

## TEORÍA CARTERAS: APLICACIÓN CON EL ORO Y LOS ACTIVOS NUMISMÁTICOS DE ORO

Camilo Prado Román, [camilo.prado.roman@urjc.es](mailto:camilo.prado.roman@urjc.es), Universidad Rey Juan Carlos  
Pablo García Estévez, [pablo.garcia.estevez@urjc.es](mailto:pablo.garcia.estevez@urjc.es), Universidad Rey Juan Carlos  
José Luis Coca Pérez, [jlccap@hotmail.com](mailto:jlccap@hotmail.com), Universidad de Extremadura

### RESUMEN

Los activos tangibles de colección, son aquellos activos que no están directamente relacionados con la evolución de los mercados financieros. Los activos numismáticos, son activos que pertenecen a los activos tangibles de colección. Estos se llevan estudiando en EEUU, de manera especial, desde la década de los ochenta (Salomon Jr. y Lennox, 1984; Berman y Schulman, 1986; Dickie, Delorme y Humphreys, 1994; Lombra, 2003; Brown 2005), aunque Sharpe ya hablaba de sus bondades en 1963. En España en la década de los noventa se realizaron importantes investigaciones (Coca, 1998; 2001).

En este trabajo se realiza un trabajo de Teoría de Carteras con activos numismáticos de oro. El objetivo del trabajo es la construcción de diferentes carteras compuestas por activos numismáticos de oro y el propio metal precioso; con el fin de construir aquella cartera que mejor se adapte al inversor acorde a su perfil inversor y conocer cuál es la Cartera del Mercado.

La muestra utilizada son los activos numismáticos de oro emitidos por España, EEUU, Gran Bretaña y Francia desde 1900 a 2008. El periodo de estudio es del 2003 al 2008. La metodología empleada es la Teoría de Carteras (Markowitz, 1952; 1959). Para ello construiremos la Frontera Eficiente y trazaremos la Línea del Mercado de Capitales o CML.

### PALABRAS CLAVE

Bien de Colección, Activo Numismático de Oro, Teoría de Carteras, Cartera del Mercado, CML

### ABSTRACT

Collectible Tangible Assets are those that directly they are not related to the evolution of the Financial Market. Numismatic Assets belongs to Collectible Tangible Assets. These assets have been studying in USA since the eighties (Salomon Jr. y Lennox, 1984; Berman y Schulman, 1986; Dickie, Delorme y Humphreys, 1994; Lombra, 2003; Brown 2005), although Sharpe had talked about his virtues in 1963. Important researches were made in Spain in the nineties (Coca 1998; 2001).

In this paper we do a study of Portfolio Theory with Gold Numismatic Assets. Our objective is to build different Gold and Gold Numismatic Asset Portfolios. The purpose is being able to build the best portfolio for the different investors and to know The Market Portfolio.

Research sample is composed by gold numismatic assets and the gold. Those assets have been issued by Spain, USA, Great Britain and France from 1900 to 2008. The research period is to 2003-2008. We use Portfolio Theory methodology (Markowitz, 1952; 1959). For that we build the efficient frontier and we will trace the Capital Market Line, CML.

### KEY WORDS

Collectible Tangible Asset, Gold Numismatic Asset, Portfolio Theory, Market Portfolio, CML

## INTRODUCCIÓN

Los bienes de colección son aquellos objetos que tienen la condición de ser “objeto de apreciación”, habida cuenta de las características específicas que los distinguen de los demás, escasez, rareza, estimación singular o estimación global. Los activos numismáticos pertenecen a estos bienes, objeto de estudio en este artículo.

Los activos numismáticos, son activos cuyo rendimiento no está directamente relacionado con la evolución de los mercados financieros. Si los incluimos en carteras de inversión, tratan de reducir la correlación entre los distintos mercados financieros de los diferentes países. Los activos numismáticos de oro, están compuestos por las monedas históricas de oro, que son aquellas que han estado o están en circulación; las monedas conmemorativas de oro, que son aquellas emitidas por un gobierno para conmemorar algún suceso; y las monedas bullion de oro, que son aquellas monedas emitidas en metales preciosos, en nuestro caso el oro, cuyo precio lo marca el metal de acuñación mas una prima de entre 3%-6%.

El objetivo del trabajo es la construcción de diferentes carteras compuestas por activos numismáticos de oro, mas el propio metal precioso, con el fin de construir aquella cartera que mejor se adapte al inversor, acorde a su perfil inversor, y conocer cuál es la Cartera del Mercado; mediante el uso de la Teoría de Carteras. Para ello construiremos la Frontera Eficiente y trazaremos la Línea del Mercado de Capitales o CML.

## MERCADO DE BIENES DE COLECCIÓN

Los bienes de colección (monedas, autógrafos, escultura, obra gráfica, pintura, sellos, etc.), son aquellos objetos que por su peculiar singularidad –su carácter único y escaso, su mérito artístico, su consonancia con las tendencias del gusto social, y/o su antigüedad-, van, paulatinamente, aumentando su valor a lo largo del tiempo. También se pueden definir como aquellos que tienen la condición de ser “objeto de apreciación”, habida cuenta de las características específicas que los distinguen de los demás, escasez, rareza, estimación singular o estimación global.

Las características principales de un Bien de Colección (BdC) son las siguientes<sup>1</sup>:

Tangibilidad, uno posee en propiedad el valor de su inversión. Valor – refugio, entendemos por él, a aquel activo (físico o financiero) que por sus especiales características de oferta y demanda, quedan al margen de las crisis de los mercados financieros así como de las economías reales. Universalidad de los mercados, estos bienes pueden venderse en cualquier parte del mundo y están universalmente aceptados. Accesibilidad, esta es una característica referida a las monedas en particular, prácticamente cualquier inversor/coleccionista tiene suficiente disponibilidad de efectivo para adquirir activos numismáticos. Revalorización, los Bienes Tangibles se revalorizan con el paso del tiempo debido principalmente a la escasez, rareza y antigüedad, produciendo que el valor de este tipo de bienes crezca constantemente. Previsionalidad de ahorro, estas inversiones prevén un ahorro, son inversiones a medio y largo plazo; (Coca, 1998). Aparte de estas seis características comunes, habría que incluir al coleccionismo y a la rentabilidad de disfrute, puesto que estos bienes que son coleccionados proporcionan una rentabilidad distinta a la económica, la cual es difícil de valorar y es el propio coleccionista el que mejor puede valorarla.

