

# INFLUENCIA DE LA FRICCIÓN EN LA EVALUACIÓN DEL MÓDULO DE CIZALLADURA INTRALAMINAR EN EL ENSAYO IOSIPESCU

A. Blázquez y F. París

Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla  
Av. de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla

**Resumen:** En este trabajo se realiza un estudio de la influencia que la presencia de fricción entre mordazas y probeta tiene sobre la evaluación del módulo de cizalladura intralaminar mediante el ensayo Iosipescu. Para ello se ha utilizado un algoritmo de contacto, basado en el Método de los Elementos de Contorno, desarrollado por los autores con la característica principal de permitir discretizaciones diferentes en cada sólido. Se han analizado las componentes tensionales en el punto central de la probeta, la evolución entre las entallas y las distribuciones de tensiones en las zonas de contacto.

**Abstract:** In this work an analysis of the influence that friction has in the evaluation of the intralaminar shear modulus by the Iosipescu test has been performed. A contact algorithm allowing independent discretizations in the bodies in contact is applied, the algorithm being based on the Boundary Element Method. Stress components at the central point of the specimen, stress evolution between the notches and stress distribution on the contact zones are analyzed.

## 1 Introducción

Es de todos conocido que una de las mayores dificultades a la hora de caracterizar una lámina ortótropa es la determinación del módulo de cizalladura intralaminar. El problema, además de las dificultades propias de realización de cualquier ensayo, radica principalmente en la necesidad de reproducir en el laboratorio un estado tensional determinado y conocido en la zona de medición. Usualmente estas medidas se realizan con bandas extensométricas. Obviamente, para la determinación de la característica que nos ocupa, lo deseable sería conseguir un estado de tensión tangencial pura, y a ser posible uniforme. Descartando por razones de practicabilidad, coste, realización y exactitud, ensayos como el *raül shear*, *torsion tube* y el *ensayo de tracción sobre probetas  $\pm 45^\circ$* , los ensayos más utilizados y prometedores en la actualidad son los ensayos *Off-Axis* e *Iosipescu*. En el trabajo de Ho y otros 1991 se realiza un excelente estudio de estos dos ensayos.

En los estudios numéricos sobre el ensayo Iosipescu, lo habitual ha sido considerar la probeta sometida a determinadas condiciones de contorno en las zonas de contacto. Sullivan y otros 1987, aplican una carga puntual, Barnes y otros 1987, una distribución uniforme de cargas, Walrath y Adams 1983, aplican un desplazamiento constante y Ho y otros 1993 y otros autores, tratando de emular un algoritmo iterativo de contacto, resuelven el problema con determinadas condiciones de contorno, comprueban si dichas condiciones son factibles, en cuyo caso aceptan el resultado, o no, en cuyo caso redefinen las condiciones de contorno

de la forma apropiada. Resolver el problema de esta forma obliga a considerar las mordazas rígidas, y hace prácticamente imposible la consideración de fenómenos tan propios de los problemas de contacto como la fricción. La mayoría de los anteriores autores utilizan el M.E.F. para resolver el problema. Sin embargo, dadas las características propias de los problemas de contacto, el M.E.C. es más apropiado.

En este trabajo se presentan los resultados y conclusiones obtenidas de un estudio numérico realizado sobre la influencia de la fricción en el estado tensional de la probeta Iosipescu, y puede ser considerado una continuación del trabajo de Blázquez y otros 1995. Se han analizado las configuraciones unidireccionales  $0^\circ$  y  $90^\circ$  y la configuración  $\{0^\circ/90^\circ\}$ , por ser las habitualmente empleadas en el ensayo Iosipescu.

## 2 El método de los Elementos de Contorno

El M.E.C. está basado en la identidad de Somigliana, que expresa los desplazamientos de un punto del dominio en términos integrales de los desplazamientos y tensiones en el contorno. Para un punto del contorno y en ausencia de fuerzas de volumen se obtiene (París y Cañas 1997):

$$C_{ji}(x)u_j(x) = \int_{\partial D} \Psi_{ji}(x,y)t_i^s(y)ds - \int_{\partial D} T_{ji}^\psi(x,y)u_i^s(y)ds \quad x,y \in \partial D \quad (1)$$

con el significado habitual para los términos que aparecen en la ecuación (1), París y Cañas 1997.

