Livro de Atas

Conferências
Artigos
Relatos
Posters

VII CONFERÊNCIA INTERNACIONAL

Investigação, Práticas e Contextos em Educação 2018

Dina Alves
Hélia Gonçalves Pinto
Isabel Simões Dias
Maria Odília Abreu
Romain Gillain Muñoz
Orgs.

O conhecimento matemático de futuros professores no início da sua formação: o caso da organização e tratamento de dados

Dina Tavares, Hélia Pinto, Hugo Menino, Marina Rodrigues, Nuno Rainho
Centro de Estudos em Educação e Inovação (CI&DEI), Escola Superior de Educação e Ciências Sociais, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal - dtavares@ipleiria.pt, helia.pinto@ipleiria.pt, hugo.menino@ipleiria.pt, marina.rodrigues@ipleiria.pt, nuno.rainho@ipleiria.pt

RESUMO
Neste artigo apresentamos parte dos resultados de um estudo que procura compreender o conhecimento matemático dos estudantes da Licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais (ESECS) do Instituto Politécnico de Leiria (IPL), no que respeita aos 4 grandes temas matemáticos, nomeadamente números e operações, geometria e medida, organização e tratamento de dados e álgebra. Em particular, apresentamos os resultados relativos à caraterização do conhecimento acerca do tema organização e tratamento de dados dos estudantes, no momento do seu ingresso na licenciatura. Os resultados encontrados nesta fase inicial da investigação apesar de evidenciarem alguma facilidade dos estudantes no uso e interpretação de algumas representações como o gráfico de barras e o gráfico circular, mostram maiores dificuldades ao nível de outras representações como o diagrama de Carrol ou a tabela de frequências. Ao nível das medidas de localização os estudantes evidenciam maiores dificuldades no cálculo e interpretação da mediana. Adicionalmente, as maiores lacunas surgem ao nível do sentido crítico relativamente à informação, às representações e às medidas. São ainda visíveis alguns conhecimentos elementares da noção clássica de probabilidade.
Palavras-Chave: *conhecimento matemático, futuros professores, organização e tratamento de dados.*

INTRODUÇÃO

Este artigo emana de um estudo que procura compreender o conhecimento do conteúdo para ensinar (no sentido que lhe é dado por Shulman, 1986) dos estudantes da licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais (ESECS) do Instituto Politécnico de Leiria (IPL), no que respeita aos 4 grandes temas matemáticos, nomeadamente números e operações, geometria e medida, organização e tratamento de dados e álgebra.

Os trabalhos de Ball, Thames e Phelps (2008) retomam a concetualização de Shulman (1986) especificando três componentes do conhecimento do conteúdo sendo particularmente relevante para este trabalho, a componente relativa ao Common Content Knowledge (CCK) que inclui os conhecimentos relativos aos tópicos em si mesmos, ou seja, o saber fazer na ótica do utilizador (obter uma resposta correta a uma questão matemática ou saber determinar o resultado de uma operação).

Com o estudo pretende-se (i) diagnosticar o conhecimento matemático (conceitos e processos relevantes) que os futuros professores possuem no momento em que iniciam a licenciatura; (ii) descrever as ideias e conceções dos futuros professores em relação aos conceitos e procedimentos matemáticos; (iii) descrever o conhecimento matemático que os futuros professores possuem no momento em que finalizam a licenciatura; (iv) comparar, analisar, discutir e refletir sobre o conhecimento matemático dos estudantes no início e no final da licenciatura; (v) analisar a perceção dos estudantes em relação ao seu conhecimento matemático no início e no final do curso; e (vi) construir materiais, reformular conteúdos e métodos associados às unidades curriculares de matemática do curso que facilitem a (re) construção do conhecimento matemático dos estudantes.

O estudo teve início no ano letivo de 2015/2016, tendo como público-alvo os estudantes que se matricularam no 1.º ano de Licenciatura de Educação Básica da ESECS nesse mesmo ano letivo. No âmbito da investigação empírica foram implementados quatro questionários a esses estudantes. Cada um dos questionários procurou identificar o conhecimento dos futuros professores relativamente a cada um dos grandes temas matemáticos do currículo (números e operações, geometria, álgebra e organização e tratamento de dados. Assim, concluída a primeira fase do estudo, neste artigo, apresentam-se apenas os resultados relativos ao diagnóstico do conhecimento relativo à organização e tratamento de dados de 23 estudantes aquando do início da licenciatura. Por conseguinte, depois de uma pequena abordagem às orientações curriculares para o ensino da organização e tratamento de dados, bem como a alguns resultados de estudos sobre o conhecimento relativo à organização e tratamento de dados de futuros professores, é apresentada a metodologia adotada, seguindo-se uma análise e discussão dos resultados e por último, algumas considerações finais.

Atendendo a que esta área carece de investigação mais aprofundada e às suas características longitudinais da metodologia utilizada, entendemos que o estudo assume elevada pertinência, podendo ter um impacto importante na reconfiguração das práticas de formação relativas ao ensino e aprendizagem da matemática, na formação inicial de professores.