El mercado de los bienes de colección es un mercado estructurado, abierto y universal, al igual que otros mercados en los que se negocian productos múltiples. Este mercado se apoya en varias consideraciones: Su venta se puede hacer en cualquier parte del mundo al ser unos bienes físicos y al estar

---

<sup>1</sup> Coca (1998), en su Tesis Doctoral: “Análisis del mercado financiero de bienes tangibles: El caso particular de la filatelia financiera”.

universalmente aceptados. Su fácil accesibilidad, sobre todo en monedas y sellos, permite que cualquier persona pueda invertir en estos bienes. Existe una amplia oferta que emana de diversas fuentes emisoras: los propios artistas / realizadores de obras y el propio Estado (filatelia, numismática). Además existen multitud de vías para la comercialización. El mercado de bienes de colección a nivel mundial se divide entre EEUU con un 46% de cuota de participación, Reino Unido con un 27%, Francia con un 6,4%, China con un 5%, Alemania con un 2,9% y el resto de países con un 12,7%<sup>2</sup> (McAndrew, TEFAF 2008)

Existe un mercado primario y un mercado secundario, similar al mercado financiero en cuanto a su funcionamiento. Un mercado primario donde se realizan las primeras relaciones de compra – venta entre emisores y compradores. Compradores representados en las figuras de: comerciantes (comercios especializados, casas de subastas y galerías); coleccionistas (coleccionista/inversor) e inversores, y un mercado secundario donde las relaciones comerciales que se establecen son básicamente entre compradores y vendedores, donde tienen lugar las primeras cotizaciones de precios de estos bienes, lo que implica un dinamismo y una permeabilidad del mercado.

El enlace entre ambos mercados se personifica y según los casos adquiere un rol específico. En el mercado numismático, el grupo estaría integrado por los comerciantes (comercios especializados y casas de subastas), los coleccionistas (coleccionistas/inversores) y los inversores (sociedades de inversión en numismática, sociedades con departamentos numismáticos y el inversor por cuenta propia).

La principal fuente de demanda de los bienes de colección proviene de los coleccionistas y de los inversores. A diferencia del coleccionista, que en esta afición encuentra una actividad de disfrute personal y con ello, una rentabilidad de disfrute, el inversor se mueve por criterios preferentemente de rentabilidad. Ambas figuras se complementan y sin la existencia de uno, no tendría sentido la perpetuidad del otro; llegando a ser una figura poseedora de “dos caras”, una coleccionista y otra inversora.

Las principales vías de comercialización de Bienes de Colección (BdC) son, las galerías, los anticuarios, las almonedas, los comercios especializados, las casas de subastas, los supermercados de arte, los desembalajes, los mercadillos, las sociedades de inversión en BdC, los coleccionistas privados y los productos de inversión (financieros o alternativos) basados en estos bienes, como por ejemplo, los fondos de inversión en arte, los fondos de inversión en monedas bullions de oro, las carteras de sellos, de autógrafos, entre otros.

La actividad de los bienes de colección se regula por las leyes de cada país. En España la ley de inversión en bienes tangibles, o *LEY 43/2007, de 13 de diciembre, de protección de los consumidores en la contratación de bienes con oferta de restitución del precio*, regula la actividad.<sup>3</sup>

Como sabemos, un activo, es algo que poseemos que tiene un valor de cambio; los bienes de colección también poseen un valor de cambio en el momento de la venta o en el momento en que un experto lo tasa y le proporciona un valor. Desde este punto, distinguimos entre activos financieros y activos alternativos, definiendo estos últimos, como aquellos cuyos rendimientos no están directamente relacionados con los mercados financieros, es decir, con la evolución de estos mercados. Consideramos que son activos alternativos: los activos tangibles de colección, las materias primas, los metales preciosos, los inmuebles, el capital riesgo, *hedge fund* (situado entre activo financiero y alternativo), y otros, como los recursos naturales.

---

<sup>2</sup> España representó un 0,6% de cuota de participación en el 2006 y un 0,7% en el 2007.

<sup>3</sup> (BOE núm. 299, de 14 de diciembre) y viene a sustituir a la Ley 35/2003, de 4 de noviembre, de Instituciones de Inversión Colectiva (BOE, de 5 de noviembre de 2003).

Un activo tangible de colección es aquel que tienen la condición de ser “objeto de apreciación”, habida cuenta de las características específicas que lo distingue de los demás, escasez, rareza, estimación singular o estimación global, y que su rendimiento no está directamente relacionado con la evolución de los mercados financieros, tratando de reducir la correlación entre los distintos mercados financieros de los diferentes países si los incluimos en carteras de inversión.

Desde el punto de vista de la inversión, los activos tangibles de colección, como cualquier otro activo, poseen como características la rentabilidad, el riesgo y la liquidez; la liquidez, es el principal problema de estos activos, puesto que aunque existen numerosas vías para su comercialización, su conversión en dinero no es inmediata, y dependerá de la situación de su mercado local, en el momento de la venta. Además de estas tres, incluimos dos más que son utilizadas como restricciones a la hora de invertir: el horizonte temporal y la fiscalidad del producto. El horizonte temporal de la inversión, es a medio y largo plazo, principalmente.

## **LA NUMISMÁTICA DE INVERSIÓN**

En la actualidad, el mercado numismático internacional está en auge, detectándose un aumento de coleccionistas, dado que la frecuencia y calidad de las subastas ha crecido espectacularmente. Es un mercado activo y bien organizado, aseveración avalada por el análisis de los catálogos nacionales e internacionales de casas de subastas, asociaciones y diversos estudios, tales como, Dickie et al, 1994 y Brown, 2005, siendo este último, quien utilizando datos de la American Numismatic Association, determinaría que el mercado numismático tiene un volumen de negociación, excluyendo las monedas de plata y los bullions de oro, que excede de \$40 billones de dólares. En la misma línea y para el mercado de EEUU; Siconolfi (1990), Dickie, Delorme y Humphreys (1994) y la Coin World Inc. (2003), se estimó que las ventas anuales en un mercado tan específico como el mercado numismático de moneda histórica de EEUU, en \$5 billones de dólares.

Los activos numismáticos están compuestos por las monedas históricas, que son aquellas que han estado o están en circulación, como por ejemplo, los denarios romanos, la peseta, el dólar estadounidense, etc.; las monedas conmemorativas<sup>4</sup>, que son aquellas que emite un gobierno para conmemorar algún suceso, y suelen estar acuñadas en metales preciosos y con tiradas pequeñas; y las monedas bullions que son aquellas monedas acuñadas en metales preciosos (oro, plata, platino, paladio) cuyo precio se fija por el metal de acuñación, más una prima de entre el 3% y el 6% sobre el precio de ellas.

