

Prácticas de Mecánica de Fluidos  
Grado en ANIM

Francisco F. López-Ruiz, Isabel Egea-González e Irene Laiz

Departamento de Física Aplicada  
Universidad de Cádiz

# Índice general

<b>1. Estabilidad y flotación</b>	<b>4</b>
1.1. Introducción y objetivos . . . . .	4
1.2. Material . . . . .	4
1.3. Fundamento físico . . . . .	5
1.3.1. Cuerpo de sección rectangular constante . . . . .	6
1.3.2. Cuerpo de sección pentagonal constante . . . . .	7
1.4. Procedimiento en el laboratorio . . . . .	7
1.4.1. Estabilidad del cuerpo de sección cuadrada . . . . .	8
1.4.2. Estabilidad del cuerpo de sección pentagonal . . . . .	8
1.4.3. Diseño de un cuerpo en equilibrio indiferente . . . . .	8
1.5. Cálculos y resultados . . . . .	9
1.5.1. Estabilidad del cuerpo de sección cuadrada . . . . .	9
1.5.2. Estabilidad del cuerpo de sección pentagonal . . . . .	9
1.5.3. Diseño de un cuerpo en equilibrio indiferente . . . . .	9
1.6. Cuestiones . . . . .	9
1.7. Guía para la elaboración del informe . . . . .	10
<b>2. Medida de la viscosidad con el viscosímetro de Höppler</b>	<b>12</b>
2.1. Introducción y objetivos . . . . .	12
2.2. Material . . . . .	13
2.3. Fundamento físico . . . . .	13
2.4. Procedimiento en el laboratorio . . . . .	15
2.5. Cálculos . . . . .	17
2.6. Especificaciones . . . . .	17
2.7. Cuestiones . . . . .	18
2.8. Guía para la elaboración del informe . . . . .	18
<b>3. Principio de Bernoulli</b>	<b>21</b>
3.1. Introducción y objetivos . . . . .	21
3.2. Material . . . . .	21
3.3. Fundamento físico . . . . .	22

3.4.	Procedimiento en el laboratorio . . . . .	23
3.4.1.	Medidas de cargas para 3 caudales diferentes . . . . .	24
3.4.2.	Bajada de la línea de gradiente hidráulico por debajo de la línea del circuito . . . . .	26
3.5.	Cálculos . . . . .	26
3.6.	Cuestiones . . . . .	27
3.7.	Guía para la elaboración del informe . . . . .	27
<b>4.</b>	<b>Descarga de un recipiente y flujo en tuberías</b>	<b>30</b>
4.1.	Introducción y objetivos . . . . .	30
4.2.	Material . . . . .	30
4.3.	Fundamento físico . . . . .	31
4.4.	Medidas y procedimiento en el laboratorio . . . . .	32
4.5.	Resultados . . . . .	33
4.6.	Cálculos . . . . .	33
4.7.	Cuestiones . . . . .	34
4.8.	Guía para la elaboración del informe . . . . .	34
<b>5.</b>	<b>Sustentación y resistencia de distintas superficies en un flujo de aire</b>	<b>38</b>
5.1.	Introducción y objetivos . . . . .	38
5.2.	Material . . . . .	38
5.3.	Fundamento físico . . . . .	39
5.4.	Procedimiento en el laboratorio . . . . .	41
5.4.1.	Medidas de resistencia y sustentación en función del ángulo de ataque a velocidad fija y área fija. . . . .	42
5.5.	Cálculos . . . . .	42
5.6.	Cuestiones . . . . .	42
5.7.	Guía para la elaboración del informe . . . . .	43

# Capítulo 1

## Estabilidad y flotación

### 1.1. Introducción y objetivos

La estabilidad de cuerpos flotantes es una cuestión básica de la Ingeniería Naval. A partir del principio de Arquímedes y de la fuerza hidrostática sobre superficies sumergidas, resulta fácil calcular si un objeto flotante, con una geometría sencilla, será estable o inestable según sus características: geometría, densidad media y centro de gravedad.

Los objetivos de la práctica son:

- Determinar teórica y experimentalmente la estabilidad de dos cuerpos de madera en función de su densidad media y geometría.
- Modificar la densidad media y el centro de masas añadiendo carga, de manera que cambie la condición de estabilidad de dichos objetos.
- Diseñar un cuerpo flotante en equilibrio indiferente en espuma de polietileno o espuma de poliestireno.

### 1.2. Material

- Tanque de agua.
- Cuerpo de madera de sección cuadrada constante, con orificios en la línea de crujía para la colocación de lastre.
- Cuerpo de madera de sección pentagonal constante, con orificios en la línea de crujía para la colocación de lastre.

- Cilindros de acero que servirán de lastre.
- Cinta métrica.
- Balanza de precisión.
- Pieza de espuma de poliestireno o polietileno.
- Cúter.

### 1.3. Fundamento físico

Un cuerpo flotante es estable si, al inclinarse levemente con respecto a la vertical, aparece un momento restaurador debido a las fuerzas peso y empuje. Si el momento que aparece favorece la inclinación, el cuerpo es inestable. Esta información se codifica en el concepto de *altura metacéntrica*: la distancia entre el metacentro  $M$  y el centro de gravedad  $G$ , que es positiva si  $M$  queda por encima de  $G$ . El metacentro es el punto de corte de una recta vertical que asciende verticalmente desde el centro de flotación del cuerpo inclinado,  $B'$ , con el eje de simetría del cuerpo (ver Figura 1.1).

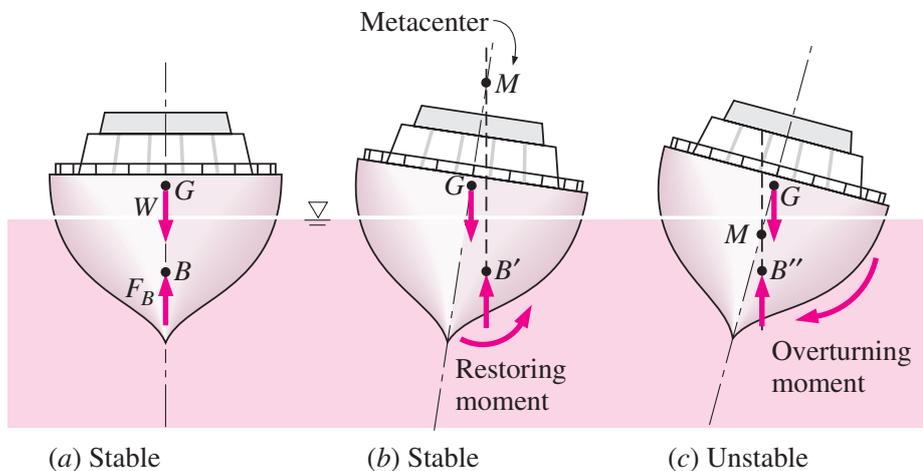


Figura 1.1: Estabilidad en función del centro de flotación  $B'$ , metacentro  $M$  y centro de gravedad  $G$  (figura tomada de [1]).

Por supuesto, si el centro de masas queda por debajo del centro de flotación, el cuerpo será estable. Pero si no ocurre así, y queremos determinar la estabilidad teóricamente, es necesario encontrar la posición del nuevo centro de flotación  $B'$  de cada sección cuando el cuerpo se inclina para luego

encontrar el valor de la altura metacéntrica. Si la sección es constante, como consideraremos en esta práctica, la situación se simplifica mucho. En ese caso,  $B'$  se encuentra en el centro geométrico de la sección sumergida.

Las coordenadas  $x_{B'}$ ,  $y_{B'}$  del centro geométrico de la sección sumergida,  $A_S$ , se determinan mediante las ecuaciones de los momentos geométricos:

$$x_{B'} A_S = \iint_{A_S} x dA, \quad y_{B'} A_S = \iint_{A_S} y dA. \quad (1.1)$$

### 1.3.1. Cuerpo de sección rectangular constante

Consideremos el caso de una sección rectangular, como se muestra en la Figura 1.2. Para un ángulo de inclinación  $\theta$ , las coordenadas de  $B'$  son:

$$x_{B'} = \frac{L^2}{3H} \tan \theta, \quad y_{B'} = -\frac{1}{2}H + \frac{L^2}{6H} \tan^2 \theta. \quad (1.2)$$

Nótese que para ángulos pequeños,  $\tan^2 \theta$  será despreciable frente a  $\tan \theta$ . Con esa aproximación, podemos calcular las coordenadas del metacentro  $M$ :

$$x_M = 0, \quad y_M = \frac{L^2}{3H} - \frac{1}{2}H, \quad (1.3)$$

que resultan ser independientes del ángulo de inclinación. Con eso, si se conocen las coordenadas de  $G$ , se puede determinar la altura metacéntrica.

