

**MÉTODO DE PRONÓSTICO DE FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NO  
ESTACIONARIAS DE CAUDALES MEDIOS MENSUALES**

JOSE LUIS ALBA PERILLA  
Ingeniero Civil

Maestría en Hidrosistemas  
Pontificia Universidad Javeriana  
Bogotá D. C. - Junio de 2016

**MÉTODO DE PRONÓSTICO DE FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NO  
ESTACIONARIAS DE CAUDALES MEDIOS MENSUALES**

**JOSE LUIS ALBA PERILLA**  
Ingeniero Civil

Trabajo de grado para optar por el título de Magíster en Hidrosistemas

Director  
**JUAN DIEGO GIRALDO OSORIO**  
Ingeniero Civil, MSc en Ingeniería Civil con énfasis en  
gestión de recursos hídricos  
PhD Gestión de recursos hídricos

Maestría en Hidrosistemas  
Pontificia Universidad Javeriana  
Bogotá D. C. - Junio de 2016

# CONTENIDO

---

INTRODUCCIÓN.....	4
1 . MARCO TEÓRICO.....	7
1.1 CONTEXTO.....	7
1.2 ESTACIONARIEDAD.....	8
1.3 MODELOS ADITIVOS GENERALIZADOS PARA LA UBICACIÓN, LA ESCALA Y LA FORMA (GAMLSS) .....	9
1.4 ÍNDICES MACROCLIMÁTICOS .....	10
1.5 CRITERIOS DE ANÁLISIS DE INFORMACIÓN.....	12
2 . METODOLOGÍA.....	14
2.1 RECOPIACIÓN Y SELECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	15
2.2 LLENADO DE DATOS FALTANTES.....	18
2.3 ANÁLISIS DE DATOS.....	21
2.4 ANÁLISIS RELACIÓN CAUDALES VS. ÍNDICES MACROCLIMÁTICOS.....	25
2.4.1 COMBINACIONES DE COVARIABLES.....	27
2.5 IDENTIFICACIÓN MODELOS POR COMBINACIÓN DE COVARIABLES .....	29
2.6 USO DE CRITERIOS PARA COMPARACIÓN DE MODELOS ESTADÍSTICO .....	31
2.6.1 IDENTIFICACIÓN POR COMBINACIÓN DE CRITERIOS .....	37
2.6.2 COMPARACIÓN MODELOS ANIDADOS .....	39
3 . RESULTADOS .....	41
3.1.1 SELECCIÓN DE MODELO.....	41
3.1.2 ANÁLISIS RESULTADOS ESTACIÓN 1.....	44
3.1.2.1 PRONÓSTICO PERCENTILES PARA CONSTRUCCIÓN fdp.....	46
3.1.3 RESUMEN ANÁLISIS GENERAL.....	48
3.1.3.1 DISTRIBUCIÓN COVARIABLES.....	50
4 . CONCLUSIONES .....	54
5 . REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	56



## TABLAS

Tabla 1: Listado Estaciones .....	15
Tabla 2: Ajuste sugerido para cada estación de la Red .....	18
Tabla 3: Notación del caudal mensual por año, para cálculo del Factor de la estación de referencia.....	19
Tabla 4: Estaciones con años faltantes fuera de rango de comparación (Excepciones) .....	20
Tabla 5: Años descartados por Estación.....	20
Tabla 6: Resumen por Estaciones con método de llenado de datos.....	21
Tabla 7: Resumen rezago resultado correlación cruzada de Caudal – Índices.....	26
Tabla 8: Número combinaciones de covariables.....	28
Tabla 9: Combinaciones empleado 2 covariables .....	28
Tabla 10: Código Significancia .....	29
Tabla 11: Anova Estación 1 para combinación 1024.....	30
Tabla 12: Mejor combinación covariables por Anova .....	30
Tabla 13: Distribución modelos por estación.....	31
Tabla 14: Número modelo .....	32
Tabla 15: Resumen información criterios .....	34
Tabla 16: Selección de la fdp que mejor ajusta a la combinación de covariables de la Tabla 12. ....	34
Tabla 17: Modelos con mejor AIC .....	35
Tabla 18: Modelos con mejor Filliben .....	35
Tabla 19: Coeficientes Filliben para cada estación.....	37
Tabla 20: Resumen modelos combinación criterios.....	37
Tabla 21: Selección de modelo.....	41
Tabla 22: Resumen ventana de predicción del modelo seleccionado .....	43
Tabla 23: Interpretación de patrones en un <i>worm-plot</i> .....	46
Tabla 24: Familias fdp de modelos seleccionados.....	50
Tabla 25: Resumen covariables relevantes por cuenca característica. ....	51



## FIGURAS

Figura 1: Zonificación índices CAR y NTA. Fuente NOAA.....	11
Figura 2: Diagrama de flujo del proceso.....	15
Figura 3: Comportamiento Índices Macroclimáticos .....	17
Figura 4: Localización Estaciones .....	22
Figura 5: Ciclo multianual a nivel mensual de las estaciones.....	23
Figura 6: Localización Comportamiento multianual a nivel mensual.....	25
Figura 7: Correlación Caudal - Índice, para la estación 1. ....	26
Figura 8: Resultado en R, de mejor Anova Estación 1.....	32
Figura 9: Comportamiento AIC. Los diferentes colores representan el ajuste con las fdp consideradas. ....	33
Figura 10: Comportamiento Filliben. Los diferentes colores representan el ajuste con las fdp consideradas.....	33
Figura 11: Detalle lectura umbrales Filliben.....	36
Figura 12: Resultado de R, función LR.test modelos 4220 y 4105 de la Estación 1 .....	40
Figura 13: Residuales GAMLSS del modelo 4220 de la Estación 1. ....	44
Figura 14: <i>Worm-plot</i> del modelo 4220 de la Estación 1. ....	45
Figura 15: Predicción fdp para Estación 1. ....	47
Figura 16: Validación Predicción Modelos. ....	49
Figura 17: Mapa relevancia covariable por estación.....	52

## ANEXOS

- 1 – Correlaciones Cruzadas caudal índices
- 2 – Combinaciones
- 3 – Resultado Anova
- 4 – Comportamiento AIC y Filliben
- 5 – Gráficas Residuales GAMLSS
- 6 – *Worm-plot*
- 7 – Predicción fdp



## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la predicción de caudales ha mejorado considerablemente, lo que ha proporcionado información útil sobre caudales futuros en tiempo real. Sin embargo, la predicción de caudales aún no se ha perfeccionado y sigue caracterizada por una incertidumbre en el pronóstico. La variabilidad de caudales e incertidumbre del pronóstico son dos temas claves en los estudios de recursos hídricos (Zhao & Zhao, 2014).

Diversos sectores y actores requieren de información hidrológica para la planeación de sus actividades. En Colombia múltiples actores dependen estrechamente de la oferta hídrica provista por los ríos del país. El caso particular del sector eléctrico cobra relevancia, siendo éste el principal usuario de pronósticos de caudales medios mensuales, pero en países desarrollados interesados en planificación, administración de distritos de riego, sistemas de agua potable, navegación fluvial, control de inundaciones, previsión de los rendimientos de cultivos, y el aprovechamiento de los recursos hídricos en general, son igualmente usuarios importantes de dichos pronósticos (Rojo Hernández, 2011).

Por otro lado el sector de energético colombiano, específicamente de generación de energía hidroeléctrica, ha empleado para la predicción de caudales medios mensuales herramientas como Redes Neuronales Artificiales (RNA), Redes Adaptativas Neuro-Difusas (ANFIS), Análisis Espectral Singular, Modelo Estructural y Modelo Físico (Smith et al., 2004).

Estudios recientes han demostrado que la incorporación de patrones océano-atmosféricos en gran escala puede mejorar la capacidad de predicción del caudales desde períodos estacionales hasta anuales para una región en particular (Wei & Watkins Jr., 2011).

La influencia que el fenómeno *El Niño - Southern Oscillation* (ENSO) y otros fenómenos de macro-escala ejercen sobre la hidroclimatología de Colombia, ha sido estudiada desde hace varios años en diversos trabajos (Poveda, Vélez, et al., 2002). Los grandes cambios en la hidrología de Colombia suelen estar relacionadas con la alta variabilidad espacio-temporal de fenómenos macro-climáticos a gran escala (Poveda, 2004).

Los investigadores del tema a nivel nacional han conseguido recopilar una notable cantidad de modelos utilizados para la predicción de caudales, sin embargo en muchas ocasiones los pronósticos no son los más acertados en el tiempo y espacio por lo que se requiere de la aplicación de varios modelos para manejar la incertidumbre a fin de tomar una decisión (Rojo Hernández, 2011).

Si se tienen en cuenta las evidencias actuales de cambio climático en lluvias (Benavidez & León, 2005) y los resultados de los modelos regionales obtenidos a la fecha (Pabón, 2005; Ruiz, 2007), se tiene que: la zona Caribe, Pacífica y Llanos Orientales están evolucionando hacia un escenario A1B simulado por el GSM-MRI, mientras que la región Andina y la Amazonia evoluciona hacia escenarios tipo A2 y B2 (Ruiz Murcia, 2010).



De acuerdo con el estado del arte actual, un escenario hidrológico es la evolución del régimen probabilístico actual de las variables de estado bajo la influencia de algún factor que produzca el cambio de las entradas o parámetros del sistema. La construcción de escenarios hidrológicos se constituye en un ejercicio en el que el régimen probabilístico del futuro se determina como consecuencia de los cambios esperados en las precipitaciones de la región de estudio, o de sus parámetros como cobertura vegetal y uso del suelo.

En Colombia se han trabajado diferentes herramientas de ajuste y metodologías de predicción no basadas en la metodología descrita en el párrafo anterior (análogos históricos y predicción basada en funciones de distribución no paramétricas) tales como Modelo Multivariado No Paramétrico, ajustado adoptivamente por tramos en el tiempo (MARS), Redes Neuronales Artificiales, Predicción por Bandas Espectrales usando Onditas (PREBEO), Análogos Naturales o Análogos Históricos (AH) y funciones no paramétricas (Poveda et al., 2001), regresión lineal múltiple, Modelo Lineal  $AR(p)$  (Poveda, Mesa, et al., 2002). Recientemente, un estudio introdujo la transformada de Hilbert Huang en el estudio de series hidroclimáticas y su aplicación en la predicción hidrológica (Carmona, 2010). Otra aproximación busca describir la evolución de las curvas de densidad de probabilidad mediante la solución de la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov que implica introducir un componente determinista de baja complejidad y dar solución a ecuaciones diferenciales (Domínguez & Rivera, 2010).

A pesar de los avances que en materia de predicción se han obtenido en Colombia, diversos sectores mantienen su interés y necesidad de continuar explorando herramientas que faciliten la generación de predicciones climáticas y que incluyan aspectos de actualidad como el cambio climático. Adicionalmente, no se cuenta con una herramienta que considerando índices macroclimáticos proponga pronósticos en función de distribuciones de probabilidad. Dado que estos índices son un conjunto de variables oceánicas y atmosféricas con influencia en las condiciones meteorológicas del planeta, su uso puede ser útil en la predicción de aspectos hidrológicos.

En la actualidad la herramienta estadística GAMLSS (*Generalized Additive Models for Location, Scale and Shape*), es aplicada para el ajuste de funciones de densidad probabilidad (fdp) en la que una de sus ventajas es que permite relacionar los parámetros de una fdp como función de una variable explicativa, a través de funciones de suavizado no paramétricas (Stasinopoulos & Rigby, 2007). Por lo anterior, esta herramienta es valiosa para el análisis de series que presentan comportamientos no estacionarios (Villarini, Serinaldi, Smith, & Krajewski, 2009; Villarini, Vecchi, & Smith, 2010).

Partiendo de resultados que señalan correlaciones entre índices macroclimáticos como el SOI y el MEI con caudales del territorio colombiano (Poveda, Vélez, et al., 2002) y la importancia de avanzar en métodos de predicción en regiones particulares, el presente trabajo busca proponer un método de predicción de distribuciones de probabilidad de



caudales en función de covariables como tiempo, índices macroclimáticos y la combinación de estos.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un método de pronóstico de funciones de distribución de probabilidad (fdp) no estacionarias de caudales medios mensuales. Y como objetivo específico se planteó: i) la definición de las covariables explicativas relevantes para caudales medio mensuales para la región selección, ii) identificación de la mejor fdp de predicción de caudales medios mensuales a partir de la combinación de las covariables explicativas relevantes.





## 1 . MARCO TEÓRICO

### 1.1 CONTEXTO

Los caudales de los ríos en Colombia están ligados a la alta variabilidad de los fenómenos macroclimáticos que influyen sobre la hidrología a diversas escalas espacio-temporales; cualquier evento hidrológico que se desee modelar posee un carácter altamente no lineal y su predicción estará sujeta a cambios drásticos definidos por las condiciones iniciales y la ubicación espacio-temporal en la que se analicen las variables y fenómenos involucrados (Rojo Hernández, 2011).

Pese a evidencia de la influencia de fenómenos macroclimáticos en el clima de Colombia, cuando se quiere representar el comportamiento futuro de una variable hidrológica y se conoce una clara influencia de condiciones climáticas globales, no es apropiado emplear una única distribución de probabilidad debido a que la influencia que ejercen dichos fenómenos depende de su fase (Poveda, 2004). Dicha representación del comportamiento futuro es conocida como pronóstico, el cual se establece cuando a partir de una serie de tiempo, se predice la serie en el futuro.

Para la Organización Meteorológica Mundial, la predictibilidad (predicción) es el grado en que es posible pronosticar el estado futuro de las condiciones atmosféricas utilizando una red de observación dada; generalmente se expresa como el intervalo de tiempo en que puede esperarse que el error cuadrático medio del campo pronosticado sea inferior a la diferencia cuadrática media entre dos estados atmosféricos observados, elegidos al azar. El pronóstico (*forecasting*) es la estimación de la magnitud y de la hora de aparición de un fenómeno futuro.

Una predicción climática es el resultado de un intento de obtener una estimación de la evolución real del clima en el futuro, por ejemplo a escalas de tiempo estacionales, interanuales o más prolongadas. Como la evolución futura del sistema climático puede ser muy sensible a las condiciones iniciales, estas predicciones suelen ser probabilísticas. Las proyecciones de la respuesta del sistema climático a diversos escenarios de emisiones o de concentraciones de gases y aerosoles de efecto invernadero, o a escenarios de forzamiento radiactivo, frecuentemente están basadas en simulaciones mediante modelos climáticos. La diferencia entre proyecciones climáticas y predicciones climáticas responde a la circunstancia de que las proyecciones climáticas dependen del escenario de emisiones/concentraciones/forzamiento radiactivo utilizado, basado en supuestos relativos, por ejemplo, a un devenir socioeconómico y tecnológico que puede o no materializarse y que está sujeto, por consiguiente, a un grado de incertidumbre considerable (IPCC, 2007).



## 1.2 CONCEPTO DE ESTACIONARIEDAD

La estacionariedad acepta que el pasado represente la mejor información disponible para estimar lo esperable en el futuro, e implica que cualquier variable hidrológica, como por ejemplo el caudal, tiene una función de densidad de probabilidad invariante en el tiempo, cuyas propiedades pueden ser estimadas de registros históricos (Milly et al., 2008). Esta condición implica que no hay tendencias, ni saltos en la media, y la varianza es constante a lo largo del tiempo.

Cuando todos los momentos (media, varianza, asimetría y curtosis) son finitos e independientes del tiempo, determinan una serie temporal estricta o fuertemente estacionaria. Pero cuando la media y varianza son finitas e independientes del tiempo determinan una serie como de estacionariedad débil o suave (Ramon Antonio, Jorge Andres, Carlos Andres, & Jaime Alejandro, 2010).

Sí se considera que el caudal producido por una cuenca corresponde a un proceso estacionario, implicaría que la cuenca misma debe ser un sistema estacionario (ante una misma entrada produce siempre la misma salida), lo cual no sería cierto dadas las no linealidades presentes en ésta, además de la eventual presencia de cambios en el uso del suelo, urbanización, regulación de caudales, trasvases, control fluvial, procesos de agradación y degradación fluvial, vertimientos antrópicos, explotación de agua subterránea, etc. Adicionalmente, para que el caudal sea estacionario es necesario que la precipitación sobre la cuenca también lo sea, y consideraciones como variabilidad y cambio climático contribuirían a que no lo fuera (Díaz-Granados Ortiz & Camacho Botero, 2012).

Si el caudal producido por una cuenca no es estacionario, debe ser posible detectar cambios en la frecuencia de eventos extremos analizando los registros históricos (Olsen, Kiang, & Waskom, 2010).

Es importante tener presente que dada a la precisión actual de las mediciones hidrológicas, especialmente de caudal, puede hacer que la no estacionariedad esté enmascarada y que por lo tanto no pueda ser detectada, haciendo que el uso de modelos estacionarios sea la alternativa a pesar de ser conscientes de la no estacionariedad subyacente (Díaz-Granados Ortiz & Camacho Botero, 2012).

La variabilidad y cambio climático pueden opacar la suposición de estacionariedad, o hasta eliminarla (Milly et al., 2008). Pero ésta para muchos problemas de recursos hidráulicos permanece como un modelo operacional útil pues aún hoy en día no es claro qué métodos alternativos deberían usarse en su reemplazo para ser involucrados en normas de diseño (Bradley, 1998).

### 1.3 MODELOS ADITIVOS GENERALIZADOS PARA LA UBICACIÓN, LA ESCALA Y LA FORMA (GAMLSS)

Los Modelos Aditivos Generalizados para la Ubicación, la Escala y la Forma (GAMLSS) son modelos de regresión de tipo semiparamétrico. Paramétrico, ya que requieren un supuesto de distribución paramétrica para la variable de respuesta, y "semi" en el sentido de que modelación de los parámetros de la distribución, como funciones de variables explicativas, puede implicar el uso de funciones de suavizado no paramétrica. (Stasinopoulos & Rigby, 2007). Dado que no se puede garantizar la estacionariedad de las series hidrológicas, es necesario contar con un método de modelación que considere como cambiantes los parámetros de las distribuciones de probabilidad.

Un modelo GAMLSS asume observaciones independientes  $y_i$  para  $i = 1, 2, \dots, n$  con función de probabilidad (densidad)  $f(y_i|\theta^i)$  condicionada en  $\theta^i = (\theta_{1i}, \theta_{2i}, \theta_{3i}, \theta_{4i}) = (\mu_i, \sigma_i, \nu_i, \tau_i)$  un vector de cuatro parámetros de distribución, cada uno de los cuales puede ser una función para las variables explicativas. Se hace referencia a  $(\mu_i, \sigma_i, \nu_i, \tau_i)$  como los parámetros de distribución. Los primeros dos parámetros de distribución de población  $\mu_i$  y  $\sigma_i$  suelen caracterizarse como los parámetros de localización y escala, mientras que los parámetros restantes, en su caso, se caracterizan como parámetros de forma, como por ejemplo, asimetría y curtosis, aunque el modelo se puede aplicar de manera más general a los parámetros de cualquier distribución de la población, y puede ser generalizado a más de cuatro parámetros de la distribución.

Sea  $\mathbf{Y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  el vector de longitud  $n$  de la variable de respuesta. Y para  $k = 1, 2, 3, 4$ , sea  $g_k(\cdot)$  funciones de enlace monótonas conocidas relativas a los parámetros de distribución para las variables explicativas, por:

$$g_k(\boldsymbol{\theta}_k) = \boldsymbol{\eta}_k = \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta}_k + \sum_{j=1}^{J_k} \mathbf{Z}_{jk}\gamma_{jk} \quad (1)$$

Es decir,

$$g_1(\boldsymbol{\mu}) = \boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{X}_1\boldsymbol{\beta}_1 + \sum_{j=1}^{J_1} \mathbf{Z}_{j1}\gamma_{j1}$$

$$g_2(\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\eta}_2 = \mathbf{X}_2\boldsymbol{\beta}_2 + \sum_{j=1}^{J_2} \mathbf{Z}_{j2}\gamma_{j2}$$

$$g_3(\boldsymbol{\nu}) = \boldsymbol{\eta}_3 = \mathbf{X}_3\boldsymbol{\beta}_3 + \sum_{j=1}^{J_3} \mathbf{Z}_{j3}\gamma_{j3}$$

$$g_4(\boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{\eta}_4 = \mathbf{X}_4\boldsymbol{\beta}_4 + \sum_{j=1}^{J_4} \mathbf{Z}_{j4}\gamma_{j4}$$

Donde,

$\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{\tau}$  y  $\mathbf{n}_k$ , son vectores de longitud  $n$ ,

$\boldsymbol{\beta}_k^T = (\beta_{1k}, \beta_{2k}, \beta_{3k}, \dots, \beta_{J'_k k})$  es un vector de parámetro de longitud  $J'_k$

$\mathbf{X}_k$  es una matriz conocida de diseño fijo de orden  $n \times J'_k$

$\mathbf{Z}_{jk}$  es una matriz conocida de diseño fijo de orden  $n \times q_{jk}$

$\gamma_{jk}$  es una  $q_{jk}$  variable dimensional aleatoria

El modelo en (1) permite modelar cada parámetro de distribución como una función lineal de variables explicativas o como funciones lineales de variables estocásticas (efectos aleatorios).

Los vectores paramétricos  $\boldsymbol{\beta}_k$  y los parámetros de efectos aleatorios  $\gamma_{jk}$ , para  $j = 1, 2, \dots, J_k$  y  $k = 1, 2, 3, 4$  se estiman dentro de la estructura de GAMLSS por la maximización de la función de máxima verosimilitud penalizada,  $l_p$  dada por:

$$l_p = l - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^{J_k} \lambda_{jk} \gamma'_{jk} \mathbf{G}_{jk} \gamma_{jk} \quad (2)$$

Donde,  $l = \sum_{k=1}^p \log f(y_i | \theta^i)$  es la función de máxima verosimilitud.

Un modelo GAMLSS encuentra la relación de los parámetros de distribución con una variable explicativa lo que implicaría por ejemplo de la fdp del mes de un año es diferente a la del mismo mes del año siguiente porque la variable explicativa no se repite.

## 1.4 ÍNDICES MACROCLIMÁTICOS

Como ya se mencionó se cuenta con evidencia de la influencia de fenómenos macroclimáticos en el clima de Colombia. Para el presente trabajo se consideraron los siguientes índices macroclimáticos como posibles moduladores del comportamiento del clima:

- Índice Multivariado del ENSO (*Multivariate ENSO Index*, MEI): Es un índice compuesto por seis variables observadas sobre el pacífico tropical, para medir los eventos ENSO (acrónimo para *El Niño/Southern Oscillation*). El MEI utiliza temperaturas superficiales del mar (TSM), temperatura superficial del aire, presión a nivel del mar, viento en la superficie zonal (de este a oeste), viento meridional en la superficie (norte a sur) y

nubosidad total. Valores MEI positivos están relacionados con la fase de cálida o eventos El Niño, y valores negativos con la fase fría del ENSO o eventos La Niña.

- Índice de Oscilación del Sur (*Southern Oscillation Index, SOI*): este índice es calculado con la diferencia de presión atmosférica entre Tahití y Darwin-Australia. Está altamente correlacionada con los índices de anomalías de temperatura superficial registrados en Niño3 (región comprendida entre 90°-150°W y 5°N-5°S). Un SOI negativo (bajo índice) por lo general se refiere a un debilitamiento de los vientos alisios y un evento cálido. Por el contrario un SOI positivo (alto índice) generalmente se refiere a un aumento en los vientos alisios y un evento fresco.
- Índice del Caribe (*Caribbean Index, CAR*): Corresponde a las series de tiempo de las anomalías de la TSM en el Caribe (Figura 1). Los datos se obtiene a partir del conjunto de datos COADS de 1951 hasta 1991 y después de NCEP. Las anomalías se calcularon en relación a climatología de 1951 a 2000, suavizando los valores con un promedio móvil de tres meses proyectado sobre los 20 principales EOF (*Empirical Orthogonal Functions*) del campo.
- Índice del Atlántico Norte Tropical (*North Tropical Atlantic Index, NTA*): obtenido de las anomalías de TSM en las series de tiempo en la región 60W a 20W, 6N a 18N y 20W a 10W, 6 N a 10 N (Figura 1).

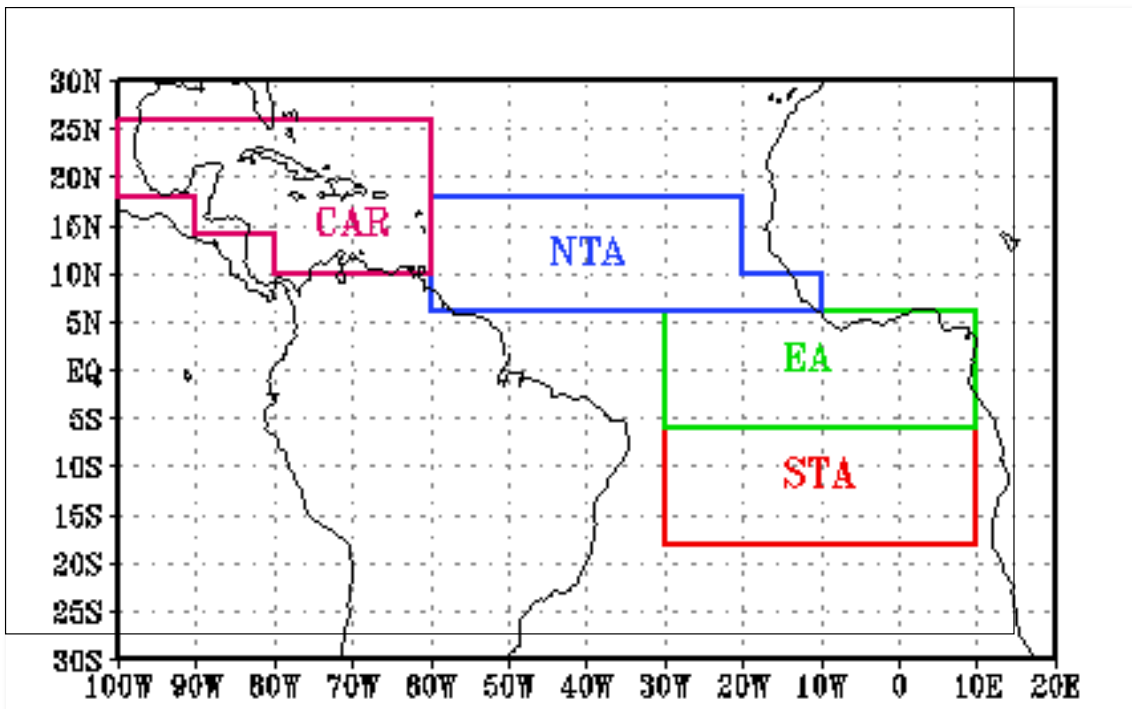


Figura 1: Zonificación índices CAR y NTA. Fuente NOAA.



- Índice de Oscilación del Atlántico Norte (*North Atlantic Oscillation*, NAO): se define como la anomalía en la diferencia de la presión atmosférica entre el anticiclón de las Azores (zona de alta presión que se denomina en inglés, *North Atlantic Subtropical High/Anticyclone*), y la zona de baja presión polar (*Icelandic Low*).
- Índice Oceánico del Niño (*Oceanic Niño Index*, ONI): se calcula promediando 3 meses consecutivos (media móvil centrada de 3 meses consecutivos) la serie mensual de las anomalías de la temperatura superficial del mar medidas en el Pacífico tropical en la Región El Niño 3.4 (5°N–5°S, 120°–170°W). Es una medida de la Oscilación de El Niño del Sur y es opuesto a las fases del ENSO. Como se muestra en la Figura 3, el ONI muestra períodos cálidos (rojo) y fríos (azul) cuando se exceden el umbral de +/- 0.5 °C, respectivamente, la TSM normal durante 5 periodos consecutivos.

Adicionalmente se consideraron los siguientes índices macroclimáticos de menor frecuencia:

- Índice de Oscilación Decadal del Pacífico (*Pacific Decadal Oscillation*, PDO): éste índice, pretende indicar la variabilidad interanual e interdecadal del Pacífico Norte. Se define el primer componente principal del análisis PCA-EOF del campo de TSM en el Océano Pacífico. Para separar la variabilidad de dicho patrón del calentamiento global, se remueve la media mensual global de las anomalías de temperatura superficial del mar (Poveda, Vélez, et al., 2002).
- Índice de Oscilación Multidecadal del Atlántico (*Atlantic Multidecadal Oscillation*, AMO): éste se calcula con la variabilidad decadal de la TSM en el Atlántico Norte. La señal AMO se define generalmente a partir de los patrones de variabilidad de la TSM en el Atlántico Norte, una vez se ha eliminado cualquier tendencia lineal. Este suavizado pretende eliminar del análisis la influencia del calentamiento global inducido por los gases de efecto invernadero. Sin embargo, si la señal de calentamiento global es significativamente no lineal en el tiempo (es decir, no sólo un aumento lineal suave), las variaciones en la señal forzada se filtran en la definición AMO. En consecuencia, las correlaciones con el índice AMO pueden enmascarar los efectos del calentamiento global.

## 1.5 CRITERIOS DE ANÁLISIS DE INFORMACIÓN

Existen criterios de análisis de información tales como con el Criterio Bayesiano de Schwarz (*Schwarz Bayesian Criterion*, SBC), el Criterio de Información de Akaike (*Akaike Information Criterion*, AIC), el coeficiente de correlación de Filliben, o la relación de máxima verosimilitud.

El AIC es una técnica que mide la bondad de un modelo estadístico ajustado, y selecciona un modelo a partir de un conjunto de modelos candidatos. Dado un conjunto de datos,



varios modelos que compiten pueden ser clasificados de acuerdo con su correspondiente AIC, y el que tenga el AIC más bajo, será el mejor (Xu, 2013). El AIC es una medida de la calidad relativa de un modelo estadístico, para un conjunto dado de datos, basado en la entropía de información (Akaike, 1974). Como tal, el AIC proporciona un medio para la selección del modelo y puede ser usado en modelos no anidados (*non-nested models*). Dado un conjunto de modelos candidatos para los datos, el modelo preferido es el que tiene el valor mínimo del AIC. Es importante aclarar que el AIC no se utiliza para realizar una prueba formal, es decir, no puede decir nada acerca de la calidad del modelo en un sentido absoluto: si todos los modelos candidatos encajan mal, el AIC no dará ningún aviso de ello (Xu, 2013). Se utiliza para las comparaciones informales de modelos con diferentes números de parámetros. El término de penalización en la expresión de la AIC es lo que permite esta comparación. Pero no se hacen suposiciones acerca de la forma funcional de la distribución asintótica de las diferencias entre el AIC de dos modelos no anidados al hacer la comparación, y la diferencia entre dos AIC no se trata como una prueba estadística (Bowman, 2012).

Contando con un modelo estadístico para datos dados, el valor AIC del modelo se presenta en la ecuación (3), en la que  $L$  es el valor máximo de la función de verosimilitud para el modelo;  $k$  el número de parámetros estimados en el modelo

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \quad (3)$$

Por otro lado, se cuenta con el coeficiente de correlación de Filliben  $r$  (ecuación 4), que es una prueba de ajuste de una distribución normal (Filliben, 1975). Se define como el coeficiente de correlación entre las observaciones ordenadas  $X_i$  y las medianas estadísticas ordenadas  $M_i$  de una distribución Normal  $N(0,1)$ .

$$r = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(M_i - \bar{M})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2 \sum(M_i - \bar{M})^2}} \quad (4)$$

Stasinopoulos y Rygby (2007), recomiendan determinar el mejor modelo, mediante la comparación de los diferentes modelos con base en los criterios de Akaike (AIC) y Bayesiano (SBC). Con estos criterios, los modelos finales proporcionan un balance entre exactitud y complejidad, tratando de evitar el sobreparametrizado de los modelos (Lopez de la Cruz & Francés, 2014).



## **2 . METODOLOGÍA**

El trabajo desarrollado corresponde a una investigación cuyo propósito principal era el de establecer el grado de relación que existe entre una o múltiples variables con caudales medios mensuales y emplearlas como pronóstico del caudal. A continuación se presenta la metodología y serie de actividades necesarias para cumplir los objetivos planteados en el presente trabajo de investigación, que se resumen en la Figura 2.

Primero se realizó la recopilación y selección de la información existente de estaciones hidrológicas. El tipo de información requerida corresponde a caudales medios mensuales, la cual fue suministrada por el Instituto de Meteorología, Hidrología y Estudios Ambientales -IDEAM-. Se hace la selección de las estaciones, cuyas serie de tiempo presenten grado de confianza para continuar con el análisis.

A continuación se seleccionaron los indicadores macroclimáticos a emplear como covariables. Mediante revisión bibliográfica de estudios e investigaciones realizados, principalmente a nivel nacional, se seleccionaron los índices macroclimáticos que señalan correlaciones entre estos y los caudales medio mensuales en una zona del territorio colombiano. La fuente de suministro de los índices seleccionados serán Agencias Oceanográficas y Atmosféricas que, dentro de su misión, tienen el seguimiento de los fenómenos macroclimáticos explicados anteriormente (entre otros). En la selección de estas covariables explicativas se debe considerar que sus series de tiempo sean por lo menos iguales en longitud a las series de tiempo de los caudales de las estaciones seleccionadas anteriormente.

Posteriormente se hace un análisis con funciones de correlaciones cruzadas entre el caudal y los índices macroclimáticos seleccionados, para identificar el rezago de tiempo que mejor relacione ambas series de tiempo. El propósito es emplear el índice con rezago como variable explicativa del caudal.

Luego, a partir de una análisis Anova, se establece la combinación de covariables que mejor representaran o explican la variabilidad del caudal. Los modelos son evaluados con la herramienta GAMLSS (R Core Team, 2015), la cual además provee información del ajuste a través del cálculo del AIC y el coeficiente de correlación de Filliben.

Finalmente con el modelo seleccionado por estación se definirá la mejor ventana de predicción y las funciones de distribución de probabilidad de caudales medios mensuales resultantes.



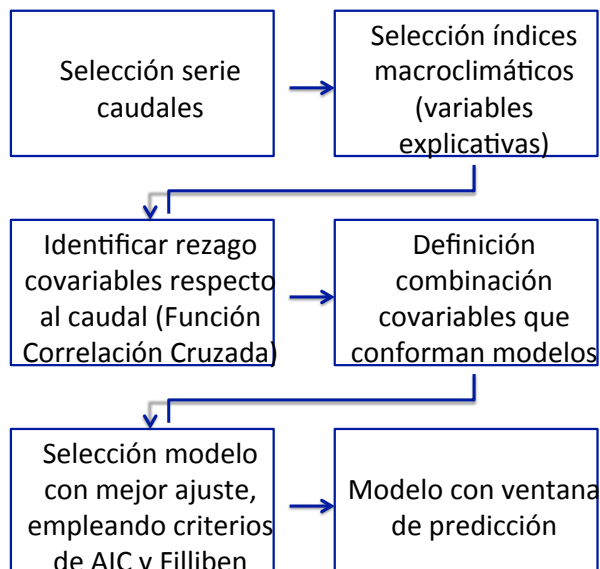


Figura 2: Diagrama de flujo del proceso

## 2.1 RECOPIACIÓN Y SELECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

De la base de datos del IDEAM de las estaciones que registran caudales medios mensuales, se seleccionan aquellas con registros mayores a 30 años (longitud de las serie), se identifica el departamento de Cundinamarca como región de estudio, dado el número de estaciones y porque se encuentran localizadas en la cuenca de la Orinoquia y del Magdalena con lo que se tendría dos cuencas vertiente características (ver Figura 4). En la Tabla 1, se presenta el resumen de las estaciones consideradas para la red:

Tabla 1: Listado Estaciones

No.	CÓDIGO CATALOGO	AÑO INICIO	AÑO FIN	RANGO	NOMBRE	NOMBRE MUNICIPIO	CORRIENTE
1	21237040	1972	2013	42	CORRALITOS	PULI	SECO
2	21207960	1974	2010	41	PTE_PORTILLO	TOCAIMA	BOGOTÁ
3	23067050	1974	2013	40	GUADUERO	GUADUAS	NEGRO
4	35057010	1969	2009	42	EL_CABLE	PARATEBUENO	HUMEA
5	23067060	1974	2013	40	TOBIA	NIMAIMA	NEGRO
6	23067070	1977	2012	37	VILLETA	VILLETA	VILLETA
7	23067080	1975	2013	39	CHARCO_LARGO	EL PEÓN	NEGRO
8	21197030	1959	2013	55	LA_PLAYA	PANDI	SUMAPAZ
9	21197110	1972	2013	42	SILVANIA	SILVANIA	SUBIA
10	24017150	1960	2013	54	LA_BOYERA	UBATÉ	UBATÉ
11	24017610	1961	2013	53	BOQUERÓN	LENGUAZAQUE	LENGUAZAQUE
12	35027100	1966	2009	48	CARAZA	CHIPAQUE	UNE
13	35067010	1963	2013	51	LA_GLORIA	UBALA	NEGRO
14	35067030	1963	2010	51	UBALA	UBALA	CHIVOR



No.	CÓDIGO CATALOGO	AÑO INICIO	AÑO FIN	RANGO	NOMBRE	NOMBRE MUNICIPIO	CORRIENTE
15	35067090	1972	2013	42	LA_BOCA	GACHALA	BATATAS
16	35067130	1980	2010	34	NUEVO_MUNDO	UBALA	RUCIO
17	23067020	1958	2013	62	COLORADOS	PUERTO SALGAR	NEGRO

En cuanto a la obtención de los índices macroclimáticos, estos pueden ser consultados en paginas de institucionales como las del Laboratorio de Investigación del Sistema Terrestre -ESRL- de la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (NOAA). De manera detallada, se presenta a continuación la página de consulta de los datos para cada uno de los índices macroclimáticos:

- MEI: <http://www.esrl.noaa.gov/psd/enso/mei/table.html>
- SOI Estandarizado: <http://www.cpc.ncep.noaa.gov/data/indices/soi>
- NAO: <http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/pna/nao.shtml#forecast>
- AMO: <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/timeseries/AMO/>
- PDO: <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/correlation/pdo.data>
- ONI: <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/correlation/oni.data>
- CAR: <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/correlation/CAR.data>
- NTA: <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/correlation/NTA.data>

El comportamiento de estos índices se pueden observar en la Figura 3.

