¿Y AHORA CON QUIÉN TENEMOS QUE PACTAR? MODELO MATEMÁTICO PARA LA OBTENCIÓN DE COALICIONES DE GOBIERNO EN UNA DEMOCRACIA PARLAMENTARIA

Jaime Gil-Lafuente, j.gil@ub.edu, Universitat de Barcelona
Julio Rojas-Mora, jrojasmo07@alumnes.ub.edu, Universitat de Barcelona
Rodrigo Acuña-Agost, rodrigo.acuna-agost@univ-avignon.fr, Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse

RESUMEN

Durante el período de vida democrática española, hemos ido observando, reiteradamente, innumerables "puzzles" surgidos del resultado de unas elecciones generales, autonómicas o municipales que, como solución, dan paso a gobiernos compuestos por alianzas, momentáneas o duraderas, de varios partidos políticos.

En muchas democracias, es condición sine qua non, después de unas elecciones, que los partidos políticos que quieran gobernar sumen un número de representantes que supere el 50% del total de representantes. Ello provoca un periodo de mayor o menor incertidumbre originado por conocer, en principio, cuáles podrán ser los pactos y con qué partidos se alcanzará un gobierno considerado "estable".

Cuando ninguno de los partidos supera este anhelado porcentaje, existe el riesgo de llegar a la peligrosa situación en donde, desafortunada e injustamente, podría anteponerse el ansia de poder por encima de lo que realmente podría desear en ciudadano al hacer uso de su derecho al voto.

¿Qué debemos, pues, hacer para conformar un grupo más cohesionado y coherente, capaz de trabajar con suficiente grado de lógica política? Nuestra aportación, basada en la toma de decisiones mediante las técnicas derivadas de las lógicas multivalentes (Zadeh,1965), permite hallar la solución que maximiza el nivel de confianza de la alianza. Esta solución no solamente toma en cuenta cada grupo político y su disciplina interna, sino también la personalidad, la mentalidad, la tendencia, los valores y los ideales de cada uno de los parlamentarios, así como su predisposición a que uno u otro partido controle el gobierno.

Como caso práctico, hemos realizado un análisis detallado de un ayuntamiento en el que se toman en cuenta los principales temas de interés, divergiendo la valoración que sobre estos tiene cada concejal según su ideología política.

PALABRAS CLAVE

Lógicas Multivalentes, Distancia, Programación Binaria, Negociación Política, Gobierno.

AND NOW, WITH WHOM DO WE HAVE TO PACT?
A MATHEMATICAL MODEL TO OBTAIN GOVERNMENT COALITIONS IN A PARLIAMENTARY DEMOCRACY

ABSTRACT

During the life span of Spanish democracy, we have repeatedly observed many "puzzles" arising from the results of a general, state or municipal election, which, in turn, give way to governments based in partnerships of several political parties.

In many democracies, it is a sine qua non condition that, after an election, the political parties that want to form government must have more than 50% of all representatives. This leads to a period of greater or lesser uncertainty caused, in principle, by unknown pacts with parties that can form a government considered "stable".

When none of the parties exceeds the majority level, there is the risk of the dangerous situation where, unfortunately and unfairly, the thirst for power could take precedence over what the citizens wished when they exercised their right to vote.

Therefore, what we must do to form a more cohesive and consistent group, able to work with a sufficient degree of political logic? Our contribution, based on decision-making techniques derived from multivalued logics (Zadeh, 1965), is able to find the solution that maximizes the confidence level of the alliance. This solution not only takes into account each group and its internal discipline, but also the personality, attitudes, trends, values and ideals of individual parliamentarians, as well as their willingness join to one or another party which wants to control the government.

As a case study, we performed a detailed analysis of a municipality, taking into account the main themes and diverting valuation we get for each councilman according to their political ideology.

KEY WORDS

Multivalued Logics, Distance, Binary Integer Programming, Political Negotiation, Government.

INTRODUCCIÓN

La lógica pregunta que nos podemos plantear, después de unas elecciones sin que ninguno de los candidatos haya obtenido la mayoría absoluta, es: “¿por qué este partido político hará finalmente coalición con aquél o estos otros?”. La respuesta coherente debería ser: “porque son más coincidentes por lo que a ideología política y/o objetivos para el bien del país o del ciudadano se refiere, o porque tienen y buscan finalidades suficientemente coincidentes como para poder navegar remando en el mismo sentido. Sin embargo, la realidad puede ser muy distinta; los odios o rivalidades latentes o heredados en el tiempo, el (bien entendido) ajuste de cuentas, el pactar con el o los grupos que exigen menos que otros, independientemente que ello permitiera trabajar mejor o peor al servicio de la sociedad, el ansia de gobernar a cualquier precio o incluso el odio visceral son, aunque sólo sea en contados casos, el motivo que puede llevar a componer algunos grupos gobernantes inestables, frágiles y, consecuentemente, incómodos y torpemente operativos.