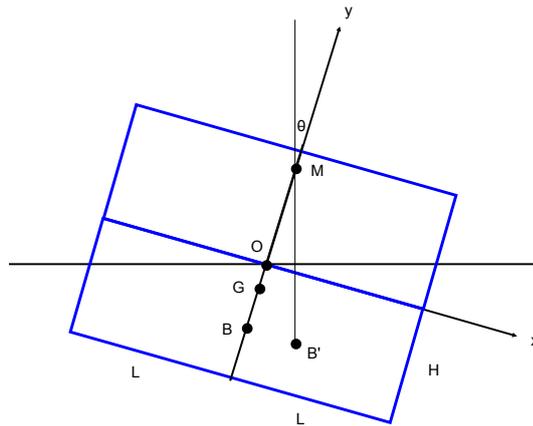


Figura 1.2: Esquema y dimensiones del objeto de sección rectangular. **Importante:** el origen  $O$  se sitúa en la línea de flotación.

### 1.3.2. Cuerpo de sección pentagonal constante

Para el caso del cuerpo de sección pentagonal, como el de la Figura 1.3, se encuentra que para ángulos de inclinación pequeños:

$$x_{B'} \approx \frac{2L^2}{3H} \tan \theta, \quad y_{B'} \approx -\frac{1}{6}H, \quad (1.4)$$

y de ahí:

$$x_M = 0, \quad y_M = \frac{2L^2}{3H} - \frac{1}{6}H. \quad (1.5)$$

De nuevo, si se conocen las coordenadas de  $G$ , se puede determinar la altura metacéntrica y la condición para que el cuerpo sea estable, inestable o indiferente.

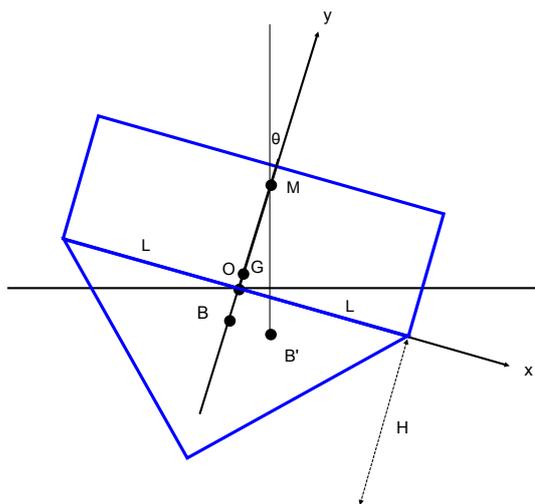


Figura 1.3: Esquema y dimensiones del objeto de sección pentagonal. El origen  $O$  se sitúa en el nivel del agua.

## 1.4. Procedimiento en el laboratorio

**OJO: no dejes demasiado tiempo los cuerpos de madera en el agua:** pueden resultar dañados.

**OJO: procura que no entre agua en los orificios:** la madera puede hincharse.

### 1.4.1. Estabilidad del cuerpo de sección cuadrada

Mide las dimensiones del cuerpo y determina el tamaño de los huecos situados en la línea de crujía. Con eso, y teniendo en cuenta que la densidad de la madera usada es  $585 \text{ kg/m}^3$ , podrás determinar las coordenadas de su centro de gravedad  $G$  con respecto al nivel del agua cuando se encuentre flotando. Además debes calcular o medir el calado.

Comprueba si el cuerpo es estable o inestable poniéndolo en el agua y anota el resultado.

Ahora intenta conseguir que el cuerpo cambie su condición de estabilidad añadiendo lastre en los orificios. ¿Dónde y cómo deberías colocar los cilindros de acero? Quizás tengas que pensar en algún truco. Cuando lo consigas, anota con precisión, en un diagrama, las posiciones de los cilindros de acero que has colocado, así como sus características (masa, dimensiones).

**OJO: los cilindros pueden quedarse atascados.**

**OJO: los cilindros no deben caer al agua.**

### 1.4.2. Estabilidad del cuerpo de sección pentagonal

Mide las dimensiones del cuerpo y determina el tamaño de los huecos situados en la línea de crujía. Con eso, y teniendo en cuenta que la densidad de la madera usada es  $585 \text{ kg/m}^3$ , podrás determinar las coordenadas de su centro de gravedad  $G$  con respecto al nivel del agua cuando se encuentre flotando. Además debes calcular o medir el calado.

Comprueba si el cuerpo es estable o inestable poniéndolo en el agua y anota el resultado.

Finalmente, determina con cuánto lastre y en qué distribución consigues que el objeto esté en equilibrio indiferente (en el límite de ser estable o inestable, es decir, con altura metacéntrica nula), anotando de nuevo la distribución en un diagrama.

**OJO: los cilindros pueden quedarse atascados.**

**OJO: los cilindros no deben caer al agua.**

### 1.4.3. Diseño de un cuerpo en equilibrio indiferente

Con ayuda de un cúter, corta una pieza de poliestireno de sección cuadrada, como el primer objeto de madera. Pévalo y anota sus dimensiones. ¿Será estable o inestable? Compruébalo.

Ahora coloca peso lo más cerca posible de su centro de masas, de manera que se alcance una densidad media para la cual su estabilidad cambie. La idea es conseguir el punto de equilibrio indiferente. Comprueba si lo has conseguido en el tanque. Anota con precisión el peso y la distribución del lastre.

## 1.5. Cálculos y resultados

### 1.5.1. Estabilidad del cuerpo de sección cuadrada

Determina la altura metacéntrica teórica para cada distribución de pesos que hayas usado. ¿Se corresponde con el resultado experimental, en cada uno de los casos?

Nota: al añadir lastre a cada objeto, esto hará que la densidad media cambie, el cuerpo se hunda más, y las coordenadas de  $G$  con respecto al nivel del agua cambien, así como las de  $M$ . Es decir, hay que tener en cuenta que, para usar las ecuaciones de la Sección 1.3, puedes tener que hacer un cambio de sistema de referencia cuando añades lastre.

### 1.5.2. Estabilidad del cuerpo de sección pentagonal

Determina la altura metacéntrica teórica para las dos configuraciones que has medido en el laboratorio. ¿Predicen tus cálculos los resultados en el laboratorio?

### 1.5.3. Diseño de un cuerpo en equilibrio indiferente

Repite lo mismo para el objeto diseñado en espuma de poliestireno, según la colocación del peso.

## 1.6. Cuestiones

1. Obtén, para las dos geometrías usadas, las coordenadas del centro de flotación cuando el cuerpo se desvía de la verticalidad un ángulo pequeño. Es decir: realiza los cálculos necesarios para llegar a las ecuaciones (1.2) y (1.4).
2. Obtén una expresión para la altura metacéntrica de un objeto de sección cuadrada en función de su densidad media. Representa gráficamente

te la altura metacéntrica en función de la densidad media. Compara con el resultado para el cuerpo diseñado.

## 1.7. Guía para la elaboración del informe

Los alumnos deben elaborar un Informe de Práctica en el cual deben figurar los datos obtenidos en Laboratorio. El Informe debe contener las siguientes secciones:

1. Una portada con el nombre de la práctica y los nombres de los miembros del equipo, así como el grupo y la titulación a los que pertenecen.
2. Una introducción, describiendo la práctica realizada y un resumen breve, no exhaustivo, de la teoría que describe los fenómenos físicos que se analizan.
3. Una sección con los datos obtenidos en laboratorio en forma de tabla. Recuerde que deben figurar los errores experimentales asociados a cada medida directa. En la misma sección, obtenga los valores medios de las medidas si es necesario, así como el error correspondiente para el valor medio de la medida.
4. Una sección en la que se realizan los cálculos necesarios y se presentan las gráficas que se piden (si es el caso), agrupando todo ello en subsecciones si es conveniente. Es obligatorio redactar una pequeña explicación de los pasos que se siguen. Aquí se incluirán los cálculos de errores de las medidas indirectas.
5. Una sección en la que se realiza una discusión de los resultados obtenidos. Es decir: la comparación entre el resultado experimental y el valor teórico esperado, la comparación con algún suceso de la vida cotidiana, juicios sobre la bondad de los datos obtenidos, sobre el montaje experimental y sobre una posible mejora del experimento.
6. Una sección con la contestación a las cuestiones que se puedan plantear en este guión.
7. Una sección en la que figuren las fuentes utilizadas para elaborar el informe (libros, artículos, apuntes, wikipedia, etc.).

# Bibliografía

- [1] Y.A. Çengel, J.M. Cimbala, *Fluid Mechanics*, 2006; Capítulo 3.