Reemplazando el contorno real por un contorno discreto, formado por elementos, y asumiendo una determinada evolución de las variables (desplazamientos y tensiones) sobre cada uno de ellos, la aplicación de la ecuación (1) en una serie de puntos del contorno (nodos) permite obtener un sistema de ecuaciones lineales que puede ser escrito de la forma:

$$Hu = Gt \quad (2)$$

Basta aplicar las condiciones de contorno a (2) para obtener un sistema cuya solución nos proporcionará las tensiones,  $t$ , y desplazamientos,  $u$ , en los nodos (y consecuentemente, para la evolución considerada, en todos los puntos del contorno). Los desplazamientos de los puntos del dominio se obtienen por aplicación de la identidad de Somigliana, y las tensiones utilizando la ecuación derivada de ella (París y Cañas 1997).

En este trabajo se han utilizado elementos lineales continuos con capacidad de definir tensiones distintas a ambos lados de los nodos, que se han hecho coincidir con los extremos del elemento.

## 3 El problema de contacto. Algoritmo de contacto

En la figura 1 se muestra un esquema de un problema general de contacto. Dos sólidos, de dominios  $D^A$  y  $D^B$  y contornos  $\partial D^A$  y  $\partial D^B$ , sometidos a unas determinadas tensiones y desplazamientos prescritos en  $\partial D_t^A = \partial D_u^A \cup \partial D_t^A$  y  $\partial D_t^B = \partial D_u^B \cup \partial D_t^B$ , interaccionan a través de una zona común de sus contornos,  $\partial D_c^A = \partial D_c^B = \partial D_c$ , por la que se transmiten las acciones.

Para expresar las condiciones de contacto vamos a utilizar el sistema de referencia constituido por la normal exterior (dirección 1) y la dirección tangencial que deja el sólido a la izquierda (dirección 2). En este trabajo se utiliza la ley de rozamiento de Coulomb, de esta

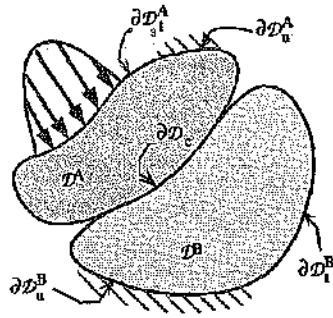


Fig. 1: El problema general de contacto.

forma, un punto de la zona de contacto puede estar en situación de adhesión o en situación de deslizamiento. En la primera no se permiten los deslizamientos relativos y en la segunda sí. Matemáticamente, dichas situaciones vienen caracterizadas por las ecuaciones:

Equilibrio	$t_i^A = t_i^B \quad i = 1, 2$	
Compatibilidad	$u_1^A + u_1^B = 0$	
Fricción	Adhesión	Deslizamiento
	$u_2^A + u_2^B = 0$	$t_2^K = \pm \mu t_1^K \quad K = A, B$

(3)

Para resolver el problema de aplicar estas condiciones de contorno de contacto al sistema de ecuaciones (2), usualmente se han empleado en ambos sólidos discretizaciones idénticas, de forma que las condiciones (3) se aplican entre pares de nodos (uno de cada sólido). Ello obligaría a emplear en las mordazas, que consideraremos posteriormente como rígidas, tantos elementos como en la probeta, lo cual aumentaría considerablemente el tamaño del sistema de ecuaciones a resolver, y consecuentemente el tiempo empleado. Además, normalmente, será necesario recurrir a un proceso iterativo para determinar el tamaño de las zonas de contacto y la subdivisión en subzonas de adhesión y deslizamiento iniciales, lo que agrava aún más el problema del tiempo. En este trabajo emplearemos uno de los algoritmos desarrollados por Blázquez 1996a, que permite el uso de discretizaciones diferentes en ambos sólidos. De ellos, en vista de los problemas que presentan los algoritmos nodo a punto, Blázquez y otros 1997, se ha optado por el algoritmo de imposición débil de las condiciones de contacto.

