UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CENTRO DE EDUCAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

CÁTIA APARECIDA PALMEIRA

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO E A INCLUSÃO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

VITÓRIA

2012

CÁTIA APARECIDA PALMEIRA

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO E A INCLUSÃO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação, na linha de Educação e Linguagens, sublinha de Linguagem Matemática, vinculada ao campo científico de Educação Matemática.

Orientadora: Professora Doutora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.

VITÓRIA

2012

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)

(Biblioteca Central da Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

Palmeira, Cátia Aparecida, 1968-

P172e Educação matemática e a inclusão de alunos com deficiência visual / Cátia Aparecida Palmeira. – 2012.

191 f. : il.

Orientadora: Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Ensino médio. 3. Análise de interação em educação. 4. Solução de problemas. I. Santos-Wagner, Vânia Maria Pereira dos. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Educação. III. Título.

CDU: 37

À minha filha Rafaella Palmeira Marinho, presente de Deus.

Aos meus pais Maria das Graças Viana e Antonio Cerciano Palmeira, que me deram a vida e me amam incondicionalmente.

AGRADECIMENTOS

Ao Senhor Deus, por ter me livrado do vale das sombras da morte, porque tinha planos grandiosos para minha vida que se confirmam através da realização de mais este sonho.

À minha querida orientadora professora Doutora Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner, pelo carinho e cuidado que tratou a mim e a minha filha, e pelo apoio nos vários momentos de desânimo e dificuldades que enfrentamos em busca de realizar este sonho. Pela sabedoria e inteligência com que conduziu meus estudos, sabendo lidar com minhas qualidades e defeitos com generosidade. Por ter se tornado parte de nossas vidas e de nossa felicidade.

À professora Doutora Claudia Segadas Vianna, por aceitar tão prontamente nosso convite e se dispor a apreciar nosso trabalho.

Ao professor Doutor Rogério Drago, pelo carinho e pelas preciosas orientações que muito nos ajudaram na condução de nosso trabalho.

À professora Doutora Jussara Albernaz, por aceitar carinhosamente nosso convite.

Ao Professor Doutor Antonio Henrique Pinto, pela atenção e por aceitar tão prontamente nosso convite para apreciar e colaborar com nosso trabalho.

À amiga Roberta D'angela Menduni Bortolloti, minha grande incentivadora que me fez acreditar na possibilidade de realizar este sonho.

À amiga Helen Castro Almeida Leite, que chamo carinhosamente de "minha madrinha do mestrado", pelo apoio e por estar sempre presente nas horas mais urgentes.

Aos queridos colegas do Grupo de Estudos GEEM-ES, em especial **Alexsandra Lucia M. Senna da Silva, Daniel Moreira dos Santos, Thaís Leal da C. Silva, Sandra A. Fraga da Silva e Bernadete V. S. Hoffman,** que me ajudaram e me acompanharam quando eu estava no "olho do furação".

Aos professores, colegas do mestrado e funcionários do PPGE/UFES, pela convivência harmoniosa, pelo carinho e pela ajuda mútua nos momentos de aprendizagem.

Aos colegas de trabalho da área administrativa de minha escola estadual, pela atenção e colaboração no fornecimento de informações necessárias para complementação de nosso trabalho.

À minha querida amiga e pedagoga Rose Matos Lopes, por me ouvir e com sua sabedoria e experiência ter proporcionado importantes reflexões sobre meu trabalho e minha vida.

Aos meus queridos alunos da turma de pesquisa, pelo carinho e por participarem com entusiasmo de todas as atividades propostas durante a realização desse trabalho.

A todos os amigos e colegas que conviveram comigo durante todo o processo de realização deste trabalho, pela amizade e paciência.

RESUMO

Trabalho de mestrado, com foco em educação matemática, vincula-se ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo. Nosso estudo ocorreu em 2011, em uma escola estadual do município de Vitória, ES. Nossa pesquisa de cunho qualitativo investiga as possibilidades de aprendizagens em matemática, em uma turma de 3º ano de ensino médio regular que também tem alunos com deficiência visual. Procuramos responder à pergunta: Que possibilidades de aprendizagem matemática ocorrem em uma turma de 3º ano de ensino médio, com quatro alunos com deficiência visual quando se incorpora uma prática de resolução e elaboração de problemas e incentiva-se interação entre os alunos? Nós usamos ideias de Vygotsky para analisar interações no processo de aprendizagem. As perspectivas de Polya, Santos e Santos-Wagner nos orientaram para interpretarmos a aprendizagem matemática dos alunos em situações de resolução e formulação de problemas. Desenvolvemos atividades matemáticas de equações do 1º e 2º graus, sistemas lineares, trigonometria e probabilidade, a partir de questões de Pitombeira (2008). Coletamos dados por meio de questionários, tarefas matemáticas e oficinas. Na análise dessas tarefas dos estudantes, encontramos indícios de mudanças nos hábitos de estudos deles fora da escola. Percebemos o desenvolvimento de autonomia estudantil ao buscarem novas aprendizagens matemáticas e estratégias para resolver e elaborar problemas. Identificamos maior interação entre professora/aluno e entre os alunos com deficiência visual com os demais. Nosso trabalho mostrou que é possível incluir todos os jovens estudantes de ensino médio no processo de aprendizagem matemática. Esperamos que este trabalho inspire outros professores em desenvolver práticas pedagógicas que procurem garantir participação e aprendizagem de todos os alunos de suas turmas. Sonhamos também que professores sejam inspirados por esta pesquisa a considerar peculiaridades, particularidades e habilidades de todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Matemática – ensino médio; interação; inclusão; resolução e elaboração de problemas.

ABSTRACT

This master work with focus in mathematics education is linked with the Graduate Education Program at Center of Education at Federal University of Espírito Santo. Our study took place in 2011 in a state public school from the city of Vitoria, ES. Our research of qualitative nature investigates the possibilities of mathematics learning in a regular 3rd year secondary class having also students with visual deficiency. We have tried to answer the question: What possibilities of mathematics learning do happen in a 3rd year class of secondary school that has 4 students with visual deficiency when it incorporates a practice of solving and posing problems and incentives interaction among students? We have used Vygotsky's ideas to analyze interactions in the learning process. The perspectives from Polya, Santos and Santos-Wagner have guided us to interpret students' mathematics learning in tasks of problem solving and problem posing. We have developed mathematics activities from equations from 1st and 2nd grade, linear systems, trigonometry and probabilities based on the questions proposed by Pitombeira (2008). We have collected data through questionnaires, mathematics tasks and workshops. In the analysis from these students' tasks we have found evidences of changes in their studies habits outside school. We have noticed the development of student autonomy by searching new mathematics learning and strategies to solve and pose problems. We have also identified major interaction between teacher/students and among students with visual deficiency and the others. Our work has showed that it is possible to include all the youth students of secondary school in the process of mathematics learning. We do hope that this work offers inspiration to other teachers to develop pedagogical practices that try to assure participation and learning of all students in their classes. We also dream that teachers will be inspired by this research to consider peculiarities, particularities and skills of all the involved in the process of mathematics teaching and learning.

Keywords: Mathematics – secondary school; interaction; inclusion; problem solving and problem posing.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

> Primeiro, é preciso sonhar, depois acreditar, acreditar muito no sonho que sonhar... (Edmar Henrique Rabelo)[1]

Em minha[2] experiência de mais de dez anos como professora de matemática de ensino médio, pude verificar que este trabalho se constitui em um grande desafio para qualquer professor. Trabalhar com adolescentes já é desafiador e, desde 2008, parece que o desafio ainda se ampliou ao lecionar matemática em turmas regulares, tendo alunos com deficiência visual[3]. Considero este desafio de ensinar ainda maior, porque a disciplina de matemática já carrega o estigma de ser uma matéria difícil para os alunos de forma geral.

As recordações mais importantes que tenho de minha infância e da matemática começam vencendo um desafio. Quando tinha nove anos de idade, por motivos de trabalho de meu pai, mudamos-nos de uma cidade da região do vale do aço, em Minas Gerais, para a região metropolitana de Belo Horizonte. Nesse novo local, eu iniciaria o ano letivo na 3ª série do ensino primário, atualmente, 4º ano do ensino fundamental I.

Nos primeiros dias de aula, uma das atividades era "tomar a tabuada", ou seja, a professora perguntava o produto de dois números de 1 a 9, e o aluno deveria dar o resultado imediatamente. Não estava preparada para aquele tipo de tarefa. Fiquei ainda mais apreensiva, quando os colegas disseram que, naquela escola, os alunos da 2ª série não passavam de ano sem saber a tabuada de 1 a 9. Foi muito angustiante para mim, pois minha escola anterior não tinha o mesmo rigor, e eu não sabia de cor a tabuada toda. Quando chegou minha vez de responder à professora, ela me chamou e eu me levantei com o lápis na mão, na expectativa de poder

---

[1] Esta epígrafe foi retirada da contracapa de RABELO, E. H. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. 3. ed. rev. ampl. Petrópolis: Vozes, 2002.

[2] Informamos aos leitores que redigimos esse primeiro capítulo na primeira pessoa do singular, pois aqui relatamos as experiências da professora pesquisadora iniciante, do segundo capítulo em diante utilizamos a primeira pessoa do plural.

[3] Nesse texto, quando utilizamos o termo "deficiência visual" consideramos a baixa visão e/ou cegueira total.

utilizá-lo. Porém, fui advertida pela professora e ainda sofri a gozação dos colegas. Não consegui acertar os valores; como castigo, eu fiquei sem recreio. No final da aula recebi duas folhas de papel em branco, que deveriam ser preenchidas frente e verso, com a tabuada em letra bem pequena e entregue no dia seguinte. Fiquei até tarde da noite realizando minha atividade, meus dedos ficaram duros de tanto escrever, mas consegui concluir e entregar dentro do prazo. Não sei se foi a escrita da tabuada ou minha vontade de decorar para não passar vergonha, enfim, nas arguições seguintes, não errei nenhuma. Recuperei minha autoconfiança, que estava bastante abalada por essa experiência inicial. Durante o ano, comecei a me destacar como a melhor aluna de matemática. Resolvia todos os problemas e era muito elogiada pela professora "Valdete", que se tornou minha incentivadora. Afinal foi ela quem inspirou meu gosto pela matemática.

Quando reflito sobre minha relação com a matemática enquanto aluna, percebo que essa matéria que sempre me encantou estava relacionada aos desafios apresentados pelos cálculos e, também, ao formalismo e às regras que nunca tive dificuldade de memorizar. A matemática divertida, harmoniosa e útil, eu só conheci, depois de alguns anos, ao trabalhar como professora em sala de aula. Não posso deixar de reconhecer que, nos meus primeiros anos de profissão na educação, na maioria das vezes, submeti os meus alunos a esse mesmo procedimento de formalidade e cálculos. Ou seja, submeti-os à mesma matemática formal, abstrata e mecânica com a qual convivi durante o ensino fundamental e médio e que foi reforçada com a licenciatura.

Vários fatores contribuíram para que eu me tornasse uma professora em constante reflexão sobre minha prática e sobre a educação matemática. Um deles foi o desafio que se iniciou em 2008 de trabalhar com alunos com deficiência visual, em turmas de ensino médio comum. O outro foi a participação, desde 2009, em um grupo de estudos[4]. Nesse grupo, tenho a oportunidade de: compartilhar os sucessos e angústias da prática em sala de aula; realizar estudos e discussão de textos de

[4] O grupo de estudos de educação matemática do Espírito Santo (GEEMES) se reúne semanalmente desde 2006. Do GEEMES participam professores de ensino fundamental, médio e superior e estudantes de graduação e pós-graduação. Desde 2012, os encontros, que antes ocorriam na UFES, acontecem todas as terças-feiras no IFES campus Vitória.

educação matemática, matemática e educação; aprender a conduzir e a registrar experimentos em sala de aula; e aprender a me conhecer profissionalmente.

1.1. Motivação e justificativa

Algumas questões surgiram, desde a minha primeira aula de matemática em 2008, nas turmas de ensino médio, com alunos com deficiência visual. Dentre elas, destaco as seguintes: Como me comunicar “matematicamente” com meu aluno cego, já que não disponho dos recursos visuais que são tão úteis para a aprendizagem matemática? Como estimular esse aluno a se interessar pela matemática, ao considerar que essa tarefa já se constitui em um grande desafio para alunos em geral, sejam eles videntes ou não? E, principalmente, como assegurar a esse aluno as mesmas oportunidades de se expressar e de participar ativamente das aulas?

A busca por respostas para essas questões me estimulou rever todo o meu planejamento de aula, não só para as turmas, onde estavam os alunos cegos, como também para as demais. Encontrei apoio em Almeida (2005, p. 195), quando diz que “Ao pensarmos a escola inclusiva é fundamental pensarmos a prática pedagógica em sala de aula, uma prática diferenciada que atenda a multiplicidade vivenciada”. Investigar possibilidades dessa prática diferenciada é um dos objetivos de minha pesquisa.

Descrevo um pouco de minha rotina e da experiência de trabalho com esses alunos, desde 2008. Para o trabalho com alunos com deficiência visual, em salas de ensino comum, tive o apoio de um profissional contratado pela SEDU – Secretaria Estadual de Educação, para o Atendimento Educacional Especializado - AEE[5]. No caso do atendimento ao aluno com deficiência visual, esse profissional é responsável por transcrever para o Braille e/ou produzir material para os alunos acompanharem as aulas, conforme a solicitação de cada professor.

[5] De acordo com Espírito Santo (2011, p. 16) “O atendimento educacional especializado deverá ser oferecido pelos sistemas públicos de ensino, por meio da ação de professor especializado na área específica de atendimento, em turno inverso à escolarização, em sala de recursos”.

Existem dois recursos disponíveis para os alunos. Alguns livros em Braille, produzidos pelo MEC e um notebook disponibilizado pelo CAP – Centro de Apoio Pedagógico ao Deficiente Visual[6], nos quais os alunos podem utilizar um sistema computacional sintetizador de voz denominado DOSVOX. E existem também os materiais solicitados pelos professores ao profissional de AEE, de acordo com a necessidade de cada um em sua disciplina. Identifiquei através de relatos dos alunos com deficiência visual que o DOSVOX é um pouco limitado, ao se tratar dos caracteres específicos da linguagem matemática. Por isso, eu costumo solicitar que o material, que eu vou utilizar em aulas de matemática, seja transcrito para o Braille.

1.1.1 Primeiro contato

Ao assumir minhas turmas de ensino médio em 2008, identifiquei dois alunos cegos no 3º ano e uma aluna com baixa visão numa turma de 2º ano. Num primeiro momento, fiquei apreensiva, senti-me despreparada e até pensei que teria de ter um “treinamento” especial para trabalhar com esses alunos. Mal sabia que estava diante de uma situação que iria mudar, totalmente, minha visão de professora sobre inclusão. A partir desse momento, eu deixaria de ser uma “apoiadora” passiva da inclusão escolar, para me tornar uma participante ativa desse processo.

D’Ambrosio (1996, p. 85) fala da “grande importância de se conhecer o aluno, exigindo do professor uma característica de pesquisador”. Pensando nisso, minha primeira providência foi buscar orientação no CAP, que tem sua sede anexa à escola em que trabalho. Lá fui informada de que o CAP dá apoio, em relação ao material didático, aos alunos, bem como orientações sobre o Braille e seu uso. E, também, apoio ao professor por meio da transcrição do material a ser utilizado nas aulas para o Braille. Pude saber também algo da história de vida de meus alunos, pois eram conhecidos na instituição escolar. Mediante essas informações, pude começar a pensar na melhor forma de trabalhar a matemática com tais alunos. Soube inclusive que uma das professoras de apoio do CAP, também tem formação

[6] Segundo Espírito Santo (2011, p. 17) “o centro de apoio pedagógico constitui um espaço que visa dar suporte e apoio pedagógico aos professores das classes comuns e das salas de recursos, bem como apoiar as famílias e os alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação”.

em matemática, e poderia me auxiliar bastante no diagnóstico de conhecimentos matemáticos dos alunos. Isso seria possível porque ela sempre era procurada por eles para o esclarecimento de dúvidas. Encontrei nessa colega uma grande parceira, com quem pude contar durante todo o ano letivo. Muitas vezes, fui lá para ela me apoiar no trabalho de estimular a aprendizagem dos alunos, na simbologia matemática do Braille. Ao contrário do que muitas pessoas e até educadores pensam, pude comprovar que não existe a necessidade de o professor de alunos cegos conhecer o Braille, quem deve e precisa saber bem é o aluno cego.

Nas conversas com a equipe do CAP, comecei a entender um pouco as dificuldades enfrentadas pelos alunos que ficaram cegos por doença já no final da adolescência. Os dois alunos do 3º ano, ambos cegos, foram alfabetizados e haviam estudado durante o ensino fundamental ainda como alunos videntes. Foi o que em alguns aspectos, contribuiu para a aprendizagem e revisão de alguns conceitos matemáticos. A aluna de 2º ano, com baixa visão, estava enfrentando o processo de aceitação de sua condição de futura cega, muito resistente à aprendizagem do Braille. Entretanto, por se tratar de uma pessoa adulta, estava consciente de sua situação. Busquei também uma maior aproximação com esses alunos. Fiz isso, pois a opinião e a visão deles sobre os próprios conhecimentos de matemática muito contribuíram para o desenvolvimento do trabalho realizado com eles e com a turma no ano letivo.

Procurei rever minha postura nas aulas expositivas de matemática. Por exemplo, tudo o que eu escrevia no quadro também falava em voz alta, ao mesmo tempo. Até mesmo um índice inferior de uma matriz era mencionado, pois sabia que os alunos cegos acompanham as aulas oralmente. E sempre questionava sobre a compreensão do que estava sendo explicado oralmente e, por escrito, para a turma toda. Conclui que esse tipo de ação e atitude minha de valorizar o ouvir, o falar e o explicar com outros termos e palavras também se constituiu em uma prática produtiva de trabalho em relação aos alunos videntes.

No início, não foi nada fácil, vivia sempre me policiando, preocupada em atender bem meus alunos com deficiência visual, sem deixar de dar a atenção merecida aos alunos videntes. Analisava, detalhadamente, os conteúdos, para identificar formas de trabalhar nas turmas, garantindo a participação de todos. Procurava planejar e agir como fala Jesus (2002):

> ... da possibilidade da criação de situações pedagógicas em que todo aluno possa “entrar no jogo”, a partir de uma pedagogia possível, criando condições de mediações culturais que façam da sala de aula e da escola um verdadeiro espaço-tempo de aprendizagem (p. 215-216).

Essa citação foi uma das que provocou em mim o desejo de buscar compreender as possíveis mediações que possam ser estabelecidas entre todos. Ou seja, pensar em mediar e interagir entre todos os envolvidos nesse processo de ensino e aprendizagem. Assim, pensar que isso ocorra entre o professor e os alunos cegos, entre o professor e a turma, entre os alunos cegos e entre os alunos cegos e os videntes. A busca por essa compreensão também é um dos objetivos dessa investigação.

Por exemplo, os alunos videntes aprendem ao utilizar a regra de Sarrus, no trabalho com determinantes, que precisam repetir a primeira e segunda coluna. Já para os alunos cegos, a regra tem de ser compreendida de outra forma, porque a construção da matriz em Braille segue outros procedimentos. Em Braille, construímos no reglete, linha após linha. O mais interessante é que os próprios alunos com deficiência visual participavam, ativamente, na elaboração dessas ideias e formas de compreensão dos conceitos, utilizando o Braille. Ou seja, constatei que professor e alunos ensinam e aprendem, como comenta Freire (1996).

Ao trabalhar áreas e perímetros, empregando conceitos de geometria analítica no 3º ano, constatei a necessidade de rever com a turma os cálculos de áreas e perímetros de alguns polígonos. Pensei inicialmente em preparar uma aula de revisão, ou seja, uma aula tradicional, desenhando as figuras no quadro ou acompanhando pelo livro. Porém, essa dinâmica não atenderia aos meus alunos com deficiência visual, uma vez que eu não teria disponíveis os mesmos livros, em Braille, nem eles teriam a possibilidade de desenhar as figuras. Então, ao verificar meus recursos e materiais de estudo, tive a ideia de utilizar um recurso didático que poderia atender bem a todos os meus alunos: o tangram.

Pensei no tangram, porque é formado por peças que podem ser manuseadas, apalpadas. Ou seja, esse recurso didático permitiria que tanto os alunos com deficiência visual como os videntes pudessem rever conceitos matemáticos. O tangram auxiliaria a desenvolver as habilidades necessárias para rever conceitos geométricos, a fim de calcular perímetros e áreas de alguns polígonos e continuarmos os estudos do bimestre. As aulas com o tangram foram ótimas. Os alunos trabalharam inicialmente em duplas, explorando o material e formando figuras livres. Depois trabalhei a construção de polígonos, com uso das sete peças. Os alunos com deficiência visual participaram ativamente das aulas, e, no momento de registrar os cálculos de perímetros e de áreas das figuras formadas, puderam utilizar seus instrumentos costumeiros para a escrita em Braille.

Nas avaliações, os alunos com deficiência visual permaneciam em sala de aula, tendo a máquina de escrever em Braille para a resolução das atividades avaliativas individuais. Essa atitude causou, no início, certa estranheza por parte dos alunos, porque estavam acostumados a ser retirados da sala de aula para fazer suas avaliações em separado. Segundo relato deles, tinham esse hábito de sair da sala para fazer avaliações em outro local, devido ao barulho da máquina. Isso, a meu ver, não era uma justificativa adequada, pois a aceitação de alunos portadores de deficiência em salas de ensino regular inclui, também, a aceitação de equipamentos necessários para apoiar tal deficiência.

Identifiquei que os alunos, além das dificuldades encontradas na escrita da simbologia matemática do Braille, apontavam falhas na compreensão de alguns conceitos matemáticos que deveriam ter aprendido anteriormente. Mas, esse fato era comum para a maioria dos alunos de ensino médio. Por outro lado, os alunos com deficiência visual encontravam dificuldades em conseguir professores para aulas de reforço. Conversei com a equipe do CAP e com os alunos para encontrarmos soluções. Em um espaço do CAP, resolvemos dedicar duas horas, às quintas-feiras, no período oposto ao de aulas regulares, para o reforço de conceitos, a resolução de questões e ao esclarecimento de dúvidas surgidas nas aulas, que não tivessem sido esclarecidas. Esses momentos auxiliaram bastante um dos alunos que estava se preparando para prestar vestibular no final do ano letivo. Revisei com eles alguns conceitos estudados no ensino fundamental, e, logicamente, dúvidas relativas à resolução de equações do 1º e 2º graus, teorema de Pitágoras, sistemas lineares, operações com números reais. Com esse trabalho, pude verificar que, boa parte do conhecimento adquirido, antes de ficar cegos, veio à memória e foi facilmente relembrado e revisto por meio do Braille.

Como era de se esperar, alguns conflitos surgiram nessa caminhada. Principalmente, por causa da necessidade que tive, desde o início, de procurar tratar os alunos com deficiência visual com o respeito e a atenção que eles merecem. E, é claro, de tratá-los como alunos que possuem direitos e deveres como qualquer outro aluno na escola. Em meus acordos com os alunos da turma toda, foi ficando claro que isso incluía, também, chamar a atenção quando os alunos com deficiência visual tivessem atitudes ou comportamentos que pudessem prejudicar o bom andamento da aula. E, em nenhuma circunstância, tratá-los de forma diferenciada por pena ou por qualquer outro sentimento menor.

Em uma ocasião, um dos alunos com deficiência visual compareceu em minha aula, pela terceira vez consecutiva, sem o material necessário para o acompanhamento dela. Diante da reincidência, exigi que o aluno fosse, imediatamente, ao CAP para buscar o material. O aluno saiu apressadamente e retornou logo. Porém, além de trazer o material solicitado, chegou com uma compressa de gelo na testa, pois, no caminho, bateu a cabeça numa das paredes da escola. Alguns alunos da turma e o próprio aluno, que entrou na sala reclamando, disseram que eu era responsável pelo ocorrido. Diante da situação delicada entendi que tinha certa responsabilidade pelo acontecido. Entretanto, argumentei com a turma que a falta de comprometimento desse aluno foi o que causou todo o transtorno.

A experiência vivenciada por mim, no ano de 2008, foi fundamental para eu me tornar uma profissional mais consciente de minha responsabilidade com a educação. Essa experiência desafiadora contribuiu, enormemente, para meu crescimento como pessoa. Aprendi muito com meus alunos cegos e com os demais. As turmas reagiram e acolheram o colega com deficiência muito bem. A forma deles atuarem confirmou e reforçou a ideia de que estávamos no caminho certo ao pensar numa educação inclusiva, que respeita e reconhece as diferenças, sejam elas quais forem. Ademais, também se deve pensar no grupo todo sem que se percam de vista as necessidades individuais de cada estudante.

1.1.2 Outros desafios

No ano letivo de 2009, novos desafios se apresentaram. Estava mais segura em relação ao trabalho com a inclusão e feliz com a notícia de que um dos alunos deficientes visuais do terceiro ano conseguira passar para o curso de psicologia na UFES, seu grande sonho. Ao me dar essa notícia, o aluno me agradeceu pelo apoio e incentivos recebidos no ano anterior, o que me deixou ainda mais motivada e entusiasmada para o trabalho que se iniciava.

No ano de 2009, como professora efetiva do estado, decidi assumir na mesma escola onde trabalhei no ano anterior. Em uma das turmas de 1º ano na qual atuei, havia dois alunos cegos e uma aluna com baixa visão. E no 3º ano, uma aluna com baixa visão, que já fora minha aluna no ano anterior. Procurei conhecer um pouco da história da deficiência visual de cada um dos novos alunos. Dois deles ficaram cegos no início da adolescência, e uma era cega de nascença. Um dos alunos estava repetindo o 1º ano, pois por motivos pessoais acabou por ficar reprovado por falta. Os demais vieram de escolas municipais. Observei que, no início, estranharam o fato de serem cobrados a participar ativamente das aulas, realizando atividades como os demais colegas. Uma das alunas sentiu mais dificuldade, porque, apesar de estar cega há mais de dois anos, era muito resistente ao aprendizado do Braille. E também estava acostumada a ser tratada como “coitadinha”, não só pela família, como também por colegas e professores da escola de onde vinha, conforme depoimentos da própria aluna. O trabalho, principalmente com essa aluna, não foi muito fácil. Ela resistia ao aprendizado do Braille e trazia muitas dificuldades em relação a conteúdos básicos de matemática.

Ao fazer o planejamento do 1º ano, constatei que um dos assuntos a serem abordados com os alunos seria o estudo de funções e pensei em como planejar aulas que criassem para esses alunos oportunidades de se apropriarem desse conteúdo. No estudo de funções, a oportunidade do aluno construir e visualizar a figura encontrada por meio do esboço do gráfico da função escolhida, em um sistema cartesiano de coordenadas, é fundamental para a compreensão desse conceito. Comecei, então, a procurar um material pedagógico adequado para estimular os alunos cegos nessa aprendizagem. Fernandes (2004, p. 20) afirma que "recebendo os estímulos adequados para empregar outros sentidos, como o tato, a fala e a audição, o educando sem acuidade visual estará apto a aprender como qualquer vidente, desde que se respeite a singularidade de seu desenvolvimento cognitivo". E, também, encontrei apoio no documento produzido pela Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas do Estado de São Paulo que registra:

> Os recursos utilizados, desde que selecionados e adequados à capacidade sensorial e nível de desenvolvimento do educando e ao conteúdo a ser dominado, são considerados instrumentos valiosos no processo de aprendizagem do deficiente visual, à medida que, numa exploração detalhada, lhe permitirão estabelecer relações, analisar, elaborar seus próprios conceitos e relatar; favorecerão, ainda, a aquisição do hábito de busca, de pesquisa, de elaboração, habilitando-o ao esforço consciente para o desenvolvimento de sua própria aprendizagem (SÃO PAULO, 1993, p. 68).

Ao pensar na importância de material adequado, discuti com os educandos as possibilidades que tínhamos. Adotei, como em 2008, um livro didático para toda a turma, um título que o MEC disponibilizava na versão transcrita em Braille. No livro, apareciam vários gráficos construídos utilizando o Braille. Porém, os alunos afirmaram ter muita dificuldade de reproduzir esses gráficos, usando a máquina de escrever em Braille, ou mesmo o reglete (Figura 01).

Figura 01: Pessoa escrevendo em Braille usando reglete e punção.

Após algumas consultas em busca de recursos pedagógicos adequados, descobri o multiplano (Fig. 02). Esse material, adaptado para atender aos alunos cegos, parecia muito apropriado para o estudo de funções ou outros conteúdos matemáticos. O multiplano trata-se de um material pedagógico desenvolvido pelo professor Rubens Ferronato, quando teve o desafio de ensinar cálculo diferencial e integral para um aluno cego. Consiste em uma placa perfurada de linhas e colunas perpendiculares, onde os furos são equidistantes. Nos furos podem ser encaixados rebites que, em sua superfície, mostra a identificação dos números, sinais e símbolos matemáticos em Braille e em algarismos indo-arábicos, ambos em alto-relevo. Isto permite que o material seja manuseado por pessoas cegas e videntes, facilitando o trabalho do professor que poderá acompanhar o aluno na utilização do instrumento, mesmo sem conhecer a escrita Braille. Segundo Ferronato (2002), o multiplano facilita o ensino da matemática, porque

> ... independente de o aluno enxergar ou não, uma vez que pode observar concretamente os "fenômenos" matemáticos e, por conseguinte, tem a possibilidade de realmente aprender, entendendo todo o processo e não simplesmente decorando regras isoladas e aparentemente inexplicáveis (p. 59).

Tivemos acesso ao multiplano e ao seu manual de utilização. Impressionaram-nos as possibilidades de trabalho apresentadas nesse material e descritas no manual. Havíamos encontrado um material que iria resolver dificuldades imediatas com relação ao estudo dos gráficos de funções com os alunos cegos. O material foi apresentado aos alunos, e estes se mostraram bastante estimulados ao manipularem o multiplano e felizes com a possibilidade de terem um recurso para participarem mais ativamente das aulas. O multiplano foi muito importante para o trabalho realizado com os alunos, primordialmente no estudo de gráficos de funções.

Figura 02: Foto do multiplano.

Outros fatores contribuíram para o trabalho com os alunos no segundo semestre do ano letivo de 2009. O principal fator foi o trabalho realizado por uma professora da Universidade Federal do Espírito Santo – UFES com três estagiários licenciandos em matemática dessa universidade. Como atividade da disciplina de estágio, eles prepararam aulas diferenciadas com material adaptado, de forma que tanto os alunos cegos como os videntes pudessem utilizar e realizar as atividades conjuntamente. Tal experiência resultou em um artigo intitulado “Estabelecendo parcerias em busca de inclusão de alunos com deficiência visual” publicado no XENEM – X Encontro Nacional de Educação Matemática (PALMEIRA; LEITE; PRANE, 2010).

Outro fator que ajudou bastante o aprendizado desses alunos foram as aulas de reforço de matemática. Aconteciam duas vezes por semana, após o término das aulas regulares, para complementação de minha carga horária. Nessas aulas, reforçávamos conceitos básicos de matemática do ensino fundamental, bem como aqueles estudados em sala de aula. Todos os licenciandos participavam delas. Algumas vezes, inclusive, confeccionamos o material adaptado. Nesse ano, os alunos tiveram o apoio de uma profissional de AEE (já citado anteriormente) em sala de aula. Inicialmente, ela os atendia somente no contra-turno, mas após alguns acordos junto a SEDU, consegui que ficasse em sala de aula em alguns dias na semana. A presença da professora muito me ajudou, especialmente no desenvolvimento de oficinas como a de tangram, e construção de poliedros, dentre outras.

O trabalho de final de ano da escola foi decidido como sendo uma feira cultural e os alunos deveriam escolher um dentre os três temas geradores: mangue, praia e mata atlântica. Os do 1º ano, que se haviam apropriado do conhecimento relacionado à construção de tabelas e gráficos, optaram pela pesquisa do ecossistema mangue. O grupo formado pelos quatro alunos com deficiência visual era o mais empolgado da turma e decidiu pesquisar sobre o mangue. Na primeira semana, relataram as dificuldades em encontrar informações sobre o mangue escolhido e as mudanças necessárias de direcionamento do trabalho. Isso ocorreu porque não era permitida a exploração pelo homem naquele mangue. Nas semanas seguintes, sempre informavam sobre o avanço dos trabalhos e do apoio que estavam recebendo da professora pesquisadora, dos alunos da universidade e da professora de apoio aos alunos com deficiência visual, que os atendia no turno vespertino. Inclusive uma aluna da UFES os acompanhou em uma visita a um dos mangues pesquisados.

O grupo de alunos com deficiência visual foi o que preparou a melhor apresentação, segundo nossa avaliação. Construíram tabelas e gráficos em alto relevo sobre o consumo de produtos extraídos de um determinado mangue da Grande Vitória, utilizando material reciclado (jornais e revistas), e contendo toda parte escrita transcrita em Braille. Isso possibilitou que tanto os visitantes videntes como os cegos, pudessem apreciar os trabalhos e ter acesso às informações pesquisadas pelo grupo. A feira cultural foi um sucesso para toda a escola. Mas para os alunos com deficiência visual, essa feira foi um acontecimento. Toda a comunidade escolar foi surpreendida com a qualidade do trabalho, e como eles se apropriaram das informações pesquisadas. Permaneceram durante todo o tempo dessa feira cultural, explicando os resultados do seu trabalho para os visitantes. Estavam comprometidos com as informações que adquiriram, procuravam esclarecer as dúvidas e demonstravam muita satisfação no que faziam.

Eu participava como coordenadora de um grupo de estudos no Multicurso Matemática[7], uma formação realizada através da parceira entre a Secretaria da Educação do Estado e a Fundação Roberto Marinho. Em um dos encontros do Multicurso em 2009, pude relatar sobre minha prática com a inclusão de alunos com deficiência visual em salas de ensino médio comum. O trabalho foi selecionado para receber a equipe do Multicurso e participar da gravação de um vídeo. Para todos os alunos da turma foi uma experiência empolgante, tiveram a oportunidade de falar sobre o cotidiano das aulas e divulgar o trabalho que realizaram para mostrar na feira cultural. Além disso, vivenciaram a dinâmica de uma gravação profissional. Os alunos videntes deram seus depoimentos sobre a convivência com os colegas com deficiência visual e vice-versa. A TV local também divulgou uma reportagem sobre a gravação desse vídeo com depoimentos dos envolvidos.

1.1.3 A continuidade do trabalho

O ano de 2010 iniciou-se com muitas expectativas, pois todos os alunos deficientes visuais conseguiram avançar para a próxima etapa escolar. E o mais importante, eles tinham vencido os obstáculos, aprendido a ser tratados com respeito e

[7] Mais informações disponíveis em www.multicursomatematica.org.br

dignidade e a sentirem-se incluídos na turma. E mais, pude perceber neles, desde o primeiro dia de aula, um desejo de dar continuidade ao trabalho realizado no ano anterior. Parece que estava desabrochando o conhecimento matemático daquela aluna que apresentara, em 2009, maiores dificuldades. Ela estava confiante de sua capacidade de aprendizagem, consciente de suas necessidades e da importância da escrita Braille em sua vida. Desde o início do ano, participou ativamente das aulas, garantindo bons resultados em todo o ano letivo, inclusive interagindo muito mais com seus colegas que no ano anterior.

Um dos desafios, em 2010, foi tentar uma maior interação entre os alunos deficientes visuais com os demais colegas da turma. No ano de 2009, mesmo com os bons resultados apresentados pelos alunos deficientes visuais, eles interagiam muito pouco com os demais colegas da turma. Nas atividades para trabalho em grupo, procuravam agrupar-se apenas com os colegas deficientes visuais. Dava a impressão que os demais colegas não demonstravam interesse em formar grupos com eles. Acredito que essa interação deva acontecer de forma espontânea, porém, a intervenção dos professores pode contribuir bastante para esse processo. Encontrei apoio em Santos (2009b) quando diz:

> A alegria de superar limites para o aluno precisa encontrar apoio no outro. Seja esse apoio acadêmico ou de se importar, cuidar etc. Os professores têm um papel preponderante nesse processo ao auxiliar o aluno a encontrar a confiança para enfrentar a novidade, para dar os primeiros passos hesitantes e cambaleantes na caminhada para o conhecimento (p. 37).

Desde o início do ano, alguns alunos se mostraram receptivos aos colegas deficientes visuais, até mesmo devido ao fato de estarem mais confiantes. Procurei estimular essa aproximação, principalmente na realização de atividades em grupos. Em algumas situações, notei certa resistência por parte dos alunos deficientes visuais, talvez por um pouco de receio de serem rejeitados. Entretanto, no decorrer do ano, alguns alunos da turma estavam muito entrosados com os colegas deficientes visuais. Esses comportamentos me deixaram cada vez mais otimista diante da evidência em realizar de fato um trabalho em matemática voltado para uma educação inclusiva.

1.2. Problemática da investigação

À medida que fui conhecendo a realidade dos alunos com deficiência visual, mais ainda percebi que seus anseios e expectativas em nada diferiam dos demais alunos da turma. Constatei que suas dificuldades em relação à matemática eram praticamente as mesmas dos outros alunos. Concordo, assim, com Fernandes (2004, p. 17) ao afirmar que “O cego apresenta os mesmos sentimentos e aspirações daqueles considerados “videntes”. Possui, portanto, potencial que precisa ser estimulado e trabalhado, a fim de possibilitar sua integração no mundo em que vive”.

Reconheço que minha primeira motivação para realizar essa pesquisa foi explorar as possibilidades de aprendizagem dos alunos com deficiência visual em turmas de ensino comum. Porém, ampliei minha visão em relação à pesquisa e à questão a ser investigada no desenrolar da mesma. Isso ocorreu no desenvolver das atividades, em interações com os alunos, notadamente no segundo semestre de 2011, em conversas com minha orientadora e em reflexões após essas conversas. Comecei a observar que se buscava, de fato, uma educação inclusiva, tinha que de alguma forma “dar conta” de incluir todos os alunos no processo de ensino-aprendizagem, independente de suas habilidades, particularidades, deficiências e especificidades. Fundamentada no trabalho desenvolvido de 2008 a 2010, foi possível pensar na seguinte hipótese para o estudo definitivo que se desenvolveria em 2011: é possível trabalhar com todas as diferenças individuais e acreditar que jovens de ensino médio podem aprender matemática, ao interagirem entre si. Assim, juntamente com minha orientadora construí o questionamento central da pesquisa como sendo:

Que possibilidades de aprendizagem matemática ocorrem em uma turma de 3º ano de ensino médio com quatro alunos com deficiência visual quando se incorpora uma prática de resolução e elaboração de problemas e se incentiva interação entre os alunos?

A partir dessa questão central surgiram outros questionamentos que busco esclarecer:

1. Que interações e mediações de ensino e aprendizagem ocorrem entre os envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, sejam elas entre professor e alunos cegos, ou entre professor e a turma toda, ou entre alunos videntes e alunos cegos, ou dentre os alunos cegos?
2. Que estratégias de ensino, experimentadas em turmas de ensino médio, possibilitam aprendizagens de matemática e inclusão de todos os jovens da turma?
3. Que estratégias de aprendizagem os jovens de ensino médio usam ao terem aulas de matemática com a implementação de uma prática diferenciada?

Pensando nesses questionamentos norteadores, destaco alguns objetivos que pretendia atingir na investigação:

I. Compreender as possíveis interações e mediações que se estabelecem entre todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, de forma que todos sejam incluídos nesse processo, quer sejam interações e mediações entre o professor e os alunos cegos, e/ou entre o professor e a turma, e/ou entre os alunos cegos e/ou entre os alunos cegos e os videntes.
II. Explorar estratégias de ensino variadas que possibilitem a inclusão de todos os jovens de ensino médio. Em outras palavras, explorar estratégias de ensino que valorizem o falar, o ouvir, o registrar, e o interagir de professor e alunos, e compreender estratégias de ensino que incorporem, além dessas estratégias, práticas de resolver e formular problemas em aulas de matemática. E, também, investigar as possibilidades de aprendizagem que ocorrem ao usar essas práticas diferenciadas de ensino.
III. Explorar e investigar as possibilidades de interação e aprendizagem matemática por parte de alunos com deficiência visual, incluídos em turmas de ensino médio comum, e de todos os alunos da turma.

IV. Identificar estratégias de aprendizagem utilizadas pelos jovens durante atividades matemáticas, desenvolvidas com uma prática de ensino diferenciada.

Destaco que todos os quatro objetivos estão diretamente relacionados com a questão central. Entre os objetivos e as questões norteadoras, estabelecemos a seguinte relação: os objetivos I e III estão diretamente relacionados com a questão 1; os objetivos I, II e IV, com a questão 2; e os objetivos III e IV, com a questão 3.

1.3. Estrutura da pesquisa

O texto está estruturado da seguinte forma: no capítulo inicial, apresento um pouco de minha vivência em relação à matemática e de minha experiência profissional, bem como as motivações e justificativa para essa investigação. Abordo, também, os objetivos e questionamentos da pesquisa. No capítulo dois, é apresentado um enquadramento teórico, com base em uma revisão de produção acadêmica de assuntos, diretamente, relacionados com o estudo e autores que nos apoiaram no desenvolvimento da pesquisa, entendimento das questões e análise dos dados. O capítulo três traz a metodologia utilizada neste estudo, o local e o perfil dos participantes, os instrumentos empregados na coleta e na análise de dados e o resumo de aulas selecionadas para a pesquisa. O capítulo quatro fornece a descrição e análise de diálogos e episódios ocorridos durante a investigação, buscando uma relação com os aportes teóricos. Neste capitulo apresentam-se também alguns resultados obtidos no estudo. O capítulo cinco registra nossas considerações finais, dificuldades e limitações no percurso da pesquisa e comentamos os principais resultados obtidos.

2- REVISÃO DE LITERATURA

> ... E de repente... acontecerá, o sonho se realizará! Chegará, assim, sem anúncio, com prenúncio de quem quer ficar, e ficará! (Edmar Henrique Rabelo[8]).

Para fundamentação teórica de nossa pesquisa, buscamos trabalhos de educação matemática, que estivessem relacionados como o nosso tema de investigação. Procuramos também textos sobre educação inclusiva e, na educação especial, aqueles direcionados para a deficiência visual. Consultamos livros, periódicos, dissertações, teses e sites da internet. Identificamos trabalhos de educação matemática no ensino médio, resolução de problemas, trigonometria, educação matemática e deficiência visual. Abordamos, também, temas relacionados com mediação e interação, e utilizamos, como referencial teórico, as teorias de Vygotsky.

2.1. Educação inclusiva

A evolução do conceito de educação inclusiva no mundo tem, como referência histórica, dois encontros internacionais ocorridos no final da década de 90. O primeiro foi a Conferência Mundial de Educação Para Todos, realizada em Jomtien, na Tailândia, em 1990, e o outro foi a Conferência Mundial de Educação Especial, realizada em 1994, em Salamanca, na Espanha. Da conferência de Salamanca originou-se um importante documento: a Declaração de Salamanca. O texto desse documento reafirma o compromisso das nações com a Educação para Todos e faz recomendações sobre a educação de crianças, jovens e adultos, com necessidades

[8] Esta epígrafe foi retirada da contracapa de RABELO, E. H. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. 3. ed. rev. ampl. Petrópolis: Vozes, 2002.

educacionais especiais dentro do sistema regular de ensino. O parágrafo 2 desse documento afirma que:

> Toda criança tem direito fundamental à educação, e deve ser dada a oportunidade de atingir e manter o nível adequado de aprendizagem; toda criança possui características, interesses, habilidades e necessidades de aprendizagem que são únicas; sistemas educacionais deveriam ser designados e programas educacionais deveriam ser implementados no sentido de se levar em conta a vasta diversidade de tais características e necessidades; aqueles com necessidades educacionais especiais devem ter acesso à escola regular, que deveria acomodá-los dentro de uma Pedagogia centrada na criança, capaz de satisfazer a tais necessidades; escolas regulares que possuam tal orientação inclusiva constituem os meios mais eficazes de combater atitudes discriminatórias criando-se comunidades acolhedoras, construindo uma sociedade inclusiva e alcançando educação para todos; além disso, tais escolas proveem uma educação efetiva à maioria das crianças e aprimoram a eficiência e, em última instância, o custo da eficácia de todo o sistema educacional (UNESCO, 1994).

