAO, CMB, etc. Mesmo modelos sem matéria escura, podem ser capazes de descrever os dados observacionais. No entanto, dificilmente um modelo sem matéria escura consegue fitar todos os tipos de observáveis simultaneamente para um único conjunto de valores de seus parâmetros. Em outras palavras, não existe uma concordância quando tratamos de modelos sem matéria escura. O modelo  $\Lambda$ CDM, por exemplo, é o modelo padrão da cosmologia justamente por possuir tal concordância. Ou seja, com o mesmo valor dos parâmetros cosmológicos é possível descrever qualquer observável.

### **3.3 Matéria Escura: Candidatos Teóricos e Detecção**

Uma vez que temos fortes e numerosas evidências a cerca da existência da matéria escura, resta agora saber do ela é feita. Ou em outras palavras, qual partícula fundamental constitui a matéria escura. O modelo padrão de partículas é o ponto de partida nesta discussão. Afinal, o termo matéria bariônica foi utilizado para designar a matéria conhecida do Universo que é responsável pela contribuição  $\Omega_{b0} = 0.04$ . Na verdade, bárions representam uma categoria de partículas, segundo sua classificação por massa: léptons (massa leve), mésons (massa média) e bárions (massa pesada). Bárions e mésons compõem o que chamamos de hádrons: partículas de interação fortemente. A cromodinâmica quântica (QCD) é a teoria mais aceita para o estudo dos hádrons e estabelece que hádrons são compostos por subpartículas: os quarks. Bárions são formados por 3 quarks ( $qqq$ ) e mésons por um par quark e anti-quark ( $q\bar{q}$ ). Quarks são classificados por 6 sabores e 3 cores e participam de todas as interações (fracas, fortes e eletromagnéticas). A forte, em particular, provoca o confinamento dos quarks nos nucleons (prótons e nêutrons). Na QCD, os glúons são os intermediadores das interações entre quarks, assim como os fótons são na eletrodinâmica quântica e os grávitons na gravitação. Outra classificação das partículas consiste em separá-las segundo a estatística que elas obedecem, a saber, estatísticas de *Fermi-Dirac* ou *Bose-Einstein*. Logo, tais partículas são *férmions* ou *bósons*, respectivamente. Os bósons W e Z são intermediadores da força fraca que só atua no interior do domínio nuclear.

A matéria escura pode ser de origem bariônica. De fato, o que observamos nas galáxias são bárions e parte desta matéria pode não estar acessível as observações. Existem alguns candidatos bariônicos que poderiam, a princípio, contribuir para a matéria escura.

### **Candidatos bariônicos**

A denominação MACHOS (Massive astrophysical compact halo object) se refere a qualquer objeto astronômico que não emite nenhum tipo de radiação. Descrevemos brevemente alguns candidatos.

- Estrelas de baixa luminosidade: nesta hipótese, o processo de formação estelar transformou grande parte do gás intragaláctico em pequenas estrelas de difícil detecção chamadas anãs marrons. Tais estrelas possuem pequenas massas ( $\leq 0.08M_{\odot}$ ) e não são capazes de queimar hidrogênio, justificando seu nome.

- Pequenos corpos celestes: Cometas, asteróides, por exemplo, poderiam ser responsáveis pela matéria escura. No entanto, estes objetos são, geralmente, constituídos de carbono e oxigênio, que são elementos muito menos abundantes do que Hidrogênio.

- Gás neutro e ionizado: Hipóteses a cerca de que nuvens de gás intergaláctico, tanto neutro quanto ionizado, contribuem para o déficit de matéria observado já foram consideradas. Entretanto, as estimativas sobre a quantidade destas nuvens indicam que elas não são suficientes o bastante para contar por toda a matéria escura.

- Buracos negros massivos: Um interessante alternativa é que os primeiros estágios de formação estelar deram origem a estrelas super massivas que hoje são buracos negros. Assim como nas hipóteses acima citadas, somente buracos negros não seriam capazes de explicar a quantidade de matéria escura inferida pelas observações.

A julgar pela quantidade de matéria necessária, a princípio, bárions são apostas mais imediatas. No entanto, o consenso obtido a partir das observações é que candidatos não-bariônicos são os mais prováveis. Muitos deles surgem apenas em extensões do modelo padrão de partículas.

### **Candidatos não-bariônicos**

- Neutrinos: são candidatos relativísticos e conhecidos pelo modelo padrão. No entanto, a massa de cada uma de suas 3 espécies possui um limite máximo  $m_{\nu} \leq 2.05\text{eV}$ , contribuindo para a densidade fracionária do Universo com  $\Omega_{\nu}h^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{m_i}{93\text{eV}} \leq 0.07$ , o que é insuficiente para alcançar os  $\Omega_{dm}h^2 \sim 0.12$  necessários. Além disto, sua contribuição na equação de Friedmann é relativística  $\Omega_{\nu} \sim (1+z)^{-4}$ , o que poderia entrar em desacordo com algumas observações cosmológicas.

- Neutrinos estéreis são partículas similares aos neutrinos e foram propostas em [41]. Por possuírem uma massa apenas intermediária ( $\sim$  KeV) não despontam como promissor candidato [42].

- Axions: partículas hipotéticas que resolveriam o problema CP na cromodinâmica quântica. Alguns vínculos são discutidos em [43].

- Candidatos supersimétricos

- \* Neutralinos: Os bósons B, W e Higgs H possuem seus respectivos parceiros supersimétricos bino, wino e higgsinos. Por sua vez, estas partículas supersimétricas podem ser decompostas em 4 estados chamados neutralinos. Suas propriedades são descritas na referências [44].

- \* s-Neutrinos: são os parceiros supersimétricos dos neutrinos que aparentemente estão em acordo com as observações se sua massa estiver nos limites 550 – 2300GeV. Entretanto, sua seção de choque teórica é muito superior aos limites já impostos por experimentos de detecção direta de matéria escura [45].

- \* Gravitinos: parceiros supersimétricos do gráviton, estáveis e leves. De difícil detecção [46], gravitinos podem afetar a nucleossíntese primordial [47].

- \* Axinos: parceiros supersimétricos dos áxions. Produziriam um cenário do tipo matéria escura morna que não está em acordo com o cenário padrão para a formação de estruturas [48]. Algumas discussões encontram-se em [49]

- WIMPs: do inglês Weakly Interacting Massive Particles (partículas que não ultrapassam o limite da interação fraca) ocupam um lugar especial entre os candidatos a partícula escura pois surgem naturalmente em extensões do modelo padrão de partículas e a abundância teórica destas partículas está em acordo com as observações. WIMPs possuem massa entre GeV-Tev e baixa seção de choque  $\sigma v \sim 10^{-26} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ . Para um lista de relevantes referências veja [50].

- Wimpizillas: partículas super pesadas com massa  $> 10^{10} \text{GeV}$  cuja abundância hoje não possui ligação com sua seção de choque [51]. Possuem motivações astrofísicas, pois explicaria porque não observamos raios cósmicos ultra energéticos ( $\sim 5 \times 10^{19} \text{eV}$ ) em regiões  $> 50 \text{Mpc}$  [52].

### 3.3.1 Detecção (in-)direta da “partícula escura” em Laboratório

Detectar a partícula escura significará um dos grandes avanços da ciência contemporânea e espera-se que tal feito seja realizado nos próximos anos. Basicamente, pode-se detectar a par-

partícula escura diretamente, através de uma colisão flagrada por um detector ou, indiretamente, observando os produtos ou sub-produtos (fótons, anti-matéria ou neutrinos, por exemplo) de uma possível aniquilação da partícula escura.

**Detecção indireta** O acúmulo de WIMPs em estruturas astrofísicas pode gerar sua alta aniquilação. Um excesso de fótons, anti-matéria ou neutrinos pode ser detectado nestas estruturas e porventura associado a aniquilação de WIMPs mas, no entanto, as técnicas observacionais não possuem ainda a precisão necessária para tal tarefa. Progressos nas observações tem sido feitos através dos projetos PAMELA [53], do satélite FERMI LAT [54] e do telescópio ICECUBE [55] e outras propostas de detecção indireta tem sido discutidas em [56].

**Detecção direta** O julgamento final sobre a questão da matéria escura ocorrerá quando ela for irrefutavelmente observada de maneira direta. Os progressos com as técnicas de detecção direta tem apresentado melhores resultados e são mais promissores. A idéia é detectar alguma interação da partícula escura após um possível processo de espalhamento com o equipamento montado. Existem alguns indícios reportados pelo experimento DAMA-LIBRA [57] que não puderam ainda ser checados. Alguns dos mais relevantes experimentos em curso são: CoGeNT [58], que recentemente também reportou uma detecção que poderia ser associada a WIMPs; XENON-100 [59], cujos resultados entram em contradição com os achados do CoGeNT e a colaboração CDMS-II [60].

## 3.4 Gravitação Newtoniana e MOND

Os resultados desta seção foram publicados em: [61] H.E.S. Velten, “MOND: uma alternativa à Mecânica Newtoniana”, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 3314 (2008), (seção 3.4.3) e [62] J.C Fabris e H.E.S. Velten, “MOND virial theorem applied to a galaxy cluster”, *Brazilian Journal of Physics*, **39**, 592 (2009), (seção 3.4.4).

### 3.4.1 Onde a Mecânica Newtoniana falha?

O sucesso da mecânica Newtoniana, como teoria fundamental para o movimento dos corpos, coloca o conjunto de leis conhecidas como leis de Newton como um dos pilares da Física clássica. Apesar disso, conhecemos algumas de suas limitações quando estamos interessados em fenômenos que vão além das típicas escalas de distância e velocidade que estamos acostumados em nosso dia a dia. Estas fronteiras da teoria Newtoniana começaram a ficar evidentes

já no início do século XX. A primeira limitação da mecânica Newtoniana surge quando passamos a tratar com objetos que possuem velocidades comparáveis com a velocidade da luz  $c$ <sup>1</sup>. É neste contexto que se dá o advento da relatividade especial. Uma vez que tratamos com objetos nestas escalas de velocidade, a teoria Newtoniana necessita de algumas correções para prever os fenômenos físicos com precisão. O resultado imposto pela relatividade restrita determina que as quantidades dinâmicas dos corpos são alteradas pelo chamado fator de Lorentz  $\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Os efeitos relativísticos se tornam tão mais evidentes quanto maior é o valor da fração  $v/c$ , o que distancia o valor de  $\gamma$  da unidade. A segunda limitação da teoria Newtoniana é percebida somente quando estudamos fenômenos físicos em escalas de comprimento da ordem do tamanho de elétrons, prótons e nêutrons. Estamos falando em escalas inferiores à  $10^{-8}m$ . A lei física fundamental neste regime é a mecânica quântica, formulada por físicos como Heisenberg, Dirac e Pauli também no começo do século XX. Na mecânica quântica conceitos como posição, trajetória e energia estão atrelados a uma forte interpretação estatística de objetos como operadores quânticos e funções de onda, todos relacionados pela equação básica da mecânica quântica que é a equação de Schrödinger. Ainda, passamos a tratar com valores discretos, e não mais contínuos, para a energia das partículas. Resumidamente, temos que, perante este cenário, podemos dizer que a teoria Newtoniana é uma teoria limite das teorias relativista e quântica, quando nos afastamos do “muito rápido” e do “muito pequeno”, respectivamente.

### 3.4.2 A curva de rotação de galáxias

Para resolver problemas típicos em astronomia não é preciso conhecer as ferramentas da mecânica quântica.. Isto porquê objetos como estrelas e galáxias claramente não compreendem o que chamamos de pequeno<sup>2</sup>. Podemos utilizar a relatividade especial neste caso, mas antes devemos estimar a ordem de grandeza da correção imposta pela relatividade, o fator  $\gamma$ . Vamos tomar como exemplo a velocidade típica de uma galáxia pertencente ao aglomerado de galáxias de COMA, com velocidade  $v \sim 7000km/seg$ . O fator de Lorentz  $\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  é da ordem de  $\gamma \sim 0,9997$ . Assim, a correção relativística é  $\sim 0,03\%$ . Este resultado indica que, por mais exata que seja a abordagem relativística, ainda podemos utilizar a teoria Newtoniana como ferramenta para este problema.

<sup>1</sup>O valor mais preciso que conhecemos para a velocidade da luz é definido como  $c = 299.729.458m/seg$ .

<sup>2</sup>Existe a possibilidade de tratar o Universo como um sistema quântico e entender, assim, algumas características do Universo primordial. Por exemplo, pode se interpretar Big Bang como um processo de tunelamento da função de onda do Universo. Esta interpretação pertence ao escopo da Cosmologia Quântica [63].

A motivação original para a formulação de MOND foi o problema da curva de rotação de galáxias espirais. Assim, afim de mostrar como MOND ajuda a resolver o problema da matéria escura vamos prosseguir com o mais simples possível exemplo para um modelo de galáxia. Em um primeiro momento, a análise de um sistema como uma galáxia pode ser simplificada se a modelarmos como uma distribuição esfericamente simétrica de massa  $M$ , de raio  $R$ , com densidade constante e igual a  $\rho$ , obedecendo a configuração mostrada na figura (3.5).

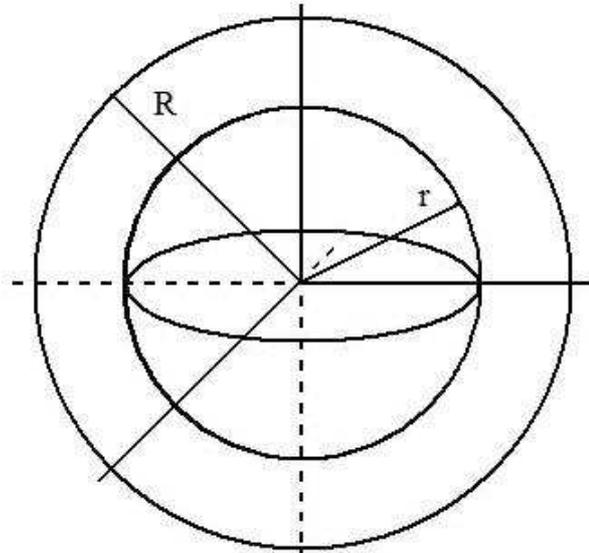


Figura 3.5: Representação esfericamente simétrica para uma galáxia de raio  $R$ .

Para obter a velocidade com que um corpo orbita esta galáxia devemos considerar, distintamente, a região interior ao raio  $R$  e a região exterior.

*Região  $r < R$ :*

Seja um corpo de prova de massa  $m'$  situado a uma distância  $r$  do centro da galáxia. A simetria esférica desta galáxia nos permite escrever a massa interior ao raio  $r$  como  $m = \rho \frac{4\pi}{3} r^3$ . Dessa forma, a força gravitacional experimentada pelo corpo de prova é devida, unicamente, à atração gravitacional exercida pela massa  $m$ , interior ao raio  $r$ . Isto porquê, é possível demonstrar que a contribuição gravitacional líquida, sobre o corpo de prova, proveniente de toda massa entre os raios  $r$  e  $R$  é nula. Este é um resultado obtido a partir do “teorema de Newton” [64]. Assim, como a única força experimentada pela massa  $m'$  é a atração gravitacional, temos que,

$$\frac{Gmm'}{r^2} = \frac{m'v_{ni}^2}{r}, \quad (3.51)$$

onde  $v_{ni}$  é a velocidade do corpo de massa  $m'$ . Como a densidade da galáxia é constante, existe uma relação entre a massa  $m$  e a massa total da galáxia  $M$ , dada por  $m = \frac{Mr^3}{R^3}$ . Substituindo esta relação na igualdade acima temos,

$$v_{ni} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} r. \quad (3.52)$$

Com este resultado, vemos que a velocidade de rotação de um corpo na região  $r < R$  cresce linearmente conforme a distância ao centro da galáxia  $r$ .

*Região  $r > R$ :*

Na região exterior à galáxia, situação onde o corpo de massa  $m'$  está a uma distância  $r > R$ , podemos considerar, efetivamente, que toda a massa  $M$  da galáxia está concentrada em seu centro. Assim, a força gravitacional exercida pela galáxia sobre o corpo de massa  $m'$  é igualada à força centrípeta no corpo. Então,

$$\frac{GMm'}{r^2} = m' \frac{v_{ne}^2}{r}. \quad (3.53)$$

Como assumimos a igualdade entre massa inercial e massa gravitacional na equação acima, a expressão resultante para a velocidade do corpo é

$$v_{ne} = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (3.54)$$

Dessa forma, segundo a teoria Newtoniana a velocidade orbital do corpo na região  $r > R$  diminui a medida com que ele se afasta do centro da galáxia. Na fronteira da galáxia, quando  $r = R$ , as duas expressões para a velocidade do corpo fornecem o mesmo valor  $v_{ni} = v_{ne} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$  como é de se esperar.

### 3.4.3 A Dinâmica Newtoniana Modificada

A dinâmica Newtoniana modificada (MOND) é uma proposta introduzida por Mordehai Milgrom na década de 1980 com o objetivo de explicar a dinâmica de sistemas gravitacionais que até então não era explicada somente pela teoria Newtoniana [65]. MOND foi motivado pelo problema da curva de rotação de galáxias espirais, onde é necessário introduzir o conceito de matéria escura para que a teoria Newtoniana descreva as observações. Ou seja, o conceito de matéria escura está diretamente relacionado à gravitação Newtoniana. Uma modificação na gravitação padrão, poderia, em princípio, alterar a necessidade de ME em sistemas gravitacionais. Nesta afirmação reside a essência de MOND.

MOND tem sido aplicada e testada em galáxias e grupos de galáxias demonstrando que é possível, em casos particulares, descrever tais sistemas sem matéria escura ou, pelo menos, solicitando uma quantidade menor desta desconhecida componente do Universo [66]. Por outro lado, existem ainda dificuldades em explicar o fenômeno de lentes gravitacionais [67] e a dinâmica de aglomerados de galáxias.

Uma das principais críticas a MOND consiste no fato de não se tratar se uma teoria relativística e não poder ser deduzida a partir de uma lagrangiana. Mais recentemente, uma versão relativística de MOND foi proposta por J. Bekenstein. Na verdade, trata se de uma teoria que possui além dos usuais setores geométricos e de matéria, conta ainda com um campo

escalar e um vetorial [68]. Por este motivo sua teoria ficou conhecida por TeVeS<sup>3</sup>. Assim como MOND é uma modificação da teoria Newtoniana, a teoria TeVeS é uma modificação da lei da gravitação relativística que possui MOND como um limite clássico. Alguns resultados sobre a utilização da teoria TeVeS podem ser encontrados em [69].

Uma alternativa à matéria escura é admitir que as leis fundamentais da física não são as usuais em todas as escalas da natureza. Isso pode ser alcançado, por exemplo, através de modificações do potencial gravitacional [70]. No caso de MOND, o que sustenta a idéia de uma dinâmica modificada, seria: assim como a mecânica quântica surge quando a escala de distância fica muito pequena e a relatividade restrita passa a ser a lei física para a dinâmica de corpos em escalas de velocidades comparáveis a da luz, MOND passaria a reger o movimento de corpos em escalas de aceleração extremamente pequenas. Basicamente, trata-se de uma modificação da segunda lei de Newton, de tal forma que esta, para um corpo de prova de massa  $m'$ , passa a ser escrita como

$$F = m' \mu \left( \frac{a}{a_0} \right) a, \quad (3.55)$$

onde  $\mu(x)$  é uma função que assume a seguinte forma:  $\mu(x) \approx 1$  para  $x \gg 1$  e  $\mu(x) \approx x$  para  $x \ll 1$ . Existem na literatura várias formas para a função  $\mu(x)$  [71], entretanto as implicações causadas pela teoria MOND não dependem de uma forma exata para esta função. Nesta modificação,  $a_0 \sim 10^{-8} \text{ cm s}^{-2}$  define o valor para a aceleração crítica da teoria. Na verdade, este valor é utilizado com grande sucesso para galáxias espirais. Para um corpo em movimento com uma aceleração abaixo deste valor a segunda lei de Newton usual não seria mais válida. A princípio, o valor estabelecido pela constante  $a_0$  parece ser tão pequeno que por ventura não existam situações física em que corpos possuam esta aceleração. No entanto, justamente em sistemas como galáxias e aglomerados de galáxias verificamos acelerações desta magnitude. Com isso a segunda lei de Newton para uma partícula no regime MOND assume a forma

$$F = m' \frac{a^2}{a_0}. \quad (3.56)$$

A relação entre força e aceleração, não é mais linear, como no caso Newtoniano mas o campo gravitacional ainda continua sendo derivado a partir do potencial gravitacional  $\vec{g} = -\vec{\nabla}V$ . No entanto, a equação de Poisson que associa a distribuição de massa  $\rho$  com o campo gravitacional é modificada,

$$\vec{\nabla} \left[ \mu \left( \frac{g}{a_0} \right) \vec{g} \right] = -4\pi G\rho. \quad (3.57)$$

---

<sup>3</sup>Do inglês Tensorial (T), Vectorial (V) e Scalar (S).

Na equação acima podemos notar que quando  $\mu(x) = 1$  recuperamos a equação de Poisson original.

O valor de  $a_0$  determina a transição do regime Newtoniano para o regime MOND. Galáxias com alta densidade nas regiões centrais, aparentemente, não possuem matéria escura em suas regiões mais internas pois os dados observacionais satisfazem a teoria Newtoniana nessa região. Como consequência dessa alta densidade central, as acelerações típicas de estrelas na região próxima ao centro galáctico é superior à  $a_0$ . Contudo, a densidade destas galáxias vai ficando menor a medida que nos afastamos de seu centro. Com isso, passamos a observar que somente a mecânica Newtoniana já não descreve mais a dinâmica na região de menor densidade da galáxia (longe do centro). Logo, seria necessário o acréscimo de matéria escura nas regiões mais externas. Curiosamente, objetos nestas regiões menos densas estão sujeitos a acelerações da ordem, ou menores que,  $a_0$ , ou seja, a dinâmica destes objetos já está completamente inserida no regime MOND. Dessa forma, para a região mais externa, menos densa, ficamos com duas alternativas: ou utilizamos a teoria Newtoniana juntamente com o acréscimo de matéria escura ou utilizamos apenas MOND.

Vamos tratar do problema da curva de rotação de galáxias, mas agora através da teoria MOND. Para isso vamos considerar que todos os corpos destas galáxia possuem uma aceleração menor que  $a_0$ , ou seja, toda a dinâmica da galáxia pertence ao regime MOND. Distinguindo objetos situados ou na região externa a  $R$ , ou na interna temos,

*Região  $r < R$ :*

Devemos ter em mente que a lei fundamental para a dinâmica das estrelas passa a ser a equação (3.56). MOND implica em uma modificação na lei da dinâmica e não modifica os demais conceitos cinemáticos, como por exemplo o de aceleração centrípeta. Com isso, basta substituir o lado direito da equação (3.51) pela devida equação (3.56). Como resultado temos que a velocidade orbital de uma estrela na região  $r < R$  é

$$v_{mi} = \left( \frac{GMa_0r^3}{R^3} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (3.58)$$

A velocidade das estrelas é, assim como no caso Newtoniano, uma função crescente em função do raio da galáxia, no entanto proporcional a potência  $r^{3/4}$ .

*Região  $r > R$ :*

Para uma estrela orbitando a região externa da galáxia, novamente podemos considerar que toda a massa da galáxia pode ser concentrada na origem. Com isso, basta substituir o lado direito da igualdade (3.53) pela lei de força predita pela teoria MOND. O resultado desta

operação é

$$v_{me} = (GMa_0)^{\frac{1}{4}}. \quad (3.59)$$

Uma vez que  $G$ ,  $M$  e  $a_0$  são constantes, a velocidade das estrelas que orbitam a região externa da galáxia não depende da distância, caracterizando um comportamento assintótico plano para a curva de rotação de galáxias. Este resultado é justamente o comportamento observado em galáxias espirais [72, 73]. Este resultado também está de acordo com a relação de Tully-Fisher [74]. Segundo esta relação, galáxias mais luminosas têm, em média, maiores velocidades de rotação, significando que são mais massivas. Assim, a luminosidade cresce com a velocidade de rotação numa proporção

$$L \propto v^4. \quad (3.60)$$

Fazendo a associação direta entre a massa de uma galáxia e sua luminosidade, podemos perceber que a relação de Tully-Fisher, expressa em (3.60), mantém a mesma proporcionalidade que a equação para a velocidade na teoria MOND (3.59).

Para ilustrar o problema da curva de rotação de galáxias, vamos aplicar o modelo descrito acima em uma galáxia específica. As expressões para a velocidade de rotação podem ser testadas contra os dados observacionais. Tomamos como exemplo a galáxia UGC4329 situada no aglomerado de Câncer. A figura (3.6) mostra a comparação entre teoria Newtoniana (linha sólida) e MOND (linha tracejada). Os dados sobre a massa, o raio e os dados observacionais para a curva de rotação desta galáxia podem ser encontrados em [75]. O ponto onde as curvas de rotação traçadas apresentam uma mudança no comportamento indicam o raio da galáxia  $R \sim 7Kpc$ .

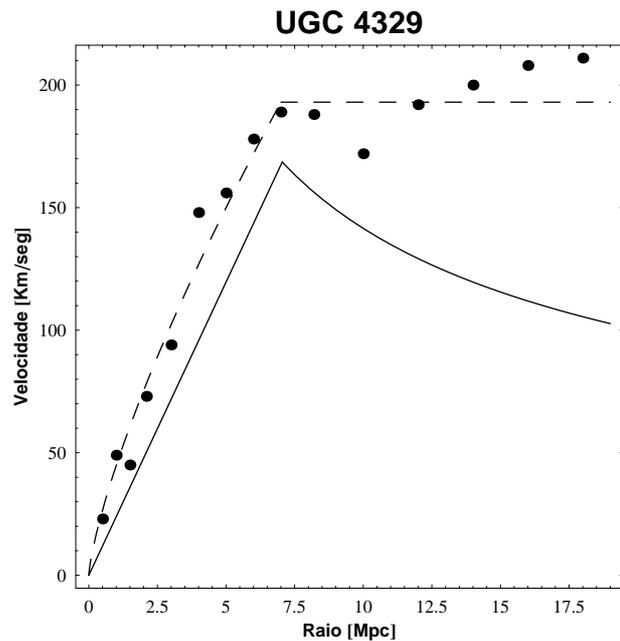


Figura 3.6: Curva de rotação para a galáxia UGC4329. A teoria MOND (linha tracejada) e a teoria Newtoniana (linha sólida) são comparadas com os dados observacionais (pontos).

O modelo galáctico que utilizamos é apenas um exemplo com fim pedagógico. Galáxias reais apresentam morfologias bastante distintas e podem ser classificadas segundo a divisão

de Hubble [24]. Entretanto, apesar da simplicidade desta aproximação, é evidente que MOND (linha tracejada) apresenta uma melhor descrição qualitativa para a curva de rotação que a teoria Newtoniana (linha sólida). Se observarmos as equações (3.52) e (3.54) vemos que quanto maior a massa da galáxia, maior a velocidade de rotação. Ao mesmo tempo, observamos que os valores teóricos (linha sólida) para a velocidade Newtoniana são inferiores aos dados observacionais na figura (3.6). Com isso, se supormos a existência de uma distribuição de massa, não observável, na região interna e principalmente na região externa da galáxia, teríamos maiores valores previstos para a velocidade Newtoniana fazendo com que a curva sólida da figura (3.6) descreva melhor os dados observacionais. Ou seja, precisamos supor a existência de uma certa quantidade de matéria nesta galáxia que não conseguimos observar: matéria escura.

#### 3.4.4 O problema do aglomerado de COMA

Como exposto anteriormente, o aglomerado de galáxias de COMA forneceu a primeira evidência sobre a existência de matéria escura no Universo.

A proposta desta seção é revisitar o problema do aglomerado de COMA utilizando de MOND. O mesmo problema já foi considerado através da análise de raios-x [80]. No entanto, a análise dinâmica, aos moldes do que Zwicky fez, ainda não havia sido feito para COMA, utilizando, porém, MOND.

Nossa idéia é generalizar o teorema do virial para o contexto de MOND utilizando alguma função específica para  $\mu(x)$  e, a partir disto, deduzir a razão massa-luminosidade  $\Upsilon_{MOND}$ .

#### 3.4.5 Teorema do Virial para MOND

A forma geral para a dinâmica MOND é

$$m\mu(x)\vec{a} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r} \quad , \quad (3.61)$$

onde  $\vec{x} = \vec{a}/a_0$ . A função  $\mu(x)$  é arbitrária, exceto pelo fato de que ela precisa obedecer os limites descritos anteriormente. Como é necessário uma escolha, a forma de  $\mu(x)$  será:

$$\mu(x) = \left\{1 + (2x)^{-2}\right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{2x} \left\{\sqrt{1 + (2x)^2} - 1\right\} \quad . \quad (3.62)$$

Escreveremos a equação (3.61) como

$$\vec{x} = -G\frac{M}{\mu(x)r^2a_0}\hat{r}. \quad (3.63)$$

Algumas simples manipulações levam a expressão

$$\vec{a}_M = -\frac{GM}{r^2} \sqrt{1 + \frac{r^2 a_0}{GM}} \hat{r} \quad . \quad (3.64)$$

Com a identificação  $\sqrt{GM/a_0} = r_c$ , onde  $r_c$  é a distância crítica (ou raio crítico) além do qual o regime MOND se torna efetivo. a equação (3.64) é escrita como

$$\vec{a}_M = -\frac{GM}{r^2} \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_c^2}} \hat{r} \quad . \quad (3.65)$$

Assim, pode se dizer que MOND é equivalente a uma modificação no potencial gravitacional. A nova forma do potencial será ditada pela escolha da função  $\mu(x)$ . A princípio, os resultados finais não devem depender de uma escolha específica de  $\mu(x)$ . Trata-se apenas de uma questão de conveniência matemática. Portanto, o potencial gravitacional que emerge de nossa análise será

$$\Phi_M(r) = -GM \left\{ \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^2}}{r} - \frac{\sinh^{-1}\left(\frac{r}{r_c}\right)}{r_c} \right\} \quad . \quad (3.66)$$

O potencial tem a forma usual Newtoniana no limite  $r \ll r_c$ , enquanto que no limite  $r \gg r_c$ , torna se um potencial logaritimico, correspondendo ao regime MOND.

Os trabalhos de Zwicky utilizaram a hipótese de que o aglomerado de COMA estava em equilíbrio dinâmico e, assim, o teorema do virial, onde a energia potencial gravitacional é menos duas vezes a energia cinética, poderia ser aplicado. No entanto, esta descrição é restrita à teoria Newtoniana. Portanto, medindo a energia cinética, o que pode ser feito através da espectroscopia da luz proveniente do aglomerado, é possível estimar a energia potencial e, conseqüentemente, a massa do aglomerado.

Se considerarmos potenciais modificados (ou mesmas dinâmicas modificadas), o teorema do virial em sua forma original

$$2K + U = 0. \quad (3.67)$$

não é mais válido. A expressão geral para o teorema do virial obedece a [64]

$$K = \frac{1}{2} \sum_i \left\langle \frac{\partial \Phi(r)}{\partial r} r \right\rangle m_i \quad , \quad (3.68)$$

onde conta-se a contribuição de todos elementos  $i$  do sistema que possuem massa  $m_i$ . Introduzindo (3.66) na relação acima, obtemos a energia cinética de um sistema gravitacional, esférico, governado pela dinâmica MOND

$$K = \frac{GM(r)}{2r} \sqrt{1 + \frac{r^2}{r_c^2}} m, \quad (3.69)$$

onde  $m$  é a massa de uma fina casca esférica localizada no raio  $r$ .

Se conhecermos a energia cinética de uma configuração esférica podemos obter uma expressão para a razão massa-luminosidade  $\Upsilon$  utilizando a hipótese  $\Upsilon = \text{constante}$ . A energia cinética pode ser associada com a luminosidade superficial  $I$  e a velocidade de dispersão na linha de visada  $\sigma$  através de

$$K = \Upsilon J, \quad (3.70)$$

onde  $J$  é uma integral definida como [24]

$$J = 3\pi \int_0^\infty I(R)\sigma^2(R)RdR. \quad (3.71)$$

Na expressão anterior os limites de integração vão do centro do aglomerado ( $r = 0$ ) até ( $r = \infty$ ). No entanto, em termos práticos, como as funções  $I$  e  $\sigma$  são interpolações válidas para  $r < 10\text{Mpc}$ , e decrescentes neste intervalo (o que reduz a contribuição destas funções na região  $> 10\text{Mpc}$ ) consideraremos  $10\text{Mpc}$  como limite superior de todas as integrais envolvidas no processo.

Uma distribuição simétrica de matéria deve ser descrita por algum perfil de densidade  $\rho \equiv \rho(r)$ . A densidade média pode ser relacionada com os dados observacionais por [24]

$$\rho(r) = -\frac{\Upsilon}{\pi} \int_r^\infty \frac{dI}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}. \quad (3.72)$$

Esta definição nos permite calcular uma expressão para a razão massa-luminosidade com MOND. Inserindo (3.72) duas vezes na expressão para a energia cinética MOND (3.69) e combinando este resultado com (3.70) é possível determinar  $\Upsilon$  através dos dados observacionais, como a velocidade de dispersão e a luminosidade superficial do aglomerado:

$$\Upsilon_M = -\frac{2J}{\tilde{J}}. \quad (3.73)$$

Na relação acima  $\tilde{J}$  é definido como

$$\tilde{J} = -16G \int_0^\infty t(r)p(r)r\sqrt{1 + \frac{r^2}{r_c^2}} dr, \quad (3.74)$$

onde  $t(r)$  e  $p(r)$  são expressões auxiliares que dependem de  $I$  e  $\sigma$

$$t(r) = \int_0^\infty \frac{dI}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}} \quad p(r) = \int_0^r t(r')r'^2 dr'. \quad (3.75)$$

Para calcular  $\Upsilon$ , basta conhecermos os perfis para a luminosidade superficial  $I(R)$  e a velocidade de dispersão  $\sigma(R)$ . Como  $J = J(\sigma(R))$ , podemos identificar este termo como a contribuição cinética ao teorema do virial. Nosso próximo passo será aplicar este resultado à dinâmica do aglomerado de COMA.

### 3.4.6 Matéria escura no aglomerado de COMA: dinâmica Newtoniana x MOND

Utilizando a teoria Newtoniana, o valor para a razão massa-luminosidade do aglomerado de COMA é aproximadamente  $\Upsilon_N \approx 180$  [20], o que, evidentemente, é um forte indício da presença de ME nesse sistema. Assim, nossa tentativa será investigar se este valor pode ser reduzido utilizando MOND.

A distribuição de galáxias em COMA é muito bem conhecida. Cada ponto da figura (3.7) representa o valor da velocidade radial de cada galáxia como função de sua distância ao centro do aglomerado. Na verdade, estima-se que as galáxias dinamicamente ligadas ao aglomerado são aquelas que estão localizadas a uma distância menor que  $1.5h^{-1}\text{Mpc}$  (critério de Abell) do centro do aglomerado [24]. Para COMA as galáxias membros encontram-se entre as duas linhas traçadas na figura (3.7). As demais galáxias estão situadas ou além, ou entre o observador e o aglomerado. Para obter os perfis de  $I(R)$  e  $\sigma(R)$ , separamos grupos de galáxias radialmente de forma que formem grupos com aproximadamente o mesmo número de elementos situados dentro de uma casca esférica. Os resultados obtidos consideraram grupos de  $\sim 20$  galáxias e consideramos cada casca com raio médio obtido através da média aritmética entre os raios de todos integrantes. Para cada casca, obtemos um valor efetivo para a velocidade de dispersão e luminosidade superficial, representados pelos pontos das figuras (3.8). As linhas traçadas nestas figuras representam a melhor descrição para os dados. Não adotamos nenhum modelo dinâmico para estas curvas. Nosso critério para obter tais curvas, consistiu em obter expressões, sejam polinômios, funções exponenciais ou combinações destas, que melhor se ajustem aos dados. O critério de melhor ajuste obedeceu a estatística  $\chi^2$  como descrito no apêndice (A). O resultado deste procedimento está mostrado na figura (3.8).

Inserindo os perfis de  $I(R)$  e  $\sigma(R)$ , obtidos a partir do melhor ajuste, como podemos ver na figura (3.8), nas expressões auxiliares (3.75), podemos computar a integral  $\tilde{J}$  (3.74). Com a função  $\sigma(R)$  podemos calcular o termo cinético  $J$  na integral (3.71). O valor final para  $\Upsilon$  depende apenas do raio crítico do aglomerado  $r_c$ , que depende da aceleração crítica  $a_0$ . Nossos resultados são mostrados na tabela (3.1).

Os valores finais de  $\Upsilon_M$  dependem de  $r_c$ . Primeiramente, observamos que valores  $\Upsilon < 60$  são alcançáveis, dependendo do valor do parâmetro  $r_c$  que determina  $a_0$ .

Para um raio crítico  $r_c = 0.05\text{Mpc}$  obtemos um baixo valor para a razão massa-luminosidade,  $\Upsilon_M = 3.6$ . Com este resultado em mente podemos dizer que, assumindo MOND, não há ME no aglomerado de COMA, se  $r_c = 0.05\text{ Mpc}$ . Por outro lado, esta afirmação pode ser contestada

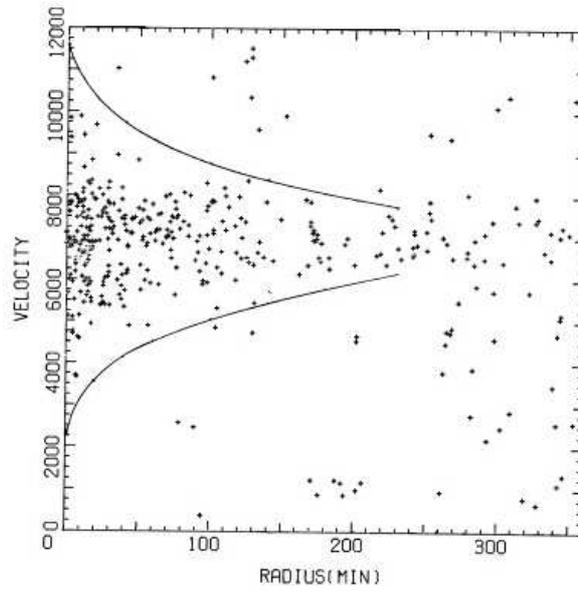


Figura 3.7: Distribuição das velocidades radiais em COMA como função da distância do centro do aglomerado. Retirado de [20].

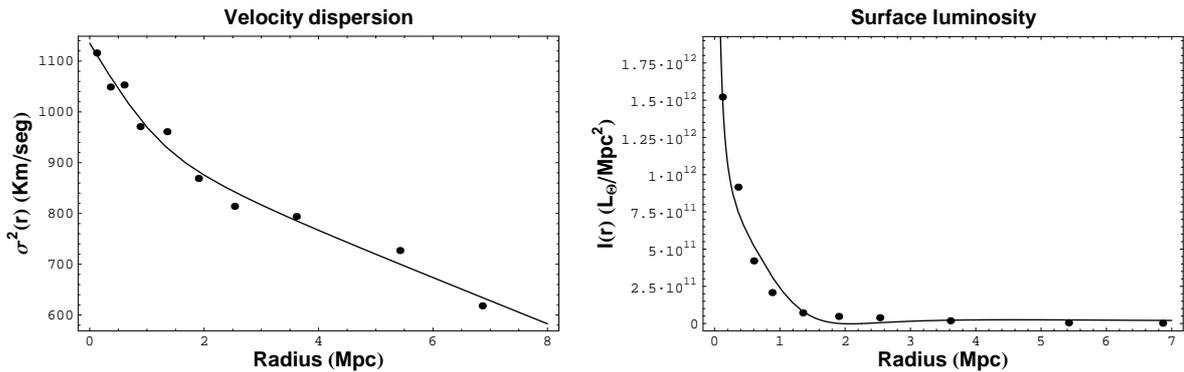


Figura 3.8: Melhor ajuste para os perfis da velocidade de dispersão e a luminosidade superficial.

pois um sistema sem ME deveria apresentar  $\Upsilon \sim 1$ . Entretanto, devido as incertezas envolvidas em nossos cálculos e a simplicidade de nosso modelo, pode se considerar que qualquer resultado  $\Upsilon \sim \mathcal{O}(1)$  é compatível com a não existência de matéria escura no aglomerado. Além disso, se pudéssemos observar estruturas puramente bariônicas, obteríamos, mesmo com a teoria Newtoniana, um resultado  $\Upsilon \sim \mathcal{O}(1)$ , pois nem toda matéria bariônica é acessível pelas observações, dando origem ao conceito de matéria bariônica obscurecida. Por outro lado, o valor  $r_c = 0.05$  Mpc implica em uma aceleração crítica  $a_0 = 1.7 \times 10^{-7} m/s^2$ , que entra em contradição com os resultados obtidos em nível galáctico que são da ordem de  $a_0 \sim 10^{-10} m/s^2$ . Esta constatação pode ser discutida em duas vertentes, uma (i) pró-MOND e outra (ii) anti-

$r_c$ (Mpc)	$a_0$ ( $m/s^2$ )	$\Upsilon_M$
0.05	$1.7 \times 10^{-7}$	3.6
0.1	$7.0 \times 10^{-7}$	7.2
0.2	$2.7 \times 10^{-8}$	14.4
0.3	$1.5 \times 10^{-8}$	21.6
0.4	$9.7 \times 10^{-9}$	28.6
0.5	$6.8 \times 10^{-9}$	35.5
0.6	$5.1 \times 10^{-9}$	42.3
0.7	$4.0 \times 10^{-9}$	48.9
0.8	$3.1 \times 10^{-9}$	55.3
0.9	$2.6 \times 10^{-9}$	61.6

Tabela 3.1: Valores para a razão massa-luminosidade  $\Upsilon$  para diferentes valores do raio crítico  $r_c$  e os respectivos valores da aceleração crítica  $a_0$ .

MOND, a saber: i) aparentemente  $a_0$  não assume um valor universal dentro do modelo e é fortemente dependente da escala. Galáxias apresentam um valor  $a_0 \sim 10^{-10}m/s^2$  e aglomerados  $a_0 \sim 10^{-7}m/s^2$ . MOND ainda seria válida, porém, apresentaria uma nova patologia, o que enfraquece a competitividade do modelo. ii) como o valor  $a_0 \sim 10^{-10}m/s^2$  é bem determinado por diversas observações, este seria o único valor aceitável para  $a_0$  e conseqüentemente devemos fixá-lo. Como consequência obteríamos um raio crítico  $r_c = 4.8$ , equivalente ao raio do aglomerado de COMA, com  $\Upsilon_M \sim 172$ . A razão massa-luminosidade obtida é tão alta quanto a obtida pela teoria Newtoniana e, portanto, MOND não apresenta nenhum sucesso em nível de aglomerados. Se tomarmos o raio crítico como o raio do aglomerado  $r_c \sim 6\text{Mpc}$  encontramos  $\Upsilon = 208.4$ , consistente com a análise Newtoniana.

### 3.5 Conclusões preliminares sobre MOND

Nosso foco neste capítulo foi a Matéria Escura. Descrevemos algumas das evidências, tanto observacionais, quanto teóricas, que nos fornecem grande certeza sobre a sua existência e, concluindo, considerá-la como componente chave no modelo padrão da cosmologia. No entanto, todos os modelos de matéria escura padecem de um mesmo mal: ela ainda não foi observada diretamente. Logo, é o papel da ciência especular a respeito. Utilizamos MOND, na tentativa de descrever a dinâmica de aglomerados de galáxias. A princípio, esperaríamos

uma descrição satisfatória, onde a razão massa-luminosidade fosse da ordem da unidade. Entretanto, este resultado só pôde ser alcançado sob a pena de um valor  $a_0 \sim 10^{-7} m/s^2$  para a aceleração crítica, que é 3 ordens de magnitude superior ao valor encontrado para galáxias. Apesar da possibilidade de que  $a_0$  seja um parâmetro dependente de escala, podemos dizer que trata-se de um ponto fraco do modelo e favorável a matéria escura.

No próximo capítulo dissertamos sobre a energia escura, a segunda componente escura do modelo padrão.

## Capítulo 4

# A expansão acelerada do Universo: energia escura, $\Lambda$ e outras propostas

Até o início da década de 1990 se acreditava que um Universo de Einstein-de Sitter (EdS), plano e dominado por matéria sem pressão, seria a descrição apropriada para a dinâmica cósmica. Isto se devia as observações sobre a matéria escura e a idéia da inflação, predizendo a planitude do Universo. O Universo de EdS é desacelerado ( $q_0 = 1/2$ ) e concordava com as observações da distância angular de rádio-galáxias obtidas em 1993 [81].

O ano de 1998 representou para ciência moderna uma grande revolução na maneira como entendemos o Universo. As observações de Supernovas tipo Ia, explosões de estrelas anãs-brancas extremamente energéticas e que eventualmente são mais brilhantes do que as próprias galáxias que as hospedam, revelaram, ainda que com fraca confiança estatística, que o Universo deveria estar experimentando uma fase de expansão acelerada ( $q_0 < 0$ ). Se a Relatividade Geral é correta (e não há motivos para crer no contrário), os novos dados só poderiam ser descritos se os modelos de Friedmann incorporassem uma nova componente chamada energia escura que deveria ser equipada com uma exótica equação de estado  $p < -\rho/3$ . As demais observações obtidas posteriormente, em particular a RCF, vieram a confirmar este cenário. Estava aberta uma nova rota de investigação: qual a natureza da energia escura? A constante cosmológica  $\Lambda$  surge como candidato natural. No entanto, propostas alternativas para a gravitação também compõem o leque de possibilidades para explicar os dados observacionais disponíveis. Esse capítulo é dedicado a energia escura, esse novo elemento cósmico,

que formará, junto com a matéria escura, o chamado setor escuro do Universo.

## 4.1 As observações de Supernovas

Supernovas tipo Ia são objetos extremamente úteis em cosmologia. Através da observação de sua luminosidade intrínseca podemos obter sua distância luminosidade  $d_L$  e assim comparar diretamente tais observações com as predição teóricas de algum modelo cosmológico. Por isso, também chamamos Supernovas Ia de velas padrão. A distância luminosidade predita por um dado modelo depende apenas de sua expressão para  $H(z)$  e é calculada como:

$$d_L = (1+z)c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (4.1)$$

A figura ao lado tornou-se na última década extremamente popular em palestras sobre cosmologia. Ela resulta da comparação entre o modelo  $\Lambda$ CDM e os dados de Supernovas obtidos pelo High-z team em 1998 [82]. Repare que a curvatura do modelo é mantida livre. Apesar da baixa confiança estatística, fica evidente que um Universo em expansão acelerada  $q_0 < 0$  é preferido.

Os resultados obtidos posteriormente (1999) pelo The Supernova Cosmology Project [83] estão em total acordo com esta figura e portanto, ambos grupos recebem o crédito pela descoberta da expansão acelerada do Universo e, conseqüentemente, por serem os primeiros a evidenciar a existência da energia escura.

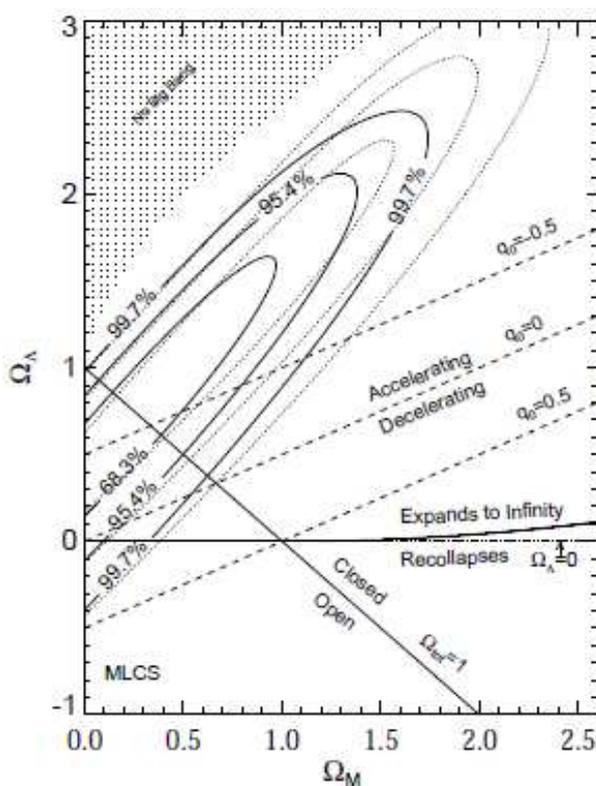


Figura 4.1: Vínculos observacionais impostos pelo High-z team em 1998. Retirado de [82].

## 4.2 Leque de evidências a favor de um Universo em expansão.

As observações de SN foram fundamentais para o nosso atual conhecimento da dinâmica cósmica. Elas passaram a indicar um comportamento incomum para o cosmos. Parte da comunidade recebeu os resultados a cerca da expansão acelerada com cautela. No entanto, meses após a revelação dos dados das SN, a detecção do primeiro pico acústico da radiação cósmica de fundo [84] constatou que o Universo, de fato, expande aceleradamente.

Parte das observações citadas na seção 3.1, que indicam a existência da matéria escura, indiretamente também denunciam a existência da energia escura. O Universo deve ser acelerado segundo as observações de Supernovas, Radiação Cósmica de Fundo, medidas de  $H(z)$ , oscilações acústicas de bárions e raios-x em aglomerados de galáxias, para citar algumas fontes. Mas é o conjunto de todos os observáveis que produzem um modelo de concordância cósmica (que adotamos como padrão), onde a energia escura é um fator fundamental da cosmologia moderna. Deve-se ainda citar que os próprios dados de SN evidenciam a expansão acelerada independentemente da existência ou não da energia escura. Em outras palavras, os dados falam por si próprios e nos dizem que o Universo expande aceleradamente, independente do modelo utilizado. Segundo a análise realizada em [85] a hipótese  $q_0 < 0$  possui uma evidência estatística  $> 5\sigma$  segundo as amostras de SN. Ou seja, o Universo expande aceleradamente não importando a razão para que isto ocorra. Nos resta, então, explicar esse fenômeno.

## 4.3 Constante Cosmológica

O Universo expande aceleradamente hoje se  $q_0 < 0$ . Através da equação (2.15) obtém-se  $q(t)$  como função dos parâmetros cosmológicos adotados pelo modelo. A constante cosmológica  $\Lambda$  aparece naturalmente na cosmologia pois foi introduzida por Einstein sob o pretexto de manter o Universo estático, resultando na equação

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} - \Lambda g^{\mu\nu} = 8\pi GT^{\mu\nu}. \quad (4.2)$$

Para Einstein  $\Lambda$  deveria apenas contrabalancear os efeitos atrativos da gravidade. Entretanto, as observações astronômicas mostraram que a densidade fracionária associada a  $\Lambda$  deve ser  $\Omega_\Lambda \sim 0.7$ , reproduzindo, assim, a expansão acelerada do Universo. A constante cosmológica é o candidato mais simples para a energia escura e que melhor se ajusta aos diferentes dados.

A natureza de  $\Lambda$  pode ser determinada através da teoria quântica de campos. Interpretando a constante cosmológica como um estado de vácuo quântico estima-se seu valor  $\Lambda \sim M_{pl}^4$ . Como este valor é  $10^{120}$  vezes maior do que o obtido através de  $\Omega_\Lambda \sim 0.7$ , temos o chamado “*problema da constante cosmológica*” (veja por exemplo [86]).

## 4.4 A quintessência

Uma vez que aceitamos a existência de matéria escura as componentes do Universo se resumem aos bárions, fótons, neutrinos e a própria matéria escura. A energia escura seria, então, a quinta componente cósmica que deve possuir uma equação de estado  $p = p(\rho) < -\rho/3$ . Alternativamente, uma equação de estado para a energia escura também pode ser obtida através da interpretação de campo escalar  $\phi$  com potencial  $V(\phi)$ . Neste caso, a Lagrangeana  $\mathcal{L}$  e o tensor energia momento  $T_\nu^\mu$  são dados por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^\sigma\phi_{,\sigma} - V(\phi), \quad T_\nu^\mu = \dot{\phi}^\mu\phi_{,\nu} - \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^\sigma\phi_{,\sigma} - V(\phi)\right)\delta_\nu^\mu, \quad \rightarrow \quad \phi_{,\nu} \equiv \frac{\partial\phi}{\partial x^\nu}, \quad \phi^{;\mu} \equiv g^{\mu\sigma}\phi_{,\sigma}. \quad (4.3)$$

As definições acima produzem

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (4.4)$$

A Lagrangeana descrita acima é chamada de quintessência e é apenas uma generalização de uma Lagrangeana para uma partícula não relativística. O campo de quintessência tem, portanto, uma função indeterminada  $V(\phi)$  que pode ser escolhida arbitrariamente de forma a reproduzir qualquer tipo de expansão para o Universo. Claramente, a partir das construções acima, qualquer equação de estado dependente do tempo  $w(t) = p(t)/\rho(t)$  pode ser obtida se o potencial  $V(\phi)$  for adequadamente escolhido. A referência [87] lista alguns modelos propostos na literatura. Para demonstrar a praticidade destes modelos, considere o Universo composto por duas formas de energia  $\rho(a) = \rho_c(a) + \rho_\phi(a)$ , onde  $\rho_c$  representa algum tipo de matéria conhecida. Como demonstrado em [88], o potencial pode ser escrito como

$$V(a) = \frac{1}{16\pi G}H(1-Q) \left[ 6H + 2a\frac{dH}{da} - \frac{aH}{1-Q}\frac{dQ}{da} \right], \quad Q(a) \equiv 8\pi G\rho_c(a)/3H^2(a), \quad (4.5)$$

$$\phi(a) = (8\pi G)^{-1/2} \int \frac{da}{a} \left[ a\frac{dQ}{da} - (1-Q)\frac{d\ln H^2}{d\ln a} \right]^{1/2} \quad (4.6)$$

Para quaisquer funções  $H(a)$  e  $Q(a)$  pode se determinar  $V(a)$  e  $\phi(a)$ . Este resultado é classe de problema inverso, onde a partir da solução desejada encontra-se o potencial  $V(a)$ . Portanto, qualquer modelo de quintessência já estudado na literatura pode ser obtido através das equações (4.5-4.6).