Las condiciones de equilibrio se imponen definiendo en uno de los sólidos dos distribuciones de tensiones y utilizando el Principio de los Desplazamientos Virtuales para establecer el equilibrio entre ellas. La condición de compatibilidad de los desplazamientos se impone al otro sólido de forma análoga, definiendo dos campos de desplazamientos y utilizando el Principio de las Fuerzas Virtuales.

La presencia de la fricción obliga a resolver el problema en forma incremental, aunque, dadas las características del problema que nos ocupa, la carga se aplica en su totalidad en un único incremento una vez determinados el tamaño de las zonas de contacto y la división en subzonas de adhesión y deslizamiento. Dichos resultados se obtienen mediante un proceso iterativo consistente en:

1. Se resuelve el sistema de ecuaciones con un tamaño y una división inicial de la zona de contacto.

2. Se chequean los resultado de forma que:

- (a) si aparecen tracciones en nodos en contacto, se cambia la situación de estos nodos a nodos libres y se vuelve al paso 1.
- (b) si aparecen interpenetraciones en nodos libres, se cambia la situación de dichos nodos a nodos en contacto y se vuelve al paso 1.
- (c) si en nodos en deslizamiento el trabajo de fricción no es disipativo (tensión tangencial y deslizamiento relativo de signo distinto), se cambian a adhesión y se vuelve al paso 1.
- (d) si en nodos en adhesión se supera el límite de la tensión tangencial dada por la ley de fricción, se cambia la situación en dichos nodos a deslizamiento, con el signo correspondiente, y se vuelve al paso 1.

En Blázquez y otros 1996b, se presenta este algoritmo y se aplica a diversos problemas clásicos de contacto.

#### 4 El ensayo Iosipescu

En el ensayo Iosipescu para la determinación del módulo de cizalladura intralaminar,  $G_{12}$ , se considera que en la zona de medición se origina un estado de tensión tangencial pura y uniforme. Mediante el dispositivo se aplica una carga a la probeta y por equilibrio se determina la tensión tangencial media,  $\tau_{media}$ . Utilizando bandas extensométricas se mide la deformación angular,  $\gamma_{12}$ . El cociente entre ambas nos proporciona el valor de  $G_{12}$ .

Analizando en primer lugar el modelo monodimensional del ensayo, es evidente que, en general, la fricción introducirá un axil, separando el estado tensional del de tensión tangencial pura.

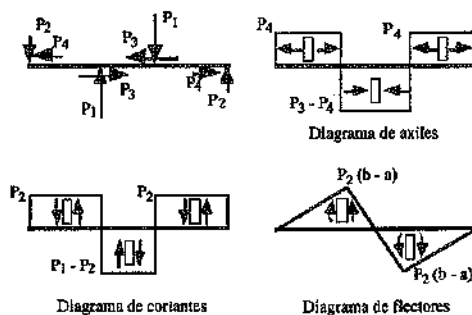


Fig. 2: Modelo monodimensional de Iosipescu con fricción.

Obviamente este modelo es muy aproximado, por lo que las conclusiones con él obtenidas deben de ser muy cuidadosamente interpretadas. En los extremos de la probeta, por condición de contorno, el axil debe ser nulo, la evolución del mismo a lo largo de la probeta no es constante a trozos como aparece en la figura 2, sino que crece o decrece de forma suave en función de las tensiones originadas por la fricción, además al tener la probeta una altura determinada las resultantes no están aplicadas sobre la misma línea, sino que están separadas una distancia igual a dicha altura. Es por ello por lo que para estudiar correctamente

la influencia de la fricción resulta necesario emplear un modelo más cercano a la realidad, donde se tengan presentes todas estas características.

