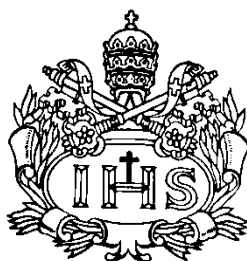


**Pontificia Universidad Javeriana**  
**Facultad De Ciencias Económicas y Administrativas**  
**Carrera de Administración de Empresas**

**Valoración del Riesgo Crediticio en Obligaciones Garantizada por Deuda:**

Una aproximación desde el riesgo sistemático hipotecario



Taller de Grado II

Director:

Jorge Santiago Rosillo

Presentado Por:

Ricardo Ordóñez Zaninovich

**Noviembre 15, 2016**

## **Tabla de Contenido**

1. Introducción
2. Antecedentes
3. Pregunta de Investigación
4. Hipótesis
5. Objetivos
6. Justificación
7. Viabilidad
8. Marco teórico
9. Marco conceptual
10. Metodología
11. Método
12. Restricciones
13. Conclusiones
14. Referencias
15. Bibliografía
16. Anexos
17. Apéndices

## **1. Introducción**

Una obligación garantizada por deudas o CDO por sus cifras en inglés “collateralized debt obligation”, es un producto financiero estructurado que según “Cometee on the Global Financial System”, se le asocian tres características: agrupación de activos (“pooling of assets”), ramificación de deudas respaldados por la agrupación de activos (“tranching of liabilities backed by asset pool”) y separación del riesgo crediticio sobre la agrupación de activos (“de-linking credit risk from the asset pool”). (Cometee on the Global Financial System, 2005, p. 4) En este sentido y en virtud del mercado hipotecario, estos instrumentos permiten agrupar distintas deudas respaldadas por hipotecas o MBS por sus cifras en inglés “mortgage backed security” en un colateral y asignar su flujo de efectivo a diferentes ramas siguiendo un diseño de cascada (ver anexo 1). El diseño de cascada implica que primero se cumple con el pago de una rama mayor (“senior tranche”) seguido por una rama entrepiso (“mezzanine tranche”) y finalizando con una rama patrimonial (“equity tranche”). Visto desde las pérdidas, “Comitee on the Global Financial System” afirma, la estructura de cascada permite que las pérdidas sean absorbidas por la rama patrimonial y las pérdidas a la rama mayor ocurran solo en los peores escenarios (cuando se elimine el capital de las ramas anteriores). (Comitee on the Global Financial System, 2005, p. 27) Esta es la razón por la cual se puede llegar a una calificación Aaa sobre una agrupación de activos con calificación Baa. Según Hull, el alcance que estas ramas logren obtener su capital depende de las pérdidas en la agrupación de activos subyacentes. (Hull, 2015, p.187)

## **2. Antecedentes**

El mercado hipotecario fue uno de los primeros sectores en aprovechar los beneficios de la financiación estructurada. Para Hull (2015, p.185), los préstamos de hipotecas originalmente eran financiados por depósitos de los bancos y una vez que estos depósitos no pudieron cubrir la demanda de hipotecas alrededor de 1960, se crearon los títulos respaldados por hipotecas o MBS

por sus cifras en inglés “Mortgage backed securities”. Estos instrumentos permiten agrupar distintas hipotecas y asignar su flujo de efectivo en diferentes ramas siguiendo un diseño de cascada. Ahora bien, la venta de las ramas mayores y patrimoniales no poseía inconvenientes. Las ramas mayores por su calificación Aaa y las ramas patrimoniales (sin calificación) eran retenidas por sus emisores. En este sentido, compradores para las ramas entrepiso (con calificación Baa) era difíciles de encontrar por lo que se recrea el mismo diseño de cascada con los activos Baa de distintos MBSs para crear un CDO. Por medio de un CDO se logra diversificar los riesgos no sistemáticos adjuntos a las pérdidas de las ramas entrepiso de distintos MBSs. “Comitee on the Global Financial System”, argumenta que el principal objetivo de estas estructuras (CDO) es crear una clase de título valor cuya calificación crediticia sea mayor que la calificación promedio del conjunto de activos presentes en el colateral. (Comitee on the Global Financial System, 2005, p. 20)

Durante los periodos anteriores a la crisis financiera global del 2008, los bancos de inversión aumentaron el volumen de emisión de CDOs como se enseña en el anexo 2. El resultado, según Hull y White (2011, p.10) fue uno de los segmentos de mercados más grandes y de mayor crecimiento para las compañías de calificación de riesgo. De estas corporaciones solo tres empresas: Standard and Poors, Fitch y Moody’s, aparecen como calificadoras de CDOs a un alcance internacional.<sup>1</sup> El anexo 3 presenta los ingresos de las empresas calificadoras de riesgo en periodos anteriores y posteriores a la crisis financiera global del 2008. “Financial Crisis Inquiry Comission” afirma que entre el 2003 y el 2007, a medida que el precio de la vivienda crecía en un 27%, \$4 trillones USD fueron creados en MBSs y Wall Street emitía cerca de \$700 billones USD en CDOs que incluían MBS en su colateral. (Estados Unidos, 2011, p.127) Teniendo en cuenta la estructura de un CDO se puede afirmar que las distintas ramificaciones se encuentran dependiendo

---

<sup>1</sup> Según Moody’s investor Services (Moody’s Investors Services, 2015, p.1) la metodología de calificación crediticia para un CDO es un método estándar implementada a nivel internacional, exceptuando jurisdicciones donde se requieren cumplimiento de ciertos requisitos. Moody’s aplica esta misma metodología en Colombia.

de un solo colateral (hipotecas en un MBS). “Financial Crisis Inquiry Commission” concluye que estos CDOs empujaron la demanda por aseguración de hipotecas inferiores (“nonprime mortgage”) que contribuyeron a una burbuja en precios de vivienda. (Estados Unidos, 2011, p.155)

### **3. Pregunta de Investigación**

Smithson en Hull argumenta que la falta de transparencia y las complejas estructuras hizo difícil la valoración de las ramas CDO y como resultado fomentó que los participantes del mercado se basaran en la calificación crediticia. (Hull y White, 2011, p. 5) Con estas calificaciones los participantes podían comparar el riesgo de su inversión frente a otros títulos valores comunes. “Financial Crisis Inquiry Commission” afirma que los altos ratings erróneamente asignados a los CDOs estimularon a la compra de estos instrumentos por parte de inversionistas permitiendo la aseguración de hipotecas inferiores. (Estados Unidos, 2011, p.155) Es importante recalcar que la calificación asignada por estos métodos depende de los supuestos utilizados en los modelos. Este hecho implica que algunos factores que puedan afectar el flujo de efectivo del CDO sean ignorados. El anexo 4 enseña las dinámicas de precio de vivienda frente al número de CDOs hipotecarios emitidos en Estados Unidos. En este gráfico no solo se evidencia una relación directa entre estas variables sino que además sugiere que el precio de la vivienda puede conllevar a un alto volumen de emisión de CDOs. Adicional, Kim, Y. (2008, p.1) en un análisis sobre la calificación crediticia y los modelos usados, concluye que la mayoría de los modelos no consideran el riesgo sistemático asociado al precio de la vivienda. Si los riesgos relacionados al valor de la vivienda son un factor crítico en el mercado de hipotecas (como se explica en el marco teórico), entonces los modelos de calificación crediticia deberán estar estructurados en virtud de estas dinámicas. En este sentido, ¿Qué estructura deberá adaptar el modelo de calificación crediticia de CDOs de Moody’s para que considere un riesgo sistemático cuantificado a través del precio de la vivienda y sea más crítico en sus calificaciones?

#### **4. Hipótesis**

$H_0$ : El incluir una medida de riesgo sistemático del mercado hipotecario cuantificado a través del precio, hace más crítica la calificación de riesgo del modelo de Moody's para instrumentos CDOs

$H_1$ : El incluir una medida de riesgo sistemático del mercado hipotecario cuantificado a través del precio, no hace más crítica la calificación de riesgo del modelo de Moody's para instrumentos CDOs

#### **5. Objetivos**

##### ***5.1. Objetivo general***

Adaptar la estructura del modelo de calificación crediticia de CDOs de Moody's para que considere un riesgo sistemático cuantificado a través del precio de la vivienda y sea más crítico en sus calificaciones.

##### ***5.2. Objetivos específicos***

- (a) Identificar las variables utilizadas en el modelo de calificación crediticia de Moody's para productos CDOs
- (b) Identificar una medida que relacione el precio de vivienda con un CDO
- (c) Utilizar un método apropiado para crear un modelo aproximado de calificación crediticia de Moody's para productos CDOs
- (d) Incluir la variable precio en el modelo replicado de calificación crediticia de Moody's para productos CDOs
- (e) Evaluar significancia estadística y significancia predictiva de las diferentes variables propuestas en el modelo aproximado
- (f) Comparar las calificaciones crediticias asociadas a los diferentes modelos y comprobar la hipótesis.

## 6. Justificación

El sesgo de utilizar modelos para la evaluación de riesgo crediticio se fundamenta en el uso de sus supuestos. Debido a la complejidad matemática hallada en la estructuración y valoración de un producto financiero CDO, una calificación de riesgo es necesaria y conveniente a fin que permita comparar distintos productos de la misma clase o diferente clase. Perfeccionar los supuestos del modelo de calificación crediticia de Moody's logrará reducir la información asimétrica entre distintos participantes del mercado (ver anexo 5). Según Comité on the Global Financial System (2005, p. 7), los participantes son los arreglistas quienes crean las estructuras, los originadores quienes originan las hipotecas, los intermediarios quienes recaudan y distribuyen los pagos y los gestores de activos quienes agrupan las hipotecas iniciales. Todos estos participantes hasta cierto alcance consideran las calificaciones crediticias para la toma de decisiones. Por tal motivo este estudio aportará en mejorar la evaluación de riesgo sistemático adjunto a CDOs, reduciendo la información asimétrica existente entre jugadores del sector.

## 7. Viabilidad

ACTIVIDAD/ Semana:	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<i>Correcciones primer avance</i>										
<i>Identificar variables independientes</i>										
<i>Definir metodología</i>										
<i>Definir método de modelamiento</i>										
<i>Definir muestra de estudio</i>										
<i>Crear modelo</i>										
<i>Comparar observaciones</i>										
<i>Concluir</i>										
<i>Correcciones y Escrito</i>										

## 8. Marco teórico

### 8.1. Modelo de Moody's Investor Services

Con el fin de calificar el riesgo crediticio adjunto en un CDO, las empresas calificadoras de riesgo utilizan distintos modelos basados en supuestos que son comparados con información histórica del producto. De las tres empresas previamente mencionadas, Standards and Poors y Fitch basan sus ratings de CDOs en un modelo Monte Carlo que proyecta la probabilidad de pérdidas con

diferentes escenarios donde el resultado es comparada con información histórica para asignar una calificación. Por otro lado, Moody's utiliza una técnica de expansión binomial o BET por sus cifras en inglés "Binomial Tree Expansion" para llegar a pérdidas esperadas en cada ramificación. Estas pérdidas son comparadas con información histórica para asignar una calificación específica. Según "Financial Crisis Inquiry Commission", Moody's no aseguraba la calidad de sus calificaciones en miles de MBS y CDOs en periodos anteriores a la crisis financiera del 2008. (Estados Unidos, 2011, p.155) Adicional Hull argumenta que el criterio de Moody's tiende a llevar menos restricciones que los modelos utilizados por Standards and Poors y Fitch (Hull, 2010, p.10) Finalmente para Zacks, algunos analistas critican el modelo de Moody's porque tiende a sobre estimar la probabilidad de default y a sub estimar las tasas de recuperación (explicado en las siguientes secciones). ("What is a Diversity Score", 2016) Debido a un mayor grado de libertad afirmado por Hull y una técnica que tiende a sobre estimar la probabilidad de default según Zacks, para fines de este estudio se analizará la aproximación de Moody's para calificar el riesgo creditico de CDOs.

Se utilizará la última metodología de la empresa calificadora actualizada a Julio 7 del 2015 implementada a un nivel internacional (según indica el documento). Para las características del CDO a estudiar se considerará un CDO de flujo de efectivo, con transacciones estáticas, cupón fijo, colateral en la misma industria (hipotecas y bienes raíz) y carente de estructuras complejas de pago. En otras palabras, se considera la estructura más simple de un CDO sin posibilidades de gestión de activos durante la vida útil del colateral. El modelo de calificación de riesgo de Moody's , puede dividirse en dos partes debido a la naturaleza del instrumento. Por un lado, el análisis del colateral y por otro el análisis sobre las ramificaciones. El objetivo es identificar y caracterizar las variables y supuestos presentes en estas dos divisiones del modelo de calificación de riesgo de Moody's.

## ***8.2. Análisis del colateral***



El análisis del colateral se asocia a la primera características de un CDO: “agrupación de activos”. Visto en términos de riesgo según “Comitee on the Global Financial System” (2005, p.32), la agrupación de activos permite diversificar el riesgo idiosincrático adjunto a las hipotecas individuales y a la vez estos activos sirven como colateral de deuda. En otras palabras y en virtud del mercado hipotecario, al agrupar distintas deudas respaldadas por hipotecas MBS en un colateral se diversifica el riesgo idiosincrático resultando en una exposición única al riesgo de mercado hipotecario (suponiendo un portafolio de tamaño significativo). El efecto de lo anterior se refleja en la tercera característica de un CDO: “separación del riesgo crediticio sobre la agrupación de activos”.

En el modelo de Moody’s, este primer análisis puede subdividirse en dos fases: cálculo sobre tasas de recuperación y cálculo sobre la probabilidad de default. Para la primera fase, Moody’s comienza por calcular la tasa de recuperación media o  $\mu^{RR}$  por sus cifras en inglés “mean recovery rate”. Diferentes referencias bibliográficas utilizan la simbología WARR. Esta tasa indica la razón de capital recuperado en un evento de incumplimiento de pagos. Para Laurie S. Goodman y Frank J. Fabozzi autores de “Collateralized Debt Obligations” esta recuperación puede ser debida a la venta del colateral (en este caso un bien inmueble) o por vender la deuda al valor de mercado. (Fabozzi y Goodman, 2006, p.28) Para calcular esta primera variable se considera el peso de cada activo (en términos del valor de paridad) dentro del colateral y el rating del mismo. Ambos inputs se comparan con la tabla del anexo 6 y se llega a un promedio ponderado sobre las tasas de recuperación. Para Moody’s Investors Service, las tasas de recuperación siguen una distribución beta simulada utilizando MOODYS CDOROM® con un valor promedio no igual a cero. (Moody’s Investors Service, 2015, p.4) Con la tasa de recuperación promedio se calcula la desviación estándar utilizando la función del anexo 7. Es importante recalcar que para Moody’s Investors Service, la desviación estándar es una función de la tasa de recuperación promedio. (Moody’s

Investors Service, 2015, p.5) En otras palabras, esto implica que la desviación estándar no es resultado de un proceso estadístico basado en información histórica sino resultado de una función. Por lo anterior puede afirmarse que su valor cambia dependiendo de las modificaciones hechas a la función y las hipótesis usadas para su formulación.

Otros supuestos para la tasa de recuperación tiene que ver con el tiempo de recuperación y la correlación entre recuperaciones del colateral. Para Moody's Investors Service, las recuperaciones ocurren inmediatamente después del incumplimiento (supuesto de tiempo de recuperación) y existirá una correlación entre estas tasas del 10%. (Moody's Investors Service, 2015, p.5) El porcentaje del 10% es resultado de una tabla que utiliza el marco de referencia de modelación cópula gaussiana generado por MOODY'S CDOROM®. A la vez estos dos resultados pueden ser ajustados dependiendo de las condiciones de mercado y características del portafolio colateral como: tipos de activos y estructura del CDO. Debido al tipo de CDO estudiado no se asumen modificaciones y por ende la correlación entre recuperaciones será del 10%.

En la segunda fase se analiza la probabilidad de default o DP por sus cifras en inglés "Default Probability" del colateral que como su nombre lo indica hace referencia a la probabilidad que el conjunto de activos presentes en el CDO quede en incumplimiento o en mora. Para este cálculo se utiliza la función del anexo 8. Nótese que una de las entradas a la función (EL) no ha sido identificada hasta el momento. Esta variable indica el porcentaje de pérdida ideal acumulado basado en información histórica del instrumento. Darren Smith y Pamela Winchic en "Cash CDO", argumentan que el valor esperado de pérdidas acumuladas dependerá de dos factores: promedio ponderado del factor de rating WARF por sus cifras en inglés "weighted average rating factor" y el promedio ponderado de vida del colateral WAL por sus cifras en inglés "weighted average life". (Smith y Winchic, 2010 p.149) Ambas variables son calculadas con respecto a los títulos valor que compone el colateral. Estos dos elementos pueden vislumbrarse en el anexo 9,

donde las filas indican el tiempo y las columnas las pérdidas acumuladas. En este sentido, se compara el WAL de las filas y el WARF de las columnas frente al rating de la primera columna. Para Moody's Investor Services, el resultado de las pérdidas esperadas está basado en calificaciones históricas que reflejan ciclos en las expectativas de pérdidas. (Moody's Investors Service, 2015, p.6) Este supuesto implica que la información pasada influye en la trayectoria futura del activo.

En una segunda instancia, al DP computado se le agregan factores de estrés a fin de hacer la cola de su distribución más gruesa según el anexo 10. Tomasz R. Bielecki y Marek Rutkowski argumentan que las pérdidas a una rama mayor serán manifestadas en la cola de la distribución y es debido a esto que se utilizan los factores de estrés. (Bielecki y Rutkowski, 2002, p.376) Por otro lado Moody's Investor Services adiciona que esta medida de estrés se debe al alto apalancamiento del instrumento CDO que lo hace sensibles a la volatilidad del rendimiento del activo subyacente (Moody's Investor Services, 2015, p.6) En síntesis, estos factores de estrés pretenden tomar en cuenta tanto situaciones extremas (donde la rama mayor comienza a tener pérdidas) como sensibilidad a cambios en el valor del portafolio. Los resultados sobre el análisis del colateral conllevan a la probabilidad de default ajustada, elemento clave en la técnica BET descrita en el siguiente punto.

### ***8.3. Técnica de expansión binomial BET***

La técnica de expansión binomial se ha venido usando desde su creación por Arturo Cifuentes en 1996. En términos de su inventor, el objetivo es construir una agrupación de activos no correlacionados y homogéneos en un portafolio hipotético que imite el comportamiento del portafolio original. (Moody's Investor Services, 1996, p.2) El paso a este enfoque es el cálculo del puntaje de diversidad o DS por sus cifras en inglés "diversity score". Según Comitee on Global Financial System en "The Role of Ratings in Structured Finance", el número de activos en el portafolio hipotético es asumido a equivaler el puntaje de diversidad y será menor al número de

activos en el portafolio original. (Comitee on the Global Financial System, 2005, p. 48) En síntesis, el portafolio hipotético estará compuesto por DS activos homogéneos y no correlacionados. El usar un portafolio hipotético trae el beneficio de facilitar los cálculos en términos de tiempo y costo.<sup>2</sup>

Para calcular la variable DS se toma en cuenta el grupo de activos en el colateral o portafolio expuestos al riesgo  $M$  de cada emisor y la diversificación en cuanto a industria. En este sentido, García et al. argumentan en “On Rating Cash Flow CDO’s using BET technique” que a menor diversificación habrá mayor concentración y por ende un menor puntaje de diversificación (DS). (“On Rating Cash Flow CDO’s Using BET Technique”, 2004) En otras palabras, habrá mayor número de activos en el portafolio hipotético proporcional a la diversificación por emisor en cada industria. Esto implica que se asuma que todos los activos en cierta industria estarán expuestos al mismo riesgo  $M$ . En el caso del CDO caracterizado para este estudio, la diversificación únicamente estará dependiendo del número de emisores ya que se asume que los activos pertenecen a la misma industria (construcción y bienes raíz).