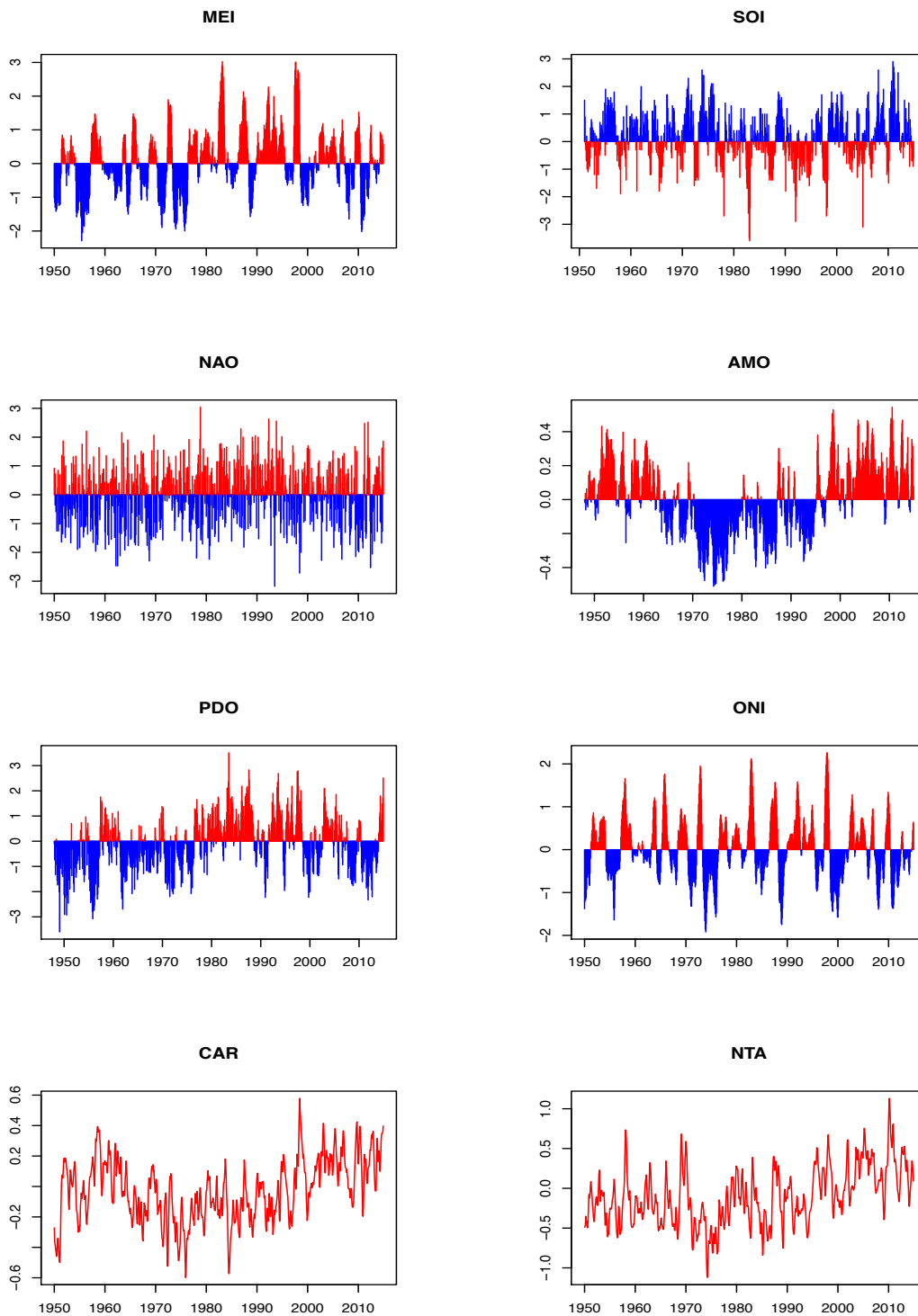


Figura 3: Comportamiento Índices Macroclimáticos



## 2.2 LLENADO DE DATOS FALTANTES

A pesar de contar con series de caudales importantes, por la cantidad de años registrados, se observan datos mensuales sin información, razón por la cual se requirió hacer un llenado de los caudales faltantes. Dado que el GAMLSS asume observaciones independientes tanto de la variable explicada (caudal) como de las variables explicativas, se requiere el mismo número de observaciones para cada variable. Por lo anterior, se propuso un método para el llenado de datos faltantes.

Primero, se hizo una verificación de la continuidad de la serie de datos de cada estación, identificándose una estación que sirviera de referente y aquellas estaciones que debían ser objeto de llenado. Dado que las estaciones analizadas se ubican en dos cuencas vertientes características diferentes (Cuenca\_TG), se identificó una estación para cada una de estas cuencas. De la verificación, se hizo una modificación de las series originales en las que se descartaron los años de las series que presentaran ausencia notable de datos. En la Tabla 2, se presenta el resultado de este primer análisis de los datos para cada estación.

**Tabla 2: Ajuste sugerido para cada estación de la Red**

No.	CÓDIGO CATALOGO	NOMBRE	MODIFICACIÓN
1	21237040	CORRALITOS	Para llenar
2	21207960	PTE_PORTILLO	Años eliminados: 1973, de enero a agosto sin datos; todo 2011 sin datos; 2012 de junio a diciembre sin datos; 2013 ocho meses sin datos.
3	23067050	GUADUERO	Para llenar
4	35057010	EL_CABLE	Como referente para las estaciones de la Cuenca_TG-2. Se toma como referente porque a pesar de no considerar el ultimo año de la serie (2010) el cual no tiene datos de mayo a diciembre, en el resto de la serie solo se presentan 2 meses con NA y además no se presenta extremos importantes respecto a su caudal.
5	23067060	TOBIA	Para llenar
6	23067070	VILLETA	Eliminado 2013, porque presente 6 meses sin datos
7	23067080	CHARCO_LARGO	Para llenar
8	21197030	LA_PLAYA	Para llenar
9	21197110	SILVANIA	Para llenar, aunque solo dos meses carecen de datos.
10	24017150	LA_BOYERA	Para llenar
11	24017610	BOQUERÓN	Para llenar. Aunque la serie esta completa de datos, presenta extremos y su caudal es bajo
12	35027100	CARAZA	Para llenar
13	35067010	LA_GLORIA	Para llenar
14	35067030	UBALA	Para llenar



No.	CÓDIGO CATALOGO	NOMBRE	MODIFICACIÓN
15	35067090	LA_BOCA	Para llenar
16	35067130	NUEVO_MUNDO	Para llenar
17	23067020	COLORADOS	Como referente para las estaciones de la Cuenca_TG-1, a pesar que falta por completo el año 1957. Es la serie mas larga aun eliminado los años previos 1957. Sin ese año solo dos meses faltan por datos y no presenta extremos muy significativos respecto a su caudal.

El siguiente paso consistió en calcular un factor para cada mes de cada año como se presenta en (5), para las estaciones 4 y 17 que corresponden a las seleccionadas como referencia para cada cuenca vertiente característica.

$$Factor_{mes,año} = \frac{q_{mes,año}}{Q_{medio\ estacion}} \quad (5)$$

Donde,  $q_{mes,año}$  es el caudal del mes  $i$  del año  $j$ , como se muestra en la Tabla 3;  $Q_{medio\ estacion}$  es caudal medio de la estación de referencia, calculado de los datos disponibles.

Tabla 3: Notación del caudal mensual por año, para cálculo del Factor de la estación de referencia.

	Enero	...	Diciembre
1972	$q_{enero,1972}$	...	$q_{diciembre,1972}$
...	...	$q_{mes,año}$	...
2013	$q_{enero,2013}$	...	$q_{diciembre,2013}$

A continuación se identificaron los datos faltantes en las estaciones señaladas como “Para llenar” de la Tabla 2. Se sustituye el dato faltante,  $q_{mes,año}$  con la ecuación (6), que corresponde al valor promedio entre el caudal del mismo mes del año anterior y el del mismo mes del año siguiente multiplicado por el Factor del mes y año correspondiente, calculado en (5).

$$q_{mes,año} = Factor_{mes,año} * \frac{|q_{mes,año+1} - q_{mes,año-1}|}{2} \quad (6)$$

Al hacer el llenado de datos con el método propuesto se presentaron los dos siguientes casos en los que no fue posible llenar:

- El dato faltante por encontrar coincide un dato faltante en la estación de referencia (matriz Factor).
- El dato faltante esta al principio o al final del rango, por lo que nos posible obtener un promedio.

Para estos casos, el tratamiento dado para determinar el dato faltante,  $qi2_{mes,año}$ , se muestra en (7).

$$qi2_{mes,año} = \frac{Q_{medio\ mes}}{Q_{medio\ estacion}} * Q_{medio\ año} \quad (7)$$

Donde,  $Q_{medio\ mes}$  es el caudal medio mensual para toda la serie de la estación donde está el dato faltante;  $Q_{medio\ estacion}$  es caudal medio de la estación;  $Q_{medio\ año}$  es el caudal medio anual, del año particular, para la serie de la estación donde está el dato faltante.

En el tratamiento de realizado hasta este punto se presentan en unas estaciones excepciones, que son datos que no pueden ser llenados por que corresponden a años completos sin datos y además están por fuera del rango de las estaciones de referencia. Dichas excepciones se presentan en la Tabla 4.

**Tabla 4: Estaciones con años faltantes fuera de rango de comparación (Excepciones)**

No.	CÓDIGO CATALOGO	NOMBRE	AÑOS FALTANTES
12	35027100	CARAZA	2010, 2011
14	35067030	UBALA	2011
16	35067130	NUEVO MUNDO	2011
17	23067020	COLORADOS	1957

Teniendo en cuenta que las excepciones de la Tabla 4 corresponden a extremos de las series y que realizar un llenado adicional de datos implica nuevos supuestos, se optó por eliminar del análisis estas excepciones. Lo anterior implicó descartar datos, de acuerdo con la Tabla 5.

**Tabla 5: Años descartados por Estación**

No.	CÓDIGO CATALOGO	NOMBRE	AÑOS DESCARTADOS
12	35027100	CARAZA	2010 a 2013
14	35067030	UBALA	2011 a 2013
16	35067130	NUEVO_MUNDO	2011 a 2013
17	23067020	COLORADOS	1952 a 1957

Las series de datos por estación a considerar en el análisis, resultado del método de llenado, se resumen en la Tabla 6 que incluye un análisis descriptivo de los datos tratados.

Tabla 6: Resumen por Estaciones con método de llenado de datos

No.	CUENCA_TG	Año Inicio	Año Fin	Rango (años)	Min	Mediana	Media	Max
1	1	1972	2013	42	0.01	1.96	3.48	36.46
2	1	1974	2010	41	3.38	37.28	42.48	159.90
3	1	1974	2013	40	4.77	57.75	72.43	492.60
4	2	1969	2009	42	4.90	122.10	124.10	381.90
5	1	1974	2013	40	6.32	30.30	36.17	131.30
6	1	1977	2012	37	0.08	6.70	9.20	111.50
7	1	1975	2013	39	0.61	17.65	21.93	93.38
8	1	1959	2013	55	2.84	23.90	27.56	239.90
9	1	1972	2013	42	0.10	2.59	3.18	12.53
10	1	1960	2013	54	0.16	0.89	1.85	19.20
11	1	1961	2013	53	0.04	0.97	1.72	22.73
12	2	1966	2009	48	0.41	3.77	4.75	20.33
13	2	1963	2013	51	0.12	3.89	5.19	28.30
14	2	1963	2010	51	0.31	3.30	4.17	18.69
15	2	1972	2013	42	0.17	5.20	6.52	131.70
16	2	1980	2010	34	0.10	2.00	3.21	25.45
17	1	1958	2013	62	2.50	61.46	77.89	355.90

Para todas las estaciones, se dejó el último año para realizar la verificación. Así que el ajuste del modelo a las estaciones se hizo tomando los datos de caudal hasta diciembre del *Año Fin* menos uno (Tabla 6; e. g. si *Año Fin* es 2013, entonces se toman los datos hasta 2012 para ajustar el GAMLSS, y se deja 2013 para la predicción).

### 2.3 ANÁLISIS DE DATOS

Con el propósito de ubicar espacialmente cada una de las estaciones con la información de las coordenadas suministrada, se procedió a efectuar la localización de cada una de estas en un Modelo Digital de Elevación (MED) que se presenta en la Figura 4. Empleando el Sistema de Información Geográfica GRASS (*Geographic Resources Analysis Support System*<sup>1</sup>; de ahora en adelante SIG GRASS). En esta se puede observar que un grupo de estaciones se ubican en la ladera oriental de la cordillera y otro grupo en la ladera occidental. La información cartográfica corresponde a un MED (ASTER GDEM)<sup>2</sup>, el cual es un producto desarrollado y puesto a disposición del público en conjunto por el Ministerio de Economía, Comercio e Industria (METI) de Japón y la Agencia Nacional de Aeronáutica y del Espacio de Estados Unidos (NASA). La disponibilidad de los archivo ASTER se encuentran *tilas* (se puede traducir como “planchas”) de 1x1 grados de latitud y longitud, que para la zona de estudio corresponde al área limitada entre 4°N-6°N, y 75°W-73°W,

<sup>1</sup> Software de código abierto, bajo publicado bajo licencia Pública General (GNU)

<sup>2</sup> <http://www.jspacesystems.or.jp/ersdac/GDEM/E/4.html>

que corresponden a cuatro *tiles*: ASTGTM2\_N04W074, ASTGTM2\_N04W075, ASTGTM2\_N05W074 y ASTGTM2\_N05W075.

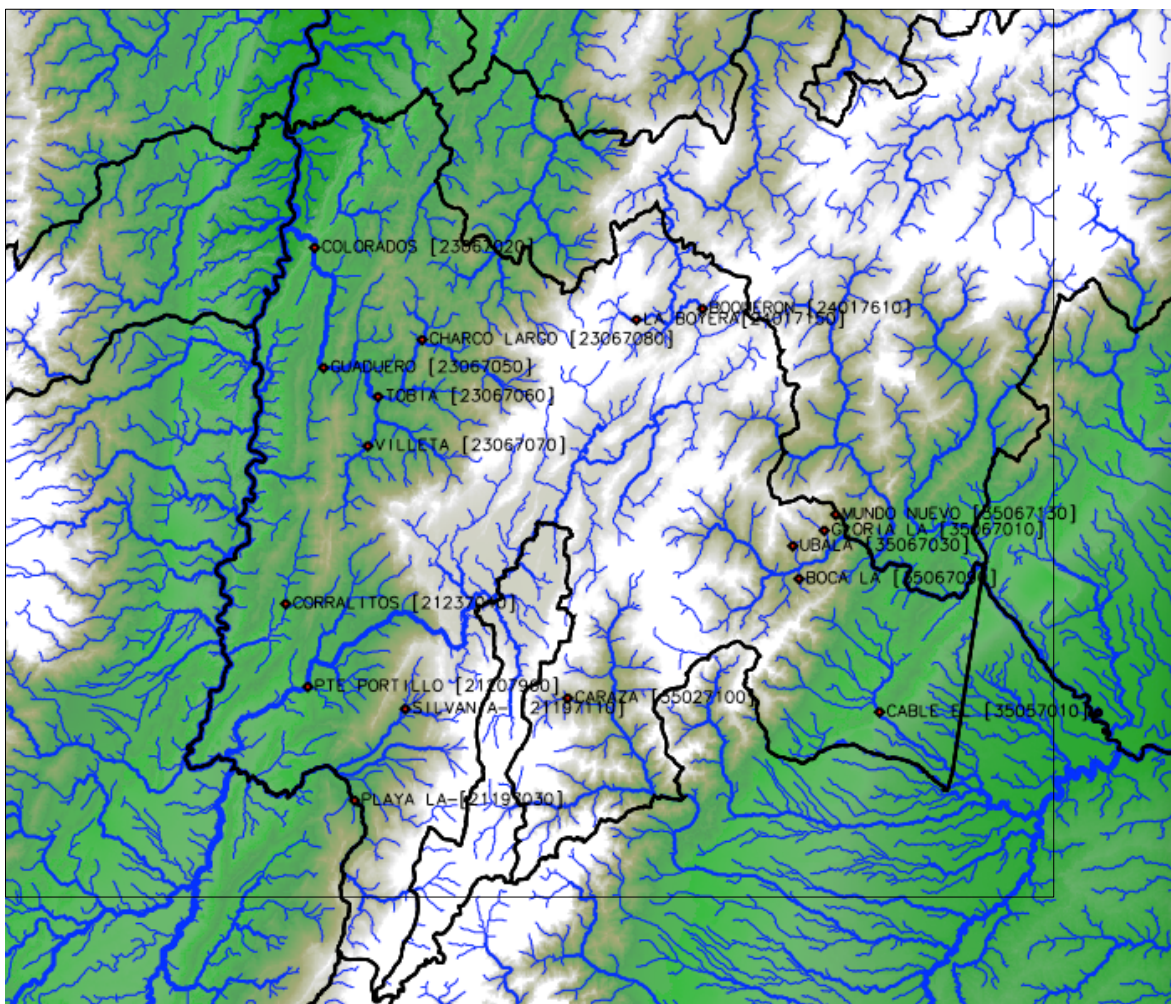


Figura 4: Localización Estaciones

Del resultado de datos llenados presentado en la Tabla 6, se puede obtener el ciclo multianual a nivel mensual de cada una de las estaciones para evidenciar el comportamientos típico de los caudales en cada estación, como se muestra en la Figura 5.



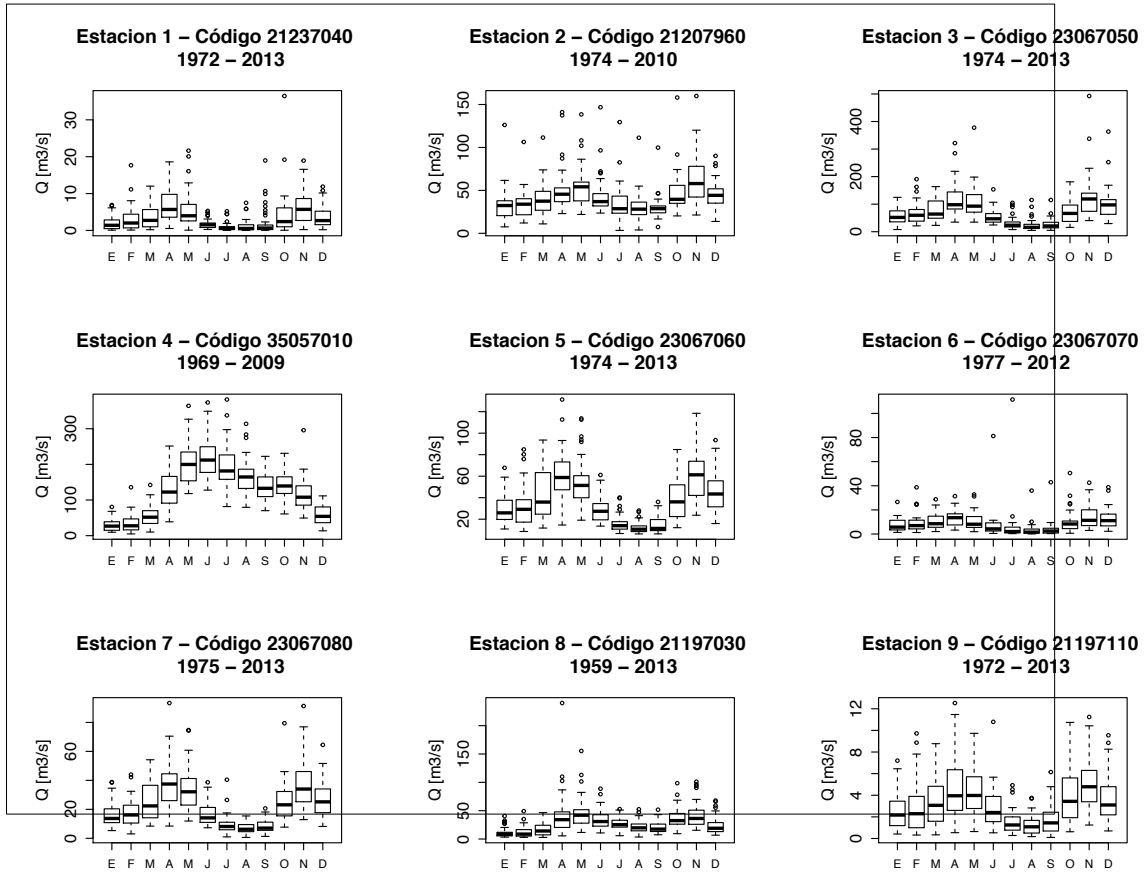


Figura 5: Ciclo multianual a nivel mensual de las estaciones

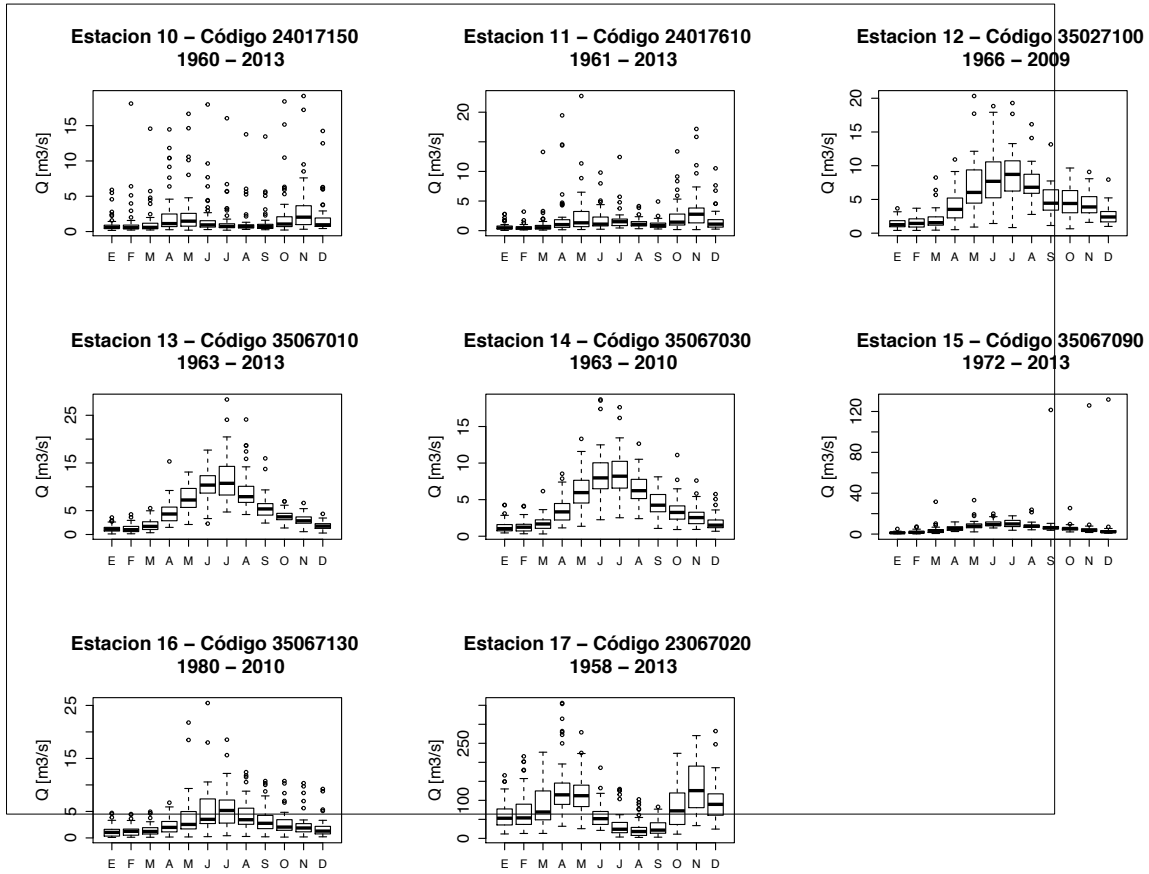


Figura 5 (Continuación): Ciclo multianual a nivel mensual de las estaciones

Al analizar el ciclo multianual a nivel mensual de las estaciones se observa el comportamiento bimodal en caudales de las estaciones ubicadas en la ladera occidental de la cordillera, mientras que los caudales de las estaciones ubicadas en la ladera oriental, que da hacia los Llanos Orientales, presentan un comportamiento más similar a uno monomodal, como se observa en la Figura 6.

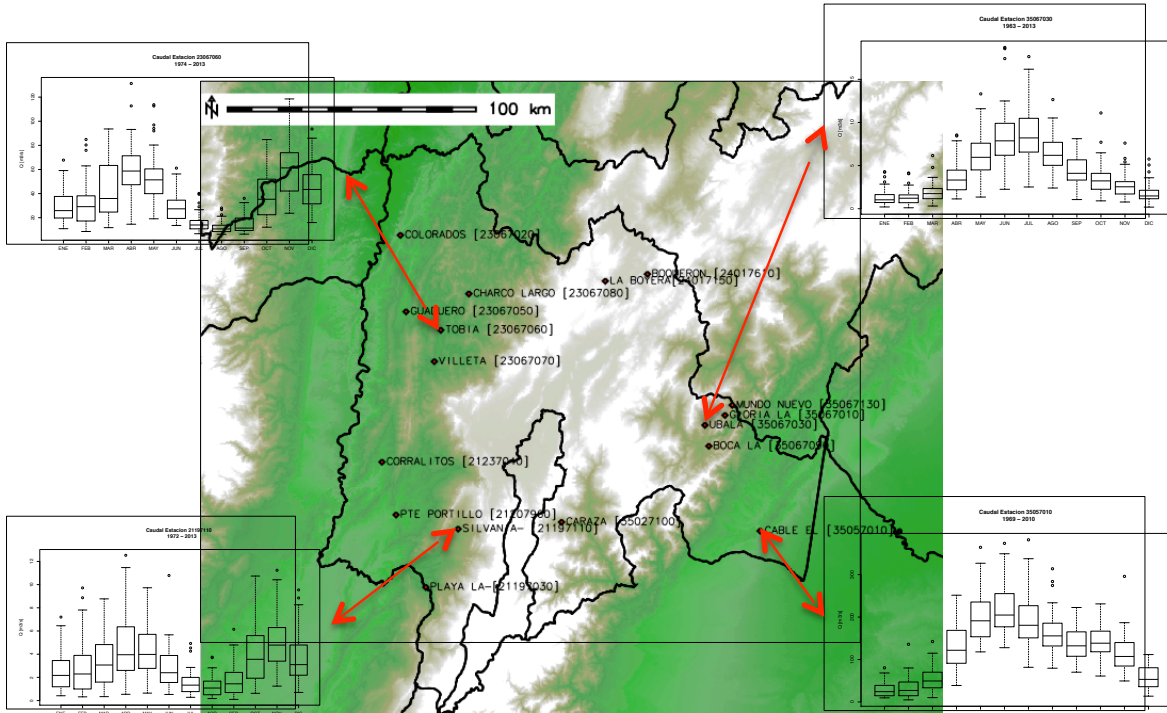


Figura 6: Localización Comportamiento multianual a nivel mensual

## 2.4 ANÁLISIS RELACIÓN CAUDALES VS. ÍNDICES MACROCLIMÁTICOS

Con el propósito de contar con un indicio sobre la posible relación entre las variables explicativas (los índices macroclimáticos seleccionados) y los caudales, se realiza un análisis de correlación cruzada entre las respectivas series de tiempo, como se ilustra en la Figura 7, la cual corresponde a la Estación 1. En el ANEXO 1 se presentan los resultados de cada estación.

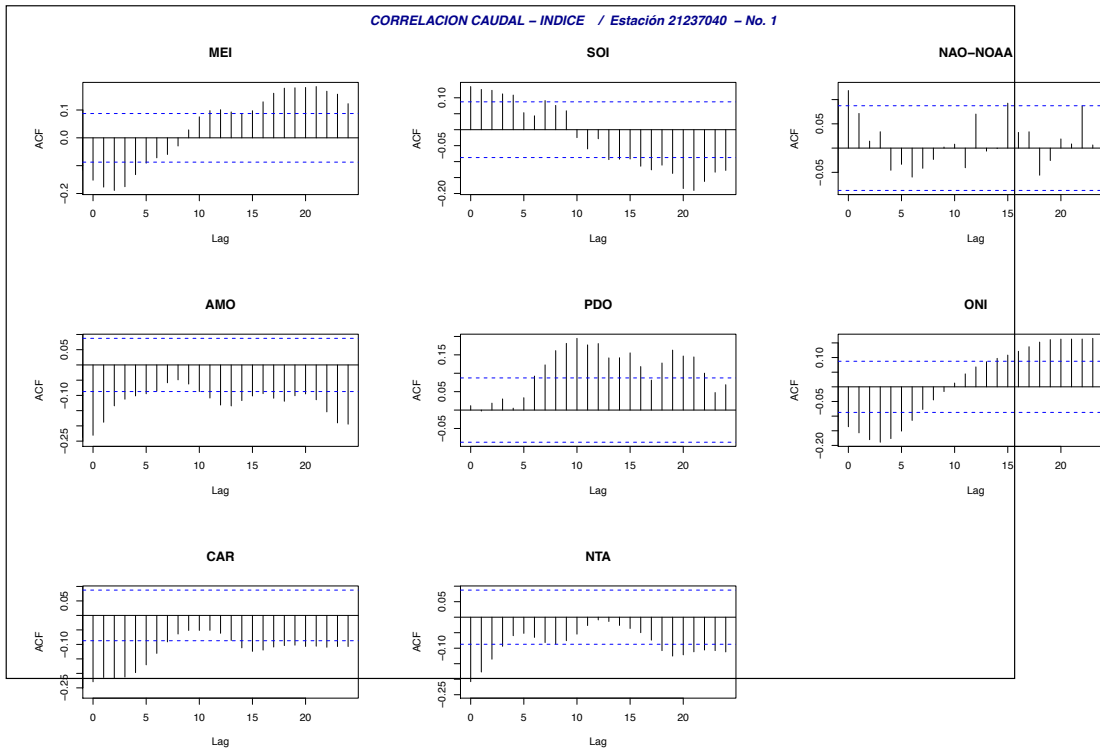


Figura 7: Correlación Caudal - Índice, para la estación 1.

En la Tabla 7, se presenta el resumen del resultado obtenido del análisis de correlación cruzada entre el caudal y los diferentes índices macroclimáticos para cada una de las estaciones, en el cual el rezago (*lag*) es determinado por el mejor valor del análisis de correlación (máximo valor positivo o negativo de ACF). Dado que el propósito de usar los indicadores macroclimáticos es de insumo para pronóstico, se debe dar un tratamiento en los casos en que el análisis de correlación indique rezago cero. Para estos casos se optó por tomar como mejor rezago el mes con el segundo mayor valor de ACF, los cuales se resaltan en sombilla en tabla resumen mencionada.

Tabla 7: Resumen rezago resultado correlación cruzada de Caudal – Índices.

Est.	MEI		SOI		NAO		AMO		PDO		ONI		CAR		NTA	
	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF
1	2	-0.19	21	-0.19	15	0.09	24	-0.19	10	0.19	3	-0.19	2	-0.22	1	-0.18
2	3	-0.18	4	0.14	13	-0.1	8	0.19	1	-0.17	3	-0.14	13	0.19	23	0.15
3	1	-0.27	1	0.21	18	-0.17	20	0.2	4	-0.22	1	-0.22	18	0.17	12	0.21
4	13	0.12	18	-0.1	13	-0.1	11	0.13	14	0.17	18	0.1	7	0.1	17	0.14
5	1	-0.28	1	0.22	6	-0.17	8	0.19	21	0.22	2	-0.26	12	0.16	12	0.15
6	22	0.33	3	0.23	13	-0.14	8	0.26	21	0.23	20	0.31	13	0.3	16	0.2
7	2	-0.26	1	0.22	6	-0.19	8	0.24	10	0.18	2	-0.21	12	0.2	12	0.18
8	2	-0.2	2	0.2	6	-0.15	8	0.17	5	-0.14	3	-0.18	8	0.17	5	0.19
9	2	-0.37	2	0.31	6	-0.12	7	0.15	1	-0.2	3	-0.36	13	0.19	12	0.19
10	23	0.04	9	0.08	11	-0.09	23	-0.13	13	0.08	25	0.05	16	-0.1	5	0.08



Est.	MEI		SOI		NAO		AMO		PDO		ONI		CAR		NTA	
	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF	lag	ACF
11	7	-0.22	3	0.24	5	-0.12	12	0.22	1	-0.18	4	-0.19	20	0.23	13	0.27
12	13	0.1	4	0.11	4	0.11	11	0.22	14	0.16	4	-0.11	18	0.15	17	0.18
13	5	-0.09	22	-0.09	20	-0.1	11	0.14	8	-0.15	21	0.08	18	0.08	18	0.13
14	4	-0.12	3	0.12	20	-0.07	11	0.17	6	-0.1	5	-0.12	17	0.16	18	0.16
15	24	0.22	22	-0.18	15	-0.12	13	0.24	24	0.13	23	0.23	16	0.25	20	0.19
16	2	0.11	10	-0.14	4	0.19	19	-0.21	2	0.17	5	0.11	22	-0.13	22	-0.18
17	2	-0.31	1	0.26	6	-0.12	8	0.15	4	-0.22	3	-0.27	14	0.14	12	0.21

Como se puede observar las mejores correlaciones se presentan con rezago de tiempo no nulo, lo cual indica que es acertado continuar con el análisis de relaciones índices~caudal considerando rezagos, es decir, el caudal en función del índice con rezago, así:

$$Q(t) \sim \text{índice}(t - \text{rezago}) \quad (8)$$

Con el resultado obtenido se continúa el análisis de caudal en función de la combinación de índices, con el rezago determinado para cada uno de estos. En otras palabras, el rezago del índice, define la serie de tiempo del mismo a considerar como variable explicativa del caudal de la estación.

#### 2.4.1 COMBINACIONES DE COVARIABLES

Un elemento central del presente estudio es la definición de covariables que se han emplear como insumo en el pronóstico de las fdp de los caudales medios mensuales. Adicionalmente es necesario explorar y analizar la mejor o mejores combinaciones posibles de covariables con las que se obtenga el menor error en el pronóstico.