## Capítulo 2

# Medida de la viscosidad con el viscosímetro de Höppler

### 2.1. Introducción y objetivos

El viscosímetro de caída de bola se basa en el sistema de medida Höppler y está diseñado para medir la viscosidad de líquidos newtonianos<sup>1</sup>. Este método de medida se basa en la diferente velocidad de caída que presenta un sólido esférico en el seno de un fluido líquido como consecuencia del mayor o menor valor del coeficiente de fricción o viscosidad. La viscosidad de dicho fluido, a su vez, dependerá de su temperatura, disminuyendo a medida que aumenta la temperatura (en contraste con lo que ocurre para los gases).

El método de Höppler es muy preciso y se ha empleado frecuentemente en formas farmacéuticas, excipientes, mezclas líquidas, macromoléculas en disolución, etc.

Los objetivos de la práctica son:

- Calibrar el viscosímetro con agua destilada, de densidad y viscosidad conocidas, a dos temperaturas diferentes.
- Medir la densidad de la disolución de sal común en agua con un picnómetro.
- Con lo anterior, determinar la viscosidad de la misma disolución a las mismas dos temperaturas utilizadas antes.

---

<sup>1</sup>Un fluido newtoniano es aquel para el que se puede definir una viscosidad constante para una temperatura dada: una constante de proporcionalidad entre los esfuerzos cortantes ejercidos sobre el fluido y el gradiente de velocidad de deformación producido por dichos esfuerzos.

## 2.2. Material

- Viscosímetro, compuesto de dos cilindros de cristal concéntricos y soporte.
- Cubeta de baño térmico.
- Bomba de agua, resistencia para suministrar calor y termostato.
- Caja de bolas.
- Pie de rey para medir el diámetro de las bolas.
- Balanza de precisión para pesar las bolas y determinar la densidad de la disolución.
- Termómetro para medir la temperatura en el interior del baño.
- Cronómetro para medir el tiempo de caída de las bolas en el interior del viscosímetro.
- Picnómetro para medir densidad.
- Agua destilada y agua salada.
- Recipiente para hielo.
- Vasos de precipitados para realizar el llenado, vaciado y limpiado del tubo interior del viscosímetro.
- Mucho cuidado.

## 2.3. Fundamento físico

El experimento para medir la viscosidad por el método de Höppler se basa en la Ley de Stokes, que proporciona una expresión para la magnitud de la fuerza de rozamiento que se ejerce sobre objetos esféricos moviéndose en un fluido viscoso:

$$F_D = 6\pi R\mu V, \quad (2.1)$$

donde  $R$  es el radio de la esfera,  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido y  $V$  es la velocidad relativa de la esfera con respecto al fluido. Esta expresión se deduce las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos newtonianos que se extienden *indefinidamente* alrededor de la esfera y siempre y cuando el flujo



Figura 2.1: Dispositivo experimental

pueda considerarse laminar; esto ocurre para valores pequeños del número de Reynolds.

Sobre una bola cayendo a una cierta velocidad  $V$  en el seno de un fluido actúan tres fuerzas:

- El peso, de módulo  $Mg$  ( $M$  es la masa de la bola,  $g$  es la aceleración de la gravedad) y sentido hacia abajo, cuya expresión en términos del radio de la bola vendrá dada por

$$Mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_b g, \quad (2.2)$$

donde  $\rho_b$  es la densidad de la bola.

- El empuje debido al principio de Arquímedes, hacia arriba y de módulo

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_l g, \quad (2.3)$$

donde  $\rho_l$  es la densidad del fluido.

- La fuerza de fricción, dirigida hacia arriba si la esfera cae, dada por (2.1).

Si la esfera se mueve a velocidad constante, la aceleración será nula y por tanto la fuerza neta sobre la esfera también lo será. Sumando las fuerzas e

igualando a cero para describir la esfera a velocidad constante, obtenemos, reordenando:

$$\mu V = \frac{2}{9} R^2 (\rho_b - \rho_l) g. \quad (2.4)$$

De esta expresión se puede, en principio, conocer la viscosidad del fluido con tal de que midamos la velocidad y conozcamos las características de la bola y la densidad del fluido.

Sin embargo, en nuestro experimento no se cumple una de las condiciones para las que la ley de Stokes es válida: el fluido se encuentra en el interior de un tubo de diámetro poco mayor que el de la bola. La resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes en esas condiciones (ver [1]) sugiere que la ley de Stokes ha de modificarse para tener en cuenta que la fuerza sobre la bola en el interior de un tubo es sensiblemente mayor que si la bola cayera en un fluido indefinido. La modificación es sencilla:

$$F_D = 6\pi R \mu V \frac{1}{k}, \quad (2.5)$$

donde  $k$  es una constante adimensional característica de la bola. Los cálculos en [1] sugieren que  $k$  solo depende de la relación entre el tamaño del tubo y el de la bola, aunque esto ha de verificarse experimentalmente. Repitiendo los cálculos, llegamos a que

$$\mu V = \frac{2}{9} R^2 (\rho_b - \rho_l) g k. \quad (2.6)$$

A partir de (2.6), y con los datos del agua destilada, se puede calcular la  $k$ . Una vez conocida, con las medidas para otro fluido, se podrá obtener la viscosidad  $\mu$ .

## 2.4. Procedimiento en el laboratorio

El viscosímetro consta, como elemento fundamental, de un tubo de vidrio de paredes gruesas que lleva marcadas dos señales anulares en las proximidades de sus extremos y otra a una distancia intermedia. Este tubo está inserto en otro tubo mucho más ancho destinado a alojar agua circulante como medio termostático, procedente de un baño cuya temperatura se regula mediante un termostato de inmersión. El conjunto formado por los dos tubos se encuentra dispuesto en una posición ligeramente inclinada y puede ser girado  $160^\circ$  alrededor de un eje perpendicular a ambos tubos.

El tubo interior debe estar perfectamente limpio. Se llena entonces de agua destilada (cuya viscosidad a varias temperaturas es conocida; ver tabla en la Sección 2.6).

Se elige una esfera de vidrio de la colección suministrada por el fabricante. Antes de introducir la bola escogida en el tubo interior, se debe pesar en la balanza de precisión y su diámetro se debe medir con el pie de rey, para así poder calcular su densidad.

Uno de los cierres del tubo interior va provisto de una pieza caza-burbujas para evitar la presencia de aire en el interior. Si quedase alguna burbuja dentro del tubo interno, hay que sacarla antes de comenzar a medir.

Una vez que el sistema baño-tubos ha alcanzado la temperatura ambiente, constante (lo cual se comprobará con el termómetro) se invierte el viscosímetro y, con un cronómetro que aprecie segundos, se mide el tiempo que tarda la esfera en pasar entre el enrase superior y el inferior. Esta operación se repite tres veces, de manera que se puede obtener el tiempo promedio,  $\bar{t}$ . Con este tiempo puede calcularse la velocidad de caída  $V$  (considerada constante si el experimento está bien diseñado).

Estas medidas se realizarán a dos temperaturas conocidas: temperatura ambiente (que deberá medirse) y una temperatura baja de entre  $4^{\circ}\text{C}$  y  $7^{\circ}\text{C}$ , que se conseguirá al final con la ayuda de hielo.

Con la velocidad  $V$ , junto con el valor de la viscosidad del agua destilada a cada temperatura, puede averiguarse el valor de una constante adimensional  $k$  que caracteriza la bola en el tubo interior (ver Sección 2.3). De esta manera estaremos calibrando el instrumento.

Posteriormente, llenaremos el tubo interior con el líquido cuya viscosidad se desea conocer (agua salada, en nuestro caso) y mediremos su densidad con ayuda del picnómetro. Ojo: hay que tener cuidado de que la sal esté perfectamente disuelta en el agua.

El picnómetro es un recipiente cuyo volumen se conoce con gran precisión. Si se pesa vacío y luego se pesa lleno del líquido cuya densidad se desea conocer, podremos calcular la densidad.

Introduciendo la bola en el tubo interior de nuevo, realizaremos de nuevo las medidas del tiempo de caída en el seno del nuevo líquido con la misma bola para cada una de las temperaturas utilizadas con el agua destilada. Como ya se conoce la constante  $k$  de la bola, podremos obtener la viscosidad del líquido problema a tales temperaturas.

Para poder contestar la primera cuestión, es necesario anotar también el tiempo aproximado que tarda la bola en alcanzar la primera marca una vez que se da la vuelta al viscosímetro.

**Resumiendo**, las *medidas directas* que hay que realizar en el laboratorio, y que deben repetirse tres veces cada una junto con su incertidumbre experimental, son:

- peso de la bola,

- diámetro de la bola,
- tiempo de caída de la bola en agua destilada a dos temperaturas,
- peso del picnómetro vacío,
- peso del picnómetro lleno de agua salada,
- volumen del picnómetro,
- tiempo de caída de la bola en agua salada a dos temperaturas,
- temperaturas en cada caso.