Una vez hallado el tamaño del portafolio hipotético DS, se prosigue a asignarle un valor de paridad a cada activo que lo compone y una probabilidad de incumplimiento. El valor de paridad es calculado como el total del valor en el colateral dividido en el número de activos hipotéticos DS. Para Cifuentes (1996, p.2) el comportamiento del portafolio original puede ser aproximado usando DS activos cada uno con un mismo valor. Por otro lado, se le asigna a cada activo la DP previamente calculada. De esta forma se obtiene un portafolio hipotético de DS activos no correlacionados y homogéneos en cuanto a su valor paridad y probabilidad de default. Debido al supuesto de no correlación se puede decir que la acumulación sobre la probabilidad de mora (default) es resultado de la sumatoria de los activos en mora. Con este resultado el paso final es calcular la probabilidad que cada activo entre en incumplimiento. En este sentido se tendrán DS+1

---

<sup>2</sup> Correr una simulación con todos los activos presentes de un portafolio CDO traduce a un uso significativo de tiempo que resultará en un aumento de costos y reducción de eficiencia.

escenarios donde se estima la probabilidad de que haya 0 activos en default, 1 activo en default, 2 activos en default, etc. Para Cifuentes (1996, p.3) la probabilidad que el escenario  $j$  ( $j$  defaults) suceden puede usarse utilizando una distribución de probabilidad binomial anexo 11. Las probabilidades calculadas se utilizarán a fin de computar las pérdidas esperadas de las distintas ramificaciones, el proceso se explica en el siguiente punto.

#### ***8.4. Análisis de ramificaciones***

La segunda característica de un instrumento CDO: “la ramificación”, permite crear títulos valores de distintos atributos debido a las diferentes ramas que pueden resultar en el proceso. Visto desde el riesgo, “Comitee on the Global Financial System” (2005, p. 33) argumenta que el riesgo asociado a la ramificación depende de la jerarquía y el grosor de cada rama. Específicamente, la jerarquía está inscrita en las pérdidas de orden ascendente (debido al diseño de cascada) y el grosor hace referencia a la cantidad de capital asignado a cada rama. En otras palabras entre mayor sea la jerarquía menor riesgo se asume para la rama mayor y entre menor sea el grosor de la rama, mayor será el riesgo asumido. Nuevamente el efecto de lo anterior se refleja en la tercera característica de un CDO: “separación del riesgo crediticio sobre la agrupación de activos”. A diferencia de la separación del riesgo en el colateral, la separación del riesgo en el proceso de ramificación es resultado de la forma en que se reparten las ganancias del principal y no producto de diversificación del riesgo idiosincrático. En conclusión, se puede decir que existe una asignación de riesgo dependiente de la posición tomada en cuanto a jerarquía y grosor de una rama.

En este segundo análisis Moody's, modela la distribución de capital hacia las diferentes ramas del CDO. Para esto se introduce una nueva variable que hace referencia a la tasa de interés (que determina un cupón) del colateral original o WAC por sus cifras en inglés “weighted average coupon”. Esta se calcula como el promedio ponderado de intereses en los activos del portafolio original. Esta variable juega un rol importante en la valoración de un CDO ya que es la tasa a la

cual se descuentan los flujos futuros del instrumento. Según Garcia et al., para la modelación se asume (a) todos los DS activos del portafolio tendrán mismo tiempo de maduración WAL (b) todos los activos tienen el mismo cupón o tasa de interés WAC (c) todos los activos tendrán mismas tasas de recuperación WARR. (“On Rating Cash Flow CDO’s Using BET Technique”, 2004)

Nuevamente, la técnica BET asume homogeneidad en el portafolio hipotético. Para finalizar, se toma las probabilidades de default de los j-escenarios calculados a través de la técnica BET y se aproximan las j-pérdidas sufridas. El valor restante del colateral hipotético para el escenario j se distribuye hacia las diferentes ramas y se trae a valor presente utilizando la tasa WAC según la fórmula del anexo 12. Según Moodys Investors Service, una calificación crediticia se asigna utilizando los resultados de la sumatoria de pérdidas esperadas EL y el WAL para cada rama y comparándolos frente a tabla del anexo 9. (Moodys Investors Service, 2015, p.11)

### ***8.5. Calificación crediticia***

Actualmente Moody’s cuenta con 21 diferentes calificaciones que varían desde Aaa hasta NR. La tabla del anexo 13 muestra la descripción de estos resultados según el documento actualizado la fecha (Octubre 2016). Moody’s Investor Services, considera a un rating de Aaa siendo de la mejor calidad y un bajo riesgo crediticio. (Moody’s Investor Services, 2016, p.5) Como describe la tabla del anexo 13, el siguiente rating es de Aa seguido por A que para Moody’s Investor Services, son juzgados como alta-media calidad y sujetos a riesgo crediticio bajo. (Moody’s Investor Services, 2016, p.5) Una calificación media podría considerarse de Baa ya que Moody’s Investor Services, los considera de calidad-media, riesgo moderado y con ciertos aspectos especulativos. (Rating Symbols and Definitions, 2016, p.5) Las siguientes calificaciones se encuentran dentro del grupo de activos especulativos y un alto riesgo de default. Para Moody’s Investor Services, las calificaciones Ba y B están sujetas a un riesgo crediticio sustancial y las de calificación Caa a C se encuentran cerca o están en mora. (Moody’s Investor Services, 2016, p.5) A pesar de esta escala,

Hull expone, que las agencias también asignan un valor de 1, 2 o 3 en cada categoría: Aa, A, Baa, Ba, B, Caa, Ca, y C exceptuando NR (not rated) y Aaa. (Hull, 2015, p.544) En este sub-rango de cada categoría, 1 representa una mejor condición que 2 y 2 mejor condición que 3.

### ***8.6. Variable precio***

Hasta el momento se ha mencionado el análisis sobre el riesgo crediticio adjunto a un instrumento CDO utilizado por Moody's. Nótese que en el proceso no se está determinando ninguna variable para cuantificar el riesgo sistemático. Como ya se ha venido mencionando, los instrumentos financieros CDO respaldados por hipotecas son altamente sensibles a la apreciación/depreciación del precio de vivienda en el mercado. Específicamente, Kim argumentan que el precio afecta la distribución en la probabilidad de default; siendo esta una de las variables que se utiliza en el modelo de Moody's para llegar a una calificación crediticia. (Kim, 2008, p.3) Este fenómeno se ilustra en el siguiente ejemplo: cuando un prestatario entra en mora sobre su hipoteca, podrá revender el activo (bien inmueble) al prestamista, liquidar las obligaciones pendientes y solicitar una nueva hipoteca. Una práctica conocida como refinanciamiento. El refinanciamiento podrá llevarse a cabo si y solo si el precio del activo es superior al monto de la deuda. Foote en Archer y Smith concluye este fenómeno en el siguiente supuesto: una deuda de hipoteca quedará en default si el monto de la deuda es superior al valor del activo. (Archer y Smith, 2010, p. 5) Bajo este supuesto el prestatario no podrá vender su vivienda, pagar sus obligaciones y pedir una nueva hipoteca si el precio del activo cae por debajo de la deuda hipotecaria. Debido a lo anterior, se agregará una variable precio que logre capturar el fenómeno propio del mercado hipotecario y abarcar un tipo de medida del riesgo sistémico.

Visto desde el riesgo, suponemos que todo riesgo de tipo idiosincrático ha sido diversificado mediante la agrupación activos (característica de un CDO). Hull argumenta, que el riesgo crediticio no puede ser completamente diversificado ya que activos en la misma región, industria o similar

tienden a ser afectados de igual manera por eventos externos. (Hull, 2015, p.552) En virtud de lo anterior, se entiende que el portafolio del colateral quedará diversificado y expuesto únicamente a riesgo sistemático (evento externo). En este sentido y teniendo en cuenta el supuesto de Foote en Archer y Smith (2010), una medida de precio relacionado al monto de hipoteca logrará capturar el riesgo sistemático de un CDO. Una medida que toma en cuenta el fenómeno descrito por Foote es la razón deuda sobre valor o LTV ratio por sus cifras en inglés “loan-to-value ratio”. “Basel Comitee on Banking Supervision II” o Basilea II explica en el párrafo 49: Este índice pretende medir el riesgo asociado a préstamos hipotecarios tomando el valor total de la deuda dividiéndolo por el valor de la propiedad en el mercado. Siendo el valor de la propiedad en el mercado el precio de la vivienda por metros cuadrados y el valor total de la deuda el porcentaje la vivienda apalancada. (Basel Comitee on Banking Supervision, 2016 p. 35) En este sentido, entre menor sea el valor para LTV, mayor será el porcentaje de patrimonio que se tiene sobre la vivienda. Opuesto a este caso, habrá mayor riesgo si existe mayor LTV por efectos de apalancamiento. La razón LTV permite considerar tanto el monto de la deuda como el valor del inmueble activo en el mercado y se asume que un LTV mayor a 1 indicará que el valor de la propiedad cayó por debajo del monto de la deuda sin posibilitar la práctica de refinanciación. En años anteriores a la crisis este indicador llegó a marcar un 97% para el total de las hipotecas en Estados Unidos según presenta Fannie Mae en el anexo 14.

### ***8.7. Conclusión***

La descripción del modelo anterior pone en evidencia los supuestos y variables utilizadas en el proceso de calificación de Moody's. Para el análisis del colateral, en la primera fase se está considerando la tasa de recuperación media WARR que es un promedio ponderado del grosor de cada activo en el colateral y su respectiva calificación crediticia. En la segunda fase del análisis se llega a una distribución de probabilidad de default que es utilizado en la técnica BET que toma en



cuenta la vida promedio del colateral WAL, el factor promedio de calificación WARF junto con la diversificación de los sectores de la industria DS. Finalmente, para el análisis de la estructura de la ramificación se considera la jerarquía y porcentaje de capital para cada rama (grosor) y se modelan los flujos futuros traídos a valor presente utilizando el cupón promedio WAC. Estas variables son consideradas inputs para el modelo de calificación crediticia por Moody's para un CDO. Ahora bien, para tomar en cuenta el riesgo sistemático, una medida propuesta por Basilea II y coherente con el planteamiento de Foote en Archer y Smith es la razón LTV. Esta medida puede ser considerada parte del riesgo sistémico de un CDO siempre y cuando se suponga diversificación del riesgo no sistémico en la agrupación de activos. En este sentido, el incorporar la razón LTV en el modelo de calificación crediticia de Moody's para un CDO incorporará la dinámica de riesgos de precio características del mercado hipotecario y sector de la construcción.

## **9. Marco conceptual**

(a) Modelo de Cópula Gaussiana: Según Andersen y Sideius (2004, p.30) la valoración crediticia a través de este modelo implica asociar a cada riesgo crediticio una variable aleatoria de distribución gaussiana donde el valor determina el tiempo para quedar en mora.

(b) Distribución Beta: hace referencia a una distribución de probabilidad definida entre 0 y 1 parametrizada por los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ . Según Paul Johnson y Matt Beverlin, esta distribución es ideal para contemplar el proceso aleatorio de porcentajes y/o proporciones. (Johnson y Beverlin, 2013 p.1)

(c) Distribución Binomial: Este tipo de distribución está asociado a experimentos donde existe una misma probabilidad de ocurrencia y una misma probabilidad de no ocurrencia. En un CDO esta probabilidad está asociada al portafolio colateral en cuanto a la probabilidad que un activo entre en mora o no entre en mora.

(d) Riesgo idiosincrático/ Riesgo no-sistemático: El tipo de incertidumbre que viene inscrito a una empresa, activo o colateral en particular. Se entiende que este únicamente afecta a la empresa por lo que puede ser reducido a través del proceso de diversificación.

(e) Riesgo sistemático/ Riesgo sistémico/ Riesgo de mercado: Hace referencia a la incertidumbre inscrita a un mercado en su totalidad o a un segmento de mercado específico. Se entiende que este termina afectando a todos sus participantes por igual.

## **10. Metodología**

### ***10.1. Creación del modelo propuesto***

Una herramienta apropiada en este estudio deberá no solo contemplar las variables identificadas en el marco teórico, sino que además las variables involucradas en cada categoría de una calificación crediticia (Aaa, Aa, A, Baa, Ba, B, Caaa y Ca, NR). Con este fin, se debe definir el carácter de las variables a utilizar. Por un lado, las categorías de calificación crediticia son consideradas categóricas (no métricas) y adicionales variables dependientes en el modelo. Por otro lado, las variables identificadas en un marco teórico son en esencia de razón (métricas), identifican un cero absoluto y son las variables independientes del modelo. En virtud de lo anterior, Hair et al. definen, que el método de análisis discriminante multivariado es una técnica estadística apropiada a problemas que involucran variables categóricas dependientes y múltiples variables métricas independientes, por ejemplo, cuando se quiere distinguir entre créditos buenos y malos. (Hair et al., 2005, p.273) Esta técnica estadística no solo permitirá modelar las variables de entrada al modelo de Moody's sino que además permite adicionar nuevas variables independientes y categorizar nuevos productos financieros CDOs.

Para Bryan F.J. Manly, el alcance del análisis discriminante da la posibilidad de separar dos o más grupos de individuos dados medidas para estos individuos en distintas variables. (Manly, 2005, p.105) Es decir, un análisis discriminante es utilizado para segmentar observaciones en diferentes

categorías de acuerdo a medidas previamente definidas. En general, habrá  $m$  observaciones de  $n$  grupos o categorías distintas con información de  $X_p$  variables para cada grupo. Para Manly, el análisis discriminante se reduce a determinar una función para  $X_p$ -variables que logre distinguir entre los  $n$  grupos diferentes cuanto más sea posible. (Manly, 2005, p.107) Esto se logra a partir de una combinación lineal de las variables independientes  $X_p$ . El resultado se le conoce como la función discriminante y toma la siguiente forma:

$$Z = a + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_pX_p$$

donde:

$(Z)$ : Puntaje discriminante  $Z$

$(a)$ : Intercepto

$(a_p)$ : El peso discriminante para la variable independiente  $p$

$(X_p)$ : Variable independiente  $p$

Según Manly, los diferentes grupos pueden ser separados utilizando el valor de  $Z$  si el valor medio de  $Z$  cambia considerablemente entre grupos y dentro del grupo los valores son justamente constantes. (Manly, 2005, p.107) En otras palabras, la función anterior podrá discriminar entre grupos si la media de cada grupo posee una distancia significativa de otras medias asumiendo que los valores dentro de cada grupo no presenta una varianza significativa (ver anexo 15). A la media de cada grupo se le conoce como el centroide y se obtiene promediando las puntuaciones  $Z_i$  de cada individuo dentro del grupo. En este sentido, Hair et. al argumenta que probar significancia estadística en este análisis será medir la distancia entre los centroides de cada grupo. (Hair et al., 2005, p.274)

Hair et. al discute que lo que caracteriza al análisis discriminante es que puede presentarse más de una función discriminante y el resultando es que cada objeto obtenga más de un puntaje para  $n-1$  funciones discriminantes. (Hair et al., 2005, p.274) En otras palabras, un análisis discriminante no se limita a una única función  $Z$ , sino que podrá tener  $Z_{n-1}$  funciones discriminantes que depende del conjunto de grupos ( $n$ ). Esto se debe a que una función discriminante  $Z_1$  distingue entre dos diferentes grupos, la siguiente función discriminante  $Z_2$  distingue otros dos grupos y así sucesivamente. En simples palabras, se difieren entre pares de grupos. En virtud de lo anterior, el conjunto de funciones adquirirá la siguiente forma:

$$Z_1 = a_{01} + a_{11}X_{11} + a_{12}X_{12} + \dots + a_{1p}X_{1p}$$

$$Z_2 = a_{02} + a_{21}X_{21} + a_{22}X_{22} + \dots + a_{2p}X_{2p}$$

$$Z_i = a_{0i} + a_{i1}X_{i1} + a_{i2}X_{i2} + \dots + a_{ip}X_{ip}$$

donde:

$(Z_i)$ : Puntaje discriminante  $Z_i$  para el valor propio  $i$

$(a_{0i})$ : Intercepto de la función discriminante  $i$

$(a_{ip})$ : El peso discriminante  $i$  para la variable independiente  $p$

$(X_{ip})$ : Variable independiente  $p$  de la función  $i$

Cuando esto sucede se tendrá un conjunto de ecuaciones lineales para separar entre categorías suponiendo que no existe correlación entre las diferentes funciones. Por ejemplo, en tres categorías diferentes ( $n=3$ ) habrá dos funciones discriminantes ( $n-1=2$ ) que puede ser graficado en  $(\mathbb{R}^2)$ . Es importante recalcar que el número de ecuaciones obtenidas son equivalente a las dimensiones de discriminación  $(\mathbb{R}^n)$  (ver anexo 16). Por otro lado, una serie de calificaciones  $Z_i$  será computada en virtud de maximizar la varianza entre grupos y minimizar la varianza dentro del grupo. Para

Manly, el punto es que las primeras funciones sean suficientes para tomar diferencias entre grupos de categorías. (Manly, 2005, p.108)

Una vez obtenido la formulación del conjunto de ecuaciones lineales  $Z_{n-1}$ , el siguiente paso consiste en hallar la combinación lineal para cada función. Según Denis G. Zill, en un sistema de ecuaciones lineales se desea obtener una combinación linealmente independiente. (Zill, 2014, p.307) Es decir, se requiere una combinación lineal que no sea resultado de escalar otra combinación lineal del conjunto de ecuaciones. Geométricamente hablando, independencia lineal implica ortogonalidad de los vectores, es decir un ángulo de  $\frac{\pi}{2}$  ó 90 grados. Para Manly, hallar los coeficientes se traduce a un problema de valores y vectores propios. (Manly, 2005, p.108) Un vector propio es un vector no-nulo que no cambia de dirección al aplicarse una transformación lineal. Para Manly (2005, p.108), si los valores propios son  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$ , entonces  $\lambda_i$  es la razón de la suma de cuadrados entre grupos hasta la suma de cuadrados dentro de grupos para la combinación  $Z_{n-1}$ . En síntesis, los elementos correspondientes al vector propio son los coeficientes para la combinación lineal de variables independientes. Lo anterior revela que los valores propios de la combinación lineal indicarán la razón entre grupos y los vectores propios serán las combinaciones lineales utilizadas para cada variable en  $Z_{n-1}$ .

### ***10.2. Evaluación del modelo propuesto***

Una vez identificadas las combinaciones lineales del modelo y por consiguiente las funciones discriminantes, se proseguirá a evaluar el alcance del modelo propuesto. Para este fin se evalúa el modelo en términos de significancia estadística, significancia práctica y consistencia externa (poder predictivo). Hair et al. (2005, p.294) argumenta que si el modelo en su totalidad es significativo, entonces al evaluar las funciones individuales se identificarán las que deberán ser interpretadas. En otras palabras, si el modelo resulta significativo se podrá determinar cuáles funciones son las más relevantes en términos de discriminación inter-grupal (significancia práctica) y se proseguirá al

análisis de cada una de las funciones relevantes. En este análisis se podrá concluir cuáles variables del modelo son las que mayor discriminan entre categorías al igual que la capacidad predictiva de las funciones identificadas. En conclusión, la evaluación del modelo incumbe determinar las funciones junto con variables más relevantes y su consistencia externa si y solo si el modelo resulta significativamente estadístico.

### ***10.3. Comparación entre modelos***

A fin de comparar los resultados obtenidos, se calificarán diferentes CDOs empleando ambos modelos y se compararán los resultados en virtud de la hipótesis previamente establecida. Si se acepta la hipótesis nula, entonces el incluir una variable precio de vivienda hará más crítica la calificación crediticia del modelo actual de Moody's. En este escenario, el modelo propuesto resulta siendo más ácido en la calificación al incluir una dimensión de riesgo sistémico. De lo contrario, si se acepta la hipótesis alterna, entonces el incluir una variable precio de vivienda no hace más crítica la calificación del modelo actual de Moody's. En este escenario, ambos modelos resultan siendo hasta cierto alcance relativamente similares con excepción que el modelo propuesto incluye una dimensión de riesgo sistémico.