Salomon Jr. y Lennox (1984), destacan que las rentabilidades de los activos tangibles, para periodos de cinco años, eran consistentemente altas, siendo para las monedas americanas de un 9,5% para el periodo 1969-1974; de un 32,4% para el periodo 1974-1979 y de un 11,3% para el periodo 1979-1984. Berman y Schulman (1986), realizan un estudio de las mejores inversiones estadounidenses por beneficio para diferentes periodos. Entre las que destacamos las monedas históricas, las monedas bullions de oro y de plata, siendo sus rentabilidades de 20,4%, 6,9% y 3,5% respectivamente para el periodo 1975-1985, y de 17,7%, 15,5% y 8,7% para el periodo 1970-1985. Lombra (2003), calcula las rentabilidades medias de los activos numismáticos americanos<sup>5</sup> siendo las rentabilidades del 14,23%, para las monedas históricas y de un 3,10%, para las monedas bullion de oro. Brown (2005) analiza el mercado numismático de moneda histórica de EEUU, como activo de inversión para el periodo 1941-2003, obteniendo para el activo numismático analizado, una rentabilidad media anual sin descontar la inflación de un 10,5%, con una desviación típica del 12,3%; una rentabilidad media anual descontando la inflación de un 5,52% y una rentabilidad por unidad de riesgo 0,46x; siendo, para el mismo periodo, de

---

<sup>4</sup> La Unión Europea las denomina monedas de colección.

<sup>5</sup> Lombra, R. (2003); estudio de carteras para diferentes activos norteamericanos, renta variable americana, renta fija americana, numismática y bullions de oro; para un período de 25 años (1978-2002).

0,46x y de 0,18x para el S&P 500 y los bonos de EEUU a largo plazo. Es importante señalar que, las revalorizaciones medias son mayores a medida que aumenta la calidad de estos activos (Lombra, 2003).

Los activos tangibles de colección, y en especial los activos numismáticos, por su componente histórico, artístico y/o por su escasez, se revalorizan, siendo esta revalorización mayor cuanto más nos alejamos en el tiempo. Muchas de las colecciones adquiridas por los inversores, son codiciadas por los coleccionistas, y viceversa.

Las vías de inversión en estos activos, las podemos dividir en dos, inversión directa e inversión dirigida. La inversión directa, la que tiene como base el coleccionismo, la experiencia y la inversión dirigida la que utiliza el activo tangible de colección como subyacente de un proceso inversor. Por tanto, la inversión directa es una vía de negociación de los bienes de colección y estaría englobado en el mercado de productos, que es aquel donde se negocian bienes y servicios. La inversión dirigida sería una forma de inversión, que pertenecería al mercado de factores, que es aquel donde se negocian trabajo y capital.

## **TEORÍA DE CARTERAS**

En las últimas décadas el desarrollo de los mercados financieros y de los productos ofertados en ellos ha crecido de una manera exponencial. Sin embargo esta popularización de las inversiones financieras no ha venido siempre acompañada de los resultados esperados por los inversores. Esta circunstancia ha servido de base para el nacimiento de diferentes métodos para gestionar el riesgo inherente a este tipo de inversiones.

La base analítica de buena parte de estos métodos se asienta en los estudios de Harry Markowitz (1952, 1959) sobre diversificación de las inversiones, donde analiza el problema al que se enfrenta cualquier ahorrador a la hora de colocar sus recursos financieros en el mercado: la obtención de la mayor rentabilidad con el menor riesgo posible.

Las conclusiones alcanzadas por Markowitz en el desarrollo de sus teorías han resultado de suma utilidad, tanto en el plano académico como en el plano profesional. De los resultados se desprende que la posibilidad de alcanzar una determinada rentabilidad invirtiendo en una cartera diversificada de activos financieros es función directa del riesgo asumido en el proceso. No obstante, es destacable el hecho de que los niveles de riesgo pueden ser reducidos de manera importante si la diversificación es realizada de la manera adecuada, esto es, si las inversiones que comprenden las carteras están poco correlacionadas entre sí. Evidencia de ello se observa al analizar los efectos que la inversión internacional puede tener en la rentabilidad y riesgo de las carteras de valores (Solnik, 1974).

La existencia de riesgos no diversificables que afectan a los activos financieros, aunque en distinto grado, proporcionan al inversor la "tarea" de encontrar activos acordes a su perfil de riesgo mediante una adecuada gestión del riesgo. Algunos estudios hacen hincapié en el carácter estable de inversiones como son la filatélica, numismática o, en definitiva, la inversión en activos tangibles de colección (Sharpe, 1963). En esta línea Sharpe y Alexander (1990), en su obra "Investments", de manera general, califican a los "activos tangibles", como activos que sirven para cubrirse contra la inflación mejor que otros como las acciones o los bonos.

En el estudio "Portfolio Selection", Harry Markowitz en 1952 se plantea el problema ante el que se encuentra cualquier ahorrador/inversor a la hora de colocar sus recursos financieros en el mercado con la intención de obtener la mayor rentabilidad futura con el menor riesgo posible. Estas son las variables que analiza para el desarrollo de su estudio.

La rentabilidad de una cartera va a venir determinada por una media ponderada de los diferentes activos que la componen. Sin embargo el riesgo total de la cartera va a depender de tres factores: 1 La

ponderaciones de los activos; 2 Las varianzas de las rentabilidades de cada uno de los activos; y 3 La correlación existente entre cada uno de los activos.

Este último factor es clave para la construcción de carteras, ya que implica que al aumentar el número de activos en una cartera de inversión la rentabilidad de esta aumentará proporcionalmente a la rentabilidad de dicho activo ponderada por su peso en la cartera, mientras que el riesgo de la misma va a verse afectado por el grado de correlación existente entre todos los activos presentes en ella.

Basándose en esta propiedad, Markowitz establece un modelo de gestión de carteras consistente en optimizar un sistema de ecuaciones basado en la rentabilidad y en el riesgo de la cartera. Fruto de la maximización de la función de rentabilidad de la cartera obtendremos la curva que recoge todas aquellas carteras eficientes existentes en el mercado y al obtener el punto de corte de esta curva con la curva de aversión al riesgo del inversor, que se puede describir como una función de utilidad, nos proporcionará aquella combinación de activos que posee el mejor binomio rentabilidad / riesgo acorde a las preferencias del inversor.

Desde que Markowitz se planteara este problema de gestión de carteras, los tipos de activos de inversión comercializados han aumentado de manera exponencial. Los inversores, con niveles de tipos de interés cercanos a los de la inflación, están desplazando sus recursos de productos tradicionales de ahorro a otras que ofrecen mayores rentabilidades. Así se han canalizado grandes cantidades de recursos para inversión en activos financieros de mayor complejidad con mayores rentabilidades y mayores riesgos y a otros mercados como el inmobiliario o el de los activos tangibles de colección (sellos, monedas, obra gráfica, etc.) que ofrecen rentabilidades muy atractivas con unos niveles de riesgo reducidos.