Como se mencionó 8 covariables corresponden a índices macroclimáticos, pero también serán considerados como covariables el tiempo ( $t$ ), para tener en cuenta posibles tendencias de las series, y un factor de temporada o estación ( $season$ ), para considerar el ciclo anual en las estaciones presentado en la Figura 5. La covariable  $season$  es un factor categórico que agrupa los meses de invierno (diciembre, enero, febrero; DEF), primavera (marzo, abril, mayo; MAM), verano (junio, julio, agosto; JJA) y otoño (septiembre, octubre, noviembre; SON), del hemisferio norte. Por lo tanto el total de covariables con posibilidad de combinación es 10, representadas como vector así:

$$\text{Covariables} = c("t", "season", "MEI", "SOI", "NAO", "AMO", "PDO", "ONI", "CAR", "NTA")$$

Para determinar el número total de combinaciones entre covariables, se define según el número de covariables a emplear respecto al total, es decir, cuantas combinaciones se obtienen usando una covariable de las 10 disponibles, cuantas combinaciones se obtienen usando dos covariables de las 10 disponibles y así sucesivamente. Adicionalmente, para el



análisis se consideró un modelo estacionario del caudal, es decir, sin el uso de covariables, con lo que se obtendría una opción de combinación adicional. En la Tabla 8, se presenta el resultado del número de combinaciones posibles respecto al número de covariables a considerar.

**Tabla 8: Número combinaciones de covariables**

Covariables a combinar	Cantidad Combinaciones	No. Combinación
Estacionario	1	1
1	10	2 a 11
2	45	12 a 56
3	120	57 a 176
4	210	178 a 386
5	252	387 a 638
6	210	639 a 848
7	120	849 a 968
8	45	969 a 1013
9	10	1014 a 1023
10	1	1024
	1,024	

Por lo tanto el número total de combinaciones de covariables a considerar en el análisis para cada estación es de 1024, incluyendo la estacionaria. Para facilitar de identificación de la combinación, estas se numeraron del 1 al 1024. A modo ilustrativo en la Tabla 9, se presenta las 45 combinaciones posibles si se consideran 2 covariables de las 10 posibles.

**Tabla 9: Combinaciones empleado 2 covariables**

No. Combinación	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Covariables	t season	t MEI	t SOI	t NAO	t AMO	t PDO	t ONI	t CAR	t NTA
No. Combinación	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Covariables	season MEI	season SOI	season NAO	season AMO	season PDO	season ONI	season CAR	season NTA	MEI SOI
No. Combinación	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Covariables	MEI NAO	MEI AMO	MEI PDO	MEI ONI	MEI CAR	MEI NTA	SOI NAO	SOI AMO	SOI PDO
No. Combinación	39	40	41	42	43	44	45	46	47
Covariables	SOI ONI	SOI CAR	SOI NTA	NAO AMO	NAO PDO	NAO ONI	NAO CAR	NAO NTA	AMO PDO
No. Combinación	48	49	50	51	52	53	54	55	56
Covariables	AMO ONI	AMO CAR	AMO NTA	PDO ONI	PDO CAR	PDO NTA	ONI CAR	ONI NTA	CAR NTA



En el ANEXO 2 se presenta el listado completo de las combinaciones con su numeración correspondiente.

## 2.5 IDENTIFICACIÓN MODELOS POR COMBINACIÓN DE COVARIABLES

El número de combinaciones a considerar es importante, por lo que se hace necesario emplear un método para la selección de la combinación que mejor represente o se identifique con el comportamiento del caudal.

Primero se pretende identificar la posible relación entre cada covariable y el caudal. Para esto se empleó como herramienta estadística el análisis de varianza o ANOVA (*analysis of variance*), ya que permite comparar varias medias en diversas situaciones y de alguna manera, es la base del análisis multivariante. El propósito es identificar la significancia de la relación entre cada covariable con el caudal en cada una de las estaciones.

Es importante aclarar que se emplea ANOVA pese a que algunos de sus supuestos no se cumplan completamente como la normalidad de los residuales, pero su uso permite contar con una primera muestra de la relación entre el caudal y las covariables.

De acuerdo a lo descrito sobre las combinaciones posibles entre variables, en la ecuación (9) se muestra la combinación máxima de covariables como variables explicativas del caudal, que corresponde a la combinación 1024 de la Tabla 8.

$$q \sim t + \text{season} + \text{MEI} + \text{SOI} + \text{NAO} + \text{AMO} + \text{PDO} + \text{ONI} + \text{CAR} + \text{NTA} \quad (9)$$

A partir de la combinación No. 1024, se realiza el ANOVA entre el caudal y cada índice, considerando los rezagos máximos identificados y resumidos en la Tabla 7.

El resumen del ANOVA para la Estación 1 se presenta en la Tabla 11, en la cual la columna de Pr, corresponde al valor-p. Si el valor-p está por debajo de algún valor de significancia (e. g.  $\alpha \leq 0.1$ ), entonces se considera que la covariable explica algo de la variabilidad de los caudales. Entre más pequeño sea el valor-p, mayor será la relación lineal entre covariable y caudal. Para visualizar rápidamente el grado de significancia de la covariable, se emplea un Código de Significancia, mediante la asignación de símbolos (asteriscos o punto), según el rango en que se encuentre el valor-p, como se presenta en la Tabla 10.

Tabla 10: Código Significancia

RANGO	CÓDIGO
$0 \leq \text{valor-p} \leq 0.001$	***
$0.001 \leq \text{valor-p} \leq 0.01$	**
$0.01 \leq \text{valor-p} \leq 0.05$	*
$0.05 \leq \text{valor-p} \leq 0.1$	.
$0.1 \leq \text{valor-p} \leq 1$	



El número en la celda en sombrilla de la Tabla 11, corresponde al número de la estación analizada. En el ANEXO 3, se presenta el resumen del resultado ANOVA para cada una de las estaciones.

**Tabla 11: Anova Estación 1 para combinación 1024**

1	Pr(>F)	Cod.
t	3.54E-05	***
season	0.983	
MEI	2.41E-06	***
SOI	6.67E-05	***
NAO	0.0775	.
AMO	0.2604	
PDO	0.0034	**
ONI	0.8606	
CAR	0.5234	
NTA	0.9803	

Con el resultado obtenido del ANOVA, se puede identificar por estación las covariables que mejor explican la variabilidad del caudal, para así determinar la mejor combinación de las 1024 posibles. En la Tabla 12, se presenta el resultado por estación.

**Tabla 12: Mejor combinación covariables por Anova**

ESTACIÓN	No. COMBINACIÓN	COVARIABLES
1	444	t + MEI + SOI + NAO + PDO
2	181	t + season + MEI + ONI
3	871	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
4	980	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
5	786	season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR
6	906	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
7	949	season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
8	871	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
9	34	MEI + CAR
10	886	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
11	1015	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
12	849	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO
13	787	season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
14	870	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR
15	656	t + season + MEI + NAO + AMO + CAR
16	970	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
17	935	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA





## 2.6 USO DE CRITERIOS PARA COMPARACIÓN DE MODELOS ESTADÍSTICO

Los modelos GAMLSS son una extensión de los modelos lineales generalizados y de los modelos aditivos generalizados. Los modelos GAMLSS son una clase general de modelos estadísticos útiles para describir variables de respuesta univariadas, mediante los parámetros de distribución de la variable de respuesta. La estimación de máxima verisimilitud es usada para ajustar los modelos. El modelo asume observaciones independientes para la variable respuesta dados los parámetros (estimadores), las variables explicativas y los efectos aleatorios. La distribución para la variable respuesta en los modelos GAMLSS puede seleccionarse de una familia de distribuciones que incluye variables continuas y discretas (Rigby & Stasinopoulos, 2010; Stasinopoulos & Rigby, 2007).

Como parte de la selección del modelo estadístico, se tiene la presunción que el modelo se aproxima adecuadamente a la distribución de las muestras de un conjunto de datos en particular, como las funciones de densidad de probabilidad. Para la modelación se seleccionaron cinco distribuciones de dos parámetros ampliamente utilizadas para la modelización estadística de series hidrológicas (Gamma -GA-, Gumbel -GU-, Lognormal -LOGNO-, Normal -NO-, Weibull -WEI-), suponiendo que son distribuciones de probabilidad paramétricas para la variable explicada y que se espera tengan una flexibilidad suficiente para describir los datos de las variables escogidas. Todo los cálculos se llevan a cabo en el paquete GAMLSS (Stasinopoulos & Rigby, 2007), implementados en la plataforma (R Core Team, 2015).

Por lo anterior, se tienen cinco (5) fdp con las cuales se hace el análisis de cada una de las 1024 combinaciones de covariables, es decir, el total de modelos por estación es de 5120 (Tabla 13), que resultan de las 1024 combinaciones x 5 distribuciones consideradas.

**Tabla 13: Distribución modelos por estación**

No. Combinación	GA	GU	LOGNO	NO	WEI
1	1 (Estacionario)	1 (Estacionario)	1 (Estacionario)	1 (Estacionario)	1 (Estacionario)
2	t	t	t	t	t
...	...	...	...	...	...
1024	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA

De la Tabla 13, se infiere que la numeración de los modelos por estación es de 1 a 5120 según la fdp. En la Tabla 14 se presenta el resumen de la numeración de cada modelo en cada estación, según la fdp considerada.



**Tabla 14: Número modelo**

fdp	No. MODELO	
	DE	A
GA	1	1024
GU	1025	2048
LOGNO	2049	3072
NO	3073	4096
WEI	4097	5120

Cada uno de los modelos es evaluado con la herramienta GAMLSS (R Core Team, 2015), la cual además provee información del ajuste a través del cálculo del AIC y el coeficiente de correlación de Filliben. A manera de ejemplo, en la Figura 8 se presenta el resultado para la mejor combinación, de acuerdo al ANOVA, de la Estación No.1 (según Tabla 12), que corresponde al modelo 444 (fdp gamma):

```
Family: c("GA", "Gamma")
Fitting method: RS()
Call: gamlss(formula = caudal ~ t + MEI + SOI + NAO + PDO, sigma.formula = ~t +
  MEI + SOI + NAO + PDO, family = dist, data = datos)
Mu Coefficients:
(Intercept)          t          MEI          SOI          NAO          PDO
 36.67105   -0.01779   -0.25572   -0.13044    0.06311    0.15809
Sigma Coefficients:
(Intercept)          t          MEI          SOI          NAO          PDO
-21.330098    0.010693    0.136241   -0.004820   -0.004175   -0.024917
Degrees of Freedom for the fit: 12 Residual Deg. of Freedom  480
Global Deviance:      2099.34
AIC:                  2123.34
SBC:                  2173.72
```

**Figura 8: Resultado en R, de mejor Anova Estación 1.**

Los criterios empleados (AIC y Filliben), muestran una tendencia a mejorar su valor en la medida que aumentan las covariables consideradas para ajustar las diferentes fdp. Lo anterior se refleja en la Figura 9 en la que se muestra el comportamiento del AIC (mejor ajuste del modelo si tiene un valor menor), y en la Figura 10 el comportamiento del criterio de Filliben (mejora al aproximarse a la unidad), ambos para la Estación 2. En el ANEXO 4, se presentan las figuras de comportamiento de los criterios para cada una de las estaciones. No obstante, se puede observar que se presentan diferencias importantes de valor entre modelos por lo que no necesariamente el modelo con mayor cantidad de covariables presenta los mejores valores de los criterios de selección. También, se observa que el desempeño del AIC y Filliben varía según la familia de distribución de la fdp.

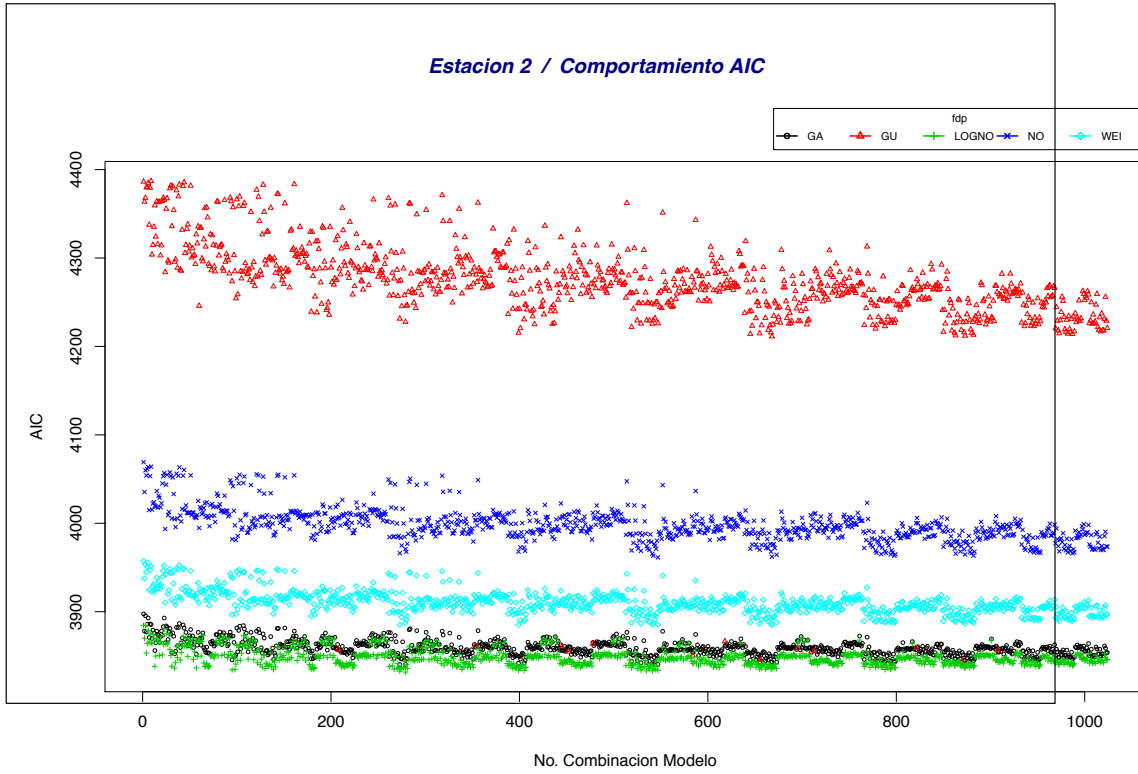


Figura 9: Comportamiento AIC. Los diferentes colores representan el ajuste con las fdp consideradas.

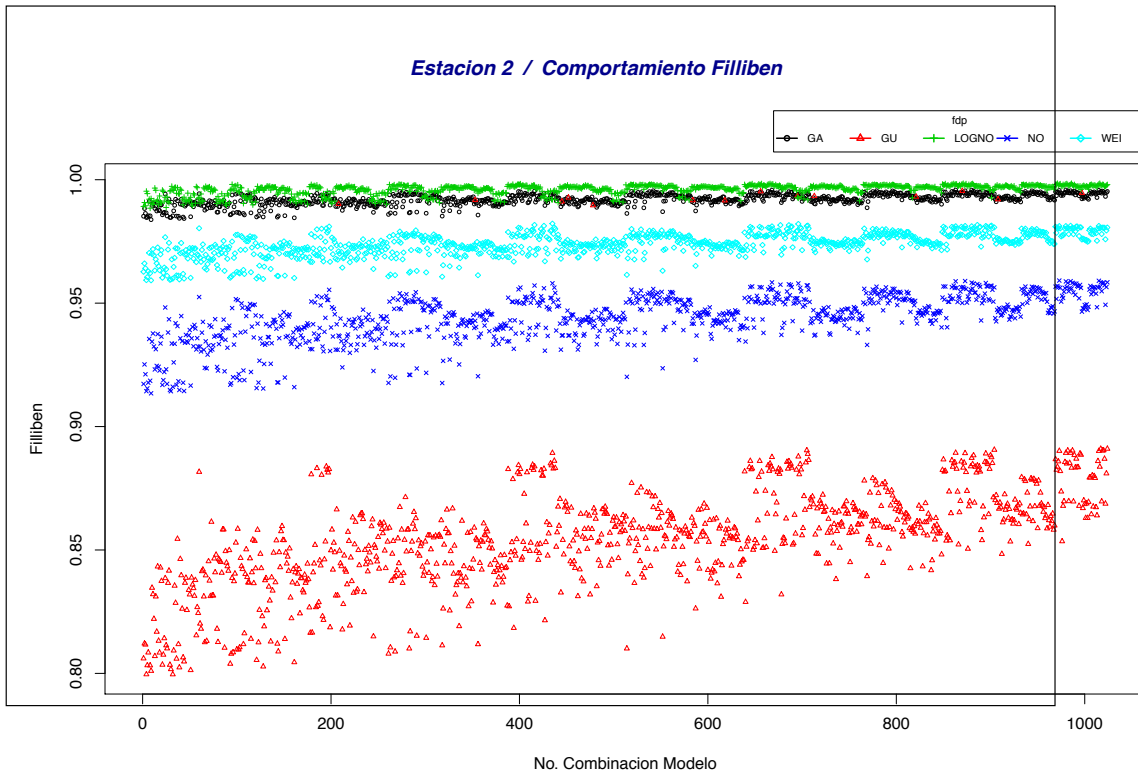


Figura 10: Comportamiento Filliben. Los diferentes colores representan el ajuste con las fdp consideradas.

De la Figura 9 y Figura 10, se entiende que cada combinación de covariables tiene sus correspondientes criterios de ajuste por distribución; por ejemplo, cada combinación de covariables (No. Combinación) tiene 5 AIC (uno para cada fdp considerada). Para cada estación se tiene la información como la presentada en la Tabla 15.

**Tabla 15: Resumen información criterios**

Modelo	Id.Estacion	Estacion	fdp	Combinacion	AIC	Filliben
1	21237040	1	GA	1	2216.63	0.9963
2	21237040	1	GA	2	2184.25	0.9921
...	...	...	...	...	...	...
5018	21237040	1	WEI	1022	2135.34	0.9937
5019	21237040	1	WEI	1023	2135.18	0.9944
5120	21237040	1	WEI	1024	2133.18	0.9935

A partir de esta información se realiza la primera identificación del modelo. Se identifica la fdp que mejor ajusta, según el AIC, para la mejor combinación de covariables de la Tabla 12. El resultado por estación se muestra en la Tabla 16.

**Tabla 16: Selección de la fdp que mejor ajusta a la combinación de covariables de la Tabla 12.**

EST.	No. MODELO	fdp	COVARIABLES
1	4540	WEI	t + MEI + SOI + NAO + PDO
2	2229	LOGNO	t + season + MEI + ONI
3	2919	LOGNO	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
4	980	GA	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
5	2834	LOGNO	season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR
6	906	GA	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
7	949	GA	season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
8	2919	LOGNO	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
9	4130	WEI	MEI + CAR
10	2934	LOGNO	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
11	3063	LOGNO	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
12	2897	LOGNO	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO
13	2835	LOGNO	season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
14	2918	LOGNO	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR
15	2704	LOGNO	t + season + MEI + NAO + AMO + CAR
16	3018	LOGNO	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
17	2983	LOGNO	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA

A continuación, a partir de la información de la Tabla 15 se identifican los modelos ajustados que mejor cumplen el criterio AIC (Tabla 17), y el de mejor Filliben (Tabla 18).



**Tabla 17: Modelos con mejor AIC**

EST.	No. MODELO	fdp	COVARIABLES
1	4485	WEI	t + season + MEI + SOI + PDO
2	2327	LOGNO	season + MEI + ONI + CAR
3	2319	LOGNO	season + MEI + NAO + NTA
4	195	GA	t + season + AMO + PDO
5	2702	LOGNO	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO
6	4872	WEI	season + MEI + SOI + AMO + PDO + CAR
7	791	GA	season + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR
8	2623	LOGNO	season + NAO + PDO + ONI + NTA
9	99	GA	season + MEI + NTA
10	3069	LOGNO	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
11	3028	LOGNO	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
12	2742	LOGNO	t + season + NAO + AMO + PDO + ONI
13	2446	LOGNO	t + season + MEI + AMO + PDO
14	2483	LOGNO	t + season + AMO + PDO + NTA
15	2628	LOGNO	season + AMO + PDO + CAR + NTA
16	2900	LOGNO	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + NtA
17	534	GA	season + MEI + NAO + PDO + NTA

**Tabla 18: Modelos con mejor Filliben**

EST.	No. MODELO	fdp	COVARIABLES
1	4240	WEI	SOI + NAO + ONI
2	2919	LOGNO	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
3	259	GA	t + PDO + CAR + NTA
4	1015	GA	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
5	929	GA	t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
6	143	GA	SOI + NAO + PDO
7	248	GA	t + NAO + ONI + CAR
8	2325	LOGNO	season + MEI + PDO + CAR
9	499	GA	t + NAO + AMO + PDO + CAR
10	3042	LOGNO	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
11	2422	LOGNO	NAO + AMO + PDO + NTA
12	2489	LOGNO	t + season + PDO + CAR + NTA
13	73	GA	t + SOI + AMO
14	2072	LOGNO	season + AMO
15	2981	LOGNO	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
16	2933	LOGNO	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
17	4	GA	MEI

En este punto es importante retomar que por un lado el AIC sirve para comparación de los diferentes modelos, mientras que el criterio de Filliben sirve para identificar la adecuada



normalidad de los residuales del ajuste. En consideración de lo anterior, y con el propósito de obtener una mayor aproximación al modelo que mejor se ajuste a los datos, se propone hacer una verificación de los modelos con mejor AIC, y que además tienen un valor de correlación de Filliben por encima de algún valor umbral. Para este valor del criterio de Filliben, se propone emplear como puntos porcentuales de probabilidad del coeficiente de correlación, los percentiles 0.05, 0.5 y 0.95, tomando el percentil 0.5 como umbral para la selección de los modelos.

La tabla de puntos porcentuales de normalidad desarrollada por Filliben (Filliben, 1975), considera hasta 100 datos, por lo que se hace necesario calcular dicho coeficiente según el número de datos que se tiene por estación. El cálculo del coeficiente Filliben para cada punto porcentual se hizo mediante el uso del código desarrollado por el Dr. David Duffy (Duffy, 2011), que emplea como entradas el número de datos de cada estación y los percentiles a los cuales se desea calcular el dicho coeficiente. En la Tabla 19 (detalle de lectura Figura 11), se presentan los puntos calculados para cada estación para los percentiles 0.05, 0.5 y 0.95, conforme al número de datos de caudal de la serie. Para algunas estaciones el percentil 0.5 resultó muy restrictivo, ya que ningún modelo ajustado lo superaba. Se optó entonces por flexibilizar el percentil de selección, disminuyéndolo hasta un mínimo de 0.15 (estación 16; ver Tabla 19), con el propósito de seleccionar al menos un modelo (i. e. aquel con mejor AIC). En la Tabla 19, se resaltan en amarillo los percentiles flexibilizados.

		Percentil		
Estacion	<b>1</b>	0.05	<b>0.25</b>	0.95
No. Datos	492	0.9968	0.998	0.9993

Umbral Coeficiente

**Figura 11: Detalle lectura umbrales Filliben**



Tabla 19: Coeficientes Filliben para cada estación

<b>1</b>	0.05	0.25	0.95	<b>10</b>	0.05	0.5	0.95
492	0.9968	0.9980	0.9993	636	0.9976	0.9989	0.9994
<b>2</b>	0.05	0.35	0.95	<b>11</b>	0.05	0.5	0.95
432	0.9966	0.9981	0.9992	624	0.9976	0.9988	0.9994
<b>3</b>	0.05	0.5	0.95	<b>12</b>	0.05	0.5	0.95
468	0.9968	0.9985	0.9993	516	0.9969	0.9986	0.9993
<b>4</b>	0.05	0.5	0.95	<b>13</b>	0.05	0.5	0.95
480	0.9969	0.9985	0.9993	600	0.9974	0.9988	0.9994
<b>5</b>	0.05	0.5	0.95	<b>14</b>	0.05	0.5	0.95
468	0.9970	0.9985	0.9993	564	0.9973	0.9987	0.9994
<b>6</b>	0.05	0.45	0.95	<b>15</b>	0.05	0.5	0.95
420	0.9964	0.9983	0.9992	492	0.9969	0.9985	0.9993
<b>7</b>	0.25	0.5	0.95	<b>16</b>	0.05	0.15	0.95
456	0.9980	0.9990	0.9990	360	0.9957	0.9969	0.9990
<b>8</b>	0.05	0.5	0.95	<b>17</b>	0.05	0.5	0.95
648	0.9976	0.9989	0.9995	660	0.9978	0.9989	0.9995
<b>9</b>	0.05	0.35	0.95				
492	0.9970	0.9983	0.9993				

### 2.6.1 IDENTIFICACIÓN POR COMBINACIÓN DE CRITERIOS

Como se mencionó, la propuesta de selección del modelo para cada estación se hace a partir de los modelos con mejor AIC, y que cumplen el umbral determinado por el criterio de Filliben. Lo anterior se hace a partir de la información de la Tabla 15, identificando los modelos que cumplen umbral definido para estación en la Tabla 19. El resultado de esta verificación de información para cada estación se resumen en la Tabla 20, en la se presentan los modelos en orden ascendente según el AIC, es decir, de menor a mayor AIC del modelo.

Tabla 20: Resumen modelos combinación criterios

EST.	No. MODELO (AIC ascendente)	COVARIABLES
1	4220	caudal ~ MEI + SOI + ONI
	4240	caudal ~ SOI + NAO + ONI
	4135	caudal ~ SOI + ONI
	4105	caudal ~ ONI
	4239	caudal ~ SOI + NAO + PDO
2	2919	caudal ~ t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
	3028	caudal ~ t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
	3019	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA

**Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad  
No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales**



3	259	caudal $\sim t + PDO + CAR + NTA$
	175	caudal $\sim PDO + CAR + NTA$
4	980	caudal $\sim t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA$
	863	caudal $\sim t + season + MEI + SOI + AMO + ONI + NTA$
	1015	caudal $\sim t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA$
	973	caudal $\sim t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA$
	652	caudal $\sim t + season + MEI + SOI + ONI + NTA$
5	Ninguno cumple con umbral mínimo.	
6	619	caudal $\sim SOI + NAO + AMO + PDO + CAR$
	143	caudal $\sim SOI + NAO + PDO$
7	248	caudal $\sim t + NAO + ONI + CAR + NTA$
	507	caudal $\sim t + NAO + ONI + CAR$
8	2855	caudal $\sim season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA$
	2613	caudal $\sim season + SOI + PDO + ONI + NTA$
	2988	caudal $\sim season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA$
	3006	caudal $\sim season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA$
	2939	caudal $\sim t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA$
	2604	caudal $\sim season + SOI + NAO + ONI + NTA$
	2830	caudal $\sim season + MEI + SOI + PDO + ONI + NTA$
	2739	caudal $\sim t + season + SOI + PDO + ONI + NTA$
	2328	caudal $\sim season + MEI + ONI + NTA$
	2862	caudal $\sim season + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA$
	2821	caudal $\sim season + MEI + SOI + NAO + ONI + NTA$
	3057	caudal $\sim season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA$
	3024	caudal $\sim t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA$
	3042	caudal $\sim t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA$
	2848	caudal $\sim season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI$
	2842	caudal $\sim season + MEI + NAO + ONI + CAR + NTA$
	2167	caudal $\sim season + ONI + NTA$
	2841	caudal $\sim season + MEI + NAO + PDO + CAR + NTA$
	2574	caudal $\sim season + MEI + SOI + ONI + NTA$
	2325	caudal $\sim season + MEI + PDO + CAR$
9	21	caudal $\sim season + MEI$
	93	caudal $\sim season + MEI + SOI$
	96	caudal $\sim season + MEI + PDO$
	263	caudal $\sim season + MEI + SOI + PDO$
	22	caudal $\sim season + SOI$
	100	caudal $\sim season + SOI + NAO$
	499	caudal $\sim t + NAO + AMO + PDO + CAR$
10	Ninguno cumple con umbral mínimo.	
11	2211	caudal $\sim NAO + PDO + NTA$





	2217	caudal ~ AMO + PDO + NTA
	2422	caudal ~ NAO + AMO + PDO + NTA
12	2165	caudal ~ season + PDO + NTA
	2363	caudal ~ season + PDO + CAR + NTA
	2249	caudal ~ t + season + PDO + NTA
	2489	caudal ~ t + season + PDO + CAR + NTA
	2452	caudal ~ t + season + MEI + PDO + NTA
	2720	caudal ~ t + season + MEI + PDO + CAR + NTA
	13	Ninguno cumple con umbral mínimo.
14	Ninguno cumple con umbral mínimo.	
15	2931	caudal ~ t + season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA
	3031	caudal ~ t + season + MEI + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
	3036	caudal ~ t + season + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
	3066	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
	2616	caudal ~ season + NAO + AMO + PDO + ONI
	2833	caudal ~ season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI
	2848	caudal ~ season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
	2981	caudal ~ season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
16	3065	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
	3026	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
	2731	caudal ~ t + season + SOI + NAO + CAR + NTA
	2899	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + CAR
	2933	caudal ~ t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
	3038	caudal ~ t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
	3018	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
	3020	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
	2724	caudal ~ t + season + SOI + NAO + AMO + CAR
	2904	caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR
	2457	caudal ~ t + season + SOI + NAO + PDO
17	4	caudal ~ MEI
	29	caudal ~ MEI + SOI
	44	caudal ~ NAO + ONI
	80	caudal ~ t + NAO + ONI
	9	caudal ~ ONI

## 2.6.2 COMPARACIÓN MODELOS ANIDADOS

Se entiende que dos modelos están anidados si un modelo contiene todos los términos del otro y al menos un término adicional. El modelo más grande es el modelo completo (complejo), y el más pequeño es el modelo reducido (simple o más parsimonioso).



Como se observa en la Tabla 20, la mayoría de estaciones presentan varios modelos que cumplen la identificación de modelos que cumplan la combinación de criterios descritos en el título 2.6.1, por lo tanto es necesario hacer una selección de estos. Con el propósito de seleccionar el modelo más sencillo, es decir, el que emplee menos covariables, se realizó un comparación entre los modelos anidados que se señalaron en dicha Tabla y que presenten mejor bondad de ajuste.

Como herramienta de selección se empleó la Prueba del Cociente de Verosimilitud de Modelos GAMLSS Anidados (*Likelihood Ratio Test for Nested GAMLSS Models*) definida en la función LR.test (R Core Team, 2015). Para esta función, si el valor-p (*p-value*) es menor que 0.05, hay evidencia en contra de la hipótesis nula respecto al modelo con parámetros adicionales. Es decir, hay evidencia de que el modelo con más parámetros presenta mejor ajuste a los datos, que el modelo más simple.

A manera de ejemplo en la Figura 12 se presenta el resultado para la Estación 1, de la comparación entre el modelo 4220 y el modelos 4105, que es el más sencillo de los identificados para esta estación. Sin embargo, de acuerdo con la prueba, el modelo menos parsimonioso (modelo 4220) es significativamente mejor que aquel que tiene menos covariables (modelo 4105).

```
> LR.test(ResGam[[4105]],ResGam[[4220]])
Likelihood Ratio Test for nested GAMLSS models.
(No check whether the models are nested is performed).

Null model: deviance= 2172.291 with 4 deg. of freedom
Alternative model: deviance= 2146.73 with 8 deg. of freedom

LRT = 25.56147 with 4 deg. of freedom and p-value= 3.878557e-05
```

**Figura 12: Resultado de R, función LR.test modelos 4220 y 4105 de la Estación 1**

### 3 . RESULTADOS

#### 3.1.1 SELECCIÓN DE MODELO

Como resultado de los cálculos e identificaciones de modelos realizados en el Capítulo 2.6, en la Tabla 21 se presenta finalmente el modelo seleccionado por estación.

Tabla 21: Selección de modelo

EST.	MODELO	COVARIABLES	EXPLICACIÓN
1	4220	MEI + SOI + ONI	Con la flexibilización del umbral Filliben, se identifican 5 modelos. Al verificar la bondad de ajuste entre los modelos se evidencia un mejor ajuste de los modelos más complejos y no hay diferencia significativa ente ellos, porque la selección es la del que tiene el menor AIC, es decir, el modelo con mejor AIC que cumple umbral.
2	2919	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA	Flexibilizando umbral Filliben, se identifican 3 modelos. Al hacer la prueba de verosimilitud entre los modelos no se evidencia ganancia en el ajuste con los modelos más complejos, por lo que se opta por el modelo de mejor AIC de los tres identificados. Es de anotar que coincide con el mejor Filliben.
3	175	PDO + CAR + NTA	Se identifican 2 modelos. Al realizar la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 175.
4	980	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA	Cinco modelos que cumplen con el umbral de Filliben. Al realizar la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 980, porque mostró evidencia de mejor ajuste, por encima del modelo más simple (No. 652).
5	929	t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA	Al no disponer de modelos que cumplieran el percentil mínimo definido para la flexibilización del umbral de Filliben, se opta por el modelo de mejor Filliben.
6	619	SOI + NAO + AMO + PDO + CAR	Con la flexibilización del umbral de Filliben, cumplen 2 modelos. Al realizar la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 619, que a pesar de ser más complejo muestra evidencia de mejor ajuste.



7	507	t + NAO + ONI + CAR	Flexibilizando umbral de Filliben, cumplen 2 modelos. Al no poder hacer la prueba de verosimilitud porque el modelo alterno tiene mayor desviación, se selecciona el modelo 507 que es el más simple.
8	2855	season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA	Se presenta un amplio número de modelos que cumplen (316 en total). Con el propósito de reducir la cantidad de modelos a comparar, se seleccionan los 19 mejores respecto AIC, y como opción 20 el modelo de mejor Filliben, que está en la posición 207 de los 316 que cumple el umbral. Empleando la prueba de verosimilitud entre los modelos, se selecciona el modelo 2855, porque muestra evidencia de mejor ajuste respecto a los modelos más simples, y los más complejos no muestran evidencia de mejor ajuste.
9	21	season + MEI	Flexibilizando el umbral de Filliben, cumplen 7 modelos. Al realizar la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 21, por que los modelos más complejos no mostraron evidencia de mejor bondad de ajuste.
10	3042	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA	Al no disponer de modelos que cumplieran el percentil mínimo definido para la flexibilización del umbral de Filliben, se opta por el modelo de mejor Filliben.
11	2211	NAO + PDO + NTA	Tres modelos cumplen el umbral de Filliben. Al emplear la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 2211, ya que el modelo más complejo no muestra evidencia de mejor bondad en el ajuste, y además es el de mejor AIC.
12	2165	season + PDO + NTA	Cumplen 6 modelos el umbral de Filliben. Realizando la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 2165 ya que los modelos más complejos no muestran evidencia de mejor bondad en el ajuste y además es el de mejor AIC.
13	73	t + SOI + AMO	Al no disponer de modelos que cumplieran el percentil mínimo definido para la flexibilización del umbral de Filliben, se opta por el modelo de mejor Filliben.
14	2072	season + AMO	Al no disponer de modelos que cumplieran el percentil mínimo definido para la flexibilización del umbral de Filliben, se opta por el modelo de mejor Filliben.



15	2931	t + season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA	Cumplen 8 modelos el umbral de Filliben. Empleando la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 2931 ya que los modelos más complejos no muestran evidencia de mejor bondad en el ajuste y además es el de mejor AIC.
16	3065	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA	Flexibilizando el umbral de Filliben, cumplen 11 modelos. Empleando la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 3065 ya que muestra evidencia de mejor bondad en el ajuste respecto a los modelos más simples y además es el de mejor AIC.
17	4	MEI	Cumplen 5 modelos el umbral de Filliben. Al realizar la prueba de verosimilitud entre éstos, se selecciona el modelo 4 ya que el modelo más complejo no muestra evidencia de mejor bondad de ajuste y además presenta el mejor Filliben.

De los modelos seleccionados se presenta en la Tabla 22 la ventana de tiempo de predicción del modelo para cada estación, que está determinado por la covariable del modelo con el menor valor de ventana de predicción o rezago, indicado en la Tabla 7 y que se resalta en sombrilla.

**Tabla 22: Resumen ventana de predicción del modelo seleccionado**

CUENCA TG	EST.	MODELO	COVARIABLES	VENTANA PREDICCIÓN
1	1	4220	MEI + SOI + ONI	2
1	2	2919	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA	1
1	3	175	PDO + CAR + NTA	4
2	4	980	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA	11
1	5	929	t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA	1
1	6	619	SOI + NAO + AMO + PDO + CAR	3
1	7	507	t + NAO + ONI + CAR	2
1	8	2855	season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA	2
1	9	21	season + MEI	2
1	10	3042	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA	5
1	11	2211	NAO + PDO + NTA	1
2	12	2165	season + PDO + NTA	14
2	13	73	t + SOI + AMO	11
2	14	2072	season + AMO	11
2	15	2931	t + season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA	16
2	16	3065	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA	2
1	17	4	MEI	2

Se observa que la ventana de predicción presentada en la Tabla 22 para las estaciones 4, 12, 13, 14 y 15, es considerable pues están por encima de once meses. Es de anotar que para estas estaciones, entre las covariables contempladas en los modelos se encuentra el PDO y AMO, que son índices macroclimáticos de baja frecuencia.

