



Análisis de la Relación entre variables macroeconómicas y la curva de rendimientos en Colombia[♦]

Jackeline Piraján Díaz[±]

Resumen

Este documento buscará explorar la relación existente entre variables macroeconómicas y los factores que describen la curva de rendimientos en Colombia. El ejercicio se realiza en dos etapas: en la primera se estiman los factores nivel pendiente y curvatura de la curva utilizando la metodología propuesta por Diebold, Rudebusch, & Aruoba en 2006, y en la segunda etapa se plantea un modelo de vectores autorregresivos (VAR) que relaciona el nivel, la pendiente y la curvatura de la estructura a plazos de la tasa de interés, con otras cuatro variables: la tasa de interés del Banco de la República, la expectativa de inflación en Colombia a 12 meses, la Brecha del PIB y la expectativa de la tasa de interés real en Estados Unidos de cinco años en cinco años.

El resultado indica que existe evidencia de una relación entre las variables macroeconómicas y los factores de la curva. Además se encuentra que la expectativa de tasas reales a nivel internacional tiene efectos sobre la estructura a plazos de la tasa de interés, siendo los efectos más representativos sobre el nivel y la curvatura.

Palabras clave: Curva de rendimientos, Modelo Diebold, Rudebusch & Aruoba , Modelos VAR.

Clasificación JEL: E43, E44, E52, C01

[♦] Trabajo presentado para optar al título de Magistra en Economía de la Pontificia Universidad Javeriana



The relation between macroeconomic variables and yield curve in Colombia ♦

Jackeline Piraján Díaz[±]

Abstract

This paper contributes to the research on the relationship between macroeconomic variables and yield curve latent factors in Colombia. The exercise is carried out in two steps run separately. In the first step, slope, level and curvature latent factors are estimated using the methodology proposed by Diebold, Rudebusch, & Aruoba in 2006. In the second step, the latent factors are used in a vector autoregression (VAR) model with macro variables: Banco de la Republica reference rate, inflation expectations 12 months ahead, Colombian output gap and the real interest rate in the United States 5Y5Y.

The result indicates that there is evidence of a relationship between the macroeconomic variables and the factors of the curve. It is also found that the expectation of international real rates has effects on the term structure of the interest rate, with the most representative effects on level and curvature latent factors.

Keywords: Yield curve; Diebold, Rudebusch & Aruoba model, VAR models

JEL Classification Number: E43, E44, E52, C01

♦ This paper is presented as a thesis to obtain a master's degree in economics from the Pontificia Universidad Javeriana.

1. Introducción

La renta fija es un instrumento de deuda en el que el emisor está comprometido a pagar al prestamista la totalidad del dinero prestado y un monto periódico de intereses en un lapso de tiempo determinado, por lo cual cumple un rol como medio de distribución de recursos al ser una opción de financiación, en especial para una nación.

En Colombia, el mercado de renta fija ha adquirido un dinamismo significativo en los últimos años, en especial con el aumento en la participación de inversionistas extranjeros, es por eso que su estudio en la actualidad se torna interesante, pues la negociación diaria de estos instrumentos está afectada por la percepción de los agentes participantes sobre un conjunto transversal de información. Información que está asociada en esencia la capacidad de pago de un país y que implícitamente apunta a la percepción sobre el estado macroeconómico en términos absolutos y en términos relativos respecto a otras naciones. De esta manera, es posible suponer que el mercado de renta fija es informativo en la medida en que refleja de manera rápida y en ocasiones anticipadamente el impacto de las publicaciones de datos macroeconómicos y de noticias asociadas a un país. Diversos estudios han indagado sobre la importancia de la curva de rendimientos por su carácter informativo para las autoridades de política económica, en especial en el análisis de transmisión de política monetaria¹.

En (Piazzesi, 2002) por ejemplo, se resalta que el estudio de la curva de rendimientos es importante en al menos cuatro frentes, el primero pronosticar, al suponer que las tasas de largo plazo son las tasas esperadas de corto plazo en el futuro ajustadas por el riesgo; en segundo lugar, para reconocer la transmisión de la política monetaria desde las tasas de corto a las de largo plazo, que en última instancia inciden en decisiones de largo plazo de los agentes (hipotecas, inversión, etc.). En tercer lugar, para la política de deuda, al señalar oportunidades puntuales de emisión en ciertos tramos de la curva. Y por último es útil en la valoración de instrumentos financieros como lo son los derivados y para la realización de operaciones de cobertura.

Así, al reconocer la importancia de la información que puede reflejarse en la renta fija, este documento abordará el estudio la asociación entre los factores que describen la curva de rendimientos en Colombia y un conjunto de variables que describen en primer lugar, el estado de la economía y en segundo lugar, la expectativas sobre los estados futuros de la economía. Asimismo, en este trabajo será de especial atención indagar por el impacto ha tenido la política monetaria externa sobre la estructura a plazo de tasas de interés local, pues sin lugar a dudas ha generado tendencias transversales en las negociaciones de deuda pública a nivel global y representa un riesgo a tener en cuenta en el proceso de normalización monetaria encabezado por la Reserva Federal de los Estados Unidos.

¹ Ben Bernanke, expresidente de la Reserva Federal, en su discurso *Reflections on the Yield Curve and Monetary Policy* resaltó que los encargados de formular políticas deberían supervisar cuidadosamente los rendimientos de los bonos al juzgar el estado actual de la economía, pero solo junto con las señales de otras variables financieras importantes.

2. Revisión de Literatura

2.1. Curva de Rendimientos y teorías sobre su forma

La curva de rendimientos, llamada también estructura a plazo de las tasas de interés es la representación de las tasas de interés y de los vencimientos de bonos con la misma calidad crediticia en un momento dado del tiempo. La curva de rendimiento puede tomar varios tipos de formas que pueden ser agrupadas en cuatro grupos (Martelline, Priaulet, & Priaulet, 2003), curvas de rendimiento planas en las cuales las tasas no se afectan por el vencimiento de los bonos, curvas de rendimiento crecientes en las que las tasas de interés aumentan con el vencimiento del bono, curvas de rendimiento decrecientes en las que las tasas declinan a lo largo del rango de duración y curvas de rendimientos con un tramo creciente y otro decreciente.

La forma de la curva de rendimientos refleja varios factores que afectan la valoración de los bonos como por ejemplo: el riesgo de crédito a través de la probabilidad de impago del emisor, los riesgos de evento que en el caso de los gobiernos se materializa en la salida abrupta de capitales a raíz de choques dramáticos en la economía, cambios de la política de gobierno e incluso guerras. Otros riesgos característicos que se incorporan en la forma de la curva de rendimientos son el riesgo de tasa de cambio, riesgo de inflación y riesgo de liquidez.

De esta manera, la forma adoptada por la curva de rendimientos puede ser percibida con una señal que refleja el sentimiento de los inversionistas ante el entorno macroeconómico. En condiciones normales la curva presenta una forma creciente, mientras que una estructura de tasas de interés decreciente se asocia a expectativas de una recesión económica futura. En el caso de Colombia dada la existencia del esquema de inflación objetivo, una curva de rendimiento invertida podría reflejar la anticipación a una acción futura de expansionista por parte de la autoridad monetaria ante un evento adverso en la actividad económica.

Es así como el estudio de la estructura a plazo de las tasas de interés apunta implícitamente al estudio sobre las preferencias de los participantes del mercado y su implicación en el posicionamiento en distintos tramos de la curva. Se destaca pues, la existencia de teorías que constituyen un marco de análisis de la forma de la curva de rendimientos que tienen en cuenta justamente las preferencias de los agentes del mercado. Dichas teorías pueden categorizarse en tres grupos (Martelline, Priaulet, & Priaulet, 2003), la teoría pura de expectativas, la teoría pura de prima por riesgo dentro de la cual están la teoría de preferencia por liquidez y la teoría del hábitat preferido; y la tercera teoría es la teoría de la segmentación del mercado.

La teoría pura de expectativas determina que la estructura a plazo de las tasas de interés refleja en cada momento del tiempo la expectativa de los agentes del mercado sobre las tasas de corto plazo en el futuro. Sin embargo, dicha teoría presenta límites ya que asume que los inversionistas se comportan de acuerdo con su expectativa en la maximización del retorno asumiendo que los agentes maximizadores son neutrales al riesgo.

Ahora bien, en la teoría pura de la prima por riesgo se asume la existencia de incertidumbre en el retorno y en el precio de los bonos de acuerdo con el plazo del mismo, en este orden de ideas la estructura a plazos reflejaría la compensación por riesgo requerido por el mercado para demandar bonos con vencimientos a mayores plazos. Por su parte, la teoría de preferencia por liquidez asume que debido a que el riesgo incrementa en bonos de mayor duración, los inversionistas aceptarían bonos de largo plazo si se les paga una tasa esperada en el futuro más una prima por riesgo que aumenta según el plazo del título. En consecuencia, una curva empinada representa una estructura en donde a mayor plazo la prima por liquidez aumenta.

En este punto es de resaltar que en el entorno reciente se ha percibido que la reducción generalizada de las tasas de interés a nivel global ha sido en gran parte atribuida a la compresión de las primas por plazo (Hördahl, Sobrun, & Turner, 2016), y que incluso dicha disminución continúa afectando a las tasas de largo plazo a pesar de que está en curso la normalización monetaria por parte de la Reserva Federal. Siendo así, un tema que cobra relevancia en la medida en que se ha encontrado que la renta fija a nivel global tiene dos determinantes comunes: la tasa de la Reserva Federal y la tasa de interés real en el largo plazo.

La teoría del hábitat preferido por su parte, plantea que existe un premio por liquidez no uniforme ya que los agentes pueden tener plazos de inversión que van a determinarse por el plazo de sus pasivos. En consecuencia cuando no hay una misma oferta y demanda de fondos para un plazo específico, los inversionistas se moverán a otros tramos de la curva a cambio de una prima por riesgo que compense su aversión al riesgo en precio y al riesgo de reinversión. Es así como, cualquier tipo de forma de la curva podría contemplarse bajo la teoría del hábitat preferido.

Finalmente, la teoría de la segmentación del mercado plantea que la forma de la curva estará determinada por la oferta y demanda de bonos en cada tramo de la curva, debido a que asume que existen diferentes categorías de inversionistas que negocian en tramos específicos de la curva, presentando así una limitación en la medida en que plantea rigidez en el comportamiento de los inversionistas.

Las teorías presentadas previamente presentan una aproximación financiera al estudio de la forma de la curva de rendimientos. No obstante, el estudio de la curva de rendimientos y del mercado financiero en general está ligado también al estudio de los fundamentales macroeconómicos, pues en la medida en que las tasas de los bonos pueden ser los valores esperados del promedio de tasas de corto plazo en el futuro, se podría pensar que la curva de rendimientos contiene información acerca de las expectativas de los agentes sobre una economía (Piazzesi, 2002).

De igual forma, la curva de rendimientos podría contener información sobre la transmisión de política monetaria e información sobre las decisiones de política fiscal en cuanto a manejo de la deuda (Cochrane, 2001), por lo que se torna valioso el estudio de las relaciones entre la dinámica del mercado de renta fija y las variables macroeconómicas locales y externas.

2.2. Relación entre la curva de rendimientos y las variables macroeconómicas

Entender los movimientos de los rendimientos de los bonos en diferentes plazos de vencimientos es crucial no solo para la gestión de portafolios, sino también para la evaluación del estado actual y futuro de la economía (Ang & Piazzesi, 2003). En los últimos años se han desarrollado diversos estudios enfocados en caracterizar la naturaleza de la curva de rendimientos, no obstante, las aproximaciones de dichos estudios muestran cierta distancia entre lo definido por la literatura financiera y la literatura macroeconómica, (Diebold & Rudebusch, 2012) mencionan que desde la literatura financiera se plantea que los rendimientos están explicados por diversos factores no observados y por los cambios en las primas de riesgo.

Mientras que en la literatura macroeconómica, la investigación indaga por los fundamentales que guían los movimientos de la curva y en este particular se han encontrado algunas relaciones empíricas, por ejemplo, que las tasas de corto plazo son guiadas por las tasas de política del banco central, mientras que las tasas de largo plazo son guiadas por las expectativas de las tasas futuras de corto plazo, que dependen a su vez de las expectativas sobre el comportamiento de las variables macroeconómicas.

De esta manera, la discrepancia entre la literatura financiera y macroeconómica respecto al enfoque en el estudio de la curva de rendimientos es reflejo de las preguntas particulares de cada área, en el frente financiero puede haber especial atención en objetivos como la valoración de activos financieros, manejo de riesgos y estructuración de portafolios, mientras que en el ámbito macroeconómico el interés se centra en encontrar una relación que permita distinguir por ejemplo, la transmisión de la política económica a la economía real y el carácter informativo que tiene la curva de rendimiento para definir características asociadas al ciclo económico. En consecuencia, se puede notar que el enfoque financiero de la curva de rendimientos provee una buena explicación estadística de los movimientos en la curva, aunque podría no enfocarse en las causas fundamentales de dichos movimientos.

No obstante, tanto desde el ámbito financiero o macroeconómico, el primer problema que se enfrenta al tratar de modelar la curva de rendimientos es cómo resumir la información en cada momento del tiempo para bonos de distintos plazos. En este punto, es de destacar la contribución de la literatura financiera con el trabajo de (Litterman & Scheinkman, 1991) en el cual se identificó que gran parte de la variación en los retornos de los activos de renta fija puede ser explicada por tres factores, factores que en últimas describen atributos específicos de la curva de rendimientos y son denominados como: nivel, pendiente y curvatura.

El nivel empíricamente es asociado al promedio de las tasas de interés de la curva de rendimientos, la pendiente se reconoce como el diferencial entre una tasa de largo y otra de corto plazo, mientras que la curvatura se asocia con el comportamiento del tramo medio de la curva con una aproximación empírica que comprende la diferencia entre dos veces el valor de una tasa de la parte media de la curva y la suma de las tasas en los extremos corto y alto de la curva.