Cierto es que no siempre resulta, en principio, fácil escoger la mejor opción y quizás la falta de un instrumental hecho a medida para estos casos puede ser la causa de tales desajustes.

Con nuestra aportación, aplicada también empíricamente, queremos modestamente brindar a los que tienen la difícil tarea de encaminarnos a un futuro mejor un instrumental que pueda facilitarle su toma de decisiones, en esta ocasión para llevar a cabo aquellas alianzas políticas más acertadas y que puedan resultar beneficiosas para todos.

PUNTO DE PARTIDA: NO OBVIAR LOS DIFERENTES OBJETIVOS SEGÚN EL TIPO DE ELECCIONES

Cuando solemos preguntar a los ciudadanos acerca de su intención de voto, suele ser poco habitual que estos respondan preguntando: “¿para qué tipo de elecciones: generales, autonómicas, municipales,…?”. La explicación de estas reacciones radica en que la mayoría de personas con preferencias ideológicas concretas consideran que la suya es la mejor o, cuanto menos, la menos mala. Cuando existe tal simpatía o afinidad, consecuencia que el partido ha logrado la “fidelización del votante”, el ciudadano suele entregar su voto a aquel o aquellos candidatos de su grupo favorito, independientemente de su nombre y apellidos o de las necesidades del país, de la comunidad o del ayuntamiento.

Si nos detenemos a observar distintos ayuntamientos de ciudades o pueblos, podemos percibir que sus competencias suelen ser bastante delimitadas buscando alcanzar al ciudadano por hechos más cercanos, a menudo sin color ideológico, por lo cual ser “de derechas” o “de izquierdas” casi siempre será menos influyente cuanto más localizada sea el área geográfica que conforma el proceso electoral. Por este motivo, en la mayoría de elecciones locales los votantes deberían analizar detalladamente, por encima de su afinidad hacia un partido, que pueden aportar los grupos políticos que se presentan, al margen de las siempre bellas y simpáticas palabras de los candidatos o representantes de sus grupos.

Creemos resultaría idóneo que pudiera plantearse previamente todo problema existente en la localidad, y ver qué posibles soluciones puede proponer cada candidato: soluciones concretas susceptibles de ser analizadas y, por supuesto, debatidas. Las soluciones, a menudo ambiguas o sin explicación profunda, serían coincidentes entre casi todos los partidos políticos, puesto que todos tienen como obligación moral buscar el bienestar de la población y, en este sentido, no existen demasiados caminos para lograrlo.

LA HETEROGENEIDAD EN EL PROPIO SENO DE UN PARTIDO POLÍTICO

Es de todos conocidos que tras la oficial unión declarada entre los militantes de un partido político existen claras y comprensibles divergencias. Todo grupo pueden tener puntos de vista comunes por lo que se refiere a algunos objetivos o ideologías comunes, sin embargo suele haber subgrupos o incluso fracciones de estos subgrupos que tengan, en consecuencia, fuertes enfrentamientos. Como seres humanos que son, todos sus integrantes que componen cada fuerza política tendrán su propia opinión respecto a cada tema que se aborde, no sólo en ciertos matices sino, a veces, en factores ideológicos de mayor peso.

Para contrarrestar el posible aunque comprensible contratiempo que ello podría provocar, existe la denominada "disciplina de partido" que hace que cada uno de sus integrantes tenga que aceptar, una vez han sido elegidos como representantes del pueblo, las propuestas realizadas por su líder. De todas formas, sí se han dado casos (considerados por muchos como excepcionales y consecuencia de una oscura antiética) en donde uno o pocos representantes de un partido han votado en contra de lo que solicitaban sus líderes. Sea cual fuere la causa, estos casos, forman parte del "juego de la democracia" y por eso creemos que un proceso de modelización que analice en profundidad los acuerdos entre representantes políticos debe llevarse a cabo siempre teniendo en cuenta su ideología y razonamiento respecto a toda problemática. Un partido político no es un elemento rígido y estático, sino que está formado por continuas contraposiciones internas e influencias externas que le llevan a una constante evolución.

MODELO MATEMÁTICO PARA LA OBTENCIÓN DEL GRUPO MAYORITARIO

La conformación de gobierno en las democracias parlamentarias europeas, viene dada por la consecución de una mayoría de votos que logre la elección del candidato propuesto. Para un partido que no ha conseguido esta mayoría mediante la votación popular, no queda otra solución que establecer pactos de gobierno con otras formaciones que consiguieron una representación minoritaria. Es sólo cuando un partido consigue los suficientes apoyos que su candidato consigue ser elegido y el gobierno se conforma.

El objetivo de este trabajo es, mediante la utilización de técnicas derivadas de las lógicas multivalentes, conseguir un modelo matemático que permita obtener el grupo mayoritario necesario para la conformación del gobierno.