## **11. Método**

### ***11.1. Creación del modelo propuesto***

Para la creación de un modelo, se aplicará el diseño de investigación propuesto por Hair, et al. (2005) en "Multivariate Data Analysis" que consta de seis diferentes fases (ver anexo 17). Es importante recalcar que la creación del modelo entraña una investigación de enfoque cuantitativo de tipo correlacional ya que se busca encontrar una relación entre distintas variables métricas con cero absoluto.

#### ***11.1.1. Fase 1 (objetivos del análisis discriminante)***

Un modelo de calificación crediticia para productos CDOs puede ser abarcado desde un análisis discriminante multivariado ya que el resultado propone estructuras matemáticas (ecuaciones discriminantes) usadas para clasificar entre distintos grupos. Se considera este una aproximación al modelo utilizado por Moody's ya que las variables de entrada derivan de aquellas propuestas por esta agencia, adicionando la variable propuesta por el investigador para cuantificar el riesgo de mercado hipotecario. En este sentido, el propósito de ejecutar un análisis discriminante para este estudio será clasificar distintos instrumentos CDOs en alguna categoría de calificación crediticia. Además de esto, en el proceso se determinarán las variables que más influyen en establecer diferencias entre los distintos grupos siempre y cuando haya significancia estadística. Hair et. al argumenta que el resultado del proceso también puede usarse para propósitos de clasificar otras observaciones en los grupos definidos. (Hair et al., 2005, p.286) Es síntesis, no solo se clasificarán CDOs dentro de una muestra, sino que se concluirá esta parte del estudio con un modelo para calificación crediticia de nuevos instrumentos CDOs.

### *11.1.2. Fase 2 (parámetros de diseño)*

#### *11.1.2.1. Variables Dependientes*

Como fue mencionado previamente, las variables dependientes deben ser de carácter categórico. Hair et. al indica que el número de variables dependientes (categorías de grupos) debe ser mutuamente excluyente, colectivamente exhaustivo y reflejar la máxima diferencia entre grupos. (Hair et al., 2005, p.287) Actualmente, Moody's cuenta con veinte diferentes calificaciones crediticias descritas en el marco teórico. Para fines del modelo propuesto, se diferenciarán cinco variables o grupos diferentes basado en un rango de riesgo crediticio. El primer grupo pertenece al menor riesgo crediticio posible Aaa, seguido por un grupo de calificación Aa y A considerados de riesgo alto-medio. La posición neutra de esta escala contempla un riesgo crediticio moderado Baa, seguido de un riesgo medio-bajo Ba y B. Finalmente, se considera grupo de mayor riesgo posible

dentro de la escala Caa, Ca y C. Basado en el diseño de investigación utilizado, en caso que las variables dependientes incluyen más de dos grupos se considera multicotónomos. (Hair et al., 2005, p.286) Una condición al utilizar la agrupación multicotónoma, es que las variables tendrán un carácter ordinal dentro de la investigación. Esto quiere indicar que habrá jerarquía entre las diferentes categorías, siendo esta jerarquía representada por el nivel de riesgo crediticio donde Aaa representa el menor riesgo y Caa, Ca y C el mayor riesgo.

#### *11.1.2.2. Variables independientes*

Según Hair et. al una de las dos formas que usualmente se identifican las variables independientes es a través del modelo teórico subyacente a la pregunta de investigación. (Hair et al., p.287) Para esto, se hace referencia a las variables identificadas en el marco teórico según la metodología de calificación de Moody's para instrumentos CDOs. Para el análisis sobre la agrupación de títulos valor se identificaron las siguientes variables: promedio ponderado de vida (WAL), promedio ponderado del factor crediticio (WARF), promedio ponderado del cupón (WAC), promedio ponderado de la razón de recuperación (WARR) y puntaje de diversificación (DS). Adicional a estas variables se propone una medida del riesgo sistémico a través de la razón préstamo a deuda (LTV) que también se manejará como promedio ponderado de los activos que componen el portafolio de CDOs.

De acuerdo con el modelo de Moody's para calificación crediticia de CDOs, un segundo análisis es usado para determinar el flujo de hacia las diferentes ramificaciones. En este segundo análisis se identificaron las siguientes variables sobre la estructura de capital y flujo de efectivo: Jerarquía de las ramas y Grosor de las ramas (porcentaje de capital asignado). Según Hull, la mayoría de las ramas están diseñadas tal que la rama mayor ("senior tranche") obtenga entre el 75% - 85% del principal, mientras que las ramas Baa (ramas entrepiso o "mezzanine tranche") un 3% o incluso menos. (Hull, 2010, p.6) En otra literatura Hull menciona que muchas ramas (de un CDO) estaban



diseñadas tal que la rama mayor recibía una calificación Aaa, la rama entrepiso Baa y la rama patrimonial recibía una sub-calificación. (Hull, 2015, p.188) Fundamentado en los argumentos anteriores se asumirá para propósitos de la investigación que entre mayor sea el porcentaje del principal asignado (grosor), mayor será la jerarquía de la ramificación. La hipótesis anterior reduce el número de variables independientes a una variable “Grosor de las ramas”. A demás, esta deducción permite relacionar las variables independientes del colateral a cada una de las ramas en el siguiente supuesto:

Sea  $G_n$  el grosor de una rama de un portafolio CDO para la  $n$ -ésima categoría no-métrica identificada en un análisis discriminante. Sea  $I_p$  el  $p$ -ésimo índice identificado en el colateral de un portafolio CDO. Si a cada rama le pertenece un porcentaje del colateral que compone un portafolio, entonces también le pertenecerá un porcentaje del índice calculado en el colateral del portafolio. La  $p$ -ésima variable independiente  $X_p$  se define como:

$$X_p = \frac{G_n}{I_p}$$

Donde:  $n$  varía entre 1 (Caa,Ca,C y NR) a 5 (Aaa) e  $I_p$  no es igual a cero.

### *11.1.2.3. Tamaño de la muestra*

#### *11.1.2.3.1. Población*

De acuerdo con el procedimiento metodológico descrito en el marco teórico, se utilizará la estructura básica de un producto CDO. Para cumplir tales requisitos e identificar las unidades de análisis el instrumento deberá ser un CDO de flujo de efectivo estático. Considerar un CDO de flujo de efectivo implica que no se consideren otras estructuras como un  $CDO^2$ , CDO sintético o un CDO híbrido. En cuanto a la característica estática Moody’s Investors Service argumenta, una transacción estática no permite reinversión de nuevos activos (del principal) y tiene restricciones en la venta de los mismos. (Moody’s Investors Service, 2015, p.4) En cuanto a su estructura de capital

y diseño de ramificación este CDO deberá cumplir con tener una tasa de interés fija implicando cupón fijo a vencimiento. Finalmente, el flujo de efectivo hacia las distintas ramas deberá ser simple sin poseer estructuras de pago complejas. En este sentido, la unidad de análisis del estudio serán las ramas del CDO que obtienen las diferentes calificaciones crediticias.

Adicional a las características sobre el diseño del instrumento CDO, estos derivados deberán ser respaldados por hipotecas o estar dentro del sector de la construcción y/o bienes raíz (como fue analizado en el marco teórico). En cuanto a la dimensión del tiempo, se tomará los instrumentos transados a la fecha del 27 de Octubre de 2016. Con esto se concluye que el diseño de investigación es no experimental de tipo transversal ya que no habrá manipulación de variables independientes identificadas y estas serán observadas en un único momento de tiempo ( $t_0$ ) a fin de hallar relaciones.

#### *11.1.2.3.2. Muestreo*

En virtud de la población definida en el punto anterior, con fin de obtener un marco de muestreo se utiliza la plataforma Bloomberg® (código bursátil: MCAL) con opciones de filtro que contemplan las características anteriores. Adicional a esto, se verifica que haya información del colateral sobre las variables independientes identificadas. Aquellos instrumentos que carezcan de esta información no podrán ser analizados y por tal motivo no serán tomadas en cuenta dentro de la muestra pero sí en el marco de muestreo. El marco de muestreo resultante de este proceso se ilustra en el apéndice 1 junto con aquellos títulos valor que carecieron de información (apéndice 2).<sup>3</sup> Es importante recalcar que un CDO es transado en el mercado extrabursátil u OTC por sus cifras en inglés “over the counter” y por tal motivo el acceso a la información es limitado. Por otro lado, hay que tener presente que por cada CDO habrán cinco grupos de calificaciones distintos referentes a

---

<sup>3</sup> Los Datos disponibles para Colombia no cuentan con información suficiente del colateral. Adicional, las observaciones no alcanzan a sumar el mínimo de 30 para ser consideradas de tener una distribución normal según el teorema de límite central.

sus ramificaciones. Con base en lo anterior el marco de muestreo resulta en 1,045 unidades de análisis.

#### *11.1.2.3.3. Procedimiento de muestreo*

Del marco de muestreo obtenido en el punto anterior, se realiza un muestreo aleatorio simple de tal manera que cada CDO dentro de la población del marco de muestreo tiene la misma probabilidad de ser seleccionado. Según Hair et. al una muestra muy pequeña tendrá errores de muestreo que hace improbable hallar diferencias entre ellas mientras que una muestra muy grande hará de las diferencias estadísticamente significante sin que tengan relevancia práctica. (Hair et al., 2005 p.288) Por tales motivos Hair et. al sugiere un mínimo de 20 observaciones por variable siempre teniendo presente que el tamaño de categoría deberá exceder el número de variables independientes. A fin de llegar a un número indicado de observaciones para la realización de análisis discriminante, se contempla el teorema de límite central. Según Walpole, Mayers y Myers, “La aproximación normal para  $\bar{X}$  por lo general será buena si  $n \geq 30$ , siempre y cuando la distribución de la población no sea muy asimétrica.” (Walpole, Mayers y Myers, 2012, p.234) Según este autor y el teorema se requiere de mínimo 30 observaciones para que alguna muestra sea considerada de tener una distribución normal. Teniendo en cuenta el diseño de investigación empleado junto con el teorema de límite central se define una muestra de 30 observaciones para cada grupo de calificación crediticia. El total de la muestra es de 150 unidades de análisis donde puede ser apreciado en el apéndice 3.

#### *11.2. Evaluación del modelo propuesto*

Se utiliza el aplicativo para Excel XLSTAT® con fin de correr la información depurada basado en los criterios anteriores. Adicional se asume para este análisis: que las matrices de varianza entre-grupales son diferentes, no se toman en cuenta probabilidades a priori y se tiene un nivel de

significancia del 5%.

#### *11.2.1. Fase 4a (estimación de la función discriminante)*

Para propósitos del estudio sobre el cálculo de la función discriminante se utilizará la estimación simultánea. Esta estimación implica computar la función discriminante de tal modo que todas las variables independientes sean consideradas. Para Hair et. al la pérdida en dimensiones de discriminación causa una pérdida de información al reducir la variabilidad de las variables independientes. (Hair et al., 2005, p.293) Visto en términos teóricos de un CDO, se utiliza esta estimación y no la estimación alternativa de seleccionar las variables que mayor discriminan entre grupos (estimación paso a paso) ya que el modelo de calificación crediticia de Moody's toma en cuenta todas las variables identificadas en el marco teórico. Esto permitirá un análisis de información más profundo en cuanto al grado de discriminación que aporta cada variable independiente. En otras palabras, al mantener todas las variables en la función discriminante se podrá probar cuáles variables son las que determinan una calificación superior. Hair et. al argumenta que al utilizarse este tipo de estimación la significancia estadística estará dada por Wiks' lambda, Hetelling's Trace, criterio de Pillai y Raiz más grande de Roy. (Hair et al., 2005, p.293) Como fue mencionado previamente, la significancia estadística está relacionada a la distancia entre los vectores medios (centroides) de cada grupo. En este sentido se prueba la siguiente hipótesis:  
H0: Los vectores medios de las cinco clases son iguales H1: Al menos uno de los vectores medios es diferente al otro.

Los resultados de las pruebas de significancia estadística para este estudio (sugeridas por Hair et. Al) se muestran en el anexo 18. Como puede observarse, puesto que el valor- $p$  computado para cada uno de estos análisis de significancia estadística es menor que el nivel de significancia alfa, se debe rechazar la hipótesis nula H0 y aceptar la hipótesis alternativa H1 en cada uno de las pruebas.

En este sentido, se ha concluido que por lo menos uno de los centroides analizados es diferente al centroide del resto y por ende existe significancia estadística del modelo propuesto.

#### *11.2.2. Fase 4b (evaluación de capacidad predictiva)*

Debido a que fue comprobada la significancia estadística del modelo, se prosigue a evaluar la significancia práctica y consistencia externa del mismo. En esta fase de la investigación se determinarán los resultados arrojados por el análisis discriminante para la clasificación crediticia.<sup>4</sup> Para tales fines: (1) se calcula los puntajes discriminantes  $Z_i$  para cada observación (2) Se evalúa las diferencias entre grupos basado en los puntajes discriminantes  $Z_i$  de cada observación y (3) Se evalúa la exactitud en la predicción de membresía de cada grupo o categoría.

##### *11.2.2.1. Calculo de funciones discriminantes $Z_i$*

Como fue mencionado previamente el resultado del análisis discriminante multivariado arrojará a lo sumo 4 funciones discriminantes distintas teniendo en cuenta que se segmentaron 5 grupos diferentes. Las funciones discriminantes  $Z_i$  del conjunto de ecuaciones lineales, son resultado de computar los valores y vectores propios. Para Hair et. al el valor obtenido por la función  $Z_i$  (puntaje  $Z_i$ ) es una variable métrica que permite comparar observaciones para una unidad de análisis. (Hair et al., 2005, p.296)

##### *11.2.2.2. Evaluación: diferencias entre grupos*

Para Hair et. al el siguiente paso constará en determinar la magnitud de diferencia entre grupos obtenido en términos del puntaje  $Z_i$ . (Hair et al., 2005 p.296) Esta medida indica el grado de confiabilidad de cada función y además determinará diferencias entre grupos a partir de sus centroides y el puntaje  $Z_i$  promedio de cada grupo. Según Hair et al las diferencias entre centroides podrán ser evaluadas a partir de la medida Mahalanobis  $D^2$ . (Hair et al., 2005, p.296) Esta medida puede interpretarse como la distancia existente entre cada uno de los centroides. En

---

<sup>4</sup> Estos serán los parámetros para establecer el modelo propuesto por la investigación.

este sentido entre mayor sea la medida Mahalanobis  $D^2$  habrá mayor grado de confiabilidad y se puede asumir que la discriminación entre estos grupos será más confiable. Los resultados de este análisis se observan en el anexo 19.

De los resultados obtenidos para la medida Mahalanobis  $D^2$ , se puede decir que la diferencia entre el centroide de una calificación Aaa y el resto de los centroides es significativa. Por otro lado, el centroide de una calificación más baja C no manifiesta distancia significativa hacia una calificación media-baja Ba y una calificación media no presenta distancia significativa hacia una calificación media-baja. En otras palabras, las calificaciones medias Baa, media-bajas Ba y bajas C podrán ser erróneamente calificadas. Continuando el análisis de esta información, la gráfica ilustra los centroides para las distintos segmentos de calificación utilizados en este estudio. Visualmente, es evidente que existe un conglomerado entre calificaciones que no son Aaa permitiendo deducir que existirá poco error en la calificación de una rama Aaa. Por otro lado, dentro del conglomerado de las demás calificaciones se observa que los centroides Baa y Ba (riesgo medio y medio-bajo respectivamente) se encuentran en tan poca distancia que podrán existir errores en estas calificaciones. En este sentido, estas medidas pueden verse como aproximaciones al una riesgo de modelo. Por ende, puede afirmarse que las calificaciones altas tienen menor riesgo de ser calificadas como bajas, mientras que las bajas estarán en riesgo de ser erróneamente calificadas entre ellas.

#### *11.2.2.3. Exactitud en la predicción entre categorías*

Hair et. al argumenta que para determinar la habilidad predictiva de la función discriminante, el investigador deberá construir una matriz de clasificación, la cual provee una perspectiva de significancia práctica en vez de significancia estadística. (Hair et al., 2005 p.297) En otras palabras, con esta matriz se podrá evaluar una significancia práctica en cuanto a la capacidad predictiva del conjunto de funciones discriminantes. Para esto se determina el porcentaje de clasificaciones

correctas para cada grupo y proporción de aciertos para todas las observaciones. La construcción de esta matriz implica el cálculo para el puntaje de corte o  $Z_{oc}$  para cada grupo. Para Hair et. al. Este puntaje de corte representa el punto de división para clasificar las observaciones en uno u otro grupo (Hair et al., 2005, p.297) En simples palabras, definen los rangos sobre los cuales se clasifican los puntajes  $Z_i$  (de cada observación a priori o a posteriori) en las diferentes cinco categorías. Los resultados para la matriz de clasificación se ilustran en el anexo 20. Antes de realizar el análisis sobre estos resultados, se deberá tener algún criterio sobre el cual compararlos. Hair et. al. establecen que la capacidad predictiva del análisis discriminante es dado por la proporción de aciertos, determinando antes el porcentaje que puede ser clasificado correcto por procesos aleatorios. (Hair et al., 2005, p.301) En otras palabras, se comparará la matriz anterior con el porcentaje de aciertos obtenidos de manera aleatoria utilizando la función del anexo 21. El resultado es que el total de aciertos deberá superar el 20% para que el modelo tenga una significancia práctica sobre su predicción. La matriz de clasificación enseña un porcentaje de aciertos del 54% por lo que puede concluirse que el conjunto de ecuaciones lineales podrá usarse a fin de clasificar las distintas ramificaciones de productos CDO.

En cuanto a la comparación entre grupos Hair et. al. establecen que la capacidad de clasificación debe ser por lo menos una cuarta parte mayor a los clasificados por procesos aleatorios. (Hair et al., 2005, p.301) En este sentido, el resultado de clasificaciones correctas para cada uno de los grupos deberá superar el 25%. La matriz de clasificación enseña un porcentaje que no cumple este parámetro (10% para el grupo de riesgo medio Baa) lo cual indica que el conjunto de ecuaciones lineales tendrá errores de calificación para las ramificaciones Baa. En virtud de las medidas anteriores, esto se debe a que existe el riesgo de calificación errónea de este grupo debido a la proximidad de su centroide con el centroide Ba y C. Debido a que una calificación Baa y Ba son próximos, para propósitos de este estudio no se considera el resultado del 10% un costo grande. Por

otro lado debido a que en el modelo propuesto se desea obtener una prueba más ácida, se espera que calificaciones Baa sean sub-calificadas.

### *11.2.3. Fase 5(interpretación de resultados)*

Según Hair et. al si la función discriminante es estadísticamente significativa (probada en fase 4A ) y la capacidad de clasificación es aceptable (probado parcialmente en fase 4B) entonces el investigador deberá orientar su atención hacia los resultados. (Hair et al., 2005, p.306) Con fin de aproximarse a esta interpretación se utilizan los valores propios del conjunto de funciones discriminantes. Según Manly, si un vector propio  $\lambda_i$  es mucho mayor que el valor de los demás valores propios, entonces es aparente que muchas de las diferencias son descritas solamente por la función  $Z_i$  perteneciente al valor propio. (Manly, 2005, p.111) Los resultados para valores propios del modelo propuesto pueden observar en el anexo 22. Se puede observar que en cuanto a los valores propios, un 99.79% de los datos están siendo descritos por la función  $Z_1$ . Basado en este resultado se filtrará las dimensiones de discriminación a únicamente esta función. En otras palabras, para la estructura del modelo propuesto por la investigación se utilizará la combinación lineal obtenida de la función discriminante  $Z_1$  para clasificar futuras ramificaciones de CDOs.