Como ya se ha comentado, la gran aportación de estas teorías de gestión de carteras, fue demostrar que al combinar activos de diferente naturaleza, se podía reducir el riesgo total de la cartera, gracias a la incidencia de la correlación entre activos a la hora de calcular la varianza total de la cartera.

## **DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA Y LA METODOLOGÍA**

La **muestra** empleada para el análisis está compuesta por: el oro y los activos numismáticos de oro, en sus tres tipos: monedas históricas, monedas conmemorativas y monedas bullions, emitidos por España, EEUU, Gran Bretaña y Francia, desde 1900 hasta el 2008, para el período 2003-2008.

El catálogo utilizado para conocer los diferentes valores de mercado, así como las características de los activos de inversión, es el Standard Catalogue of World Coin<sup>6</sup>. Catálogo reconocido internacionalmente por expertos numismáticos. Los años seleccionados para el estudio han sido 2003, 2004, 2005, 2006, 2007 y 2008, para todos los países.

Los activos numismáticos de oro que componen las diferentes carteras para el periodo 2003-2008 son: el oro (metal precioso), y los activos numismáticos de oro a partir de su clasificación<sup>7</sup>, estos son, moneda histórica de EEUU de calidad alta y de calidad baja, moneda histórica de Gran Bretaña de calidad alta y baja, moneda histórica de Francia de calidad alta y baja, moneda histórica de España de calidad alta y baja, moneda bullion de EEUU de calidad alta, moneda bullion de Gran Bretaña de calidad alta y de

---

<sup>6</sup> El catálogo utilizado, el Standard Catalogue of World Coin, es editado en EEUU y es aceptado por coleccionistas y expertos numismáticos.

<sup>7</sup> Prado, García Estévez y Coca (2008a, 2008b, 2009)

calidad baja, moneda conmemorativa de EEUU de calidad alta y baja, moneda conmemorativa de Francia de calidad alta y moneda conmemorativa de España de calidad alta<sup>8</sup>.

La **metodología** que utilizamos es el modelo matemático realizado por Markowitz, que plasma el comportamiento de los inversores. Los inversores quieren maximizar su rendimiento manteniendo el riesgo constante (1); o minimizar el riesgo manteniendo el rendimiento constante (2). Matemáticamente se escribiría como (1):

$$\text{Max } R_p = X_1 E(R_1) + X_2 E(R_2) + \dots + X_N E(R_N)$$

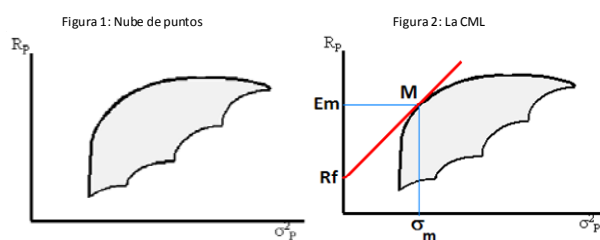
$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} = \text{Constante}$$

También se podría escribir como (2):

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_i \sum_j X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}$$

$$R_p = X_1 E(R_1) + X_2 E(R_2) + \dots + X_N E(R_N) = \text{Constante}$$

Siendo las incógnitas de estas ecuaciones (las X), las ponderaciones individuales de los títulos. La solución es el tanto por ciento que se destina del capital para formar cada una de las carteras del conjunto de soluciones. Si se emplean todos los valores de la bolsa y se resuelven estas ecuaciones, se obtiene una solución gráfica como la representada en la figura 1.



Fuente: elaboración propia

Los puntos representan todas las combinaciones posibles de las carteras en el mercado, pero no todas son eficientes, entendiéndose por eficiencia la posibilidad de obtener más rendimiento para un mismo riesgo, o menos riesgo para un mismo rendimiento. Se puede demostrar que las carteras más eficientes son aquellas que se sitúan en el borde superior izquierdo del conjunto que compone la nube de puntos. Ese borde, que se traza con una línea continua, se denomina la Frontera Eficiente.

Al añadir los bonos del Tesoro, activos denominados Libre de Riesgo, puesto que su rendimiento no depende de la variabilidad de los rendimientos históricos. Se deduce que existirá siempre un punto en la Frontera Eficiente que al combinarlo con el activo libre de riesgo formará una cartera superior a las demás. A este punto se le denomina la Cartera del Mercado y su combinación con el activo libre de riesgo forma una línea que ofrece, para cualquier riesgo, más rendimiento que cualquier otra combinación del mercado. A esta línea, figura 2, se le llama Línea del Mercado de Capitales o CML<sup>9</sup>. Cuando hemos incluido en nuestro modelo la posibilidad de invertir en el activo libre de riesgo la eficiencia pasa de una curva, la frontera, a una recta, la CML. La ecuación que explica la CML es la siguiente:

$$E_p = R_f + \frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_p$$

<sup>8</sup> La calidad alta, en los activos europeos corresponde a la calidad Value, Proof, Unc y BU y en los activos de EEUU a Value, Prf-65, MS-65, MS-64, MS-63 y MS-60. La calidad baja, en los activos europeos corresponde a la calidad XF, EF, VF y F y en los activos de EEUU a AU-50, XF-40, VF-20 y F-12.

<sup>9</sup> Acrónimo en inglés: Capital Market Line.

Esta ecuación señala que el rendimiento de una cartera es, como mínimo, el rendimiento del activo libre de riesgo ( $R_f$ ), y este rendimiento se irá incrementando en función de asumir más riesgo en la cartera ( $\sigma_p$ ). Por cada unidad de riesgo asumida, el mercado pagará una prima de riesgo  $((E_M - R_f) / \sigma_M)$ .

## ANÁLISIS EMPÍRICO

Los activos numismáticos de oro que componen las diferentes carteras para el periodo 2003-2008 son: el oro (1), y los activos numismáticos de oro a partir de su clasificación, estos son, moneda histórica de EEUU de calidad alta (2) y de calidad baja (3), moneda histórica de Gran Bretaña de calidad alta (8) y baja (4), moneda histórica de Francia de calidad alta (7) y baja (5), moneda histórica de España de calidad alta (9) y baja (6), moneda bullion de EEUU de calidad alta (10), moneda bullion de Gran Bretaña de calidad alta (13) y de calidad baja (14), moneda conmemorativa de EEUU de calidad alta (16) y baja (11), moneda conmemorativa de Francia de calidad alta (15) y moneda conmemorativa de España de calidad alta (12). En la siguiente tabla mostramos los rendimientos esperados para cada valor (tabla 1) y en la siguiente tabla (ver tabla 2), la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos.

Con los datos utilizados podemos calcular los rendimientos esperados y la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos. Los resultados de los rendimientos los mostramos en la Tabla 1.