Outra recomendação importante dessa declaração é que se desenvolvam políticas públicas e se invistam recursos financeiros no sentido de adotar o princípio da educação inclusiva. O Estado do Espírito Santo e outros estados brasileiros têm procurado implementar essas recomendações. Tem sido parte das políticas públicas atuais em nível federal, estadual e municipal pensar-se em ações que assegurem uma educação de fato inclusiva para todos. Existem ainda vários desafios a serem vencidos, porém alguns passos adequados têm sido dado neste caminho.

O Estado do Espírito Santo, no ano de 2011, instituiu as Diretrizes Operacionais da Educação Especial para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica. A elaboração do documento se deu através de estudos, análises e proposições, envolvendo a equipe de educação especial da unidade central da SEDU, e as superintendências regionais, e outros parceiros, como o Conselho Estadual de Educação e comunidades escolares.

O documento tem, como objetivo, orientar a implementação de uma política de educação especial no sistema educacional de ensino do Espírito Santo e se constitui em “diretrizes para a organização do desenvolvimento de um trabalho da Educação Especial que assume a inclusão com princípio organizador da escola e busca superar um histórico marcado por lacunas e inconsistências” (ESPIRITO SANTO, 2011, p. 6).

Segundo AINSCOW (2009):

> ... a inclusão abrange todas as crianças e jovens nas escolas; está focada na presença, na participação e na realização; inclusão e exclusão estão vinculadas, de maneira que a inclusão envolve o combate ativo à exclusão; a inclusão é vista como um processo sem fim. Assim, uma escola inclusiva é aquela que está evoluindo, e não aquela que já atingiu um estado perfeito (p. 20).

Trabalhamos em nossa pesquisa com essa visão de inclusão, como um processo contínuo e sem fim, que se refere a incluir e potencializar as habilidades de todos os jovens no ensino médio e não somente a jovens com algum tipo de deficiência. Nossa perspectiva é de uma educação que possa garantir a todos as mesmas oportunidades de construção de seu conhecimento.

2.2. Educação matemática e deficiência visual

Fernandes (2004) investigou em sua dissertação de mestrado os processos pelos quais aprendizes cegos se apropriam de conceitos matemáticos. Ela escolheu os conceitos de simetria e reflexologia, por suas fortes associações com experiências visuais. A autora considerou, dentro de uma perspectiva vigotyskiana, a hipótese de que os aprendizes com deficiência visual têm o mesmo potencial que os videntes para se apropriarem de noções ligadas a esses conceitos, desde que seu acesso seja viabilizado por instrumentos que substituam o olho. Utilizou como metodologia de pesquisa, o método da dupla estimulação elaborado por Vygotsky e o desenvolvimento de entrevistas baseadas em tarefas com dois sujeitos com deficiência visual. A análise dos resultados de suas intervenções indica que a evolução e compreensão dos significados relacionados à simetria e à reflexão dos aprendizes cegos se dão, de forma similar, ao que ocorre com os aprendizes videntes.

Em seu trabalho de doutorado, Fernandes (2008) discutiu pontos relevantes, a respeito da relação corpo-cognição num cenário constituído por aprendizes sem acuidade visual. Ela teve como objetivo analisar os processos de ensino e de aprendizagem de alunos inseridos em classes regulares quando os objetos de estudos são matemáticos, principalmente, objetos geométricos. Apoiou-se nas teorias de Vygotsky e de seus contemporâneos para discutir a importância do corpo no desenvolvimento cognitivo. Na conclusão de seu trabalho, Fernandes (2008) indicou o caminho para criar uma educação matemática mais inclusiva. Trata-se de uma abordagem atenta para o papel de vários instrumentos de mediação (materiais e semióticos) e atividades de exploração e negociação de conceitos matemáticos, de tal forma que os aprendizes tenham a oportunidade de capitalizar todo o seu campo perceptivo. Vale lembrar que as atividades realizadas na pesquisa de Fernandes (2008) ocorreram em sessões com a presença exclusiva de alunos com deficiência visual.

Tomando como referência os trabalhos de Fernandes (2004, 2008), partimos da hipótese de que os aprendizes com deficiência visual possuem o mesmo potencial de desenvolvimento da aprendizagem que os videntes. Embora no seu segundo trabalho, Fernandes (2008) tenha como objetivo a escola inclusiva, toma como objetos de pesquisa apenas aprendizes com deficiência visual. Em nossa investigação, inicialmente, tínhamos como foco os alunos com deficiência visual. Porém, no caminhar da investigação, nos demos conta de que, se estamos em busca da construção de uma escola inclusiva temos que alterar algo. Precisamos buscar estratégias de trabalho de modo que todos os alunos da turma estejam incluídos no processo de ensino-aprendizagem e se apropriem do currículo comum da escola/sistema de ensino.

2.3. Resolução de Problemas

Polya (1978/1945) em sua importante obra explorando a arte de resolver problemas, ou de modo mais simples enfocando a resolução de problemas, faz a seguinte consideração:

> A resolução de problema é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os (p. 3).

Sugerindo ao professor, que pretende desenvolver em seus alunos a habilidade de resolver problemas, para estimular o interesse por problemas em suas turmas e criar oportunidades para que estudantes possam imitar e praticar (POLYA, 1978/1945). Santos (1997), a partir de estudos de Polya, destaca alguns pontos que envolvem uma atividade de resolução de problemas:

> Compreender a situação através da leitura e interpretação; não ter solução nem fórmula pronta para ser usada; querer encontrar a solução; verificar durante o processo se está resolvendo o problema proposto; verificar os resultados e verificar se estes são compatíveis com o contexto da situação apresentada; realizar questionamentos que ajudem na compreensão da situação-problema e monitorem os raciocínios e a solução encontrada (p. 15-16).

Em seu trabalho, Santos (1997) destaca como fatores que interferem no processo de resolução de problemas: "fatores de experiência tanto do contexto como pessoais; fatores afetivos tais como interesse, motivação, [...] e fatores cognitivos tais como prontidão de leitura, de raciocínio..." (p. 17). Tais fatores foram observados e considerados durante a realização de atividades, compreendendo resolução de problemas em nossa investigação. Damos maiores detalhes no capítulo 4, ao descrevermos a realização e análise das atividades.

"A maioria (senão todos) dos importantes conceitos e procedimentos matemáticos pode ser melhor ensinada através da Resolução de Problemas" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 223). Segundo as autoras, essa proposição pode nos parecer extrema ou irrealista e fazem considerações a fim de explicar por que ela tem sentido. Reconhecem que ao ensinarmos matemática utilizando problemas existem algumas dificuldades, relacionadas com o planejamento diário das aulas, as necessidades do currículo e o livro didático adotado. Elas defendem algumas boas razões para fazermos esse esforço. Dentre elas, destacamos duas que pudemos verificar em nosso estudo durante a realização de atividades com a turma de pesquisa.

> - Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas e espera pela solução, ele diz aos estudantes: “Eu acredito que vocês podem fazer isso!” Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a autovalorização dos estudantes são desenvolvidas;
> - é gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo “ensinar dizendo”. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo o esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 223-224).

Segundo Onuchic e Allevato (2005), no Brasil, apoiados em ideias do documento americano *Standards* no NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática), foram criados os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais: PCN-matemática – 1º e 2º ciclos /1ª a 4ª séries (BRASIL, 1997); 3º e 4º ciclos /5ª a 8ª séries (BRASIL, 1998a); Ensino Médio (BRASIL, 2006/1999). Os objetivos gerais para a área de matemática, nos PCN, têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e ao escrever sobre elas. Possam, também, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e temas fora da matemática, assim como, ampliar a capacidade de resolver problemas matemáticos, explorá-los e generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. Elas também indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer matemática em sala de aula. Os PCNEM (BRASIL, 2006) sugerem ideias a respeito de um fazer matemática que procure construir significados ao englobar tanto o resolver quanto o formular problemas e questões em matemática ao comentarem que:

> ... Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva (69-70).

Alvarenga (2008) em seu trabalho de mestrado realizou uma pesquisa qualitativa utilizando-se da metodologia de resolução de problemas, analisando a relação dos alunos de ensino médio com a disciplina de matemática. Sua investigação foi realizada em turmas de primeiro ano do ensino médio nas quais os alunos foram considerados ora resolvedores de problemas ora propositores. Essa característica é comum ao trabalho que realizamos em nossa pesquisa, em que os alunos também foram envolvidos na situação de elaboradores de questões. Em suas conclusões, a autora informa que permanece, entre os alunos, uma visão marcada por mitos, em relação à matemática. Entretanto, ela salienta que os alunos se mostraram criativos ao resolverem os problemas propostos, e que essa metodologia modificou aspectos importantes nos educandos em sua relação com a matemática.

2.4. Matemática e ensino médio

Silva (2007) teve como objetivo principal, em sua pesquisa de mestrado, examinar se uma prática pedagógica diferenciada influenciava nas concepções e atitudes de alunos e professores do ensino médio. Utilizou Vigotysky como um de seus aportes teóricos. O assunto matemático usado para o desenvolvimento da pesquisa foi a construção do conceito de função. Como resultado apresenta a melhoria na aprendizagem do conceito de função, assim como, nas atitudes em relação à matemática. A autora pondera que, para chegar a resultados mais conclusivos sobre as mudanças nas concepções dos alunos e professores, necessitaria de uma pesquisa mais aprofundada e com muito mais tempo. Conclui ainda que esse estudo foi complexo, e que as concepções não se modificam tão facilmente.

Em seu trabalho, Silva (2007) descreve um cenário com o qual nos identificamos. Afirma que, em sua carreira na educação, atuou principalmente com alunos adolescentes. Nossas inquietações são as mesmas que as dela, e concordamos com seus argumentos, plenamente, ao comentar: “Esperamos que uma diversificação na forma de ensinar favoreça um maior interesse pelo conteúdo de matemática e que uma reflexão orientada pelo professor e exercida pelo aluno possa permitir melhorias para o aprendizado de ambos” (SILVA, 2007, p. 13). Mas, gostaríamos de refletir sobre as condições de trabalho que muitos de nós estamos nos sujeitando, com cargas horárias extensas, salas de aulas com pouca refrigeração, falta de descanso entre os turnos. Isso, muitas vezes, nos obriga a planejar, às pressas, aulas pouco diversificadas e, às vezes, massacrantes tanto para professores quanto alunos.

Rocha (2009) realizou, em uma turma de primeiro ano do ensino médio, estudos sobre o desenvolvimento de atividades de natureza investigativa na aprendizagem de matemática. Sua dissertação explorou alguns conceitos matemáticos através de uma intervenção didática que envolveu tarefas de resolução de problemas e de investigação matemática em sala de aula. Abordou, prioritariamente, em suas atividades o conteúdo de funções. Ao concluir seu trabalho, o autor destaca que os alunos mudaram algumas crenças, concepções e atitudes em relação à matemática.

Em sua pesquisa, Castro (2009) utilizou, como objeto, os alunos em dependência em matemática, no curso técnico integrado com o ensino médio e buscou analisar os motivos dessa dependência. Seus estudos estão relacionados a temas da matemática emocional, metacognição, resolução de problemas e investigação matemática. Buscou responder a seguinte questão: “De que forma uma prática de ensino de matemática, em que aluno, professor e conteúdos são importantes, é capaz de auxiliar a aprendizagem de alunos em dependência?” (p. 25). Em seu texto, deixou clara sua preocupação com alunos por terem ficado em dependência em matemática. Houve surpresas uma vez que os mesmos foram aprovados em uma rigorosa seleção para ingresso, no Cefetes, com provas de matemática e português, representando 60% da pontuação geral. Destacou a preocupação da instituição com a qualidade de seus professores e com a rigorosa seleção dos mesmos para ingresso na instituição. A autora ainda falou da importância do trabalho afetivo e cognitivo para resgatar a autoestima e a aprendizagem matemática desses alunos. Ao revisar sua prática, ela reconheceu que, por muito tempo, se rendeu à concepção mecanicista, cartesiana e positivista relacionada ao ensino da matemática. Nesse ponto, nós também revisamos nossa prática nos primeiros anos de magistério e também nos vemos pautados na mesma concepção. Acabamos por justificar que o aluno de ensino médio não aprende porque não teve base matemática e que precisaria se empenhar mais para ter o domínio de conteúdos matemáticos. Mas nós, professores de matemática de ensino médio, temos que parar para pensar e refletir sobre nossas práticas e rever nossos posicionamentos a respeito dos problemas no processo de ensino-aprendizagem de matemática. Precisamos parar no ensino médio de colocar a culpa e responsabilidade pelo fracasso estudantil em matemática em cima dos próprios alunos, por não estudarem, por não terem base adequada em matemática e dos professores que atuaram com eles no ensino fundamental. As reflexões feitas por Silva (2007), Castro (2009) e Rocha (2009) a respeito de suas posturas, ações e formas de atuar em aulas de matemática em turmas de ensino médio foram semelhantes às reflexões que experimentamos em nossa pesquisa.

Castro (2009) também reconheceu que os estudos realizados para o mestrado e a participação em um grupo de estudos fizeram com que ela refletisse sobre sua prática, promovendo mudanças em suas atitudes, enquanto professora. E deixou muito claro, em suas considerações iniciais, a importância da ligação entre os campos afetivos e cognitivos. Apontou a complexidade de ser, ao mesmo tempo, professora e pesquisadora. Fez um breve histórico de como se estabeleceu o processo de dependência na instituição e como se comprometeu nesse processo, a ponto de se sensibilizar e querer pesquisar sobre o assunto. Como resultado, concluiu que uma prática de sala de aula diferenciada poderá resgatar o gosto por estudar matemática nos alunos em dependência.

2.5. Vygotsky e o processo de aprendizagem

Oliveira (1992), ao abordar Vygotsky e os processos de formação de conceitos, comenta que:

> As concepções de Vygotsky sobre o funcionamento do cérebro humano fundamentam-se em sua ideia de que as funções psicológicas superiores são construídas ao longo da história social do homem. Na sua relação com o mundo, mediada pelos instrumentos e símbolos desenvolvidos culturalmente, o ser humano cria as formas de ação que o distinguem dos outros animais (p. 24).

Apoiados por essa concepção, nós acreditamos que, no processo de ensino-aprendizagem, as interações sociais entre os envolvidos sejam entre o professor e os alunos, ou seja, entre os próprios alunos, são fundamentais para a construção do conhecimento. E concordamos com Rocha (2009, p. 38) ao dizer que "... o professor tem a oportunidade de assumir a tarefa de intermediar as relações, incentivar os alunos em suas tarefas, trabalhar como facilitador de aprendizagem e gerenciar trabalhos em grupo". Consideramos como principais constructos da teoria de Vygotsky em nossa pesquisa, a mediação, o processo de internalização, a zona de desenvolvimento proximal e a defectologia.

2.5.1. Mediação

Podemos conceber o conceito de mediação, segundo Vygotsky (2003), como sendo a utilização de um elemento intermediário numa relação que passa a ser mediada por esse elemento. Moreira (2009) destaca que, estaria na mediação, a resposta para a conversão das relações sociais em funções psicológicas superiores da teoria de Vygotsky. Comenta ainda que "essa mediação inclui o uso de instrumentos e signos" (p. 108-109). Vygotsky[9], citado por Moysés, (2009, p. 23) "inclui dentre os signos, a linguagem, os vários sistemas de contagem, diagramas, mapas, desenhos, e todo o tipo de signos convencionais". Acreditamos que, no contexto escolar e nas relações entre todos os envolvidos nesse ambiente social, o processo de mediação se desenvolve, a todo tempo, apoiado pelas discussões, diálogos e recursos materiais utilizados no dia a dia da sala de aula.

2.5.2. Processo de internalização

Moysés (2009), baseada na teoria de Vygotsky, fala da importância da ideia da internalização em seu pensamento. Ela destaca que "Ele a concebia como o esquema de regulação geral no desenvolvimento das funções psicológicas superiores" (p. 34) e que "foi principalmente no campo da linguagem que o conceito

[9] VYGOTSKY, L. S. The instrumental method in psychology. In: WERTSCH, J. V. (org.). **The concept of activity in soviet psychology**. New York: M.E. Sharpe, 1981a, pp. 134-143.

de internalização pôde ser comprovado empiricamente" (p. 27). Vygotsky pôde evidenciar por meio de seus experimentos que a criança é um ser social desde que nasce. A criança ao nascer já encontra a linguagem trazendo sua marca histórico-cultural. E através dos estímulos externos, ela vai construindo significados e incorporando-os ao seu repertório de ações (Vygotsky, 2005).

Moreira (2009), ao falar sobre o processo de internalização, comenta que:

> Envolve o conhecimento já internalizado, ações e estratégias dos indivíduos numa interação e é através dessa internalização que ações, procedimentos e funções de um se transformam em recursos do outro. Num processo de auto-regulação, as funções psicológicas elementares são transformadas em funções mediadas e conscientes (p. 49).

2.5.3. Zona de desenvolvimento proximal

Um conceito importante nos trabalhos de Vygotsky é o da zona de desenvolvimento proximal. Ele destaca que existem dois níveis de desenvolvimento: o real e o potencial. O real está relacionado com a capacidade de a criança cumprir uma determinada tarefa sem precisar de nenhum tipo de ajuda externa. Já o nível potencial está relacionado com as tarefas que uma criança não terá a capacidade de realizar sozinha, necessitando de instruções, demonstrações, pistas e assistências adequadas (RABELO, 2004). Segundo Vygotsky (2003), a zona de desenvolvimento proximal é:

> ... a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob orientação de um adulto ou colaboração com companheiros capazes (p. 112).

Dessa forma a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear aquilo que já foi atingido pelo desenvolvimento da criança, como também o que está em processo de maturação. Encontramos apoio em Moreira (2009) ao esclarecer:

> A zona de desenvolvimento proximal define as funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação. É uma medida do potencial de aprendizagem; representa a região na qual o

> desenvolvimento cognitivo ocorre; é dinâmica, está constantemente mudando (p. 114).

2.5.4. Defectologia

Segundo Van der Veer e Valsiner (1996) “o termo “defectologia” era tradicionalmente usado para a ciência que estudava crianças com vários tipos de problemas (“defeitos”) mentais e físicos” (p. 73). A primeira publicação de Vygotsky, nessa área, aconteceu em 1924. Em seus escritos, dava ênfase na importância da educação social das crianças deficientes e no seu potencial para o desenvolvimento normal. Afirmava ainda que as deficiências corporais (cegueira, surdo-mudez ou um retardamento mental) afetavam, principalmente, as relações sociais das crianças. Ou seja, a deficiência física acaba por gerar uma mudança na situação social da criança e das pessoas com as quais essas crianças se relacionam mais intimamente. Porquanto pais, parentes próximos e colegas irão tratá-la de forma diferente, em relação a outras crianças, o que pode ser um tratamento de modo negativo ou positivo (VAN der VEER; VALSINER, 1996). Em nosso trabalho com alunos com deficiência visual, em turmas de ensino médio comum, tivemos a oportunidade de verificar situações que confirmam essas afirmações. Alguns colegas professores tinham um tratamento diferenciado com os alunos com deficiência visual. Muitas vezes, esses alunos eram liberados de realizar as tarefas destinadas aos demais alunos da turma ou, até mesmo, eles eram retirados da sala de aula, para realizarem suas atividades em outro ambiente. Essas são atitudes que, a nosso ver, afetam de forma negativa as relações desses alunos com o ambiente escolar e que os impede de interagir socialmente de forma regular com os outros e os impede de adquirir conhecimentos como é o direito de qualquer cidadão.

Na visão de Vygotsky, “era o problema social resultante de uma deficiência física que deveria ser considerado como o problema principal” (VAN der VEER; VALSINER, 1996, p. 75). Vygotsky defendia a ideia de que as crianças com deficiência deveriam ser integradas à sociedade e propunha um experimento onde crianças cegas tivessem a oportunidade de receber educação em conjunto com as outras crianças normais (VAN der VEER; VALSINER, 1996, p. 76). Sobre a escrita Braille, Vygotsky argumentava que “aprender a escrita Braille não difere, em princípio, da aprendizagem da escrita normal, uma vez que a aprendizagem de ambos os tipos de escrita baseia-se na conjugação múltipla de dois estímulos" (VAN der VEER; VALSINER, 1996, p. 75). Em diálogos com nossos alunos com deficiência visual, tivemos a oportunidade de constatar que, para eles, a aprendizagem da escrita Braille aconteceu sem muita dificuldade. E ao nos relacionarmos com esses alunos, percebemos que podíamos nos comunicar, utilizando outros instrumentos que pudessem substituir o olho. Van der Veer e Valsiner (1996) reforçam o que Vygotsky acreditava "a tarefa do defectologista consiste em ligar os sistemas e signos simbólicos a outros órgãos receptivos (p. ex., pele, ouvido)" (p. 77).

Na teoria proposta por Vygotsky, o desenvolvimento do deficiente estaria nos efeitos positivos da deficiência, isto é, nas formas em que o indivíduo busca superar as dificuldades de sua deficiência via outros caminhos (VYGOTSKY, 1997). Tivemos a oportunidade de constatar essas afirmações em diversas atividades, realizadas com nossos alunos com deficiência visual, ao longo do período que trabalhamos com eles. As percepções táteis e auditivas muito contribuíram para que os alunos com deficiência visual pudessem participar e interagir nas atividades propostas, algumas delas descritas no capítulo 4 desse texto, sem nenhum prejuízo em relação aos alunos videntes.

"Ao adotar a abordagem correta, podemos criar um novo mundo para nossas crianças deficientes, concluiu Vygotsky" (VAN der VEER; VALSINER, 1996, p. 78). Concordamos com essa afirmação, pois tivemos a oportunidade, no decorrer da investigação, de experimentar abordagens que possibilitaram a participação de nossos alunos com deficiência visual em igualdade de oportunidades na construção do conhecimento em conjunto com seus colegas de turma.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

> ... Mas primeiro, é preciso sonhar, depois acreditar no sonho, investir nele, para que ele possa vir a ser um sonho real (Edmar Henrique Rabelo[10])

Neste capítulo, registramos a panorâmica de nossos procedimentos metodológicos e de nossas opções para desenvolver a investigação. Optamos por desenvolver uma pesquisa de campo de natureza qualitativa como um experimento de ensino em uma turma de 3º ano do ensino médio comum, de uma escola pública estadual em que tínhamos estudantes com deficiência visual (SANTOS-WAGNER, 2000, 2001a, 2001b, SILVA; SANTOS-WAGNER; MARCILINO; FOERSTE, 2009). O experimento de ensino que realizamos nesta turma tornou-se o nosso estudo de caso, pois segundo Ponte (2006),

> Na educação matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projectos de inovação curricular, novos currículos, etc (p. 3).

Em nossa investigação focalizamos em processos de aprendizagem de matemática de todos os jovens da referida turma. E procuramos também compreender como alunos dos dois grupos estavam interagindo entre si e interagindo conosco nos diferentes momentos de aula. Fizemos isso ao buscar compreender as possíveis e diferentes interações estabelecidas entre todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem de matemática, nessa turma de 3º ano do ensino médio.

Desenvolvemos nossa pesquisa, planejando as intervenções didáticas que ocorreriam nesse experimento de ensino. Utilizamos, como recursos para coleta de dados o diário de campo ou diário de bordo, planos de aulas, registros gravados em áudio e escritos durante as aulas, relatórios das aulas, entrevistas e conversas

---

[10] Esta epígrafe foi retirada da contracapa de RABELO, E. H. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. 3. ed. rev. ampl. Petrópolis: Vozes, 2002.

informais com alunos da turma e profissionais da escola. No desenrolar dessas atividades, contamos com a colaboração dos próprios alunos para nos auxiliar no registro fotográfico e na gravação em áudio das aulas. Atuamos, simultaneamente, como professora da turma e professora pesquisadora. Neste capítulo, falamos sobre a instituição escolar onde a pesquisa aconteceu e caracterizamos, em linhas gerais, a turma e a professora pesquisadora. Descrevemos os alunos participantes do estudo e, posteriormente, discorremos sobre estratégias de coleta, organização, transcrição, seleção e análise de dados.

3.1. A escola, a professora pesquisadora e a turma

A instituição escolhida para a realização de nossa investigação pertence à rede estadual. Denominamos por Escola a instituição estadual, neste relato final do estudo. A Escola recebe, atualmente, alunos oriundos de diversos bairros de Vitória, principalmente, daqueles situados no entorno dela. Tem uma área construída de 7.521,31 m^2 e atende em média a 950 alunos por ano, distribuídos nos turnos matutino, vespertino e noturno. No turno vespertino, além de turmas do ensino médio (1º e 2º anos) funcionam turmas de ensino fundamental II (turmas de 6º ao 9º ano, que eram as antigas turmas de 5ª a 8ª série) e, no turno noturno, turmas de Educação de Jovens e Adultos - EJA. Desde 2009, a Escola oferece também o curso técnico pós-médio de edificações nos turnos vespertino e noturno.

Desde nosso ingresso no mestrado em 2010, passamos a desempenhar os papéis de professora e professora pesquisadora. Assim, tivemos de aprender a executar papéis diferenciados e conviver com os diferentes a serem exercidos em sala de aula. Em consequência dos dois papéis a cumprir no processo pedagógico, foi necessário também aprender a refletir sobre os conflitos que emergiam na rotina pedagógica. Em alguns momentos da pesquisa, reconhecemos que teríamos de ter muita coragem para analisar e refletir sobre nossa própria prática de forma crítica e construtiva. Era necessário nos autoavaliar e, muitas vezes, discordar de nós mesmas em termos de atos, gestos, palavras e decisões tomadas em aulas.

Acreditamos que as aprendizagens decorrentes do processo de pesquisar a própria prática foram positivas para nosso desenvolvimento profissional. Estas aprendizagens contribuíram para o aprimoramento de nossas práticas em sala de aula em todas as turmas em que trabalhamos e também serviram para nosso desenvolvimento enquanto profissionais da educação. Concordamos com Ponte (2004), em seu comentário sobre o profissional, que pesquisa a própria prática:

> São várias as razões pelas quais esta pesquisa pode ser importante. Ela contribui, antes de mais [nada], para o esclarecimento e resolução dos problemas [da prática]. Além disso, proporciona o desenvolvimento profissional dos respectivos actores e ajuda a melhorar as organizações em que eles se inserem. (Ponte, 2004, p. 38).

Tínhamos o hábito de realizar, sempre que possível, registros sobre as atividades desenvolvidas em sala de aula e reflexões a partir dos mesmos. Criamos a prática de repetir atividades matemáticas, aulas e sequências didáticas já realizadas e registradas para aprendermos com as diversas fases de planejar, registrar, refletir e compartilhar experiências com outros colegas. As duas práticas foram adquiridas com nossa participação, desde 2009, em um grupo de estudos[11] em educação matemática. Alguns dos objetivos dos encontros do grupo são: compartilhar os sucessos e angústias da prática em sala de aula; estudos e discussão de textos de educação matemática, matemática e educação; aprender a conduzir e registrar experimentos em sala de aula; e aprender a se conhecer profissionalmente. Constatamos que as trocas de ideias e experiências, principalmente com os colegas, que trabalham nas séries iniciais da educação básica, foram fundamentais para que pudéssemos compreender e reconhecer as dificuldades de nossos alunos no ensino médio. Enfim, esses encontros e as trocas de experiências nos permitem buscar alternativas para trabalhar dificuldades de aprendizagem de conceitos matemáticos de estudantes de ensino médio.

A turma, objeto da investigação, iniciou o ano letivo de 2011, com vinte alunos. No mês de maio, matricularam-se na turma duas alunas, e dois alunos foram transferidos. No final do ano letivo, a turma contava com dezenove estudantes

[11]Nesse grupo se reúnem estudantes de pedagogia e licenciatura em matemática, e professores que atuam em diferentes níveis escolares. Desde 2012, temos no grupo professores da rede pública e privada de educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. Atualmente, participam estudantes de pós-graduação em educação matemática da UFES e do IFES e licenciandos em matemática do IFES.

frequentando, e um aluno tinha evadido. Desse total, tínhamos quatro jovens com deficiência visual, sendo uma aluna com baixa visão e três alunos com cegueira total. Dos dezenove estudantes que concluíram o ano letivo de 2011, apenas três não foram alunos da escola nos anos anteriores do ensino médio. A turma participava das atividades propostas nas aulas de matemática, com interesse. Notamos que os alunos não tinham o hábito de realizar estudos fora do horário de aula, nem mesmo na véspera das provas. Isso acontecia não só para a disciplina de matemática, como também para as demais disciplinas, segundo informações de colegas, nas reuniões de planejamento pedagógico. Havia empatia entre a professora pesquisadora e a turma. Dos dezesseis alunos que frequentaram a escola, em séries anteriores do ensino médio, catorze foram alunos dessa professora pesquisadora em anos anteriores, sendo cinco deles, desde o 1º ano do ensino médio e nove, desde o 2º ano. Segue uma descrição dos alunos da turma que serão identificados com nomes escolhidos por eles ou sugeridos pela professora pesquisadora. Usamos, para essa descrição, informações registradas no diário de classe, no caderno de planejamento, no diário de campo da referida professora e nas conversas com os alunos e seus responsáveis. Também foram oportunas as informações resgatadas de memória, a partir das percepções da professora pesquisadora e de suas interações com os alunos nos anos de 2009 a 2011.

3.2. Os alunos da turma

Em uma das conversas com os alunos da turma sobre a pesquisa, explicamos que estaríamos fazendo uso de registros de acontecimentos e atividades realizadas com a turma. Todavia, informamos aos alunos que as identidades deles não poderiam aparecer, explicitamente, na investigação e precisaríamos escolher pseudônimos para cada um deles. Sugerimos alguns, e outros foram sugeridos pelos próprios alunos. A seguir, identificamos os alunos pelos pseudônimos escolhidos, os quais utilizamos no relato da pesquisa:

Aluno 1: Abner; Aluno 2: Any; Aluno 3: Hélio; Aluno 4: Elia; Aluno 5: Fê;

Aluno 6: Geisy; Aluno 7: Gui; Aluno 8: Indy; Aluno 9: Isa; Aluno 10: Jamil;
Aluno 11: Jessy; Aluno 12: Lady; Aluno 13: Luc; Aluno 14: Lú; Aluno 15: Paty;
Aluno 16: Gave; Aluno 17: Sâmy; Aluno 18: Taty; Aluno 19: Vick.

3.2.1 Descrição dos alunos

Passaremos a apresentar algumas informações sobre cada aluno da turma. Levamos em consideração o tempo em que se relacionaram com a professora regente/pesquisadora e com alguns colegas. Tomamos como base registros de memória da professora regente/pesquisadora e acontecimentos, durante os anos letivos anteriores. Constam, também, informações trazidas pela família e pelos próprios alunos.

Abner tornou-se nosso aluno em 2010. Aluno faltoso, porém, muito atento e participativo nas aulas que frequentava. Essa postura e atitude estudantil lhe garantia um rendimento satisfatório[12]. O grande número de faltas quase o reprovou em 2010. Em 2011, já alertado por todos os professores, foi menos ausente. Perguntava muito durante as explicações e participava bastante durante a discussão de soluções de questões apresentadas. No entanto, esse comportamento, ativo e participativo de Abner, gerava algumas vezes certa insatisfação de alguns colegas da turma, porque ele interrompia diversas vezes a nossa explicação de algum conceito matemático ou de alguma solução de tarefa proposta. Nesses momentos, buscávamos contornar a situação de conflitos entre os distintos estilos de interação e participação de alunos com a professora. E procurávamos garantir ao Abner o direito de se expressar, porém sugeríamos, às vezes, que ele aguardasse o término da explicação para expor suas dúvidas. Ele não era muito integrado à turma, e geralmente, realizava suas atividades sozinho. Às vezes, Abner se unia ao Gui, que foi seu colega de turma no ano anterior.

Any tornou-se nossa aluna, em 2010. Demonstrava muitas dificuldades em relação aos conteúdos básicos de matemática, como operações com números naturais,

[12] Consideramos como rendimento satisfatório quando o aluno nas avaliações quantitativas conseguia alcançar a média ou ficava um pouco acima da média que, na rede de ensino estadual, significa 60% de rendimento.

números inteiros e números racionais, equações e resolução de problemas sobre esses tópicos. Interagia bastante com Luc, Lu e Geisy e atingiu um rendimento satisfatório para ser aprovada em matemática em 2010. Sua família se mudou de Vitória no final de 2010, mas ela decidiu ficar com uma tia para concluir o ensino médio na mesma escola. Em 2011, se mostrou mais participativa e interessada e continuou interagindo com os mesmos colegas do ano anterior.

Hélio tornou-se nosso aluno em 2009, já no meio do ano letivo, em uma turma de 2º ano. Era bastante faltoso, pouco participativo, não fazia as atividades. Ele era constantemente advertido por isso. No entanto, manteve essa atitude, que resultou em sua reprovação no ano letivo de 2009. Em 2010, era da turma do Gui e do Gave. Começou o ano letivo mais atento e participativo. Era muito cobrado pelos professores e pedagogos para estar atento ao seu comportamento e evitar uma nova reprovação. O resultado foi positivo, conseguiu concluir o ano de 2010 com resultado satisfatório. Em 2011, estava muito mais integrado à turma e à escola com uma nova postura, trazia muita alegria e descontração para a turma. Não realizava todas as atividades, mas procurava participar das discussões sobre soluções em aulas. Interagiu bastante com os colegas cegos, principalmente com a Sâmy. Acreditamos que essa interação foi muito positiva para ambos, tornaram-se muito mais ativos na realização de atividades e participativos no momento das discussões. Concluiu o ano letivo com resultado satisfatório.

Élia entrou na turma no 2º trimestre do ano letivo de 2011. Muito tímida, realizava as atividades propostas e prestava bastante atenção às aulas, contudo não participava muito das discussões, só falava se fosse solicitada. Tinha domínio dos conceitos básicos de aritmética, álgebra e geometria estudados no ensino fundamental e terminou o ano letivo com um bom resultado.

Fê, cega de nascença me foi apresentada no ano de 2008 quando visitava o CAP. Em conversa com os professores, desse centro, tivemos informações de que ela era uma aluna que gostava de ler e estudar, muito responsável e comprometida. E da mesma forma que Sâmy, Fê se tornou nossa aluna, no ano de 2009. Desde o início, mostrou dominar bem os conteúdos básicos de aritmética, álgebra e geometria aprendidos no ensino fundamental e não demonstrou muita dificuldade em aprender os novos assuntos do primeiro ano de ensino médio. No ano de 2010, os demais colegas cegos vinham se sobressaindo em aulas de matemática. E ela deixou de ser o centro das atenções dos professores e dos colegas da turma. Cremos que talvez o fato de ter que compartilhar a atenção da professora e colegas com os outros alunos com deficiência visual possa ter sido o responsável pela sua postura menos participativa. Em alguns momentos de aula, percebemos que ela tinha dificuldade em aprender novos conceitos matemáticos. Apesar disso, concluiu o ano de 2010 com um rendimento satisfatório. Em 2011, ela estava mais participativa em aulas. Porém, neste último ano de ensino médio, observamos que não retornaram nem a disposição nem o interesse de Fê de aprender matemática, evidenciados em 2009.

Geisy foi nossa aluna em 2010. Em 2010, era uma aluna que realizava as atividades com rendimento satisfatório, ou seja, nas avaliações quantitativas conseguia alcançar a média ou ficava um pouco acima da média que, na rede de ensino estadual significa 60% de rendimento. Ela iniciou o ano de 2011 em outra escola e voltou para a nossa escola no 2º trimestre de 2011. Não interagia muito com a turma, apenas com alguns colegas como Lu.

Gui foi nosso aluno desde 2009, ao ingressar no ensino médio. Era muito tímido e fechado. Não interagia com os demais colegas da turma. Apresentava dificuldades em realizar as operações mais simples de matemática, como por exemplo, adição e subtração de números inteiros, racionais e reais. Sua grafia era quase ilegível, inclusive a dos números. Não obstante seu esforço durante esse ano letivo, e ter sido avançado em outras disciplinas, não conseguiu rendimento satisfatório para ser aprovado em matemática. No ano de 2010, estava cursando o 2º ano, no turno matutino e frequentando o 1º ano noturno, como aluno do Regime de Progressão Parcial – RPP,[13] na disciplina de matemática. Frequentava, assiduamente, as aulas nos dois turnos e se dedicava muito, inclusive para melhorar sua grafia, pois todos os professores cobravam bastante dele. Estava mais participativo e interagia mais com os colegas da turma. Costumava realizar as atividades em parceria com Abner.

[13] Conforme Resolução CEE-ES 1286/2006, a Progressão Parcial era o procedimento que permite ao aluno avançar em componentes curriculares nos quais obteve aprovação e permanecer na dependência em até 02 (duas) disciplinas em que estiver reprovado. Assim, assegurava-se seu direito de estudo dessas disciplinas em horário oposto ao que estudava regularmente. Esse regime foi extinto da rede estadual no final do ano de 2010.

Conseguiu rendimento satisfatório para ser avançado para o 3º ano e também para ser aprovado no RPP, o que o deixou muito mais confiante.

Em 2011, Gui iniciou o ano com a autoestima em alta. Procurávamos estimulá-lo para que participasse mais efetivamente das discussões e estava muito integrado com a turma, notadamente com Abner. Demonstrava mais segurança em resolver as questões propostas, embora ainda apresentasse algumas dificuldades com as operações básicas. Tornou-se mais autoconfiante, a ponto de aceitar nosso convite de ser parceiro na quadrilha que a escola organizou no mês de julho. No dia do evento, compareceu trajado conforme a ocasião pedia e fez bonito durante a apresentação. Outro momento marcante foi sua atuação como rapper[14], em um grupo de alunos de sua turma durante uma apresentação num evento em comemoração ao dia da consciência negra, organizado pela professora de sociologia. Enfim, Gui desabrochou, e ainda que não tivesse superado todas as suas dificuldades com a aprendizagem matemática, cremos que seu esforço o tornou mais confiante e seguro de suas potencialidades e possibilidades de desenvolvimento em outras áreas de sua vida.

Indy foi nossa aluna desde 2009. Possuía baixa visão, entretanto conseguia acompanhar a escrita do quadro e do livro didático. Tinha algumas dificuldades em relação aos conteúdos matemáticos do ensino fundamental, como a maioria de seus colegas. Muito esforçada, buscava realizar todas as atividades propostas, interagindo bastante com os colegas cegos. Conseguiu avançar para o 2º e 3º anos, com rendimento satisfatório. No ano de 2010, começou um namoro com o colega Jamil, e, no final do ano, casaram-se. No ano de 2011, apesar das obrigações do casamento, continuou frequentando, assiduamente, as aulas e participando ativamente das atividades.

Isa, da mesma forma que Luc, tornou-se nossa aluna em 2011 e foi colega de Luc no ano de 2010. Manifestava muitas dificuldades com relação à matemática, sempre reclamando das dificuldades e da matéria. Tinha muita resistência em relação às atividades individuais a serem apresentadas para a turma, e quando a atividade era

[14] Nome dado ao intérprete de Rap (em inglês, também conhecido como emceeing) um discurso rítmico com rimas e poesias, que surgiu no final do século XX entre as comunidades negras dos Estados Unidos. Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Rap acesso em 02/10/2012.

em grupos, dificilmente, assumia papel de relatora. Os colegas, Luc, Lu e Any buscavam sempre ajudá-la nas atividades em sala de aula, mas ela nem sempre demonstrava disposição e interesse para realizar as mesmas. Conseguiu concluir o ano de 2011 com aprovação em matemática, ficando reprovada em outra disciplina, por não comparecer à prova de recuperação final.

Jamil foi nosso aluno desde 2009. Quando nasceu possuía visão apenas no olho direito, devido à catarata congênita no olho esquerdo. Aos nove anos de idade, sofreu um acidente jogando futebol, causando o deslocamento da retina de seu olho direito. Realizou cirurgias e antes que pudesse recuperar, totalmente, a visão do olho atingido, aos 10 anos de idade foi, novamente, vítima de outro acidente, atingindo o mesmo olho. Após vários tratamentos sem sucesso ficou totalmente cego entre os 13 e 14 anos de idade. Era aluno da Escola desde 2008, ano em que cursou o 1º ano do ensino médio, ficando reprovado por falta. No ano de 2009, repetiu o 1º ano em nossa turma, onde estavam também as alunas Samy, Indy e Fê. Desde o início do ano, mostrou-se bastante interessado nas atividades e não tinha dificuldades com os conteúdos básicos do ensino fundamental, como operações com números naturais, inteiros e racionais, equações, e resolução de problemas sobre esses assuntos. Jamil interagia sempre com os colegas com deficiência visual, ajudando-os na realização das atividades. Dominava o Braille e, também, o DOSVOX. Concluiu o 1º ano do ensino médio, com rendimento satisfatório. No ano de 2010, mostrou-se muito mais confiante e participativo. Interagia não só com os colegas com deficiência visual, mas, também com alguns outros colegas da turma. Concluiu o 2º ano com um ótimo rendimento. Em 2011, casado com a colega Indy, continuou muito participativo nas aulas, principalmente nas discussões de soluções das atividades. Nesses momentos, Jamil apresentava sugestões que, muitas vezes, ajudaram seus colegas a compreender as ideias envolvidas nas questões. Procurava estudar em casa e estava se preparando para a prova do ENEM. Ele chegou a adquirir uma apostila de questões preparatórias e, algumas vezes, comentava com os colegas as questões similares àquelas discutidas em sala de aula. Concluiu o ano letivo com um bom resultado.

Jessy tornou-se nossa aluna, em 2009, ao cursar o 2º ano do ensino médio. Eram evidentes muitas dificuldades de Jessy em conteúdos básicos estudados no ensino fundamental como, por exemplo, operações com números naturais, inteiros e racionais. Essas dificuldades ampliavam-se, com maior frequência, em tarefas envolvendo frações, números decimais, números negativos, potenciação e equações. Todas essas dificuldades impediam o entendimento dos conteúdos estudados naquele ano de ensino médio, como por exemplo, sistemas lineares que dependem do aluno saber as operações com números reais, além de resolver equações. Era uma aluna faltosa, pouco participativa, o que resultou em sua reprovação naquele ano. Em 2010, foi novamente nossa aluna e continuava com as mesmas dificuldades do ano anterior, porém parecia mais interessada em participar e aprender. Ela realizava as atividades com mais entusiasmo nesse ano, o que resultou em um rendimento satisfatório e no avanço para o 3º ano. Em 2011, permaneceu participativa, apesar de algumas faltas, principalmente em atividades relacionadas à nossa pesquisa. Concluiu o ano letivo com resultado satisfatório, ou seja, conseguiu a pontuação para sua aprovação.

Lady tornou-se nossa aluna no 2º trimestre de 2010, vindo transferida de uma escola da rede estadual de Vitória. Muito calada e introspectiva, realizava todas as atividades e demonstrava bons conhecimentos dos conteúdos básicos de matemática do ensino fundamental. Com o tempo começou a interagir com Jessy com quem realizava a maior parte das tarefas. Concluiu o ano com rendimento satisfatório em matemática. Em 2011, continuou participativa, no entanto, um pouco faltosa, pois ficou grávida no segundo trimestre e começou a ter alguns problemas decorrentes da gravidez. Concluiu o ano letivo com rendimento satisfatório.

Lu tornou-se nossa aluna em 2010, mas estudava na escola desde 2009. Era bastante esforçada, com algumas dificuldades relacionadas aos conteúdos básicos aprendidos no ensino fundamental. Ela era da turma da Fê e Sâmy e algumas vezes procurou interagir com suas colegas cegas. Em 2011, já estava bastante enturmada com seus colegas cegos e com alguns outros que foram seus colegas no ano de 2010, principalmente Luc, Any e Iza.

Luc tornou-se nosso aluno em 2011, embora estudasse na escola desde 2009. Inteligente e esforçado, procurava realizar todas as atividades e participava ativamente das discussões de soluções. Interagia principalmente com Lu, Any e Iza, e se sentavam juntos sempre e cumpriam as atividades propostas. Reconhecemos seu empenho em ajudar seus colegas na busca por soluções das questões. Concluiu o ano com um dos melhores resultados da turma em matemática.