De maneira equivalente ao exposto acima, existe ainda a possibilidade de se obter equações de estado através da Lagrangeana taquiônica  $\mathcal{L} = -V(\phi) [1 - \phi^\sigma \phi_{,\sigma}]^{1/2}$  [89]. Este formalismo dá origem aos modelos de  $k$ -essência para a energia escura [90].

O formalismo de campo escalar pode, portanto, prover qualquer dinâmica de fundo para o Universo. Com efeito, qualquer parâmetro da equação de estado  $w(z)$  pode ser obtido. Assim, parametrizações para a equação de estado da energia escura do tipo  $w = w(z)$ , muito comuns na cosmologia, refletem, na verdade, nossa ignorância a respeito do potencial  $V(\phi)$ . Alguns exemplos de parametrizações utilizadas para  $w(z)$  são:

- CPL:  $w(z) = w_0 + w_1 \frac{z}{1+z}$ , proposta por Chevallier & Polarski [91] e Linder [92]
- JBP:  $w(z) = w_0 + \frac{w_a z}{(1+z)^2}$ , proposta por Jassal, Bagla e Padmanabhan [93].
- Wetterich:  $w(z) = \frac{w_0}{[1 + w_a \ln(1+z)]^2}$  [94].

## 4.5 Modificação na gravidade

O termo energia escura aparece no âmbito da Relatividade Geral. Sem dúvida, os testes gravitacionais em nível de sistema solar são unânimes a respeito de sua confiabilidade. No entanto, existem alternativas a Relatividade Geral que se enquadram sob a genérica classificação “teorias de gravitação modificada”. Um recente artigo de revisão analisa a relação entre estas teorias e a aceleração do Universo [95]. Aqui fazemos menção a algumas alternativas:

- Teorias  $f(R)$ : partem da ação [96]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{16\pi G} f(R) + \mathcal{L}_{mat} \right], \quad (4.7)$$

onde  $f(R) = R + \Delta(R)$ . A Relatividade Geral é recuperada no limite  $\Delta(R) = 0$ .

- Brans-Dicke: uma teoria onde o escalar de Ricci é acoplado a um campo escalar  $\phi$  [97], cuja ação é dada por:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \phi R - \omega \frac{\phi_{,\rho} \phi^{,\rho}}{\phi} + \mathcal{L}_{mat} \right]. \quad (4.8)$$

- DGP: neste modelo proposto por Dvali, Porrati e Gadabadze, a gravidade modifica-se a longas distâncias mantendo-se quadridimensional em testes locais [98]. Sua motivação está no contexto das teorias multi-dimensionais onde a expansão é dada por

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_k (1+z)^2 + \left[ \Omega_r + \sqrt{\Omega_{m0} (1+z)^3 + \Omega_r^2} \right]^2, \quad \Omega_r = \frac{(1 - \Omega_m)}{2\sqrt{1 - \Omega_k}} \quad (4.9)$$

- Gravidade Galileon: é descrita pela ação [99]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_{pl}^2}{2} R + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 c_i \mathcal{L}_i + \mathcal{L}_{mat} \right], \quad (4.10)$$

onde os  $c_i$ 's são os coeficientes de cada uma das 5 Lagrangeanas  $\mathcal{L}_i$  acrescentadas à teoria como pode ser visto na Ação anterior.

- Gauss-Bonnet: partem de ações do tipo [100]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2}R - \frac{1}{2}(\Delta\phi)^2 - V(\phi) - f(\phi)\mathcal{G} + \mathcal{L}_{mat} \right], \quad (4.11)$$

construídas com ajuda do termo  $\mathcal{G} = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\beta}$  e das funções  $V(\phi)$  e  $f(\phi)$ .

- Teorias  $f(T)$ : teorias que incorporam funções da torsão  $T$  em sua ação, propostas em [101].

## 4.6 Outras propostas

### Criação de partículas de matéria escura

Suponha que partículas de matéria escura ( $p = 0$ ) sejam criadas no Universo e que esta componente não obedeça mais a equação de conservação (2.11). Se admitirmos um termo de fonte  $Q$  inserida do lado direito desta equação, temos

$$\dot{\rho} + 3H\rho = Q \quad \rightarrow \quad \dot{\rho} + 3H\left(\rho - \frac{Q}{3H}\right) = 0. \quad (4.12)$$

Nota-se que o termo de fonte efetua para a dinâmica cósmica o mesmo efeito de um fluido com pressão negativa. Este modelo tem sido estudado em [102]

### Interação do setor escuro e o problema da coincidência cósmica

Tais modelos permitem um possível acoplamento entre matéria escura e energia escura. Não se trata, em princípio, de uma alternativa a energia escura, mas uma possível solução do chamado problema da coincidência cósmica [103].

As equações de Friedmann, somadas aos vínculos observacionais, nos levam aos seguintes números. As atuais densidades fracionárias de matéria escura e energia escura são, respectivamente  $\Omega_{m0} \sim 0.3$  e  $\Omega_\Lambda \sim 0.7$ . Evidentemente, estes valores são da mesma ordem de magnitude. Enquanto o valor  $\Omega_\Lambda$  permaneceu o mesmo durante toda a história do Universo, a quantidade de matéria escalonou obedecendo a  $\Omega_m(z) = \Omega_{m0}(1+z)^3$ . Logo, em qualquer instante no passado  $\Omega_m(z) \gg \Omega_\Lambda$ . A questão que surge é, por que exatamente em  $z=0$  estas quantidades possuem praticamente o mesmo valor?

Seja um modelo composto por matéria escura e uma outra componente  $x$ , a dinâmica dos modelos com interação é dada pelas equações

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = \delta, \quad \dot{\rho}_x + 3H(\rho_x + p_x) = -\delta. \quad (4.13)$$

As componentes não evoluem separadamente. O termo de interação  $\delta$  transfere energia do fluido  $x$  para a matéria se  $\delta > 0$  e vice versa. Como consequência temos que as densidades das componentes possuem uma razão constante durante a toda história do Universo, dando uma explicação para o problema da coincidência cósmica.

## **4.7 Matéria Escura x Energia Escura: medindo forças**

Neste ponto ocorre uma transição desta tese. O capítulo 3 nos deixa aptos a concluir: a matéria escura é uma componente fundamental na cosmologia. Neste sentido, a partir do próximo capítulo colocamos em cheque se a energia escura é tão fundamental quanto a matéria escura. Trabalhamos com a premissa de que, não, a energia escura não possui o mesmo *status* da matéria escura. O desafio agora seria buscar cosmologias onde apenas a própria matéria escura descreva as observações cosmológicas. Esta matéria não necessariamente se chamará matéria escura, mas sim, matéria escura unificada. A justificativa deste termo “unificada” dá-se ao fato de que esta nova matéria é capaz de unificar os conceitos de matéria escura e energia escura em uma única substância. Dois candidatos serão utilizados neste contexto de unificação. No capítulo 5, estudamos cosmologias baseadas no gás de Chaplygin. No sexto capítulo, um fluido com viscosidade volumétrica representará este papel.

## Capítulo 5

# Cosmologias baseadas no gás de Chaplygin

### 5.1 Gás de Chaplygin e a cosmologia

A dinâmica de fluidos é uma disciplina de grande importância devido a sua aplicabilidade em diferentes contextos físicos. Assim como já exposto na seção 3.2, a cosmologia faz uso da aproximação de fluido para descrever a evolução do Universo. Neste contexto, a pressão do fluido, ou melhor sua equação de estado, é uma grandeza fundamental da dinâmica cósmica e pode ser escrita, em termos das variáveis termodinâmicas densidade  $\rho$  e entropia  $s$ , como  $p = p(\rho, s)$ .

O gás de Chaplygin é representado por uma equação de estado

$$p = -\frac{A}{\rho}, \quad (5.1)$$

onde  $A$  é uma constante positiva. Esta expressão foi desenvolvida no contexto da aerodinâmica por S. Chaplygin em 1904 [104]. No entanto, trata-se de uma equação de estado com pressão negativa. Logo, preenche um requisito imposto pelas observações de Supernovas. Seu interesse na cosmologia foi expresso pela primeira vez por A. Kamenshchik e colaboradores em 2001 [105]. Entende-se então o título desta referência, “*An alternative to quintessence*”. De fato, esta exótica equação de estado possui algumas motivações teóricas que já haviam sido exploradas em [106]. Para a cosmologia, em particular, é interessante o fato de um fluido com pressão negativa possuir uma velocidade do som positiva

$$v_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{A}{\rho^2}. \quad (5.2)$$

A conservação deste fluido fornece, através da solução da equação (2.11), a seguinte expressão para sua densidade

$$\rho_c = \sqrt{A + \frac{B}{a^6}}, \quad (5.3)$$

onde  $B$  é uma constante de integração. Esta expressão revela que o gás de Chaplygin pode ser mais do que uma simples “Uma alternativa a quintessência”. Tomando alguns limites da expressão (5.3),

$$\text{Passado : } \quad a \ll 1 \quad \rightarrow \quad \rho_c \sim \frac{B}{a^3} \quad (5.4)$$

$$\text{Hoje : } \quad a \gg 1 \quad \rightarrow \quad \rho_c = \sqrt{A + B} = \text{constante}, \quad (5.5)$$

demonstramos claramente que o gás de Chaplygin pode se comportar como um fluido sem pressão (matéria) no passado e evoluir para uma fase com densidade constante (constante cosmológica). Esta análise indica que o gás de Chaplygin poderia ser a única componente do setor escuro substituindo matéria e energia escuras. Surge então a idéia de unificação do setor escuro. Algumas possíveis terminologias encontradas na literatura são: UDM (Unified Dark matter - Matéria escura unificada) e Quartessence models (Modelos de quartessência). Mas em todas elas a idéia é a mesma: o setor escuro do Universo é composto por apenas uma componente.

Generalizações em física são muito comuns e o mesmo ocorreu com o gás de Chaplygin. Em [107] foi proposta a equação de estado:

$$p_{cg} = -\frac{A}{\rho^\alpha}, \quad (5.6)$$

que tornou-se conhecida por gás de Chaplygin generalizado. O novo parâmetro  $\alpha$  não altera as demais propriedades do gás de Chaplygin original, que pode ser recuperado com  $\alpha = 1$ . A expressão para sua densidade é

$$\rho_{cg} = \rho_{cg0} \left[ \bar{A} + \frac{1 - \bar{A}}{a^{3(1+\alpha)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (5.7)$$

onde procedemos com a definição  $\bar{A} = A/\rho_{cg0}^{1+\alpha}$  e sua velocidade do som torna-se

$$v_{s_{cg}}^2 = \alpha \bar{A} \left( \frac{\rho_{cg0}}{\rho_{cg}} \right)^{1+\alpha}. \quad (5.8)$$

Em  $z=0$  temos  $v_{s0}^2 = \alpha \bar{A}$ .

Cosmologias baseadas no gás de Chaplygin generalizado possuem, em geral, uma dinâmica de fundo dada por:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_k(1+z)^2 + (\Omega_{b0} + \Omega_{dm0})(1+z)^3 + \Omega_{c0} \left[ \bar{A} + (1 - \bar{A})(1+z)^{3(1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}}}, \quad (5.9)$$

onde  $\Omega_k + \Omega_{b0} + \Omega_{dm0} + \Omega_{c0} = 1$ . O termo  $\Omega_{dm0}$  representa a quantidade de matéria escura do modelo. No cenário de unificação (que motiva este fluido)  $\Omega_{dm0} = 0$ . Mas note que o gás de Chaplygin generalizado também pode ser visto como mais uma parametrização para a equação de estado da energia escura. Ainda, se fixarmos  $\alpha = 0$  a expressão acima se reduz, efetivamente, a dinâmica do modelo  $\Lambda$ CDM.

## 5.2 Resultados para a dinâmica de fundo do gás de Chaplygin generalizado

Com um modelo em mãos e uma amostra de dados observacionais pode-se imediatamente aferir quais são os valores dos parâmetros do modelo que melhor se ajustam ao dados. Desde que foi proposto, o gás de Chaplygin generalizado tem passado por uma série de confrontos contra diversos tipos de dados observacionais. Alguns vínculos utilizando Supernova [108], radiação cósmica de fundo [109], oscilações acústicas dos bárions [110], efeito Sachs-Wolfe integrado [111], espectro de potência da matéria [112], lentes gravitacionais [113], raios-x de aglomerados de galáxias [114], idade de objetos em altos desvios para o vermelho [115], além de vínculos que utilizam várias amostras combinadas [116]. Um resultado comum a todos estes estudos é que o valor  $\alpha = 0$  (limite  $\Lambda$ CDM) tem alta probabilidade. No entanto, os vínculos dependem muito se Chaplygin é visto como uma verdadeira unificação ( $\Omega_{dm0} = 0$ ) ou se é apenas uma componente de energia escura.

Nesta seção utilizaremos dois tipos de amostras para confrontar a dinâmica de fundo do gás de Chaplygin. Na seção (5.2.1)<sup>1</sup> utilizamos medidas diretas de  $H(z)$  e posteriormente, na seção (5.2.2)<sup>2</sup> utilizamos o diagrama de Hubble para explosões de raios-gamma (Gamma ray bursts-GRB), ao invés das usuais Supernovas.

### 5.2.1 Medidas para $H(z)$

O parâmetro de Hubble ( $H = \dot{a}/a$ ) pode ser relacionado ao desvio para o vermelho através de

$$H = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}. \quad (5.10)$$

<sup>1</sup>Trabalho em colaboração com J.C. Fabris e Paulo Louzada que encontra se submetido ao European Physical Journal C.

<sup>2</sup>Trabalho em colaboração com Sérgio V. Gonçalves e Rodolfo de Freitas que encontra se submetido ao Physics Letters B.

Isto torna o conhecimento da variação  $dz/dt$  de alguma observação em algum ponto  $z$  necessária para se determinar a função  $H$ . O método desenvolvido em [117] permite a medição direta do diferencial  $dt/dz$ . Tal técnica foi empregada em uma amostra de galáxias vermelhas, tomadas como relógios-padrão, nas referências [118, 119, 120]. Isto possibilitou uma compilação de 11 pontos observacionais. Um outra técnica relacionada a medida radial das oscilações acústicas de bárions foi utilizada em [121] para obter outras 2 medidas no diagrama  $H \times z$ . A compilação destes resultados está listada em [122] e discutida em [123].

Mostramos na figura ao lado o diagrama  $H(z) \times z$  com os 13 pontos utilizados em nossa análise estatística. As linhas representam o comportamento da função  $H(z)$  para o modelo  $\Lambda$ CDM plano com  $\Omega_\Lambda = 0.7$  para 4 valores distintos de  $H_0$ . Da linha inferior para a superior:  $H_0 = 68, 70, 72$  e  $74$  Km/s/Mpc. Nota-se, qualitativamente, uma dispersão considerável da amostra. Estes dados concordam com uma construção independente de  $H(z)$  a partir dos dados de SN [124].

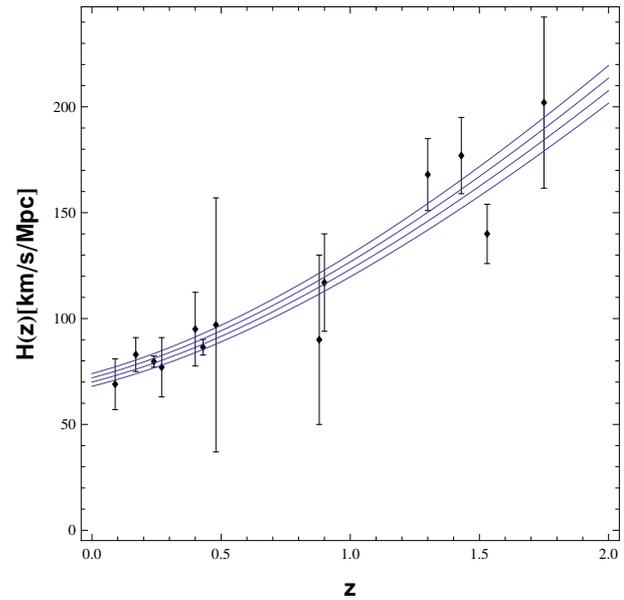


Figura 5.1: Diagrama  $H(z) \times z$  com os dados utilizados nesta seção.

A determinação do parâmetro  $H_0$ , feito por vias ópticas pelo telescópio espacial Hubble, poderia também ser incluída na amostra. No entanto, incluir um ponto observacional  $H(0) = 72$  km/s/Mpc poderia tornar os resultados finais tendenciosos, visto que isso pode ser considerado com um *prior*, ou seja, uma informação que “obriga” o parâmetro  $H_0$  do modelo a seguir o valor imposto.

Para o nosso objetivo, que é estimar parâmetros de um modelo cosmológico com o gás de Chaplygin generalizado, utilizaremos os dados relacionados em [122] e prosseguiremos com uma análise estatística utilizando as técnicas descritas no apêndice A.

## O modelo

O objetivo aqui é impor vínculos na seguinte dinâmica

$$H(z) = H_0 \sqrt{(\Omega_{b0} + \Omega_{dm0})(1+z)^3 + (1 - \Omega_{b0} - \Omega_{dm0}) \left[ \bar{A} + (1 - \bar{A})(1+z)^{3(1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}}}. \quad (5.11)$$

Trata-se de um modelo com matéria sem pressão e gás de Chaplygin generalizado. Bárions, na quantidade  $\Omega_{b0} = 0.042$ , e uma contribuição extra de matéria escura  $\Omega_{dm0}$  formam a componente de matéria. Em qualquer modelo a presença da componente bariônica é de fundamental importância. O cenário de unificação do setor escuro ocorre quando  $\Omega_{dm0} = 0$ . Adotamos também uma dinâmica plana, ou seja, o termo de curvatura é nulo  $\Omega_k = 0$ , implicando  $\Omega_{b0} + \Omega_{dm0} + \Omega_{c0} = 1$ .

Temos 4 parâmetros livres:  $H_0$ ,  $\Omega_{dm0}$ ,  $\bar{A}$  e  $\alpha$ .  $H_0$  pode ser expresso em termos do parâmetro de Hubble reduzido  $h$  via  $H_0 = 100h \text{Kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$

## Resultados Estatísticos

Vamos considerar 3 casos particulares: i) o cenário de unificação  $\Omega_{dm0} = 0.0$ ; ii) o cenário tipo  $\Lambda$ CDM, fixando  $\Omega_{dm0} = 0.25$  (onde o gás de Chaplygin é visto como energia escura); iii) deixando o parâmetro  $\Omega_{dm0}$  livre. Assim, poderemos testar se o cenário i) ou ii) é favorecido.

Dentro da análise estatística Bayesiana uma atenção particular deve ser dada a escolha dos *priors*. Para  $h$ ,  $\Omega_{dm0}$  e  $\bar{A}$  parece natural utilizar

$$0 \leq h \leq 1, \quad 0 \leq \bar{A} \leq 1, \quad 0 \leq \Omega_{dm0} \leq 0.958. \quad (5.12)$$

Os priors sobre o parâmetro  $\alpha$  devem ser melhor discutidos. A princípio,  $\alpha$  pode assumir qualquer valor positivo. Por exemplo, do ponto de vista das perturbações, uma velocidade do som positiva requer  $\alpha > 0$ . De fato, na referência [125], o valor  $\alpha \sim 200$  foi encontrado através do efeito Sachs-Wolfe integrado [126]. Assim, não parece necessário colocar um limite superior para  $\alpha$ . Por outro lado, os limites (5.4), que motivam cosmologias com o gás de Chaplygin, são mantidos apenas se  $\alpha > -1$ . Entretanto, alguns vínculos observacionais sobre o parâmetro  $\alpha$  indicam que valores negativos podem ser preferidos. Considerando o *prior*  $\alpha > \alpha_{min}$ , vamos adotar os valores:  $\alpha_{min} = -10.0, -2.0, -1.0$  e  $0.0$ .

Assumindo o cenário i) de unificação ( $\Omega_{dm} = 0$ ), mostramos na tabela (5.2.1) as estimativas finais para cada parâmetro livre com incertezas calculadas a  $2\sigma$ . Temos 3 parâmetros livres. Os resultados dependem pouco da escolha de  $\alpha_{min}$ . Existe uma concordância em torno dos valores  $h = 0.71$ ,  $\bar{A} = 0.97$  e  $\alpha = -0.2$ . Obviamente este valor para  $\alpha$  não é permitido se adotarmos o *prior*  $\alpha_{min} = 0$ .

$\alpha_{min}$	0.0	-1.0	-2.0	-10.0
$h$	$0.74^{+0.07}_{-0.06}$	$0.71^{+0.08}_{-0.09}$	$0.71^{+0.08}_{-0.11}$	$0.71^{+0.08}_{-0.11}$
$\bar{A}$	$0.97^{+0.03}_{-0.27}$	$0.98^{+0.02}_{-0.56}$	$0.97^{+0.03}_{-0.72}$	$0.97^{+0.03}_{-0.64}$
$\alpha$	$0.00^{+1.94}_{-0.00}$	$-0.20^{+1.85}_{-0.80}$	$-0.20^{+2.00}_{-1.42}$	$-0.20^{+2.08}_{-1.47}$

Tabela 5.1: Estimativas uni-dimensionais dos parâmetros  $h$ ,  $\bar{A}$  e  $\alpha$  para o cenário de unificação do gás de Chaplygin generalizado ( $\Omega_{dm0} = 0$ ).

Alguns PDFs são mostrados na figura (5.2) considerando o prior  $\alpha_{min} = -10.0$ . O pico em  $\alpha = -0.20$  é bem visível no painel superior-esquerda. Os demais painéis são os contornos de 1,2 e 3  $\sigma$  de confiança obtidos após a primeira marginalização. Os contornos  $\alpha \times h$  e  $\alpha \times \bar{A}$  não dependem da escolha de  $\alpha_{min}$ . Com isso, pode-se afirmar que valores  $\alpha < 0$  possuem alta probabilidade.

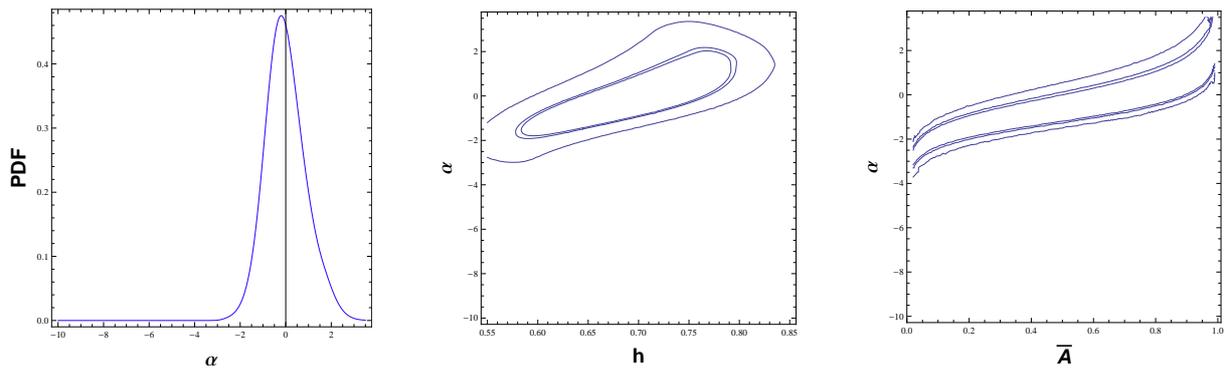


Figura 5.2: PDFs para o cenário de unificação ( $\Omega_{dm0} = 0$ ) se  $\alpha_{min} = -10.0$ .

Passando ao caso ii), onde fixamos  $\Omega_{dm0} = 0.25$  mostramos as estimativas finais na tabela (5.2.1). Observamos agora uma concordância para  $h = 0.69$  e  $\bar{A} = 1$ . No entanto, não existe um pico na distribuição de  $\alpha$ . Ele se estende para valores arbitrariamente negativos e podemos dizer que sua estimativa segue o valor adotado para  $\alpha_{min}$ . Este resultado entra em contradição com o limite  $\Lambda$ CDM do gás de Chaplygin generalizado que é  $\alpha = 0$ .

A análise do caso iii), onde deixamos  $\Omega_{dm0}$  livre, é eficiente para verificar a consistência da proposta de unificação. Este cenário pode ser imposto desde o início como fizemos em i). Se os dados preferirem tal valor, teremos um indício a cerca da unificação do setor escuro. Os resultados da tabela (5.3) mostram que a conclusão depende fortemente da escolha do prior. O cenário de unificação é favorecido apenas se  $\alpha_{min} = 0$ . Os PDFs uni-dimensionais para

$\alpha_{min}$	0.0	-1.0	-2.0	-10.0
$h$	$0.69^{+0.04}_{-0.05}$	$0.68^{+0.04}_{-0.03}$	$0.68^{+0.04}_{-0.08}$	$0.69^{+0.07}_{-0.03}$
$\bar{A}$	$1.00^{+0.0}_{-0.14}$	$1.00^{+0.0}_{-0.39}$	$1.00^{+0.0}_{-0.62}$	$1.00^{+0.00}_{-0.87}$
$\alpha$	$0.00^{+3.01}_{-0.00}$	$-1.00^{+3.25}_{-0.00}$	$-2.00^{+3.42}_{-0.0}$	$-10.00^{+6.08}_{-0.00}$

Tabela 5.2: Estimativas uni-dimensionais para os parâmetros  $h$ ,  $\bar{A}$  e  $\alpha$  para o gás de Chaplygin generalizado adotando  $\Omega_{dm0} = 0.25$ .

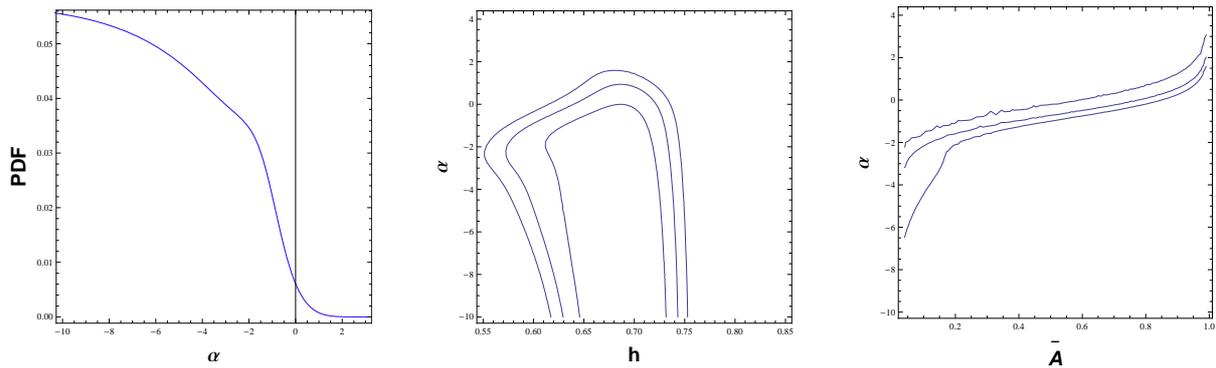


Figura 5.3: PDFs for the GCG scenario with  $\Omega_{dm0} = 0.25$  if  $\alpha_{min} = -10.0$ . In the left panel we show, from bottom to top, the lines are the 1, 2 and  $3\sigma$  contours of CL.

$\Omega_{dm0}$ , considerando diferentes valores de  $\alpha_{min}$  são mostrados na figura (5.4).

### Discussão dos resultados para a amostra H(z)

O cenário de unificação sai fortalecido após as análise desta seção. O caso (i) se revelou como uma alternativa viável fornecendo a estimativa  $\alpha = -0.2$ . Este valor não implica em qualquer consequência trágica para a dinâmica cósmica. Mas, com os resultados do caso (iii), os dados preferem o cenário de unificação se  $\alpha_{min} = 0$ . Levando em conta dispersão da amostra, parece razoável concluir que o cenário de unificação com  $\alpha \sim 0$  é uma ótima opção para a dinâmica cósmica. Quando o tratamos como uma componente tipo energia escura, caso (ii), os valores obtidos para o parâmetros  $\alpha$  são muito negativos. Poderíamos conciliar o caso (ii) se adotarmos  $\alpha_{min} = 0$ , mas teríamos exatamente o modelo  $\Lambda$ CDM.

## 5.2.2 Gamma Ray Busters como vela padrão

### Como estender o diagrama de Hubble para $z > 2$ ?

Supernovas tem sido observadas em  $z < 1.7$ . Observações além deste valor são extremamente raras e de baixa qualidade espectrográfica. O período  $z < 1.8$  compreende grande parte da

$\alpha_{min}$	0.0	-1.0	-2.0	-10.0
$h$	$0.71^{+0.07}_{-0.07}$	$0.68^{+0.07}_{-0.08}$	$0.68^{+0.08}_{-0.09}$	$0.68^{+0.07}_{-0.09}$
$\bar{A}$	$1^{+0}_{-0.23}$	$1^{+0}_{-0.49}$	$1^{+0}_{-0.68}$	$1^{+0}_{-0.91}$
$\Omega_{dm0}$	$0^{+0.29}_{-0.00}$	$0.18^{+0.15}_{-0.18}$	$0.22^{+0.14}_{-0.22}$	$0.26^{+0.19}_{-0.15}$
$\alpha$	$0.00^{+2.10}_{-0.00}$	$-1.00^{+2.43}_{-0.00}$	$-2.00^{+3.01}_{-0.0}$	$-10.00^{+9.63}_{-0.00}$

Tabela 5.3: Estimativas uni-dimensionais para os parâmetros  $h$ ,  $\bar{A}$  and  $\Omega_{dm0}$ .

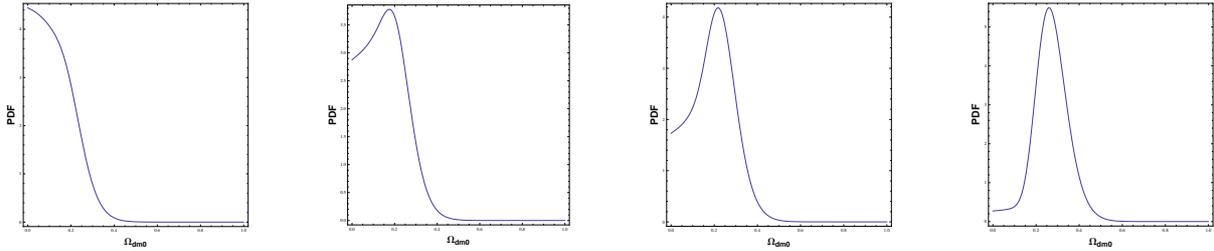


Figura 5.4: PDF uni-dimensional do parâmetro  $\Omega_{dm0}$  para diferentes valores de  $\alpha_{min}$ . Quadro superior-esquerda ( $\alpha_{min} = 0$ ), superior-direita ( $\alpha_{min} = -1$ ), inferior-esquerda ( $\alpha_{min} = -2$ ) e inferior-direita ( $\alpha_{min} = -10$ ).

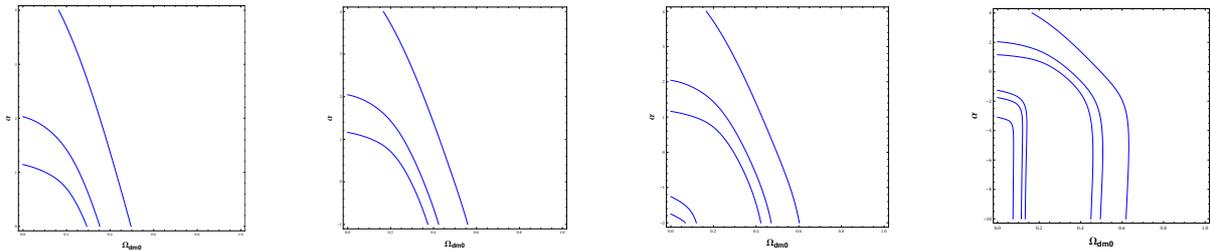


Figura 5.5: PDFs bi dimensionais para o espaço dos parâmetros  $\alpha \times \Omega_{dm0}$  para diferentes valores de  $\alpha_{min}$ . Da esquerda para a direita  $\alpha_{min} = 0$ ,  $\alpha_{min} = -1$ ,  $\alpha_{min} = -2$  and ( $\alpha_{min} = -10$ ).

história recente do Universo. A transição da para a fase de expansão acelerada ocorre em  $z = 0.7$  e, logo após, o Universo se torna dominado pela energia escura em  $z = 0.3$ . Supernovas, portanto, são capazes de determinar toda a história recente da dinâmica cósmica. Dados na região  $z > 1.8$  seriam importantes para entender o período final da fase dominada pela matéria que começou por volta de  $z \sim 3000$ . Nesta fase se dá o processo de formação de estruturas e sua influência na evolução da dinâmica de fundo poderia ser aferida com estas observações em altos desvios para o vermelho. Neste sentido, GRBs aparecem como candidatos para preencher o Diagrama de Hubble além das observações de Supernovas [127].

As GRBs liberam  $\sim 10^{51} - 10^{53}$  ergs de energia em um intervalo de poucos segundos. Neste pequeno período, estes eventos tornam, sem dúvida, GRB nos objetos mais brilhantes do Universo. Elas foram descobertas na década de 1960 pelo satélite Vela [128]. As observações

mais recentes foram coletadas pelo projeto “The Burst and Transient Source Experiment on the Compton Gamma-Ray Observatory” (BATSE on the Compton GRO) lançado em 1991 [129] e pela missão SWIFT (2004).

Enquanto SN são consideradas perfeitas velas padrão, o mesmo não ocorre com GRBs. O problema surge quando algumas das observações parciais (aquelas que resultarão em um valor final para a distância luminosidade) são calibradas a partir de algum modelo cosmológico previamente estabelecido. Logo, estimar parâmetros de outros modelos, como por exemplo o Chaplygin, a partir de uma amostra de GRBs gera resultados tendenciosos. Este é o chamado problema da circularidade [130]. As alternativas para esta questão incluem um tratamento estatístico da amostra [131] ou o uso das chamadas relações de Ghirlanda [132]. No entanto, as críticas sobre estes métodos são comuns na literatura [133].

Recentemente, Liang e colaboradores conseguiram obter um amostra de GRBs independente da qualquer modelo cosmológico [134] que, posteriormente, já foi atualizada [135].

Mostramos na figura ao lado o diagrama de Hubble com os dados de Supernovas da amostra Constitution (pontos pretos) e os dados de 42 GRBs (pontos vermelhos) obtidos na referência [135]. As linhas representam o comportamento para o modelo  $\Lambda$ CDM plano com  $\Omega_\Lambda = 0.7$  para 2 valores distintos de  $H_0$ . Da linha inferior para a superior:  $H_0 = 74$  e  $68$  Km/s/Mpc. As linhas tracejadas demarcam a região onde Supernovas e GRBs são observadas. O método empregado nas referências [134, 135] considera as Supernovas como primeiras velas padrão. Repare que na região entre as linhas tracejadas da figura (5.6) existem tanto SN quanto GRBs.

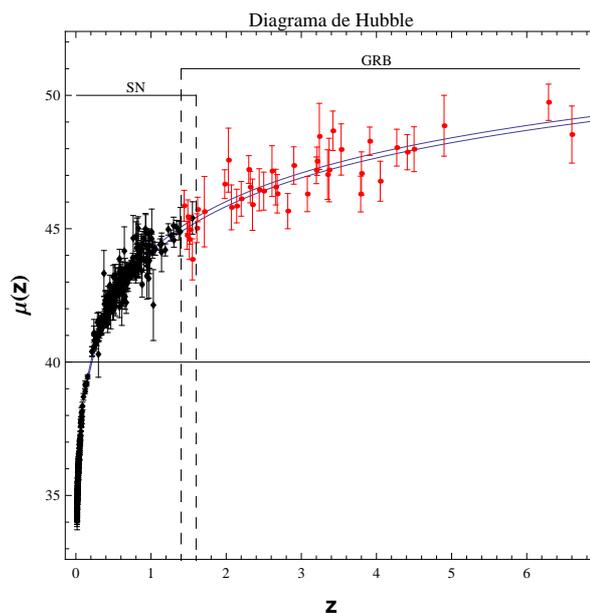


Figura 5.6: Diagrama de Hubble incluindo dados de Supernova e Explosões de raios gamma.

Neste intervalo, a mesma calibração necessária para as Supernovas é utilizada para as GRBs. Assim, basta estender esta mesma calibração para as demais GRBs que residem em altos desvios para o vermelho. Detalhes deste método podem ser encontrados em [136].

## Resultados estatísticos

A quantidade que deve ser calculada para construir o diagrama de Hubble é

$$\mu^{th} = 5 \log \left( \frac{d_L}{Mpc} \right) + 25 \quad , \quad (5.13)$$

que faz uso da expressão (4.1). Utilizando as ferramentas descritas no apêndice A, estudaremos alguns cenários particulares e estimaremos parâmetros.

Assim como na seção anterior, vamos estudar alguns casos particulares da expressão (5.9), ou seja, algumas dinâmicas baseadas no gás de Chaplygin generalizado. Um caso não investigado anteriormente com os dados de  $H(z)$  foi o i) gás de Chaplygin ( $\alpha = 1$ ). De fato, sabe-se que este caso não representa uma boa descrição dos dados, mas isso ainda não foi verificado com os dados de GRB.

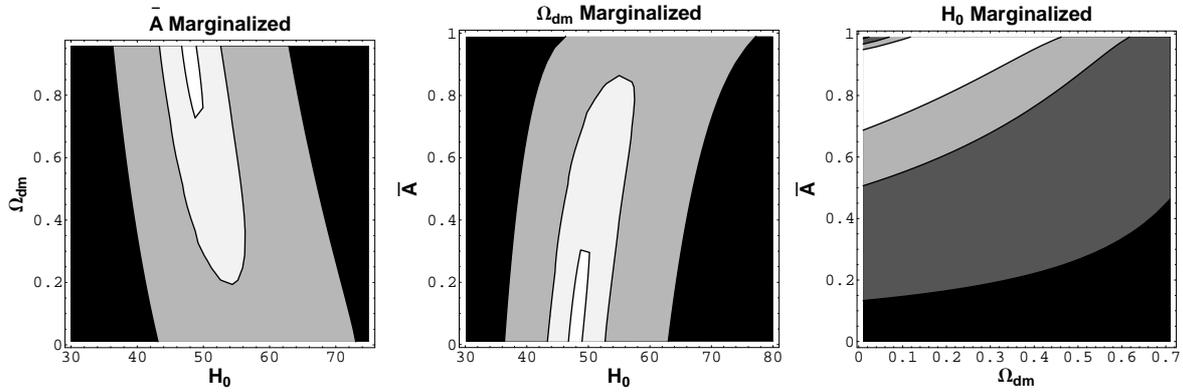


Figura 5.7: PDF bidimensional para os parâmetros do gás de Chaplygin ( $\alpha=1$ ). As curvas mostram os contornos de 99.73%, 95.45% e 68.27% de confiança estatística. Quanto mais escura a região, menor a probabilidade.

Assumindo o caso plano  $\Omega_k = 0$ , temos 3 parâmetros livres:  $\Omega_{dm0}$ ,  $\bar{A}$  e  $H_0$ . Para este caso, os contornos bi-dimensionais correspondentes a 99.73%, 95.45% e 68.27% de confiança estatística são mostrados na Fig. (5.7). Os PDFs uni-dimensionais para este caso são mostrados na figura 5.8.

O segundo caso analisado corresponde ao ii) gás de Chaplygin generalizado com o prior  $H_0 = 72 \text{Km/s/Mpc}$  (valor obtido pelo Hubble Space Telescope [13]). Ainda mantemos  $\Omega_k = 0$ . Apenas liberamos o parâmetro  $\alpha$  para variar. Repare que ainda temos 3 parâmetros livres. Assim como na seção anterior, devemos optar por um prior para o parâmetro  $\alpha$ . Vamos evitar valores  $\alpha < 0$ . Os resultados são mostrados nas figuras 5.9 e 5.10.

Este mesmo caso pode ser re-analisado, iii) deixando livre, porém, o parâmetro  $H_0$ . Mostramos os resultados nas figuras 5.11 e nas linhas sólidas da figura 5.12.

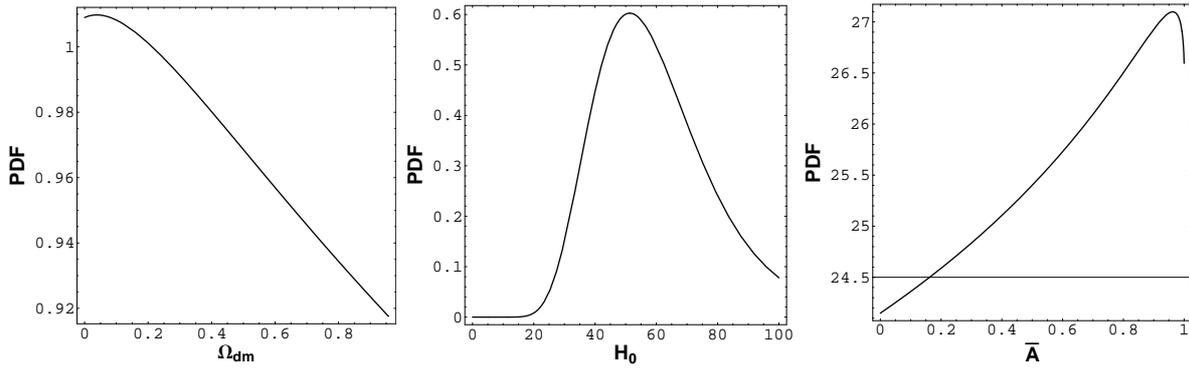


Figura 5.8: PDFs unidimensionais para os parâmetros do gás de Chaplygin.

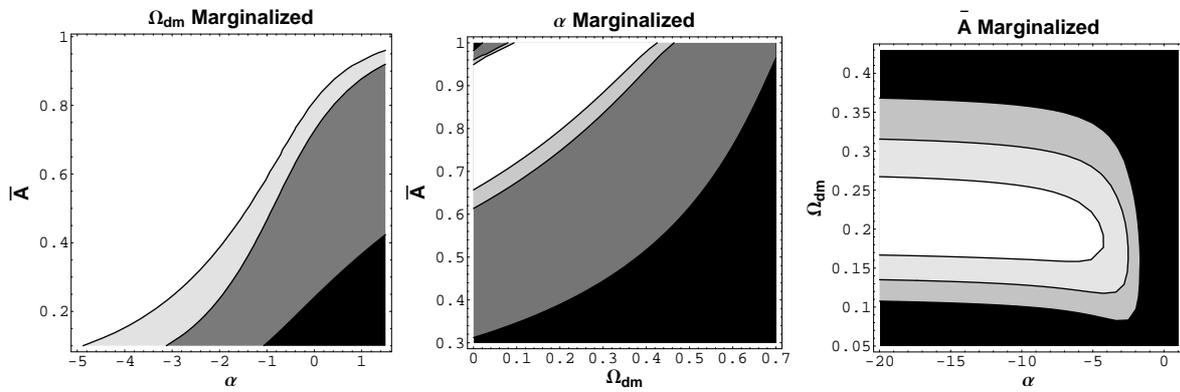


Figura 5.9: PDFs bidimensionais para o gás de Chaplygin generalizado fixando  $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . As curvas mostram os contornos de 99.73%, 95.45% e 68.27% de confiança estatística. Quanto mais escura a região, menor a probabilidade.

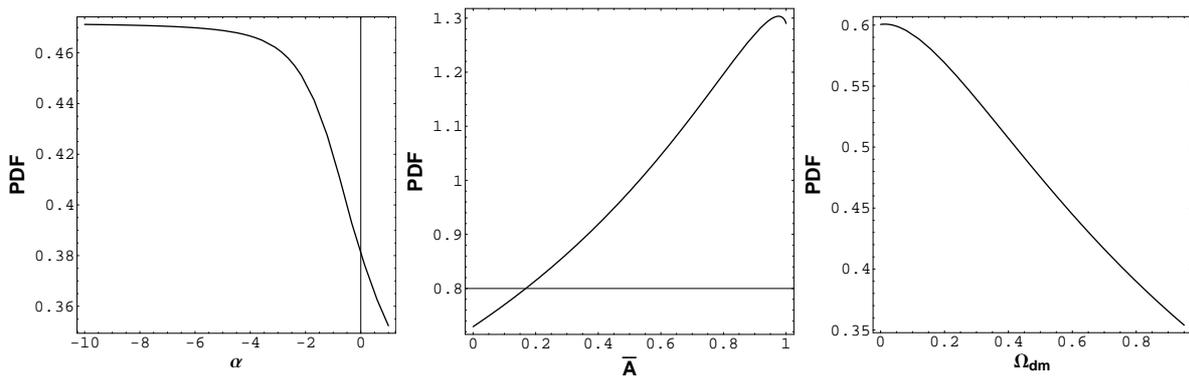


Figura 5.10: PDFs uni-dimensionais para os 3 parâmetros livres do gás de Chaplygin generalizado quando  $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

Todos os resultados desta seção foram obtidos com o prior  $0 < \alpha < 1$ . Este é, na verdade, o prior original sobre o parâmetro  $\alpha$  e sua origem está relacionada com a velocidade do som

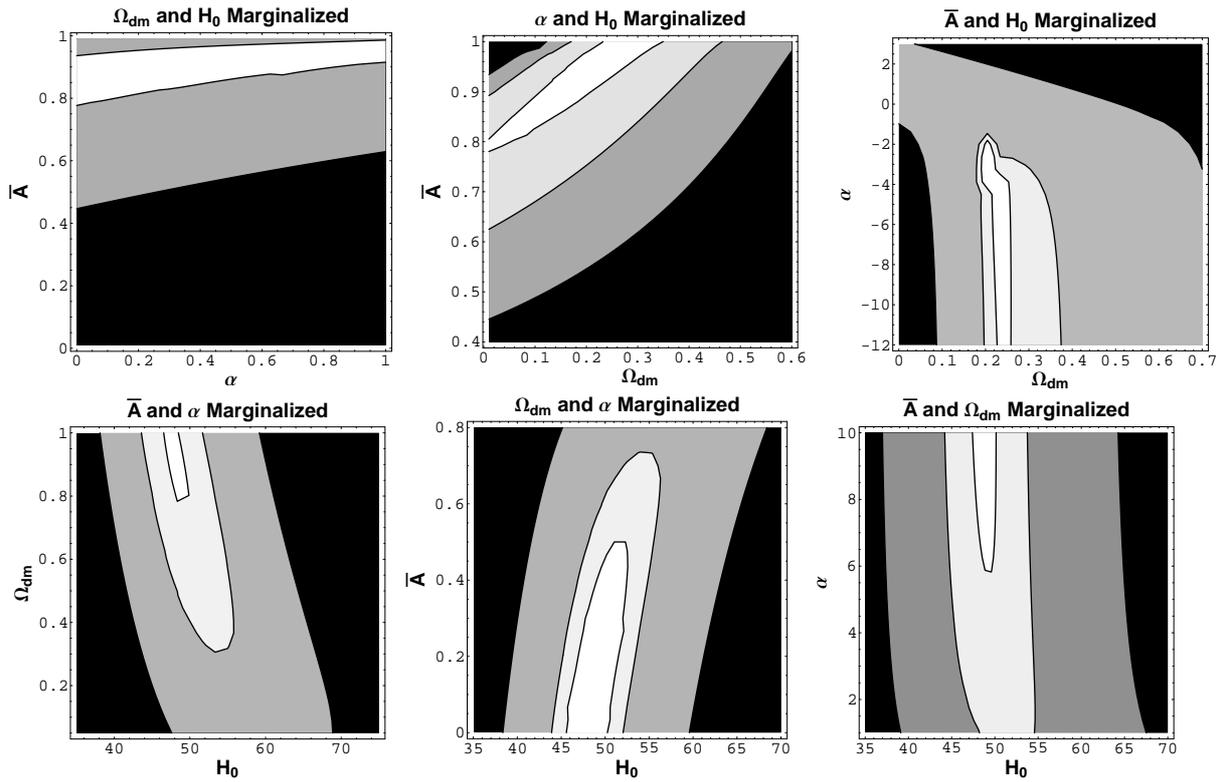


Figura 5.11: Probabilidades para os 4 parâmetros livres do gás de Chaplygin generalizado e o prior  $0 \leq \alpha \leq 1$ . As curvas mostram os contornos de 99.73%, 95.45% e 68.27% de confiança estatística. Quanto mais escura a região, menor a probabilidade

medida hoje para o gás de Chaplygin generalizado  $v_s^2 = \alpha \bar{A}$  que é dada em unidades de  $c$ . Logo, afim de manter a causalidade, e como  $0 < \bar{A} < 1$ , devemos ter  $0 < \alpha < 1$ . Por outro lado, pode-se argumentar que esta escolha é um tanto conservadora [137]. Na verdade, a expressão  $v_s^2 = \alpha \bar{A}$  representa a velocidade de grupo, ao passo que, a causalidade é violada quando a velocidade da frente de onda excede  $c$  [138]. Nas próximas seções, onde falamos sobre os aspectos perturbativos do gás de Chaplygin generalizado, retornamos a discussão sobre a velocidade do som.

O próximo passo é restabelecer o prior  $0 > \alpha$ , assim como adotado na seção anterior com a amostra de  $H(z)$ . Recalculamos as probabilidades uni-dimensionais com o novo prior e as mostramos nas linhas tracejadas da figura 5.12.

Existem fortes evidências de que o termo de curvatura é nulo. Ou seja, vivemos em um Universo plano. Este resultados é, no entanto, obtido dentro do modelo padrão  $\Lambda$ CDM. Nosso enfoque agora concentra-se na estimativa do termo de curvatura para o gás de Chaplygin sem fixar qualquer parâmetro. Quer dizer, deixaremos todos os 5 parâmetros do modelo livre e obteremos assim a análise estatística mais completa possível. Os limites (*priors*) adotados

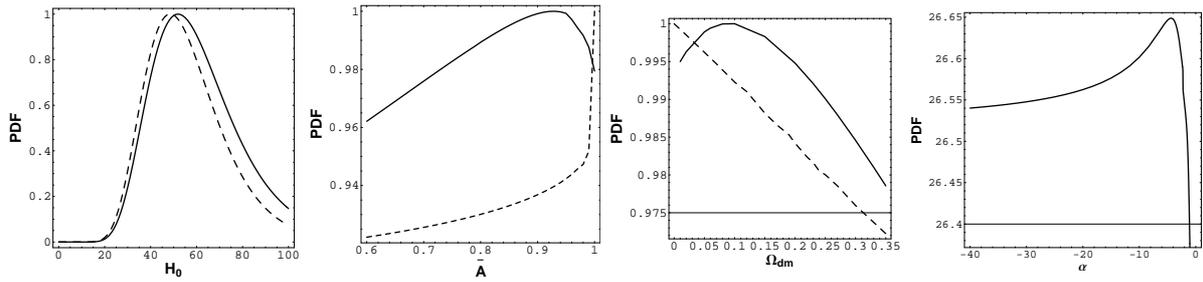


Figura 5.12: PDFs uni-dimensionais para os parâmetros do gás de Chaplygin generalizado quando  $H_0$  é livre para variar. As linhas sólidas correspondem ao prior  $0 \leq \alpha \leq 1$  enquanto que linhas tracejadas correspondem ao prior  $\alpha \geq 0$ . A estimativa final do parâmetro  $\alpha$  não depende de seu próprio prior.

para a curvatura serão  $[-0.6, 0.6]$ . A figura 5.13 mostra os resultados desta análise.

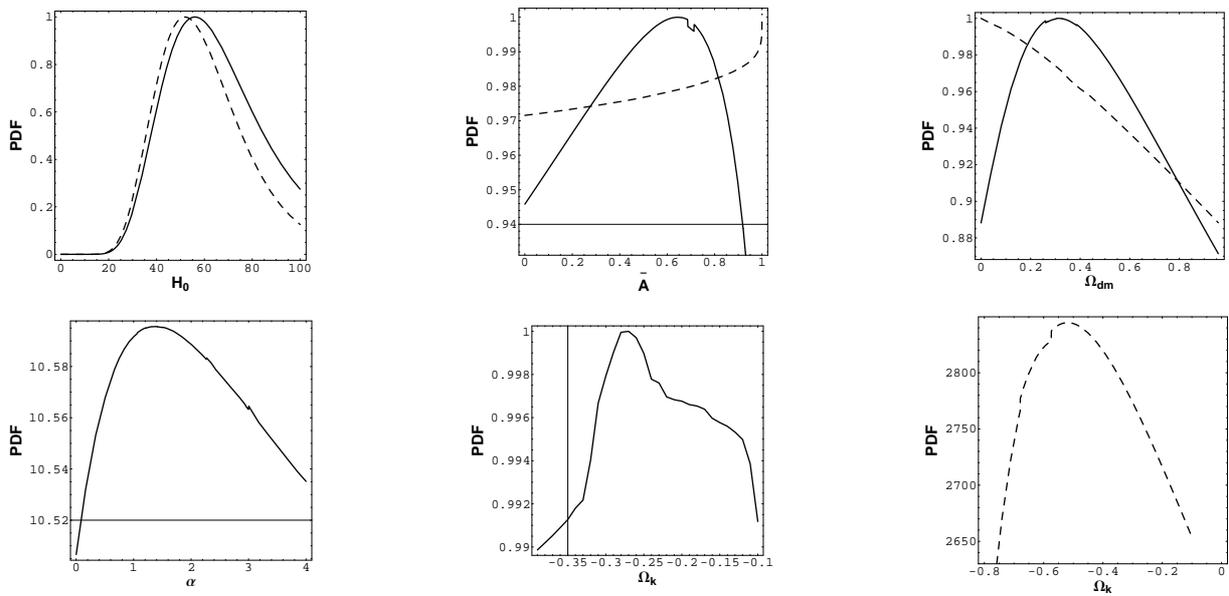


Figura 5.13: PDFs para o caso onde a curvatura é livre considerando os priors  $0 \leq \alpha < 1$  (linhas sólidas) e  $\alpha \geq 0$  (linhas tracejadas).