Tabla 1: Rendimientos esperados por activo de inversión

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	17,49%	9,64%	20,65%	-0,31%	2,18%	-6,63%	-6,93%	-3,91%	-6,63%	11,77%	12,83%	-7,31%	1,13%	-4,26%	-3,41%	7,56%

Fuente: elaboración propia

A continuación hemos calculado los coeficientes de correlación entre los valores. En color rojo aparecen las correlaciones más altas mientras que en azul, las más bajas. Como se puede observar, hay una gran cantidad de altas correlaciones fuera de la diagonal principal. Ver tabla siguiente (ver tabla 2).

Tabla 2: Matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos

ATC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,007	-0,005	-0,002	0,004	-0,005	0,003	0,006	0,009	0,003	-0,002	0,009	0,003	0,001	0,006	0,005	0,003
2	-0,005	0,009	0,011	-0,003	0,004	-0,001	0,003	-0,001	0,000	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,012	0,003	0,001
3	-0,002	0,011	0,026	-0,002	0,003	0,001	0,012	0,002	0,001	-0,005	-0,003	0,001	0,002	0,042	0,009	-0,001
4	0,004	-0,003	-0,002	0,003	-0,001	0,002	0,001	0,005	0,001	0,002	0,005	0,001	0,002	-0,004	0,002	0,001
5	-0,005	0,004	0,003	-0,001	0,005	-0,001	-0,005	-0,004	-0,001	0,006	-0,002	-0,002	0,002	-0,011	-0,003	-0,001
6	0,003	-0,001	0,001	0,002	-0,001	0,002	0,003	0,005	0,001	0,002	0,006	0,001	0,002	0,000	0,003	0,002
7	0,006	0,003	0,012	0,001	-0,005	0,003	0,016	0,010	0,004	-0,009	0,009	0,005	-0,001	0,037	0,012	0,004
8	0,009	-0,001	0,002	0,005	-0,004	0,005	0,010	0,016	0,005	0,002	0,019	0,005	0,004	0,005	0,010	0,008
9	0,003	0,000	0,001	0,001	-0,001	0,001	0,004	0,005	0,001	0,000	0,006	0,002	0,001	0,003	0,003	0,002
10	-0,002	-0,001	-0,005	0,002	0,006	0,002	-0,009	0,002	0,000	0,015	0,007	-0,002	0,006	-0,036	-0,004	0,002
11	0,009	-0,001	-0,003	0,005	-0,002	0,006	0,009	0,019	0,006	0,007	0,027	0,006	0,006	-0,011	0,010	0,012
12	0,003	0,000	0,001	0,001	-0,002	0,001	0,005	0,005	0,002	-0,002	0,006	0,002	0,000	0,007	0,004	0,003
13	0,001	0,000	0,002	0,002	0,002	0,002	-0,001	0,004	0,001	0,006	0,006	0,000	0,004	-0,009	0,001	0,002
14	0,006	0,012	0,042	-0,004	-0,011	0,000	0,037	0,005	0,003	-0,036	-0,011	0,007	-0,009	0,129	0,022	-0,003
15	0,005	0,003	0,009	0,002	-0,003	0,003	0,012	0,010	0,003	-0,004	0,010	0,004	0,001	0,022	0,010	0,005
16	0,003	0,001	-0,001	0,001	-0,001	0,002	0,004	0,008	0,002	0,002	0,012	0,003	0,002	-0,003	0,005	0,006

Fuente: elaboración propia

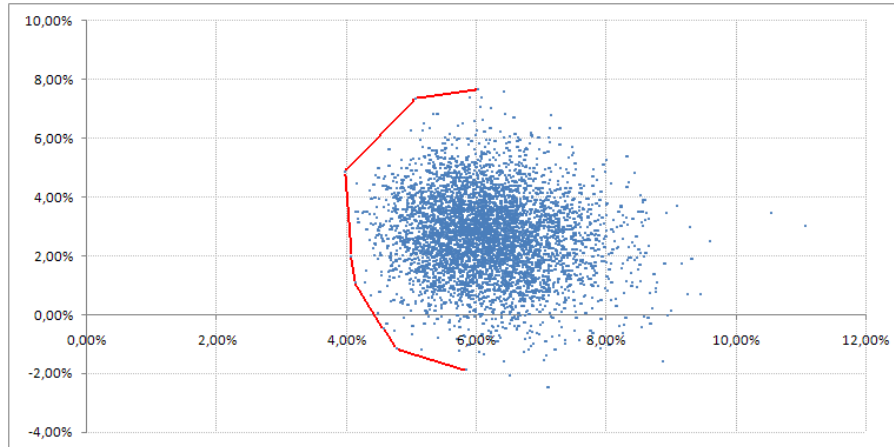
Como se observa existen muchas covarianzas negativas y otras con valores muy grandes.

Como hemos dicho, el objetivo del trabajo es la construcción de diferentes carteras compuestas por activos numismáticos de oro, mas el propio oro. Con el fin de construir aquella cartera que mejor se adapte al inversor acorde a su perfil inversor y conocer cuál es la Cartera del Mercado, mediante el uso



de la Teoría de Carteras, construiremos la Frontera Eficiente y trazaremos la Línea del Mercado de Capitales o CML. Para ello en un primer momento hemos simulado 5.000 carteras obteniendo el siguiente gráfico.

Gráfico 1: Simulación de 5000 Carteras compuestas por activos numismáticos de oro y oro

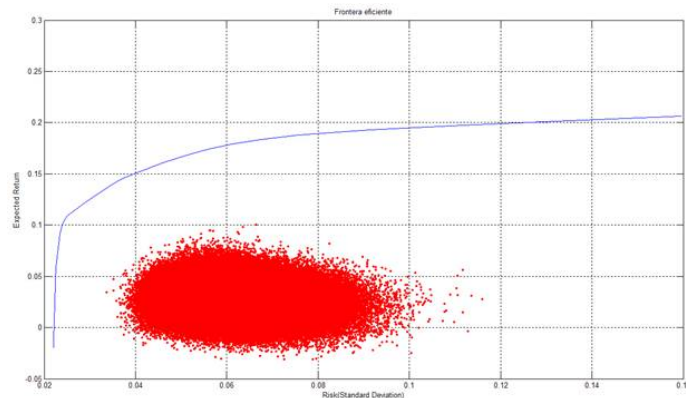


Fuente: elaboración propia

La forma en nube redonda, en vez de la típica forma de lágrima, indica que las covarianzas entre las carteras son altas. Esto implica que los coeficientes entre las diferentes carteras de correlación, con los datos utilizados, sólo hay media docena de carteras que son eficientes.