Paty tornou-se nossa aluna desde 2010, na mesma turma de Fê, Sâmy e Lu e interagiu muito pouco com essas colegas durante o ano. Interagia com Taty e com Vick. Ela era um pouco faltosa, o que prejudicava bastante sua aprendizagem. Apresentava algumas dificuldades com relação a alguns conteúdos matemáticos, entretanto, terminou o ano com resultado satisfatório.

Gave tornou-se nosso aluno em 2010. Ele era muito faltoso, e isso quase resultou em sua reprovação. Não tinha dificuldades com os conteúdos básicos do ensino fundamental, o que facilitava a aprendizagem dos novos conteúdos do ensino médio. Realizava as atividades em sala, sem muita dificuldade e interagia um pouco com alguns colegas. Concluiu o 2º ano com resultado satisfatório. No ano de 2011, estava mais participativo e frequente nas aulas. Interagia principalmente com Elia, que passou a namorar no decorrer do ano. Ele era muito questionador na hora das discussões de soluções dos problemas em sala de aula. Esse seu comportamento enriquecia bastante as discussões nas aulas. Concluiu o ano com um bom resultado em matemática.

Sâmy era uma adolescente. Desde o seu nascimento, possuía problemas de visão que foram se agravando até à cegueira total na adolescência. Nossa aluna desde 2009. Através de diálogos com Sâmy e de observações em sala de aula, notamos que se tratava de uma adolescente revoltada com sua deficiência. De comportamento muito fechado, em alguns momentos, se portava com certa agressividade, sobretudo ao ser cobrada em relação às atividades da aula. Recusava-se a aprender o Braille e, nas primeiras aulas, apenas acompanhava os colegas, contudo não realizava nenhuma atividade. Sua mãe compareceu, por mais de uma vez, à escola para conversar sobre sua situação e também devido às queixas da filha com relação à cobrança dos professores. Tivemos a oportunidade de conversar com esta mãe nessas ocasiões e, desses diálogos, pudemos constatar que boa parte do comportamento da aluna era em razão da pena que sua mãe sentia de si mesma e da filha. Constatamos que esse sentimento fazia com que Sâmy fosse muito mimada e que sua mãe se esmerava para que suas vontades fossem satisfeitas. Com relação à aprendizagem matemática, a própria aluna informou que os professores, de anos anteriores, não cobravam muito dela, devido à sua deficiência. Nós, no entanto, concordamos com Fernandes (2004, p. 17), quando afirma que “o cego apresenta os mesmos sentimentos e aspirações daqueles considerados “videntes”. Possui, portanto, potencial que precisa ser estimulado e trabalhado a fim de possibilitar sua integração no mundo em que vive”.

Começamos o ano de 2009, realizando uma revisão de assuntos, como equações, potenciação, e radiciação. E notamos que Sâmy não sabia sequer resolver uma equação. Ela não sabia nem mesmo resolver de forma mecânica uma equação como, infelizmente, faz a maioria de nossos alunos, apesar de dominar as quatro operações com números reais. No decorrer do ano, Sâmy foi se sentindo mais segura, e participando mais das aulas. Isso aconteceu devido a quatro fatores como: (1) a ajuda dos colegas cegos; (2) a ajuda da profissional de AEE; (3) o auxílio das aulas de reforço que tínhamos duas vezes por semana; e também (4) do auxílio dos alunos de licenciatura em matemática na disciplina de estágio. Sâmy estava vencendo seus próprios medos e descobrindo a sua própria potencialidade. Ficou menos agressiva, aceitou a necessidade de aprender o Braille e passou de ano, apesar de ter ficado para recuperação final em matemática. Também realizou uma ótima prova de recuperação, onde havia questões a respeito de assuntos como função, conjuntos, tratamento da informação, e outros. Mostrou que, de alguma forma, havia conseguido assimilar alguns dos conceitos estudados durante o ano no ensino médio. No ano de 2010, com a autoestima elevada, Sâmy foi uma das alunas mais ativas da sala. Ela realizou todas as atividades e participou de todas as discussões de questões apresentadas, obteve bons resultados nas atividades de avaliação e se manteve com essa mesma postura no ano de 2011.

Taty tornou-se nossa aluna em 2011. Sentia certa aversão à matemática, julgando-se incapaz de compreender os conceitos e os cálculos. Tinha muita dificuldade com os conteúdos básicos de matemática, tais como: adição e subtração de números inteiros e racionais, resolução de equações e ideias básicas de geometria. Ou seja, tinha uma base de aritmética, álgebra e geometria muito superficial. Esse fato só fortalecia sua antipatia pela matemática, por não conseguir compreender os novos conceitos estudados no 3º ano de ensino médio. Interagia, especialmente, com Paty e Vick, mas não se concentrava nas atividades. E assim, muitas vezes, os colegas desistiam de ajudá-la. Não conseguiu, no final do ano letivo, um resultado satisfatório ficando reprovada em matemática.

Vick foi nosso aluno apenas no ano de 2011. Desde o início do ano relatou gostar muito de matemática e observamos no decorrer do ano que esse gostar tornava a matemática muito simples para ele. Apesar de ser um aluno faltoso, conseguia bons resultados nas atividades e avaliações. Desejava fazer engenharia no ensino superior e se dedicava em estudar física e matemática. Participava, ativamente, das discussões sobre soluções dos problemas e, muitas vezes, apresentava soluções bastante originais. Concluiu o ano letivo com um bom resultado.

3.3. Instrumentos para coleta e análise dos dados

3.3.1 Diário de campo

O diário de campo foi o primeiro instrumento sugerido por nossa orientadora para o início da pesquisa. Realizávamos registros diários, contendo diálogos e atitudes dos alunos com relação às atividades desenvolvidas em aulas. Incluíamos também nossas reflexões sobre a investigação, buscando contemplar tanto a perspectiva descritiva quanto a interpretativa (SANTOS-WAGNER, 2011, 2012). Assim procurávamos seguir ideias de nossa orientadora, confirmadas por Fiorentini e Lorenzato (2006), ao afirmarem: “para que o diário não seja meramente técnico ou muito genérico e superficial, recomenda-se que busque contemplar de forma equilibrada essas duas perspectivas” (p. 119 e 120). Complementamos nossos registros relativos aos procedimentos didáticos utilizados e à descrição de atividades com as informações registradas no diário de classe.

Nossa orientadora, em visitas, em alguns dias, em nossa turma de pesquisa, realizou importantes registros que complementaram as informações de nosso diário de campo. Esses registros com outros olhares e percepções foram imprescindíveis para várias tarefas posteriores da investigação. E foram importantes para: orientar as reflexões que realizávamos em conjunto após as atividades; propor novos questionamentos; compreender eventos ocorridos em aulas; e buscar indícios de resultados de nosso estudo. E auxiliaram também para pensar em formas de organizar, interpretar e analisar dados coletados e produzidos em aulas. Quando comparávamos os registros realizados pela professora pesquisadora e os de nossa orientadora, percebemos detalhes que nos intrigaram. Vimos que a orientadora teve a oportunidade de relatar de forma neutra a prática da professora pesquisadora. Ao ler esses registros da orientadora, verificamos que impressões sobre a prática da professora pesquisadora escapavam dos registros dela em seu caderno. E nos perguntávamos sobre isto: será que este não olhar ou não perceber fatos da prática ocorreu por ela estar o tempo todo envolvida como mediadora das tarefas com os alunos? Ou será que aconteceram pela complexidade de atuar com dois papéis em sala de aula, o de professora regente e o de professora pesquisadora? Ou será que ocorreram pela novidade de vivenciar esses papéis apenas com frequência na pesquisa? Ou será que isso aconteceu devido ao fato de termos poucas experiências anteriores com os dois papéis, em momentos isolados de aulas registradas para discutir com colegas no grupo de estudos? Provavelmente, todos esses aspectos tenham interferido. E reler os registros dos momentos em que a orientadora esteve presente em aulas nos fez abrir olhares para outros aspectos a relatar no diário de campo.

Fiorentini e Lorenzato (2006) destacam que “quanto mais próximo do momento da observação for feito o registro, maior será a acuidade da informação” (p. 32). Seguimos a orientação dos autores que era a mesma de nossa orientadora. Por esse motivo, enquanto pesquisadores da própria prática, buscávamos realizar nossos registros no diário de campo sempre que terminavam as aulas, pois, durante as atividades, nem sempre tínhamos condições de fazê-lo. E contamos sempre com a ajuda de nossa memória dos momentos marcantes das aulas. Em alguns casos, as conversas pessoais com a orientadora quando ela estava em Vitória, depois de aulas, ou as conversas telefônicas a respeito de aulas de cada semana iam nos auxiliando a resgatar detalhes. Todas estas estratégias serviam para complementar e detalhar registros iniciais dos acontecimentos de aulas em termos de questionamentos de alunos, diálogos entre alunos e a professora pesquisadora, dúvidas de alunos, diálogos entre os alunos a respeito de tarefas matemáticas, e outros.

3.3.2 Gravações em áudio

A utilização desse instrumento foi muito importante, principalmente na realização de tarefas que envolviam o aluno no papel de professor, apresentando e discutindo questões com a turma. Fomos, devidamente, autorizados pelos alunos e pela escola para realizarmos as gravações. O modelo da autorização consta no Apêndice IX deste texto. Como recurso, usamos o gravador de um celular. Foi um material muito importante nas análises posteriores das atividades realizadas com a turma. No entanto, vale ressaltar que, muitas vezes, alguns trechos não ficaram muito claros na gravação. Tais trechos exigiam uma dedicação maior para uma escuta atenta e entendimento das falas dos estudantes. Algumas gravações foram transcritas na íntegra, outras foram utilizadas apenas para lembrarmos alguns trechos que não constavam em nossas anotações (SANTOS-WAGNER, 2011, 2012).

3.3.3 Questionários

Realizamos alguns questionários individuais com os alunos da turma de pesquisa (Apêndices VI ao VIII). Esses questionários continham perguntas abertas cujo objetivo principal era conhecer opiniões dos estudantes a respeito do ensino médio, inclusão e expectativas para o futuro.

3.3.4 Reflexões escritas e compartilhadas

Durante todo o estudo, refletíamos sobre as atividades desenvolvidas, as conversas com os alunos, o resgate de memória e realizávamos registros em nosso diário de campo. Tivemos diversas discussões e diálogos presenciais com nossa orientadora, por telefone e e-mail, que também ficaram registrados. Todos esses momentos e registros pessoais, em conjunto com os demais instrumentos de coleta de dados foram imprescindíveis para o direcionamento de nossa pesquisa. E isso serviu também para nos orientar e auxiliar nas etapas posteriores de organizar informações e dados, transcrever os mesmos, interpretar e analisar tudo em vários momentos. Fizemos todos esses movimentos em nossa investigação para procurar responder nossos questionamentos e encontrar evidências de resultados. Enfim, buscamos compreender e refletir sobre o que ocorreu em nossas aulas em termos de aprendizagem de alunos, interações entre eles e nós e em nossas práticas de ensino. Encontramos apoio em Silva e Santos-Wagner (2009, p. 4) quando falam que “o pesquisador deve começar a levantar os seus próprios critérios de validade e de apreciação do estudo que pretende implementar”.

3.3.5 Detalhamento das atividades desenvolvidas

Durante o ano letivo de 2011, a turma objeto da investigação teve 155 aulas de matemática. Inicialmente, eram aulas de 60 minutos e, a partir de 20 de julho, eram aulas de 55 minutos, de acordo com negociação entre o sindicato dos professores e a secretaria de educação do estado. Acreditamos que todos os contatos com alunos, pais e responsáveis, pedagogos, orientadora e interações entre alunos e nós interferiram no caminhar da investigação. Selecionamos 62 aulas entre os meses de abril e novembro de 2011 e apresentamos a descrição das mesmas no Apêndice I. Trazemos uma tabela com registros relacionados a essas aulas, transcritos do diário de classe da escola, do caderno da professora pesquisadora e das anotações de nossa orientadora. Assim, oferecemos ao leitor deste texto uma panorâmica dos trabalhos realizados em 2011, com a turma de 3º ano de ensino médio, em aulas de matemática. Dentre as atividades realizadas nas aulas selecionadas estão as tarefas planejadas, especificamente, com o desejo de atender aos objetivos da investigação. Utilizamos, como critério de seleção de aulas para relatar no capítulo 4, aquelas onde foram introduzidos e/ou trabalhados os conteúdos abordados em nossas atividades de pesquisa.

Na maior parte das atividades, que descrevemos no capítulo 4, trabalhamos os livros do Multicurso Matemática (PITOMBEIRA, 2008a e 2008b) como material de apoio didático. Trata-se de material produzido pela Secretaria de Educação em parceria com a Fundação Roberto Marinho. Esse material didático serviu para uma formação continuada de professores de matemática do estado que se iniciou em 2008 e já estava no quarto ano de utilização em 2012. O material foi apresentado aos professores durante o primeiro ano da formação e sua utilização foi sugerida como apoio ao livro didático em aulas de matemática do ensino médio. Foram produzidos livros na versão do professor e do aluno, e distribuídos nas escolas da rede estadual. A apresentação dos conteúdos e as atividades no livro tiveram uma boa aceitação por parte dos alunos e professores. O material teve uma avaliação muito positiva por parte dos professores da rede que o utilizaram, segundo relatos dos próprios professores no decorrer da formação. Usamos esse material em nossa prática em sala de aula desde o início da formação. Tivemos sempre um retorno muito positivo por parte dos alunos com relação a esse material e acreditamos que contribuiu bastante para o processo de aprendizagem de matemática de nossos alunos.

Vale ressaltar que uma das características da turma de estudo era que nem sempre podíamos contar com os mesmos alunos presentes em aula para dar continuidade a um trabalho e/ou atividade iniciados em aula anterior. Nos trabalhos realizados em grupos, por exemplo, muitas vezes começávamos com um grupo e tínhamos que concluir na aula posterior com um grupo formado por outros alunos. Sabemos que isso, em alguns momentos, comprometeu os objetivos da atividade e nos fez modificar rumos na investigação.

Os registros apresentados na tabela do Apêndice I foram organizados das seguintes formas:

- Do dia 06 a 15/04, as atividades estavam relacionadas com o assunto resolução de problemas, e utilizamos a aula 35 do livro de Pitombeira (2008a);
- De 04/05 a 11/05, o assunto trabalhado foi probabilidade com atividades da aula 47, do livro de Pitombeira (2008b).
- De 13/05 a 18/05, realização de atividade sugerida pela nossa orientadora de pesquisa e apresentação de questões pelos alunos.
- De 25/05 a 30/05 tivemos a realização de tarefas relacionadas à recuperação trimestral.
- De 16/06 a 08/08, os assuntos discutidos foram razões trigonométricas e as leis dos senos e cossenos.

- De 15/08 a 19/08, descrevemos atividades sobre a lei dos senos e cossenos utilizando a aula 48 de Pitombeira (2008a).
- Nos dias 22, 25, 26 e 29/08, ocorreu a realização da tarefa de elaboração de questões sugerida pela professora orientadora.
- Nas aulas de 15/09 a 31/10, as atividades estavam relacionadas com o círculo trigonométrico e trabalhamos com o material de apoio às aulas 49 e 51 do livro de Pitombeira (2008a) e Giovanni e Bonjorno (2005b).
- Em 04/11, trabalhamos com os livros do Multicurso Matemática (PITOMBEIRA, 2008a e 2008b) e houve a realização de atividade de elaboração e apresentação de questões sobre o círculo trigonométrico.
- De 07 a 28/11, aconteceu a realização de tarefas sobre o assunto sólidos geométricos com atividades da aula 18 do livro de Pitombeira (2008b). Convém registrar que nessas aulas ocorreram também a realização de questionários e a atividade de encerramento do ano letivo de 2011.

4. O CAMINHAR DA PESQUISA E APRESENTAÇÃO DOS DADOS

> ... Porque ser é ainda melhor, muito melhor do que apenas sonhar. (Edmar Henrique Rabelo[15]).

Neste capítulo apresentamos registros, análises e reflexões sobre 14 aulas dentre as 62 destacadas no Apêndice I. Selecionamos quatro aulas do 1º semestre de 2011 e 10 aulas do 2º semestre, e delas registramos diálogos, apresentações dos alunos, considerações da professora pesquisadora e da professora orientadora. Essas aulas oferecem uma panorâmica de episódios relevantes desenvolvidos na investigação.

Aula do dia 08/04/11 Horário: 11h00 às 12h00

Assunto: Resolução de problemas com equações do 2º grau

Objetivo: Desenvolver a habilidade de resolver situações-problema, envolvendo equações do 2º grau

Desenvolvimento

Essa atividade ocorreu no primeiro trimestre de 2011. No planejamento do 1º trimestre, decidimos trabalhar com resolução de problemas, envolvendo equações, inequações, sistemas de equações e funções, conforme sugerido no Currículo Básico Escola Estadual (ESPÍRITO SANTO, 2009), para o trabalho com o 3º ano, no bloco de álgebra e funções. Já havíamos realizado algumas atividades de resolução de problemas, compreendendo esses conteúdos individualmente e em grupos de acordo com quadro descritivo de aulas no Apêndice I.

Estávamos trabalhando com tarefas de resolução de problemas, abrangendo equações do 2º grau. Fomos apoiados nessas tarefas pelo que sugere o Currículo

---

[15] Essa epígrafe foi retirada da contracapa de RABELO, E. H. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. 3. ed. rev. ampl. Petrópolis: Vozes, 2002.

Básico Escola Estadual (ESPÍRITO SANTO, 2009) e preconiza o documento dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM, ao afirmar que:

> Algumas vezes, de forma intencional, são retomados assuntos já tratados no ensino fundamental – é o momento de consolidar certos conceitos e ideias da matemática escolar que dependem de explicações cuja compreensão exige uma maior maturidade. Sugestões quanto à forma de trabalhar os conteúdos acompanham o detalhamento sempre que possível, destacando-se o valor formativo agregado e descartando-se as exigências de memorização, as apresentações de “regras” desprovidas de explicações, a resolução de exercícios repetitivos de “fixação” ou a aplicação direta de fórmulas (BRASIL, 2006, p. 70).

Propusemos algumas questões incluindo equações do 2º grau para a turma, propostas na aula 35 de Pitombeira[16] (2008a, p. 213). Dentre elas, temos a seguinte:

Ao dividir -4 por certo número x, Maria distraiu-se e em vez da divisão fez a adição. Ao refazer os cálculos ficou espantada ao perceber que obtivera o mesmo resultado de antes. Foi muita coincidência, mas isso acontece para um valor de x. Descubra qual é ele.

Para a resolução dessas questões alguns alunos da turma se agrupavam em duplas ou em trios. E, raramente, os alunos com deficiência visual sentavam-se com os colegas videntes, talvez por falta de iniciativa dos dois grupos. Esse era um fato que nos incomodava, mas que ainda não tínhamos conseguido uma estratégia para mudar essa atitude deles. Talvez por acreditarmos que essa atitude de trabalho entre colegas deveria ser espontânea.

Já havíamos trabalhado alguns problemas em que nos procedimentos de resolução chegávamos a uma equação do 2º grau, ou como os alunos diziam “caía” em uma equação do 2º grau. Portanto, esperávamos que os alunos não apresentassem dificuldades na resolução da equação. As dificuldades poderiam estar relacionadas com o entendimento do enunciado do problema e o raciocínio necessário para encontrarem uma possível solução.

[16] O estado do ES tem realizado para os professores de matemática uma formação continuada denominada Multicurso Matemática. Em 2008, distribuiu uma determinada quantidade de livros nas versões de aluno e professor para todas as escolas de ensino médio da rede. Sugeriu-se que esse livro, que foi utilizado na formação, fosse usado e/ou adaptado pelos professores em aulas de matemática.

Decidimos analisar a questão, oralmente, com a turma e buscamos estimular a participação de todos, através da interação professor/alunos. Chegamos à seguinte equação: $-\frac{4}{x} = -4 + x$. Outra dificuldade que os alunos poderiam ter para a resolução dessa questão seria a presença de uma incógnita no denominador. Vale ressaltar que, quando realizávamos qualquer atividade oralmente com a turma, os alunos deficientes visuais participavam ativamente, porque nesse momento todos tinham a oportunidade de participar da mesma forma. E assim, a deficiência de alguns alunos desaparecia, pois todos paravam para pensar juntos a fim de verbalizar seus pensamentos e, portanto o escutar atento dos alunos permitia que construíssem imagens mentais da situação matemática descrita oralmente.

Após atendermos a solicitação de outros alunos da turma, que já começavam a esboçar algumas equações possíveis para resolver o problema, sentamo-nos perto de duas alunas com deficiência visual e iniciamos o diálogo transcrito abaixo. Essas alunas geralmente buscavam resolver questões juntas, fato que também ocorria com os outros dois alunos da turma com deficiência visual. Vamos identificar os participantes do diálogo, utilizando os pseudônimos estabelecidos no capítulo 3, Fê e Sâmy, e identificando a professora pesquisadora por Prof.

Prof.: *Então, meninas como vocês vão resolver a equação?*

Fê: *Multiplico o* -4 *do lado de cá, pelo* x *do outro lado da igualdade*. Notamos que Fê resolve a equação, utilizando a ideia de movimentar os valores de um lado e outro da igualdade, raciocínio desenvolvido pela maioria dos alunos, pelos videntes e não videntes também. E fica claro que está repetindo os passos procedimentais para resolver a equação. Mas ficamos sem poder afirmar se ela e os outros colegas, que assim resolvem equação, de fato, compreendem o significado matemático desses procedimentos. Será que os alunos que assim procedem, de verdade, sabem e compreendem o significado matemático de estar trabalhando com a propriedade do elemento neutro da multiplicação? Questionamos-nos a respeito disso porque Fê multiplicou o mesmo valor dos dois lados da equação e assim manteve a equivalência entre a sentença original e a produzida.

Sâmy: P*ara multiplicar tem que passar para o outro lado, né "cabeção"?* $x = -4x + x$, *é isso?*

Quando Sâmy fala que "para multiplicar tem que passar para o outro lado", deixa claro que não possui a compreensão do que significa resolver a equação e realiza os cálculos mecanicamente. Lorenzato (2008) fala da importância de ensinar, integradamente, aritmética, geometria e álgebra e de auxiliar os alunos a compreender as conexões entre os assuntos matemáticos. No caso da aluna Sâmy, estava claro que faltava a compreensão dos elos entre as operações aritméticas a realizar, para solucionar a equação que estava formulada algebricamente. Em uma das atividades sugeridas, Lorenzato (2008, p. 62) comenta sobre "muitas regras que os alunos decoram, sem compreensão de seu significado". O documento do PCNEM (BRASIL, 2006, p. 71) recomenda que "As propriedades relativas às operações com números reais devem ser trabalhadas de modo que permitam ao aluno a compreensão das estruturas dos algoritmos, prevenindo recorrentes erros na resolução de problemas que envolvam manipulações algébricas".

Continuando o diálogo:

Prof.: *E como fica?*

Fê: *Quer que eu leia de novo*? – Reconhecemos que as alunas tinham necessidade de voltar ao texto do problema, em Braille, para uma releitura. Santos (1997), assim como Polya (1978/1945), destaca como ponto importante para a resolução de um problema, a compreensão da situação através da leitura e interpretação.

Prof.: *Sim, por favor*.

Fê lê o problema novamente e confere a equação.

Fê: *Tem que dar uma equação do 2º grau, porque a gente está estudando isso*.

Interessante essa frase da aluna Fê, pois revela que ela sabe pela rotina das aulas de matemática que os exercícios e tarefas solicitados devem ser resolvidos com o assunto matemático estudado no momento. Como nessa etapa das aulas, os alunos estavam estudando equação do 2º grau, a aluna mostra que sabe bem qual é o ritual e o acordo pedagógico em sala de aula. Assim, as alunas se concentram em ver se chegam a algo parecido com o que estudavam no momento.

A aluna Sâmy começa a fazer o cálculo em voz baixa.

Sâmy: $\frac{-4}{x} = -4 + x$, *vai dar* $-4 = -4 + x^2$.

Prof.: *Não faltou nada? E o* (-4)*?* A pergunta fez com que Fê refletisse sobre o resultado apresentado pela colega oralmente. Mediante esse questionamento levamos as duas alunas a pensar nos procedimentos de cálculo usados e a rever tudo o que fizeram. Usamos questionamentos como os sugeridos por Polya (1978/1945), Santos (1997), Onuchic e Allevato (2005) e outros autores que investigam resolução de problemas. Fizemos questionamentos que levassem as alunas a pensar, mas não demos a resposta para elas.

Fê explicou para Sâmy assim:

O x *multiplica o* -4 *também*. Assim a aluna Fê reviu seus cálculos e percebeu que tinha que multiplicar o (-4) pelo termo x também.

Prof.: *Então, fazendo como Fê sugeriu, como ficará a equação?* Procuramos mediante essas intervenções, estimular o raciocínio das alunas, evitando que se perdesse o foco, mas sem resolver para elas.

Sâmy: *Agora saquei* $x^2 - 4x = -4$. *Seria isso?*

Fê: *Ah não, calma aí!* Ambas não estão ainda muito seguras sobre o desenvolvimento da solução, e Sâmy, desabafa.

Sâmy: *Que trem difícil!*

Com essa expressão, Sâmy enfatiza a ideia sempre presente de que matemática é difícil. Autores como Santos (1997), Goméz Chacón (2003) e Lorenzato (2008) nos alertam sobre nossa responsabilidade de buscarmos através de nossa prática enfraquecer ou mesmo destruir mitos e preconceitos referentes à matemática e seu aprendizado. Precisamos evitar com nossos atos e falas em aulas de matemática, bloquear crianças e jovens para o aprendizado de matemática. Enfim podemos evitar isso se realizarmos atividades diferenciadas que (a) procurem quebrar mitos de que matemática é difícil, (b) estimulem diálogo entre alunos e alunos/professor para compreensão e resolução das tarefas, e (c) procurem a construção de uma aprendizagem matemática com significado.

Nós insistimos nos questionamentos para que elas verbalizassem o que pensavam.

Prof.: *Onde está a dificuldade?*

Sâmy: *No* -4*, ele passa positivo?*

Prof.: *Sim*. Nesse momento tivemos que apoiar a solução mecânica apresentada por Sâmy desde o início da resolução. Pois, por enquanto essa era a forma que ela tinha para resolver o problema. E não tivemos condições de trabalhar naquele momento ou retornar, com elas, à ideia da construção do conceito de equilíbrio e equivalência. Pela análise desse diálogo, pudemos constatar que esses conceitos não estavam muito claros para Sâmy, como também para outros alunos da turma como em nossas observações em outras ocasiões.

Após nossa afirmativa, Sâmy define a equação:

Sâmy: $x^2 - 4x + 4 = 0$

Fê: *Ok!*

Prof.: *Agora vocês vão resolver juntas.*

Fê começa a resolver rapidamente, falando e digitando no notebook, Sâmy reclama:

Sâmy: *Fê faz muito rápido, não me deixa pensar.*

Fê: Q*uando eu sei eu faço rápido.* Disse isso, referindo-se ao desenvolvimento da equação do 2º grau, que realizava utilizando a fórmula de Báskara[17], estudada

---

[17] Nome atribuído à fórmula utilizada para resolver equações do 2º grau: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

desde o ensino fundamental. A nosso ver essa resolução também ocorria de forma mecânica, uma vez que a fórmula estava memorizada pela aluna. Constatamos em outros momentos de aula que outros alunos da turma também usavam a fórmula de Báskara para resolver equações de 2º grau procedimentalmente.

Sâmy: *Pronto, professora, deu – 2.*

Fê: *Deu 2 positivo. Corrige Fê.*

Prof.: *Está certo?* Acabamos por direcionar essa pergunta apenas ao resultado da equação e não focalizamos a atenção das alunas se, de verdade, tinham solucionado o problema. Observamos este fato apenas ao ouvir e transcrever esta aula gravada. Refletimos, a partir dessa aula, que escutar atentamente o que dizemos, como interagimos com os alunos e dirigimos seus pensamentos, pode ser útil para o professor em suas práticas de ensino. Porque esse escutar atento de aulas gravadas em áudio pode auxiliar-nos a (1) compreender nossas falas, dúvidas dos alunos e interações com a turma, e (2) também oferecer ideias para replanejamento de aulas.

Fê*: Eu acho que sim*.

Prof.: *Como descobrimos se está certo?* Nesse momento, estimulamos que as alunas verificassem se o resultado encontrado era compatível com o contexto da situação apresentada.

E Sâmy respondeu: *Substituindo o x.*

Prof.: O*nde?*

Sâmy: *Tanto tempo que eu fiz isso!* Com essa expressão, Sâmy demonstrou não ter tanta certeza da resposta. Nós insistimos.

Prof.: *Vai substituir como?*

Sâmy: O x *pelo* 2*, ué!* Afirmou com mais segurança, mostrando que, de alguma maneira, tinha uma noção do que o resultado representa para a equação, apesar de no início da resolução ter começado mecanicamente.

Prof.: *Isso mesmo. Agora vamos tentar a questão sete* de Pitombeira (2008a, p. 213).

A aluna Fê lê a questão que está transcrita em Braille.

Questão 7: *Determine a medida do lado de um quadrado em que o número que representa a área excede o número que representa o perímetro em cinco unidades.*

Prof.: *Para começar a resolver, em que vocês pensaram primeiro?*

Sâmy: *Perímetro é a soma dos lados.* Geralmente, os alunos definem perímetro dessa forma, apesar de alertarmos que o correto seria dizer a soma das "medidas" dos lados. Analisando alguns livros didáticos do ensino fundamental, vemos que a ideia de medida está sempre relacionada a esse conceito. Bonjorno e Olivares (2006a, p. 249) dizem: "Quando medimos o contorno de uma figura geométrica plana, damos a essa medida o nome de **perímetro**". No decorrer do texto deles, ainda temos a etimologia da palavra perímetro "**Peri**, em grego, significa "ao redor", e **metron** significa "medida"." Barroso (2007a, p. 246) define: "A soma das medidas de todos os lados de um polígono chama-se **perímetro**". Observamos que os alunos não tem o cuidado de pronunciar exatamente o que expressa o conceito, mas quando dizem "perímetro é a soma dos lados", implicitamente sabem que é a soma das medidas dos lados.

Fê: *É*.

Prof.: *E depois?*

Sâmy: *Como assim, excede em cinco unidades?*

Fê: *Exceder é ultrapassar*. Mais uma vez a importância da leitura e interpretação do enunciado, para iniciar os raciocínios preliminares necessários para a resolução do problema.

Prof.: *E como ficaria a equação?*

Sâmy: *Cinco unidades de quê?*

Prof.: *Boa pergunta, vamos ler o problema de novo?*

A aluna Fê lê novamente.

Prof.: *Conseguiu entender Sâmy?*

Sâmy: *Acho que sim.*

Prof.: *Então monta a equação!*

Sâmy: *O perímetro é* $4x$.

Prof.: *E a área?*

Fê: *A área seria* $2x$*, não!* L^2*, seria* x^2.

Prof.: *Quem excede, a área ou o perímetro?*

Fê: *A área, então, a equação fica* $x^2 - 5 = 4x$

Prof.: *Arrumando a equação...*

Fê: $x^2 - 4x - 5 = 0$

Prof.: *Vamos resolver?*

Nesse momento, olhamos o relógio e vimos que faltavam poucos minutos para o término da aula. Então, deixamos que as meninas resolvessem essa outra equação do 2º grau sem nossa intervenção direta. Ao ouvir o que foi gravado notamos que dialogamos com elas apenas a respeito dos procedimentos de cálculo e que nem questionamos o que compreendiam de verdade a respeito de perímetro e área.

Durante o tempo em que dialogávamos com as meninas, algumas vezes os demais alunos nos interromperam para questionar algo das tarefas solicitadas. E podemos ter perdido alguns registros das falas entre as alunas Fê e Sâmy. Conversamos com elas sobre a possibilidade de gravar nossos diálogos, e elas aceitaram. Dissemos-lhes que iríamos procurar registrar nossas aulas no caderno (ou no diário de campo) e marcar também aulas à tarde para desenvolvermos outras atividades. Elas se mostraram dispostas a participar. Os alunos Jamil e Indy, que são os outros alunos com deficiência visual, faltaram à aula nesse dia.

Aula do dia 11/04/2011 Horário: 7h00 às 08h00

Assunto: Resolução de problemas com equações do 2º grau

Objetivo: Identificar dúvidas dos alunos e verificar se houve aprendizagem através da discussão das soluções propostas por eles para as questões da aula anterior

Desenvolvimento

Nesta aula, realizamos uma análise de um problema corrigido, destacando a preocupação da professora pesquisadora em registrar as ideias e argumentos dos alunos com deficiência visual. Começamos por questionar os alunos sobre a resolução de um dos problemas que discutimos na aula anterior (PITOMBEIRA, 2008a, p. 213) e a equação que definimos. O enunciado do problema era:

Um grupo de pessoas saiu para almoçar em um restaurante, sendo que três delas eram mulheres. A conta de R$ 72,00 foi, inicialmente, dividida entre todos, mas depois os homens resolveram que, por gentileza, as mulheres não deveriam pagar. Então, cada homem contribuiu com mais R$ 4,00, e a conta foi paga. Quantas pessoas havia no grupo?

Sugerimos aos alunos que começassem o raciocínio conforme a sugestão do livro (PITOMBEIRA, 2008a, p. 213):

Sugestão: I) Escolha as seguintes incógnitas:

x = número de pessoas do grupo

y = valor que cada um deveria pagar

II) Siga as seguintes etapas:

a) Se a conta foi de R$ 72,00, qual é a primeira equação?

b) Se existem 3 mulheres no grupo, como representamos o número de homens do grupo?

c) Se, no pagamento, cada homem contribuiu com mais R$ 4,00, qual é a 2ª equação?

Seguindo a sugestão, encontramos a equação $4x^2 - 12x - 216 = 0$.

Jamil perguntou: *O resultado da questão é nove?*

Prof.: *Sim, como você chegou ao resultado?* Ao questionarmos Jamil, esperávamos que ele pudesse verbalizar as estratégias de raciocínio que utilizou para chegar ao resultado, dando um exemplo aos colegas da turma de uma forma para resolver a questão.

Jamil: *Eu utilizei o raciocínio lógico.*

Prof.: *Explica como é esse raciocínio lógico?* Aqui reparamos como Jamil apresenta uma resposta que é vaga, pois geralmente os alunos não se acostumaram a pensar em falar como pensam para resolver uma tarefa matemática e como procedem nas diversas etapas para resolver uma equação. Esse tipo de questionamento já era sugerido por Polya (1978/1945). E precisamos deixar claro, tanto professores quanto alunos, o que pensamos e queremos dizer com esta frase genérica: Eu utilizei o raciocínio lógico.

Jamil: *Eu vou pensando no problema no ônibus, em casa antes de dormir, pego os valores e vou tentando chegar a um resultado. Por exemplo, como "tinham" três mulheres, pensei que poderiam ser sete pessoas, mas não deu certo, fui fazendo os cálculos e acabei encontrando o nove*. Constatamos que Jamil utiliza a estratégia de tentativa e erro, pois ele vai testando valores na memória, procurando encontrar os que possam ser solução para o problema. Ele está trabalhando também de trás para frente como sugere Polya (1978/1945) e verificando que valores satisfazem o problema dado. Pitombeira (2008a, p. 73) comenta sobre o raciocínio do "caminho de volta", ou seja, empregar operações inversas para solucionar problemas, estratégia muitas vezes utilizada por Jamil e por outros alunos, em problemas de menor dificuldade.

Prof.: M*as você chegou a fazer a equação que eu sugeri?*

Jamil: *Sim, primeiro eu achei a resposta depois eu equacionei.*

Ele confirma que vai experimentando os valores antes para depois equacionar o problema e resolver matematicamente. Será que outros alunos usam essa estratégia? Por que será que Jamil tenta encontrar os valores que funcionam antes de resolver a equação matematicamente? Será que ele faz isso porque os valores que resolvem o problema podem ser encontrados facilmente por tentativa e erro, e assim ele fica sem perceber a utilidade e o valor dos procedimentos matemáticos? Será que nós, professores, temos isso claro para nós? Ao elaborarmos problemas que tenham que ser resolvidos por equações, notamos que esses problemas podem ser resolvidos por outros procedimentos? Esses questionamentos foram propostos posteriormente, por nossa orientadora, ao lermos e refletirmos sobre os registros da aula.

Prof: *Muito bem, parabéns!*

Continuando a aula, discutimos a solução da questão dois de Pitombeira (2008a, p. 213), que dizia o seguinte:

Um terreno retangular tem 50 m^2 de área. Diminuindo seu comprimento em 3m e aumentando sua largura em 2m, o terreno transforma-se em um quadrado. Qual é a área do quadrado?

Sugerimos para a turma que fizesse a figura e nomeasse por x os lados do quadrado, resultando na equação: $(x-3)(x+2)=50$. Acreditamos que ficaria mais fácil que utilizar duas variáveis, pois no decorrer do nosso trabalho com a turma, percebemos que os alunos apresentavam muita dificuldade em resolver sistemas de equações com duas variáveis. Nesse momento Jamil falou.

Jamil: *Eu resolvi utilizando duas variáveis e também foi fácil.*

Jamil verbaliza que para ele ficou simples, mesmo usando duas variáveis. Conforme comentamos anteriormente, notamos uma grande dificuldade dos alunos em resolver sistemas de equações com duas variáveis, apesar de esse assunto ser trabalhado desde o 8º ano do ensino fundamental.

Prof.: *Como você fez?*

Jamil: *Eu encontrei primeiro o resultado, e depois equacionei*.

Jamil segue com suas estratégias de procurar encontrar direto os valores que resolvam seu problema. E, de fato, podemos pensar em valores que acabem dando o valor de 50 metros quadrados de área.

Prof.: *E como ficou sua equação?*

Jamil: *Eu usei o retângulo, chamei de* x *um dos lados e de* y *o outro, então ficou,* $x \cdot y = 50$ *e já que os lados do quadrado são iguais, a outra equação é:* $(x - 3) = (y + 2)$*, aí foi só resolver o sistema.*

Na fala do Jamil, sentimos que ele não precisou de nenhum instrumento para “visualizar” as figuras geométricas, utilizou imagens mentais e conceituais do quadrado e do retângulo para realizar seu raciocínio e equacionar o problema. E empregou valores que pudessem substituir e testar, ou seja, ele segue usando a estratégia de tentativa e erro. E ele vai equacionar depois apenas para resolver matematicamente, como foi ensinado na aula e identificou no livro. Mas, com números simples ele consegue fazer tudo mentalmente. Ao contrário dos colegas, Jamil não apresenta dificuldades em resolver sistemas de equações com duas variáveis, por isso achou mais fácil resolver essa questão utilizando as duas variáveis.

Prof.: *Muito bem!*

Das duas turmas do 3º ano de ensino médio, o Jamil é o único aluno que apresenta soluções diferentes das sugeridas por nós. Geralmente, ele chega aos resultados sozinho, não tem preguiça de pensar antes de nos perguntar e quase sempre acerta os resultados de primeira.

Concluindo nossa conversa, bastante empolgado falou:

Jamil: *Desde pequeno eu sempre gostei de matemática. Vou me especializar em direito tributário para continuar envolvido com a matemática.*

Entendemos agora o Jamil muito mais maduro e autoconfiante do que aquele que conhecemos em 2008, que era muito mais tímido e pouco participativo nas aulas, conforme já descrevemos neste texto. Ficamos felizes por, de alguma maneira, termos contribuído para isso. Notamos que, durante esse diálogo, os demais alunos não foram incluídos, reforçando ainda nossa atitude equivocada, nesse momento da pesquisa, de dar prioridade às interações com os alunos com deficiência visual, em detrimento dos demais alunos da turma.

Aula do dia 05/05/2011 Horário: 09h00 às 10h00

Assunto: Probabilidade

Objetivo: Oportunizar aos alunos uma discussão a respeito de ideias relacionadas ao conceito de probabilidade através de resolução de problemas

Desenvolvimento

Esta atividade ocorreu no 1º trimestre do ano letivo de 2011. O tema probabilidade fez parte do nosso planejamento para esse trimestre, atendendo à sugestão do Currículo Básico Escola Estadual (ESPÍRITO SANTO, 2009) e apoiados também pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio PCNEM onde sugerem que:

> Os conteúdos do bloco *Análise de dados e probabilidade* têm sido recomendados para todos os níveis da educação básica, em especial para o ensino médio. Uma das razões desse ponto de vista reside na importância das ideias de incerteza e de probabilidade, associadas aos chamados fenômenos aleatórios, presentes de forma essencial nos mundos natural e social (BRASIL, 2006, p. 78).

Decidimos por trabalhar as questões propostas na aula 47 de Pitombeira (2008b, p. 329 e 330) com o título “o conceito de probabilidade”. O enunciado da 1ª questão era o seguinte:

De um baralho de 52 cartas é retirada uma carta ao acaso. Calcule e responda:

a) *Qual é a probabilidade de se retirar um rei de paus?*

b) *Qual é a probabilidade de se retirar uma carta de copas?*
c) *Qual é a probabilidade de se sortear uma carta preta?*
d) *Após ter sorteado um rei e não o devolver ao baralho, qual é a probabilidade de sortear um rei novamente?*

Os alunos informaram conhecer o baralho, mas os alunos cegos tiveram algumas dúvidas. Prevendo as dificuldades de todos os alunos em recordar as regras das cartas de baralho, conseguimos um baralho comum e outro que trazia também uma transcrição em Braille nas cartas. Realizamos uma explicação sobre as regras das cartas do baralho para toda a turma. Os alunos cegos manipularam o baralho especial e informaram a todos que estava gravado em Braille o número da carta, o naipe e a cor. Falamos que o baralho tem, no total, 52 cartas, sendo 26 vermelhas e 26 pretas e quatro símbolos denominados naipes: copas, ouro, paus e espada. De cada naipe, temos também três cartas especiais com figuras: rei, rainha e valete. Essa discussão facilitou bastante a resolução dos problemas, envolvendo as cartas do baralho, uma vez que esclareceu as dúvidas de alguns alunos.

Na resolução do problema exposto acima, surgiu a necessidade de revolvermos a divisão de um por 52. Alguns alunos mostraram conhecer o algoritmo da divisão e a forma de resolver. Fê disse não saber resolver. Jamil disse saber fazer de sua maneira, e não soube explicar como. Foi percebida a necessidade de preparar uma aula para explicar a divisão especificamente para os alunos cegos, e de realizar também uma revisão geral para a turma de como dividir números, quando o dividendo é menor do que o divisor.

Outra questão que gerou dúvidas foi a de número seis (PITOMBEIRA, 2008b, p. 330), com o seguinte enunciado:

Numa comunidade, residem 100 pessoas. Uma pesquisa sobre os hábitos alimentares dessa comunidade revelou que:

- *25 pessoas consomem carnes e verduras;*
- *83 pessoas consomem verduras;*
- *39 pessoas consomem carnes.*

Uma pessoa da comunidade é escolhida ao acaso. Qual a probabilidade de ela:

a) *Consumir exclusivamente carnes?*

b) *Ter hábito alimentar de não comer nem carnes nem verduras?*

Para a resolução dessa questão, havia a necessidade de recorrermos à ideia de intersecção da teoria de conjuntos. Alguns dos alunos videntes da turma se lembravam do diagrama de Venn e de como se trabalhava a intersecção. Os alunos cegos não se lembravam nem mesmo da ideia de intersecção, ao serem questionados por nós, o que dificultou o raciocínio para eles.

Sentimos que, nessa aula, ocorreu uma interação entre a professora pesquisadora e os demais alunos da turma, e não somente com os alunos com deficiência visual. Apesar de ainda permanecer clara a nossa preocupação em atendê-los com prioridade. Parece que nosso desejo de incluir esses alunos em aulas de matemática tinha sido priorizado em nosso falar, pensar, agir em aulas e interagir com os mesmos.