Primeramente, se solicita de un experto una lista de características que se evaluarán en todos los parlamentarios elegidos. Denotaremos el conjunto de las m características como $C = \{c_j\}, \forall j \in \{1, 2, \ldots, m\}$, y el conjunto de los n parlamentarios como $P = \{p_i\}, \forall i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. A partir de estos dos conjuntos, se contruye una matriz de subconjuntos borrosos (Kaufmann y Gil-Aluja, 1986) que llamaremos $\underset{\sim}{M} = (\mu_{ij})_{n \times m}, \forall \mu_{ij} \in [0,1]$, en la que el experto reflejará su opinión con respecto a cada diputado en cada una de las características.

LA DISTANCIA EUCLÍDEA COMO MEDIDA DE SEPARACIÓN ENTRE PARLAMENTARIOS

Una vez conseguida $\underset{\sim}{M}$, procedemos a construir la matriz $D = (d_{ik})_{n \times n}$ que representa la separación del parlamentario p_i al parlamentario p_k. Para llevar a cabo un adecuado y estable proceso de agrupación, resulta necesario hallar las distancias existentes entre maneras de pensar de cada uno de los representantes elegidos. Es posible utilizar índices como la distancia de Hamming (Hamming, 1950), la Distancias Euclídeas (Danielsson, 1980), el Índice del Máximo y Mínimo Nivel (Gil-Lafuente, 2001), el Coeficiente de Adecuación (Gil-Aluja, 1996), la Distancia de Tran y Duckstein (Tran y Duckstein, 2002), la Hemimétrica Media Ponderada para Números Borrosos (Rojas-Mora y Gil-Lafuente, 2009), entre otros. En este caso, y tras analizar detalladamente nuestro objetivo, consideramos que la distancia euclídea refleja con suficiente claridad las coincidencias o divergencias entre políticos:

$$d_{ik} = d(p_i, p_k) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} (\mu_{ij} - \mu_{kj})^2}{m}}. \tag{1}$$

La ecuación (1) corresponde a la Distancia Euclídea Relativa entre p_i y p_k. Una función de distancia en el conjunto ϵ es una función $d : \epsilon \times \epsilon \rightarrow \mathbf{R}$, tal que $\forall x, y, z \in \epsilon$:

1. $d(x,y) \geq 0.$
2. $d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y.$
3. $d(x,y) = d(y,x).$
4. $d(x,z) \leq d(x,y) + d(x,z).$

El adjetivo “relativa” que agregamos a la definición proviene del hecho que hemos limitado el co-dominio de la función de Distancia Euclídea al intervalo, obteniéndose la distancia máxima cuando uno de los elementos es un vector de ceros y el otro un vector compuesto de unos. Debido a estas propiedades, la matriz tiene tres características fundamentales:

1. $d_{ik} = d_{ki}, \forall i, k \in \{1, 2, \ldots, n\}$.
2. $d_{ii} = 0, \forall i \in \{1, 2, \ldots, n\}$.
3. $d_{ik} \in [0, 1]$.

Definimos ahora una medida de potencia de separación entre elementos, $R = (r_{ij})_{n \times n}$, que nos permitirá presentar los grafos resultantes de manera más adecuada:

$$r_{ik} = r(p_i, p_k) = (\mathrm{round}(100^{d_{ik}}) - 1 \qquad (2)$$

OBTENCIÓN DEL GRUPO MAYORITARIO

La matriz de similitud $\underset{\sim}{S} = (s_{ik})_{n \times n}$ es obtenida calculando el complemento de las distancias :

$$s_{ik} = s(p_i, p_k) = 1 - d_{ik} \,. \qquad (3)$$

Tomando como base la matriz $\underset{\sim}{S}$, procedemos a obtener el grupo mayoritario P' compuesto por los elementos del conjunto P que conformarán la coalición de gobierno. Utilizamos la matriz triangular superior de $\underset{\sim}{S}$, colocando un umbral de confianza $\alpha \in [0, 1]$ que representa el nivel de estabilidad de la coalición, y construimos una nueva matriz $A_\alpha = (a^\alpha_{ik})_{n \times n}$ tal que:

$$a^\alpha_{ik} = a\left(p_i, p_k, \alpha\right) = \begin{cases} 1 & \text{si}\, s_{ik} \leq \alpha \\ 0 & \text{en otro ca} \end{cases} \qquad (4)$$