### 3.1.2 ANÁLISIS RESULTADOS ESTACIÓN 1

Para dar claridad de los pasos realizados en el análisis de los resultados de cada estación, en esta sección se muestra en detalle el análisis para la Estación 1 para presentar posteriormente el resumen del resto de estaciones.

Para el modelo seleccionado se realiza un gráfico que se presenta en la Figura 13, para verificar la normalidad de los residuales del modelo GAMLSS ajustado, el cual está dividido en 4 secciones (*a*, *b*, *c*, *d*). En la sección *a* (gráfica superior izquierda), se muestra los residuales contra los valores ajustados; en la sección *b* (gráfica superior derecha), se muestra los residuales contra índice de la variable explicativa; en la sección *c* (gráfica inferior izquierda), se muestra la densidad de los residuales; y en la sección *d* (gráfica inferior derecha), se muestra el diagrama cuantíl-cuantíl normal (*Q-Q plot*) de los residuales. En el ANEXO 5, se presentan las figuras del modelo seleccionado para cada estación.

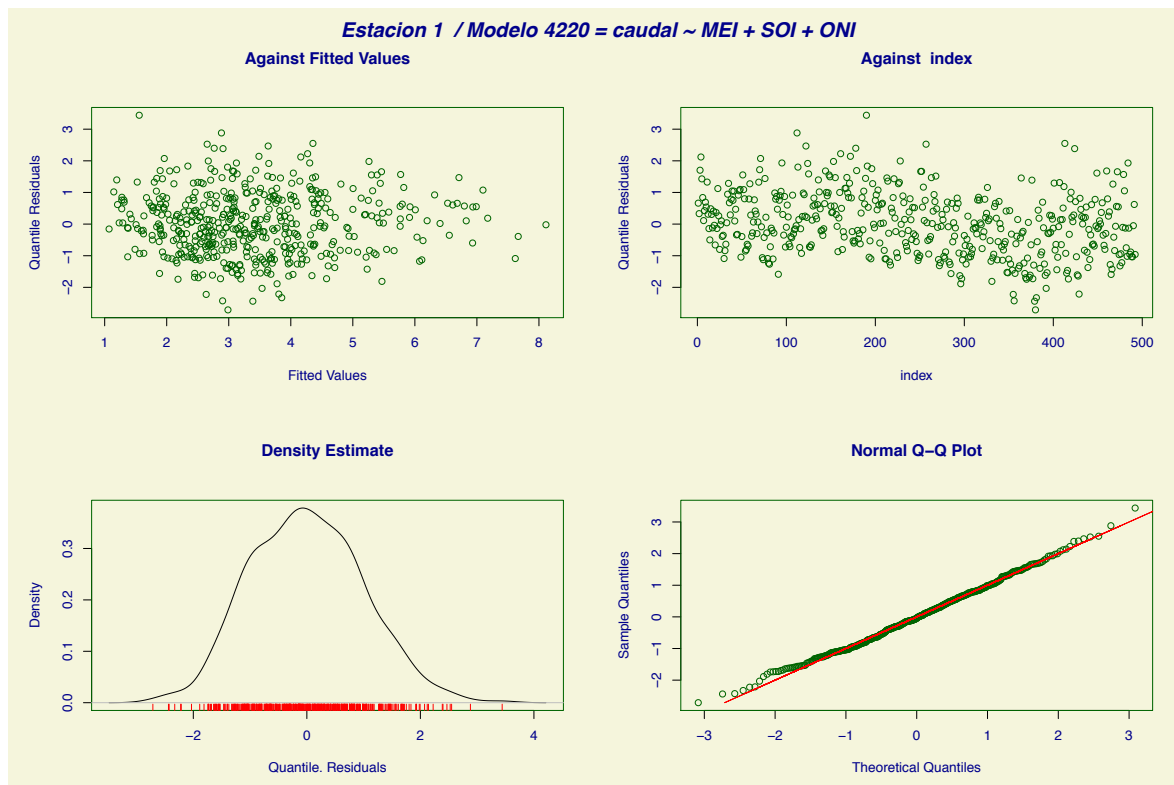


Figura 13: Residuales GAMLSS del modelo 4220 de la Estación 1.

Con el propósito visualizar la divergencia de los residuales de la distribución ajustada de una distribución normal, se construye el *worm-plot* que se presenta en la Figura 14. El *worm-plot* mejora la resolución de la Figura 13d, e incluye la trama sin tendencia y contiene el intervalo de confianza del 95 por ciento de los cuantiles normales unitarios, representados por las curvas elípticas punteadas. El eje vertical representa, para cada observación, la diferencia entre su ubicación en las distribuciones teóricas y empíricas. Los puntos de datos forman una cadena o *gusano* (*worm* en inglés, de ahí su nombre). La línea en rojo representa el polinomio cúbico ajustado a los puntos de la gráfica. La forma del gusano indica cómo difieren los datos de la distribución asumida (Buuren & Fredriks, 2001). En general, es una herramienta de diagnóstico para mostrar los residuales dentro de los diferentes rangos (por defecto no se superponen) de las variable explicativa. En el ANEXO 6, se presentan los *worm-plot* para cada uno de los modelos seleccionados de cada estación.

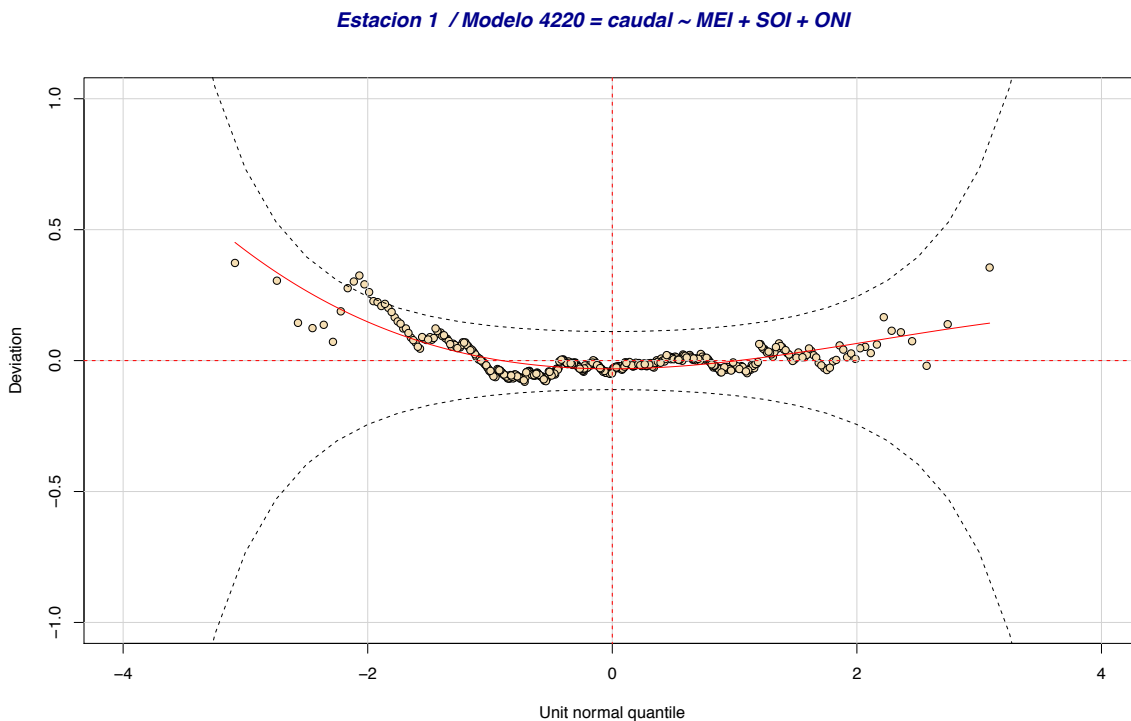


Figura 14: *Worm-plot* del modelo 4220 de la Estación 1.

Para facilitar la interpretación de las gráficas Figura 14, en la Tabla 23 (Buuren & Fredriks, 2001) se presenta la interpretación de los diversos patrones en un *worm-plot*.



**Tabla 23: Interpretación de patrones en un *worm-plot***

Aspecto	Momento	Si <i>gusano</i>	Entonces
Intercepta	Media	pasa por encima del origen, pasa por debajo del origen,	media ajustada es muy pequeña. media ajustada es muy grande.
Pendiente	Varianza	tiene pendiente positiva, tiene pendiente negativa,	la varianza ajustada es muy pequeña. la varianza ajustada es muy grande.
Parabola	Oblicuidad	tiene forma de <i>U</i> ,  tiene forma de <i>U</i> invertida,	distribución ajustada es demasiado sesgada hacia la izquierda. distribución ajustada es demasiado sesgada hacia la derecha.
Curva-S	Kurtosis	tiene una forma de <i>S</i> inclinada hacia abajo en la izquierda, tiene una forma de <i>S</i> inclinada hacia arriba en la izquierda,	colas de la distribución ajustada son muy livianas. colas de la distribución ajustada son muy pesadas.

El análisis de la Figura 14 y con la integración de patrones de la Tabla 23, puede decirse que el modelo seleccionado presenta un buen ajuste, por cuando el grueso de los cuantiles normales unitarios del modelo se encuentran dentro del intervalo de confianza. Adicionalmente, con ayuda de la Tabla 23 se puede decir que el modelo ajustado tiene una media grande, aunque dentro del intervalo de confianza, y que la distribución ajustada tiene sesgo a la izquierda.

### 3.1.2.1 PRONÓSTICO PERCENTILES PARA CONSTRUCCIÓN fdp

El cálculo de los percentiles pronosticados para la construcción de la fdp, se realiza luego de haber seleccionado el mejor modelo que ajusta los datos de caudal, que corresponde a la mejor combinación covariables-fdp, de acuerdo con los criterios anteriormente expuestos. Esta construcción de parámetros se hace de acuerdo a la familia del modelo (Rigby & Stasinopoulos, 2010), teniendo que para la distribución Gamma -GA- corresponde la expresión de la ecuación 10, para la distribución Gumbel -GU- corresponde la expresión de la ecuación 11, para la distribución Lognormal -LOGNO- corresponde la expresión de la ecuación 12, para la distribución Normal -NO- corresponde la expresión de la ecuación 13 y para la distribución Weibull -WEI- corresponde la expresión de la ecuación 14.

$$f_y(y | \mu, \sigma) = \frac{1}{(\sigma^2 \mu)^{1/\sigma^2}} \frac{y^{\frac{1}{\sigma^2}-1} e^{\left(-\frac{y}{\sigma^2 \mu}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)}{\quad} \quad \text{GA} \quad (10)$$

Para  $y > 0$ , donde  $\mu > 0$  y  $\sigma > 0$ .

$$f_y(y | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{\left[\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right) - e^{\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)}\right]} \quad \text{GU} \quad (11)$$

Para  $-\infty < y < \infty$ , donde  $-\infty < \mu < \infty$  y  $\sigma > 0$



$$\text{LOGNO} \\ f_y(y | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{1}{y} e^{\left(\frac{-|\log(y) - \mu|^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (12)$$

Para  $y > 0$ , donde  $\mu > 0$  y  $\sigma > 0$ .

$$\text{NO} \\ f_y(y | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left(\frac{-(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (13)$$

Para  $-\infty < y < \infty$ , donde  $-\infty < \mu < \infty$  y  $\sigma > 0$

$$\text{WEI} \\ f_y(y | \mu, \sigma) = \frac{\sigma y^{\sigma-1}}{\mu^\sigma} e^{\left(\frac{-y}{\mu}\right)^2} \quad (14)$$

Para  $y > 0$ , donde  $\mu > 0$  y  $\sigma > 0$ .

Con el modelo seleccionado, se realiza una validación del ajuste del mismo, empleando el último año que se había retirado de los datos para este propósito. En la Figura 15, se presenta el resultado del pronóstico de la fdp para la Estación 1, donde los polígonos correspondientes a los intervalos de confianza que corresponden a los percentiles 5, 10, 25, 50, 75, 90 y 95%, en escala de grises como se indica en dicha Figura. La línea continua oscura es el caudal observado en el periodo. En el ANEXO 7 se encuentran las figuras de cada estación.

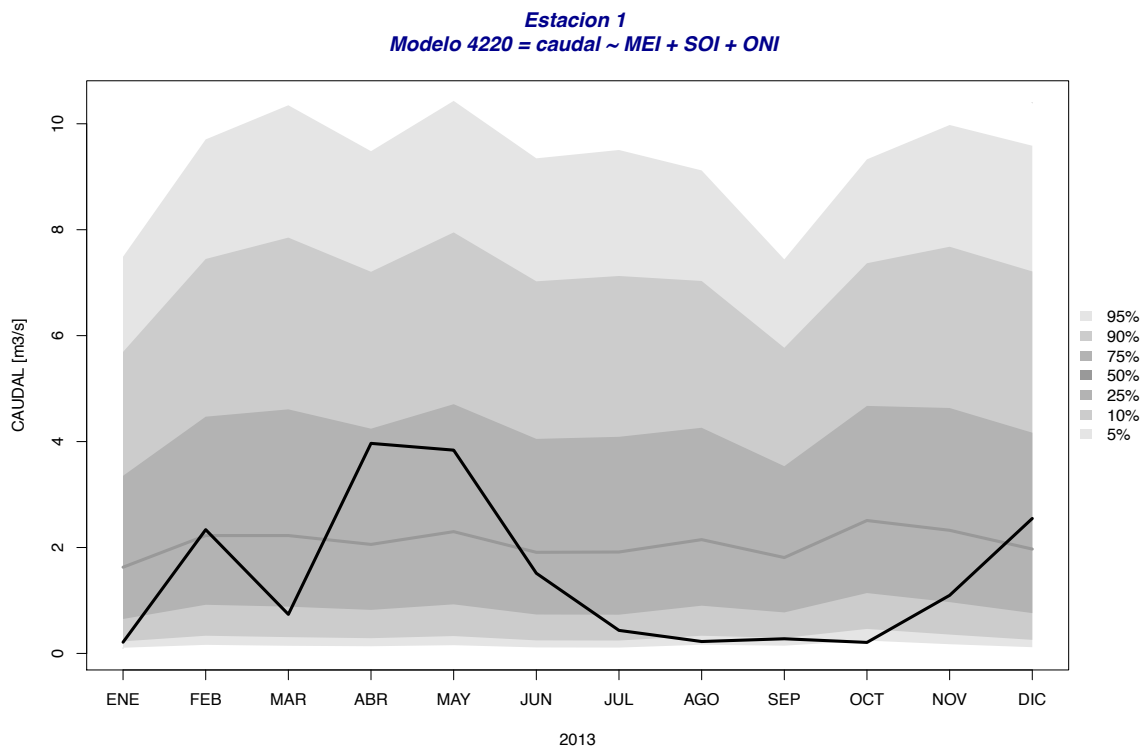


Figura 15: Predicción fdp para Estación 1.



Se observa de la Figura 15 que el modelo fue capaz de capturar el comportamiento del caudal para la estación al compararlo con el caudal observado para el año de validación y al compararlo con el ciclo multianual presentado en la Figura 5. Siendo la ventana de predicción de 2 meses como se indicó en la Tabla 22, el modelo indica que la probabilidad de que el caudal sea inferior a  $2\text{m}^3/\text{s}$  es del 50%.

### 3.1.3 RESUMEN ANÁLISIS GENERAL

En general a partir de las gráficas de los residuales GAMLSS y de los *worm-plot* incluidos en el ANEXO 5 y ANEXO 6, respectivamente, se puede decir que los modelos presenta un buen ajuste, a excepción del modelo de la Estación 10 cuya media y colas se encuentran por fuera del intervalo de confianza. El resultado obtenido en la Estación 10 puede ser causa que la estación tiene caudales bajos y presenta para todos los meses valores extremos, como se puede observar en la Figura 5. Del análisis de los *worm-plot* la mayoría de estación presenta una forma de S inclinada hacia arriba en la izquierda, lo que significa que las colas de la distribución ajustada son pesadas. Solo las Estaciones 2 y 16 presenta una forma de S inclinada hacia abajo en la izquierda, es decir, las colas de la distribución ajustada son muy livianas o sueltas.

En la Figura 16 se observa un ajuste adecuado de los modelos seleccionados, al ser capaces de capturar el comportamiento del caudal de las estaciones al compararlo con el caudal observado para el año de validación. Pero en las Estaciones 15 y 16 se observan diferencias, reflejo del comportamiento del caudal para el año de validación. En la Estación 15 el pico presentado en el mes de mayo, coincide con el valor máximo de ese mes en la serie de caudales de la estación, es decir, el año de validación registra el valor máximo para el mes de mayo. En la Estación 16, los caudales observados para el año de validación fueron particularmente bajos (media de  $0.4\text{ m}^3/\text{s}$  para ese año) respecto a la media de la estación que es de  $3.21\text{ m}^3/\text{s}$ , como se mostró en la Tabla 6.

Las ventanas de tiempo calculadas para las estaciones 4, 12, 13, 14 y 15, es considerable y supera lo que se consideraría como razonable en los horizontes regulares de predicción, no obstante los modelos muestran capturar bien el comportamiento del caudal.

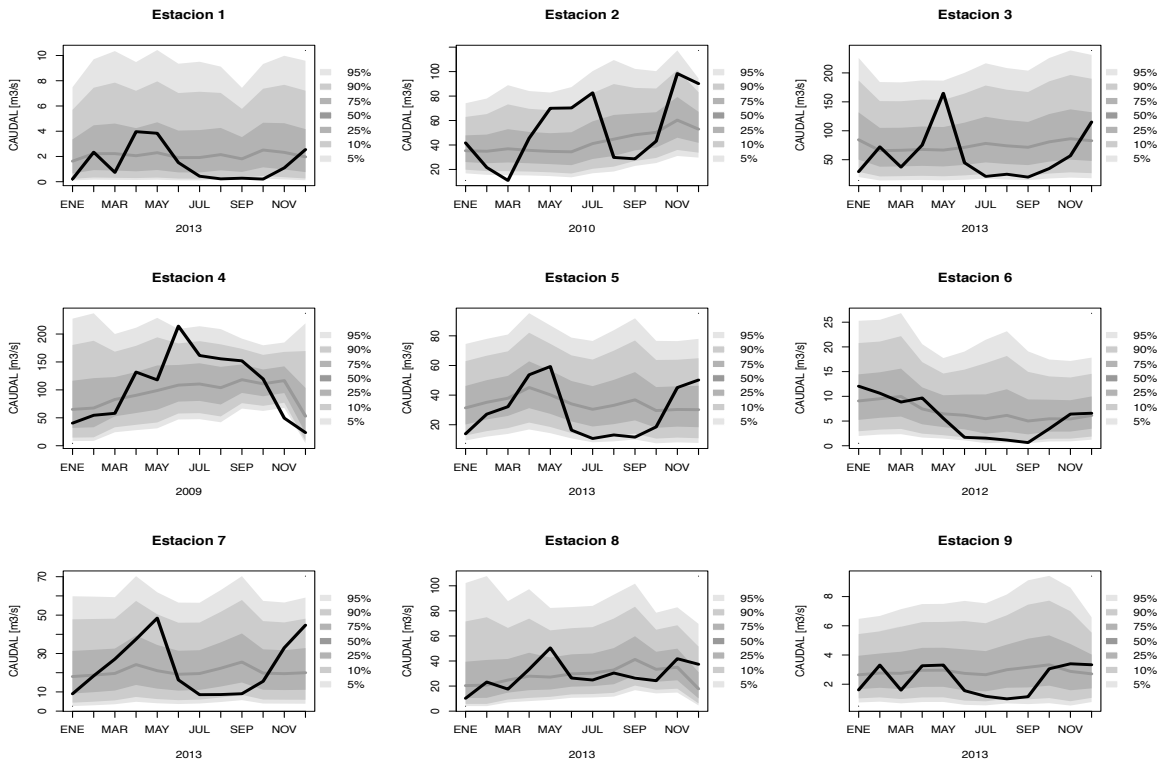


Figura 16: Validación Predicción Modelos.

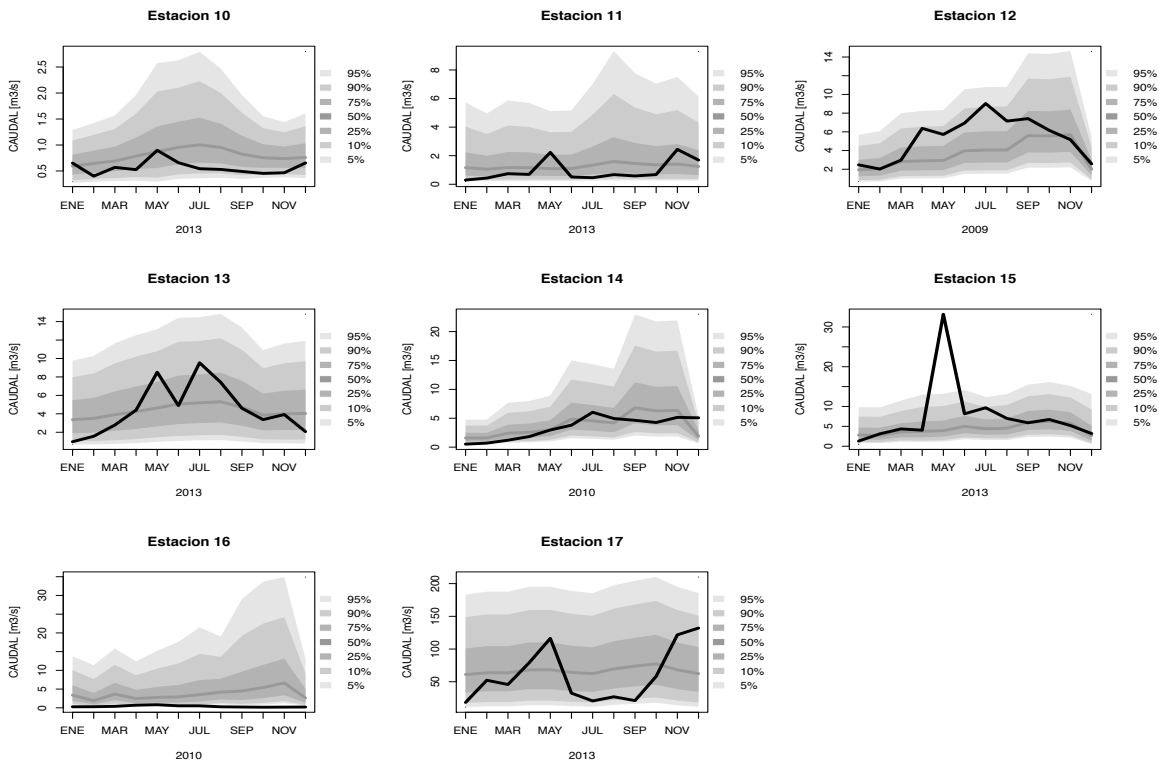


Figura 16 (Continuación): Validación Predicción Modelos.

En cuando a las familias de fdp de mayor capacidad de ajuste, a excepción de la estación 1, corresponde a la Gamma y Logno, como se observa en la Tabla 24. Adicionalmente no se evidencia que un tipo de familia de fdp se incline a alguna de las dos cuencas vertientes características como se detalla en más adelante.

**Tabla 24: Familias fdp de modelos seleccionados.**

EST.	CUENCA_TG	MODELO	fdp	COVARIABLES
1	1	4220	WEI	MEI + SOI + ONI
2	1	2919	LOGNO	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
3	1	175	GA	PDO + CAR + NTA
4	2	980	GA	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
5	1	929	GA	t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
6	1	619	GA	SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
7	1	507	GA	t + NAO + ONI + CAR
8	1	2855	LOGNO	season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
9	1	21	GA	season + MEI
10	1	3042	LOGNO	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
11	1	2211	LOGNO	NAO + PDO + NTA
12	2	2165	LOGNO	season + PDO + NTA
13	2	73	GA	t + SOI + AMO
14	2	2072	LOGNO	season + AMO
15	2	2931	LOGNO	t + season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA
16	2	3065	LOGNO	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
17	1	4	GA	MEI

### 3.1.3.1 DISTRIBUCIÓN COVARIABLES

Con el propósito de identificar alguna tendencia espacial de las covariables respecto a las dos cuencas vertientes características (Cuenca\_TG), en la Figura 17 se muestra por covariable su relevancia por estación, es decir, que hace parte del modelo seleccionado. Los puntos en verde indican que la covariable hace parte del modelo en la estación y el punto rojo implica lo contrario.

Un resumen de las covariables presentes en los modelos seleccionados en cada estación por cuenca característica, los puntos verdes de la Figura 17, se presentan en la Tabla 25. Se debe tener presente que el total de las estaciones en la cuenca vertiente característica 1 (drenaje hacia el río Magdalena) es 11, y de 6 para la otra cuenca (drenaje hacia los Llanos Orientales de Colombia).



**Tabla 25: Resumen covariables relevantes por cuenca característica.**

COVARIABLE	CUENCA VERTIENTE CARACTERÍSTICA	
	Cuenca_TG 1 (Magdalena) Total Estaciones 11	Cuenca_TG 2 (Orinoquia) Total Estaciones 6
t	4	4
season	4	5
MEI	4	3
SOI	5	3
NAO	7	1
AMO	3	4
PDO	6	3
ONI	5	3
CAR	4	2
NTA	6	4

Al analizar la distribución de los puntos verdes de la Figura 17, no se evidencia una tendencia relevante de alguna de las covariables en alguna de las cuencas vertientes características. Sin embargo, al analizar lo opuesto, es decir, ver la distribución de los puntos rojos, que se podría entender como la poca relevancia de una covariable en una de las cuencas vertientes, se observa que la covariable NAO para la cuenca vertiente característica de la Orinoquia (Cuenca\_TG 2) no es relevante para 5 de las 6 estaciones, que indica la poca relevancia de dicha covariable para esta cuenca vertiente característica.

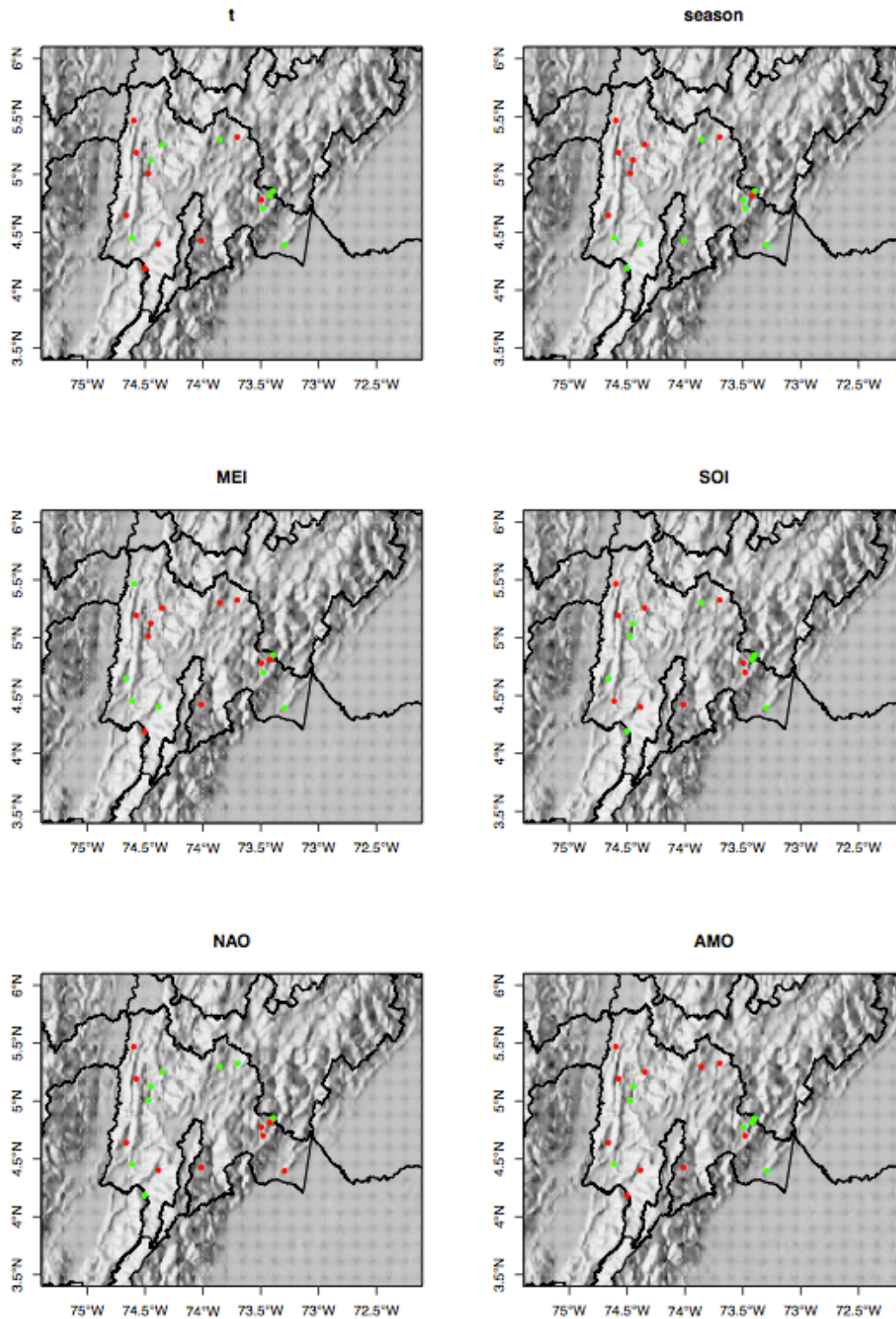


Figura 17: Mapa relevancia covariable por estación

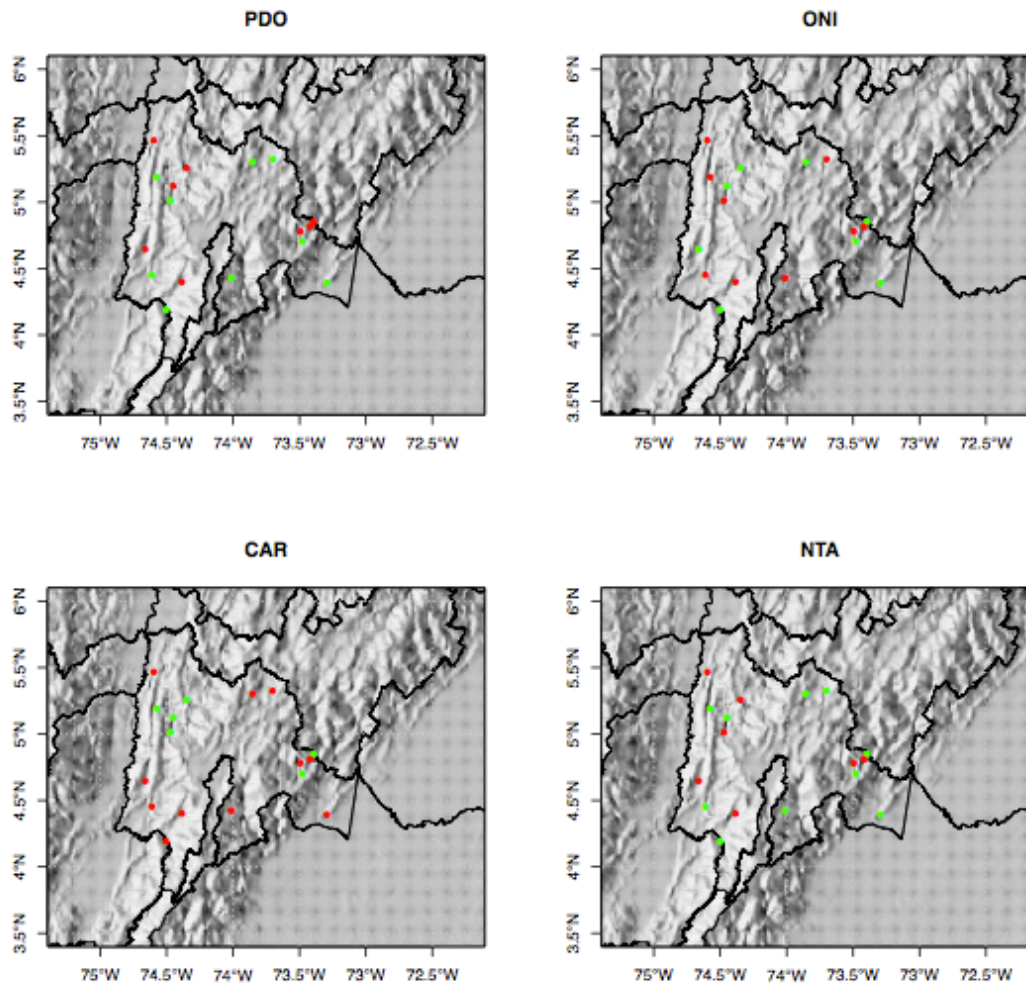


Figura 17 (Continuación): Mapa relevancia covariable por estación



## **4 . CONCLUSIONES**

En Colombia, a pesar de contar con estaciones con registro de series largas de caudales medios, se presentan datos faltantes que para la definición de modelos estadísticos, se convierten en un obstáculo importante. La realización de estudios que permitan el llenado de datos faltantes es de gran utilidad para aplicaciones como la desarrollada en el presente trabajo.

Para estudios como el presente, cuyo propósito es el pronóstico de una variable a partir de covariables, el uso de un análisis de correlación cruzada entre el caudal y los diferentes índices macroclimáticos para cada una de las estaciones, resulta una herramienta muy útil para la identificación de rezagos entre el caudal y las variables explicativas.

En la medida que se empleen una mayor cantidad de covariables explicativas como insumo para el pronóstico, es necesario identificar cuáles de éstas son relevantes para la definición del modelo. El uso de análisis de varianza (ANOVA), permite identificar la posible relación entre cada covariable y el caudal, y resulta de gran utilidad al identificar la significancia de cada covariable con el caudal. Identificada esta relación significativa, es posible reducir el número de covariables a considerar en el ajuste.

El desempeño del AIC y del Coeficiente de Filliben varía, no sólo por el número de covariables consideradas en el modelo, sino también por la familia de distribución de la fdp, por lo que es necesario contemplar en el análisis varias familias de distribución.

Aunque resulta ventajoso la disponibilidad y uso de múltiples covariables explicativas, se hace necesario la identificación de las covariables relevantes para explorar y analizar la mejor o mejores combinaciones posibles de éstas con las que se obtenga el menor error en el pronóstico y hacer más efectiva la selección del modelo a emplear. Esto se evidencia en el presente estudio, que al considerar 10 covariables y 5 fdp, el número total de combinaciones por cada estación es de 5120 modelos diferentes, incluyendo aquellos estacionarios.

En el mismo orden de ideas, emplear la combinación de criterios para la estimación de la bondad de ajuste de un modelo estadístico, tales como AIC y Filliben, resultan útiles y complementarios en el momento de selección de modelos estadísticos, dado que no siempre es conveniente seleccionar el modelo más parsimonioso.

Pese a que no se mostró evidencia de alguna distribución espacial preferente de las covariables respecto a las dos cuencas vertientes características, la incorporación de los índices macroclimáticos muestran un potencial en la predicción de caudales medios.





Es posible la predicción de las fdp de caudales medios, permitiendo la construcción de escenarios probabilísticos. Estos escenarios son de gran ventaja para la toma de decisiones al presentar los intervalos de confianza.

Las estaciones 4, 12, 13, 14 y 15, que son las que presentan las ventas de predicción considerable pues están por encima de once meses, corresponden a la Cuenca\_TG 2 (Cuenca vertiente característica de la Orinoquia). Es de resaltar este resultado teniendo en cuenta que el total de estaciones para dicha cuenca es de 6, siendo la estación 16 la excepción de este grupo. Es posible que esto sea causado porque entre las covariables contempladas en los modelos de las estaciones, se encuentra el PDO y AMO que son índices macroclimáticos de baja frecuencia. Debe abordarse para futuras investigaciones si este hecho se presenta en otras estaciones y en otros entornos geográficos.

Sería necesario validar la metodología desarrollada en otro entorno geográfico y contrastar los resultados obtenidos. Adicionalmente, se podría dar continuidad a la metodología, mediante la identificación de modelos regionales, que representen lo mejor posible el área de estudio, tendientes a una zonificación de modelos en vez de modelos independientes por estación.