Aula do dia 16/05/2011 Horário: 07h00 às 08h00

Assunto: Resolução de problemas com equações e sistemas de equações do 1º e 2º graus e funções

Objetivo: Oportunizar aos alunos que expressem suas ideias e argumentem sobre suas estratégias de resolução de problemas em linguagem oral e escrita

Desenvolvimento

Seguindo uma sugestão da nossa orientadora, preparamos uma sequência didática com as tarefas solicitadas aos alunos (Apêndice II). Em síntese solicitamos que pesquisassem questões sobre esses temas, resolvessem e apresentassem as mesmas para a turma. A atividade foi proposta para a turma no dia 13/05/11.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio PCNEM (BRASIL, 2006, p. 80), ao tratarem de questões de metodologia, destacam duas concepções sobre ensino e aprendizagem de matemática. A primeira mais presente nas escolas, “identifica ensino como transmissão de conhecimento, e aprendizagem como mera recepção de conteúdos”. A segunda (BRASIL, 2006, p. 80), pouco explorada em nossas salas de aula, “transfere para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal desse processo”. Essas duas concepções de ensino aprendizagem são discutidas por Santos (1997), que destaca a importância de professores terem consciência das duas. Essa autora sugere que professores procurem trabalhar mais com a segunda concepção que estimula o estudante a ser um agente responsável por seu processo de aprendizagem. Nossa atividade foi pensada exatamente, buscando seguir a segunda concepção, pois cremos que o aluno é o principal responsável pela construção de seu conhecimento, cabendo ao professor o papel de mediador nesse processo.

No início da aula, no dia 16/05/11, perguntamos para a turma sobre a tarefa e a maioria dos alunos afirmou que havia preparado as questões solicitadas. Eles disseram que estavam prontos para a apresentação oral. Dos alunos com deficiência visual, só estava presente naquele momento a Sâmy. Fê não foi à aula. Jamil e Indy estavam na escola, porém ainda não tinham chegado à sala. Conversamos com a turma que gravaríamos as apresentações em áudio para utilizá-las em nossa pesquisa, e todos concordaram.

Solicitamos um voluntário para iniciar o trabalho de apresentação oral. Este deveria relatar uma de suas questões para a turma, explicando como fez a seleção, o assunto que envolvia e o local em que foi pesquisada e identificada a questão. A questão deveria ser resolvida, detalhadamente, para a turma, com anotações realizadas no quadro e esclarecidas as dúvidas que pudessem surgir. Durante esse trabalho, o aluno poderia contar com nossa intervenção, se desejasse. Um dos alunos, que vamos chamar de Luc, se prontificou a iniciar as apresentações. Detalharemos o diálogo, identificando com a abreviatura Prof. as falas da professora regente e as falas dos alunos com seus pseudônimos.

Prof.: *Pode começar, dizendo onde você pesquisou esse problema.*

Luc: *Pesquisei no site somatemática*[18]*. Num aquário, há oito peixes entre pequenos e grandes, se os pequenos fossem mais um, seriam o dobro dos grandes. Quantos são os peixes pequenos e os grandes? Resolvi bem assim o sistema.* (Disse, fazendo as anotações no quadro) O*s peixes pequenos são p e o g são os peixes grandes, somados os dois são oito* ($p + g = 8$)*. Aqui tá falando, se eu pegasse os peixes pequenos e somasse mais um seria igual o dobro dos peixes grandes* ($p + 1 = 2g$)*.* O site somatemática já foi sugerido por nós, para os alunos realizarem pesquisas e estudos complementares em casa. Luc escreveu o seguinte sistema de equações no quadro:

$$\begin{cases} p + g = 8 \\ p + 1 = 2g \end{cases}$$

Prof. *Muito bom!*

Luc: *Eu peguei e resolvi, isolando o p, eu coloquei p é igual a oito menos g*.

$$p = 8 - g$$

Reconhecemos que Luc estava muito seguro ao resolver o sistema de equações com as incógnitas p e g definidas por ele. Usa termos como "isolando", e desenvolve a resolução sem a menor dificuldade. Antes de começarmos a trabalhar problemas, envolvendo sistemas lineares, realizamos com a turma aulas para revisar o assunto, pois identificamos que apesar de ser um conteúdo estudado desde o ensino fundamental e revisto no 1º e 2º anos do ensino médio, muitos alunos chegam ao 3º ano, apresentando dificuldades em encontrar as soluções de sistemas lineares. Luc demonstrou que entendeu bem o assunto revisado, transferindo o que foi trabalhado durante as aulas de revisão em sua apresentação para a turma. Os livros didáticos, geralmente, registram dois métodos para a resolução de sistemas de equações lineares: adição e substituição. (BARROSO, 2007b, p. 286 e 28, PITOMBEIRA, 2008a, p. 188 e 189). Luc optou pelo método da substituição, já que escolheu uma das equações para "isolar" uma das variáveis. O conteúdo, envolvendo a resolução de equações e sistemas de equações, é trabalhado nas séries finais do ensino fundamental. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – [PCN] 5ª a 8ª séries do ensino

[18] O link para acesso a este site é www.somatematica.com.br.

fundamental (BRASIL, 1998, p. 50) destacam que “Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas”. No ensino médio, o estudo de sistemas lineares é sugerido pelo Currículo Básico Escola Estadual (ESPÍRITO SANTO, 2009) como conteúdo, a ser trabalhado no 2º ano do ensino médio.

Dante (2010, p. 142) apresenta um capítulo destinado ao estudo dos sistemas de equações lineares, e em sua introdução destaca: “Do grego *systema* (*sy* significa ‘junto’ *sta* ‘permanecer’), sistema, em Matemática, é o conjunto de equações que devem ser resolvidas “juntas”, ou seja, os resultados devem satisfazê-las simultaneamente”. Pitombeira (2008a, p. 187 a 196) apresenta o assunto, em seu livro, na aula 31 com o título “sistemas lineares” e na aula 32 com o título “sistemas resolvem problemas”. Realizamos, em nossas aulas de revisão, algumas atividades das aulas do livro de Pitombeira (2008a, 191 e 196) e consideramos que Luc compreendeu muito bem as atividades realizadas nessas aulas. Em sua apresentação, empregou ideias e formas de resolução que foram trabalhadas em questões anteriores.

Prof: *Está conseguindo acompanhar Sâmy, só pelo ouvido?*

Notamos mais uma vez que a nossa maior preocupação foi com o entendimento da aluna cega. Até esse momento da pesquisa ainda estávamos com a atenção voltada aos alunos com deficiência visual. Nossa preocupação em incluí-los nas atividades acabou nos levando, em alguns momentos, a negligenciar a atenção aos demais alunos.

Sâmy: *Mais ou menos.*

Prof.: *Tenta acompanhar, se depois você tiver dúvidas, eu ajudo a responder, ou você pode perguntar diretamente ao “professor” Luc.* Depois que fizemos esse comentário, o aluno Luc, pausadamente, repetiu concentrando na aluna Sâmy o que ajudou também os demais colegas a terem uma melhor compreensão. Luc demonstrou, na fala cuidadosa, que estava aprendendo com nossa prática a valorizar a fala e repetir detalhadamente e com pausas para os colegas.

Luc: *$8-g$ é o valor de p. Aí vou colocar na equação, $8-g+1=2g$. Aí eu vou somar $8+1$ e passar esse g pra cá. Vai ficar 9 e o g que está negativo vai passar positivo, e vai somar com o $2g$ vai ficar $3g$.* Luc demonstra empatia pela colega, ao procurar trabalhar a oralidade com pausas, para ser compreendido por ela. Ficou evidente que essa explicação mais pausada e com detalhes beneficiou todos os alunos da turma. Ele enfatizou todos os procedimentos de cálculo realizados, mesmo que com uma linguagem não matemática, por exemplo, "passar positivo".

Prof.: *Acompanharam pessoal, a resolução?*

Sâmy: *De onde surgiu o $3g$? Eu não entendi*.

Repetimos a pergunta da Sâmy:

Prof.: *De onde surgiu o $3g$*? Perguntamos ao Luc para que ele novamente explicasse detalhes de sua resolução.

Luc repete a explicação da resolução para Sâmy.

Luc.: *$8-g+1=2g$, o $-g$ passa, somando com o $2g$ dá $3g$. Entendeu, Sâmy?*

Os alunos se utilizam da ideia de que, na resolução das equações, os valores passam de um lado para outro da igualdade, invertendo os sinais das operações. Em várias ocasiões, a professora deixou claro para a turma que isso é apenas uma simplificação, que oculta verdades ou etapas matemáticas, pois a ideia da equação está relacionada ao equilíbrio, como se fosse uma balança. Se efetuarmos as mesmas operações matemáticas em ambos os lados da igualdade manteremos o equilíbrio. Acreditamos que os alunos compreendem essa ideia, apesar de que, geralmente, se utilizam do outro recurso. Santos (2007, p. 11) acredita que "... as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem da álgebra perpassam a forma como ela é trabalhada pelos livros didáticos e a forma com que ela é abordada em sala de aula pelo professor". Verificamos que tanto Luc quanto Sâmy, ao resolverem a equação, trabalham a ideia de que os valores passam para o outro lado da igualdade, somando, subtraindo, dividindo ou multiplicando. Entretanto, é realizada a operação inversa da que está em questão. No caso da resolução de Luc, o correto seria afirmar que somamos g em ambos os lados da igualdade, porque estamos pensando no elemento neutro da adição. Assim, resultando na seguinte expressão:

$$8 - g + 1 + g = 2g + g$$
$$8 + 1 = 3g$$

Essa mesma autora afirma:

> Ainda há manuais didáticos com uma abordagem algébrica que implica uma mecanicidade do ensino. Além do mais, muitos professores trabalham os conteúdos dissociadamente da realidade social e lógica do aluno, enfatizando a memorização, os “macetes” e as regras (SANTOS, 2007, p. 11).

Sâmy: *Agora eu entendi.*

Quando Sâmy diz que entendeu, observamos que nenhum outro aluno se manifestou quanto ao não entendimento da resolução. Será que os outros tinham compreendido de verdade, ou acharam que era melhor não mostrar suas dúvidas? Ficamos sem saber a resposta a este questionamento posterior nosso ao refletirmos a respeito dessa aula no momento de sua transcrição neste relato de pesquisa.

Prof.: *Que questão boa!*

Luc: *Para tirar a prova, basta ver o resultado.* $g = 3$ *e* $p = 5$*,* $5 + 1 = 6$ *e* $3 \cdot 2 = 6$*, ou seja, o dobro.* Observamos que, nesse momento, Luc busca confirmar se as respostas encontradas por ele estão corretas, realizando uma verificação do resultado, que ele chama de tirar a prova. Polya (1978/1945, p. 10) fala da conveniência de verificações no processo de resolução de problemas, destacando que “... se houver algum processo rápido e intuitivo para verificar, quer o resultado, quer o argumento, ele não deverá ser desprezado”.

Prof.: *Sâmy conseguiu entender bem?*

Mais uma vez, observamos nossa preocupação exclusiva com o entendimento da aluna cega. Nem perguntamos se algum outro aluno da turma tinha dúvida.

Sâmy: *Sim.*

Prof.: *Eu senti que vocês tiveram mais dificuldade naqueles problemas que nós resolvemos em sala de aula por causa das frações. A lógica desse sistema é muito parecida com os que nós resolvemos em sala.* Nesse momento estávamos nos dirigindo para toda a turma.

Professora pergunta para Gui:

Prof.: V*ocê quer ir, Gui?*

Gui.: *Não, vou dar oportunidade primeiro para as meninas.*

Comentamos em tom de brincadeira que o Gui é um cavalheiro. Sugerimos que a Any fosse a próxima a apresentar, e ela aceitou. Ela falou que buscou também no site só-matemática, como o Luc.

E o diálogo continua.

Prof.: *Espero que vocês se tornem assíduos visitantes do site só-matemática, inclusive é muito bom para estudar para a prova.*

Luc.: E*u já sou cadastrado nesse site, há muito tempo*.

Any estava muito nervosa e sugerimos que ela relaxasse, pois estava entre amigos.

Any: *O dobro do quadrado da nota de Pedrinho é zero, qual é a sua nota final?*

Prof.: V*ocê vai usar o quê? Explica pra nós*.

Nossa conduta, nesse momento, era a de indagar aos alunos durante a resolução das questões, buscando auxiliá-los na explanação de suas ideias. Encontramos apoio em Polya (1978/1945, p. 1) ao dizer "Ao procurar realmente ajudar o aluno, com discrição e naturalidade, o professor é repetidamente levado a fazer as mesmas perguntas e indicar os mesmos passos".

Any: *Eu vou usar equação do 2º grau, vou chamar de* x *a nota final. Vai ficar* $2x^2 = 0$*. Dá para entender, Sâmy?*

Sentimos também a preocupação de Any, em relação ao entendimento da colega Sâmy, reproduzindo nossa atitude em relação aos alunos com deficiência visual, e o que viu Luc fazer nessa aula. Enquanto isso, o restante da turma permanecia acompanhando a resolução.

Sâmy: *Ahhan.*

Any: *Então, tá bom. Vai ficar* $x^2 = \frac{0}{2}, x^2 = 0, x = 0.$

Prof.: *Você pegou realmente uma questão bem fácil e merece as "pipoquinhas" (palmas) e os pontos, pois combinamos que o aluno poderia escolher qualquer questão sobre os assuntos estudados. É através das questões mais simples que começamos a entender os assuntos para depois conseguir compreender as questões mais difíceis. Minha orientadora do mestrado inclusive falou isso, se o professor percebe que os alunos estão com dificuldades no assunto, deve retomar com questões mais simples do mesmo assunto.*

Durante todo o ano letivo de 2011, procuramos reproduzir essa prática em outras turmas da escola, reportando-nos às questões mais simples, ao observarmos que os alunos apresentavam dificuldades em algum conceito matemático. Os combinados com a turma ajudam a estabelecer uma relação de confiança entre professor/aluno.

Prof.: *Você vem agora, Lu?*

Lu: *Vou.*

Prof.: *Isso mesmo, nós temos que começar a nos soltar, quando estamos no meio de pessoas conhecidas para quando estivermos nos apresentando para pessoas que não conhecemos tenhamos a mesma tranquilidade. Eu conheço vocês hoje, mas no primeiro dia de aula, não conhecia ninguém, pra nós também não é tão simples assim.*

Nesse momento, buscamos tranquilizar a aluna, relatando nossa experiência com relação aos primeiros contatos com a turma no início de cada ano letivo.

Prof.: *Primeiro fala de onde você tirou a questão.*

Lu: *Livro do ensino médio 1º ano.*

Lu: *O triplo do quadrado de filhos de Pedro é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Pedro tem?*

Prof.: *Vamos tentar montar a equação para ficar mais fácil de entender.*

Lu: Vai *ficar* x *igual ao número de filhos, como é o triplo vai ficar* $3x^2$*, aí eu vou ordenar a equação, vai ficar* $3x^2 + 12x - 63 = 0$*. Eu vou resolver usando a fórmula de Báskara, eu acho melhor colocar ao lado o* a, b *e o* c*. No caso, o* a *vai valer 3, o* b*, +12 e o* c*, - 63. Aí eu vou jogar na fórmula.*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (12)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-63)$$

$$\Delta = 144 + 756$$

$$\Delta = 900$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{900}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{-12 \pm 30}{6}$$

$$x_1 = \frac{-12 + 30}{6} \rightarrow \frac{18}{6} = 3$$

$$x_2 = \frac{-12 - 30}{6} \rightarrow \frac{-42}{6} = -7$$

A aluna apresenta a resolução, falando cada detalhe, com a ajuda da professora. Acompanhamos Lu ao utilizar a forma de resolução detalhada com o cuidado em definir os coeficientes e o termo “jogar na fórmula” bastante usada por professores e alunos. Bonjorno e Olivares (2006b, p. 63) apresentam uma atividade resolvida que, em sua solução, vemos os mesmos detalhes que a aluna Lu realizou, a identificação dos coeficientes e a aplicação dos mesmos na fórmula passo a passo.

Prof.: *Temos que lembrar que o tempo todo que estivermos interagindo em nossas aulas, a nossa fala é muito importante, principalmente para que nossos colegas que não têm a visão possam compreender. Esses alunos com deficiência visual* *precisam muito que nós falemos de forma clara e vocês sabem que, com isso, todos nós vamos ser ajudados também, porque às vezes, a minha fala não é tão boa e se começarmos a cuidar da forma que estamos falando aqui, no nosso dia a dia enquanto estamos aprendendo, não só nossos colegas cegos vão aprender melhor como nós mesmos seremos beneficiados. Eu mesma procuro ficar atenta à forma e clareza de minha fala não só nessa turma, mas também em outras turmas que eu trabalho.*

Notamos com essa observação o fato de estarmos atentos à fala para ajudar a aprendizagem dos alunos cegos e alunos videntes também. Além disso, este é um fator importante para a aprendizagem de todos os alunos.

Prof.: *Continue Lu, foi bom que se descontraiu*. *Agora vamos fazer a crítica dos resultados.*

Em seu livro, Pitombeira (2008a), na Aula 35, propõe o seguinte roteiro para resolução de problemas do 2º grau:

> Leia atentamente o enunciado; Estabeleça a equação ou sistemas de equações que traduzem o problema para linguagem matemática; Resolva a equação ou sistemas de equações; Interprete as raízes encontradas, verificando se são compatíveis com os dados do enunciado (PITOMBEIRA, 2008a, p. 210).

Orientamos aos alunos que seguissem o roteiro proposto e, nesse momento, estimulamos a aluna Lu a finalizar a resolução, interpretando os resultados, ou seja, fazendo uma apreciação crítica quanto aos resultados encontrados se eram apropriados ou não para a equação dada.

Lu: *Como estamos falando da quantidade de filhos, o resultado negativo -7 vai ser descartado, pois não existe quantidade de filhos negativa e a resposta certa será 3.*

Prof.: *Muito Bem! Parabéns! Muitas pipoquinhas doces com canela! Vocês perceberam que, quando começamos a ler o problema, parece que Pedro tem muitos filhos, mas a ideia da resolução de problemas é raciocinar "em cima" das informações em busca do resultado que, muitas vezes, é diferente do que imaginávamos inicialmente.*

Tentamos, de momentos em momentos, rever os pensamentos, as informações do problema, focalizar e retornar aos conceitos e às aulas anteriores. Procuramos, sempre que possível, parabenizar e valorizar a forma como os alunos apresentavam e resolviam seus problemas. Agimos assim por crermos, como comenta Gómez-Chacón (2003) e Santos (1997), que aprender matemática envolve aspectos afetivos e cognitivos, autoconfiança em si enquanto aprendizes e motivação tanto interior quanto exterior em aprender.

Prof.: *Quem vem agora? Vamos, meninas?*

Algumas alunas sugeriram a apresentação do Gui. A professora concordou e observou:

Prof.: *Vamos Gui, faça a sua apresentação com sua letra melhorada, que você vem trabalhando desde o 1º ano. Comece como os outros dizendo de onde você retirou os problemas.*

Gui.: *De um livro da 7ª série, mas eu não sei o autor.*

Prof.: *Essa informação já é suficiente.*

Apesar da atividade proposta, que era trazer problemas compreendendo equações do 1º e 2º graus, o Gui trouxe apenas equações para serem resolvidas. Aceitamos que ele apresentasse uma delas, procurando valorizar o trabalho desenvolvido por ele, embora não estivesse conforme o combinado.

Prof.: *Coloque a equação aí no quadro, falando o que está escrevendo, porque a Sâmy, precisa saber qual é a equação.*

Gui: *Três xis menos um entre parênteses é igual a dois vezes xis mais um, mais três*.

Sâmy: *Fala sem esses parênteses, pois eu não entendi.*

Prof.: *Fale de novo, pois, na verdade, o três está multiplicando o xis menos um*.

$$3(x-1) = 2(x+1) + 3$$

Gui segue resolvendo a equação:

$$3x - 3 = 2x + 2 + 3$$

$$3x - 2x = 2 + 3 + 3$$

Prof.: *Estão acompanhando? Ele está resolvendo a equação, realizando os cálculos, e mudou de lado e trocou o sinal.* Nesse momento, repetimos a mesma linguagem que os alunos utilizam para a resolução de equações do primeiro grau, que já comentamos anteriormente.

Somos, então, interrompidos por Gui.

Gui.: *O certo é dizer transpor os termos, mudando o sinal.*

Prof.: *Termo chique que o Gui está trazendo, não é mudar de lado como a professora fica falando, é transpor os termos.* Percebemos que o livro didático, no qual o Gui pesquisou sua questão, utiliza a ideia de termos sendo transpostos de um lado a outro da igualdade, na resolução da equação. Reconhecemos que quando falamos "mudar de lado" ou "transpor" os termos, não estamos traduzindo a ideia correta de equivalência numa equação.

Gui conclui a resolução no quadro e registra

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$

Agradecemos a apresentação de Gui e a expressão nova que aprendemos com ele.

Prof.: *Quem mais vai apresentar? Gente, vocês viram que os colegas apresentaram tranquilamente, escolheram questões simples. E eu pedi que vocês não escolhessem questões muito complicadas, pois a ideia era entender porque vocês estão com tanta dificuldade de compreender esses conceitos, e nós ainda vamos dar continuidade a esse trabalho. E minha proposta para o 2º trimestre é darmos andamento aos assuntos sem perder de vista esse assunto. Então, de vez em* *quando vou preparar umas aulas sobre esse assunto, pois não adianta seguirmos, desesperadamente, em frente só com o objetivo de cumprirmos o conteúdo, e vocês terminarem o ensino médio com dificuldades em resolver problemas com equações. Portanto, vamos sempre voltar a esse assunto, pois é muito importante e no ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio - vocês vão se deparar com muitas questões envolvendo equações. Vamos voltar sempre até sentirmos que vocês estão seguros em relação a essas resoluções.*

No decorrer da aula, Jamil e Indy pedem licença para participarem da aula, justificando que se atrasaram porque estavam organizando as questões para apresentação no computador do CAP.

Prof.: *Excepcionalmente, vamos receber os colegas fora do horário e esperamos ser presenteados com uma ótima apresentação.*

Pelas normas da escola, a entrada de alunos na sala após o início das aulas não era permitida. Apesar da justificativa, deixamos claro para os alunos, que estávamos abrindo uma exceção e esperávamos que os colegas que chegaram atrasados pudessem nos compensar com uma boa apresentação.

Prof.: *Indy, você vai fazer um problema, e o Jamil vai resolver o dele, oralmente, para a turma.*

Jamil: *Pode ser do 2º grau?*

Prof.: *Pode ser qualquer um, e você vai falar pausadamente com a turma como você resolveu, para ver se os colegas conseguem compreender a sua fala, tá bom?*

Como Jamil tem deficiência visual, não é possível que ele escreva a questão no quadro para os colegas, por isso demos essa orientação.

Jamil: *Tá.*

Voltando para a Indy, que iria apresentar antes do Jamil, perguntamos:

Prof.: *Dá para escrever no quadro? C*omo já mencionamos, anteriormente, a Indy possui baixa visão.

Indy: *Dá sim.*

Indy.: *Tirei minha questão do livro de 7ª série, envolvendo função. Numa prova, um aluno deve responder a cinquenta testes do tipo verdadeiro ou falso. Para cada teste, respondendo corretamente, o aluno vai ganhar três pontos, e para cada teste que errar o aluno vai perder um ponto. A nota do aluno é em função do número de testes que ele acertar. Escreva a fórmula dessa função e descubra a pontuação desse aluno, sendo que o aluno acertou vinte e quatro testes.*

Prof.: *Está claro gente, precisa ler de novo, tá claro?*

Indy: *Eu vou escrever.* Disse a aluna, escrevendo as informações no quadro.

50 testes.

Certas = 3 pontos, Erradas = 1 ponto.

Prof.: *Escreve menos 1 (-1), as erradas, perde 1 ponto.*

Indy: *Lembrando que ele acertou vinte e quatro testes, que não é a mesma coisa que vinte e quatro pontos.* Esclarece bem a aluna.

Prof.: *É isso, muito bom!*

Indy: *Aqui eu vou representar N é o número de pontos, e E é das questões erradas.* A aluna está identificando as variáveis, como sempre orientamos em nossas atividades anteriores.

Prof.: *Está claro, gente? Ele pediu para definir uma função, lê de novo aquela parte que ele fala da função.*

Indy: *A nota do aluno é em função do número de testes que ele acerta. Escreva a fórmula dessa função e descubra a pontuação desse aluno.*

Prof.: *E como é que você fez?*

Indy: *Cinquenta menos N vezes três é igual a um.*

$$50 - N \cdot 3 = 1$$

Prof.: *Olha só, então N é o número de pontos, vamos prestar a atenção, gente! É igual a cinquenta questões, menos as erradas vezes três, eu acho que está certo sim. O que vocês acham? Vamos fazer uma crítica aqui. Ela colocou a função assim, o número de pontos é igual ao total de questões, menos as erradas, vezes três. Ele falou que o aluno acertou quantas questões?*

Nesse momento, procuramos através da repetição das informações do problema, levar os alunos a analisar a resolução apresentada pela colega. Estávamos usando as sugestões de Polya (1978/1945) e observamos que essa estratégia surtiu logo efeito, quando uma aluna, que não conseguimos identificar na gravação em áudio, questionou:

Professora, não seria cinquenta menos três, vezes vinte e três?

Indy: *São cinquenta testes. Vinte e quatro testes que ele acertou, dentro desses vinte e quatro, ele pode ter errado algumas e acertado outras.* Reconhecemos nessa fala que Indy comete um pequeno equívoco.

Prof.: *Não, vamos ver. No enunciado ele coloca que são vinte e quatro pontos ou vinte e quatro testes acertados?*

Indy: *Vinte e quatro testes acertados.*

Prof.: *Então são vinte e quatro questões acertadas, não é Jamil?*

Jamil: *É sim.*

Prof.: *Fala pra nós aqui Indy, ele acertou vinte e quatro testes, de cinquenta testes ele acertou vinte e quatro, então ele errou quantos?*

Buscamos orientar a aluna em direção a duas características que envolvem a resolução de problemas, sugeridas por Santos (1997, p. 15) “Identificar o que precisa ser resolvido (ou solucionado) e que informações utilizar (ou que informações são relevantes); Planejar e tentar através de uma ou mais ações encontrar a solução.”

Indy: *Ele errou vinte e seis.*

Prof.: *Ok, ele errou vinte e seis. Então, faz sentido sua função? Como ele só perde um ponto pelas erradas. O número de pontos é igual a cinquenta testes menos as erradas vezes três.*

$$Numero\ de\ pontos = (50 - E)\ \cdot 3$$

Prof.: *Ou você poderia fazer uma função mais simples, pensa um pouquinho, já que você já sabe quantas ele acertou, porém o problema pede que você defina uma função. Concordam? Lu, você concorda que a função está certa? Vamos tentar outras situações para testarmos a função. Por exemplo, eu acertei quarenta testes. Então, eu errei quantos?*

Luc. *Dez.*

Prof.: *Dez. Então é cinquenta menos dez, quarenta vezes três.*

$$N = (50 - 10) \cdot 3$$

$$N = 40\ \cdot 3$$

$$N = 120$$

Prof.: *Só que tem um detalhe aqui, eu tenho que perder um ponto, quando eu erro. Tem um erro aí.*

Durante a resolução dessa questão, percebemos que, mesmo com nossa experiência, fomos conduzidos a um raciocínio equivocado e tivemos que retomar ao ponto de partida.

Um aluno comenta: *Essa questão é um pouquinho complicadinha*.

Prof.: *É, ela é, porque cinquenta menos as erradas vai dar...*

Indy: *Cinquenta menos as erradas vai dar o número de certas.*

Prof.: *Mas onde você abate um ponto? Você tem que abater um ponto.* Retornamos sempre nas informações do enunciado do problema.

Luc: *Você tem que abater um ponto das erradas.*

Jamil: *Pelo enunciado, dá pra ver que ele tem que perder um ponto.*

Indy: *Eu posso fazer direto assim, cinquenta menos vinte e seis e depois multiplicar por três.*

Prof.: *Mas, você não está abatendo um ponto?*

Indy: *Mas, vinte e seis vezes um é vinte e seis.*

Prof.: *Você não está abatendo um ponto, você tem que primeiro multiplicar para depois abater. Você teria que pegar vinte e quatro vezes três, menos os pontos das questões erradas, senão ele vai ganhar todos os pontos.*

$$N = 24 \cdot 3 - E$$

Prof.: *A função estava errada. O correto seria:* N *é igual a* C *vezes três, menos* E*. Concordam agora?* $N = (C \cdot 3) - E$*.*

Primeiro, preciso saber quantos pontos ele fez, para abater do número de erros. Voltemos ao exemplo que nós demos. Se o aluno acertou quarenta questões, ele faria cento e vinte pontos menos dez pontos das erradas, então seriam cento e dez pontos.

$$N = (40 \cdot 3) - 10$$

$$N = 120 \cdot 10$$

$$N = 110$$

Prof.: *Qual seria então a pontuação máxima? Cento e cinquenta pontos. Jogando na função seria: N = (3. C) – E. O 50 não entra na função. Para que o 50 do enunciado vai servir? Só para saber quantas questões ele acertou.*

Luc: *Para saber quantas questões o aluno errou.*

Percebemos que Luc está muito atento em acompanhar a resolução, pois, nessa fala, corrige um erro que cometemos.

Prof.: *Então, faz aí pra nós, Indy.*

$$N = (24 \cdot 3) - 26$$

Prof.: *Porque que precisamos do 50, para saber quantas questões sobraram, quantas a pessoa errou.*

$$N = 72 - 26$$

$$N = 46\ pontos$$

Prof.: *Muito bem! Pipoquinhas para ela.*

A resolução dessa questão foi muito empolgante para a maioria dos alunos e o mais interessante é que Indy não se incomodou de ter buscado, junto com os colegas e com nossa intervenção, uma solução correta para a questão.

Ao orientar essa atividade, sugerimos aos alunos que buscassem questões nos livros de ensino fundamental, pois esperávamos que encontrassem questões com um nível de dificuldade menor que as apresentadas nos livros de ensino médio. Porém, essa questão apresentada pela Indy, a nosso ver, tem um nível de dificuldade similar às questões do ensino médio. Por exemplo, em Iezzi (2004, p. 71), encontramos a seguinte questão que ilustra bem nossa observação:

Há muitos anos, uma professora do ensino fundamental adotava o seguinte critério como nota de participação no bimestre: todo aluno começava com 10; quando ele deixava de fazer uma tarefa ou apresentava um comportamento inadequado em aula, recebia um negativo, perdendo 0,4 na nota.

a) *Qual seria a nota de participação de um aluno que recebesse sete negativos no bimestre?*
b) *Em geral, como se expressaria a nota n de participação de um aluno que recebesse x negativos?*
c) *Se a prova tivesse peso dois e a participação peso um, quantos negativos, no máximo, poderia receber um aluno que tirasse 5,0 na prova e necessitasse de média 6,0?*

Prof.: *A próxima é a Paty*.

Paty: *Vou fazer uma questão de sistemas que eu encontrei em um livro do ensino médio: Para ir de casa na cidade até o sítio João percorre 105 km, com seu automóvel. A primeira parte do percurso em estrada asfaltada percorre com a velocidade de 60 km/h, a segunda parte em estrada de terra, com a velocidade de 30 km/h. Se João leva duas horas de sua casa até o sítio, quantos quilômetros possui a estrada de terra?*

Prof.: *Aí você vai fazer como?*

Paty: x é *a distância percorrida na estrada asfaltada e* y *na de terra.* $\frac{x}{60}$ *é o tempo gasto para percorrer a estrada asfaltada.* $\frac{y}{30}$ *é o tempo gasto para percorrer a estrada de terra. A soma é igual a duas horas.*

$$\frac{x}{60} + \frac{y}{30} = 2$$

Paty: *Depois* $x + y = 105$, *que é a quantidade de quilômetros que ele percorreu.*

Prof.: *Na equação de cima, você usou aquele conceito da física, onde tempo é igual a espaço percorrido sobre velocidade média, ok! Vamos lá, resolvendo o sistema.*

Paty: *Na primeira equação, vou fazer o mmc, vai ficar* $x + 2y = 120$.

Prof.: *Você multiplicou por 60, certo?*

Paty: *Certo.*

Paty: *Vou eliminar uma variável.*

Prof.: *Vai eliminar qual?*

Paty: *Vou eliminar o* x.

Prof.: *Ok.*

Resolvendo o sistema por adição fica:

$$\begin{cases} x + 2y = 120 \\ x + y = 105 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 120 \; mantém \\ x + y = 105 \quad \times (-1) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} x + 2y = 120 \\ -x - y = -105 \end{cases}$$

$$y = 15 \;\; e \; x = 90$$

Durante toda a resolução, Paty foi falando tudo que escrevia no quadro, seguindo nossa orientação desde o início das apresentações. Ela estava segura e demonstrou compreender os cálculos que apresentava para a turma.

Prof.: *O próximo será o Jamil, vai ler para nós em voz alta.*

Jamil: *Tá um pouco complicado ler daqui.*

Prof.: *Mas, é você que vai ler Jamil.*

Jamil: *Peraí, professora, não tem outra pessoa para ir à frente não?*

Prof.: *Por que Jamil?*

Jamil: *Porque eu vou ver se tem algum erro na minha equação ali.*

Prof.: *Você está com dúvida na equação?*

Jamil: *Eu vou ver se botei o sinal errado.* Jamil parecia um pouco confuso ao conferir seus cálculos no notebook, então deixamos que ele se organizasse e sugerimos que outra aluna fosse ao quadro antes dele.

Prof.: *Então Lady, vai apresentar para nós.*

Bateu o sinal para a próxima aula. Tivemos que negociar com a professora de história, porquanto ainda faltavam quatro alunos (Jamil, Lady, Isa e Sâmy) para apresentarem suas tarefas preparadas em casa. A professora nos cedeu 20 minutos de sua aula.

Lady: *Equação do 2º grau.*

Prof.: *Você retirou de onde?*

Lady: *De um livro do ensino fundamental, 8ª série.*

Prof.: *Ótimo, vamos lá.*

Lady: *Se você multiplicar o número real* x *por ele mesmo, e do resultado subtrair 14, você vai obter o quíntuplo do número* x. *Qual é esse número?*

Prof.: *Ok, ouviram? Vamos ler de novo.*

Lady relê o problema para a turma e começa a resolver no quadro, falando tudo que estava escrevendo.

Lady: *Vai ficar*

$$x^2 - 14 = 5x$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

Prof.: *Vai falando tudo que você está escrevendo para Samy e Jamil acompanharem.* Mais uma vez nós chamávamos a atenção da turma do benefício da fala, enfim da oralidade para auxiliar os alunos com deficiência. Parecíamos estar esquecidos ou desatentos que, ouvir atentamente e focalizar na oralidade dos pensamentos e argumentos dos alunos na apresentação desta atividade, iria auxiliar tanto a compreensão quanto a aprendizagem de todos os alunos da turma. Só foi possível fazer esse tipo de reflexão ao transcrever e interpretar registros de aulas neste relato final de pesquisa.

Lady continua seus procedimentos e diz: *Vou jogar na fórmula de delta.*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)$$

$$\Delta = 25 + 56$$

$$\Delta = 81$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm 9}{2}$$

$$x' = \frac{5 + 9}{2} \rightarrow \frac{14}{2} = 7$$

$$x" = \frac{5 - 9}{2} \rightarrow \frac{-4}{2} = -2$$

Lady: *Então o resultado vai ser 7, pois não poderá ser o -2 porque ele está pedindo só o número real.*

Lady comete um pequeno equívoco nesse momento, talvez por ter se orientado em outros problemas resolvidos em sala de aula, envolvendo números naturais, ao que esclarecemos.

Prof.: *Não, real pode ser, só se ele estivesse pedindo um número natural que seria só o 7, entendeu? Se é real pode ser também o -2. Os naturais são os números inteiros positivos, aí seria apenas o 7, mas, como é um número real, o -2 também é um número real e é resultado do problema.*

Prof.: *Muitas pipoquinhas para ela.*

Prof.: *Agora Jamil vai apresentar.*

Jamil: *É uma equação do 2º grau, e ficou assim...*

Prof.: *Não eu quero saber o enunciado do problema.*

Jamil.: *Tem problema sim, mas eu quero falar primeiro a equação, para depois falar o problema, dá para entender melhor. É $2x^2 + mx + x + 8 = 0$ determinar m, sabendo que a soma das raízes de x e m é igual a 5. Como $x + m = 5$, eu passei o x para o outro lado da igualdade.*

Sâmy: *Transpor os termos.*

Com esse comentário Sâmy mostra lembrar um detalhe que marcou a apresentação de Gui.

Prof.: *É, você transpôs os termos.*

Jamil resolve o problema oralmente para a turma. Escrevemos a equação do 2º grau no quadro e pedimos aos alunos que resolvessem. Jamil aguarda os colegas resolverem e confere o resultado.

Reflexões da pesquisadora iniciante ao ouvir e transcrever essa aula

Nessa aula, ainda permaneceu muito forte nossa tendência em focarmos a atenção na aprendizagem dos alunos com deficiência visual, buscando orientar os demais alunos para que, na apresentação das questões, dessem uma atenção especial a esses colegas. Foi através de discussões com nossa orientadora sobre nossa postura que começamos a mudar o foco de nossa investigação. Nesses diálogos reflexivos com ela foi possível perceber que, no desejo de incluir os alunos com deficiência visual nas aulas de matemática, estava de alguma forma promovendo a exclusão dos demais alunos. Por outro lado, foi válido nesta tarefa de casa ver que todos os alunos se esforçaram em apresentar problemas com equações e sistemas que sabiam resolver. Incentivamos e valorizamos as apresentações de todos os alunos que foram ao quadro (SANTOS, 1997, GÓMEZ-CHACÓN, 2003), observamos que já tinham interiorizado algumas de nossas práticas de ensino ao interagir com os colegas com deficiência visual e que procuravam repetir pausadamente alguns detalhes e procedimentos usados para resolver os problemas.

Aula do dia 15/08/11 (2º tempo de aula) Horário: 08h50min às 09h45min

Assunto: Cálculo de distâncias inacessíveis

Objetivo: Aplicar os conceitos e ideias estudados sobre trigonometria para o cálculo de distâncias inacessíveis.

Desenvolvimento

Após conversas com nossa orientadora, sobre as dificuldades de interação entre os alunos da turma, decidimos trabalhar com as atividades com os alunos organizados em grupos. Iniciamos a aula sugerindo que a turma formasse grupos para estudar a aula 48 do livro de Pitombeira (2008a, p. 303), com o título: Distâncias Inacessíveis. Nesse dia, faltaram sete alunos, dentre eles, três com deficiência visual.

A turma formou os grupos de sempre, Any, Lu, Luc e Geisy; Paty e Taty; Gave e Elia; Gui ficou resolvendo sozinho, pois apesar de sua grande dificuldade não costumava interagir com os colegas. Às vezes, ele sentava com o Abner, que não veio à aula naquele dia. Pedimos que Gui trouxesse as ideias iniciais para resolução dos problemas, mas não nos apresentou nada. Para nossa surpresa, Hélio que, geralmente, se reunia com os colegas videntes, prontificou-se a trabalhar com Sâmy.

A aluna Sâmy tinha as questões propostas nessa aula já digitalizadas no seu notebook, porém não possuía o texto nem os exemplos que constavam no livro impresso dos outros colegas. Hélio realizou a leitura do texto em voz alta e, para auxiliar no entendimento das figuras constantes nos exemplos, utilizou o geoplano[19] retangular e preparou as figuras para explicar os exemplos para Sâmy. Observamos que Helio pegava nos dedos da colega para contornar a figura representada no geoplano, reproduzindo o que nos viu fazer várias vezes em aulas com os colegas cegos e com deficiência visual. As atividades propostas na aula 48 traziam figuras para ilustrar as questões.

[19] Tabuleiro retangular onde são fixados pregos em determinada distribuição para prender borrachas do tipo usado ao amarrar dinheiro. Esse material serve para explorar vários conceitos matemáticos em sala de aula e deve ser usado por todos os alunos. O geoplano foi criado por Caleb Gattegno.

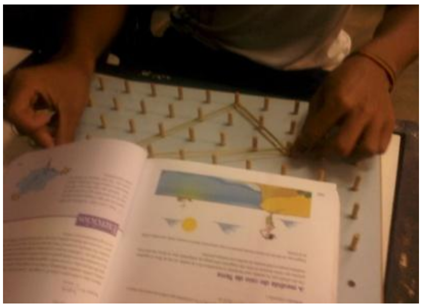


Figura 03: Hélio com o geoplano

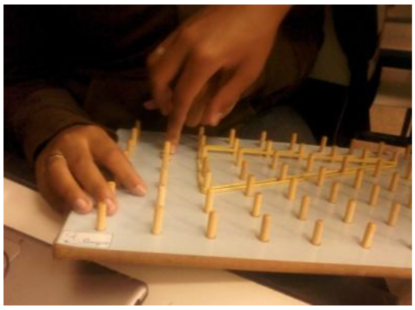
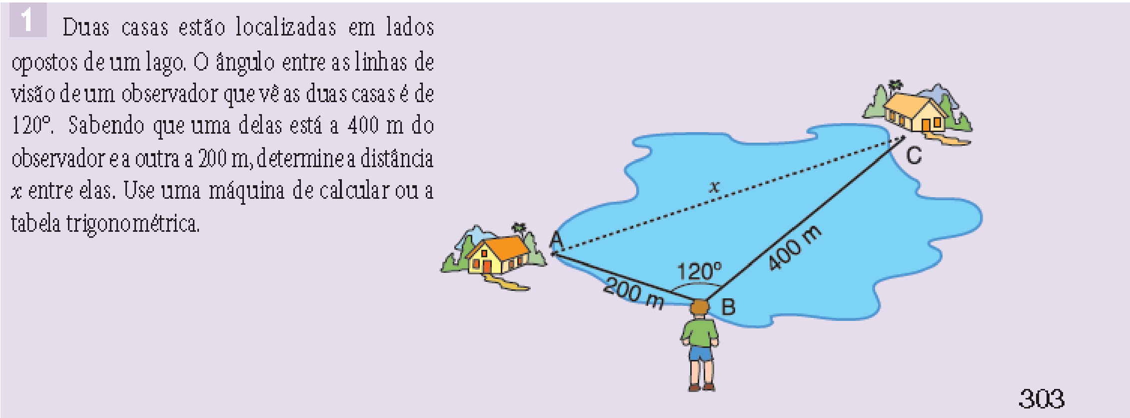


Figura 04: Hélio e Sâmy com o geoplano

O enunciado da 1ª questão (PITOMBEIRA, 2008a, p. 303) era o seguinte:



1 Duas casas estão localizadas em lados opostos de um lago. O ângulo entre as linhas de visão de um observador que vê as duas casas é de 120°. Sabendo que uma delas está a 400 m do observador e a outra a 200 m, determine a distância x entre elas. Use uma máquina de calcular ou a tabela trigonométrica.

Figura 05 – Questão 1 (PITOMBEIRA, 2008a, p. 303).

Essa atividade envolvia conhecimentos de trigonometria que estávamos trabalhando nas últimas semanas conforme lembra o documento do PCNEM (BRASIL, 2006) e o Currículo Básico Escola Estadual (ESPÍRITO SANTO, 2009). De acordo com o documento do PCNEM (BRASIL, 2006, p. 74): “Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola”. Para a resolução dessa questão, os alunos deveriam utilizar a lei dos cossenos[20], com a qual já havíamos trabalhado em questões similares. Esperávamos que eles não tivessem muita dificuldade em relacionar a ideia de um triângulo qualquer e a situação descrita no texto do problema.