En un segundo paso realizamos la simulación de 50.000 carteras aleatorias, que representamos en el gráfico siguiente. También calculamos la Frontera Eficiente. Como se puede observar, ésta queda desplazada arriba y a la izquierda de la nube de puntos. La interpretación de este hecho es que teóricamente se puede construir carteras más eficientes que las simuladas, pero estas carteras eficientes tienen una composición de muy pocos valores, mientras que en el trabajo de simulación, se tiende a dar pesos a todos los valores.

Gráfico 2: Simulación de 50000 carteras y su frontera eficiente



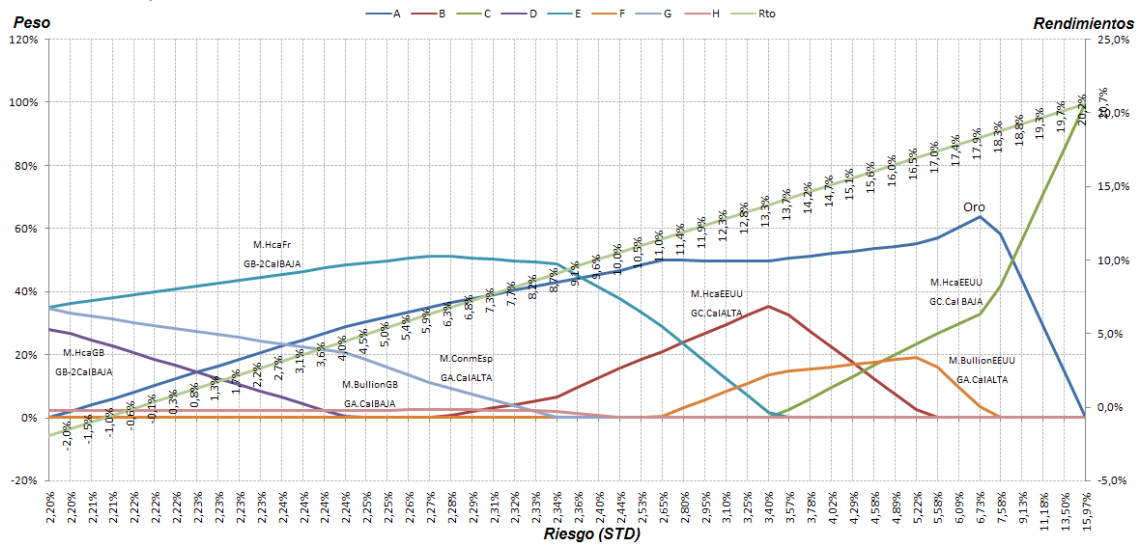
Fuente: elaboración propia

Como se puede observar en el Apéndice de este trabajo, no todas los valores son utilizadas para construir la cartera eficiente. De hecho sólo hemos utilizado ocho valores, que son más eficientes que los otros ocho. Estos valores son:

Oro	M.HcaEEUU GC.CalALTA	M.HcaEEUU GC.Cal BAJA	M.HcaGB GB-2CalBAJA	M.HcaFrancia GB-2CalBAJA	M.BullionEEUU GA.CalALTA	M.ConmEsp GA.CalALTA	M.BullionGB GA.CalBAJA
-----	-------------------------	--------------------------	------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-------------------------	---------------------------

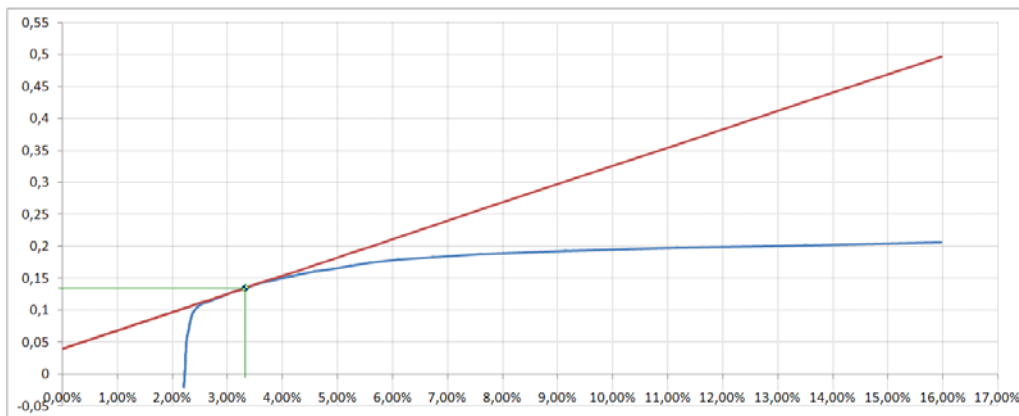
En el siguiente gráfico mostramos la composición de las diferentes carteras que componen la Frontera Eficiente. En el eje de abscisas representamos el riesgo medido por la desviación típica. En el eje de ordenadas de la izquierda se representan los pesos de cada valor. En el eje de abscisas de la derecha, el rendimiento. Cada una de las líneas del gráfico representa el peso de cada uno de los valores en cada una de las carteras. Como se puede observar, para un riesgo entre 2,20% y 2,34%, la cartera se compone principalmente de M.HcaFr GB-2CalBaja. Cuando aumenta el riesgo la inversión eficiente para ser en el oro y en M.HcaEEUU GC.CalALTA. Para altos niveles de riesgo, la inversión eficiente es en M.HcaEEUU GC.CalBAJA.

Gráfico 3. Composición de las carteras de la Frontera Eficiente



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4: Frontera eficiente construida con 50 carteras. La CML ha sido construida asumiendo un  $R_f=4\%$



Fuente: elaboración propia

La cartera de mercado corresponde a una cartera que tiene un rendimiento esperado de 13,73% anual con una desviación típica de 3,4%. Cualquier cartera puede ser replicada combinando  $R_f$  con la cartera de mercado. Se obtiene el mismo rendimiento pero con menos riesgo, pues la teoría nos dice que en la CML no se tiene riesgo propio; sólo sistemático.