Esta formulación del problema es equivalente a plantear un grafo no dirigido donde las aristas representan los elementos que no pueden estar juntos. La resolución de este problema puede ser alcanzada mediante métodos previamente utilizados en (Pichat, 1968) (Kaufmann y Gil-Aluja, 1991). Sin embargo, para este artículo creamos un modelo de programación binaria entera que permite alcanzar todas las posibles combinaciones que constituyen una solución:

$$\begin{aligned} & \max Z = \textstyle\sum_{i=1}^{n} X_i \\ & \text{sujeto a:} \\ & X_i + X_k \leq 1, \text{ si}\, a^\alpha_{ik} = 1 \\ & X_i, X_k \in \{0, 1\} \\ & i, k \in \{1, 2, \ldots, n\} \end{aligned} \qquad (4)$$

donde $X_i = 1$ si p_i se encuentra en la coalición mayoritaria para el nivel de confianza α. Por lo tanto, $P' = \{p_i : X_i = 1\}, \forall i \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

TRABAJO EMPÍRICO

La aportación empírica se ha centrado en un municipio que, tras las últimas elecciones, no puede aportar de forma directa un ganador. Por este motivo, los cinco partidos que han logrado concejales deberán analizar las distintas alternativas para crear alianzas que permitan gobernar con estabilidad.

Para iniciar este proceso de modelado, conviene conocer en qué factores ideológicos divergen los distintos partidos políticos. Es evidente que si bien la línea ideológica general suele ser común para cualquier tipo de proceso electoral, en la práctica, estas ideas deberán amoldarse a las necesidades del gobierno objeto de elección. En el caso que nos ocupa, las elecciones son municipales y por tanto, las necesidades de los ciudadanos que se deben satisfacer tienen relación directa con los problemas que afectan su propio municipio. Sin embargo, las ideologías políticas generales de cada partido que se presente a estas elecciones siempre tendrán presencia tanto ante de los emisores de los mensajes como en sus votantes.

Nos ha sido difícil, en consecuencia, poder hallar un número importante de factores que diferencien entre los candidatos a una alcaldía. Tras entrevistarnos con cada uno de los candidatos, hemos llegado a la conclusión que, a grandes rasgos, el conjunto C está compuesto por cinco factores específicos que diferencian cada grupo político:

1. Fomentar los nacionalismos/regionalismos: Independientemente de la comunidad autónoma, los concejales tienen cierto grado de apoyo o rechazo por las ideas nacionalistas/regionalistas en España.
2. Favorecer el intervencionismo estatal: El filósofo Isaiah Berlin (Berlin, 1958) planteó la existencia de un espacio dicotómico de libertad. La libertad positiva, en la que el estado interviene para favorecer el desarrollo del individuo y la libertad negativa en la que el individuo espera que nadie intervenga en su quehacer.
3. Favorecer la modernización en detrimento de la ruralidad: Dependiendo de la formación y origen del concejal, puede preferir que su comunidad adquiera las facilidades que la tecnología ofrece, dejando de lado la calidad y economía de la vida rural.
4. Favorecer la vigilancia y seguridad sobre la libertad: Siempre hay un clamor entre los ciudadanos para que exista mayor seguridad en su municipio, aumentando la presencia policial y la instalación de medidas de vigilancia. Sin embargo, la seguridad se paga con una limitación del ejercicio de la libertad.

5. Impulsar la creación de nuevos centros culturales: La ventaja de su aparición favorecería las visitas externas y podría potenciar el turismo, dinamizando la economía local, aunque también mermaría la apreciada tranquilidad de la zona y atraer posibles malhechores.

Queda claramente visible que cada partido político se identifica globalmente con todas ellas en distintos grados. Por ejemplo, un partido independentista buscaría, para su ciudad, el mayor fomento posible de una identidad nacionalista/regionalista. Por esto, al emplear el sistema “endecadario”[1], los concejales de esta formación tendrían un nivel cercano a 1 en esta variable. Pero, tal como acabamos de mencionar, cada partido está formado por personas que no tienen por qué coincidir con total exactitud en el grado que refleja cada uno de estos factores para sus compañeros de partido. Tras entrevistarnos con cada uno de los concejales elegidos, hemos podido describirlos mediante la matriz $\underset{\sim}{M}$ de subconjuntos borrosos, presentada en la tabla 1. En este ayuntamiento, el alcalde que gobierne durante la próxima legislatura debe ser apoyado por 13 de los concejales elegidos. Los dos grupos con mayor cantidad de concejales, identificados con las letras C y S, cuentan con 8 y 9 concejales. Al no contar ninguno con la mayoría absoluta deben encontrar aquellos representantes de partidos minoritarios, identificados con las letras P, I y E, que estén dispuestos a apoyarlos o, si no es posible, pactar entre ellos.

La tabla 2 presenta la matriz de similitud entre los diputados, calculada mediante la ecuación (3). Mediante ensayos a diferentes niveles de confianza, encontramos que se consigue una solución mayoritaria de 13 diputados $P' =${C1, C2, C5, C6, C9, S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8} para un $\alpha = 0.835$. A este nivel de confianza obtenemos la figura 1.a, que muestra el grafo de potencia de distancia para la solución. En él, se observa la dificultad de establecer una negociación entre individuos mediante el grosor de la arista respectiva (una arista más gruesa representa una negociación más dificil). La ausencia de arista implica que no hay ninguna dificultad en la relación. Los nodos que se encuentran en la periferia (partidos C y S) tienen más propensión a la negociación que sus contrapartes en el centro (partido P).