La literatura con la que inicia el estudio de los factores de la curva de rendimientos fue motivada en principio para resolver problemas de cobertura en inversiones en renta fija, en esta línea se destacaron los estudios de (Willner, 1996) y (Bliss, 1997), quienes utilizando la especificación de factores para estudiar el cambio en los rendimientos propusieron estrategias que funcionaran como cobertura ante movimientos comunes en la curva.

Ahora bien, la investigación acerca del rol de las variables macroeconómicas sobre la estructura a plazo de las tasas de interés ha sido explorada por varios trabajos, por ejemplo, el estudio empírico de (Estrella & Mishkin, 1997) en el que se examina la relación entre la tasa de política del Banco Central y el diferencial entre las tasas del bono a 10 años y la nota a 3 meses, de igual manera en el trabajo se indaga por la capacidad de predicción de la curva de rendimiento sobre la actividad real futura y sobre la inflación, encontrando que la curva de rendimientos es una fuente de información valiosa para las autoridades de política monetaria en la medida en que complementa las señales que se observan directamente de los datos económicos.

En (Evans & Marshall, 2001) se utiliza una modelación de vectores autoregresivos con rendimientos de los bonos a plazos de 1 mes, 12 meses y 60 meses de Estados Unidos junto con variables macroeconómicas como la tasa de intervención de la Reserva Federal, indicadores de precios y un indicador sobre producción industrial, posteriormente por medio de análisis de impulso respuesta y descomposición de varianza se identifica que las variables macroeconómicas influyen en gran parte de los movimientos en las tasas de interés en el rango entre un mes y cinco años.

Unos de los trabajos más conocidos en la investigación sobre la asociación entre las variables macroeconómicas y la curva de rendimientos es el de (Ang & Piazzesi, 2003), en el cual se analizó la relación entre factores económicos de inflación y de actividad real creados a partir de un amplio conjunto de series macroeconómicas, con los factores no observados de la curva de rendimientos. Encontrando en primer lugar, que la inclusión de variables macroeconómicas mejora el pronóstico de los factores no observados de la curva y en segundo lugar, que los factores macroeconómicos explican una porción significativa (más del 85%) de los movimientos en la parte corta y media de la curva, pero explican un porcentaje menor (menos de 40%) de los movimientos del tramo largo de la curva de rendimientos. Adicionalmente, encontraron que los choques de inflación son más fuertes para la parte corta de la curva, y que los choques macro impactan mayormente a los factores del nivel y la pendiente de la curva.

Asimismo, es importante notar que no sólo el análisis de la curva de rendimientos y factores macroeconómicos se ha hecho a nivel general, también se encuentran estudios de carácter específico como el de (Wu, 2001) en el que se plantea que los movimientos de política monetaria tienen efecto sobre la pendiente de la curva de rendimientos. Otro ejemplo es el trabajo de (Ang, Piazzesi, & Wei, 2006), en el cual encuentran que las tasas de corto plazo tienen un poder predictivo mejor que el de los spreads entre tasas de largo plazo y corto plazo para la predicción del Producto Interno Bruto.

No obstante, en este punto es importante resaltar que los trabajos realizados en la investigación sobre la curva de rendimientos y variables macroeconómicas en ocasiones restringen su estudio a asociaciones de tipo unidireccional, como se evidencia en los trabajos citados previamente, y en trabajos como por ejemplo, el de (Estrella & Mishkin, 1997) en el cual se enfatizó la importancia de la curva como predictor de variables macroeconómicas, aproximación que también se encuentra en el documento de (Estrella & Hardouvelis, 1991), y como contraste el trabajo de (Evans & Marshall, 2001) ya que se restringió la posibilidad explicativa de la curva de rendimientos sobre las variables macroeconómicas.

Aun así, existen trabajos que exploran una relación bidireccional entre los factores no observados de la curva y las variables macroeconómicas, dentro de ellos está el de (Rudebusch & Wu, 2008), en el cual se destaca que el nivel de la curva se asocia al objetivo de inflación de mediano plazo del banco central y que la pendiente se relaciona con la variación cíclica de la inflación y del producto. En dicho trabajo, se especifica una retroalimentación entre las variables macroeconómicas y la curva de rendimientos, destacando que uno de sus componentes puede ser interpretados como la inflación subyacente, que sería esencialmente la meta de inflación implícita del banco central percibida por los agentes privados, aproximación que se adoptó también en los trabajos de (Kozicki, Tinsley, & P, 2008) y de (Dewachter & Lyrio, 2002).

De forma análoga, se resalta que los trabajos realizados en el tema usualmente asocian los movimientos de la curva de rendimiento con variables de actividad económica, de precios y de tasa de interés de política monetaria. De acuerdo con (Wu, 2003) es usual relacionar la reacción de la parte corta de la curva de rendimientos con movimientos en la tasa de política de la autoridad monetaria de un país. Lo anterior dado que, en algunos países la política se enfoca en lograr un objetivo de inflación baja y estable y de máximo crecimiento sostenible; así, la definición implícita de las acciones de política recae en la reacción de las variables de inflación y crecimiento primordialmente, haciendo que las variables macroeconómicas puedan ser informativas en la explicación de los movimientos de la curva de rendimientos.

2.3. Estudios sobre curva de rendimientos y variables macroeconómicas en Colombia

En el caso colombiano, los trabajos asociados al estudio de la curva de rendimientos a nivel macroeconómico se han enfocado primordialmente en la relación existente entre la misma y la política monetaria. El trabajo de (Arosemena & Arango, 2002) se resalta que la curva de rendimientos constituye un indicador central de la transmisión de la política monetaria. De esta forma, realizan una revisión sobre la interpretación de la curva de rendimientos en la cual destacan que la pendiente de la curva es un elemento relevante para identificar las expectativas de inflación de los agentes. Asimismo, se resalta que cuando las expectativas de inflación están bien formadas, el empinamiento de la curva estaría asociado a la expectativa de dinamismo en la actividad económica, y adicionalmente, estaría asociado a la presencia de expectativas de mayor déficit fiscal.

Posteriormente, en el trabajo de (Arango, Flórez, & Arosemena, 2004) se exploró la relación entre el tramo corto de la curva de rendimientos y las expectativas de actividad económica, encontrando

que un aumento en el spread entre títulos de corto y de largo plazo de la curva (empinamiento de la curva) reduce la probabilidad de que se presente un deterioro de la actividad económica en el futuro. Posteriormente, en (Arango & Flórez, 2005) se indagó por sobre la capacidad informativa de la curva sobre las expectativas de inflación hallando que hay una alta capacidad informativa contingente al periodo muestral y a la fuente de información, ya que hay un poder explicativo si el modelo se basa en las tasas de retorno de los títulos TES, mientras que dicha capacidad se baja al utilizar las tasas de interés cero cupón.

En (Arango, González, León, & Melo, 2006) se exploró el efecto de las acciones del Banco de la República sobre la curva de rendimientos, encontrando que dichas acciones afectan el mercado de deuda debido a que los agentes se anticipan a las medidas de la autoridad monetaria. No obstante encuentran que los signos del efecto son contrarios a los esperados con la teoría de expectativas racionales, ya que ante aumentos de las tasas de intervención hay un empinamiento de la curva al presentar mayor reacción en las tasas de largo plazo que en las tasas de corto plazo, lo cual podría ser señal de falta de transparencia y credibilidad de política monetaria.

Ahora bien, dentro de los trabajos más recientes se destacan el de (Melo & Castro, 2010), en el cual analizó la relación entre algunos fundamentales de la economía colombiana como la tasa interbancaria, el índice de bonos de mercados emergentes de Colombia, el índice de precios al consumidor y la brecha del producto interno bruto y la estructura a término de las tasas de interés, obteniendo como resultado evidencia a favor de una relación bidireccional entre los factores de la estructura a término y las variables macroeconómicas consideradas, con una explicación más fuerte desde las variables macro a la curva que al contrario.

2.4. Contexto actual y relevancia para el estudio de Colombia

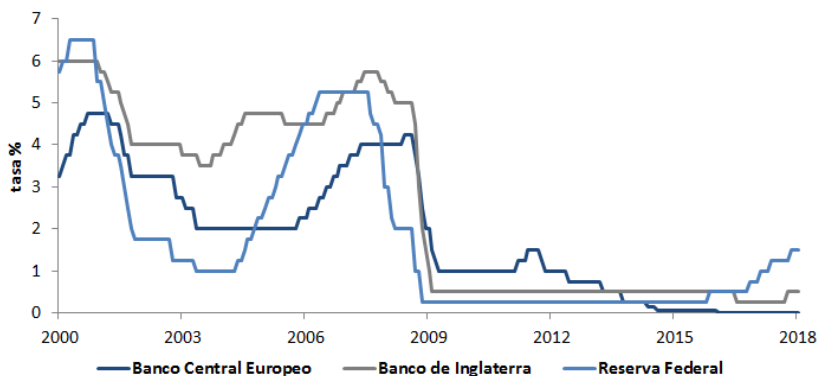
Desde la crisis financiera de 2008, las economías avanzadas sufrieron un periodo prolongado con bajo crecimiento, bajos niveles de inversión y baja inflación, es así como en este entorno, los bancos centrales de estos países implementaron fuertes medidas de estímulo monetario, llegando a la fijación de tasas de interés de intervención muy cercanas a cero o incluso negativas (**Gráfico 1**), situación que en el pasado era teóricamente impensable.

La implementación de tasas negativas por parte de algunos bancos centrales de economías desarrolladas tuvo como objetivo primordial estimular la actividad económica y alejar la inflación de los niveles bajos observados en los últimos años, sobre este particular, se ha dicho que hay varios canales por los cuales dicha acción de política podría conseguir este objetivo: incentivando a los bancos a aumentar los préstamos a los hogares, en lugar de asumir costos manteniendo reservas, al igual que, mantener bajas tasas de interés podría estimular el consumo y la inversión en la medida en que el costo de financiamiento es menor.

No obstante, de acuerdo con (Hannoun, 2015), el canal del balance de portafolio y la toma de riesgo es uno de los canales por el cual las bajas tasas de interés afectan a la economía, así es de resaltar, que a nivel mundial se ha observado que las bajas tasas de interés han impulsado la adopción de

mayor riesgo por parte de los agentes del mercado financiero, lo que ha llevado a una convergencia entre el retorno entre los activos de bajo riesgo y los activos riesgosos.

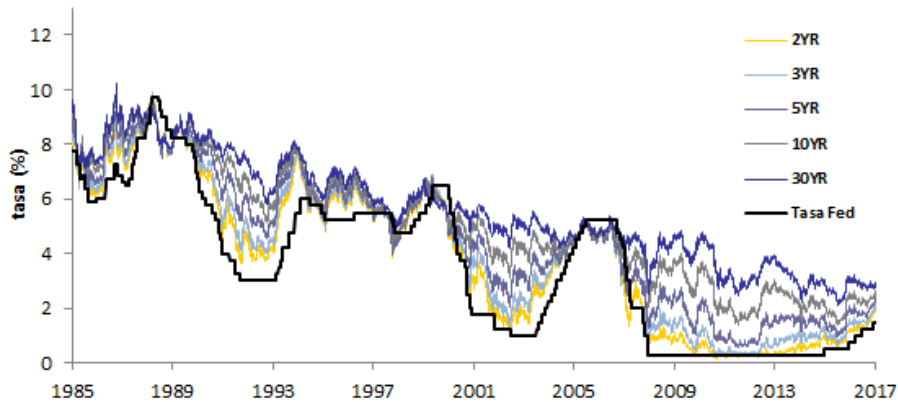
Gráfico 1: Evolución tasa de política países desarrollados



Fuente: Bloomberg

Para el caso de la renta fija, el entorno de bajas tasas de interés impulsó a los inversionistas a exponer sus portafolios a mayor duración, es decir a bonos con plazos lejanos de vencimiento, y como consecuencia las curvas de rendimientos a nivel mundial presentan situaciones en las que los bonos a plazos entre dos y cinco años tienen tasas muy bajas e incluso negativas y con diferenciales reducidos respecto a los instrumentos de renta fija a plazos mayores.

Gráfico 2: Evolución de la curva de Rendimiento en Estados Unidos.



Fuente: Bloomberg

Es así como el canal de balance de portafolio y la toma de riesgo definido por (Hannoun, 2015), explica en parte el cambio en el valor de los activos de economías emergentes en donde la demanda de inversionistas extranjeros por títulos de renta fija local ha aumentado en los últimos años. En este caso se evidencia que en la búsqueda de rendimientos, los inversionistas están tomando posiciones en países de menor calificación como Colombia y adicionalmente, lo hacen en títulos de largo plazo, lo cuales teóricamente tienen más exposición al riesgo que los títulos de plazo corto.

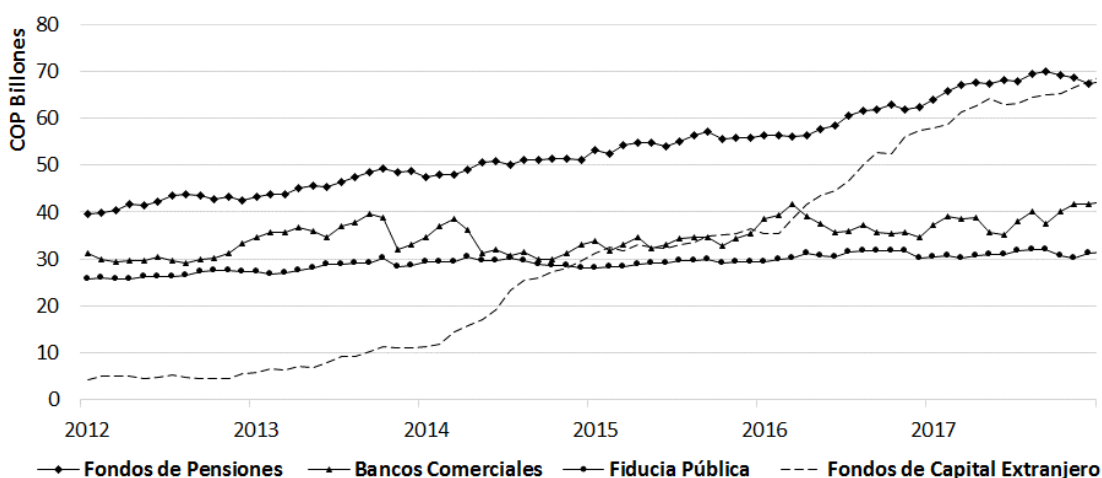
De esta manera, basados en las teorías sobre la forma de curva de rendimientos expuestas al principio del documento se puede resaltar que en el entorno actual la prima de riesgo en la parte

larga de la curva parece haber disminuido y que además la perspectiva de una permanencia prolongada en las condiciones de amplia liquidez por parte de los principales Bancos Centrales, ha generado un cambio en la actitud de los inversionistas que ahora adoptan posiciones a plazos más largos en países que implican un mayor grado de exposición al riesgo.