Para el estudio que nos proponemos se ha utilizado el modelo de la figura 3, utilizando 174

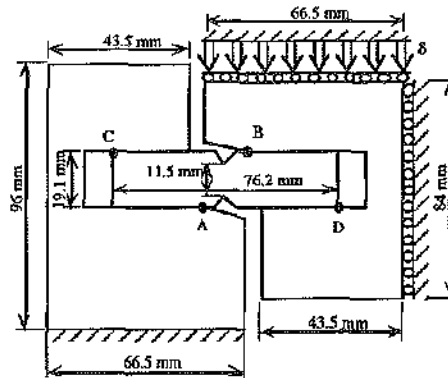


Fig. 3: Modelo del ensayo Iosipescu.

elementos para la discretización de la probeta y 9 elementos para cada una de las mordazas (que se consideran rígidas). En las zonas de contacto se han empleado 16 (zonas de contacto de los puntos C y D) y 22 (zonas de contacto de los puntos A y B) elementos en la probeta por sólo uno en la mordaza. El material utilizado en el análisis es un material compuesto de fibra de carbono y resina epoxi denominado AS-3501, cuyas características elásticas, de acuerdo con Tsai 1988, son:

Configuración:	$E_{11}$	$E_{22}$	$\nu_{12}$	$G_{12}$
Unidireccional	138 GPa	8.96 GPa	0.3	7.1 GPa
$[0^\circ/90^\circ]_s$	73.81 GPa	73.81 GPa	0.036	7.1 GPa

(4)

La carga aplicada al modelo ha sido siempre un desplazamiento de la mordaza móvil de 1 mm..

A modo de ejemplo, en la figura 4 se muestra, para las configuraciones unidireccionales  $0^\circ$  y  $90^\circ$  y para la  $[0^\circ/90^\circ]_s$ , la evolución de las componentes del tensor de tensiones entre las entallas de la probeta para un coeficiente de fricción de  $\mu = 0.2$ , comparando los resultados con los obtenidos para el caso sin fricción. Aprovechando la simetría del problema sólo se representan los resultados en una de las mitades. En dichas figuras las distancias  $y$ , medidas desde el centro de la probeta en dirección vertical, se han adimensionalizado con el parámetro  $h$  que es la semilongitud entre las entallas (figura 4).

En estas figuras se comprueba el hecho, ya adelantado, de la aparición de un axil, de compresión, que afecta de forma directa a las tensiones normales longitudinales,  $\sigma_{xx}$ , en cualquiera de las configuraciones analizadas. Respecto de las otras componentes del tensor de tensiones destaca principalmente que sólo se vean influidas de forma apreciable en la configuración unidireccional a  $90^\circ$ . La explicación de que sea esta configuración la más afectada es clara. Dicha configuración es la más rígida en la dirección  $y$ , con lo que las dos cargas verticales,  $P_1$  y  $P_2$ , que introduce cada mordaza son más elevadas, aún siendo su diferencia,  $P_1 - P_2 = V$ , la misma que en las otras configuraciones. Ello origina que las

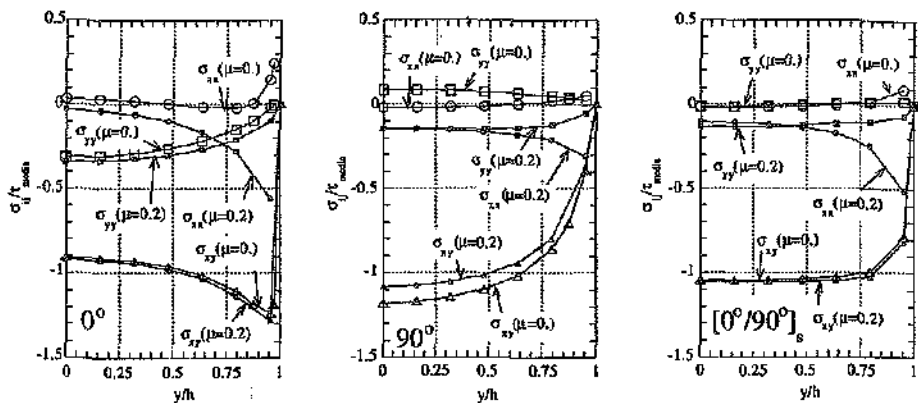


Fig. 4: Evolución de las tensiones entre las entallas.

cargas debidas a la fricción,  $P_3 = \mu P_1$  y  $P_4 = \mu P_2$  sean también mayores, en particular la carga  $P_3$  cercana a la zona de medición. No obstante, la causa más importante es que las cargas  $P_1$  están aplicadas mucho más cerca de dicha zona en la configuración a  $90^\circ$ .