[1]Del griego *endeka*, once, y del sufijo *-ada*, conjunto. Una endecada es un conjunto de once elementos. En nuestro caso, se utilizan 11 valores equidistantes entre 0 y 1 para las valoraciones asignadas.

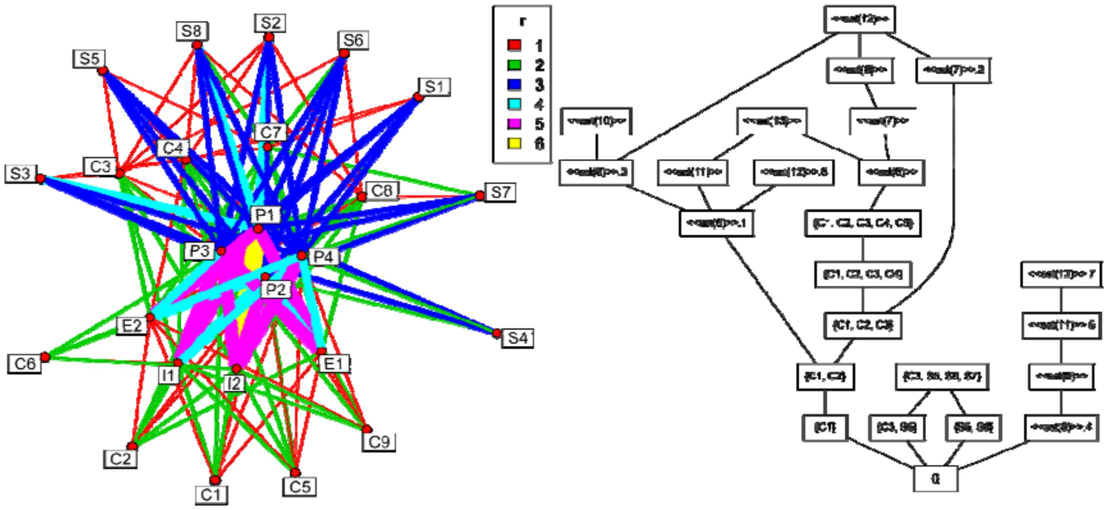
Cuadro 1: Matriz M de valoraciones de los concejales con respecto al conjunto C.

Concejal	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
C1	.8	.5	.6	.6	.6
C2	.8	.6	.7	.7	.6
C3	.7	.5	.7	.7	.7
C4	.9	.4	.7	.7	.5
C5	.8	.5	.6	.7	.5
C6	.9	.5	.5	.4	.6
C7	.8	.5	.9	.2	.7
C8	.9	.8	.8	.4	.8
C9	.8	.5	.6	.5	.7
S1	.7	1	.3	.4	.3
S2	.7	1	.2	.3	.3
S3	.9	1	.2	.4	.4
S4	.8	.8	.4	.3	.4
S5	.7	1	.2	.3	.5
S6	.7	.9	.2	.5	.2
S7	.7	.8	.1	.6	.4
S8	.7	1	0	.6	.5
P1	.1	0	1	.9	1
P2	.2	0	1	.6	.9
P3	0	.2	.9	1	1
P4	.1	.3	.9	.9	1
I1	.7	1	0	.2	0
I2	.8	1	0	0	0
E1	1	.9	.1	.2	.1
E2	1	1	.1	.3	.3

En la figura 1.b apreciamos el diagrama de Hasse para la evolución de la solución, partiendo desde un subconjunto vacío. A cada paso se van a agregando nuevos elementos hasta que se llega a una solución no óptima (no se obtiene la mayoría absoluta), o se obtiene una solución óptima (se obtiene la mayoría absoluta). En el subconjunto observamos que hay mayoría de elementos del partido S con algunos elementos del partido C que se decantan por apoyar a sus rivales, a pesar de ser ellos el grupo de mayor tamaño.

Figura 1: Grafos de resultados para el primer grupo de variables.

(a) Grafo de potencia de distancia. (b) Diagrama de Hasse de la solución.



