Livro de Atas

Conferências
Artigos
Relatos
Posters

VI CONFERÊNCIA INTERNACIONAL

Investigação, Práticas e Contextos em Educação 2017

Dina Alves
Hélia Gonçalves Pinto
Isabel Simões Dias
Maria Odília Abreu
Romain Gillain Muñoz
Orgs.

POLITÉCNICO DE LEIRIA
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS SOCIAIS

O conhecimento matemático de futuros professores dos primeiros anos: o caso dos números racionais

Dina Tavares
Hélia Pinto
Hugo Menino
Marina Rodrigues
Nuno Raínho
ESECS, NIDE, Instituto Politécnico de Leiria. Portugal

RESUMO

Neste artigo apresenta-se parte dos resultados de um estudo que procura compreender o conhecimento matemático dos estudantes da Licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais (ESECS) do Instituto Politécnico de Leiria (IPL), no que respeita aos 4 grandes temas matemáticos, nomeadamente números e operações, geometria e medida, organização e tratamento de dados e álgebra. Por conseguinte, apresentam-se apenas os dados relativos ao conhecimento dos estudantes sobre números racionais, no momento do seu ingresso na licenciatura, e que resultaram das suas respostas a um questionário sobre números e operações, implementado aquando do referido ingresso. Os resultados encontrados nesta fase inicial da investigação, apesar de evidenciarem algum conhecimento dos estudantes sobre o significado da fração como razão, revelam dificuldades dos mesmos, nos conceitos mais elementares deste conjunto de números. Assim, salientam-se dificuldades no reconhecimento da maioria dos significados das frações, na construção da unidade de referência, na identificação de frações equivalentes, na comparação e ordenação de números racionais, no reconhecimento da sua densidade, bem como nas operações com estes números e na formulação de problemas a partir de expressões dadas.

Palavras-Chave: *conhecimento matemático, formação inicial de professores, números racionais.*

INTRODUÇÃO

Dados da investigação sugerem que o conhecimento do conteúdo a ensinar pelo professor (no sentido que lhe é dado por Shulman, 1986) assume um papel de destaque no, e para o desenvolvimento matemático dos alunos (e.g., Nye, Konstantopoulos e Hedges, 2004). Deste modo, a formação de professores deverá centrar-se onde é efetivamente necessária, fomentando o desenvolvimento do conhecimento dos alunos, pelo conhecimento dos professores. Neste sentido, este artigo emana de um estudo que procura compreender o conhecimento do conteúdo a ensinar em matemática, dos estudantes da Licenciatura em Educação Básica da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais (ESECS) do Instituto Politécnico de Leiria (IPL), no que respeita aos 4 grandes temas matemáticos, nomeadamente números e operações, geometria e medida, organização e tratamento de dados e álgebra.

Os trabalhos de Ball, Thames e Phelps (2008) retomam a concetualização de Shulman (1986) especificando três componentes do conhecimento do conteúdo sendo particularmente relevante para este trabalho, a componente relativa ao Common Content Knowledge (CCK) que inclui os conhecimentos relativos aos tópicos em si mesmos, ou seja, o saber fazer na ótica do utilizador (obter uma resposta correta a uma questão matemática ou saber determinar o resultado de uma operação).

Com o estudo pretende-se (i) diagnosticar o conhecimento matemático (conceitos e processos relevantes) que os futuros professores possuem no momento em que iniciam a licenciatura; (ii) descrever as ideias e conceções dos futuros professores em relação aos conceitos e procedimentos matemáticos; (iii) descrever o conhecimento matemático que os futuros professores possuem no momento em que finalizam a licenciatura; (iv) comparar, analisar, discutir e refletir sobre o conhecimento matemático dos estudantes no início e no final da licenciatura; (v) analisar a perceção dos estudantes em relação ao seu conhecimento matemático no início e no final do curso; e (vi) construir materiais, reformular conteúdos e métodos associados às unidades curriculares de matemática do curso que facilitem a (re)construção do conhecimento matemático dos estudantes.

O estudo teve início no ano letivo de 2015/2016, tendo como público-alvo os estudantes que se matricularam no 1.º ano de Licenciatura de Educação Básica da ESECS nesse mesmo ano letivo. No âmbito da investigação empírica foram implementados a esses estudantes quatro questionários, onde se pretendia diagnosticar o conhecimento dos futuros professores relativamente a cada um dos 4 grandes temas matemáticos do currículo (números e operações, geometria, álgebra e organização e tratamento de dados).

Assim, concluída a primeira fase do estudo, neste artigo, apresentam-se apenas os resultados relativos ao diagnóstico do conhecimento sobre números racionais, de 27 estudantes, aquando do início da licenciatura. Por conseguinte, depois de uma pequena abordagem às dificuldades no ensino e aprendizagem dos números racionais que emanam da literatura da especialidade, é apresentada a metodologia adotada, seguindo-se uma análise e discussão dos resultados e por último, algumas considerações finais.