En Colombia, desde la obtención del grado de inversión por parte de las tres principales agencias calificadoras aumentó la participación de los inversionistas extranjeros en el mercado de deuda pública, especialmente en el mercado de TES tasa fija en particular en las referencias de plazos largos, es así como recientemente los inversionistas foráneos han alcanzado una participación con una importancia equivalente a la de los fondos de pensiones (Gráfico 3).

Debido a lo anterior, en el análisis de curva de rendimientos cobra relevancia la inclusión de factores fundamentales externos y factores fundamentales internos que son determinantes de cara a la evaluación que los inversionistas extranjeros pueden hacer para posicionarse en Colombia.

Gráfico 3: Evolución de las tenencias de TES de los principales agentes



Fuente: Ministerio de Hacienda y Crédito Público

3. Aproximación al análisis de la curva de rendimientos y hechos estilizados para Colombia

La curva de rendimientos al tener una dimensionalidad de corte transversal y temporal permite distinguir dos tipos de dinámicas en su análisis: en primer lugar, se puede indagar por el comportamiento de las tasas en distintos plazos y en segundo lugar, se puede indagar por el comportamiento de las tasas a través del tiempo.

En el ejercicio empírico del caso Colombiano los datos utilizados fueron las tasas de inicio de mes de la curva cero cupón de los TES para 17 vencimientos 3 y 6 meses y entre 1 y 15 años, desde agosto de 2012 hasta diciembre de 2017. En la **Tabla 1** muestra algunas estadísticas descriptivas para las tasas de interés de la curva en los distintos plazos, estadísticas que empiezan a mostrar varios hechos estilizados sobre la curva de rendimientos.

Primero, en promedio las tasas de la curva de rendimientos son más altas a medida que aumenta el plazo de vencimiento, lo cual sugiere la existencia de una prima a lo largo de los plazos de la curva. En segundo lugar, se evidencia un aumento en la volatilidad en las tasas a mayores vencimientos, y en tercer lugar, existe una alta persistencia en las series no solo evidenciada en la autocorrelación de primer orden sino también en la autocorrelación de orden doce.

Tabla 1: Estadísticas descriptivas curva de rendimientos Colombia

Vencimiento	Media	Desviación Estandar	$\rho(1)$	$\rho(12)$
3 meses	5.67	1.97	0.96	0.42
6 meses	5.96	2.04	0.97	0.47
1 año	6.46	2.19	0.97	0.53
2 años	7.23	2.44	0.97	0.58
3 años	7.78	2.59	0.97	0.60
4 años	8.18	2.67	0.97	0.62
5 años	8.48	2.72	0.97	0.63
6 años	8.70	2.74	0.97	0.64
7 años	8.88	2.76	0.97	0.64
8 años	9.01	2.76	0.97	0.64
9 años	9.12	2.76	0.97	0.64
10 años	9.20	2.76	0.97	0.64
11 años	9.27	2.76	0.97	0.64
12 años	9.33	2.76	0.97	0.64
13 años	9.37	2.75	0.96	0.64
14 años	9.41	2.75	0.96	0.63
15 años	9.44	2.75	0.96	0.63

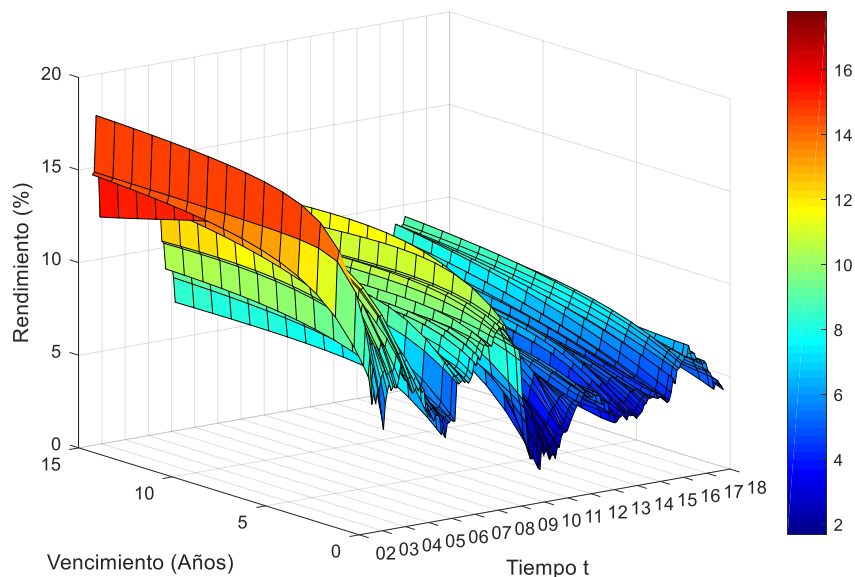
Fuente: Las estadísticas se presentan para los rendimientos a diferentes vencimientos. Se presentan la media, la desviación estándar y las autocorrelaciones de orden uno y doce. El periodo muestral va desde agosto de 2002 y diciembre de 2017

Ahora bien, en el **Gráfico 4** se muestra la superficie de la curva de rendimiento en función del tiempo y del vencimiento, es importante notar que en el periodo de análisis se presentó una disminución generalizada de las tasas de interés, que se profundizó luego de 2008, momento en el cual los principales bancos centrales a nivel mundial, en respuesta a los efectos de la crisis financiera, empezaron a implementar políticas monetarias ampliamente expansivas que comprendieron notables aumentos en las hojas de balance y reducciones sustanciales de las tasas de intervención.

De igual forma, es importante notar que la pendiente de la curva ha tendido a disminuir en el periodo más reciente, en este sentido es importante destacar en trabajo de (Hannoun, 2015), en el cual se destaca que las bajas tasas de interés a nivel mundial han impulsado a la adopción de mayor riesgo por parte de los agentes del mercado financiero y en consecuencia se ha evidenciado que el retorno de los activos de bajo riesgo y activos riesgosos presentan cierta convergencia.

Para el caso de la renta fija, el entorno de bajas tasas de interés impulsó a los inversionistas a exponer sus portafolios a mayor duración, es decir a bonos de la parte larga de la curva, y como consecuencia las curvas de rendimientos a nivel mundial muestran que las tasas de los bonos a plazos entre dos y cinco años tienen tasas muy bajas e incluso negativas y que los bonos a plazos mayores han visto un aumento de su demanda dada la búsqueda de mejores rendimientos por parte de los inversionistas que en consecuencia llevó que las tasas de la parte larga de la curva hayan disminuido en los últimos años.

Gráfica 4: Superficie de la curva de rendimientos en Colombia 2002-2017

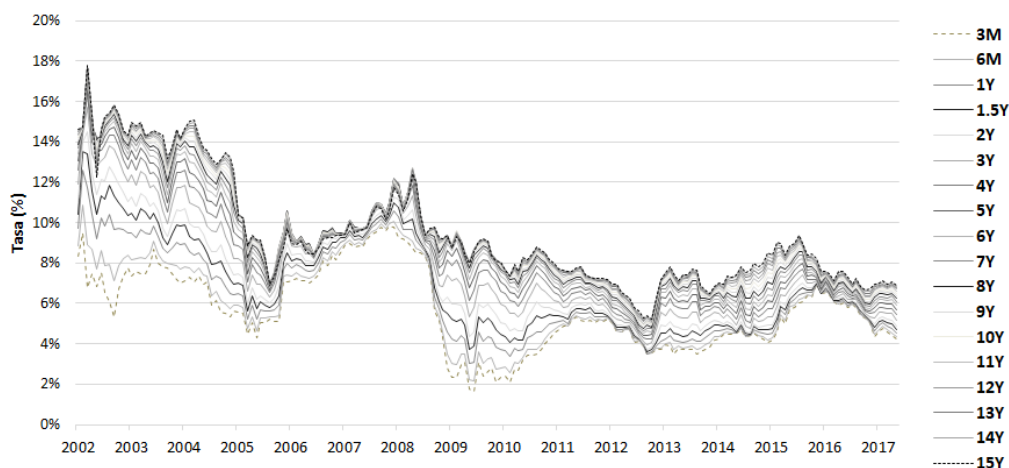


Fuente: Inforvalmer, Cálculos Propios

Ahora bien en el **Gráfico 5**, se identifica otro de los hechos estilizados sobre la curva de rendimientos y es la existencia de movimientos comunes en los rendimientos, en este sentido, el movimiento común más notorio está asociado al nivel promedio de las tasas, no obstante, se han identificado más factores comunes que explican los movimientos a través del tiempo de la curva de rendimientos. En el trabajo de Litterman y Scheinkman (1991) se identificó que gran parte de la variabilidad de los rendimientos de los activos de renta fija puede ser descrita por tres factores conocidos comúnmente como *nivel*, *pendiente* y *curvatura*, y se resaltó además que la aproximación a los tres factores de la curva de rendimientos es de gran utilidad a la hora de implementar estrategias de cobertura en los portafolios.

Vale la pena destacar que en los últimos dos años, la curva de rendimientos en Colombia ha presentado una tendencia al aplanamiento y un posterior empinamiento. El aplanamiento fue descrito tanto por subidas de las tasas de la parte corta de la curva como por disminución en las tasas de la parte larga de la curva, mientras que el posterior empinamiento se produjo mayormente por una disminución en las tasas de corto plazo.

Gráfico 5: Evolución de la Curva de Rendimientos Colombia 2002-2017



Fuente: Infovalmer, Cálculos Propios.

Respecto a los movimientos anteriores, se resalta que las tasas de corto plazo reflejaron el efecto de los ajustes inicialmente alcistas y posteriormente bajistas de la tasa de interés del Banco de la República, mientras que el fundamental detrás de la caída en los rendimientos de la deuda de más largo plazo, estaría sustentada en la expectativa de amplia liquidez a nivel mundial, en un entorno donde los principales bancos centrales de economías desarrolladas muestran posturas expansivas de política monetaria.

En el caso puntual de Estados Unidos, el resultado del programa de “relajamiento cuantitativo” implementado por la Reserva Federal después de la crisis de 2008 – 2009 con la intención de impulsar el crecimiento económico y reducir el desempleo, significó para las economías emergentes como Colombia un aumento de las entradas de capital de portafolio; reducción de la percepción de riesgo; apreciación de la moneda, y alza en los precios de activos reales y financieros, entre otros efectos (Toro, 2014).

Así, la caída de los rendimientos de la deuda de más largo plazo en Colombia, está relacionada con el aumento de la inversión extranjera de portafolio destinada a la adquisición de instrumentos de renta fija, situación que ocasionó un incremento en la participación de los fondos de capital extranjero en la propiedad del monto total de TES, como se mencionó previamente.

Como se comentó previamente, en la curva de rendimientos puede ser bien descrita por un número determinado de factores. En la literatura existen varios métodos para ajustar dichos factores, uno de ellos es por medio de componentes principales y en particular se identifica que la variabilidad de todas las tasas que componen la curva de rendimientos es explicada en su mayoría por los tres primeros componentes principales, interpretados respectivamente como el nivel, la pendiente y la curvatura. Para el caso de Colombia, al realizar el ejercicio de componentes principales se encuentra que el primer factor explica el 93.8% de la variabilidad de los cambios en la curva de rendimientos, el segundo factor explica el 5.5% de la variabilidad y el tercer componente principal explica el 0.7% de la variabilidad (**Tabla 2**).

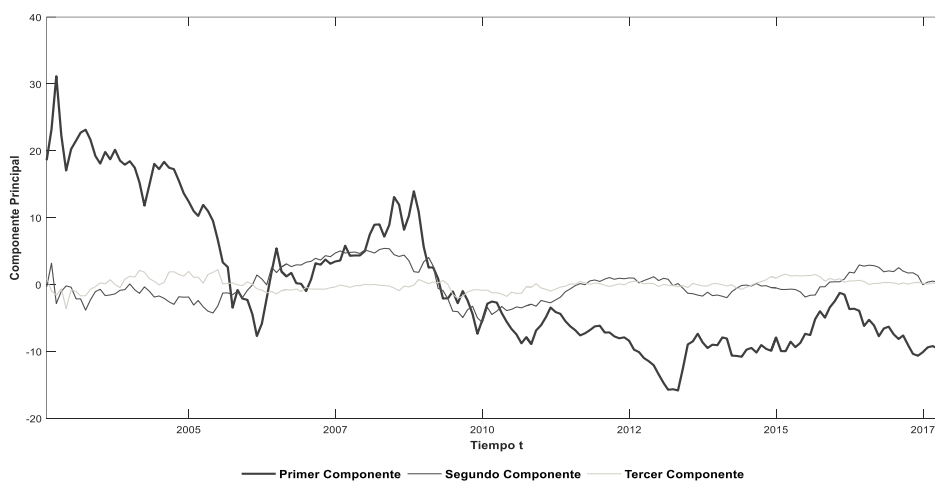
Tabla 2: Análisis de la varianza explicada por los tres primeros componentes principales de la curva de rendimientos en Colombia.

Variable	Varianza acumulada hasta el n-ésimo Componente Principal (%)		
	1er	2do	3er
Rendimientos	0.938	0.993	0.999
Rendimientos (1ra dif)	0.786	0.927	0.988

Fuente: Cálculos propios.