CONHECIMENTO DOS PROFESSORES RELATIVO À ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

O papel determinante que a Organização e Tratamento de Dados ocupa nas sociedades contemporâneas, tem motivado, nos últimos anos, a presença e o reforço deste tema nos currículos escolares desde o pré-escolar ao ensino superior. De acordo com Lopes e Fernandes (2014), a sociedade atual exige de todos a capacidade para *"analisar e reagir de forma critica, ponderada e assertiva à informação quantitativa no mundo que os rodeia"* (p. 69). No entanto, muitos professores dos diferentes níveis de ensino, e em particular dos primeiros anos, não possuem a formação adequada à promoção de um trabalho consistente com os seus alunos, nomeadamente no que respeita ao ensino deste tema a partir de investigações (Oliveira e Henriques, 2013).

Várias têm sido as investigações sobre este tema realizadas com futuros professores. Um estudo realizado por Pollatsek, Lima e Well (1981) envolvendo estudantes universitários, concluiu que muitos dos estudantes revelaram dificuldades no cálculo da média, fundamentalmente devido à não ponderação de médias parciais no cálculo de uma média global. Resultados idênticos foram encontrados por Li e Shen (1994) e Mevarech (1983), estudos citados por Barros e Fernandes (2005), reforçando a ideia de que os estudantes interpretam o cálculo de valores de medidas de tendência central e de dispersão como simples cálculos numéricos, não sendo capazes de apresentar argumentos matemáticos que validem as suas opções. Trata-se da evidência de um conhecimento instrumental contrapondo-se ao conhecimento relacional que se espera de futuros professores (Batanero, 2000).

Neste sentido, Barros e Fernandes (2001, 2005) insistem na necessidade de confrontar os futuros professores com as suas próprias dificuldades, discutindo-as e refletindo sobre elas. Os autores salientam a necessidade de discutir as questões que distinguem o conhecimento intuitivo do normativo para resolver eventuais conflitos concetuais e consolidar o conhecimento normativo. Reforçando esta ideia, Henriques e Oliveira (2013) salientam a importância de os professores, durante a sua formação, realizarem as suas próprias investigações estatísticas alargando, deste modo, quer o seu conhecimento comum do conteúdo, quer o conhecimento especializado do conteúdo, no sentido que lhes é dado por Burges (2007, citado por Henriques e Oliveira (2013)).

Ainda relacionado com o conhecimento estatístico de futuros professores, Martins, Pires e Barros (2009) realizaram uma investigação envolvendo futuros professores no início da sua formação, procurando analisar a evolução do conhecimento estatístico após a lecionação de uma unidade curricular neste domínio no que respeita à organização de dados e às medidas de tendência central. Os resultados obtidos revelam uma evolução neste âmbito, apesar de relativamente às medidas de tendência central se manterem dificuldades na aplicação de conceitos envolvendo uma visão não instrumental destas medidas. Estas ideias, são reforçadas no estudo de Santos e Ponte (2012) realizado com futuros professores (alunos do 2.º ano da licenciatura em educação básica de uma ESE), que analisou os conhecimentos dos mesmos em relação às medidas de tendência central no desenrolar de uma unidade curricular no âmbito da estatística. Os resultados encontrados apontam para deficiências na compreensão e conhecimento das medidas de tendência central, evidenciando alguma confusão na distinção das mesmas e no significado que é atribuído a cada uma delas. Assim, os autores, apontam para a necessidade de os futuros professores vivenciarem experiências reias e contextualizadas de contacto com cada uma destas medidas comparando-as e contrastando-as de modo a compreenderem as diferenças entre cada uma.

A investigação envolvendo futuros professores relativamente a ideias, conceitos e procedimentos probabilísticos tem igualmente merecido alguma atenção. O estudo de Barros e Fernandes (2012) mostrou que os futuros professores envolvidos apresentaram bastantes dificuldades no que diz respeito ao cálculo de probabilidades, tendendo a utilizar fórmulas e manipular dados, sem ter em conta o contexto, verificando-se uma clara dificuldade em distinguir estratégias intuitivas de estratégias normativas.

No mesmo sentido, Ortiz e Mohamend (2014) concluíram que grande parte dos docentes envolvidos no seu estudo revelou um conhecimento insuficiente relativamente a conceitos probabilísticos, à semelhança dos resultados encontrados por Chick y Pierce (2008), em que os professores tiveram dificuldade em conceitos presentes em situações didáticas relacionadas com probabilidades.

Ainda, a investigação levada a cabo por Fernandes, Viseu e Gea (2016), envolvendo futuros educadores e professores dos primeiros anos, salienta as dificuldades dos participantes relativamente aos itens envolvendo probabilidade simples e definição de acontecimentos certos, devido à necessidade de análise exaustiva de todos os acontecimentos possíveis. Também no que diz respeito a situações quer de probabilidade conjunta quer de probabilidade condicionada, os mesmos autores identificaram bastantes dificuldades. Assim, recomendam um aprofundamento ao nível da formação no âmbito das probabilidades, valorizando o seu estudo em contextos sociais e não apenas em contextos meramente escolares.