Cuadro 2: Matriz de similitud S de los concejales.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	P1	P2	P3	P4	I1	I2	E1	E2
C1	0	.965	.96	.955	.972	.951	.898	.906	.972	.861	.845	.859	.898	.856	.859	.875	.841	.786	.815	.786	.813	.786	.769	.815	.83
C2	0	0	.965	.951	.965	.923	.889	.913	.947	.857	.836	.852	.885	.846	.852	.864	.835	.786	.809	.791	.819	.775	.755	.801	.82
C3	0	0	0	.94	.951	.915	.89	.902	.951	.838	.819	.83	.867	.833	.833	.852	.822	.818	.84	.821	.849	.757	.737	.779	.798
C4	0	0	0	0	.965	.923	.882	.882	.934	.834	.816	.831	.869	.82	.836	.848	.81	.783	.809	.778	.802	.764	.747	.797	.807
C5	0	0	0	0	0	.931	.877	.887	.943	.861	.843	.856	.89	.848	.864	.878	.841	.782	.806	.785	.809	.788	.768	.815	.828
C6	0	0	0	0	0	0	.906	.906	.96	.87	.861	.877	.92	.874	.864	.878	.846	.751	.788	.749	.776	.806	.797	.843	.856
C7	0	0	0	0	0	0	0	.92	.915	.819	.808	.812	.867	.821	.8	.801	.775	.769	.819	.758	.789	.75	.748	.781	.79
C8	0	0	0	0	0	0	0	0	.92	.848	.833	.85	.883	.853	.823	.829	.816	.746	.779	.749	.782	.763	.756	.796	.821
C9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.856	.843	.856	.898	.859	.848	.866	.836	.786	.819	.785	.813	.781	.768	.81	.828
S1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.972	.951	.943	.951	.96	.928	.918	.678	.707	.694	.721	.906	.882	.906	.925
S2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.951	.937	.96	.951	.923	.918	.662	.694	.678	.704	.925	.904	.92	.937
S3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.937	.951	.937	.928	.928	.66	.689	.674	.701	.894	.878	.92	.96
S4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.937	.925	.913	.889	.703	.739	.71	.738	.877	.866	.902	.915
S5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.925	.923	.928	.677	.707	.693	.721	.89	.875	.894	.925
S6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.947	.923	.677	.703	.693	.716	.915	.882	.911	.92
S7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.951	.699	.721	.716	.739	.878	.848	.882	.904
S8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.671	.69	.693	.717	.872	.843	.869	.904
P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.934	.947	.937	.608	.585	.614	.627
P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.898	.908	.641	.624	.65	.659
P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.965	.622	.596	.622	.639
P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.645	.621	.647	.666
I1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.955	.931	.911
I2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.934	.904
E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.951
E2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Cuadro 3: Matriz M de valoraciones de los concejales con respecto al conjunto C.

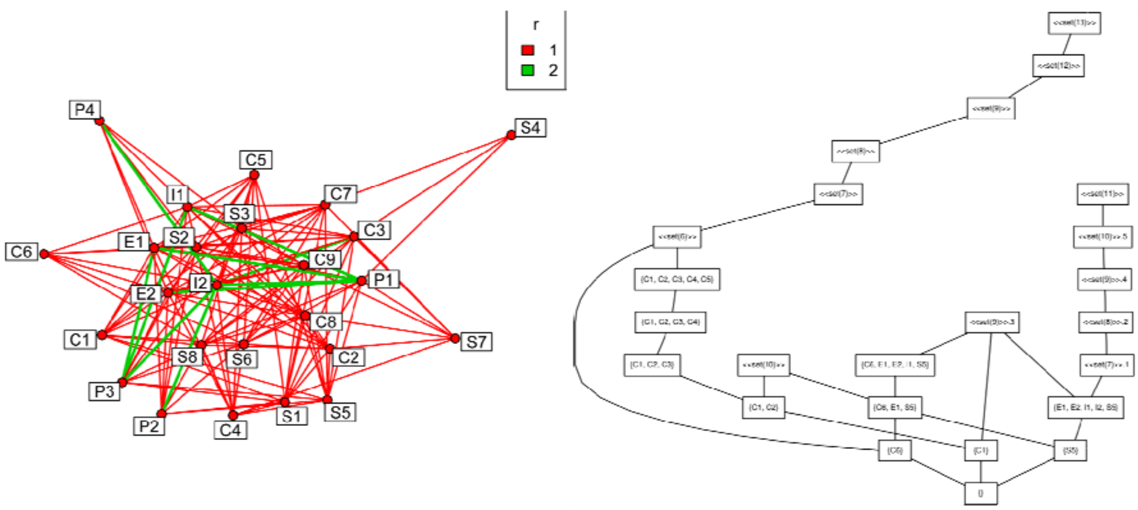
Concejal	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}
C1	.8	.5	.6	.6	.6	1	0	0	0	0	1	0
C2	.8	.6	.7	.7	.6	1	0	0	0	0	1	0
C3	.7	.5	.7	.7	.7	1	0	0	0	0	1	0
C4	.9	.4	.7	.7	.5	1	0	0	0	0	1	0
C5	.8	.5	.6	.7	.5	1	0	0	0	0	1	0
C6	.9	.5	.5	.4	.6	1	0	0	0	0	1	0
C7	.8	.5	.9	.2	.7	1	0	0	0	0	1	0
C8	.9	.8	.8	.4	.8	1	0	0	0	0	1	0
C9	.8	.5	.6	.5	.7	1	0	0	0	0	1	0
S1	.7	1	.3	.4	.3	0	1	0	0	0	0	1
S2	.7	1	.2	.3	.3	0	1	0	0	0	0	1
S3	.9	1	.2	.4	.4	0	1	0	0	0	0	1
S4	.8	.8	.4	.3	.4	0	1	0	0	0	0	1
S5	.7	1	.2	.3	.5	0	1	0	0	0	0	1
S6	.7	.9	.2	.5	.2	0	1	0	0	0	0	1
S7	.7	.8	.1	.6	.4	0	1	0	0	0	0	1
S8	.7	1	0	.6	.5	0	1	0	0	0	0	1
P1	.1	0	1	.9	1	0	0	1	0	0	.5	.75
P2	.2	0	1	.6	.9	0	0	1	0	0	.5	.75
P3	0	.2	.9	1	1	0	0	1	0	0	.5	.75
P4	.1	.3	.9	.9	1	0	0	1	0	0	.5	.75
I1	.7	1	0	.2	0	0	0	1	1	0	0	1
I2	.8	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
E1	1	.9	.1	.2	.1	0	0	1	0	1	0	1
E2	1	1	.1	.3	.3	0	0	1	0	1	0	1