En una segunda instancia, se quiere saber cuáles variables son las que mejor discriminan entre los diferentes segmentos de calificaciones. Hair et. al indica que una forma de lograr esto es a través del valor para cada coeficiente de la variable independiente. (Hair et al., 2005, p.301) Para este propósito se analiza el peso o contribución de cada variable utilizada en el análisis discriminante. El conjunto de combinaciones linealmente independientes para las cuatro funciones discriminantes se exhibe en el anexo 23. De la información anterior y en virtud del análisis de valores propios, se considera únicamente la combinación lineal para la función discriminante  $Z_1$ . Se puede observar de este cuadro que el coeficiente con mayor valor (independiente del signo) es el perteneciente a la variable propuesta por la investigación: “promedio ponderado de la razón deuda



sobre valor o WLTV”. Esto indica que la variable WLTV determinará con mayor eficiencia la calificación crediticia de cualquier rama dentro de un CDO. Por otro lado, la variable que peor logra diferenciar entre grupos es el promedio ponderado de vida del activo WAL. Para Hair et. al. deberá tenerse presente que la interpretación a través de peso es análoga a la interpretación del beta en un análisis de regresión lineal y por tal está sujeto a la misma crítica. (Hair et al., 2005, p.307)

#### *11.2.4. Fase 6 (confiabilidad externa)*

La validación de resultados en un análisis discriminante es de suma importancia porque con este pueden generalizarse los resultados (validación externa). Para este fin se utilizará la validación cruzada. Para Manly, esto implica la asignación de cada observación al grupo más cercano sin que esta observación sea usada para determinar el centroide de los grupos. (Manly, 2005, p.116) En otras palabras, en una validación cruzada se utiliza la función discriminante y se agrupan nuevamente todas las observaciones. Nuevamente Hair et. al. sugiere que la validez externa será soportada cuando la proporción de aciertos exceda la proporción de aciertos asignados en un proceso aleatorio. (Hair et al., 2005, p.307) El cuadro del anexo 24 representa la proporción de aciertos para cada grupo. Nuevamente, el total de aciertos deberá superar un 20% mientras que la proporción individual deberá superar el 25%. La validación cruzada cumple con los requisitos de proporción de aciertos para el total de observaciones con un 40%. Por otro lado, las variables de riesgo bajo C y riesgo medio Baa no cumplen con el mínimo requisito de clasificación acertada al tener 16.67% y 0% respectivamente. De lo anterior puede concluirse que el análisis de discriminación tiene una validación externa del 40%, sin embargo las calificaciones bajas C y medias Baa no tienen resultados que permita confirmar su validación externa. En este sentido se expresa un riesgo de modelo para las variables C y Baa. Se espera que estas tengan riesgo de ser sobre o sub calificadas para el modelo propuesto.

### ***11.3. Comparación entre modelos***

El propósito de este punto es dar respuesta a la pregunta de investigación en determinar si el modelo propuesto será más crítico en la calificación crediticia de un CDO que el modelo empleado actualmente por Moody's. Para tal fin, se calificarán diferentes CDOs empleando ambos modelos y se compararán los resultados. Ahora bien en virtud de la hipótesis establecida se puede afirmar que: si el modelo propuesto logra hacer una evaluación más crítica (ácida) de un CDO, entonces arrojará arrojará calificaciones crediticias menores. En este sentido, se computará la proporción de calificaciones que redujeron su calificación, que mantuvieron su calificación y que aumentaron su calificación. Si el mayor porcentaje de estas proporciones pertenece a las calificaciones que redujeron su calificación, entonces deberá aceptarse la hipótesis nula, de lo contrario se aceptará la hipótesis alterna. Debido a que las 150 observaciones sobre las unidades de análisis contemplaban calificaciones crediticias, se tomarán estas como las calificaciones arrojadas por el modelo actual de Moody's.

La comparación de ambas calificaciones puede observarse en el anexo 25. Del cuadro mencionado anteriormente, se observan los porcentajes de calificación reducida, calificación mantenida y calificación aumentada por el modelo propuesto. Se determina que el modelo propuesto por la investigación mantuvo la calificación de un 54% de las observaciones y cambió un 46% de las calificaciones. De ese 46%, únicamente un 30% redujo su calificación crediticia mientras que el 16% aumentó. En virtud de estos resultados se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna. La investigación concluye que el incluir una medida de riesgo sistemático del mercado hipotecario a través del precio (WLTV), no hace más crítica la calificación de riesgo del modelo de Moody's para instrumentos CDOs.

Con base en los resultados anteriores, se realizará un último análisis para determinar si la medida del precio (WLTV) logra ser más crítica en calificaciones específicas. En otras palabras, a lo que

respecta cada grupo, se desea determinar en cuáles calificaciones se podría llegar a aceptar la hipótesis nula. Los resultados se analizan de igual manera logrando una proporción de ramificaciones que redujeron su calificación, las que mantuvieron su calificación y las que aumentaron su calificación con diferencia que se hace para cada grupo (referirse al anexo 26). De la información del anexo 26 puede apreciarse que las calificaciones Aaa y Ba se mantuvieron entre modelos con un porcentaje del 96.7% y 86.7% respectivamente. Por otro lado, el modelo propuesto difiere del empleado por Moody's en cuanto a las calificaciones Aa, Baa y C. En cuanto a las calificaciones Aa y Baa, los resultados apuntan a que sea aceptada la hipótesis nula con un porcentaje de sub-calificación del 60% y 83.3% respectivamente. Puede concluirse que el incluir una variable de riesgo sistemático a través del precio LTV hace más crítica las calificación crediticia del modelo de Moody's para las ramificaciones de un CDO con condiciones de riesgo medio-alto y medio. Finalmente, el resultado indica que la calificación C es sobre-calificada en un 63.3% de las observaciones. De los resultados anteriores y en virtud del análisis de significancia práctica, se espera que existan errores de confiabilidad para calificaciones Baa y C. Lo anterior expone el riesgo de modelo que fue previamente descrito y este debe ser considerado si se utiliza el modelo propuesto en vez del utilizado por Moody's. La principal ventaja del modelo propuesto recae en que utiliza una dimensión de riesgo de mercado a través del precio de vivienda.

## **12. Restricciones**

Como todo modelo implica: el sesgo de utilizar modelos para la evaluación de riesgo crediticio se fundamenta sus supuestos. En cuanto a lo que contempla el modelo propuesto por esta investigación se tuvieron los siguientes supuestos en términos de un CDO:

(a) El modelo aplica únicamente a un CDO de flujo de efectivo, con transacciones estáticas, cupón fijo, colateral en la misma industria (hipotecas y bienes raíz) y carente de estructuras complejas de pago.

(b) El instrumento financiero CDO se encuentra totalmente libre de riesgo idiosincrático y su exposición es única al riesgo sistemático del mercado hipotecario

(c) Existen cinco grupos diferentes de riesgo crediticio en un CDO que representan un riesgo alto, medio-alto, medio, medio-bajo y bajo.

(d) Entre mayor sea el porcentaje de capital asignado a cada ramificación, mayor será la jerarquía de la ramificación frente al resto.

(e) Si a cada rama le pertenece un porcentaje del colateral que compone un portafolio, entonces también le pertenecerá un porcentaje del índice calculado en el colateral del portafolio.

Por otro lado, en lo que contempla el método de análisis discriminante utilizado para esta investigación se asumieron los siguientes supuestos relacionados al proceso estadística y estimación de función discriminante:

(a) Existe normalidad multivariada de las variables independientes utilizadas en el modelo con dispersión y matriz de covarianza desconocidas y diferentes.

(b) No existe multicolinealidad entre las variables independientes. Esto hace referencia al grado en que una o más variables independientes estén correlacionadas.

(c) Se asume que las relaciones entre las variables independientes son de carácter lineal.

(d) No existen errores de no muestreo mientras que el error de muestreo es equivalente al 5% y confianza del 95%.

(e) Se asume una no correlación entre las diferentes funciones discriminantes resultantes.

Los supuestos restantes son aquellos mencionados en el marco teórico para el modelo de calificación crediticia de Moody's. Debido a que la investigación pretende imitar las variables del modelo descrito adicionando una única variable:

(a) Se entiende que los supuestos utilizados por Moody's para la calificación crediticia de un CDO están implícitamente inscritos en el modelo propuesto por la investigación.

Otras restricciones al modelo propuesto tienen que ver con el acceso a la información. Debido a que los instrumentos CDO son transados en un mercado extrabursátil, la información obtenida para el marco de muestreo fue limitada. Por ejemplo en el caso de Colombia solamente fueron hallados 23 productos financieros que no permiten una muestra significativa para el análisis. Adicional, las observaciones obtenidas para la muestra únicamente contemplaba aquellos instrumentos con información suficiente para deducir las variables independientes. Como fue mencionado, las observaciones rechazadas en el muestreo aleatorio debido a esta condición se observan en el apéndice 2.

### **13. Conclusiones**

El modelo propuesto por Moody's para la calificación crediticia carece de una medida sobre el riesgo sistemático adjunto al precio de la vivienda. Se conoce que el precio influye en la probabilidad de default o incumplimiento y que esta puede considerarse basándose en la medida propuesta por Basilea II: "razón deuda sobre valor o LTV". Con fin de aproximarse al modelo de Moody's se utiliza un análisis discriminante multivariado que arroja resultados de significancia estadística. Los valores propios del proceso estadístico sugieren que únicamente sea utilizado la primera función discrimine donde sus coeficientes vislumbran que la variable WLTV es la que mayor discrimina entre los grupos de alta calidad (Aaa y Aa) frente a los de baja calidad (Baa, Ba y C). Teóricamente, este resultado revela que existe un grado tal de diversificación en un portafolio CDO (con las características descritas) donde el único riesgo al que está expuesto es el riesgo sistemático del mercado hipotecario.

En virtud de la pregunta de investigación: "¿Qué estructura deberá adaptar el modelo de calificación crediticia de CDOs de Moody's para que considere un riesgo sistemático cuantificado a través del precio de la vivienda y sea más crítico en sus calificaciones?", se propone el modelo discriminante que incluye una variable asociada al precio de la vivienda. En este sentido, se

contrastaron los resultados incluyendo y no incluyendo la variable precio. Este estudio evidenció que el incluir la variable precio no hace al modelo de Moody's más crítico en la calificación crediticia. Los resultados evidencian que el modelo propuesto arrojó una calificación igual a la de Moody's en un 54%; mientras que dentro del restante 46%, un 30% de las observaciones fueron más críticas en su calificación y un 16% fue más laxa en su calificación. De los grupos establecidos, las calificaciones Aa y Baa logran ser más críticas, y el grupo C el más laxo. El resultado para las calificaciones Baa y C manifiestan riesgos de modelo concluido por su significancia práctica y confiabilidad externa. Por tal motivo, el modelo podrá usarse (asumiendo estos riesgos) si se anhela considerar dinámicas del precio de vivienda y su impacto en calificaciones crediticias.

La hipótesis alterna afirma que el incluir una medida de riesgo sistemático del mercado hipotecario a través del precio (cuantificado a través del WLTV), no hace más crítica la calificación de riesgo del modelo de Moody's para instrumentos CDOs. Esto puede deberse a que una de las variables esté contrarrestando las pérdidas asociadas al riesgo de default como por ejemplo la variable de promedio ponderado de tasa de recuperación (WARR). Esta tasa afirma que en un evento de incumplimiento quedará a salvo algún porcentaje de la deuda morosa debido a que es vendido el activo subyacente a valor de mercado. Otra razón puede ser que al menos una de las variables incluya o sea dependiente del riesgo sistémico asociado al precio como por ejemplo el promedio ponderado de factor de calificación crediticia (WARF). Debido a que esta variable es calculada con base en las calificaciones de deudas respaldadas por hipotecas MBS, alguno de los factores para estas valoraciones pueda que incluya el riesgo de precio. Finalmente, pueda que la relación entre el precio de la vivienda y el riesgo crediticio de un CDO no sea directo y por ende no se manifiesta grandes variaciones al incluir la variable precio.

En condiciones normales de mercado, el modelo de Moody's es suficiente para tomar en cuenta riesgos sistemáticos cuantificados a través de la razón deuda sobre valor promedio WLTV para instrumentos CDOs. A pesar de esto, en condiciones de estrés como en el 2008, quedó claro que el mismo modelo de Moody's no tuvo la capacidad de brindar calificaciones objetivas. Por tal motivo, inversionistas de estos instrumentos deberán tener en cuenta los riesgos asociados al modelo de Moody's. Esta investigación propuso introducir una medida de riesgo de mercado a través del precio de vivienda a fin que el modelo fuera más crítico con su valoración. El resultado de la investigación es un modelo que aproxima a una dimensión de riesgo sistemático y podrá ser usado para calificación de CDOs (por su aproximación al modelo de Moody's) siempre y cuando se asuman los riesgos y supuestos inscritos.

## 14. Referencias

Andersen, L., Sidenius J., (2005, diciembre-enero) “Extensions to the Gaussian Copula: random recovery and random factor loadings”, en *Journal of Credit Risk*, vol. I, núm.1, pp. 29-70

Archer, W. y Smith, B. (2010), *Residential Mortgage Default: The Roles of House Price Volatility, Euphoria, and the Borrower's Put Option*, Virginia, Federal Reserve Bank of Richmond.

Basel Comitee on Banking Supervision. (2016), *Revisions on the Standardised Approach for Credit Risk*, Basel, Bank for International Settlements

Bielecki, T. y Rutkowski, M. (2002), *Credit Risk: Modeling, Valuation, and Hedging*, Chicago, Springer

Cometee on the Global Financial System. (2005), *The Role of Ratings in Structured Finance: Issues and Implications*, Basel, Bank for International Settlements

Estados Unidos, Financial Crisis Inquiry Comission (2011), “The Financial Crisis Inquiry Report” [documento de trabajo].

Foote, C.; Gerardi, K. y Willen, P. (2008) *Negative Equity and Foreclosure: Theory and Evidence*, Massachussetts, Federal Reserve bank of Boston.

García, J. *et al.* (2004) “On Rating Cash Flow CDO's Using BET Technique” [en línea], disponible en:  
<http://www.geocities.ws/joaogarcia18/DexiaCreditMethodology/CDOBETCopulas74Web.pdf>, recuperado: 16 de Octubre de 2016

Hair et al. (2005), *Multivariate Data Analysis*, 6.a ed., United States of America, Pearson Prentice Hall

Hull, J. (2010), *Credit Ratings and the Securitization of Subprime Mortgage*, Federal Reserve Bank of Atlanta, Atlanta, Financial Markets Conference



Hull, J. (2015) *Options, Futures, and Other Derivatives*, 9.<sup>a</sup> ed., New Jersey, Pearson Education.

Hull, J. y White, A. (2011), *Rating, Mortgage Securitization, and the Apparent Creation of Value*.

Capítulo 7, Toronto, University of Toronto, Faculty of Economics

Johnson, P. Y Beverlin, M., (2010) “Beta Distribution” [en línea], disponible en:

<http://pj.freefaculty.org/guides/stat/Distributions/DistributionWriteups/Beta/Beta.pdf>,

recuperado: 14 de Noviembre de 2016

Kim, Y. (2008). Subprime CDO ratings and the current financial crisis: A modeling perspective.

The RMA Journal, 91(2), 48-53. Tomado de

<http://search.proquest.com/docview/209777618?accountid=13250>

Manly, B. (2005), *Multivariate Statistical Methods A primer*, 3a ed., Boca Raton, Chapman &

Hall/CRC

Moody's Investors Service. (1996), *The Binomial Expansion Method Applied to CBO/CLO*

*Analysis*, New York, Moody's Investors Service.

Moody's Investors Service. (2015), *Moody's Approach to Rating SF CDO's*, New York, Moody's

Investors Service.

Moody's Investors Service. (2016), *Rating Symbols and Definitions*, New York, Moody's Investors

Service.

Smith, D. y Winchie, P. (2010), *Cash CDO: Modelling in Excel a Step by Step Approach*, West

Sussex, CPI Antony Rowe

Walpole, R., Myers, S. y Myers, L. (2012), *Probabilidad y Estadística para ingeniería y la ciencia*,

9a ed., México, Pearson Education.

Zacks (2016), “What is a Diversity Score” [en línea], disponible en:

<http://finance.zacks.com/diversity-score-10423.html>, recuperado: 7 de Noviembre de 2016

Zill, D. (2014) *A First Course in Differential Equations With Modeling Applications*, 10a ed., Belmont, Cengage

## 15. Bibliografía

Case, K.; Shiller, R. y Weiss A. (s.f.), “Mortgage Default Risk and Real Estate Prices: The Use of Index-Based Futures and Options in Real Estate”, *New England Economic Review*, septiembre/octubre.

Davidson, A. y Levin, A. (2014), *Mortgage Valuation Models: Embedded Options, Risk, and Uncertainty*, New York, Oxford University Press.

Stoll, K. (2013), “A Stochastic U.S. House Price Model for Valuing Residential Mortgages and Other House Price Dependent Assets.” *The Journal of Fixed Income*; Winter 2013; 22, 3; ABI/INFORM Global pg. 5

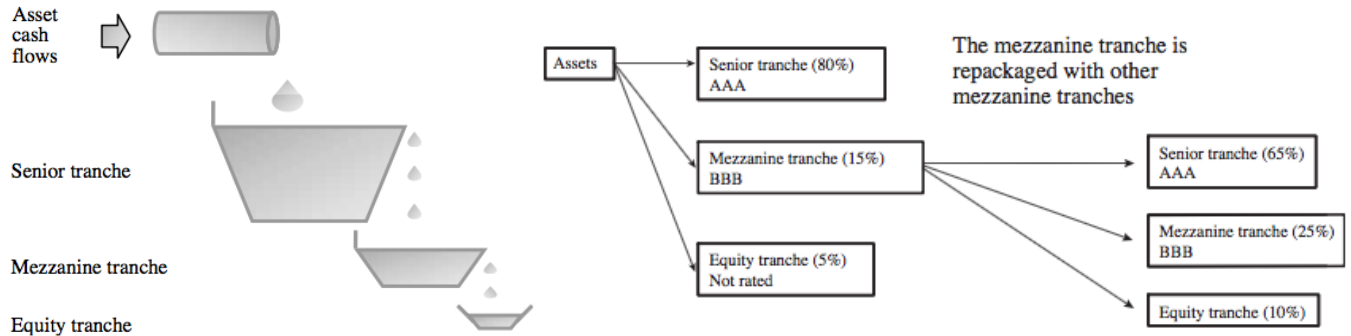
Clavijo, S.; Janna, M y Muñoz, S. (2004) “The Housing Market in Colombia: Socioeconomic and Financial Determinants”, [en línea], disponible en: <https://www.aeaweb.org/econlit/jelCodes.php>, recuperado: 11 de agosto de 2016.

Forero, E. (2004), *Evolution of Mortgage System in Colombia: From the UPAC to the UVR System*, Panamá, Unión Interamericana para la vivienda.