Tabla 3: coeficiente de correlación entre los diferentes activos

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1															
2	-0,581	1														
3	-0,157	0,705	1													
4	0,823	-0,696	-0,236	1												
5	-0,771	0,533	0,247	-0,354	1											
6	0,797	-0,264	0,108	0,864	-0,242	1										
7	0,585	0,253	0,577	0,169	-0,551	0,492	1									
8	0,818	-0,120	0,079	0,683	-0,398	0,920	0,663	1								
9	0,795	-0,023	0,181	0,598	-0,424	0,879	0,758	0,990	1							
10	-0,154	-0,097	-0,258	0,361	0,672	0,327	-0,576	0,112	0,000	1						
11	0,639	-0,063	-0,120	0,578	-0,195	0,821	0,416	0,930	0,895	0,342	1					
12	0,719	0,091	0,182	0,323	-0,589	0,634	0,862	0,873	0,922	-0,326	0,768	1				
13	0,232	-0,070	0,148	0,652	0,436	0,740	-0,058	0,494	0,416	0,811	0,531	0,042	1			
14	0,191	0,359	0,731	-0,211	-0,429	0,000	0,813	0,115	0,242	-0,824	-0,190	0,434	-0,386	1		
15	0,617	0,277	0,551	0,295	-0,411	0,668	0,958	0,816	0,888	-0,325	0,627	0,911	0,188	0,638	1	
16	0,443	0,184	-0,067	0,279	-0,131	0,612	0,437	0,824	0,819	0,222	0,944	0,793	0,327	-0,124	0,626	1

\* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

\*\* Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Fuente: elaboración propia

## CONCLUSIONES

La Teoría de Carteras nos ofrece la posibilidad de una mejor gestión del riesgo, presente en el mercado numismático y en el mercado del oro.

Los Bullion son activos tangibles interesantes para la inversión por su gran liquidez y buena rentabilidad, conllevan rigideces ocasionadas por la imposibilidad de gestionar el riesgo intrínseco derivado de poseer características de dos mercados diferenciados como son el numismático y el del oro.

En la construcción de carteras, no todos los activos seleccionados son utilizados para construir la cartera eficiente. Los que han sido utilizados, son el oro (1); las monedas históricas de EEUU de calidad alta (2) y baja (3), de Gran Bretaña de calidad baja (14) y de Francia de calidad baja (5); los bullions de EEUU de calidad alta (10) y los de Gran Bretaña de calidad baja (14); y las monedas conmemorativas españolas de calidad alta (12).

Las carteras construidas, son carteras compuestas por pocos valores: Para **riesgos entre 2,20%-2,34%**, principalmente compuestos por monedas históricas de Francia del GB-2 de calidad media-baja y tirada alta (5). **Al aumentar el riesgo**, la inversión eficiente está compuesta por el oro (1) y por la moneda histórica de EEUU del GC de calidad alta (2). Para **altos niveles de riesgos**, estas carteras se componen principalmente de monedas históricas de EEUU del GC de calidad baja (3).

Una cartera compuesta por monedas históricas y oro nos reporta las bondades de ambos mercado, permitiéndonos además la gestión del riesgo intrínseco en ellos, en contra punto a los bullion o monedas conmemorativas.

## LIMITACIONES Y FUTURAS LÍNEAS

Como limitaciones destacamos, el periodo de estudio que para próximos trabajos de investigación aumentaremos. También, para futuros estudios, ampliaremos los activos seleccionados para la construcción de carteras, así como, su introducción en carteras de inversión compuestas por productos financieros.

## BIBLIOGRAFÍA

Berman, N.S.; Schulman, H.M.F. (1986): "The Investor's Guide to United States Coins". Coins and Currency Institute. United States of America.

Bodie. Kane, A. y Marcus, A. (2004): Principios de inversiones. Ed. Mc Graw Hill.

Brown, R.A. (2005): "Rare Coins: A Distinct and Attractive Asset Class", Journal of Financial Planning. <http://www.fpanet.org/journal/BetweenTheIssues/Contributions/080105.cfm>.

Coca Pérez, J. L. (1998) "Análisis del mercado financiero de bienes tangibles: El caso particular de la filatelia financiera."; Tesis Doctoral; Universidad Complutense de Madrid; Madrid.

Coca Pérez, J. L. (2001) "La inversión en bienes tangibles de colección, cien preguntas clave y sus repuestas" Dykinson, S.L.

Coca Pérez, J. L. (2001) "La inversión en filatelia: organización del mercado y agentes Participantes"; Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa; Vol.10, Nº 4, pp.21-28.

Copeland, T. Weston, F y Shastri, K. (2004): Financial Theory and Corporate Policy. Ed. The Addison-Wesley Series in Finance.

- Dickie, M.; Delorme, C.D. Jr.; Humphreys, J.M. (1994): "Price Determination for a Collectible Good: The Case of Rare U.S. Coins", *Southern Economic Journal*, Vol. 61, Nº 1, pp. 40-51, July.
- Grinblatt M., Titman S. (2007): *Mercados Financieros y Estrategia Empresarial*. Ed. Mc Graw-Hill.
- LEY 43/2007, de 13 de diciembre, de protección de los consumidores en la contratación de bienes con oferta de restitución del precio. (BOE, núm. 299, de 14 de diciembre).
- Lombra, R.E. (2003): "The Investment Performance of Rare U.S. Coins", PhD, Penn State University, Noviembre.
- López, F. y Hurtado, R. (2008): *Inversiones alternativas: otras formas de gestionar la rentabilidad*, Edit. Especial Directivos, Madrid.
- McAndrew, C. (2008): "The International Art Market, A Survey of Europe in a Global Context" The European Fine Art Foundation, TEFAF. Maastricht.
- Markowitz, H. (1952): "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, March, Pp. 77 – 91.
- Mei J. y Moses M. A. (2002) "Art as an Investment and the Underperformance of Masterpieces", *American Economic Review*. Vol. 92, Nº 5, Pp. 1656 – 1668.
- Mei, J. y Moses, M. A. (2004) "Vested Interest and Biased Price Estimates: Evidence from an Auction Market", *The Journal of Finance*.
- Prado, C.; Blanco, A.; Concejo, A. (2007): "El Mercado de los bienes tangibles de colección: especial consideración a la numismática de inversión" *Servicios de publicaciones Universidad Rey Juan Carlos*, Dykinson, Madrid.
- Prado, C.; García Estévez, P.; Coca, J.L. (2008a): "Análisis de los activos numismáticos de oro mediante redes neuronales autoorganizadas" *Building Bridges in a Global Economy*, XXII Congreso Anual AEDEM, VI International Conference IABD. ESIC Editorial.
- Prado, C.; García Estévez, P.; Coca, J.L. (2008b): "Activos numismáticos de oro, análisis mediante redes neuronales autoorganizadas" *University, Society and Global Markets*. European Academic Publishers. Pp. 39-55.
- Prado, C.; García Estévez, P.; Coca, J.L. (2009): "La numismática de oro como activo de inversión, análisis mediante redes neuronales autoorganizadas" *XIX Jornadas Hispano Lusas de Gestión Científica*, Baeza.
- Ross, S. A. Westerfield, W. y Jordan, D. (2005): *Fundamentos de finanzas corporativas*, Ed. McGraw-Hill
- Salomon Jr., R.S.; Lennox, M. J. (1984): "Financial Assets-A Temporary Setback" *Stock Research Investment Policy*, Salomon Brothers, Inc., June, United States.
- Sharpe, W. F. (1963): "A simplified Model for Portfolio Analysis", *Management Science*. Vol. IX, Nº. 2, enero, Pp. 277 – 293.
- Sharpe, W.F. and Alexander, G.J. (1990): *Investments*. Prentice-Hall International Editions, fourth edition, United States, pp. 786-788. (First edition in 1978).
- Solnik, B. H. (1974): "An Equilibrium Model of the Internacional Capital Market", *Journal of Economic Theory*. Vol.8, Pp. 500 – 524.
- Suárez Suárez, A. S. (2004) "Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa", Ediciones Pirámide, 20ª edición.