Debido a que esta solución contiene un componente de negociación entre los dos partidos más votados que dificilmente podría concretarse en la realidad (ambos querrían controlar el gobierno y que su respectivo candidato fuese elegido alcalde), hemos decidido agregar dos grupos de variables adicionales. En primer término, como se observa en la tabla 3, se introducen cinco variables binarias ($c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}$) que modelan la pertenencia o no a un partido político.

Figura 2: Grafos de resultados para el segundo grupo de variables.

(a) Grafo de potencia de distancia.

(b) Diagrama de Hasse de la solución.



Cuadro 4: Matriz de similitud S de los concejales para el segundo grupo de variables.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	P1	P2	P3	P4	I1	I2	E1	E2
C1	0	.986	.983	.981	.988	.98	.958	.961	.988	.824	.821	.823	.828	.823	.823	.825	.821	.834	.84	.834	.84	.811	.808	.816	.819
C2	0	0	.986	.98	.986	.968	.954	.964	.978	.823	.82	.822	.827	.821	.822	.824	.82	.834	.839	.835	.841	.809	.805	.814	.817
C3	0	0	0	.975	.98	.965	.954	.959	.98	.82	.817	.819	.824	.819	.819	.822	.818	.841	.845	.842	.847	.805	.801	.81	.813
C4	0	0	0	0	.986	.968	.951	.951	.972	.82	.816	.819	.825	.817	.82	.822	.816	.833	.839	.832	.838	.807	.803	.813	.815
C5	0	0	0	0	0	.971	.949	.953	.976	.824	.821	.823	.827	.822	.824	.826	.821	.833	.839	.834	.839	.811	.807	.816	.819
C6	0	0	0	0	0	0	.961	.961	.983	.825	.824	.826	.83	.825	.824	.826	.821	.826	.835	.825	.832	.815	.813	.821	.823
C7	0	0	0	0	0	0	0	.967	.965	.817	.815	.816	.824	.817	.814	.814	.809	.83	.841	.828	.835	.804	.803	.81	.812
C8	0	0	0	0	0	0	0	0	.967	.822	.819	.822	.826	.822	.818	.819	.816	.825	.833	.825	.833	.806	.805	.813	.817
C9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.823	.821	.823	.828	.823	.822	.824	.82	.834	.841	.834	.84	.81	.807	.816	.819
S1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.986	.98	.976	.98	.983	.97	.966	.815	.824	.82	.828	.876	.872	.876	.878
S2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.98	.974	.983	.98	.968	.966	.811	.82	.815	.823	.878	.876	.878	.879
S3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.974	.98	.974	.97	.97	.81	.819	.814	.822	.874	.872	.878	.881
S4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.974	.969	.964	.954	.823	.833	.825	.833	.871	.87	.875	.877
S5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.969	.968	.97	.815	.824	.82	.828	.874	.871	.874	.878
S6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.978	.968	.815	.823	.82	.827	.877	.872	.876	.878
S7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.98	.822	.828	.827	.833	.872	.866	.872	.876
S8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.813	.819	.82	.827	.871	.865	.87	.876
P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.972	.978	.974	.793	.786	.795	.8
P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.958	.962	.804	.799	.807	.81
P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.986	.798	.789	.798	.803
P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.805	.797	.806	.812
I1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.981	.879	.876
I2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.879	.876
E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.98
E2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Con estas variables artificiales se disminuye la distancia existente entre los miembros de un partido mientras que se aumenta la distancia al resto de concejales, evitando el efecto tránsfuga. En segundo lugar, se incluyen dos variables que muestran el apoyo que cada concejal otorga al candidato a alcalde del partido C (variable c_{11}) o el del partido S (variable c_{12}). La matriz de similitudes obtenida con estas nuevas variables podemos observarla en la tabla 4.