Em síntese, são diversos os estudos nacionais e internacionais que têm procurado analisar o conhecimento estatístico dos futuros professores e que reforçam a necessidade de se investir neste na formação inicial, nomeadamente no relativo à organização e tratamento de dados. Este conhecimento é particularmente relevante pois envolve aspetos presentes em diversas situações do quotidiano, tornando-se um componente importante da literacia estatística.

A literacia estatística é aqui entendida como a capacidade de compreensão de dados estatísticos, discutindo-os, interpretando-os e avaliando-os (Gal, 2002). Assim, encontra-se em estreita correlação quer com o pensamento estatístico, visto como a capacidade do indivíduo tomar decisões ao longo de um ciclo investigativo (Lopes e Fernandes, 2014), quer com o raciocínio estatístico, visto como a forma como nós raciocinamos com ideias ou conceitos estatísticos (Garfield, 2003), permitindo explicitar o conhecimento estatístico. A este respeito, Garfield (2002) desenvolveu um modelo de desenvolvimento do raciocínio estatístico organizado em cinco níveis de acordo com a tabela 1.

Nível de raciocínio	**Descrição**
Raciocínio idiossincrático	O aluno conhece algumas palavras e símbolos estatísticos, usa-os sem os compreender totalmente, muitas vezes de forma incorreta. Frequentemente mistura-os com informações não relacionadas.
Raciocínio verbal	O aluno tem uma compreensão verbal de alguns conceitos, mas não consegue aplicar esse conhecimento a um procedimento real.
Raciocínio transitório	O aluno é capaz de identificar corretamente uma ou duas dimensões de um conceito estatístico ou procedimento estatístico, mas sem integrar plenamente essas dimensões.
Raciocínio processual	O aluno é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não integra totalmente essas dimensões ou não entende o processo que gere a distribuição de amostragem. Pode prever corretamente que a amostragem de distribuição corresponde aos parâmetros dados, mas não pode explicar o processo e não tem confiança nas suas previsões.
Raciocínio processual integrado	O aluno tem uma compreensão completa sobre um processo ou conceito estatístico e é capaz de coordenar as regras e o comportamento da variável. Consegue explicar o processo utilizando as suas próprias palavras e faz previsões corretas com confiança.

Tabela 1. Modelo de raciocínio estatístico desenvolvido por Garfield (2002)

A descrição dos níveis de raciocínio estatístico de Garfield (2002) constitui um instrumento útil para analisar o conhecimento matemático relativo a estatística e probabilidades dos estudantes, uma vez que é formulado em termos do domínio matemático dos conteúdos incluídos neste tópico.

METODOLOGIA

Conforme já referido, este artigo insere-se numa investigação que tem como objetivo compreender o conhecimento matemático dos estudantes da licenciatura em Educação Básica da ESECS.
A investigação encontra-se organizada em duas fases. Na primeira fase, no início do ano letivo de 2015/2016, os estudantes que ingressaram no 1.º ano do curso, responderam a quatro questionários referentes a cada um dos principais tópicos matemáticos (números e operações, geometria e medida, organização e tratamento de dados e álgebra). No final da licenciatura, estes mesmos estudantes responderão aos mesmos questionários, permitindo assim uma análise que se concretizará a vários níveis:

- análise do conhecimento matemático dos estudantes no início da licenciatura;
- análise do conhecimento matemático dos estudantes no final da licenciatura;
- análise comparativa do conhecimento matemático dos estudantes no início e no final da licenciatura.

Para esta investigação adotou-se o paradigma interpretativo, com uma abordagem essencialmente qualitativa, realizando-se, no entanto, algumas sínteses quantitativas de caráter descritivo com recurso a dados factuais obtidos através dos questionários. Assim, utilizou-se, inicialmente, a estatística descritiva, nomeadamente através do cálculo de frequências, o que facilitou uma primeira observação global dos resultados. Complementarmente os dados foram igualmente analisados recorrendo à análise de conteúdo. O objetivo principal foi descrever as ideias e conceções dos estudantes em relação aos conceitos e procedimentos analisados, nomeadamente caraterizar o conhecimento matemático dos estudantes, descrevendo os processos, os conceitos e os raciocínios que realizam e o modo como os comunicam por escrito. A análise de conteúdo centrou-se em categorias de análise definidas a partir dos conteúdos matemáticos lecionados nas diferentes unidades curriculares de Matemática da licenciatura em Educação Básica da ESECS do IPL.

Neste artigo apresentam-se os resultados obtidos através das respostas ao questionário sobre organização e tratamento de dados, de 23 dos 50 estudantes que se encontravam matriculados no 1.º ano da licenciatura em Educação Básica da ESECS, no início do ano letivo de 2015/2016.