Por otra parte, la Estación 16 es la única de esta cuenca característica en la que la covariable NAO, es considerada en el modelo seleccionado. De lo anterior se puede decir que, al excluir la estación de 16, los modelos de predicción de Cuenca\_TG 2 tienen una ventana de predicción por encima de once meses, y que la covariables NAO es irrelevante. Un tarea importante es la de continuar o ampliar análisis en este aspecto con el propósito de comprender la razón por la cual el NAO es relevante en la cuenca característica del Orinoco.

La covariable tiempo ( $t$ ), presente en alguno modelos de ambas cuencas características refleja una tendencia de los parámetros de la pdf, que es un indicio de la desviación del supuesto de estacionariedad. Lo anterior podría ser resultado de la afectación de los parámetros en el tiempo a causa de actividades antropogénicas o cambio climático. Se observa que la covariable estación (*season*) es relevante en la Cuenca de la Orinoquia, podría ser relacionado con el hecho que en esta cuenca se presenta solo un pico marcado en el ciclo multianual a nivel mensual.

Es importante resaltar que el estudio asumió de manera indirecta que los caudales sólo respondían a condiciones climáticas, ya que no se consideraron factores de origen antropogénico, como los causados por cambios de uso de suelo, construcción de embalses, alteraciones en el balance hídrico por aumento de la demanda, los cuales pueden afectar los registros de caudales. Es necesario realizar estudios exhaustivos que incorporen este tipo de factores como variables explicativas.



## 5 . REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723. <http://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>

Benavidez, H., & León, G. (2005). Información técnica sobre gases de efecto invernadero y el cambio climático. IDEAM.

Bowman, J. (2012, enero). AIC - Non-nested model selection - Cross Validated. Recuperado 23 de noviembre de 2015, a partir de <http://stats.stackexchange.com/questions/20441/non-nested-model-selection>

Bradley, A. A. (1998). Regional frequency analysis methods for evaluating changes in hydrologic extremes. *Water Resources Research*, 34(4), 741-750. <http://doi.org/10.1029/98WR00096>

Buuren, S. van, & Fredriks, M. (2001). Worm plot: a simple diagnostic device for modeling growth reference curves. *Statistics in Medicine*, 20(8), 1259-1277. <http://doi.org/10.1002/sim.746>

Carmona, A. (2010). *Identificación de modos principales de variabilidad hidroclimática en Colombia y la Cuenca Amazónica mediante la transformada de Hilbert-Huang*. (masters). Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín, Medellín. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/4596/>

Díaz-Granados Ortiz, M. A., & Camacho Botero, L. A. (2012). Valoración de cambios hidrológicos en la cuenca del río Bogotá. *Assessment of Hydrologic Changes in the Bogotá River Basin.*, (36), 77-85.

Domínguez, E., & Rivera, H. (2010). A Fokker–Planck–Kolmogorov equation approach for the monthly affluence forecast of Betania hydropower reservoir. *Journal of Hydroinformatics*, 12(4), 486. <http://doi.org/10.2166/hydro.2010.083>

Duffy, D. (2011). *Código Calculo Tabla Filliben*. Recuperado a partir de <http://genepi.qimr.edu.au/staff/davidD/R/filliben.R>

Filliben, J. (1975). The probability plot correlation coefficient test for normality. *Technometrics* © 1975 American Statistical Association and American Society for Quality, 17(No.1), 111-117.

IPCC. (2007). Glosario WG I - Cuarto Informe de Evaluación del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC). IPCC. Recuperado a partir de <https://www.ipcc.ch/pdf/glossary/ar4-wg1.pdf>

Lopez de la Cruz, J., & Francés, F. (2014). La variabilidad climática de baja frecuencia en la modelación no estacionaria de los regímenes de las crecidas en las regiones hidrológicas Sinaloa y Presidio San Pedro. *Tecnología y Ciencias del Agua*, V(4), 79-101.



Milly, P. C. D., Betancourt, J., Falkenmark, M., Hirsch, R. M., Kundzewicz, Z. W., Lettenmaier, D. P., & Stouffer, R. J. (2008). Stationarity Is Dead: Whither Water Management? *Science*, 319(5863), 573-574. <http://doi.org/10.1126/science.1151915>

Olsen, J. R., Kiang, J., & Waskom, R. (Eds.). (2010). Workshop on Nonstationarity, Hydrologic Frequency Analysis, and Water Management. Presentado en Colorado Water Institute Information Series No. 109. Recuperado a partir de [www.cwi.colostate.edu](http://www.cwi.colostate.edu)

Pabón, D. (2005). Escenarios de Cambio Climático para territorio colombiano. Universidad Nacional de Colombia y Conservación Internacional.

Poveda, G. (2004). La Hidroclimatología de Colombia: Una síntesis desde la escala interdecadal hasta la escala diaria. *Rev. Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales*, 28(107), 201-222.

Poveda, G., Hoyos, C., Mejía, F., Carvajal, L., Mesa, O., Cuartas, A., & Barco, J. (2001). Predicción no lineal de los caudales medios mensuales del río Nare, Antioquia-Colombia. *Avances en Recursos Hidráulicos*, 8, 65-76.

Poveda, G., Mesa, O., Carvajal, L., Hoyos, C., Mejía, F., Cuartas, A., & A., P. (2002). Predicción de caudales medios mensuales en ríos colombianos usando métodos No Lineales. *Meteorología Colombiana*, 6, 101-110.

Poveda, G., Vélez, J., Mesa, O., Hoyos, C., Mejía, F., Barco, O., & Correa, P. (2002, octubre). Influencia de fenómenos macroclimáticos sobre el ciclo anual de la hidrología colombiana: cuantificación lineal, no lineal y percentiles probabilísticos. *Meteorología Colombiana*, 6, 121-130.

Ramon Antonio, R. A., Jorge Andres, P. C., Carlos Andres, M. T., & Jaime Alejandro, U. M. (2010, enero). Fundamentos de econometría intermedia: Teoría y aplicaciones. Universidad de los Andes - CEDE. Recuperado a partir de <https://mpr.ub.uni-muenchen.de/37183/>

R Core Team. (2015). R: A Language and Environment for Statistical Computing (Versión v0.98) [Mozilla/5.0 (Macintosh; Intel Mac OS X 10\_11\_1) AppleWebKit/601.2.7 (KHTML, like Gecko)]. R Foundation for Statistical Computing. Recuperado a partir de <https://www.R-project.org/>

Rigby, B., & Stasinopoulos, M. (2010). *A flexible regression approach using GAMLSS in R*. Recuperado a partir de <http://www.gamlss.org/wp-content/uploads/2013/01/book-2010-Athens1.pdf>

Rojo Hernández, J. D. (2011). *Desarrollo de un sistema experto para la predicción de caudales medios mensuales en Colombia* (Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/5493/>

Ruiz, J. F. (2007). Escenarios de cambio climático, algunos modelos y resultados de lluvia



para Colombia bajo el escenario A1B. IDEAM.

Ruiz Murcia, J. F. (2010, mayo). Cambio climático en temperatura, precipitación y humedad relativa para Colombia usando modelos meteorológicos de alta resolución (panorama 2011-2100). IDEAM. Recuperado a partir de <http://modelos.ideam.gov.co/media/dynamic/escenarios/nota-tecnica-sobre-generacion-de-ecc.pdf>

Smith, R., Vélez, J., Velásquez, J., Ceballos, A., Correa, P., Góez, C., ... Zapata, E. (2004). Modelos de Predicción de Caudales para Ríos Colombianos. *Avances en Recursos Hidráulicos*, 11, 91-102.

Stasinopoulos, M., & Rigby, R. (2007). Generalized Additive Models for Location Scale and Shape (GAMLSS) in R. *Journal of Statistical Software*, 23(7).

Villarini, G., Serinaldi, F., Smith, J. A., & Krajewski, W. F. (2009). On the stationarity of annual flood peaks in the continental United States during the 20th century: STATIONARITY OF ANNUAL FLOOD PEAKS. *Water Resources Research*, 45(8). <http://doi.org/10.1029/2008WR007645>

Villarini, G., Vecchi, G. A., & Smith, J. A. (2010). Modeling the Dependence of Tropical Storm Counts in the North Atlantic Basin on Climate Indices. *Monthly Weather Review*, 138(7), 2681-2705. <http://doi.org/10.1175/2010MWR3315.1>

Wei, W., & Watkins Jr., D. W. (2011). Data mining methods for hydroclimatic forecasting. *Advances in Water Resources*, 34(11), 1390-1400. <http://doi.org/10.1016/j.advwatres.2011.08.001>

Xu, K. (2013). Akaike's Information Criterion (AIC). En W. Dubitzky, O. Wolkenhauer, K.-H. Cho, & H. Yokota (Eds.), *Encyclopedia of Systems Biology* (pp. 18-18). New York, NY: Springer New York. Recuperado a partir de [http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-9863-7\\_458](http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-9863-7_458)

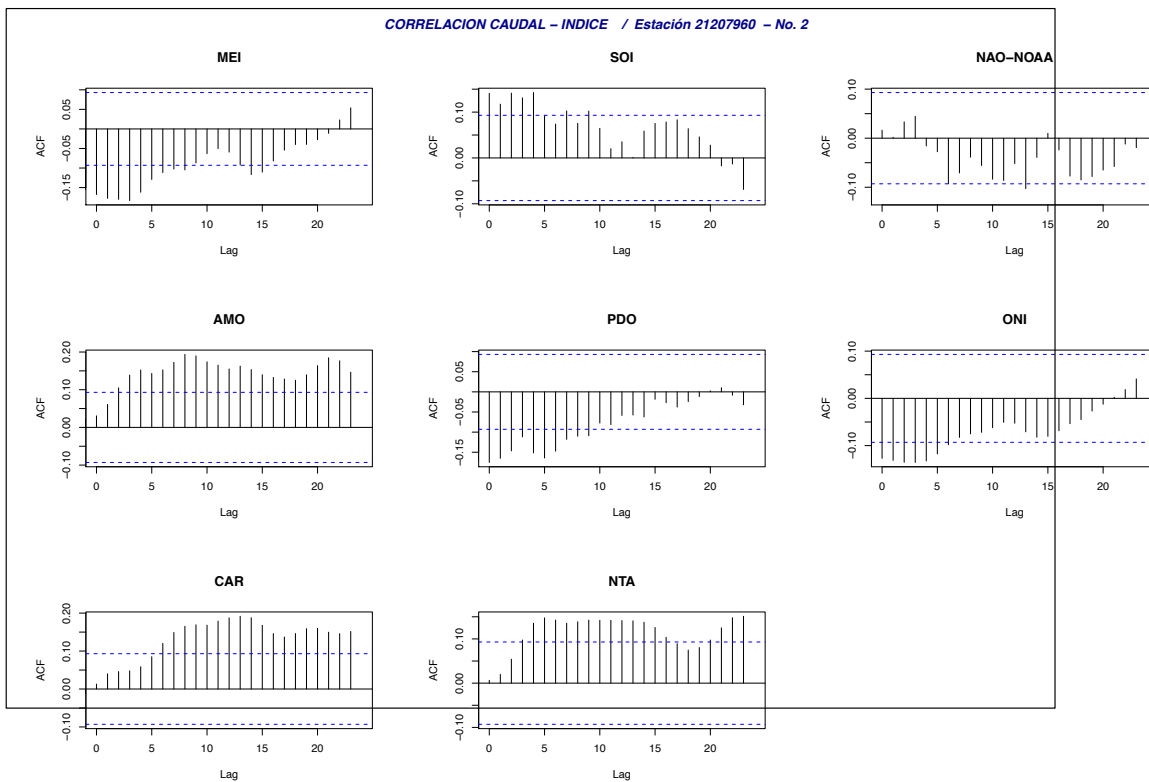
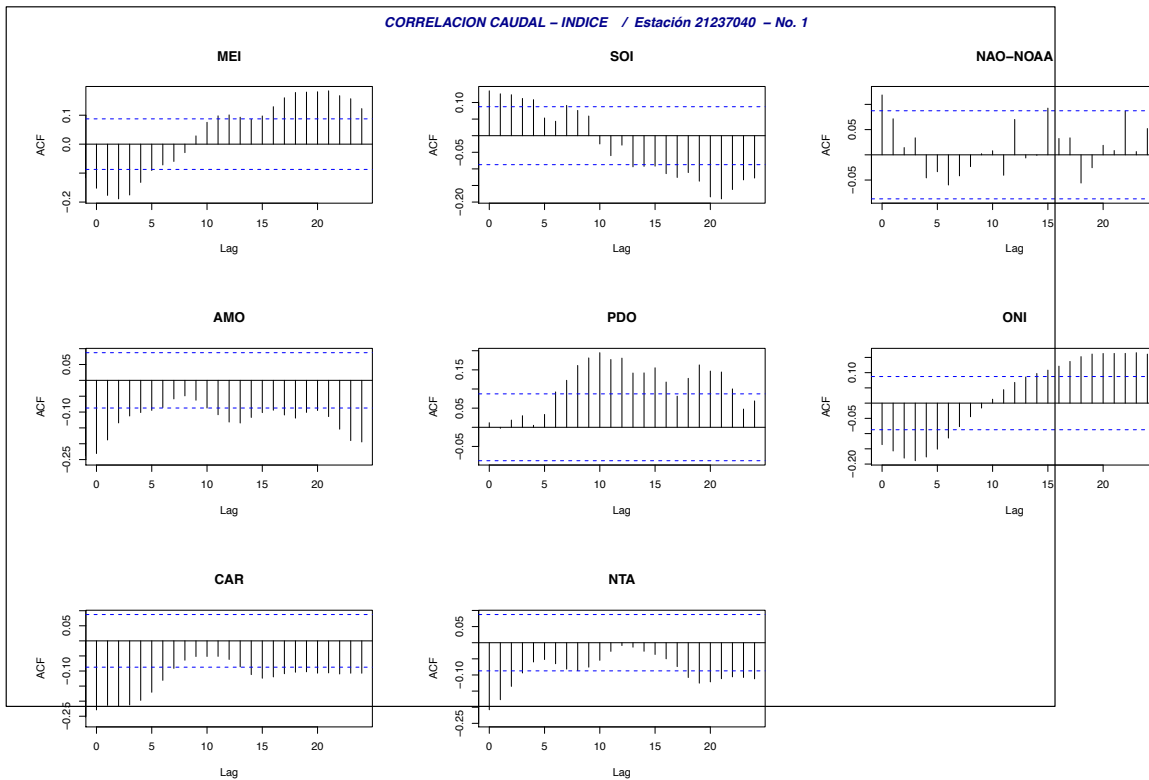
Zhao, T., & Zhao, J. (2014). Forecast-skill-based simulation of streamflow forecasts. *Advances in Water Resources*, 71, 55-64. <http://doi.org/10.1016/j.advwatres.2014.05.011>



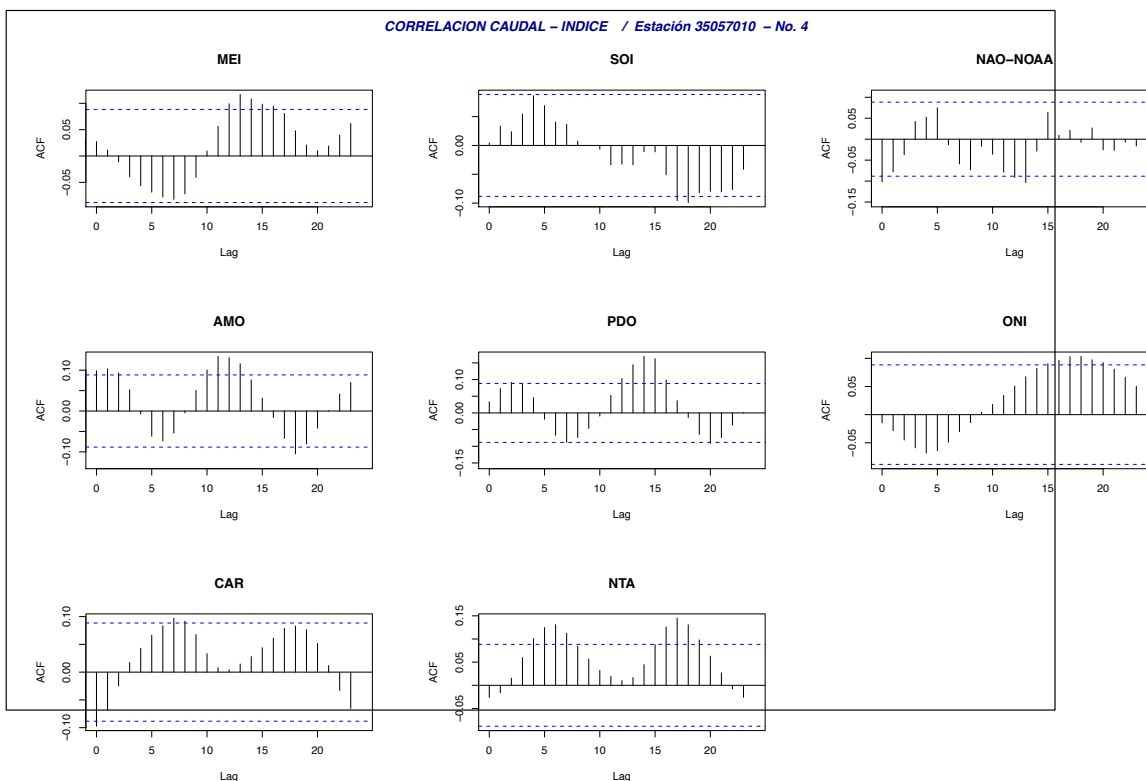
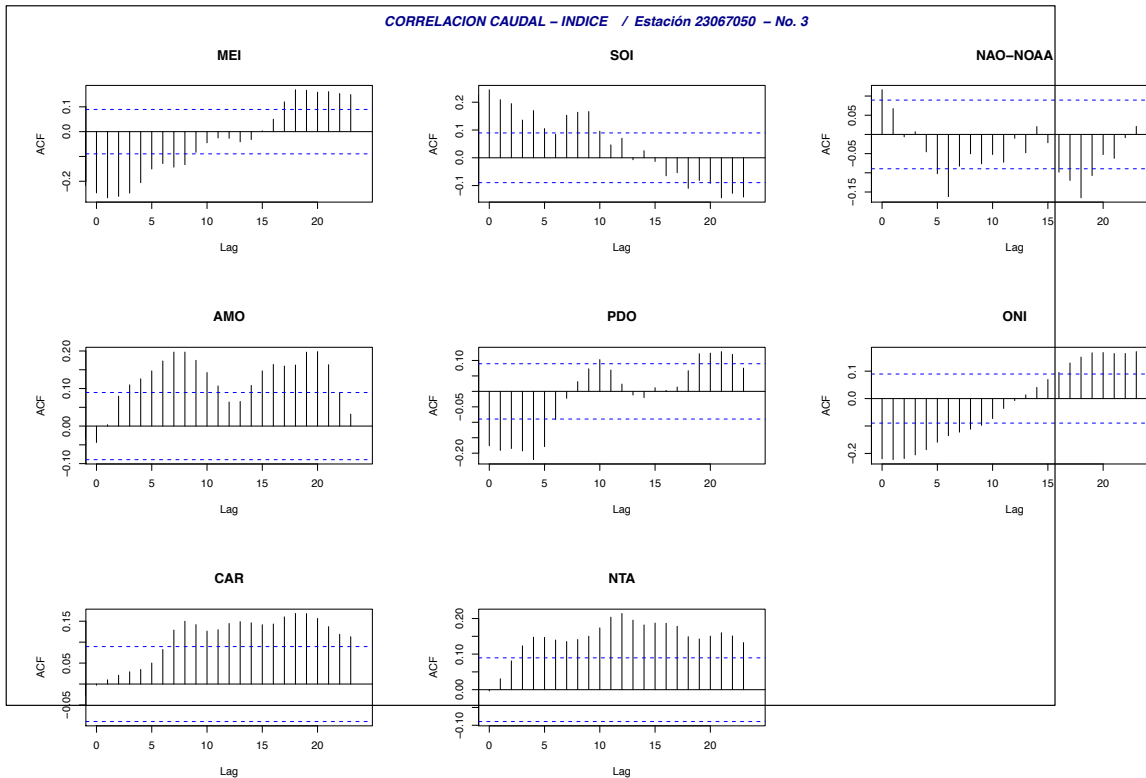
## **ANEXO 1**

### **CORRELACIONES CRUZADAS CAUDAL ÍNDICES**

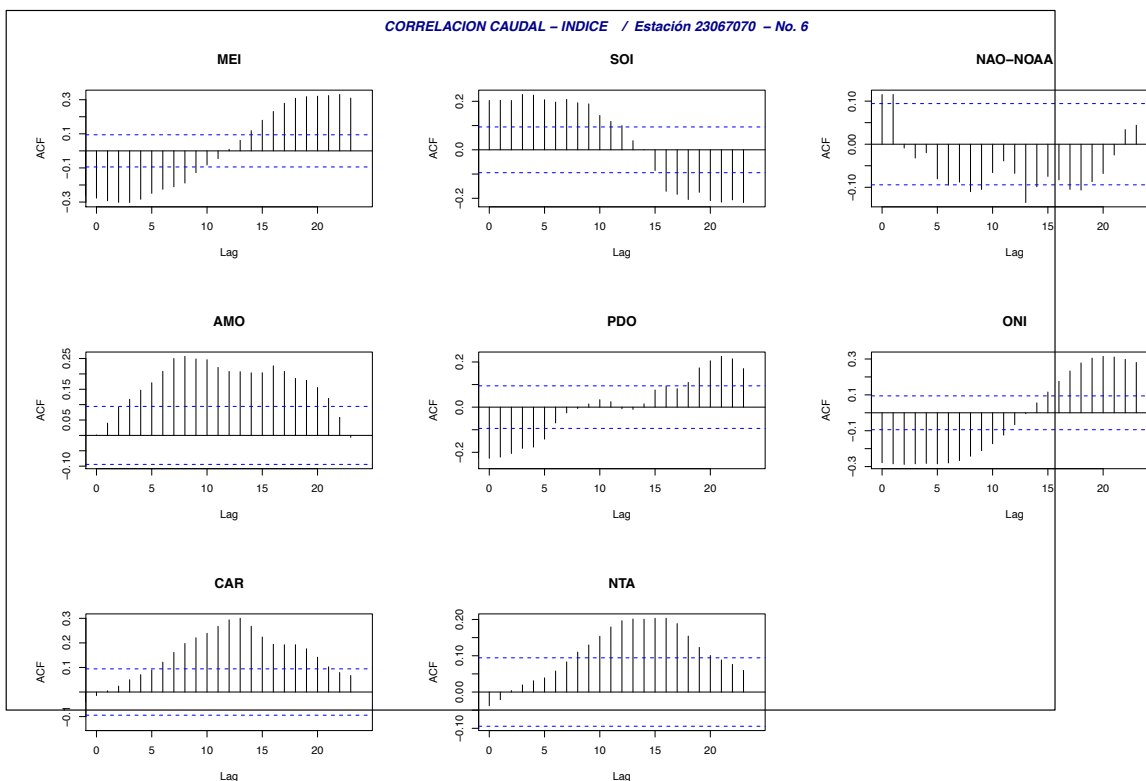
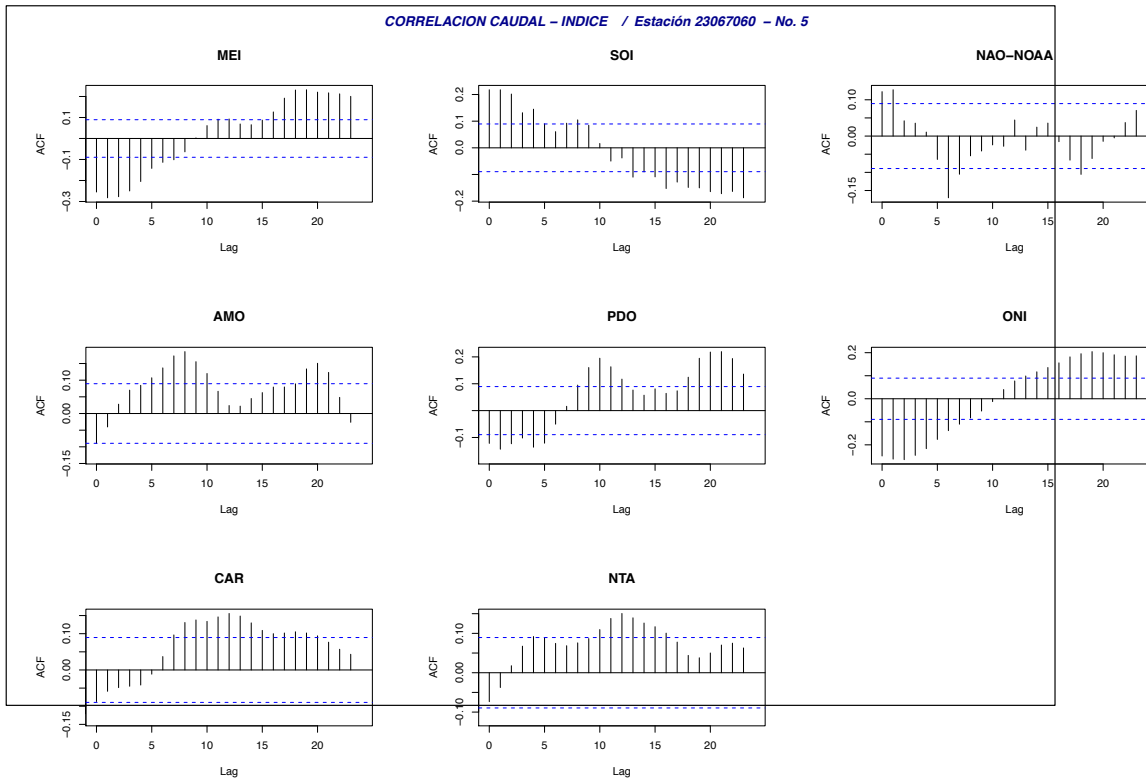
# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales

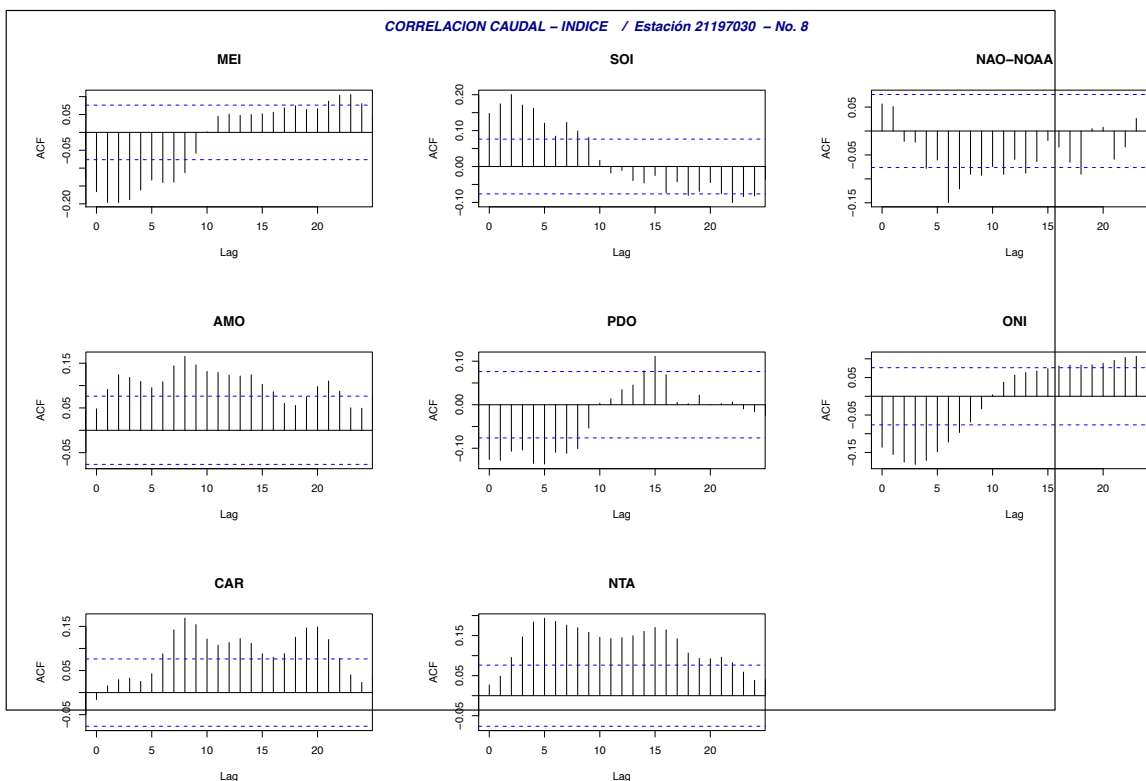
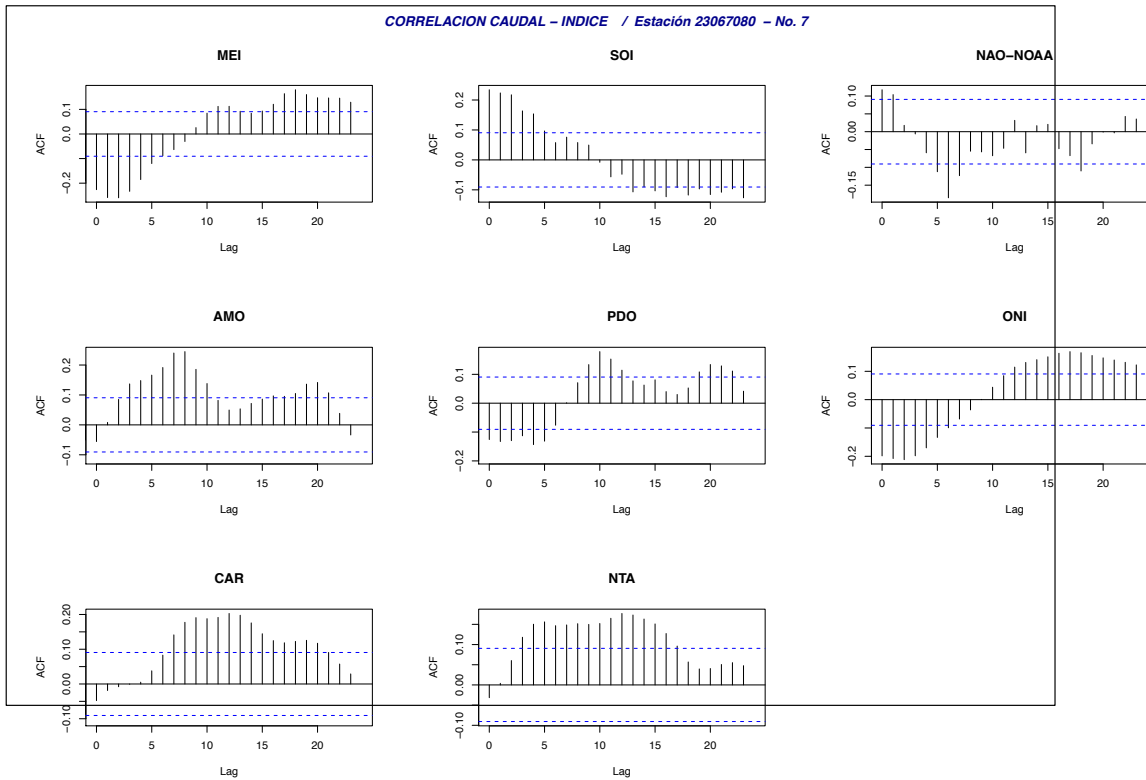


# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales

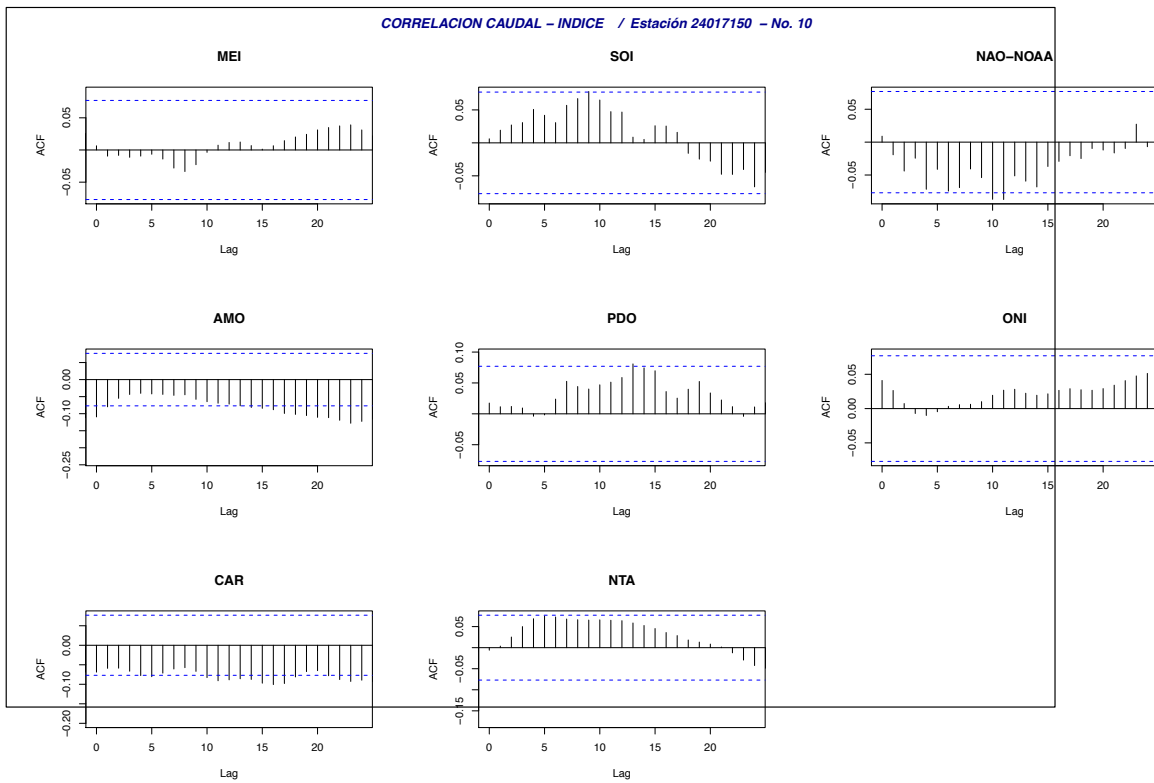
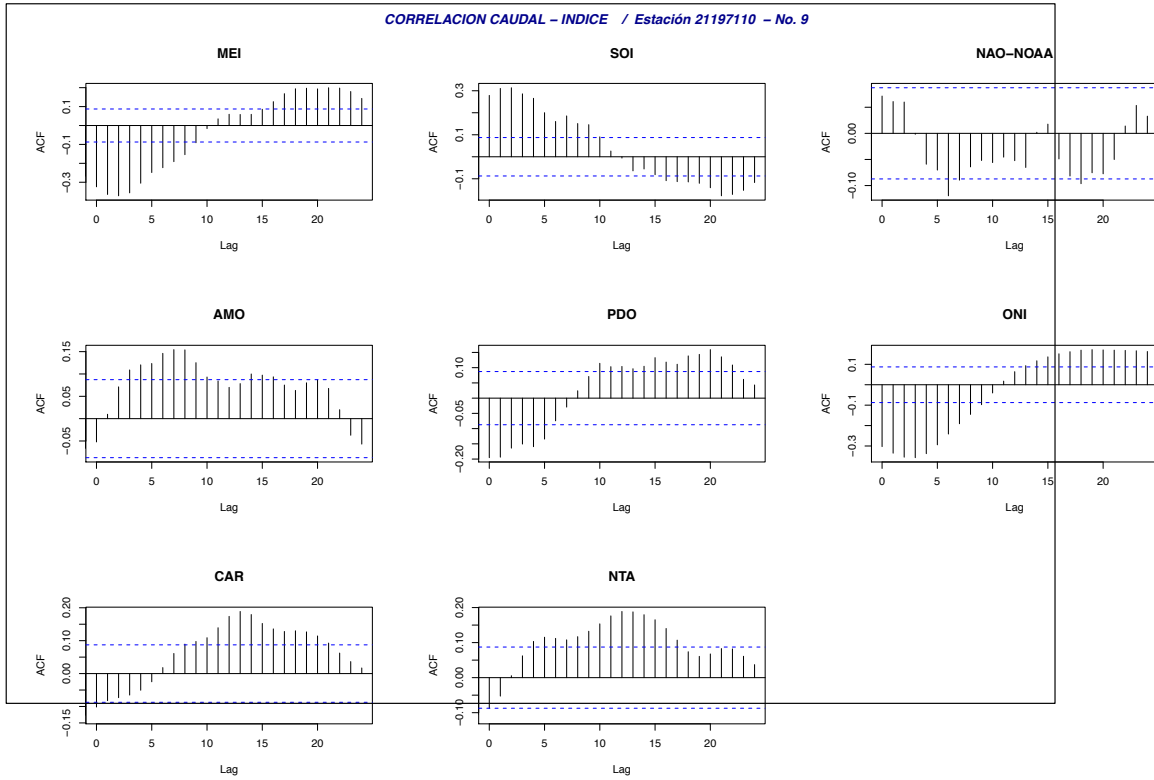