DIFICULDADES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS

O conceito de número racional é tido pela investigação como um conceito difícil de ensinar e de aprender dada a sua complexidade, que segundo Behr, Harel, Post, e Lesh (1992) e Lamon (2007) lhe advém, principalmente da multiplicidade de significados atribuídos às frações e da conceção da unidade de referência. Por conseguinte, resultados de investigações relativas ao processo de ensino e aprendizagem (e.g. Kieren (1976), Lamon (2007), Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005)) referem que para que os alunos adquiram uma compreensão significativa do conceito de fração, deve-lhes ser proporcionada a exploração de tarefas que contemplem a maioria dos seus significados. Kieren (1976) enfatiza que o facto de se compreender um dos significados de fração, não significa ter-se conhecimento do conceito de número racional, pelo que há necessidade de se compreender os vários significados e as suas inter-relações. Segundo o autor, existem estruturas cognitivas diferentes ligadas aos vários significados, condicionantes do processo de aprendizagem. Também Lamon (2007) salienta a importância de se perceber os diferentes significados de fração para que se compreenda o conjunto de números racionais. Refere que tradicionalmente os alunos são confrontados essencialmente com a definição técnica de fração como parte-todo, que para além de os levar ao uso da palavra fração como sinónimo de parte-todo, os deixa com uma noção empobrecida de número racional, já que as frações podem assumir outros significados, nomeadamente, quociente, razão, medida e operador. Outra dificuldade da aprendizagem das frações prende-se com a conceptualização da unidade (Behr et al., 1992, Lamon, 2007, Monteiro & Pinto, 2005, 2007). Assim, os autores salientam a importância do papel desempenhado pela unidade de referência no percurso do desenvolvimento do conhecimento matemático, nomeadamente na compreensão das frações, dado que uma fração tem sempre subjacente uma unidade.

Segundo Behr e Post (1992) o facto de o conjunto de números racionais não ser baseado em algoritmos de contagem de qualquer tipo, tal como o conjunto de números naturais, que até aqui permitia aos alunos contarem de uma forma ou de outra e conseguirem encontrar a solução para os problemas, leva-os a hesitarem na contagem de números racionais devido essencialmente, à densidade deste conjunto. Também Monteiro e Pinto (2005) salientam a densidade dos números racionais como uma das causas das dificuldades dos alunos com estes números, já que no conjunto dos inteiros, os números sucedem-se uns aos outros, enquanto no dos racionais existe sempre pelo menos um número entre eles, o que dificulta bastante a sua compreensão.

Monteiro e Pinto (2005, 2007) elencam outras dificuldades reconhecidas na literatura e inerentes às próprias frações em contexto escolar, como por exemplo o facto de a sua representação implicar dois números, que por si só, já é uma dificuldade para os alunos. Assim, consideram que muitos dos erros de cálculo resultam do facto de os alunos pensarem que estão perante dois números, nomeadamente quando adicionam dois números representados por frações, adicionam os numeradores e os denominadores. As autoras apresentam ainda outra dificuldade relativa a este conjunto de números e que advém também, do conhecimento adquirido com os números inteiros. Assim, enquanto com os números inteiros, um produto é sempre maior que qualquer um dos fatores e um quociente é sempre menor que o dividendo, o mesmo não acontece com os números racionais não inteiros, não sendo fácil para uma criança entender este facto. Monteiro e Pinto (2005, 2007) salientam ainda, a representação de números fracionários na forma de fração como uma fonte de dificuldades, já que

por exemplo, comparando 1/3 e 1/4, os alunos consideram 1/4 maior que 1/3 porque 4 é maior que 3. Segundo as autoras, este erro muito vulgar é indicador de que os alunos não compreenderam ainda a representação fracionária. Outros alunos referem que, por exemplo, 1/2 = 1,2, não relacionando as representações com os números em causa, o que de acordo com as autoras revela que o sistema de numeração decimal não está completamente entendido. Em suma, muitas das dificuldades advêm da transposição de factos numéricos e regularidades válidas para os números inteiros que não se podem aplicar aos racionais não inteiros.

Também Martins (2007), constatou que as principais dificuldades dos alunos na apropriação de números racionais, se deviam a uma discordância entre as regras interiorizadas para raciocinar com números inteiros e as novas regras para raciocinar com números racionais, mas também, a um parco desenvolvimento do raciocínio multiplicativo. De acordo com Vergnaud (1988), os números racionais, multiplicação e divisão são alguns dos tópicos que integram o campo conceptual multiplicativo, um complexo sistema de inter-relação de conceitos, ideias dos alunos (tanto competências como conceções erradas), procedimentos, problemas, representações, objetos, propriedades e relações.

Post, Cramer, Behr, Lesh e Harel (1993) mencionam que os resultados de estudos desenvolvidos pelo Rational Number Project (RNP) sugerem que a compreensão de número racional está relacionada com três atributos do pensamento dos alunos: (i) a flexibilidade na conversão entre as diferentes representações de número racional; (ii) flexibilidade das alterações dentro de cada representação; e (iii) a independência cada vez maior das representações concretas. Com base nestes dados, consideram a pouca experiência dos alunos na utilização e na conversão entre as diferentes representações de número racional, como responsável pelas suas grandes dificuldades na abstração de informações das representações concretas, na realização de conversões e nas operações com símbolos matemáticos.