Hélio e Sâmy iniciaram lendo a atividade e concluíram que, para a resolução desse problema, precisavam construir um triângulo como nos exemplos anteriores. Hélio

[20] A lei dos cossenos é utilizada, geralmente, para o cálculo de medidas de um triângulo qualquer, sendo conhecidas as medidas de dois de seus lados e do ângulo entre eles. Considerando os lados de medidas a, b e c de um $triângulo$ e o $ângulo$ α $entre$ b e c, a fórmula para o cálculo da medida de a seria dada por: $a^2 = b^2 + c^2 - 2\, b \cdot c \cdot cos\alpha$

mostrou para Sâmy o triângulo que construiu no geoplano. Foram conversando sobre o melhor procedimento de solução para essa questão, se seria para usar a lei dos senos ou lei dos cossenos. Hélio sugeriu que usassem a lei dos cossenos, pois o problema trazia a medida de dois lados do triângulo e o ângulo entre eles. Até esse ponto, a dupla de alunos demonstrou que tinha lido e compreendido a situação problema, identificado que figura era preciso construir e o procedimento matemático para resolver a questão. Demonstraram que seguiam as etapas iniciais para resolver o problema com sucesso (POLYA, 1978/1945, SANTOS, 1997, SANTOS-WAGNER, 2008), interagiam e trocavam ideias, confirmando conceitos estudados em trigonometria (BRASIL, 2006, LORENZATO, 2008, VYGOTSKY, 2003). E foi possível notar que a deficiência visual não foi empecilho para o trabalho da dupla, e os dois jovens se comportaram como jovens em qualquer sala de aula do Brasil, resolvendo tarefas matemáticas.

Prosseguindo na resolução da questão, Sâmy nos questionou sobre como chegaria ao cos 120°, já que, na tabela trigonométrica, ia só até 90°. Apesar de já termos trabalhado com esse assunto, Hélio também não se lembrava de como calcular o cosseno. Explicamos, novamente para eles, como efetuar esse cálculo e eles seguiram, resolvendo as questões. Hélio continuou esboçando, no geoplano, as figuras de outras questões solicitadas. Sugerimos que todos tentassem resolver as questões 1, 2, 3, 5, 6, 7 e 8 (PITOMBEIRA, 2008a, p. 265-268). Eles continuaram entusiasmados e resolveram mais algumas questões no mesmo ritmo.

Ao relatarmos para nossa orientadora sobre a satisfação com o trabalho realizado em aula por Sâmy e Hélio, ela nos propôs conversarmos com os dois separadamente. Ela sugeriu que deveríamos indagar sobre como eles se sentiram diante da atividade que realizaram juntos e o que pensavam um do outro, enquanto alunos de ensino médio. Conseguimos conversar com eles, somente na semana seguinte. Registramos as seguintes respostas aos questionamentos que lhes foram propostos:

Professora: *O que você acha de sua colega? O que você acha de seu colega?*

Hélio: *Acho a Sâmy legal e bastante inteligente.*

Sâmy: *Ótimo, legal, uma pessoa divertida.*

Professora: *E como foi realizar as atividades com ela(e)?*

Hélio: *No início, tive dificuldades de mostrar as figuras, mas com o geoplano não encontrei dificuldades. O diálogo com Sâmy foi bom. Estudar com ela não foi diferente, foi mais fácil*.

Sâmy: *Tivemos alguns problemas na hora das figuras, mas ele teve interesse e jeito de lidar com as questões.*

Esse pequeno diálogo com eles confirmou nossa observação sobre o entrosamento positivo desses jovens e a forma de atuação da dupla na aula anterior, ao resolverem algumas questões sobre trigonometria. Vale destacar que quando Hélio disse: *estudar com ela não foi diferente, foi mais fácil*, confirmamos a nossa percepção de que é produtivo para os jovens serem tratados e respeitados como jovens independente de suas individualidades, potencialidades e/ou deficiências. Acreditamos que todo jovem tem potencial para aprender matemática (LORENZATO, 2006, SANTOS, 1997). Mais uma vez foi possível constatar que a deficiência visual de Sâmy em nada atrapalhou a dinâmica de trabalho da dupla nem a aprendizagem matemática dos dois, pois Hélio confirmou que foi mais fácil trabalhar com Sâmy do que com outros colegas da turma (PALMEIRA; SANTOS-WAGNER, 2012).

No 2º semestre de 2011, nossa pesquisa estava tomando um novo rumo. Tínhamos nos dado conta da importância de buscarmos a interação entre os alunos, tentando desenvolver as potencialidades de todos os alunos da turma, não só daqueles com deficiência visual. Pensávamos que nossa mudança de postura também implicaria em um maior entrosamento entre os alunos da turma e em novas possibilidades de trabalho, interações e aprendizagens para todos os alunos.

Aula do dia 22/08/11 (1º tempo de aula) Horário: 7h55min a 08h50min

Assunto: Cálculo de distâncias inacessíveis utilizando trigonometria

Objetivos:

- Oportunizar aos alunos a possibilidade de rever os conceitos de seno, cosseno e tangente de um ângulo, lei dos senos, leis dos cossenos e áreas de triângulos quaisquer.
- Identificar algumas dificuldades encontradas na resolução de questões elaboradas por eles mesmos.

Desenvolvimento

Conversamos com nossa orientadora sobre as atividades que estavam sendo desenvolvidas, e as dificuldades encontradas pelos alunos da turma na resolução das questões sobre o cálculo de distâncias inacessíveis em aulas anteriores. Ela sugeriu a seguinte dinâmica de trabalho: dividir a turma em grupos; e solicitar que eles elaborassem três questões, tomando como base as questões trabalhadas na aula 48 do livro Multicurso 1ª série (PITOMBEIRA, 2008a, p. 303 a 305). E mencionou que as questões matemáticas formuladas pelos alunos deveriam compreender diferentes níveis de dificuldade. Uma questão elaborada deveria ser mais fácil; outra, no mesmo nível de dificuldade; e a terceira mais difícil do que as questões já estudadas sobre o cálculo de distâncias inacessíveis, utilizando razões trigonométricas, lei dos senos e lei dos cossenos, conforme sequência didática apresentada no Anexo II (SANTOS-WAGNER, 2011, SILVA; SANTOS-WAGNER; MARCILINO; FOERSTE, 2009).

Polya (1978/1945, p. 3) nos orienta: “o professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar”. Nessa atividade, pretendíamos dar aos alunos a oportunidade de pensar em profundidade sobre conceitos estudados de cálculo de distâncias inacessíveis, empregando trigonometria, rever e apreciar criticamente o grau de dificuldade de tarefas matemáticas. Os alunos precisavam rever os enunciados e as resoluções de questões trabalhadas em aulas anteriores. E eles precisavam elaborar outras questões similares às trabalhadas em sala de aula. Assim, eles necessitavam de reconhecer e de superar suas próprias dificuldades em resolvê-las, além de vivenciarem o desafio de decidir, entre eles, em cada grupo, sobre o grau de dificuldade das questões, baseados na percepção individual de cada aluno do grau de dificuldade de cada questão. A tarefa permitiria aos alunos estudar e aprofundar seus conhecimentos e entendimentos sobre razões trigonométricas, lei dos senos e lei dos cossenos. Eles estariam aprendendo a apreciar suas compreensões e dificuldades com esses assuntos e a perceber como é complexa a tarefa de propor atividades de caráter avaliativo (SANTOS, 1997). Encontramos ainda apoio no documento dos PCNEM ao ressaltar que:

> A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva (BRASIL, 2006 p. 69 e 70).

No 1º tempo de aula do dia 22/08/11, propusemos a dinâmica de trabalho para essa atividade como sugerida pela nossa orientadora. Solicitamos que a turma se dividisse em seis grupos. E pedimos que cada grupo tomasse uma das questões solicitadas da aula 48 (PITOMBEIRA, 2008a, p. 303 a 305) como base para elaborar uma outra questão mais fácil, uma no mesmo nível de dificuldade e uma mais difícil. Informamos também que, durante a realização da atividade, eles deveriam produzir um relatório sobre o desenvolvimento da atividade. Nesse relatório, os alunos deveriam mencionar dificuldades e facilidades encontradas na tarefa e outras informações que julgassem pertinentes. Para evitar problemas, decidimos sortear as questões entre os grupos formados. Os grupos e as questões da aula 48, do livro de Pitombeira (2008a, p. 303-305), associadas a cada grupo foram as seguintes:

Questão 1 – Vick, Paty e Taty.

Questão 2 – Indy, Jamil e Gui.

Questão 3 – Isa, Any e Abner.

Questão 6 - Lú, Geisy e Luc.

Questão 7 – Gave, Elia, Jessy e Lady.

Questão 8 – Sâmy, Hélio e Fê.

Aula do dia 22/08/11 (2º tempo de aula) Horário: 8h50min a 09h45min

Assunto: Realização da atividade proposta sobre a elaboração de questões

Objetivos:

- Oportunizar aos alunos a possibilidade de rever os conceitos de seno, cosseno e tangente de um ângulo, lei dos senos, leis dos cossenos e áreas de triângulos quaisquer.
- Identificar algumas dificuldades encontradas na resolução de questões elaboradas por eles mesmos.

Desenvolvimento

Os grupos se reuniram e começaram a elaboração das questões, tomando, como base, a questão sorteada na aula anterior para cada grupo. Durante todo o processo de realização dessa atividade, estimulávamos os alunos para que tivessem autonomia de decidir sobre o grau de dificuldade das questões, evitando que nossa opinião pudesse interferir nas decisões dos grupos. Reforçamos que a turma deveria apresentar um relatório de como desenvolveu o trabalho de elaboração das questões, inclusive relatando os conflitos e acordos que aconteceram durante o processo. A turma trabalhou de forma concentrada e parecia bem focada na atividade. Circulamos pela sala para dar uma olhada nos trabalhos, mas só interferimos quando fomos solicitados.

Gui trouxe uma questão elaborada por seu grupo que Jamil e Indy, seus colegas de grupo, consideravam mais fácil que a questão do livro, e ele não concordava. Sugerimos que o grupo deveria entrar em consenso e que cada um deveria defender seu ponto de vista. Apresentaremos, no decorrer deste capítulo, a descrição e a análise das questões elaboradas e apresentadas pelo grupo de Gui e outros grupos.

Abner trouxe uma questão elaborada pelo seu grupo que consideravam ser a mais difícil. Lemos juntamente com ele e concluímos que a questão tinha informações em excesso, e a pergunta já estava respondida no enunciado. Notamos que, no enunciado elaborado, ele informava a distância e a velocidade de dois barcos e perguntava a distância. A questão, que serviu de orientação para o grupo de Abner, foi a seguinte (PITOMBEIRA, 2008a, p. 304):

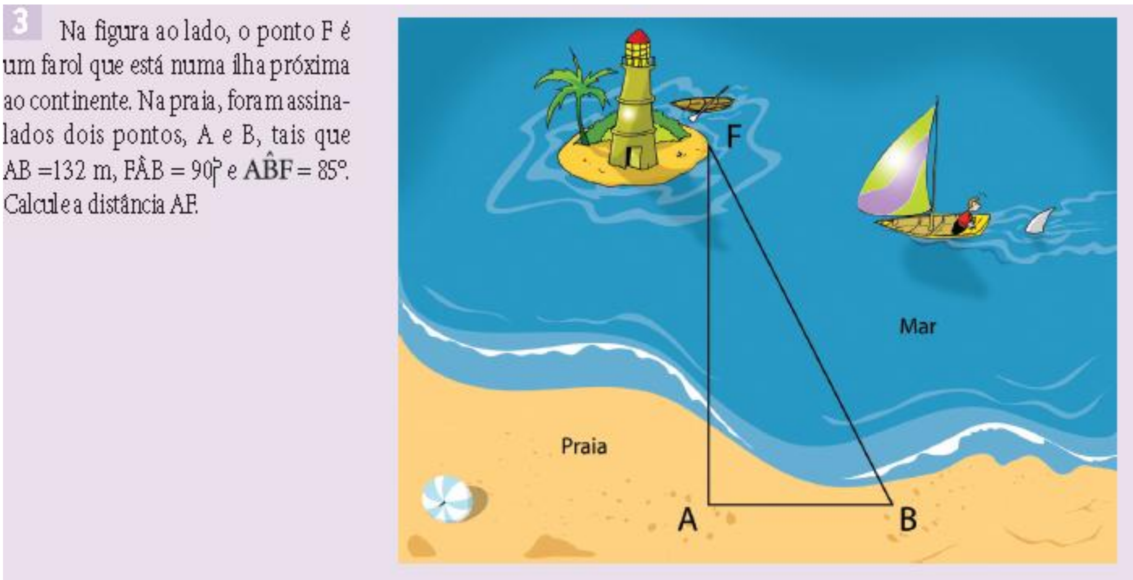

3 Na figura ao lado, o ponto F é um farol que está numa ilha próxima ao continente. Na praia, foram assinalados dois pontos, A e B, tais que $AB = 132$ m, $F\hat{A}B = 90°$ e $A\hat{B}F = 85°$. Calcule a distância AF.

Figura 06 – Questão 3 Pitombeira, 2008a, p. 304.

Abner voltou ao grupo e, juntamente, com Any e Isa revisaram a questão e nos chamaram novamente para analisarmos. Consideramos que o novo enunciado estava bom, porém, ao desenvolver o raciocínio para resolução, os três alunos utilizaram a lei dos cossenos, mas, a posição do ângulo na figura não dava condições para usar esse conceito.

A lei dos cossenos é empregada, geralmente, para o cálculo de medidas de um triângulo qualquer, sendo conhecidas as medidas de dois de seus lados e do ângulo entre eles. Considerando os lados de medidas a, b e c de um triângulo e o ângulo α entre b e c, a fórmula para o cálculo da medida de a seria dada por: $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b \cdot c \cdot cos\alpha$.

Não revelamos para os alunos do grupo de Abner onde estava o equívoco, pedimos que voltassem à questão do livro e aos textos das aulas sobre a lei dos cossenos, a fim de identificarem onde estava o problema. Logo após, Abner retornou mostrando que descobriram onde estava o problema, exatamente onde havíamos constatado. Decidiram por modificar a posição do ângulo na figura a fim de usarem a lei dos cossenos de forma correta. Ficamos satisfeitos com esse momento. Porque nos mostrava que esse tipo de atividade estava atingindo alguns dos objetivos esperados: fazer com que os alunos revisassem os conceitos estudados e pudessem analisar, criticamente, os enunciados e as resoluções de problemas propostos por eles mesmos.

A questão apresentada pelo grupo, após nossas orientações, e os ajustes realizados por eles foi a seguinte:

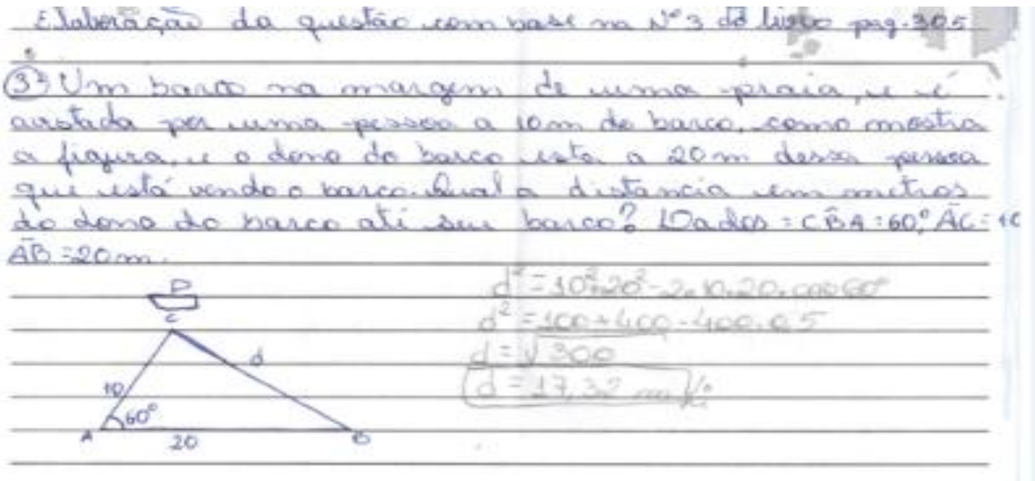


Figura 07 – Questão 3 elaborada pelo grupo de Abner.

Transcrição do enunciado dos estudantes e cálculo realizado por eles: *Um barco na margem de uma praia e é avistado por uma pessoa a 10 m do barco. Como mostra a figura, e o dono do barco está a 20 m dessa pessoa que está vendo o barco. Qual a distância em metros do dono do barco até seu barco?*

$$d^2 = 10^2 + 20^2 - 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot cos60°$$

$$d^2 = 100 + 400 - 400 \cdot 0{,}5$$

$$d = \sqrt{300}$$

$$d = 17{,}32\ m$$

Percebemos que, ao elaborar as questões, os alunos tiveram a oportunidade de descobrir o que ainda não sabiam ou não compreendiam sobre os conceitos envolvidos no assunto estudado. Sabemos que a questão proposta pelo grupo de Abner ainda poderia ser melhorada. Acreditamos que a experiência dos alunos de se colocarem na posição de criadores de questões similares àquelas, que os desafiam nas atividades em aula, proporcionaram-lhes uma nova possibilidade de aprendizagem. O grupo de Samy, Indy e Hélio foi o primeiro a concluir a atividade.

Aula do dia 25/08/11 Horário: 10h10min ás 11h05min

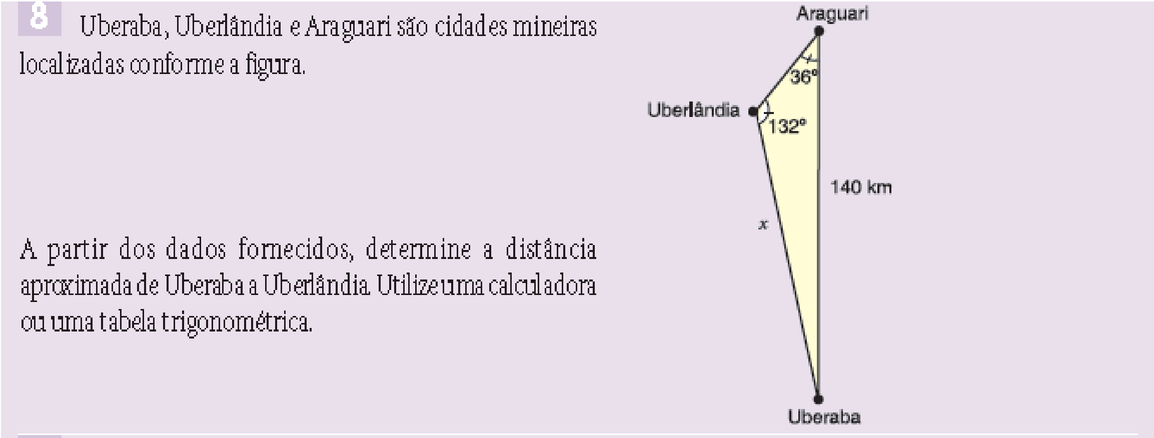
Assunto: Problemas envolvendo cálculo de distâncias inacessíveis

Objetivo: Oportunizar a apresentação das questões elaboradas pelos grupos e realizar discussões sobre as resoluções com a turma.

Desenvolvimento

Nesta aula, os grupos deveriam apresentar as questões elaboradas na aula anterior (22/08/11), as resoluções e os resultados de cada questão. Utilizamos parte dessa aula para esclarecer algumas dúvidas sobre o simulado do Enem, organizado pela Secretaria da Educação do Estado do ES – SEDU que seria aplicado, exclusivamente, nas turmas de 3º anos da escola. Concluídos os esclarecimentos, iniciamos as apresentações dos grupos.

O primeiro grupo que, espontaneamente, pediu para se apresentar foi o de Hélio, Fê e Sâmy. Conforme sorteio de questões, o grupo deveria se basear na questão 8 do livro de Pitombeira (2008a, p. 305) que estabelecia o seguinte enunciado:



8 Uberaba, Uberlândia e Araguari são cidades mineiras localizadas conforme a figura.

A partir dos dados fornecidos, determine a distância aproximada de Uberaba a Uberlândia. Utilize uma calculadora ou uma tabela trigonométrica.

Figura 08 – Questão 8 (PITOMBEIRA, 2008a, p. 305).

Fê ficou responsável por apresentar a questão mais fácil. Apresentou a seguinte questão:

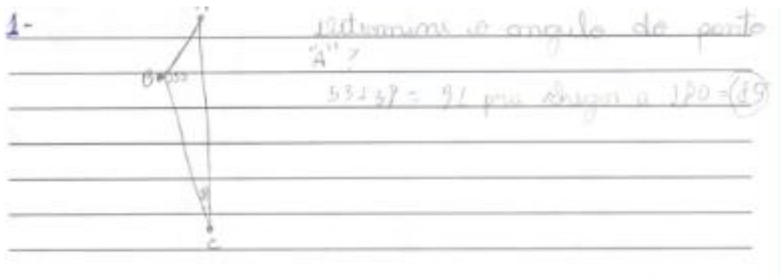


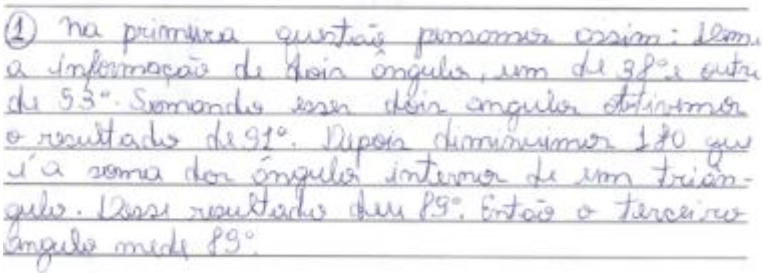
Figura 09 – Questão 1 elaborada pelo grupo de Fê.

Transcrição da questão e cálculo: *Determinar no ângulo do ponto "A"?*

$53 + 38 = 91\ para\ chegar\ a\ 189 = 89°$

Identificamos que a figura produzida pelo grupo para essa questão é bem parecida com a do livro, porém o grupo decidiu por solicitar apenas a medida do terceiro ângulo. Discutimos com a turma sobre o enunciado e a solução exposta por Fê, e a turma concluiu que essa questão era de nível fácil. O Hélio afirmou que ajudou bastante seu próprio entendimento utilizar o geoplano retangular para elaborar as questões com as colegas com deficiência visual. Observamos no comentário de Hélio que o emprego de materiais pedagógicos manipuláveis como o geoplano, auxilia na construção e na compreensão de conceitos matemáticos de todos os alunos.

Para complementar a atividade, solicitamos que cada grupo fizesse um relatório sobre o desenvolvimento da atividade de elaboração de questões. Esse grupo, como relato da elaboração da primeira questão, fez o seguinte comentário:



① na primeira questão pensamos assim: Demos a informação de dois ângulos, um de 38º e outro de 53º. Somando esses dois ângulos obtivemos o resultado de 91º. Depois diminuímos 180 que é a soma dos ângulos interno de um triângulo. Desse resultado deu 89º. Então o terceiro ângulo mede 89º.

Figura 10 – Relatório sobre a questão 1 do grupo de Fê.

Transcrição do relatório do grupo de Fê a respeito da questão 1: *Na primeira questão pensamos assim: Demos a informação de dois ângulos, um de 38º e outro de 53º. Somando esses dois ângulos, obtivemos o resultado de 91º. Depois diminuímos 180 que é a soma dos ângulos internos de um triângulo. Desse resultado deu 89º. Então o terceiro ângulo mede 89º*.

O grupo ao elaborar o relatório se preocupou em relatar como pensaram na resolução da questão elaborada, porém não relataram as dificuldades e os conflitos gerados durante a elaboração dessa primeira questão considerada fácil para eles.

A segunda questão apresentada pelo grupo como sendo de mesmo nível de dificuldade, foi a seguinte:

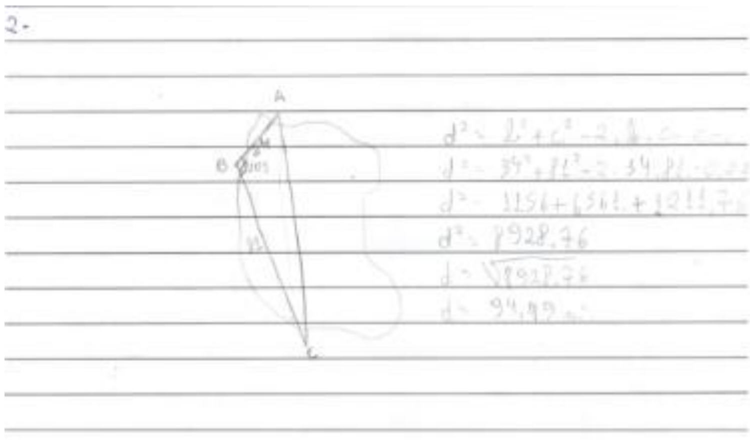


Figura 11 – Questão 2 elaborada pelo grupo de Fê.

Transcrição da resolução:

$$d^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos103°$$

$$d^2 = 34^2 + 81^2 - 2 \cdot 34 \cdot 81 \cdot -0{,}22$$

$$d^2 = 1156 + 6561 + 1211{,}76$$

$$d^2 = 8928{,}76$$

$$d = \sqrt{8928{,}76}$$

$$d = 94{,}49\ m$$

Observamos que o grupo não se preocupou com o enunciado da questão, apresentou somente a figura - bem parecida com a figura do livro - e os cálculos. No relatório sobre o desenvolvimento da questão, o grupo relata como pensaram a questão.

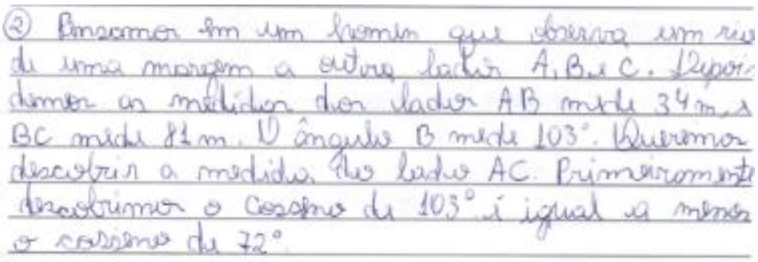

② Pensamos em um homem que observa um rio de uma margem a outra lados A, B e C. Depois demos as medidas dos lados AB mede 34m, e BC mede 81m. O ângulo B mede 103°. Queremos descobrir a medida do lado AC. Primeiramente descobrimos o cosseno de 103° é igual a menos o cosseno de 72°.

Figura 12 - Relatório sobre a questão 2 do grupo de Fê.

Transcrição do relatório 2: *Pensamos em um homem que observa um rio de uma margem a outra lados A, B e C. Depois, demos as medidas dos lados AB mede 34m, e BC mede 81 m. O ângulo B mede 103º. Queremos descobrir a medida do lado AC. Primeiramente, descobrimos o cosseno de 103º é igual a menos o cosseno de 72º*.

Advertimos o grupo sobre a forma como a questão foi apresentada. Eles apresentaram apenas uma figura com algumas informações, sem a presença de um questionamento nem de um enunciado de problema.

A terceira questão do grupo foi a seguinte:

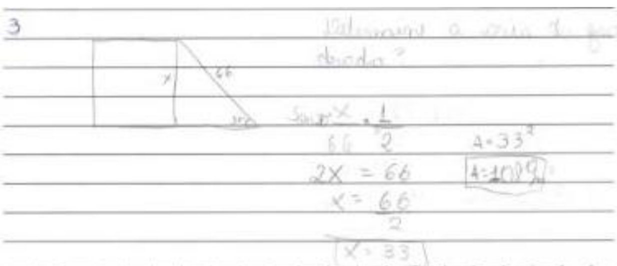


Figura 13 – Questão 3 elaborada pelo grupo de Fê

Transcrição da resolução: D*etermine o valor da área do quadrado:*

$$sen30^{o} = \frac{x}{66} = \frac{1}{2}$$

$$2x = 66$$

$$x = \frac{66}{2}$$

$$A = 33^{2}$$

$$A = 1089\ m^{2}$$

Nessa questão, o grupo foi mais cuidadoso com o enunciado. No relatório sobre a elaboração dessa questão, demonstra um pouco das dificuldades encontradas.

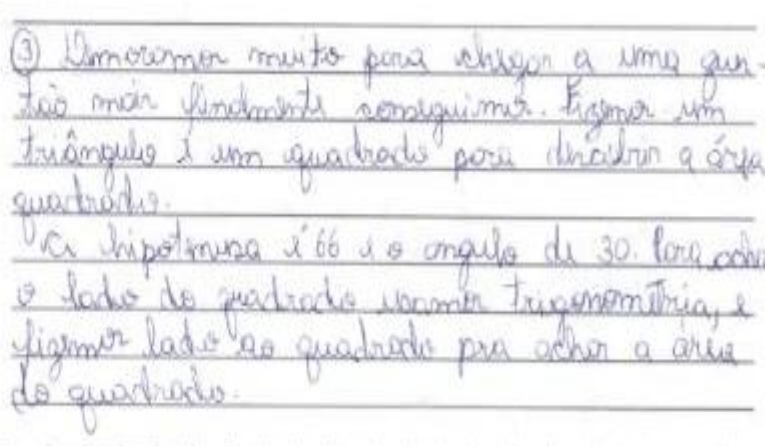

③ Demoramos muito para chegar a uma questão mas finalmente conseguimos. Fizemos um triângulo e um quadrado para descobrir a área quadrado.
A hipotenusa é 66 e o angulo de 30. Para achar o lado do quadrado usamos trigonometria, e fizemos lado ao quadrado pra achar a área do quadrado.

Figura 14 – Relatório sobre a questão 3 do grupo de Fê.

Transcrição do relatório 3: *Demoramos muito para chegar a uma questão mas finalmente conseguimos. Fizemos um triângulo e um quadrado para descobrir a área do quadrado. A hipotenusa é 66 e o ângulo de 30. Para achar o lado do quadrado, usamos trigonometria e fizemos lado ao quadrado para achar a área do quadrado.*

Observamos que o grupo não se preparou adequadamente para expor as questões elaboradas para os colegas e teve muita dificuldade em esclarecer as dúvidas dos colegas sobre o enunciado e, também, não estavam seguros com relação aos cálculos apresentados. Acreditamos que o processo de desenvolvimento da autonomia em nossos alunos é trabalhoso e depende do comprometimento dos alunos e da persistência do professor. Concluímos que o grupo de Hélio poderia ter apresentado um trabalho com melhor qualidade se tivéssemos interferido de forma mais ativa no desenvolvimento das atividades. Porém, temos que reconhecer que essa foi a primeira experiência deles e nossa, com tarefas desse tipo e nessa dinâmica de trabalho.

Aula do dia 29/08/11 Horário: 07h55min às 09h45min

Assunto: Problemas envolvendo cálculo de distâncias inacessíveis

Objetivo: Oportunizar a apresentação das questões elaboradas pelos grupos e realizar discussões sobre as resoluções com a turma.

Desenvolvimento

Nesta aula, decidimos realizar a gravação em áudio das apresentações dos alunos. Constatamos, no momento das análises, que foi uma decisão muito acertada, pois conseguimos captar, com mais abrangência, as discussões geradas durante as apresentações.

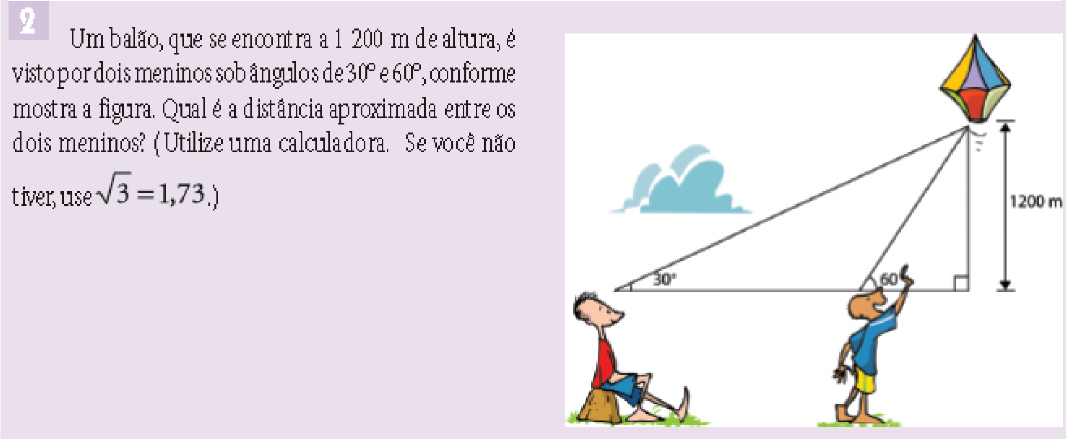
A aula é iniciada com a apresentação do grupo formado por Jamil, Indy e Gui. Indy começa com a leitura da questão considerada como “mais fácil” que a questão 2 sugerida no livro de Pitombeira (2008a, p. 304).

Indy: *Um menino de 1 metro e 20 centímetros de altura está soltando uma pipa, a distância da pipa ao chão é de 20 metros. Qual é a distância do menino a pipa? No caso ele quer saber a distância do menino até a pipa, da linha da pipa.*

Prof.: *Por que vocês julgaram essa questão mais fácil? Antes gostaria que você, Indy, lesse para a turma a questão do livro na qual vocês se basearam, a questão que os inspirou a elaborar as outras.*

Indy: *É a questão numero dois que fala do balão e de duas pessoas vendo o balão. Mas nós pegamos apenas como base, nós não fizemos parecido, não.*

Segue a questão do livro:


2

Um balão, que se encontra a 1 200 m de altura, é visto por dois meninos sob ângulos de 30° e 60°, conforme mostra a figura. Qual é a distância aproximada entre os dois meninos? (Utilize uma calculadora. Se você não tiver, use $\sqrt{3} = 1{,}73$.)

Figura 15 – Questão 2 de Pitombeira, 2008a, p. 304.

Prof.: *Por que eu quero que vocês falem qual foi a questão que os inspirou? Para vocês explicarem por que vocês consideraram essa questão mais fácil.*

Indy: *Porque na questão do livro tinha duas visões, duas pessoas e duas distâncias e, no nosso caso, é só a visão do menino com a pipa, não é muito complicado.*

Percebemos que Indy estava muito segura em sua fala, mostrando a autonomia do grupo em argumentar sobre o nível de dificuldade da questão apresentada.

Prof.: *Tá clara a questão para a turma?*

Os alunos confirmaram com gestos positivos.

Prof.: *Então, Indy, faça os cálculos para nós, no quadro.*

Indy: *Vou fazer sen 30º. Como a altura do menino é um metro e vinte e a altura da pipa ao chão é 20 m, então, eu vou fazer 20 menos 1 e 20, vai dar 18,8 metros sobre x é igual a 1 sobre 2. Aí é só multiplicar, vai ficar xis é igual a 18,8 vezes 2, aí xis é igual a 37,6 metros.*

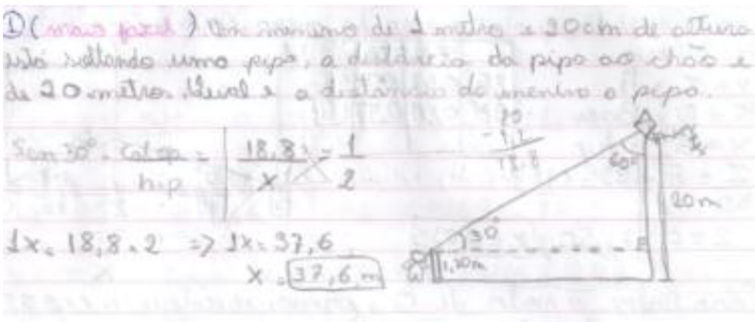


Figura 16 – Questão 1 elaborada pelo grupo de Indy.

Transcrição do enunciado e dos cálculos: *1-(mais fácil) Um menino de 1m e 20 cm de altura está soltando uma pipa, a distância da pipa ao chão é de 20 m. Qual é a distância do menino à pipa.*

$$sen30^{o} = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}}$$

$$\frac{18{,}8}{\text{x}} = \frac{1}{2}$$

$$1x = 18{,}8 \cdot 2$$

$$1x = 37{,}6$$

$$x = 37{,}6\ m$$

Prof.: *O ângulo está partindo da visão dele, né? Você quer saber a distância da linha? Agora do chão até a pipa tem 20 metros?*

Indy: *Da pipa até o chão tem 20 metros.*

Prof.: *Está claro pessoal, tranquilo?*

Alguns alunos confirmam com gestos positivos e exclamações.

Prof.: *O que vocês acham? Está fácil mesmo? Vocês fariam essa questão facilmente?*

Os alunos continuaram com gestos positivos e exclamações.

Prof.: *Todo mundo teria facilidade de fazer essa questão? Identificariam logo que era o seno ali?*

A maioria dos alunos continua a gesticular positivamente.

Prof.: *Uma coisa que eu queria lembrar é que vocês devem sempre colocar na resolução qual das razões trigonométricas utilizou.*

Indy: *Eu coloquei aqui no papel.*

Prof.: *Ok, tem sempre que colocar, até para quem for corrigir saber o que vocês utilizaram. Está claro para a turma? Ok! Então essa questão aí foi considerada pelo grupo como sendo a mais fácil.*

Prof.: *O Gui é que vai fazer a questão de nível médio de dificuldade?*

Gui: *É.*

Prof.: *E o Jamil a de nível mais difícil?*

Jamil: *É.*

Prof.: *O importante gente, eu volto a frisar, essa coisa do mais fácil ou mais difícil são vocês que vão decidir.* Com esse comentário procuramos ressaltar que a dificuldade de cada questão vai depender de cada aluno e da decisão do grupo. Buscamos trabalhar a autonomia dos alunos em relação à reflexão sobre seus próprios limites e seu conhecimento. Estávamos incentivando o desenvolvimento da metacognição de cada um dos alunos, ou seja, pensar sobre e gerenciar seus conhecimentos. Desejávamos motivá-los a pensar sobre o que sabem e o que não sabem de matemática, se sabem usar esses conhecimentos e como usar os mesmos e se reconhecem seus limites, pois esses são os aspectos centrais da metacognição (SANTOS, 1997).

Fê: *Ô professora, só uma coisa que eu achei confuso na primeira questão, porque eu não vi a figura entendeu? Então eu fiquei meio "zoada", não ficou muito claro.* Percebemos que Fê estava exercendo o direito de se manifestar diante da não compreensão do que foi apresentado. Isso nos deixou bastante satisfeitos, pois essa era uma atitude que sempre buscávamos estimular em nossos alunos.

Prof.: *Ótimo, muito bem! A figura não ficou muito clara para Fê. Dona Indy, Seu Jamil e Seu Gui, e agora? Como nós vamos resolver isso?*

Fê: *Desenha a figura para mim, ora!* A própria Fê dá a solução para o problema.

Gui: É *só pegar o geoplano que eu desenho.* Gui se oferece para representar a figura no geoplano, para sua colega com deficiência visual.

Indy: *A gente contava com a professora trazer o geoplano. E eu acredito que não é só a gente que vai usar desenho.*

Percebemos que os alunos não veem dificuldades em utilizar recursos auxiliares, para que os colegas com deficiência visual possam participar de mesma forma nas atividades desenvolvidas em sala.

Prof.: É *então a professora que falhou. (risos) E Fê não entendeu bem a questão por causa da figura.*

Fê: *É isso aí professora, como é que eu vou entender sem figura?*

Prof.: *Então Fê, pela fala de Indy, deu para você ter uma ideia do que seria?*

Fê: *Deu.*

Prof.: *Deu ou não?*

Fê.: *Deu, só faltou o desenho, mas deu.*

Prof.: *Era isso que eu queria saber, por que, gente? Uma das coisas que eu estou explorando na pesquisa é isso: até que ponto a linguagem pode ser útil para a aprendizagem não só dos colegas com deficiência visual, mas de nós como um todo. Será que a forma com que eu falo aqui ajuda ou, às vezes não, vocês aprenderem alguma coisa. De repente, se eu mudar a linguagem, falar de um jeito ou falar de outro, o colega falar. Por exemplo, eu explico alguma coisa e peço para Lu falar do jeito que ela entendeu, talvez o jeito que a Lu falar vai ajudar, e a Jessy vai entender melhor do que do jeito que eu falei. Porque a linguagem é uma forma de mediação, como que essa linguagem interfere no jeito que eu aprendo, no jeito que Luc aprende, no jeito que Jamil aprende. O Jamil e a Fê que não têm a visão como apoio, como que essa linguagem é importante principalmente para quem não tem a visão como apoio. Como Fê falou, ela conseguiu entender a questão, mas ela também queria entender o desenho.* Encontramos apoio em Vygotsky (2005, p. 133), quando trata da aquisição de conceitos científicos, atribuindo ao professor o importante papel de mediador nessa construção "... o professor, trabalhando com o aluno, explicou, deu informações, questionou, corrigiu o aluno e o fez explicar". Moysés (1997) complementa em sua análise, como ocorre esse processo de aquisição de conceito e como o processo de interação professor/aluno auxilia. Segundo ela, a apreensão do conhecimento científico exige que esse seja trabalhado intencionalmente, na interação professor/aluno. Ou seja, "... implica reconstrução do saber mediante estratégias adequadas, nas quais o professor atue como mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento” (MOYSÉS, 1997, p. 36).

Saímos para buscar o geoplano que estava na sala dos professores. Ao retornar, continuamos a apresentação da questão de mesmo nível de dificuldade da questão dois do livro, pelo aluno Gui.

Prof.: *Gui, comece lendo o enunciado da questão.*

Gui: *Uma pessoa encontra-se no cruzamento A*.

Diz Gui, fazendo o desenho no quadro.

Prof.: Onde é o cruzamento A?

Gui identifica, no desenho, o cruzamento A.

Prof.: Ok.

Gui: *Dirigindo-se para o cruzamento C. Tendo escolhido o caminho mais curto AC*. (Enquanto fala Gui vai fazendo o desenho no quadro) *Quantos metros a pessoa vai andar para ir de A a C pelo caminho mais curto?*

Prof.: *Os dados do problema estão aí? Como é que você definiu o ângulo? No enunciado, você não tem o ângulo, só tem na figura. Então, no enunciado Gui, você tem que colocar conforme figura.*

Gui: *Mas tem, no problema, cosseno de 120º igual a 1/2*. Sabemos que essa informação está errada, mas prosseguimos nos questionamentos com o objetivo de verificar se, através das discussões, algum aluno da turma ou do grupo de Gui pudesse perceber esse erro. Moysés (2009, p. 37) baseada nas teorias de Vygotysky (2003) considera a interação professor-aluno como um processo dinâmico, e destaca “Vale salientar que em termos cognitivos o questionamento e a correção, por parte de quem ensina, desempenham um relevante papel na aprendizagem”.

Prof.: *Isso aí é dado do problema. Onde é o 120º na figura? Espera aí vou perguntar para a turma. Está claro para vocês onde é que está o ângulo de 120º, gente?*

Alguns colegas respondem que não está claro. Até o momento Gui tinha esboçado a figura, marcado um ângulo, mas não havia identificado como sendo de 120º. Gui não estava muito seguro diante da questão que estava apresentando.

Prof.: V*ocê marcou um ângulo lá em cima da figura. Onde está o ângulo de 120º grupo?* Essa pergunta foi dirigida ao grupo que estava conduzindo a apresentação, para que os colegas dessem um apoio maior ao Gui, uma vez que este não aparentava segurança diante da resolução do problema.

Indy se levantou e identificou na figura onde era o ângulo de 120º. Gui tentou argumentar dizendo que tinha marcado o local do ângulo.

Prof.: *Você marcou na figura mas não identificou, eu estava confusa com a questão, por isso perguntei para a turma, e eles também estavam. Eu não tinha certeza onde era o ângulo. O ângulo é aí então* (onde Indy havia identificado). *Esse ângulo está na figura. No enunciado, você leu o enunciado e em momento algum você falou que tinha uma figura. Como é que está o enunciado mesmo?*

Gui releu o enunciado. "*Uma pessoa encontra-se no cruzamento A, dirigindo-se para o cruzamento C. Tendo escolhido o caminho mais curto AC. Quantos metros a pessoa vai andar para ir de A a C pelo caminho mais curto".*

Prof.: *No enunciado tem que escrever, conforme figura, em algum momento aí. Porque no enunciado você não fala do ângulo, então, se não tivesse a figura, como que a pessoa iria saber sobre o ângulo?*

Gui: M*as tem o dado, considere cosseno de 120º.*

Prof.: *Sim, mas e aí, considere cosseno de 120º. Mas onde está esse ângulo? No enunciado, tem que constar conforme figura tal. Cosseno de 120º eu tenho, mas se não soubermos onde está esse 120º, o cosseno não vai servir para nada.*

Gui insiste que não precisa falar nada sobre a figura e o ângulo de 120º. Ele diz que a informação do cosseno de 120º já é suficiente. Indy também acha que não precisa. Insistimos em nossa argumentação.