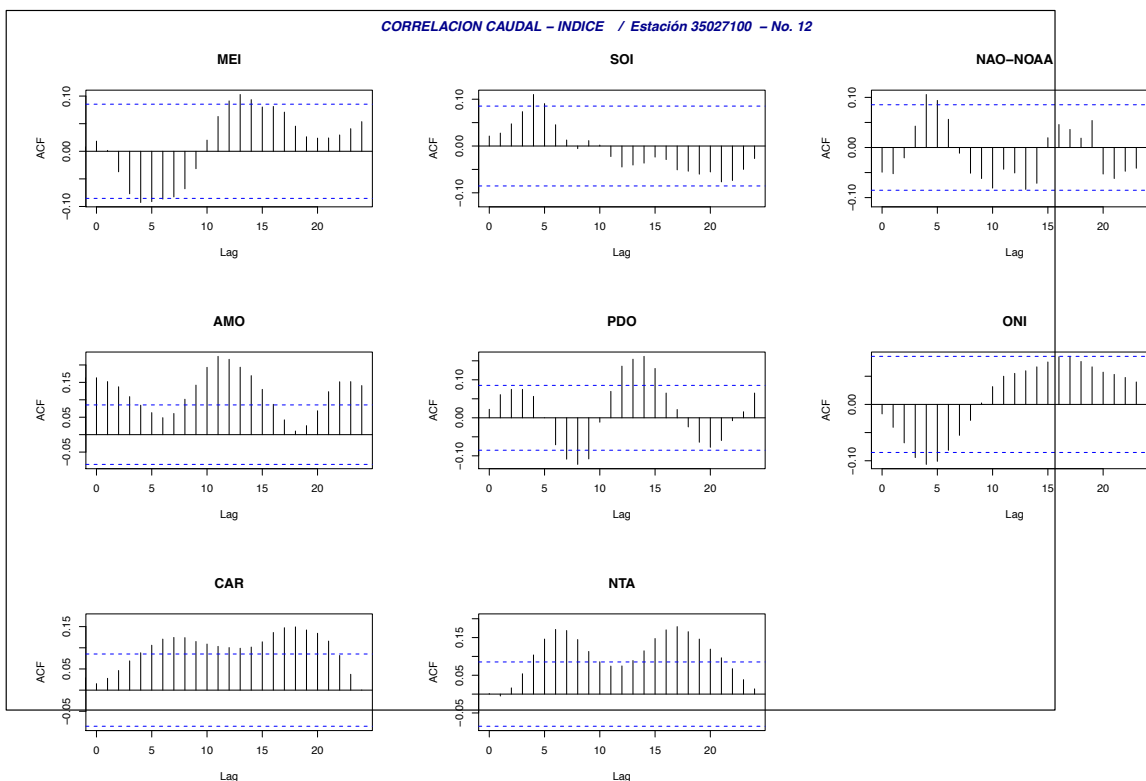
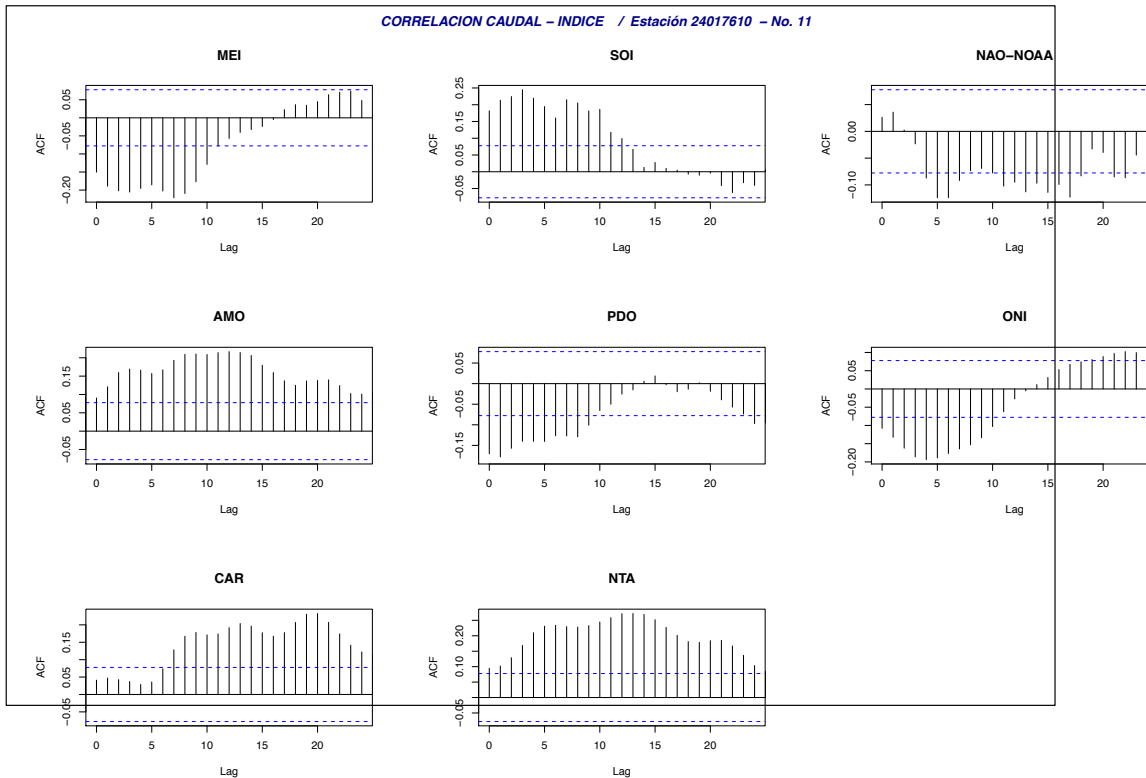
# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



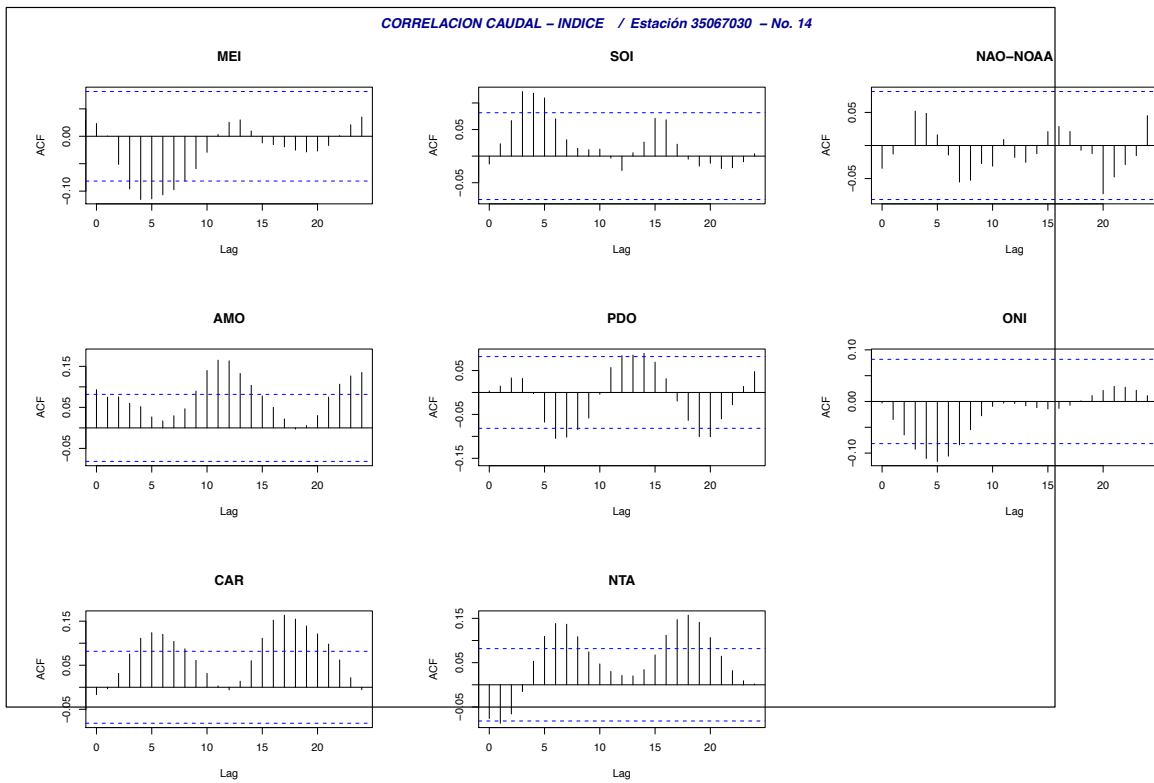
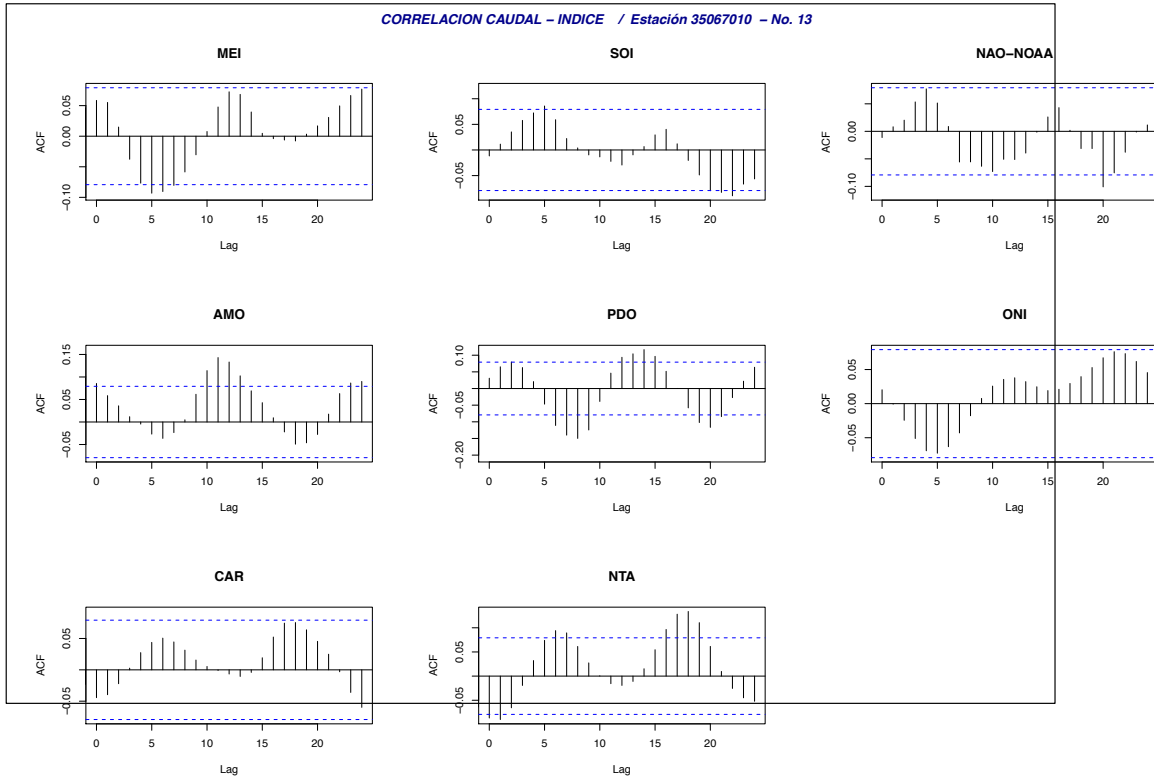
# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



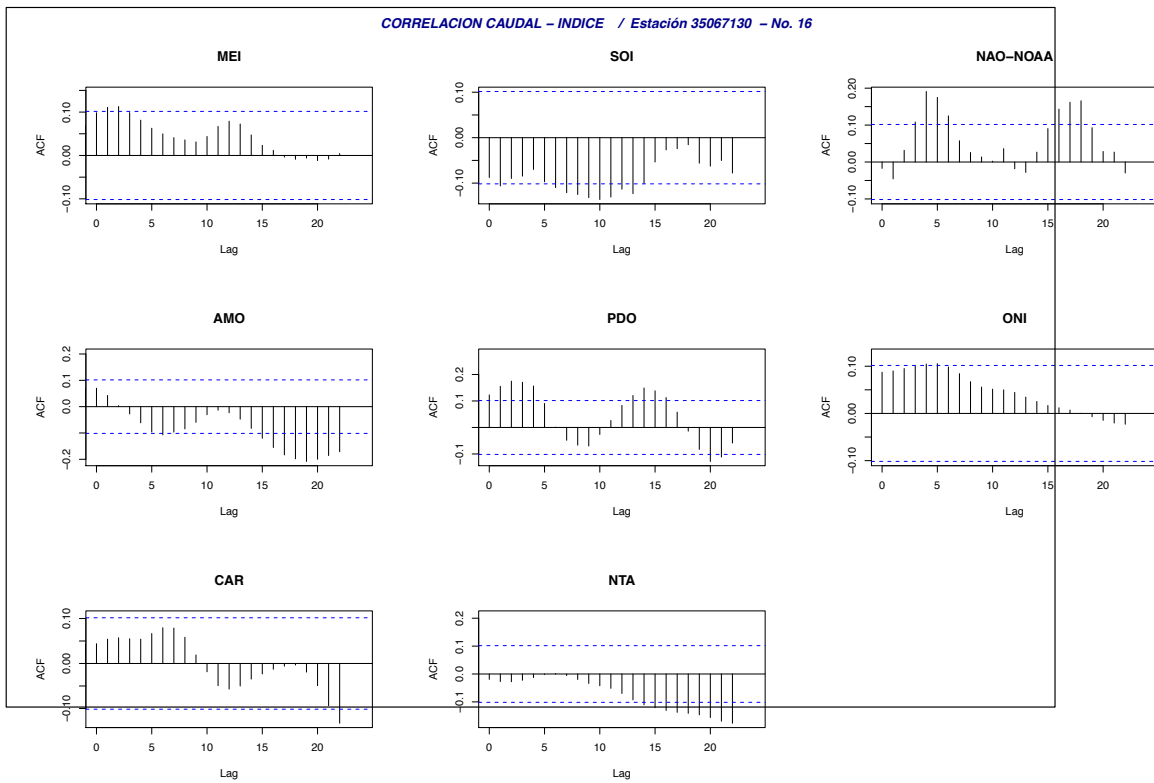
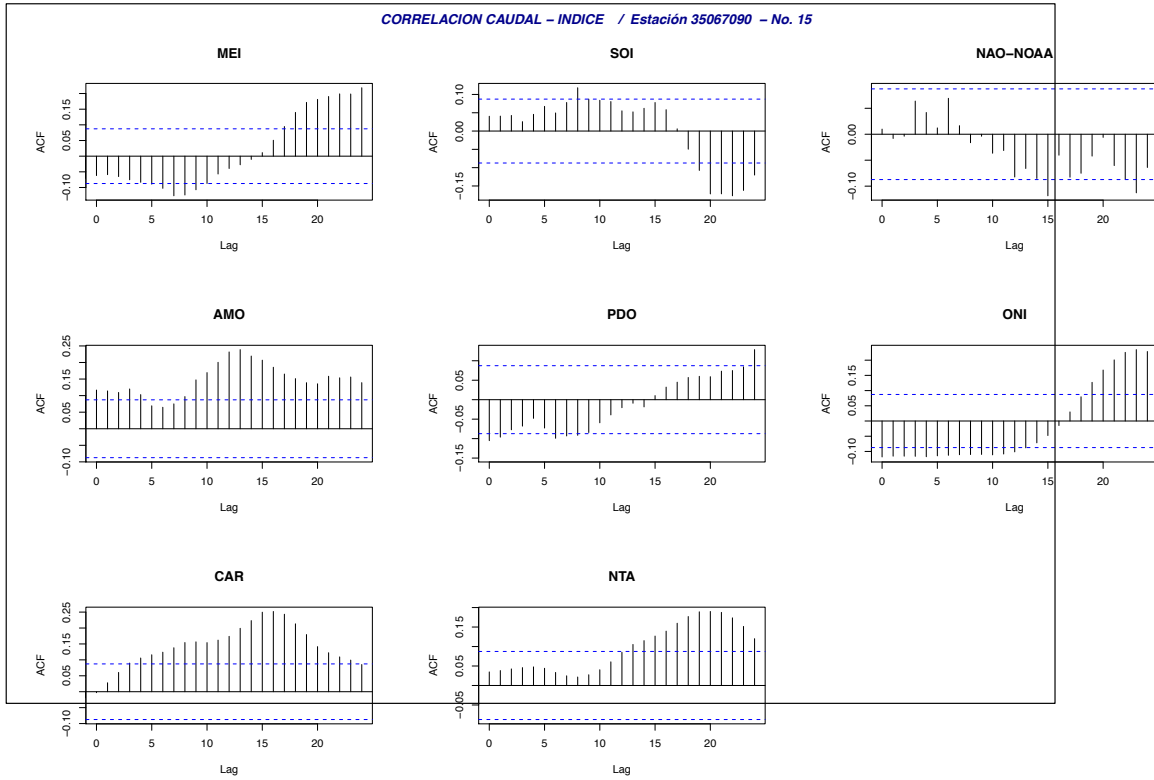
# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



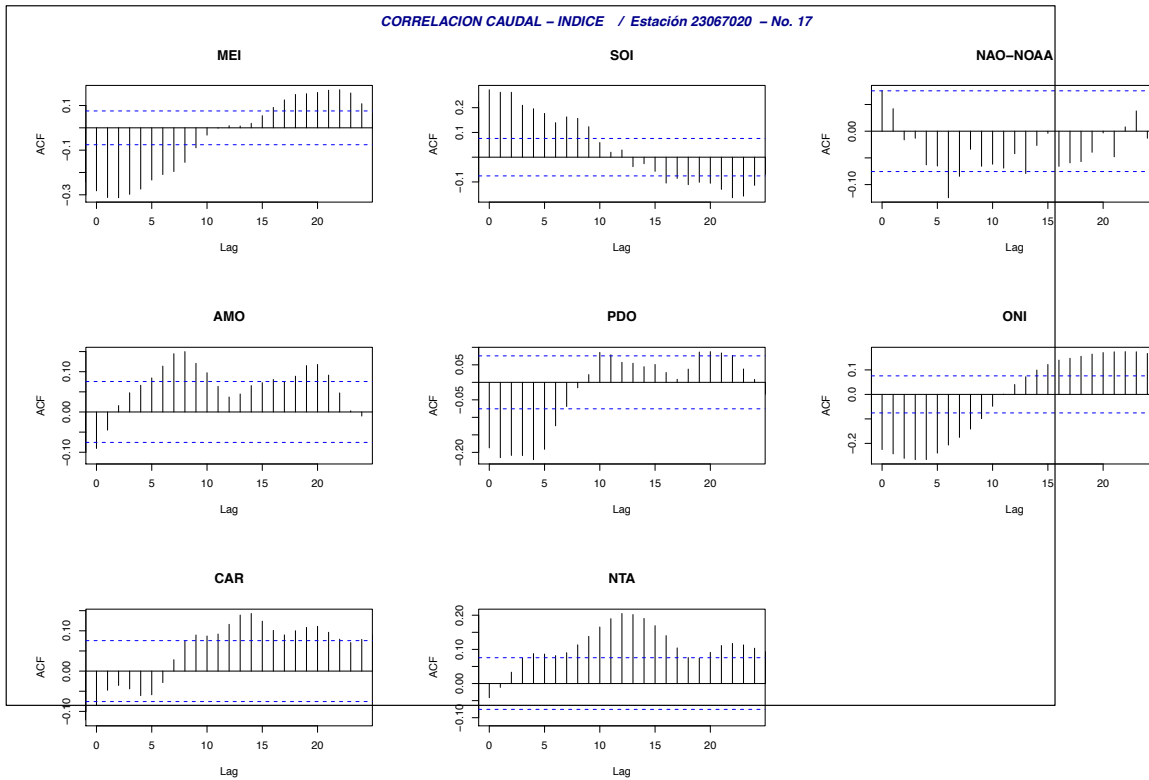
# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales





## **ANEXO 2**

### **LISTADO COMPLETO DE COMBINACIONES**

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
1	1	343	MEI + AMO + PDO + CAR	685	t + season + SOI + AMO + PDO + CAR
2	t	344	MEI + AMO + PDO + NTA	686	t + season + SOI + AMO + PDO + NTA
3	season	345	MEI + AMO + ONI + CAR	687	t + season + SOI + AMO + ONI + CAR
4	MEI	346	MEI + AMO + ONI + NTA	688	t + season + SOI + AMO + ONI + NTA
5	SOI	347	MEI + AMO + CAR + NTA	689	t + season + SOI + AMO + CAR + NTA
6	NAO	348	MEI + PDO + ONI + CAR	690	t + season + SOI + PDO + ONI + CAR
7	AMO	349	MEI + PDO + ONI + NTA	691	t + season + SOI + PDO + ONI + NTA
8	PDO	350	MEI + PDO + CAR + NTA	692	t + season + SOI + PDO + CAR + NTA
9	ONI	351	MEI + ONI + CAR + NTA	693	t + season + SOI + ONI + CAR + NTA
10	CAR	352	SOI + NAO + AMO + PDO	694	t + season + NAO + AMO + PDO + ONI
11	NTA	353	SOI + NAO + AMO + ONI	695	t + season + NAO + AMO + PDO + CAR
12	t + season	354	SOI + NAO + AMO + CAR	696	t + season + NAO + AMO + PDO + NTA
13	t + MEI	355	SOI + NAO + AMO + NTA	697	t + season + NAO + AMO + ONI + CAR
14	t + SOI	356	SOI + NAO + PDO + ONI	698	t + season + NAO + AMO + ONI + NTA
15	t + NAO	357	SOI + NAO + PDO + CAR	699	t + season + NAO + AMO + CAR + NTA
16	t + AMO	358	SOI + NAO + PDO + NTA	700	t + season + NAO + PDO + ONI + CAR
17	t + PDO	359	SOI + NAO + ONI + CAR	701	t + season + NAO + PDO + ONI + NTA
18	t + ONI	360	SOI + NAO + ONI + NTA	702	t + season + NAO + PDO + CAR + NTA
19	t + CAR	361	SOI + NAO + CAR + NTA	703	t + season + NAO + ONI + CAR + NTA
20	t + NTA	362	SOI + AMO + PDO + ONI	704	t + season + AMO + PDO + ONI + CAR
21	season + MEI	363	SOI + AMO + PDO + CAR	705	t + season + AMO + PDO + ONI + NTA
22	season + SOI	364	SOI + AMO + PDO + NTA	706	t + season + AMO + PDO + CAR + NTA
23	season + NAO	365	SOI + AMO + ONI + CAR	707	t + season + AMO + ONI + CAR + NTA
24	season + AMO	366	SOI + AMO + ONI + NTA	708	t + season + PDO + ONI + CAR + NTA
25	season + PDO	367	SOI + AMO + CAR + NTA	709	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO
26	season + ONI	368	SOI + PDO + ONI + CAR	710	t + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI
27	season + CAR	369	SOI + PDO + ONI + NTA	711	t + MEI + SOI + NAO + AMO + CAR
28	season + NTA	370	SOI + PDO + CAR + NTA	712	t + MEI + SOI + NAO + AMO + NTA
29	MEI + SOI	371	SOI + ONI + CAR + NTA	713	t + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI
30	MEI + NAO	372	NAO + AMO + PDO + ONI	714	t + MEI + SOI + NAO + PDO + CAR
31	MEI + AMO	373	NAO + AMO + PDO + CAR	715	t + MEI + SOI + NAO + PDO + NTA
32	MEI + PDO	374	NAO + AMO + PDO + NTA	716	t + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR
33	MEI + ONI	375	NAO + AMO + ONI + CAR	717	t + MEI + SOI + NAO + ONI + NTA
34	MEI + CAR	376	NAO + AMO + ONI + NTA	718	t + MEI + SOI + NAO + CAR + NTA
35	MEI + NTA	377	NAO + AMO + CAR + NTA	719	t + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI
36	SOI + NAO	378	NAO + PDO + ONI + CAR	720	t + MEI + SOI + AMO + PDO + CAR
37	SOI + AMO	379	NAO + PDO + ONI + NTA	721	t + MEI + SOI + AMO + PDO + NTA
38	SOI + PDO	380	NAO + PDO + CAR + NTA	722	t + MEI + SOI + AMO + ONI + CAR
39	SOI + ONI	381	NAO + ONI + CAR + NTA	723	t + MEI + SOI + AMO + ONI + NTA



## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
40	SOI + CAR	382	AMO + PDO + ONI + CAR	724	t + MEI + SOI + AMO + CAR + NTA
41	SOI + NTA	383	AMO + PDO + ONI + NTA	725	t + MEI + SOI + PDO + ONI + CAR
42	NAO + AMO	384	AMO + PDO + CAR + NTA	726	t + MEI + SOI + PDO + ONI + NTA
43	NAO + PDO	385	AMO + ONI + CAR + NTA	727	t + MEI + SOI + PDO + CAR + NTA
44	NAO + ONI	386	PDO + ONI + CAR + NTA	728	t + MEI + SOI + ONI + CAR + NTA
45	NAO + CAR	387	t + season + MEI + SOI + NAO	729	t + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI
46	NAO + NTA	388	t + season + MEI + SOI + AMO	730	t + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR
47	AMO + PDO	389	t + season + MEI + SOI + PDO	731	t + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
48	AMO + ONI	390	t + season + MEI + SOI + ONI	732	t + MEI + NAO + AMO + ONI + CAR
49	AMO + CAR	391	t + season + MEI + SOI + CAR	733	t + MEI + NAO + AMO + ONI + NTA
50	AMO + NTA	392	t + season + MEI + SOI + NTA	734	t + MEI + NAO + AMO + CAR + NTA
51	PDO + ONI	393	t + season + MEI + NAO + AMO	735	t + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR
52	PDO + CAR	394	t + season + MEI + NAO + PDO	736	t + MEI + NAO + PDO + ONI + NTA
53	PDO + NTA	395	t + season + MEI + NAO + ONI	737	t + MEI + NAO + PDO + CAR + NTA
54	ONI + CAR	396	t + season + MEI + NAO + CAR	738	t + MEI + NAO + ONI + CAR + NTA
55	ONI + NTA	397	t + season + MEI + NAO + NTA	739	t + MEI + AMO + PDO + ONI + CAR
56	CAR + NTA	398	t + season + MEI + AMO + PDO	740	t + MEI + AMO + PDO + ONI + NTA
57	t + season + MEI	399	t + season + MEI + AMO + ONI	741	t + MEI + AMO + PDO + CAR + NTA
58	t + season + SOI	400	t + season + MEI + AMO + CAR	742	t + MEI + AMO + ONI + CAR + NTA
59	t + season + NAO	401	t + season + MEI + AMO + NTA	743	t + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA
60	t + season + AMO	402	t + season + MEI + PDO + ONI	744	t + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
61	t + season + PDO	403	t + season + MEI + PDO + CAR	745	t + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
62	t + season + ONI	404	t + season + MEI + PDO + NTA	746	t + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
63	t + season + CAR	405	t + season + MEI + ONI + CAR	747	t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
64	t + season + NTA	406	t + season + MEI + ONI + NTA	748	t + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA
65	t + MEI + SOI	407	t + season + MEI + CAR + NTA	749	t + SOI + NAO + AMO + CAR + NTA
66	t + MEI + NAO	408	t + season + SOI + NAO + AMO	750	t + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR

**Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad  
No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales**



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
67	t + MEI + AMO	409	t + season + SOI + NAO + PDO	751	t + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
68	t + MEI + PDO	410	t + season + SOI + NAO + ONI	752	t + SOI + NAO + PDO + CAR + NTA
69	t + MEI + ONI	411	t + season + SOI + NAO + CAR	753	t + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
70	t + MEI + CAR	412	t + season + SOI + NAO + NTA	754	t + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR
71	t + MEI + NTA	413	t + season + SOI + AMO + PDO	755	t + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
72	t + SOI + NAO	414	t + season + SOI + AMO + ONI	756	t + SOI + AMO + PDO + CAR + NTA
73	t + SOI + AMO	415	t + season + SOI + AMO + CAR	757	t + SOI + AMO + ONI + CAR + NTA
74	t + SOI + PDO	416	t + season + SOI + AMO + NTA	758	t + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
75	t + SOI + ONI	417	t + season + SOI + PDO + ONI	759	t + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
76	t + SOI + CAR	418	t + season + SOI + PDO + CAR	760	t + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
77	t + SOI + NTA	419	t + season + SOI + PDO + NTA	761	t + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
78	t + NAO + AMO	420	t + season + SOI + ONI + CAR	762	t + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
79	t + NAO + PDO	421	t + season + SOI + ONI + NTA	763	t + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
80	t + NAO + ONI	422	t + season + SOI + CAR + NTA	764	t + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
81	t + NAO + CAR	423	t + season + NAO + AMO + PDO	765	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO
82	t + NAO + NTA	424	t + season + NAO + AMO + ONI	766	season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI
83	t + AMO + PDO	425	t + season + NAO + AMO + CAR	767	season + MEI + SOI + NAO + AMO + CAR
84	t + AMO + ONI	426	t + season + NAO + AMO + NTA	768	season + MEI + SOI + NAO + AMO + NTA
85	t + AMO + CAR	427	t + season + NAO + PDO + ONI	769	season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI
86	t + AMO + NTA	428	t + season + NAO + PDO + CAR	770	season + MEI + SOI + NAO + PDO + CAR
87	t + PDO + ONI	429	t + season + NAO + PDO + NTA	771	season + MEI + SOI + NAO + PDO + NTA
88	t + PDO + CAR	430	t + season + NAO + ONI + CAR	772	season + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR
89	t + PDO + NTA	431	t + season + NAO + ONI + NTA	773	season + MEI + SOI + NAO + ONI + NTA
90	t + ONI + CAR	432	t + season + NAO + CAR + NTA	774	season + MEI + SOI + NAO + CAR + NTA
91	t + ONI + NTA	433	t + season + AMO + PDO + ONI	775	season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
92	t + CAR + NTA	434	t + season + AMO + PDO + CAR	776	season + MEI + SOI + AMO + PDO + CAR
93	season + MEI + SOI	435	t + season + AMO + PDO + NTA	777	season + MEI + SOI + AMO + PDO + NTA
94	season + MEI + NAO	436	t + season + AMO + ONI + CAR	778	season + MEI + SOI + AMO + ONI + CAR
95	season + MEI + AMO	437	t + season + AMO + ONI + NTA	779	season + MEI + SOI + AMO + ONI + NTA
96	season + MEI + PDO	438	t + season + AMO + CAR + NTA	780	season + MEI + SOI + AMO + CAR + NTA
97	season + MEI + ONI	439	t + season + PDO + ONI + CAR	781	season + MEI + SOI + PDO + ONI + CAR
98	season + MEI + CAR	440	t + season + PDO + ONI + NTA	782	season + MEI + SOI + PDO + ONI + NTA
99	season + MEI + NTA	441	t + season + PDO + CAR + NTA	783	season + MEI + SOI + PDO + CAR + NTA
100	season + SOI + NAO	442	t + season + ONI + CAR + NTA	784	season + MEI + SOI + ONI + CAR + NTA
101	season + SOI + AMO	443	t + MEI + SOI + NAO + AMO	785	season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI
102	season + SOI + PDO	444	t + MEI + SOI + NAO + PDO	786	season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR
103	season + SOI + ONI	445	t + MEI + SOI + NAO + ONI	787	season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
104	season + SOI + CAR	446	t + MEI + SOI + NAO + CAR	788	season + MEI + NAO + AMO + ONI + CAR
105	season + SOI + NTA	447	t + MEI + SOI + NAO + NTA	789	season + MEI + NAO + AMO + ONI + NTA
106	season + NAO + AMO	448	t + MEI + SOI + AMO + PDO	790	season + MEI + NAO + AMO + CAR + NTA
107	season + NAO + PDO	449	t + MEI + SOI + AMO + ONI	791	season + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR
108	season + NAO + ONI	450	t + MEI + SOI + AMO + CAR	792	season + MEI + NAO + PDO + ONI + NTA
109	season + NAO + CAR	451	t + MEI + SOI + AMO + NTA	793	season + MEI + NAO + PDO + CAR + NTA
110	season + NAO + NTA	452	t + MEI + SOI + PDO + ONI	794	season + MEI + NAO + ONI + CAR + NTA
111	season + AMO + PDO	453	t + MEI + SOI + PDO + CAR	795	season + MEI + AMO + PDO + ONI + CAR
112	season + AMO + ONI	454	t + MEI + SOI + PDO + NTA	796	season + MEI + AMO + PDO + ONI + NTA
113	season + AMO + CAR	455	t + MEI + SOI + ONI + CAR	797	season + MEI + AMO + PDO + CAR + NTA
114	season + AMO + NTA	456	t + MEI + SOI + ONI + NTA	798	season + MEI + AMO + ONI + CAR + NTA
115	season + PDO + ONI	457	t + MEI + SOI + CAR + NTA	799	season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA
116	season + PDO + CAR	458	t + MEI + NAO + AMO + PDO	800	season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
117	season + PDO + NTA	459	t + MEI + NAO + AMO + ONI	801	season + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
118	season + ONI + CAR	460	t + MEI + NAO + AMO + CAR	802	season + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
119	season + ONI + NTA	461	t + MEI + NAO + AMO + NTA	803	season + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
120	season + CAR + NTA	462	t + MEI + NAO + PDO + ONI	804	season + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA
121	MEI + SOI + NAO	463	t + MEI + NAO + PDO + CAR	805	season + SOI + NAO + AMO + CAR + NTA
122	MEI + SOI + AMO	464	t + MEI + NAO + PDO + NTA	806	season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR
123	MEI + SOI + PDO	465	t + MEI + NAO + ONI + CAR	807	season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
124	MEI + SOI + ONI	466	t + MEI + NAO + ONI + NTA	808	season + SOI + NAO + PDO + CAR + NTA
125	MEI + SOI + CAR	467	t + MEI + NAO + CAR + NTA	809	season + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
126	MEI + SOI + NTA	468	t + MEI + AMO + PDO + ONI	810	season + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR
127	MEI + NAO + AMO	469	t + MEI + AMO + PDO + CAR	811	season + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
128	MEI + NAO + PDO	470	t + MEI + AMO + PDO + NTA	812	season + SOI + AMO + PDO + CAR + NTA
129	MEI + NAO + ONI	471	t + MEI + AMO + ONI + CAR	813	season + SOI + AMO + ONI + CAR + NTA
130	MEI + NAO + CAR	472	t + MEI + AMO + ONI + NTA	814	season + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
131	MEI + NAO + NTA	473	t + MEI + AMO + CAR + NTA	815	season + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
132	MEI + AMO + PDO	474	t + MEI + PDO + ONI + CAR	816	season + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
133	MEI + AMO + ONI	475	t + MEI + PDO + ONI + NTA	817	season + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
134	MEI + AMO + CAR	476	t + MEI + PDO + CAR + NTA	818	season + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
135	MEI + AMO + NTA	477	t + MEI + ONI + CAR + NTA	819	season + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
136	MEI + PDO + ONI	478	t + SOI + NAO + AMO + PDO	820	season + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
137	MEI + PDO + CAR	479	t + SOI + NAO + AMO + ONI	821	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
138	MEI + PDO + NTA	480	t + SOI + NAO + AMO + CAR	822	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
139	MEI + ONI + CAR	481	t + SOI + NAO + AMO + NTA	823	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
140	MEI + ONI + NTA	482	t + SOI + NAO + PDO + ONI	824	MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
141	MEI + CAR + NTA	483	t + SOI + NAO + PDO + CAR	825	MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA
142	SOI + NAO + AMO	484	t + SOI + NAO + PDO + NTA	826	MEI + SOI + NAO + AMO + CAR + NTA
143	SOI + NAO + PDO	485	t + SOI + NAO + ONI + CAR	827	MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
144	SOI + NAO + ONI	486	t + SOI + NAO + ONI + NTA	828	MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
145	SOI + NAO + CAR	487	t + SOI + NAO + CAR + NTA	829	MEI + SOI + NAO + PDO + CAR + NTA
146	SOI + NAO + NTA	488	t + SOI + AMO + PDO + ONI	830	MEI + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
147	SOI + AMO + PDO	489	t + SOI + AMO + PDO + CAR	831	MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR
148	SOI + AMO + ONI	490	t + SOI + AMO + PDO + NTA	832	MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
149	SOI + AMO + CAR	491	t + SOI + AMO + ONI + CAR	833	MEI + SOI + AMO + PDO + CAR + NTA
150	SOI + AMO + NTA	492	t + SOI + AMO + ONI + NTA	834	MEI + SOI + AMO + ONI + CAR + NTA
151	SOI + PDO + ONI	493	t + SOI + AMO + CAR + NTA	835	MEI + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
152	SOI + PDO + CAR	494	t + SOI + PDO + ONI + CAR	836	MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
153	SOI + PDO + NTA	495	t + SOI + PDO + ONI + NTA	837	MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
154	SOI + ONI + CAR	496	t + SOI + PDO + CAR + NTA	838	MEI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
155	SOI + ONI + NTA	497	t + SOI + ONI + CAR + NTA	839	MEI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
156	SOI + CAR + NTA	498	t + NAO + AMO + PDO + ONI	840	MEI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
157	NAO + AMO + PDO	499	t + NAO + AMO + PDO + CAR	841	MEI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
158	NAO + AMO + ONI	500	t + NAO + AMO + PDO + NTA	842	SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
159	NAO + AMO + CAR	501	t + NAO + AMO + ONI + CAR	843	SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
160	NAO + AMO + NTA	502	t + NAO + AMO + ONI + NTA	844	SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
161	NAO + PDO + ONI	503	t + NAO + AMO + CAR + NTA	845	SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
162	NAO + PDO + CAR	504	t + NAO + PDO + ONI + CAR	846	SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
163	NAO + PDO + NTA	505	t + NAO + PDO + ONI + NTA	847	SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
164	NAO + ONI + CAR	506	t + NAO + PDO + CAR + NTA	848	NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
165	NAO + ONI + NTA	507	t + NAO + ONI + CAR + NTA	849	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO
166	NAO + CAR + NTA	508	t + AMO + PDO + ONI + CAR	850	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI
167	AMO + PDO + ONI	509	t + AMO + PDO + ONI + NTA	851	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + CAR
168	AMO + PDO + CAR	510	t + AMO + PDO + CAR + NTA	852	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + NTA
169	AMO + PDO + NTA	511	t + AMO + ONI + CAR + NTA	853	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI
170	AMO + ONI + CAR	512	t + PDO + ONI + CAR + NTA	854	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + CAR
171	AMO + ONI + NTA	513	season + MEI + SOI + NAO	855	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO +

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
			+ AMO		NTA
172	AMO + CAR + NTA	514	season + MEI + SOI + NAO + PDO	856	t + season + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR
173	PDO + ONI + CAR	515	season + MEI + SOI + NAO + ONI	857	t + season + MEI + SOI + NAO + ONI + NTA
174	PDO + ONI + NTA	516	season + MEI + SOI + NAO + CAR	858	t + season + MEI + SOI + NAO + CAR + NTA
175	PDO + CAR + NTA	517	season + MEI + SOI + NAO + NTA	859	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI
176	ONI + CAR + NTA	518	season + MEI + SOI + AMO + PDO	860	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + CAR
177	t + season + MEI + SOI	519	season + MEI + SOI + AMO + ONI	861	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + NTA
178	t + season + MEI + NAO	520	season + MEI + SOI + AMO + CAR	862	t + season + MEI + SOI + AMO + ONI + CAR
179	t + season + MEI + AMO	521	season + MEI + SOI + AMO + NTA	863	t + season + MEI + SOI + AMO + ONI + NTA
180	t + season + MEI + PDO	522	season + MEI + SOI + PDO + ONI	864	t + season + MEI + SOI + AMO + CAR + NTA
181	t + season + MEI + ONI	523	season + MEI + SOI + PDO + CAR	865	t + season + MEI + SOI + PDO + ONI + CAR
182	t + season + MEI + CAR	524	season + MEI + SOI + PDO + NTA	866	t + season + MEI + SOI + PDO + ONI + NTA
183	t + season + MEI + NTA	525	season + MEI + SOI + ONI + CAR	867	t + season + MEI + SOI + PDO + CAR + NTA
184	t + season + SOI + NAO	526	season + MEI + SOI + ONI + NTA	868	t + season + MEI + SOI + ONI + CAR + NTA
185	t + season + SOI + AMO	527	season + MEI + SOI + CAR + NTA	869	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI
186	t + season + SOI + PDO	528	season + MEI + NAO + AMO + PDO	870	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR
187	t + season + SOI + ONI	529	season + MEI + NAO + AMO + ONI	871	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA
188	t + season + SOI + CAR	530	season + MEI + NAO + AMO + CAR	872	t + season + MEI + NAO + AMO + ONI + CAR
189	t + season + SOI + NTA	531	season + MEI + NAO + AMO + NTA	873	t + season + MEI + NAO + AMO + ONI + NTA
190	t + season + NAO + AMO	532	season + MEI + NAO + PDO + ONI	874	t + season + MEI + NAO + AMO + CAR + NTA
191	t + season + NAO + PDO	533	season + MEI + NAO + PDO + CAR	875	t + season + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR
192	t + season + NAO + ONI	534	season + MEI + NAO + PDO + NTA	876	t + season + MEI + NAO + PDO + ONI + NTA
193	t + season + NAO + CAR	535	season + MEI + NAO + ONI + CAR	877	t + season + MEI + NAO + PDO + CAR + NTA
194	t + season + NAO + NTA	536	season + MEI + NAO + ONI + NTA	878	t + season + MEI + NAO + ONI + CAR + NTA
195	t + season + AMO + PDO	537	season + MEI + NAO + CAR + NTA	879	t + season + MEI + AMO + PDO + ONI + CAR

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
196	t + season + AMO + ONI	538	season + MEI + AMO + PDO + ONI	880	t + season + MEI + AMO + PDO + ONI + NTA
197	t + season + AMO + CAR	539	season + MEI + AMO + PDO + CAR	881	t + season + MEI + AMO + PDO + CAR + NTA
198	t + season + AMO + NTA	540	season + MEI + AMO + PDO + NTA	882	t + season + MEI + AMO + ONI + CAR + NTA
199	t + season + PDO + ONI	541	season + MEI + AMO + ONI + CAR	883	t + season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA
200	t + season + PDO + CAR	542	season + MEI + AMO + ONI + NTA	884	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
201	t + season + PDO + NTA	543	season + MEI + AMO + CAR + NTA	885	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
202	t + season + ONI + CAR	544	season + MEI + PDO + ONI + CAR	886	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
203	t + season + ONI + NTA	545	season + MEI + PDO + ONI + NTA	887	t + season + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
204	t + season + CAR + NTA	546	season + MEI + PDO + CAR + NTA	888	t + season + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA
205	t + MEI + SOI + NAO	547	season + MEI + ONI + CAR + NTA	889	t + season + SOI + NAO + AMO + CAR + NTA
206	t + MEI + SOI + AMO	548	season + SOI + NAO + AMO + PDO	890	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR
207	t + MEI + SOI + PDO	549	season + SOI + NAO + AMO + ONI	891	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
208	t + MEI + SOI + ONI	550	season + SOI + NAO + AMO + CAR	892	t + season + SOI + NAO + PDO + CAR + NTA
209	t + MEI + SOI + CAR	551	season + SOI + NAO + AMO + NTA	893	t + season + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
210	t + MEI + SOI + NTA	552	season + SOI + NAO + PDO + ONI	894	t + season + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR
211	t + MEI + NAO + AMO	553	season + SOI + NAO + PDO + CAR	895	t + season + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
212	t + MEI + NAO + PDO	554	season + SOI + NAO + PDO + NTA	896	t + season + SOI + AMO + PDO + CAR + NTA
213	t + MEI + NAO + ONI	555	season + SOI + NAO + ONI + CAR	897	t + season + SOI + AMO + ONI + CAR + NTA
214	t + MEI + NAO + CAR	556	season + SOI + NAO + ONI + NTA	898	t + season + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
215	t + MEI + NAO + NTA	557	season + SOI + NAO + CAR + NTA	899	t + season + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
216	t + MEI + AMO + PDO	558	season + SOI + AMO + PDO + ONI	900	t + season + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
217	t + MEI + AMO + ONI	559	season + SOI + AMO + PDO + CAR	901	t + season + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
218	t + MEI + AMO + CAR	560	season + SOI + AMO + PDO + NTA	902	t + season + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
219	t + MEI + AMO + NTA	561	season + SOI + AMO + ONI + CAR	903	t + season + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
220	t + MEI + PDO + ONI	562	season + SOI + AMO + ONI + NTA	904	t + season + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA

**Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad  
No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales**



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
221	t + MEI + PDO + CAR	563	season + SOI + AMO + CAR + NTA	905	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
222	t + MEI + PDO + NTA	564	season + SOI + PDO + ONI + CAR	906	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
223	t + MEI + ONI + CAR	565	season + SOI + PDO + ONI + NTA	907	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
224	t + MEI + ONI + NTA	566	season + SOI + PDO + CAR + NTA	908	t + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
225	t + MEI + CAR + NTA	567	season + SOI + ONI + CAR + NTA	909	t + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA
226	t + SOI + NAO + AMO	568	season + NAO + AMO + PDO + ONI	910	t + MEI + SOI + NAO + AMO + CAR + NTA
227	t + SOI + NAO + PDO	569	season + NAO + AMO + PDO + CAR	911	t + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR
228	t + SOI + NAO + ONI	570	season + NAO + AMO + PDO + NTA	912	t + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
229	t + SOI + NAO + CAR	571	season + NAO + AMO + ONI + CAR	913	t + MEI + SOI + NAO + PDO + CAR + NTA
230	t + SOI + NAO + NTA	572	season + NAO + AMO + ONI + NTA	914	t + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
231	t + SOI + AMO + PDO	573	season + NAO + AMO + CAR + NTA	915	t + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR
232	t + SOI + AMO + ONI	574	season + NAO + PDO + ONI + CAR	916	t + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
233	t + SOI + AMO + CAR	575	season + NAO + PDO + ONI + NTA	917	t + MEI + SOI + AMO + PDO + CAR + NTA
234	t + SOI + AMO + NTA	576	season + NAO + PDO + CAR + NTA	918	t + MEI + SOI + AMO + ONI + CAR + NTA
235	t + SOI + PDO + ONI	577	season + NAO + ONI + CAR + NTA	919	t + MEI + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
236	t + SOI + PDO + CAR	578	season + AMO + PDO + ONI + CAR	920	t + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
237	t + SOI + PDO + NTA	579	season + AMO + PDO + ONI + NTA	921	t + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
238	t + SOI + ONI + CAR	580	season + AMO + PDO + CAR + NTA	922	t + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
239	t + SOI + ONI + NTA	581	season + AMO + ONI + CAR + NTA	923	t + MEI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
240	t + SOI + CAR + NTA	582	season + PDO + ONI + CAR + NTA	924	t + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
241	t + NAO + AMO + PDO	583	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO	925	t + MEI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
242	t + NAO + AMO + ONI	584	MEI + SOI + NAO + AMO + ONI	926	t + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
243	t + NAO + AMO + CAR	585	MEI + SOI + NAO + AMO + CAR	927	t + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
244	t + NAO + AMO + NTA	586	MEI + SOI + NAO + AMO + NTA	928	t + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
245	t + NAO + PDO + ONI	587	MEI + SOI + NAO + PDO + ONI	929	t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA



## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
246	t + NAO + PDO + CAR	588	MEI + SOI + NAO + PDO + CAR	930	t + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
247	t + NAO + PDO + NTA	589	MEI + SOI + NAO + PDO + NTA	931	t + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
248	t + NAO + ONI + CAR	590	MEI + SOI + NAO + ONI + CAR	932	t + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
249	t + NAO + ONI + NTA	591	MEI + SOI + NAO + ONI + NTA	933	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
250	t + NAO + CAR + NTA	592	MEI + SOI + NAO + CAR + NTA	934	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
251	t + AMO + PDO + ONI	593	MEI + SOI + AMO + PDO + ONI	935	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
252	t + AMO + PDO + CAR	594	MEI + SOI + AMO + PDO + CAR	936	season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
253	t + AMO + PDO + NTA	595	MEI + SOI + AMO + PDO + NTA	937	season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA
254	t + AMO + ONI + CAR	596	MEI + SOI + AMO + ONI + CAR	938	season + MEI + SOI + NAO + AMO + CAR + NTA
255	t + AMO + ONI + NTA	597	MEI + SOI + AMO + ONI + NTA	939	season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR
256	t + AMO + CAR + NTA	598	MEI + SOI + AMO + CAR + NTA	940	season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
257	t + PDO + ONI + CAR	599	MEI + SOI + PDO + ONI + CAR	941	season + MEI + SOI + NAO + PDO + CAR + NTA
258	t + PDO + ONI + NTA	600	MEI + SOI + PDO + ONI + NTA	942	season + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
259	t + PDO + CAR + NTA	601	MEI + SOI + PDO + CAR + NTA	943	season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR
260	t + ONI + CAR + NTA	602	MEI + SOI + ONI + CAR + NTA	944	season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
261	season + MEI + SOI + NAO	603	MEI + NAO + AMO + PDO + ONI	945	season + MEI + SOI + AMO + PDO + CAR + NTA
262	season + MEI + SOI + AMO	604	MEI + NAO + AMO + PDO + CAR	946	season + MEI + SOI + AMO + ONI + CAR + NTA
263	season + MEI + SOI + PDO	605	MEI + NAO + AMO + PDO + NTA	947	season + MEI + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
264	season + MEI + SOI + ONI	606	MEI + NAO + AMO + ONI + CAR	948	season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
265	season + MEI + SOI + CAR	607	MEI + NAO + AMO + ONI + NTA	949	season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
266	season + MEI + SOI + NTA	608	MEI + NAO + AMO + CAR + NTA	950	season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
267	season + MEI + NAO + AMO	609	MEI + NAO + PDO + ONI + CAR	951	season + MEI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
268	season + MEI + NAO + PDO	610	MEI + NAO + PDO + ONI + NTA	952	season + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
269	season + MEI + NAO + ONI	611	MEI + NAO + PDO + CAR + NTA	953	season + MEI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
270	season + MEI + NAO + CAR	612	MEI + NAO + ONI + CAR + NTA	954	season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
271	season + MEI + NAO + NTA	613	MEI + AMO + PDO + ONI + CAR	955	season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
272	season + MEI + AMO + PDO	614	MEI + AMO + PDO + ONI + NTA	956	season + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
273	season + MEI + AMO + ONI	615	MEI + AMO + PDO + CAR + NTA	957	season + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
274	season + MEI + AMO + CAR	616	MEI + AMO + ONI + CAR + NTA	958	season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
275	season + MEI + AMO + NTA	617	MEI + PDO + ONI + CAR + NTA	959	season + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
276	season + MEI + PDO + ONI	618	SOI + NAO + AMO + PDO + ONI	960	season + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
277	season + MEI + PDO + CAR	619	SOI + NAO + AMO + PDO + CAR	961	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
278	season + MEI + PDO + NTA	620	SOI + NAO + AMO + PDO + NTA	962	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
279	season + MEI + ONI + CAR	621	SOI + NAO + AMO + ONI + CAR	963	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
280	season + MEI + ONI + NTA	622	SOI + NAO + AMO + ONI + NTA	964	MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
281	season + MEI + CAR + NTA	623	SOI + NAO + AMO + CAR + NTA	965	MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
282	season + SOI + NAO + AMO	624	SOI + NAO + PDO + ONI + CAR	966	MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
283	season + SOI + NAO + PDO	625	SOI + NAO + PDO + ONI + NTA	967	MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
284	season + SOI + NAO + ONI	626	SOI + NAO + PDO + CAR + NTA	968	SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
285	season + SOI + NAO + CAR	627	SOI + NAO + ONI + CAR + NTA	969	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI
286	season + SOI + NAO + NTA	628	SOI + AMO + PDO + ONI + CAR	970	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR
287	season + SOI + AMO + PDO	629	SOI + AMO + PDO + ONI + NTA	971	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + NTA
288	season + SOI + AMO + ONI	630	SOI + AMO + PDO + CAR + NTA	972	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR
289	season + SOI + AMO + CAR	631	SOI + AMO + ONI + CAR + NTA	973	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + NTA
290	season + SOI + AMO + NTA	632	SOI + PDO + ONI + CAR + NTA	974	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + CAR + NTA
291	season + SOI + PDO + ONI	633	NAO + AMO + PDO + ONI + CAR	975	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR
292	season + SOI + PDO + CAR	634	NAO + AMO + PDO + ONI + NTA	976	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA
293	season + SOI + PDO + NTA	635	NAO + AMO + PDO + CAR + NTA	977	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + CAR + NTA
294	season + SOI + ONI + CAR	636	NAO + AMO + ONI + CAR + NTA	978	t + season + MEI + SOI + NAO + ONI + CAR + NTA
295	season + SOI + ONI + NTA	637	NAO + PDO + ONI + CAR + NTA	979	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR

## Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
296	season + SOI + CAR + NTA	638	AMO + PDO + ONI + CAR + NTA	980	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA
297	season + NAO + AMO + PDO	639	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO	981	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + CAR + NTA
298	season + NAO + AMO + ONI	640	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO	982	t + season + MEI + SOI + AMO + ONI + CAR + NTA
299	season + NAO + AMO + CAR	641	t + season + MEI + SOI + NAO + ONI	983	t + season + MEI + SOI + PDO + ONI + CAR + NTA
300	season + NAO + AMO + NTA	642	t + season + MEI + SOI + NAO + CAR	984	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
301	season + NAO + PDO + ONI	643	t + season + MEI + SOI + NAO + NTA	985	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
302	season + NAO + PDO + CAR	644	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO	986	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
303	season + NAO + PDO + NTA	645	t + season + MEI + SOI + AMO + ONI	987	t + season + MEI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
304	season + NAO + ONI + CAR	646	t + season + MEI + SOI + AMO + CAR	988	t + season + MEI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
305	season + NAO + ONI + NTA	647	t + season + MEI + SOI + AMO + NTA	989	t + season + MEI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
306	season + NAO + CAR + NTA	648	t + season + MEI + SOI + PDO + ONI	990	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
307	season + AMO + PDO + ONI	649	t + season + MEI + SOI + PDO + CAR	991	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
308	season + AMO + PDO + CAR	650	t + season + MEI + SOI + PDO + NTA	992	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
309	season + AMO + PDO + NTA	651	t + season + MEI + SOI + ONI + CAR	993	t + season + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
310	season + AMO + ONI + CAR	652	t + season + MEI + SOI + ONI + NTA	994	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
311	season + AMO + ONI + NTA	653	t + season + MEI + SOI + CAR + NTA	995	t + season + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
312	season + AMO + CAR + NTA	654	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO	996	t + season + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
313	season + PDO + ONI + CAR	655	t + season + MEI + NAO + AMO + ONI	997	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
314	season + PDO + ONI + NTA	656	t + season + MEI + NAO + AMO + CAR	998	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
315	season + PDO + CAR + NTA	657	t + season + MEI + NAO + AMO + NTA	999	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
316	season + ONI + CAR + NTA	658	t + season + MEI + NAO + PDO + ONI	1000	t + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
317	MEI + SOI + NAO + AMO	659	t + season + MEI + NAO + PDO + CAR	1001	t + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
318	MEI + SOI + NAO + PDO	660	t + season + MEI + NAO + PDO + NTA	1002	t + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
319	MEI + SOI + NAO + ONI	661	t + season + MEI + NAO + ONI + CAR	1003	t + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
320	MEI + SOI + NAO + CAR	662	t + season + MEI + NAO + ONI + NTA	1004	t + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA

**Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad  
No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales**



No.	Covariables	No.	Covariables	No.	Covariables
321	MEI + SOI + NAO + NTA	663	t + season + MEI + NAO + CAR + NTA	1005	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
322	MEI + SOI + AMO + PDO	664	t + season + MEI + AMO + PDO + ONI	1006	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
323	MEI + SOI + AMO + ONI	665	t + season + MEI + AMO + PDO + CAR	1007	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
324	MEI + SOI + AMO + CAR	666	t + season + MEI + AMO + PDO + NTA	1008	season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
325	MEI + SOI + AMO + NTA	667	t + season + MEI + AMO + ONI + CAR	1009	season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
326	MEI + SOI + PDO + ONI	668	t + season + MEI + AMO + ONI + NTA	1010	season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
327	MEI + SOI + PDO + CAR	669	t + season + MEI + AMO + CAR + NTA	1011	season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
328	MEI + SOI + PDO + NTA	670	t + season + MEI + PDO + ONI + CAR	1012	season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
329	MEI + SOI + ONI + CAR	671	t + season + MEI + PDO + ONI + NTA	1013	MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
330	MEI + SOI + ONI + NTA	672	t + season + MEI + PDO + CAR + NTA	1014	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR
331	MEI + SOI + CAR + NTA	673	t + season + MEI + ONI + CAR + NTA	1015	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + NTA
332	MEI + NAO + AMO + PDO	674	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO	1016	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + CAR + NTA
333	MEI + NAO + AMO + ONI	675	t + season + SOI + NAO + AMO + ONI	1017	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA
334	MEI + NAO + AMO + CAR	676	t + season + SOI + NAO + AMO + CAR	1018	t + season + MEI + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA
335	MEI + NAO + AMO + NTA	677	t + season + SOI + NAO + AMO + NTA	1019	t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
336	MEI + NAO + PDO + ONI	678	t + season + SOI + NAO + PDO + ONI	1020	t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
337	MEI + NAO + PDO + CAR	679	t + season + SOI + NAO + PDO + CAR	1021	t + season + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
338	MEI + NAO + PDO + NTA	680	t + season + SOI + NAO + PDO + NTA	1022	t + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
339	MEI + NAO + ONI + CAR	681	t + season + SOI + NAO + ONI + CAR	1023	season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
340	MEI + NAO + ONI + NTA	682	t + season + SOI + NAO + ONI + NTA	1024	t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + PDO + ONI + CAR + NTA
341	MEI + NAO + CAR + NTA	683	t + season + SOI + NAO + CAR + NTA		
342	MEI + AMO + PDO + ONI	684	t + season + SOI + AMO + PDO + ONI		



## **ANEXO 3**

### **RESULTADO ANOVA POR ESTACIÓN**



1	Pr(>F)	Cod.
t	3.54E-05	***
season	0.983	
MEI	2.41E-06	***
SOI	6.67E-05	***
NAO	0.0775	.
AMO	0.2604	
PDO	0.0034	**
ONI	0.8606	
CAR	0.5234	
NTA	0.9803	
2	Pr(>F)	Cod.
t	1.89E-04	***
season	0.065332	.
MEI	2.29E-05	***
SOI	0.600499	
NAO	0.122922	
AMO	0.110607	
PDO	0.514717	
ONI	0.013578	*
CAR	0.464853	
NTA	0.108155	
3	Pr(>F)	Cod.
t	3.04E-02	*
season	0.002242	**
MEI	1.35E-09	***
SOI	0.875745	
NAO	0.000567	***
AMO	0.020319	*
PDO	0.04598	*
ONI	0.115038	
CAR	0.774005	
NTA	0.000251	***
4	Pr(>F)	Cod.
t	9.59E-02	.
season	<2E-16	***
MEI	9.21E-03	**
SOI	1.82E-02	*
NAO	0.20944	



AMO	6.87E-07	***
PDO	0.03866	*
ONI	0.05851	.
CAR	0.18378	
NTA	0.00442	**
<hr/>		
<b>5</b>	<b>Pr(&gt;F)</b>	<b>Cod.</b>
t	8.68E-01	
season	0.002411	**
MEI	5.44E-11	***
SOI	8.84E-01	
NAO	0.002947	**
AMO	0.000104	***
PDO	6.48E-05	***
ONI	0.43531	
CAR	0.058465	.
NTA	0.883887	
<hr/>		
<b>6</b>	<b>Pr(&gt;F)</b>	<b>Cod.</b>
t	0.002932	**
season	0.127813	
MEI	2.01E-13	***
SOI	0.000869	***
NAO	0.003285	**
AMO	0.000439	***
PDO	0.079576	.
ONI	0.478629	
CAR	0.004418	**
NTA	0.498239	
<hr/>		
<b>7</b>	<b>Pr(&gt;F)</b>	<b>Cod.</b>
t	0.1643	
season	0.08074	.
MEI	1.39E-08	***
SOI	0.1548	
NAO	0.00108	**
AMO	8.40E-05	***
PDO	5.48E-05	***
ONI	0.01586	*
CAR	0.19798	
NTA	0.09436	.



8	Pr(>F)	Cod.
t	0.015349	*
season	2.36E-11	***
MEI	2.52E-09	***
SOI	0.153378	
NAO	0.000275	***
AMO	0.007334	**
PDO	0.011583	*
ONI	0.648632	
CAR	0.649895	
NTA	0.000567	***
9	Pr(>F)	Cod.
t	1.09E-01	
season	0.84221	
MEI	<2.00E-16	***
SOI	4.80E-01	
NAO	0.10622	
AMO	0.10934	
PDO	0.94654	
ONI	0.36419	
CAR	0.00673	**
NTA	0.15508	
10	Pr(>F)	Cod.
t	4.07E-05	***
season	0.02478	*
MEI	2.21E-01	
SOI	4.73E-02	*
NAO	0.0279	*
AMO	0.00391	**
PDO	0.01372	*
ONI	0.86744	
CAR	0.29916	
NTA	7.77E-13	***
11	Pr(>F)	Cod.
t	2.45E-08	***
season	2.28E-06	***
MEI	2.19E-10	***
SOI	3.66E-05	***
NAO	0.00134	**





AMO	0.05762	.
PDO	0.04873	*
ONI	0.02008	*
CAR	0.2018	
NTA	1.82E-07	***
<hr/>		
<b>12</b>	<b>Pr(&gt;F)</b>	<b>Cod.</b>
t	6.92E-03	**
season	<2E-16	***
MEI	3.88E-02	*
SOI	3.46E-03	**
NAO	0.02085	*
AMO	2.09E-05	***
PDO	0.03117	*
ONI	0.60703	
CAR	0.6233	
NTA	0.1719	
<hr/>		
<b>13</b>	<b>Pr(&gt;F)</b>	<b>Cod.</b>
t	8.49E-01	
season	<2E-16	***
MEI	7.60E-03	**
SOI	1.44E-01	
NAO	0.00216	**
AMO	0.00024	***
PDO	0.01403	*
ONI	0.72392	
CAR	0.18808	
NTA	0.03247	*
<hr/>		
<b>14</b>	<b>Pr(&gt;F)</b>	<b>Cod.</b>
t	1.29E-02	*
season	<2E-16	***
MEI	3.91E-04	***
SOI	6.88E-01	
NAO	0.02301	*
AMO	0.009381	**
PDO	0.061003	.
ONI	0.224633	
CAR	0.094783	.
NTA	0.23523	



15	Pr(>F)	Cod.
t	1.30E-02	*
season	4.03E-05	***
MEI	9.17E-07	***
SOI	2.01E-01	
NAO	0.00948	**
AMO	0.00122	**
PDO	0.40222	
ONI	0.28155	
CAR	0.00162	**
NTA	0.64461	
16	Pr(>F)	Cod.
t	9.98E-02	.
season	1.03E-06	***
MEI	2.95E-02	*
SOI	1.97E-03	**
NAO	0.00033	***
AMO	1.09E-06	***
PDO	0.03996	*
ONI	0.3889	
CAR	0.09575	.
NTA	0.14946	
17	Pr(>F)	Cod.
t	4.35E-01	
season	0.00834	**
MEI	<2.00E-16	***
SOI	7.17E-02	.
NAO	0.02948	*
AMO	0.0125	*
PDO	0.01273	*
ONI	0.24778	
CAR	0.57126	
NTA	0.01069	*