**Muy importante:** Hay que vaciar y limpiar el tubo interior, así como devolver el material en perfecto estado, antes de dar la práctica por concluida.

## 2.5. Cálculos

Determina, con su error correspondiente, el valor de la constante  $k$  de las bolas utilizadas. Emplea, para ello, las medidas de tiempos de caída realizadas con agua destilada y los valores de viscosidad y densidad del agua destilada para las temperaturas consideradas en el laboratorio. Haz un cálculo independiente de  $k$  para cada temperatura, con su error.

Con las medidas realizadas con agua salada, determina la viscosidad de la misma a las temperaturas consideradas en el laboratorio. Calcula asimismo el intervalo de error correspondiente. Comenta el resultado.

## 2.6. Especificaciones

La distancia entre las dos marcas del tubo interior es 10 cm.

Los valores de densidad y viscosidad del agua destilada a distintas temperaturas pueden verse en la siguiente tabla:

$T$ (°C)	0	5	10	15	20	25	30
$\rho$ ( $g/cm^3$ )	0.999868	0.999992	0.999727	0.999126	0.998230	0.997071	0.995673
$\mu$ (cp)	1.7865	1.5138	1.3037	1.1369	1.0019	0.8909	0.7982

Para valores intermedios, se interpolará linealmente.

## 2.7. Cuestiones

1. ¿Hay una  $k$  única para cada bola? ¿Es el resultado que esperabas? ¿Por qué? Consulta la referencia [1] para hacer un cálculo teórico del valor de  $k$ .
2. Para que el experimento pueda considerarse bien diseñado, es imprescindible que la bola alcance la velocidad límite, constante, antes de que pase por la primera marca del tubo interior. ¿Crees que esto ocurre?  
  
Para poder contestar, obtén la velocidad de la bola  $V(t)$  en función del tiempo suponiendo que parte del reposo, planteando y resolviendo la ecuación diferencial para  $V(t)$ . Usando el resultado, determina cuánto tarda la bola en alcanzar un 95 % de la velocidad límite, y compáralo con el tiempo aproximado que, en el laboratorio, tardaba la bola en atravesar la primera marca del tubo una vez que empezaba a moverse.
3. En el laboratorio pudiste observar que el viscosímetro estaba inclinado unos  $10^\circ$ . ¿Se ha tenido esto en cuenta? ¿Crees que debería tenerse en cuenta? ¿Cómo y cuánto afectaría?

## 2.8. Guía para la elaboración del informe

Los alumnos deben elaborar un Informe de Práctica en el cual deben figurar los datos obtenidos en Laboratorio. El Informe debe contener las siguientes secciones:

1. Una portada con el nombre de la práctica y los nombres de los miembros del equipo, así como el grupo y la titulación a los que pertenecen.
2. Una introducción, describiendo la práctica realizada y un resumen breve, no exhaustivo, de la teoría que describe los fenómenos físicos que se analizan.
3. Una sección con los datos obtenidos en laboratorio en forma de tabla. Recuerde que deben figurar los errores experimentales asociados a cada medida directa. En la misma sección, obtenga los valores medios de las medidas si es necesario, así como el error correspondiente para el valor medio de la medida.
4. Una sección en la que se realizan los cálculos necesarios y se presentan las gráficas que se piden (si es el caso), agrupando todo ello en

subsecciones si es conveniente. Es obligatorio redactar una pequeña explicación de los pasos que se siguen. Aquí se incluirán los cálculos de errores de las medidas indirectas.

5. Una sección en la que se realiza una discusión de los resultados obtenidos. Es decir: la comparación entre el resultado experimental y el valor teórico esperado, la comparación con algún suceso de la vida cotidiana, juicios sobre la bondad de los datos obtenidos, sobre el montaje experimental y sobre una posible mejora del experimento.
6. Una sección con la contestación a las cuestiones que se puedan plantear en este guión.
7. Una sección en la que figuren las fuentes utilizadas para elaborar el informe (libros, artículos, apuntes, wikipedia, etc.).

# Bibliografía

- [1] J. Happel and B.J. Byrne, *Industrial & Engineering Chemistry* **46**, 1181 (1954).

# Capítulo 3

## Principio de Bernoulli

### 3.1. Introducción y objetivos

La ecuación de Bernoulli es una de las ecuaciones más famosas de la Mecánica de Fluidos y una de las más utilizadas para estudiar flujos estacionarios, aunque se trata de una relación que solo se cumple exactamente en condiciones muy idealizadas. La idea de esta práctica es aprender a utilizar dicha ecuación para obtener la variación de carga a lo largo de un circuito recorrido por agua de forma estacionaria.

Los objetivos de la práctica son :

- Aprender a aplicar, dentro de sus limitaciones, la ecuación de Bernoulli.
- Entender los conceptos de carga de presión, carga de velocidad y carga de elevación.
- Visualizar experimentalmente la línea de gradiente hidráulico (LGH) así como la línea de energía (LE).
- Visualizar la pérdida de carga a lo largo del circuito hidráulico.
- Visualizar la caída de presión en el interior del circuito por debajo de la presión atmosférica.

### 3.2. Material

- Panel Gunt sobre el que se monta la parte principal del circuito, que contiene a su vez dos llaves de paso, tubo con estrechamiento (o de Venturi) con leyenda sobre sus dimensiones, piezómetros con válvulas

para apertura a la atmósfera y sonda Pitot móvil con piezómetro independiente (ver Figura 3.1).

- Tanque principal con agua, equipado con una bomba eléctrica para hacer circular agua por el circuito.
- Caudalímetro a la salida del tanque principal.
- Cronómetro.



Figura 3.1: Dispositivo experimental: panel principal

### 3.3. Fundamento físico

Para un flujo en condiciones muy idealizadas (flujo estacionario, incompresible, irrotacional, sin viscosidad, sin aporte de calor ni de trabajo), se

puede demostrar [1] que la función  $B$  con dimensiones de energía por unidad de masa es constante a lo largo del flujo:

$$B = \frac{1}{2}u^2 + \frac{p}{\rho} + gz = cte. \quad (3.1)$$

$u$  es la velocidad del flujo,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $p$  la presión y  $z$  la coordenada vertical. Si igualamos  $B$  para dos puntos diferentes, obtenemos la ecuación de Bernoulli. Se trata, simplemente, de una expresión de la conservación de la energía: mirando (3.1), el primer término se corresponde con la energía cinética por unidad de masa, el último con energía potencial gravitatoria por unidad de masa y el segundo con una energía de flujo por unidad de masa, debida a la presión. En todo el flujo, solo habría un trasvase de un tipo de energía a otro. Así, un aumento de la velocidad se traduce en una disminución de la presión y viceversa.

Dividiendo la ecuación (3.1) entre  $g$ , obtenemos una expresión con dimensiones de longitud:

$$H = \frac{1}{2g}u^2 + \frac{p}{\rho g} + z = cte. \quad (3.2)$$

Ahora tenemos “alturas equivalentes”, o *cargas*: una altura de fluido en reposo y sin presión, equivalente a una cierta energía cinética, llamada carga de velocidad; una altura de fluido en reposo y sin presión, equivalente a una cierta energía de flujo, llamada carga de presión; y una altura de fluido en reposo y sin presión equivalente a una elevación, llamada carga de elevación (esto último es, efectivamente, una tautología).  $H$  se denomina carga total.

En los fluidos reales, con viscosidad, no se cumple estrictamente el principio de Bernoulli. A lo largo de un circuito se irá produciendo una pérdida de energía por unidad de masa de fluido, lo que se traduce en una disminución del valor de  $H$ : es la denominada *pérdida de carga*.

### 3.4. Procedimiento en el laboratorio

El montaje experimental del panel principal se detalla en la Figura 3.2:

1. Leyenda con las dimensiones del tubo de Venturi (en el laboratorio se encuentra más abajo).
2. Manómetros de tubo (o *piezómetros*) para determinar la carga de presión en cada uno de los 6 puntos del tubo de Venturi (ver 1. en el detalle mostrado en la Figura 3.3).

3. Entrada de agua bombeada desde el tanque.
4. Llave para controlar el flujo de entrada.
5. Tubo de Venturi transparente (ver 2. en el detalle mostrado en la Figura 3.3).
6. Salida de agua al tanque.
7. Llave para controlar el flujo de salida.
8. Sonda Pitot **desplazable** (ver 3. en el detalle mostrado en la Figura 3.3), visible en el tubo de Venturi, para determinar la carga total en cada punto.
9. Piezómetro de la sonda Pitot.