As próximas tabelas resumem todos os resultados encontrados para os modelos cosmológicos com gás de Chaplygin generalizado obtidos dos dados de GRBs.

Case	$\alpha$	$\bar{A}$	$\Omega_{dm0}$	$H_0$	$\Omega_{k0}$
CGM ( $\alpha = 1$ ) → Fig. 5.2	1	$0.96^{+0.04}_{-0.61}$	$0.04^{+0.59}_{-0.04}$	$51.3^{+9.5}_{-5.8}$	0
GCGM ( $h = 0.72$ ) → Fig. 5.4	$\ll 0$	$0.98^{+0.02}_{-0.59}$	$0.01^{+0.56}_{-0.01}$	72.0	0
GCGM ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) → Fig. 5.6	$-4.3^{+4.8}_{-15.2}$	$0.88^{+0.12}_{-0.54}$	$0.10^{+0.52}_{-0.10}$	$51.9^{+9.8}_{-5.6}$	0
GCGM ( $\alpha \geq 0$ ) → Fig. 6	$-4.3^{+4.8}_{-15.2}$	$1.00^{+0.0}_{-0.34}$	$0.00^{+0.61}_{-0.00}$	$48.2^{+9.2}_{-5.3}$	0
GCGM $\Omega_k \neq 0$ ( $0 \leq \alpha < 1$ ) → Fig. 5.7	$1.2^{+5.9}_{-7.4}$	$0.64^{+0.24}_{-0.25}$	$0.31^{+0.44}_{-0.20}$	$56.2^{+10.1}_{-6.5}$	$-0.26^{+0.25}_{-0.26}$
GCGM $\Omega_k \neq 0$ ( $\alpha \geq 0$ ) → Fig. 5.7	$1.2^{+5.6}_{-7.3}$	$1.00^{+0.00}_{-0.61}$	$0.00^{+0.51}_{-0.00}$	$52.3^{+8.9}_{-6.0}$	$-0.53^{+0.29}_{-0.28}$

Tabela 5.4: Valores estimados dos parâmetros de diferentes modelos tipo Chaplygin com incertezas tomadas com  $1\sigma$  de confiança.

Figura	$\Omega_{dm} \times H_0$	$\bar{A} \times H_0$	$\bar{A} \times \Omega_{dm0}$	$\bar{A} \times \alpha$	$\Omega_{dm} \times \alpha$	$H_0 \times \alpha$
5.1	(1.0 , 47.9)	(0,48.1)	(0.86 , 0.27)	-	-	-
5.3	-	-	(0.86 , 0.27)	(0.86 , 0.25)	(0.23 , -20)	-
5.5	(49.8 , 1.0)	(0 , 48.1)	(0.86 , 0.26)	(0.86, 0.2)	(0.23 , -12.0)	(50, +10.0)

Tabela 5.5: Melhor ajuste para os gráficos bi-dimensionais.

### Discussão dos resultados para GRBs

De maneira geral, a dispersão da amostra é alta o que gera incertezas nas estimativas muito maiores do que as calculadas com Supernovas.

As análises com GRBs não assumiram o cenário de unificação. Deixamos sempre a quantidade ( $\Omega_{dm}$ ) livre para variar para verificar se cenário de unificação seria favorecido ou não.

Para o gás de Chaplygin ( $\alpha = 1$ ) com  $\bar{A}$ ,  $\Omega_{dm}$  e  $H_0$  livres encontramos resultados similares aos fornecidos com Supernovas [108]. Uma diferença encontrada foi o valor  $H_0 = 51.3^{+9.2}_{-5.7}$  ( $1\sigma$ ) que é um pouco menor do que o usualmente encontrado. No entanto, existem na literatura alguns vínculos para o parâmetro de Hubble na faixa  $H_0 < 70 \text{ Km/Mpc/s}$  [139].

Na segunda análise fixamos o valor  $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  e deixamos agora  $\alpha$  livre. O cenário de unificação, apesar das altas incertezas, é favorecido (Figs. 5.9 e 5.10). Não há pico na distribuição do parâmetro  $\alpha$  que assume valores arbitrariamente negativos. Este resultado reflete o que encontramos com a amostra de H(z).

Com 4 parâmetros livres re-obtemos, basicamente, os mesmos resultados. A hipersuperfície  $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  não representa o máximo de probabilidade neste espaço dos parâmetros. De fato, modelos com o gás de Chaplygin generalizado apresenta valores abaixo do prior HST [108]. Sobre o cenário de unificação a escolha do prior  $\alpha \geq 0$  ou  $0 \leq \alpha < 1$  é

fundamental. O resultado  $\Omega_{dm} = 0$  ocorre apenas quando  $\alpha \geq 0$ . A respeito de  $\alpha$  encontramos o valor  $\alpha = -4.3_{-15.2}^{+4.8}$ , mas com grande dispersão. Nestes resultados pudemos verificar uma característica da análise Bayesiana: A estimativa final a 1-D pode ser bem diferente das estimativas parciais a 2-D. Por exemplo, valores negativos de  $\alpha$  são favorecidos apesar do PDF bi-dimensional ( $\alpha \times H_0$ ) na Fig.5.11 indicar uma alta probabilidade para  $\alpha > 6$ . Estas aparentes contradições refletem como a escolha dos priors, ou seja, o próprio processo de marginalização são fundamentais na análise estatística. Outros exemplos disso ocorrem nos painéis ( $\Omega_{dm} \times H_0$ ) e ( $\bar{A} \times H_0$ ) da Fig. 5.11.

A última situação analisada foi a mais geral possível: todos os parâmetros, inclusive a curvatura, estavam livres. Valores negativos para a curvatura são favorecidos enquanto que a estimativa dos outros parâmetros seguem, de certa forma, os resultados das análises parciais.

### 5.3 Espectro de potência para o gás de Chaplygin Generalizado

Damos início ao estudo das perturbações cosmológicas nos modelos tipo Chaplygin. Na seção 3.2 foram expostas as ferramentas básicas da teoria de perturbações cosmológicas e pretendemos, doravante, aplicá-las a um modelo composto por gás de Chaplygin generalizado e matéria sem pressão (eventualmente adicionamos também a radiação). O objetivo de tal análise é verificar se tal modelo é capaz de formar as estruturas que observamos como, por exemplo, galáxias e aglomerados.

Os limites mostrados em (5.4) nos dizem que o gás de Chaplygin, de fato, se comportou no passado como um legítimo fluido sem pressão, assim como no modelo cosmológico padrão. Logo, segundo este modelo, existiu uma fase no passado que se comportou efetivamente com matéria e, portanto, houve, a princípio, o processo de formação de estruturas. Neste contexto, surgem dois questionamentos básicos a cerca de cosmologias tipo Chaplygin: quão eficiente foi o processo de formação de estruturas e quais vínculos (restrições) os dados observacionais podem impor sobre o modelo.

Ainda que sob um enfoque qualitativo, em [140] as propriedades perturbativas do gás de Chaplygin ( $\alpha = 1$ ) foram verificadas e posteriormente o seu espectro de potência foi calculado em [141]. Talvez, o primeiro resultado expressivo surgiu na referência [142]. Nesta referência um modelo com apenas gás de Chaplygin generalizado foi estudado e a comparação do espectro obtido com os dados observacionais justifica o título deste trabalho “The end of unified

dark matter?”. O espectros encontrados em [142] apresentavam fortes oscilações e/ ou divergências e não eram hábeis de descrever os dados, exceto, no caso  $\alpha = 0$ , onde a dinâmica de fundo se iguala a do modelo  $\Lambda$ CDM. Esta discussão continuou em [143] onde foi mencionado que as oscilações no gás de Chaplygin não implicam, necessariamente, em oscilações no espectro da matéria bariônica. Afinal, as observações são realizadas na região ótica do espectro e refletem, na verdade, a distribuição de bárions.

Assumindo que a inclusão de bárions em um Universo dominado por gás de Chaplygin generalizado torna o modelo mais real e ainda, que é o espectro de potência dos bárions que deve ser comparado as observações, analisamos a partir da próxima seção (de maneira mais quantitativa) os possíveis vínculos que os dados do espectro de potência podem impor sobre cosmologias tipo Chaplygin.

Os resultados da seção 5.3.1 forma publicados em [144] J.C. Fabris, S.V.B. Gonçalves, H.E.S. Velten, W. Zimdahl, “Matter Power Spectrum for the Generalized Chaplygin Gas Model: The Newtonian Approach”, Phys.Rev.D78:103523, (2008). Os resultados da seção 5.3.2 estão publicados em [145] J.C. Fabris, H.E.S. Velten and W. Zimdahl, “Matter Power Spectrum for the Generalized Chaplygin Gas Model: The relativistic Case”, Phys.Rev.D81:087303, (2010).

### 5.3.1 Perturbações neo-Newtonianas

Utilizaremos aqui as equações para a cosmologia neo-Newtoniana discutidas na seção 3.2. Para um modelo gás de Chaplygin generalizado e matéria sem pressão temos:

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_c \vec{v}_c) + p_c \nabla \cdot \vec{v}_c = 0, \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_c}{\partial t} + \vec{v}_c \cdot \nabla \vec{v}_c = -\frac{\nabla p_c}{\rho_c + p_c} - \nabla \phi, \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m) = 0, \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_m}{\partial t} + \vec{v}_m \cdot \nabla \vec{v}_m = -\nabla \phi, \quad (5.17)$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G(\rho_m + \rho_c + 3p_c). \quad (5.18)$$

Em um Universo homogêneo e isotrópico com  $\rho = \rho(t)$ ,  $p = p(t)$  e  $\vec{v} = \frac{\dot{a}}{a} \vec{r}$ , encontramos

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_c), \quad (5.19)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_c + \rho_m + 3p_c). \quad (5.20)$$

De fato, estas equações são idênticas às obtidas na Relatividade Geral. Mas devemos manter em mente que, no nível perturbativo, a esta coincidência ocorre apenas se  $v_s^2 = 0$  [146]. No

entanto, adiantamos que todos os resultados obtidos nesta seção foram confirmados pela análise relativística feita na próxima seção e portanto, não associaremos nossos resultados com algum tipo de incerteza devido a escolha da teoria neo-Newtoniana. Ainda, os modos (escalas) estudados encontram-se dentro do raio de Hubble ( $\sim 3000Mpc$ ) e portanto a interpretação Newtoniana parece adequada para um primeiro estudo.

Introduzimos as perturbações através dos contrastes da densidade

$$\delta_c = \frac{\delta\rho_c}{\rho_c} \quad \text{e} \quad \delta_m = \frac{\delta\rho_m}{\rho_m}. \quad (5.21)$$

Estas quantidades são introduzidas nas equações (5.14)-(5.18). Coletando os termos de primeira ordem obtemos o sistema

$$\begin{aligned} \ddot{\delta}_c + \left\{ 2\frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{\omega}_c}{1+\omega_c} + 3\frac{\dot{a}}{a}(v_c^2 - \omega_c) \right\} \dot{\delta}_c + \left\{ 3\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)(v_c^2 - \omega_c) \right. \\ \left. + 3\frac{\dot{a}}{a} \left[ v_c^2 - \dot{\omega}_c \frac{(1+v_c^2)}{1+\omega_c} \right] + \frac{v_c^2 k^2}{a^2} - 4\pi G\rho_c(1+\omega_c)(1+3v_c^2) \right\} \delta_c = 4\pi G\rho_m(1+\omega_c)\delta_m \end{aligned} \quad (5.22)$$

e

$$\ddot{\delta}_m + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta}_m - 4\pi G\rho_m\delta_m = 4\pi G\rho_m(1+3v_c^2)\delta_c, \quad (5.23)$$

onde  $v_c^2 = \frac{\partial p_c}{\partial \rho_c}$  e  $\omega_c = \frac{p_c}{\rho_c}$ . As derivadas temporais envolvidas nestas equações correspondem ao tempo cósmico  $t$ . Dividindo (5.22) e (5.23) por  $H_0^2$  e redefinindo o tempo como  $tH_0 \rightarrow t$ , estas equações se tornam sem dimensão. Se utilizarmos o fator de escala  $a$  como variável dinâmica o sistema (5.22)-(5.23) assume a forma

$$\begin{aligned} \delta_c'' + \left\{ \frac{2}{a} + g(a) - \frac{\omega_c'(a)}{1+\omega_c(a)} - 3\frac{1+\alpha}{a}\omega_c(a) \right\} \delta_c' \\ - \left\{ 3\left[ \frac{g(a)}{a} + \frac{1}{a^2} \right] (1+\alpha)\omega_c(a) + \frac{3}{a} \left( \frac{1+\alpha}{1+\omega_c(a)} \right) \omega_c'(a) + \frac{\alpha\omega_c(a)k^2 l_H^2}{a^2 f(a)} \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \frac{\Omega_{c0}}{f(a)} h(a) [1+\omega_c(a)] [1-3\alpha\omega_c(a)] \right\} \delta_c = \frac{3}{2} \frac{\Omega_{m0}}{a^3 f(a)} [1+\omega_c(a)] \delta_m \end{aligned} \quad (5.24)$$

e

$$\delta_m'' + \left[ \frac{2}{a} + g(a) \right] \delta_m' - \frac{3}{2} \frac{\Omega_{m0}}{a^3 f(a)} \delta_m = \frac{3}{2} \frac{\Omega_{c0}}{f(a)} h(a) [1-3\alpha\omega_c(a)] \delta_c, \quad (5.25)$$

onde  $l_H = cH_0^{-1}$  é o raio de Hubble hoje e  $\delta' \equiv d\delta/da$ .

Nas equações acima, definimos

$$f(a) = \frac{\dot{a}^2}{H_0^2} = \left[ \frac{\Omega_{m0} + \Omega_{c0}a^3 h(a)}{a} + \Omega_{k0} \right], \quad (5.26)$$

$$g(a) = \frac{\ddot{a}}{a^2} = -\frac{\Omega_{m0} + \Omega_{c0}[h(a) - 3\bar{A}h^{-\alpha}]a^3}{2a[\Omega_{m0} + \Omega_{c0}a^3 h(a) + \Omega_{k0}a]}, \quad (5.27)$$

$$h(a) = [\bar{A} + (1-\bar{A})a^{-3(1+\alpha)}]^{1/(1+\alpha)}, \quad (5.28)$$

$$\omega_c(a) = -\frac{\bar{A}}{h(a)^{1+\alpha}}. \quad (5.29)$$

Segundo nosso modelo, ainda temos  $\Omega_{m0} = \Omega_{dm0} + \Omega_{b0}$ .

### Comparação com os dados do espectro de potência

O espectro de potência será uma ferramenta básica para comparar teoria e observação em nível perturbativo. Na sequência desta tese será frequente o cálculo do espectro de potência. Por isso, criamos os apêndices B e C que detalham o cálculo do espectro de potência  $P(k)$  assim como das condições iniciais do espectro. Grosso modo, seu valor pode ser calculado pela expressão

$$P(k) = |\delta_k|^2, \quad (5.30)$$

onde  $\delta_k$  é a transformada de Fourier do contraste da densidade  $\delta_m$ .

Os parâmetros livres presentes nas equações (5.24)-(5.25) são os mesmos das análises com os dados de  $H(z)$  e GRBs. Portanto, após calcular o espectro teórico, assim como exposto no apêndice B, utilizamos as ferramentas estatísticas do apêndice A para estimar o valor dos parâmetros livres.

Por se tratarem de equações diferenciais de segunda ordem o sistema (5.24)-(5.25) necessita de condições iniciais para  $\delta$  e  $\delta'$ . O apêndice C é destinado à obtenção destas condições.

Os programas “TwoDegree Field Galaxy Redshift Survey” 2dFGRS [147] e o “Sloan Digital Sky Survey” SDSS [148] são os principais projetos observacionais que fornecem os dados de aglomeração de massa. Os dados utilizados neste capítulo foram retirados do programa 2dFGRS [147], pois são mais precisos e cobrem uma quantidade maior de escalas  $0.01 < k h^{-1} < 0.185 Mpc^{-1}$  que o programa SDSS  $0.2 < k h^{-1} < 0.15 Mpc^{-1}$ . Apesar de uma existir uma possível tensão entre os resultados obtidos destas duas amostras [149], não encontramos em nossa análise nenhuma diferença considerável.

Após a conclusão de nossas análises, foram lançados os dados do espectro de potência SDSS7, correspondentes ao sétimo ano de operação deste projeto. Estes dados são, de fato, melhores e mais precisos que os citados anteriormente. Estes novos dados foram utilizados nas análises apresentadas no sexto capítulo.

Dividimos nossa análise em casos específicos: i) o cenário de unificação ( $\Omega_{dm0} = 0$ ). Como os dados são fornecidos em termos do parâmetro  $h$  existem apenas dois parâmetros livres,  $\alpha$  e  $\bar{A}$ ; ii) cenário onde a quantidade de matéria escura é livre. Porém, fixando  $\bar{A} = 0.95$ ; iii) a situação onde todos os parâmetros são livres para variar.

O caso i) é a configuração estudada em [137]. Nossos resultados, veja figura 5.14, essencialmente confirmam os encontrados nesta referência, ou seja, o parâmetro  $\alpha$  possui alta probabilidade para  $\alpha = 0$  e para  $\alpha > 2$ .

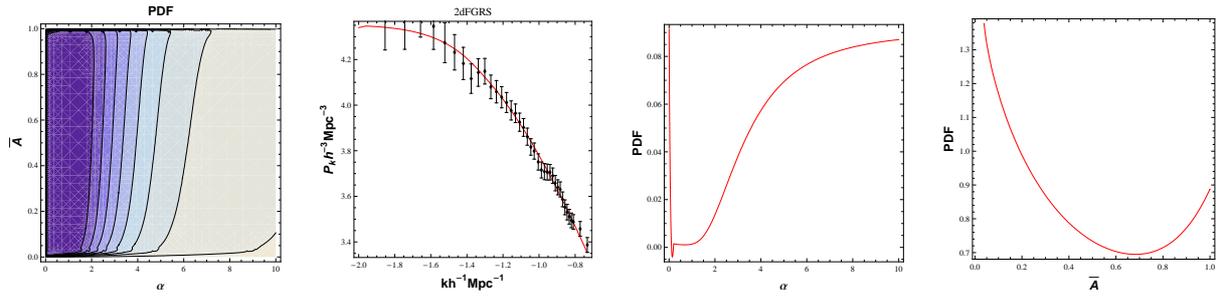


Figura 5.14: Resultados para o caso de unificação i), onde  $\Omega_{b0} = 0.043$ ,  $\Omega_{dm0} = 0$  and  $\Omega_{c0} = 0.957$ . Da esquerda para a direita: PDF bi-dimensional para  $\alpha$  e  $\bar{A}$ , o espectro de potência com a curva teórica que melhor ajusta os dados e os PDFs uni-dimensionais para  $\alpha$  e  $\bar{A}$ .

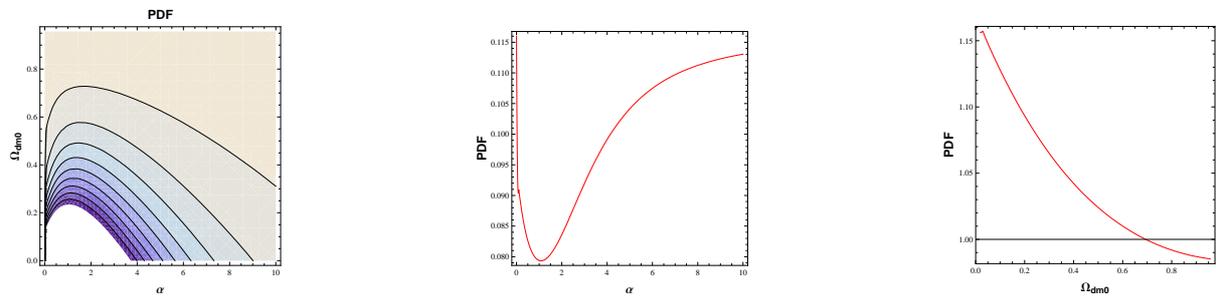


Figura 5.15: Resultados para o caso (ii) com  $\Omega_{b0} = 0.043$ ,  $\Omega_{c0} = 1 - \Omega_{dm0} - \Omega_{b0}$ . Da direita para a esquerda: o PDF bi-dimensional para  $\alpha$  e  $\Omega_{dm0}$ , o PDF uni-dimensional para  $\alpha$  e para  $\Omega_{dm0}$ .

No caso ii) relaxamos a restrição que o fluido sem pressão seja completamente constituído por bárions. Como antes,  $\Omega_{b0}$  é fixo e também adotamos  $\bar{A} = 0.95$ . O PDF bi-dimensional para  $\alpha \times \Omega_{dm0}$  e os respectivos PDFs uni-dimensionais para  $\alpha$  e  $\Omega_{dm0}$  são mostrados na figura 5.15. Novamente, valores próximos de  $\alpha = 0$  e para  $\alpha > 2$  são favorecidos. Um resultado marcante é que, segundo o painel da direita na figura 5.15, o cenário de unificação é o preferido. Este é um dos principais resultados encontrados neste capítulo e será constantemente lembrado doravante.

Variando todos os parâmetros alguns dos resultados obtidos acima são confirmados. Os PDFs uni-dimensionais para  $\alpha$ ,  $\bar{A}$ ,  $\Omega_{dm0}$  e  $\Omega_{c0}$  são mostrados na figura 5.16. A estimativa para  $\alpha$  seguem  $\alpha \sim 0$  e  $\alpha \geq 2$ , enquanto que a probabilidade é alta para altos valores de  $\Omega_{dm0}$ , ou equivalentemente, pequenos valores de  $\Omega_{c0}$ . Isto corresponde a um Universo dominado pela matéria escura e o cenário de unificação não seria o preferido.

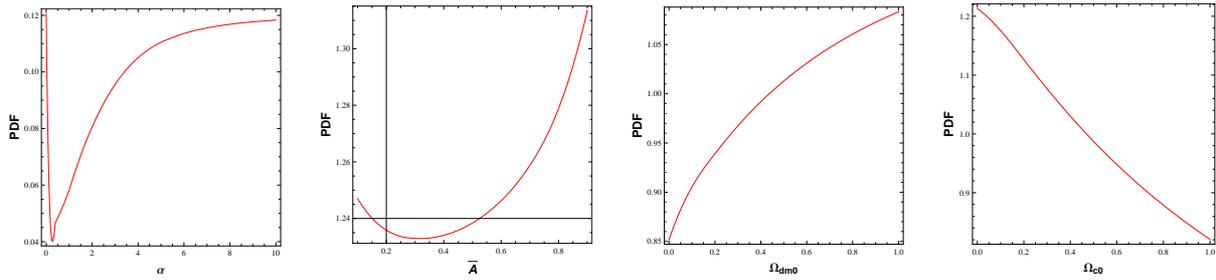


Figura 5.16: Resultados para o caso geral com todos parâmetros livre (caso (iii)). Da esquerda para a direita: o PDF uni-dimensional  $\alpha$ ,  $\bar{A}$ ,  $\Omega_{dm0}$  e  $\Omega_{c0}$ .

Por fim, considerando um caso não mencionado anteriormente, assumimos  $\alpha = 0$ . Este é o chamado limite  $\Lambda$ CDM do gás de Chaplygin generalizado pois a dinâmica de fundo do gás de Chaplygin generalizado é idêntica a do modelo  $\Lambda$ CDM. Nas perturbações, esta coincidência estende-se, parcialmente, pelo fato de, em ambos os casos, termos uma velocidade do som nula  $v_s^2 = 0$ . No entanto, existe uma sutil diferença no valor do contraste da densidade  $\delta = \hat{\rho}/\rho$  calculado no modelo  $\Lambda$ CDM e Chaplygin generalizado com  $\alpha = 0$ . Como as densidades se escrevem  $\rho_m^\Lambda = \rho_{m0}/a^3$  e  $\rho_c = A + B/a^3$ , respectivamente, não obtemos a mesma dinâmica perturbativa [150] (para uma opinião contrária veja [151]). Os resultados estatísticos estão na figura 5.17 e mostram que, de certa forma, ambos modelos possuem as mesmas previsões.

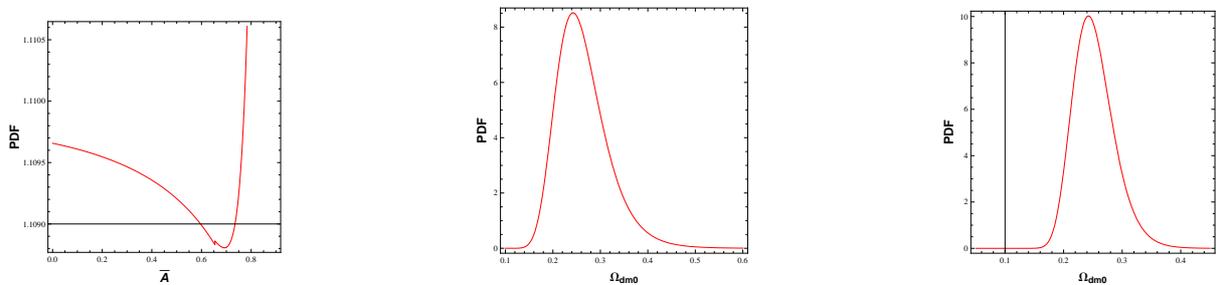


Figura 5.17: Resultados para o caso plano com  $\alpha = 0$ . Da esquerda para a direita: PDF uni-dimensional para  $\bar{A}$ ,  $\Omega_{dm0}$  com  $\bar{A} \neq 1$  e para  $\Omega_{dm0}$  com  $\bar{A} = 1$ .

### 5.3.2 Perturbações relativísticas

Na última seção estabelecemos alguns vínculos sobre o gás de Chaplygin generalizado através dos dados do espectro de potência da matéria que é obtido via uma análise perturbativa do modelo. Esta seção refaz, em parte, a última seção. Porém, utilizamos a teoria relativista no tratamento das perturbações.

## Equações

Nosso ponto de partida é a equação de Einstein onde o tensor momento-energia contém a contribuição de radiação, matéria sem pressão e gás de Chaplygin generalizado. Com isso, temos

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= 8\pi G \left\{ T_{\mu\nu}^m - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T^m \right\} + 8\pi G \left\{ T_{\mu\nu}^r - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T^r \right\} + 8\pi G \left\{ T_{\mu\nu}^c - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T^c \right\}, \\ T_m^{\mu\nu}{}_{;\mu} &= 0, \quad T_c^{\mu\nu}{}_{;\mu} = 0, \quad T_r^{\mu\nu}{}_{;\mu} = 0 \end{aligned}$$

Os sub-escritos  $m$ ,  $r$  e  $c$  correspondem a "matéria", "radiação" e "Chaplygin", respectivamente. Cada um destes fluidos obedece as leis de conservação,

$$T_A^{\mu\nu}{}_{;\mu} = \rho_A u_A^\mu u_A^\nu + p_A (g^{\mu\nu} - u_A^\mu u_A^\nu), \quad A = m, c, r. \quad (5.31)$$

A métrica utilizada é a de FLRW

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 [dx^2 + dy^2 + dz^2],$$

reduzindo a equação de Einstein a,

$$\left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_m + \frac{8\pi G}{3} \rho_r + \frac{8\pi G}{3} \rho_c, \quad (5.32)$$

$$2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = -8\pi G p_c, \quad (5.33)$$

$$\dot{\rho}_m + 3 \frac{\dot{a}}{a} \rho_m = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_m = \rho_{m0} a^{-3}, \quad (5.34)$$

$$\dot{\rho}_r + 4 \frac{\dot{a}}{a} \rho_r = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_r = \rho_{r0} a^{-4}, \quad (5.35)$$

$$\dot{\rho}_c + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho_c + p_c) = 0 \quad (p_c = -A/\rho_c^\alpha) \quad \Rightarrow \quad \rho_c = \left\{ A + \frac{B}{a^{3(1+\alpha)}} \right\}^{1/(1+\alpha)}. \quad (5.36)$$

As perturbações podem ser estudadas através do calibre síncrono. Introduzimos as flutuações sobre as quantidades de fundo  $g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ ,  $\rho = \bar{\rho} + \delta\rho$ ,  $p = \bar{p} + \delta p$ ,  $u^\mu = \bar{u}^\mu + \delta u^\mu$ . As barras indicam as quantidades de fundo. O calibre síncrono é caracterizado pela escolha  $h_{\mu 0} = 0$  e  $\delta u^0 = 0$ .

As equações perturbadas no calibre síncrono tomam a forma [5],

$$\frac{\ddot{h}}{2} + \frac{\dot{a}}{a} \dot{h} - 4\pi G (\delta\rho + 3\delta p) = 0 \quad (5.37)$$

$$\dot{\delta\rho} + \frac{3\dot{a}}{a} (\delta\rho + \delta p) + (\rho + p) \left( \theta - \frac{\dot{h}}{2} \right) = 0, \quad (5.38)$$

$$(p + \rho) \dot{\theta} + \left[ (\dot{\rho} + \dot{p}) + \frac{5\dot{a}}{a} (\rho + p) \right] \theta + \frac{\nabla^2 \delta p}{a^2} = 0, \quad (5.39)$$

onde  $\rho$  e  $p$  são a densidade de matéria e pressão totais, respectivamente, e  $\theta = \delta u^i{}_{;i}$  e  $h = h_{kk}/a^2$ .

Em termos das 3 diferentes componentes do modelo, finalizamos com o seguinte conjunto de equações:

$$\frac{\ddot{h}}{2} + \frac{\dot{a}}{a} \dot{h} - 4\pi G [\delta\rho_m + \delta\rho_c + \delta\rho_r + 3(\delta p_m + \delta p_c + \delta p_r)] = 0, \quad (5.40)$$

$$\delta\dot{\rho}_m + \frac{3\dot{a}}{a} (\delta\rho_m + \delta p_m) + (\rho_m + p_m) \left( \theta_m - \frac{\dot{h}}{2} \right) = 0, \quad (5.41)$$

$$(\rho_m + p_m) \dot{\theta}_m + \left[ (\dot{\rho}_m + \dot{p}_m) + \frac{5\dot{a}}{a} (\rho_m + p_m) \right] \theta_m + \frac{\nabla^2 \delta p_m}{a^2} = 0, \quad (5.42)$$

$$\delta\dot{\rho}_c + \frac{3\dot{a}}{a} (\delta\rho_c + \delta p_c) + (\rho_c + p_c) \left( \theta_c - \frac{\dot{h}}{2} \right) = 0, \quad (5.43)$$

$$(\rho_c + p_c) \dot{\theta}_c + \left[ (\dot{\rho}_c + \dot{p}_c) + \frac{5\dot{a}}{a} (\rho_c + p_c) \right] \theta_c + \frac{\nabla^2 \delta p_c}{a^2} = 0, \quad (5.44)$$

$$\delta\dot{\rho}_r + \frac{3\dot{a}}{a} (\delta\rho_r + \delta p_r) + (\rho_r + p_r) \left( \theta_r - \frac{\dot{h}}{2} \right) = 0, \quad (5.45)$$

$$(\rho_r + p_r) \dot{\theta}_r + \left[ (\dot{\rho}_r + \dot{p}_r) + \frac{5\dot{a}}{a} (\rho_r + p_r) \right] \theta_r + \frac{\nabla^2 \delta p_r}{a^2} = 0, \quad (5.46)$$

com  $\theta_m = \delta u_{m,i}^i$ ,  $\theta_c = \delta u_{c,i}^i$  e  $\theta_r = \delta u_{r,i}^i$ .

Tendo ainda as definições

$$h(a) = \left( \bar{A} + \frac{1 - \bar{A}}{a^{3(1+\alpha)}} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (5.47)$$

$$\Omega_c(a) = \Omega_{c0} h(a), \quad (5.48)$$

$$w(a) = -\frac{\bar{A}}{[h(a)]^{1+\alpha}}, \quad (5.49)$$

$$v_s^2(a) = -\alpha w(a), \quad (5.50)$$

$$g(a) = \ddot{a} = -\frac{\Omega_{m0}}{2a^2} - \frac{\Omega_c(a) [1 + 3w(a)]}{2} - \frac{\Omega_{r0}}{a^3}, \quad (5.51)$$

$$f(a) = \dot{a}^2 = -\frac{\Omega_{m0}}{a} - \Omega_c(a) + \frac{\Omega_{r0}}{a^2}, \quad (5.52)$$

finalmente, o conjunto final de equações para a evolução das perturbações é

$$\delta'' + \left( \frac{g(a)}{f(a)} + \frac{2}{a} \right) \delta' - \frac{3\Omega_{m0}}{2a^3 f(a)} \delta = \frac{3\Omega_c(a)}{2f} \lambda [1 + 3v_s^2(a)] + \frac{3\Omega_{r0}}{a^4 f(a)} \delta_r(a); \quad (5.53)$$

$$\lambda' + \frac{3}{a} [v_s(a) - w(a)] \lambda(a) + (1+w) \left[ \frac{\theta_c(a)}{\sqrt{f}} - \delta' \right] = 0; \quad (5.54)$$

$$(1+w) \left\{ \theta_c' + \frac{[2 - 3v_s^2(a)]}{a} \theta_c \right\} = v_s^2(a) \left( \frac{k}{k_0} \right)^2 \frac{\lambda}{\sqrt{f} a^2}; \quad (5.55)$$

$$\delta_r' + \frac{4}{3} \left( \frac{\theta_r}{\sqrt{f}} - \delta' \right) = 0; \quad (5.56)$$

$$\theta_r' + \frac{\theta_r(a)}{a} = \left( \frac{k}{k_0} \right)^2 \frac{\delta_r}{4f a^2}, \quad (5.57)$$

onde

$$\delta \equiv \frac{\delta\rho_m}{\rho_m}, \quad \lambda \equiv \frac{\delta\rho_c}{\rho_c}, \quad \delta_r \equiv \frac{\delta\rho_r}{\rho_r} \quad (5.58)$$

e  $k_0^{-1} = 3000 h Mpc$ .

Um aspecto geral desta seção é que incluímos a contribuição da radiação. Apesar de seus efeitos hoje serem desprezíveis, espera-se uma certa contribuição para altos desvios para o vermelho. Durante o cálculo do espectro (apêndice B e C) integramos as equações deste um passado remoto ( $z \sim 1000$ ) até hoje.

Os caso estudados aqui são, basicamente, os já analisados anteriormente.

- (i) O cenário de unificação com  $\Omega_{m0} = \Omega_{b0} = 0.043$ .
- (ii) O gás de Chaplygin original  $\alpha = 1$  com a quantidade de matéria sem pressão livre. Admitimos então que a matéria não é composta apenas por bárions correspondendo a uma componente extra de matéria escura.
- (iii) Extendemos a análise obtida em (ii) para o gás de Chaplygin generalizado  $\alpha \neq 1$ .

### Análise estatística

Resolvendo numericamente as equações (5.53-5.58) calculamos o espectro (5.30) e procedemos com a análise estatística.

Para o caso i) temos  $\alpha$  e  $\bar{A}$  como livres. Os PDFs são visualizados na figura 5.18. Para os PDFs bi-dimensionais, as maiores probabilidades estão nas cores mais claras. Tanto valores  $\alpha \sim 0$  quanto  $\alpha > 2$  possuem alta probabilidade. Isto confirma os resultados qualitativos obtidos anteriormente em [137] e os nossos resultados da seção anterior. O que surpreende é que valores extremamente altos para  $\alpha$  também são preferidos ( $\alpha \sim 240$ ). Com isso, confirmamos através do espectro de potência o resultado obtido com o efeito Sachs-Wolfe integrado  $\alpha \approx 350$  em [125].

Para ver a influência de altos valores para  $\alpha$  analisamos a equação de estado

$$\frac{p_c}{\rho_c} = -\frac{\bar{A}}{\bar{A} + (1 - \bar{A}) a^{-3(1+\alpha)}} \quad \text{com} \quad \bar{A} = \frac{A}{\rho_{c,0}^{\alpha+1}}. \quad (5.59)$$

O parâmetro  $\alpha$  influencia no momento da transição  $a_q$  da fase acelerada para a desacelerada.

Para o modelo unificado,

$$\frac{p_c}{\rho_c} \Big|_q = -\frac{1}{3} = -\frac{\bar{A}}{\bar{A} + (1 - \bar{A}) a_q^{-3(1+\alpha)}}. \quad (5.60)$$

Resolvendo para  $a_q$  temos

$$a_q = \left( \frac{1 - \bar{A}}{2\bar{A}} \right)^{\frac{1}{3(1+\alpha)}}. \quad (5.61)$$

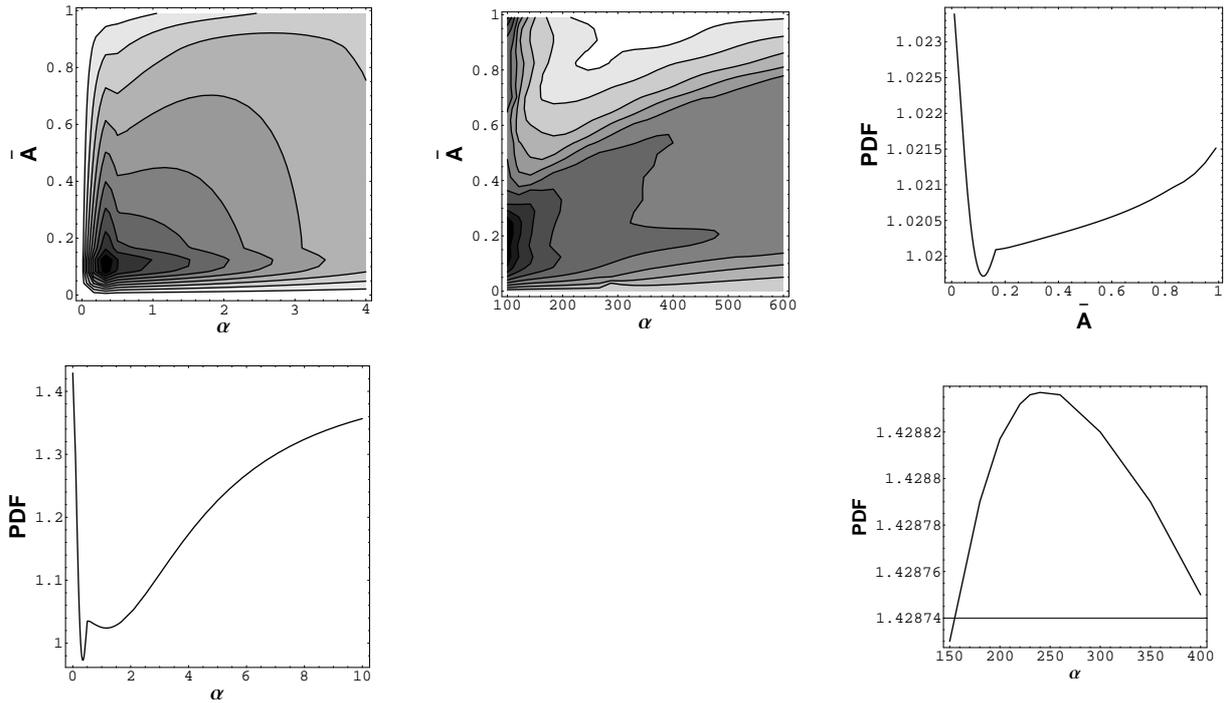


Figura 5.18: PDFs para o cenário de unificação ( $\Omega_{m0} = \Omega_{b0} = 0.043$ ).

Como  $\frac{1-\bar{A}}{2\bar{A}} < 1$ , para altos valores de  $\alpha$  a transição se aproxima de  $a = 1$ . O período da matéria se estende e a transição ocorre repentinamente e mais recentemente que no modelo  $\Lambda$ CDM [125].

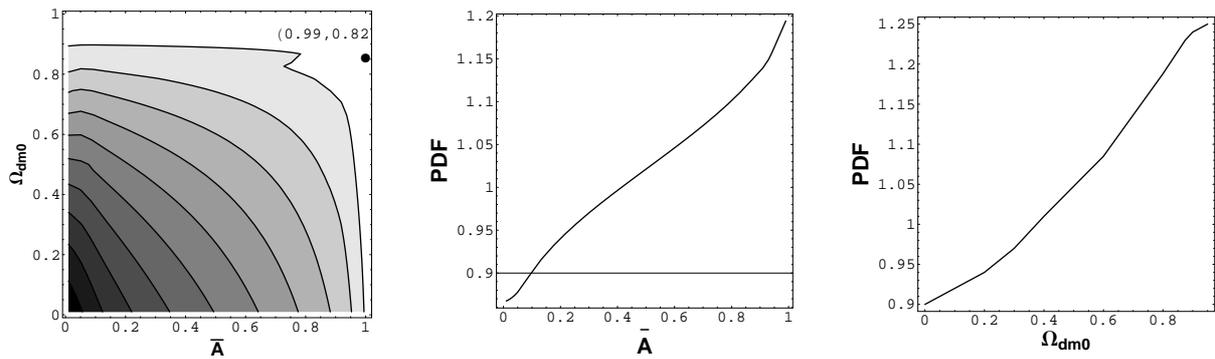


Figura 5.19: PDFs para o gás de Chaplygin ( $\alpha = 1$ ).

No caso (ii), o gás de Chaplygin ( $\alpha = 1$ ) temos dois parâmetros livres:  $\Omega_{m0}$  e  $\bar{A}$ . Os resultados estão na figura 5.19. O painel da direita mostra o PDF uni-dimensional para  $\Omega_{m0}$ . Seu máximo ocorre em  $\Omega_{m0} \sim 0.95$ , uma valor próxima da unidade, ou seja, muito maior do que a fração de

bárions. Com isso, o cenário de unificação é claramente desfavorecido uma vez que a fração de gás de Chaplygin deve ser da ordem de 5%.

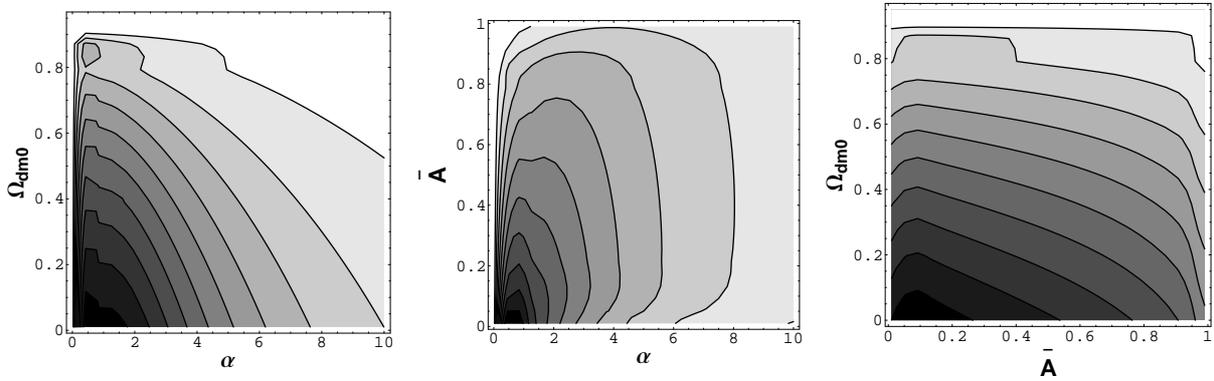


Figura 5.20: Distribuição de probabilidades bi-dimensionais para diferentes combinações dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\Omega_{dm0}$  and  $\bar{A}$ .

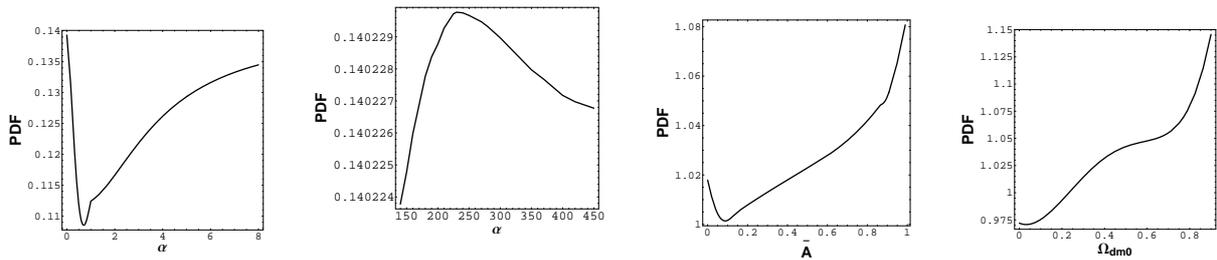


Figura 5.21: PDFs uni-dimensionais para  $\alpha$ ,  $\Omega_{dm0}$  e  $\bar{A}$ .

No caso iii) recuperamos os resultados obtidos em ii) e o comportamento de  $\alpha$  é similar ao descrito em (i) como pode ser visto em nas figuras 5.20 e 5.21.

### Discussão sobre os resultados perturbativos com o gás de Chaplygin generalizado

Os resultados da seção 5.3 serão essenciais para nossa conclusão no capítulo final. Descobrimos que o gás de Chaplygin generalizado padece de uma grave patologia (do ponto de vista estatístico). O modelo de unificação não é preferido quando deixamos a quantidade de matéria sem pressão livre para se adequar aos dados. tendo em mente os resultados das seções 5.1 e 5.2 fica claro que uma cosmologia baseada neste gás só é viável se assumirmos o cenário de unificação deste o início.

## 5.4 Descartando o gás de Chaplygin Modificado através do espectro de potência

Os resultados desta seção foram publicados em [152] com colaboração de J.C. Fabris, C. Ogouyandjou (Bénin) e J. Tossa (Bénin).

Nossa tarefa aqui é investigar uma variante do gás de Chaplygin generalizado através do espectro de potência. Muitas variações do gás de Chaplygin tem sido propostas na literatura. Uma delas é o gás de Chaplygin Modificado, cuja equação de estado é

$$p_{cm} = B\rho - \frac{A}{\rho^\alpha} \quad (5.62)$$

onde B, A and  $\alpha$  são constantes. Se B = 0 a equação de estado para o gás de Chaplygin generalizado é recuperada.

Não se trata de um modelo simples. Comparando com o modelo  $\Lambda$ CDM temos 3 parâmetros extras. Devido a esta complexidade é de se esperar que este modelo descreva os dados tão bem, ou até mesmo melhor, do que o modelo padrão. No entanto, em termos estatísticos, tal complexidade diminui a competitividade do modelo.

O estudo da dinâmica deste modelo pode ser encontrada em [153] enquanto que uma análise de sistema dinâmicos foi feita em [154] e a evolução da temperatura em um Universo dominado por este fluido foi estudada em [155]. Vínculos observacionais foram estudados em [156, 157]. Sob o ponto de vista perturbativo, tanto o colapso esférico [158] quanto a evolução (qualitativa) das perturbações [159] também já foram analisados. Em todas estas referências a viabilidade do modelo foi atestada, mas esperamos que a comparação com os dados do espectro de potência imponha vínculos mais expressivos.

Antes de prosseguir com nossa análise quantitativa fazemos uma breve inspeção na equação de estado 5.62. Por exemplo, se  $\alpha > 0$ , a densidade deste fluido no passado obedece a

$$\rho_c(a \sim 0) = \frac{cte}{a^{3(1+B)}}. \quad (5.63)$$

Para não alterar a a dinâmica primordial do Universo (especialmente os resultados da nucleossíntese) B deve ser menor que 1/3. Por outro lado, como mostraremos, para que a velocidade do som se mantenha positiva, B precisa ser positivo. Com isso, os valores admissíveis para B situam-se no intervalo  $0 < B < 1/3$ .

### Equações do modelo

Nosso ponto de partida é o conjunto de equações para a dinâmica de fundo do modelo que será composto por radiação, matéria sem pressão e gás de Chaplygin modificado

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_m + \frac{8\pi G}{3}\rho_r + \frac{8\pi G}{3}\rho_c, \quad (5.64)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -8\pi G(p_c + p_r), \quad (5.65)$$

$$\dot{\rho}_m + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_m = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_m = \rho_{m0}/a^3, \quad (5.66)$$

$$\dot{\rho}_r + 4\frac{\dot{a}}{a}\rho_r = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_r = \rho_{r0}/a^4, \quad (5.67)$$

$$\dot{\rho}_c + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_c + p_c) = 0 \quad (p_c = B\rho_c - A/\rho_c^\alpha) \quad \Rightarrow \quad \rho_c = \left\{ A_s + \frac{1 - A_s}{a^{3(1+\alpha)(1+B)}} \right\}^{1/(1+\alpha)}. \quad (5.68)$$

Nas equações acima definimos  $A_s = A/(1+B)\rho_{c0}^{1+\alpha}$ .

Assim como na seção anterior as perturbações podem ser estudadas através do calibre síncrono. As equações (5.37) podem ser generalizadas para as 3 componentes do modelo fornecendo o sistema de equações:

$$\frac{\ddot{h}}{2} + \frac{\dot{a}}{a}\dot{h} - 4\pi G[\delta\rho_m + \delta\rho_c + \delta\rho_r + 3(\delta p_m + \delta p_c + \delta p_r)] = 0, \quad (5.69)$$

$$\delta\dot{\rho}_m + \frac{3\dot{a}}{a}(\delta\rho_m + \delta p_m) + (\rho_m + p_m)\left(\theta_m - \frac{\dot{h}}{2}\right) = 0, \quad (5.70)$$

$$(\rho_m + p_m)\dot{\theta}_m + \left[(\dot{\rho}_m + \dot{p}_m) + \frac{5\dot{a}}{a}(\rho_m + p_m)\right]\theta_m + \frac{\nabla^2\delta p_m}{a^2} = 0, \quad (5.71)$$

$$\delta\dot{\rho}_c + \frac{3\dot{a}}{a}(\delta\rho_c + \delta p_c) + (\rho_c + p_c)\left(\theta_c - \frac{\dot{h}}{2}\right) = 0, \quad (5.72)$$

$$(\rho_c + p_c)\dot{\theta}_c + \left[(\dot{\rho}_c + \dot{p}_c) + \frac{5\dot{a}}{a}(\rho_c + p_c)\right]\theta_c + \frac{\nabla^2\delta p_c}{a^2} = 0, \quad (5.73)$$

$$\delta\dot{\rho}_r + \frac{3\dot{a}}{a}(\delta\rho_r + \delta p_r) + (\rho_r + p_r)\left(\theta_r - \frac{\dot{h}}{2}\right) = 0, \quad (5.74)$$

$$(\rho_r + p_r)\dot{\theta}_r + \left[(\dot{\rho}_r + \dot{p}_r) + \frac{5\dot{a}}{a}(\rho_r + p_r)\right]\theta_r + \frac{\nabla^2\delta p_r}{a^2} = 0, \quad (5.75)$$

com  $\theta_m = \delta u_{m,i}^i$ ,  $\theta_c = \delta u_{c,i}^i$  e  $\theta_r = \delta u_{r,i}^i$ .

As seguintes definições completam o sistema acima

$$\Omega_c(a) = \Omega_{c0} \left( A_s + \frac{1 - A_s}{a^{3(1+\alpha)(1+B)}} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (5.76)$$

$$w(a) = \frac{p_c}{\rho_c} = B - \frac{A_s(1+B)}{A_s + (1 - A_s)a^{-3(1+\alpha)(1+B)}}, \quad (5.77)$$

$$v_s^2(a) = B + \frac{\alpha A_s(1+B)}{A_s + (1 - A_s)a^{-3(1+\alpha)(1+B)}}, \quad (5.78)$$

$$H(a) = \left( \frac{\Omega_{m0}}{a^3} + \Omega_c(a) + \frac{\Omega_{r0}}{a^4} \right)^{1/2}, \quad (5.79)$$

$$q(a) = \frac{\frac{\Omega_{m0}}{a^3} + \Omega_c(a)(1 + 3w(a)) + \frac{2\Omega_{r0}}{a^4}}{2 \left( \frac{\Omega_{m0}}{a^3} + \Omega_c(a) + \frac{\Omega_{r0}}{a^4} \right)}. \quad (5.80)$$

Lembrando que  $p_m = \delta p_m = 0$ , levando a  $\theta_m = 0$ , as equações relevantes para a dinâmica em primeira ordem do modelo são

$$\delta'' + [2 - q(a)] \frac{\delta'}{a} - \frac{3\Omega_{m0}}{2a^5 [H(a)]^2} \delta = \frac{3\Omega_c(a)}{2[aH(a)]^2} \lambda [1 + 3v_s^2(a)] + \frac{3\Omega_{r0}}{a^6 [H(a)]^2} \delta_r, \quad (5.81)$$

$$\lambda' + \frac{3}{a} [v_s(a) - w(a)] \lambda = -[1 + w(a)] \left[ \frac{\theta_c(a)}{aH(a)} - \delta' \right], \quad (5.82)$$

$$[1 + w(a)] \left\{ \theta'_c + \frac{[2 - 3v_s^2(a)] \theta_c}{a} \right\} = v_s^2(a) \left( \frac{k}{k_0} \right)^2 \frac{\lambda}{H(a)a^3}, \quad (5.83)$$

$$\delta'_r + \frac{4}{3} \left( \frac{\theta_r}{aH(a)} - \delta' \right) = 0, \quad (5.84)$$

$$\theta'_r + \frac{\theta_r(a)}{a} = \left( \frac{k}{k_0} \right)^2 \frac{\delta_r}{4H(a)a^3}, \quad (5.85)$$

onde

$$\delta \equiv \frac{\delta \rho_m}{\rho_m}, \quad \lambda \equiv \frac{\delta \rho_c}{\rho_c}, \quad \delta_r \equiv \frac{\delta \rho_r}{\rho_r} \quad (5.86)$$

e  $k_0^{-1} = 3000 h \text{ Mpc}$ .