De referir que o questionário relativo à organização e tratamento de dados foi construído recorrendo a questões envolvendo diferentes aspetos desta área do currículo, construídas ou adaptadas a partir de tarefas de manuais escolares e de exames e encontra-se organizado em quatro categorias (Tabela 2).

Categorias de análise	Questões
Organização e representação de dados	1, 2, 3, 4, 5, 6 e 13
Medidas de localização	7, 8, 9, 10 e 12.1
Sentido crítico	11 e 12.2
Noção de probabilidade	14, 15, 16 e 17

Tabela 2. Categorias de análise

Estas categorias emergem da análise dos conteúdos objeto de ensino e aprendizagem ao longo da escolaridade e permitem descrever o conhecimento relativo aos tópicos relacionados com a estatística e probabilidades, na componente relativa ao Common Content Knowledge (CCK), analisadas neste artigo, como é definida por Ball, Thames e Phelps (2008). Na sua definição esteve subjacente a norma para análise de dados e probabilidades (NCTM, 2007).

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Segue-se uma apresentação dos resultados referentes a cada uma das categorias, salientando-se os aspetos relativamente aos quais os estudantes revelaram, quer mais segurança, quer mais dificuldades.

Na primeira categoria (organização e representação de dados) estavam incluídas um conjunto de questões envolvendo: a) a classificação de variáveis; a organização e representação de dados através de: b) diagramas de Carrol; c) tabelas de frequências (absolutas e relativas); d) gráficos de barras e; e) gráficos circulares. A tabela 3 sistematiza as respostas dos estudantes relativamente a cada uma destas dimensões, aqui tomadas como subcategorias.

	Classificação de variáveis	Diagrama de Carrol	Tabela de frequências (absolutas e relativas)	Gráfico de barras	Gráfico circular
Responde corretamente	4%	22%	30%	96%	91%
Responde incorretamente	57%	65%	13%	4%	9%
Não responde	39%	13%	57%	0%	0%

Tabela 3. Subcategorização das respostas às questões incluídas na categoria "organização e representação da dados"

Na categoria em análise (organização e representação de dados) os alunos manifestam muitas dificuldades em classificar variáveis qualitativas (nominais ou ordinais) e quantitativas (discretas ou contínuas), verificando-se que uma larga maioria (96%) classifica as variáveis incorretamente ou não responde. No que diz respeito à organização e representação gráfica de dados verifica-se que os estudantes parecem ter facilidade no trabalho com gráficos de barras e gráficos circulares uma vez que, quer numa situação, quer noutra, as respostas corretas ultrapassam os 90%, contudo, são visíveis situações em que os estudantes não identificam os eixos do gráfico, não dão um título ao gráfico ou não são muito rigorosos na escala utilizada. Já no que diz respeito à utilização do diagrama de Carrol e da tabela de frequências (absolutas e relativas) para a organização e representação de dados, a maioria dos estudantes responde incorretamente ou não responde. De salientar que a maioria dos estudantes não é capaz de interpretar o diagrama de Carrol atendendo à natureza complementar da classificação das variáveis, limitando-se a preenche-la como uma simples tabela de dupla entrada.

Estes resultados parecem indicar que, no que diz respeito à organização e representação de dados, os estudantes se situam no terceiro nível de raciocínio estatístico definido por Garfield (2002) (nível transitório) verificando-se que sendo capazes de identificar corretamente uma ou duas dimensões de um conceito ou procedimento estatístico, não integram plenamente essas dimensões.

Relativamente à segunda categoria (medidas de localização), a partir das respostas às diferentes questões que envolviam o cálculo e uso dos conceitos de moda, média e mediana, em diferentes contextos, contabilizaram-se o número de respostas corretas, incorretas e não respondidas, tendo-se obtido a informação apresentada na tabela 4.

	Moda	Média	Mediana
Responde corretamente	87%	78%	39%
Responde incorretamente	4%	7%	26%
Não responde	9%	15%	35%

Tabela 4. Subcategorização das respostas às questões incluídas na categoria "medidas de localização"

Enquanto nas questões relativas à moda e à média os estudantes têm um bom desempenho (87% e 78% de respostas corretas, respetivamente), já relativamente à mediana só se registam 39% de respostas corretas, sendo que uma elevada percentagem das questões (35%) não são respondidas.

Um olhar mais detalhado relativamente às respostas dadas pelos estudantes às questões relativas à mediana, mostram que as dificuldades são evidentes desde logo ao nível do cálculo da mediana de uma distribuição de valores de uma variável discreta, como era solicitado na questão 8 (figura 1). Quase todos os estudantes parecem relacionar mediana com valor central, mas a maioria (52%) não ordena os valores da distribuição por ordem crescente, respondendo que a mediana é 4 e não 3. Há ainda 13% de estudantes que não respondem.

Qual é a moda, a média e a mediana do seguinte conjunto de números?

2 3 3 4 2 3 4 2 3 3 3 4 3

Figura 1. Enunciado da questão 8.