En el **Gráfico 6** se presentan los tres primeros componentes principales (factores) y en la **Tabla 3** se presentan algunas estadísticas descriptivas. Es de notar que el primer factor (nivel) presenta un comportamiento descendente en el periodo de interés, es el componente más variable y presenta alta persistencia. Por su parte, el segundo factor (pendiente) también presenta alta persistencia, aunque es menos variable que el primer factor y su comportamiento presenta movimientos cíclicos. El tercer componente principal (curvatura) es el menos persistente y el menos variable. Con lo anterior en mente, el hecho de que la mayor proporción de la variabilidad de la curva de rendimientos se explique por el factor asociado al nivel, implica que el comportamiento de la curva es mayormente persistente.

Gráfico 6: Componentes Principales de los rendimientos



Fuente: Cálculos propios.

Tabla 3: Estadística descriptiva Componentes Principales

Componente	σ	$\rho(1)$	$\rho(12)$
Primero	10.43	0.97	0.63
Segundo	2.52	0.94	0.31
Tercero	0.86	0.79	0.10

Fuente: Cálculos propios.

En (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006) se destacó que el uso de componentes principales es un método que permite simplificar el análisis de la curva de rendimientos porque reduce la dimensionalidad de la información a trabajar. Específicamente, la utilización de componentes principales para el análisis de curva de rendimientos evita que se deban hacer selecciones arbitrarias de nodos de la curva o trabajar con una gran cantidad de series en modelos como el VAR, en la que la dimensionalidad en ocasiones es un limitante.

Ahora bien, debe tenerse en cuenta que la estimación de un modelo VAR utilizando los factores estimados por componentes principales implica, en principio, que los factores son ortogonales, aunque no implica ninguna restricción en las ponderaciones de cada uno para construir una curva de rendimientos.

No obstante, se resalta que la utilización de los componentes principales para la estimación de los factores de la curva de rendimientos restringe a que los factores sean ortogonales. Es por eso que dentro de las ventajas que planteadas por la metodología de (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006) está que permite la estimación de factores correlacionados y con restricciones de carácter económico, como por ejemplo, que las tasas de descuento se aproximen a cero al incrementar el plazo.

4. Metodología

Adoptando el procedimiento implementado en el trabajo de (Afonso & Martins, 2010), el marco metodológico del presente trabajo se conforma por dos etapas, en la primera, se estimarán los factores nivel, pendiente y curvatura de la curva de rendimientos usando la metodología propuesta por (Diebold, Rudebusch y Aruoba, 2006). En la segunda etapa se planteará un modelo de vectores autorregresivos VAR que incluirá los tres factores latentes estimados y los relacionará con las variables macroeconómicas consideradas en el análisis, de esta manera el resultado final generará una herramienta para definir las interacciones entre los factores de la curva de rendimientos y las variables macroeconómicas seleccionadas.

4.1. Metodología de estimación de los factores de la curva de rendimientos

En el trabajo de Nelson y Siegel de 1986 se introdujo un modelo paramétrico parsimonioso con el que se logran representar las formas generales asociadas con la curva de rendimientos, dicho modelo se describe por:

$$y(\tau) = B_1 + B_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + B_3 e^{-\lambda\tau}$$

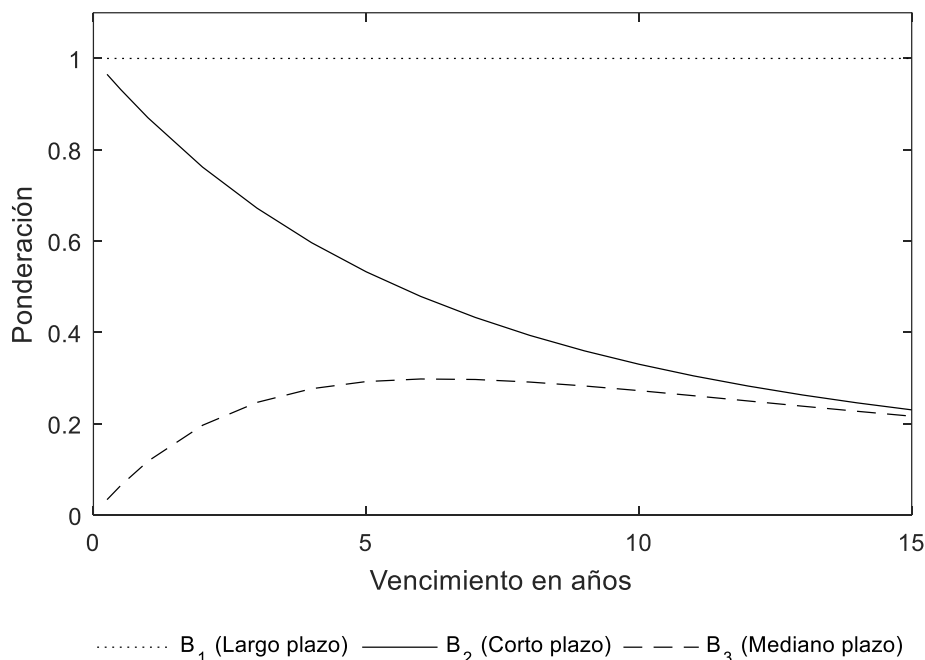
En donde $y(\tau)$ representa la tasa de rendimiento de un instrumento de renta fija con vencimiento en τ , con B_1, B_2, B_3 y λ como parámetros, los cuales son comprendidos como la fuerza de los componentes de largo plazo conocido como nivel (B_1), corto plazo conocido como pendiente ($B_2 - B_3$), y de mediano plazo conocido como curvatura (B_3).

Posteriormente, en el trabajo de (Diebold & Li, 2006) se propuso una interpretación dinámica más directa de la representación de factores latentes Nelson y Siegel, en la cual dichos factores varían con el tiempo y se denota por:

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$$

Expresión en la cual β_{1t} , β_{2t} y β_{3t} se interpretan como los tres factores latentes dinámicos, siendo 1 la ponderación de β_{1t} , lo cual permite su interpretación como el factor de largo plazo. Por su parte, el ponderador de β_{2t} es $(1 - e^{-\lambda\tau})/\lambda\tau$, una función que empieza en 1 y decae a cero al aumentar el plazo de vencimiento τ , lo que hace que se interprete como factor de corto plazo. Por último, el factor β_{3t} se interpreta como el factor de mediano plazo ya que su ponderador $((1 - e^{-\lambda\tau})/\lambda\tau) - e^{-\lambda\tau}$, que empieza en cero, se incrementa y luego decae. En el **Gráfico 7** se presentan las ponderaciones halladas para el caso de Colombia con un λ estimado de 0,2851.

Gráfico 7: Ponderadores de los Factores



$\lambda = 0.2851$

Fuente: Cálculos propios.

El factor de largo plazo corresponde al nivel de la curva de rendimientos teniendo en cuenta que un aumento en β_{1t} afecta a todos los plazos de la curva en la misma medida. El factor de corto plazo corresponde a la pendiente de la curva, notando que ante un aumento de β_{2t} se afectan más a las tasas de corto plazo más que a las de largo plazo. Finalmente, el factor de mediano plazo se asocia a la curvatura de la curva de rendimientos, resaltando que un cambio en β_{3t} tiene efectos bajos en

las tasas del extremo corto plazo y del extremo largo plazo, pero tiene un efecto incremental en el tramo medio de la curva.

Partiendo de la especificación anterior, (Diebold, Rudebusch & Arouba, 2006) suponen que los factores siguen un proceso de vectores autorregresivo de primer orden, por lo que el modelo de Diebold & Li puede expresarse como un sistema espacio estado que puede ser estimado por medio del filtro de Kalman. En dicha especificación la ecuación de medida relaciona la muestra de N tasas de rendimientos con los tres factores no observados de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} y_t(\tau_1) \\ y_t(\tau_2) \\ \vdots \\ y_t(\tau_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1}\right) & \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1}\right) - e^{-\lambda\tau_1} \\ 1 & \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2}\right) & \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2}\right) - e^{-\lambda\tau_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N}\right) & \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N}\right) - e^{-\lambda\tau_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t(\tau_1) \\ \varepsilon_t(\tau_2) \\ \vdots \\ \varepsilon_t(\tau_N) \end{bmatrix},$$

Mientras que la ecuación de transición determina la dinámica del vector de estado, correspondiente al vector de los factores de la curva de rendimientos.

$$\begin{bmatrix} L_t - \mu_L \\ S_t - \mu_S \\ C_t - \mu_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{t-1} - \mu_L \\ S_{t-1} - \mu_S \\ C_{t-1} - \mu_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t(L) \\ \eta_t(S) \\ \eta_t(C) \end{bmatrix},$$

Donde $t=1, \dots, T$ corresponde al número de observaciones. El sistema se puede expresar en una notación más general:

$$y_t = Hf_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$(f_t - \mu) = \Lambda(f_{t-1} - \mu) + \eta_t \quad (2)$$

En la que se requiere que las perturbaciones de la ecuación de media y transición sean ruido blanco $\begin{pmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} \sim WN \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \right]$, ortogonales entre cada uno y con el vector de estado inicial $E(f_0 \eta'_t) = 0$, $E(f_0 \varepsilon'_t) = 0$.

De acuerdo con Diebold et al (2006), la matriz R es diagonal lo que implica que las desviaciones respecto a la curva de los rendimientos de las tasas a distintos vencimientos no están correlacionados. Por su parte, la matriz Q es no diagonal, lo cual permite que los choques de los factores de la curva de rendimientos estén correlacionados.

4.2. Planteamiento del modelo VAR

Posterior a la estimación de los factores latentes utilizando la aproximación propuesta por Diebold et al (2006), se procederá con la estimación de un modelo VAR, en el cual se incluirán los tres

factores latentes estimados previamente y las variables macroeconómicas de interés: tasa de interés de política del Banco de la República, expectativas de inflación a 12 meses, la brecha del PIB y las tasas reales esperadas en Estados Unidos 5Y5Y.

El modelo VAR está descrito por:

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p V_i X_{t-i} + \varepsilon_t,$$

Donde X_t denota el vector (7x1) de variables exógenas dadas por $X_t = [tasas\ reales\ EEUU, brecha\ PIB, inflación\ esperada\ 12m, tasa\ BR, Nivel, Pendiente, Curvatura]$ resaltando que la ordenación de las variables se realiza teniendo en cuenta que en el análisis de impulso respuesta se considera una factorización de Choleski² en la matriz de varianzas y covarianzas del error, especificación que denota que los choques de la primera variable pueden tener efecto instantáneo en todas las variables, mientras que un choque en la segunda variable no lo tienen en la primera variable y sí en las otras variables, y así sucesivamente (ver anexo C).

El vector c es el vector de interceptos, V_i es la matriz de coeficientes autorregresivos, y ε_t es el vector de perturbaciones, en dicha matriz se restringieron las posiciones asociadas a la variable de tasas reales esperadas en Estados Unidos, dado que dicha variable no es afectada por las variables macro internas consideradas, ni por los factores de la curva de rendimientos no obstante, no se eligió la estimación de un VARX porque se quiere realizar el análisis de impulso respuesta del choque sobre la variable de tasas reales esperadas en EEUU. El orden del VAR fue definido utilizando criterios de información, por lo cual se modelará un VAR (2).

5. Resultados

5.1. Datos

La información es de frecuencia mensual para un periodo comprendido entre 2002:08 – 2017:03, para la estimación de los factores latentes se utilizó la información de INFOVALMER, proveedor de precios que suministra los parámetros del modelo Nelson y Siegel para el cálculo de la curva cero cupón. Se obtuvieron rendimientos para 17 vencimientos en 0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15 años.

Como variables macroeconómicas fundamentales se utilizaron la expectativa de inflación a 12 meses obtenida de la encuesta de expectativas mensual del Banco de la República, la tasa de política monetaria de Colombia, la tasa real de Estados Unidos esperada a cinco años en cinco años (5Y5Y)

² En varias aplicaciones las innovaciones del modelo VAR son ortogonalizadas utilizando la descomposición de Choleski en la matriz de varianzas y covarianzas Σ_u tal que $\Sigma_u = PP'$ tal que P es una matriz triangular inferior, con lo cual los choques ortogonalizados se denotan por $\varepsilon_t = P^{-1}u_t$.

deflactada por la medición de breakeven inflation 5Y5Y y la medida de brecha del producto calculada a partir de las cifras del Producto Interno Bruto (PIB) publicado por el DANE.

La brecha del PIB fue calculada a partir de la publicación del PIB desestacionalizado a precios constantes de 2005. Al ser una serie de periodicidad trimestral, la información fue transformada a periodicidad mensual por medio de una interpolación cuadrática. Posteriormente, fue calculada la tendencia del PIB por medio del filtro de Hodrick-Prescott³.

Es de notar que para evitar el sesgo de la estimación de la tendencia en periodos extremos se utilizó la serie del PIB desde el 2000 y proyecciones a tercer trimestre de 2019 derivadas del informe de inflación de diciembre de 2017 del Banco de la República. Lo anterior para utilizar la estimación del filtro en los periodos intermedios (agosto de 2002 a diciembre de 2017), en los cuales el cálculo de tendencia se considera razonable. Finalmente, la brecha del PIB corresponde al componente cíclico obtenido entre la desviación porcentual del PIB observado frente a su tendencia (PIB potencial).

Como se evidenció en la revisión de literatura, el estudio de la curva de rendimientos usualmente está ligado al análisis de variables macroeconómicas de actividad y de inflación, sin embargo, en el presente trabajo es de interés investigar sobre la relación que tiene la estructura de tasas de interés con una variable que señalaría las expectativas sobre la política monetaria a largo plazo a nivel internacional. Lo anterior en respuesta a un entorno en el cual el mercado colombiano de renta fija está presenciando mayor participación de extranjeros y en la medida en que las políticas monetarias a nivel global se tornan más restrictivas que en el pasado.

La utilización de las tasas 5Y5Y y del breakeven inflation 5Y5Y resulta de la amplia utilización a nivel global de dichas referencias para señalar expectativas de largo plazo en el mercado, en particular, la referencia escogida es reconocida por su liquidez y por ser tomada como referencia por la Reserva Federal para medir las expectativas de los agentes del mercado. En particular el breakeven inflation es usado como medida de expectativa de inflación derivada de las negociaciones en el mercado financiero.