### Análise numérica

A análise perturbativa empregada nesta tese leva sempre em consideração a representação de fluido. Neste tipo de estudo a velocidade do som é uma quantidade crucial. No caso do gás de Chaplygin modificado uma velocidade do som positiva é garantida apenas se  $B$  e  $\alpha$  são positivos (veja a expressão para  $v_s^2$  acima). De fato, é possível que  $v_s^2 > 0$  se  $\alpha < 0$ , mas em uma faixa muito pequena deste parâmetro. Por outro lado, a possibilidade de ter  $v_s^2 > 0$  e  $B < 0$  é praticamente excluída como visto na figura 5.22.

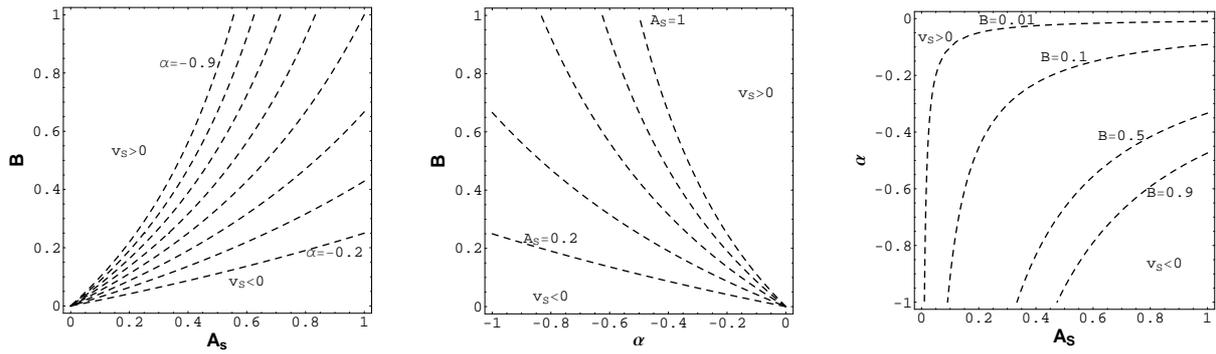


Figura 5.22: Em cada painel fixamos um dos parâmetros ( $\alpha, A_s, B$ ) e plotamos os contornos para os quais a velocidade do som é igual a zero. Na região acima (abaixo) de cada linha tracejada temos  $v_s^2 > 0$  ( $v_s^2 < 0$ ) para diferentes valores de  $\alpha - (A_s) - (B)$  no painel da esquerda-(centro)-(direita).

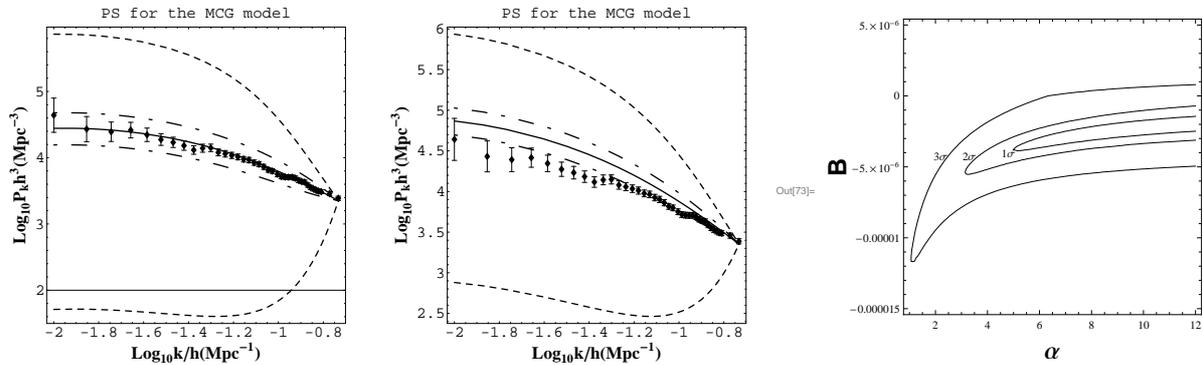


Figura 5.23: Na esquerda, espectro de potência para o gás de Chaplygin modificado fixando  $A_s = 0.95$  e  $\alpha = 10$ . Das linhas superiores para as inferiores temos  $B = 10^{-4}$ ,  $B = 10^{-5}$ ,  $B = 0$ ,  $B = -10^{-5}$  e  $B = -10^{-4}$ . No painel central, espectro de potência com  $\alpha = 1$  e com os mesmo valores para os parâmetros  $A_s$  e  $B$ . No painel da direita mostramos os contornos de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  de confiança estatística para os parâmetros  $B$  e  $\alpha$ .

Na figura 5.23 plotamos o espectro de potência da matéria comparando com os dados observacionais para  $A_s = 0.95$  e  $\alpha = 10$  (painel esquerdo) e  $\alpha = 1$  (painel central), com diferentes valores para  $B$ . No painel da direita plotamos o PDF bi-dimensional com contornos de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  de confiança. Quando  $\alpha = 10$ , o caso  $B = 0$  é praticamente o único capaz de descrever os dados com o valor  $\chi^2 = 17$ . Verifica-se que quando  $|B| > 10^{-4}$  existe uma grande diferença entre a teoria e os dados. O painel central da figura 5.23 repete esta análise com  $\alpha = 1$ . Agora o melhor ajuste ocorre quando  $B = -2.7 \times 10^{-4}$ , mas produzindo  $\chi^2 \sim 37$ : ou seja, uma descrição pior que anteriormente. De um modo geral, o modelo se adequa aos dados (a  $1\sigma$ )

apenas se  $|B| < 10^{-6}$ .

A análise acima nos diz que tal ajuste fino para o parâmetro  $B$  implica que o único valor "natural" é  $B = 0$ . Isto significa que o modelo se reduz ao gás de Chaplygin generalizado e portanto o gás de Chaplygin Modificado parece ser descartado pelos dados do espectro de potência.

## Capítulo 6

# Cosmologias com viscosidade volumétrica

No último capítulo trabalhamos com modelos cosmológicos inspirados pelo gás de Chaplygin generalizado. Em particular, abordamos, na seção 5.3, o estudo do espectro de potência para tais modelos. Citamos que o espectro de potência do gás de Chaplygin apresenta oscilações e divergências [142]. A princípio esta grave patologia descartaria o modelo, mas tais oscilações não são transferidas para os bárions que são, de fato, observados [143]. Seguimos esta linha: incluímos bárions no modelo, para calcular, de forma mais quantitativa, o espectro de potência e impor alguns vínculos observacionais. No entanto, não mencionamos no capítulo anterior que, na verdade, existe outra solução para o problema do espectro do gás de Chaplygin.

O gás de Chaplygin é um fluido perfeito. Consequentemente, suas perturbações são adiabáticas. Ou seja, o livre caminho médio é tão curto que a isotropia é mantida em qualquer ponto do fluido. Na prática, fluidos reais não são perfeitos e apresentam propriedades dissipativas.

Uma das soluções encontradas para o “problema do espectro de potência” apontado acima é introduzir, *ad hoc*, perturbações não adiabáticas na dinâmica do gás de Chaplygin generalizado, originando o chamado gás de Chaplygin “Silent” [160, 161]. O problema neste caso é a origem destas perturbações não adiabáticas que refletem a estrutura interna do meio cósmico. Perturbações não-adiabáticas irão mudar a velocidade do som do fluido que é uma quantidade fundamental na dinâmica e capaz de discriminar diferentes modelos de energia escura [162, 163, 164, 165, 166].

Uma outra opção para a ideia de unificação do setor escuro são modelos viscosos (que são fluidos imperfeitos). Qualquer fluido real apresenta fenômenos dissipativos e portanto parece que a inclusão destas propriedades na cosmologia é bem motivada. Tipicamente, viscosidade de cisalhamento (shear) é mais importante que a volumétrica. Entretanto, um Universo homogêneo e isotrópico em grandes escalas não permitiria tal tipo de dissipação. A partir do mesmo argumento difusão e condução de calor não possuem papel relevante. Com isso, em grandes escalas, assumimos que a viscosidade volumétrica é o efeito dissipativo dominante.

A partir do estudo do Universo primordial sabe-se que a viscosidade volumétrica pode induzir uma fase inflacionária [167] (pois é capaz de gerar uma pressão negativa para o fluido) e a origem desta viscosidade pode estar associada ao processo de produção de partículas [168, 169]. De fato, assumindo homogeneidade e isotropia, a viscosidade/pressão volumétrica é o único fenômeno admissível fora do equilíbrio. As consequências desta contribuição na fase inflacionária foram investigadas em [170, 171, 172, 173](veja também suas referências).

Com as fortes evidências de que o Universo se encontra em uma fase de expansão acelerada, a possibilidade de que uma viscosidade volumétrica seja responsável por esta dinâmica [174, 175] passou a ser considerada. Na verdade, mesmo antes da década de 1990, esta possibilidade já havia sido mencionada [176]. Ainda, modelos como o  $\Lambda$ CDM e o gás de Chaplygin podem ser reproduzidos a partir de um fluido imperfeito [175], surgindo a possibilidade de uma explicação alternativa para dinâmica cósmica. Alguns trabalhos a respeito de fluidos imperfeitos e vínculos observacionais sobre estes modelos são [177] e [178].

A viscosidade volumétrica contribui com um termo negativo à pressão total do fluido e, com isso, tal fluido dissipativo aparece como possível candidato a energia escura. No entanto, certa cautela deve ser tomada neste contexto. Na termodinâmica fora do equilíbrio a pressão viscosa ( $\Pi$ ) representa uma pequena correção à pressão cinética de equilíbrio denotada por ( $p$ ), de forma que

$$P = p + \Pi \tag{6.1}$$

A descrição de fluidos viscosos relativísticos nos permite uma certa liberdade na escolha do referencial co-móvel. Observadores podem ser co-móveis com o transporte de energia (referencial de Landau[179]) ou com respeito ao fluxo de partículas (referencial de Eckart [180]). Ambas teorias representam desvios de primeira ordem do equilíbrio produzem os mesmos resultados. Mas, no entanto, os trabalhos de Muller[181], Israel[182], Israel and Stewart [183], Pavón-Jou- Vázquez [184], Hiscock and Lindblom [185] evidenciaram que tal

formulação de primeira ordem sofria com sérios problemas de instabilidade e causalidade. Na verdade, estes trabalhos observaram que os problemas das teorias de primeira ordem seriam resolvidos se desvios de segunda ordem fossem levados em consideração. Uma discussão sobre a inclusão de desvios de segunda ordem em cosmologia pode ser encontrada também em [186]. Alternativamente, especula-se ainda que a viscosidade tem sua origem no contexto de cordas [187].

De um modo geral, a expressão (6.1) é válida para qualquer tipo de teoria sobre a viscosidade. Neste capítulo, vamos concentrar nossas atenções no formalismo de Eckart. A intenção é realizar uma primeira comparação (no contexto dos modelos de unificação) entre as previsões do gás de Chaplygin e o modelo viscoso. Aqui, vamos admitir que a pressão viscosa  $\Pi$  seja a contribuição dominante da pressão efetiva. Como esta proposta está além do limite de validade da termodinâmica fora do equilíbrio, interações não padrão são exigidas neste cenário [174, 175]. Além disso, assumimos que a viscosidade é desprezível em altos desvios para o vermelho mas torna-se importante recentemente para conduzir a dinâmica cósmica. Uma simples maneira de compreender o aparecimento da viscosidade a partir da interação entre fluidos ideais como matéria e radiação é descrito em [171].

## 6.1 Espectro de Potência para modelos com viscosidade volumétrica

Os resultados desta seção foram obtidos com a colaboração de W. Zimdahl e W. Hipolito-Ricaldi. O modelo apresentado em 6.1.1 aparece em [188] e o da seção 6.1.2 em [189].

### 6.1.1 Um simples modelo cosmológico com viscosidade volumétrica

Nosso objetivo nesta seção é estender a análise encontrada em [190, 191]. Queremos estudar um modelo de uma componente através do espectro de potência. Explicitamos a dinâmica de fundo e, posteriormente, partimos para as perturbações. Lembramos que este modelo é idêntico ao estudado em “The end of unified dark matter?” [142], onde mostrou-se que o espectro de potência do gás de Chaplygin generalizado é incompatível com os dados (exceto se  $\alpha = 0$ ). Adiantamos que o mesmo não ocorrerá para o fluido viscoso.

Assim como em [190, 191], vamos descrever a viscosidade volumétrica pela fórmula de Eckart [180]

$$p = -\xi u_{;i}^i, \tag{6.2}$$

onde a quantidade (não negativa)  $\xi$  é o (geralmente não constante) coeficiente de viscosidade volumétrica e  $u^i_{;i}$  é o escalar de expansão que em um Universo homogêneo e isotrópico reduz a  $3H$ . Ignoramos, de fato, todos os problemas inerentes ao formalismo de Eckart (como exposto acima) e esperamos que, para as aplicações realizadas aqui, as diferenças entre o formalismo de primeira ordem e o de segunda, sejam desprezíveis.

### Dinâmica de fundo

Assumimos que o meio cósmico é descrito pelo tensor energia momento

$$T^{\mu\nu} = \rho u^\mu u^\nu + p(g^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu) \quad (6.3)$$

com equação de estado

$$p = -\zeta\Theta \quad (6.4)$$

para o fluido viscoso, onde  $\Theta \equiv u^i_{;i}$  é o escalar de expansão e  $\zeta$  é o coeficiente de viscosidade volumétrica. Em um Universo homogêneo e isotrópico  $\Theta = 3H$ . Se, além disso, assumimos um espaço plano, a equação de Friedmann

$$3H^2 = 8\pi G\rho \quad (6.5)$$

implica que  $\Theta \propto \rho^{1/2}$ . Neste ponto, alguma escolha deve ser feita para  $\zeta$ . Usualmente, temos  $\zeta \propto \rho^\nu$ . Isto corresponde a uma equação de estado

$$p = -A\rho^{\nu+1/2} \quad (6.6)$$

com a constante  $A > 0$ . Comparando esta equação com a equação de estado do gás de Chaplygin generalizado (subscrito c),

$$p_c = -\frac{A}{\rho^\alpha}, \quad (6.7)$$

a correspondência  $\alpha = -(\nu + \frac{1}{2})$  é imediata. Isto nos permite aplicar os resultados já conhecidos para a dinâmica de fundo do gás de Chaplygin generalizado ao modelo viscoso.

A similaridade entre o gás de Chaplygin generalizado e o fluido viscoso tem sido discutida na literatura [191, 192]. Percebe-se que para  $\nu = \frac{1}{2} \leftrightarrow \alpha = 1$  e para  $A = 1$  ambos modelos possuem o limite  $\Lambda$ CDM.

A dependência temporal da pressão é descrita por

$$\dot{p} = \left[ \frac{\dot{\Theta}}{\Theta} + \nu \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right] p \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} = \frac{p}{\rho} \left[ \frac{\dot{\Theta}}{\Theta} \frac{\rho}{\dot{\rho}} + \nu \right]. \quad (6.8)$$

---

<sup>1</sup>Aqui,  $\nu$  aparece como parâmetro da equação de estado e não pode ser confundido com o índice que aparece em  $u^\mu$ .

Com

$$\dot{\rho} = -\Theta(\rho + p), \quad \dot{\Theta} = -\frac{\gamma}{2}\Theta^2, \quad \gamma = 1 + \frac{p}{\rho}, \quad (6.9)$$

a velocidade adiabática do som pode ser escrita como

$$\frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} = \frac{p}{\rho} \left[ \frac{1}{2} + \nu \right]. \quad (6.10)$$

Para a densidade de energia temos

$$\rho = \left[ A + B \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)} \right]^{\frac{2}{1-2\nu}} \Rightarrow H = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \left[ A + B \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)} \right]^{\frac{1}{1-2\nu}}. \quad (6.11)$$

O parâmetro de desaceleração  $q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}$  assume a forma

$$q = -\frac{1 - \frac{B}{2A} \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)}}{1 + \frac{B}{A} \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)}}. \quad (6.12)$$

Sendo o seu presente valor  $q_0$ ,

$$q_0 = -\frac{1 - \frac{B}{2A}}{1 + \frac{B}{A}} \Leftrightarrow \frac{B}{2A} = \frac{1 + q_0}{1 - 2q_0}. \quad (6.13)$$

O valor  $a_{acc}$  onde ocorre a transição entre a fase desacelerada para a acelerada é dado por

$$q = 0 \Leftrightarrow \left( \frac{a_{acc}}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)} = \frac{B}{2A} \Leftrightarrow \frac{a_{acc}}{a_0} = \left( \frac{B}{2A} \right)^{\frac{2}{3(1-2\nu)}}. \quad (6.14)$$

O correspondente desvio para o vermelho desta transição é

$$1 + z_{acc} = \frac{a_0}{a_{acc}} \Rightarrow z_{acc} = \left( \frac{1 - 2q_0}{1 + q_0} \right)^{\frac{2}{3(1-2\nu)}} - 1. \quad (6.15)$$

em termos de  $q_0$  a função de Hubble (6.11) se torna

$$\frac{H}{H_0} = \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{1}{1-2\nu}} \left[ 1 - 2q_0 + 2(1 + q_0) \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)} \right]^{\frac{1}{1-2\nu}}, \quad (6.16)$$

enquanto a densidade de energia, via  $3H_0^2 = 8\pi G\rho_0$ , é

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( \frac{1}{9} \right)^{\frac{1}{1-2\nu}} \left[ 1 - 2q_0 + 2(1 + q_0) \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)} \right]^{\frac{2}{1-2\nu}}. \quad (6.17)$$

O parâmetro da equação de estado  $\frac{p}{\rho}$  pode ser escrito como

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{1 - 2q_0}{1 - 2q_0 + 2(1 + q_0) \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)}}, \quad (6.18)$$

que implica em

$$\gamma = 1 + \frac{p}{\rho} = \frac{2(1 + q_0) \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)}}{1 - 2q_0 + 2(1 + q_0) \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}(1-2\nu)}}. \quad (6.19)$$

Estas são as relações para dinâmica de fundo do nosso modelo. O gás de Chaplygin generalizado é recuperado com a transformação  $1 - 2\nu = 2(1 + \alpha)$ .

## Perturbações

Consideramos um fluido descrito por um tensor momento energia  $T_\nu^\mu$ , incluindo uma contribuição dissipativa  $\Delta T_\nu^\mu$ . No formalismo de Eckart, o tensor dissipativo mais geral possível é

$$\Delta T_\nu^\mu = -\xi \Delta T_{b\nu}^\mu - \eta \Delta T_{s\nu}^\mu - \kappa \Delta T_{h\nu}^\mu, \quad (6.20)$$

onde  $\xi, \eta$  e  $\kappa$  são os coeficientes de viscosidade volumétrica, de cisalhamento e de condução de calor, respectivamente. Para a dinâmica de fundo, apenas a viscosidade volumétrica contribui. Em primeira ordem, a condução de calor contribui apenas com termos não diagonais a  $\Delta T_\nu^\mu$ , e portanto, produz contribuições desprezíveis em grandes escalas. O mesmo ocorre com o cisalhamento. A contribuição destes efeitos ocorre via gradientes espaciais na dinâmica perturbativa  $\sim k^2$  (ou até mesmo  $k^4$ ) que afetam apenas pequenas escalas (lembrando que  $k = \lambda^{-1}$ ,  $\lambda \equiv$  comprimento de onda da perturbação). Assim, mantemos apenas a viscosidade volumétrica em nosso modelo.

Para uma pressão  $p \propto -\rho^\nu \Theta$  a perturbação correspondente, aqui denotada pelo chapéu, é

$$\hat{p} = \left[ \frac{\hat{\Theta}}{\Theta} + \nu \frac{\hat{\rho}}{\rho} \right] p. \quad (6.21)$$

Quantidades sem o chapéu são de ordem zero (fundo). As perturbações (6.21) não são adiabáticas. A saber,

$$\hat{p} - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \hat{\rho} = p \left( \frac{\hat{\Theta}}{\Theta} - \frac{1}{2} \frac{\hat{\rho}}{\rho} \right) \neq 0. \quad (6.22)$$

Perturbações não adiabáticas são caracterizadas por  $\hat{p} = \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \hat{\rho}$ . É a diferença de  $\hat{p} = \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \hat{\rho}$  que caracterizam a não adiabaticidade das perturbações. A expressão (6.4) para a pressão coincide com a equação de estado  $p = p(\rho) \propto -\rho^{\nu+1/2}$  apenas no fundo. Nas perturbações, Eq. (6.4) não se reduz a  $p = p(\rho)$ . O uso das relações (6.9) nos permite escrever

$$\frac{\hat{p}}{\rho + p} - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \frac{\hat{\rho}}{\rho + p} = 3H \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \left( \frac{\hat{\rho}}{\dot{\rho}} - \frac{\hat{\Theta}}{\dot{\Theta}} \right), \quad (6.23)$$

ou, com as abreviações

$$P \equiv \frac{\hat{p}}{\rho + p}, \quad D \equiv \frac{\hat{\rho}}{\rho + p}, \quad (6.24)$$

$$P - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} D = 3H \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \left( \frac{\hat{\rho}}{\dot{\rho}} - \frac{\hat{\Theta}}{\dot{\Theta}} \right). \quad (6.25)$$

Tanto as combinações  $P - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} D$  no lado esquerdo quanto  $\frac{\hat{\rho}}{\dot{\rho}} - \frac{\hat{\Theta}}{\dot{\Theta}}$  no lado direito são invariantes de gauge. Já as quantidades  $P, D, \hat{\rho}$  e  $\hat{\Theta}$  não são invariantes de calibre.

A quantidade básica para o estudo das perturbações é  $\hat{\rho}$  e a perturbação  $\hat{\Theta}$ . Isto sugere perturbar a equação da continuidade e a equação de Raychaudhuri, respectivamente.

No capítulo 5 utilizamos o calibre síncrono para tratar as perturbações. Aqui, faremos uso de uma escolha diferente para o calibre mas o resultados são equivalentes.

O elemento de linha será escrito como

$$ds^2 = -(1 + 2\phi) dt^2 + 2a^2 F_{,\alpha} dt dx^\alpha + a^2 [(1 - 2\psi) \delta_{\alpha\beta} + 2E_{,\alpha\beta}] dx^\alpha dx^\beta . \quad (6.26)$$

A perturbação na quadri velocidade é dada por

$$\hat{u}^0 = \hat{u}_0 = -\phi \quad (6.27)$$

e

$$a^2 \hat{u}^\mu + a^2 F_{,\mu} = \hat{u}_\mu \equiv v_{,\mu} , \quad (6.28)$$

que define a perturbação da velocidade  $v$ . A escolha  $v = 0$  corresponde ao calibre comóvel. Também é importante introduzir

$$\chi \equiv a^2 (\dot{E} - F) . \quad (6.29)$$

A combinação  $v + \chi$  é invariante de calibre. Na teoria das perturbações é conveniente descrever a dinâmica em termos de quantidades invariantes de calibre que representam perturbações em hipersuperfícies ( $c$ ) co-móveis. Elas podem ser definidas como

$$\frac{\hat{\rho}^c}{\hat{\rho}} \equiv \frac{\hat{\rho}}{\hat{\rho}} + v , \quad \frac{\hat{\Theta}^c}{\hat{\Theta}} \equiv \frac{\hat{\Theta}}{\hat{\Theta}} + v , \quad \frac{\hat{p}^c}{\hat{p}} \equiv \frac{\hat{p}}{\hat{p}} + v . \quad (6.30)$$

Para o nosso caso

$$\frac{\hat{p}}{\hat{\rho}} = \frac{\hat{\Theta} + \nu \hat{\rho}}{\hat{\Theta} + \nu \hat{\rho}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\hat{p}^c}{\hat{p}} = \frac{\hat{\Theta}^c + \nu \hat{\rho}^c}{\hat{\Theta} + \nu \hat{\rho}} . \quad (6.31)$$

Repare que um coeficiente de viscosidade constante corresponde a  $\nu = 0$ . A equação de conservação para energia perturbada é escrita como

$$\left( \frac{\hat{\rho}}{\rho + p} - 3\psi \right)' + 3H \left( \frac{\hat{p}}{\rho + p} - \frac{\dot{p}}{\hat{\rho}} \frac{\hat{\rho}}{\rho + p} \right) + \frac{1}{a^2} (\Delta v + \Delta \chi) = 0 , \quad (6.32)$$

onde  $\Delta$  é o Laplaciano espacial. Com ajuda da equação para o momento (Euler), temos em primeira ordem

$$\frac{\hat{p}}{\rho + p} + \frac{\dot{p}}{\rho + p} v + \dot{v} + \phi = 0 . \quad (6.33)$$

Em termos das quantidade definidas em (6.30), os balanços (6.32) e (6.33) podem ser combinados em

$$\left( \frac{\hat{\rho}^c}{\rho + p} \right)' - 3H \frac{\dot{p}}{\hat{\rho}} \frac{\hat{\rho}^c}{\rho + p} + \hat{\Theta}^c = 0 . \quad (6.34)$$

Com

$$D^c \equiv \frac{\hat{\rho}^c}{\rho + p} . \quad (6.35)$$

Uma forma mais compacta de (6.34) é

$$\dot{D}^c - 3H \frac{\dot{p}}{\rho} D^c + \hat{\Theta}^c = 0 . \quad (6.36)$$

O escalar de expansão é governado pela equação de Raychaudhuri

$$\dot{\Theta} + \frac{1}{3}\Theta^2 + 2(\sigma^2 - \omega^2) - \dot{u}^a_{;a} - \Lambda + 4\pi G(\rho + 3p) = 0 . \quad (6.37)$$

A perturbação desta equação produz

$$\dot{\hat{\Theta}}^c + \frac{2}{3}\Theta\hat{\Theta}^c + \frac{1}{a^2}\Delta P^c + \frac{\gamma}{6}\Theta^2 D^c = 0 , \quad (6.38)$$

onde

$$P^c \equiv \frac{\hat{p}^c}{\rho + p} . \quad (6.39)$$

É através da equação de Raychaudhuri que o gradiente de pressão é introduzido na dinâmica.

Formulando as perturbações em termos de  $\hat{\Theta}^c$  revela-se conveniente, via (cf. (6.71) e (6.39))

$$P^c = \frac{p}{\rho} \left[ \frac{\hat{\Theta}^c}{\gamma\Theta} + \nu D^c \right] . \quad (6.40)$$

A perturbação  $\hat{\Theta}^c$  é diretamente conectada à perturbação da pressão. O uso de (6.40) em (6.72) fornece a relação entre as perturbações na pressão e na densidade de energia,

$$P^c = -\frac{p}{\gamma\rho\Theta} \left[ \dot{D}^c - \Theta \left( \frac{p}{2\rho} + \nu \left( 1 + 2\frac{p}{\rho} \right) \right) D^c \right] . \quad (6.41)$$

A perturbação na pressão consiste em um termo que é proporcional a perturbação na densidade de energia  $D^c$  e, também, a derivada temporal deste termo  $\dot{D}^c$ . Esta segunda contribuição caracteriza a perturbação não adiabática.

Existe uma dependência adicional na derivada temporal da perturbação na densidade de energia. A relação entre  $P^c$  e  $D^c$  não é simplesmente algébrica, equivalente a uma dada velocidade do som que conecta estas duas quantidades. A relação entre elas é parte da dinâmica. Resumindo,  $P^c$  não é apenas uma função "local" de  $D^c$  mas é também depende de  $\dot{D}^c$  [193]. Isto equivale a  $\hat{p} = \hat{p}(\hat{\rho}, \dot{\hat{\rho}})$ . Apenas no fundo que temos  $p = p(\rho)$ .

Combinando (6.72), (6.74) e (6.75) e aplicando a transformada de Fourier (espaço- $k$ ), obtemos (usando os mesmo símbolos que os usados no espaço das coordenadas) a seguinte equação de segunda ordem

$$\begin{aligned} \ddot{D}^c + 3H \left[ \frac{2}{3} - \frac{p}{2\rho} (1 + 2\nu) - \frac{1}{9} \frac{p}{\gamma\rho} \frac{k^2}{H^2 a^2} \right] \dot{D}^c \\ - 9H^2 \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{\gamma}{2} + \frac{p}{\rho} (1 + 2\nu) \right) - \nu\gamma \frac{p}{2\rho} (1 + 2\nu) - \frac{1}{9} \frac{k^2}{H^2 a^2} \frac{p}{\gamma\rho} \left( \frac{p}{2\rho} + \nu \left( 1 + 2\frac{p}{\rho} \right) \right) \right] D^c = 0 . \end{aligned} \quad (6.42)$$

Observa-se que as perturbações na pressão originam contribuições tanto a  $D^c$  quanto a  $\dot{D}^c$ . A comparação com o caso adiabático pode ser feita ao escrever a equação correspondente para o gás de Chaplygin generalizado (subscrito c):

$$\ddot{D}_c^c + 3H \left[ \frac{2}{3} + \alpha \frac{p}{\rho} \right] \dot{D}_c^c - 9H^2 \left[ \frac{\gamma}{6} - \alpha(1+\alpha) \gamma \frac{p}{\rho} - \frac{\alpha p}{6\rho} \left( 1 - 3 \frac{p}{\rho} \right) + \alpha \frac{p}{\rho} \frac{k^2}{9H^2 a^2} \right] D_c^c = 0. \quad (6.43)$$

### Cálculo do espectro e comparação com os dados observacionais

Para implementar o cálculo do espectro de potência, a partir das equações obtidas acima, é importante introduzir

$$\delta_v \equiv \frac{\hat{\rho}^c}{\rho} = \gamma D^c. \quad (6.44)$$

O sub-escrito  $v$  (c) denota o fluido viscoso (gás de Chaplygin). Em termos do fator de escala, Eq. (6.42) assume a forma

$$\delta_v'' + f_v(a) \delta_v' + g_v(a) \delta_v = 0, \quad (6.45)$$

onde o símbolo linha  $'$  denota derivada com relação a  $a$  e os coeficientes  $f_v(a)$  e  $g_v(a)$  são

$$f_v(a) = \frac{1}{a} \left[ \frac{3}{2} - 6 \frac{p}{\rho} + 3\nu \frac{p}{\rho} - \frac{1}{3} \frac{p}{\gamma\rho} \frac{k^2}{H^2 a^2} \right] \quad (6.46)$$

e

$$g_v(a) = -\frac{1}{a^2} \left[ \frac{3}{2} + \frac{15p}{2\rho} - \frac{9p^2}{2\rho^2} - 9\nu \frac{p}{\rho} - \left( \frac{1p^2}{\gamma\rho^2} + \nu \frac{p}{\rho} \right) \frac{k^2}{H^2 a^2} \right]. \quad (6.47)$$

As quantidades  $H$ ,  $\frac{p}{\rho}$  e  $\gamma$  como função de  $a$  são dadas em (6.16), (6.18) e (6.19), respectivamente. O valor atual do fator de escala é fixado como  $a_0 = 1$ .

A equação perturbada para o gás de Chaplygin correspondente a (6.45) é

$$\delta_c'' + f_c(a) \delta_c' + g_c(a) \delta_c = 0, \quad (6.48)$$

com

$$f_c(a) = \frac{1}{a} \left[ \frac{3}{2} - \frac{15p}{2\rho} - 3\alpha \frac{p}{\rho} \right] \quad (6.49)$$

e

$$g_c(a) = -\frac{1}{a^2} \left[ \frac{3}{2} + 12 \frac{p}{\rho} - \frac{9p^2}{2\rho^2} + 9\alpha \frac{p}{\rho} + \alpha \frac{p}{\rho} \frac{k^2}{H^2 a^2} \right]. \quad (6.50)$$

Com  $\alpha = -(\nu + \frac{1}{2})$  todos os termos em (6.49) e (6.50) que não são multiplicados por  $k^2$  coincidem com os correspondentes termos em (6.46) e (6.47), respectivamente. As quantidades  $H$ ,  $\frac{p}{\rho}$  e  $\gamma$  também são dadas por (6.16), (6.18) e (6.19), respectivamente, com a devida troca  $1 - 2\nu = 2(1 + \alpha)$ . As quantidades (6.46), (6.47), (6.49) e (6.50) são funções do fator de escala e dependem de  $k$ ,  $\nu$ ,  $q_0$  e  $H_0$ . A princípio, e tendo em mente os resultados do capítulo 5 com o gás de Chaplygin, nos restringimos a  $\nu < \frac{1}{2}$ . Lembramos que a propagação do som no modelo

viscoso é governada pela combinação dos termos com  $k^2$  em (6.46) e (6.47). Para o gás de Chaplygin, por outro lado, a velocidade do som é dada por  $-\alpha \frac{p}{\rho}$ , o fator que multiplica  $k^2$  em (6.50). Ao contrário do que ocorre no fluido viscoso, não existe termo  $\sim k^2$  em (6.49). Eq. (6.48) com (6.49) e (6.50) reproduzem as equações encontradas nas referências [109] e [142].

Se tomarmos o limite  $a \ll 1$ , as equações (6.45) e (6.48) coincidem e assumem a forma

$$\delta'' + \frac{3}{2a} \delta' - \frac{3}{2a^2} \delta = 0, \quad (a \ll 1) \quad (6.51)$$

para todos parâmetros  $q_0$ ,  $\nu$  e para todas escalas. Aqui,  $\delta$  pode ser tanto  $\delta_v$  ou  $\delta_c$ . Buscando soluções analíticas para (6.51), encontramos

$$\delta(a \ll 1) = c_1 a + c_2 a^{-3/2}, \quad (6.52)$$

onde  $c_1$  e  $c_2$  são constantes de integração. Isto significa que, no passado, ambos modelos são indistinguíveis. Em particular, as contribuições não adiabáticas ao modelo viscoso são subdominantes em todas escalas. Além disso, para  $a \ll 1$  podemos também considerar que nosso modelo não se distingue do  $\Lambda$ CDM. Isto nos permite seguir a evolução de todos modelos a partir das mesmas condições iniciais. O cálculo dos espectros seguirá, então, o procedimento descrito nos apêndices B e C.

Nas Figs. (6.1) e (6.2) as flutuações de densidade para o modelo viscoso são comparadas com o obtido para o gás de Chaplygin generalizado. Apesar de idênticos no fundo, ambos modelos são qualitativamente muito diferentes a nível perturbativo. As perturbações da densidade comportam-se bem no modelo viscoso, enquanto que, confirmamos que oscilações e instabilidades aparecem (com forte dependência do parâmetro  $\alpha$ ) para o gás de Chaplygin.

Figura(6.1) mostra as divergências na densidade do gás de Chaplygin para  $\nu = 0$  ( $\alpha = -1/2$ ). Isto reproduz os resultados encontrados em [142]. Para  $\nu = -1$  ( $\alpha = 1/2$ ), o gás de Chaplygin generalizado prediz oscilações (Fig. 6.2), que não são observadas, assim como encontrado em [142]. Nenhuma destas propriedades é mantida para o fluido viscoso, o que concorda com [191]. De fato, os modelos concordam em tempos iniciais, confirmando nosso resultado analítico feito acima já que as contribuições não adiabáticas são desprezíveis no passado, mas tornam-se relevantes mais tarde.

Os resultados para o espectro de potência são mostrados e comparados com os dados dos programas 2dFRGS e SDSS para diferentes valores dos parâmetros  $\nu$  e  $q_0$  nas figuras 6.3-6.9. Duas observações devem ser feitas: (i) o modelo viscoso é diferente do  $\Lambda$ CDM para todos os parâmetros escolhidos. Em particular, isto também é verdade para  $\nu = -\frac{1}{2}$  ( $\alpha = 0$ ) que fornece uma equação de estado  $p \propto -\rho$ . (ii) Para certos valores dos parâmetros  $\nu$  e  $q_0$ ,

o modelo concorda com os dados observacionais. Não ocorrem nem oscilações, tão pouco instabilidades. Valores negativos para  $\nu$  são geralmente preferidos. Quanto mais negativo  $\nu$  é, mais negativos são os valores de  $q_0$  que são compatíveis com os dados. Ainda, lembrando que como valores altos para  $\nu$  correspondem a valores muito negativos para  $\alpha$ , nossos resultados são consistentes com o encontrado para o gás de Chaplygin generalizado.

Finalmente, calculamos os valores de  $\chi^2$  quando utilizamos diferentes valores do parâmetros e comparamos como modelo  $\Lambda$ CDM model. Os resultados são resumidos na tabela 6.1. Nosso modelo revela-se competitivo com o  $\Lambda$ CDM para  $q_0 \gtrsim -0.1$ , com o mínimo valor de  $\chi^2$  perto de  $q_0 \sim 0$ . Para alguns pares dos parâmetros  $q_0, \nu$  temos resultados melhores do que o  $\Lambda$ CDM.

### 6.1.2 Uma análise mais realista para a cosmologia com viscosidade através da inclusão de bárions no modelo

Nosso objetivo aqui é estender a análise da seção anterior. O modelo da última seção era constituído apenas do fluido viscoso, mas, aqui, adicionamos uma componente bariônica na dinâmica cósmica. Com uma contribuição de  $\Omega_{b0} \sim 0.05$ , os bárions não contribuem de maneira significativa para a dinâmica de fundo. Por outro lado, quando analisamos as perturbações, o espectro de potência dos bárions deve ser calculado para permitir a comparação direta com os dados observacionais.

A pressão do fluido viscoso será modelado pela expressão de Eckart mas, no entanto, assumiremos  $\xi = const.$  Por um lado, como  $\nu = 0$ , temos um modelo mais simples e que perde no quesito generalidade. Por outro, esta escolha permitirá escrever a energia total desta mistura como um único gás de Chaplygin generalizado. As perturbações desta densidade de energia não são adiabáticas e dão origem as perturbações entrópicas relativas. Mostramos que o espectro bariônico resultante é compatível com os dados dos programas 2dFGRS e SDSS(DR7<sup>2</sup>). Fazemos ainda uma análise estatística para determinar o valor preferido dos parâmetros do modelo e dois resultados chamam a atenção: i) o PDF para o parâmetro de desaceleração do Universo possui um máximo em  $q_0 \approx -0.53$  (contrário ao encontrado na

---

<sup>2</sup>Data Release 7

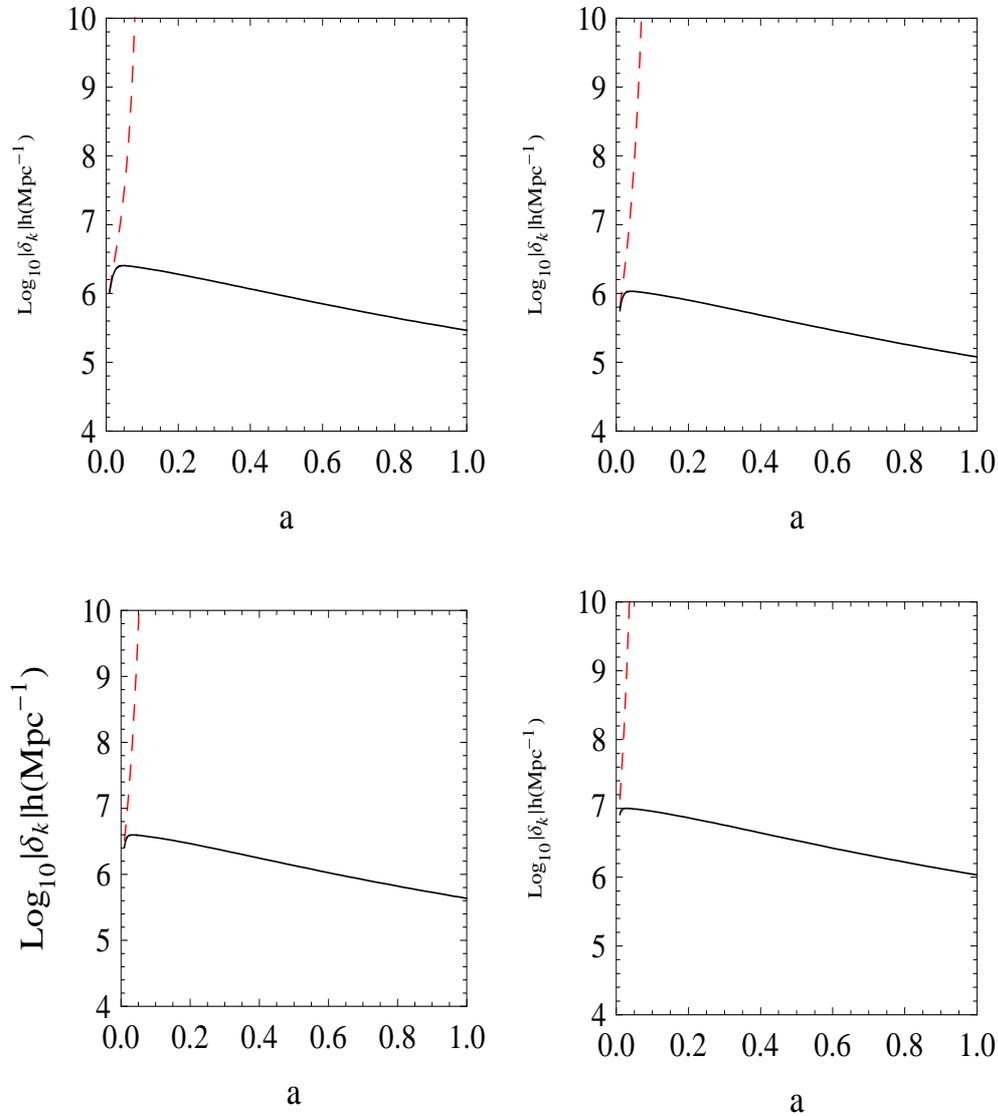


Figura 6.1: Valores absolutos (escala logaritmica) das perturbações da densidade como função do fator de escala  $a$  para  $\nu = 0$  ( $\alpha = -1/2$ ) e  $q_0 = -0.5$  para diferentes escalas. Os valores de  $k$  são  $k = 0.5$  (alto esquerda),  $k = 0.7$  (alto direita),  $k = 1$  (baixo esquerda) e  $k = 1.5$  (baixo esquerda), todos em unidades de  $h\text{Mpc}^{-1}$ . Linhas sólidas representam o modelo viscoso e tracejadas (próximas do eixo das ordenadas) o gás de Chaplygin generalizado.

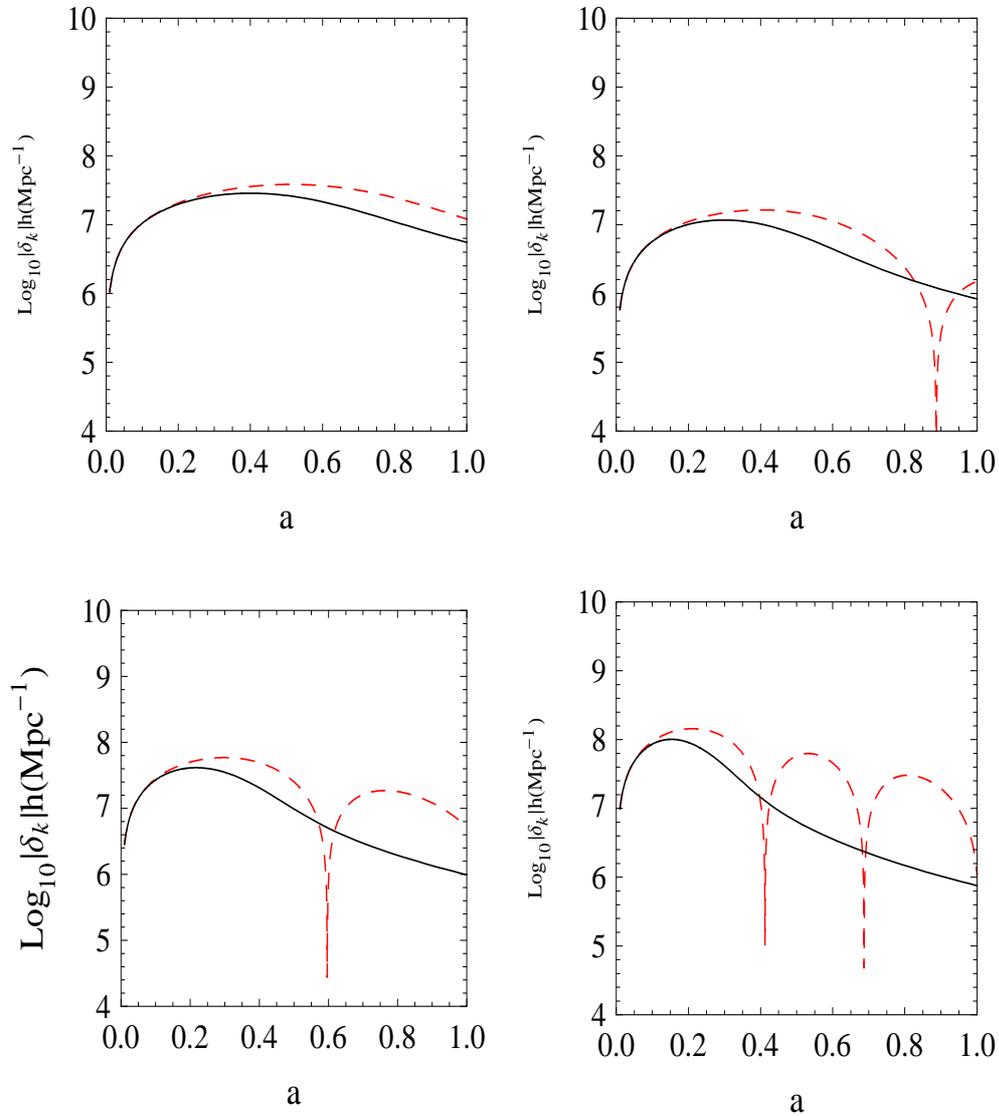


Figura 6.2: Valores absolutos (escala logaritmica) das perturbações da densidade como função do fator de escala  $a$  para  $\nu = -1$  ( $\alpha = 1/2$ ) e  $q_0 = -0.5$  para diferentes escalas. Os valores de  $k$  são  $k = 0.5$  (alto esquerda),  $k = 0.7$  (alto direita),  $k = 1$  (baixo esquerda) e  $k = 1.5$  (baixo esquerda), todos em unidades de  $h\text{Mpc}^{-1}$ . Linhas sólidas representam o modelo viscoso e tracejadas o gás de Chaplygin generalizado.

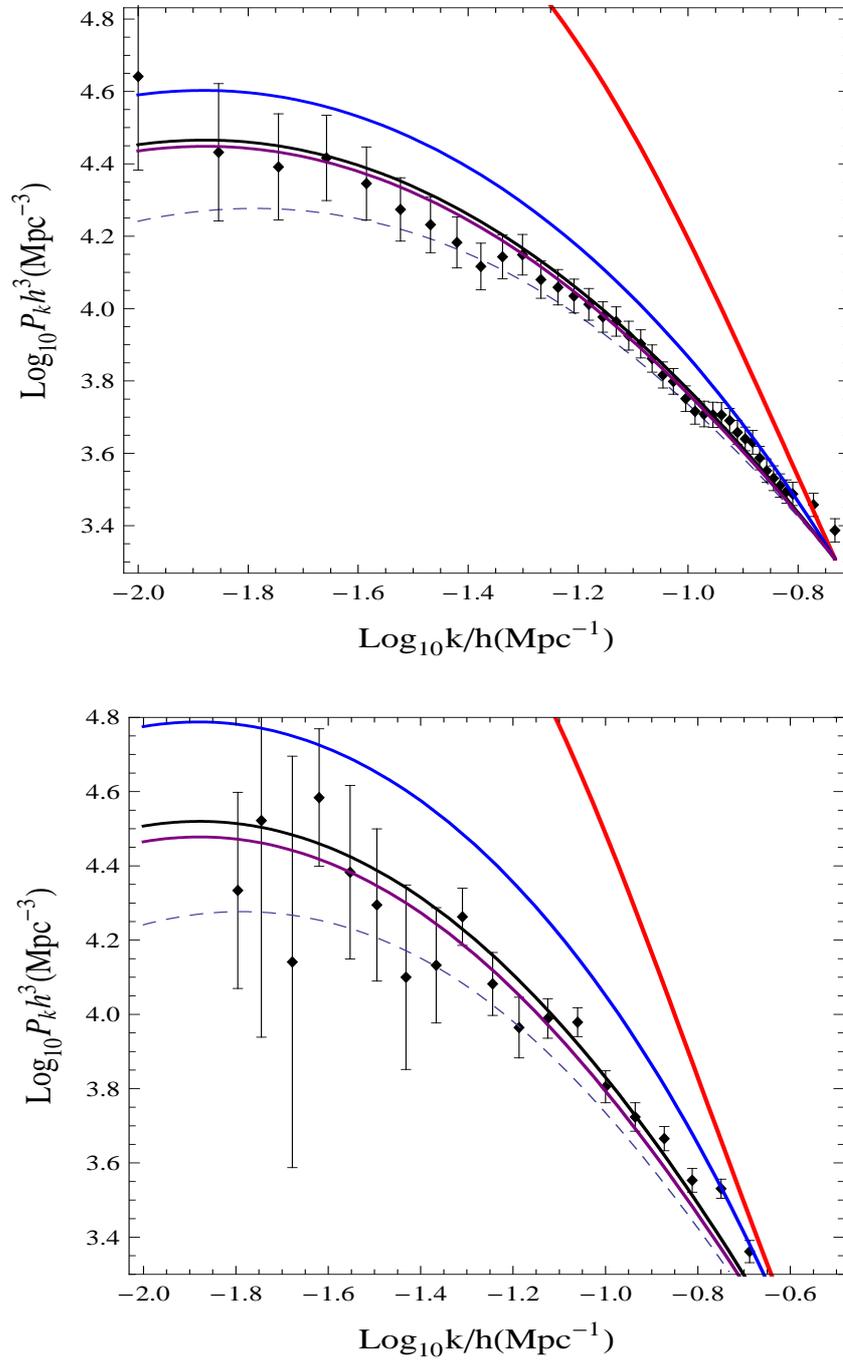


Figura 6.3: Espectro de potência para o modelo viscoso com  $\nu = 0.25$  (linhas sólidas) e para o modelo  $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos  $q_0 = -0.4$ ,  $q_0 = -0.2$ ,  $q_0 = 0$  e  $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo).

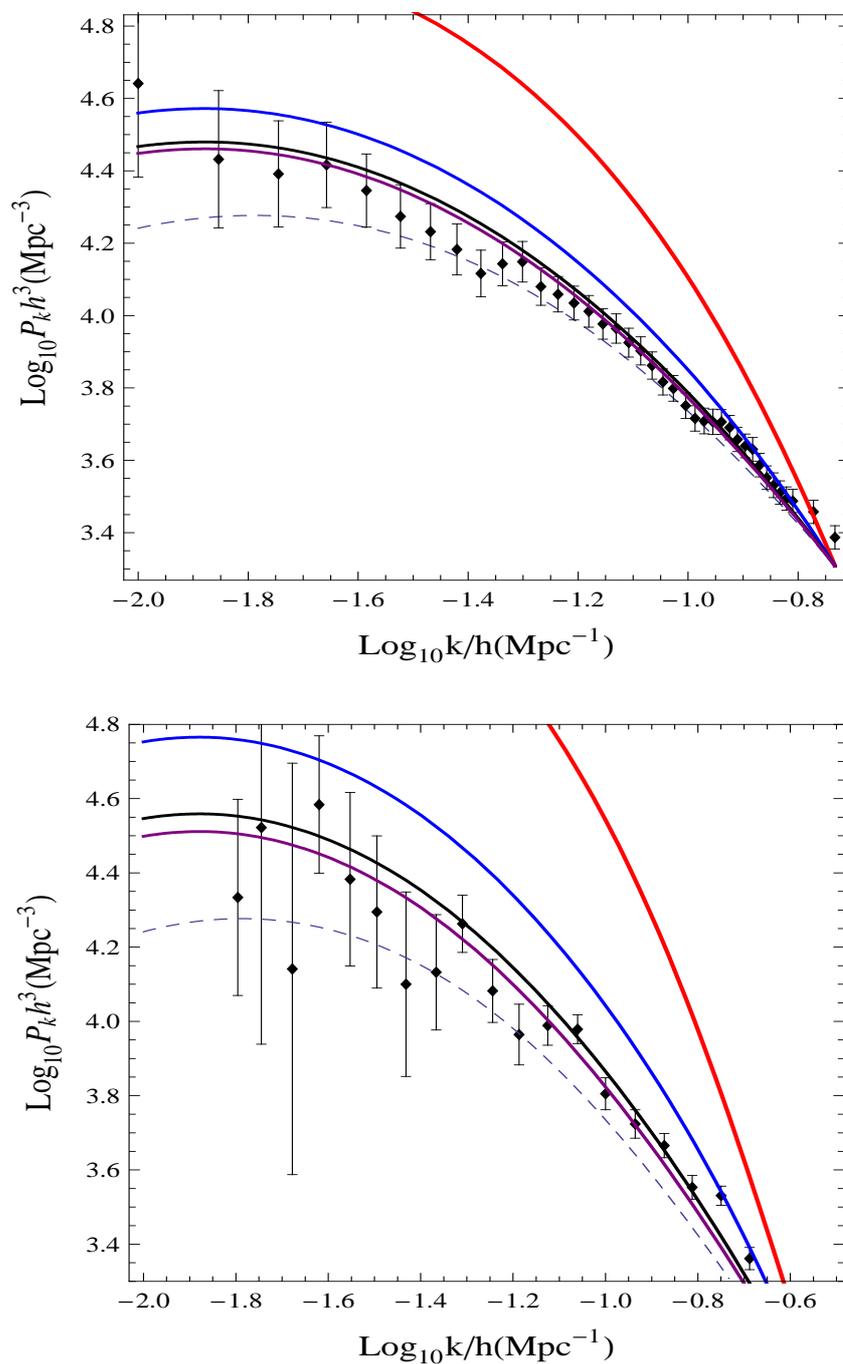


Figura 6.4: Espectro de potência para o modelo viscoso com  $\nu = 0$  (linhas sólidas) e para o modelo  $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos  $q_0 = -0.4$ ,  $q_0 = -0.2$ ,  $q_0 = 0$  e  $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo).