Indy: *A pessoa lê o enunciado e vê a figura, ela já sabe que tem que usar a figura.*

Notamos que tanto Gui como Indy se mantêm firmes em suas convicções, o que mostra autonomia e liberdade deles para defenderem seus pontos de vista na aula. Porém, enquanto mediadores, nós insistimos em levá-los a compreender a importância de o enunciado estar bem claro para qualquer pessoa ler e saber o que fazer.

Prof.: *Vocês já viram alguma questão que utiliza figura sem falar dela no enunciado? Em todas as questões que nós trabalhamos até hoje, sempre tem alguma coisa sobre a figura. Falamos sempre conforme figura abaixo, a figura ao lado, conforme esboço ou conforme desenho. Sabe para que, gente, que eu estou insistindo nisso? Para vocês serem mais rigorosos e cuidadosos ao elaborarem os enunciados. Vocês sabem que questões de vestibular são anuladas por causa do enunciado. Se você identificar no enunciado alguma coisa que não esteja clara, anula a questão. Está bom, Indy, é só por causa disso, para vocês ficarem atentos. Agora turma o que vocês acham do nível de facilidade ou dificuldade dessa questão? Fácil? Difícil?*

Luc disse que não entendeu.

Gui questiona: *Bom, mas você faria seno, cosseno?*

Luc: *Eu faria cosseno por causa da figura, mas não entendi direito o que o problema tá pedindo.*

Indy lê novamente o enunciado. E Gui ressalta:

Eu falei que era pelo caminho mais curto.

Prof.: *Falou mesmo.*

E a dúvida de Luc foi esclarecida. Reanalisamos os dados escritos no quadro e constatamos que o erro em relação ao cos de 120º ainda não fora percebido por nenhum aluno, ao questionarmos.

Prof.: *Cosseno de 120º é ½ , gente?*

Alguns alunos respondem que não.

Prof.: *É quanto então?*

Fê: *- ½.*

Prof.: *Por que, Fê?*

Fê: *Porque o cosseno de 120º é o oposto do de 60º.*

Prof.: *Isso mesmo Fê, muito bem! Está afiada, hein? Andou estudando?*

Fê: *Claro. Né professora.*

Ficamos muito satisfeitos com a postura confiante de Fê desde o início da aula.

Direcionamos, novamente, o diálogo para Gui.

Prof.: *Você cometeu um pequeno erro de enunciado que anularia sua questão. Você deu que cosseno de 120º é ½, e é quanto? – ½. Porque, como já vimos, o cosseno de um ângulo maior que 90º é igual ao oposto do cosseno de seu suplementar, é – 1/2. Nos cálculos você colocou – ½, se não colocou já pode rever a resolução.*

Gui: *Coloquei sim.* Afirma consultando suas anotações.

Prof.: *Colocou – ½?* Insistimos.

Gui: *Tô vendo aqui. Deixa eu fazer aqui.* Comenta, consultando os cálculos presentes em sua folha de resolução.

Prof.: *Faz os cálculos. Está vendo, quando eu falo sobre o cálculo mecânico? A minha velha briga. Mecanicamente, eu fiz, mas eu nem sei se eu botei ½ ou – ½.*

(Comenta como se estivesse respondendo pelo Gui). *Faz os cálculos para nós, Gui.* Percebemos que Gui não estava muito seguro dos cálculos feitos em sua folha de resolução e permanecemos aguardando juntamente com a turma.

Gui: *Eu vou fazer de novo aqui*.

Fê: *Ai, professora!*

Esse comentário de Fê retrata sua inquietação diante da situação vivenciada pelo colega Gui. Ao que respondemos.

Prof.: *Ai, professora o quê? Vocês não me conhecem? O Gui me conhece, eu dou aula para ele desde o 1º ano.* Estamos nos referindo ao fato de que temos a postura de buscar que os alunos se comprometam com os estudos e as atividades desenvolvidas nas aulas, e estamos sempre cobrando isso.

Fê: *Meu Deus do céu!*

Gui começa a apresentar os cálculos por escrito no quadro, quando novamente o interrompemos.

Prof.: *Parou tudo! Fazendo o mesmo erro de Hélio.* Estamos nos referindo ao fato de as informações presentes nos cálculos não estarem de acordo com as identificações presentes no desenho. Esse equívoco foi cometido pelo grupo de Hélio, ao apresentar suas questões para a turma na aula anterior.

Gui: *Ele não fez isso! É o que eu te falei naquela hora, eu vou anotar e responder depois. Eu coloquei direto aqui, "b" não precisaria,entendeu? E os 50m que eu coloquei aqui*.

Prof.: *Deixa o pessoal fazer a crítica.* (Sugere a professora, dirigindo-se aos cálculos já escritos no quadro pelo Gui.). *O que ele chamou de "a^2" nos cálculos, ele chamou de "DB" na figura, não está fazendo o menor sentido. Na figura você colocou "DB" lá você chamou "a", você confunde quem está assistindo a sua apresentação.*

A colega de grupo, Indy vem em socorro ao colega, quando percebe que ele está se confundindo nos cálculos.

Indy: *Na verdade não tinha esse "a" aí não.*

Gui: "*Peraí", eu vou fazer desse jeito aqui.*

Prof.: *Não, você vai usar o que você colocou na figura, se você colocou DB como a distância, tem que usar DB no cálculo.* Insistimos, tentando orientar o Gui no entendimento dos seus próprios cálculos.

Prof.: *Vamos ajudar o Gui, Indy! Deixe-me ajudá-lo, a distância você chamou de DB. Você tem que usar a figura e relacionar com os cálculos. Porque senão seus colegas não vão entender. Vamos ajudá-lo.*

Nesse momento, a colega de grupo, Indy, vem até o quadro.

Indy: *Vai ficar* DB^2*, sempre usa DB, porque você está usando a distância como DB, esquece o "a".*

Nesse momento, Taty se pronuncia.

Taty: *Não estou entendendo.*

Prof.: *O que você não está entendendo? O enunciado não ficou claro para você?*

Taty: *Não, professora, eu não estava entendendo nada ali do que ele estava fazendo. Ele botou um "a" e, no desenho, era DB. Não tava entendendo mais nada do que ele tava fazendo.*

Prof.: *Agora você sabe o que ele está procurando?*

Taty: *Agora sim, porque a Indy explicou.*

Prof.: *Viu Gui, agora ficou claro que a distância é DB, que você chamou de DB e pode chamar do que quiser. Tem que ter coerência na resolução com a figura ou com a pergunta.*

Taty: *Professora, eu estava pensando que ele estava falando daquele "A" lá*. Afirma Taty, apontando para o vértice da figura desenhada no quadro que Gui identificou como "A".

Prof.: *Viu Gui, ela pensou que você estava usando o "A", que você identificou como vértice. É a relação dos cálculos com a figura, que me faz crer que você aprendeu. Porque você pegar um monte de letrinhas no caderno e escrever aqui no quadro para mim, não dá para concluir que você aprendeu.*

Nesse momento, entendemos que Gui já estava bastante angustiado por não conseguir concluir sua apresentação.

Prof.: *Faz ali no quadro para nós, Gui. Eu não estou querendo derrubar sua apresentação, só estou querendo que faça sentido.*

Seguem abaixo a questão e a resolução apresentada pelo grupo de Gui, depois das alterações sugeridas durante a apresentação.

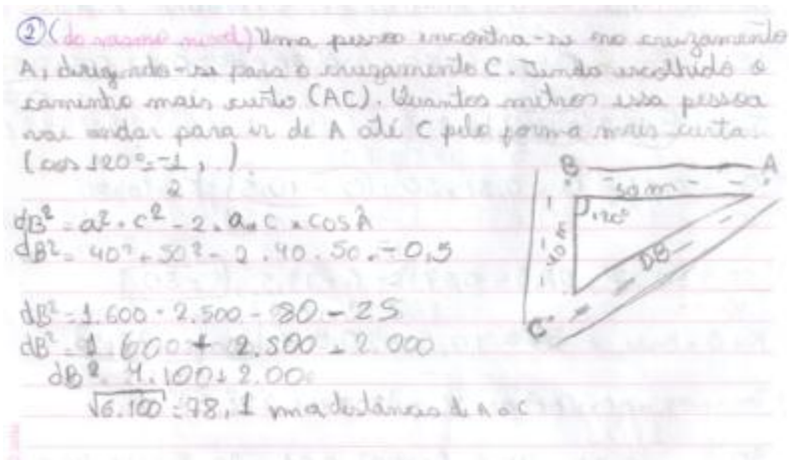


Figura 17 – Questão 2 elaborada pelo grupo de Gui.

Transcrição do enunciado e resolução da questão: *2 (do mesmo nível) Uma pessoa encontra-se no cruzamento A, dirigindo-se para o cruzamento C, tendo escolhido o caminho mais curto (AC). Quantos metros essa pessoa vai andar para ir de A até C pela forma mais curta* $\left(\cos 120° = -\frac{1}{2}\right)$?

$$dB^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos\hat{A}$$

$$dB^2 = 40^2 + 50^2 - 2 \cdot 40 \cdot 50 \cdot -0{,}5$$

$$dB^2 = 1.600 + 2.500 - 80 \cdot -25$$

$$dB^2 = 1.600 + 2.500 + 2.000$$

$$dB^2 = 4.100 + 2.000$$

$$\sqrt{6.100} = 78{,}1m \text{ a distância de } A \text{ a } C.$$

Gui: *Corta isso depois da gravação, tá professora?* Gui já estava mais descontraído e brincava sobre o que iríamos apresentar em nossa pesquisa sobre a apresentação dele.

Gui e Indy desenvolvem os cálculos no quadro, com a ajuda dos colegas, pois os cálculos realizados por Gui estavam com os valores errados.

Prof.: *E aí pessoal, vocês entenderam? Fê, você conseguiu entender a figura que prepararam pra você no geoplano?*

Os alunos manifestaram-se positivamente, e Fê comentou.

Fê : *Logo vi que ia usar o cosseno.*

Prof.: *E o nível de dificuldade? Está no mesmo nível da questão do livro? Para resolver essa segunda questão, o que o aluno precisava saber?*

Dirigimos os questionamentos para toda a turma. Vale ressaltar que, nesse momento da pesquisa, estávamos voltados para a turma como um todo, preocupados com as interações entre os alunos, buscando atender de forma mais igualitária a necessidade de todos.

Aula do dia 31/10/2011 (2º tempo de aula) Horário: 08h50min ás 09h45min

Assunto: Círculo trigonométrico

Objetivo: Resolver e discutir questões envolvendo relações no círculo trigonométrico.

Desenvolvimento

Nessa aula, contamos com a presença de nossa professora orientadora. Seguindo o planejamento do 3º trimestre, estávamos trabalhando com a trigonometria da circunferência, conforme sugerido no Currículo Básico Escola Estadual (ESPÍRITO SANTO, 2009), para o trabalho com o 3º ano, no eixo álgebra e funções. Já havíamos realizado algumas atividades sobre o assunto e iniciamos a aula discutindo uma questão de Giovanni e Bonjorno (2005a, p. 320) por estarem os alunos com algumas dúvidas. A questão era a seguinte:

Determine a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio:

a) Às 9h10min
b) Às 12h15min
c) Às 5h12min
d) Às 3h15min

Relembramos as discussões realizadas nas aulas anteriores, ao utilizar o texto de Pitombeira (2008a, p. 306 a 309) sobre a relação entre os ponteiros do relógio e o círculo trigonométrico. Segundo nossas discussões, em uma hora o ponteiro dos minutos percorre 360°, que corresponde a uma volta completa no círculo trigonométrico, enquanto o ponteiro das horas percorre apenas 30°.

Uma das soluções propostas seria usar o conceito de proporcionalidade. Considerando os dados da letra "a" da questão temos:

60min do ponteiro das horas está para 30°, assim como 10min do ponteiro das horas, está para x. Pois, precisamos determinar quanto, em graus, o ponteiro das horas percorre em 10 min.

$$\frac{60'}{10'} = \frac{30^\circ}{x}$$

Resolvendo, temos:

$$60x = 300$$

$$x = \frac{300}{60}$$

$$x = 5^\circ$$

Ao considerarmos que, no relógio analógico, teríamos entre o ponteiro que marca as horas e o ponteiro que marca os minutos, do número 9 ao número 2, um ângulo de

150°. Subtraindo x, que é o quanto o ponteiro das horas se deslocou em 10min, teríamos como resultado 145°.

Ficou claro, ao olhar para os alunos, que alguns estavam compreendendo a resolução dessa questão, enquanto outros ainda permaneciam com dúvidas.

Uma segunda solução para a primeira parte dos cálculos foi sugerida por Jamil. Ele observou que 1min do ponteiro das horas corresponde a 2° no círculo trigonométrico. Perguntamos ao aluno Jamil como constatou isso, e ele explicou um pouco mais. Depois disse que bastaria dividirmos os minutos por dois e encontraríamos o quanto esse ponteiro percorreu em 10 min. Essa observação correta de Jamil foi muito bem recebida pelos colegas, porquanto para eles, simplificou mais os cálculos. O restante da resolução do item a é o mesmo apresentado na nossa primeira resolução.

Os alunos continuaram resolvendo as outras medidas solicitadas na questão e pareceram estar mais seguros com a resolução.

Registros complementares dessa aula feitos pela professora orientadora:

Coloquei, no canto da folha, um desenho com as carteiras dos alunos e um lembrete se sentava uma aluna ou aluno em cada desenho feito.

Redigi assim:

Estão trabalhando nesta turma de ensino médio com trigonometria e com problemas do relógio. Tem 15 alunos presentes na aula. Os alunos do 3º ano de ensino médio fizeram o simulado do Estado, PAEBES, ENEM e a prova Brasil.

Essas provas ocorreram em horário letivo regular, com exceção das provas do ENEM. A professora pesquisadora conferia as atividades nos cadernos dos alunos. De 8h até 8h20min, ela fez a chamada, comentários gerais sobre todas essas provas e deu visto nos cadernos. Foi avisado por alguém da secretaria que, depois do recreio, os alunos e professores ficariam liberados para ir ao enterro da aluna do 1º A que estava doente e faleceu.

Discussão dos problemas do relógio. A professora pesquisadora trouxe o multiplano para que Jamil, Sâmy e demais alunos com deficiência visual manuseassem este material na aula, se quisessem.

Ela desenhou, no quadro, um círculo e marcou 12, 3, 6 e 9 nos seus devidos lugares em um relógio. Ela perguntou para eles: Qual ângulo vou formar entre os 2 ponteiros quando for 2h15min? Ela disse: Em 1 hora, o ponteiro dos minutos percorre 360º, e em 1 hora, o ponteiro de hora percorre 30º. Alguns questionamentos:

Prof.: *Se fosse 2 h, o ponteiro grande estaria no 12 e o ponteiro pequeno estaria no 2.*

Hélio: *O grau seria 60º.*

Prof.: *Já em 2h01min ou em 2h15min, o que vamos dizer? O ponteiro das horas andou um percurso que vou denotar como x, porque preciso descobrir esse valor.*

Ponteiro pequeno (das horas)

$$60' \rightarrow 30^{\circ}$$

$$15' \rightarrow x$$

$$60\,x = 450$$

$$x = 450/60 = 7,5 \rightarrow 7 \textit{ graus e meio.}$$

Isso é o ângulo entre eles, o ponteiro pequeno e o grande. A professora orientadora falou sobre a proporção que podemos encontrar entre 60 para 15, que é o mesmo que dividir por 4, e que poderiam ter pensado nisso também para calcular o valor de x, pois bastaria dividir 30 por 4, para ficar na mesma proporção, e assim iriam achar também $x = 7$, 5 ao dividir 30 por 4.

Jamil falou que, como 60’[21] percorre 30º, então 6’ percorre 3º. Ou seja, ele foi observando o que ia acontecendo e quando passou de 60’ para 6’, dividiu tudo por 10 efetuando suas conclusões.

Para terminar o problema, ainda temos que efetuar:

$$30^o - 7^o{,}5 \rightarrow 30^o - 7^o 30' = 22^o 30$$

b) Agora calcular o ângulo para 9h10min.

Desenhou outro círculo no quadro, e indicou no círculo 12, 2, 3 e 9 e marcou alguns ângulos que os ponteiros teriam andado.

Alguém falou novamente que 6’ corresponde a 3º, logo,

$$2' \textit{ corresponde a } 1^o$$

Assim 10’ vão corresponder a 5º.

Encontrando a quarta proporcional temos:

$$60' \rightarrow 30^{\underline{o}}$$

$$10' \rightarrow x \textit{ graus}$$

$$\textit{Então } 60\,x = 300$$

$$x = 300/60 = 5^o$$

A professora pesquisadora seguiu comentando que, se o ponteiro pequeno estivesse preso no 9 e o ponteiro grande no 2, o ângulo entre eles seria de 150º. Então, o ângulo que procuramos vai ser $150^o - x^c$.

Como encontramos $x^\circ = 5^c$

Logo, vamos ficar como:

$$150^o - x^\circ = 150^o - 5^o = 145^c$$

---

[21] Utilizaremos o símbolo ’ para identificar os minutos e ” para identificar os segundos.

E, em 9 horas e10 minutos, o ângulo entre os ponteiros do relógio é de 145º.

c) 1h30min.

Agora foi desenhado outro círculo no quadro e neste foram marcados 12, 1, 2, 3, 6 e 9 e alguns ângulos foram assinalados. Foi determinado quando marcaria 1 hora e bem perto do 1 foi assinalado o ângulo x.

Se o ponteiro grande já andou meia hora, então, o ponteiro pequeno já andou 15º. Esta conclusão foi falada direto pela professora pesquisadora ou por algum dos alunos, a partir do que observaram desde o início desta aula.

Sendo assim, $x = 15^o$

E o ângulo procurado vai ser:

$$150^o - 15^o = 135^o.$$

d) 3h15min.

Foi feito outro círculo no quadro e foi marcado apenas o 3.

E foi registrado direto:

$$x^\circ = 15/2 = 7{,}5 = 7^o 30'$$

E foi solicitado que acabassem os cálculos.

Aula dia 04/11/2011 Horário: 07h55min às 08h50min

Assunto: O círculo trigonométrico

Objetivo: Retomar as relações no círculo trigonométrico, através da elaboração de questões sobre o assunto.

Desenvolvimento

Em nosso trabalho com turmas do ensino médio, consideramos que o estudo do círculo trigonométrico se tornou um grande desafio para nós. Cremos que as dificuldades encontradas pelos alunos residem na falta de compreensão e entendimento das relações entre as ideias de seno e cosseno do triângulo retângulo e a transferência desses conceitos para o círculo trigonométrico. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 2006, p. 74) orientam que “É preciso atenção à transição do seno e do cosseno no triângulo retângulo (em que a medida do ângulo é dada em graus), para o seno e o cosseno, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos”. Seguindo essa orientação, buscamos trabalhar, detalhadamente, essas relações utilizando os textos de Pitombeira (2008a, p. 306-310) e Giovanni e Bonjorno (2005b, p. 24 a 28), onde encontramos uma analogia do círculo trigonométrico e o relógio analógico. Acreditamos terem diminuído, consideravelmente, as dificuldades dos alunos para a compreensão dessas ideias, conforme constatamos em relato de atividade que fazemos a seguir.

O planejamento para essa aula seria a realização de um questionário sobre a opinião dos alunos da turma de pesquisa sobre a organização do ensino médio na escola. Porém como só compareceram oito alunos neste dia, resolvemos deixar essa atividade para outro momento.

Conversando com nossa orientadora, decidimos propor à turma que se dividisse em grupos e esses elaborassem duas questões baseadas nas questões trabalhadas em sala de aula sobre o círculo trigonométrico. Hélio e Vick já estavam sentados próximos, Lady e Jessy saíram do outro lado da sala e se juntaram a eles, formando um dos grupos. Abner, Elia, e Gui sentaram-se próximos a Sâmy e formaram o segundo grupo. Os grupos discutiram bastante, e nossa orientadora se aproximou para acompanhar as discussões.

Sâmy questionou sobre o resultado de um cálculo realizado por Abner $30 \cdot 45 = 1260$, quando, na verdade, daria 1350. Questionou também sobre a conclusão que o Jamil chegou, em uma aula anterior, sobre a transformação dos minutos do relógio para graus do círculo trigonométrico. De acordo com essa conclusão, para realização dessa transformação, bastava dividirmos os minutos apresentados no problema por dois. No cálculo realizado por Abner, seu colega de grupo para essa atividade, não dava $22{,}5$; que seria 45 divididos por dois. Ao conferirmos os cálculos questionados por Sâmy, reconhecemos que estavam errados e, mais uma vez, confirmamos que a regra estabelecida por Jamil valia para qualquer situação.

Na realização de trabalhos em grupos, incluindo os alunos com deficiência visual, geralmente, estes acompanham a resolução dos colegas oralmente e discutem os cálculos realizados. Evidenciamos, nesse momento, que Sâmy está muito atenta aos cálculos realizados por seu grupo, pois identificou dois erros de cálculos durante a resolução das questões elaboradas pelo grupo.

Verificamos que as discussões estabelecidas, após as resoluções das questões pela turma, levam o grupo a aprender a questionar as próprias soluções, e que as ideias propostas pelos colegas têm permanecido guardadas e aparecem na hora de resolver questões similares. Os alunos demonstravam que interiorizavam esses conceitos e que as interações entre eles os auxiliou muito a construir esses conhecimentos (VYGOTSKY, 2003; MOYSÉS, 2009; SILVA, 2007).

Solicitamos que cada grupo apresentasse, pelo menos, uma das questões elaboradas.

O primeiro grupo, formado por Vick, Hélio, Lady e Jessy, relatou a seguinte questão:

Um relógio é acertado às 10 horas. Que horas marcará o relógio após o ponteiro menor (que marca as horas) percorrer um arco de 22º?

Duas ideias foram discutidas e apontadas pelo grupo:

1. Resolver a questão, utilizando regra de três simples. Para essa resolução observamos que o grupo considerou uma das ideias trabalhadas em aulas anteriores. Eles relacionaram os minutos percorridos pelo ponteiro das horas em uma hora, 60 minutos (volta completa na circunferência) e os graus percorridos por esse ponteiro nesse mesmo espaço de tempo, 30 graus. A resolução apresentada foi a seguinte:

$$60' \rightarrow 30^\circ$$

$$x \rightarrow 22^\circ$$

$$30x = 22 \cdot 60$$

$$30x = 1320$$

$$x = 1320/30$$

$$x = 44'$$

A resposta para a questão seria 10 horas e 44 minutos.

2. Utilizar uma ideia discutida em aulas anteriores. Observamos que o grupo aproveitou a ideia simplificada desenvolvida pelo colega Jamil e discutida nas aulas anteriores. Cada dois minutos percorridos pelo ponteiro das horas, correspondem a um grau do círculo trigonométrico, com base na divisão de 60' por 30º. Inferimos que esse grupo se valeu de discussões sobre a resolução de questões anteriores a fim de elaborar e apresentar a resolução de sua questão. E assim foi estabelecida:

$$2' \rightarrow 1^\circ$$

$$y \rightarrow 22^\circ$$

$$y = 22 \cdot 2$$

$$y = 44'$$

O segundo grupo formado por Samy, Abner, Gui e Elia produziu a sua questão:

Determine, em graus, o maior ângulo formado pelos ponteiros de um relógio marcando as seguintes horas:

a) 3h15min
b) 5h45min
c) 9h30min

O grupo explicou que quis dificultar um pouco a questão, pedindo o maior ângulo e não o menor como foi trabalhado em uma questão na aula anterior. A questão, a qual o grupo se referia, foi proposta em Giovanni e Bonjorno (2005a, p. 320) e resolvida e discutida pela turma em aulas anteriores. Percebemos que o grupo se fundamentou em uma questão resolvida pela turma e elaborou outra em um nível mais difícil, demonstrando autonomia e segurança em arriscar outras possibilidades de aprendizagem, habilidade que buscamos estimular na turma desde o início do ano letivo. O grupo apresentou a seguinte resolução para a letra “a”.

$$2' \rightarrow 1°$$

$$15' \rightarrow x$$

$$2x = 15$$

$$x = 15/2$$

$$x = 7{,}5°$$

Em virtude do tempo, as demais ficaram para os colegas terminarem em casa.

Aula do dia 07/11/2011 (1º Tempo de aula) Horário: 07h55min às 08h50min

Assunto: Discussões sobre o ensino médio

Objetivo: Conhecer as ideias dos alunos em relação ao ensino médio através de questionário.

Desenvolvimento

Nesta aula, contamos com a presença da professora orientadora. Realizamos o questionário 1 (Anexo V) e uma breve discussão das respostas em comum. Infelizmente faltaram Hélio, Lady e Jessy, que estavam presentes na aula do dia 04/11/2011. Tivemos, no decorrer de nossas atividades com a turma, muitas dificuldades em realizar trabalhos em grupos, mantendo os mesmos alunos nos grupos por duas ou mais aulas. Dificilmente, conseguimos uma aula com a turma completa, e nem sempre faltavam os mesmos alunos. Por exemplo, na aula do dia 04 de novembro, vieram apenas oito alunos, na aula que descrevemos a seguir, (07/11/2011), a turma estava mais cheia. Porém, faltaram três dos oito alunos que frequentaram no dia 04/11/2011, impossibilitando-nos de realizar um trabalho com os mesmos grupos de alunos.

Segue o quadro demonstrativo das questões e respostas dos alunos presentes nesta aula.

Quadro 1 – Opiniões sobre o ensino médio

Aluno (a)	**Qual a sua visão, enquanto jovem, em frequentar o ensino médio?**	**O que você pensa da organização do ensino médio em sua escola?**	**Em seu caso particular você permaneceu com alguns colegas na mesma turma desde o 1º ano do ensino médio? Em caso afirmativo, isso auxiliou ou dificultou sua aprendizagem em matemática? E em outras disciplinas?**
Abner	Adquirir maior conhecimento, aprender coisas novas. A escola é o segundo lugar onde ganhamos educação depois da casa onde moramos.	É bem organizada a escola onde eu estudo desde as faxineiras até o diretor, apesar dele não se apresentar muito na escola, quando é preciso comparece.	Não! Porque alguns alunos saíram da escola e os quatro alunos que ficaram são de outra turma.
Any	Abrindo portas para o futuro.	Alguns itens é muito desorganizado.	Sim. Foi bom para ajudar no desempenho.
Elia	Opção, frequenta quem quer ser alguém na vida.	Não gostei. Os professores passam trabalhos que poderíamos fazer na escola, porém, nunca a escola libera a sala de informática para usarmos. Parece que o privilégio é só do ensino técnico.	Não. Porque eu mudei de escola.
Geisy	É uma preparação para ajudar ingressar em uma faculdade.	A organização é um pouco ruim, têm turmas que são mal distribuídas. A nossa turma mesmo tem poucos alunos.	Sim. Auxiliou porque eu já não fico envergonhada de perguntar. E se eu tiver com dificuldades eles me ajudam. É a mesma coisa nas outras disciplinas.

Aluno (a)	Qual a sua visão, enquanto jovem, em frequentar o ensino médio?	O que você pensa da organização do ensino médio em sua escola?	Em seu caso particular você permaneceu com alguns colegas na mesma turma desde o 1º ano do ensino médio? Em caso afirmativo, isso auxiliou ou dificultou sua aprendizagem em matemática? E em outras disciplinas?
Gui	Minha visão em frequentar o ensino médio é que alguns momentos eu acho as aulas muito longas, a duração poderia ser menor, tem muitas aulas que chega faltando 10 minutos, 15 minutos ficamos sem fazer nada. E muitas aulas poderiam ser melhoradas e aproveitar seu tempo total.	De certa forma a organização de minha escola, na medida do possível, é boa. Faltam algumas coisas em termos de estrutura que é ultrapassada, poderia ter uma reforma geral.	Não. Desde o 1º ano alguns alunos que estudaram comigo uns saíram da escola, outros reprovaram e outros foram para outra turma. De certa forma atrapalha não ter aquela convivência por mais tempo então dificulta o aprendizado não só em matemática e nas outras matérias da escola.
Indy	Eu me sinto bem, pois para mim frequentar o ensino médio enquanto jovem é muito importante, pois eu posso ingressar mais rápido em uma faculdade e no mercado de trabalho.	A organização é boa em todos os sentidos, pois eles trabalham na medida certa com poucos recursos que têm.	Sim. Isso auxiliou, pois me senti mais a vontade isso facilitou eu discutir com meus colegas questões matemáticas, as outras disciplinas o mesmo.
Isa	O jovem frequentar o ensino médio é bom porque ajuda ele fazer uma faculdade boa.	O ensino médio na minha escola eu acho muito ótimo, eles explicam e ensinam direito.	Alguns sim, alguns não. Não. Depende.
Luc	Percebo uma grande evolução do ensino fundamental para o ensino médio, porque os assuntos que você conversa com o professor e os colegas mudam radicalmente.	Em termos de conteúdos os professores fazem o máximo que podem, mas a escola em si é muito desorganizada.	Não. Pois mudei de escola do 1º para o 2º ano.

Aluno (a)	Qual a sua visão, enquanto jovem, em frequentar o ensino médio?	O que você pensa da organização do ensino médio em sua escola?	Em seu caso particular você permaneceu com alguns colegas na mesma turma desde o 1º ano do ensino médio? Em caso afirmativo, isso auxiliou ou dificultou sua aprendizagem em matemática? E em outras disciplinas?
Lu	A minha visão em relação frequentar o ensino médio é que é um meio de aprendizagem onde posso aprender e melhorar os ensinamentos estudados.	A organização da minha escola poderia ser melhor, mas nem sempre temos o apoio de todos.	Sim. Auxiliou porque em certos casos o "amigo" explica melhor, de um jeito que dá pra entender. Na minha opinião, amigo nenhum dificulta ninguém, pois só cai na pilha quem quer.
Paty	Acho essencial! Pois é muito importante para a formação profissional e pessoal.	Acho boa, porque parece que eles se importam com o aprendizado do aluno.	Não. Porque cada série do ensino médio fiz em uma escola.
Gave	Frequentar o ensino médio é bom, pois amplia seus conhecimentos, faz novas amizades. Mas, a maioria dos jovens não está nem aí para frequentar o ensino médio.	É boa, mas, os professores facilitam muito para os alunos, e isso faz com que os alunos não se esforcem durante as aulas, pois sabem que os professores irão passar trabalhos fáceis para o aluno aumentar a nota.	Sim. Isso nem me auxiliou e nem me dificultou na minha aprendizagem.
Taty	Uma visão de aprendizado, sempre procurando aprender coisas novas. Basicamente uma forma de escolha	Existe uma responsabilidade grande quanto aos alunos, na parte do aprendizado temos bons professores.	Não. Porque eu mudei de turma.
Vick	• Visar novos conhecimentos, no qual serão usados em situações futuras. • Importância na formação profissional do individuo. • Auxiliar numa melhor opção de um caminha futuro a seguir.	Se levar em consideração a estrutura ainda precisa melhorar, mas se levar em consideração os professores, são ótimos, devido ao trabalho que são encarregados aos alunos.	Não. A constante mudança de escola, visou uma melhor crítica, pois me auxiliou ver modos diferentes de trabalhara com os alunos, principalmente os com mais dificuldades

Analisando as respostas para a primeira pergunta, observamos que dos treze alunos que participaram do questionário, apenas três relacionaram a importância de frequentar o ensino médio como acesso a uma faculdade. Cinco relacionaram com o conhecimento com uma vida melhor e um futuro melhor, como podemos observar na resposta de Elia: *Opção, frequenta quem quer ser alguém na vida*.

Com relação à segunda pergunta sobre a organização da escola, observamos que cinco alunos relacionaram essa pergunta com a qualidade do ensino oferecido e com a atuação dos professores e responderam de forma positiva. Sete alunos falaram da organização, sendo que três consideraram boa e quatro, ruim e que precisa melhorar.

Com relação à terceira pergunta, constatamos que os alunos, por terem a oportunidade de permanecer com os colegas na mesma turma, consideraram que esse fato auxiliou em sua aprendizagem em matemática. Notamos nos relatos que os laços de amizade, formados entre alguns alunos, contribuíram para as interações nos momentos de aprendizagem.

Aula do dia 07/11/2011 (2º Tempo de aula) Horário: 08h50min às 09h45min

Assunto: Sólidos geométricos

Objetivos:

- Identificar os conhecimentos dos alunos em relação aos sólidos geométricos.
- Discutir alguns conceitos e propriedades de alguns sólidos.

Desenvolvimento

Contamos com a presença da professora orientadora nesse momento da aula, que nos auxiliou no desenvolvimento das atividades e nas discussões com os alunos. Trabalhamos a Aula 18 de Pitombeira (2008b, p. 124-132) com o título Sólidos Geométricos, buscando atender em nosso planejamento o que sugere o Currículo Básico Escola Estadual (ESPÍRITO SANTO, 2009, p. 122) para o trabalho com o 3º ano, no bloco de Geometria, grandezas e medidas. Para essa aula, levamos duas caixas contendo sólidos geométricos de diversos tipos em acrílico. Acreditamos que a manipulação desse material poderia ajudar na construção dos conceitos propostos na aula. Começamos com a leitura do texto inicial que propunha uma observação entre duas figuras. Pedimos aos alunos para explicarem o motivo da figura 1 ser chamada de plana, e a figura 2 ser chamada de sólido geométrico ou figura espacial. Para os alunos cegos foram descritas, verbalmente, as duas figuras.

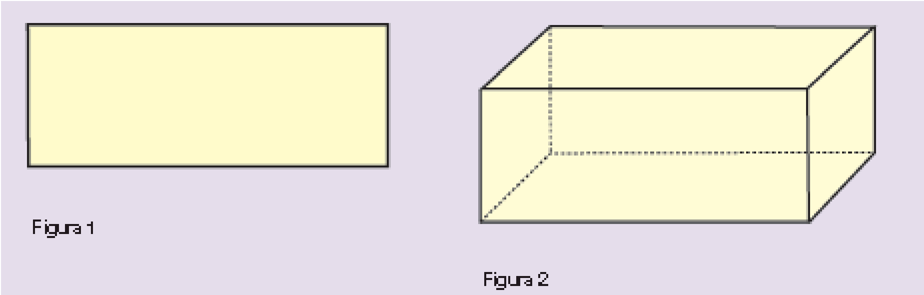


Figura 18 – Pitombeira, 2008b, p. 124.

Estimulamos os alunos para que respondessem com suas palavras o questionamento do livro. Tentamos, com essa atitude, resgatar alguns conceitos que, provavelmente, foram apresentados em séries anteriores e procuramos também estimular que ideias presentes no cotidiano dos alunos pudessem auxiliá-los na resposta aos questionamentos. Os alunos ficaram um momento em silêncio, até que o Abner comentou sobre a figura 2 ter três dimensões, por isso ser considerada espacial. Luc concordou e disse que as dimensões seriam altura, comprimento e largura. Entendemos que os demais alunos concordaram devido a gestos e expressões positivas. Até esse momento, não havíamos retirado os sólidos das caixas.

Continuamos com a leitura do texto, e outra discussão foi proposta sobre sólidos que rolam e sólidos que não rolam (PITOMBEIRA, 2008b, p. 125). Para essa discussão, retiramos os sólidos das caixas e colocamos sobre duas mesas, convidando os alunos a escolherem um ou mais sólidos para manusearem. O livro propõe algumas questões como, por exemplo: A bola rola em qualquer posição? E o lápis? Por que o cilindro e o cone não rolam em qualquer posição? De posse dos sólidos em acrílico, os alunos puderam experimentar no chão ou sobre a mesa, se o sólido que escolheram rolava ou não.

Discutimos também que o conceito de “rolar” está relacionado ao sólido que basta um contato e este continua em movimento por algum tempo, como a esfera, o cilindro e o cone. O cubo, por exemplo, pode até ser movimentado ou “rolar”, porém terá que haver uma força agindo sobre ele, para que o movimento continue.

No livro são apresentadas algumas figuras de corpos que não rolam (PITOMBEIRA 2008b, p. 125).

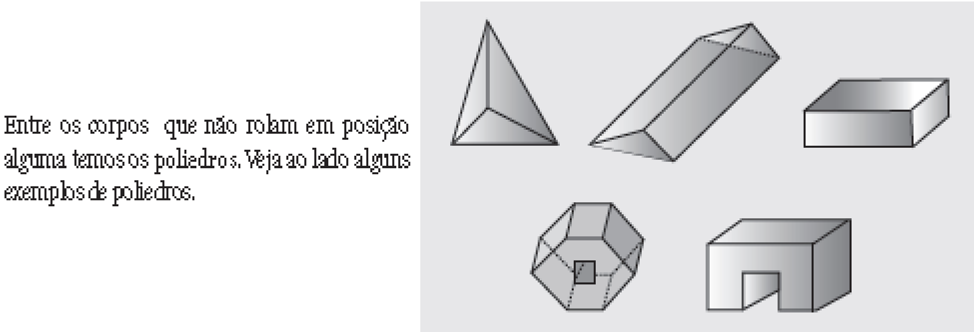


Figura 19 – Pitombeira, 2008b, p. 125.

Outra questão é proposta: Você conhece os objetos que lembram a forma de alguns desses poliedros? Enumere-os (PITOMBEIRA, 2008b, p. 126). Os alunos foram enumerando, caixas de sapatos, de creme dental, televisão, geladeira, cama, mesa, cadeiras, etc.

Na sequência, discutimos o conceito de poliedros, apresentado no livro “Os poliedros têm sua superfície totalmente limitada por partes planas, que são polígonos.” (PITOMBEIRA, 2008b, p. 126). E nomeamos as partes do poliedro, faces, vértices e arestas. Comentamos também que os nomes dos poliedros são definidos com base no número de faces, quatro faces, tetraedro, cinco faces, pentaedro e assim por diante, como nos campeonatos de futebol, campeão cinco vezes, pentacampeão.

Pedimos que cada aluno contasse o número de faces, arestas e vértices de seu poliedro e anotasse para compartilhar com a turma. Aguardamos alguns minutos para que todos concluíssem essa atividade. Os alunos compartilharam seus resultados e fizeram comparações entre seus sólidos, algumas vezes diferentes na forma, como o cubo e o paralelepípedo, mas tinham o mesmo número de faces, arestas e vértices.

Quando Luc mostrou seu sólido para a turma e falou do número de arestas, faces e vértices, concluiu que era igual ao cubo, porém tinha uma base menor e outra maior. Pedimos que os alunos pensassem em um objeto que poderia ser parecido com aquele poliedro. Estávamos instigando os alunos para que relacionassem os poliedros com objetos do seu cotidiano. Fê disse que poderia ser um trapézio, e todos ficaram surpresos, pois a figura plana que representava duas das faces do sólido eram trapézios.

Perguntamos como ela chegara àquela conclusão, ela disse que quando Luc falou que uma base era maior e a outra menor, se lembrou do trapézio. Havemos de considerar que apesar de não poder ver o sólido, a descrição de Luc foi o suficiente para Fê compreender. Ela pode estabelecer relações, em sua memória, do sólido descrito oralmente com o polígono, conhecido por ela, que formava duas das faces do sólido. Moreira (2009, p. 111) comenta, sobre o processo de internalização da teoria de Vygotsky, que o ser humano precisa captar os significados compartilhados socialmente para internalizar signos. E afirma ainda que é por meio da interação social que “a pessoa pode captar significados e certificar-se de que os significados que capta são aqueles compartilhados socialmente para os signos em questão”. Acreditamos que. Nesse momento, a aluna Fê demonstrou a interação com o colega Luc e com a professora pesquisadora que a auxiliaram a se lembrar do conceito de trapézio já compreendido e internalizado por ela.

Jamil, que estava sentado próximo a minha mesa, após fazer suas observações, nos questionou:

Jamil: *Professora, o número de vértices somado com o número de faces do meu poliedro menos 2, vai dar o número de arestas? Isso vale para todos?*

Prof.: *Jamil, você está adiantando algumas conclusões e está correto, vale pra todos. Essa é a relação de Euler que vamos estudar na próxima aula. Você já tinha visto isso antes?*

Ele comentou que havia feito uma atividade de um livro de questões de concurso, mas não conhecia como relação de Euler. Reconhecemos que essa atividade oportunizou a Jamil relembrar um estudo realizado em outro momento, ainda não formalizado em seu entendimento como uma regra matemática. O desenvolvimento dessa habilidade é sugerido nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM, ao destacar:

> O estudo da *Geometria* deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas (BRASIL, 2006, p. 75).

Continuando os estudos, encontramos uma figura do dodecaedro, seguido do texto "Os prismas e as pirâmides são exemplos de poliedros convexos, mas existem poliedros convexos que não são prismas nem pirâmides. O dodecaedro é um poliedro formado por 12 pentágonos. O dodecaedro não é prisma e nem pirâmide" (PITOMBEIRA, 2008b, p. 126). Questionamos a turma, se eles se lembravam da diferença entre côncavo e convexo. A maioria não sabia explicar a diferença. Sâmy lembrou-se de que, no ano passado, nas aulas de geometria com os alunos da disciplina de estágio da UFES, foi explicado, mas, infelizmente ela não se lembrava. Fê que também participou da aula tentou e não conseguiu explicar. Paty falou sobre o fato de a figura côncava ter uma "abertura" ou uma curva. Os demais alunos não quiseram arriscar nenhum comentário.

Fomos ao quadro e procuramos explicar, inicialmente, na figura plana. Desenhamos um polígono convexo e escolhemos dois pontos internos e os ligamos, esboçando uma semirreta. Desenhamos também um polígono côncavo e escolhemos dois pontos de forma que, ao esboçar a semirreta, parte dela ficou externa ao polígono. Dessa forma, mostramos aos alunos a diferença entre côncavo e convexo e que para os poliedros seria uma ideia análoga.

Jamil e Sâmy tiveram dificuldade em compreender a diferença entre côncavo e convexo. Tentamos explicar, usando um desenho em alto relevo que não ficou muito bom com a folha de caderno comum, combinamos preparar em material adequado para que eles pudessem entender melhor. Concluímos essa aula, solicitando aos alunos que comentassem sobre o que foi mais marcante e importante dentre os assuntos discutidos. Sâmy e Abner falaram do conceito de côncavo e convexo; Elia, Gessy e Taty falaram sobre o termo poliedro, que não conheciam; Vick, que também não conhecia o conceito, pegou um dicionário de língua portuguesa (MICHAELIS, 2008, p. 676) e leu o conceito para a turma: Sólido limitado por superfícies planas.

Aula do dia 10/11/11 Horário: 10h10min às 11h05min

Assunto: Sólidos geométricos

Objetivo: Explorar conceitos e ideias sobre sólidos geométricos

Desenvolvimento

Nesta aula, não estavam presentes todos os alunos, porém os que faltaram na aula do dia 07 vieram e como era de se esperar ficaram um pouco perdidos, principalmente, porque não participaram das importantes discussões da aula anterior. Demos sequência à aula 18 (PITOMBEIRA, 2008b, p. 124 a 132) e utilizamos, novamente, os poliedros de acrílico. Dessa vez, os sólidos que rolam, foram deixados nas caixas, e os demais foram, novamente, colocados à disposição dos alunos para exploração.

Na proposta do livro, tínhamos a definição de prisma e pirâmide. “Os prismas são poliedros que têm duas faces paralelas que são suas bases, e faces laterais que são paralelogramos” (PITOMBEIRA, 2008b, p. 126). “As pirâmides são poliedros que têm como base um polígono convexo. As outras bases são triângulos, que terão obrigatoriamente um ponto comum, o chamado vértice da pirâmide” (PITOMBEIRA, 2008b, p. 128). Sugerimos aos alunos, após leitura do texto, que identificassem um prisma e também uma pirâmide dentre os sólidos que estavam sendo manuseados por eles. Os alunos com deficiência visual acompanhavam o texto, juntamente, com um colega vidente. Solicitamos também que buscassem entre os poliedros aqueles que fossem semelhantes aos desenhados no livro.

Os alunos que identificaram os prismas e as pirâmides em suas mãos ou nas mãos dos colegas começaram a se manifestar e identificar as características de cada um. Pedimos que levassem esses sólidos até seus colegas com deficiência visual para que pudessem conhecê-los. Discutimos as diferenças entre prismas e pirâmides. A diferença principal identificada pelos alunos estava relacionada com o fato da pirâmide ter uma “ponta” e o prisma não. Se compararmos essas atividades de novembro às atividades realizadas no 1º semestre, notaremos que os alunos se tornaram muito mais participativos e críticos, buscando compreender os conceitos e as ideias relacionadas com esses conceitos.