Na interpretação da mediana no contexto de um problema as dificuldades são semelhantes. Vejamos o exemplo da questão 10:

A pedido da Maria, todas as pessoas convidadas para a sua festa de aniversário vão levar, pelo menos, um CD de música. A Maria perguntou a todos os convidados quantos CD's tencionavam levar, e fez uma lista onde escreveu todas as respostas.
Depois de ordenadas, todas as respostas, por ordem crescente, as primeiras 14 são as seguintes:
1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5.
Sabendo que a mediana de todas as respostas dadas é 4, quantas pessoas foram convidadas para a festa de aniversário da Maria? Justifique a sua resposta.

Figura 2. Enunciado da questão 10.

Nesta questão a maioria dos estudantes não responde (52%), 18% responde incorretamente e só 30% responde corretamente. Os estudantes que respondem corretamente interpretam a mediana como o valor central da distribuição, no contexto apresentado, justificando que responderam um valor superior de CD tantas pessoas como as que responderam 1, 2 ou 3 CD, logo o número total de pessoas é 25 (12+1+12). Vejamos a resposta de um estudante:

"Antes do 4 (mediana) estão 12 convidados, como é o meio acrescentam-se outros 12 para lá do número 4. São 25 pessoas."

Ainda no que diz respeito à mediana, a questão onde os estudantes evidenciaram um melhor desempenho foi na questão que solicitava a estimativa do valor desta medida de localização a partir da leitura de um diagrama de extremos e quartis. Nesta questão, a maioria (52%) dos estudantes respondeu corretamente.

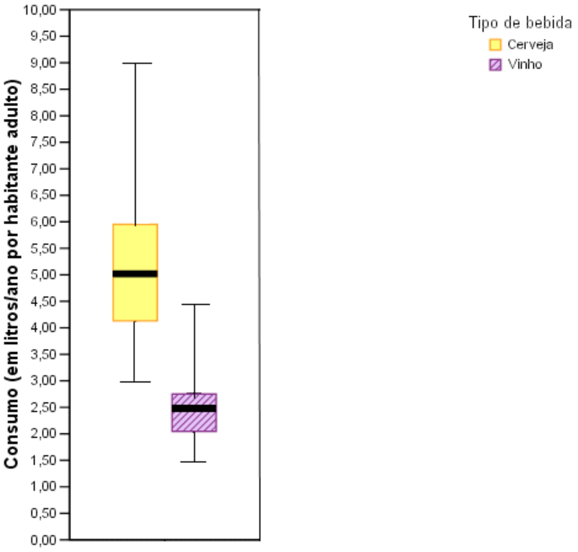
Os resultados apresentados relativamente a esta categoria remetem-nos para o estudo de Santos e Ponte (2012) no qual os autores afirmam que os estudantes envolvidos (futuros professores no início da sua formação) revelaram deficiências na compreensão e conhecimento das medidas de tendência central, evidenciando alguma confusão na distinção das mesmas e no significado que é atribuído a cada uma delas. No mesmo sentido, a investigação conduzida por Martins, Pires e Barros (2009) refere a dificuldade dos participantes (futuros professores) na aplicação de conceitos envolvendo uma visão não instrumental das medidas de tendência central.

Em suma, parece poder inferir-se que os futuros professores, no que a esta categoria (medidas de localização) diz respeito, se encontram entre os níveis três e quatro da taxonomia de Garfield relativamente ao raciocínio estatístico. De facto, embora os estudantes identifiquem as medidas de localização, revelam alguma dificuldade em integrar plenamente todas as dimensões dessas mesmas medidas ou em compreender o processo que gere a distribuição de amostragem.

Relativamente à terceira categoria (sentido crítico) o questionário incluía duas questões que se apresentam nas figuras 3 e 4.

Na questão apresentada na figura 3, pretendia-se que os estudantes respondessem a partir da leitura e análise do diagrama, mas também que fossem capazes de responder criticamente, reconhecendo as limitações da informação apresentada (alíneas III e VI).

Foi feito um estudo sobre o consumo médio, em litros/ano por habitante adulto) de dois tipos de bebidas alcoólicas – vinho e cerveja. Depois de recolhidos os dados referentes a 12 países da Europa, elaborou-se o seguinte diagrama de extremos e quartis.



Classifique a veracidade de cada afirmação, assinalando com um V as afirmações verdadeiras e com um F as afirmações falsas.
I. Neste conjunto de países há maior consumo de cerveja. ____
II. Há países com consumo médio de vinho abaixo de 1 litro/ano. ____
III. É possível afirmar que não existe um cidadão com um consumo médio anual de vinho acima de 5 litros/ano. ______
IV. Metade dos países apresenta um consumo médio de cerveja inferior ou igual a 5 litros/ano. ____
V. Há maior dispersão de consumo entre países, relativamente ao consumo de cerveja do que ao consumo de vinho. ____
VI. É possível afirmar que todos os países em estudo revelaram valores de consumo de cerveja superiores aos consumos de vinho. ____

Figura 3.