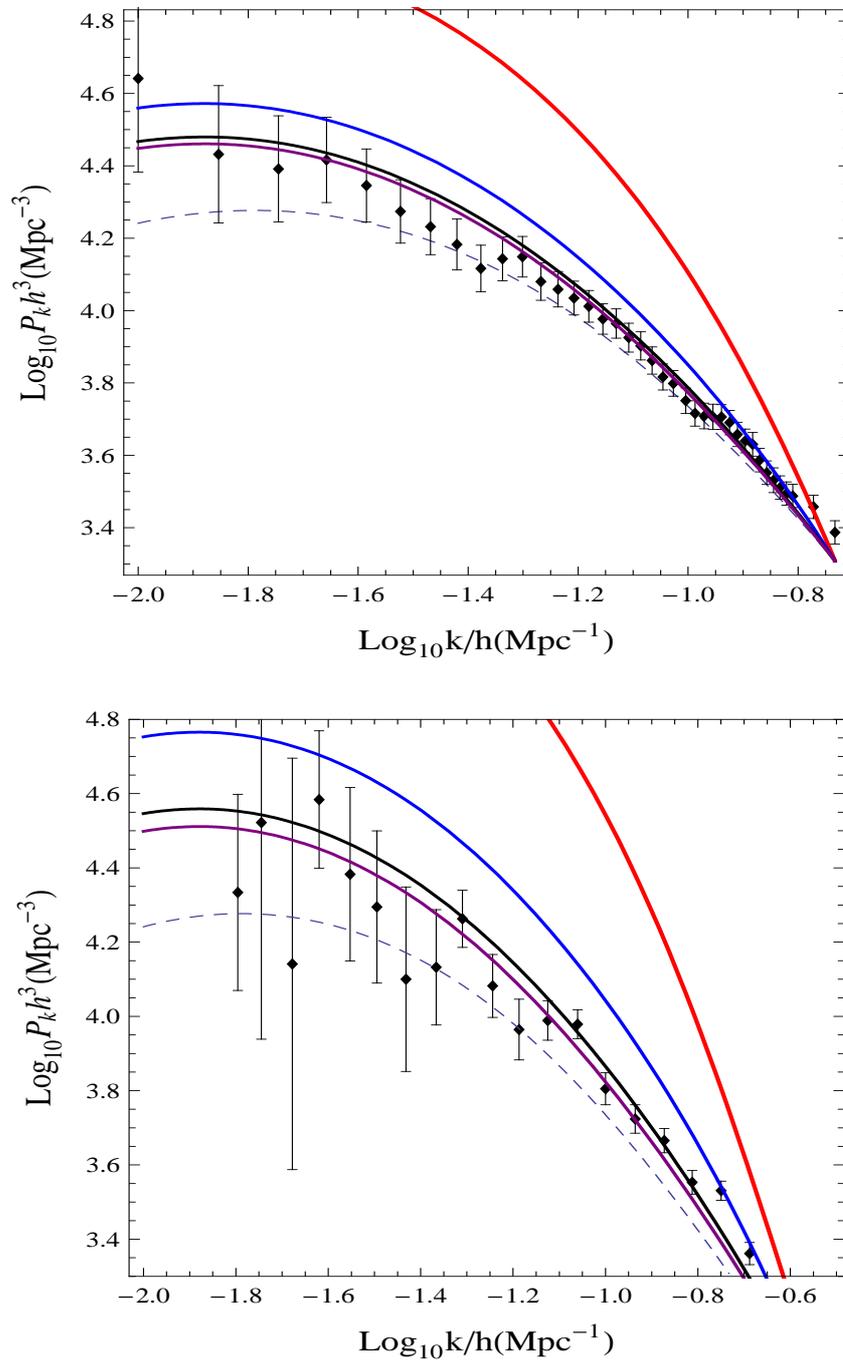


Figura 6.5: Espectro de potência para o modelo viscoso com  $\nu = -0.25$  (linhas sólidas) e para o modelo  $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos  $q_0 = -0.4$ ,  $q_0 = -0.2$ ,  $q_0 = 0$  e  $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo).

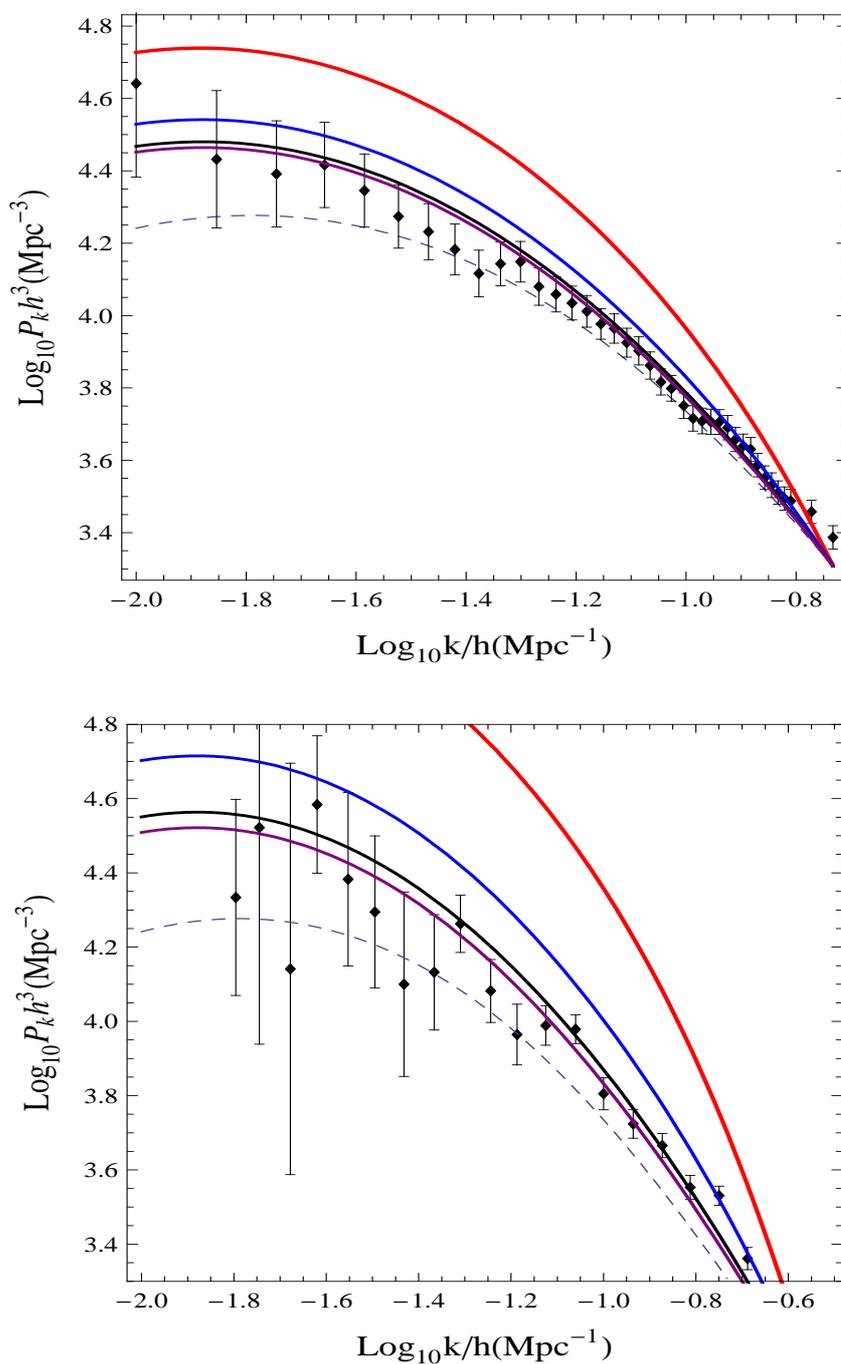


Figura 6.6: Espectro de potência para o modelo viscoso com  $\nu = -0.5$  (linhas sólidas) e para o modelo  $\Lambda\text{CDM}$  (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos  $q_0 = -0.4$ ,  $q_0 = -0.2$ ,  $q_0 = 0$  e  $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo).

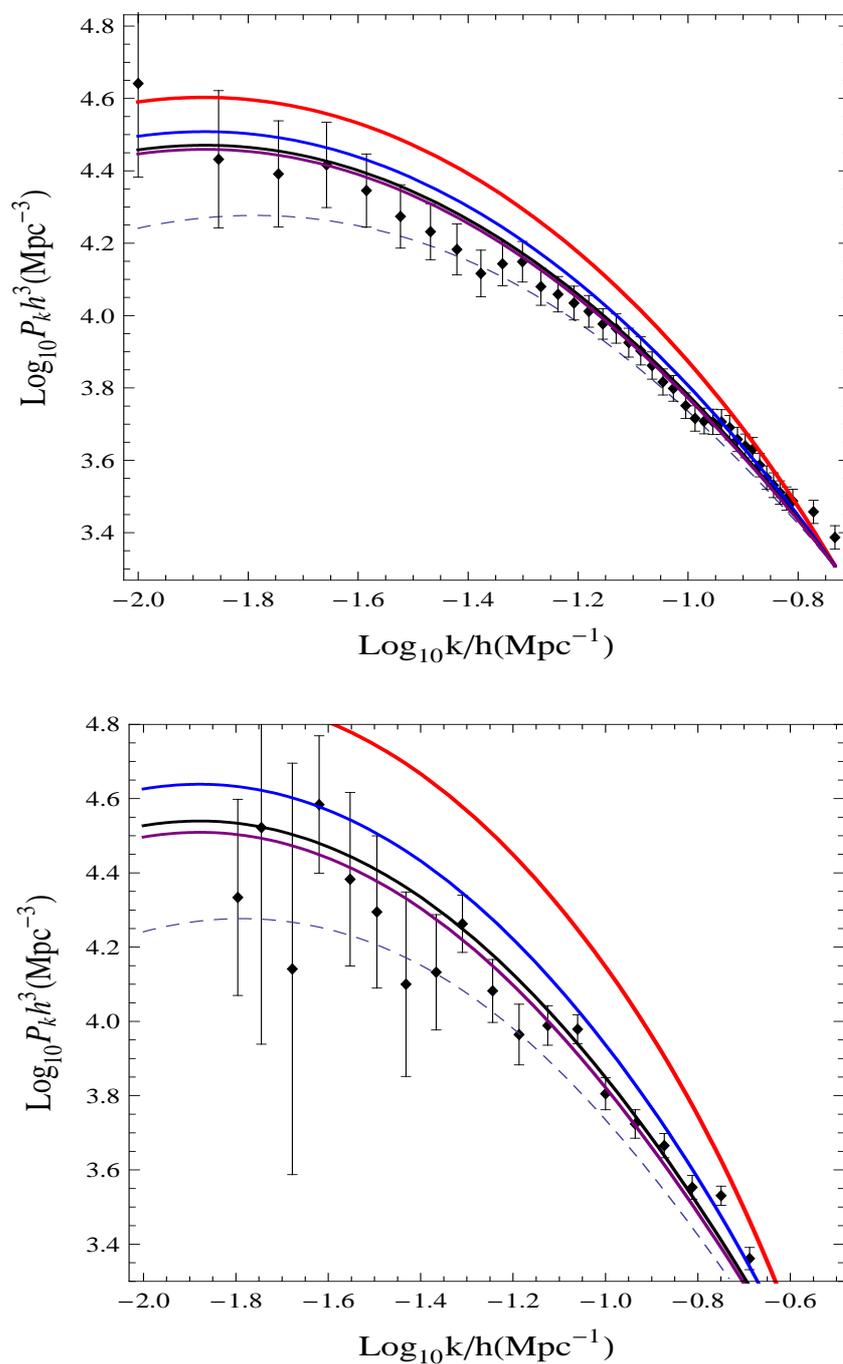


Figura 6.7: Espectro de potência para o modelo viscoso com  $\nu = -1.5$  (linhas sólidas) e para o modelo  $\Lambda\text{CDM}$  (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos  $q_0 = -0.4$ ,  $q_0 = -0.2$ ,  $q_0 = 0$  e  $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo).

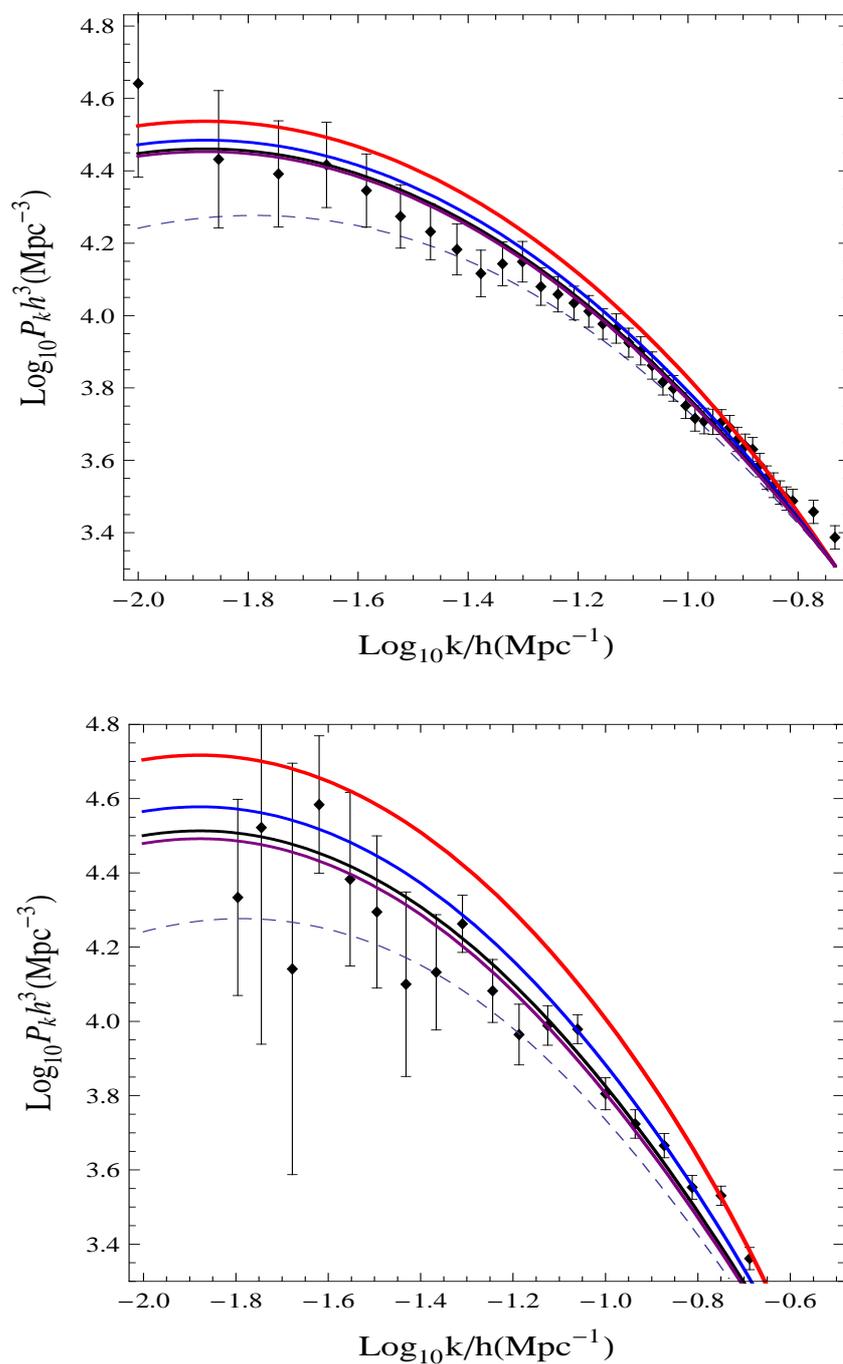


Figura 6.8: Espectro de potência para o modelo viscoso com  $\nu = -3$  (linhas sólidas) e para o modelo  $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos  $q_0 = -0.4$ ,  $q_0 = -0.2$ ,  $q_0 = 0$  e  $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo).

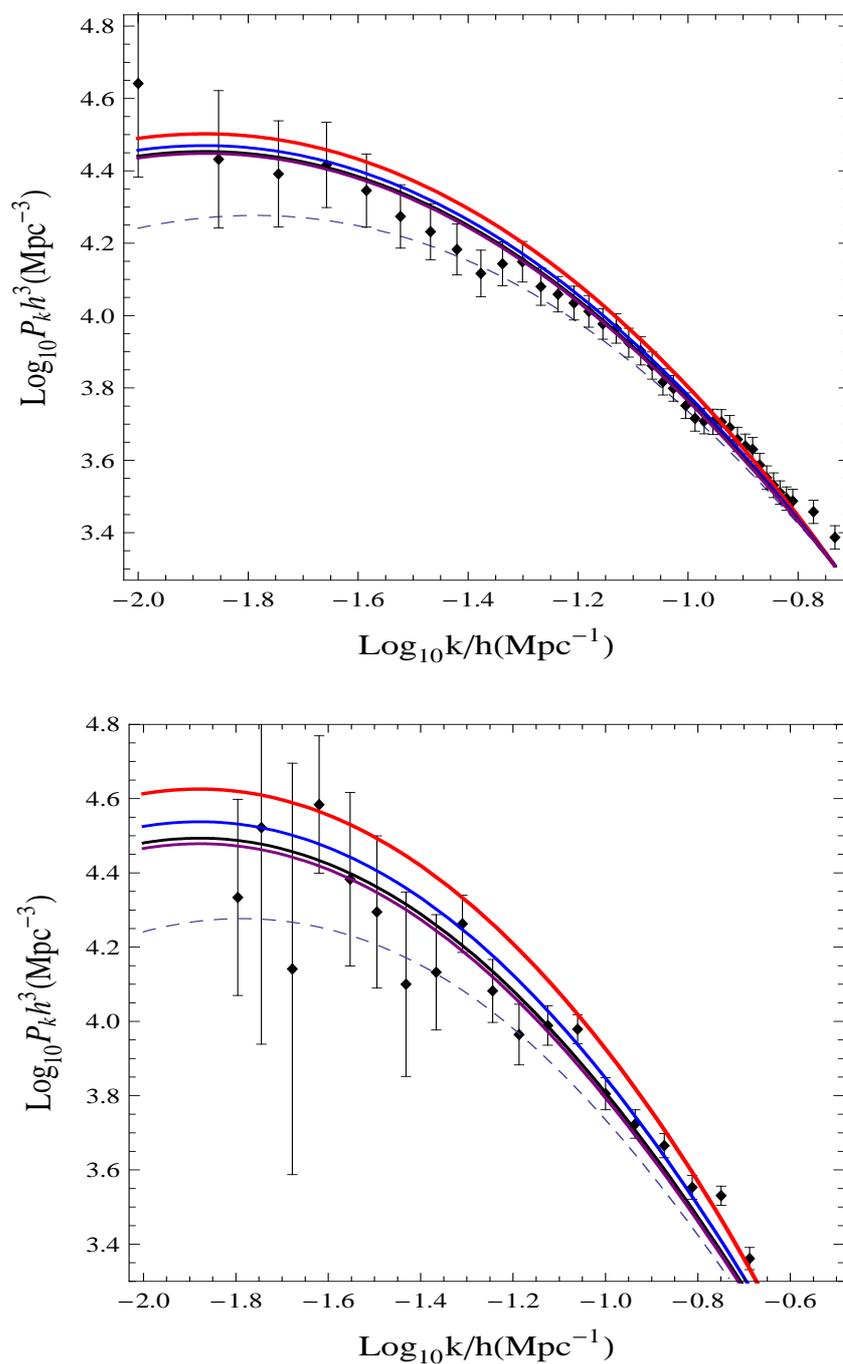


Figura 6.9: Espectro de potência para o modelo viscoso com  $\nu = -5$  (linhas sólidas) e para o modelo  $\Lambda$ CDM (linhas tracejadas). De cima para baixo as curvas representam os casos  $q_0 = -0.4$ ,  $q_0 = -0.2$ ,  $q_0 = 0$  e  $q_0 = 0.1$ . Os dados são do programa 2dFGRS (alto) e SDSS (baixo).

Tabela 6.1: Comparação dos diferentes valores de  $\chi^2$  entre o modelo viscoso (para alguns valores dos parâmetros  $\nu$  e  $q_0$ ) e o modelo  $\Lambda$ CDM.

$\nu$	$q_0$	$\chi^2 (2dFGRS)$	$\chi^2 (SDSS)$
0.25	-0.3	2830.33	3776.76
	-0.2	351.59	459.76
	-0.1	75.07	72.89
	0	39.17	54.79
	0.1	35.40	72.43
	0.5	37.12	98.76
0	-0.3	982.51	2225.7
	-0.2	238.79	413.22
	-0.1	85.97	100.08
	0	47.90	51.42
	0.1	37.40	56.36
	0.5	37.12	98.76
-0.25	-0.3	570.22	1453.14
	-0.2	183.90	331.18
	-0.1	81.20	98.02
	0	48.92	52.39
	0.1	38.44	53.44
	0.5	37.12	98.76
-0.5	-0.3	388.61	997.17
	-0.2	147.49	256.43
	-0.1	75.76	87.27
	0	47.84	51.74
	0.1	38.57	53.08
	0.5	37.12	98.76
-1.5	-0.3	150.60	299.40
	-0.2	80.13	104.61
	-0.1	52.88	56.75
	0	41.54	50.06
	0.1	36.96	56.69
	0.5	37.12	98.76
-3	-0.3	74.85	95.75
	-0.2	51.57	55.53
	-0.1	41.64	49.91
	0	37.34	55.27
	0.1	35.69	64.08
	0.5	37.12	98.76
$\Lambda$ CDM		58.56	118.64

seção anterior) e ii) os dados favorecem um Universo dominado pela componente viscosa, ao contrário do que ocorre no gás de Chaplygin generalizado (seção 5.3).

### Dinâmica do modelo com dois fluidos

Como discutido acima, o fluido viscoso e o gás de Chaplygin podem compartilhar a mesma dinâmica de fundo. Nesta seção demonstraremos outro exemplo desta particularidade. Mesmo em um modelo com bárions e fluido viscoso, existe uma configuração tipo Chaplygin equivalente a esta mistura no nível da base.

Assumimos que o meio cósmico é descrito pelo tensor energia momento

$$T^{ik} = \rho u^i u^k + p h^{ik}, \quad h^{ik} = g^{ik} + u^i u^k, \quad (6.53)$$

que pode ser decomposto em uma parte de matéria  $T_M^{ik}$  e uma parte referente ao fluido viscoso  $T_V^{ik}$ ,

$$T^{ik} = T_M^{ik} + T_V^{ik}, \quad (6.54)$$

com

$$T_M^{ik} = \rho_M u_M^i u_M^k + p_M (g^{ik} + u_M^i u_M^k), \quad T_V^{ik} = \rho_V u_V^i u_V^k + p_V (g^{ik} + u_V^i u_V^k), \quad (6.55)$$

onde “M”denota a matéria e “V” a componente viscosa. O fluido cósmico total é descrito pela quadri-velocidade  $u^m$  enquanto que  $u_M^i$  ( $u_V^i$ ) representa a quadri-velocidade da matéria (fluido viscoso).

Não há interação entre as componentes e portanto elas se conservam separadamente

$$T_M^{ik}_{;i} = T_V^{ik}_{;i} = 0 \quad \Rightarrow \quad T^{ik}_{;i} = 0. \quad (6.56)$$

Em particular, as equações de balanço são

$$\rho_{M;i} u_M^i + u_{M;i}^i (\rho_M + p_M) = 0, \quad \rho_{V;i} u_V^i + u_{V;i}^i (\rho_V + p_V) = 0 \quad (6.57)$$

e

$$\rho_{,i} u^i + u_{;i}^i (\rho + p) = 0. \quad (6.58)$$

Onde  $\rho = \rho_M + \rho_V$  e  $p = p_M + p_V$ . Em geral, as quadri-velocidades das componentes são diferentes. No entanto, assumimos que elas coincidem (no fundo) em um Universo homogêneo e isotrópico,

$$u_M^i = u_V^i = u^i \quad (\text{fundo}). \quad (6.59)$$

A diferença entre essas quantidades será relevante nas perturbações.

Nosso modelo é composto por matéria sem pressão e uma componente viscosa caracterizada por uma pressão  $p_V$ ,

$$p_M = 0, \quad p_V = p = -\zeta\Theta, \quad (6.60)$$

onde  $\zeta = \text{const}$  e  $\Theta = u^i_{;i} = 3H$ . A pressão total obviamente é dada pela pressão viscosa. A densidade total será  $\rho = \rho_M + \rho_V$ , onde

$$\dot{\rho}_V + 3H(\rho_V + p_V) = 0, \quad \dot{\rho}_M + 3H\rho_M = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_M = \rho_{M0}a^{-3}. \quad (6.61)$$

O balanço total de energia é  $\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0$ . A partir das equações de Friedmann temos  $\Theta \propto \rho^{1/2}$ , tal que  $p = -\zeta(24\pi G)^{1/2}\rho^{1/2}$ . Estas relações coincidem com o caso especial  $\alpha = -\frac{1}{2}$  para uma equação de estado  $p = -\frac{A}{\rho^\alpha}$  se identificamos  $A = \zeta\sqrt{24\pi G}$ . Em termos do parâmetro de desaceleração hoje  $q_0$  a energia total pode ser escrita, via  $q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}$ ,

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{9} \left[ 1 - 2q_0 + 2(1 + q_0)a^{-\frac{3}{2}} \right]^2, \quad \Rightarrow \quad \frac{H}{H_0} = \frac{1}{3} \left[ 1 - 2q_0 + 2(1 + q_0)a^{-\frac{3}{2}} \right]. \quad (6.62)$$

Como  $\rho_M = \rho_{M0}a^{-3}$ , temos  $\rho_V = \rho - \rho_{M0}a^{-3}$ . Estas relações mostram que é a energia total do sistema que se comporta como um gás de Chaplygin puro. Este tipo de unificação é diferente de outros modelos unificados onde a energia total é sempre a soma da componente bariônica com a componente escura.

Para o parâmetro da equação de estado total temos

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{1 - 2q_0}{1 - 2q_0 + 2(1 + q_0)a^{-\frac{3}{2}}}. \quad (6.63)$$

Consequentemente, *em um Universo homogêneo e isotrópico, o gás de Chaplygin generalizado com  $\alpha = -1/2$  pode ser visto como uma descrição unificada do meio cósmico, consistindo de uma componente de matéria e um fluido viscoso com  $\zeta = \text{const}$ , onde este último representa o setor escuro do Universo.*

## Perturbações

O sistema é caracterizado pela equação de estado (6.60). Enfatizamos que não se trata nem de uma equação  $p_V = p_V(\rho_V)$ , tão pouco  $p = p(\rho)$ . Apenas nas equações de fundo, via equação de Friedmann, que a relação  $p = -\zeta\Theta$  reduz a  $p \propto -\rho^{1/2}$  e a correspondente densidade de energia coincide com a energia do gás de Chaplygin generalizado. Ainda, nem a componente  $V$ , tão pouco o sistema como um todo são adiabáticos. Como  $p = -\zeta\Theta$ , a perturbação na pressão é  $\hat{p} = -\zeta\hat{\Theta}$ . A não adiabaticidade do sistema como um todo é caracterizado por

$$\frac{\hat{p}}{\rho + p} - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \frac{\hat{\rho}}{\rho + p} \equiv P - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} D = 3H \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \left( \frac{\hat{\rho}}{\dot{\rho}} - \frac{\hat{\Theta}}{\dot{\Theta}} \right), \quad (6.64)$$

onde introduzimos as abreviações

$$P \equiv \frac{\hat{p}}{\rho + p}, \quad D \equiv \frac{\hat{\rho}}{\rho + p}. \quad (6.65)$$

A quantidade (6.64) é governada pela dinâmica da perturbação na densidade total de energia  $\hat{p}$  e pelas perturbações  $\hat{\Theta}$ , que também é uma quantidade que caracteriza todo o sistema. O comportamento destas quantidades é descrito pela equação de conservação do energia-momento de todo o sistema e pela equação de Raychaudhuri, respectivamente. Nota-se que estas equações são acopladas. O que chama atenção ao modelo é que todas estas quantidades perturbadas são independentes da estrutura bi-fluido do meio. A razão disso é a relação direta  $\hat{p} = -\zeta\hat{\Theta}$  entre as perturbações na pressão e no escalar de expansão. Este método difere da teoria de perturbações usual onde cada fluido possui uma equação de estado adiabática e que uma possível não adiabaticidade surge em decorrência da estrutura multi-fluido do meio. Para perturbações em um modelo com duas componentes (separadamente adiabáticas), as perturbações relativas de entropia aparecem como termos de fonte na equação que governa as perturbações na densidade total de energia. Por outro lado, a equação para as perturbações relativas é homogênea, ou seja, não existem termos de fonte associados a energia total. Veremos que, no nosso caso, a equação para a densidade total que é desacoplada e surgirão termos na equação para as perturbações relativas. De fato, teremos um cenário inverso ao familiar.

Na descrição das perturbações na densidade total de energia utilizaremos as equações já descritas acima. No entanto, seremos, de certa forma, repetitivos ao obtê-las aqui novamente para manter uma sequência que julgamos correta. O carácter bi-fluido do modelo surge na próxima sub-seção, quando introduzimos perturbações relativas.

O elemento de linha utilizado é escrito como

$$ds^2 = -(1 + 2\phi) dt^2 + 2a^2 F_{,\alpha} dt dx^\alpha + a^2 [(1 - 2\psi) \delta_{\alpha\beta} + 2E_{,\alpha\beta}] dx^\alpha dx^\beta. \quad (6.66)$$

Como  $g_{mn}u^m u^n = -1$  e também  $g_{mn}u_A^m u_A^n = -1$ , prosseguimos com

$$\hat{u}_0 = \hat{u}^0 = \hat{u}_M^0 = \hat{u}_V^0 = -\phi \quad \text{e} \quad a^2 \hat{u}^\mu + a^2 F_{,\mu} = \hat{u}_\mu \equiv v_{,\mu}. \quad (6.67)$$

A última relação define a quantidade  $v$  que será usada para introduzir quantidades invariantes de calibre nas hipersuperfícies co-móveis ( $v = 0$ ). Similarmente, definimos as correspondentes quantidades  $v_M$  e  $v_V$  para as componentes. Estes diferentes potenciais de velocidade são relacionados por

$$v_M = v + \frac{\rho_V + p_V}{\rho + p} (v_M - v_V) \quad \text{and} \quad v_V = v - \frac{\rho_M}{\rho + p} (v_M - v_V). \quad (6.68)$$

Além disso, lembramos que  $\chi \equiv a^2 (\dot{E} - F)$ . A combinação  $v + \chi$  é invariante de calibre. Torna-se conveniente descrever a dinâmica perturbativa em termos de quantidades invariantes de calibre que representam perturbações em hipersuperfícies co-móveis. Elas são definidas como

$$\frac{\hat{\rho}^c}{\hat{\rho}} \equiv \frac{\hat{\rho}}{\rho} + v, \quad \frac{\hat{\Theta}^c}{\hat{\Theta}} \equiv \frac{\hat{\Theta}}{\Theta} + v, \quad \frac{\hat{p}^c}{\hat{p}} \equiv \frac{\hat{p}}{p} + v. \quad (6.69)$$

para as quantidades fracionárias, introduzimos as quantidades

$$D^c \equiv \frac{\hat{\rho}^c}{\rho + p}, \quad P^c \equiv \frac{\hat{p}^c}{\rho + p}. \quad (6.70)$$

No nosso caso, teremos

$$\frac{\hat{p}}{\hat{p}} = \frac{\hat{\Theta}}{\hat{\Theta}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\hat{p}^c}{\hat{p}} = \frac{\hat{\Theta}^c}{\hat{\Theta}}. \quad (6.71)$$

Em termos das quantidades co-móveis, as conservações de energia total e de momento podem ser combinadas em (assim como feito no modelo com um fluido)

$$\dot{D}^c - 3H \frac{\dot{p}}{\rho} D^c + \hat{\Theta}^c = 0. \quad (6.72)$$

A equação de Raychaudhuri governa a evolução do escalar de expansão,

$$\dot{\Theta} + \frac{1}{3}\Theta^2 + 2(\sigma^2 - \omega^2) - \dot{u}_{;a}^a + 4\pi G(\rho + 3p) = 0. \quad (6.73)$$

Em primeira ordem, a equação de Raychaudhuri torna-se

$$\dot{\Theta}^c + 2H\hat{\Theta}^c + \frac{1}{a^2}\Delta P^c + \frac{3\gamma}{2}H^2 D^c = 0. \quad (6.74)$$

Esta equação que introduz os gradientes de pressão na dinâmica:

$$P^c = \frac{p}{\gamma\rho} \frac{\hat{\Theta}^c}{\Theta}, \quad \Rightarrow \quad P^c = \frac{1}{2\gamma} \frac{p^2}{\rho^2} D^c - \frac{p}{3\gamma\rho H} \dot{D}^c, \quad (6.75)$$

onde  $\gamma = 1 + \frac{p}{\rho}$ .

Aqui cabem os mesmos comentários feitos após a equação (6.41). No entanto, note que a estrutura multi-fluido do modelo ainda não é relevante até este ponto.

Introduzindo agora

$$\delta \equiv \gamma D^c = \frac{\hat{\rho}^c}{\rho}, \quad (6.76)$$

e mudando da variável  $t$  para  $a$ , Eqs. (6.72) e (6.74) podem ser combinadas originando as equação de segunda ordem

$$\delta'' + f(a)\delta' + g(a)\delta = 0, \quad (6.77)$$

onde  $\delta' \equiv \frac{d\delta}{da}$  e os coeficientes  $f$  e  $g$  são

$$f(a) = \frac{1}{a} \left[ \frac{3}{2} - 6\frac{p}{\rho} - \frac{1}{3} \frac{p}{\gamma\rho} \frac{k^2}{H^2 a^2} \right] \quad (6.78)$$

e

$$g(a) = -\frac{1}{a^2} \left[ \frac{3}{2} + \frac{15}{2} \frac{p}{\rho} - \frac{9}{2} \frac{p^2}{\rho^2} - \frac{1}{\gamma} \frac{p^2}{\rho^2} \frac{k^2}{H^2 a^2} \right], \quad (6.79)$$

respectivamente. Equação (6.77) coincide com a equação obtida na última seção para o modelo com um fluido (quando  $\nu = 0$ ).

### Perturbações Entrópicas Relativas

De maneira alternativa a relação (6.64), o desvio da adiabaticidade em um sistema com duas componentes  $M$  e  $V$  é

$$\begin{aligned} \frac{\hat{p}}{\rho + p} - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \frac{\hat{\rho}}{\rho + p} = P^c - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} D^c &= \frac{\rho_V + p_V}{\rho + p} \left( \frac{\hat{p}_V}{\rho_V + p_V} - \frac{\dot{p}_V}{\dot{\rho}_V} \frac{\hat{\rho}_V}{\rho_V + p_V} \right) \\ &+ \frac{\rho_M (\rho_V + p_V)}{(\rho + p)^2} \frac{\dot{p}_V}{\dot{\rho}_V} \left[ \frac{\hat{\rho}_V}{\rho_V + p_V} - \frac{\hat{\rho}_M}{\rho_M} \right]. \end{aligned} \quad (6.80)$$

Resolvendo esta relação para a parte não-adiabática da componente  $V$ , temos

$$\frac{\hat{p}_V}{\rho_V + p_V} - \frac{\dot{p}_V}{\dot{\rho}_V} \frac{\hat{\rho}_V}{\rho_V + p_V} = \frac{\rho + p}{\rho_V + p_V} \left[ P^c - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} D^c - 3H \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \frac{\dot{\rho}_M}{\dot{\rho}} \left( \frac{\hat{\rho}_M}{\dot{\rho}_M} - \frac{\hat{\rho}_V}{\dot{\rho}_V} \right) \right]. \quad (6.81)$$

As equações perturbadas para a conservação de energia para as componentes ( $A = M, V$ ) são

$$\left( \frac{\hat{\rho}_A}{\rho_A + p_A} \right)' + 3H \left( \frac{\hat{p}_A}{\rho_A + p_A} - \frac{\dot{p}_A}{\dot{\rho}_A} \frac{\hat{\rho}_A}{\rho_A + p_A} \right) - 3\dot{\psi} + \frac{1}{a^2} (\Delta v_A + \Delta \chi) = 0. \quad (6.82)$$

Obviamente, a combinação (6.81) incorpora ao modelo a perturbação na conservação de energia da componente viscosa. Subtraindo o balanço do fluido  $M$  do balanço do fluido  $V$  e usando (6.81) obtém-se

$$\begin{aligned} \left( \frac{\hat{\rho}_V}{\rho_V + p_V} - \frac{\hat{\rho}_M}{\rho_M} \right)' + 3H \left\{ \frac{\rho + p}{\rho_V + p_V} \left[ P^c - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} D^c - 3H \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \frac{\dot{\rho}_M}{\dot{\rho}} \left( \frac{\hat{\rho}_M}{\dot{\rho}_M} - \frac{\hat{\rho}_V}{\dot{\rho}_V} \right) \right] \right\} \\ + \frac{1}{a^2} \Delta (v_V - v_M) = 0. \end{aligned} \quad (6.83)$$

para tratar com o termo que contém a diferença  $v_V - v_M$  do potencial da velocidade das componentes, implementamos as equações de balanço para o momento ( $A = M, V$ )

$$\frac{\hat{p}_A}{\rho_A + p_A} + \frac{\dot{p}_A}{\rho_A + p_A} v_A + \dot{v}_A + \phi = 0. \quad (6.84)$$

Com  $p_M = 0$ , a definição  $P^c$  em (6.70) e com (6.68) chegamos a

$$(v_V - v_M)' = -\frac{\rho + p}{\rho_V + p_V} P^c - 3H \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}} \frac{\rho_M}{\rho_V + p_V} (v_M - v_V). \quad (6.85)$$

Introduzindo perturbações entrópicas relativas através da definição

$$S_{MV} \equiv \frac{\hat{\rho}_M}{\rho_M} - \frac{\hat{\rho}_V}{\rho_V + p_V}, \quad (6.86)$$

diferenciando equação (6.83) e combinando o resultado com a equação (6.85) e ainda com (6.83) novamente, obtemos a equação de segunda ordem não homogênea

$$S''_{VM} + r(a)S'_{VM} + s(a)S_{VM} = c(a)\delta' + d(a)\delta \quad (6.87)$$

com os coeficientes

$$r(a) = \frac{1}{a} \left[ \frac{3}{2} - \frac{3p}{2\rho} - 3\frac{p}{\rho} \frac{\rho_M}{\rho_V + p} \right], \quad (6.88)$$

$$s(a) = -\frac{3}{a^2} \frac{p}{\rho} \frac{\rho_M}{\rho_V + p} \left[ 1 + \frac{3p}{4\rho} \right], \quad (6.89)$$

$$c(a) = \frac{1}{a} \left[ \frac{3}{\gamma} \frac{p}{\rho_V + p} \left( 1 + \frac{p}{2\rho} + \left( 1 + \frac{p}{\gamma\rho} \right) \frac{k^2}{9H^2 a^2} \right) \right] \quad (6.90)$$

e

$$d(a) = \frac{9}{2\gamma a^2} \frac{p}{\rho_V + p} \left[ \left( 1 - \frac{p}{\rho} \right) \left( 1 + \frac{p}{2\rho} \right) - 2\frac{p}{\rho} \left( 1 + \frac{p}{\gamma\rho} \right) \frac{k^2}{9H^2 a^2} \right]. \quad (6.91)$$

O conjunto de equações (6.87) e (6.77) contém toda a dinâmica perturbativa do sistema aqui estudado. Primeiramente, a equação homogênea Eq. (6.77) para  $\delta$  tem de ser resolvida. Uma vez que conhecemos  $\delta$ , a Eq. (6.87) determina as perturbações entrópicas relativas.

### Perturbações de densidade nos bárions

A quantidade relevante para as perturbações é  $\delta_M \equiv \frac{\hat{\rho}_M^c}{\rho_M}$ . Esta quantidade é obtida da perturbações na energia total, determinada por (6.77), e as perturbações relativas  $S_{VM}$ , determinada através de (6.87), com a equação

$$\delta_M = \frac{1}{\gamma} \left[ \delta - \frac{\rho_V + p}{\rho} S_{VM} \right], \quad (6.92)$$

com

$$\frac{\rho_V + p}{\rho} = \frac{2(1+q_0)a^{-3/2} [1 - 2q_0 + 2(1+q_0)a^{-3/2}] - 9\Omega_M a^{-3}}{[1 - 2q_0 + 2(1+q_0)a^{-3/2}]^2}, \quad (6.93)$$

onde introduzimos a densidade fracionária para a matéria  $\Omega_M \equiv \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{M0}$ .

Os parâmetros livres do sistema são  $H_0$ ,  $q_0$  e  $\Omega_M$ .

No limite  $a \ll 1$ , a equação (6.77) tem a forma assintótica

$$\delta'' + \frac{3}{2a} \delta' - \frac{3}{2a^2} \delta = 0, \quad (a \ll 1) \quad (6.94)$$

independentemente de  $q_0$  e para todas escalas. As soluções de (6.94) são

$$\delta(a \ll 1) = c_1 a + c_2 a^{-3/2}, \quad (6.95)$$

onde  $c_1$  e  $c_2$  são constantes de integração. As contribuições não adiabáticas para as perturbações na energia total são desprezíveis em altos desvios para vermelho.

Para  $a \ll 1$  os coeficientes  $s(a)$ ,  $c(a)$  e  $d(a)$  em (6.87) se tornam desprezíveis e  $r(a) \rightarrow \frac{3}{2}$ . Com isso, Eq. (6.87) se reduz a

$$S''_{VM} + \frac{3}{2a} S'_{VM} = 0, \quad (a \ll 1) \quad (6.96)$$

e possui solução  $S_{VM} = \text{const} = 0$ . A partir da definição (6.97) encontramos que em altos desvios para o vermelho

$$S_{MV} = \frac{\hat{\rho}_M}{\rho_M} - \frac{\hat{\rho}_V}{\rho_V}, \quad (a \ll 1), \quad (6.97)$$

uma vez que  $\frac{p}{\rho_V} \ll 1$  nesta condição. Consequentemente, não existem contribuições não adiabáticas à energia total, tão pouco perturbações entrópicas relativas e temos perturbações adiabáticas  $\delta_M = \delta$  quando  $a \ll 1$ . Isto possibilita identificar nosso modelo com o  $\Lambda$ CDM no passado afim de calcular as condições iniciais.

### Resultados numéricos

Para estimar os parâmetros livres do modelo usaremos os métodos desenvolvidos no apêndice A. Primeiramente, vamos considerar os dados relativos ao espectro de potência do programa 2dFGRS e também do programa SDSS (Data Release 7).

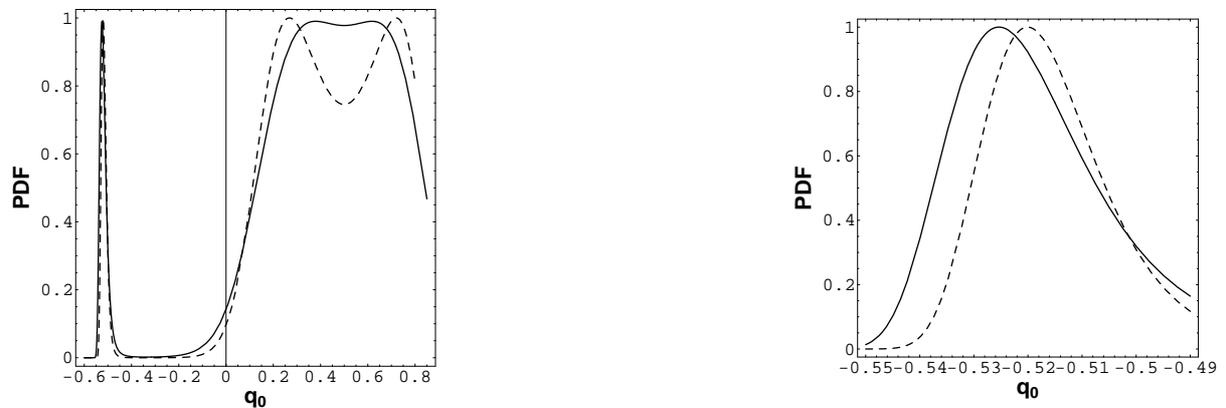


Figura 6.10: PDF uni-dimensioanl para  $q_0$  resultando da comparação com os dados do programa 2dFGRS (linhas sólidas) e SDSS DR7 (tracejadas). O painel da direita é uma ampliação do pico nas região  $q_0 < 0$ .

Estudaremos algumas situações particulares do nosso modelo. (i) Assumimos o modelo de unificação, ou seja,  $\Omega_M = 0.043$ , onde toda matéria é composta por bárions. Fixando também<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Os dados do espectro de potência são fornecidos em função de  $h$ . Portanto,  $H_0$  é um parâmetro livre apenas da dinâmica de base.

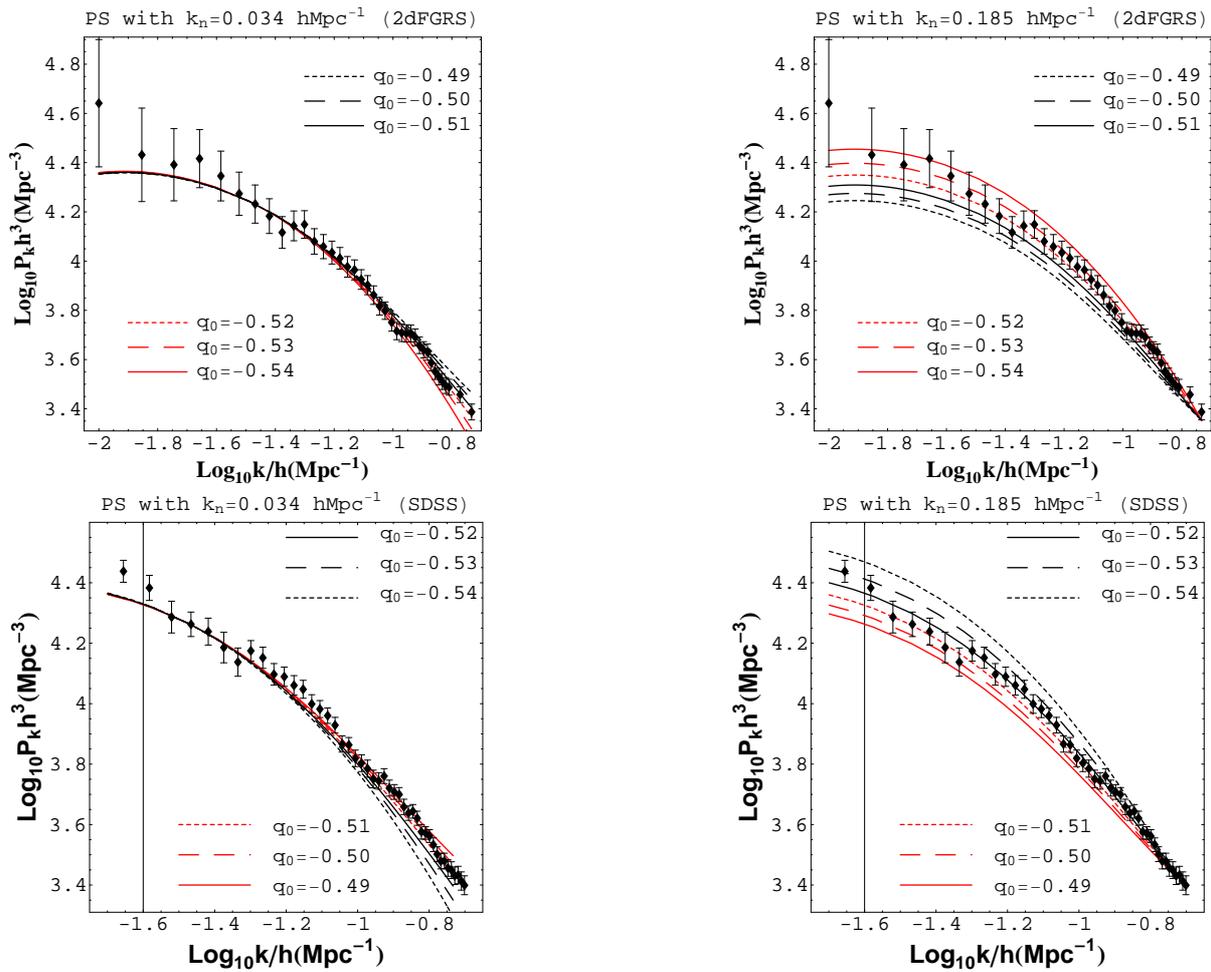


Figura 6.11: Espectro de potência normalizado na escalas  $k_n = 0.034(0.185)hMpc^{-1}$  nos quadros da esquerda (direita) e comparados com os dados do programa 2dFGRS(SDSS DR7) nos quadro superiores (inferiores) para diferentes valores de  $q_0$ .

$H_0 = 72\text{km/s/Mpc}$  (que é o prior do HST), o único parâmetro livre será  $q_0$ . (ii) Deixamos a quantidade de matéria sem pressão livre para variar. Admitimos que a matéria não é composta apenas por bárions. Isto é equivalente a considerar uma componente extra de matéria escura no sistema. Este hipótese é feita aqui, para testar o cenário de unificação. Consideramos que o cenário de unificação é favorecido se o PDF para a componente de matéria possui o máximo próximo ao valor que caracteriza a quantidade de bárions. Relembrando, o gás de Chaplygin generalizado não favorece o cenário de unificação.

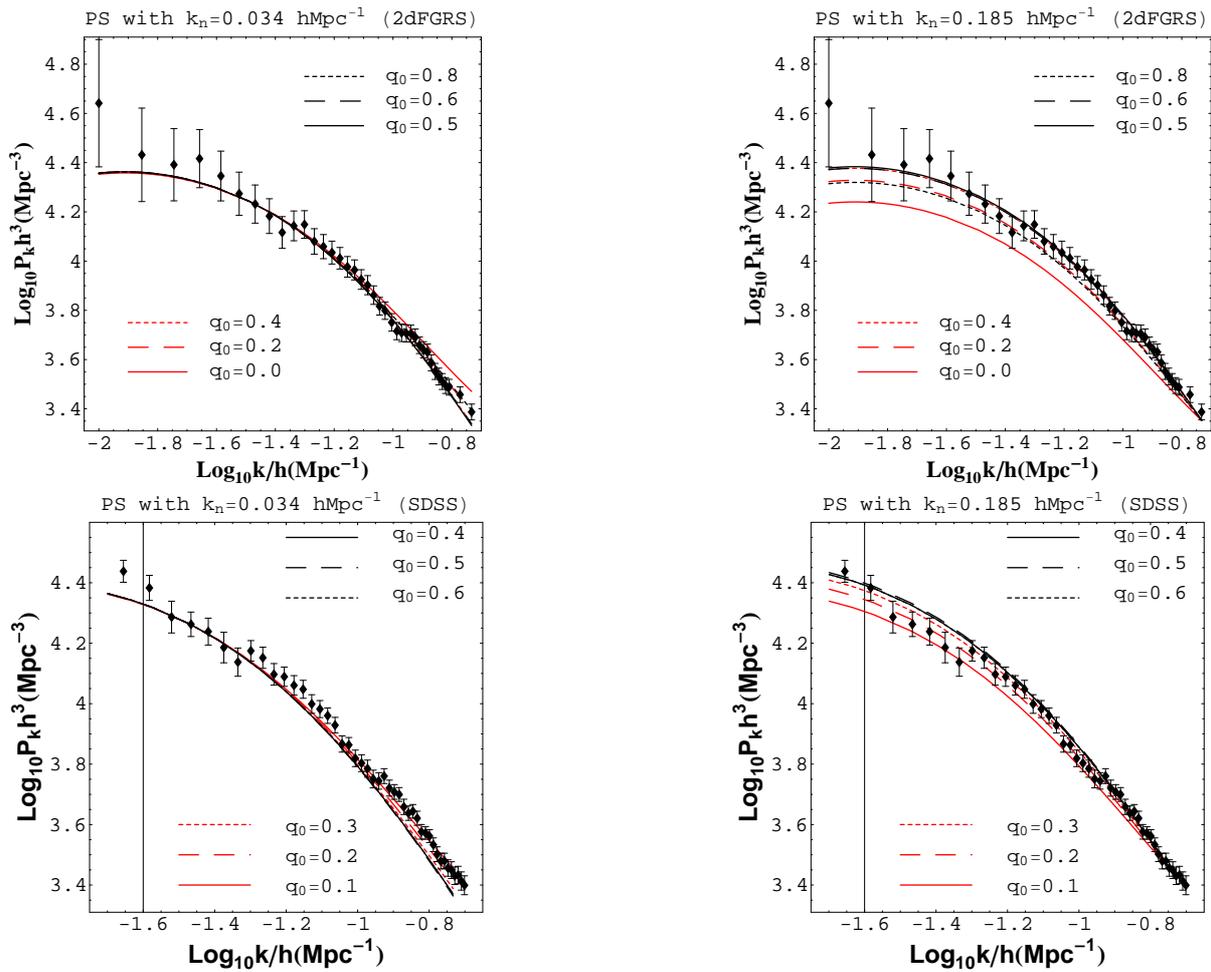


Figura 6.12: Espectro de potência normalizado na escalas  $k_n = 0.034(0.185)hMpc^{-1}$  nos quadros da esquerda (direita) e comparados com os dados do programa 2dFGRS(SDSS DR7) nos quadro superiores(inferiores) para diferentes valores de  $q_0$ .

Os PDFs para o caso (i) são mostrados na figura 6.10. Obtemos claramente duas regiões com alta probabilidade para o parâmetro  $q_0$ , sendo uma delas um pico bem estreito perto de  $q_0 \approx -0.53$ , implicando uma expansão aceleração. O outro pico, que possui a mesma altura, encontra-se em  $q_0 > 0$  e é compatível com um Universo de Einstein-de Sitter. O surgimento de um máximo no PDF na região  $q_0 < 0$  não é observado nas cosmologias tipo-Chaplygin, tão pouco no modelo com apenas um fluido estudado na última seção. A diferença com relação a este último estudo é que nos chama atenção. A inclusão de bárions modifica a cosmologia de fundo em apenas  $\sim 5\%$  e não deve, a princípio, ter um grande impacto no sistema. No entanto, não é a dinâmica de fundo que é testada aqui. Acabamos de comparar as flutuações em  $\delta_M$ , enquanto que o modelo da última seção utiliza as flutuações da energia total do sistema  $\delta$ . Como a relação (6.92) mostra,  $\delta_M$  e  $\delta$  podem ser muito diferentes. O pico observado na região



Figura 6.13: PDF para  $q_0$  quando levamos em conta os dados de Supernovas na análise.