Partimos, em seguida, para analisarmos como poderíamos chegar ao número de arestas, se tivéssemos o número de lados dos polígonos que formam os poliedros. O livro, utilizando o cubo, mostra que se somarmos os lados dos quadrados que formam o cubo e dividirmos por dois, teremos o número de arestas (PITOMBEIRA, 2008b, p. 129). Propusemos que os alunos fizessem o mesmo com seus poliedros e pudessem experimentar essa ideia.

Na sequência, a aula 18, trazia o desenho de alguns poliedros (PITOMBEIRA, 2008b, p. 130).

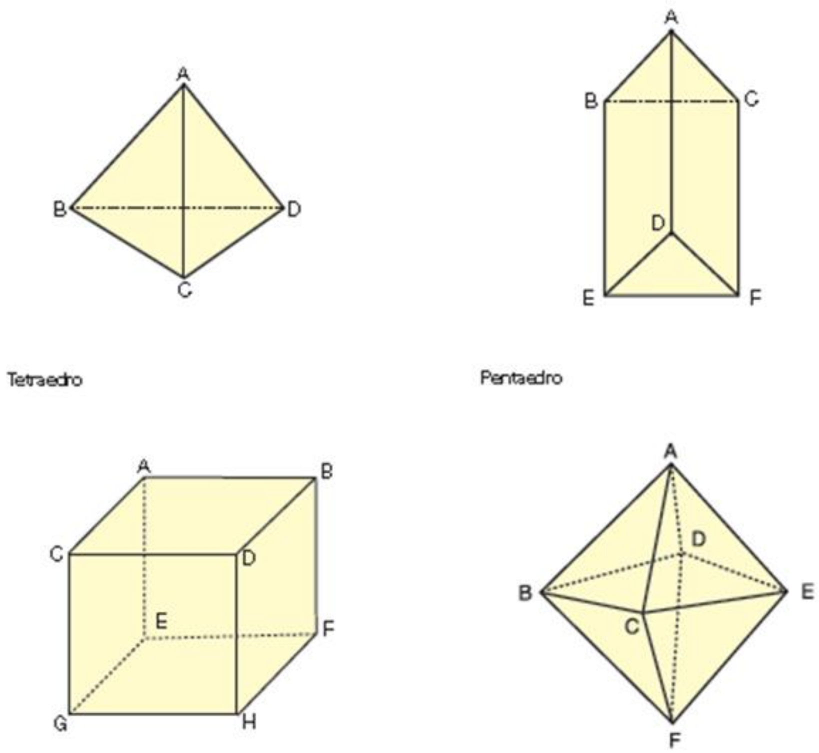


Figura 20 – Pitombeira (2008b, p. 130)

Poliedro	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
Tetraedro	4	4	6
Pentaedro	5	6	9
Hexaedro	6	8	12
Octaedro	8	6	12
Experimente somar, em cada linha, o número de faces e de vértices. Depois, compare com o número de arestas.			

Figura 21 – Quadro Pitombeira (2008b, p. 130)

Pedimos aos alunos, que estivessem com esses poliedros, que os mostrassem para a turma. Lembramos que, para que os alunos com deficiência visual pudessem acompanhar essas atividades, buscávamos sempre envolvê-los nas discussões, e levar os sólidos até eles para que pudessem manuseá-los. Observamos que manusear os sólidos ajudava também os outros alunos da turma. A análise dos dados da tabela que compara o número de faces, vértices e arestas de cada um desses poliedros, possibilitou que os alunos conhecessem a relação de Euler: F + V = A + 2.

Analisamos alguns exemplos resolvidos no texto de Pitombeira (2008b, p. 130-131) que trazem como aplicar a relação de Euler. Concluímos a aula, propondo a resolução das questões sugeridas no livro. (PITOMBEIRA, 2008b, p. 132).

Aula do dia 11/11/11 Horário: 07h55min às 08h50min

Assunto: Sólidos geométricos

Objetivo: Revisar os conceitos envolvendo sólidos geométricos através de resolução de questões

Desenvolvimento

Nesta aula, os alunos resolveram as questões propostas na aula anterior. Mais uma vez os poliedros de acrílico foram úteis, pois algumas questões propunham comparações entre prismas e pirâmides. Solicitamos que os alunos, que tivessem concluído as resoluções das questões propostas, trouxessem as anotações e os cálculos para analisarmos. Gui trouxe-nos seu caderno. Ao analisarmos o resultado apresentado na questão cinco, cujo enunciado era: “O icosaedro tem 20 faces triangulares, quantas arestas têm esse poliedro?” (PITOMBEIRA, 2008b, P. 132). Ficamos espantados, porque Gui tinha encontrado como resultado para o número de arestas um número decimal.

Perguntamos-lhe se tinha compreendido o que eram as faces, vértices e arestas de um poliedro, ele afirmava que sim. Isso nos deixou bastante aborrecidos, pois, se ele afirmava ter compreendido o que significavam essas partes do poliedro, como poderia apresentar como resultado um número de arestas com duas casas decimais? Insistimos com ele sobre o fato de sermos críticos com relação aos resultados encontrados nas questões, e como ele poderia aceitar aquele resultado, se ele afirmava ter compreendido os conceitos.

Ele ficou aborrecido, dizendo que só porque ele tinha errado uma questão, desconsideramos as demais resoluções apresentadas em outras questões corretas. Verificamos as primeiras questões e as respostas estavam corretas, o que nos deixou ainda mais confusos, pois como poderia cometer um erro tão absurdo na questão cinco? Pensamos assim, porque se ele, realmente, resolveu as outras questões, será que estava compreendendo os conceitos ou estava operando instrumentalmente com os mesmos e nem compreendera o significado de seus cálculos e respostas?

Ficou um clima bastante tenso na sala, a turma já estava em silêncio, observando o que estava acontecendo. Perguntamos à turma se alguém encontrou um resultado parecido com o de Gui, e a resposta foi negativa. Infelizmente, agora compreendemos que essa atitude expôs demais o aluno Gui. Como ele insistia que estávamos valorizando demais aquele erro, preferimos pedir-lhe que se sentasse, já que não conseguíamos convencê-lo de que o problema não estava no erro e sim no que o levou a cometê-lo.

Falamos para a turma que ao insistirmos para que eles desenvolvam a habilidade de serem críticos dos resultados encontrados nas questões, não pensamos somente na matemática, porque para a vida isso também é muito importante. Disse ao Gui que não é questão de nota ou questão certa ou errada. Porquanto tudo indicava que ele iria concluir o ensino médio naquele ano. Estava em questão o que os aprendizados da escola podem interferir no futuro.

Ele ficou bastante chateado, e nós também ficamos incomodados. Em um momento, vimos lágrimas nos olhos dele. Antes do final da aula, dirigimo-nos a ele novamente, comentando estarmos considerando o seu esforço em resolver as questões, que gostávamos muito dele e tínhamos certeza de que ele sabia disso.

Analisando esse episódio depois de algum tempo, percebemos a fragilidade das relações que se desenvolvem no cotidiano da sala de aula. O Gui era nosso aluno desde 2009. Esse convívio de quase três anos despertou em nós um sentimento de responsabilidade em relação ao futuro desse aluno, e as nossas expectativas em relação ao aprendizado dele ficaram maiores.

Aula do dia 14/11/2011 Horário: 08h50min às 09h45min

Assunto: Polígonos e poliedros

Objetivo: Rever alguns conceitos relacionados com polígonos e poliedros através do uso do Origami (dobraduras)

Desenvolvimento

No ano de 2009, participamos do XIII Encontro Baiano de Educação Matemática – EBEM, em Jequié-Ba, e tivemos a oportunidade de fazer parte do minicurso “Aprendendo Geometria com Origami” (SANTOS, 2009a) que propunha desenvolver atividades com origami, integrando aspectos lúdicos, geométricos e algébricos. Nos anos de 2010 e 2011, realizamos uma adaptação das atividades exploradas nessa oficina, dando ênfase nos conceitos geométricos, para trabalharmos com nossas turmas de 3º ano.

Na aula do dia 14, encaminhamos os alunos para uma sala maior, geralmente utilizada para experiências de química e biologia e desenvolvemos as atividades, conforme sequência didática no anexo IV. Os alunos participaram com muito interesse de todos os momentos da atividade. Treze alunos estavam presentes, dentre eles, as alunas com deficiência visual Sâmy e Fê. Foi a primeira vez que realizamos atividades com dobradura em turmas com alunos com deficiência visual. Normalmente alguns alunos videntes encontram dificuldades de fazer as dobraduras, enquanto outros demonstram serem habilidosos. Sâmy demonstrava ser habilidosa com as dobraduras (Figura 23). Desde o início da atividade, ela buscou prestar muita atenção ao que era solicitado e, em poucas ocasiões, precisou de nossa intervenção. Isso foi bem distinto de seus colegas videntes e de Fê que demonstraram dificuldades, e muitas vezes, tivemos que interferir, ajudando-os nas construções. Realmente, Sâmy se sentiu muito à vontade durante toda a atividade, principalmente quando seus colegas começaram a elogiar suas dobraduras. Mais uma vez, pudemos nos conscientizar de que as possibilidades de aprendizagens podem ser exploradas por todos os alunos da turma. Importante foi o fato de que os alunos estavam habituados a trabalhar com espírito colaborativo, valorizando as potencialidades de cada um e buscando apoiar uns aos outros nas dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem. Nessa turma, tudo aconteceu naturalmente, independente das diferenças e peculiaridades de cada indivíduo.

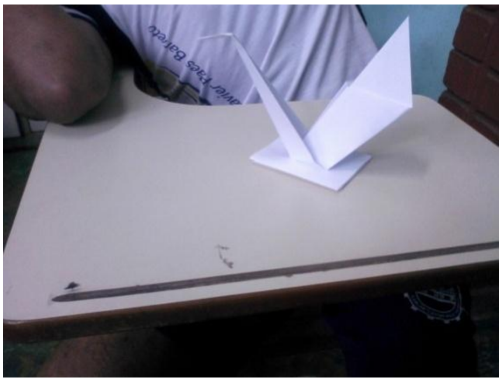


Figura 22 – Origami feito pelos alunos.


Figura 23 – Aluna construindo origami.

Aula do dia 24/11/2011 Horário: 10h10min às 11h05min

Assunto: Questionários sobre a escola, o ENEM e a inclusão

Objetivo: Identificar opiniões dos alunos da turma sobre os estudos de preparação para o ENEM e tempo para estudos.

Desenvolvimento da aula

Aplicamos o questionário 2 (Apêndice VII) e realizamos uma breve discussão das respostas em comum. Abaixo quadro demonstrativo das questões e respostas dos alunos presentes nesta aula.

Quadro 2 – Opiniões sobre o ensino médio e ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

Aluno (a)	**Você acha que a escola te preparou para o ENEM?**	**O que você fez em paralelo à escola para se preparar para o ENEM?**	**O que você acha que um jovem que está trabalhando e estudando pode fazer para aproveitar seu tempo de estudo?**
Any	Sim. Os professores ajudaram.	Estudei pelos livros e fiz questões da internet.	Aproveitar o tempo na escola para estudar.
Elia	Não foi o bastante, pois só foi o simulado e quase não fez diferença.	Estudei na internet e em livros.	Aos fins de semana ou no horário noturno.

Aluno (a)	Você acha que a escola te preparou para o ENEM?	O que você fez em paralelo à escola para se preparar para o ENEM?	O que você acha que um jovem que está trabalhando e estudando pode fazer para aproveitar seu tempo de estudo?
Gui	Sim. A escola na medida do possível fez seu trabalho de falar sobre o ENEM, de explicar como que é a prova, dando dicas do tempo de duração, passando simulados para a preparação do ENEM.	Para ir bem no ENEM estudei um pouco em casa, poderia ter estudado um pouco mais e me mantido atualizado sobre a prova do ENEM.	Trabalhar e estudar ao mesmo tempo é muito difícil do que só você ficar estudando, mas mesmo assim acho que da para arrumar um tempo e estudar um pouco.
Indy	Não.	Estudei em casa com livros emprestados.	Administrando o tempo bem.
Isa	Não muito.	Peguei o livro didático e resolvi uma questão.	Um jovem que estuda e trabalha quase não em tempo de estudar em casa.
Jamil	Não.	Estudei em casa com livros que baixei na internet e apostilas.	Estudar à noite e se dedicar aos sábados e domingos.
Luc	Até onde os professores puderam, sim.	Estudei provas do ENEM anteriores.	Não muito. Se dedicando ao máximo durante as aulas e quando estiver no computador dar uma olhada nos sites de estudo.
Lu	Sim. Teve professores que trouxeram questões do ENEM anteriores para serem discutidas em sala.	Eu estudei cadernos anteriores do ENEM e pesquisei na internet.	É complicado, porque a pessoa acaba ficando muito cansada e dica sem ânimo para estudar, mas quando se quer a gente enfrentar "tudo" até o cansaço e as dificuldades.
Paty	Mais ou menos, preparou mas achei o nível do ENEM mais alto.	Resolvi questões pela internet.	Enquanto tiver estudando aproveitar bem esse tempo, se dedicando ao máximo.
Gave	Não muito, a escola só passou um simulado.	Olhava na internet o ENEM dos anos passados, para ter uma noção de como era.	Aproveitar as aulas prestando mais atenção e tirar uma horinha do seu dia para estudar um pouco.
Taty	Sim.	Pesquisas na internet, consultei livros na escola entre outros.	Sendo mais presente e se dedicando mais.
Vick	Sim. Por ter proporcionado simulados e revisão de conteúdos.	Estudei em casa revisando assuntos que foram previstos principalmente apostilas do PUPT e resolvi questões do ENEM.	Procurar em seus momentos livres pararem frente ao computador e livros para revisar e ver conteúdos que serão precisos futuramente.

No quadro acima, observamos que, dos treze alunos presentes no dia do questionário, sete responderam afirmativamente à primeira pergunta, ou seja, acreditam que a escola os preparou para o ENEM. Alguns alunos citaram o simulado da SEDU e outros, os trabalhos de revisão realizados por alguns professores. Cinco alunos acreditam que não foram preparados, e uma aluna avaliou a preparação *mais ou menos* em comparação ao nível do ENEM, que considerou alto. Quando questionados na segunda pergunta sobre a sua preparação individual para o ENEM, vale destacar que os estudos através de pesquisas pela internet foram um dos recursos mais utilizados pelos alunos. Falaram isso principalmente para resolução de questões do ENEM de anos anteriores, como sugerimos durante todo o ano letivo de 2011.

Ao analisarmos as respostas para a terceira pergunta, sobre o aproveitamento do tempo para o estudo, concluímos que os alunos apresentaram alternativas relacionadas ao seu próprio comportamento. Por exemplo, a aluna Taty, que respondeu *sendo mais presente e se dedicando mais,* e Geisy: *Tirar o maior proveito nas aulas na escola e praticar em casa o que teve dificuldades*, repetindo nossas orientações em relação ao aproveitamento de parte do tempo livre para os estudos. Ressaltamos que os alunos estavam conscientes de suas responsabilidades em relação aos estudos e que acreditavam ser preciso se esforçar apesar do cansaço, como respondeu a aluna Lu: *É complicado, porque a pessoa acaba ficando muito cansada e fica sem ânimo para estudar, mas quando se quer a gente enfrenta “tudo”, até o cansaço e as dificuldades.*

Fundamentados nas respostas desse questionário, observamos que os alunos reconheceram sua responsabilidade em relação aos seus estudos e também valorizaram o trabalho realizado pela escola e pelos professores.

Aula do dia 28/11/2011 (1º tempo de aula) Horário: 07h55min às 08h50min

Assunto: Questionários sobre a ideia de inclusão

Objetivo: Identificar opiniões dos alunos da turma sobre as ideias de inclusão social e escolar

Desenvolvimento

Aplicamos o questionário 3 (Anexo 7) e fizemos uma breve discussão das respostas em comum. Temos abaixo quadro demonstrativo das questões e respostas dos alunos presentes nesta aula.

Quadro 3 – Opiniões sobre inclusão

Aluno (a)	**O que é incluir e excluir alguém dentro do ambiente da sala de aula? E no trabalho?**	**O que é incluir e excluir alguém na comunidade e na sociedade?**	**O que seria inclusão escolar?**	**O que você acha de ter colegas com as mesmas aptidões e deficiências que você em sua turma e no ambiente escolar?**	**O que você acha de ter colegas com outras aptidões e deficiências em sua turma e no ambiente escolar?**
Any	Incluir é nunca deixar as pessoas se sentir sozinhas na sala de aula. Excluir seria uma única pessoa nunca ser chamada pra nada.	Pessoas que sempre estão envolvidas com a sociedade. Excluir pessoas que se isolam do mundo.	Onde todas da escola se comunicam e nenhum aluno se sente isolado.	Não vejo problemas nisso.	É bom porque assim aprendemos uns com os outros.
Hélio	É você acolher aquela pessoa para sua turma com bom propósito e excluir quase discriminar as pessoas, ficar fazendo fofoca, etc. No trabalho é a mesma coisa.	Na comunidade temos quase a mesma perspectiva da questão anterior, incluir alguém no seu grupo social ou excluir.	É você contribuir ou ter uma relação com a escola, ter algo pra compartilhar, contribuir e ter uma relação com a escola.	Normal. Como temos oportunidade de ter colegas deficientes na turma, não vejo problema algum, pois já trabalhei com eles e não tive nenhuma dificuldade e sim aprendizado com eles.	Depende da deficiência, algumas dá pra trabalhar tranquilo, mas tem outras que não.
Geisy	Eu acho que excluir alguém na sala de aula é uma forma de praticar o preconceito, porque você estará rejeitando uma pessoa do seu grupo de amigos. E incluir é uma forma de conhecer novas pessoas, novos amigos além de poder trabalhar em grupo e conhecer novas ideias.	Eu acho que é a mesma coisa no trabalho e na escola. Se excluir estaria praticando preconceito. Se incluir a pessoa conheceria melhor o ambiente onde vive através de compartilhamento de conhecimento.	Na minha opinião inclusão escolar é poder estudar com pessoas de diversas deficiências não sendo excluídas.	Acho legal porque teria a oportunidade de compartilhar ideias e duvidas sobre um assunto.	Também acho legal por conhecer melhor estudos que outros colegas conhecem.

Aluno (a)	O que é incluir e excluir alguém dentro do ambiente da sala de aula? E no trabalho?	O que é incluir e excluir alguém na comunidade e na sociedade?	O que seria inclusão escolar?	O que você acha de ter colegas com as mesmas aptidões e deficiências que você em sua turma e no ambiente escolar?	O que você acha de ter colegas com outras aptidões e deficiências em sua turma e no ambiente escolar?
Gui	Você incluir uma pessoa dentro da sala de aula e chamar o colega para fazer um trabalho, fazer um grupo, debater as questões de sala juntos. Excluir é não contar com determinada pessoa, não querer se juntar com ela ou ele seja na escola ou no trabalho.	Conviver com pessoas que não é parecido com você, pensa diferente, age diferente não é fácil não, por isso você pode excluir seja no seu convício na sociedade em que você está. Muitas pessoas que são tímidas, por exemplo, tem um pouco mais de dificuldade para se comunicar com as pessoas, mas não por isso você deve excluir essa pessoa e incluir no seu convívio.	Inclusão escolar eu acho que seria dar oportunidades para cada tipo de pessoa em que vive de maneira diferente, seja por um motivo pessoal e oferecendo uma maneira de você voltar para a sala de aula.	Eu acho muito importante e interessante ter pessoas com deficiências em sala pra você saber sua realidade, como que vivem, suas dificuldades, o modo que pensam e opiniões sobre determinados assuntos.	Algumas pessoas em que eu convivi e convivo foi muito importante vendo como se comportam, ver como eles são pessoalmente.
Indy	Incluir é fazer com que as pessoas se sintam melhor no seu meio social. Excluir é ter um preconceito das pessoas antes de conhecê-la e afastá-la de você com seu desprezo.	Acredito que é a mesma resposta da pergunta 1.	É fazer algo que possa incluir pessoas deficientes ou diferentes.	Legar, pois é bom conviver com pessoas iguais a mim.	Acho que muito importante, pois é bom aprender com a diferença dos outros.
Isa	Na minha opinião, a relação de trabalho em sala e trabalho na rua não é a mesma coisa porque a gente faz uma em sala e outra na rua.	Não respondeu.	Não respondeu.	Interessante, muito bom, ótimo.	Na minha opinião como é a primeira vez eu estou achando interessante, legal.
Jamil	Incluir é aceitar a pessoa no grupo, independente de deficiente, cor, classe. Excluir é recusar uma pessoa do grupo por ter deficiência, cor e classe diferente.	Incluir é aceitar do jeito que ela é. Excluir é fazer acepção de pessoas.	Aceitar as pessoas no ambiente escolar apesar de sua deficiência.	Interessante, pois eu vou compreender a deficiência do próximo por ter a mesma.	Interessante, pois aprendo a relacionar com a deficiência dessa pessoa.

Aluno (a)	**O que é incluir e excluir alguém dentro do ambiente da sala de aula? E no trabalho?**	**O que é incluir e excluir alguém na comunidade e na sociedade?**	**O que seria inclusão escolar?**	**O que você acha de ter colegas com as mesmas aptidões e deficiências que você em sua turma e no ambiente escolar?**	**O que você acha de ter colegas com outras aptidões e deficiências em sua turma e no ambiente escolar?**
Jessy	Incluir alguém na sala de aula é fazer com que a pessoa seja participativa, se sentir à vontade e até mesmo no trabalho, a pessoa se sente até melhor. E excluir alguém é não fazer com que a pessoa esteja por dentro do que está acontecendo no ambiente que estão.	Incluir alguém na comunidade e na sociedade é fazer a pessoa ser participativa, assim mantendo informado. Excluir é deixar alguém sem informação, não sabendo o que está acontecendo, isso também depende do interesse dessa pessoa.	Em minha opinião, é que seria ser participativo na escola, ficando por dentro dos acontecimentos.	Eu acho que ter pessoas com as mesmas aptidões bom, porque podemos nos aperfeiçoar trocando ideias.	Eu acho em ter colegas com outras aptidões ótimo, porque assim você pode trocar ideias em ajudando uns aos outros na dificuldade que cada um tem e ter pessoas com deficiência é sempre uma experiência diferente que vale a pena se incluir e ajudar.
Lady	Incluir pessoas em sala de aula é a mesma coisa num local de trabalho. Excluir uma pessoa dentro da sala de aula é totalmente diferente que em um local de trabalho.	Não respondeu.	Não respondeu.	Acho muito bom, pois ninguém se prejudica em nada.	Na minha opinião acho normal.
Luc	Em sala ou no trabalho incluir ou excluir alguém é manter ou não essa pessoa informada.	È não se socializar ou socializar com uma pessoa. Socializar é cumprimentar, bater papo, sair.	Seria a escola ou os responsáveis se preocuparem em manter os alunos na escola.	Como tudo tem o pró e o contra. O pró e que fica mais em se dar bem com essa pessoa. O contra é que você não teria o que aprender com o colega.	Acho bom, pois assim um aprende com o outro. Porque as vezes com o nosso jeito de falar fica mais fácil.
Lu	Na minha opinião a relação de incluir e excluir alguém na sala de aula e no trabalho seria a mesma coisa. Se excluírem a pessoa ela acaba se sentindo rejeitada pela sociedade, por isso que devemos ter sempre bom senso e não excluir ninguém.	Incluir alguém na comunidade ou na sociedade é dar ao cidadão direito de expressar suas opiniões e interagir mais com a sociedade. Excluir alguém da comunidade ou da sociedade é essa pessoa não participar de nada no bairro, não se interagir com as pessoas.	Na minha opinião inclusão é incluir as pessoas para a escola.	Na minha opinião é bom ter as mesmas habilidades e deficiências pois é bom que aprendemos todos ao mesmo tempo.	Se a pessoa tiver mais aptidões ou deficiências é nessa hora que devemos saber respeitar e saber qual é o nosso aprendizado e compartilhar com todos.

Aluno (a)	O que é incluir e excluir alguém dentro do ambiente da sala de aula? E no trabalho?	O que é incluir e excluir alguém na comunidade e na sociedade?	O que seria inclusão escolar?	O que você acha de ter colegas com as mesmas aptidões e deficiências que você em sua turma e no ambiente escolar?	O que você acha de ter colegas com outras aptidões e deficiências em sua turma e no ambiente escolar?
Paty	Sala de aula incluir é sempre estar se preocupando com o aluno, incluindo ele nas atividades. Excluir é não estar nem aí para ele, da mesma forma é no trabalho.	Incluir é ser sempre simpático com ele. Excluir é ser antipático.	Seria dar oportunidades para todos estudarem.	Acho bom, que fica fácil a convivência.	Concordo, porque assim podemos aprender a conviver com pessoas "diferentes".
Gave	Incluir é fazer com que as pessoas participem junto com você, excluir é deixar as pessoas de lado.	Incluir é você conversar com seus vizinhos, interagir juntos. Excluir é você nem falar um "A" com eles.	Fazer com que todos os alunos sejam tratados da mesma forma.	Pra mim é normal, pois pra mim somos todos iguais, e vamos para escola com o mesmo objetivo.	Normal, não tem diferença todos são tratados da mesma forma.
Samy	Incluir é não deixar as pessoas de fora, interagir com todas. Excluir é deixar as pessoas sozinhas.	Incluir é não ter nenhum tipo de preconceito. Excluir é ignorar as pessoas da comunidade.	Fazer com que as pessoas deficientes não sejam tratadas com diferenças.	Normal.	Normal.
Vick	Incluir quando o indivíduo tem boas ações e se interage com os outros. Excluir quando o individuo tem mal comportamento ou tem comportamentos isolados.	Incluir quando o indivíduo sabe se interagir e ter aparência similar aos demais. Excluir quando o individuo tem comportamento isolado e aparência estranha na visão dos demais.	Quando o indivíduo se integra ao meio escolar, tendo acesso aos estudos e novos conhecimentos didáticos.	Para mim não importa o grau de conhecimento ou a deficiência do indivíduo, porque aprendemos uns com os outros.	Acho legal! Pois respeito e passo a conhecê-los e propor que um ajuda o outro para que ambos possam evoluir.

Ao estudarmos as respostas dos alunos para as três primeiras perguntas sobre inclusão e exclusão, constatamos que tanto os alunos cegos como os videntes demonstraram suas opiniões sobre inclusão e exclusão de forma muito parecida. Percebemos que não relacionam esses termos com deficiência física ou mental, com exceção de Sâmy em sua resposta para a terceira pergunta. Com base nas respostas dos alunos, concluímos que, para eles inclusão e exclusão são atitudes que estão relacionadas com preconceito ou rejeição. Já para as duas últimas perguntas, observamos que os alunos se direcionaram em suas respostas para a ideia da deficiência. Os alunos com deficiência visual buscaram apoio no fato de ser melhor ter, na turma, um colega com a mesma deficiência.

Nos momentos finais dessa aula, propusemos aos alunos a atividade de conclusão das aprendizagens do ano letivo de 2011, de acordo com a sequência didática do Apêndice IV. Os quinze alunos presentes dividiram-se em grupos com as seguintes formações:

Grupo 1: Elia, Gave, Jessy e Lady

Grupo 2: Gui, Indy e Jamil

Grupo 3: Hélio, Paty, Samy e Vick

Grupo 4: Luc, Lu, Any, Geisy

Aula do dia 28/11/2011 (2º tempo de aula) Horário: 08h50min às 09h45min

Assunto: Aprendizagens no ano letivo de 2011

Objetivo: Identificar através da produção livre dos alunos as aprendizagens ocorridas e compartilhadas no ano de 2011.

Desenvolvimento

Após os esclarecimentos de dúvidas quanto à atividade proposta na aula anterior, os grupos distribuíram-se. Dois grupos permaneceram na sala de aula, e os outros buscaram salas desocupadas na escola, a fim de realizarem suas produções. Procuramos aguardar, pacientemente, a conclusão das atividades pelos grupos.

Os grupos um, dois e três optaram por realizar suas produções em forma de cartazes, e o grupo quatro fez sua produção em vídeo. Tínhamos previsto um tempo para apresentação dos trabalhos dos grupos para a turma. Mas, como um dos grupos produziu um vídeo que tomou um tempo maior para organizar a exibição, os demais grupos afixaram seus cartazes e fizeram uma breve apresentação.

A seguir, colocamos fotos das produções dos grupos que fizeram os cartazes, acompanhadas de nossa análise. Trazemos a descrição do vídeo registrado pelo grupo quatro, também, acompanhada de nossa análise.

O grupo um optou por fazer um cartaz com textos e recortes de revistas. Entretanto, por não ser possível uma ótima visualização do texto na imagem que registramos, optamos por reescrevê-lo.

Figura 24 – Imagens do cartaz produzido pelo grupo 1.

Acima das três primeiras imagens da figura 24, o grupo um escreveu o seguinte: “Termos de Relacionamento: a classe é dividida em grupos, ninguém interage uns com os outros, só se reúne em trabalhos”. Na outra parte do texto escreve: “Confiança em estudar e aprender matemática: Quando alguém da classe não entende, principalmente, matemática, sempre procura aquele colega que aprendeu para ajudar. Nessa questão, há sim confiança, dentro dos grupos”. A parte do texto final do cartaz destaca: “Avaliação em Larga Escala: O aluno Renan tirou de aproveitamento a oficina de dobradura, pois aprendeu a fazer o cisne e o copo. Os alunos aprendem melhor em oficinas, ou mesmo, em explicações que usam matérias, onde podemos ter melhor desenvolvimento como na aula dos poliedros, melhor que usar somente o quadro”.

Observamos que o grupo um, em sua produção, destacou, como temas principais, o relacionamento dos alunos da turma e a divisão da classe em pequenos grupos, que não interagiam entre si, especialmente, no início do ano. Fato que não nos surpreendeu, pois esse grupo formado por alunos como Elia e Gave, que pouco interagiram com os demais colegas durante o ano letivo de 2011 e, normalmente, só procuravam os colegas na hora de alguma dúvida. Com relação ao termo “Avaliação em Larga Escala” compreendemos que o grupo 1 utilizou esse termo com o significado equivocado. Na verdade, Elia e Gave, queriam se referir à avaliação do grupo sobre todo o ano letivo. Observamos que eles acreditam que aprendem melhor em aulas com atividades diferenciadas, como as oficinas de origami, e nas que trabalharam e manusearam os poliedros de acrílico.

O grupo dois optou por produzir um cartaz com desenhos feitos pela aluna Indy. São esses os registros de imagens do cartaz:

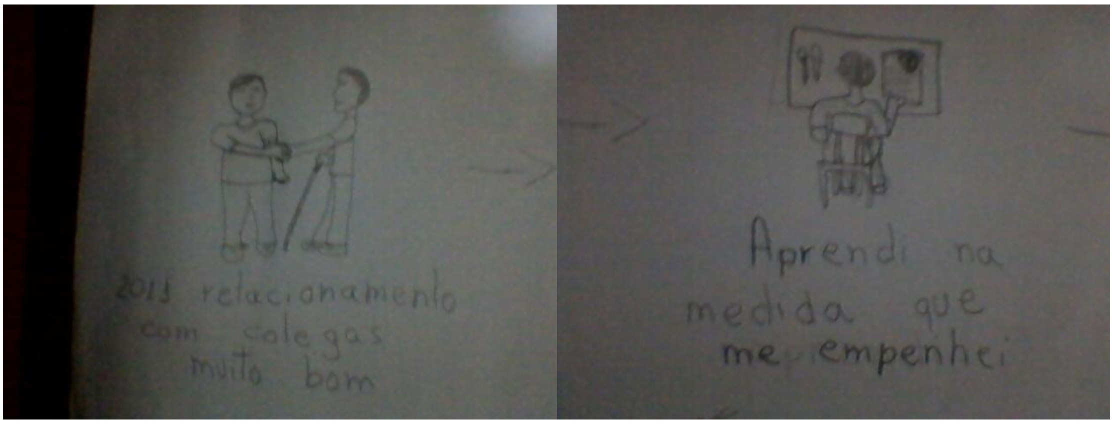


Figura 25 – Imagens parte superior do cartaz produzido pelo grupo 2.

Nas duas primeiras imagens (Figura 25), o grupo dois fala do relacionamento entre os colegas da turma e da aprendizagem relacionada com o empenho do aluno nos estudos, ponto que discutimos, constantemente, com a turma durante o ano letivo de 2011. No primeiro desenho, observamos que procuraram retratar as relações de amizade entre um aluno vidente e seu colega cego.

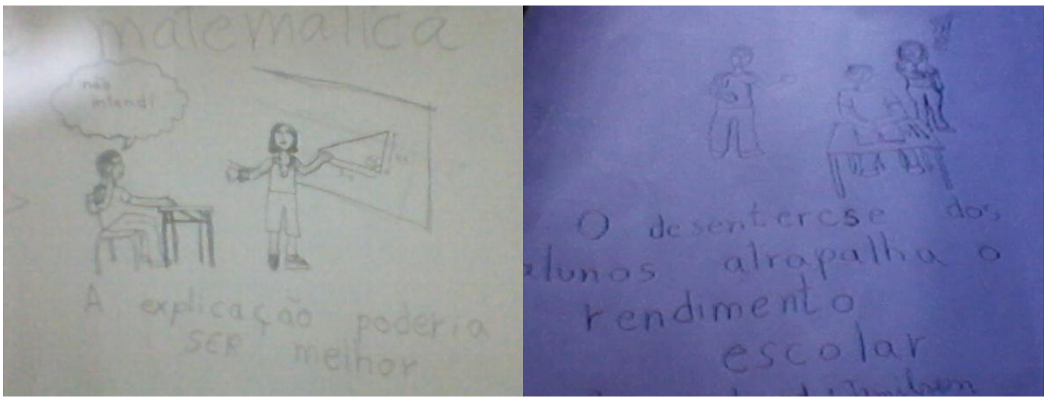


Figura 26 – Imagens parte central do cartaz produzido pelo grupo 2.

Nas imagens seguintes (Figura 26), fazem uma crítica em relação ao momento da explicação da professora e também ao desinteresse dos alunos pelos estudos. Ambos os assuntos também foram pontos de discussões no decorrer do ano letivo de 2011, e os alunos desse grupo sempre se mostraram críticos nessas discussões, dividindo com o professor a responsabilidade pelos resultados no final do ano. Observamos a riqueza de detalhes ao desenhar a professora, com salto alto, brincos e pulseiras.

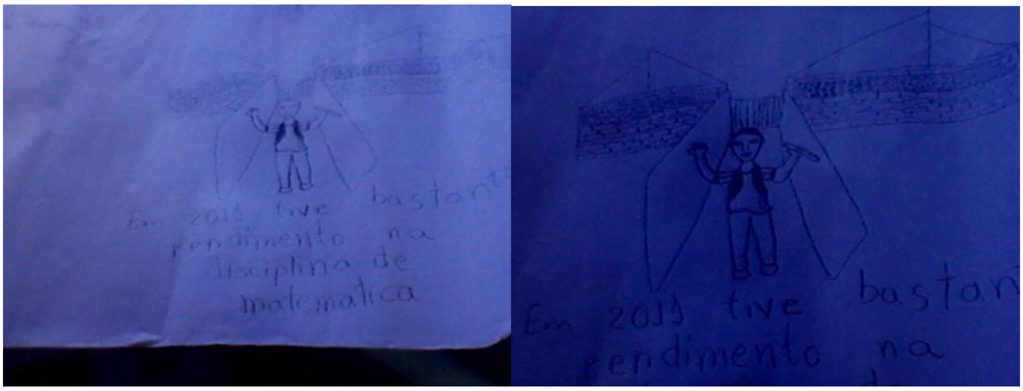


Figura 27 – Imagens finais do cartaz produzido pelo grupo 2.

Por último, mostram um desenho (Figura 27), representando a conclusão do ano letivo de 2011, onde fazem uma análise positiva do resultado na disciplina de matemática. Observamos o cuidado que o grupo dois teve em relação aos detalhes nos desenhos, procurando captar as situações reais da melhor forma possível. Nessa última imagem, constatamos pelos braços levantados do aluno - uma atitude de vencedor.

O grupo três se preocupou em destacar, entre os conteúdos matemáticos trabalhados no ano letivo de 2011, os que mais impressionaram, nas imagens como:

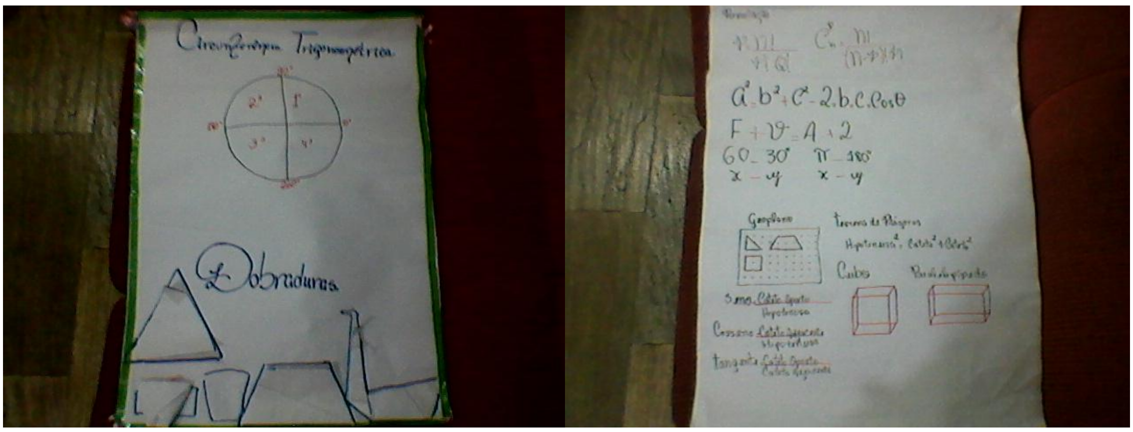


Figura 28 – imagens dos dois cartazes produzidos pelo grupo 3

Hélio, Paty, Sâmy e Vick produziram dois cartazes nos quais abordam alguns conceitos e fórmulas estudados no ano de 2011. As dobraduras aparecem em destaque, como também a trigonometria e os sólidos geométricos. Ficou evidente que esse grupo deu destaque maior aos conteúdos que trabalhamos em aulas diferenciadas, inclusive algumas que registramos em nossa pesquisa, o que nos leva a concluir que essas atividades tiveram um impacto positivo para a aprendizagem desses alunos.

O grupo quatro resolveu produzir um pequeno vídeo com a duração de um minuto e vinte e três segundos. No vídeo, acontecem cenas onde Luc, Geisy, Isa, Any e Lu atuam com gestos e atitudes, sem falas. Lu faz a narrativa das cenas. Faremos uma descrição e, em itálico, a narrativa de Lu.

O vídeo começa com a porta de uma sala se abrindo e aparecendo os cinco alunos do grupo quatro, sentados nas carteiras em filas, bem separados uns dos outros. Inicia-se a narrativa de Lu:

− *Como todo começo de ano, os alunos não têm intimidade com seus colegas.*

Novamente, aparece a porta se abrindo, só que, dessa vez, os alunos estão sentados em fila horizontal, um ao lado do outro e fazendo atividades nos cadernos, interagindo entre si. Prossegue a narrativa:

− *Depois de um tempo, começamos a ter mais intimidade e perceber as deficiências uns dos outros. Com isso, um pode ajudar o outro.*

A cena continua com Luc em pé, próximo aos demais colegas do grupo 4, sentados juntos, em fila horizontal. Durante a narrativa, ele circula entre as colegas como se fosse um professor, esclarecendo dúvidas de seus alunos.

− *Com o passar dos dias, percebemos que Luc tinha mais habilidade em matemática. Com isso, a gente conseguia aprender melhor, pois Luc nos ensinava de um jeito mais fácil e prático para aprender. Pelo jeito que Luc nos ensinou, conseguimos perceber o potencial que tínhamos para aprender.*

Na cena final temos Geisy e Lu em pé, apresentando, no quadro, a resolução de uma questão de trigonometria para os colegas Luc e Isa, que estão sentados bem em frente a elas.

− *Para testar nossas habilidades matemáticas, a professora passou uma atividade na qual devíamos explicar questões para a turma. E como conseguimos entender a matemática, ficamos mais confiantes em realizar nossas tarefas.*

O grupo quatro como os grupos um e dois, teve como foco principal, em sua apresentação, a interação entre os colegas da turma. Evidenciou a importância de conhecer as habilidades e dificuldades uns dos outros, para que pudesse haver uma ajuda mútua.

Percebemos que a palavra deficiência foi usada, naturalmente, pelo grupo, relacionada às dificuldades em compreender os conceitos da matemática. Evidenciaram que a atividade de apresentar questões para a turma contribuiu para a aprendizagem matemática dos alunos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

> ... E é por sonhos que nos tornamos vida. E é por sonhos que construímos realidades. (Edmar Henrique Rabelo[22]).

Neste capítulo trazemos reflexões sobre o caminhar da pesquisa e um balanço dos resultados encontrados. Fazemos considerações sobre os hábitos de estudos dos alunos com relação às estratégias de ensino experimentadas, e sobre as mudanças nas práticas pedagógicas da professora pesquisadora. Concluímos apresentando indícios intuitivos de aprendizagens dos jovens do ensino médio sujeitos de nossa pesquisa.

5.1. Reflexões no caminhar da pesquisa

Ao decidirmos investigar uma turma na qual a professora regente era também pesquisadora da própria prática, prevíamos alguns riscos e desafios a serem enfrentados. Porém, no decorrer do processo, compreendemos que fomos muito simplistas em nossas previsões. Quando ouvimos as gravações, em áudio, de atividades desenvolvidas com a turma, aconteceu algo que não havíamos previsto: sentimento de inquietação, ao nos colocarmos no papel de críticos de nossa prática. Uma sensação de que estávamos equivocados em nossas falas, em nossa postura e em nossa forma de direcionar nossas aulas. Até mesmo o tom e o som de nossa voz causaram-nos grande estranheza. Foi o momento mais difícil de todo o trabalho. Foi doloroso e exaustivo. Cada vez que retomávamos o trabalho e escutávamos trechos da gravação em áudio, sentíamos, novamente, o peso e a angústia que esse processo nos causava. As atividades foram realizadas no primeiro semestre do ano de 2011 e só conseguimos concluir as transcrições no ano seguinte, quando estávamos com a pesquisa mais amadurecida e com outra visão em relação à

[22] Esta epígrafe foi retirada da contracapa de RABELO, E. H. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. 3. ed. rev. ampl. Petrópolis: Vozes, 2002.

prática inclusiva. Escutar as gravações só nos fez constatar como estávamos equivocados ao buscarmos uma prática que pudesse incluir os alunos com deficiência visual em classe de ensino comum com um olhar limitado a respeito dos desafios da inclusão escolar. Nas gravações, identificamos que, na busca pela inclusão dos quatro alunos com deficiência visual, estávamos “excluindo” o restante da turma. Ainscow (2009) nos alerta sobre esse fato ao dizer que “... inclusão e exclusão estão vinculadas, de maneira que a inclusão envolve um combate à exclusão” (p. 20). Nossa orientadora já havia comentado sobre isso, quando teve oportunidade de observar nossa sala de aula. Ela nos motivou a pensar em outras possibilidades de trabalho para incluir todos os jovens de ensino médio. Isso provocou um redirecionamento da pesquisa na busca de possibilidades de aprendizagem que incluíssem todos os alunos da turma no processo, levando em consideração as especificidades de cada aluno. Encontramos apoio em Beyer (2006) ao afirmar que:

> A educação inclusiva caracteriza-se como um novo princípio educacional, cujo conceito fundamental defende a heterogeneidade na classe escolar, como situação provocadora de interações entre crianças com situações pessoais as mais diversas. Além desta interação, muito importante para o fomento das aprendizagens recíprocas, propõe-se e busca-se uma pedagogia que se dilate frente às diferenças do alunado (p. 73).