5.2. Ajuste de la curva de rendimientos

Como se mencionó previamente, el modelo para extraer los factores latentes comprendió un sistema espacio estado, con un VAR (1) en la ecuación de transición que resume la dinámica de los factores latentes. Dado lo anterior, se estimaron en total 36 parámetros: 9 parámetros de la matriz Λ (de tamaño 3×3), 3 parámetros del vector μ , el parámetro λ que define la matriz H (cuyo tamaño es de 17×3), 6 parámetros de la matriz Q que comprenden las varianzas y covarianzas de los factores latentes, y 17 parámetros correspondientes a la diagonal de la matriz R , la cual es la matriz que contiene las varianzas de las perturbaciones para cada serie de rendimientos de la curva.

En la **Tabla 4** se presentan los resultados de la estimación de modelo para los factores de la curva de rendimientos, se observa que los coeficientes de la diagonal de la matriz Λ son los más altos,

³ El parámetro de suavización fue de 14400, el estándar para el manejo de series mensuales.

0.98, 1.01 y 0.83, respectivamente indicando que la dinámica de los factores depende mayormente de su propio pasado, mientras que los coeficientes cruzados presentan poca influencia, asimismo se resalta que la persistencia decrece (ver diagonal de Λ), mientras que la volatilidad de los choques de la matriz de transición es mayor en el factor C_t (ver la diagonal de la matriz Q). Respecto a las estimaciones de la media cabe destacar que para el nivel es cercano a 8.02%, para la pendiente a -2.20%, y para la curvatura es 8.15%. De igual forma, se resalta que la estimación de la matriz Λ para la representación VAR (1) es estable pues sus valores propios tienen un módulo menor que 1.

Tabla 4: Parámetros matriz de transición modelo para factores de la curva

Parámetros matriz Λ y media μ				
	L_{t-1}	S_{t-1}	C_{t-1}	M
L_t	0.98	-0.002	0.02	8.02
S_t	-0.02	1.01	0.001	-2.20
C_t	-0.04	0.19	0.83	8.15

Valores propios de la matriz Λ			
Valor propio	0.9944 + 0.0186i	0.9944 - 0.0186i	0.8370 + 0.0000i
Módulo del valor propio	0.9946	0.9946	0.8370

Matriz Q			
	S_t	S_t	C_t
L_t	1.76	-1.31	-2.59
S_t	-1.31	1.76	1.26
C_t	-2.59	1.26	11.92

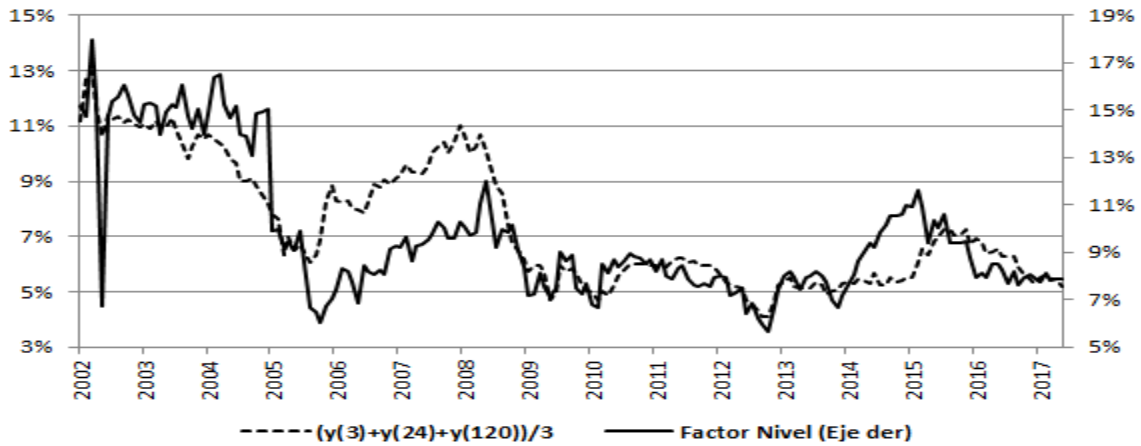
Fuente: Cálculos propios.

En el **Gráfico 8** se presenta la comparación de los factores latentes estimados con los factores calculados empíricamente y con las variables macroeconómicas con las que potencialmente se relacionan. La aproximación empírica para el nivel está definida como un promedio de las tasas de corto, mediano y largo plazo utilizado en Diebold et al. $(y_t(3) + y_t(24) + y_t(120))/3$, mientras que se utiliza como variable macro la inflación anual esperada en 12 meses, la correlación entre el factor latente estimado y su aproximación empírica es de 0.8, mientras que la correlación entre factor y la expectativa de inflación es de 0.77.

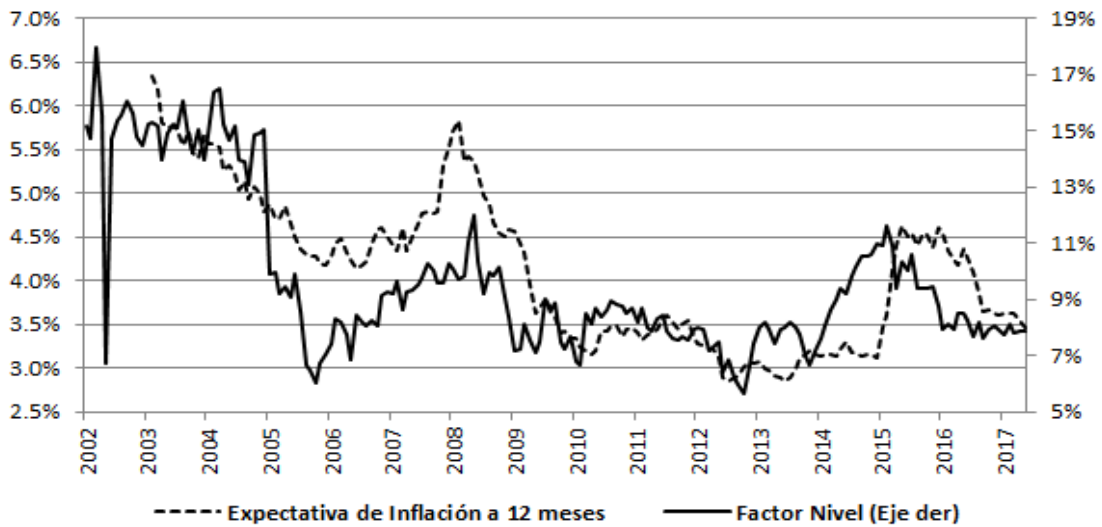
En la literatura usualmente se relaciona el factor nivel con la inflación actual (Rudebusch & Wu, 2005). No obstante se quiere aproximar con las expectativas dado que en el mercado financiero los precios de los activos en ocasiones reflejan el esperado sobre un estado futuro más que la realización de datos pasados a menos que la realización presente una sorpresa considerable frente a las expectativas.

Gráfico 8: Factor nivel y contrapartes empíricas

Factor nivel comparado con nivel empírico



Factor nivel y expectativas de inflación a un año



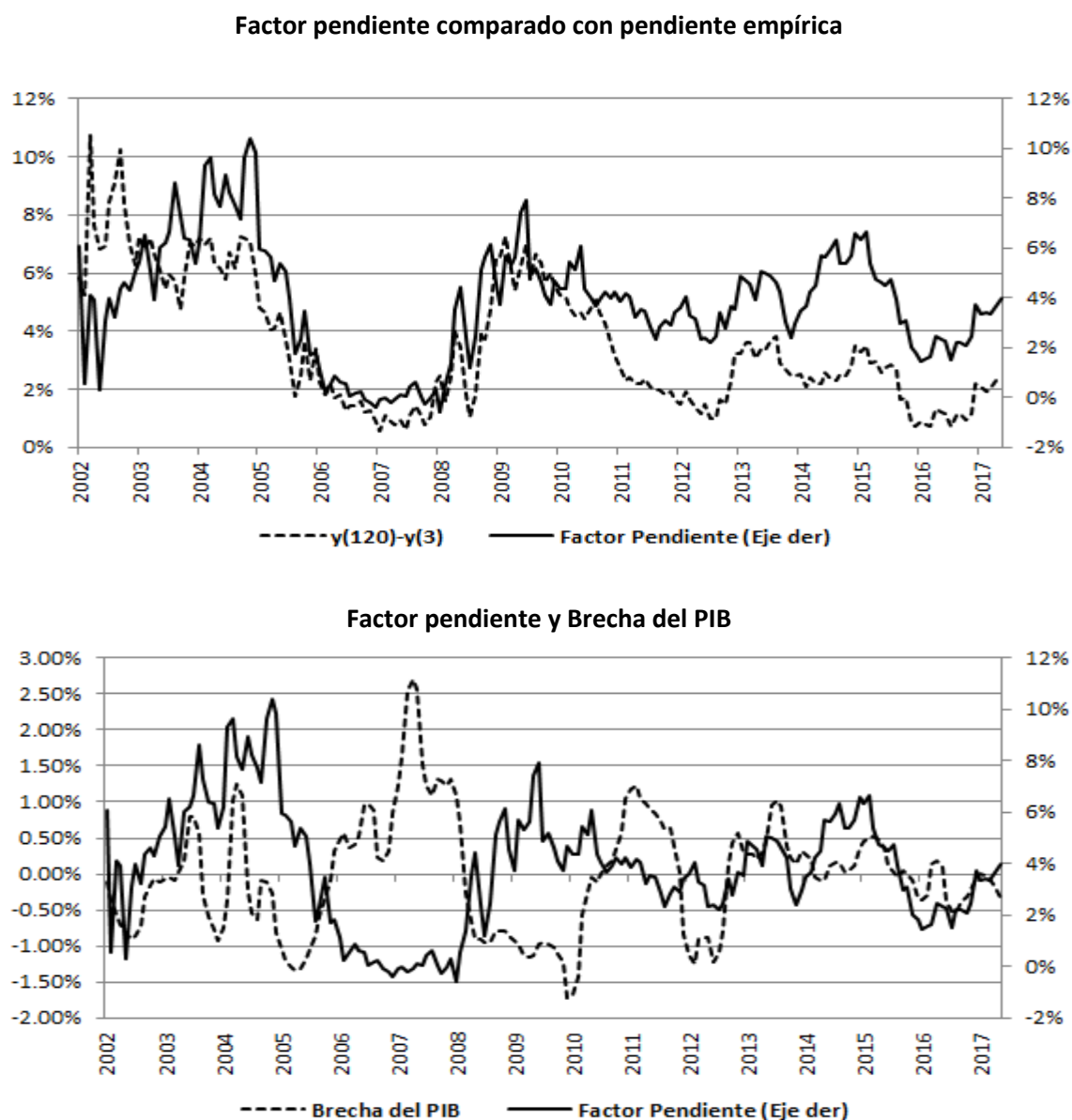
Fuente: Banco de la República, Cálculos propios.

La comparación del factor latente pendiente **Gráfico 9** se realiza con la aproximación $y_t(3) - y_t(120)$ cuya correlación es de 0.93, y como indicadores macroeconómicos se utilizó la brecha del PIB como medida de actividad económica, la tasa de referencia del Banco de la República, resaltando que esa relación ha sido previamente explorada por trabajos como el de (Wu, 2001) en el que se encuentra que los choques de política monetaria explican gran parte de la variabilidad de la pendiente de la curva de rendimientos.

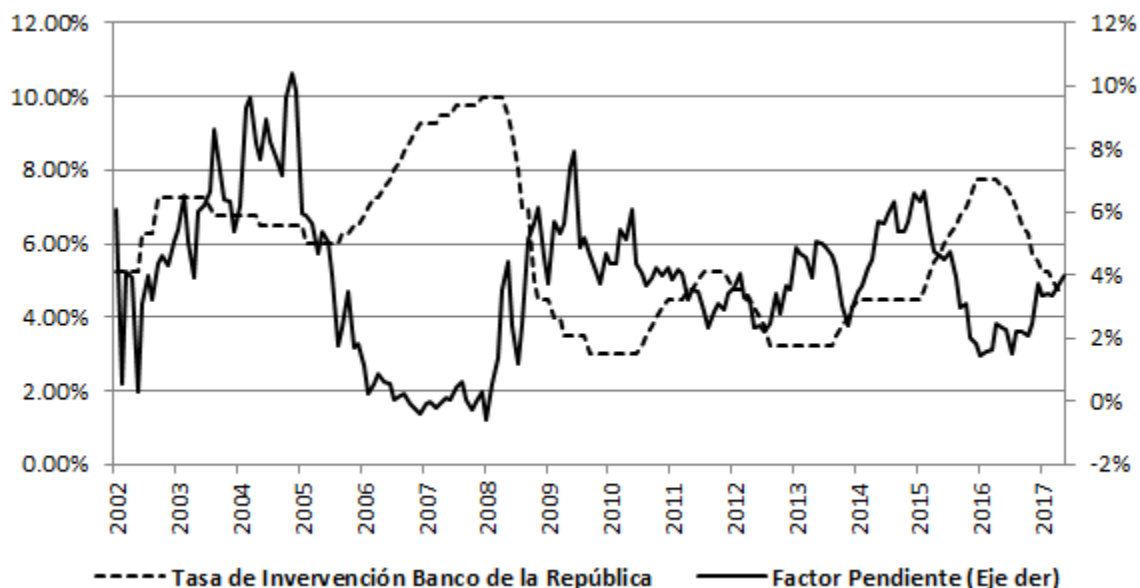
Asimismo, se involucra la tasa real esperada de 5 años en 5 años en EEUU, lo anterior con el fin de contemplar efectos de choque externo asociados a la política monetaria internacional. En este

sentido se resalta que dado que el efecto de liquidez vivido recientemente a nivel global ha implicado alta demanda por activos de renta fija a nivel global a mayores plazos, lo cual puede influir en el grado de empinamiento de las curvas a nivel global, en el caso particular de Colombia se ve una asociación más marcada con la pendiente de la curva a partir de 2010, momento en el cual la economía estaba cerca de recibir el grado de inversión. Por otro lado, se podría suponer que dicha relación se ha profundizado luego de que la deuda pública colombiana entrara a ser parte de índices globales de referencia para la inversión en renta fija.