Monteiro e Pinto (2005) também atribuem algumas das dificuldades dos alunos com números racionais e reconhecidas na literatura, a um ensino frequentemente mecanicista e abstrato. Assim, apontam alguns aspetos formais do estudo das frações e decimais, particularmente a dos algoritmos das operações e das regras, onde geralmente, o destaque é mais acentuado nos procedimentos do que nos conceitos e só excecionalmente se estabelecem conexões entre uns e outros. Segundo as autoras, o facto de que os alunos saberem operar com símbolos, não implica que tenham compreendido os conceitos que lhes estão implícitos. Alertam ainda, que um treino das operações permite que obtenham respostas corretas em situações de cálculo rotineiro, mas que não é sinónimo de uma compreensão do que fazem. Por isso, consideram importante que os professores recorram a problemas de contextos para uma primeira abordagem das frações, podendo os alunos utilizar desenhos ou esquemas para os resolverem, tornando-se assim mais fácil para a criança perceber os conceitos, deixando para mais tarde a utilização de símbolos e algoritmos.

Uma análise de vários estudos que se referiam às dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem das frações, utilizando os habituais métodos de ensino, realizada por Moss e Case (1999), evidenciou quatro prováveis justificações para estas dificuldades: (i) ênfase na sintaxe em detrimento da semântica, isto é, dedica-se muito mais tempo ao treino de procedimentos do que ao desenvolvimento de conceitos; (ii) não é dada prioridade às tentativas informais de resolução de problemas por parte dos alunos; (iii) não se destaca a diferenciação entre os números inteiros e os não inteiros, nas diferentes representações dos números racionais; e (iv) os programas tratam os números racionais como algo que se pode dar por definição.

Também Sharp, Garofalo e Adams (2002) e Huinker (2002), referem que as abordagens tradicionais de ensino dos algoritmos de frações passam, essencialmente, pela memorização e pela prática rotineira de exercícios, e que introduzir algoritmos antes da compreensão conceptual, ou sem relacionar o algoritmo com o conhecimento conceptual, promove a falta de conexão entre conceitos e procedimentos e entre frações e a realidade dos alunos. No entanto, consideram que se os alunos desenvolverem uma base de conhecimento conceptual para o sentido de fração e para o sentido de operação, desenvolvem estratégias flexíveis de cálculo e de resolução de problemas que os levam a uma aprendizagem significativa dos algoritmos com frações.

Porém, Post et al. (1993) salientam que provavelmente nenhum aspeto do ensino da matemática tem tantas implicações no ensino e na aprendizagem como a do pensamento do professor e referem que num estudo efetuado pelo RNP, uma parte significativa dos professores tem dificuldades na matemática que estão a ensinar. Também Harel, Behr,Post, e Lesh (1994), Ma (1999) e Post, Harel, Behr e Lesh (1988) consideram que muitos adultos, incluindo professores que se encontram na formação inicial de professores, parecem lutar com as mesmas dificuldades dos alunos, mantendo as mesmas ideias primitivas e conceitos errados. Segundo Lamon (2007), as dificuldades evidenciadas pelos adultos podem advir da falta de tratamento adequado do campo conceptual multiplicativo no currículo de Matemática, e da vivência das mesmas experiências escolares que os atuais alunos.

METODOLOGIA

Conforme já referido, este artigo insere-se numa investigação que tem como objetivo compreender o conhecimento matemático dos estudantes da licenciatura em Educação Básica da ESECS. A investigação encontra-se organizada em duas fases. Na primeira fase, no início do ano letivo de 2015/2016, os estudantes que ingressaram no 1.º ano do curso, responderam a quatro questionários referentes a cada um dos principais tópicos matemáticos (números e operações, geometria e medida, organização e tratamento de dados e álgebra). No final da licenciatura, estes mesmos estudantes responderão aos mesmos questionários, permitindo assim uma análise que se concretizará a vários níveis:

- análise do conhecimento matemático dos estudantes no início da licenciatura;
- análise do conhecimento matemático dos estudantes no final da licenciatura;
- análise comparativa do conhecimento matemático dos estudantes no início e no final da licenciatura.

Para esta investigação adotou-se o paradigma interpretativo, com uma abordagem essencialmente qualitativa, no sentido que lhe é dado por Coutinho (2011), realizando-se, no entanto, algumas sínteses quantitativas de caráter descritivo com recurso a dados factuais obtidos através dos questionários. Assim, utilizou-se, inicialmente, a estatística descritiva, nomeadamente através do cálculo de frequências absolutas e relativas o que facilitou uma primeira observação global dos resultados. Complementarmente os dados foram igualmente analisados recorrendo à análise de conteúdo. O objetivo principal foi descrever as ideias e conceções dos estudantes em relação aos conceitos e procedimentos analisados, nomeadamente caraterizar o conhecimento matemático dos estudantes, descrevendo os processos, conceitos e raciocínios que realizam e o modo como os comunicam por escrito. A análise de conteúdo centrou-se em categorias de análise definidas a partir dos conteúdos matemáticos lecionados nas diferentes unidades curriculares de Matemática da licenciatura em Educação Básica da ESECS do IPL.