Para completar el análisis de la influencia de la fricción en la zona de medición, en la figura 5 se muestra cómo varían las componentes del tensor de tensiones en el punto central de la probeta.

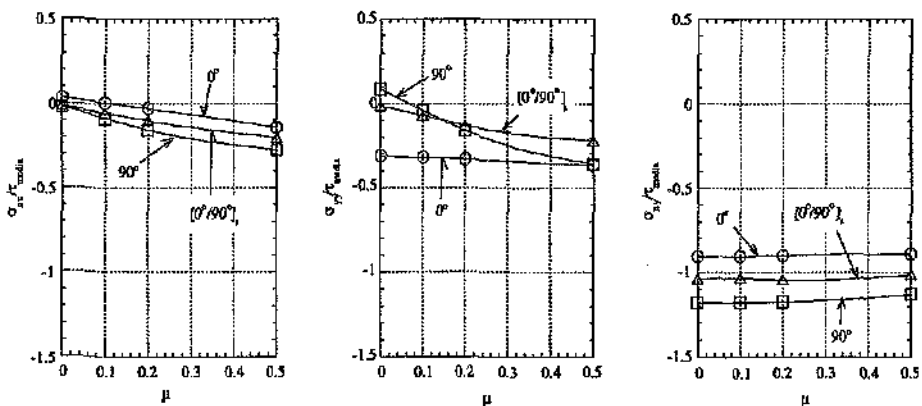


Fig. 5: Tensiones en el centro frente al coeficiente de fricción.

Se aprecia claramente como el aumento de la fricción origina un aumento del valor absoluto de las tensiones normales  $\sigma_{xx}$  y  $\sigma_{yy}$ , mientras que las tensiones tangenciales se ven muy poco influidas. También muestra la figura como cuanto más rígida es la probeta en la dirección  $y$  tanto más influye la fricción en el estado tensional en el punto de medición, debido, fundamentalmente, a que las resultantes de las tensiones de contacto están más cerca de dicho punto.

En lo referente a las tensiones en las zonas de contacto, merece citarse que la presencia de la fricción prácticamente no tiene efecto sobre el tamaño de las zonas de contacto. Sí influye de forma importante en las características de las singularidades que se originan en los puntos A y B señalados en la figura 3. En la figura 6 se ha representado la variación de los órdenes de singularidad,  $\lambda$  y los factores de intensificación de tensiones,  $K$ , con el coeficiente de fricción. Los últimos se han normalizado con la  $\tau_{media}$  con el fin de referir todos los resultados a una misma carga.

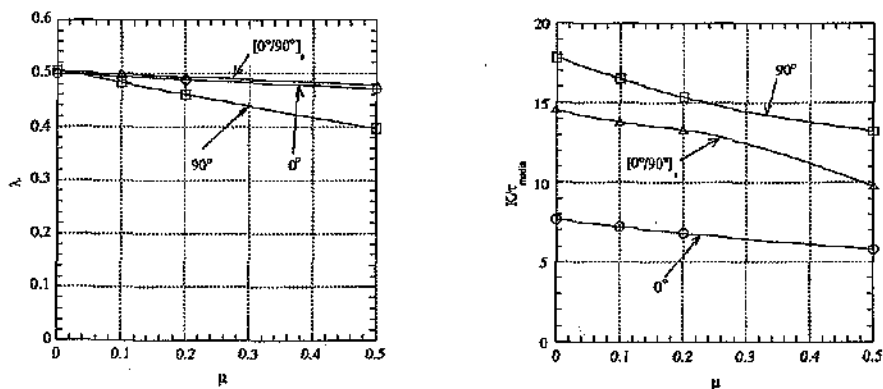


Fig. 6: Orden de singularidad y F.I.T. frente al coef. de fricción.

En estas figuras se aprecia como, desde este punto de vista, la fricción tiene un efecto beneficioso, dado que aumentos del coeficiente de fricción reducen los órdenes de las singularidades y los factores de intensificación de tensiones, factores ambos beneficiosos sobretudo para evitar roturas prematuras del espécimen.