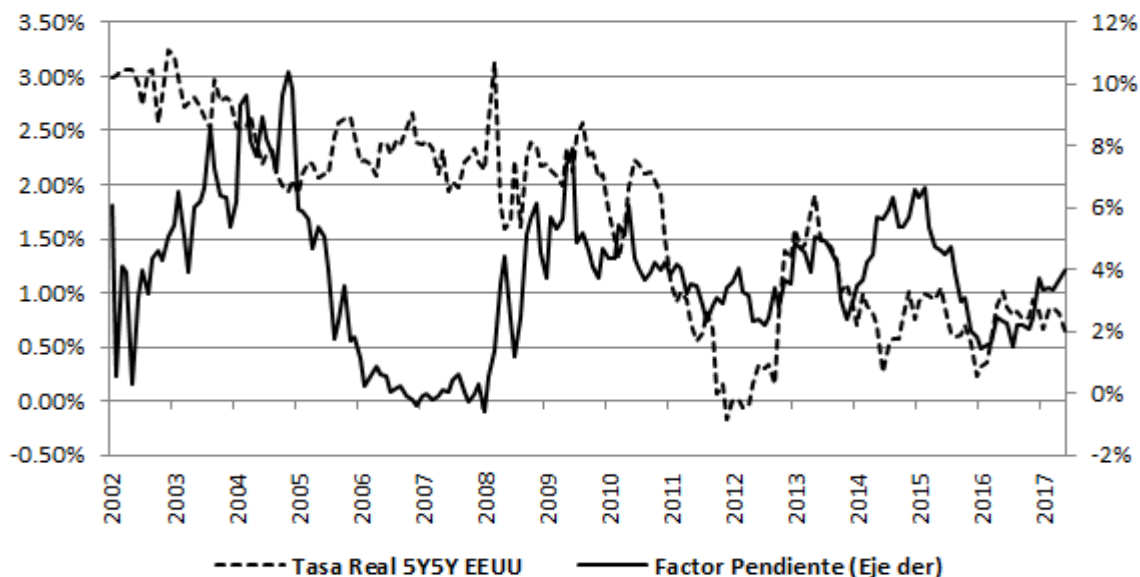
Gráfico 9: Factor pendiente y contrapartes empíricas



Factor pendiente y Tasa de Intervención Banrep



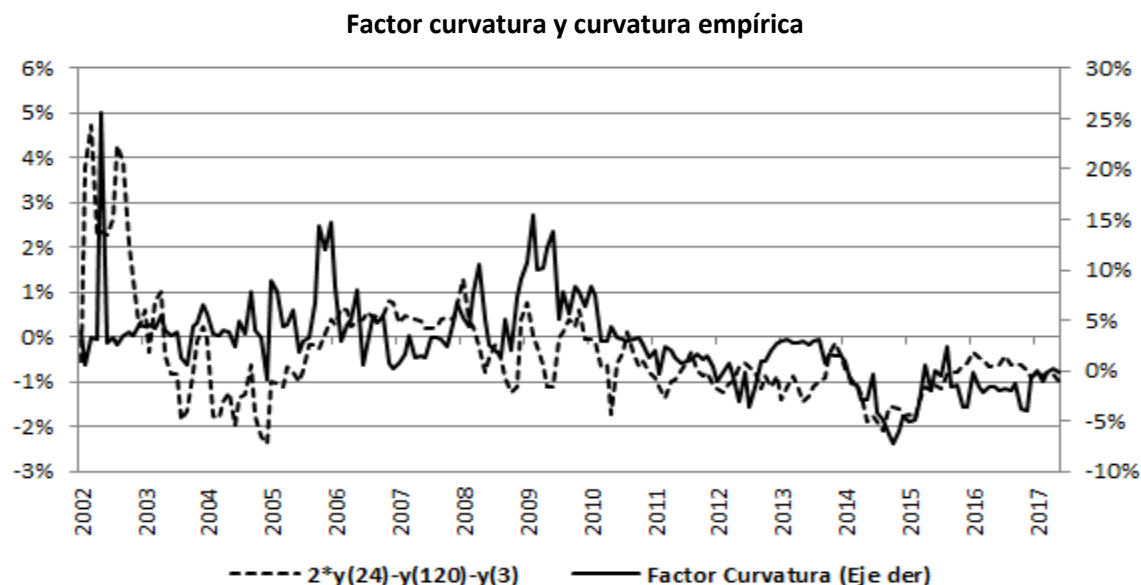
Factor pendiente y Tasa real 5Y5Y Estados Unidos



Fuente: Banco de la República, DANE, Bloomberg, Cálculos propios.

Finalmente, en el **Gráfico 10** se muestra la relación entre el factor latente de curvatura C_t y su aproximación empírica $2y_t(24) - y_t(3) - y_t(120)$ encontrando una correlación de 0.76, sin embargo, para el caso de la curvatura no se encontró aproximación macroeconómica evidente.

Gráfico 10: Factor curvatura y contrapartes empíricas



Fuente: Cálculos propios.

5.3. Funciones de impulso respuesta variables macro y curva de rendimientos.

En la aproximación de (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006) la estimación del modelo VAR se realiza simultáneamente en un modelo de espacio estado, no obstante en el presente documento se adopta la aproximación sugerida por el documento de (Afonso & Martins, 2010) en el que se realiza un procedimiento de dos etapas, la primera estimando los factores de la curva con el modelo espacio estado y la segunda a través de un modelo VAR que asocia a los factores con variables macroeconómicas.

Lo anterior dado que los autores plantean que las estimaciones de los factores a partir de un modelo macroeconómico de espacio estado con variables macroeconómicas podría no diferir sustancialmente de aquellos obtenidos a partir del modelo espacio estado que utiliza sólo los rendimientos, dado que en la ecuación de medida no hay interacción con las variables macroeconómicas. Es de destacar que la utilización de la propuesta metodológica de (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006) para extraer los factores latentes se adopta teniendo en cuenta que los autores resaltan que, la utilización del filtro de Kalman permite una estimación óptima de los factores subyacentes. Asimismo, se destaca que en el planteamiento de (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006) supone una dinámica descrita por el modelo VAR(1) para los factores nivel, pendiente y curvatura por transparencia y parsimonia. Estructura que se quiso adoptar en el presente documento.

Ahora bien, en la segunda etapa se plantea un modelo VAR que pretende caracterizar la asociación entre las variables macroeconómicas y los factores de la curva de rendimientos, el orden del VAR se establece teniendo en cuenta criterios de información y en la especificación se manejó la imposición

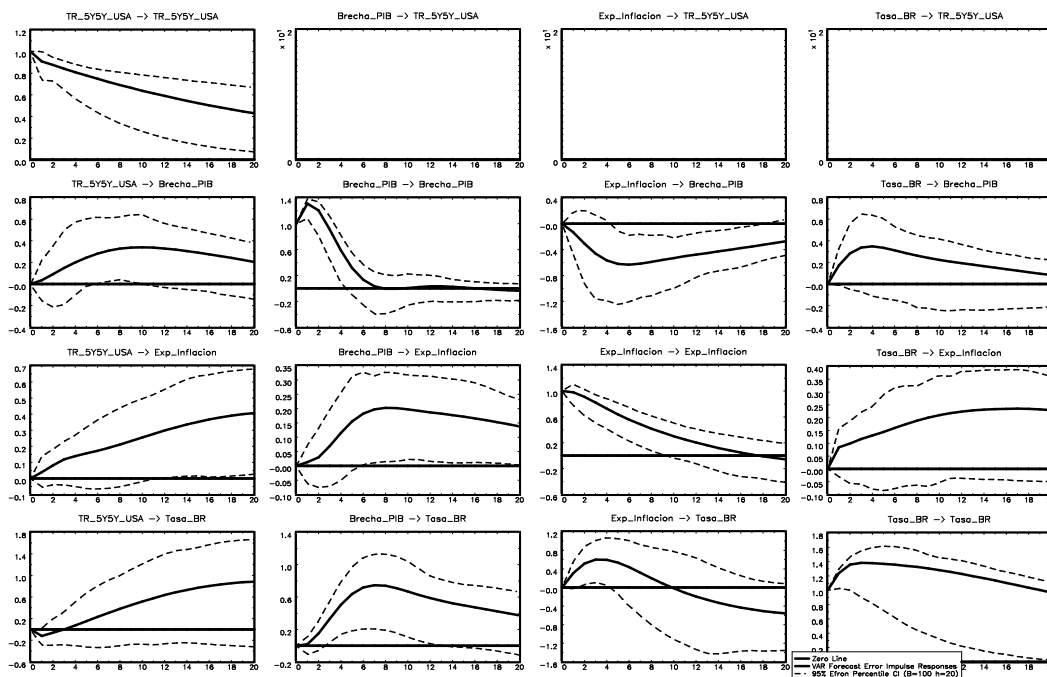
de restricciones en coeficientes de variables específicas. Puntualmente en el modelo se restringieron los coeficientes que implicarían efectos de las variables macroeconómicas locales sobre la tasa real esperada en Estados Unidos, asumiendo que la influencia de variables colombianas no es relevante sobre variables externas⁴. De esta manera, en el análisis impulso respuesta se distinguirán cuatro grupos: respuestas macro a choques macro, respuestas en la curva a choques macro, respuestas macro a choques en la curva y respuestas en la curva a choques en la curva.

La propuesta de un modelo VAR surge al seguir la línea de investigaciones previas como la de (Evans & Marshall, 1998, 2001), es probable que la estimación en dos etapas no alcance la eficiencia de una estimación conjunta, pero por simplicidad en el análisis se adoptó dicha aproximación.

5.3.1. Respuestas de variables macroeconómicas a choques macroeconómicos:

Al analizar las relaciones entre variables macroeconómicas se observan algunos comportamientos esperados bajo el marco de análisis para la política monetaria, señalando que ante aumentos en la brecha del PIB y aumentos de las expectativas de inflación se produce un movimiento al alza en la tasa de referencia del Banco de la República, lo cual es consistente con la función de reacción del emisor. Asimismo, es de notar que la inflación muestra respuestas a choques en la actividad económica, aumentando de manera rezagada ante escenarios de Brecha del PIB positiva, por otro lado, también hay evidencia de un efecto negativo sobre la actividad económica ante un choque positivo en las expectativas de inflación.

Gráfico 11: Impulso respuesta variables macroeconómicas a variables macroeconómicas



Fuente: Cálculos propios.

⁴ Es importante notar que no se tomó la aproximación de un modelo VARX dado que se quería involucrar la variable de tasa real esperada en EEUU en el análisis de Impulso Respuesta.

5.3.2. Respuesta de los factores de la curva a choques en las variables macroeconómicas:

Respecto a la respuesta de los factores de la curva de rendimientos ante choques en variables macroeconómicas se observa que en un choque en la tasa real esperada para Estados Unidos de 5 años en 5 años, la respuesta es significativa y positiva para el nivel, mientras tanto para la pendiente como para la curvatura el efecto también es positivo pero menos persistente. Con lo anterior, se puede decir que el resultado hallado es congruente, con la tendencia observada en años recientes, en la que la reducción de las tasas de interés en economías desarrolladas y la expectativa de la persistencia de las mismas por varios periodos más, ha llevado a que los inversionistas aumenten su exposición a activos de mayor retorno en el largo plazo a pesar de que para hacerlo deban exponerse a mayor riesgo. Así, es de esperar que en el momento en el que haya un cambio de la política monetaria internacional a una postura menos expansiva en términos reales produzca un aumento en el nivel de las curvas de rendimientos que se acompañará de empinamientos, al suponer que la parte más sensible a choques internacionales es la parte larga de la curva.

En este sentido es importante resaltar que recientemente se han materializado acciones de política monetaria por parte de la Reserva Federal conducentes a una postura menos expansivas, sin embargo, dadas las proyecciones que reunión a reunión realiza la entidad (**ver Tabla 5**) es posible ver que las tasas reales propuesta por el Comité de la Reserva Federal son menores, hecho que puede atribuirse al efecto que genera el aumento significativo de la liquidez a nivel global desde la crisis.

Tabla 5: Evolución de la proyección de la tasa real a largo plazo de la Reserva Federal

	Federal Funds Rate Largo Plazo	Meta de Inflación Largo Plazo	Tasa Real de Largo Plazo
ene-12	4.0	2	2
jun-14	3.75	2	1.75
sept-15	3.5	2	1.5
mar-16	3.25	2	1.25
jun-16	3.0	2	1
sept-17	2.75	2	0.75

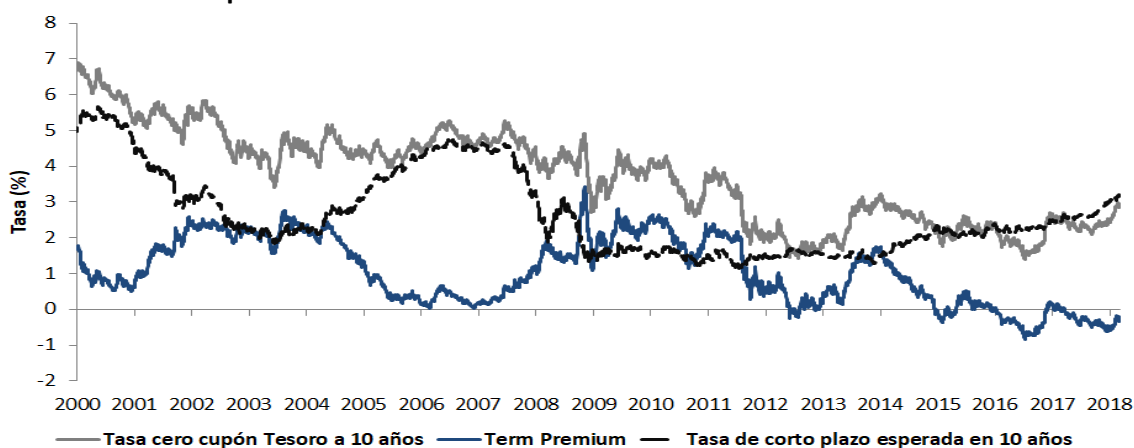
Fuente: Reserva Federal

Nota: La información fue extraída de las proyecciones realizadas por el Comité de Mercado Abierto de la Reserva Federal que son publicadas junto con los anuncios de política monetaria en sesiones específicas.