$q_0 < 0$  significa que os resultados da análise das perturbações podem ser consistentes com a conhecida dinâmica de fundo ( $q_0 < 0$ ). Isto demonstra uma clara vantagem dos modelos viscosos com relação aos modelos tipo Chaplygin, que produzem uma tensão entre diferentes tipos de análises (capítulo 5). Figura 6.11 (Figura 6.12) mostra o espectro de potência obtido para vários valores negativos (positivos) de  $q_0$ . Utilizamos aqui, a título ilustrativo, os espectros com as normalizações feitas em duas escalas distintas  $k_n = 0.034hMpc^{-1}$  e  $k_n = 0.185hMpc^{-1}$ . No entanto, os resultados estatísticos são completamente independentes destas escolhas.

Para quebrar a degenerescência observada na Fig.6.10 incluímos em nossa análise testes da dinâmica de fundo do modelo. Tomamos as amostras de Supernovas (Constitution [194]) e de  $H(z)$  [119] e realizamos uma análise estatística conjunta entre estes dados e os do espectro de potência. Os resultados são mostrados na figura 6.13 e 6.14, onde incluímos Supernovas e  $H(z)$ , respectivamente.

Para o caso (ii) temos tanto  $q_0$  quanto  $\Omega_M$  como parâmetros livres. Os resultados são mostrados na figura 6.15. Observamos uma alta probabilidade para pequenos valores da quantidade de matéria  $\Omega_M$ , já incluindo a quantidade de bárions  $\Omega_{b0} = 0.043$ . De acordo com o critério mencionado acima, o modelo de unificação é de fato favorecido pelos dados. Esta mesma análise para o gás de Chaplygin generalizado produziu altas probabilidades para valores  $\Omega_M = 1$ . Portanto, invalidando a ideia de unificação do setor escuro.

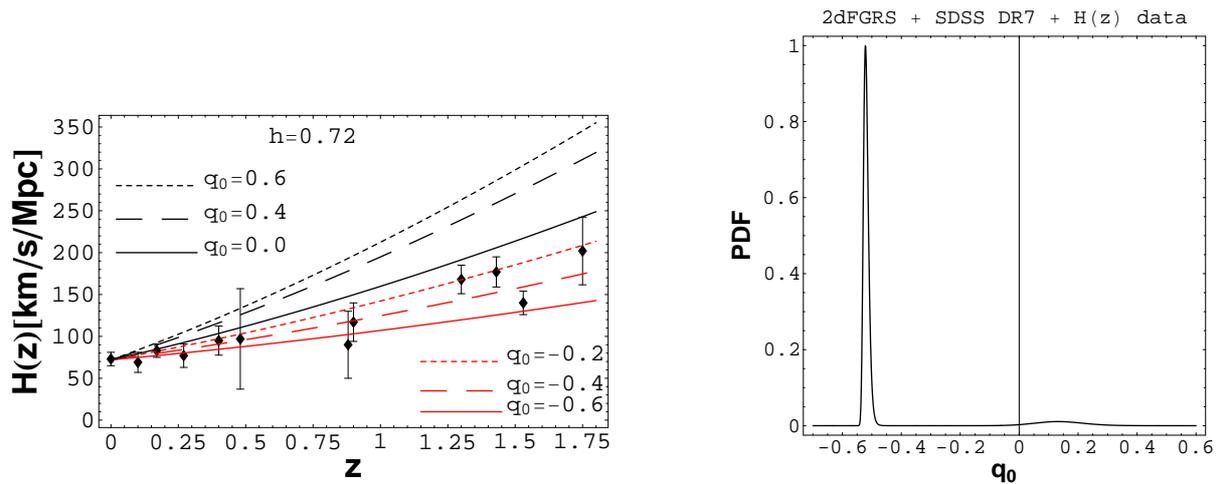


Figura 6.14: Esquerda: Parâmetro de Hubble como função do desvio para o vermelho para diferentes valores de  $q_0$ . Direita: PDF uni-dimensional para  $q_0$  considerando a análise estatística conjunta Espectro de Potência +  $H(z)$ .

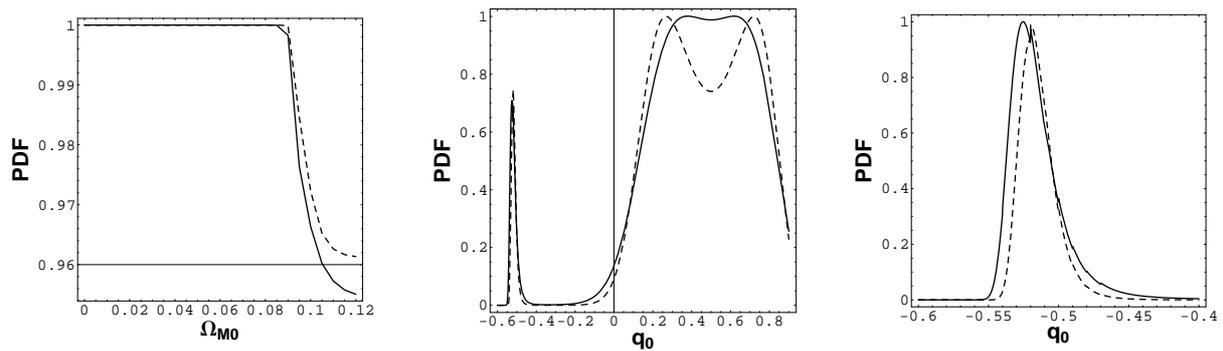


Figura 6.15: PDF para a componente sem pressão  $\Omega_M$  (esquerda) e para o parâmetro de desaceleração  $q_0$  (centro) usando os dados (SDSS DR7) nas linhas sólidas (tracejadas). O painel da direita é uma amplificação normalizada do pico em  $q_0 < 0$  do painel central.

## 6.2 Efeito Sachs-Wolfe integrado para os modelos de unificação

A motivação desta seção está encontra-se nos resultados encontrados por Li & Barrow [195]. Resumidamente, Li&Barrow afirmam que o modelo viscoso não é capaz de descrever o espectro de flutuações de temperatura da radiação cósmica de fundo.

Primeiramente, precisamos descrever melhor o procedimento empregado em [195]. Os autores partem de um modelo com 3 fluidos: bárions, radiação e fluido viscoso. Dentro do cenário de unificação, esta parece ser uma abordagem completa. Os parâmetros livres destas

A figura ao lado, retirada de “Does Bulk Viscosity Create a Viable Unified Dark Matter Model?” [195], mostra claramente uma patologia do modelo viscoso. Seu espectro de flutuações de temperatura da RCF destoa enormemente do padrão  $\Lambda$ CDM para baixos  $l$ 's (grandes escalas). Assim como defendido por Li&Barrow, trata-se de um resultado geral para qualquer modelo com viscosidade volumétrica. Nossa idéia nesta seção é questionar este resultado.

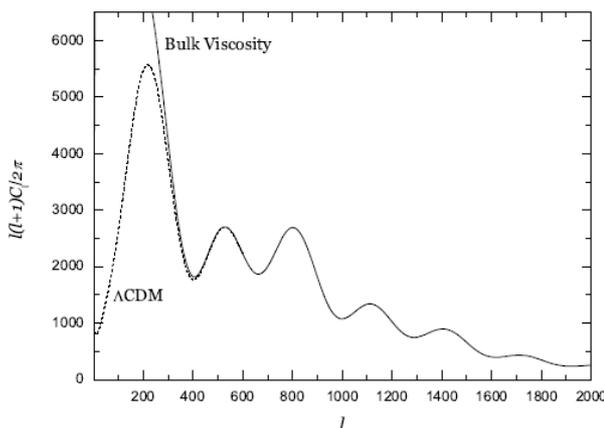


Figura 6.16: Espectro das flutuações da RCF para o modelo viscoso e  $\Lambda$ CDM. Retirado de [195].

análise são, basicamente, os parâmetros da equação de estado do fluido viscoso. Quando a dinâmica do modelo foi comparada com os dados de Supernovas, encontrou-se um par de valores preferidos. Em seguida, uma análise perturbativa deste modelo é considerada. No entanto, agora, os autores desconsideram as contribuições dos bárions e radiação e assumem que a dinâmica perturbativa do modelo é inteiramente devida ao fluido viscoso. De fato, esta aproximação é, até certo ponto, confiável, uma vez que o potencial gravitacional depende, basicamente, do fluido dominante. De posse das equações perturbadas (no caso, a mesma equação que temos em 6.42), os autores calculam o espectro mostrado na linha sólida da figura 6.16 fixando para a dinâmica de fundo o par de valores encontrado anteriormente na análise com Supernovas. Neste ponto, discordamos de [195]. Os valores fixados para a dinâmica de fundo foram obtidos para um modelo diferente ao estudado em nível perturbativo. Além disso, apenas um único ponto do espaço dos parâmetros (o melhor ajuste) foi investigado. O que ocorreria para os demais valores dos parâmetros livres do modelo?

A partir dos resultados de [195] nos perguntamos: o espectro de flutuações da RCF para o fluido viscoso é sempre (para todos os valores dos parâmetros livres) diferente do padrão? O modelo deve ser descartado?

O primeiro passo é entender a figura 6.16. Assumimos que o modelo  $\Lambda$ CDM é correto pois, de fato, os dados observacionais, apesar de não mostrados, são muito bem descritos pela linha tracejada da figura (6.16). Logo, o modelo viscoso exhibe uma clara amplificação do sinal Sachs-Wolfe na região de baixos  $l$ 's (grandes escalas).

Nossa tarefa será detalhar (quantitativamente) a análise feita em [195]. Para isso é ne-

cessário diagnosticar o “aparente” problema existente na figura 6.16. Em outras palavras, é necessário entender o espectro de potência das flutuações de temperatura da radiação cósmica de fundo.

**Fórmula de Sachs-Wolfe**

O efeito Sachs-Wolfe conecta as flutuações lineares de matéria (e do espaço-tempo) a pequenas anisotropias na temperatura observada da RCF. A partir das equação de geodésicas nulas pode se encontrar as contribuições escalares (*esc*) e tensoriais (*ten*) as anisotropias da temperatura [197] (para um observador em repouso com relação a componente isotrópica da RCF)

$$\frac{\delta T^{esc}}{T}(\vec{e}) = \left[ \frac{\delta T_\gamma}{T} + \phi - \vec{e} \cdot \vec{v}_\gamma \right]_{dec} + \int_{\eta_{dec}}^{\eta_0} d\eta \frac{\partial}{\partial \eta} (\phi + \psi) \quad (6.98)$$

$$\frac{\delta T^{ten}}{T}(\vec{e}) = -\frac{1}{2} e^i e^j \int_{\eta_{dec}}^{\eta_0} d\eta \frac{\partial}{\partial \eta} h_{ij} \quad (6.99)$$

O vetor unitário  $\vec{e}$  denota a direção no céu, enquanto que o sinal da velocidade peculiar do fóton  $\vec{v}_\gamma$  é tal que um movimento na direção do observador resulta em  $\vec{e} \cdot \vec{v}_\gamma < 0$ . Os três primeiros termos de (6.98) são interpretados, respectivamente, como a flutuação intrínseca na temperatura da superfície de último espalhamento (desacoplamento dos fótons), o desvio para o vermelho gravitacional devido ao potencial gravitacional Newtoniano e o desvio Doppler na temperatura devido ao movimento relativo da superfície de último espalhamento com respeito ao observador. Portanto, a observação de um “pixel quente” nos mapas da RCF pode ser devido a um alta temperatura no momento do desacoplamento, um elevado potencial gravitacional (em escalas maiores que o horizonte  $\phi < 0$ ), ou devido a um movimento relativo da superfície de último espalhamento em direção ao observador. O quarto termo (assim como a contribuição tensorial) é uma integral ao longo da linha de visada e leva em conta a mudança no potencial gravitacional sofrida pelos fótons da RCF em sua viagem pelo espaço-tempo. Este termo é conhecido como efeito Sachs-Wolfe integrado.

No contexto dos modelos de unificação, que são propostas fenomenológicas para descrever o Universo atual e, portanto, não modificam a física da superfície de último espalhamento, o efeito Sachs-Wolfe integrado é a contribuição mais sensível na fórmula (6.98). Assim, podemos concentrar nossas atenções no cálculo deste efeito. De fato, os autores de [195] mostraram que a evolução do potencial gravitacional no modelo viscoso difere do  $\Lambda$ CDM recentemente, o que implica em uma amplificação do efeito Sachs-Wolfe integrado. Este resultado também foi encontrado para o gás de Chaplygin generalizado (exceto se  $\alpha = 0$ ) [109] e para modelos unificados baseados em um campo escalar [198]. No entanto, estes estudos tem se limitado a

fixar alguns valores dos parâmetros cosmológicos e permanece em aberto, se a amplificação do efeito Sachs-Wolfe integrado pode ser evitada em diferentes regiões do espaço dos parâmetros.

Como a dinâmica perturbativa é fundamental no cálculo do efeito Sachs-Wolfe integrado, vamos considerar em nossa análise também o gás de Chaplygin generalizado para aprofundar a discussão entre os modelos de unificação. Por fim, ambos os modelos serão comparados ao padrão  $\Lambda$ CDM.

### A dinâmica de fundo dos modelos de unificação

Assumimos um Universo plano descrito por apenas uma componente (assim como na seção 6.1.1). Ao excluirmos a radiação, este ansatz torna-se apropriado apenas em tempos tardios. Desprezamos também os efeitos da matéria bariônica o que limita a precisão de nossa discussão em 5% a 10%, principalmente em pequenas escalas.

O fluido viscoso possuirá equação de estado  $p_v = -\xi\Theta$  com o ansatz

$$\xi = \xi_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\nu. \quad (6.100)$$

Ao escrever o coeficiente de viscosidade volumétrica desta forma, toda a dimensão está na quantidade  $\xi_0$ . Nas próximas seções desta tese buscaremos associar o valor desta viscosidade com alguns resultados encontrados em laboratório.

Não há pressão cinética de equilíbrio ( $p = 0$ ) e, via  $H = H_0(\rho/\rho_0)^{1/2}$ , temos

$$p_v = -3H_0\xi_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\nu+1/2}. \quad (6.101)$$

Como descrito no início deste capítulo a dinâmica de fundo deste fluido e do gás de Chaplygin generalizado coincidem com  $\alpha = -(\nu + \frac{1}{2})$  e  $\bar{A} = 3H_0\xi_0/\rho_0$ . Ao invés de  $\xi_0$  ou  $\bar{A}$ , também é conveniente utilizar  $q_0$  como parâmetro livre. Esta correspondência é estabelecida através de

$$q_0 = \frac{1}{2}(1 - 3\bar{A}) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{9H_0\xi_0}{\rho_0} \right), \quad (6.102)$$

sendo  $\xi_0 > 0$  ( $q_0 < 1/2$ ). Resumindo, a dinâmica de fundo será governada por

$$\left( \frac{H_v}{H_0} \right)^2 = \left[ \frac{3H_0\xi_0}{\rho_0} + \frac{1 - \frac{3H_0\xi_0}{\rho_0}}{a^{3(\frac{1}{2}-\nu)}} \right]^{\frac{1}{\frac{1}{2}-\nu}} \quad (6.103)$$

e

$$\left( \frac{H_{gc}}{H_0} \right)^2 = \left[ A + \frac{1 - A}{a^{3(1+\alpha)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}}. \quad (6.104)$$

A existência de uma época dominada pela matéria,  $H(a \ll 1) \sim a^{-3/2}$ , é garantida para  $\nu < 1/2$  e  $\xi_0 < \rho_0/(3H_0)$  ( $\alpha > -1$  e  $\bar{A} < 1$ ). Para obter uma época de expansão acelerada em tempos tardios ( $q_0 < 0$ ), os parâmetros precisam obedecer  $\xi_0 > \rho_0/(9H_0)$  e  $\bar{A} > 1/3$ , respectivamente.

Os limites  $a \ll 1$  e  $a \sim 1$  são equivalentes ao modelo  $\Lambda$ CDM. A única diferença é a transição da época dominada pela matéria para a acelerada, que é governada pelo parâmetro da equação de estado

$$w_v \equiv \frac{-3H\xi}{\rho} = \frac{-1}{1 + \frac{\rho_0 - 3H_0\xi_0}{3H_0\xi_0}(1+z)^{3(\frac{1}{2}-\nu)}} \quad (6.105)$$

e

$$w_{gc} = \frac{p_{gc}}{\rho} = \frac{-1}{1 + \frac{(1-\bar{A})}{\bar{A}}(1+z)^{3(1+\alpha)}}. \quad (6.106)$$

Sendo mais específico, as expressões em (6.103-6.104) são análogas ao modelo  $\Lambda$ CDM

$$\left(\frac{H_\Lambda}{H_0}\right)^2 = \frac{\Omega_{m0}}{a^3} + 1 - \Omega_{m0}, \quad (6.107)$$

se adotarmos  $q_0 = \frac{3\Omega_{m0}}{2} - 1$  ( $\bar{A} = 1 - \Omega_{m0}$ ) e  $\nu = -1/2$  ( $\alpha = 0$ ) para o fluido viscoso (gás de Chaplygin generalizado). Estas relações serão úteis na comparação entre estes modelos.

### Perturbações na densidade para os modelos de unificação

O modelo tratado aqui é idêntico ao da seção 6.1.1. Alguns resultados daquela seção serão utilizados. No entanto, precisamos desenvolver uma equação para o cálculo do potencial gravitacional.

Seja o meio cósmico descrito pelo tensor

$$T_\nu^\mu = \rho u^\mu u_\nu + p h_\nu^\mu + \Delta T_\nu^\mu = \rho u^\mu u_\nu + p h_\nu^\mu - \xi u^\gamma{}_{,\gamma} h^\mu{}_\nu, \quad (6.108)$$

onde  $h^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu$  e cujas componentes de fundo são

$$T_0^0 = -\rho, \quad T_i^0 = T_0^i = 0, \quad T_j^i = p_{\text{eff}} \delta_j^i = \left(p - \frac{3\xi\mathcal{H}}{a}\right) \delta_j^i, \quad (6.109)$$

com  $\mathcal{H} = \frac{a'}{a}$ . O símbolo ( $'$ ) significa derivada com relação ao tempo conforme  $\eta$ . A pressão efetiva é a soma da componente de equilíbrio cinético (adiabática) e a viscosa (não adiabática). Dessa forma, o modelo viscoso é obtido se  $p = 0$  e um fluido ideal (sem dissipação) é recuperado com  $\xi = 0$ .

Como dito anteriormente, a escolha de diferentes calibres na teoria de perturbações cosmológicas altera apenas o tratamento do modelo sem modificar o resultado final do estudo. Ou seja, é uma questão de conveniência matemática. Faremos uma escolha diferente das anteriores nesta seção. Adotaremos o calibre Newtoniano onde o elemento de linha para as perturbações escalares é

$$ds^2 = a^2(\eta) \left[ -(1 + 2\phi) d\eta^2 + (1 - 2\psi) \delta_{ij} dx^i dx^j \right]. \quad (6.110)$$

As perturbações das quadri-velocidades são dadas por

$$u^0 = \frac{1}{a}(1 - \phi), \quad u_0 = -a(1 + \phi), \quad u_{;\gamma}^i = \frac{3\mathcal{H}}{a} + \delta u_{,i}^i - \frac{3\mathcal{H}\phi}{a} - \frac{3\psi'}{a}. \quad (6.111)$$

Para as perturbações lineares de (6.108) definimos o escalar  $v$ , que é associado a perturbação na velocidade por  $\delta u_{,i}^i \equiv -kv/a$ , onde  $k$  é o número de onda. As componentes perturbadas de (6.108) são

$$\delta T_0^0 = -\delta\rho, \quad (6.112)$$

$$\delta T_i^0 = \frac{\rho}{a}(1 + w + w_v)\delta u_i, \quad (6.113)$$

$$\delta T_j^i = \delta p\delta_j^i + \left[ \xi\left(\frac{kv}{a} + \frac{3\mathcal{H}\phi}{a} + \frac{3\psi'}{a}\right) - \frac{3\mathcal{H}}{a}\delta\xi \right] \delta_j^i. \quad (6.114)$$

O termo  $\delta\xi$  denota a perturbação no coeficiente de viscosidade volumétrica. A velocidade do som adiabática é  $c_S^2 \equiv (\partial p/\partial\rho)_S$ . Para fluidos ideais,  $c_S^2 = p'/\rho'$ . Para fluidos dissipativos  $c_S^2 = (p'/\rho')_{\xi=0}$ .

Como não consideramos contribuições anisotrópicas (cisalhamento), a parte espacial não-diagonal da equação de Einstein ( $i \neq j$ ) implica em  $\phi = \psi$ . Em primeira ordem, as componentes (0-0), (0- $i$ ) e ( $i$ - $i$ ) da equação de Einstein perturbada são ( $\Delta \equiv \delta\rho/\rho$ )

$$-k^2\psi - 3\mathcal{H}\psi' - 3\mathcal{H}^2\psi = \frac{3}{2}\mathcal{H}^2\Delta, \quad (6.115)$$

$$-k(\psi' + \mathcal{H}\psi) = \frac{3}{2}(1 + w + w_v)\mathcal{H}^2v, \quad (6.116)$$

$$\psi'' + 3\mathcal{H}\psi' - (w + w_v)3\mathcal{H}^2\psi = \frac{3\mathcal{H}^2}{2} \left[ \frac{\delta p}{\rho} - \frac{w_v}{3\mathcal{H}}(kv + 3\mathcal{H}\psi + 3\psi') + w_v \frac{\delta\xi}{\xi} \right]. \quad (6.117)$$

Note que o termo  $\delta p/\rho$  corresponde a perturbação na pressão de equilíbrio (adiabática). Os demais termos no lado direito da equação acima estão ligados a perturbação na pressão viscosa.

### O efeito Sachs-Wolfe integrado

O efeito Sachs-Wolfe integrado produz uma mudança na energia do fóton da radiação cósmica de fundo quando este atravessa um poço de potencial gravitacional dependente do tempo. O sinal desta contribuição é calculado por

$$\left( \frac{\Delta T}{T} \right)_{\text{ISW}} = 2 \int_{\eta_r}^{\eta_0} d\eta \frac{\partial\psi}{\partial\eta} [(\eta_0 - \eta) \hat{\mathbf{n}}, \eta], \quad (6.118)$$

A integração é feita ao longo da trajetória do fóton ( $\hat{n}$ ) desde  $\eta_r$  (tempo conforme na recombinação) até hoje  $\eta_0$ .

Combinando as equações (6.115) – (6.117) em uma única expressão para o potencial gravitacional e fazendo  $\Xi \equiv \delta\xi/\xi$ , encontramos

$$\psi'' + (1 + c_s^2) 3\mathcal{H}\psi' + [(c_s^2 - w) 3\mathcal{H}^2 + c_s^2 k^2] \psi = w_v \left\{ \left[ -\frac{1}{2} + \frac{k^2}{(1 + w + w_v)9\mathcal{H}^2} \right] 3\mathcal{H}\psi' + \left[ \frac{3\mathcal{H}^2}{2} + \frac{k^2}{3(1 + w + w_v)} \right] \psi + \frac{3\mathcal{H}^2}{2} \Xi \right\}. \quad (6.119)$$

Se não levamos em conta as contribuições do fluido viscoso, o lado direito da equação (6.119) é idêntico a zero e a equação resultante corresponde (lado esquerdo) a de um fluido perfeito adiabático com parâmetro da equação de estado  $w = p/\rho$ . Por outro lado, para obter a evolução do fluido viscoso, escolhemos  $c_s^2 = w = 0$  e utilizamos as funções  $w_v$  e  $H_v$  apropriadamente. O termo  $\Xi$  depende da forma funcional de  $\xi$ . Se  $\xi = \xi_0(\rho/\rho_0)^\nu$  sua perturbação  $\delta\xi = \nu\xi\Delta$  pode ser relacionada com o potencial  $\psi$  usando a equação (6.115).

### Resultados para o fundo

Calculamos aqui os vínculos observacionais que as amostras de  $H(z)$  [119] e Supernova (Constitution) [194] impõem sobre o modelo. O procedimento estatístico segue o descrito do apêndice A levando em consideração  $\chi^2 = \chi_{SN}^2 + \chi_H^2$ .

Alguns resultados são mostrados na figura (6.17). Os contornos de  $2\sigma$  e  $3\sigma$  são mostrados nas linhas tracejadas-curtas. Alguns vínculos sobre a idade do Universo (12 e 14 Giga anos) estão nas linhas vermelhas-tracejadas. Mostramos também a região do espaço dos parâmetros para os quais a transição da fase desacelerada para a acelerada ocorre em  $z_{tr} = 1$  e  $z_{tr} = 0.5$  (linhas sólidas). Todos estes vínculos podem ser transferidos para o gás de Chaplygin generalizado utilizando as correspondências estabelecidas acima. Estes vínculos concordam com os resultados de [108].

### Comparando os resultados de fundo com os do efeito Sachs-Wolfe integrado

Definimos aqui uma variável de "qualidade"  $Q_m$  para medir a diferença entre o sinal Sachs-Wolfe integrado predito por algum modelo  $m$  e o modelo  $\Lambda$ CDM (tido como preferido),

$$Q_m \equiv \frac{\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ISW}^m}{\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{\Lambda CDM}} - 1, \quad (6.120)$$

onde valores positivos (negativos) de  $Q$  significam uma amplificação (redução) do sinal Sachs-Wolfe integrado do modelo  $m$  comparado ao  $\Lambda$ CDM. Uma vez que calculamos previamente o potencial  $\Psi_m$  de (6.119), o sinal  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ISW}^m$  pode ser obtido com (6.118). Nosso modelo  $\Lambda$ CDM fiducial é plano e o valor de seus parâmetros são  $H_0 = 72$  km/s/Mpc e  $\Omega_{m0} = 0.266$ , como

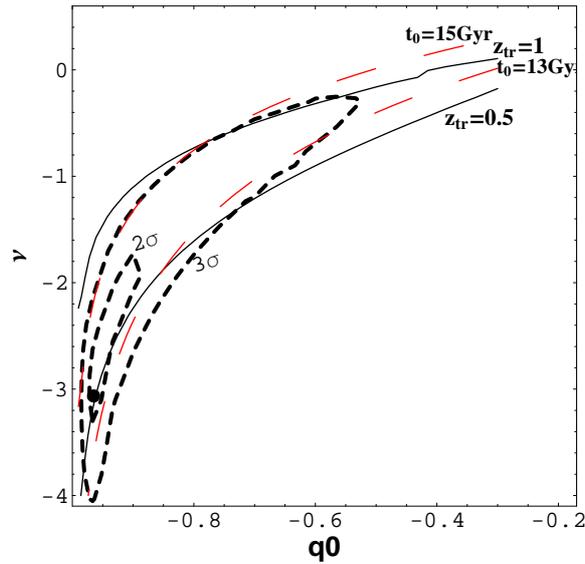


Figura 6.17: Vínculos observacionais sobre os parâmetros livres do modelo viscoso utilizando dados de  $SNIa$  e  $H(z)$ . As linhas curtas-tracejadas denotam os contornos de 2 and 3  $\sigma$ . Linhas longas-tracejadas (vermelho) indicam Universos com 12 Ganos and 14 Ganos. Linhas finas denotam o desvio para o vermelho do início da época de expansão acelerada.

sugerido pelo WMAP-7 [15]. Uma definição similar desta variável  $Q$  pode ser encontrada em [196]. Os modos relevantes para o efeito Sachs-Wolfe integrado correspondem a escalas  $k < 0.003(h/Mpc)$ , que é a escala aproximada onde começa o chamado platô de Sachs-Wolfe.

Nossa análise consiste em cruzar os contornos  $Q = 120\%, 80\%, 40\%$  e  $0\%$ , no espaço dos parâmetros com os vínculos obtidos anteriormente para a cosmologia de fundo. Com esta estratégia verificamos se é possível conciliar contornos não amplificados ( $Q = 0\%$ ) com parâmetros "permitidos" (a  $2\sigma$  e  $3\sigma$ ) pela análise de fundo.

### A escolha $\xi = \xi_0 \rho^\nu$ e seu parceiro adiabático, o gás de Chaplygin generalizado

Com esta escolha a quantidade  $\Xi$  é escrita como

$$\Xi = \frac{2\nu}{3\mathcal{H}^2} (-k^2\psi - 3\mathcal{H}\psi' - 3\mathcal{H}^2\psi). \quad (6.121)$$

Colocando (6.121) em (6.119) e resolvendo numericamente a equação resultante para o potencial calculamos a variável  $Q_v$ , como definida em (6.120), para diferentes valores dos parâmetros  $(q_0, \nu)$ . O resultado é mostrado na figura (6.18). A linha  $Q = 0\%$  (que não aparece na figura!), e mesmo a  $Q = 40\%$ , estão em claro desacordo com os resultados de fundo. Ainda, as linhas vermelhas (tracejadas-longas) mostram a idade do Universo com 11, 13 e 15 Giga anos.

O melhor ajuste, símbolo  $\bullet$  na figura (6.18), corresponde a  $Q_v = 120\%$ .

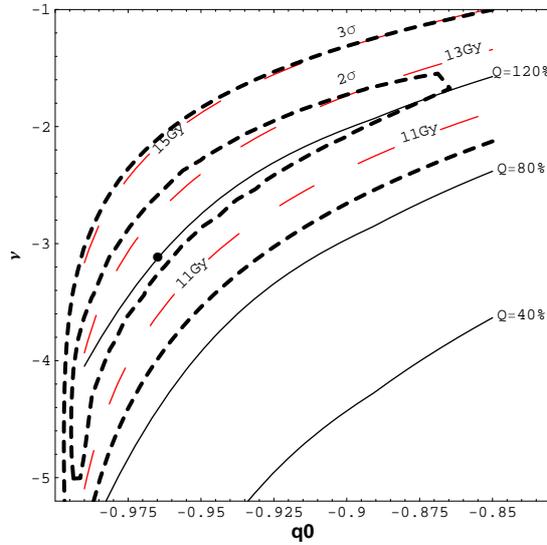


Figura 6.18: Linhas curtas-tracejadas são os contornos de 2 e 3  $\sigma$ . Linhas sólidas são os correspondentes contornos onde  $Q_v = +120\%$ ,  $+80\%$  e  $+40\%$ .

Para o gás de Chaplygin generalizado calculamos a equação (6.119) com  $w_v = 0$ , o que significa que todo o lado direito desta equação (contribuições não adiabáticas) se anulam. Também, escrevemos  $\mathcal{H}$  como uma função de  $A$  e  $\alpha$  e para a velocidade do som adiabática usamos a expressão apropriada

$$c_{s\text{gc}}^2 = -\alpha w_{\text{cg}} = \frac{\alpha A}{A + (1 - A)a^{-3(1+\alpha)}}. \quad (6.122)$$

Agora, observamos uma pequena melhora, veja figura (6.19), já que o melhor ajuste se aproxima da linha  $Q_{\text{gc}} = 80\%$ . No entanto, ambos casos são seguramente descartados pelos dados da RCF o que concorda com os resultados de [109, 195, 198].

Consideramos até este ponto a perturbação do coeficiente de viscosidade ( $\delta\xi$ ) como uma função livre, onde seus efeitos sobre a dinâmica perturbada estavam agrupados na função  $\Xi$ . A análise completa da dinâmica deve incluir este termo mas aqui tomaremos a liberdade de tratar  $\Xi$  como uma função do tempo rejeitando a forma imposta por (6.121). Um vez que este coeficiente obedece a um ansatz e não a um princípio fundamental parece razoável tal escolha. Para o caso  $\Xi = cte = 0$  observamos que é possível conciliar os vínculos de fundo com o contorno ( $Q_v = 0$ ) como mostrado na figura 6.20. Lembramos que a dinâmica de fundo é a mesma que antes e as contribuições adiabáticas (exceto pelo termo  $\Xi$ ) ainda estão presente no lado direito da equação (6.119). Este resultado sinaliza uma possível origem da amplificação do efeito Sachs-Wolfé integrado do modelo viscoso. No entanto, não podemos assumir este

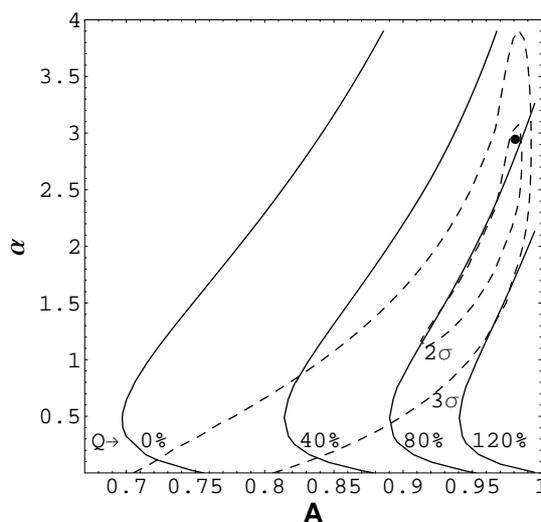


Figura 6.19: Linhas tracejadas são os contornos de 2 e 3 $\sigma$  de confiança estatística com melhor ajuste em  $\bullet$ . Da esquerda para a direita, as linhas sólidas correspondem a  $Q_{gc} = 0\%, +40\%, +80\%$  e  $+120\%$ .

caso como uma solução formal para o problema. Formalmente,  $\Xi = 0$  ocorre apenas se  $\nu = 0$  e a dinâmica de fundo utilizada para produzir a figura 6.20 possui o parâmetro  $\nu$  livre. Obviamente, assumindo desde o começo  $\nu = 0$  a dinâmica de fundo seria muito diferente. A seguir, estudamos casos particulares do modelo viscoso.

•**O caso  $\nu = 0$ :** Os resultados acima motivam este caso particular. Agora, o modelo possui apenas um parâmetro livre:  $q_0$ . A função  $\Xi$  não contribui a dinâmica perturbada mas o lado direito de (6.119) não se anula. A figura 6.21 mostra o PDF para  $q_0$  com os valores  $Q_v = 120\%, 80\%, 40\%, 0\%$  e vínculos para a dinâmica de fundo. A linha  $Q_v = 0\%$  concorda com os dados a  $2\sigma$  de confiança.

•**O caso  $\nu = -0.5$  ( $\alpha = 0$ ) e as diferenças do modelo  $\Lambda$ CDM:** A relevância deste caso encontra-se no fato de que se  $\nu = -0.5$  ( $\alpha = 0$ ) o fluido viscoso (gás de Chaplygin generalizado) e o modelo  $\Lambda$ CDM possuem a mesma evolução de fundo. Assim, de certa forma, é possível separar a contribuição devida as perturbações não-adiabáticas e quantificá-las

Lembramos aqui que este tipo de dinâmica de fundo pode ser obtida através de 3 distintas interpretações: i) o modelo  $\Lambda$ CDM; ii) um modelo com matéria escura e um fluido escuro com equação de estado  $p = -\rho$ . iii) o fluido viscoso (gás de Chaplygin generalizado) com  $\nu = -0.5$  ( $\alpha = 0$ ) que é equivalente a um fluido com uma pressão negativa e constante. O resultado deste caso é mostrado no painel esquerdo na figura 6.22. As contribuições não

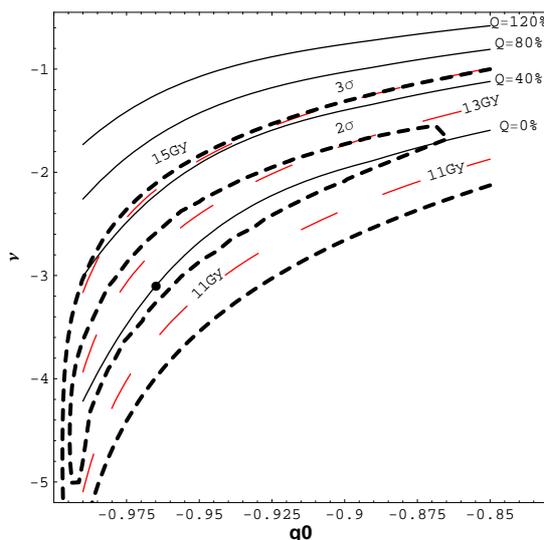


Figura 6.20: Linhas curtas-tracejadas são os contornos de 2 e  $3\sigma$  de confiança estatística para os dados de SN e  $H(z)$ . Linhas vermelhas (tracejadas-longas) mostram a idade do Universo com 11, 13 e 15 Giga anos. O melhor ajuste ocorre no círculo. As linhas sólidas, de cima para baixo, correspondem a  $Q_v = +120\%$ ,  $+80\%$ ,  $+40\%$  e  $0\%$ .

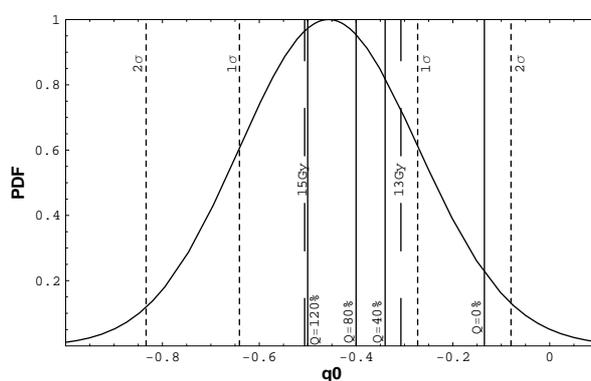


Figura 6.21: PDF para o caso  $\nu = 0$  com melhor ajuste em  $q_0 = -0.46$ . As linhas curtas-tracejadas são contornos de confiança estatística. Os vínculos da idade do Universo (13 giga anos e 15 giga anos) são mostrados nas linhas longas tracejadas. Linhas sólidas representam, da esquerda para a direita, os contornos  $Q_v = 120\%$ ,  $80\%$ ,  $40\%$  e  $0\%$ .

adiabáticas do fluido viscoso são responsáveis por excluir a linha  $Q_v = 0\%$  com mais de  $3\sigma$  de confiança. No entanto, se desprezamos a contribuição de  $\delta\xi$ , a linha  $Q_v = 0$  passa a concordar com os dados com os dados de fundo a  $1\sigma$  (painel direito na figura 6.22).

Para o gás de Chaplygin generalizado com  $\alpha = 0$ , o PDF para o parâmetro  $A$  is mostrada na figura 6.23. Este caso particular se comporta de maneira muito similar ao caso  $\Lambda$ CDM

concordando com o encontrado em [109].

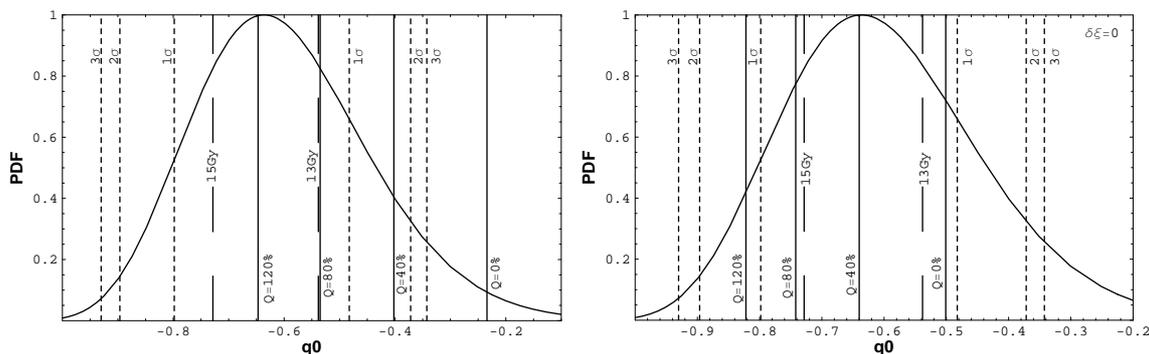


Figura 6.22: PDF para o caso  $\nu = -0.5$  com melhor ajuste em  $q_0 = -0.64$ . O painel da esquerda considera a evolução completa da dinâmica enquanto que no painel da direita  $\delta\xi = 0$ . As linhas curtas-tracejadas são contornos de confiança estatística. Os vínculos da idade do Universo (13 giga anos e 15 giga anos) são mostrados nas linhas longas tracejadas. Linhas sólidas representam, da esquerda para a direita, os contornos  $Q_{gc} = 120\%, 80\%, 40\%$  e  $0\%$ .

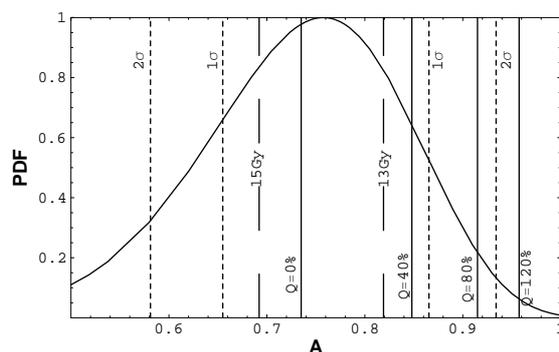


Figura 6.23: PDF para o gás de Chaplygin generalizado com  $\alpha = 0$  e melhor ajuste em  $A = 0.76$ . Os vínculos da idade do Universo (13 giga anos e 15 giga anos) são mostrados nas linhas longas tracejadas. Linhas sólidas representam, da esquerda para a direita, os contornos  $Q_{gc} = 120\%, 80\%, 40\%$  e  $0\%$ .

### 6.3 Efeito Mézáros para os modelo de unificação

Durante a época dominada pela radiação ( $z < 3000$ ) a pressão suprime o crescimento de estruturas bariônicas. No entanto, a matéria escura, já cineticamente desacoplada do fluido bárion-fóton, começa a se aglomerar logaritmicamente em escalas menores que o horizonte.

Quando ocorre a igualdade ente matéria e radiação as flutuações na matéria escura começam a crescer linearmente com respeito ao fator de escala. Este é o chamado cenário hierárquico de formação de estruturas onde pequenas estruturas formam primeiramente e através da junção destas estruturas menores as maiores aglomerações de massa do Universo são formadas.

Os modelo de unificação estudados nesta tese possuem um comportamento tipo matéria no passado, mas não necessariamente produzem um processo de formação de estruturas satisfatório. Nosso objetivo aqui é estudar a formação de halos de matéria escura (matéria escura viscosa ou matéria escura Chaplygin) a fase da matéria e verificar se eles podem gerar as estruturas necessárias para agregar os bárions após o desacoplamento.

Para estudar escalas que entram no horizonte muito antes na igualdade fazemos uso da conservação do tensor momento-energia ( $T_{\nu;\mu}^{\mu} = 0$ ). Em primeira ordem, esta equação é escrita como

$$\Delta' - 3\mathcal{H}\Delta (w - c_S^2 + w_v) - (1 + w + 2w_v)(kv + 3\psi') - 3\mathcal{H}w_v(\psi - \Xi) = 0, \quad (6.123)$$

e a equação de Euler torna-se

$$v' + \left[ \mathcal{H}(1 - 3c_S^2 - 3w_v) + \frac{w_v'}{1 + w + w_v} - \frac{w_vk^2}{3\mathcal{H}(1 + w + w_v)} \right] v - \frac{w_vk}{\mathcal{H}(1 + w + w_v)}\psi' + \frac{k(1 + w)}{1 + w + w_v}\psi + \frac{w_vk}{1 + w + w_v}\Xi + \frac{kc_S^2}{1 + w + w_v}\Delta = 0. \quad (6.124)$$

Para o caso adiabático existem muitos trabalhos sobre a evolução das perturbações dentro do horizonte, mesmo em um cenário com outros tipos de fluidos [199] ou teorias modificadas da gravidade [200]. No entanto, esta análise para fluidos não-adiabáticos ainda não foi considerada em detalhes.

Para o fluido viscoso ( $w = c_S^2 = 0$ ), podemos simplificar as equações (6.123) e (6.124) e tomar o limite ( $k \ll \mathcal{H}$ ) da equação de Poisson para obter

$$\Delta' - 3\mathcal{H}w_v\Delta = (1 + 2w_v)kv - 3\mathcal{H}w_v\Xi \quad (6.125)$$

$$v' + \left[ \mathcal{H}(1 - 3w_v) + \frac{w_v'}{1 + w_v} - \frac{k^2w_v}{3\mathcal{H}(1 + w_v)} \right] v = -\frac{k\psi}{1 + w_v} + \frac{k w_v \psi'}{\mathcal{H}(1 + w_v)} - \frac{k w_v \Xi}{1 + w_v} \quad (6.126)$$

$$-k^2\psi = \frac{3}{2}\mathcal{H}^2\Delta \quad (6.127)$$

É conveniente combinar estas equações em uma única expressão para  $\Delta$  e, ainda, utilizar o fator de escala  $a$  no lugar do tempo conforme. Com isso, chegamos a uma equação tipo Mészáros:

$$a^2 \frac{d^2\Delta}{da^2} + \left[ \frac{a}{H} \frac{dH}{da} + 3 + A(a) + B(a)k^2 \right] a \frac{d\Delta}{da} + \left[ +C(a) + D(a)k^2 - \frac{3}{2} \right] \Delta = P(a) \quad (6.128)$$

$$A(a) = -6w_v + \frac{a}{1+w_v} \frac{dw_v}{da} - \frac{2a}{1+2w_v} \frac{dw_v}{da} + \frac{3w_v}{2(1+w_v)}$$

$$B(a) = -\frac{w_v}{3a^2 H^2 (1+w_v)}$$

$$C(a) = \frac{3w_v}{2(1+w_v)} - 3w_v - 9w_v^2 - \frac{3w_v^2}{1+w_v} \left(1 + \frac{a}{H} \frac{dH}{da}\right) - 3a \left(\frac{1+2w_v}{1+w_v}\right) \frac{dw_v}{da} + \frac{6aw_v}{1+2w_v} \frac{dw_v}{da}$$

$$D(a) = \frac{w_v^2}{a^2 H^2 (1+w_v)},$$

$$P(a) = -3w_v a \frac{d\Xi}{da} + 3w_v \Xi \left[ -\frac{1}{2} + \frac{9w_v}{2} + \frac{-1 - 4w_v + 2w_v^2}{w_v(1+w_v)(1+2w_v)} a \frac{dw_v}{da} - \frac{k^2(1-w_v)}{3H^2 a^2 (1+w_v)} \right]$$

A função  $P(a)$  contém todas as contribuições da perturbação do coeficiente  $\delta\xi$ . No limite  $w_v = 0$  da equação (7.15) recuperamos a equação padrão para o crescimento das flutuações da matéria escura com solução  $\Delta_{\text{cdm}} \propto a$  [201].

### Resultados para o crescimento das flutuações em pequenas escalas

No cenário padrão, as perturbações na matéria escura começam a crescer como  $\Delta \propto a$  quando o Universo se torna dominado pela matéria no desvio para o vermelho  $z = z_{eq}$ . Antes de  $z_{eq}$ , mesmo se o comprimento de onda da perturbação é maior do que o "comprimento de Jeans" a rápida expansão previne seu crescimento [36, 202]. Assim, antes de estudar os modelos de unificação é essencial estabelecer o momento no qual o Universo tornou-se dominado pelo fluido de unificação. É, portanto, fundamental incluir a radiação em nossa análise. Com a inclusão da radiação a dinâmica do gás de Chaplygin generalizado permanece inalterada. Entretanto, como a expansão passa a depender da densidade de radiação ( $H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_v + \rho_r)$ ) a dinâmica do fluido viscoso, que depende de  $H$ , será alterada. A densidade fracionária do fluido viscoso será dada agora pela solução numérica da equação

$$a \frac{d\Omega_v}{da} + 3\Omega_v - \tilde{\xi} \Omega_v^\nu \left( \Omega_v + \frac{\Omega_{r0}}{a^4} \right)^{1/2} = 0, \quad (6.129)$$

onde  $\tilde{\xi} = 9H_0 \xi_0 \rho_c^{\nu-1}$ ,  $\rho_c$  é a densidade crítica e  $\Omega_{r0} = 8.475 \times 10^{-5}$ . O novo parâmetro  $\tilde{\xi}$  não pode ser exatamente relacionado ao parâmetro de desaceleração  $q_0$ . No entanto, podemos usar, ainda com grande precisão, a aproximação

$$q = \frac{1}{2} \left( 1 + 3 \frac{p_t}{\rho_t} \right) \rightarrow q(a=1) = q_0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{-9H_0 \xi_0 \rho_{v0}^\nu + \rho_{r0}}{\rho_{v0} + \rho_{r0}} \right) \approx \frac{1}{2} (1 - \tilde{\xi}). \quad (6.130)$$

No modelo fiducial  $\Lambda$ CDM adotado anteriormente a igualdade ente matéria e radiação ocorre em  $z_{eq} = \frac{1}{a_{eq}} - 1 = 3137$ . Para o sistema fluido viscoso (ou Chaplygin) e radiação a igualdade

é uma função dos parâmetros livres e será denotado por  $z_{eq}^*$ . Como mostrado na figura 6.24,  $z_{eq}^* > z_{eq}$  dentro de  $2\sigma$  de confiança. Com isso, no contexto dos modelos de unificação, as perturbações em pequenas escalas começam a crescer antes do que tipicamente ocorre no cenário padrão. Agora, resolvemos a equação (7.15) com condições iniciais

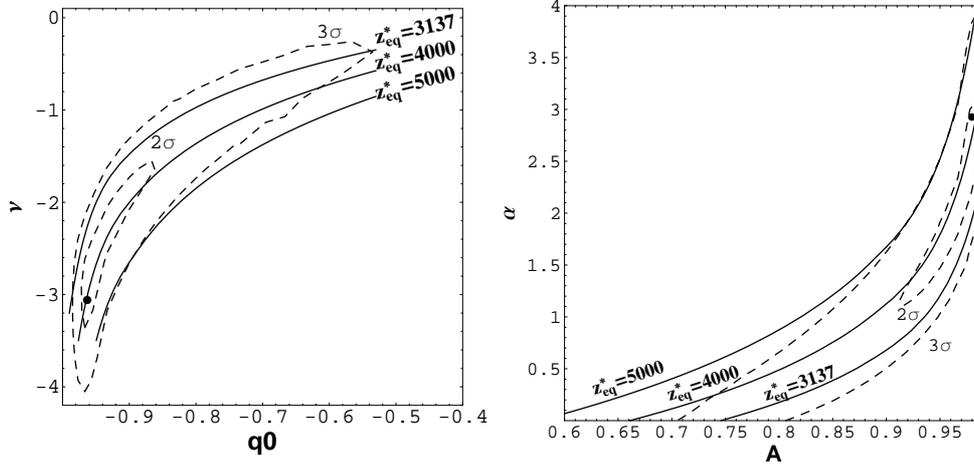


Figura 6.24: Esquerda(Direita): contornos, no espaço dos parâmetros, para alguns valores da igualdade entre radiação e fluido viscoso (gás de Chaplygin)  $z_{eq}^*$ . Linhas sólidas significam os contornos de 2 e  $3\sigma$  de confiança para os dados de SN e  $H(z)$ .

$$\Delta_v\left(\frac{1}{1+z_{eq}^*}\right) = 1 \quad \text{e} \quad \frac{d\Delta_v}{da}\left(\frac{1}{1+z_{eq}^*}\right) = 1 \quad (6.131)$$

e comparamos com a evolução padrão  $\Delta_{cdm} \propto a$  que utiliza as condições iniciais  $z_{eq}$ ,  $\Delta_{cdm}\left(\frac{1}{1+z_{eq}}\right) = 1$  e  $\frac{d\Delta_{cdm}}{da}\left(\frac{1}{1+z_{eq}}\right) = 1$ . Ainda, a dinâmica de fundo utilizada em (7.15) faz uso de

$$\left(\frac{H_v}{H_0}\right)^2 = \Omega_v + \Omega_{r0}a^{-4} \quad w_v = -\frac{1-2q_0}{3}(\Omega_v + \Omega_{r0}a^{-4})^{1/2}\Omega_v^\nu, \quad (6.132)$$

com  $\Omega_v$  sendo determinada a partir de (6.129).

Consideramos modos que originam escalas de aglomerados (escalas proto-galácticas)  $k \sim 0.2 Mpc^{-1}$  ( $k = 10^6 Mpc^{-1}$ ). Ao mesmo tempo, assumimos que para estes modos a equação tipo-Mészáros, determinada acima, é válida até o desvio para o vermelho  $z_{nl} = 3(60 \pm 20)$  [201]. Logo após  $z_{nl}$ , uma grande fração de matéria colapsa em objetos gravitacionalmente ligados e a teoria linear das perturbações se torna inválida. Efeitos não lineares podem produzir um espectro final (em  $z=0$ ) muito diferente se, ou não, as contribuições não adiabáticas são levadas em conta. Aqui, não entraremos nesta questão. Nosso objetivo é acompanhar o crescimento dos halos de matéria escura (viscosa ou Chaplygin) até o momento  $z_{nl}$  e compará-la com o cenário padrão. Se os modelos de unificação são capazes de reproduzir

o crescimento esperado das perturbações durante toda fase de crescimento linear, pode-se esperar que estes modelos são capazes de formar estruturas de maneira satisfatória. A figura (6.25) mostra o crescimento das perturbações, considerando o melhor ajuste do modelo, para  $k = 0.2 - 0.3 Mpc^{-1}$  ( $k = 10^6 Mpc^{-1}$ ) no painel esquerdo (direito). O crescimento padrão também é mostrado nas linhas tracejadas. Se consideramos a dinâmica completa da equação (7.15), incluindo o termo  $\Xi$  (linhas inferiores indicadas por  $\delta\xi \neq 0$ ) observamos uma grande supressão no crescimento da perturbação após  $z \sim 6$  ( $a \sim 0.14$ ) para  $k \sim 0.2 Mpc^{-1}$  e  $z \sim 200$  ( $a \sim 0.005$ ) para ( $k = 10^6 Mpc^{-1}$ ). De fato, a contribuição dominante nos termos  $\sim k^2\Delta$  e  $\sim k^2\Delta'$  se originam na perturbação  $\Xi$ . Consequentemente, em tempos tardios o contraste da densidade  $\Delta$  decai rapidamente. Por outro lado, assim como na análise do efeito Sachs-Wolfe integrado, a dinâmica perturbativa é melhor comportada se  $\delta\xi = 0$  (linhas superiores).