Figura 3. Enunciado da questão 12.2

As respostas dos estudantes estão sistematizadas na tabela 5.

	I	II	III	IV	V	VI
Responde corretamente	78%	78%	13%	48%	69%	26%
Responde incorretamente	4%	0%	65%	26%	9%	52%
Não responde	18%	22%	22%	26%	22%	22%

Tabela 5. Respostas dos estudantes à questão 12.2.

Verifica-se que a percentagem de não respostas é semelhante em todas as alíneas e parece evidente uma maior dificuldade em atribuir um valor lógico correto precisamente às afirmações em que a dimensão crítica está presente, alíneas III e VI, observando-se percentagens de respostas corretas claramente minoritárias (13% e 26% respetivamente).

Ainda relativamente à terceira categoria (sentido crítico) importa analisar as respostas dos estudantes à questão 11 do questionário (figura 4).

O seguinte par de gráficos representa a mesma informação referente ao número de desempregados (em milhares) entre 2011 e 2014. Suponha que um deles foi apresentado pelo governo de um país e outro pela oposição.
Diga qual dos gráficos (A ou B) poderia ter sido apresentado pelo governo. Justifique devidamente a sua opção.

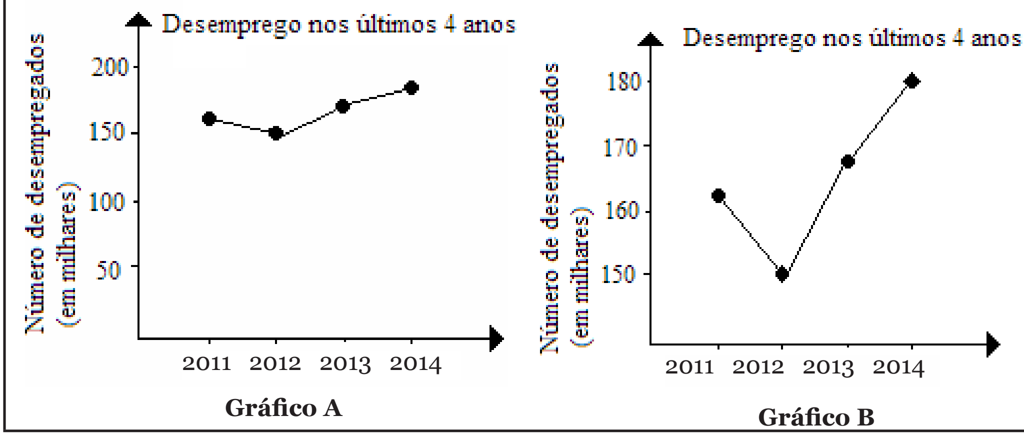


Figura 4. Enunciado da questão 11

Da análise das respostas apresentadas verifica-se que 39% dos estudantes responde corretamente, afirmando que o gráfico A teria sido apresentado pelo governo e o gráfico B pela oposição, contudo a maioria das justificações não incluem uma dimensão crítica relativamente ao que distingue os gráficos ao nível da sua construção, limitando-se a referir que o gráfico A não evidencia o aumento do desemprego de forma tão significativa como o gráfico B. Vejamos uma justificação apresentada que exemplifica esta interpretação:

"*O gráfico A poderia ter sido apresentado pelo governo. Embora os dois gráficos representem os mesmos valores, a mancha visual no gráfico A é muito menor do que no gráfico B (...).*"

Só 3 dos estudantes que associam os gráficos corretamente apresentam uma justificação que na nossa análise esboça uma tentativa de justificação crítica, incluindo uma dimensão política, mas também matemática. Vejamos dois exemplos:

"O gráfico A poderá ter sido apresentado pelo governo pois devido à sua construção, não demonstra o aumento significativo do número de desempregados, conseguindo transmitir uma situação menos desfavorável (...)."

"O gráfico que poderia ter sido apresentado pelo governo é o gráfico A pois ao criar uma escala maior não mostra, como o gráfico B, os picos enormes de desempregados ao longo dos 4 anos."

Verificamos ainda que 39% dos estudantes não responde à questão e 22% responde incorretamente, fazendo uma associação errada dos gráficos.

Assim, podemos dizer que os estudantes, relativamente ao raciocínio estatístico, se situam no nível processual (Garfield, 2002) uma vez que são capazes de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não integram totalmente essas dimensões. Apesar de serem capazes de prever corretamente que a amostragem de distribuição corresponde aos parâmetros dados, não conseguem explicar o processo e não têm confiança nas suas previsões. Deste modo, os resultados obtidos relativamente a esta categoria sugerem a necessidade de se discutirem questões que distinguem o conhecimento intuitivo do normativo, para resolver eventuais conflitos concetuais e consolidar o conhecimento normativo dos futuros professores, conforme salientam Barros e Fernandes (2005). Fica assim evidente a necessidade de se proporcionar aos estudantes atividades matemáticas com uma marcada relação com a realidade, que impliquem uma análise crítica e social da interpretação das representações e das medidas estatísticas obtidas, conforme sugerem Santos e Ponte (2012).