Nótese que el tubo de Venturi se encuentra situado en posición horizontal, con lo que la carga de elevación es la misma en todo el tubo.

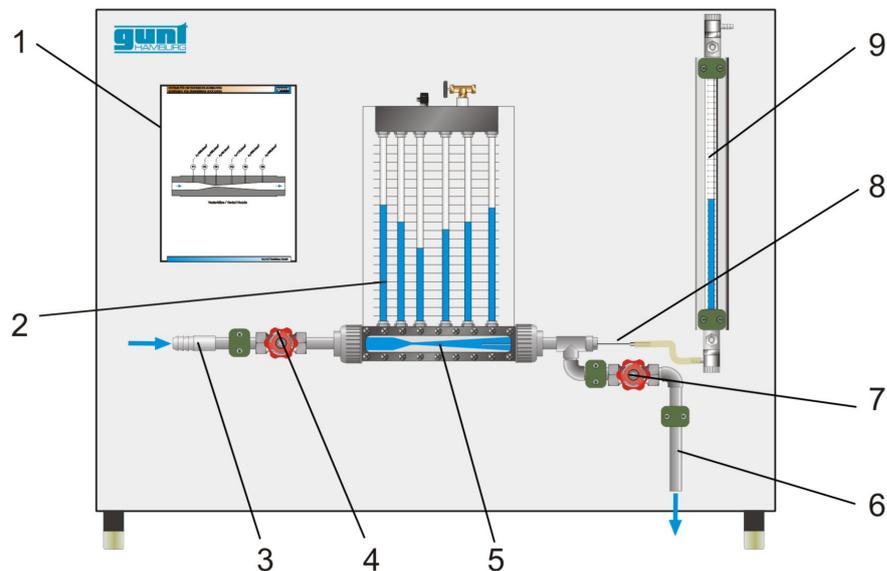


Figura 3.2: Esquema del panel principal

### 3.4.1. Medidas de cargas para 3 caudales diferentes

Antes de poner en marcha la bomba:

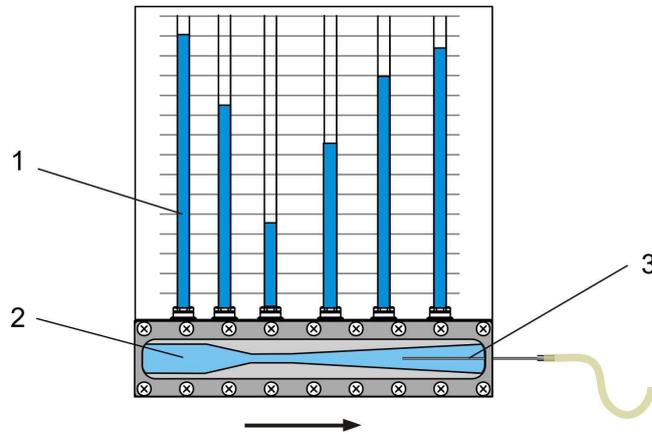


Figura 3.3: Esquema detalle

- Abre completamente la llave de salida 7 (gira en sentido antihorario).
- Cierra completamente la llave de entrada 4 (sentido horario).
- Comprueba que están abiertas las válvulas de la parte superior de los piezómetros. **OJO: cuando la bomba esté en marcha, si la presión es excesiva, el agua reborará por ellas y saldrá por los tubos de plástico transparentes.**

Ahora enchufa la bomba a la red eléctrica para ponerla en marcha.

**OJO: no mantengas la bomba en marcha todo el tiempo.** Enciéndela solo cuando se vayan a realizar las medidas.

Abre un poco la llave de entrada, de manera que empiece a circular el agua por el circuito. Después, ve cerrando la llave de salida hasta conseguir un patrón como el de la Figura 3.3, de manera que no haya burbujas en el tubo de Venturi.

**OJO: si cierras demasiado la llave de salida,** la presión será excesiva y el agua reborará por las válvulas superiores y saldrá por los tubos de plástico transparentes.

Medidas que hay que realizar:

- Anota las alturas de los piezómetros (la carga de presión).

- Con ayuda del cronómetro y del caudalímetro, determina el flujo volumétrico que circula por el circuito.
- Desplaza la sonda Pitot por el tubo de Venturi, colocándola en las 6 posiciones de los piezómetros. Anota la carga que se mide en el piezómetro de la sonda Pitot.
- Anota las dimensiones del tubo de Venturi.

Para variar el caudal, abre un poco más ambas llaves: primero la de salida y luego la de entrada para conseguir de nuevo un patrón.

Ahora repite el proceso anterior para 2 nuevos caudales. Deberás tener medidas para tres caudales que sean netamente diferentes, de manera que el mayor caudal sea al menos el doble que el menor (y el tercero tenga un valor intermedio entre ambos).

### **3.4.2. Bajada de la línea de gradiente hidráulico por debajo de la línea del circuito**

Para uno de los patrones conseguidos antes, observa qué ocurre cuando abres demasiado la llave de salida. Realiza las mismas medidas que antes justo cuando empieza a entrar aire en el circuito.

## **3.5. Cálculos**

1. Comprueba si se cumple la ecuación de Bernoulli para los 3 caudales distintos obtenidos en el apartado 3.4.1. Para ello:
  - Determina la velocidad en cada uno de los 6 puntos del tubo de Venturi utilizando la ecuación de Bernoulli.
  - Utiliza el principio de conservación de la masa a lo largo del tubo a partir de la medición del caudal para obtener la velocidad del agua en cada punto del tubo de Venturi.
  - Compara ambos resultados. ¿Cuánto difieren?
2. Realiza una representación gráfica de los resultados obtenidos, de manera que obtengas una gráfica como la de la Figura 3.4.
3. Determina la pérdida de carga a lo largo del tubo de Venturi.

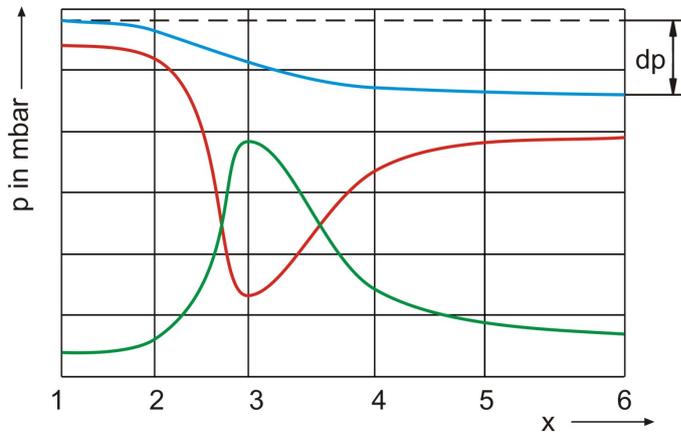


Figura 3.4: Gráfica

### 3.6. Cuestiones

1. Determina si crees que se cumplen las condiciones de validez del principio de Bernoulli, una por una.
2. Compara lo que ocurre en el tubo de Venturi con el funcionamiento de un carburador en un motor de explosión.
3. ¿Qué potencia se disipa a lo largo del tubo de Venturi para cada caudal fijado?

### 3.7. Guía para la elaboración del informe

Los alumnos deben elaborar un Informe de Práctica en el cual deben figurar los datos obtenidos en Laboratorio. El Informe debe contener las siguientes secciones:

1. Una portada con el nombre de la práctica y los nombres de los miembros del equipo, así como el grupo y la titulación a los que pertenecen.
2. Una introducción, describiendo la práctica realizada y un resumen breve, no exhaustivo, de la teoría que describe los fenómenos físicos que se analizan.
3. Una sección con los datos obtenidos en laboratorio en forma de tabla. Recuerde que deben figurar los errores experimentales asociados a cada

medida directa. En la misma sección, obtenga los valores medios de las medidas si es necesario, así como el error correspondiente para el valor medio de la medida.

4. Una sección en la que se realizan los cálculos necesarios y se presentan las gráficas que se piden (si es el caso), agrupando todo ello en subsecciones si es conveniente. Es obligatorio redactar una pequeña explicación de los pasos que se siguen. Aquí se incluirán los cálculos de errores de las medidas indirectas.
5. Una sección en la que se realiza una discusión de los resultados obtenidos. Es decir: la comparación entre el resultado experimental y el valor teórico esperado, la comparación con algún suceso de la vida cotidiana, juicios sobre la bondad de los datos obtenidos, sobre el montaje experimental y sobre una posible mejora del experimento.
6. Una sección con la contestación a las cuestiones que se puedan plantear en este guión.
7. Una sección en la que figuren las fuentes utilizadas para elaborar el informe (libros, artículos, apuntes, wikipedia, etc.).