Não é um processo fácil, e não podemos afirmar que, durante o nosso trabalho, conseguimos de fato atingir todas as características de uma escola inclusiva. Cremos que nosso estudo partiu de um desejo de dar a todos os alunos, possibilidades de envolvimento e participação nas atividades propostas em nossas aulas com igualdade de oportunidades. Ao elaborarmos as atividades estávamos sempre focadas em garantir essa igualdade. Ao ouvirmos as gravações de nossas aulas com todos os alunos falando e tentando participar das discussões, perguntamo-nos: Será possível uma pessoa, que nunca ouviu as vozes dos alunos, identificar aqueles com deficiência visual? Ou aqueles que possuem mais habilidade em resolver problemas de matemática, uma vez que as vozes se misturavam no desejo de chegarem juntos na solução do problema? Arriscamos dizer que, a nosso ver, chegamos nesses momentos bem perto do que acreditamos ser uma escola inclusiva.

5.2. Hábitos de estudos dos alunos e estratégias experimentadas

Evidenciamos que, com a atividade de pesquisa em questões trabalhadas no primeiro semestre de 2011, os alunos foram estimulados a realizar estudos fora do horário de aula. Atitude essa que, conforme descrevemos no capítulo 4, não fazia parte da rotina desses alunos. Além disso, no desenvolver das apresentações das questões pesquisadas, observamos que os alunos tiveram que se colocar no lugar do professor. Portanto, eles tiveram a oportunidade de vivenciar a experiência de, através da explicação, levar o outro à compreensão das ideias apresentadas na tarefa proposta. Essa estratégia nos trouxe indícios de resposta à questão 2: Que estratégias de ensino experimentadas em turmas de ensino possibilitaram aprendizagens de matemática e inclusão de todos os jovens da turma? Através da pesquisa e apresentação das questões para os colegas da turma, os alunos tiveram a oportunidade de rever conceitos estudados, discutir as ideias envolvidas nesses conceitos e desenvolver aprendizagens. Um exemplo disso está na apresentação de Gui, descrita no capítulo 4. Vimos que ele trouxe para os colegas da turma os conceitos que ele pesquisou, no livro da 7ª série.

Identificamos que os alunos com deficiência visual tiveram várias oportunidades de estudos e de interação com seus colegas. Ademais, nas apresentações foram desafiados, como os demais jovens da turma, a encontrar formas de se fazerem entender, representando o papel de professor de matemática. Não podendo registrar as ideias escritas, eles solicitavam ajuda de outros colegas da sala para registrarem, no quadro, o que explicavam oralmente. Ressaltamos que, o fato de termos alunos com deficiência visual em nossa turma, exigiu que todos os alunos ficassem atentos à forma como se expressavam oralmente. Muitas vezes tinham que repetir a mesma ideia de maneiras diferentes, até se fazerem entender por todos. Observamos que não só os alunos com deficiência visual se beneficiaram com essa prática. No momento em que os alunos tiveram de pensar em maneiras diferentes de expressar uma mesma ideia matemática, para cada um deles, tiveram a oportunidade de exercitar as compreensões que tinham dos conceitos matemáticos internalizados. O grande desafio para cada aluno era como expressar essas compreensões de forma diferenciada que alcançasse o entendimento de outros colegas da turma.

A estratégia utilizada nessas aulas serviu como detonadora do processo de desenvolvimento de autonomia estudantil dos alunos e culminou nas apresentações de encerramento do ano letivo. Quando os alunos videntes apresentavam a sua tarefa para a turma toda, eles demonstravam uma preocupação em garantir que os colegas com deficiência visual compreendessem as ideias matemática envolvidas na situação. Com isso, constatamos que outros alunos videntes, que várias vezes tinham dúvidas e não se manifestavam sobre elas em aula, também tiveram a oportunidade de esclarecê-las.

Como já relatamos anteriormente, uma das expectativas que tínhamos com relação ao trabalho no ano de 2011, era a possibilidade de uma maior interação entre os alunos videntes e os alunos com deficiência visual, de forma espontânea, sem a nossa intervenção formal ou autoritária. Uma das estratégias que adotamos − em busca de atingir essa expectativa − foi propor atividades em grupos, formados pelos próprios alunos. De início, os grupos se constituíam de alunos videntes com alunos videntes, e os quatro alunos com deficiência visual formavam seu grupo. Acreditamos que isso acontecia devido ao processo de entrosamento entre alguns alunos, principiado com a apresentação de tarefas matemáticas, em maio de 2011, e que se incorporaram na rotina de aulas subsequentes, ao discutirmos as soluções de outras questões matemáticas. Conseguimos, no decorrer do ano, a formação de novos grupos de trabalho em sala de aula, com alunos com deficiência visual e videntes em um mesmo grupo. Com a formação desses novos grupos, verificamos que os alunos videntes se comunicavam, naturalmente, com seus colegas com deficiência visual. Constantemente, os alunos repetiam gestos e atitudes da professora pesquisadora, até mesmo, na hora de utilizar algum recurso didático, como por exemplo, o geoplano. Em outros momentos, percebemos que eles criaram suas próprias estratégias para se comunicarem com seus colegas, refizeram as leituras das questões, explicaram novamente o que não foi entendido para algum colega do grupo, usaram o tato quando apropriado e, finalmente, retomavam os cálculos. Observamos que essas estratégias se tornaram comuns nas interações com os demais colegas da turma. Encontramos aqui indícios de resposta à nossa questão 1: Que mediações se estabeleceram entre os envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, foram elas entre professor e alunos cegos, ou entre professor e a turma, ou entre alunos videntes e alunos cegos, ou entre os alunos cegos?

5.3. Mudanças na prática pedagógica da professora pesquisadora

- A partir de maio de 2011 ocorreram mudanças nos tipos de interação entre a professora e os alunos da turma, porque a interação com os alunos não ficou direcionada primordialmente aos alunos cegos. A professora pesquisadora se deu conta – com base nas indagações da orientadora −, que estava direcionando muito o trabalho para os alunos cegos e que, no desejo de incluir os alunos com deficiência visual, estava excluindo os demais alunos da turma. Tão preocupada que não podia excluir os cegos, que a interação acontecia muito mais entre a professora com os cegos do que com os demais alunos da sala.

- Por não ter tido licença de trabalho para realizar a pesquisa, a professora pesquisadora teve que se apoiar nos registros do diário de bordo e na memória, em transcrição de algumas aulas gravadas em áudio.

- O desenvolvimento das atividades, durante a pesquisa, influenciou a professora pesquisadora em sua prática nas demais turmas que lecionava. Seu olhar, enquanto professora regente, ficou mais aguçado. Passou a utilizar as mesmas estratégias da turma de pesquisa nas demais turmas, mesmo sem a presença de alunos com deficiência visual. Ou seja, passou a valorizar o falar, o ouvir, e o repetir com outras palavras tarefas, explicações, dúvidas e questionamentos em todas as aulas. E, também, incorporou a abordagem de problemas para resolver e formular outros, como forma de incentivar que a aprendizagem matemática fosse construída.

5.4. Indícios intuitivos de aprendizagem matemática dos jovens no ensino médio

- Jamil aprendeu conceitos matemáticos como álgebra, trigonometria e geometria de forma mais rápida, auxiliando os colegas videntes e cegos em várias atividades em sala de aula.

- Alguns jovens, que não construíram ideias matemáticas claras de conceitos matemáticos de geometria em suas mentes, precisam de objetos e instrumentos concretos e manipuláveis, sejam eles videntes ou não. Ou seja, as hipóteses de trabalho de Fernandes (2004, 2008) e que tínhamos no início da pesquisa sobre necessidade de objetos, instrumentos e/ou materiais manipulativos para alunos cegos construírem conceitos geométricos que dependiam mais da visão não se confirmaram apenas com estes alunos.

- O aluno Gui evidenciou, durante o ano de 2011, que seu interesse em aprender matemática foi ampliando-se ao se sentir valorizado e respeitado como um jovem pela professora de matemática. Trabalhou com outros jovens cegos e participou, ativamente, em aulas de matemática e na apresentação final da turma para a escola.

- A aluna cega Sâmy também mostrou seu potencial em geometria, ao trabalhar com origami e explicar aos outros colegas como fazia os mesmos. Foi produtivo para Sâmy e para seus colegas constatarem que todos têm habilidades e potenciais distintos. Sâmy sentiu-se como uma professora para seus colegas nas tarefas envolvendo origami e conceitos geométricos.

- Quando os alunos trabalharam em duplas de cegos e videntes, eles demonstraram o que aprenderam com a professora no trabalho com os colegas cegos.

- Os alunos foram estimulados a repetir de outra forma o que foi explicado pela professora, de maneira que em vários conceitos e situações, para resolver um problema havia três ou mais repetições explicativas em outras palavras. Esse procedimento de valorizar a oralidade e as diversas formas de explicar alguma ideia ou conceito facilitou o entendimento e aprendizagem de todos os alunos da turma.

- As várias dinâmicas de trabalho em sala de aula que foram acrescentadas à prática pedagógica ajudaram os alunos nos processos de aprendizagem matemática, pois, quando assumiam o papel de professores repetiam essas dinâmicas.

- Não são necessários tantos recursos adicionais para o trabalho com alunos com deficiência visual para a aprendizagem matemática. Constatamos que a criatividade e interação entre os jovens de ensino médio são ferramentas indispensáveis para que ocorra essa aprendizagem de fato.

- Percebemos que os alunos da turma de pesquisa mudaram seu olhar em relação aos seus colegas com deficiência visual e mesmo em relação aos demais. Tornaram-se mais confiantes, acreditando no seu próprio potencial de aprender matemática e no dos colegas. Enfim foi possível constatar que desenvolveram autonomia estudantil e se motivaram com as aulas.

- A nossa pesquisa mostra que os alunos videntes e cegos aprendem conceitos relacionados à geometria, álgebra e trigonometria de forma similar.

Esperamos que esse trabalho de investigação desenvolvido integralmente em sala de aula inspire os colegas em busca de desenvolver práticas pedagógicas que visem garantir a participação e aprendizagem de todos os alunos de suas turmas. E, além disso, sonhamos que os professores levem em consideração, as peculiaridades, particularidades e habilidades de todos os envolvidos no processo pedagógico e acreditem que todos os alunos têm potencial de aprender matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. L. Diversidade e diferença na sala de aula: algumas reflexões sobre a prática pedagógica. **Revista Saberes**, Vitória, v. 3, n. 1, p. 185–197, jan./jun. 2005.

ALVARENGA, R. C. M. **O raciocínio lógico e a criatividade na resolução de problemas matemáticos no ensino médio.** 2008. 88f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília.

AINSCOW, M. **Tornar a educação inclusiva**: como esta tarefa deve ser conceituada. In: FÁVERO, O. et all. Tornar a educação inclusiva. Brasília: UNESCO, 2009.

BARROSO, J. M. (Coord.) **Projeto Araribá**: Matemática ensino fundamental. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2007a, 6º ano.

______. **Projeto Araribá**: Matemática ensino fundamental. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2007b, 8º ano.

BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A.; OLIVARES. A. **Matemática**: fazendo a diferença. São Paulo: FTD, 2006a.

______. **Matemática**: fazendo a diferença. São Paulo: FTD, 2006b v. 4.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental:** Matemática. Brasília: MEC/ SEF, 1998a.

______. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio:** Matemática. Brasília: MEC/ SEF, 2006.

CASTRO, R. A. de. **Alunos em dependência em matemática no curso técnico de construção de edifícios integrado com o ensino médio no CEFETES:** uma análise de seus motivos. 2009. 240f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010. v. 2.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo Básico Escola Estadual.** Ensino médio: Área de Ciências da Natureza. Vitória: SEDU, 2009. 128 p. v. 2.

______. Secretaria da Educação. **Diretrizes da Educação Especial na Educação Básica e Profissional para Rede Estadual de Ensino.** 2. ed. Vitória : SEDU, 2011. 27 p.

FERNANDES, S. H. A. A. **Das Experiências Sensoriais aos Conhecimentos Matemáticos:** uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e visão subnormal numa escola inclusiva. 2008. 242f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

______. **Uma análise Vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual.** 2004. 322f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

FERRONATO, R. **A Construção de Instrumento de Inclusão no Ensino de Matemática.** 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. **Matemática Completa**, 1ª série, 2. ed. Renov., São Paulo: FTD, 2005a.

______. **Matemática Completa**, 2ª série, 2. ed. Renov., São Paulo: FTD, 2005b.

GÓMEZ CHACÓN, I. M. **Matemática emocional:** os afetos na aprendizagem matemática. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

IEZZI, G. (Coord.) **Matemática**: ciência e aplicações, 1ª série: ensino médio. 2.ed. São Paulo: Atual, 2004.

JESUS, D. M. **Educação inclusiva**: construindo novos caminhos. Relatório final de estágio de Pós-Doutorado. USP. Vitória: PPGE, 2002.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção matemática.** 2. ed. rev. e ampliada, Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

MICHAELIS: dicionário escolar língua portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2008. Edição revisada pelo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa, 1990.

MOREIRA, M. A. Teorias de aprendizagem. São Paulo: EPU, 1999. 4. Reimpressão 2009 (nova ortografia)

MOYSÉS, L. Aplicações de Vygotsky à educação matemática. 9. ed. Campinas: Papirus, 2009.

OLIVEIRA, M. K. de. Vygotsky e o processo de formação de conceitos. In: LA TAILLE, Y. de; OLIVEIRA, M. K. de; DANTAS, H. **Piaget, Vygotsky, Wallon**: teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 1992, p. 23-34.

ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V., BORBA, M. de C. **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 2. ed. revisada. São Paulo: Cortez, 2005, p. 213-231.

PALMEIRA, C. A; LEITE, H. C. A. e PRANE, B. Z. D. **Estabelecendo parcerias em busca da inclusão de alunos com deficiência visual**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010. Salvador: *Anais.* Salvador: ENEM, 2010.

PALMEIRA, C. A.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. **Uma possibilidade de inclusão no ensino médio em aulas de matemática.** In: Seminário Nacional de Educação Especial, 2; Seminário Capixaba de Educação Inclusiva, 13, 2012. Vitória: *Anais.* Vitória: PPGE/UFES, 2012.

PITOMBEIRA, J. B. (Coord.) **Multicurso Ensino Médio**: Matemática, primeira série: livro do aluno. 3. ed. Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2008a.

______. **Multicurso Ensino Médio**: Matemática, segunda série: livro do aluno. 3. ed. Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2008b.

PONTE, J. P. Estudos de casos em educação matemática. **Bolema**, n. 25, p. 105-132, 2006.

______. Pesquisar para compreender e transformar nossa própria prática. **Educar**, Curitiba, UFPR, n. 24, p. 37-66, 2004.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 1ª ed. Brasileira em 1977. Rio de Janeiro: Interciência, 1978 (A obra foi publicada originalmente em inglês em 1945 e teve a 2ª ed. em inglês em 1975.)

RABELO, E. H. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. 3. ed. rev. ampl. Petrópolis: Vozes, 2002.

ROCHA, M. M. **Um estudo do desenvolvimento de atividades investigativas na aprendizagem de matemática no ensino médio**. 2009. 211f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória.

SANTOS, D. B. et. al. **Aprendendo geometria com origami**. In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2009. Jequié: *Anais.* Jequié: SBEM-BA, 2009a. p. 43.

SANTOS, L. C. **Interfaces da geometria e o origami em aulas de matemática em uma 5ª série.** 2009b. 191f. Dissertação de Mestrado em Educação e Linguagens. Universidade Federal do Espirito Santo. Vitória.

SANTOS, L. G. **Introdução do pensamento algébrico:** um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática. 2007. 198f. Dissertação de Mestrado em Educação na área de concentração em Educação Matemática. Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória.

SANTOS, V. M. P. dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática:** métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundão/Instituto de Matemática, UFRJ, 1997.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. **Tipos de registros e relatos de aulas e de experimentos de ensino.** Projeto Pró-ciências. Universidade Federal de São Carlos, Maio de 2000.

______. **Ficha E**: roteiro para a avaliação do experimento de ensino inédito. Projeto Pró-ciências. Universidade Federal de São Carlos, Abril de 2001, 2001a.

______. **Sugestão de roteiro para a elaboração de aula inédita e do relatório final**. Projeto Pró-ciências. Universidade Federal de São Carlos, Julho de 2001, 2001b.

______. **Notas de orientação sobre como redigir e planejar projetos de pesquisa.** 2011/2012.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **O deficiente visual na classe comum.** São Paulo: SE/CENP, 1993.

SILVA, E. C. da. **Prática matemática: Um exame de sua influência nas concepções e atitudes dos professores e alunos do ensino médio.** 2007, 219f. Dissertação de Mestrado em Educação na linha de pesquisa Educação e Linguagens, sublinha de Linguagem Matemática vinculada ao campo científico de Educação Matemática. Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória – ES.

SILVA, C. M. S. da; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos; MARCILINO, O. T.; FOERSTE, E. (org.). **Metodologia da pesquisa em educação do campo**: povos, territórios, movimentos sociais, sustentabilidade. Vitória, ES: UFES, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009.

UNESCO. **Declaração de Salamanca.** Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das ecessidades Educativas Especiais. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf> Acesso em: 21 set. 2012.

VAN der VEER, R.; VALSINER, J. **Vygotsky**: uma síntese. São Paulo: Loyola, 1996.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Organizado por Michel Cole et al. Tradução José Cipolla Neto; Luiz Silveira Menna Barreto; Solange Castro Afeche. 6. ed. 1998. São Paulo: Martins Fontes, 2003 (Publicado pela primeira vez em 1984).

______. **Obras escogidas V – Fundamentos da defectología.** Traducción: Julio Guillermo Blank. Madrid: Visor, 1997. (coletânea de artigos publicados originalmente em russo entre os anos de 1924 e 1934)

______. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jefferson Luiz Camargo. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005. (Publicado pela primeira vez em 1987).

APÊNDICE I

Descrição de aulas e atividades desenvolvidas em 2011

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
1ª	06/04	Estudo do texto apresentado em Pitombeira (2008a, p. 219 a 212) na Aula 35 com o título Problemas do 2º Grau e acompanhamento das questões resolvidas.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
2ª	07/04	Resolução de problemas envolvendo equações do 2º grau propostas em Pitombeira (2008a, p. 213 e 214) na Aula 35.	Aula dialogada. Os alunos se dividiram em duplas ou trios para resolver as questões propostas.
3ª	08/04	Conclusão da resolução de problemas envolvendo equações e sistemas de equações do 2º grau propostas em Pitombeira (2008a, p. 213 e 214) na Aula 35 e discussão de resoluções e resultados. A professora pesquisadora acompanhou o trabalho das alunas Samy e Fê e realizou registros do diálogo entre as alunas.	Aula dialogada e expositiva onde os alunos são estimulados a apresentar as soluções desenvolvidas para as questões apresentadas.
4ª	11/04	Conclusão da discussão de resoluções e resultados das questões propostas em Pitombeira (2008a, p. 213 e 214) na Aula 35. A professora pesquisadora realizou um diálogo com o aluno Jamil sobre sua forma de raciocinar sobre as questões propostas.	Aula dialogada e expositiva onde os alunos são estimulados a apresentar as soluções desenvolvidas para as questões apresentadas.
5ª	15/04	Realização de atividade avaliativa sobre resolução de problemas envolvendo equações sistemas do 1º e 2º graus.	Atividade escrita individual.
6ª	04/05	Estudo do texto apresentado em Pitombeira (2008b, p. 326 a 329) na Aula 47 com o título O Conceito de Probabilidade e acompanhamento das questões resolvidas com discussões da resolução e resultados.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
7ª	05/05	Resolução de questões propostas em Pitombeira (2008b, p. 329 a 330) na Aula 47. A professora pesquisadora utilizou as cartas de baralho comuns e com transcrição em Braile, como material de apoio na resolução da questão 1 (PITOMBEIRA, 2008b, p. 329).	Aula dialogada e mediada pela professora. Os alunos se dividiram em duplas ou trios para resolver as questões propostas com o apoio da professora em suas dúvidas.
8ª	06/05	Discussão de resoluções e resultados das questões propostas em Pitombeira (2008b, p. 329 a 330) na Aula 47. A professora pesquisadora identificou dificuldades em relação a operações com frações.	Aula dialogada e expositiva onde os alunos são estimulados a apresentar as soluções desenvolvidas para as questões apresentadas.
9ª	09/05	Resolução de questões complementares sobre probabilidade.	Aula dialogada e mediada pela professora. Os alunos se dividiram em duplas ou trios para resolver as questões propostas.
10ª	11/05	Discussão de resoluções e esclarecimentos de dúvidas.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
11ª	12/05	Realização de atividade avaliativa individual.	Atividade escrita individual.
12ª	13/05	Proposta de atividade para recuperação dos conteúdos estudados. Pesquisa de questões envolvendo os assuntos estudados e apresentação de uma questão para a turma na aula seguinte. (ver sequência didática Apêndice II).	Aula dialogada e expositiva.
13ª	16/05	Início da apresentação da atividade proposta na aula anterior. As apresentações foram gravadas em áudio e transcritas para análise na pesquisa.	Aula mediada pela professora, dialogada e expositiva conduzida pelos alunos.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
14ª	18/05	Conclusão das apresentações da atividade proposta.	Aula mediada pela professora, dialogada e expositiva conduzida pelos alunos.
15ª	25/05	Atividade para recuperação dos conteúdos estudados no 1º Trimestre. Resolução de questões envolvendo problemas com equações do 1º grau, pelos alunos em recuperação com monitoria dos colegas que alcançaram e/ou superaram a média.	Resolução das questões em grupos ou individualmente com a monitoria dos colegas e mediação da professora.
16ª	26/05	Continuação do trabalho iniciado na aula anterior, com resolução de questões envolvendo sistemas de equações do 1º e 2 graus.	Resolução das questões em grupos ou individualmente com a monitoria dos colegas e mediação da professora.
17ª	27/05	Conclusão do trabalho de recuperação com resolução de problemas envolvendo funções. Discussão de soluções de algumas questões solicitadas pelos alunos.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
18ª	30/05	Realização da atividade avaliativa para recuperação trimestral com questões envolvendo resolução de problemas com equações e sistemas do 1º e 2º graus e funções.	Atividade escrita individual.
19ª	16/06	Revisão do conteúdo de razões trigonométricas com resolução de questões propostas pela professora.	Aula dialogada e expositiva com resolução das questões em grupos ou individual
20ª	17/06	Conclusão da resolução das questões propostas na aula anterior	Resolução das questões em grupos ou individualmente.
21ª	20/06	Discussão de soluções de algumas questões sugeridas pelos alunos, devido a dificuldades encontradas em resolvê-las.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
22ª	04/07	Demonstração e esclarecimentos sobre a Lei dos Cossenos (GIOVANNI; BONJORNO, 2005a, p. 14).	Aula expositiva e dialogada.
23ª	06/07	Revisão do conteúdo de razões trigonométricas para atividade avaliativa.	Aula expositiva e dialogada.
24ª	07/07	Atividade avaliativa sobre razões trigonométricas.	Atividade escrita individualmente.
25ª	08/07	Atividade extraclasse: Festa Caipira.	
26ª	20/07	Atividade para recuperação paralela do conteúdo de razões trigonométricas	Resolução de questões em grupos mediada pela professora e monitoria dos colegas.
27ª	21/07	Retomada do estudo da Lei dos Cossenos	Resolução de questões individualmente ou em grupos com a mediação da professora.
28ª	25/07	Continuação dos trabalhos iniciados na aula anterior.	Resolução de questões individual ou em grupos com a mediação da professora.
29ª	28/07	Discussão de resoluções e esclarecimentos de dúvidas.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
30ª	01/08	Demonstração e esclarecimentos sobre a Lei dos Senos (GIOVANNI; BONJORNO, 2005a, p.17).	Aula expositiva e dialogada.
31ª	04/08	Atividade com resolução de questões propostas em Giovanni (2005a, p. 18).	Resolução de questões individualmente ou em grupos com a mediação da professora.
32ª	05/08	Conclusão das atividades iniciadas na aula anterior.	Resolução de questões individualmente ou em grupos com a mediação da professora.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
33ª	08/08	Discussão de resoluções e esclarecimentos de dúvidas.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
34ª	15/08 (1º tempo de aula)	Estudo do texto apresentado em Pitombeira (2008a, p. 299 a 303) na Aula 48 com o título Distâncias Inacessíveis e acompanhamento das questões resolvidas com discussões da resolução e resultados.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
35ª	15/08 (2º tempo de aula)	Resolução de questões propostas em Pitombeira (2008a, p. 303 a 305) na Aula 48. A professora pesquisadora realizou registros do trabalho de alguns grupos de alunos que foi descrito e analisado no capítulo 4 desse texto.	Aula dialogada e mediada pela professora. Os alunos se dividiram em duplas ou trios, para resolver as questões propostas, com o apoio da professora em esclarecer suas dúvidas.
36ª	18/08	Conclusão das resoluções das questões propostas na aula anterior.	Aula dialogada e mediada pela professora. Os alunos se dividiram em duplas ou trios, para resolver as questões propostas, com o apoio da professora em esclarecer suas dúvidas.
37ª	19/08	Discussão de soluções de algumas questões sugeridas pelos alunos, devido a dificuldades encontradas em resolvê-las.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
38ª	22/08 (1º tempo de aula)	Orientações sobre atividade planejada pela professora pesquisadora juntamente com a orientadora conforme sequência didática (Apêndice III). A atividade consistia em elaboração de questão mais fácil, mesmo nível e mais difícil tomando como base as questões trabalhadas em sala de aula dos conteúdos lei dos senos, lei dos cossenos e razões trigonométricas e apresentação de uma das questões elaboradas para os colegas.	Após as orientações e esclarecimentos sobre a atividade, os alunos formaram os grupos para iniciar o trabalho.
39ª	22/08 (2º tempo de aula)	Realização da atividade de elaboração de questões pelos grupos de alunos. A professora pesquisadora realizou registros do trabalho de alguns grupos de alunos que foi descrito e analisado no capítulo 4 desse texto.	Elaboração das questões pelos alunos com a mediação da professora.
40ª	25/08	Início das apresentações das questões elaboradas pelos grupos. Algumas questões elaboradas com suas resoluções fazem parte do quadro de figuras presentes no texto e analisados no capítulo 4.	Aula mediada pela professora, dialogada e expositiva conduzida pelos alunos.
41ª	26/08	Realização do Simulado ENEM II Trimestre. Atividade realizada para todas as turmas da escola com o objetivo de oportunizar aos alunos experimentar uma prévia do que seria a prova do ENEM, em termos de tipos de questões e de organização da prova.	Prova escrita e individual, nos mesmos moldes do ENEM.
42ª	29/08	Conclusão das apresentações das questões elaboradas pelos grupos.	Aula mediada pela professora, dialogada e expositiva conduzida pelos alunos.
43ª	15/09	Estudo do texto apresentado em Pitombeira (2008a, p. 306 a 309) na Aula 49 com o título O Círculo Trigonométrico acompanhamento das questões resolvidas com discussões da resolução e resultados.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
44ª	16/09	Resolução de questões propostas em Pitombeira (2008a, p. 309 e 310) na Aula 49.	Aula dialogada e mediada pela professora. Os alunos se dividiram em duplas ou trios, para resolver as questões propostas. A professora em esclareceu as dúvidas dos alunos.
45ª	26/09 (1º tempo de aula)	Estudo do texto apresentado em Pitombeira (2008a, p. 315 a 318) na Aula 51 com o título A Relação Fundamental da Trigonometria. E acompanhamento das questões resolvidas com discussões da resolução e resultados.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
46ª	26/09 (2º tempo de aula)	Resolução de questões propostas em Pitombeira (2008a, p. 315 e 318) na Aula 51.	Aula dialogada e mediada pela professora. Os alunos se dividiram em duplas ou trios, para resolver as questões propostas, com o apoio da professora em esclarecer suas dúvidas.
47ª	29/09	Discussão de soluções de algumas questões sugeridas pelos alunos, devido a dificuldades encontradas em resolvê-las.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
48ª	03/10	Demonstração e construção do conceito de radiano, com base no texto de Giovanni, Bonjorno (2005a, p. 25 e 26).	Aula dialogada e expositiva.
49ª	06/10	Resolução de questões como exemplos das relações do grau com o radiano.	Aula dialogada e expositiva com a resolução dos exemplos em conjunto com a professora.
50ª	07/10	Resolução de questões propostas em Ginovanni e Bonjorno (2005b, p. 27 e 28). Envolvendo as relações entre graus e radianos.	Os alunos resolveram as questões propostas em grupos ou individualmente com esclarecimentos de dúvidas com a professora.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
51ª	24/10	Resolução de questões complementares relacionadas com o circulo trigonométrico.	Os alunos resolveram as questões propostas em grupos ou individualmente com esclarecimentos de dúvidas com a professora.
52ª	31/10 (1º tempo de aula)	Discussão de soluções das questões complementares sobre o circulo trigonométrico. Contamos com a presença da orientadora da pesquisa que realizou registros durante a realização da atividade que complementaram os da professora pesquisadora e foram descritos e analisados no capítulo 4 desse texto	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
53ª	31/10 (2º tempo de aula)	Discussão de soluções das questões complementares sobre o circulo trigonométrico. Contamos com a presença da orientadora da pesquisa que realizou registros durante a realização da atividade que complementaram os da professora pesquisadora e foram descritos e analisados no capítulo 4 desse texto.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos em discussões sobre as resoluções apresentadas.
54ª	04/11	Elaboração de duas questões baseadas naquelas trabalhadas em sala de aula sobre o círculo trigonométrico e apresentação para a turma. Contamos com a presença da orientadora da pesquisa que realizou registros durante a realização da atividade que complementaram os da professora pesquisadora e foram descritos e analisados no capítulo 4 desse texto.	Aula mediada pela professora, dialogada e expositiva conduzida pelos alunos.
55ª	07/11 (1º tempo de aula)	Realizamos um questionário (Apêndice VI) com três perguntas relacionadas com a visão dos alunos sobre o ensino médio. Contamos com a presença da orientadora da pesquisa que participou das discussões sobre as respostas dos alunos e realizou registros que complementaram os da professora pesquisadora e foram descritos e analisados no capítulo 4 desse texto.	Foi distribuído um questionário contendo três questões a ser respondido individualmente pelos alunos presentes.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
56ª	07/11 (2º tempo de aula)	Estudo do texto apresentado em Pitombeira (2008b, p. 124 a 131) na Aula 18 com o título: Sólidos Geométricos. Para apoiar as informações do texto, a professora pesquisadora levou para a sala de aula, vários sólidos de acrílico, que ficaram à disposição dos alunos para exploração. Contamos com a presença da orientadora da pesquisa que realizou registros durante a realização da atividade que complementaram os da professora pesquisadora e foram descritos e analisados no capítulo 4 desse texto.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos na leitura do texto, na exploração das formas dos sólidos e em discussões sobre os questionamentos apresentados.
57ª	10/11	Continuação do estudo do texto apresentado em Pitombeira (2008b, p. 124 a 131) na Aula 18 com a utilização dos sólidos de acrílico. A professora pesquisadora realizou registros dessa aula que foram descritos e analisados no capítulo 4 desse texto.	Aula dialogada e expositiva com a participação dos alunos na leitura do texto, na exploração das formas dos sólidos e em discussões sobre os questionamentos apresentados.
58ª	11/11	Resolução de questões propostas em Pitombeira (2008b, p. 132) na Aula 18 com a utilização dos sólidos de acrílico. A professora pesquisadora realizou registros dessa aula que foram descritos e analisados no capítulo 4 desse texto.	Os alunos resolveram as questões propostas em grupos ou individualmente com esclarecimentos de dúvidas com a professora e a utilização dos sólidos de acrílico.
59ª	14/11	Oficina para construção de polígonos e poliedros utilizando origami. (Sequência didática Apêndice V).	O material foi distribuído para os alunos que realizaram as construções conforme orientação da professora.
60ª	24/11	Realização do questionário 2 (Apêndice VII) envolvendo questões sobre preparação para o ENEM. As informações foram tabuladas, descritas e analisadas no capítulo 4 desse texto.	Foram distribuídos os questionários a serem respondidos individualmente pelos alunos presentes.

AULA	DATA	DESENVOLVIMENTO/COMENTÁRIOS	METODOLOGIA
61ª	28/11(1º tempo de aula)	Realização do questionário 3 (Apêndice VIII) envolvendo questões sobre a inclusão. As informações foram tabuladas, descritas e analisadas no capítulo 4 desse texto.	Foram distribuídos os questionários a serem respondidos individualmente pelos alunos presentes.
62ª	28/11(2º tempo de aula)	Realização de atividade conforme sequência didática apresentada no Apêndice IV.	Os alunos foram divididos em grupos para realização da atividade sem a mediação da professora.

APÊNDICE II

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA PESQUISA DE QUESTÕES

Assunto: Problemas envolvendo equações e sistemas de equações do 1º e 2º graus e funções

Duração : 1 aula

Metodologia

Pesquisar em livros do ensino fundamental ou médio, sites educacionais, cadernos antigos ou em outro recurso, no mínimo três questões envolvendo os assuntos propostos. O aluno deverá apresentar por escrito o enunciado, a resolução e o resultado de cada questão e escolher uma das questões para apresentar à turma.

Tarefa Proposta

Foi solicitado oralmente aos alunos que eles pesquisassem em livros do ensino fundamental ou médio, sites educacionais, cadernos antigos ou em outro recurso, no mínimo três questões, em forma de problemas, envolvendo equações e sistemas do 1º e 2º graus e funções. O aluno deverá entregar para a professora as questões por escrito com o desenvolvimento da resolução e os resultados e escolher dentre essas uma questão para realizar uma apresentação oral para a turma e juntos discutirem a resolução e o resultado.

Justificativa

Percepção da professora que os alunos ainda encontravam muitas dificuldades em resolver questões envolvendo os assuntos propostos, apesar dos mesmos serem estudados desde o ensino fundamental II. Quando indagados pela professora os alunos afirmam que não têm o hábito de realizar estudos ou atividades fora do horário escolar, mesmo sendo alertados pelos professores sobre a importância desses estudos. Essa atividade levou os alunos a demandarem um tempo fora do horário de escola, para realizarem a pesquisa e de alguma estarem revisando os estudos realizados no horário escolar.

Objetivos

- Oportunizar aos alunos a possibilidade de rever os assuntos estudados enquanto selecionavam as questões e tentavam resolvê-las;
- Estimular o hábito de realizar estudos ou atividades fora do horário escolar;
- Identificar as dificuldades encontradas na resolução de questões;
- Identificar estratégias de pesquisa;
- Oportunizar que expressem suas ideias, argumentos e estratégias de resolução em linguagem escrita.

- Verificar se os conceitos matemáticos das questões foram compreendidos pelos alunos que apresentaram e pelos colegas da turma.

Desenvolvimento

- Atividade deverá ser realizada individualmente;
- Cada aluno deverá pesquisar no mínimo três questões em forma de problemas envolvendo um ou mais assuntos estudados no I trimestre (equações e sistemas de equações do 1º e 2º graus ou funções).
- Os alunos deverão selecionar uma questão pesquisada para apresentar aos colegas o enunciado e a resolução.
- As questões deverão ser escritas e entregues à professora no dia da apresentação.

Critérios de Apreciação

Como critério de avaliação utilizamos o cumprimento da atividade e a apresentação para a turma num total de 5,0 pontos.

APÊNDICE III

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE TRIGONOMETRIA

Assunto: Razões trigonométricas, lei dos senos, lei dos cossenos, áreas de triângulos quaisquer.

Duração : 2 aulas

Metodologia

Elaboração de questões utilizando como base questões trabalhadas em sala de aula sugeridas no livro de Pitombeira (2008A, p. 303 a 305).

Tarefa Proposta

Foi solicitado aos alunos oralmente que eles se dividissem em grupos de no máximo três alunos e com base nas questões trabalhadas em sala de aula retiradas de Pitombeira (2008A, p. 303 a 305) elaborassem três questões, sendo uma em nível de dificuldade mais fácil que a questão do livro, uma em um mesmo nível de dificuldade e outra mais difícil. Os critérios para definir o nível de dificuldade de cada questão serão definidos pelo grupo. O enunciado das questões e sua resolução deverão ser entregues, por escrito, para a professora, acompanhados de um relatório descrevendo o processo de realização da atividade. O grupo deverá apresentar as questões elaboradas oralmente para a turma e juntos deverão discutir a resolução apresentada e os resultados.

Justificativa

Percepção da professora que os alunos ainda não haviam se apropriado das ideias relacionadas com as razões trigonométricas e os demais conceitos, como Leis do seno e cosseno e áreas de triângulos quaisquer, apesar de ter realizado diversos estudos e resoluções de questões envolvendo tais conceitos.

Objetivos

- Oportunizar aos alunos a possibilidade de rever os conceitos de seno, cosseno e tangente, lei dos senos, leis dos cossenos e áreas de triângulos quaisquer.
- Oportunizar a troca de argumentos entre eles e a interação social tanto em termos cognitivos como afetivos para a construção desses conceitos.
- Identificar as dificuldades encontradas na resolução de questões elaboradas por eles mesmos.
- Identificar estratégias de solução
- Desenvolver a criatividade
- Promover habilidades de trabalhar em grupos

- Trocar ideias entre eles sobre o nível de dificuldade das questões e como essa percepção é individual e única.
- Oportunizar que expressem suas ideias, argumentos e estratégias de resolução em linguagem escrita.

Desenvolvimento

- Dividir a turma em grupos de até três alunos;
- Sortear uma questão para cada grupo dentre aquelas que já foram trabalhadas em aulas anteriores;
- Cada grupo deverá elaborar três questões com base na questão sorteada, sento a primeira com nível de dificuldade inferior, ou seja, mais fácil que a questão sorteada, a segunda no mesmo nível e a terceira mais difícil;
- Cada grupo deverá elaborar um relatório sobre o desenvolvimento da atividade;
- Cada grupo fará a apresentação para turma das questões elaboradas e suas respectivas soluções e entregará para a professora uma cópia do relatório e das questões.

Critérios de Apreciação

Como critério de avaliação utilizamos o cumprimento da atividade, a apresentação para a turma e o relatório num total de 10,0 pontos.

APÊNDICE IV

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA UMA PRODUÇÃO LIVRE

Assunto: Aprendizagens ocorridas e conteúdos trabalhados durante o ano letivo 2011 .

Duração: 2 aulas

Metodologia

Elaboração de uma apresentação para a turma em forma de cartaz, texto, teatro, jogral ou qualquer outro tipo de manifestação que possa refletir as aprendizagens dos alunos durante o ano letivo de 2011.

Tarefa Proposta

Foi solicitado aos alunos oralmente que eles se dividissem em grupos de no máximo cinco alunos e escolhessem dentre os assuntos discutidos e os conteúdos estudados (resolução de problemas envolvendo equações e sistemas do 1º e 2º graus, funções e probabilidade; análise combinatória; razões trigonométricas; lei dos senos dos cossenos e área de um triângulo qualquer; estudo de polígonos e poliedros, teorema de Euller) durante o 3º ano do ensino médio, as aprendizagens que consideraram mais marcantes e importantes para o grupo e desenvolvessem uma apresentação para a turma utilizando qualquer recurso que estivesse disponível.

Justificativa

Durante todo o ano letivo de 2011, foram trabalhadas com a turma objeto da pesquisa, aulas que buscavam, além de cumprir o estudo dos conteúdos sugeridos no Currículo Básico Escola Estadual (ESPIRITO SANTO, 2009), experimentar novas possibilidades de ensino-aprendizagem buscando garantir a participação no processo de produção do conhecimento a todos os alunos da turma.

Objetivos

- Identificar os assuntos/conteúdos que os alunos perceberam como aprendidos ou compreendidos;
- Verificar as percepções dos alunos em relação à forma que as aulas foram conduzidas durante o ano letivo;
- Buscar através do lúdico, a revelação de sentimentos em relação ao convívio com a professora pesquisadora e os colegas durante o ano letivo;
- Realizar uma atividade de encerramento das atividades de forma diferenciada.

Desenvolvimento

- Dividir os alunos em grupos de no máximo cinco componentes;
- Propor que eles se reúnam e discutam qual seria o material necessário para a produção da apresentação;
- Providenciar o material necessário;
- Sugerir que cada grupo realize a atividade em um ambiente diferente (biblioteca, outra sala, pátio) de forma que um grupo não interfira na criatividade e ideais do outro.
- Os grupos devem trabalhar sem a mediação ou intervenção da professora pesquisadora, ou de qualquer outra pessoa que não sejam os alunos da turma.
- Apresentação para a turma da produção realizada através de um relator escolhido pelo grupo ou por todos os membros do grupo, com descrição de como pensaram a atividade e como foi o desenvolvimento e conclusão do trabalho.

Critérios de Apreciação

Como critério de avaliação utilizamos o cumprimento da atividade e a apresentação para a turma num total de 5,0 pontos.

APÊNDICE V

SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE ORIGAMI

Assunto: Polígonos e poliedros e Origami

Duração: 1 aula

Metodologia

Construção de sólidos geométricos utilizando dobraduras (Origami) – adaptação da oficina "Aprendendo geometria com origami" [23].

Tarefa Proposta

Construir juntamente com os alunos o quadrado base para a confecção das dobraduras e à partir desse quadrado orientar as dobras a serem realizadas.

Justificativa

Utilizar o material lúdico para revisar conceitos importantes da geometria plana e espacial.

Objetivos

- Oportunizar aos alunos a possibilidade de rever os conceitos da geometria plana e espacial através do lúdico.
- Oportunizar a interação social tanto em termos cognitivos como afetivos para a construção desses conceitos.
- Desenvolver a criatividade.

Desenvolvimento

- Exibir slides com breve histórico sobre origami;
- Orientar aos alunos sobre a construção da figura base (quadrado) para todos as dobraduras a serem construídas;
- Realizar as construções conforme planejamento do professor.
- Construir os sólidos

Observação

No desenvolvimento dessa atividade o professor deverá planejar as construções de acordo com os conteúdos que pretende desenvolver. No nosso trabalho, utilizamos a sugestão da apostila do minicurso que participamos conforme referência.

---

[23]SANTOS, D. B. et. al. **Aprendendo geometria com origami**. In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2009. Jequié: *Anais.* Jequié: SBEM-BA, 2009a. p. 43.

APÊNDICE VI

Questionário 1

Nome:___________________________________ Data:____/_____/______

1- Qual a sua visão, enquanto jovem, em frequentar o ensino médio?

2- O que você pensa da organização do ensino médio em sua escola?

3- Em seu caso particular você permaneceu com alguns colegas na mesma turma desde o 1º ano do ensino médio? Em caso afirmativo, isso auxiliou ou dificultou sua aprendizagem em matemática? E em outras disciplinas?

APÊNDICE VII

Questionário 2

Nome:____________________________________ Data:____/_____/______

1- Você acha que a escola te preparou para o ENEM?

2- O que você fez em paralelo à Escola para de preparar para o ENEM?

3- O que você acha que um jovem que está trabalhando e estudando pode fazer para aproveitar seu tempo de estudo?

APÊNDICE VIII

Questionário 3

Nome: ___________________________________ Data:____/_____/______

1- O que é incluir e excluir alguém dentro do ambiente da sala de aula? E no trabalho?

2- O que é incluir e excluir alguém na comunidade e na sociedade?

3- O que seria inclusão escolar?

4- O que você acha de ter colegas com as mesmas aptidões e deficiências que você em sua turma e no ambiente escolar?

5- O que você acha de ter colegas com outras aptidões e deficiências em sua turma e no ambiente escolar?

APÊNDICE IX

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Prezado (a) aluno(a),

Eu, professora Cátia Aparecida Palmeira gostaria de convidá-lo a participar de uma pesquisa em educação matemática. Para tanto solicito sua autorização para participar como sujeito desta pesquisa que vai focalizar as interações na prática do ensino/aprendizagem de matemática em uma turma inclusiva. Em qualquer momento o aluno(a) poderá desistir de participar dessa investigação.

Todas as informações que forem compartilhadas sobre o alunos vão permanecer em sigilo. Além disso, informo que todos os nomes e informações para identificarem o aluno(a) serão mantidos em sigilo. No relato final da investigação, nós utilizaremos nomes fictícios.

Nome:____

Local:_______________________________ Data:____/____/____

Assinatura:____