Lancaster, B.; Schultz, G. y Fabozzi F. (2008), *Structured Products and Related Credit Derivatives: A Comprehensive Guide for Investors*, New Jersey, John Wiley & Son

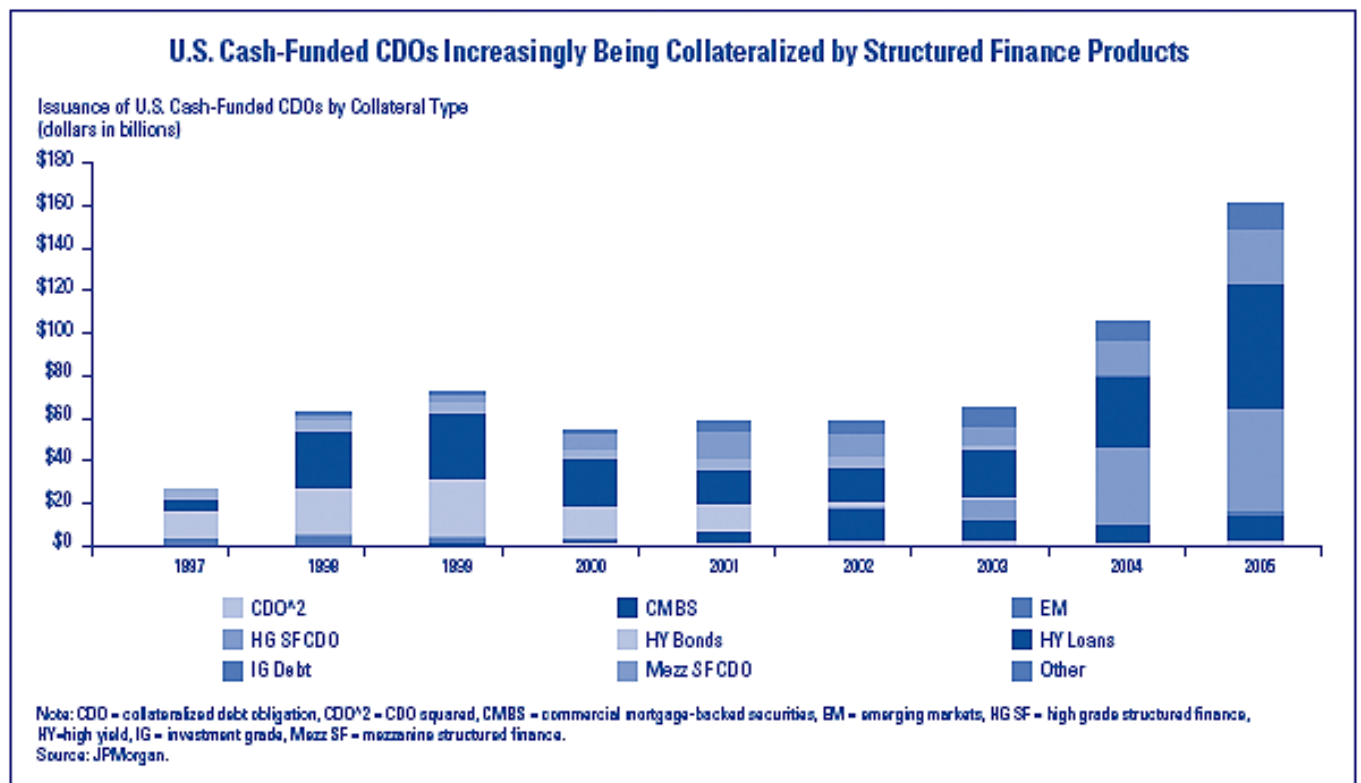
## 16. Anexos

### Anexo 1: Diseño de cascada para un MBS y CDO



Tomado de: Hull, J. (2015) *Options, Futures, and Other Derivatives*, 9.ª ed

### Anexo 2: Emisión de todas las estructuras de CDOs previos al 2008



Tomado de: [https://www.fdic.gov/bank/analytical/regional/ro20063q/na/images/NP\\_chart\\_08.gif](https://www.fdic.gov/bank/analytical/regional/ro20063q/na/images/NP_chart_08.gif)

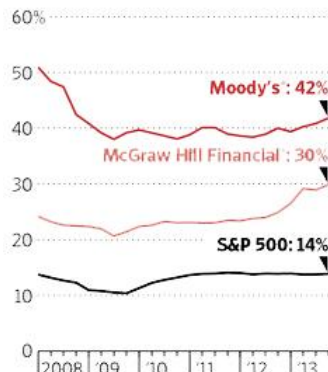
### Anexo 3: Ingresos de Moody's y S&P antes y después de la crisis financiera de 2008

#### Making the Grade | Credit raters rebound after financial crisis

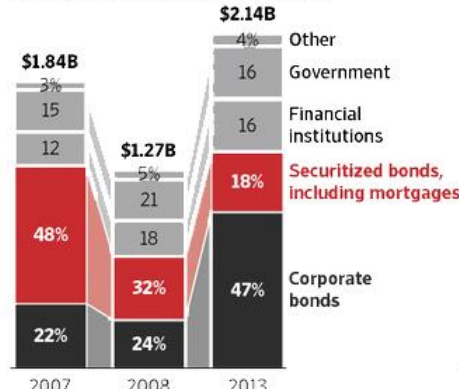
As the parent companies of credit-rating firms are recovering from the financial crisis...

...the ratings firms are evaluating more corporate bonds, which are considered safer, and fewer complex securities like the ones that were at the heart of the meltdown.

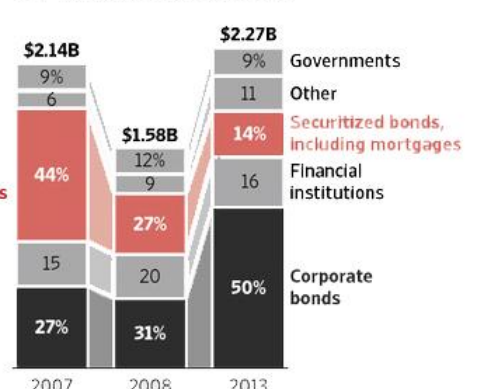
##### Operating margin



##### Moody's Investors Service revenue



##### S&P Ratings Services revenue



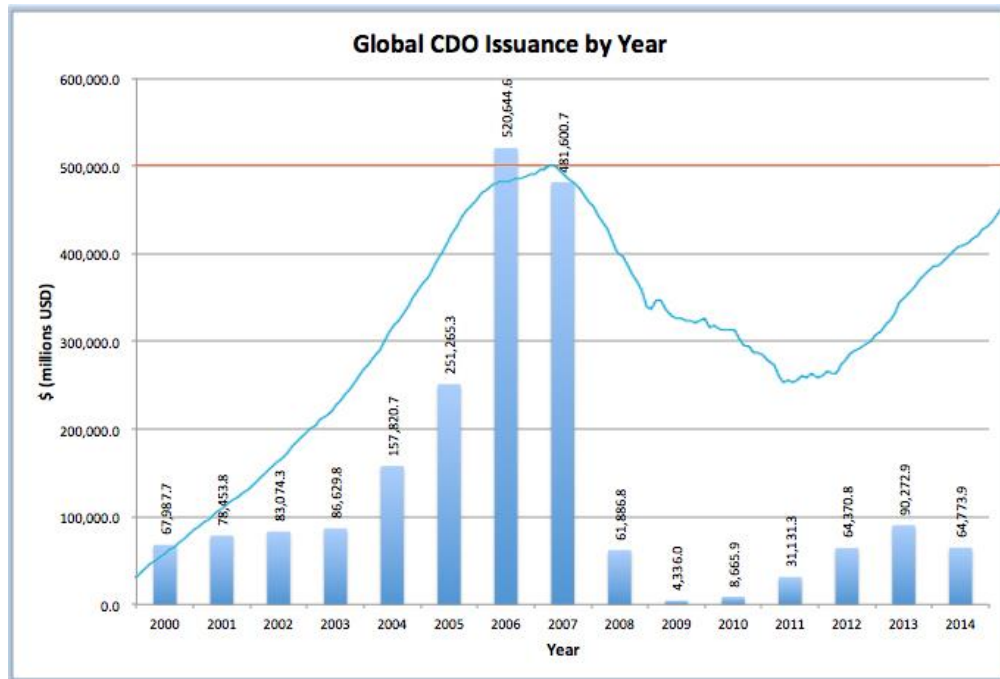
Sources: FactSet (operating margins); the companies via Credit Suisse (revenues)

Operating margins are for the credit-rating firms' parent companies

The Wall Street Journal

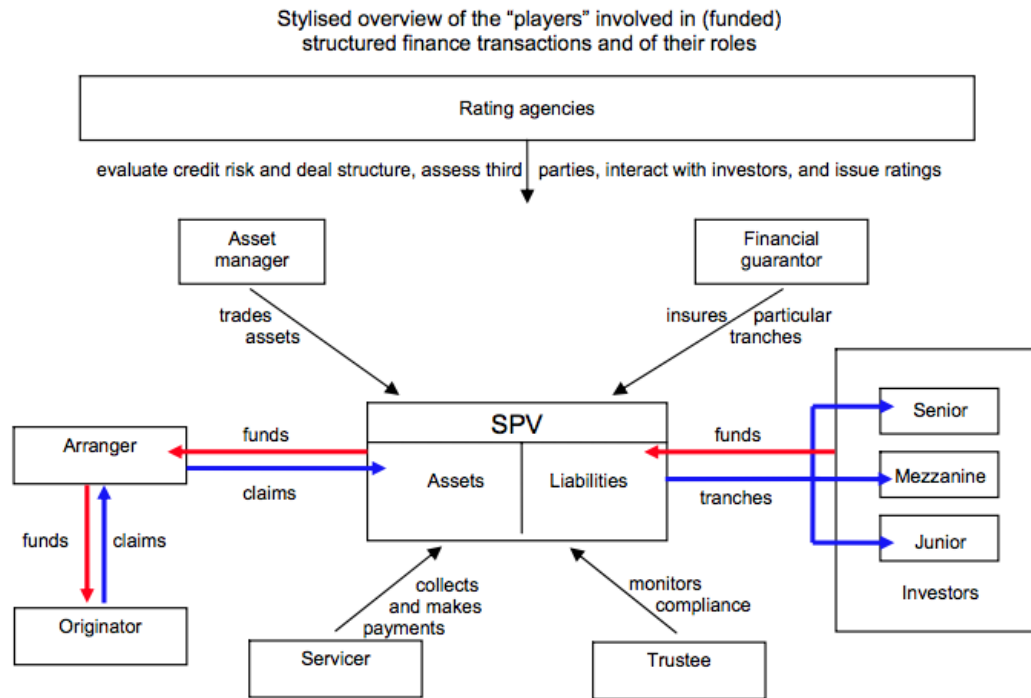
Tomado de: <http://www.wsj.com/articles/SB10001424052702304788404579519794104923278>

### Anexo 4: Comparación precio de vivienda frente a emisión de CDOs



Tomado de: <http://4.bp.blogspot.com/-yuvfHKZpm94/U-o74IJxGjI/AAAAAAAAANzw/KGwlngZSgrw/s1600/Screen%2BShot%2B2014-08-12%2Bat%2B1.07.28%2BPM.png>

## Anexo 5: Participantes del mercado de CDO



Source: Working Group.

Tomado de: Cometeo on the Global Financial System. (2005), *The Role of Ratings in Structured Finance: Issues and Implications*

## Anexo 6: Supuestos sobre tasas de recuperación usado por Moody's Investor Services

EXHIBIT 4

### All SF Categories (excluding CMBS and SF CDOs\*)

	Min %	Max %	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa	Ca/C**
Most Senior Tranches	50.0%	100.0%	65.0%	60.0%	60.0%	60.0%	45.0%	45.0%	30.0%	0.0%
	10.0%	50.0%	40.0%	35.0%	35.0%	25.0%	25.0%	25.0%	0.0%	0.0%
Non-most Senior Tranches	5.0%	10.0%	25.0%	20.0%	20.0%	15.0%	15.0%	15.0%	0.0%	0.0%
	0.0%	5.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

Tomado de: Moody's Investors Service. (2015), *Moody's Approach to Rating SF CDO's*, New York, Moody's Investors Service.

**Anexo 7: Fórmula de desviación estándar para tasas de recuperación según Moody's Investor Services**

$$\text{St. Dev} = \sqrt{RR * (1 - RR)} * 70\% \text{ (RR stands for the recovery rate mean assumption)}$$

Tomado de: Moody's Investors Service. (2015), *Moody's Approach to Rating SF CDO's*, New York, Moody's Investors Service.

**Anexo 8: Fórmula de probabilidad de incumplimiento según Moody's Investor Services**

$$(1) DP = EL/(1-RR)$$

where EL = Idealized Expected Loss (current rating, weighted average life (WAL))

» DP = Default Probability

» RR = Recovery Rate mean value (initial rating, initial thickness, sector type)

Tomado de: Moody's Investors Service. (2015), *Moody's Approach to Rating SF CDO's*, New York, Moody's Investors Service

**Anexo 9: Tasas de pérdidas esperadas acumuladas según Moody's Investor Services**

Rating	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Aaa	0,00003%	0,00011%	0,00039%	0,00099%	0,00160%	0,00220%	0,00286%	0,00353%	0,00451%	0,00550%
Aa1	0,00031%	0,00165%	0,00550%	0,01155%	0,01705%	0,02310%	0,02970%	0,03685%	0,04510%	0,05500%
Aa2	0,00075%	0,00440%	0,01430%	0,02585%	0,03740%	0,04850%	0,06105%	0,07425%	0,09020%	0,11000%
Aa3	0,00161%	0,01045%	0,03245%	0,05555%	0,07810%	0,10065%	0,12485%	0,14960%	0,17985%	0,22000%
A1	0,00320%	0,02035%	0,06435%	0,10395%	0,14355%	0,18150%	0,22330%	0,26400%	0,31515%	0,38500%
A2	0,00598%	0,03850%	0,12210%	0,18975%	0,25685%	0,32065%	0,39050%	0,45595%	0,54010%	0,66000%
A3	0,02137%	0,08250%	0,19800%	0,29700%	0,40150%	0,50050%	0,61050%	0,71500%	0,83600%	0,99000%
Baa1	0,04950%	0,15400%	0,30800%	0,45650%	0,60500%	0,75350%	0,91850%	1,08350%	1,24850%	1,43000%
Baa2	0,09350%	0,25850%	0,45650%	0,66000%	0,86900%	1,08350%	1,32550%	1,56750%	1,78200%	1,98000%
Baa3	0,23100%	0,57750%	0,94050%	1,30900%	1,67750%	2,03500%	2,38150%	2,73350%	3,06350%	3,35500%
Ba1	0,47850%	1,11100%	1,72150%	2,31000%	2,90400%	3,43750%	3,88300%	4,33950%	4,77950%	5,17000%
Ba2	0,85800%	1,90850%	2,84900%	3,74000%	4,62550%	5,37350%	5,88500%	6,41300%	6,95750%	7,42500%
Ba3	1,54550%	3,03050%	4,32850%	5,38450%	6,52300%	7,41950%	8,04100%	8,64050%	9,19050%	9,71300%
B1	2,57400%	4,60900%	6,36900%	7,61750%	8,86600%	9,83950%	10,52150%	11,12650%	11,68200%	12,21000%
B2	3,98000%	6,41850%	8,55250%	9,97150%	11,39050%	12,45750%	13,20550%	13,83250%	14,42100%	14,96000%
B3	6,39100%	9,13550%	11,56650%	13,22200%	14,87750%	16,06000%	17,05000%	17,91900%	18,57900%	19,19500%
Caa	14,30000%	17,87500%	21,45000%	24,13400%	26,81250%	28,60000%	30,38750%	32,17500%	33,96250%	35,75000%

Source: The Binomial Expansion Method Applied to CBO/CLO Analysis, December 13, 1996, Moody's Investor Services

Tomado de: Moody's Investors Service. (1996), *The Binomial Expansion Method Applied to CBO/CLO Analysis*, New York, Moody's Investors Service

## Anexo 10: Factores de estrés agregados según Moody's Investor Services

Moody's Sector Code	Sector Name	Aaa	Non-Aaa
136	ABS - Consumer - Cons.ABS - Auto	6	2
137	ABS - Consumer - Cons.ABS - Credit Card and other Consumer Unsecured Loans	6	2
138	ABS - Consumer - Cons.ABS - Student Loans	6	2
139	ABS - Consumer - RMBS - Prime	6	2
140	ABS - Consumer - RMBS - Subprime	6	2
141	ABS - Consumer - RMBS - CDO of RMBS	12	4
142	ABS - Consumer - RMBS - Manufactured Housing	6	2
143	ABS - Consumer - Div.SF.CDO - CDO of SF - Diversified	12	4
152	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Credit Tenant Lease	6	2
153	ABS - Corporate - CRE - CRE CDO	12	4
154	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Diversified	6	2
155	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Office	6	2
156	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Retail	6	2
157	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Hotel	6	2
158	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Industrial	6	2
159	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Nursing Home	6	2
160	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Residential/Multi-Family	6	2
161	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Warehouse / Self-storage	6	2
162	ABS - Corporate - CRE - CMBS - Healthcare	6	2
163	ABS - Corporate - Specific - Tax Lien	6	2
164	ABS - Corporate - Specific - Mutual Fund Fees	6	2
165	ABS - Corporate - Specific - Structured Settlement	6	2
166	ABS - Corporate - Specific - Utility Stranded Cost	6	2
167	ABS - Corporate - Specific - Big Ticket Lease	6	2
168	ABS - Corporate - Specific - IP (including Entertainment Royalties)	6	2
169	ABS - Corporate - Specific - Dealer's Floorplan	6	2
170	ABS - Corporate - Specific - Tobacco Bonds	6	2
171	ABS - Corporate - Corp.CDO - Market Value CDO & CDO^2	12	4
172	ABS - Corporate - Corp.CDO - CDO exposed to IG	6	2
173	ABS - Corporate - Corp.CDO - CDO exposed to HY	6	2
174	ABS - Corporate - Corp.CDO - CDO exposed to EM	6	2
175	ABS - Corporate - Corp.CDO - ABS or CDO exposed to SME risk	6	2
176	ABS - Corporate - Corp.CDO - CDO - Franchise Loans	6	2

Tomado de: Moody's Investors Service. (2015), *Moody's Approach to Rating SF CDO's*, New York, Moody's Investors Service.

## Anexo 11: Fórmula de probabilidad binomial

The diagram shows the binomial probability formula  $P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$  with red arrows pointing to specific parts and text boxes explaining them:

- An arrow points to  $n!$  with the text: "This starts the count of number of ways event can occur."
- An arrow points to  $(n-x)!$  with the text: "This ends the count of number of ways event can occur."
- An arrow points to  $x!$  with the text: "This deletes duplications."
- An arrow points to  $p^x$  with the text: "This is the probability of success for x trials."
- An arrow points to  $q^{n-x}$  with the text: "This is the probability of failure for the x trials."

Tomado de: <http://www.mathnstuff.com/math/spoken/here/2class/90/binom1.gif>

## Anexo 12: Fórmula de pérdidas acumuladas para ramificaciones según Moody's Investor Services

$$(3) \quad EL = \sum_{j=0}^D P_j L_j$$

where  $P_j$  = the probability that scenario  $j$  will occur, as given by the CBET

$L_j$  = the percentage loss to the tranche in scenario  $j$

We define the loss as the shortfall in the present value of cash flows to the tranche relative to the present value of the promised cash flows. Thus

$$(4) \quad L_j = \max\left(0, \frac{PV_{promised} - PV_j}{PV_{promised}}\right)$$

Tomado de: Moody's Investors Service. (2015), *Moody's Approach to Rating SF CDO's*, New York, Moody's Investors Service.