# Bibliografía

- [1] Y.A. Çengel, J.M. Cimbala, *Fluid Mechanics*, 2006; Capítulo 5.

# Capítulo 4

## Descarga de un recipiente y flujo en tuberías

### 4.1. Introducción y objetivos

La ecuación de Bernoulli se utiliza con mucha frecuencia para estudiar flujos estacionarios. Sin embargo, se trata de una relación que solo se cumple en condiciones muy idealizadas. El objetivo de esta práctica es aprender a utilizar la *ecuación general de la energía*, que generaliza a la ecuación de Bernoulli, para predecir el tiempo de descarga de un tanque lleno de agua, incorporando las correcciones apropiadas para que la predicción se ajuste lo mejor posible a una situación realista en el laboratorio.

### 4.2. Material

- Dos probetas graduadas entre las que realizar un trasvase de agua.
- Siete tubos de plástico de diferentes longitud y diámetro interior.
- Pera para succión.
- Cinta métrica para medir alturas.
- Grifo y fregadero.
- Un cronómetro.
- Calibrador o pie de rey.

### 4.3. Fundamento físico

Para un flujo en condiciones muy idealizadas (flujo estacionario, incompresible, irrotacional, sin viscosidad, sin aporte de calor ni de trabajo), se puede demostrar que la función  $H$  con dimensiones de longitud, denominada carga total, es constante:

$$H = \frac{1}{2g}u^2 + \frac{p}{\rho g} + z = cte. \quad (4.1)$$

$u$  es la velocidad del flujo,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $p$  la presión y  $z$  la coordenada vertical. Si igualamos  $H$  para dos puntos diferentes, obtenemos la ecuación de Bernoulli. Se trata simplemente de una expresión de la conservación de la energía mecánica: multiplicando la ecuación por  $g$  obtenemos una expresión con dimensiones de energía por unidad de masa. Mirando (4.1), el primer término se correspondería con energía cinética por unidad de masa, el último energía potencial por unidad de masa y el segundo con una energía de flujo por unidad de masa, debida a la presión. En todo el flujo, solo habría un trasvase de un tipo de energía a otro. Si escribimos la ecuación como en (4.1), tenemos “alturas equivalentes”, o cargas: una altura de fluido en reposo y sin presión, correspondiente a una cierta energía cinética; una altura de fluido en reposo y sin presión, correspondiente a una cierta energía de flujo; y una altura de fluido en reposo y sin presión, correspondiente a una altura (esto último es, efectivamente, una tautología). Sin embargo, en un flujo real hay numerosas desviaciones de la idealidad, debidas a fricción, aporte de calor o trabajo, etc. La ecuación general de la energía para un flujo unidimensional incompresible estacionario establece que, para dos puntos, 1 anterior en el flujo y 2 posterior en el flujo:

$$\alpha_1 \frac{1}{2g}u_1^2 + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 + h_A - h_R - h_L = \alpha_2 \frac{1}{2g}u_2^2 + \frac{p_2}{\rho g} + z_2,$$

donde  $h_A$  es la carga correspondiente a la energía que se agrega al fluido,  $h_R$  es la carga correspondiente a la energía que se retira y  $h_L$  son pérdidas de carga debidas a fricción en tuberías o pérdidas menores;  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son factores de corrección de energía cinética, que variarán según el flujo sea laminar o turbulento (2 en flujo laminar, 1.05 en turbulento; consultar el capítulo 5 de la Ref. [1]) y que se deben al perfil de velocidad en el interior de tuberías.

En nuestra experiencia del laboratorio,  $h_A$  y  $h_R$  pueden considerarse nulos: no habrá ni bombas ni turbinas. Sin embargo, en el flujo en tuberías realista el valor de  $h_L$  viene descrito por la *ecuación de Darcy*, que establece que la pérdida de carga  $h_L$  por fricción es proporcional a la carga de velocidad y a la relación entre la longitud de la tubería  $L$  y su diámetro  $d$ :

$$h_L = f \frac{L V^2}{d 2g},$$

donde  $V$  es la velocidad en el interior de la tubería y  $f$  es el denominado *factor de fricción*, adimensional.  $f$  depende del tipo de flujo:

**Laminar** ( $Re < 2000$ ):  $f = \frac{64}{Re}$ , donde  $Re = \frac{\rho V d}{\mu}$  es el número de Reynolds.

**Turbulento** ( $Re > 4000$ ):  $f$  viene dado por el Diagrama de Moody, que especifica el valor en función de  $Re$  y de la *rugosidad relativa*,  $\frac{\epsilon}{d}$  (donde  $\epsilon$  es el tamaño medio de la rugosidad), que depende del material. Puedes encontrar un diagrama de Moody y los datos de rugosidad tomados de [3] al final del guión.

**Nota:** en regímenes intermedios no se sabe a priori si el flujo será laminar o turbulento. En ese caso, hay que estudiar ambas posibilidades.

## 4.4. Medidas y procedimiento en el laboratorio

El montaje experimental consta de dos probetas de vidrio de igual tamaño, tubos y una pera para succionar. Mediremos los 7 tubos: longitud y diámetro interior. Igualmente, mediremos el diámetro interior de las probetas. Tomaremos los tiempos de descarga de 500 ml de agua de una probeta a la otra usando los 7 tubos, tomando tiempos cada 100 ml descargados, siguiendo las siguientes indicaciones y la Figura 4.1:

- Fijaremos una diferencia de altura  $a = h_i - h_s$  entre la altura inicial de la superficie del agua  $h_i$  de la probeta de descarga y la boca de salida del tubo  $h_s$  de 50 o 100 cm, según indique el profesor.
- Mediremos, asimismo, la diferencia de altura  $b = h_f - h_s$  entre la altura final  $h_f$  de la superficie del agua de la probeta de descarga y la boca de salida  $h_s$ . Realizaremos tres medidas de tiempos para cada tubo.
- Además de lo anterior, mediremos, aunque sea de manera grosera, la contracción que sufre el diámetro del chorro  $d'$  con respecto al diámetro interior  $d$  de cada tubo en los primeros milímetros de recorrido en el aire.

Para comenzar la descarga, llenaremos una de las probetas casi completamente. Introduciremos uno de los tubos en ella sin que llegue a tocar el fondo y procurando que la boca no se pegue al vidrio. Succionaremos con la

pera y dejaremos descargar en la otra probeta, dejando la salida abierta a la atmósfera y ajustando la altura de la misma a 50 o 100 cm con respecto a la altura inicial de la primera probeta. Esta altura inicial será aquella en la que empecemos a cronometrar, es decir, podemos dejar descargar unos instantes hasta que el agua llegue a la altura inicial y comencemos a tomar tiempos.

**Importante: no hay que chupar el tubo;** no queremos contagios entre compañeros más allá de los estrictamente necesarios.

**Muy importante:** hay que vigilar constantemente que el agua no se salga de la probeta inferior.

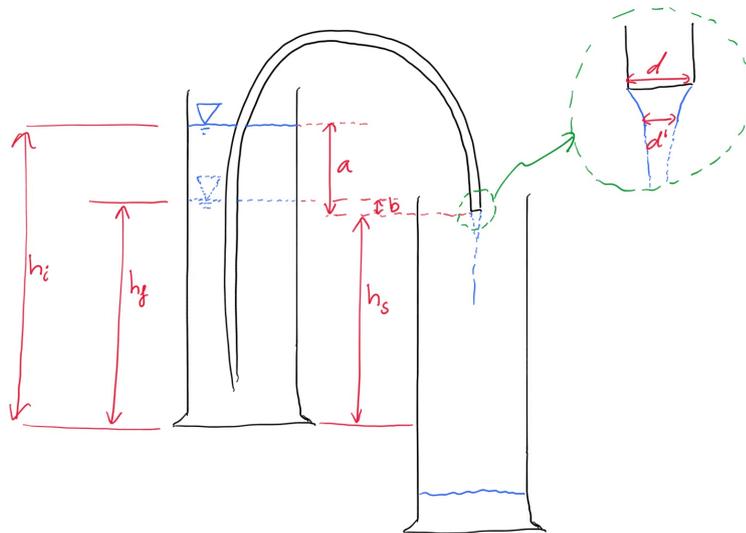


Figura 4.1: Esquema del montaje en el laboratorio

## 4.5. Resultados

Representar gráficamente la altura en función del tiempo para cada tubo indicando en la gráfica el tiempo en descargar 500 ml.

Representar gráficamente el tiempo total de descarga en función de la longitud a diámetro constante y en función del diámetro a longitud constante.