Adicionalmente en el documento del (Hördahl, Sobrun, & Turner, 2016) se menciona que la reducción en las tasas de largo plazo a nivel global desde 2008 ha estado explicada casi enteramente

por la caída de la prima por plazo, que incluso se calcula negativa desde mediados de 2014. De hecho, en las estimaciones de descomposición de la tasa cero cupón de los tesoros a 10 años realizadas por la Fed de Nueva York (**Gráfico 12**), muestra que las expectativas de la tasa de corto plazo en el largo plazo se han ajustado acorde con la normalización monetaria, pero la tasa completa no ha reflejado dicho avance a raíz de la existencia de una prima por plazo negativa. De acuerdo con los autores de dicha descomposición, el efecto estaría mayormente asociado a los estímulos monetarios emprendidos por los principales bancos centrales a nivel global, los cuales comprendieron un gran aumento estructural de la liquidez.

Gráfico 12: Descomposición Tasa de los Tesoros a 10 años



Fuente: Reserva Federal de Nueva York

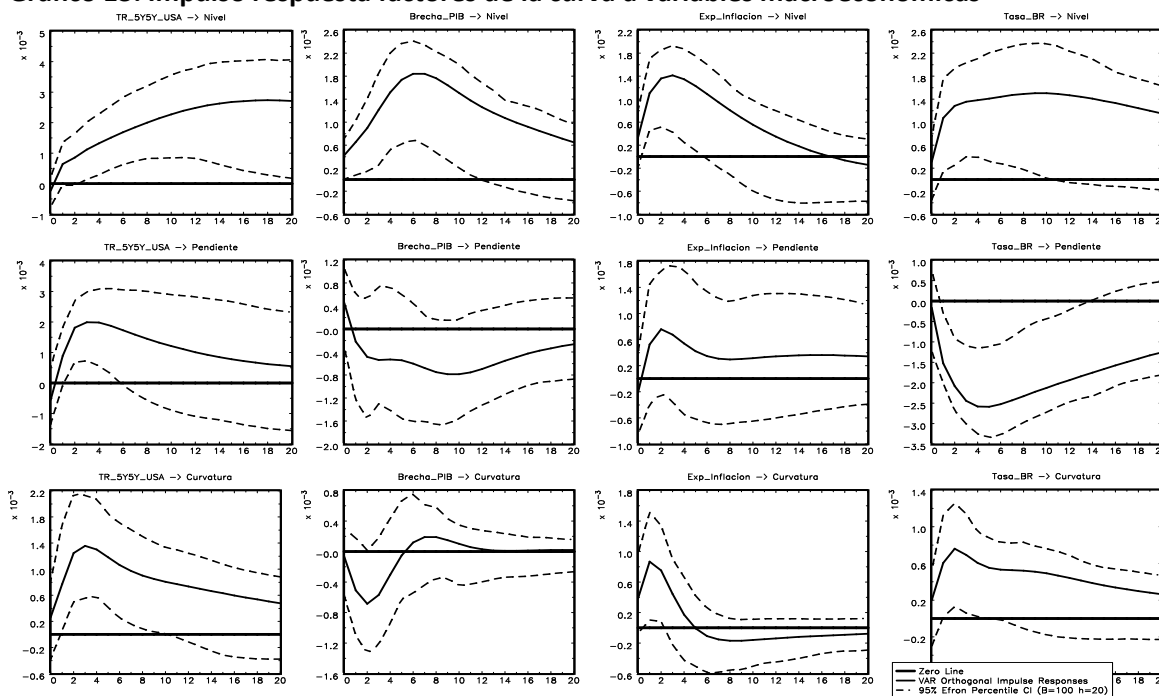
Por otro lado, es interesante ver para Colombia el efecto que hay sobre la curvatura, ya que es probable que la curvatura se esté acentuando en la medida en que los inversionistas extranjeros están concentrados en referencias de largo plazo, ejerciendo así una presión asimétrica en la curva de rendimientos.

Respecto al efecto de un choque positivo en la brecha del PIB, se observa que genera respuestas positivas en el nivel, indicado que ante un desempeño de la economía superior a su potencial se incentiva la expectativa de mayores tasas de interés, implicando en alguna medida anticipación a las acciones de política monetaria. Ahora bien, a pesar de que en la literatura se resalta la relevancia de la actividad económica en los movimientos de la pendiente de la curva, para Colombia dicho efecto no es significativo, si bien el sentido del impulso respuesta es congruente: ante choques positivos en la brecha, la curva se empina.

Ahora bien, la expectativa de inflación presenta un efecto positivo en la curvatura, probablemente ante la anticipación de medidas contraccionistas en el mediano plazo por parte de la autoridad monetaria, que resulta en efectos específicos para los tramos de la curva. De igual forma, es importante notar que ante mayores expectativas de inflación hay un cambio del nivel de la estructura a plazos.

Finalmente, se destaca que ante un aumento de la tasa de intervención hay una respuesta negativa de la pendiente y positiva en el nivel, lo cual supondría en algún grado efectos generalizados de la política monetaria en la curva de rendimientos y efectos asimétricos mayormente concentrados en alzas de las tasas de corto plazo.

Gráfico 13: Impulso respuesta factores de la curva a variables macroeconómicas



Fuente: Cálculos propios.

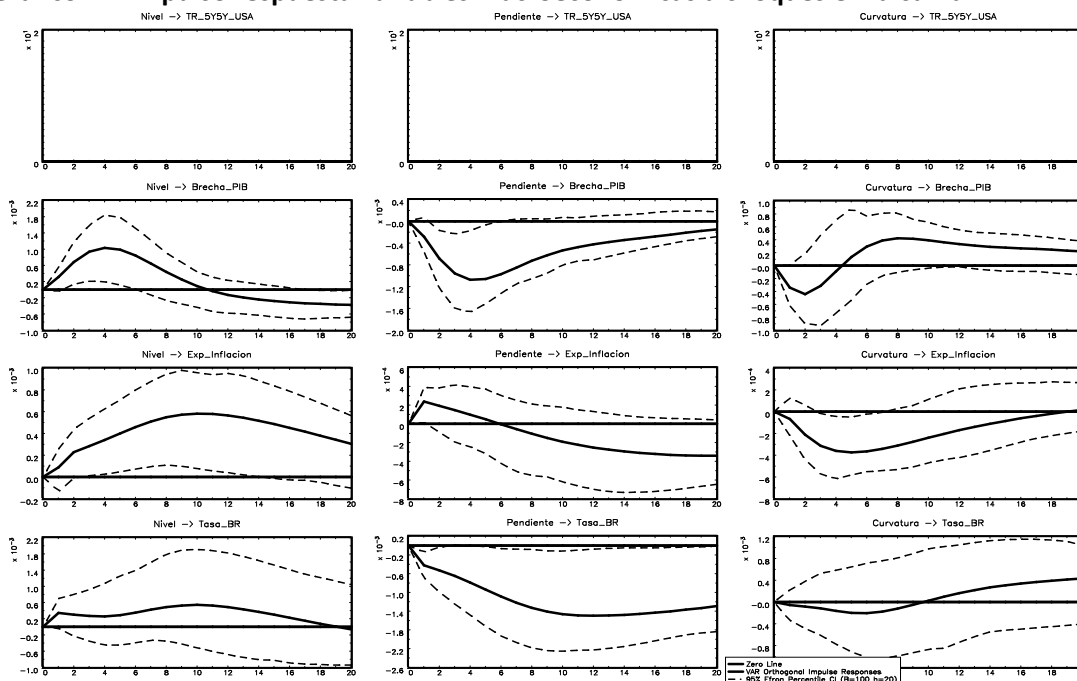
5.3.3. Respuesta de las variables macroeconómicas a choques en los factores de la curva:

La respuesta de las variables macroeconómicas a choques en los factores de la curva en su mayoría no son significativos, sin embargo se resalta la respuesta de la tasa de política ante un choque positivo de pendiente, efecto que de acuerdo con (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006) podría interpretarse como una señal de que las tasas reaccionan de manera anticipada a las acciones de política monetaria, entre otras razones porque las mediciones de tasas para el presente estudio fueron tomadas al inicio del mes, y de acuerdo con el ejercicio de impulso respuesta la reacción es significativa en el primer periodo, de ser así sería una evidencia de que la política monetaria de Colombia tiene una función de reacción que en cierta medida puede ser identificada en el mercado ya que el movimiento de los bonos parece preceder el movimiento de tasas.

Asimismo, se destaca el sentido de la reacción de la expectativa de inflación a la pendiente ya que podría señalar que un empinamiento de la curva estaría incorporando la posibilidad de mayores tasas de corto plazo en el futuro y por lo tanto implicaría una moderación en las expectativas de inflación. En la misma línea se podría asociar la respuesta de la actividad económica, ya que un

aumento en la pendiente de la curva supondría la expectativa de mayores tasas en el futuro y por ende implicaría un efecto de moderación a la brecha del producto.

Gráfico 14: Impulso respuesta variables macroeconómicas a choques en la curva



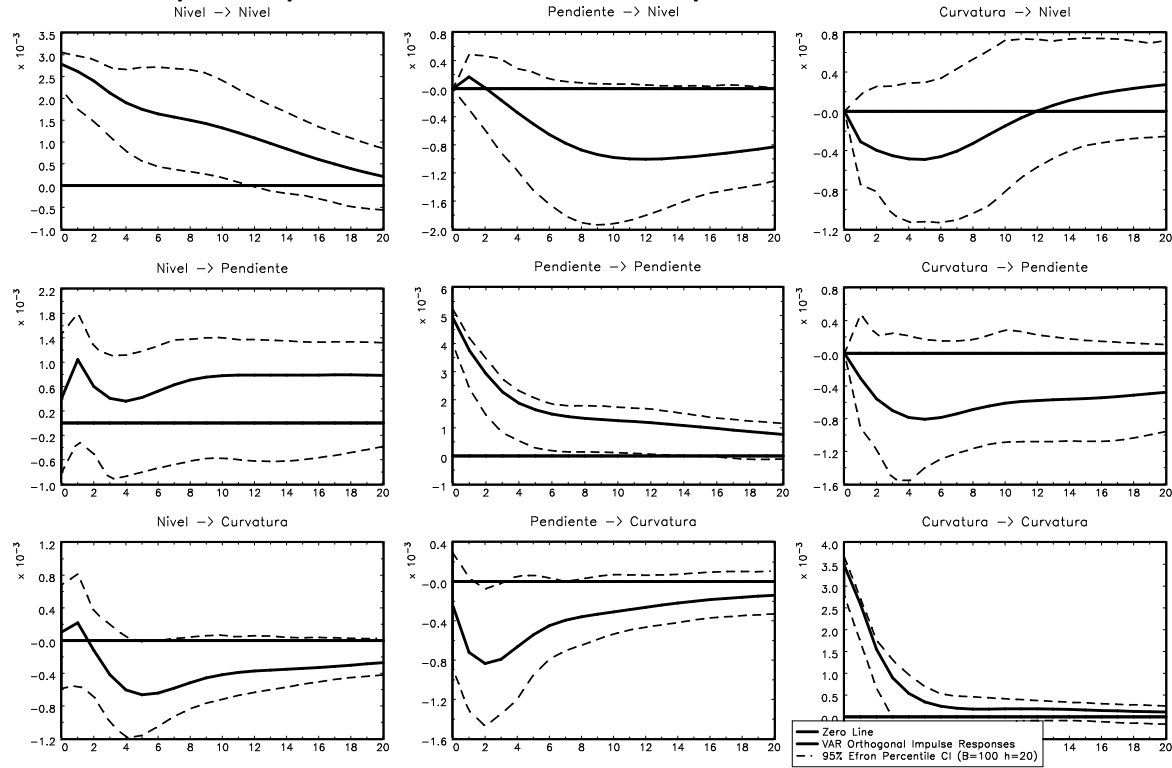
Fuente: Cálculos propios.

Finalmente, la respuesta de las expectativas de inflación a choques en el nivel de la curva son consistentes con la interpretación de que el nivel es la percepción de inflación de largo plazo en el mercado de bonos, en este sentido, un aumento en el factor nivel implica un incremento de la tasa de interés real local ex ante $Tasa\ Repo_t - Nivel_t$ que generaría una reacción positiva en la actividad económica, en línea con lo observado en la respuesta de la brecha del producto.

5.3.4. Respuesta factores de la curva a choques en los factores de la curva:

Respecto a la dinámica propia de la curva de rendimientos se resalta que ante un aumento del nivel hay una reacción positiva en la pendiente de la curva, lo anterior dado que como lo señalan (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006), el aumento en el nivel de la curva refleja mayores expectativas de inflación que hacen prever una política monetaria más estricta que favorece a un empinamiento de la curva. Por otro lado, es interesante notar que el efecto de un choque positivo de la curvatura genera caídas de nivel y de pendiente, mientras que un choque positivo en el nivel genera un movimiento negativo en la curvatura, siendo así una muestra de que los movimientos liderados por tasas de mediano plazo usualmente se transmiten al resto de la curva mientras que aumentos de nivel estarían liderando el ajuste de la curvatura.

Gráfico 15: Impulso respuesta factores de la curva a choques en la curva



Fuente: Cálculos propios.

5.4. Análisis de Descomposición de Varianza

La descomposición de varianza es una métrica que permite medir la interacción entre las variables involucradas en el modelo. En la **Tabla 6** se presenta la descomposición de varianza para los factores de la curva en horizontes de un mes, seis, doce, y dieciocho meses; en términos generales se observa que en el corto plazo hay un alto componente idiosincrático en la explicación de la varianza del error de pronóstico en los factores de la curva. No obstante, en horizontes de tiempo más largos, la influencia de factores macro toma relevancia con contribuciones que superan el 30% de la explicación de la varianza, siendo la explicación más baja en el nivel y la más alta en la curvatura, hallazgo que resulta similar al encontrado por (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006).

En este orden de ideas es de notar que para el nivel y la curvatura el factor macro más relevante al horizonte de 18 meses es la tasa real esperada en EEUU, mientras que para la pendiente el factor macro más relevante en la explicación es la tasa de intervención del Banco de la República, asimismo, el mientras que los factores de la curva no explican su variabilidad de forma cruzada.