Relativamente à quarta categoria (noção de probabilidade), duas das questões colocadas aos estudantes (figura 5 e figura 6) envolviam o uso da noção clássica de probabilidade (lei de Laplace).

Num saco foram colocadas 9 bolas indistinguíveis ao tato de três cores distintas: 4 verdes, 3 azuis e 2 vermelhas. Se retirar, ao acaso, uma bola do saco qual a cor da bola mais provável de sair? Justifique a sua resposta.

Figura 5. Enunciado da questão 14

Numa determinada vila, 25% das famílias leem apenas o semanário *As Novidades*, 12% leem apenas o semanário *Bem Informado* e 6% leem ambos os semanários. Escolhida uma família ao acaso, calcule a probabilidade de:
a) ler o semanário "As novidades";
b) não ler qualquer semanário;
c) ler um e só um semanário.

Figura 6. Enunciado da questão 15

A tabela 6 sistematiza as respostas dos estudantes às questões 14 e 15. Na questão 14 a maioria dos estudantes (87%) responde corretamente, recorrendo à comparação da quantidade de cada parte (casos favoráveis) relativamente ao todo (casos possíveis) com maior ou menor formalização do cálculo de probabilidades; 13% dos estudantes não responde e nenhum responde incorretamente.

	14	15a)	15b)	15c)
Responde corretamente	87%	26%	52%	22%
Responde incorretamente	0%	39%	9%	30%
Não responde	13%	35%	39%	48%

Tabela 6. Respostas dos estudantes às questões 14 e 15

Na questão 15 surgem mais dificuldades, sendo evidentes elevadas percentagens de não resposta nas diferentes alíneas (35%, 39% e 48% respetivamente). Nas alíneas a) e c), apesar de 26% e 22% dos estudantes responderem corretamente, interpretando claramente a situação, há percentagens mais elevadas de respostas incorretas (30% e 30%, respetivamente), ou seja, que não correspondem a interpretações corretas da situação. Na alínea b), 52% dos estudantes calcula corretamente a probabilidade pedida. Estes resultados evidenciam dificuldades dos estudantes na apropriação e uso de linguagem da lógica e de conjuntos no contexto das probabilidades, corroborando os encontrados por Barros e Fernandes (2012), onde os estudantes apresentaram bastantes dificuldades no cálculo de probabilidades, tendendo a utilizar fórmulas e manipular dados sem ter em conta o contexto, evidenciando dificuldade em distinguirem estratégias intuitivas de estratégias normativas.

Relativamente à categoria 4 importa também analisar as respostas dos estudantes na questão 16 (figura 7).

O Miguel verificou que mais de metade das vezes que vê televisão depois das 22 horas chega atrasado à escola, no dia seguinte. Considera a seguinte questão:
«Escolhendo ao acaso um dia em que o Miguel vê televisão depois das 22 horas, qual é a probabilidade de ele chegar atrasado à escola, no dia seguinte?»
Dos três valores que se seguem, dois nunca poderão ser a resposta correta a esta questão. Quais?

$$\frac{2}{5} \qquad \frac{3}{5} \qquad \frac{6}{5}$$

Justifique a sua resposta.

Figura 7. Enunciado da questão 16

A maioria dos estudantes (57%) responde corretamente à questão, ainda que nem todos justifiquem a resposta. As justificações apresentadas evidenciam que os estudantes sabem que o valor de probabilidade se situa entre 0 e 1, sendo 1 a probabilidade do acontecimento certo, o que os leva a rejeitar a terceira hipótese, adicionalmente rejeitam a primeira hipótese, argumentando que a probabilidade tem de ser superior a $\frac{1}{2}$ pelo enunciado do problema.

Ainda relativamente à quarta categoria (noção de probabilidade), as respostas dos estudantes à última questão colocada no questionário evidenciam as dificuldades na definição de um espaço amostral de uma experiência aleatória, mesmo nos casos mais simples, uma vez que a maioria dos estudantes (61%) não respondeu, sendo que só 22% respondeu corretamente.

Em síntese, e de acordo com Fernandes, Viseu e Gea (2014), parece importante um aprofundamento ao nível da formação no âmbito das probabilidades, fundamentalmente valorizando o seu estudo em contextos sociais em vez de o limitar apenas a contextos mais teóricos e escolares.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ainda que a organização e representação de dados seja um conteúdo com dimensão curricular explícita desde o início do ensino básico, os estudantes que ingressam na licenciatura em educação básica evidenciam dificuldades significativas em classificar uma variável atendendo à sua natureza. Adicionalmente, parecem ter mais facilidade em construir, usar e interpretar gráficos de barras e gráficos circulares relativamente a outras representações como o diagrama de Carrol ou as tabelas de frequências absolutas e relativas. As dificuldades na construção e interpretação de diagramas de Carrol podem estar associadas à dificuldade em classificar objetos de acordo com dois critérios e ao uso da negação de uma propriedade, neste contexto.