## 4.6. Cálculos

Estimar el número de Reynolds con ayuda de la ecuación de conservación de la masa para cada uno de los casos. Basta con determinar un número de Reynolds medio.

Calcular teóricamente la altura en función del tiempo con la ecuación de Bernoulli ideal en los casos considerados, introduciendo la corrección del diámetro de vena contracta (Ref. [2], pg. 185), es decir, el estrechamiento de  $d$  a  $d'$  justo en la salida.

Recalcular lo anterior introduciendo en el cálculo teórico el factor de corrección de energía cinética así como las pérdidas por fricción adecuadas, según el flujo sea laminar o turbulento.

Representar los dos resultados teóricos y el experimental en una misma gráfica.

## 4.7. Cuestiones

1. ¿El flujo en el interior de los tubos es laminar o turbulento? ¿Se podría conseguir flujo laminar o flujo turbulento cambiando las condiciones? ¿Cómo?
2. ¿Es buena la aproximación de la ecuación de Bernoulli en el caso de descarga a través de una tubería? ¿Y las correcciones estudiadas?
3. ¿Se ajusta la dependencia del tiempo de descarga en función de la longitud del tubo y de su diámetro a la predicha por la ecuación de Darcy? Haz los cálculos necesarios para apoyar tu afirmación.
4. Busca el concepto de *pérdidas menores* y determinan si afectarían en nuestro montaje y, por tanto, a los resultados.

## 4.8. Guía para la elaboración del informe

Los alumnos deben elaborar un Informe de Práctica en el cual deben figurar los datos obtenidos en Laboratorio. El Informe debe contener las siguientes secciones:

1. Una portada con el nombre de la práctica y los nombres de los miembros del equipo, así como el grupo y la titulación a los que pertenecen.
2. Una introducción, describiendo la práctica realizada y un resumen breve, no exhaustivo, de la teoría que describe los fenómenos físicos que se analizan.
3. Una sección con los datos obtenidos en laboratorio en forma de tabla. Recuerde que deben figurar los errores experimentales asociados a cada

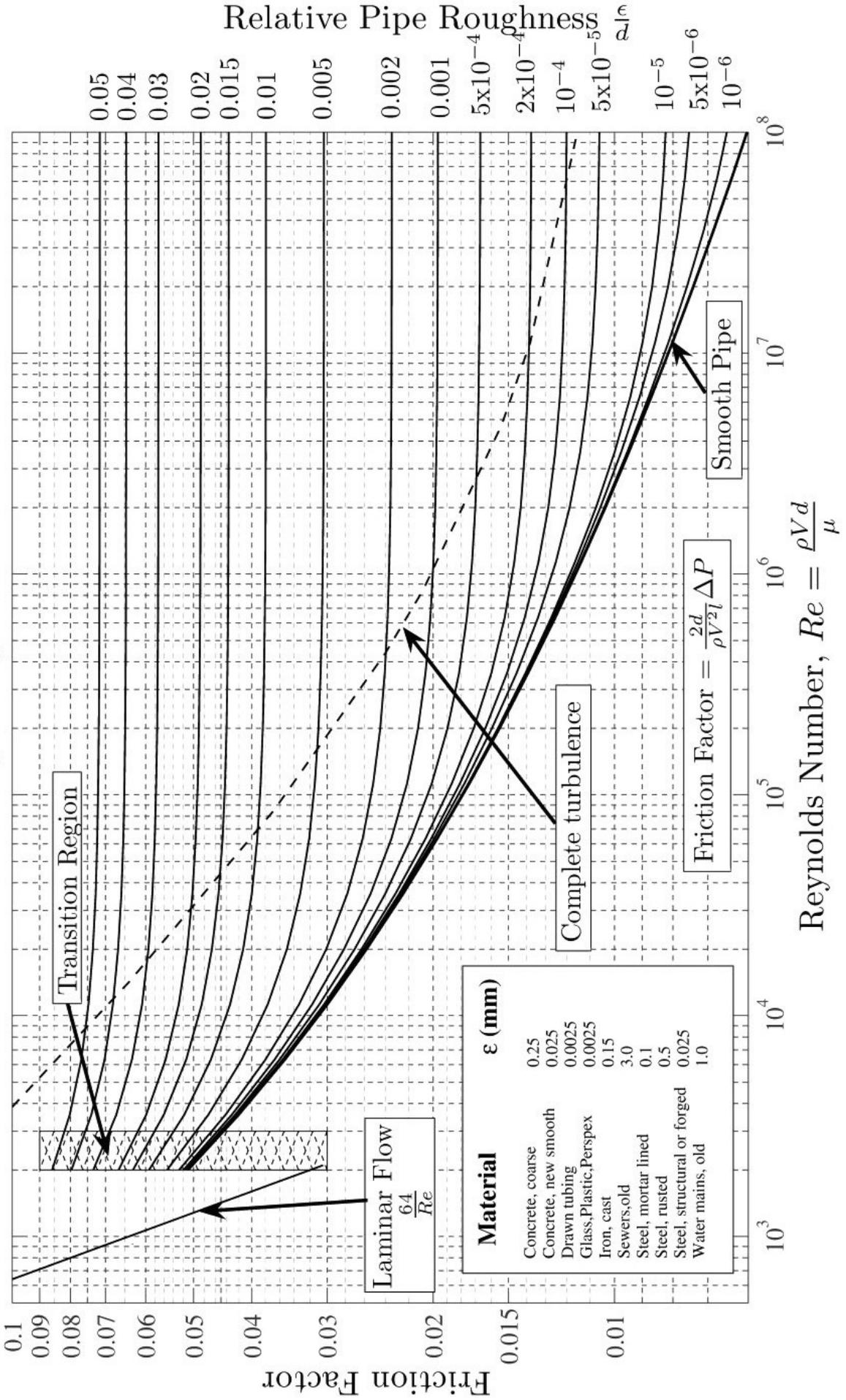
medida directa. En la misma sección, obtenga los valores medios de las medidas si es necesario, así como el error correspondiente para el valor medio de la medida.

4. Una sección en la que se realizan los cálculos necesarios y se presentan las gráficas que se piden (si es el caso), agrupando todo ello en subsecciones si es conveniente. Es obligatorio redactar una pequeña explicación de los pasos que se siguen. Aquí se incluirán los cálculos de errores de las medidas indirectas.
5. Una sección en la que se realiza una discusión de los resultados obtenidos. Es decir: la comparación entre el resultado experimental y el valor teórico esperado, la comparación con algún suceso de la vida cotidiana, juicios sobre la bondad de los datos obtenidos, sobre el montaje experimental y sobre una posible mejora del experimento.
6. Una sección con la contestación a las cuestiones que se puedan plantear en este guión.
7. Una sección en la que figuren las fuentes utilizadas para elaborar el informe (libros, artículos, apuntes, wikipedia, etc.).

# Bibliografía

- [1] Y.A. Çengel, J.M. Cimbala, *Fluid Mechanics*, 2006.
- [2] R.L. Mott, *Mecánica de Fluidos*, 2006, 6ª ed.
- [3] [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/80/Moody\\_diagram.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/80/Moody_diagram.jpg)

# Moody Diagram



# Capítulo 5

## Sustentación y resistencia de distintas superficies en un flujo de aire

### 5.1. Introducción y objetivos

Un objeto plano expuesto a una corriente de aire horizontal, como el ala de un avión o un modelo de aspa de hélice, experimenta una fuerza que depende de la velocidad del aire, de su superficie, de su inclinación con respecto a la corriente (o ángulo de ataque), de las características del material, etc. A la componente horizontal de esta fuerza se la denomina resistencia (drag) y a la vertical (si es hacia arriba) sustentación (lift).

Los objetivos de la práctica son estudiar la sustentación y la resistencia de dos superficies expuestas a un flujo de aire horizontal en función del ángulo de ataque: una superficie plana y un perfil aerodinámico asimétrico.

### 5.2. Material

- Dos superficies para estudiar.
- Soplador conectado a un reostato como regulador.
- Soporte para objetos con ejes bloqueables independientemente.
- Dinamómetros, hilo, polea.
- Sonda Pitot y manómetro para medir presión dinámica.

- Calibrador.
- Mucho cuidado.



Figura 5.1: Dispositivo experimental

### 5.3. Fundamento físico

Cuando un fluido se mueve sobre un cuerpo sólido, ejerce fuerzas de presión normales a la superficie y fuerzas de cizalla paralelas a la superficie en toda la superficie exterior del cuerpo. Normalmente nos interesa la resultante de las fuerzas de presión y cizalla actuando en el cuerpo más que los detalles de la distribución de estas fuerzas en cada punto del cuerpo. La componente de las fuerzas resultantes de presión y cizalla que actúa en la dirección del flujo se llama fuerza de arrastre (o drag) y la componente normal a esa dirección se denomina fuerza de sustentación (o lift).