As perturbações no gás de Chaplygin generalizado não sofrem qualquer tipo de supressão e se comportam como o caso padrão já que obedecem a equação adiabática,  $w_v = 0$  em (7.15), com solução  $\Delta_{gc} \propto a$ . Uma possível fonte de supressão do crescimento das estruturas poderia ser uma precoce entrada na época de expansão acelerada, onde o processo de atração seria enfraquecido. No entanto, para os prováveis valores dos parâmetros do gás de Chaplygin, a transição para a fase acelerada ocorre após  $z_{nl}$  e este efeito também não produz nenhuma supressão nas perturbações lineares.

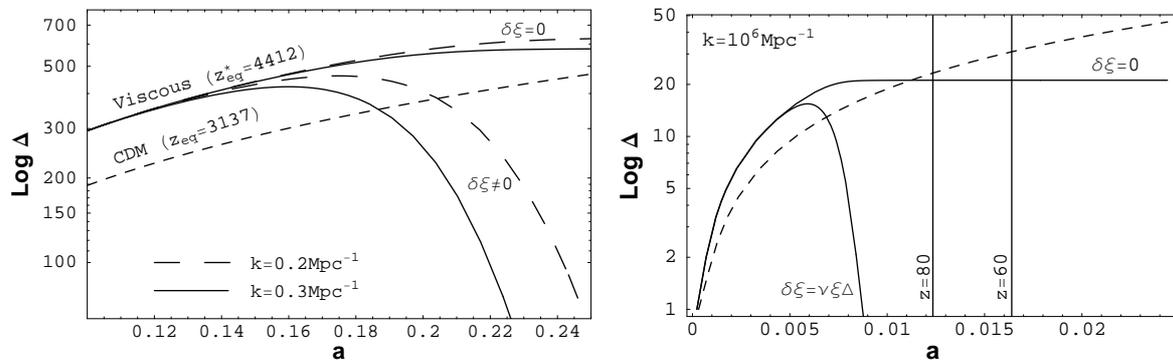


Figura 6.25: Esquerda: Crescimento das perturbações em pequenas escalas para a matéria escura (linhas tracejadas-curtas) e para o fluido viscoso quando  $k = 0.2 Mpc^{-1}$  (longas-tracejadas) e  $k = 0.3 Mpc^{-1}$  (sólidas). As linhas superiores para o fluido viscoso possuem  $\delta\xi = 0$  enquanto que nas inferiores  $\delta\xi = \nu\xi\Delta$ . Direita: o mesmo, mas considerando  $k = 10^6 Mpc^{-1}$ .

## Capítulo 7

### O modelo $\Lambda$ vCDM

A proposta do capítulo 3 contemplava uma fuga do conceito de matéria escura. Nossa proposta, substituir a gravitação padrão pela modificação MOND, não surtiu os efeitos esperados. Somando este fato às evidências apontadas naquele capítulo a favor da matéria escura desviamos nossas atenções, a partir do capítulo 5, em busca de alternativas à energia escura. No decorrer dos capítulos 5 e 6 tentamos conciliar os chamados modelos de unificação com os dados observacionais. Pode-se pensar que tais fluidos são, na verdade, uma única substância escura ou a própria matéria escura que, por algum motivo, possui uma equação de estado incomun. Seja sob a forma de Chaplygin generalizado ou de fluido viscoso tais fluidos apresentaram bons resultados, porém com certas patologias.

Os modelos do capítulo 6 usaram a viscosidade volumétrica como único efeito responsável por acelerar o Universo, onde a pressão efetiva era

$$p_{ef} = p - 3\xi H. \quad (7.1)$$

Portanto, a aceleração ocorre se

$$w_{ef} = \frac{p_{ef}}{\rho} < -\frac{1}{3} \rightarrow \xi > \frac{\rho}{9H} (1 + 3w) = \Omega_m H \frac{1 + 3w}{24\pi G} c^2 \quad (7.2)$$

Na última igualdade usamos a equação de Friedmann no sistema SI de unidades. Se substituirmos os valores apropriados para os parâmetros cosmológicos temos

$$\xi \gtrsim 1.3 \times 10^7 \text{Pa.s.} \quad (7.3)$$

Este valor parece ser muito alto para a viscosidade. Além disso, pode se argumentar que a aproximação do capítulo 6 não é física pois  $|\xi H|$  é da ordem de  $\rho$  e sabe-se que a termodinâmica de fluidos dissipativos é válida apenas para [206]

$$|\xi H| \ll \rho. \quad (7.4)$$

*Empregar a viscosidade volumétrica como único agente responsável pela aceleração do Universo não é válido sob o ponto de vista termodinâmico. Isso, é claro, não descarta a existência de uma viscosidade volumétrica contribuindo para a aceleração observada sem ser a maior causa deste fenômeno.*

Ocorre neste ponto da tese outra transição. Após excursionarmos por alguns modelos que destoam do padrão, voltamos nossas atenções ao modelo  $\Lambda$ CDM. Nosso foco agora será um modelo onde matéria e energia escuras contribuem para a dinâmica cósmica. O modelo  $\Lambda$ CDM incorpora tais características da maneira mais simples e eficiente possível. Assim, parece absurda a idéia de buscar uma variante deste modelo. No entanto, o modelo  $\Lambda$ CDM supõe que a matéria escura comporta-se como um fluido ideal (perfeito) sendo que um fluido real não deve, a princípio, possuir tal característica. Portanto, afim de tornar a matéria escura “mais real”, assumimos que este fluido possui uma característica dissipativa, em particular, uma viscosidade volumétrica. A constante cosmológica será a grande responsável pela aceleração cósmica. Mas haverá também uma pequena contribuição da pressão viscosa. Esta proposta dará origem ao modelo  $\Lambda\nu$ CDM e estudamos a viabilidade deste modelo a partir deste ponto.

## 7.1 O limite $\Lambda$ CDM do modelo com viscosidade volumétrica

Lembramos que a viscosidade é descrita através do formalismo de Eckart onde  $p_v = -\xi\Theta$ . Em um Universo homogêneo e isotrópico,  $\Theta = 3H$ . Com o ansatz (6.100) e assumindo que a pressão cinética é nula  $p = 0$ , a pressão viscosa (total) do meio se torna [utilizando  $H = H_0(\rho/\rho_0)^{1/2}$ ]

$$p_v = -3H_0\xi_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\nu+1/2}. \quad (7.5)$$

A evolução de fundo do fluido viscoso é governada por

$$\left(\frac{H_v}{H_0}\right)^2 = \left[ \frac{3H_0\xi_0}{\rho_0} + \frac{1 - \frac{3H_0\xi_0}{\rho_0}}{a^{3(\frac{1}{2}-\nu)}} \right]^{\frac{1}{\frac{1}{2}-\nu}}. \quad (7.6)$$

Visto a equação acima, a correspondência exata com o modelo  $\Lambda$ CDM ocorre quando  $\nu = -1/2$ .

## 7.2 A dinâmica do modelo $\Lambda\nu$ CDM

### 7.2.1 A evolução da base

Como nossa proposta é trabalhar com um modelo mais realista, consideramos também as contribuições dos bárions e da radiação, além, obviamente, da própria constante cosmológica.

Com isso, a dinâmica do modelo  $\Lambda\nu\text{CDM}$  é dada por

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_b + \rho_v + \rho_r) + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (7.7)$$

Repare, no entanto, que a matéria escura de nosso modelo possui a equação de estado (7.5). A partir das análises do capítulo anterior sabemos que o chamado *problema do efeito Sachs-Wolfe integrado* é menos severo se adotamos  $\nu = 0$  e  $\nu = -1/2$ . Estes valores possuem uma notável interpretação: o primeiro ( $\nu = 0$ ) corresponde a uma viscosidade constante enquanto que o segundo ( $\nu = -1/2$ ) implica, para a aproximação de um fluido, na mesma evolução do modelo padrão  $\Lambda\text{CDM}$ . Doravante, denotaremos  $\nu = 0$  ( $\nu = -1/2$ ) como modelo A (B)

O balanço de energia da matéria escura viscosa considerando os modelos A e B será, respectivamente,

$$(1+z)\frac{d\Omega_v(z)}{dz} - 3\Omega_v(z) + \tilde{\xi} [\Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_v(z) + \Omega_\Lambda]^{1/2} = 0, \quad (7.8)$$

e

$$(1+z)\frac{d\Omega_v(z)}{dz} - 3\Omega_v(z) + \tilde{\xi}\Omega_{v0}^{1/2}\Omega_v(z)^{-1/2} [\Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_v(z) + \Omega_\Lambda]^{1/2} = 0, \quad (7.9)$$

onde a definição

$$\tilde{\xi} = \frac{9H_0\xi_0}{\rho_{c0}c^2} = \frac{24\pi G\xi_0}{c^2H_0} \quad (7.10)$$

é válida para ambos modelos. Note que a matéria escura padrão é recuperada se  $\tilde{\xi} = 0$ . Fixando os valores  $\Omega_{b0} = 0.043$  e  $\Omega_{r0} = 8.32 \times 10^{-5}$  como sugeridos pelo projeto WMAP, os parâmetros livres da proposta  $\Lambda\nu\text{CDM}$  serão  $\tilde{\xi}$  e  $\Omega_\Lambda$  (tendo em mente o vínculo  $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_{b0} - \Omega_{r0} - \Omega_{v0}$ ).

Como a expressão  $H \equiv H(\rho_b, \rho_\Lambda, \rho_r, \rho_v)$  não depende apenas de  $\rho_v$  as equações acima não possuem solução analítica. Sem dúvida, este é um ponto fraco do modelo, mas é o preço a pagar pela inclusão das demais componentes. Portanto, trabalharemos com a solução numérica destes balanços. De posse da solução das equações acima, a dinâmica do modelo  $\Lambda\nu\text{CDM}$  será dada por

$$H_v^2(z) = H_0^2 [\Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_v(z) + \Omega_\Lambda], \quad (7.11)$$

com o vínculo  $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_{r0} - \Omega_{b0} - \Omega_{v0}$ .

## 7.2.2 A dinâmica das perturbações

Nossa primeira tarefa será calcular o efeito Sachs-Wolfe integrado para nosso modelo, assim como feito no capítulo anterior. Para este fim, as flutuações na radiação podem ser despre-

zadas. Mas ainda temos que considerar os bárions. Esta é a principal diferença do capítulo anterior.

Adotano o mesmo procedimento da seção 6.2 a equação de Einstein 0 – 0 perturbada assume a forma

$$-k^2\psi - 3\mathcal{H}\psi' - 3\mathcal{H}^2\psi = \frac{3H_0^2 a^2}{2} \{\Omega_b \Delta_b + \Omega_v \Delta_v\}. \quad (7.12)$$

Adicionalmente, temos ainda as demais equações de campo perturbadas

$$-k(\psi' + \mathcal{H}\psi) = \frac{3H_0^2 a^2}{2} \{\Omega_b \Theta_b + (1 + w_v)\Omega_v \Theta_v\}, \quad (7.13)$$

$$\psi'' + 3\mathcal{H}\psi' + (2\mathcal{H}' + \mathcal{H}^2)\psi = \frac{3a^2 H_0^2 \Omega_v}{2} \left[ -\frac{w_v}{3\mathcal{H}} (k\Theta_v + 3\mathcal{H}\psi + 3\psi') + \nu w_v \Delta_v \right], \quad (7.14)$$

onde cada fluido possui sua própria perturbação escalar da velocidade  $\Theta$  feita através de  $\delta u^i_{;i} = -k\Theta/a$  onde  $k$  é o número de onda.

Como não existe interação entre as componentes do nosso modelo, cada fluido obedece separadamente aos balanços (perturbados) de energia  $\delta T^\mu_{\alpha;\mu} = 0$ . Estes balanços, que já foram determinados no último capítulo, completarão nosso conjunto de equações que poderá ser resolvido apenas numericamente. Com isso, temos o potencial  $\psi$  e conseqüentemente podemos calcular o efeito Sachs-Wolfe integrado associado ao modelo.

Como no capítulo anterior pesquisamos a evolução dos halos de matéria escuras via o efeito Mészáros, faremos aqui, também, a mesma análise. Aqui, apenas repetiremos

$$a^2 \frac{d^2 \Delta_v}{da^2} + \left[ \frac{a}{H} \frac{dH}{da} + 3 + A(a) + B(a)k^2 \right] a \frac{d\Delta_v}{da} + \left[ C(a) + D(a)k^2 - \frac{3}{2} \right] \Delta_v = P(a), \quad (7.15)$$

$$A(a) = -6w_v + \frac{a}{1+w_v} \frac{dw_v}{da} - \frac{2a}{1+2w_v} \frac{dw_v}{da} + \frac{3w_v}{2(1+w_v)}$$

$$B(a) = -\frac{w_v}{3a^2 H^2 (1+w_v)}$$

$$C(a) = \frac{3w_v}{2(1+w_v)} - 3w_v - 9w_v^2 - \frac{3w_v^2}{1+w_v} \left( 1 + \frac{a}{H} \frac{dH}{da} \right) - 3a \left( \frac{1+2w_v}{1+w_v} \right) \frac{dw_v}{da} + \frac{6aw_v}{1+2w_v} \frac{dw_v}{da}$$

$$D(a) = \frac{w_v^2}{a^2 H^2 (1+w_v)}$$

$$P(a) = -3\nu w_v a \frac{d\Delta_v}{da} + 3\nu w_v \Delta_v \left[ -\frac{1}{2} + \frac{9w_v}{2} + \frac{-1 - 4w_v + 2w_v^2}{w_v(1+w_v)(1+2w_v)} a \frac{dw_v}{da} - \frac{k^2(1-w_v)}{3H^2 a^2 (1+w_v)} \right]$$

Lembramos que, como mostrado no capítulo anterior, se a matéria escura viscosa possui uma viscosidade suficiente para acelerar o Universo, então observamos uma considerável supressão do crescimento das estruturas em pequenas escalas.

## 7.3 Resultados do modelo $\Lambda$ vCDM.

### 7.3.1 Resultados para a dinâmica de fundo

Vamos explorar a possibilidade de detectar, a partir dos dados observacionais, desvios do comportamento de fluido perfeito que é associado a matéria escura no cenário padrão. Em outras palavras, verificar se valores  $\tilde{\xi} > 0$  são preferidos pelas observações.

Na figura (7.3.1) trabalhamos com os parâmetros  $\Omega_\Lambda$  e  $\tilde{\xi}$  livres para ambas as escolhas do parâmetro  $\nu$ . Para impor vínculos sobre os parâmetros livres de nosso modelo utilizamos três distintas fontes observacionais: os dados de Supernovas (Constitution) [194]; o parâmetro  $\mathcal{R}$  (de desvio) da radiação cósmica de fundo

$$\mathcal{R} = \sqrt{\Omega_{m0}} \int_0^{z_d} \frac{dz}{H(z)} \quad (7.16)$$

que depende da densidade de matéria  $\Omega_{m0}$  e do desvio para o vermelho do desacoplamento,  $z_s \sim 1090$ . Seu valor observado é  $\mathcal{R} = 1.725 \pm 0.018$  [203]. E ainda, a escala  $\mathcal{A}$ , impressa na distribuição de massa, das oscilações acústicas dos bárions (BAO)

$$\mathcal{A} = \frac{\sqrt{\Omega_{m0}}}{[H(z_b)]^{1/3}} \left[ \frac{1}{z_b} \int_0^{z_b} \frac{dz}{H(z)} \right]^{2/3}, \quad (7.17)$$

onde usamos os recentes dados do projeto WiggleZ Dark Energy Survey [204]. As linhas sólidas na Fig. 7.3.1 são os contornos de  $2\sigma$  obtidos para cada conjunto de dados. As linhas tracejadas (longas) denotam os valores dos parâmetros para os quais a idade do Universo é de  $13Gyrs$  e  $14Gyrs$ . A partir do cruzamento dos contornos a  $2\sigma$  para cada dado observacional obtemos a região cinza que delimita os valores dos parâmetros comuns a todos os dados. Ou seja, temos uma região de concordância. Como esperado, o melhor ajuste ocorre em  $\tilde{\xi} = 0$ . No entanto, é possível estabelecer um limite superior (a  $2\sigma$ ) para a viscosidade da matéria escura  $\tilde{\xi}$ . Para o modelo A (B) esta valor é de  $\tilde{\xi} \lesssim 0.24(0.31)$  como visto nas linhas horizontais tracejadas no painel da esquerda (direita) da Fig.7.3.1.

O melhor ajuste de todos os observáveis converge para o modelo  $\Lambda$ CDM ( $\tilde{\xi} = 0$ ). No entanto, dentro de uma certa confiança estatística, não é descartado que a matéria escura possa admitir uma possível característica dissipativa.

Cabe aqui uma análise sobre o significado do valor  $\tilde{\xi} \sim 0.24$ . Na definição (6.100) a dimensionalidade da viscosidade volumétrica está inserida no parâmetro  $\xi_0$  que foi redefinido em (7.10). O valor  $\tilde{\xi} \sim 0.04$  corresponde a uma viscosidade

$$\xi_0 \sim 1.6 \times 10^9 \text{Pa.s.} \quad (7.18)$$

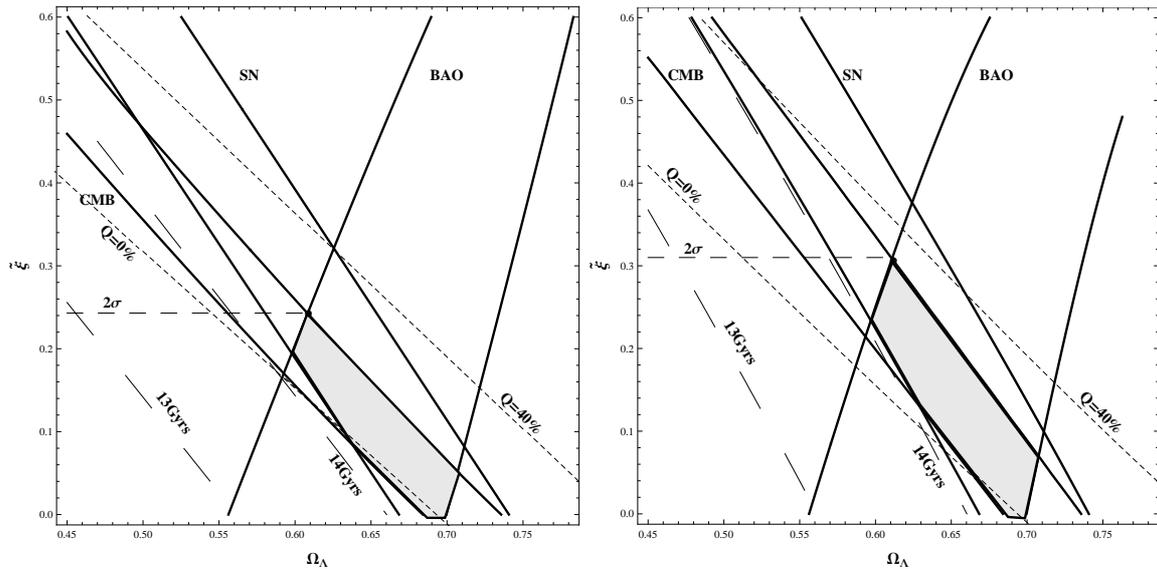


Figura 7.1: Resultados observacionais para o espaço dos parâmetros  $\tilde{\xi} \times \Omega_\Lambda$  para o modelo A (esquerda) e para o modelo B (direita). Linhas sólidas são os contornos de  $2\sigma$  obtidos para cada conjunto de dados. As linhas tracejadas (longas) denotam os valores dos parâmetros para os quais a idade do Universo é de  $13Gyrs$  e  $14Gyrs$ . Linhas tracejadas (curtas) correspondem, da superior para a inferior, às regiões onde  $Q = 0$  e  $Q = 40\%$ . A linha horizontal tracejada delimita a máxima viscosidade permitida a  $2\sigma$ .

Comparado a este valor, fluidos reais possuem um viscosidade volumétrica muito inferior. Por exemplo, água a temperatura ambiente possui um viscosidade volumétrica  $\sim 10^{-3}$  Pa.s [205]. Outras substâncias típicas nos laboratórios podem assumir valores da ordem  $\xi_0 \sim 10^{-4}$  Pa.s [209]. No entanto, a matéria, com suas múltiplas facetas, pode se encontrar sob estados não habituais ao dia-a-dia. Em física de altas energias alguns estados exóticos (super densos, por exemplo) podem apresentar viscosidades de até  $\xi_0 \sim 10^{23}$  Pa.s [207, 208]. O valor encontrado em (7.18) exprime apenas a viscosidade efetiva da matéria escura quando levamos em conta os vínculos cosmológicos. Deixamos demais comentários sobre este resultado para o capítulo final.

Analisamos agora o crescimento dos halos de matéria escura viscosa. Na Fig. 7.3.1 mostramos que os efeitos da viscosidade suprimem o crescimento dos halos bem antes da chegada ao regime não linear, onde nosso formalismo não é mais válido. Nesta figura, assumimos os valores de viscosidade fornecidos pela análise de fundo, quer dizer,  $\tilde{\xi} < 0.24$ . Para ambos os modelos, painéis superiores (inferiores) para o modelo A (B), as estruturas cessam seu crescimento durante a fase dominada pela matéria. A escala  $k = 0.3Mpc^{-1}$  ( $k = 5Mpc^{-1}$ ) é

considerada nos painéis da esquerda (direita). As perturbações no modelo A permanecem estagnadas após um certo período, enquanto que para o modelo B observamos uma forte supressão para  $\Delta_v$ . Se considerarmos escalas galácticas ( $k = 100 Mpc^{-1}$ ) poderemos encontrar algo ainda mais drástico. Estruturas destas escalas desaparecem já no início da era da matéria em  $z \sim 1500$ .

Como os efeitos de supressão observados são muito fortes para as pequenas escalas o modelo  $\Lambda$ vCDM parece sugerir um cenário do tipo superior-inferior (top-down), onde, primeiramente, as maiores estruturas se formam e sua posterior fragmentação dará origem às estruturas menores. No entanto, o cenário hierárquico (bottom-up) parece estar em melhor acordo com as observações. Por isso, a matéria vCDM deve garantir ao menos o surgimento das menores estruturas observadas no regime cosmológico como, por exemplo, galáxias anãs, que compreendem uma escala  $k \sim 10^3 Mpc^{-1}$ . Para garantir o crescimento das estruturas até o início da fase não linear é necessário reduzir a viscosidade por um fator  $10^6$  como visto na Fig.7.3.1

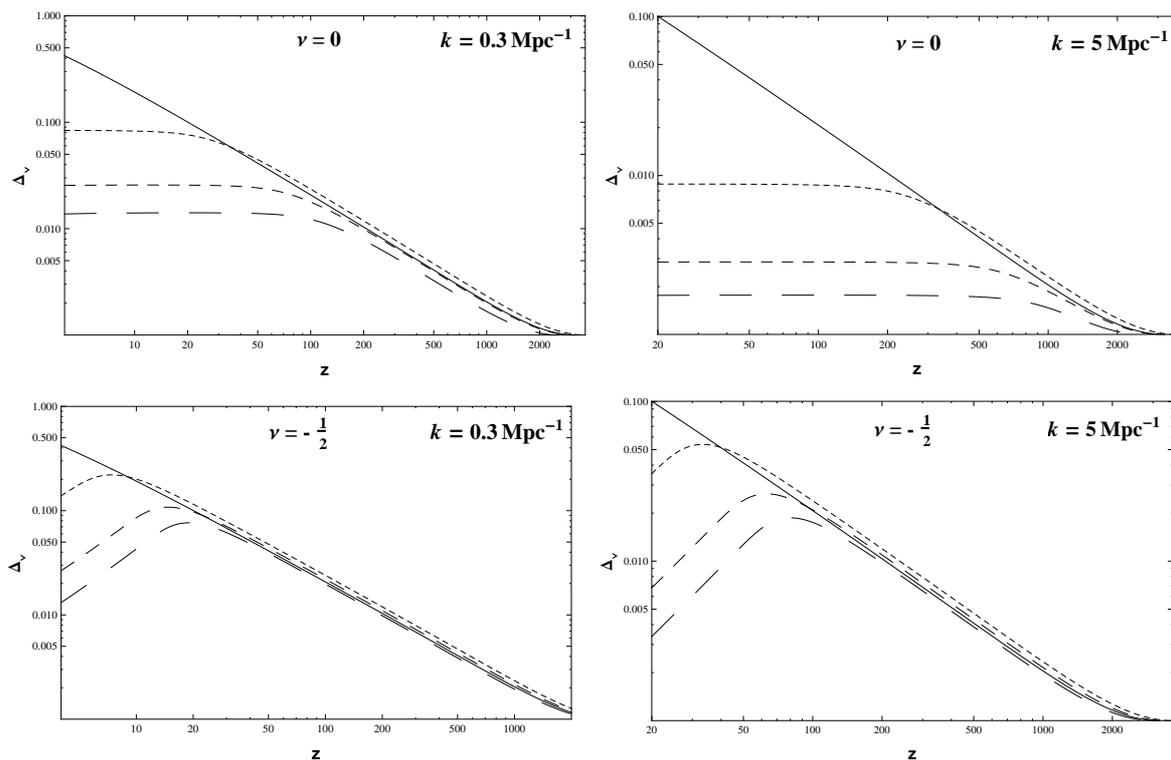


Figura 7.2: Crescimento das estruturas para escalas  $k = 0.3 Mpc^{-1}$  ( $k = 5 Mpc^{-1}$ ) nos painéis da esquerda (direita). As linhas tracejadas correspondem, da superior para a inferior,  $\tilde{\xi} = 0.01, 0.1$  and  $0.2$ .

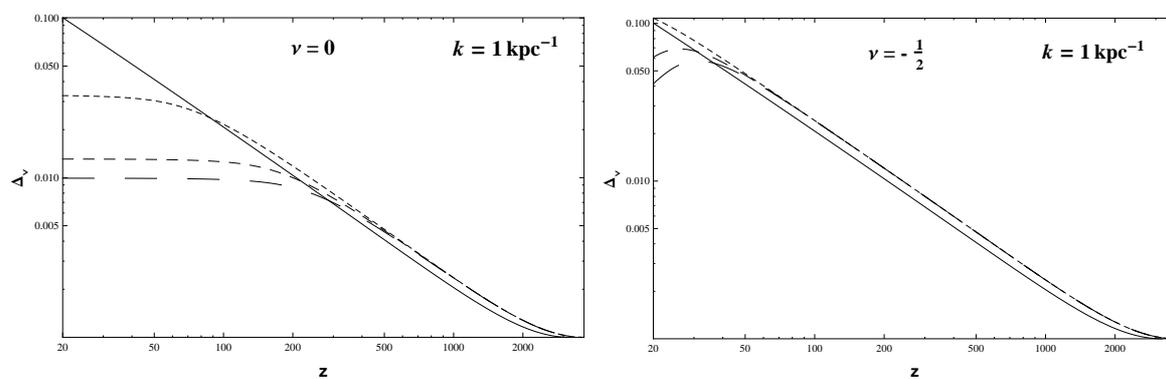


Figura 7.3: Crescimento das estruturas para escalas  $k = 10^3 Mpc^{-1}$  (anãs-brancas). Painél da esquerda (direita) assume o modelo A(B). As linhas tracejadas correspondem, da superior para a inferior,  $\tilde{\xi} = 0.01 \times 10^{-6}$ ,  $0.1 \times 10^{-6}$  and  $0.2 \times 10^{-6}$ .

## Capítulo 8

# Considerações Finais

A filosofia desta tese é trabalhar com propostas alternativas em gravitação e cosmologia. Iniciamos com a uma formulação modificada para a dinâmica Newtoniana (MOND) no contexto de aglomerados de galáxias. O objetivo foi claro: buscar uma explicação alternativa para o fenômeno da matéria escura através de uma modificação na gravitação. Ao final do capítulo 3 ficou claro, somando nossos resultados às diversas evidências sobre a existência da matéria escura, que esta componente é fundamental na composição do meio cósmico. Buscamos uma evolução suave nos objetivos desta tese e passamos a investigar cosmologias alternativas a partir do capítulo 5 onde a matéria escura era responsável pela aceleração cósmica descrita no capítulo 4. Ao assumirmos um modelo de unificação para o setor escuro no capítulo 5, através do gás de Chaplygin, e no capítulo 6, utilizando um fluido com viscosidade volumétrica, buscamos reunir o efeito da matéria e energia escura em apenas uma substância. Essa componente pode, de fato, ser matéria escura mas, neste caso, ela deve possuir um equação de estado exótica. Nasce o conceito de matéria escura unificada. Após investigar algumas características destes modelos de unificação (que discutiremos em detalhes abaixo) chegamos ao capítulo 7 com alguns aprendizados: i) precisamos de matéria escura; ii) a viscosidade volumétrica é uma boa alternativa para a descrição da matéria escura unificada (seção 6.1); iii) viscosidade em excesso (devida a  $\Omega_v \sim 1$ ) cria um série de problemas em nível cosmológico (seções 6.2 e 6.3). Isto culmina na proposta do capítulo 7, o modelo  $\Lambda$ vCDM, onde a matéria escura do modelo padrão ( $\Omega_{dm} \sim 0.25$ ) possui uma característica dissipativa (logo, mais real) e a constante cosmológica é a responsável pela aceleração do Universo.

Vamos dividir as considerações finais segundo os diferentes tópicos tratados nesta tese.

### **Alternativas para a gravitação: MOND**

A dinâmica Newtoniana modificada (MOND) foi a proposta utilizada no capítulo 3 para estudar a dinâmica do aglomerado de galáxias de COMA. Ela possui o parâmetro  $a_0$  (aceleração crítica) que delimita quais corpos são regidos pela dinâmica MOND ( $a < a_0$ ), onde  $F \sim a^2$  ou Newtoniana ( $a > a_0$ ),  $F \sim a$ . O valor da razão massa-luminosidade deste aglomerado, segundo o teorema do virial padrão da teoria Newtoniana, é de  $\Upsilon \sim 180$  (em unidades solares) o que representa uma enorme quantidade de matéria escura no sistema.

Assumimos MOND e reconstruímos o teorema do virial obtendo as expressões (3.69-3.74). Estas relações permitem calcular  $\Upsilon_{MOND} \equiv \Upsilon_{MOND}(a_0)$  a partir do dados observacionais de COMA. A partir dos resultados da tabela (3.1) percebemos que é possível obter valores  $\Upsilon_{MOND} \sim 10$  e até mesmo  $\Upsilon_{MOND} \sim 3$ . No entanto, estes baixos valores para a razão massa-luminosidade são obtidos se  $a_0 \sim 10^{-8}m/s^2$ . No nível galáctico este parâmetro assume o valor  $a_0 \sim 10^{-10}m/s^2$ , duas ordens de magnitude menor. Se fixarmos o valor  $a_0 \sim 10^{-10}m/s^2$  obtemos  $\Upsilon_{MOND} \sim 200$  que é equivalente ao resultado Newtoniano. Portanto, MOND fornece uma descrição satisfatória para o problema da matéria escura apenas se  $a_0$  for um parâmetro dependente de escala. Isto claramente é um ponto fraco do modelo e concorda, de certa forma, com o fato de que MOND possui problemas na escala de aglomerados já conhecidos na literatura [210].

Mesmo no âmbito de formulações covariantes alternativas para a Relatividade Geral, as propostas que tem surgido padecem de certas patologias. Teorias alternativas para a gravitação relativística podem ser interessantes sob o ponto de vista teórico, mas os testes em nível do sistema solar colocam a Relatividade Geral em um patamar elevado nesta comparação. Recentemente a teoria Horava-Lifshitz [211] tem chamado a atenção da comunidade e é uma promissora fonte para futuras investigações.

### **Modelos de unificação do setor escuro: o gás de Chaplygin generalizado e o fluido viscoso**

Exóticas equações de estado, como a do gás de Chaplygin, motivam os modelos de unificação. Elas dão origem, via conservação de energia, a uma densidade de energia que efetivamente se comporta como matéria no passado e evolui para uma constante cosmológica em tempos recentes. A dinâmica cósmica destoa do padrão apenas no período de transição entre os dois regimes.

Buscamos alguns vínculos observacionais sobre a dinâmica de fundo do gás de Chaplygin

generalizado na seção 5.1. Para isso, utilizamos amostras de  $H(z)$  (5.1.1) e observações de explosões de raios gama através do diagrama de Hubble (5.1.2). Constatamos que o cenário de unificação ( $\Omega_c \sim 0.96$ ) é favorecido. No entanto, precisamos atrelar a esta conclusão o prior  $\alpha > 0$ . Caso  $\alpha$  assuma valores negativos o cenário de unificação não é favorecido.

Nosso segundo candidato para o cenário de unificação foi um fluido com viscosidade volumétrica cuja pressão é descrita pela fórmula de Eckart  $p = -3H\xi$ . O modelo de um fluido  $H \sim \rho^{1/2}$  apresentado na seção 6.1 possui a mesma dinâmica de fundo do gás de Chaplygin generalizado. As diferenças na dinâmica de base surgem quando outras componentes  $i$  são incorporadas ao meio cósmico. Então, se  $H \sim (\sum_i \rho_i)^{1/2}$  a equivalência não é mais mantida. Uma excessão a este resultado foi estudado em 6.1.2 onde bárions e um fluido viscoso (com  $\xi = const.$ ) puderam ser descritos por um único gás de Chaplygin com  $\alpha = -1/2$ .

Quando levamos em conta apenas a dinâmica de fundo do Universo não resta dúvidas de que tanto cosmologias baseadas no gás de Chaplygin quanto no fluido viscoso são capazes de descrever os dados observacionais. Dentre todos os possíveis cenários, o de unificação ocorre apenas para uma certa escolha dos priors dos parâmetros do modelo. No entanto, o estudos das perturbações destes dois candidatos a matéria escura unificada revela que apenas o fluido viscoso sobrevive ao teste do espectro de potência.

### **O espectro de potência para os modelos de unificação**

Mesmo antes do início de nossos estudos já era bem conhecido que o espectro de potência do gás de Chaplygin generalizado possui oscilações e divergências não compatíveis com as observações. Na seção 6.1.1 mostramos que esta mesma deficiência não existe para o fluido viscoso. Mesmo na aproximação de um fluido as perturbações do fluido viscoso são bem comportadas e descrevem perfeitamente os dados.

O espectro de potência mede a correlação espacial da distribuição de massa (galáxias) em escalas  $\lambda \sim 100Mpc$ . Os mapas ópticos obtidos, por exemplo, nos projetos 2dFGRS e SDSS refletem a real distribuição de matéria bariônica (mesmo que influenciada por outras componentes) e por isso é necessário calcular o espectro de potência dos bárions (mesmo sendo a menor parte de uma dinâmica com outras componentes). Alguns resultados obtidos nesta análise foram: i) o parâmetro  $\alpha$  deve ser nulo (limite  $\Lambda$ CDM) ou assumir valores extremamente altos. Em particular, existe um pico na distribuição de probabilidade em  $\alpha = 240$ . Este limite extremo do gás de Chaplygin, de certa forma, concorda com o resultado encontrado através do efeito Sachs-Wolfe integrado [125]; ii) quando as frações das densidades de matéria são

tratadas como parâmetros livres da teoria os dados revelam uma preferência por um Universo dominado por matéria sem pressão o que não corrobora a ideia de unificação. Assim, a menos que o cenário de unificação seja imposto desde o começo o gás de Chaplygin encontra sérias dificuldades com os dados do espectro de potência.

Na última seção do quinto capítulo (5.4) mostramos através do espectro de potência que uma popular generalização do gás de Chaplygin generalizado (o gás de Chaplygin Modificado), cuja equação de estado é  $p = B\rho - A/\rho^\alpha$ , se reduz, na verdade ao gás de Chaplygin generalizado. Em outras palavras, o parâmetro  $B$  deve ser identicamente a zero. Mesmo valores  $B \sim \pm 10^{-4}$  são capazes de produzir espectros não compatíveis com os dados observados. Assim, consideramos que o gás de Chaplygin Modificado está descartado.

Quando incluímos uma pequena contribuição bariônica em um Universo dominado pelo fluido viscoso (seção 6.1.2) encontramos uma cosmologia de unificação extremamente viável. No nível da base, a dinâmica efetiva deste modelo, correspondendo a de um gás de Chaplygin generalizado com  $\alpha = -1/2$ , é capaz de descrever perfeitamente os dados. Em primeira ordem, o espectro de potência desta componente bariônica também descreve os dados de  $P(k)$ . Enquanto as perturbações no gás de Chaplygin são adiabáticas, a dinâmica perturbativa do fluido viscoso é intrinsecamente não adiabática. Os principais resultados surgem através da análise estatística deste modelo com os dados do espectro de potência. Em primeiro lugar, contrariamente a estudos anteriores, existe um pico em  $q_0 \sim -0.53$ . Isso corresponde a um Universo acelerado e compatível com as observações de fundo. Outro resultado é que os dados do espectro de potência preferem o cenário de unificação com o fluido viscoso. Este foi exatamente um ponto fraco do modelo com gás de Chaplygin analisado na seção 5.3. Cabe também mencionar que a maneira de conduzir as perturbações em 6.1.2, através do uso das perturbações relativas, é diferente da teoria padrão das perturbações cosmológicas.

### **O efeito Sachs-Wolfe integrado para os modelos de unificação**

Modelos de unificação devem ser capazes de, em escalas cosmológicas, reproduzir tanto a época de formação de estruturas e a presente expansão acelerada do Universo. A primeira exigência parece ser a mais desafiadora para a matéria escura unificada. Em particular, o efeito Sachs-Wolfe integrado (que quantifica a evolução temporal do potencial gravitacional em grandes escalas) parece exigir que  $\alpha = 0$  [109] (para o gás de Chaplygin) e praticamente descarta o fluido viscoso [195]. Nossa tarefa na seção 6.2 foi questionar os resultados de [195]. Tratamos um modelo composto apenas por um fluido com equação de estado  $p_{ef} = p - \xi u_{;i}^i$ .

Desta equação podemos assumir o gás de Chaplygin generalizado ( $p = -A/\rho^\alpha$  e  $\xi = 0$ ) ou o viscoso ( $p = 0$ ). Nossa ideia foi comparar o sinal Sachs-Wolfe integrado dos modelos de unificação com o padrão  $\Lambda$ CDM. Figuras (6.18) e (6.19) mostram os resultados acima mencionados, onde os valores preferidos dos parâmetros, segundo a análise de fundo, são compatíveis com uma amplificação não aceitável do efeito Sachs-Wolfe integrado. No entanto, um ponto chave em nossa análise é a localização dos contornos de confiança estatística. Diferentes amostras podem nos conduzir a diferentes conclusões. Vamos admitir, por exemplo, que o melhor ajuste e os contornos fossem, assim como em [195], ao redor de  $\nu \sim -0.5$  ( $\alpha \sim 0$ ) e não em  $\nu \sim 3$ . Neste caso, a partir das linhas  $Q$  na figura 6.20, mesmo a escolha *ad hoc*  $\Xi = 0$  não seria capaz de conciliar o suposto melhor ajuste com o contorno  $Q = 0$  e portanto o modelo seria mesmo descartado como concluído em [195]. A amostra utilizada em [195] foi a GOLD de SN [212] que faz uso da calibração MLCS2k2 enquanto que a Constitution (aqui utilizada) é calibrada pelo processo SALT1. Esta tensão na estimativas dos parâmetros cosmológicos, a partir de diferentes amostras de SN, é discutida em [213]. Se as futuras amostras fixarem definitivamente vínculos aos modelos de unificação próximos ao modelo  $\Lambda$ CDM, parece claro, a partir de nossa análise, que esta faixa dos parâmetros produz uma grande amplificação do sinal Sachs-Wolfe integrado e o modelos será definitivamente descartado.

### **O efeito Mészáros para os modelos de unificação**

Tratamos também da evolução de escalas abaixo do horizonte durante a época dominada pela matéria. No modelo padrão o crescimento linear destas perturbações dá origem aos halos de matéria escura que hospedarão as estruturas bariônicas como, por exemplo, galáxias. Para os modelos de unificação a primeira diferença nesta análise ocorre na determinação do momento da igualdade entre radiação e matéria. Como mostrado na figura (6.24) os parâmetros preferidos para os modelos de unificação são compatíveis com  $z_{eq}^* > 3000$ . Com isso, perturbações na matéria escura unificada começam a crescer antes do que perturbações no modelo padrão CDM. As perturbações no gás de Chaplygin seguem o mesmo crescimento adiabático que a matéria escura  $\Delta_{gc} \propto a$  até o momento onde a evolução torna-se não linear  $z_{nl}$ . Consequentemente, a única diferença é a amplitude das perturbações que é determinada por  $z_{eq}^*$ . Por outro lado, as perturbações no fluido viscoso seguem a equação tipo Mészáros desenvolvida na seção 6.3. No caso do fluido viscoso a evolução de  $\Delta$  depende da escala e comporta-se de maneira bem diferente da matéria escura. As principal diferença é que em tempos tardios as contribuições não adiabáticas começam a dominar e  $\Delta$  rapidamente decresce. Este

resultado pode ser interpretado como uma evidência complementar de que cosmologias dissipativas baseadas na teoria de Eckart não são potenciais descrições do meio cósmico. No entanto, encontramos novamente que a suposição *ad hoc*  $\delta\xi = 0$  pode aliviar a supressão no crescimento de  $\Delta$ . Neste caso, como as perturbações no fluido viscoso começam a crescer antes do que  $z_{eq} = 3137$  a amplitude resultante (mesmo com uma leve supressão) é compatível com a padrão CDM para escalas  $k = 0.2 - 10^6 Mpc^{-1}$ . De certa forma, o crescimento antes de  $z_{ig}$  compensa a supressão que ocorre tardiamente.

### **A proposta $\Lambda v$ CDM**

A ideia de unificação do setor escuro reduz o número de componentes desconhecidas do Universo. Esta seja, talvez, uma saída elegante para o problema da matéria e energia escuras mas por outro lado demasiado simplista.

Percebemos que uma quantidade  $\Omega \sim 1$  de fluido viscoso (assim como tratado no capítulo 6) entra em claro conflito com as observações do efeito Sachs-Wolfe integrado. Ao propormos um modelo com constante cosmológica  $\Lambda$  e matéria escura viscosa ( $v$ CDM) nossa intenção é associar a viscosidade apenas a quantidade  $\Omega \sim 0.25$ . Ambas componentes contribuem para a aceleração cósmica. Como a quantidade de viscosidade é muito inferior aos modelos do capítulo 6, a dinâmica cósmica permanecerá muito similar ao modelo padrão e temos agora uma componente real (matéria escura dissipativa) ao invés de uma fluido idealizado. Logo, espera-se que alguns requisitos tenham sido alcançados para que este modelo tenha sucesso.

Analizamos no capítulo 7 a dinâmica de fundo do modelo  $\Lambda v$ CDM. A matéria escura viscosa é descrita pela fórmula de Eckart. O coeficiente de viscosidade é da forma  $\xi_0$  (modelo A) ou da forma  $\xi_0 \rho^{-1/2}$  (modelo B). Com a primeira escolha temos uma viscosidade constante enquanto que a escolha  $\nu = -1/2$  garante o comportamento mais próximo ao padrão possível. Temos apenas um parâmetro a mais que o modelo  $\Lambda$ CDM o que mantém esta proposta competitiva segundo critérios de seleção de modelos.

A contribuição de diferentes observáveis (SN, CMB e BAO) permite que a matéria escura tenha uma viscosidade  $\sim 1.6 \times 10^9 \text{Pa.s}$  ( $2\sigma$  de confiança). Este valor é, sem dúvida, alto para fluidos normais mas relativamente baixo para algumas configurações exóticas da matéria que surgem na física de altas energias. Este valor parece ocupar um posição intermediária na faixa dos valores admissíveis para a viscosidade volumétrica e talvez represente uma espécie de média da contribuição viscosa de todos elementos que compõem o Universo. De qualquer forma, este é o valor efetivo que as observações cosmológicas são capazes de impor atual-

mente. Para a análise do efeito Sachs-Wolfe integrado, tal viscosidade condiz com o valor esperado pelo modelo  $\Lambda$ CDM ( $Q=0\%$ ), o que é considerado ideal.

A grande diferença encontrada está no processo de formação dos halos de matéria escura. Como visto ao fim do capítulo 7, a viscosidade permitida pela observações de fundo não origina estruturas na escala galáctica. O modelo  $\Lambda$ vCD sugere fortemente um processo de formação de estruturas do tipo superior-inferior, onde as maiores estruturas se formam e sua posterior fragmentação origina as menores estruturas. Definitivamente, ainda não sabemos qual é o real cenário no qual as estruturas cósmicas se formam. O processo superior-inferior ainda não está descartado pela comunidade. Porém, o processo hierárquico possui um “status” muito superior perante as observações. Sendo assim, mantido o processo hierárquico, o modelo  $\Lambda$ vCDm deve garantir o surgimento, ao menos, das menores estruturas formadas dentro da teoria linear das perturbações. Neste caso, as galáxias anãs ( $1kpc$ ). Encontramos fortes vínculos sobre a viscosidade da matéria escura. Estruturas como galáxias anãs são formadas apenas se  $\sim 1.6 \times 10^3 Pa.s$ .

Por fim, aprendemos que alternativas mais refinadas para o cenário cosmológico, onde efeitos físicos reais e relevantes, devem ser considerados. A dissipação nos fluidos cosmológicos deve ser levada em consideração se quisermos avançar na compreensão no Universo. Os próximos passos devem convergir na busca pela correta descrição da viscosidade cosmológica. Nesta tese, ficamos restritos ao formalismo de Eckart, que é apenas um “ansatz” que carece de uma física microscópica. Portanto, indicamos nesta tese que as investigações sobre a natureza da matéria escura devem incluir o carácter dissipativo das interações partícula-partícula desta desconhecida componente que permeia o Universo. Após todo o estudo feito nesta tese, o modelo  $\Lambda$ vCDM surge como uma simples e real opção para a cosmologia.

## Apêndice A

# Ferramentas para análise

# estatística: $\chi^2$ e estimativa de parâmetros

Neste apêndice mostramos o procedimento padrão envolvido na estimativa de parâmetros cosmológicos.

O modelo  $\Lambda$ CDM plano é o mais simples pois possui apenas 2 parâmetros livres:  $H_0$  e  $\Omega_\Lambda$ . Em alguns modelos cosmológicos tratados nesta tese temos ainda os parâmetros da equação de estado. Utilizamos  $\bar{A}$  e  $\alpha$  para o gás de Chaplygin generalizado, enquanto que o modelo viscoso era escrito em termos de  $\xi$  ( $q_0$  também foi usado) e  $\nu$ . Em algumas situações, o parâmetro de Hubble hoje  $H_0$  e as densidades fracionárias  $\Omega_i$  não foram fixadas. Isto, claramente, aumenta o número de parâmetros livres do modelo tornando a análise mais complexa.

Para desenvolver este apêndice consideremos que o modelo a ser estudado possui um conjunto de  $j$  parâmetros livres  $\{\mathbf{p}\} \equiv \{\mathbf{p}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_j)\}$ , onde  $x_i$  representa um parâmetro livre do modelo. As previsões teóricas de um certo modelo dependem dos valores assumidos pelo conjunto  $\{\mathbf{p}\}$ . Na cosmologia, a dinâmica de fundo é dada apenas pela função  $H = \dot{a}/a$ . Logo,  $H \equiv H(\mathbf{p})$ . Os demais observáveis cosmológicos são derivados a partir de  $H = H(\mathbf{p})$ , como por exemplo, a distância luminosidade  $\mu = \mu(H(\mathbf{p}))$  (4.1), que é utilizada ao construirmos o diagrama de Hubble onde estudamos Supernovas e Gamma-Ray Bursts. Em geral, qualquer observável cosmológico ( $f$ ) é dependente da função  $H(\mathbf{p})$ . O termo  $f^{teo}(H(\mathbf{p}))$  representa a previsão teórica do observável ( $f$ ) com conjunto de parâmetros livres  $\{\mathbf{p}\}$ .

A estimativa do valor dos parâmetros  $\{\mathbf{p}\}$  depende da comparação direta com os valores observados. A ferramenta básica nesta análise é a função

$$\chi^2 \{\mathbf{p}\} = \sum_i^n \left( \frac{f_i^{teo}(H(\mathbf{p})) - f_i^{obs}(H(\mathbf{p}))}{\sigma_i^{obs}} \right)^2, \quad (\text{A.1})$$

onde  $f_i^{obs}$  é o valor observado da quantidade  $f$  para cada observação  $i$  em uma amostra com  $n$  dados. A incerteza associada a cada observação  $i$  é a quantidade  $\sigma_i^{obs}$ . A função  $\chi^2$  é uma quantidade positiva e quanto menor seu valor para um determinado conjunto de valores  $\{\mathbf{p}\}$ , melhor é a descrição da amostra feita pelo modelo. O mínimo absoluto de  $\chi^2 \{\mathbf{p}\}$  é considerado o melhor ajuste (best fit) do modelo.

## A.1 Estimativa de parâmetros

O mínimo absoluto da função  $\chi^2 \{\mathbf{p}\}$  ocorre para um conjunto de parâmetros  $\{\mathbf{p}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_j)\}$ . Diz-se então que os valores  $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_j\}$  são os melhores ajustes do modelo. Esta técnica, no entanto, não permite realizar uma estimativa mais detalhada sobre cada parâmetro  $x_i$ . Para isto, definiremos a função distribuição de probabilidade<sup>1</sup>

$$\mathcal{P}(x_i) = \mathcal{B} e^{-\frac{\chi^2 \{\mathbf{p}\}}{2}}, \quad (\text{A.2})$$

onde  $\mathcal{B}$  é uma constante de normalização. A característica exponencial da função PDF acentua a análise estatística pois confere altas probabilidades em torno do melhor ajuste  $\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_j\}$ , enquanto que  $\mathcal{P} \sim 0$  se os valores dos parâmetros descrevem os dados com baixa precisão.

A estimativa dos parâmetros requer um passo inicial que é a escolha dos *priors*. A princípio, os parâmetros  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_j\}$  podem assumir qualquer valor real  $-\infty < x_i < +\infty$ . No entanto, o conhecimento prévio dos valores fisicamente permitidos para um determinado parâmetro é conhecido como informação *a priori*. Portanto, *a priori*, cada parâmetro está limitado a  $x_i^- < x_i < x_i^+$ . Exemplos disso utilizados em cosmologia são, por exemplo:  $0 < h < 1$  e  $0 < \Omega_i < 1$ .

A estimativa de um único parâmetro  $x_i$  através da função  $\mathcal{P} \{\mathbf{p}\}$  consiste em utilizar a teoria estatística Bayesiana [214]. Através de uma análise Bayesiana, é possível eliminar de maneira independente os parâmetros não desejados e obter para um determinado parâmetro  $x_i$  uma função do tipo

$$\mathcal{P}_i(x_i) = \frac{\int_{x_1^-}^{x_1^+} \dots \int_{x_{i-1}^-}^{x_{i-1}^+} \int_{x_{i+1}^-}^{x_{i+1}^+} \dots \int_{x_j^-}^{x_j^+} \mathcal{P}(\mathbf{p}) dx_1 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_j}{\int_{x_1^-}^{x_1^+} \dots \int_{x_j^-}^{x_j^+} \mathcal{P}(\mathbf{p}) dx_1 \dots dx_j}, \quad (\text{A.3})$$

<sup>1</sup>Em inglês, probability distribution function (PDF). Doravante usaremos esta abreviação.

onde os limites de integração  $x_1^-$  e  $x_1^+$  representam os limites inferior e superior da informação *a priori* do parâmetro  $x_1$ . A função  $\mathcal{P}_i(x_i)$  é a distribuição de probabilidade para o parâmetro  $i$  e seu mínimo não necessariamente é igual ao mínimo  $\bar{x}_i$  obtido ao minimizar a função  $\chi^2(\mathbf{p})$ . O denominador de A.3 é um número real e representa a normalização da função  $\mathcal{P}_i(x_i)$ .

A maximização da função  $\mathcal{P}_i(x_i)$  ocorrerá em um valor  $\underline{x}_i$  que será considerada a melhor estimativa *a posteriori* do parâmetro  $x_i$ . Além disso, é possível ainda obter confidências estatísticas em torno de  $\underline{x}_i$ . Para níveis de confiança tomados a  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  temos,

$$\int_{\underline{x}_i - 1\sigma}^{\underline{x}_i + 1\sigma} \mathcal{P}_i(x_i) dx_i = 68.5\% \quad \int_{\underline{x}_i - 2\sigma}^{\underline{x}_i + 2\sigma} \mathcal{P}_i(x_i) dx_i = 95.5\% \quad \int_{\underline{x}_i - 3\sigma}^{\underline{x}_i + 3\sigma} \mathcal{P}_i(x_i) dx_i = 99.5\%. \quad (\text{A.4})$$

## Apêndice B

# O espectro de potência $P(k)$

O estudo da teoria perturbativa realizada na seção (3.2), indica que as flutuações de densidade do Universo podem ser descritas como ondas planas (processo também chamado de decomposição de Fourier) onde cada onda plana possui um correspondente número de onda  $k$ . Esta representação é bastante útil pois dessa forma as perturbações podem ser consideradas como uma superposição de ondas planas que evoluem independentemente e de acordo com uma equação diferencial de segunda ordem como, por exemplo, a equação (3.17). A evolução destas flutuações obedece, neste caso, ao regime linear da teoria perturbativa. Define-se o contraste da densidade  $\delta = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$ , onde  $\rho_0$  corresponde à densidade média da distribuição de massa do Universo. Esta definição substitui a função densidade  $\rho(x)$  por um parâmetro sem dimensão  $\delta$ , o que facilita a relação entre teoria e observação. No entanto, não faz sentido esperar que a teoria reproduza as propriedades de uma galáxia em particular, localizada em um ponto específico do espaço, ou seja, não se espera que a teoria reproduza o valor exato do contraste da densidade  $\delta(x)$  em um determinado local. Isto porque, para que tal resultado fosse alcançado, seria necessário que os cálculos não-lineares<sup>1</sup> fossem adicionados e além disso, seriam necessárias condições iniciais muito precisas para as equações diferenciais. Dessa forma, para comparar a teoria com os dados observacionais, ao invés de se exigir da teoria perturbativa a determinação exata da distribuição de massa do Universo, pretende-se determinar as propriedades estatísticas médias de sua densidade. Mesmo porque, o conceito de homogeneidade do Universo está muito mais ligado a suas propriedades estatísticas do que ao conceito de termos  $\vec{\nabla}\rho(x) = 0$  em determinadas regiões.