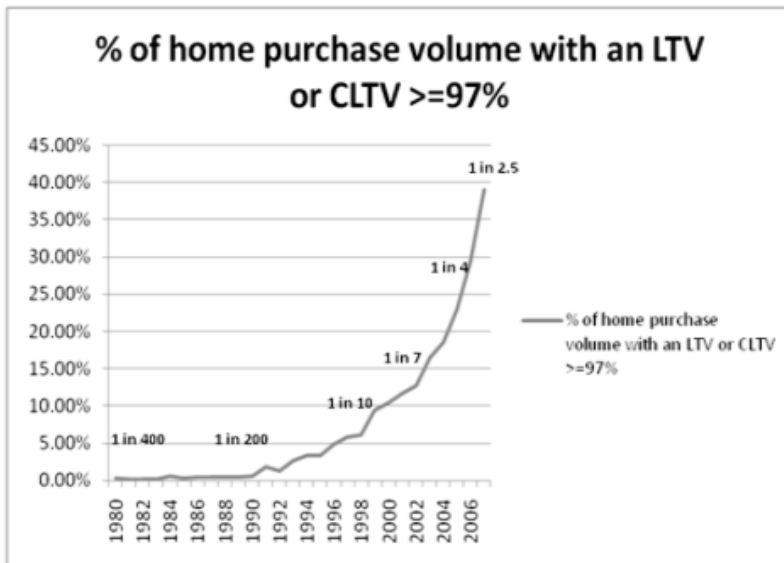


## Anexo 13: Descripción de calificaciones crediticias según Moody's Investor Services

Global Long-Term Rating Scale	
<b>Aaa</b>	Obligations rated Aaa are judged to be of the highest quality, subject to the lowest level of credit risk.
<b>Aa</b>	Obligations rated Aa are judged to be of high quality and are subject to very low credit risk.
<b>A</b>	Obligations rated A are judged to be upper-medium grade and are subject to low credit risk.
<b>Baa</b>	Obligations rated Baa are judged to be medium-grade and subject to moderate credit risk and as such may possess certain speculative characteristics.
<b>Ba</b>	Obligations rated Ba are judged to be speculative and are subject to substantial credit risk.
<b>B</b>	Obligations rated B are considered speculative and are subject to high credit risk.
<b>Caa</b>	Obligations rated Caa are judged to be speculative of poor standing and are subject to very high credit risk.
<b>Ca</b>	Obligations rated Ca are highly speculative and are likely in, or very near, default, with some prospect of recovery of principal and interest.
<b>C</b>	Obligations rated C are the lowest rated and are typically in default, with little prospect for recovery of principal or interest.
<p>Note: Moody's appends numerical modifiers 1, 2, and 3 to each generic rating classification from Aa through Caa. The modifier 1 indicates that the obligation ranks in the higher end of its generic rating category; the modifier 2 indicates a mid-range ranking; and the modifier 3 indicates a ranking in the lower end of that generic rating category. Additionally, a "(hyb)" indicator is appended to all ratings of hybrid securities issued by banks, insurers, finance companies, and securities firms.*</p> <p>Note: For more information on long-term ratings assigned to obligations in default, please see the definition "Long-Term Credit Ratings for Defaulted or Impaired Securities" in the Other Definitions section of this publication.</p> <p>* By their terms, hybrid securities allow for the omission of scheduled dividends, interest, or principal payments, which can potentially result in impairment if such an omission occurs. Hybrid securities may also be subject to contractually allowable write-downs of principal that could result in impairment. Together with the hybrid indicator, the long-term obligation rating assigned to a hybrid security is an expression of the relative credit risk associated with that security.</p>	

Tomado de: Moody's Investors Service. (2016), *Rating Symbols and Definitions*, New York, Moody's Investors Service.

**Anexo 14:** Índice de deuda sobre valor LTV en años anteriores a la crisis

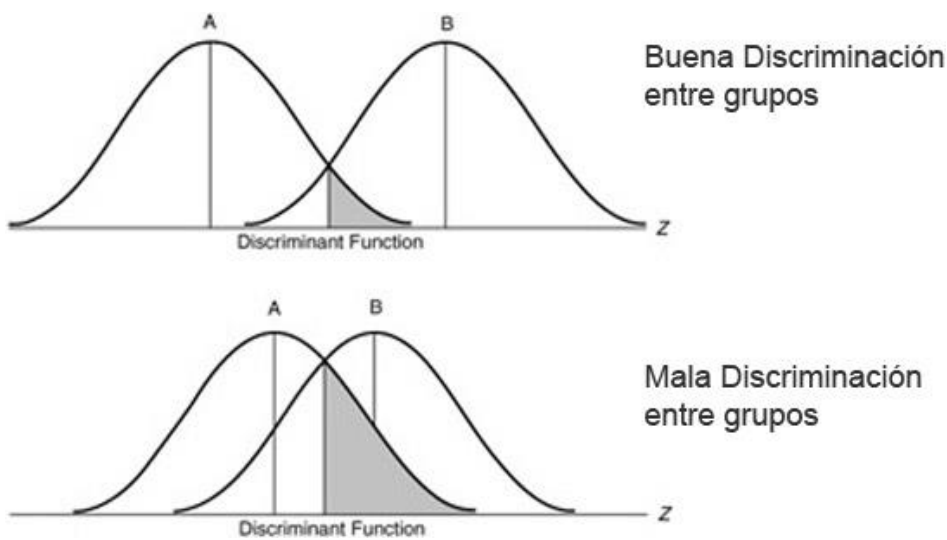


\*Fannie's percentage of home purchase loans with an LTV or CLTV  $\geq 97\%$  used as the proxy for conventional loans.

Sources: FHA 2009 Actuarial Study, and HUD's Office of Policy Development and Research - Profiles of GSE Mortgage Purchases in 1999 and 2000, in 2001-2004, and in 2005-2007, and Fannie's 2007 10-K. Compiled by Edward Pinto.

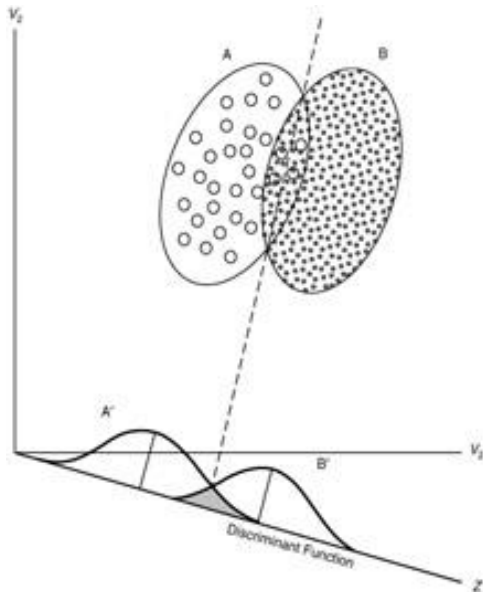
Tomado de: Estados Unidos, Financial Crisis Inquiry Commission (2011), "The Financial Crisis Inquiry Report" [documento de trabajo].

**Anexo 15:** Distancia entre centroides en un análisis discriminante



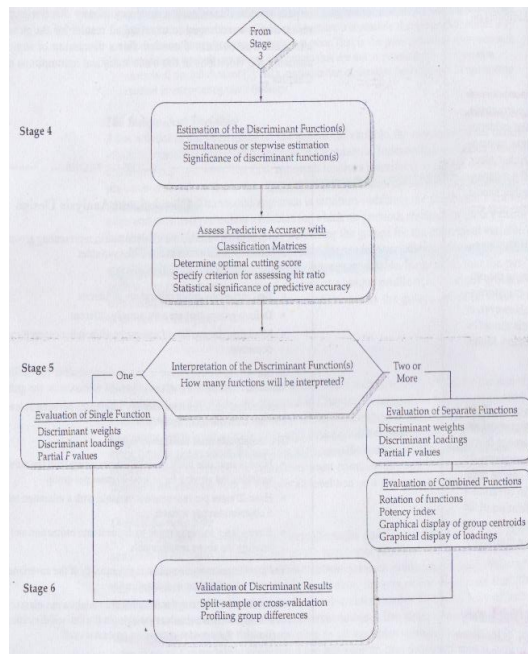
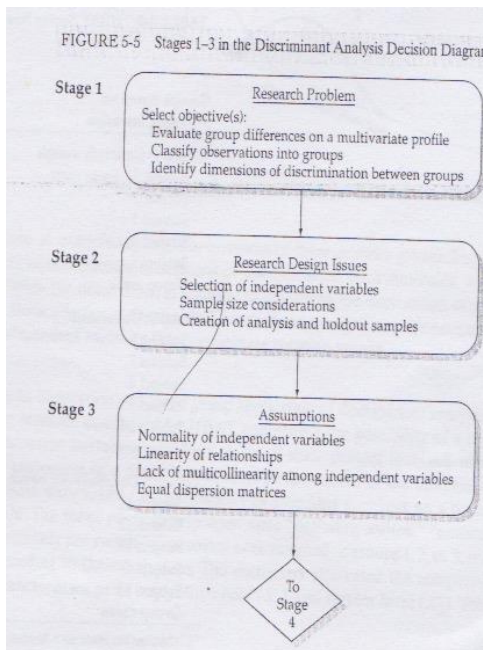
Tomado de: [http://flylib.com/books/3/195/1/html/2/images/fig155\\_01.jpg](http://flylib.com/books/3/195/1/html/2/images/fig155_01.jpg)

## Anexo 16: Dimensión de discriminación entre grupos



Tomado de: [http://flylib.com/books/3/195/1/html/2/images/fig130\\_01.jpg](http://flylib.com/books/3/195/1/html/2/images/fig130_01.jpg)

## Anexo 17: Etapas de un análisis discriminante según Hair et al.



Tomado de: Hair et al. (2005), *Multivariate Data Analysis*, 6.a ed., United States of America, Pearson Prentice Hall

**Anexo 18:** Pruebas de hipótesis de significancia estadística

Prueba Lambda de Wilks:		Traza de Pillai:	
Lambda	0.054	Traza	0.978
F (Valor observado)	26.767	F (Valor observado)	7.717
F (Valor crítico)	1.540	F (Valor crítico)	1.536
GL1	24	GL1	24
GL2	490	GL2	572
valor-p	< 0,0001	valor-p	< 0,0001
alfa	0.05	alfa	0.05

Traza de Hotelling-Lawley:		Raíz más grande de Roy:	
Traza	17.017	Raíz	16.981
F (Valor observado)	98.457	F (Valor observado)	404.725
F (Valor crítico)	1.551	F (Valor crítico)	2.163
GL1	24	GL1	6
GL2	322	GL2	143
valor-p	< 0,0001	valor-p	< 0,0001
alfa	0.05	alfa	0.05

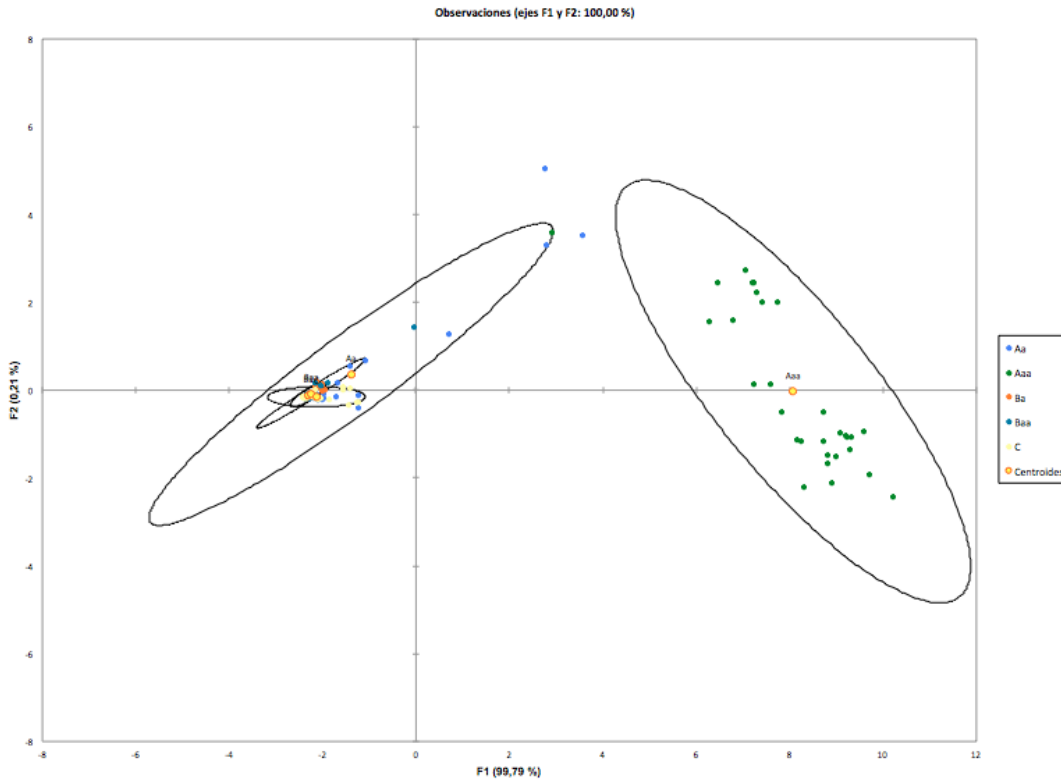
Descripción: debido a que el valor- $p$  es menor al nivel de significancia (0.05) se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna. Concluyendo que existe significancia estadística en los resultados

**Anexo 19:** Resultado de la distancias de Mahalanobis y gráfico de centroides

Distancias de Mahalanobis:					
	Aa	Aaa	Ba	Baa	C
Aa	0	141.019	66.301	41.750	79.493
Aaa	1190.291	0	36945.671	20303.033	2216.310
Ba	1.257	181.084	0	0.038	0.938
Baa	1.134	177.859	0.750	0	1.604
C	0.265	175.748	14.703	8.667	0

Descripción: La diferencia entre el centroide de una calificación Aaa y el resto de los centroides es significativa. Por otro lado, el centroide de una calificación más baja C no manifiesta distancia significativa hacia una calificación media-baja Ba y una calificación media no presenta distancia significativa hacia una calificación media-baja.

**Anexo 19.1. Gráfico de las observaciones y centroides de cada grupo**



Descripción: existe un conglomerado entre calificaciones que no son Aaa permitiendo deducir que existirá poco error en la calificación de una rama Aaa

**Anexo 20:** Matriz de confusión para la muestra de estimación

Matriz de confusión para la muestra de estimación:			
de \ a	% correcto		
Aa	40.00%		
Aaa	96.67%		
Ba	86.67%		
Baa	10.00%		
C	36.67%		
Total	54.00%		

Descripción: La matriz de clasificación enseña un porcentaje de aciertos del 54% por lo que puede concluirse que el conjunto de ecuaciones lineales podrá usarse a fin de clasificar las distintas ramificaciones de productos CDO

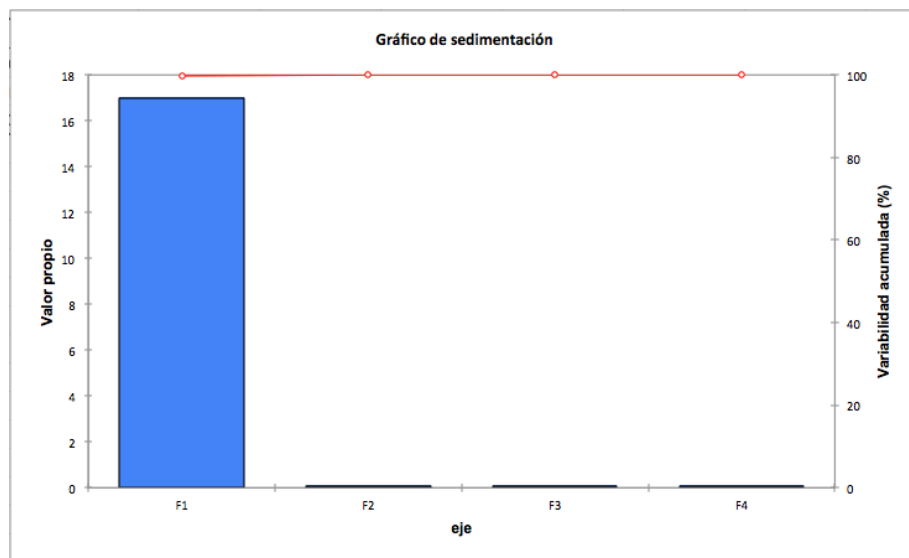
**Anexo 21:** Función de asignación de grupo aleatoria según Hul et al.

$$C_{equal} = \frac{1}{\text{Number of Groups}}$$

Tomado de: Hair et al. (2005), *Multivariate Data Analysis*, 6.a ed., United States of America, Pearson Prentice Hall p. 301

**Anexo 22:** Valores propios y gráfica de porcentaje de acumulado para cada valor

Valores propios:				
	F1	F2	F3	F4
Valor propio	16.981	0.035	0.000	0.000
Discriminación (%)	99.793	0.206	0.001	0.000
% acumulado	99.793	99.999	100.000	100.000



Descripción: Se puede observar que en cuanto a los valores propios, un 99.79% de los datos están siendo descritos por la función  $Z_1$

**Anexo 23:** Coeficientes para cada variable dentro de las funciones discriminantes

Coeficientes estandarizados de las funciones discriminantes canónicas:				
	F1	F2	F3	F4
WAL	-0.020	-0.122	-0.466	0.845
WAC	0.039	0.065	-0.607	-0.700
WARF	0.489	-0.883	0.015	-0.267
WARR	0.328	1.512	-0.744	-0.308
DS	-0.036	-0.040	-0.347	0.165
WLTV	0.538	-1.052	1.348	0.720

Descripción: Se puede observar de este cuadro que el coeficiente con mayor valor (independiente del signo) es el perteneciente a la variable propuesta por la investigación: “promedio ponderado de la razón deuda sobre valor o WLTV”.

**Anexo 24:** Matriz de confusión para resultados de la validación cruzada

Matriz de confusión para los resultados de validación cruzada:							
de \ a	Aa	Aaa	Ba	Baa	C	Total	% correcto
Aa	8	4	8	0	10	30	26.67%
Aaa	1	29	0	0	0	30	96.67%
Ba	1	0	18	9	2	30	60.00%
Baa	3	0	24	0	3	30	0.00%
C	5	0	16	4	5	30	16.67%
Total	18	33	66	13	20	150	40.00%

La validación cruzada cumple con los requisitos de proporción de aciertos para el total de observaciones con un 40%. Por otro lado, las variables de riesgo bajo C y riesgo medio Baa no cumplen con el mínimo requisito de clasificación acertada al tener 16.67% y 0% respectivamente.



**Anexo 25:** Prueba de hipótesis del modelo propuesto

TOTAL	150.00	150.00	45.00	81.00	24.00
TOTAL %			30.00%	54.00%	16.00%

En virtud de estos resultados se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

**Anexo 26:** Prueba de hipótesis del modelo propuesto para cada grupo

de \ a	Aa		Aaa		Ba		Baa	
Aa	12	40.0%	0	0.0%	8	26.7%	0	0.0%
Aaa	1	3.3%	29	96.7%	0	0.0%	0	0.0%
Ba	0	0.0%	0	0.0%	26	86.7%	3	10.0%
Baa	2	6.7%	0	0.0%	24	80.0%	3	10.0%
C	0	0.0%	0	0.0%	16	53.3%	3	10.0%
Total	15		29		74		9	

C		Total	% incorrecto	% Bajó	% Mantuvo	% Subió
10	33%	30	60.00%	60.00%	40.00%	0.00%
0	0%	30	3.33%	3.33%	96.67%	0.00%
1	3%	30	13.33%	3.33%	86.67%	10.00%
1	3%	30	90.00%	83.33%	10.00%	6.67%
11	37%	30	63.33%	0.00%	36.67%	63.33%
23		150	46.00%			

Descripción: Puede concluirse que el incluir una variable de riesgo sistemático a través del precio LTV hace más crítica las calificación crediticia del modelo de Moody's para las ramificaciones de un CDO con condiciones de riesgo medio-alto y medio.