De nuevo, iterando para diferentes niveles de confianza, obtenemos una solución mayoritaria $P' =$ {C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, P1, P2, P3, P4} para $\alpha = ,8245$. En la figura 2.a, apreciamos que los niveles de potencia de separación bajan a dos, aumentando considerablemente el número de aristas del nivel más bajo. Además, observamos que el desplazamiento de los concejales del partido P del centro a la periferia, demostrando su deseo de establecer las negociaciones que llevan a la solución mayoritaria. En la figura 2.b podemos ver que la solución va siendo construida por el lado izquierdo, agregando cada vez más elementos del partido C, que luego se unirán a los elementos del partido P hasta llegar al nivel necesario para la mayoría absoluta. Esta agrupación está conformada por todos los elementos de conjunto C y todos los elementos del conjunto P, consiguiendo eliminar concejales "tránsfugas" que pudieran desestabilizar el gobierno.

CONCLUSIONES

Hemos presentado una aplicación que, mediante la interacción de la teoría de los subconjuntos borrosos y de la programación binaria entera, permite resolver el problema de la configuración de una grupo mayoritario que, bajo el máximo nivel de confianza posible, pueda formar gobierno en una democracia parlamentaria.

Evaluando primero la conformación del grupo mayoritario mediante un conjunto de variables que modelan la personalidad de cada miembro de la asamblea estudiada, para luego agregar variables que reflejen la disciplina partidista que cada uno de ellos debe seguir, pudimos conseguir una solución de gobierno que excluye la posibilidad de pactos con elementos divergentes de una tolda política en principio opuesta a la negociación.

Aparte del resultado concreto que el modelo matemático presenta, incluimos aportes adicionales en la representación gráfica de la capacidad de negociación de cada asambleísta particular con cada unos de los restantes asambleístas. Esto facilita el trabajo de análisis para enfocar los esfuerzos en quienes tendrán más posibilidades de ser convencidos para que apoyen una coalición gobernante.

El sentido común, quizás acompañado de un inocente idealismo, nos llevaría a pensar que los pactos, intercambios de favores o rivalidades entre partidos no siempre conforman el mejor camino para formar un ayuntamiento capaz de conseguir el objetivo común a todos los gobiernos realmente democráticos: satisfacer las necesidades del ciudadano. La realidad, muy a nuestro pesar, basa en demasiadas ocasiones su camino en este tipo de trueques, en ocasiones más favorecedores para algunos gobernantes que para los gobernados.

Creemos que nuestro aporte, modelando una realidad fuertemente influenciada por los cambios e incertidumbre que caracteriza la no linealidad del comportamiento humano, facilitará una toma de decisiones que favorezcan la justicia y coherencia propia de un país ejemplar.

REFERENCIAS

(Berlin, 1958): Isaiah Berlin. *Four essays on liberty*. Oxford University Press, Oxford, 1958.

(Danielsson, 1980): Per-Erik Danielsson. Euclidean distance mapping. *Computer Graphics and Image Processing*, 14:227§248, 1980.

(Gil-Aluja, 1996): Jaime Gil-Aluja. *La gestión interactiva de los recursos humanos en la incertidumbre*. CEURA, Madrid, 1996.

(Gil-Lafuente, 2001): Jaime Gil-Lafuente. El índice de máximo y mínimo nivel en la optimización del fichaje de un deportista. In *Actas del X Congreso Internacional AEDEM*, 2001.

(Hamming, 1950): R.W. Hamming. Error detecting and error correcting codes. *Bell System Technical Journal*, XXIX (2), 1950.

(Kaufmann y Gil-Aluja, 1986): Arnold Kaufmann and Jaime Gil-Aluja. *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Milladoiro, 1986.

(Kaufmann y Gil-Aluja, 1991): Arnold Kaufmann and Jaime Gil-Aluja. Selection of a-nities by means of fuzzy relations and Galois lattices. In *Proceedings of the Euro XI Congress O.R.*, 1991.

(Pichat, 1968): E. Pichat. Algorithms for finding the maximal elements of a finite universal algebra. In *IFIP Congress*, volume 1, pages 214-218, 1968.

(Rojas-Mora y Gil-Lafuente, 2009): Julio Rojas-Mora and Jaime Gil-Lafuente. The signing of a professional athlete: Reducing uncertainty with a Weighted Mean Hemimetric for Φ-Fuzzy Subsets. In *Proceedings of ICEIS'09*, 2009.

(Tran y Duckstein, 2002): Liem Tran and Lucien Duckstein. Comparison of fuzzy numbers using a fuzzy distance measure. *Fuzzy Sets and Systems*, 130:331-341, 2002.

(Zadeh, 1965): Lofti A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3):338-353, 1965.