Tabla 6: Descomposición de Varianza para Factores de la Curva

	Horizonte	Tasa Real 5Y5Y EEUU	Brecha del PIB	Expectativa de Inflación	Tasa Repo	Nivel	Pendiente	Curvatura
Nivel	1 mes	0.01	0.02	0.01	0.01	0.95	0.00	0.00
	6 meses	0.10	0.13	0.13	0.13	0.49	0.01	0.01
	12 meses	0.23	0.18	0.09	0.15	0.31	0.04	0.01
	18 meses	0.35	0.15	0.06	0.16	0.23	0.05	0.01
Pendiente	1 mes	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.97	0.00
	6 meses	0.15	0.01	0.02	0.24	0.02	0.54	0.02
	12 meses	0.16	0.03	0.01	0.34	0.03	0.40	0.03
	18 meses	0.15	0.03	0.02	0.36	0.04	0.36	0.03
Curvatura	1 mes	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01	0.97
	6 meses	0.19	0.03	0.04	0.06	0.03	0.07	0.58
	12 meses	0.25	0.03	0.04	0.08	0.06	0.07	0.48
	18 meses	0.28	0.02	0.04	0.09	0.06	0.07	0.44

Fuente: Cálculos propios.

En la **Tabla 7** se presenta el ejercicio de descomposición de varianza para las variables macroeconómicas. Se evidencia que los factores de la curva de rendimientos no explican en gran medida los movimientos de las variables macroeconómicas. Sin embargo, es de destacar que en el plazo más largo la pendiente explica cerca del 12% de la variabilidad en la brecha del PIB, lo cual podría señalar el ajuste en el mercado de bonos ante señales de actividad económica que finalmente se reflejan en la brecha del producto.

Tabla 7: Descomposición de Varianza para Variables Macroeconómicas

	Horizonte	Tasa Real 5Y5Y EEUU	Brecha del PIB	Expectativa de Inflación	Tasa Repo	Nivel	Pendiente	Curvatura
Brecha del PIB	1 mes	0.01	0.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6 meses	0.01	0.75	0.01	0.06	0.08	0.08	0.01
	12 meses	0.08	0.59	0.03	0.08	0.08	0.12	0.02
	18 meses	0.12	0.53	0.04	0.08	0.08	0.11	0.03
Expectativa de Inflación	1 mes	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6 meses	0.02	0.06	0.79	0.03	0.04	0.01	0.04
	12 meses	0.07	0.15	0.52	0.08	0.12	0.01	0.05
	18 meses	0.16	0.16	0.37	0.11	0.13	0.03	0.04
Tasa Repo	1 mes	0.00	0.01	0.06	0.93	0.00	0.00	0.00
	6 meses	0.00	0.13	0.15	0.67	0.01	0.04	0.00
	12 meses	0.03	0.21	0.10	0.56	0.01	0.08	0.00
	18 meses	0.10	0.19	0.07	0.52	0.01	0.11	0.00

Fuente: Cálculos propios.

De esta manera, el análisis anterior sugiere que los efectos de la curva de rendimientos a las variables macroeconómicas es menor que el de las variables macroeconómicas sobre la curva de rendimientos, no obstante, la curva de rendimientos tiene señales importantes para el largo plazo, en especial para la actividad económica.

6. Conclusiones

El documento estimó la relación entre tres factores de la curva de rendimientos de TES tasa fija para Colombia y variables macroeconómicas asociadas a actividad económica, inflación, política monetaria local y política monetaria externa, siguiendo en una primera etapa la metodología propuesta por (Diebold, Rudebusch, & Aruoba, 2006) para la identificación de los factores nivel, pendiente y curvatura de la estructura a plazo de tasas de interés. En segunda instancia se identificó un modelo de vectores autoregresivos VAR (2) que asoció los factores de la curva con las variables macroeconómicas en línea con la metodología adoptada por (Afonso & Martins, 2010).

El resultado del ejercicio muestra evidencia de una relación bidireccional entre los factores de la curva y las variables macroeconómicas. En particular hay evidencia de un efecto mayor desde las variables macroeconómicas sobre los factores de la curva que al contrario. Es de notar, que dentro de los resultados se cumplen comportamientos asociados a la función de reacción de política monetaria, por otro lado los resultados de la estimación evidencian que las variables de política monetaria son significativas en la explicación de la dinámica de la curva de rendimientos.

Por su parte, la variable que asocia el efecto de la política monetaria internacional (tasa real esperada a 5 años en 5 años en Estados Unidos), mostró que es significativa en la explicación de cambios en el nivel, la pendiente y la curvatura de la estructura a plazo de las tasas de interés.

Finalmente, es de resaltar que la direccionalidad de los efectos no sólo parte de las variables de política monetaria a la curva de rendimientos, sino que también, los movimientos de la curva anticipan movimientos en la política monetaria. En este punto se resalta el resultado que arrojó el estudio de que un aumento de pendiente de la curva precede aumentos en la tasas de interés de política. Es por eso que es válido pensar que las variables que forman las expectativas del mercado, tales como la inflación esperada a plazos de un año o más, o la expectativa de tasas de interés reales en el exterior, son explicativas de los movimientos contemporáneos de la curva en la medida en que el mercado financiero trata siempre realizar un descuento inmediato de condiciones macroeconómicas futuras.

7. Bibliografía

- Afonso, A., & Martins, M. (2010). Level, slope, curvature of the sovereign yield curve, and fiscal behaviour. *European Central Bank Working Papers*.
- Ang, A., & Piazzesi, M. (2003). A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary Economics*(50), 745-787.
- Ang, A., Piazzesi, M., & Wei, M. (2006). What does the yield curve tell us about GDP growth? *Journal of Econometrics*, 359-403.
- Arango, L. E., & Flórez, A. (2005). Tramo corto de la curva de rendimientos, cambio de régimen inflacionario y expectativas de inflación en Colombia. *Borradores de Economía Banco de la República*.
- Arango, L. E., Flórez, L. A., & Arosemena, A. (2004). tramo corto de la estructura a plazo como predictor de expectativas de la actividad económica en Colombia. *Borradores de Economía Banco de la República*.
- Arango, L. E., González, A., León, J. J., & Melo, L. F. (2006). Cambios en la tasa de intervención y su efecto en la estructura a plazo de Colombia. *Borradores de Economía. Banco de la República*.
- Arosemena, A., & Arango, L. E. (2002). Lecturas alternativas de la estructura a plazo: una breve revisión de literatura. *Borradores de Economía 223 Banco de la República*.
- Backus, D., Foresi, S., Mozundar, A., & Wu, L. (2001). Predictable Changes in Yields and Forward Rates. *Journal of Financial Economics*, 281–311.
- Bliss, R. (1997). Movements in the term structure of interest rates. *Economic Review Federal Reserve Bank of Atlanta*, 16-33.
- Bomfim, A. (2003). Monetary Policy and the Yield Curve. *Federal Reserve*.
- Bong, K. S., Doh, T., & Woong, P. (2016). Yield Curve and Monetary Policy Expectations in Small Open Economies. *The Federal Reserve Bank of Kansas*.
- Cochrane, J. H. (2001). Long term debt and optimal policy in the fiscal theory of the price. *Econometrica*, 69-116.
- Dai, Q., & Singleton, K. (2000). Specification Analysis of Affine Term Structure Models. *Journal of Finance*, 1943–1978.
- Dewachter, H., & Lyrio, M. (2002). Macro Factors and the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Money, Credit and Banking*, 119-140.

- Diebold, F. X., & Rudebusch, G. (2012). *Yield Curve Modeling and Forecasting: The Dynamic Nelson-Siegel Approach*.
- Diebold, F. X., Rudebusch, G., & Aruoba, S. B. (2006). The macroeconomy and the yield curve a dynamic latent factor approach. *Journal of Econometrics* , 309-338.
- Diebold, F., & Li, C. (2005). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 337-364.
- Diebold, F., Piazzesi, M., & Glenn, R. (2005). Modeling Bond Yields in Finance and Macroeconomics. *NBER Working Paper 11089*.
- Estrella, A., & Hardouvelis, G. (1991). The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity. *The Journal of Finance*, 555-576.
- Estrella, A., & Mishkin, F. (1997). The predictive power of the term structure of interest rates in Europe and the United States: Implications for the European Central Bank. *European Economic Review* , 1375-1401.
- Evans, C., & Marshall, D. (1998). Monetary policy and the term structure of nominal interest rates: Evidence and theory. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 49, 53-111.
- Evans, C., & Marshall, D. (2001). Economic Determinants of the Nominal Treasury Yield Curve. *Federal Reserve Bank of Chicago Working Papers*.
- Hannoun, H. (2015). Ultra-low or negative interest rates: what they mean for financial stability and growth. *Eurofi High- Level Seminar*. Riga.
- Henderson, T. (2003). *Fixed Income Strategy: The Participant's Guide to Riding the Curve*. England: Wiley.
- Hördahl, P., Sbrana, J., & Turner, P. (2016). Low long-term interest rates as a global phenomenon. *BIS Working Papers*.
- Kozicki, S., Tinsley, & P. (2008). Term structure transmission of monetary policy. *The North American Journal of Economics and Finance*, 71-92.
- Litterman, R., & Scheinkman, J. (1991). Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income*, 54-61.
- Martellini, L., Priaulet, P., & Priaulet, S. (2003). *Fixed-Income Securities: Valuation, Risk Management and Portfolio Strategies*. Reino Unido: Wiley.
- Melo, L. F., & Castro, G. (2010). Relación entre variables macro y la curva de rendimientos. *Borradores de Economía Banco de la República*.

- Nelson, C., & Siegel, A. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. *Journal of Business*, 60(4), 473 - 489.
- Piazzesi, M. (2002). Affine Term Structure Models. En Y. A.-S. Hansen, *Handbook of Financial Econometrics*. (págs. 692-766). Amsterdam: North Holland.
- Rudebusch, G., & Wu, T. (2005). Accounting for a Shift in Term Structure Behavior with No-Arbitrage and Macro-Finance Models. *Journal of Money, Credit, and Banking* , 395-422.
- Rudebusch, G., & Wu, T. (2008). Macro-Finance Model of the Term Structure, Monetary Policy, and Economy. *Economic Journal*, 906-926.
- Toro, J. (2014). El relajamiento cuantitativo en los Estados Unidos y algunos efectos en Colombia. *Reportes del Emiso N°176, Banco de la República*.
- Willner, R. (1996). A new tool for portfolio managers: level, slope, and curvature durations. *Journal of Fixed Income*, 48-59.
- Wu, T. (2001). Monetary Policy and the Slope Factor in Empirical Term Structure Estimation. *Working Paper. Federal Reserve San Francisco*.
- Wu, T. (2001). Monetary Policy and the Slope Factor in Empirical Term Structure Estimation. *Working Paper. Federal Reserve San Francisco*.
- Wu, T. (2003). What Makes the Yield Curve Move? *Economic Letter Federal Reserve Bank of San Francisco* .

Anexos

A. Pruebas de raíz unitaria variables de VAR

La prueba utilizada fue la de Dickey Fuller Aumentada, la cual se basa en la siguiente estructura:

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j \Delta y_{t-j} + u_t$$

En donde $H_0: \phi = 0$ versus $H_1: \phi < 0$, lo que implica que bajo la hipótesis nula hay existencia de raíz unitaria y por lo tanto no estacionaridad. Los valores críticos de la prueba son -2.56, -1.94 y -1.62, para los niveles de significancia 1%, 5% y 10% respectivamente.

Estadísticos t – Prueba Dickey Fuller Aumentada

Variable	t-estadístico
Nivel	-1.81*
Pendiente	-1.69*
Curvatura	-3.02***
Tasa Real 5Y5Y USA	-4.11***
Brecha del PIB	-3.92***
Expectativa de Inflación	-1.18
Δ Expectativa de Inflación	-5.86***
Tasa Repo	-0.76
Δ Tasa Repo	-3.59***

Fuente: Cálculos propios.

*Significativo al 10% **Significativo al 5% ***Significativo al 1%

B. Selección de Rezagos VAR

El rezago óptimo fue elegido por medio de la minimización de los criterios de información, teniendo en cuenta también criterios de parsimonia y se tuvo en cuenta la especificación de rezagos propuesta en trabajos similares aplicados para Colombia (Melo & Castro, 2010).

Criterios de información para elección de los rezagos del VAR

Criterio de Información	Número de rezagos que minimizan el criterio
Akaike	10
Hannan-Quinn	2
Schwarz	1

Fuente: Cálculos propios.

C. Matriz de varianza y covarianza de las innovaciones

El cálculo de impulso respuesta y la descomposición de varianza son derivados del VAR estimado y de la matriz de varianzas y covarianzas de las innovaciones. En el caso de estudio se encontró que la matriz de varianzas y covarianzas de las innovaciones no es ortogonal, sugiriendo que los errores están correlacionados y que por consiguiente es necesario implementar una descomposición de la matriz de varianzas y covarianzas original, para garantizar que en los ejercicios de impulso respuesta y de descomposición de varianza se elimine la correlación cruzada de las innovaciones.

Matriz Var-Cov de las innovaciones Σ_u

5.44E-06	-4.57E-07	-5.60E-08	-5.42E-08	-5.26E-07	-1.28E-06	6.15E-07
-4.57E-07	5.95E-06	9.53E-08	6.27E-07	1.08E-06	1.21E-06	-2.15E-07
-5.60E-08	9.53E-08	1.53E-06	6.37E-07	4.46E-07	-2.20E-07	4.72E-07
-5.42E-08	6.27E-07	6.37E-07	4.41E-06	9.21E-07	-3.03E-07	5.76E-07
-5.26E-07	1.08E-06	4.46E-07	9.21E-07	8.18E-06	1.34E-06	3.97E-07
-1.28E-06	1.21E-06	-2.20E-07	-3.03E-07	1.34E-06	2.48E-05	-1.47E-06
6.15E-07	-2.15E-07	4.72E-07	5.76E-07	3.97E-07	-1.47E-06	1.23E-05