## 17. Apéndices

### Apéndice 1: Marco de muestreo

Deal Name	Type	Issue Date	Expiration Date	Currency	Lead Mgr
BOMFT 2016-LT1	CMO	10/12/16	10/28/16	US	WFS
BPMHL 2016-1	CMO	07/29/16	07/29/16	US	BPCE
CAS 2016-C04	CMO	07/19/16	07/28/16	US	Jnt
CAS 2016-C05	CMO	08/02/16	08/10/16	US	JPM, WFS
CHASE 2016-2	CMO	07/19/16	07/28/16	US	JPM
CHFA 2016-II	CMO	TBA	07/20/16	US	JEF
CHFA 2016-III	CMO	TBA	08/31/16	US	JEF
CHFA 2016-IV	CMO	09/15/16	09/29/16	US	JEF
CHYNG 2016-1	CMO	07/01/16	07/13/16	US	CTCS, CCB
CIM 2016-4	CMO	10/21/16	10/25/16	US	NS, CS...
CIM 2016-5	CMO	10/21/16	10/25/16	US	NS
COLT 2016-2	CMO	09/09/16	09/15/16	US	CS
DCDML 2016-1	CMO	10/20/16	11/07/16	US	GSI
DKFLD 2	CMO	09/08/16	09/26/16	US	RBS
DRMP 2	CMO	TBA	10/26/16	US	RBS
DRMT 2016-1A	CMO	07/28/16	07/28/16	US	NSI, CS
FELDS 2016-1	CMO	TBA	11/09/16	US	CTGL, CSE...
FHR 4597	CMO	06/20/16	07/29/16	US	MS
FHR 4598	CMO	06/23/16	07/29/16	US	JPM
FHR 4599	CMO	06/23/16	07/29/16	US	GS
FHR 4600	CMO	06/28/16	07/29/16	US	WFS
FHR 4601	CMO	07/01/16	07/29/16	US	BAML
FHR 4602	CMO	07/12/16	07/29/16	US	NSI
FHR 4603	CMO	07/13/16	07/29/16	US	CITG
FHR 4604	CMO	07/19/16	08/31/16	US	MS
FHR 4605	CMO	07/21/16	08/30/16	US	JPM
FHR 4606	CMO	07/21/16	08/30/16	US	CITG
FHR 4607	CMO	07/26/16	08/30/16	US	BAML
FHR 4608	CMO	07/27/16	08/30/16	US	WFS
FHR 4609	CMO	07/28/16	08/31/16	US	NSI
FHR 4610	CMO	08/01/16	08/31/16	US	CS
FHR 4611	CMO	08/09/16	08/30/16	US	GS

FHR 4612	CMO	08/19/16	09/30/16	US	WFS
FHR 4613	CMO	08/19/16	09/30/16	US	CITG
FHR 4614	CMO	08/23/16	09/30/16	US	MS
FHR 4615	CMO	08/24/16	09/30/16	US	CS
FHR 4616	CMO	08/25/16	09/30/16	US	BAML
FHR 4617	CMO	09/06/16	09/30/16	US	JPM
FHR 4618	CMO	09/19/16	09/30/16	US	NSI
FHR 4619	CMO	TBA	10/31/16	US	JPM
FHR 4620	CMO	09/21/16	10/31/16	US	CITG
FHR 4622	CMO	TBA	10/31/16	US	WFS
FHR 4623	CMO	TBA	10/31/16	US	CS
FHR 4624	CMO	TBA	10/31/16	US	BAML
FHR 4625	CMO	10/13/16	10/31/16	US	BNPP
FHR 4626	CMO	10/18/16	10/31/16	US	GS
FHR 4628	CMO	TBA	11/30/16	US	WFS
FHS 351	CMO	06/30/16	07/28/16	US	JPM
FHS 352	CMO	10/04/16	10/28/16	US	NSI
FKMF 2016-R1	CMO	09/01/16	09/07/16	US	RJA
FKMF 2016-R2	CMO	10/01/16	10/28/16	US	RJA
FMACB 2016-3	CMO	09/29/16	10/10/16	US	WBC, NAB...
FNR 2016-48	CMO	07/01/16	07/29/16	US	JPM
FNR 2016-49	CMO	07/01/16	07/29/16	US	CITG
FNR 2016-50	CMO	07/14/16	07/29/16	US	BAML
FNR 2016-51	CMO	07/01/16	07/29/16	US	NSI
FNR 2016-52	CMO	07/02/16	07/29/16	US	WFS
FNR 2016-53	CMO	07/02/16	07/29/16	US	AM
FNR 2016-54	CMO	07/02/16	07/29/16	US	MS
FNR 2016-55	CMO	07/01/16	07/29/16	US	CS
FNR 2016-56	CMO	07/01/16	07/29/16	US	MIZU
FNR 2016-57	CMO	07/17/16	07/29/16	US	GS
FNR 2016-58	CMO	07/01/16	07/29/16	US	BNPP
FNR 2016-59	CMO	08/01/16	08/31/16	US	GS
FNR 2016-60	CMO	08/01/16	08/31/16	US	JPM
FNR 2016-61	CMO	08/15/16	08/30/16	US	MIZU
FNR 2016-62	CMO	08/01/16	08/31/16	US	CS
FNR 2016-63	CMO	08/01/16	08/31/16	US	MS

FNR 2016-64	CMO	08/01/16	08/31/16	US	CITG
FNR 2016-65	CMO	08/01/16	08/31/16	US	NSI
FNR 2016-66	CMO	08/01/16	08/31/16	US	WFS
FNR 2016-67	CMO	08/16/16	08/30/16	US	BAML
FNR 2016-68	CMO	09/01/16	09/30/16	US	JPM
FNR 2016-69	CMO	09/01/16	09/30/16	US	CITG
FNR 2016-70	CMO	09/01/16	09/30/16	US	MS
FNR 2016-71	CMO	09/01/16	09/30/16	US	NSI
FNR 2016-72	CMO	09/01/16	09/30/16	US	GS
FNR 2016-73	CMO	09/01/16	09/30/16	US	WFS
FNR 2016-74	CMO	09/26/16	09/30/16	US	CS
FNR 2016-75	CMO	09/01/16	09/30/16	US	BAML
FNR 2016-76	CMO	09/01/16	09/30/16	US	BNPP
FNR 2016-77	CMO	09/15/16	09/30/16	US	MIZU
FNR 2016-78	CMO	10/01/16	10/31/16	US	JPM
FNR 2016-79	CMO	10/01/16	10/31/16	US	CS
FNR 2016-80	CMO	10/01/16	10/31/16	US	WFS
FNR 2016-81	CMO	10/01/16	10/31/16	US	GS
FNR 2016-82	CMO	10/17/16	10/31/16	US	BAML
FNR 2016-83	CMO	10/01/16	10/31/16	US	CITG
FNR 2016-84	CMO	10/18/16	10/31/16	US	BNPP
FNR 2016-85	CMO	10/01/16	10/31/16	US	MS
FNR 2016-86	CMO	10/14/16	10/28/16	US	MIZU
FNR 2016-87	CMO	10/18/16	10/31/16	US	NSI
FNR 2016-88	CMO	TBA	11/30/16	US	CITG
FNR 2016-91	CMO	TBA	11/30/16	US	NSI
FSQ 2016-2	CMO	09/30/16	10/13/16	US	DBS, MELI...
FSTNT 12	CMO	09/28/16	10/12/16	US	CTGL, DBS...
FWLS 2016-SC01	CMO	07/20/16	07/26/16	US	BAML, BCG
GNR 2016-100	CMO	07/22/16	07/29/16	US	MIZU
GNR 2016-101	CMO	07/22/16	07/29/16	US	NSI
GNR 2016-103	CMO	08/23/16	08/30/16	US	WFS
GNR 2016-104	CMO	08/23/16	08/30/16	US	MS
GNR 2016-107	CMO	08/23/16	08/30/16	US	BAML
GNR 2016-108	CMO	08/23/16	08/30/16	US	CITG
GNR 2016-109	CMO	08/23/16	08/30/16	US	CS

GNR 2016-111	CMO	08/23/16	08/30/16	US	GS
GNR 2016-112	CMO	08/23/16	08/30/16	US	JPM
GNR 2016-114	CMO	08/23/16	08/30/16	US	MIZU
GNR 2016-115	CMO	08/23/16	08/30/16	US	NSI
GNR 2016-116	CMO	09/23/16	09/30/16	US	WFS
GNR 2016-117	CMO	09/23/16	09/30/16	US	BNPP
GNR 2016-118	CMO	09/23/16	09/30/16	US	GS
GNR 2016-120	CMO	09/23/16	09/30/16	US	CITG
GNR 2016-121	CMO	09/23/16	09/30/16	US	CS
GNR 2016-122	CMO	09/23/16	09/30/16	US	MIZU
GNR 2016-123	CMO	09/23/16	09/30/16	US	NSI
GNR 2016-124	CMO	09/23/16	09/30/16	US	MS
GNR 2016-126	CMO	09/23/16	09/30/16	US	BAML
GNR 2016-129	CMO	09/23/16	09/30/16	US	JPM
GNR 2016-134	CMO	10/24/16	10/28/16	US	WFS
GNR 2016-135	CMO	TBA	10/28/16	US	JPM
GNR 2016-136	CMO	TBA	10/28/16	US	CS
GNR 2016-138	CMO	10/24/16	10/28/16	US	MS
GNR 2016-139	CMO	TBA	09/30/16	US	NSI
GNR 2016-141	CMO	TBA	10/31/16	US	BAML
GNR 2016-145	CMO	TBA	10/31/16	US	BNPP
GNR 2016-146	CMO	10/24/16	10/28/16	US	CITG
GNR 2016-147	CMO	10/24/16	10/28/16	US	MIZU
GNR 2016-148	CMO	10/24/16	10/28/16	US	GS
GNR 2016-153	CMO	TBA	11/30/16	US	MS
GNR 2016-154	CMO	TBA	11/30/16	US	JPM
GNR 2016-159	CMO	TBA	11/30/16	US	BAML
GNR 2016-88	CMO	07/22/16	07/29/16	US	JPM
GNR 2016-89	CMO	07/22/16	07/29/16	US	WFS
GNR 2016-90	CMO	07/22/16	07/29/16	US	MS
GNR 2016-91	CMO	07/22/16	07/29/16	US	CITG
GNR 2016-93	CMO	07/22/16	07/29/16	US	CS
GNR 2016-99	CMO	07/22/16	07/29/16	US	BAML
GNR 2016-H15	CMO	07/22/16	07/29/16	US	BAML
GNR 2016-H16	CMO	TBA	07/29/16	US	NSI
GNR 2016-H17	CMO	08/12/16	08/30/16	US	NSI

GNR 2016-H18	CMO	08/23/16	08/30/16	US	BAML
GNR 2016-H19	CMO	09/23/16	09/30/16	US	BAML
GNR 2016-H20	CMO	TBA	09/30/16	US	NSI
GNR 2016-H21	CMO	09/23/16	09/30/16	US	CITG
GNR 2016-H22	CMO	10/23/16	10/28/16	US	BAML
GNR 2016-H23	CMO	TBA	10/28/16	US	NSI
HEJIA 2016-1	CMO	09/02/16	09/13/16	US	CHSC, CMS
HWKSM 2016-1	CMO	08/05/16	08/16/16	US	HSBC, DB...
HWKSM 2016-2	CMO	10/14/16	10/25/16	US	CITG, DB...
ILSMF 2016-A	CMO	09/09/16	09/15/16	US	JEF
IRT16 2016-C	CMO	09/30/16	09/30/16	US	STB
JIAME 2016-1	CMO	06/30/16	07/13/16	US	CPSC, HATO
JPMMT 2016-2	CMO	08/17/16	08/30/16	US	JPM
JPMMT 2016-3	CMO	09/23/16	09/30/16	US	JPM
JPMRR 2016-1	CMO	07/29/16	07/29/16	US	JPM
JURON 2016-1	CMO	08/30/16	09/09/16	US	CTCS
KHFC 2016-14	CMO	07/06/16	07/08/16	US	MZ, EBST...
KHFC 2016-15	CMO	07/20/16	07/22/16	US	IBK, SK...
KHFC 2016-16	CMO	08/03/16	08/05/16	US	DONB, MZ...
KHFC 2016-17	CMO	08/17/16	08/19/16	US	SAM, MZ...
KHFC 2016-18	CMO	08/24/16	08/26/16	US	KIS
KHFC 2016-19	CMO	08/31/16	09/02/16	US	HIIS, EBST...
KHFC 2016-20	CMO	09/23/16	09/27/16	US	HYDS, DONB...
KHFC 2016-21	CMO	10/05/16	10/07/16	US	MZ, SK, SAM...
KHFC 2016-22	CMO	10/19/16	10/21/16	US	DONB, MZ...
KIKO 111	CMO	07/22/16	07/29/16	US	DAIJ, MLJ...
KIKO 112	CMO	08/19/16	08/26/16	US	BCG, CRDT...
KIKO 113	CMO	09/16/16	09/27/16	US	GS, SHIS...
KIKO 114	CMO	10/21/16	10/28/16	US	NOM, MIZU...
LAN 2016-1	CMO	07/21/16	08/04/16	US	MS, DBS...
LBRTY 2016-2	CMO	10/20/16	10/25/16	US	DB, WBC...
LHIPO 2016-1A	CMO	09/19/16	09/26/16	US	BCL
LHIPO 2016-1X	CMO	09/19/16	09/26/16	US	BCL
LSTRZ 2016-3	CMO	09/14/16	09/21/16	US	MIZS
LSTRZ 2016-4	CMO	10/13/16	10/18/16	US	MIZS
LWMC 2016-FL1	CMO	10/20/16	11/04/16	US	CTGL, RBS

MCMLT 2016-1	CMO	08/15/16	08/19/16	US	Jnt
MRAFT 2016-1	CMO	TBA	08/24/16	US	CS
MRAFT 2016-2	CMO	08/19/16	08/24/16	US	CS
NRZT 2016-3A	CMO	09/20/16	09/29/16	US	JPM
PEPAU 17X	CMO	10/06/16	10/13/16	US	WBC, COM...
PMCRT 2016-4RT	CMO	TBA	07/28/16	US	CS
PRADO 3	CMO	10/18/16	10/27/16	US	BNPP, SNGB
PROGS 2016-1	CMO	09/15/16	09/27/16	US	MUEM, NAB...
RESI 2016-1NC	CMO	08/05/16	08/11/16	US	MBL, NAB...
RESI 2016-2	CMO	TBA	11/03/16	US	WBC, JPMA...
SAPPO 2016-1	CMO	07/22/16	07/28/16	US	BNPP, CSEL...
SAPPO 2016-2	CMO	10/28/16	11/17/16	US	MS
SEMT 2016-2	CMO	07/21/16	07/28/16	US	CS
SEMT 2016-3	CMO	10/12/16	10/21/16	US	WFS
SGR 2016-1	CMO	TBA	10/28/16	US	CS
SMHL 2016-1	CMO	10/14/16	10/24/16	US	NAB, COM...
SMRI 32	CMO	09/12/16	09/26/16	US	SMBC
SRFFT 2016-1	CMO	10/14/16	10/21/16	US	DBS, MELI...
STACR 2016-DNA4	CMO	09/26/16	09/30/16	US	WFS, JPM
STACR 2016-HQA3	CMO	09/13/16	09/16/16	US	BAML, GS
STACR 2016-HQA4	CMO	10/18/16	10/25/16	US	CITG, BCG
STORM 2016-2	CMO	09/08/16	09/29/16	US	JPMG, COOP
STORM 2016-PRPL	CMO	07/06/16	07/20/16	US	JPMG, RABB
SUFU 2016-1	CMO	10/09/16	10/18/16	US	CMS
TORR 2016-1	CMO	08/10/16	08/18/16	US	ANZ, MBL...
TPMF 2016-AU10	CMO	10/11/16	10/18/16	US	LLL, CS...
TPMT 2016-3	CMO	07/22/16	07/29/16	US	Jnt
TPMT 2016-3X	CMO	07/22/16	07/29/16	US	JPM, WLFB
TPMT 2016-4	CMO	09/27/16	09/30/16	US	Jnt
TRTN 2016-1	CMO	07/22/16	07/27/16	US	CSAL, WBC...
UBIM 2016-1	CMO	08/09/16	08/11/16	US	SCGC
ZHYNG 2016-1	CMO	08/30/16	09/08/16	US	CMS, FCSC
ZHYNG 2016-2	CMO	10/18/16	10/27/16	US	CHSC, HATO

---

## Apéndice 2: Información Descartada

### MUESTRA DE COLOMBIA NO ES SUFICIENTE PARA EL ESTUDIO

Deal Name	Type	Collateral	Ussue Date	Expiration Date	Orig(MM)	Crcy	Ctry	Lead Mgr
TIPS 2014-N9	CMO	WH10	09/16/14	09/16/14	502,675	USD	CO	CRED, CDBC...
TIPS 2012-N6	CMO	WH10	08/23/12	08/23/12	380,112	USD	CO	
TIPS 2015-N11	CMO	WH10	06/10/15	06/10/15	374,444	USD	CO	CDBC, HCDB...
TIPS 2014-N10	CMO	WH10	12/10/14	12/10/14	358,551	COP	CO	DAVI, CDBC...
TIPS 2014-N8	CMO	WH10	05/21/14	05/21/14	153,700	COP	CO	SERF, CDBC...
TIPS 2013-N7	CMO	WH10	05/23/13	05/23/13	428,025	COP	CO	COAS, CORR...
TIPS 2012-N5	CMO	WH10	05/10/12	05/10/12	399,139	COP	CO	DAVI, BCOL...
TIPS 2012-N4	CMO	WH10	02/22/12	02/22/12	385,025	COP	CO	HCDB, INBO...
TIPS 2011-N3	CMO	WH10	12/17/11	12/17/11	379,321	COP	CO	DAVI, BYRC...
TIPS 2011-N2	CMO	WH10	09/21/11	09/21/11	303,061	COP	CO	CDBC, CORF...
TIPS 2011-N1	CMO	WH10	06/22/11	06/22/11	238,901	COP	CO	CORF, COAS...
TIPS 2010-E15	CMO	WH10	07/28/10	07/28/10	613,928	COP	CO	
TIPS 2010-E14	CMO	WH10	04/22/10	04/22/10	518,000	COP	CO	BCOL, AFIN...
TIPS 2011-E11U	CMO	WH10	02/25/10	02/25/10	971	COP	CO	COAS, CORR...
TIPS 2009-E13	CMO	WH10	12/11/09	12/11/09	246,265	COP	CO	ULBU, SERF...
ODLEP 2009-1	CMO	WH10	10/01/09	10/01/09	500,000	COP	CO	CORF
TIPS 2009-E12	CMO	WH10	08/26/09	08/26/09	386,240	COP	CO	AFIN, CORF...
TIPS 2009-E11	CMO	WH10	05/13/09	05/13/09	442,653	COP	CO	COAS, CORR...
TIPS 2008-E9	CMO	WH10	12/17/08	12/17/08	404,618	COP	CO	CORR, DAVI...
TIPS 2008-E10U	CMO	WH10	12/03/08	12/03/08	1,312	COP	CO	BCOL, SERF...
TIPS 2008-E8	CMO	WH10	08/27/08	08/27/08	384,793	COP	CO	INBO, BOGO...
TIPS 2008-E7	CMO	WH10	05/21/08	05/23/08	370,413	COP	CO	DAVI, CORF...
TIPS 2007-E5	CMO	WH15	11/08/07	11/13/07	311,790	COP	CO	BOGO, DAVI...
TIPS 2006-E2	CMO	WH15	12/13/06	12/13/06	355,104	COP	CO	BCOL

Ticker	Rating	Tranche Tickness
ABMT 2016-5 B	5	0.895350525
ABMT 2016-5 B	4	0.003972284
ABMT 2016-5 B	3	0.00122588



ABMT 2016-5 B	2	0.000588633
ABMT 2016-5 B	1	0.098862678
CAS 2016-C04	5	0
CAS 2016-C04	4	0
CAS 2016-C04	3	0.011519332
CAS 2016-C04	2	0.046077282
CAS 2016-C04	1	0.887472472
FMACB 2016-3	5	0.92
FMACB 2016-3	4	0.07
FMACB 2016-3	3	0
FMACB 2016-3	2	0.0076
FMACB 2016-3	1	0.0024
NRZT 2016-3A	5	0.771226869
NRZT 2016-3A	4	0.173950583
NRZT 2016-3A	3	0.021330764
NRZT 2016-3A	2	0.0029934
NRZT 2016-3A	1	0.030498384
SMHL 2016-1	5	0.92
SMHL 2016-1	4	0
SMHL 2016-1	3	0
SMHL 2016-1	2	0
SMHL 2016-1	1	0.08
STORM 2016-PRPL	5	0.94
STORM 2016-PRPL	4	0.045
STORM 2016-PRPL	3	0.01
STORM 2016-PRPL	2	0
STORM 2016-PRPL	1	0.005
TORR 2016-1	5	0.92
TORR 2016-1	4	0
TORR 2016-1	3	0
TORR 2016-1	2	0
TORR 2016-1	1	0.08
RESI 2016-1NC	5	0.82
RESI 2016-1NC	4	0.12
RESI 2016-1NC	3	0.02