Neste artigo apresentam-se os resultados obtidos através das respostas ao questionário sobre números e operações, com ênfase nos números racionais, de 27 dos 50 estudantes que se encontravam matriculados no 1.º ano da licenciatura em Educação Básica da ESECS, no início do ano letivo de 2015/2016.

De referir que o questionário relativo aos números e operações foi construído recorrendo a questões cujos objetivos emanam das orientações curriculares para o ensino básico e encontra-se organizado em oito categorias (Tabela 1).

Tabela 1. Categorias de análise

Categorias de análise: Números racionais	**Questões**
Reconhece os diferentes significados da fração	2, 3, 4, 5 e 7
Identifica e reconstrói a unidade de referência	6 e 8
Identifica frações equivalentes	2, 3, e 12.2
Representa números racionais na reta numérica	9
Compara e ordena números racionais	2 e 9
Reconhece a densidade dos números racionais	10
Identifica e aplica as propriedades das diferentes operações	11 e 12
Formula enunciados	12

Investigação,
Práticas e Contextos
em Educação
2017

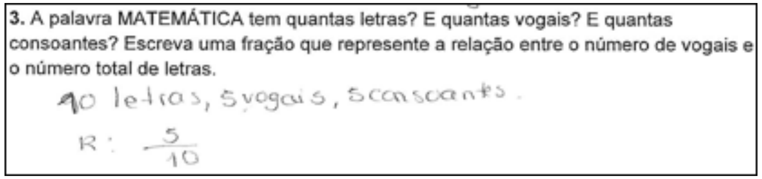
A análise realizada procurou salientar o que de mais significativo emergiu das respostas, relativamente a cada uma das categorias.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Segue-se uma apresentação dos resultados referentes a cada uma das categorias de análise apresentadas na tabela 1, salientando-se os aspetos relativamente aos quais os estudantes revelaram, quer mais segurança, quer mais dificuldades.

Relativamente à primeira categoria, dos 27 estudantes que responderam ao questionário, a maioria evidenciou facilidade em identificar a fração como razão, tendo havido 22 estudantes a responderem corretamente à questão (Figura 1).

Figura 1. Produção correta à questão 3, que envolve a fração como razão

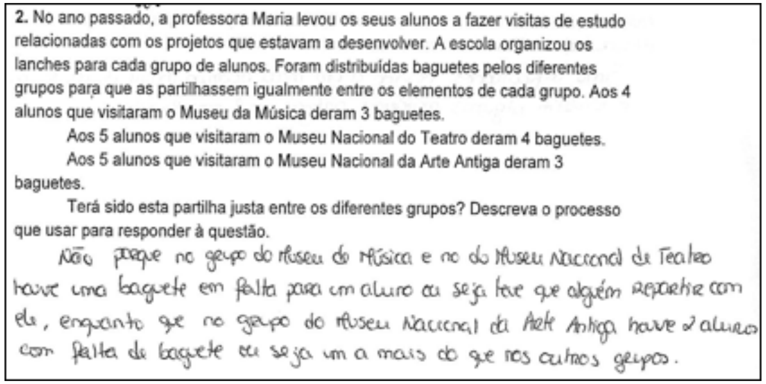

3. A palavra MATEMÁTICA tem quantas letras? E quantas vogais? E quantas consoantes? Escreva uma fração que represente a relação entre o número de vogais e o número total de letras.

10 letras, 5 vogais, 5 consoantes.

R: $\frac{5}{10}$

No entanto, a questão que envolvia a fração como parte-todo, já se revelou fonte de dificuldades para 12 estudantes, apesar de ter havido ainda 15 que responderem corretamente à mesma. Já a questão que envolvia a fração como medida, só obteve 10 respostas corretas, e a que envolvia a fração como medida obteve apenas 8 respostas corretas. Porém, os piores resultados evidenciam-se no reconhecimento da fração como partilha, onde apenas 4 estudantes conseguiram reconhecer este significado da fração, havendo 18 estudantes a apresentarem respostas incorretas (Figura 2).

Figura 2. Produção incorreta à questão 2, que envolve a fração como partilha


2. No ano passado, a professora Maria levou os seus alunos a fazer visitas de estudo relacionadas com os projetos que estavam a desenvolver. A escola organizou os lanches para cada grupo de alunos. Foram distribuídas baguetes pelos diferentes grupos para que as partilhassem igualmente entre os elementos de cada grupo. Aos 4 alunos que visitaram o Museu da Música deram 3 baguetes.

Aos 5 alunos que visitaram o Museu Nacional do Teatro deram 4 baguetes.

Aos 5 alunos que visitaram o Museu Nacional da Arte Antiga deram 3 baguetes.