## Apéndice

### Composición de las carteras de la Frontera Eficiente

Oro	M.HcaEEUU GC.CalALTA	M.HcaEEUU GC.Cal BAJA	M.HcaGB GB2CalBAJA	M.HcaFr GB2CalBAJA	M.HcaEsp GB2CalBAJA	M.HcaFr GB1CalALTA	M.HcaGB GB1CalALTA	M.HcaEsp GB1CalALTA	M.BullionEEUU GA.CalALTA	M.ConmEEUU GA.CalBAJA	M.ConmEsp GA.CalALTA	M.BullionGB GA.CalALTA	M.BullionGB GA.CalBAJA	M.ConmFr GA.CalALTA	M.ConmEEUU GA.CalALTA	Rto	Riesgo
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	0%	0%	0%	28%	35%	0%	0%	0%	0%	0%	35%	0%	2%	0%	0%	-2,0%	2,20%
2	2%	0%	0%	27%	36%	0%	0%	0%	0%	0%	33%	0%	2%	0%	0%	-1,5%	2,20%
3	4%	0%	0%	25%	37%	0%	0%	0%	0%	0%	32%	0%	2%	0%	0%	-1,0%	2,21%
4	6%	0%	0%	23%	38%	0%	0%	0%	0%	0%	31%	0%	2%	0%	0%	-0,6%	2,21%
5	8%	0%	0%	21%	39%	0%	0%	0%	0%	0%	30%	0%	2%	0%	0%	-0,1%	2,22%
6	10%	0%	0%	18%	40%	0%	0%	0%	0%	0%	29%	0%	2%	0%	0%	0,3%	2,22%
7	12%	0%	0%	16%	41%	0%	0%	0%	0%	0%	28%	0%	2%	0%	0%	0,8%	2,22%
8	14%	0%	0%	14%	42%	0%	0%	0%	0%	0%	27%	0%	2%	0%	0%	1,3%	2,23%
9	16%	0%	0%	12%	43%	0%	0%	0%	0%	0%	26%	0%	2%	0%	0%	1,7%	2,23%
10	18%	0%	0%	10%	44%	0%	0%	0%	0%	0%	25%	0%	2%	0%	0%	2,2%	2,23%
11	21%	0%	0%	8%	45%	0%	0%	0%	0%	0%	24%	0%	2%	0%	0%	2,7%	2,23%
12	23%	0%	0%	6%	45%	0%	0%	0%	0%	0%	23%	0%	2%	0%	0%	3,1%	2,24%
13	25%	0%	0%	4%	46%	0%	0%	0%	0%	0%	23%	0%	2%	0%	0%	3,6%	2,24%
14	27%	0%	0%	2%	47%	0%	0%	0%	0%	0%	22%	0%	2%	0%	0%	4,0%	2,24%
15	29%	0%	0%	0%	48%	0%	0%	0%	0%	0%	21%	0%	2%	0%	0%	4,5%	2,24%
16	30%	0%	0%	0%	49%	0%	0%	0%	0%	0%	18%	0%	2%	0%	0%	5,0%	2,25%
17	32%	0%	0%	0%	50%	0%	0%	0%	0%	0%	16%	0%	2%	0%	0%	5,4%	2,25%
18	34%	0%	0%	0%	50%	0%	0%	0%	0%	0%	14%	0%	2%	0%	0%	5,9%	2,26%
19	35%	0%	0%	0%	51%	0%	0%	0%	0%	0%	11%	0%	3%	0%	0%	6,3%	2,27%
20	37%	1%	0%	0%	51%	0%	0%	0%	0%	0%	9%	0%	2%	0%	0%	6,8%	2,28%
21	38%	2%	0%	0%	51%	0%	0%	0%	0%	0%	7%	0%	2%	0%	0%	7,3%	2,29%
22	39%	3%	0%	0%	50%	0%	0%	0%	0%	0%	5%	0%	2%	0%	0%	7,7%	2,31%
23	40%	4%	0%	0%	50%	0%	0%	0%	0%	0%	4%	0%	2%	0%	0%	8,2%	2,32%
24	42%	5%	0%	0%	49%	0%	0%	0%	0%	0%	2%	0%	2%	0%	0%	8,7%	2,33%
25	43%	6%	0%	0%	49%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	2%	0%	0%	9,1%	2,34%



26	44%	10%	0%	0%	45%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	0%	0%	9,6%	2,36%
27	45%	13%	0%	0%	41%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	0%	0%	10,0%	2,40%
28	47%	16%	0%	0%	38%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	10,5%	2,44%
29	48%	18%	0%	0%	33%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	11,0%	2,53%
30	50%	21%	0%	0%	29%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	11,4%	2,65%
31	50%	24%	0%	0%	23%	0%	0%	0%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	11,9%	2,80%
32	50%	27%	0%	0%	18%	0%	0%	0%	0%	6%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	12,3%	2,95%
33	50%	30%	0%	0%	12%	0%	0%	0%	0%	8%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	12,8%	3,10%
34	50%	32%	0%	0%	7%	0%	0%	0%	0%	11%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	13,3%	3,25%
35	50%	35%	0%	0%	1%	0%	0%	0%	0%	14%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	13,7%	3,40%
36	51%	32%	2%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	15%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	14,2%	3,57%
37	51%	27%	6%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	15%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	14,7%	3,78%
38	52%	22%	9%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	16%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	15,1%	4,02%
39	53%	17%	13%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	17%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	15,6%	4,29%
40	54%	12%	16%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	18%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	16,0%	4,58%
41	54%	7%	20%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	18%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	16,5%	4,89%
42	55%	2%	23%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	19%	0%	0%		0%	0%	0%	17,0%	5,22%
43	57%	0%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	16%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	17,4%	5,58%
44	61%	0%	30%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	10%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	17,9%	6,09%
45	64%	0%	33%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	3%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	18,3%	6,73%
46	58%	0%	42%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	18,8%	7,58%
47	44%	0%	56%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	19,3%	9,13%
48	29%	0%	71%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	19,7%	11,18%
49	15%	0%	85%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	20,2%	13,50%
50	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	20,7%	15,97%