RESI 2016-1NC	2	0.03
RESI 2016-1NC	1	0.01
HWKSM 2016-1	5	0.754800193
HWKSM 2016-1	4	0.100961107
HWKSM 2016-1	3	0.028846031
HWKSM 2016-1	2	0.014423015
HWKSM 2016-1	1	0.100969654
PEPAU 17X A	5	0.885628292
PEPAU 17X A	4	0.114371708
PEPAU 17X A	3	0
PEPAU 17X A	2	0
PEPAU 17X A	1	0
IDOLT 2016-1	5	0.9576
IDOLT 2016-1	4	0.0412
IDOLT 2016-1	3	0.0007
IDOLT 2016-1	2	0
IDOLT 2016-1	1	0.0005
STORM 2016-GRN	5	0.950209046
STORM 2016-GRN	4	0.039528696
STORM 2016-GRN	3	0.010262258
STORM 2016-GRN	2	0
STORM 2016-GRN	1	0
STORM 2016-PRPL	5	0.94
STORM 2016-PRPL	4	0.045
STORM 2016-PRPL	3	0.01
STORM 2016-PRPL	2	0
STORM 2016-PRPL	1	0.005
STORM 2016-1	5	0.940438871
STORM 2016-1	4	0.049634274
STORM 2016-1	3	0.009926855
STORM 2016-1	2	0
STORM 2016-1	1	0
TPMF 2016-GR1X	5	0.737860943
TPMF 2016-GR1X	4	0.162597373
TPMF 2016-GR1X	3	0.009697783

TPMF 2016-GR1X	2	0.028136332
TPMF 2016-GR1X	1	0.061707569
STORM 2016-1	5	0.93036921
STORM 2016-1	4	0.059739497
STORM 2016-1	3	0.009891294
STORM 2016-1	2	0
STORM 2016-1	1	0
STORM 2016-3 D	5	0.930376803
STORM 2016-3 D	4	0.059699178
STORM 2016-3 D	3	0.009924019
STORM 2016-3 D	2	0
STORM 2016-3 D	1	0

---

### Apéndice 3: Muestra Final

Rating	Code	Tranche Tickness	WAL	WAC	WARF	WARR	DS	WLTV
Aaa	5	63.85000347	0.550431064	16.16592205	0.532083362	2.220869686	0.313257403	0.871196664
Aaa	5	83.18216271	3.868937801	27.86205417	4.159108136	2.893292616	0.401358271	1.486988965
Aaa	5	85.00000378	5.862069226	21.13770688	4.250000189	2.956521871	0.016989272	1.114936924
Aaa	5	85.4465019	0.564408255	14.38188017	0.712054183	2.97205224	0.419212965	1.683992308
Aaa	5	87.7499686	4.743241546	21.74720412	4.38749843	3.052172821	0.026380062	1.15956351
Aaa	5	88.03514535	5.679686797	20.52041499	4.401757268	3.062092012	0.431913227	1.249633888
Aaa	5	89.53508454	10.53353936	21.86502345	4.476754227	3.11426381	0.420993708	1.359455285
Aaa	5	89.6011623	16.29112042	21.67420472	4.480058115	3.116562167	0.310456758	1.326147596
Aaa	5	89.76065123	8.976065123	22.93908797	2.244016281	3.122109608	0.421865568	1.421282954
Aaa	5	90.56911944	8.233556313	21.5938962	2.264227986	3.150230241	0.367542313	1.300657531
Aaa	5	92.94084938	0.603512009	16.42252221	1.32772642	3.232725196	0.455981324	2.263505064
Aaa	5	92.96807432	7.350964016	22.95341316	4.648403716	3.23367215	0.456114894	1.420852861
Aaa	5	95.01306867	0.906387631	72.69553838	2.375326717	3.304802388	0.466147933	2.083699397
Aaa	5	96.09126106	7.11787119	23.49958238	4.804563053	3.342304733	0.481985351	1.354363743
Aaa	5	96.1849	3.56240395	25.00907609	2.404622666	3.34556197	0.471897141	1.505712377
Aaa	5	96.6800129	5.438250726	23.07949699	4.834000645	3.362783057	0.474326204	1.446928527
Aaa	5	96.78914764	6.452609843	24.54181625	2.419728691	3.366579048	0.392071313	1.386022471
Aaa	5	97.15557084	9.715557084	23.6081899	2.428889271	3.379324203	0.351101909	1.461865345

Aaa	5	97.15577236	48.57788618	24.31325635	4.857788618	3.379331213	0.365952139	1.440838979
Aaa	5	97.15596266	8.832360242	24.22806421	4.857798133	3.379337832	0.476661283	1.504784407
Aaa	5	97.15603631	27.75886752	23.94627797	4.857801815	3.379340393	0.35195079	1.438815791
Aaa	5	97.26215903	9.263062764	23.39269783	2.431553976	3.383031618	0.357886723	1.42709392
Aaa	5	97.41580749	5.39621091	23.54535482	4.870790374	3.388375913	0.477936119	1.467012509
Aaa	5	97.5340925	3.680531793	24.83294545	4.876704625	3.392490174	0.478516443	1.625444533
Aaa	5	97.64413588	7.81153087	23.77151421	2.441103397	3.39631777	0.479056332	1.436588701
Aaa	5	97.67992722	4.543252429	24.69861303	4.883996361	3.397562686	4.089700369	1.475434737
Aaa	5	97.67992722	4.587706954	28.36818274	4.883996361	3.397562686	0.479231929	1.493377067
Aaa	5	97.88051916	7.250408827	23.44279801	4.894025958	3.404539797	0.480216063	1.47259797
Aaa	5	99.59562028	3.360588414	26.1694622	4.979781014	3.464195488	0.488630598	1.739751274
Aaa	5	99.63568404	4.201504749	23.95438168	2.490892101	3.46558901	0.729954625	1.560805385
Aa	4	0.397192778	0.046728562	0.096996942	0.019859639	0.013815401	0.001867599	0.006030774
Aa	4	0.489121698	0.044465609	0.116618592	0.012228042	0.017012929	0.001984925	0.007024247
Aa	4	0.648798978	0.041857999	0.151230787	0.032439949	0.022566921	0.003183102	0.009209517
Aa	4	1.222569794	0.056863711	0.309129819	0.06112849	0.042524167	0.051187017	0.018466659
Aa	4	1.222569794	0.057420108	0.355058448	0.06112849	0.042524167	0.005998105	0.018691227
Aa	4	1.783821164	0.067314006	0.454174869	0.089191058	0.062045954	0.008751686	0.029728091
Aa	4	2.200380816	0.176030465	0.535683821	0.05500952	0.076534985	0.010795388	0.032373088
Aa	4	2.285300278	0.126590977	0.552356001	0.114265014	0.079488705	0.011212016	0.034414991
Aa	4	2.386335798	0.188687017	0.589175929	0.11931679	0.083002984	0.01170771	0.036470929
Aa	4	2.609845615	0.248556725	0.62769869	0.06524614	0.090777239	0.009603212	0.038293359
Aa	4	2.663290721	0.098640397	0.692483287	0.066582268	0.092636199	0.013066492	0.04169209
Aa	4	2.697387425	0.770682121	0.664831456	0.134869371	0.093822171	0.009771371	0.0399465
Aa	4	2.697454432	0.24522313	0.672672036	0.134872722	0.093824502	0.013234104	0.041779086
Aa	4	2.69763453	1.348817265	0.675083716	0.134881727	0.093830766	0.010161055	0.040006444
Aa	4	2.697849256	0.269784926	0.655560325	0.067446231	0.093838235	0.009749518	0.040593579
Aa	4	2.7558809	0.026290029	2.108554629	0.068897022	0.095856727	0.013520753	0.06043829
Aa	4	2.898964535	0.193264302	0.735060249	0.072474113	0.100833549	0.011743061	0.041513228
Aa	4	3.314689724	0.021523959	0.585701185	0.04735271	0.115293556	0.01626235	0.080726796
Aa	4	3.689345753	0.273284871	0.902247337	0.184467288	0.12832507	0.018505435	0.051999693
Aa	4	4.399760704	0.029062176	0.740543262	0.036664673	0.153035155	0.021585866	0.086711135
Aa	4	6.200021514	0.335136298	1.536560474	0.310001076	0.215652922	0.001863898	0.081929587
Aa	4	7.80134989	0.07429857	2.56136895	0.111447856	0.271351301	0.038274557	0.117039571
Aa	4	9.261917214	0.430786847	3.102300189	0.463095861	0.322153642	0.044689233	0.165568774

Aa	4	10.39998428	0.717240295	2.586256581	0.519999214	0.361738584	0.002078684	0.1364156
Aa	4	11.94997473	0.103017024	3.02556538	0.099583123	0.415651295	0.058628314	0.163050549
Aa	4	15.45259924	0.14242027	3.230733691	0.12877166	0.537481713	0.005115074	0.222708067
Aa	4	33.49698728	0.304518066	12.05703014	0.47852839	1.165112601	0.164341091	0.505517787
Aa	4	61.21577873	0.580397165	9.316367225	0.17004383	2.448631149	0.300333514	0.858542908
Aa	4	63.58163176	7.947703969	9.109116297	0.529846931	2.211535018	0.222281121	0.859792181
Aa	4	69.07478398	0.620896935	16.08073192	0.5756232	2.402601182	0.04403624	1.003410575
Baa	3	0.048125803	0.004375073	0.012001271	0.00240629	0.001673941	0.000236112	0.000745389
Baa	3	0.048133338	0.024066669	0.01204538	0.002406667	0.001674203	0.000181302	0.000713827
Baa	3	0.052176872	0.004125613	0.012882243	0.002608844	0.001814848	0.000255987	0.000797431
Baa	3	0.060368915	0.00574942	0.014519437	0.001509223	0.002099788	0.000222134	0.000885772
Baa	3	0.071755151	0.005740412	0.017468828	0.001793879	0.002495831	0.000352041	0.001055697
Baa	3	0.080815505	0.005986334	0.019763822	0.004040775	0.002810974	0.000405363	0.001139059
Baa	3	0.117262468	0.021320449	0.028365377	0.005863123	0.004078695	0.0004063	0.00173555
Baa	3	0.122587986	0.012258799	0.031328389	0.0030647	0.00426393	0.000576151	0.001941076
Baa	3	0.122691492	0.008179433	0.031109604	0.003067287	0.00426753	0.000496996	0.001756945
Baa	3	0.127514612	0.015001719	0.03113986	0.006375731	0.004435291	0.000599573	0.001936117
Baa	3	0.128726042	0.007130597	0.031113024	0.006436302	0.004477428	0.000631549	0.001938522
Baa	3	0.151966092	0.005628374	0.039512764	0.003799152	0.005285777	0.000745568	0.002378931
Baa	3	0.166539505	0.015139955	0.039707097	0.004163488	0.005792678	0.000675841	0.002391664
Baa	3	0.226129496	0.014589	0.052709302	0.011306475	0.007865374	0.001109424	0.003209844
Baa	3	0.297303527	0.011219001	0.075695811	0.014865176	0.010340992	0.001458614	0.004954682
Baa	3	0.310682001	0.002792647	0.072327319	0.002589017	0.01080633	0.000198065	0.004513103
Baa	3	0.500070737	0.023259104	0.126444132	0.025003537	0.017393765	0.020937152	0.007553463
Baa	3	0.500070737	0.023486688	0.145230432	0.025003537	0.017393765	0.00245342	0.007645319
Baa	3	0.569714723	0.003699446	0.10066782	0.008138782	0.019816164	0.002795103	0.013874977
Baa	3	0.780453321	0.005155206	0.131361564	0.006503778	0.027146202	0.003829017	0.01538129
Baa	3	0.971219167	0.009265052	0.743090411	0.024280479	0.033781536	0.004764942	0.021299478
Baa	3	1.020037325	0.009671147	0.155238445	0.002833437	0.040801493	0.005004451	0.014305884
Baa	3	1.042367701	0.06949118	0.249290745	0.026059193	0.036256268	2.37466E-05	0.014325672
Baa	3	1.899987678	0.131033633	0.472486833	0.094999384	0.066086528	0.000379758	0.024921957
Baa	3	2.649975864	0.143241939	0.656747426	0.132498793	0.092173074	0.000796656	0.035017851
Baa	3	2.732865205	0.420440801	0.653717308	0.06832163	0.095056181	4.54552E-05	0.036935602
Baa	3	3.585484375	0.398387153	0.857771382	0.013790325	0.138235542	9.22451E-05	0.039949687
Baa	3	4.350057973	0.0375005	1.101373442	0.036250483	0.151306364	0.021342017	0.059354045

Baa	3	6.07064377	0.055950634	1.26921258	0.050588698	0.211152827	0.002009487	0.087492164
Baa	3	29.14166262	3.642707828	4.175023299	0.242847189	1.013623048	0.101879132	0.394072517
Ba	2	0.053942187	0.00634614	0.013173017	0.002697109	0.00187625	0.000253636	0.000819031
Ba	2	0.058644208	0.010662583	0.014185827	0.00293221	0.002039799	0.000203195	0.000867967
Ba	2	0.058863256	0.005886326	0.015042999	0.001471581	0.002047418	0.000276651	0.000932049
Ba	2	0.064644845	0.002725987	0.015541895	0.001616121	0.002248516	0.000473603	0.00101267
Ba	2	0.076567072	0.038283536	0.019160929	0.003828354	0.002663202	0.000288402	0.001135505
Ba	2	0.076575759	0.007657576	0.018607426	0.001914394	0.002663505	0.00027673	0.001152208
Ba	2	0.076989802	0.005702948	0.018828228	0.00384949	0.002677906	0.000386174	0.001085137
Ba	2	0.078760585	0.007160053	0.019640756	0.003938029	0.002739499	0.000386411	0.001219871
Ba	2	0.0800	0.002962539	0.020797853	0.001999714	0.00278221	0.000392435	0.001252169
Ba	2	0.083254757	0.007568614	0.019849973	0.002081369	0.002895818	0.00033786	0.001195616
Ba	2	0.090221769	0.005074975	0.021537782	0.004511088	0.003138148	0.000442641	0.001350273
Ba	2	0.102262677	0.006817512	0.025929682	0.002556567	0.003556963	0.000414243	0.001464404
Ba	2	0.114958551	0.006367966	0.027785428	0.005747928	0.003998558	0.000564003	0.001731194
Ba	2	0.124695276	0.035627222	0.03073394	0.006234764	0.004337227	0.000451713	0.001846653
Ba	2	0.235922089	0.01522078	0.054991892	0.011796104	0.008205986	0.001157468	0.003348847
Ba	2	0.305642448	0.014215928	0.077282455	0.015282122	0.010631042	0.012796754	0.004616665
Ba	2	0.305642448	0.014355027	0.088764612	0.015282122	0.010631042	0.001499526	0.004672807
Ba	2	0.466193768	0.003027232	0.082375807	0.006659911	0.016215435	0.002287214	0.011353801
Ba	2	0.486604993	0.004373977	0.113282503	0.004055042	0.016925391	0.000310218	0.007068637
Ba	2	0.577373049	0.005507914	0.441754437	0.014434326	0.020082541	0.002832676	0.012662173
Ba	2	1.097435694	0.007249001	0.184714275	0.009145297	0.038171676	0.005384179	0.021628425
Ba	2	1.250002835	0.086207092	0.310849322	0.062500142	0.043478359	0.000249843	0.016396168
Ba	2	1.349998702	0.072972903	0.334572169	0.067499935	0.046956477	0.000405847	0.017839428
Ba	2	2.290290905	0.021108672	0.47883983	0.019085758	0.079662292	0.000758125	0.033008444
Ba	2	2.914767959	0.027635409	0.443595577	0.008096578	0.116590718	0.014300276	0.040879221
Ba	2	3.719521174	0.41328013	0.889837601	0.014305851	0.143403226	9.56935E-05	0.041443133
Ba	2	4.099297808	0.630661201	0.980575962	0.102482445	0.142584272	6.81829E-05	0.055403403
Ba	2	4.291686882	0.53646086	0.614854854	0.035764057	0.149276065	0.01500372	0.058034981
Ba	2	4.688585983	0.312572399	1.121313612	0.11721465	0.163081252	0.000106813	0.064437092
Ba	2	4.950004459	0.042672452	1.253271447	0.041250037	0.172174068	0.024285442	0.067539971
C	1	0.019696521	0.001790593	0.004911778	0.000984826	0.000685096	9.6634E-05	0.000305066
C	1	0.021880989	0.006251711	0.005393059	0.001094049	0.000761078	7.92646E-05	0.000324043
C	1	0.021884225	0.002188423	0.005317729	0.000547106	0.00076119	7.90855E-05	0.000329284

C	1	0.0218927	0.01094635	0.005478654	0.001094635	0.000761485	8.24622E-05	0.000324673
C	1	0.05520764	0.003058149	0.013343661	0.002760382	0.001920266	0.000270857	0.000831388
C	1	0.061587877	0.004562065	0.015061613	0.003079394	0.002142187	0.000308919	0.000868054
C	1	0.067626444	0.006440614	0.016264958	0.001690661	0.002352224	0.000248839	0.000992259
C	1	0.083728152	0.006698252	0.020383661	0.002093204	0.002912284	0.000410782	0.00123185
C	1	0.086933653	0.005795577	0.022042861	0.002173341	0.003023779	0.000352149	0.001244892
C	1	0.154626561	0.005217461	0.040629236	0.007731328	0.005378315	0.00075862	0.00270104
C	1	0.176264213	0.007432828	0.04237739	0.004406605	0.006130929	0.001291353	0.002761201
C	1	0.291789801	0.013571619	0.073779778	0.01458949	0.01014921	0.012216766	0.004407424
C	1	0.291789801	0.013704413	0.084741529	0.01458949	0.01014921	0.001431563	0.004461021
C	1	0.384782806	0.014520106	0.097968722	0.01923914	0.01338375	0.0018878	0.006412559
C	1	0.682458219	0.006510385	0.52215625	0.017061455	0.023737677	0.003348239	0.01496676
C	1	0.761664501	0.006846422	0.177316844	0.006347204	0.026492678	0.000485573	0.011064272
C	1	0.919848002	0.034068445	0.239170047	0.0229962	0.031994713	0.004512908	0.014399624
C	1	1.450021431	0.100001478	0.360589725	0.072501072	0.050435528	0.000289821	0.019019792
C	1	2.050035317	0.11081272	0.508063276	0.102501766	0.071305576	0.000616297	0.027089994
C	1	2.119480839	0.156998581	0.507624618	0.105974042	0.073721073	0.010398481	0.031887277
C	1	2.7085524	0.017588003	0.478597541	0.038693606	0.094210518	0.013288552	0.065964773
C	1	2.985018739	0.373127342	0.427653114	0.024875156	0.103826739	0.010435613	0.040365365
C	1	3.136582716	0.176432778	0.748766464	0.156829136	0.109098529	0.015388531	0.046942598
C	1	4.593413012	0.363200099	1.134093692	0.229670651	0.159770887	0.022535952	0.070202207
C	1	7.555920075	0.351438143	2.530872576	0.377796004	0.262814611	0.036457708	0.135071864
C	1	8.275848381	0.054665282	1.392944791	0.068965403	0.287855596	0.040602516	0.163101645
C	1	8.691964596	0.7901786	2.072377234	0.217299115	0.302329203	0.035273223	0.124824767
C	1	9.851526358	1.791186611	2.383049434	0.492576318	0.342661786	0.0341343	0.145808131
C	1	9.88626588	1.163090104	2.414287499	0.494313294	0.343870118	0.046485194	0.150108044
C	1	9.886267781	0.988626778	2.526518727	0.247156695	0.343870184	0.046464413	0.156540574

---