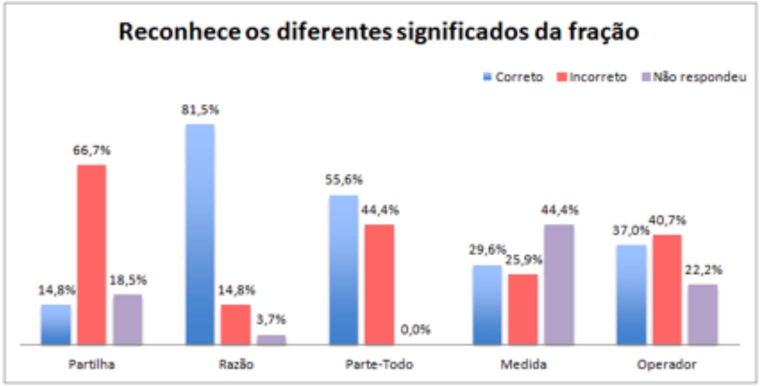
Terá sido esta partilha justa entre os diferentes grupos? Descreva o processo que usar para responder à questão.

Não porque no grupo do Museu da Música e no do Museu Nacional de Teatro houve uma baguete em falta para um aluno ou seja teve que alguém repartir com ele, enquanto que no grupo do Museu Nacional da Arte Antiga houve 2 alunos com falta de baguete ou seja um a mais do que nos outros grupos.

De salientar, que a maioria das respostas incorretas passou pela dificuldade em partilharem igualmente as sandes pelos alunos de cada grupo, tendo-se limitado a identificarem o número de baguetes em falta em cada grupo e por conseguinte, o número de alunos que ficava sem baguetes. Deste modo, estes estudantes parecem ter dificuldades em lidarem com a divisão, bem como com números decimais e parecem ainda, pouco familiarizados com tarefas que envolvam frações em contexto de partilha equitativa.

Por conseguinte, estes estudantes não parecem muito familiarizados com os diferentes significados das frações quando chegam ao curso de licenciatura em Educação Básica (Gráfico 1).

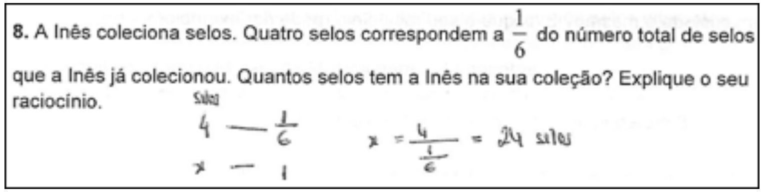
Gráfico 1. Dados relativos ao reconhecimento dos diferentes significados da fração



Assim, parecem ter alguma facilidade em reconhecerem a fração como razão, mas muitas dificuldades em reconhecerem a fração nos seus outros significados, nomeadamente no de parte-todo, que de acordo com Lamon (2007) é o significado com que os alunos são tradicionalmente confrontados. Deste modo, estes estudantes não parecem ter conhecimento do conceito de número racional, já que de acordo com Kieren (1976), este requer a compreensão dos vários significados e as suas inter-relações.

Em relação à segunda categoria de análise, apesar de os estudantes terem conseguido identificar a unidade de referência, a maioria não conseguiu reconstruir a unidade como era pedido na questão 8. Assim, apenas 10 alunos responderam corretamente a esta questão, sendo que por recurso à regra três simples e não por identificarem 6 grupos de 4 selos no contexto da tarefa apresentada (Figura 3).

Figura 3. Produção correta à questão 8, que envolve a reconstrução da unidade

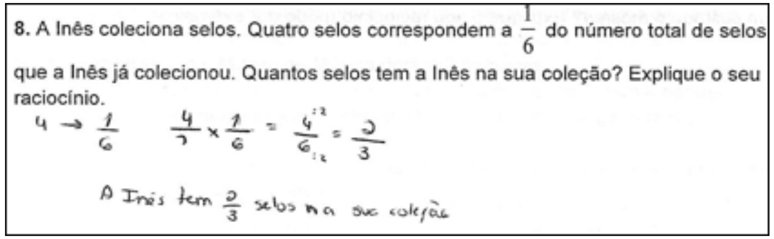


Deste modo, estes estudantes não parecem ter um conhecimento compreensivo de que, neste caso, para a reconstrução da unidade terão de ter e dado que 4 selos correspondem a , então terão de ter 6 vezes 4 selos. De salientar, que o facto de os estudantes identificarem uma técnica que lhes permite dar resposta ao problema (regra de três simples), não implica que tenham compreendido os conceitos que lhes estão implícitos, já que um treino de técnicas particulares das operações permite que obtenham respostas corretas em situações de cálculo rotineiro, mas não é sinónimo de uma compreensão do que fazem conforme alertam Monteiro e Pinto (2005).