La fuerza total que actúa sobre un cuerpo alrededor del cual circula aire es:

$$\vec{F} = \int_A \hat{\tau} d\vec{A} \quad (5.1)$$

donde  $A$  es el área periférica del cuerpo. Los esfuerzos superficiales  $\hat{\tau}$  son los esfuerzos normales (presión) y de cizalla (fuerzas de fricción). Si la dirección de la velocidad del flujo  $\vec{u}$  está alineada con el eje  $x$ , entonces  $F_x$  es el arrastre  $F_D$  y  $F_y$  es la sustentación  $F_L$ .

Una expresión adecuada para ambas componentes se puede conseguir en términos de la presión dinámica  $q$  del flujo incidente<sup>1</sup>

$$q = \frac{1}{2}\rho u^2, \quad (5.2)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire, y en términos del área del perfil  $A$ . Entonces, la fuerza (5.1) tiene componentes

$$F_D = C_D A \cdot \frac{1}{2}\rho u^2, \quad (5.3)$$

$$F_L = C_L A \cdot \frac{1}{2}\rho u^2. \quad (5.4)$$

El coeficiente de arrastre  $C_D$  se puede expresar como una integral de superficie. En el caso de objetos suaves, es en gran medida independiente del número de Reynolds.

Para pequeños ángulos de ataque  $\alpha$  y flujo irrotacional (lo cual es mucho decir), para un perfil aerodinámico de dimensión infinita

$$C_D = 0 \quad (5.5)$$

y  $C_L$  es aproximadamente

$$C_L = 2\pi \left( \alpha + \frac{2f}{t} \right), \quad (5.6)$$

donde  $t$  es la cuerda del perfil (línea recta entre borde de ataque y borde de salida) y  $f$  es el “camber” o curvatura (diferencia de distancias máximas de las superficies superior e inferior a la cuerda). Es decir: una parte de la sustentación se debe al ángulo de ataque y otra se debe a la forma del perfil. Si el perfil es simétrico (camber nulo), solo hay sustentación si hay ángulo de ataque.

En el caso de un perfil finito, se produce un área de separación en el borde de salida. La turbulencia introduce resistencia extra, que dependerá de la sustentación. Así, tendremos que habrá una parte de la resistencia debida a la sección eficaz del perfil y otra parte debida a la sustentación.

---

<sup>1</sup>Ésta no es más que el término de presión de flujo que aparece en la ecuación de Bernoulli cuando sus términos se escriben con dimensiones de presión.

Para ángulos de ataque mayores, el flujo cambia de laminar a turbulento, de tal manera que el arrastre aumenta y la sustentación disminuye repentinamente.

## 5.4. Procedimiento en el laboratorio

El montaje experimental se muestra en la Figura. Los objetos que vamos a estudiar serán un plano y una superficie curva del mismo tamaño.

Con el regulador del reostato podremos controlar la velocidad del flujo generado. Hay que tener **cuidado** al **manipular el reostato**, ya que se calienta en exceso. Las medidas se realizarán con una velocidad de flujo intermedia.

Para determinar la velocidad del flujo usaremos la **presión dinámica**, que se mide con la sonda Pitot. La diferencia de presiones la obtendremos directamente viendo hasta dónde asciende el líquido de color rojo. Hay que procurar que el dispositivo que contiene el líquido esté perfectamente horizontal. Es posible que haya un pequeño exceso de líquido (un error de cero), que deberá ser tenido en cuenta en las medidas. Una vez medida la presión dinámica, la velocidad podrá calcularse a partir de la ecuación (5.2). El valor de la presión dinámica, y por tanto de velocidad, debe comprobarse frecuentemente durante las medidas a velocidad de flujo constante.

Las **fuerzas se miden** de manera directa mediante dos dinamómetros, que pueden ajustarse para eliminar el error de cero. Para el montaje del hilo en la polea, ayuda que haya un pequeño flujo de aire para mantener un poco tenso el hilo. Es **importantísimo** que haya la mínima fricción posible en el soporte. En el momento de anotar una medida de las fuerzas, **los hilos deben quedar perpendiculares**. Es **crucial** que el **contrapeso** que hay en el soporte se coloque de forma que equilibre el peso del objeto en posición horizontal. Así no estaremos midiendo el peso del objeto o el del soporte.

**Nótese** que el brazo de las dos fuerzas implicadas (la que ejerce el dinamómetro y las de sustentación o resistencia) debe ser el mismo. Si no, habrá que hacer el balance de momentos de fuerzas y medir los brazos respectivos.

Es necesario realizar **3 medidas** de las fuerzas de resistencia y sustentación, de manera independiente, para cada ángulo de ataque.

El **ángulo de ataque se mide** mediante un goniómetro situado en el soporte. Las medidas se empezarán con ángulo de ataque de  $90^\circ$  (superficie perpendicular al flujo), para ir disminuyendo después.

La **superficie de los objetos se mide** con ayuda de un calibrador o pie de rey.

#### 5.4.1. Medidas de resistencia y sustentación en función del ángulo de ataque a velocidad fija y área fija.

Elegir la superficie plana de tamaño intermedio. Fijar una velocidad de flujo intermedia (de tal manera que la resistencia no llegue al valor máximo que puede medir el dinamómetro correspondiente) y medir la presión dinámica. Realizar 5 medidas de resistencia y sustentación entre  $90^\circ$  y  $35^\circ$ , y otras 5 entre  $27^\circ$  y  $0^\circ$ , aproximadamente equiespaciadas. Cada medida debe repetirse tres veces parando el ventilador y comprobando que el objeto cambia su posición.

En el rango entre  $27^\circ$  y  $35^\circ$  aproximadamente, la turbulencia puede ser especialmente pronunciada, de manera que esos ángulos no deben usarse en esta práctica.

Repetir lo mismo para la superficie curva, anotando sus características geométricas (camber, cuerda y superficie).

**Muy importante:** Hay que desenchufar el reostato, así como devolver el material en perfecto estado, antes de dar la práctica por concluida.

### 5.5. Cálculos

Realizar una representación gráfica de los resultados obtenidos, representando en las mismas gráficas resistencia y sustentación para cada una de las situaciones consideradas.

A partir de los datos tomados, realizar un cálculo de los coeficientes de arrastre y sustentación para las dos superficies. Emplear para ello las ecuaciones (5.3) y (5.4).

### 5.6. Cuestiones

1. Compara el resultado de los coeficientes de resistencia y sustentación obtenidos con los teóricos de las fórmulas (5.5) y (5.6). ¿Es buena la aproximación de flujo irrotacional presentada en el fundamento teórico para calcular dichos coeficientes?
2. ¿Qué significa que un avión entra en pérdida? ¿Por qué es relevante el perfil de las alas o de las aspas para el comportamiento del avión o de una hélice?

3. ¿Por qué las aspas de una hélice tienen torsión (es decir, su ángulo de ataque es mayor cerca del eje que lejos)?

## 5.7. Guía para la elaboración del informe

Los alumnos deben elaborar un Informe de Práctica en el cual deben figurar los datos obtenidos en Laboratorio. El Informe debe contener las siguientes secciones:

1. Una portada con el nombre de la práctica y los nombres de los miembros del equipo, así como el grupo y la titulación a los que pertenecen.
2. Una introducción, describiendo la práctica realizada y un resumen breve, no exhaustivo, de la teoría que describe los fenómenos físicos que se analizan.
3. Una sección con los datos obtenidos en laboratorio en forma de tabla. Recuerde que deben figurar los errores experimentales asociados a cada medida directa. En la misma sección, obtenga los valores medios de las medidas si es necesario, así como el error correspondiente para el valor medio de la medida.
4. Una sección en la que se realizan los cálculos necesarios y se presentan las gráficas que se piden (si es el caso), agrupando todo ello en subsecciones si es conveniente. Es obligatorio redactar una pequeña explicación de los pasos que se siguen. Aquí se incluirán los cálculos de errores de las medidas indirectas.
5. Una sección en la que se realiza una discusión de los resultados obtenidos. Es decir: la comparación entre el resultado experimental y el valor teórico esperado, la comparación con algún suceso de la vida cotidiana, juicios sobre la bondad de los datos obtenidos, sobre el montaje experimental y sobre una posible mejora del experimento.
6. Una sección con la contestación a las cuestiones que se puedan plantear en este guión.
7. Una sección en la que figuren las fuentes utilizadas para elaborar el informe (libros, artículos, apuntes, wikipedia, etc.).

# Bibliografía

- [1] Y.A. Çengel, J.M. Cimbala, *Fluid Mechanics*, 2006; Capítulo 11.