O que a observação nos revela é que a distribuição de massa do Universo segue, basicamente, dois tipos de comportamento. Um, seria aquele observado em pequenas escalas devido

---

<sup>1</sup>Um modo perturbado entra no regime não-linear quando  $\delta \approx 1$

a existência de estruturas que se tornaram não-lineares em algum momento do passado. O outro, corresponde à estrutura em larga escala, caracterizada por modos não-lineares  $\delta \ll 1$ .

Ao longo do século XX, vários tipos de estatísticas foram utilizadas em diferentes aspectos da cosmologia e astrofísica [215]. Destas, o uso da função de correlação demonstrou-se como principal maneira de abordar a questão do processo de formação de estruturas em larga escala. Para entender um pouco melhor a função de correlação, supomos que a probabilidade  $\delta P$  de se encontrar um objeto, seja uma estrela, uma galáxia ou um aglomerado de galáxias, em um elemento de volume  $\delta V$  seja dada por:

$$\delta P = \eta \delta V, \quad (\text{B.1})$$

onde a densidade média de probabilidade  $\eta$  é independente da posição. Nesta definição, o número médio de objetos encontrados dentro de um volume  $V$  do Universo é simplesmente a integral sobre a equação acima:

$$\langle N \rangle = \eta V. \quad (\text{B.2})$$

A partir destes conceitos probabilísticos podemos definir a função de correlação de dois pontos  $\xi(r_{12})$  como uma medida do quanto a presença de um objeto em um elemento de volume  $\delta V_1$  interfere na probabilidade de se encontrar um outro objeto em um elemento de volume  $\delta V_2$  separados por uma distância  $r_{12}$ . Com isso, a probabilidade de se encontrar um objeto em  $\delta V_1$  e outro em  $\delta V_2$  é fornecida por:

$$\delta P = \eta^2 \delta V_1 \delta V_2 [1 + \xi(r_{12})]. \quad (\text{B.3})$$

O termo  $\eta^2$  aparece elevado ao quadrado nesta equação afim de fazê-la sem dimensão. Assim, pode-se dizer que a função de correlação caracteriza a interferência existente entre objetos vizinhos no valor da probabilidade  $\delta P$ . Quando consideramos esta ligação entre os vizinhos, a probabilidade de se encontrar um objeto em um determinado volume (B.1) passa a ser escrita como:

$$\delta P = \eta \delta V [1 + \xi(r)]. \quad (\text{B.4})$$

Da relação acima, podemos perceber que se  $\xi(r) = 0$  a probabilidade de se encontrar um objeto em  $\delta V$  não depende da existência de outros objetos. Desta definição, o número médio de vizinhos dentro de uma distância  $r$  a partir de um objeto é a integral da equação anterior:

$$\langle N \rangle = \frac{4}{3} \pi r^3 \eta + \eta \int_0^r \xi(r) dV. \quad (\text{B.5})$$

Segundo a equação acima, podemos interpretar a função de correlação  $\xi$ , como uma medida direta da capacidade de aglomeração de estruturas em torno de um ponto. A partir das

definições acima podemos discutir melhor a relação entre o espectro teórico e os dados observacionais. De fato, observamos as concentrações de objetos em um dado volume do Universo, ou seja, a função de correlação.

A função de correlação pode ser relacionada diretamente com as flutuações de massa na forma [215]:

$$\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \langle |\delta_k|^2 \rangle e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}. \quad (\text{B.6})$$

Na tentativa de construir uma relação direta entre observação ( $\xi(r)$ ) e a teoria ( $\delta_n$ ) é preciso desenvolver uma ligação entre elas. O primeiro passo na tentativa de se realizar um tratamento estatístico para as perturbações é discretizar o Universo, ou seja, dividi-lo em volumes (células) independentes, onde a densidade de massa do Universo possua características estatísticas idênticas em cada volume. No entanto, a medida que estas células evoluem a interação gravitacional mútua existente não permite que estes volumes evoluam de maneira independente. Dessa forma, trabalhar no espaço das posições não seria apropriado a fim de se manter a independência de cada célula. Surge então uma justificativa para a utilização de outra abordagem para as perturbações da densidade. Este tratamento consiste em identificar cada perturbação como uma superposição de ondas planas. É necessário utilizar o espaço de Fourier (ou espaço recíproco), de forma que, cada onda plana está associada a um número de onda  $k$  que evolui independentemente enquanto ainda permanece no regime linear. Podemos desta forma, escrever o contraste da densidade como:

$$\delta(x) = \sum_n \delta_k \exp(i\vec{k}\cdot\vec{x}) = \sum_n \delta_k^* \exp(-i\vec{k}\cdot\vec{x}). \quad (\text{B.7})$$

Acima, os coeficientes de Fourier  $\delta_k$  são quantidades complexas que podem ser calculados através da expressão:

$$\delta_k = \frac{1}{V_j} \int_{V_j} \delta(x) \exp(-i\vec{k}\cdot\vec{x}) dx. \quad (\text{B.8})$$

Na expressão acima  $V_j$  é o volume de cada célula representada no espaço de Fourier. Isto nos possibilita calcular todos os coeficientes  $\delta_k$  de forma a conhecer completamente  $\delta(x)$ .

Como estamos interessados nas propriedades estatísticas de  $\delta(x)$ , temos que, por definição, o valor médio de  $\delta(x)$  é zero,  $\langle \delta \rangle = 0$  [215]. No entanto, a sua variância, não é:

$$\sigma^2 = \langle \delta^2 \rangle = \sum_n \langle |\delta_k|^2 \rangle = \frac{1}{V_j} \sum_n \delta_k^2. \quad (\text{B.9})$$

Se tomarmos o limite  $V_j \rightarrow \infty$ , a variância pode ser escrita como [215]:

$$\sigma^2 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \delta_k^2 d^3k = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \delta_k^2 4\pi k^2 dk = \int_0^\infty \Delta_k^2 d(\ln k), \quad (\text{B.10})$$

onde

$$\Delta_k^2 = \frac{k^3}{2\pi^2} P(k). \quad (\text{B.11})$$

$P(k)$  é identificado como o espectro de potência da perturbação e  $\Delta_k^2$  é a contribuição para a variância de cada intervalo logarítmico de  $k$ . A função  $P(k)$  é exatamente o que nos permite comparar teoria e observação, já que, como os modos perturbados evoluem dentro do regime linear, a forma da função  $P(k)$  não é modificada neste período, enquanto que somente as amplitudes da perturbação  $\delta_n$  é que variam neste intervalo [215].

A forma primordial do espectro de potência é fixada pelas condições iniciais do modelo que discutiremos em seguida. O resultado final para o espectro de potência é devido à funções transferência  $T(n)$  e à função crescimento  $D(\Omega)$  que levam em conta o crescimento das amplitudes referentes a cada modo perturbado. Deixaremos para discutir a utilização destas funções na construção do espectro final de potência no próximo apêndice.

## Apêndice C

# Cálculo das condições iniciais do espectro de potência $P(k)$

O espectro de potência  $P(k) = |\delta_k|^2$  da atual, calculado em  $z = 0$ , distribuição de matéria do Universo foi muito utilizado nesta tese. Trata-se de um observável que, a princípio, pode ser usado para testar a dinâmica perturbativa de qualquer modelo cosmológico. O cálculo padrão de tal espectro envolve, primeiramente, o conhecimento prévio do espectro de potência primordial que emerge após o período inflacionário  $P^i(k)$ . Assumimos que as perturbações de massa emergem do período inflacionário, após serem amplificadas do nível quântico para o macroscópico, com um espectro do tipo

$$P^i(k) \sim k^n. \quad (\text{C.1})$$

O parâmetro  $n$  pode, a princípio, assumir qualquer valor. Preferencialmente, adota-se  $n = 1$ , que dá origem ao espectro invariante de escala de Harrison-Zeldovich [216, 217].

Ao analisarmos o cálculo das flutuações de temperatura na radiação cósmica de fundo, obtemos as relações

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T(\theta, \phi) - T_0}{T_0} = \sum_l \sum_m a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi); \quad C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_m a_{lm} a_{lm}^* = \langle |a_{lm}|^2 \rangle. \quad (\text{C.2})$$

Temos então que os coeficientes  $C_l$  fornecem uma completa descrição estatística das flutuações de temperatura. Assumindo C.1, pode-se demonstrar que esses coeficientes obedecem a

$$C_l = 2^{n-4} \pi^2 A \frac{\Gamma(3-n) \Gamma(l + \frac{n-1}{2})}{\Gamma^2(\frac{4-n}{2}) \Gamma(l + \frac{5-n}{2})}, \quad (\text{C.3})$$

onde a amplitude  $A$  é determinada a partir da radiação cósmica de fundo e  $\Gamma$  representa a

função Gamma. Utilizando a propriedade  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$  obtemos para  $n = 1$ ,

$$C_l = \frac{8\pi A}{l(l+1)}. \quad (\text{C.4})$$

A partir deste resultado, espera-se que a quantidade  $C_l l(l+1)$  seja independente do multipolo  $l$  (equivalentemente, independente da escala). Por esse motivo, o espectro primordial da forma  $P^i(k) \sim k$  é conhecido por espectro invariante de escala de Harrison-Zeldovich ( $P^{hz}(k)$ ), que foram os primeiros a obter tal solução.

De posse do espectro primordial, o espectro hoje  $P(k, z = 0)$  é calculado através de

$$P(k, z = 0) = \mathcal{A} \times P^{hz}(k) \times T^2(k) \times D^2(z). \quad (\text{C.5})$$

A constante de normalização  $\mathcal{A}$  pode ser fixada através do espectro da radiação cósmica de fundo. Seu valor é dado por

$$\mathcal{A} = (2l_H)^4 \frac{6\pi^2 Q_{rms}^2}{5 T_0^2}, \quad (\text{C.6})$$

com  $l_H \equiv H_0^{-1} \cong 3000h^{-1}Mpc$  e  $T_0 = 2.725 \pm 0.001K$ . O termo de quadrupolo é  $Q_{rms} = 18\mu K$ . A função de crescimento  $D$  é proporcional ao contraste da densidade e no cenário padrão da matéria escura fria é dada por  $D(z) \propto a \propto t^{2/3}$ . A função transferência  $T(k)$  descreve como a forma do espectro inicial é modificado por diferentes processos físicos ocorridos desde o início da fase radiativa ( $z \gg 3000$ ) até o fim da fase dominada pela matéria. A expressão analítica que melhor descreve modelos com matéria escura fria é dada pela função BBKS [218].

$$T(k) = \frac{\ln(1 + 2.34q)}{2.34q} [1 + 3.89q + (16.1q)^2 + (5.46q)^4 + (6.71q)^4]^{-1/4}. \quad (\text{C.7})$$

Na última expressão, a função  $q \equiv q(k)$  é dada em termos do parâmetro de forma de Sugiyama  $\Gamma^*$ ,

$$q \equiv q(k) = \frac{k}{(h\Gamma^*)Mpc^{-1}} \quad \Gamma^* = \Omega_{m0} h e^{-\Omega_{b0} - (\Omega_{b0}/\Omega_{m0})}. \quad (\text{C.8})$$

O conjunto de equações descritas até aqui são suficientes para determinar o espectro hoje ( $P(k, z = 0)$ ). A partir dessa quantidade descreveremos os próximos passos utilizados na fixação das condições iniciais dos espectros obtidos em diferentes modelos.

A evolução das perturbações cosmológicas no calibre sincrono é fornecida pelo conjunto de equações [219]:

$$\delta'_i + 3(c_{s,i}^2 - w_i) \frac{a'}{a} \delta_i = -(1 + w_i) \left( kv_i + \frac{h'_L}{2} \right) - 3w_i \frac{a'}{a} S_i. \quad (\text{C.9})$$

$$v'_i + (1 - 3c_{s,i}^2) \frac{a'}{a} v_i = \frac{c_{s,i}^2}{1 + w_i} k \delta_i + \frac{w_i}{1 + w_i} k S_i \quad (\text{C.10})$$

$$h''_L + \frac{a'}{a} h'_L = - \sum (1 + 3c_{s,i}^2) 8\pi G \rho_i a^2 \delta_i - 24\pi G a^2 \sum p_i S_i, \quad (\text{C.11})$$

onde as funções  $\delta_i, v_i$  e  $S_i$  são, respectivamente, o contraste da densidade, a perturbação escalar da velocidade e a perturbação de entropia de cada componente  $i$  do sistema,  $a$  é o fator de escala,  $h_L$  é o traço das perturbações métricas e  $k$  é o número de onda. O símbolo  $'$  denota derivada com relação ao tempo conforme  $(\eta)$ . Além disso,  $c_{s_i}^2 = p'_i/\rho'_i$  e  $w_i = p_i/\rho_i$  são, respectivamente, a velocidade adiabática do som e o parâmetro da equação de estado.

Nosso ponto de partida será assumir este conjunto de equações para o modelo  $\Lambda$ CDM, que consiste de matéria escura ( $\delta_m$ ), em um fundo dado por matéria escura e constante cosmológica  $\Lambda$ . Utilizamos o espectro de potência hoje, já conhecido através de C.5, como condição inicial para este sistema de equações. Resolveremos as equações acima afim de encontrar o valor do contraste para o modelo  $\Lambda$ CDM,  $\delta_m^\Lambda(z_i)$ , em um ponto remoto no passado ( $z \gg 1$ ), digamos  $z_i$ .

Todos os modelos alternativos que foram testados nesta tese, a saber, o Chaplygin e o Viscoso, possuem, em nível das equações de base, comportamento similar ao  $\Lambda$ CDM no passado. A principal diferença ocorre na transição da fase material para a acelerada. No caso das perturbações, é válido para os modelos aqui estudados que os estágios iniciais de formação de estruturas deve ser sempre o mesmo. As diferenças entre diferentes modelos surgirão apenas como fruto de diferentes evoluções. Assim, é necessário determinar qual o instante inicial onde podemos igualar diferentes cosmologias. Nossa escolha será  $z_i = 1000$ . Este valor encontra-se após o desacoplamento dos bárions, assim, independentemente do modelo adotado, a matéria bariônica está livre para se aglomerar segundo a dinâmica do modelo adotado. Além disso, o período  $0 < z < z_i = 1000$  compreende grande parte da fase da matéria onde as estruturas devem se formar. Isto garante que existe tempo suficiente para que diferentes modelos perturbativos possam manifestar suas características próprias na evolução de  $\delta$  e, com isso, produzir diferentes espectros finais em  $z = 0$ .

O passo final será resolver as equações perturbadas que foram obtidas em cada capítulo, ora para o gás de Chaplygin, ora para o modelo Viscoso. Para cada conjunto de equações perturbadas  $j$  desta tese suas condições iniciais serão fixadas com respeito ao modelo  $\Lambda$ CDM. Assim, sempre será válido como condição inicial

$$P^j(k, z_i) = |\delta_m^j(z_i)|^2 = P^\Lambda(k, z_i) = |\delta_m^\Lambda(z_i)|^2. \quad (\text{C.12})$$

## Apêndice D

# Lista de Publicações em Revistas com Árbitro

- H.E.S. Velten, “MOND: uma alternativa à Mecânica Newtoniana”, Revista Brasileira de Ensino de Física (Online), **v. 30**, 3314 (2008).
  - H.E.S. Velten e R.V.Sampaio, “Orbitas Fechadas e o Potencial Harmônico de Manev”, Revista Brasileira de Ensino de Física (Online), **v. 31**, 1301 (2009).
  - J.C Fabris e H.E.S. Velten, “MOND virial theorem applied to a galaxy cluster”, Brazilian Journal of Physics, **39**, 592 (2009).
  - R.C. Freitas, S.V.B. Goncalves e H.E.S. Velten, “Constraints on the Generalized Chaplygin Gas Model from Gamma-Ray Bursts”, Phys.Lett. B **703**, 209 (2011).
  - J.C. Fabris, P.L.C. de Oliveira e H.E.S. Velten, “Constraints on unified models for dark matter and dark energy using  $H(z)$ ”, Eur.Phys.J. **C71**, 1773 (2011).
  - J.C. Fabris, S.V.B. Goncalves, H.E.S. Velten e W. Zimdahl, “Matter Power Spectrum for the Generalized Chaplygin Gas Model: The Newtonian Approach”, Phys.Rev.D**78**, 103523, (2008).
  - J.C. Fabris, H.E.S. Velten e W. Zimdahl, “Matter Power Spectrum for the Generalized Chaplygin Gas Model: The relativistic Case”, Phys.Rev.D**81**, 087303, (2010).
  - J.C. Fabris, C. Ogouyandjou, J. Tossa e H.E.S. Velten, “Ruling out the Modified Chaplygin Gas Cosmologies”, Phys.Lett.B **694**, 289 (2011).
  - W.S. Hipolito-Ricaldi, H.E.S. Velten e W. Zimdahl, “Non-adiabatic dark fluid cosmology”, JCAP **0906**, 016 (2009).
  - W.S. Hipolito-Ricaldi, H.E.S. Velten e W. Zimdahl, “Viscous dark fluid universe”, Phys.Rev.D

**82**, 063507 (2010).

- Hermano Velten e Dominik Schwarz, “Constraints on dissipative unified dark matter”, JCAP **1109**, 016 (2011).

# Bibliografia

- [1] E.J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, *Int.J.Mod.Phys.D***15**, 1753 (2006).
- [2] P. J. E. Peebles, Bharat Ratra, *Rev.Mod.Phys.* **75**, 559 (2003).
- [3] S. Sarkar, *Gen. Relativ. Gravit.* **40**, 269 (2008).
- [4] R. Durrer and R. Maartens, *Gen. Relativ. Gravit.* **40**, 301 (2008).
- [5] Steven Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley & Sons (1972).
- [6] John A. Peacock, *Cosmological Physics*, Cambridge University Press (1999).
- [7] V. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge University Press (2005).
- [8] P. Peter and J-P. Uzan, *Primordial Cosmology*, Oxford University Press (2009).
- [9] E. P. Hubble, *Publ. Natu. Acad. Sci.* **15**, 168, (1929).
- [10] A. A. Penzias and R. R. Wilson, *Astrophys. J.* **142**, 419, (1965).
- [11] G. Gamow, *Phys. Rev.* **70**, 572 (1946); *Phys. Rev.* **74**, 505, (1948).
- [12] A. R. Sandage, *Astrophysical Journal* 127 **3** 513-526 (1958)
- [13] W. L. Freedman et al., *Astrophys. J.* **553**, 47 (2001).
- [14] A. G. Riess et al., *Astrophys. J.*, **627**, 579 (2005)
- [15] Veja por exemplo: <http://lambda.gsfc.nasa.gov/>
- [16] Matt Roos, arxiv: 1001.0316v2.
- [17] Bertone G., Hooper D. and Silk J., *Phys. Rept.* **405**, 279-390 (2005).
- [18] D. Sciama, *Modern Cosmology and the Dark Matter Problem*, Cambridge University Press (1993).

- [19] J. H. Oort, Bull. Astron. Inst. Netherlands, **6**, 249 (1932).
- [20] S. M. Kent e J. E. Gunn, The Astronomical Journal **87**, 7 (1982)
- [21] L. L. Cowie et al, ApJ **317**, 593C (1987)
- [22] Anatoly Klypin, Hong-Sheng Zhao, Rachel S. Somerville Astrophys.J.**573** 597-613 (2002).
- [23] C. De Boni e G. Bertin, The relative concentration of visible and dark matter in clusters of galaxies, arXiv:0805.0494[astro-ph] (2008); C. Flynn e al., Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **372**, 1149 (2006).
- [24] J. Binney e S. Tremaine, *Galactic Dynamics* (Princeton University Press, New Jersey, 1987).
- [25] <http://www.astro.rug.nl/onderwys/sterIIproject98/louise/index.html>
- [26] J. K. Aldelman-McCarthy et al. Astrop. Journal Suppl. **162**, 38-48 (2005).
- [27] E. A. Milne, *Quart. J. Math.* **5**, 64 (1934).
- [28] E. A. Milne, W. H. McCrea, *Quart. J. Math.***5**, 73 (1934).
- [29] T. Padmanabhan, *Structure Formation in the Universe*, Cambridge university Press (1993).
- [30] W. H. McCrea, Proc. R. Soc. London **206**, 562 (1951).
- [31] E. R. Harrison, Ann. Phys (N.Y.) **35**, 437, (1965).
- [32] R. K. Sacks e A. M. Wolfe, *Astr. J.* **147**, 73, (1965).
- [33] J. A. S. Lima, V. Zanchin e R. Brandenberg, Mon.Not.Roy.Astron.Soc. **291** L1-L4 (1997).
- [34] T. Padmanabhan, Gen. Relativ. Gravit. **40**, 529 (2008).
- [35] E. M. Lifshitz, J. Phys. (Moscou) 10, 116 (1946).
- [36] H. Mo, F. van den Bosch e S. White, *Galaxy Formation and Evolution*, Cambridge university Press (2010).
- [37] P. Mészáros, A&A, **37**, 225 (1974).
- [38] [www.mpa-garching.mpg.de/millennium](http://www.mpa-garching.mpg.de/millennium)
- [39] V. Springel et al., The Aquarius Project: the subhalos of galactic halos, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **391** 1685 (2008)

- [40] D.J. Eisenstein et al., *Ap.J.* **633**, 560 (2005).
- [41] S. Dodelson, L.M. Widrow, *Phys. Rev. Lett.*, **72** 17 (1994).
- [42] K. Abazajian, G.M. Fuller, M. Patel, *Phys. Rev. D* **64** 023 501 (2001).
- [43] X.D. Shi, G.M. Fuller, *Phys. Rev. Lett.* **82** 2832 (1999).
- [44] G. Jungman, M. Kamionkowski, K. Griest, *Phys. Rep.* **267** 195 (1996).
- [45] T. Falk, K.A. Olive, M. Srednicki, *Phys. Lett. B* **339** 248 (1994).
- [46] J.L. Feng, A. Rajaraman, F. Takayama, *Phys. Rev. Lett.* **91** 011 302 (2003).
- [47] R.H. Cyburt, J.R. Ellis, B.D. Fields, K.A. Olive, *Phys. Rev. D* **67** 103 521 (2003).
- [48] T. Goto, M. Yamaguchi, *Phys. Lett. B* **276** 103 (1992); S.A. Bonometto, F. Gabbiani, A. Masiero, *Phys. Rev. D* **49** 3918 (1994).
- [49] L. Covi, H.B. Kim, J.E. Kim, L. Roszkowski, *JHEP* 0105 033 (2001); E.J. Chun, H.B. Kim, D.H. Lyth, *Phys. Rev. D* **62** 125 001 (2000).
- [50] B.W. Lee, S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **39** 165 (1977); Gianfranco Bertone, *Nature* **468** 389-393 (2010); Partha Konar, Kyoungchul Kong, Konstantin T. Matchev, Maxim Perelstein, *New J.Phys.* **11** 105004 (2009).
- [51] S. Chang, C. Coriano, A.E. Faraggi, *Nucl. Phys. B* **477** 65 (1996); D.J. Chung, E.W. Kolb, A. Riotto, *Phys. Rev. D* **59** 023 501 (1999).
- [52] P. Blasi, R. Dick, E.W. Kolb, *Astropart. Phys.* **18** 57 (2002).
- [53] O. Adriani et al. [PAMELA Collaboration], *Nature* **458** 607-609 [arXiv:0810.4995 [astro-ph]] (2009).
- [54] A. A. Abdo et al., *Phys. Rev. Lett.* **104**, 091302 [arXiv:1001.4836 [astro-ph.HE]]. (2010)
- [55] F. Halzen and D. Hooper, *New J. Phys.* **11** 105019 (2009).
- [56] S. Profumo and P. Ullio, in *Particle Dark Matter: Observations, Models and Searches*, ed. G. Bertone, p. 547-564, Cambridge University Press (2010); S. Ando and E. Komatsu, *Phys. Rev. D* **73** 023521 (2006).
- [57] R. Bernabei et al. [DAMA Collaboration], *Eur. Phys. J. C* **56** 333-355 [arXiv:0804.2741 [astro-ph]]. (2008); N. Fornengo, in *Particle Dark Matter: Observations, Models and Searches*, ed. G. Bertone, p. 383-391, Cambridge University Press (2010).

- [58] C. E. Aalseth et al. [CoGeNT collaboration], arXiv:1002.4703 [astro-ph.CO] (2010).
- [59] E. Aprile et al. [XENON100 Collaboration], arXiv:1005.0380 [astro-ph.CO] (2010).
- [60] Z. Ahmed et al. [The CDMS-II Collaboration and CDMS-II Collaboration], arXiv:0912.3592 [astro-ph.CO] (2009).
- [61] H.E.S. Velten, “MOND: uma alternativa à Mecânica Newtoniana”, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 3314 (2008)
- [62] J.C Fabris e H.E.S. Velten, “MOND virial theorem applied to a galaxy cluster”, *Brazilian Journal of Physics*, **39**, 592 (2009)
- [63] Paulo Moniz, *Quantum Cosmology, the supersymmetric perspective* vol.1 e vol.2, Springer (2010).
- [64] J. B. Marion e S. Thornton, *Classical Dynamics of Particles and Systems* (Saunders College Publishing, Virginia, 2004).
- [65] M. Milgrom, *Astrophys. J.* **270**, 365 (1983); *Astrophys. J.* **270**, 371 (1983); *Astrophys. J.* **270**, 384 (1983).
- [66] Stacy S. McGaugh, *Physical Review Letters* **106** 121303 (2011); G. Gentile, B. Famaey, W. J. G. de Blok, *Astron.Astrophys.* **527** A76 (2011); C. Nipoti, P. Londrillo e L. Ciotti, *MNRAS* **381** L104 (2007).
- [67] D. Xu et al., *Astrophys. J.* **682**, 711 (2008); Mu-Chen Chiu, Chung-Ming Ko, Yong Tian, HongSheng Zhao *PRD* **83** 063523 (2011).
- [68] J. D. Bekenstein, *Physical Review D* **70**, 083509 (2004).
- [69] S. Dodelson e M. Liguori, *Phys.Rev.Lett.* **97**, 231301 (2006).
- [70] J. Fabris e J. P. Campos *Gen.Rel.Grav.* **41** 93-104 (2009).
- [71] M. Milgrom, *New Astron.Rev.* **46**, 741-753 (2002).
- [72] R. H. Sanders e E. Noordermeer, *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **379**, 702 (2007).
- [73] M. Milgrom e R. H. Sanders, arXiv:astro-ph/*Astrophys. J. Lett.* **658**, L17 (2007).
- [74] K. S. Oliveira Filho e M. F. Oliveira Saraiva, *Astronomia & Astrofísica* (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2004).

- [75] V. C. Rubin, N. Thonnard e W. K. Ford, Jr., *Astro-phys. J.* **225**, L107 (1978).
- [76] J. R. Brownstein and J. W. Moffat, *Month. Not. R. Astron. Soc.* **367**, 527-540 (2006);  
G.W. Angus, B. Famaey and D.A. Buote, *Month. Not. R. Astron. Soc.* **387**, 1470 (2008).
- [77] F. Zwicky, *Astrophys. J.* **86**, 217 (1937).
- [78] D. W. Sciama, *Proc.R.Soc.Lond.* **A 394**, 1. (1984); A. Del Popolo, *Astronomy Reports*, **51**,  
3, (2007); S. Fiorucci, *arXiv:astro-ph/0406285* (2004).
- [79] Maiores informações podem ser encontradas na página oficial do LHC:  
[www.cern.ch/LHC/](http://www.cern.ch/LHC/).
- [80] J. R. Brownstein and J. W. Moffat, *Month. Not. R. Astron. Soc.* **367**, 527-540 (2006);  
G.W. Angus, B. Famaey and D.A. Buote, *Month. Not. R. Astron. Soc.* **387**, 1470 (2008).
- [81] K. I. Kellermann, *Nature* **361**, 134 (1993).
- [82] A.G. Riess et al., *Astron. J.* **116**, 1009 (1998)
- [83] S. Perlmutter et al., *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999).
- [84] A. D. Miller et al, *Astrophys. J.* **524**, 1 (1999); P. de Bernardis et al, *Nature*, **404**, 955  
(2000); S. Hanany et al., *Astrophys. J.* **545**, L5 (2000).
- [85] M. Seikel e D. Schwarz, *JCAP* 0802, 007 (2008).
- [86] F.R. Klinkhamer, G.E. Volovik, *JETP Lett.* **91**, 259 (2010).
- [87] A. Fuzfa, J.-M. Alimi, *astro-ph/0611284*; J.A.S. Lima et al., *astro-ph/0611007*; A. Das,  
et al., *gr-qc/0610097*; J.C. Fabris et al., *gr-qc/0609017*; R. Gannouji et al., *astro-*  
*ph/0606287*; C. J. Gao et al., *astro-ph/0605682*; J. Grande et al., *gr-qc/0604057*;  
S. Nojiri, S.D. Odintsov. *hep-th/0601213*; *hep-th/0606025*; G. Panotopoulos, *astro-*  
*ph/0606249*; S. Carneiro et al., *astro-ph/0605607*; V. B. Johri, P.K. Rath, *astro-*  
*ph/0603786*; M. Wang. *hep-th/0601189*; H. Wei et al., *Phys.Rev. D* **72**, 123507 (2005);  
S. Capozziello, *21astro-ph/0508350*; D. Polarski, A. Ranquet, *Phys.Lett. B* 627, 1 (2005);  
A. A. Andrianov et al., *Phys.Rev. D* **72**, 043531 (2005); H. Stefancic, *astro-ph/0504518*;  
J.Sola, H.Stefancic, *Mod.Phys.Lett. A***21** (2006) 479; *Phys.Lett. B*624 (2005) 147; M. Sah-  
len et al., *astro-ph/0506696*; Zhuo-Yi Huang et al., *astro-ph/0511745*; Z. K. Guo, N.  
Ohta and Y. Z. Zhang, *astro-ph/0505253*; S. Nojiri, S. D. Odintsov, *hep-th/0506212*;  
*hep-th/0408170*; W. Godlowski et al., *Ap.J.* **605**, 599 (2004); *astro-ph/0604327*; V.

- F. Cardone et al., Phys.Rev. **D69**, (2004), 083517; I.P. Neupane, Class.Quant.Grav. **21**, 4383 (2004); M.C. Bento et al., astro-ph/0407239; A. DeBenedictis et al., gr-qc/0402047; M. Axenides and K.Dimopoulos, hep-ph/0401238; M. D. Maia et al., astro-ph/0403072; J. S. Alcaniz, astro-ph/0312424; Xin-Zhou Li et al., Int.J.Mod.Phys. **A18**, 5921 (2003); P. J. Steinhardt, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A **361**, 2497 (2003); S. Sen and T. R. Seshadri, Int. J. Mod. Phys. D **12**, 445 (2003); P. F. Gonzalez-Diaz, Phys. Lett. B **562**, 1 (2003)
- [88] T. Padmanabhan, Phys. Rev. **D66**, 021301 (2002), [hep-th/0204150]; T. Padmanabhan and T. R. Choudhury, Phys. Rev. **D66**, 081301 (2002) [hep-th/0205055]; J. S. Bagla, et al., Phys. Rev. D **67**, 063504 (2003).
- [89] R. de Putter, Eric V. Linder, arXiv:0705.0400; M.S. Movahed et al.,astro-ph/0701339; Hui Li et al., astro-ph/0601007; L. P. Chimento and A. Feinstein, Mod. Phys. Lett. A **19**, 761 (2004); R. J. Scherrer, Phys. Rev. Lett. **93** 011301 (2004); P. F. Gonzalez-Diaz,hep-th/0408225; L. P. Chimento, Phys.Rev. **D69**, 123517, (2004); O.Bertolami, astro-ph/0403310; R.Lazkoz, gr-qc/0410019; J.S. Alcaniz, J.A.S. Lima, astro-ph/0308465; M. Malquarti et al., Phys. Rev. **D67**, 123503 (2003).
- [90] Y. Shao et al., gr-qc/0703112; V. Zamarias, hep-th/0610063; J. Ren et al., astro-ph/0610266; W. Fang et al., hep-th/0606033; G. Calcagni, Andrew R. Liddle, astro-ph/0606003; A.A. Sen, gr-qc/0604050; H. Singh, hep-th/0608032; hep-th/0505012; A. Das et al., Phys.Rev. **D72**, 043528 (2005); I.Ya. Arefeva et al., astro-ph/0505605; astro-ph/0410443; J. M. Aguirregabiria and R. Lazkoz, hep-th/0402190; C. Kim et al., hep-th/0404242; R. Herrera et al.,astro-ph/0404086; A. Ghodsi and A.E.Mosaffa,hep-th/0408015; D.J. Liu and X.Z.Li, astro-ph/0402063; V. Gorini et al., Phys.Rev. D **69** 123512 (2004); M. Sami et al., Pramana **62**, 765 (2004); D.A. Steer, Phys.Rev. **D70**, 043527 (2004); L.Raul W. Abramo, F. Finelli, Phys.Lett. B **575**, 165 (2003); L. Frederic, A. W. Peet, JHEP **0304**, 048 (2003); M. Sami, Mod.Phys.Lett. A **18**, 691 (2003); C. J. Kim et al., Phys. Lett. B **552**, 111 (2003); G. Shiu and I. Wasserman, Phys. Lett. B **541**, 6 (2002); D. Choudhury et al., Phys. Lett. B **544**, 231 (2002); A. V. Frolov, et al., Phys. Lett. B **545**, 8 (2002); G. W. Gibbons, Phys. Lett. B **537**, 1 (2002).
- [91] M. Chevallier e D. Polarski, IJMPD **10**, 123 (2001)
- [92] E. V. Linder, PRL **90**, 091301 (2003)
- [93] H. K. Jassal, J. S. Bagla e T. Padmanabhan, MNRAS L11 356 (2005).

- [94] C. Wetterich PLB **594**, 17 (2004).
- [95] Shinji Tsujikawa, Lect. Notes Phys. **800**, 99 (2010).
- [96] S. Capozziello, IJMPD 11, 483 (2002); S. Capozziello, V. F. Cardone, S. Carloni e A. Troisi, IJMPD **12**, 1969 (2003)
- [97] C. Brans e R. H. Dicke, PRL **124**, 925 (1961).
- [98] G. Dvali, G. Gabadadze e M. Porrati, PLB **485**, 208 (2000).
- [99] C. Deffafyet, G. Esposito-Farese e A. Vikman, PRD **79** 084003 (2009); C. Deffafyet, S. Deser e G. Esposito-Farese, PRD **80** 084003 (2009).
- [100] S. Nojiri, S. D. Odintsov e M. Sasaki, PRD **71** 123509 (2005); S. Nojiri e S. Odintsov, PLB **631**, 1 (2005).
- [101] G. Bengochea e R. Ferraro, PRD **79**, 124019 (2009).
- [102] I. Prigogine et al, GRC **21**, 767 (1989); M. Calvão, J. A. S. Lima e I. Waga, PLA **162**, 223 (1992); J. A. S. Lima, F. E. Silva e R. C. Santos, Class. Quant. Grav. **25**, 205006 (2008); J. A. S. Lima, J. F. Jesus e F. A. Oliveira, JCAP **11**, 027 (2010).
- [103] W. Zimdahl, D. Pavón e L. P. Chimento, PLB **521**, 133 (2001); W. Zimdahl e D. Pavón, Gen. Rel. Grav. **35**, 413 (2003); L. P Chimento, A. S. Jakubi, D. Pavón e Winfried Zimdahl, PRD **67** 083513 (2003).
- [104] S. Chaplygin, Sci. Mem. Moscow Univ. Math **21**, 1, (1904).
- [105] A. Kamenshchik, U. Moschella e V. Pasquier. PLB **511**, 265-268 (2001).
- [106] H.-S. Tsien, J. Aeron. Sci. **6** 399 (1939); T. von Karman, J. Aeron. Sci. **8** 337 (1941); D. Bazeia, R. Jackiw, Ann. Phys. (NY) **270** 246 (1998); D. Bazeia, Phys. Rev. **D59** 085007 (1999); R. Jackiw, A.P. Polychronakos, Commun. Math. Phys. **207** 107 (1999); M. Bordemann, J. Hoppe, Phys. Lett. B **317** 315 (1993); R. Jackiw, A.P. Polychronakos, Phys. Rev. **D62** 085019 (2000).
- [107] M.C. Bento, O. Bertolami and A.A. Sen, Phys. Rev. **D66**, 043507 (2002).
- [108] R. Colistete Jr, J. C. Fabris, S.V.B. Gonçalves and P.E. de Souza, Int. J. Mod. Phys. **D13**, 669 (2004); R. Colistete Jr., J. C. Fabris and S.V.B. Gonçalves, Int. J. Mod. Phys. **D14**, 775 (2005); R. Colistete Jr. and J. C. Fabris, Class. Quant. Grav. **22**, 2813 (2005);

- R. Colistete Jr. and R. Giotri, *BETOCS using the 157 gold SNe Ia Data : Hubble is not humble*, arXiv:astro-ph/0610916.
- [109] L. Amendola, F. Finelli, C. Burigana and D. Carturan, JCAP, **07**, 005 (2003).
- [110] Puxun Wu e1 Hongwei Yu, ApJ, **658**, 663 (2007)
- [111] T. Giannantonio and A. Melchiorri, Classical and Quantum Gravity, **23**, 12 (2006)
- [112] M. C. Bento, O. Bertolami and A. A. Sen, Phys. Rev. **D 70**, 083519 (2004); N. Bilic, R. J. Lindebaum, G. B. Tupper and Raoul D. Viollier, JCAP **0411**, 008 (2004); J. C. Fabris, S. V. B. Gonçalves and R. de Sá Ribeiro, Gen. Rel. Grav. **36**, 211 (2004).
- [113] P. T. Silva and O. Bertolami, Astrophys. J. **599**, 829 (2003).
- [114] J. V. Cunha, J. S. Alcaniz and J. A. S. Lima, Phys. Rev. **D 69**, 083501 (2004).
- [115] J. S. Alcaniz, D. Jain and A. Dev, Phys. Rev. **D 67**, 043514 (2003).
- [116] S. del Campo and J. Villanueva, IJMPD **18**, 2007 (2009); Ch-G. Park, Jai-chan Hwang, J. Park and H. Noh, Phys.Rev.D **810**, 063532 (2010).
- [117] R. Jimenez e A. Loeb, Astrop. J. **573**, 37 (2002).
- [118] J. Simon, L. Verde and R. Jimenez, Phys. Rev. **D71**, 123001 (2005).
- [119] D. Stern, R. Jimenez, L. Verde, M. Kamionkowski and S.A. Stanford, JCAP. **1002**, 8 (2010).
- [120] R. Jimenez, L. Verde, T. Treu, and D. Stern. ApJ **593**, 622 (2003).
- [121] E. Gaztañaga, A. Cabré e L. Hui, MNRAS, 399, 1663 (2009).
- [122] T-J. Zhang, C. Ma and T. Lan, Adv. in Astron. **2010**, 184284 (2010).
- [123] Cong Ma e T-J. Zhang, Astrop. J. 730, 74 (2011).
- [124] E. E. O. Ishida e R. S. de Souza, A&A, **527**, A49 (2011).
- [125] O. Piattella, JCAP **1003**, 012 (2010).
- [126] R.K. Sachs and A.M. Wolfe, Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background, Astrophys. J. **147**, 73 (1967).
- [127] D. Q. Lamb and D. E. Reichart, Proceed. Rome Workshop on Gamma-ray Bursts in the Afterglow Era [arXiv:astro-ph/0108099]; V. Bromm and A. Loeb, Apj 575, 11 (2002).

- [128] R. W. Klebesadel, I. B. Strong and R. A. Olson, *Ap. J. Lett.* **182**, L85 (1973).
- [129] C. A. Meegan *et al.*, *Nature* **355**, 143 (1992); E. Costa *et al.*, *Nature* **387**, 783 (1997).
- [130] Z. G. Dai, E. W. Liang and D. Xu, *Astrophys. J.* **612**, L101 (2004), [arXiv:astro-ph/0407497]; D. Xu, Z. G. Dai and E. W. Liang, *Astrophys. J.* **633**, 603 (2005).
- [131] B. Schaefer *et. al.*, *Astrophys. J.* **598**, 102 (2003); C. Firmani, G. Ghisellini, G. Ghirlanda and V. Avila-Reese, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **360**, L1 (2005); B. E. Schaefer, *Astrophys. J.* **660**, 16 (2007); L. Amati *et. al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **391**, 577 (2008).
- [132] C. Firmani, G. Ghisellini, G. Ghirlanda and V. Avila-Reese, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **360**, L1 (2005).
- [133] Vahe Petrosian, Aurelien Bouvier, Felix Ryde, [arXiv:0909.5051].
- [134] N. Liang, W. K. Xiao, Y. Liu and S. N. Zhang, *Astrophys. J.* **685**, 354 (2008).
- [135] N. Liang, P. Wu and Z. H. Zhu, (2010) [arXiv:1006.1105v1]
- [136] S. Capozziello and L. Izzo, *Astron. Astrophys.* **490**, 31 (2008); L. Izzo, S. Capozziello, G. Covone and M. Capaccioli, *Astron. Astrophys.* **508**, 63 (2009); V.F. Cardone, S. Capozziello and M.G. Dainotti, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **400**, **775** (2009); N. Liang, P. Wu, S. N. Zhang, *Phys. Rev. D* **81**, 083518 (2010); H. Wei, *JCAP* **1008**, 020 (2010); M. Demianski, E. Piedipalumbo and C. Rubano, (2010)[arXiv:1010.0855v1].
- [137] V. Gorini, A. Y. Kamenshchik, U. Moschella, O. F. Piattella and A. A. Starobinsky, *JCAP* **02**, 016 (2008).
- [138] L. Brillouin, *Wave Propagation and Group Velocity*, 1960 (Academic Press).
- [139] Verkhodanov, O. V., Parijskij, Yu. N. and Starobinsky, A. A., *Bull. Spec. Astrophys. obs.*, **58**, 5-15 (2005); Arp, H., *Astrophys J.* **571**, 615-618 (2002).
- [140] J.C. Fabris, S.V.B. Goncalves, P.E. de Souza, *Gen.Rel.Grav.* **34**, 53 (2002).
- [141] J. C. Fabris, S.V.B. Goncalves, P.E. de Souza, *Gen.Rel.Grav.* **34**, 2111 (2002).
- [142] H. Sandvik, M. Tegmark, M. Zaldarriaga and I. Waga, *Phys. Rev.* **D69**, 123524 (2004).
- [143] L.M.G. Beça, P.P. Avelino, J.P.M. de Carvalho and C.J.A.P. Martins, *Phys. Rev.* **D67**, 101301 (2003).

- [144] J.C. Fabris, S.V.B. Goncalves, H.E.S. Velten, W. Zimdahl, “Matter Power Spectrum for the Generalized Chaplygin Gas Model: The Newtonian Approach”, *Phys.Rev.***D78**, 103523 (2008).
- [145] J.C. Fabris, H.E.S. Velten and W. Zimdahl, “Matter Power Spectrum for the Generalized Chaplygin Gas Model: The relativistic Case”, *Phys.Rev.***D81**, 087303 (2010).
- [146] R.R.R. Reis, *Phys.Rev.***D67** 087301 (2003); Erratum *ibid* **D68** 089901 (2003)
- [147] S. Cole et al., *Month. Not. R. Astron. Soc.* **362**, 505 (2005).
- [148] M. Tegmark et al., *Phys. Rev.* **D69**, 103501 (2004).
- [149] S. Cole, A.G. Sanchez and S. Wilkins, *The galaxy power spectrum: 2dFGRS-SDSS tension?*, astro-ph/0611178.
- [150] J.C. Fabris, S.V.B. Gonçalves e R. de Sá Ribeiro, *Gen.Rel.Grav.***36** 211 (2004).
- [151] P.P. Avelino, L.M.G. Beca, J.P.M. de Carvalho e C.J.A.P. Martins, *JCAP* **0309** 002 (2003).
- [152] J.C. Fabris, C. Ogouyandjou, J. Tossa, H.E.S. Velten, “Ruling out the Modified Chaplygin Gas Cosmologies”, *Phys.Lett.B* **694**, 289 (2011).
- [153] Y. Wu, S. Li, J. Lu and X. Yang, *Mod. Phys. Lett.* **A22**, 783 (2007).
- [154] J. He, Y-B. Wu and F-H. Fu, *Chin. Phys. Lett.* **25**, 347 (1978).
- [155] M.L. Bedran, V. Soares and M.E. Araujo, *Phys. Lett.* **B659**, 462 (2008)
- [156] J. Lu, L. Xu, J. Li, B. Chang, Y. Gui and H. Liu *Phys. Lett.* **B662**, 87 (2008).
- [157] D-J. Liu and X-Z. Li, *Chinese Phys. Lett.* **22**, 1600 (2005).
- [158] U. Debnath and S. Chakraborty, *Int. J. Theor. Phys.* **47**, 2663 (2008).
- [159] S. Costa, M. Ujevic and A.F. dos Santos, *Gen. Rel. Grav.* **40** 1683 (2008).
- [160] R.R.R. Reis, I. Waga, M.O. Calvão e S.E. Joràs, *Phys. Rev.* **D68**, 061302 (2003).
- [161] L. Amendola, I. Waga and F. Finelli, *JCAP* **0511**, 009 (2005).
- [162] J.K. Erickson, R.R. Caldwell, P.J. Steinhardt, C. Armendariz-Picon and V. Mukhanov, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 1121301 (2002).
- [163] S. DeDeo, R.R. Caldwell and P.J. Steinhardt, *Phys. Rev.* **D67**, 103509 (2003).

- [164] R. Bean and O. Doré, Phys. Rev. D **69**, 083503 (2004).
- [165] J. Weller and A.M. Lewis, Mon.Not.Roy.Astron.Soc. **346**, 987 (2003).
- [166] L.R. Abramo, F. Finelli and T.S. Pereira, Phys.Rev. D **70**, 063517 (2004).
- [167] G. L. Murphy, Phys. Rev. D **8**, 4231 (1973).
- [168] Ya. B. Zel'dovich, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **12**, 443 (1970) [JETP Lett. **12**, 307 (1970)].
- [169] J.D. Barrow, Phys. Lett. B **180**, 335 (1986); Nucl. Phys. B **310**, 743 (1988); String-Driven Inflation in *The Formation and Evolution of Cosmic Strings* ed. by G.W. Gibbons, S.W. Hawking and T Vachaspati, Cambridge University Press, Cambridge, 1990, pp 449-462.
- [170] R. Maartens, Class. Quantum Grav. **12**, 1455 (1995).
- [171] W. Zimdahl, Phys. Rev. D **53**, 5483 (1996).
- [172] R. Maartens 1997 Causal Thermodynamics in Relativity in *Proceedings of the Hannover Conference on Relativity and Thermodynamics* ed S D Maharaj, University of Natal, Durban pp 10 - 44. (astro-ph/9609119).
- [173] W. Zimdahl, Phys. Rev. D **61**, 083511 (2000).
- [174] W. Zimdahl, D.J. Schwarz, A.B. Balakin, and D. Pavón, Phys. Rev. D **64**, 063501 (2001).
- [175] A.B. Balakin, D. Pavón, D.J. Schwarz, and W. Zimdahl, NJP **5**, 85.1 (2003).
- [176] T. Padmanabhan and S. M. Chitre, Phys. Lett. A **120**, 433 (1987).
- [177] T. Koivisto and D.F. Mota, Phys. Rev. D **73**, 083502 (2006).
- [178] D.F. Mota, J.R. Kristiansen, T. Koivisto and N.E. Groeneboom, Mon.Not.Roy.Astron.Soc. **382**, 793 (2007).
- [179] L. Landau and E. Lifshitz, *Fluid Mechanics* (Reading, MA: Addison Wesley) (1958).
- [180] C. Eckart, Phys. Rev. **D58**, 919 (1940).
- [181] I. Muller, Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nuclei **198**, 4, 329 (1967).
- [182] W. Israel, Annals Phys. **100**, 310 (1976).
- [183] W. Israel and J. Stewart, Annals Phys. **118**, 341 (1979).

- [184] D. Pavón, D. Jou, and J. Casas Vázquez, *Ann. Inst. Henri Poincaré (A) Phys. theor* **36**, 179 (1982).
- [185] W. Hiscock and L. Lindblom, *Annals Phys.* **151** 466 (1983).
- [186] V. Belinskii, E. Nikomarov, and I. Khalatnikov, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* **50** 213 (1979).
- [187] Jian-Huang She, *JCAP* **0702**, 021 (2007).
- [188] W.S. Hipolito-Ricaldi, H.E.S. Velten and W. Zimdahl, “Non-adiabatic dark fluid cosmology”, *JCAP* 0906:016 (2009)
- [189] W.S. Hipolito-Ricaldi, H.E.S. Velten and W. Zimdahl, “Viscous dark fluid universe” *Phys.Rev.D* 82,063507 (2010)
- [190] J.C. Fabris, S.V.B. Gonçalves and R. de Sá Ribeiro, *Gen. Rel. Grav.* **38**, 495 (2006).
- [191] R. Colistete Jr., J.C. Fabris, J. Tossa and W. Zimdahl, *Phys. Rev.* **D76**, 103516 (2007).
- [192] M. Szydlowski and O. Hrycyna, *Ann.Phys.* **322**, 2745 (2007).
- [193] W. Zimdahl, *Int. J. Mod. Phys. D (IJMPD)* **17**, 651 (2008).
- [194] M. Hicken *et al.*, *Astrophys. J.* **700**, 1097 (2009).
- [195] B. Li and J.D. Barrow, *Phys. Rev.* **D79**, 103521 (2009).
- [196] J.B. Dent, S. Dutta and T.J. Weiler, *Phys. Rev.* **D79** 023501 (2009).
- [197] D. J. Schwarz, *Landoldt-Bornstein: Particle Cosmology in Elementary Particles: Physics and Methods* (Ed. H Schopper) 2009.
- [198] Daniele Bertacca and Nicola Bartolo, *JCAP* **11**, 026 (2007).
- [199] Seokcheon Lee and Kin-Wang Ng, *Phys. Lett.* **B688**, 1 (2010); Christian G. Boehmer and Gabriela Caldera-Cabral, arXiv:1008.2852; S. Dodelson, *Modern Cosmology* (Academic Press, San Diego, 2002); P. Meszaros, *Astrophys. J.* **238**, 781 (1980).
- [200] Antonio De Felice, Shinji Mukohyama, and Shinji Tsujikawa, *Phys.Rev.D***82** 023524 (2010); Shinji Tsujikawa, *Phys.Rev.D***76** 023514 (2007); Seokcheon Lee, *Mod.Phys.Lett.A* **23**, 1388 (2008).
- [201] Anne M. Grenn, Stefan Hofmann and Dominik J. Schwarz, *JCAP* **08** 003 (2005).

- [202] Malcolm Longair, *Galaxy Formation*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (1998, 2008)
- [203] E. Komatsu et al., *Astrophys. J. Suppl.* **192**, 18 (2011).
- [204] Chris Black et al, arXiv:1108.2635.
- [205] M. J. Holmes, N. G. Parker e M. J. Povey, *Journal of Physics: Conference Series* **269**, 012011 (2001).
- [206] R. Maartens and V. Mendez, *Phys. Rev.* **D55**, 1937 (1997).
- [207] Xinyang Wang, Igor A. Shovkovy, *PRD* **82**, 085007 (2010).
- [208] Mark G. Alford, Simin Mahmoodifar e Kai Schwenzer, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **37** 125202 (2010)
- [209] G. A. Fernandez, J. Vrabec e H. Hasse, *Fluid Equilibria*, **221**, 157 (2004).
- [210] Anthony Aguirre, Joop Schaye e Eliot Quataert, *Astrophys.J.* **561** 550 (2001).
- [211] P. Horava, *Phys. Rev. D***79**, 084008 (2009) (motivado por E.M. Lifshitz, *Zh. Eksp. Toer. Fiz.* **11**, 255; 269 (1941)).
- [212] A. G. Riess et al., *Astrophys. J.* **607**, 665 (2004).
- [213] Hao Wei, *Phys.Lett.B* **687** 286 (2010); Miao Li, Xiao-Dong Li e Shuang Wang arXiv:0910.0717.
- [214] Phil Gregory, *Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences*, Cambridge University Press (2005).
- [215] P. J. E. Peebles, *The Large-Scale Structure of Universe*, Princeton, (1980).
- [216] E. R. Harrison, *Phys. Rev. D* **1**, 2726 (1970).
- [217] Y. Zeldovich, *MNRAS* **160**, 1p-3p (1972).
- [218] J.M. Bardeen, J.R. Bond, N. Kaiser and A.S. Szalay, *Astrophys. J.* **304**, 15 (1986); J. Martin, A. Riazuelo and M. Sakellariadou, *Phys. Rev.* **D61**, 083518 (2000).
- [219] H. Kodama, M. Sasaki, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **78**, 1 (1984).