Dos restantes 17 estudantes, 12 não responderam a esta questão 8, e 5 apresentaram respostas incorretas. Estes, não parecem ter sequer percebido que para reconstruírem a unidade precisavam de , pelo que se limitaram a multiplicarem 4 por , evidenciando ainda dificuldades em identificarem a unidade de referência no contexto da tarefa (Figura 4). Adicionalmente, não demonstram qualquer sentido crítico relativamente ao resultado, em função do contexto da tarefa, não evidenciando capacidade de avaliar a razoabilidade do resultado obtido. Estas respostas reforçam que o uso de procedimentos (corretos ou incorretos) é feito de forma acrítica, sem que seja estabelecida uma relação conceptual que os justifique, o que resulta na aceitação do resultado pelo resultado, ainda que este não faça sentido no âmbito do problema que está a ser resolvido.

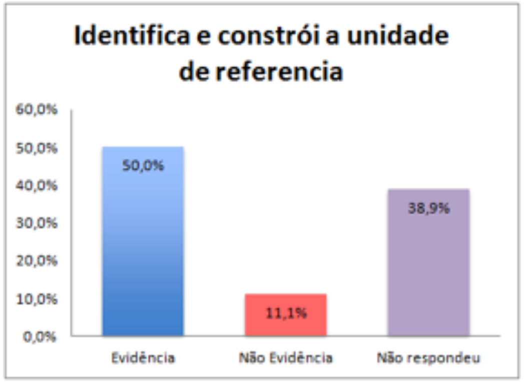
Investigação,
Práticas e Contextos
em Educação
2017

Figura 4. Produção incorreta à questão 8, que envolve a reconstrução da unidade



Por conseguinte, os estudantes à entrada da licenciatura em Educação Básica não parecem ter um conhecimento significativo da unidade de referência (Gráfico 2).

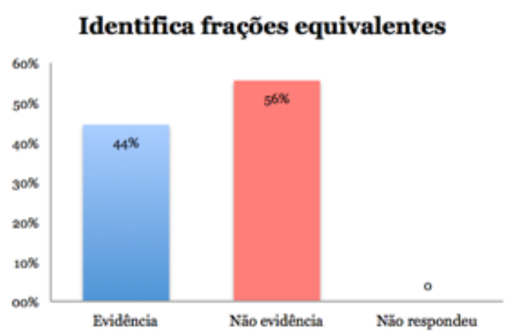
Gráfico 2. Dados relativos à identificação e reconstrução da unidade de referência



Estes dados corroboram dados de investigações (e.g. Behr et al. (1992), Lamon (2006), Monteiro e Pinto (2005, 2007)), que referem a conceptualização da unidade como uma das dificuldades da aprendizagem das frações e na importância do seu desenvolvimento para a compreensão das frações, dado que uma fração tem sempre subjacente uma unidade.

Quanto à terceira categoria de análise, apenas 12 dos 27 estudantes identificou frações equivalentes (Gráfico 3).

Gráfico 3. Dados relativos à identificação de frações equivalentes



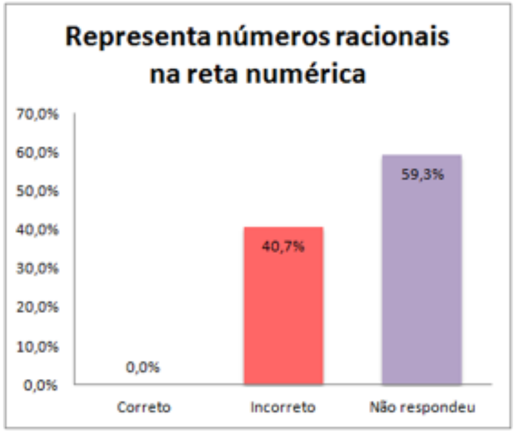
Porém, estes mesmos estudantes em situações em que eram solicitados a identificar uma relação numérica através de uma fração, limitaram-se a usar os números envolvidos sem qualquer preocupação em simplificarem a fração obtida, nomeadamente na questão 3 (Figura 1), onde responderam   em vez de . Deste modo, estes estudantes não parecem ter flexibilidade para alterarem representações, simplificando-as, o que de acordo com Post et.al. (1993) sugere uma parca compreensão de número racional.

A categoria relativa à representação de números racionais na reta numérica, ou seja, a quarta categoria, foi onde se evidenciaram as maiores dificuldades, já que nenhum estudante conseguiu indicar o valor em falta nas retas numéricas apresentadas (Figura 5).

Figura 5. Produção incorreta à questão 9, que envolve a representação de números racionais na reta numérica

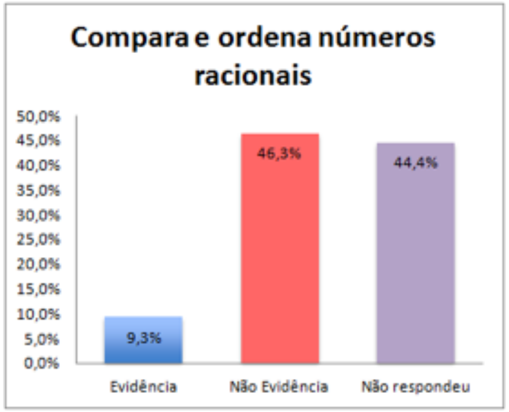
As dificuldades apresentadas parecem advir da falta de noção de que o todo tem de estar dividido em partes iguais. Deste modo obtiveram-se 11 respostas erradas e 16 estudantes não responderam à questão (Gráfico 4).