## 5 Conclusiones

Se ha realizado un análisis numérico de la influencia de la fricción en los resultados obtenidos mediante el ensayo Iosipescu para la caracterización de materiales compuestos. Se ha empleado el material AS-3501, y se han analizado las configuraciones unidireccionales con la fibra orientada a  $0^\circ$  y  $90^\circ$  y la configuración  $[0^\circ/90^\circ]$ , para los coeficientes de fricción  $\mu = 0, 0.1, 0.2$  y  $0.5$ .

La primera conclusión extraída del análisis ha sido que la fricción introduce en la probeta una tensión normal longitudinal,  $\sigma_{xx}$ , de compresión (correspondiente con un axil del orden del cortante por el coeficiente de fricción). Esto invalidaría el ensayo con vistas a la determinación de la resistencia a cortadura del material ensayado. En lo referente a la evaluación del módulo de cizalladura intralaminar, las tensiones más afectadas son las componentes normales, mientras que el efecto es apenas apreciable en las tangenciales, así pues el ensayo no pierde validez, dado que  $G_{12}$  resulta del cociente entre la tensión tangencial media (obtenida por equilibrio) y la deformación tangencial real (medida con bandas extensométricas). También se ha comprobado como las configuraciones más afectadas son las más rígidas en la dirección  $y$ . En cualquier caso, dado que las superficies de la probeta y mordaza suelen estar cuidadas, no es de esperar grandes coeficientes de fricción, con lo que,

salvo en casos extraordinarios, puede despreciarse su efecto en lo referente al estudio del estado tensional en la zona de medición.

Respecto de las tensiones de contacto es destacable el beneficio de la fricción en las características de las singularidades que aparecen en algunos puntos. Un coeficiente de fricción alto disminuye tanto los órdenes de las singularidades como los factores de intensificación de tensiones, es decir no sólo los gradientes de tensión son menores, sino que además la zona de contacto de la probeta sometida a tensiones elevadas es más pequeña.

## Referencias

1. J.A. Barnes, M. Kumosa y D. Hull. Theoretical and experimental evaluation of the Iosipescu shear test. *Composites Science and Technology*, vol. 28, 251-268, (1987).
2. A. Blázquez, F. París y J. Cañas. Análisis del ensayo Iosipescu para la determinación de  $G_{12}$  con el Método de los Elementos de Contorno. *I Congreso Nacional de Materiales Compuestos, MATCOMP'95*, 377-382, Sevilla, (1995).
3. A. Blázquez. *Contacto no conforme entre sólidos de comportamiento ortótropo. Aplicación al ensayo Iosipescu*, Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, (1996).
4. A. Blázquez, F. París y J. Cañas. Un algoritmo variacional basado en el MEC para resolver problemas de contacto con discretizaciones no conformes. *3er. Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*, Eds. M. Doblaré et al. vol. 2, 1461-1470, Zaragoza, (1996).
5. A. Blázquez, F. París y J. Cañas. Interpretation of the problems found in applying contact conditions in node-to-point schemes with Boundary Element non-conforming discretizations. Aceptado para su publicación en *Int. J. Boundary Element Methods*, (1997).
6. H. Ho, M. Y. Tsai, J. Morton y G. L. Farley. A comparison of the popular shear test methods for composite materials. *Int. Conf. Composite Materials ICCM-VIII*, 328-336, Hawai, (1991).
7. H. Ho, M. Y. Tsai, J. Morton y G. L. Farley. Numerical analysis of the Iosipescu specimen for composite materials. *Composites Science and Technology*, vol. 46, nº2, 115-128, (1993).
8. V. Mantić y F. París. Explicit formulae of the integral kernels and C-matrix in the 2D Somigliana identity for orthotropic materials. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 15-3, 283-288, (1995).
9. F. París y J. Cañas. *Boundary Element Method. Fundamentals and applications*, Oxford University Press, (1997).
10. J. L. Sullivan, B. G. Kao y H. Van Oene. Shear properties and a stress analysis obtained from vinylester Iosipescu specimen. *J. of Composite Materials*, vol. 21, 494-507, (1987).
11. S. W. Tsai. *Composite design, 4th edition*, Think Composites, Dayton, Ohio (EEUU), (1988).
12. D. E. Walrath y D. F. Adams. The Iosipescu shear test as applied to composite materials. *Experimental Mechanics*, 105-110, (1983).