Os estudantes conhecem as medidas de localização, sendo evidente a facilidade, na maioria dos estudantes, em determinar e interpretar a moda e a média. Já relativamente à mediana são evidentes algumas dificuldades, não só ao nível do cálculo da medida, mas sobretudo na sua interpretação em contexto real, o que vai ao encontro dos resultados encontrados por Barros e Fernandes (2001)

Uma outra dimensão fundamental das aprendizagens em estatística diz respeito ao sentido crítico visto como a capacidade para interpretar e avaliar criticamente informação e ser capaz de comunicar ou discutir informações baseadas em dados, compreendendo não só o significado dessas informações, mas sendo ainda capaz de dar opinião sobre as suas implicações, julgando criticamente afirmações baseadas nos dados, em representações ou em medidas estatísticas. O estudo aqui apresentado parece evidenciar que os estudantes, no início da sua formação, têm dificuldades significativas ao nível do sentido crítico, não mostrando capacidade para fazer julgamentos relativamente a afirmações baseadas em representações ou discutir criticamente as implicações dessas representações. No fundo, trata-se da evidência de um conhecimento instrumental contrapondo-se ao conhecimento relacional que seria de esperar de futuros professores (Batanero, 2000) emergindo, de acordo com Barros e Fernandes (2005) a necessidade de discutir as questões que distinguem o conhecimento intuitivo do normativo para resolver eventuais conflitos concetuais e consolidar o conhecimento normativo e o sentido crítico dos futuros professores.

Finalmente, os estudantes evidenciam alguns conhecimentos elementares da noção clássica de probabilidade, ainda que evidenciem dificuldades no cálculo de probabilidades que implicam a interpretação de situações envolvendo conjuntos não disjuntos, à semelhança dos resultados encontrados nos estudos de Fernandes, Viseu e Gea (2014) ou de Barros e Fernandes (2012).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.

Barros, P. M. e Fernandes, J. A. (2001). Dificuldades de alunos (futuros professores) em conceitos de estatística e probabilidades. Em I. Lopes, J. Silva e P. Figueiredo (Orgs.), *Actas do ProfMat 2001* (pp. 197-201). Vila Real: Associação de Professores de Matemática.

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO, 25*, 41-58.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, L. & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: programa de formação contínua em matemática para professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico*. Lisboa: DGIDC

Fernandes, J. A., Viseu, F., & Gea, M. M. (2016). O conhecimento de Probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos. In L. G. W. Coan & M. T. Moretti (Orgs.), *Aplicações matemáticas com Tecnologias de Informação e Comunicação* (pp. 123-142). Florianópolis, SC: Editora Insular.

Fernandes, J.A., Barros, P. (2005). Dificuldades em estocástica de uma futura professora do 1º e 2º ciclos do Ensino Básico. *Revista Portuguesa de Educação*, 18 (1), 117- 150.

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, componentes, responsabilities. *International Statistical Review,* 70(1), 1-25.

Garfield, J. (2002). The Challenge of developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10 (3), DOI: 10.1080/10691898.2002.11910676

Garfield, J. (2003), Assessing Statistical Reasoning. *Statistics Education Research Journal* 2(1), 22-38.

Henriques, A. , Oliveira, H. (2013). *O conhecimento de futuros professores sobre as investigações estatísticas a partir da análise de episódios de sala de aula.* In Fernandes, J.A., Viseu, F., Martinho, M. H. & Correia, P. F. (ORGS). *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola. Braga:* Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

Li, K. Y. e Shen, S. M. (1994). Students' weaknesses in statistical projects. Em D. Green (Ed.), *Teaching statistics at its best* (pp. 42-48). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.

Lopes, C. (2008) O Ensino da Estatísticas e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. Cad. Cedes, Campinas, 28 (74), 57-73

Lopes, P e Fernandes, E. (2014). Literacia, Raciocínio e Pensamento Estatístico com Robots" *Quadrante,* 23 (2), 69-93.

Martins, C., Pires, M. e Barros, P. (2009). Conhecimento Estatístico: Um estudo com futuros professores. *Atas do XIX EIEM*.

Mevarech, Z. R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 415-429.

NCTM (1994). Normas profissionais para o ensino da Matemática. Lisboa: APM e IIE. NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM

Ortiz, J., Mohamend, N. (2014). Conocimiento de futuros professores sobre espácio muestral. *Quadrante,* 23 (2), 5-22.

Pollatsek,A., Lima, S., Well,A.D. (1981). Concept or computation: students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics,* 12*, 191-204*

Ponte, J.P. (2008). O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? (conferência realizada no Seminário sobre "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", promovido pelo conselho Nacional de Educação, em Lisboa, no dia 28 de novembro de 2008).

Ponte, J.P. e Serrazina, L (2000). *Didática da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Santos,R., Ponte, J.P. (2012). Conhecimento das medidas de tendência central de futuros professores durante a realização de uma investigação estatística. *Atas do SIEM 2012*

Shulman (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research, 15* (2), 4-14.