Gráfico 4. Dados relativos à representação de números racionais na reta numérica



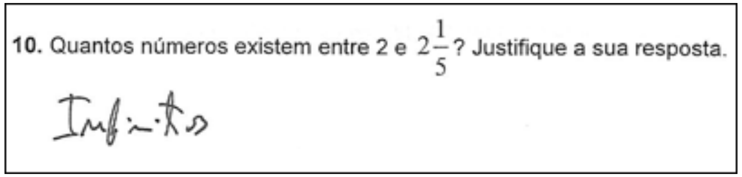
Relativamente à comparação e ordenação de números racionais, apenas 5 alunos evidenciaram este conhecimento (Gráfico 5). Porém, mesmo estes só o evidenciaram nas situações mais simples, como sugerem algumas produções para a questão 9 (Figura 5), onde parece haver a noção de que é inferior 1/3 é inferior a 2/3.

Gráfico 5. Dados relativos à comparação de números racionais



Quanto ao reconhecimento da densidade de números racionais, apenas 3 estudantes parecem compreendê-la, uma vez que quando solicitados a identificarem os números existentes entre dois racionais, questão 10, referiram existir infinitos (Figura 6).

Figura 6. Produção correta à questão 10, que envolve a densidade de números racionais



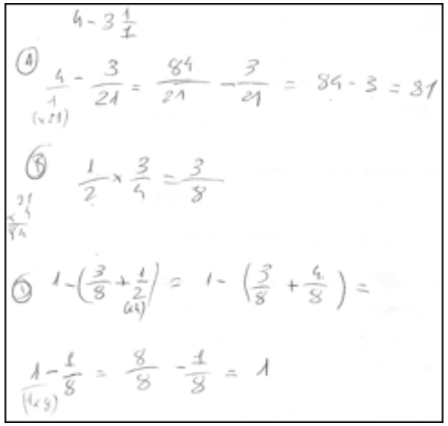
No entanto, a maioria dos estudantes não apresentou qualquer resposta. De salientar ainda os 7 estudantes que reponderam incorretamente, dando como resposta um número concreto. Assim, estes estudantes não parecem reconhecer o conjunto dos números racionais como um conjunto denso (Gráfico 6).

Gráfico 6. Dados relativos ao reconhecimento da densidade dos números racionais

Deste modo, a densidade de números racionais parece ser mais uma das causas de dificuldades destes estudantes com os números racionais, resultados que vão ao encontro do referido por Monteiro e Pinto (2005).

A identificação e aplicação das propriedades das diferentes operações também parece apresentar muitas dificuldades, tendo havido apenas 3 estudantes a evidenciarem algum conhecimento das mesmas, mas apenas quando estavam envolvidas a multiplicação, adição e subtração de números racionais representados por frações e não por numerais mistos (Figura 7), parecendo estes um foco de maiores dificuldades.

Figura 7. Produção para a resolução de expressões numéricas



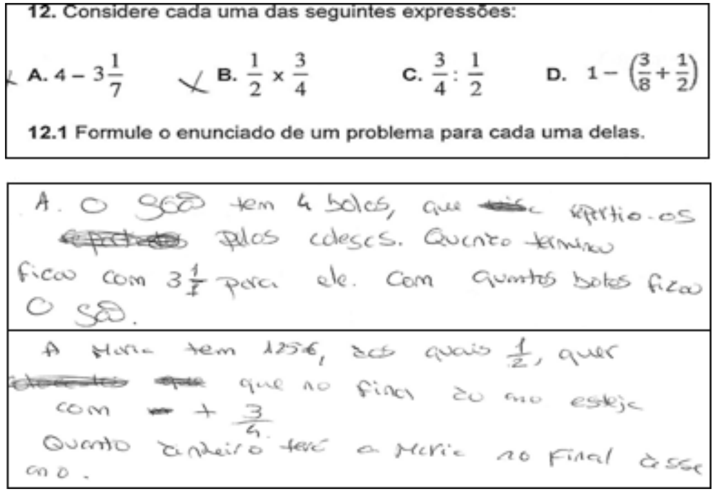
Assim, mesmo os estudantes que conseguiram identificar e aplicar as propriedades de algumas operações, não conseguiram lidar com numerais mistos, nem com a divisão de números racionais representados por frações. Porém, as ilações a retirar desta categoria são limitadas, uma vez que a maioria dos estudantes não apresentou qualquer proposta para a resolução das expressões numéricas envolvendo as quatro operações com números racionais representados por frações (Gráfico 7).

Gráfico 7. Dados relativos à identificação e aplicação das propriedades das diferentes operações

Por último, a categoria relativa à formulação de problemas também se revelou problemática, uma vez que os poucos enunciados apresentados estavam incorretos (Figura 8).

Investigação,
Práticas e Contextos
em Educação
2017

Figura 8. Produção para a formulação de enunciados



As produções apresentadas sugerem dificuldades dos estudantes em perceberem que o enunciado apresentado para cada expressão numérica terá de ser resolvido com recurso à mesma.

Também nesta categoria as ilações a retirar são limitadas, uma vez que a maioria dos estudantes não formulou qualquer enunciado (Gráfico 8).

Gráfico 8. Dados relativos à formulação de problemas

No entanto, os dados apresentados evidenciam falta de conexão entre conceitos e procedimentos e entre fração e realidade por parte destes estudantes, o que de acordo com Sharp et al. (2002) e Huinker (2002) se fica a dever a uma introdução de algoritmos antes da compreensão conceptual, ou sem relacionar o algoritmo com o conhecimento conceptual.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo foram apresentados os dados emanados do questionário relativo aos números e operações, com ênfase nos números racionais. Por conseguinte, os resultados mostram que os estudantes, apesar de evidenciarem algum conhecimento do significado da fração como razão, evidenciam dificuldades nos conceitos mais elementares deste conjunto de números. Assim, salientam-se dificuldades no reconhecimento da maioria dos significados das frações, na construção da unidade de referência, na identificação de frações equivalentes, na comparação e ordenação de números racionais, no reconhecimento da sua densidade, bem como nas operações com estes números e na formulação de problemas a partir de expressões dadas.

Estes resultados vão ao encontro dos obtidos pela investigação nacional e internacional, onde têm sido identificadas muitas dificuldades quer nos alunos, quer nos professores, sendo estas muitas vezes as apresentadas pelos alunos (Lamon, 2007, Ma, 1999).

Portanto, este estudo é revelador da necessidade premente de todo um trabalho de (re)construção concetual e processual que é necessário pôr em prática com os futuros professores dos primeiros anos emergindo igualmente com alguma certeza, a ideia de que a aprendizagem de números racionais realizada pelos estudantes ao longo do seu percurso académico anterior (ensino básico e secundário) parece ter sido mais processual do que conceptual.

A realidade evidenciada pelos resultados implica uma reflexão relativamente ao trabalho que se desenvolve, quer na formação inicial de professores, quer contínua de professores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Behr, M. & Post, T. (1992). Teaching rational number and decimal concepts. In T. Post. (Org.), Teaching mathematics in grades K-8: Research-based methods (2nd ed., pp 201-248). Boston: Allyn $ Bacon.

Behr, M.J., Harel, G., Post, T. and Lesh, R. (1992), 'Rational number, ratio, and proportion.' In D. Grouws (ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp 296-333). New York: Macmillan

Coutinho, C. (2011). Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: teoria e prática. Coimbra: Almedina.

Harel, G., Behr, M., Lesh, R., & Post, T. (1994). Invariance of ratio: The case of children's anticipatory scheme for constancy of taste. Journal for Research in Mathematics Education, 25(4), 324-345.

Huinker, De Ann. (2002). Examining Dimensions of Fraction Operation Sense. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions. 2002 Yearbook.

Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh & D. Bradbard (Org.), Number and measurement: papers from a research workshop (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed), Second handbook ok mathematics teaching and learning (pp 629-667). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementar mathematics: Teachers´ understanding of fundamental mathematics in China and the United Stats. Mahwah, N J: Erlbaum.

Martins, F. (2007). As fracções no desenvolvimento do sentido de número racional no 1º ciclo. Tese de Mestrado em Educação – Didáctica da matemática. Lisboa: Universidade de Lisboa, Portugal.

Monteiro, C., Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. Quadrante, 14 (1), 89-107.

Monteiro, C., Pinto, H. (2007). Desenvolvendo o sentido do número racional. Lisboa: APM.

Moss, J. & Case, R. (1999). Developing children´s understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. Journal for Research in Mathematics Education, 30, 122-147.

Nunes, T., Campos, T., Magina, S. & Bryant, P. (2005). Educação matemática: números e operações. São Paulo: Cortez Editora.

Nye, B., Konstantopoulos, S., & Hedges, L. V. (2004). How large are teacher effects? Educational Evaluation and Policy Analysis, 26(3), 237-257.

Post, T., Cramer,K., Behr,M., Lesh, R. & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the learning, teaching, and assessing of rational number concepts. In T. Carpenter & E. Fennema (Eds.), Research on the Learning, Teaching, and assessing of Rational Number Concepts. Lawrence Erlbaum and Associates.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hilbert & M. Behr (Org.), Number concepts and operations in the middle grades VII (pp. 141-161). Reston, VA: NCTM & Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Sharp, J., Garofalo, J. & Adams, B. (2002). Children´s development of meaningful fraction algorithms: a Kid´s cookies and a puppy`s pills. In B. Litwiller, & G.Bright (Org.), Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 YearbooK (pp. 18-28). Reston: NCTM.

Shulman (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Research, 15 (2), 4-14.