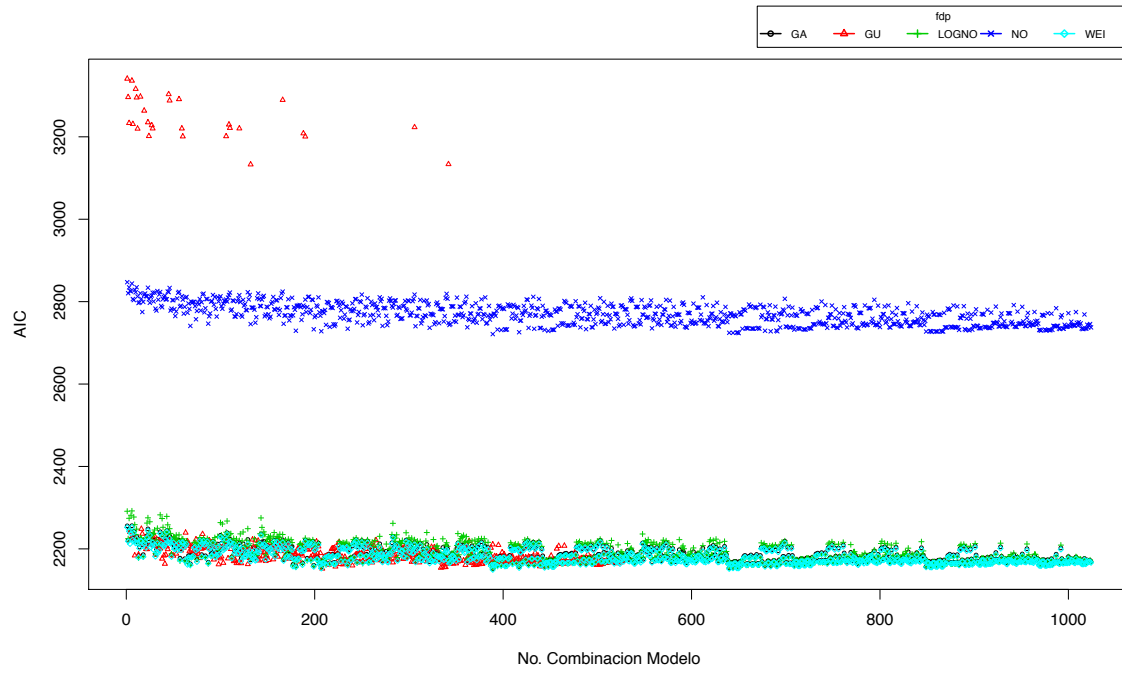


## **ANEXO 4**

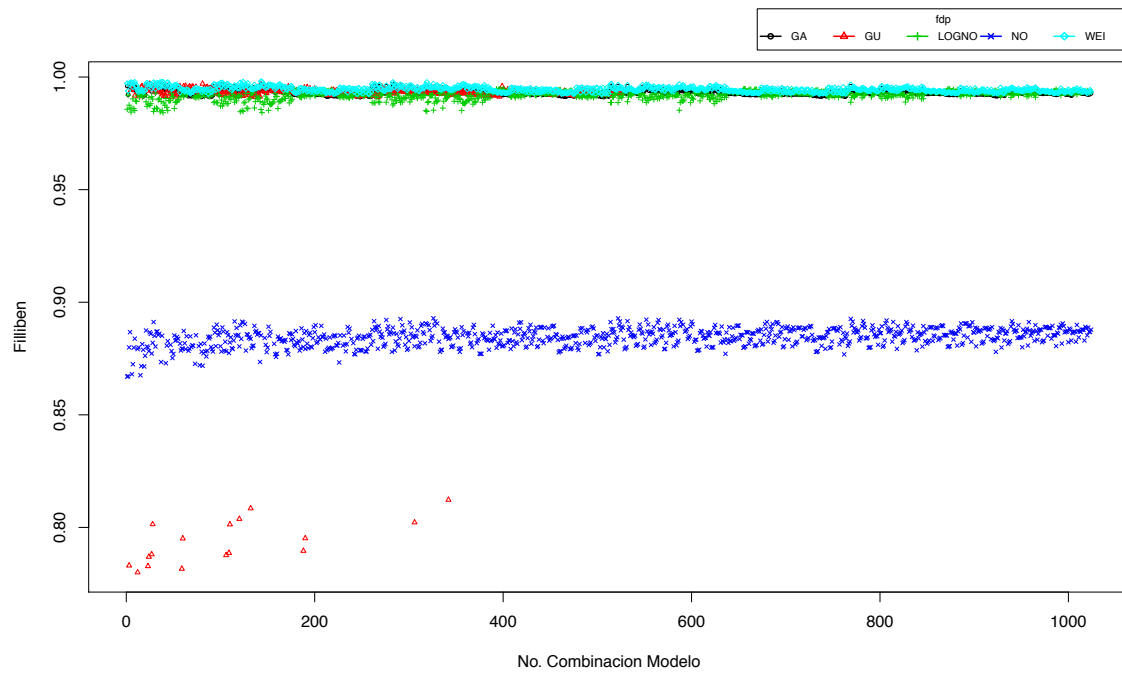
### **COMPORTAMIENTO AIC Y FILLIBEN**



Estacion 1 / Comportamiento AIC

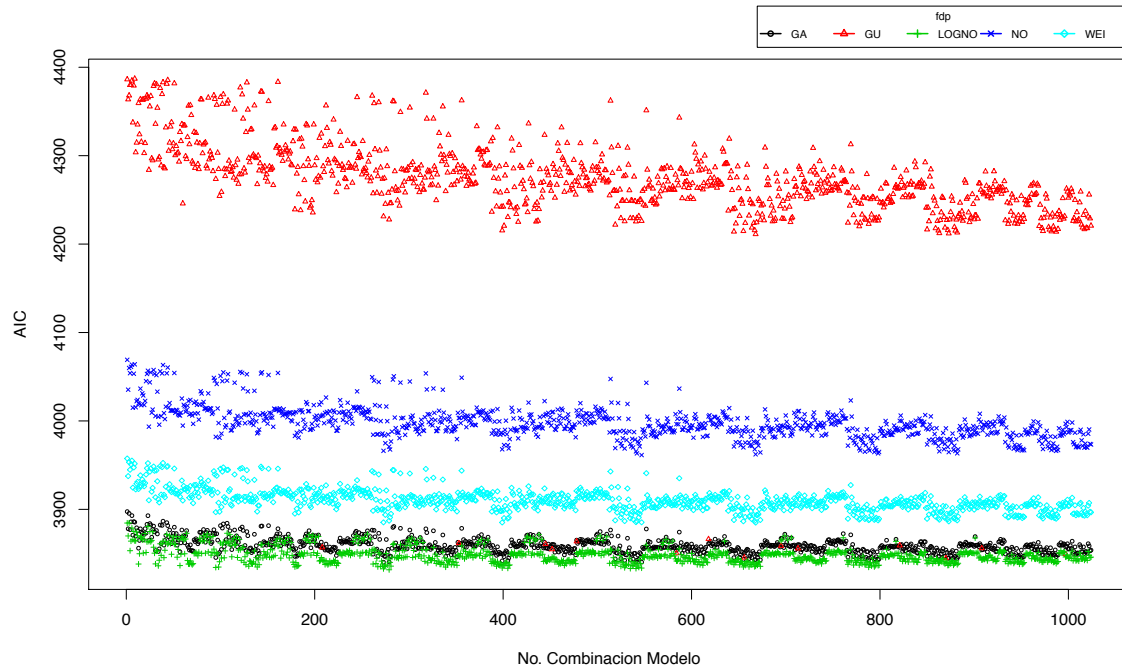


Estacion 1 / Comportamiento Filliben

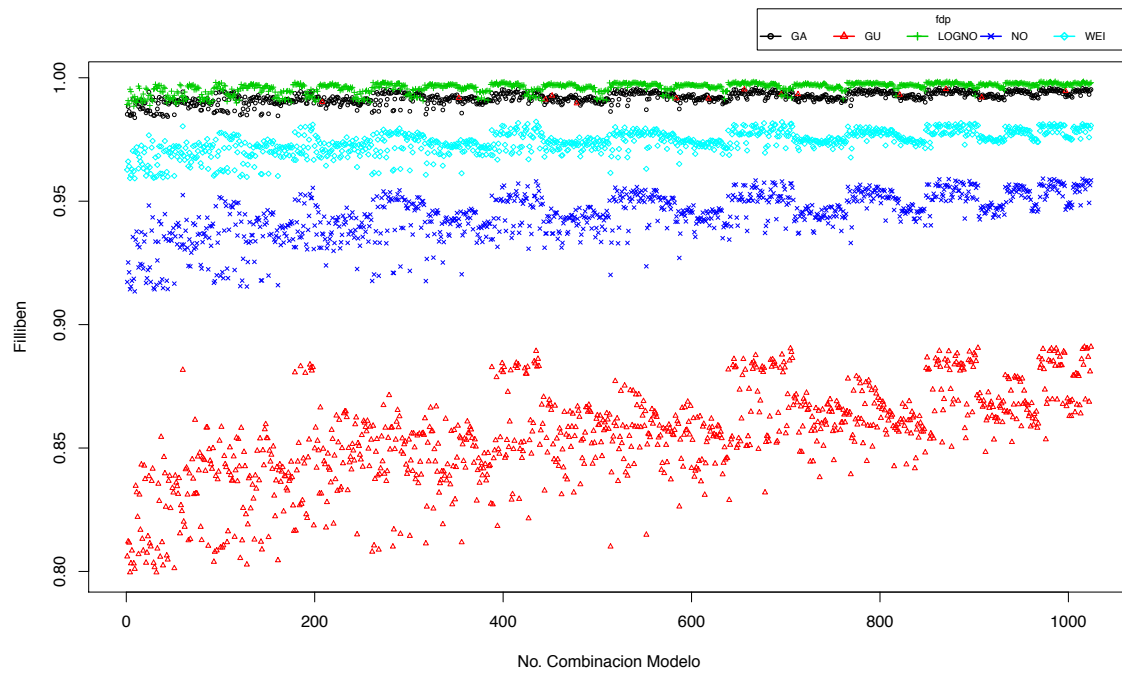




Estacion 2 / Comportamiento AIC

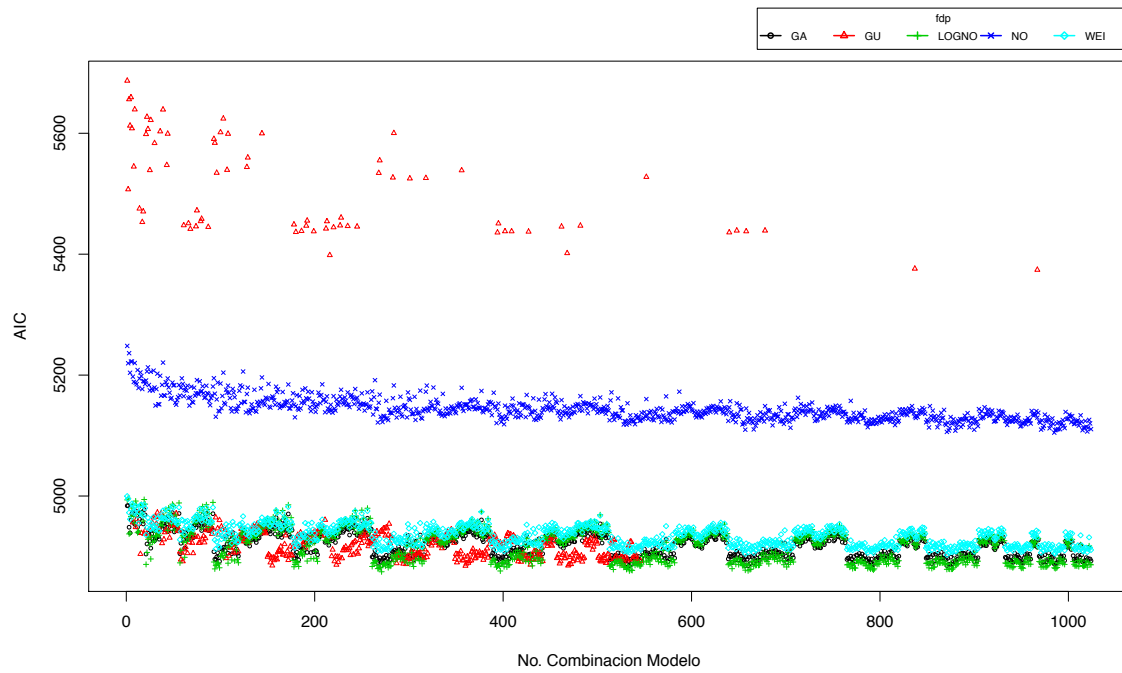


Estacion 2 / Comportamiento Filliben

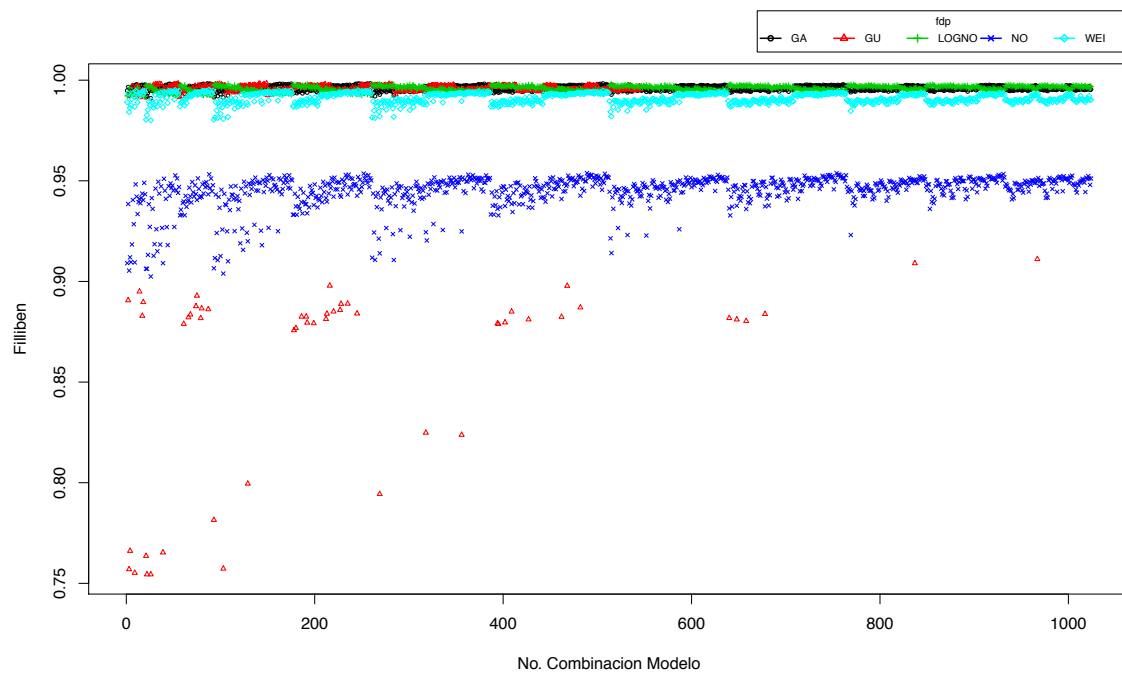




Estacion 3 / Comportamiento AIC

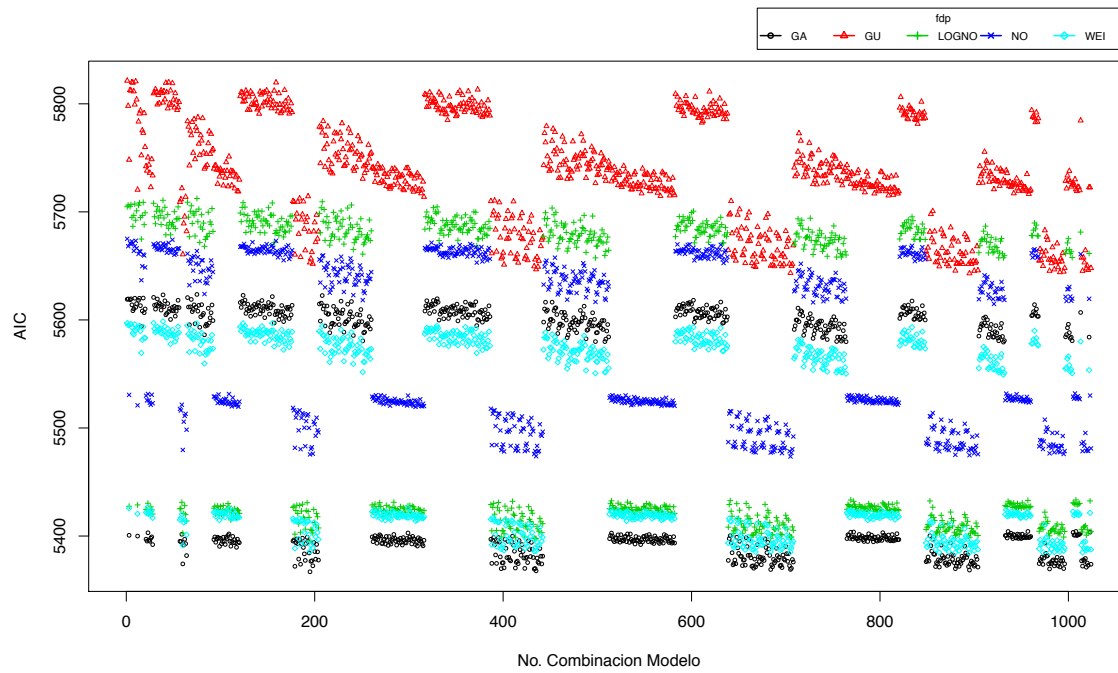


Estacion 3 / Comportamiento Filliben

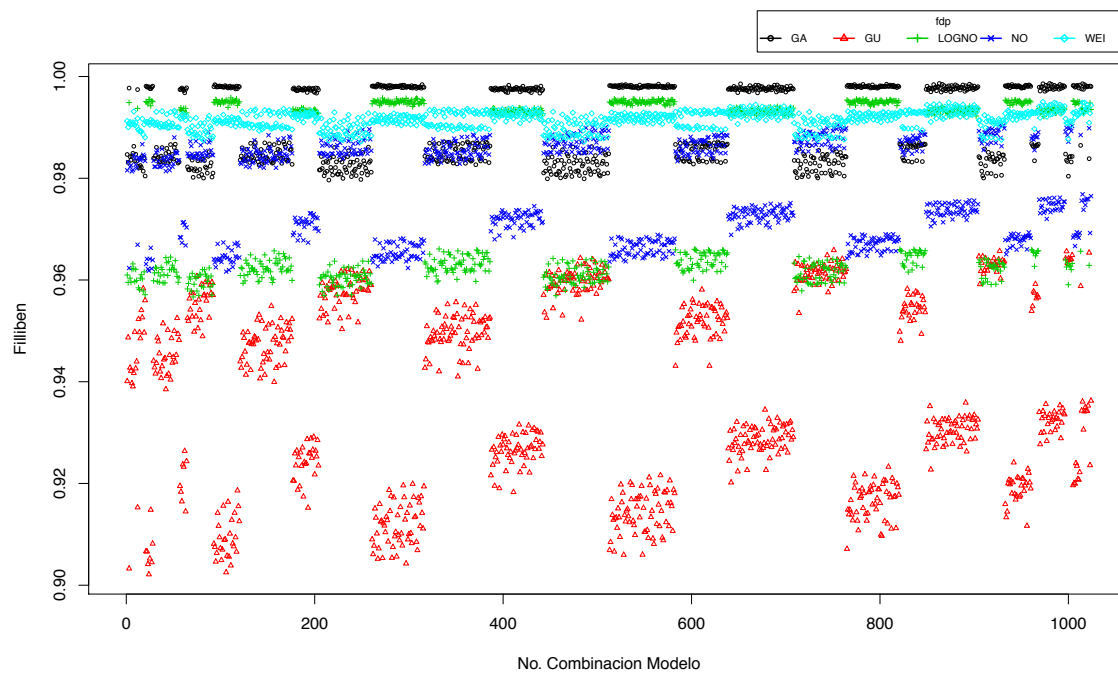




Estacion 4 / Comportamiento AIC

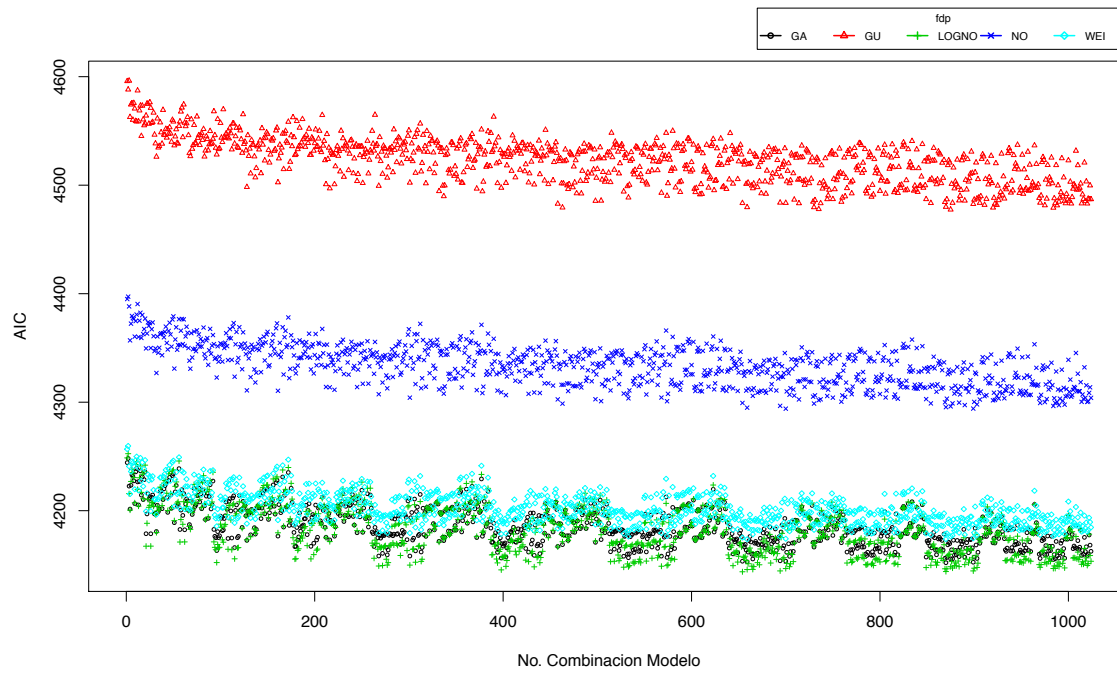


Estacion 4 / Comportamiento Filliben

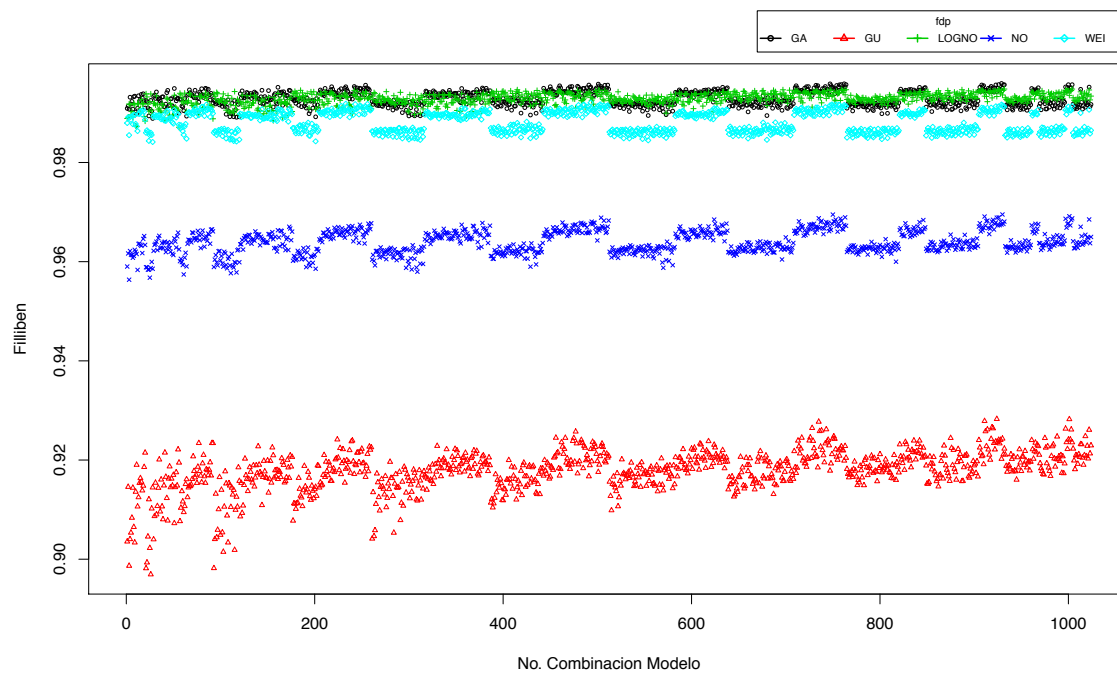




Estacion 5 / Comportamiento AIC



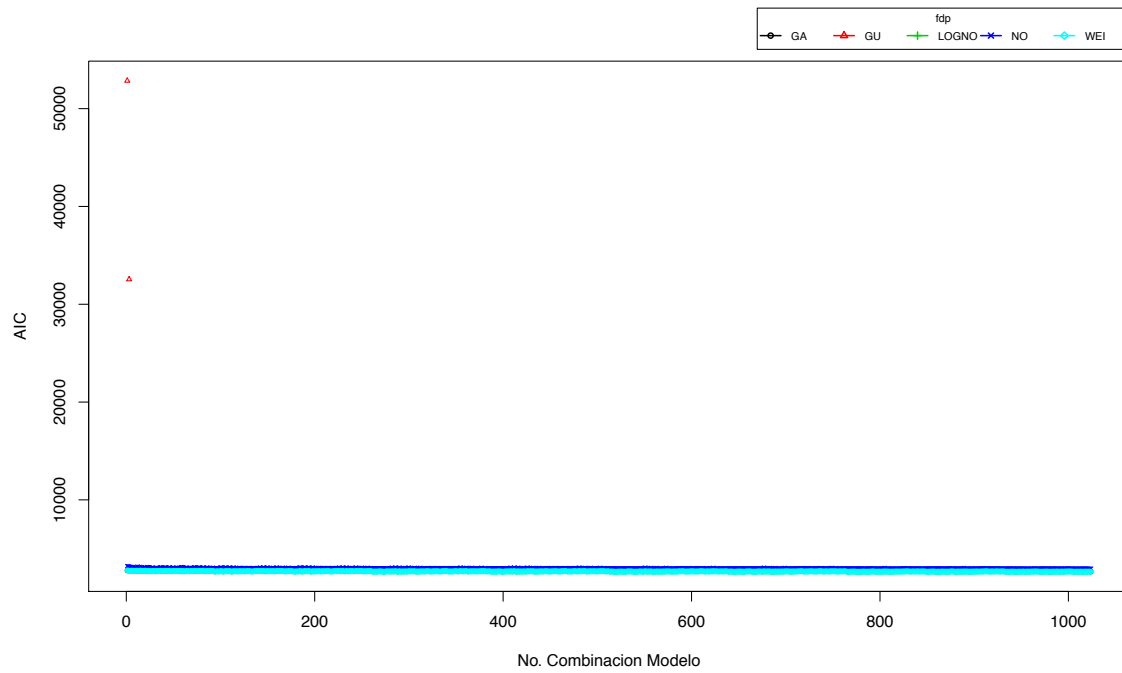
Estacion 5 / Comportamiento Filliben



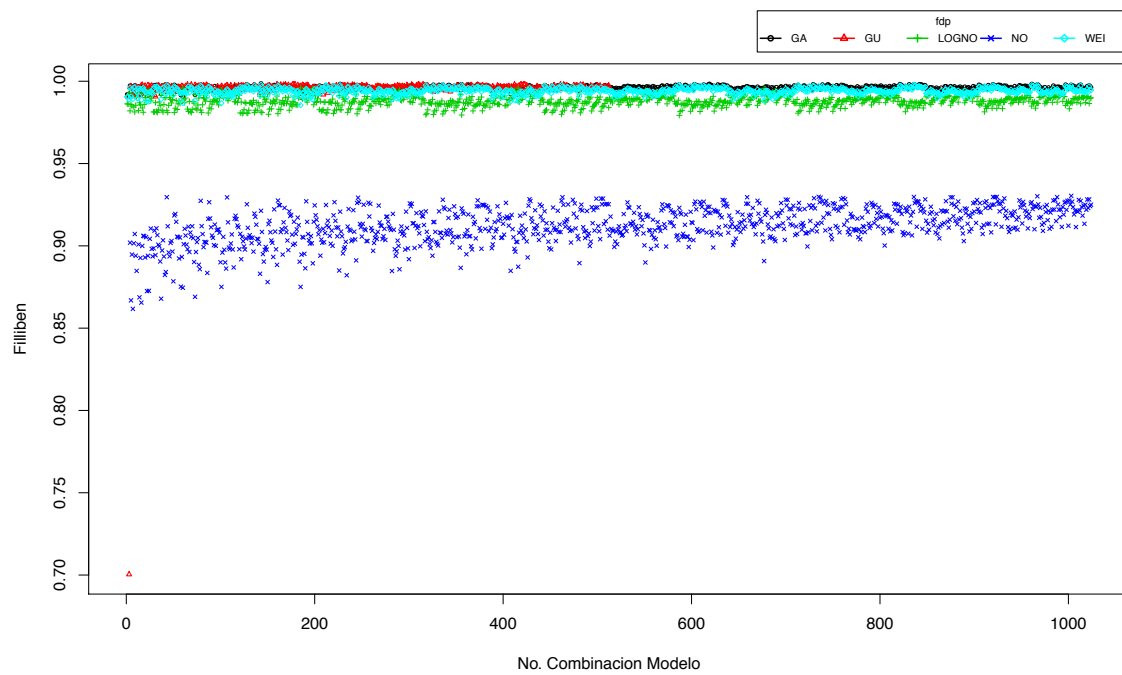




Estacion 6 / Comportamiento AIC

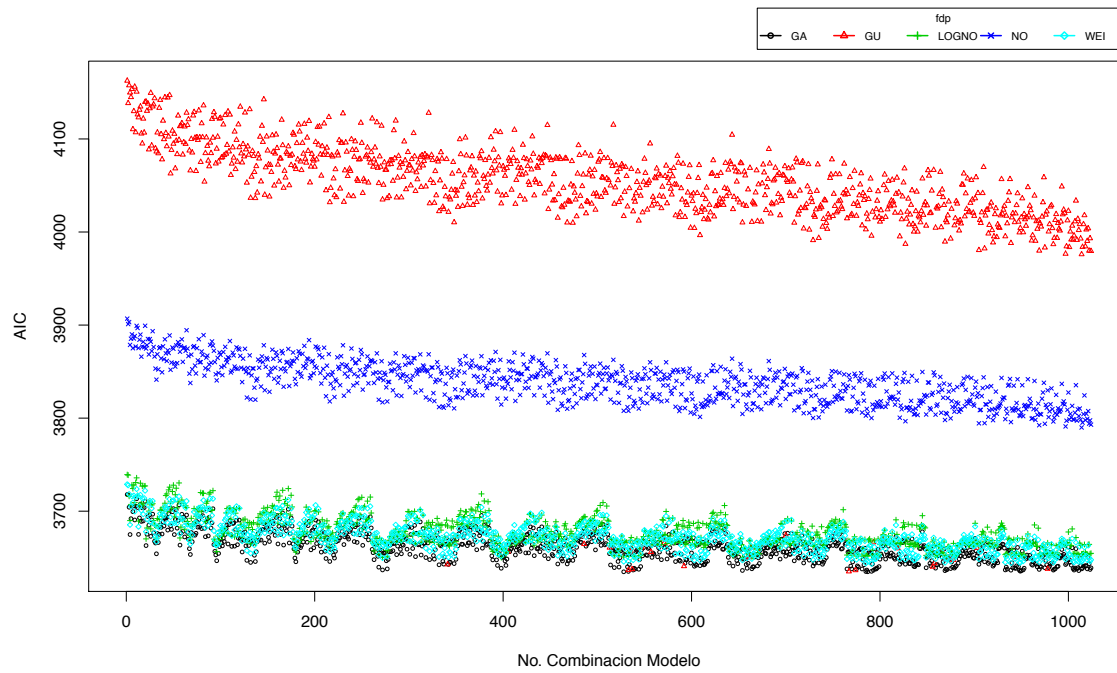


Estacion 6 / Comportamiento Filliben

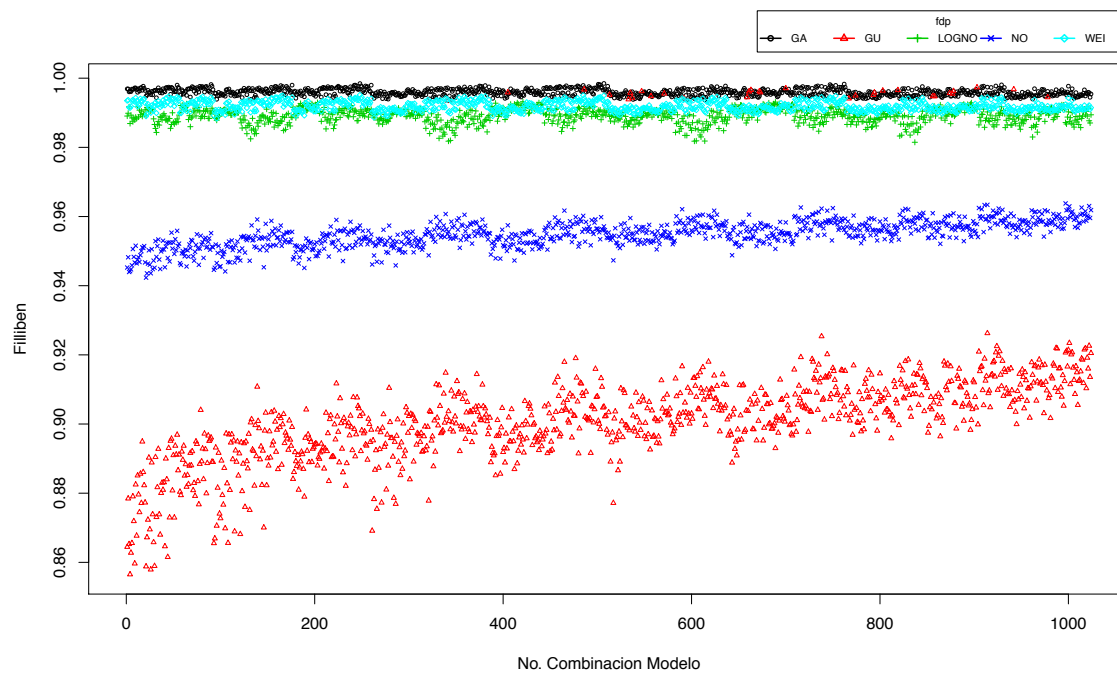




Estacion 7 / Comportamiento AIC

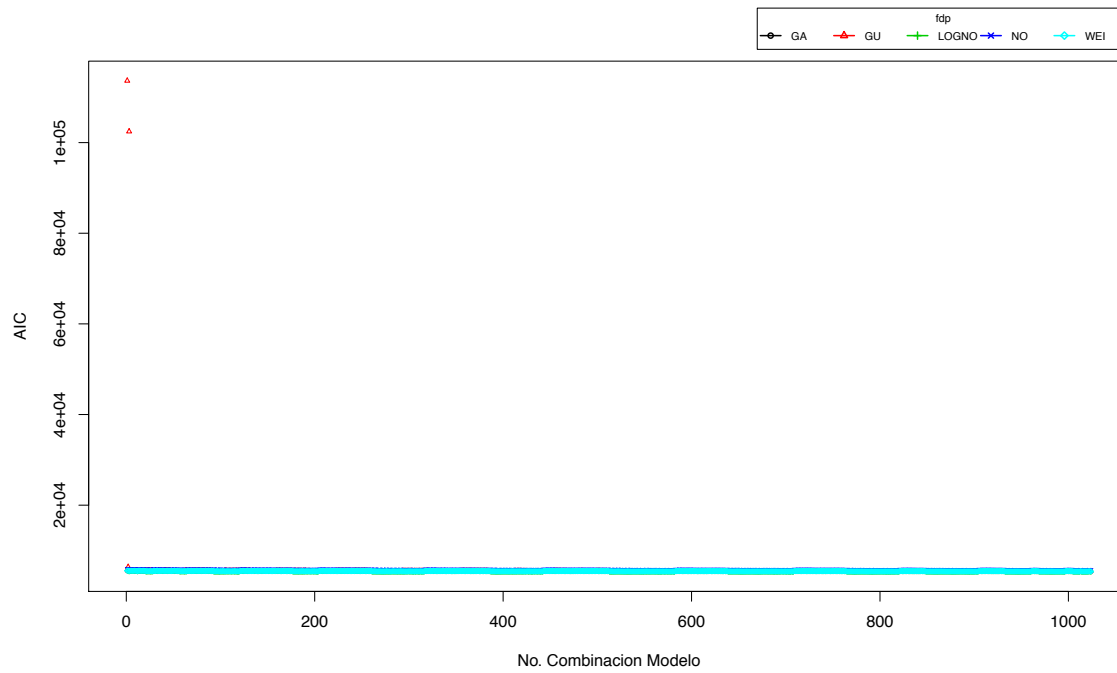


Estacion 7 / Comportamiento Filliben

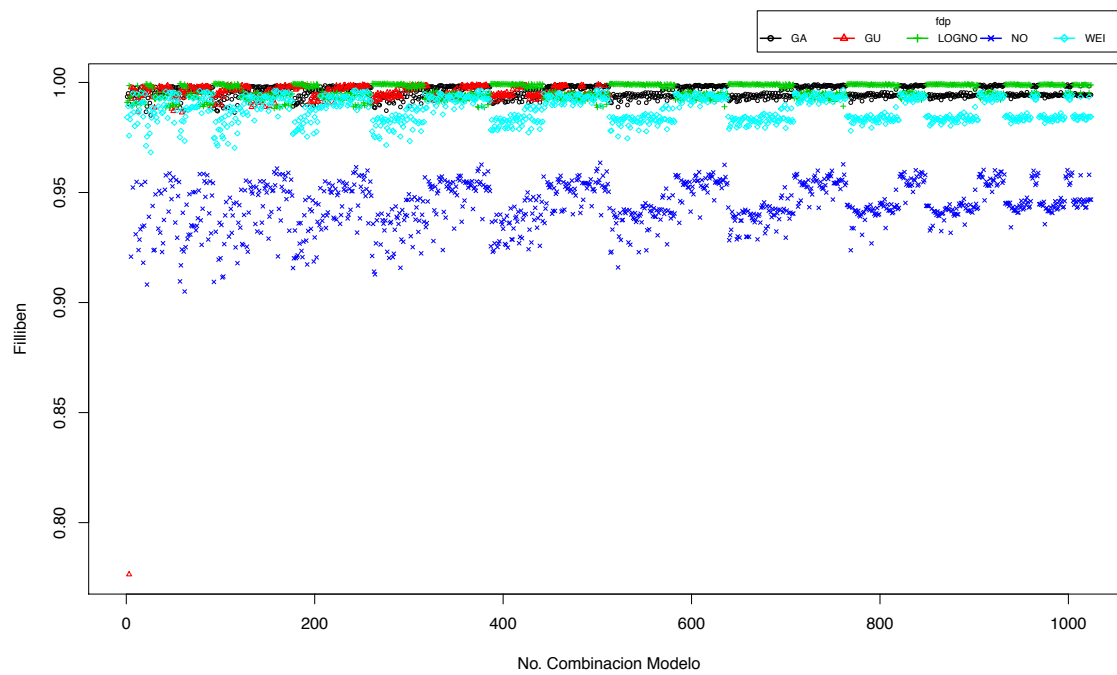




Estacion 8 / Comportamiento AIC

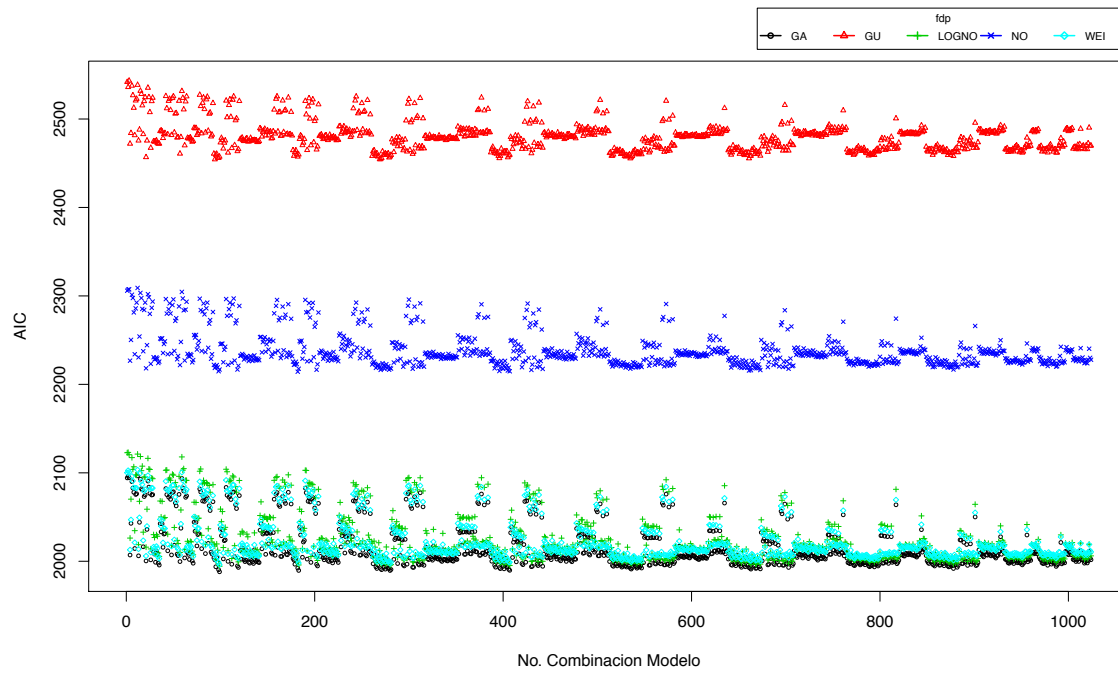


Estacion 8 / Comportamiento Filliben

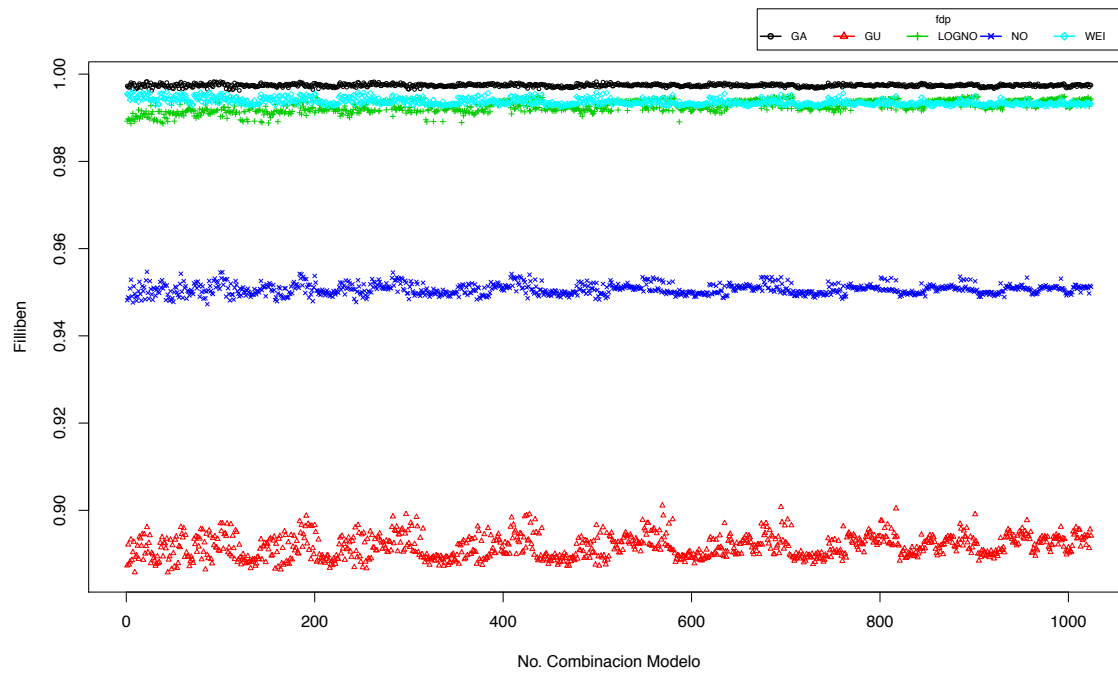




Estacion 9 / Comportamiento AIC

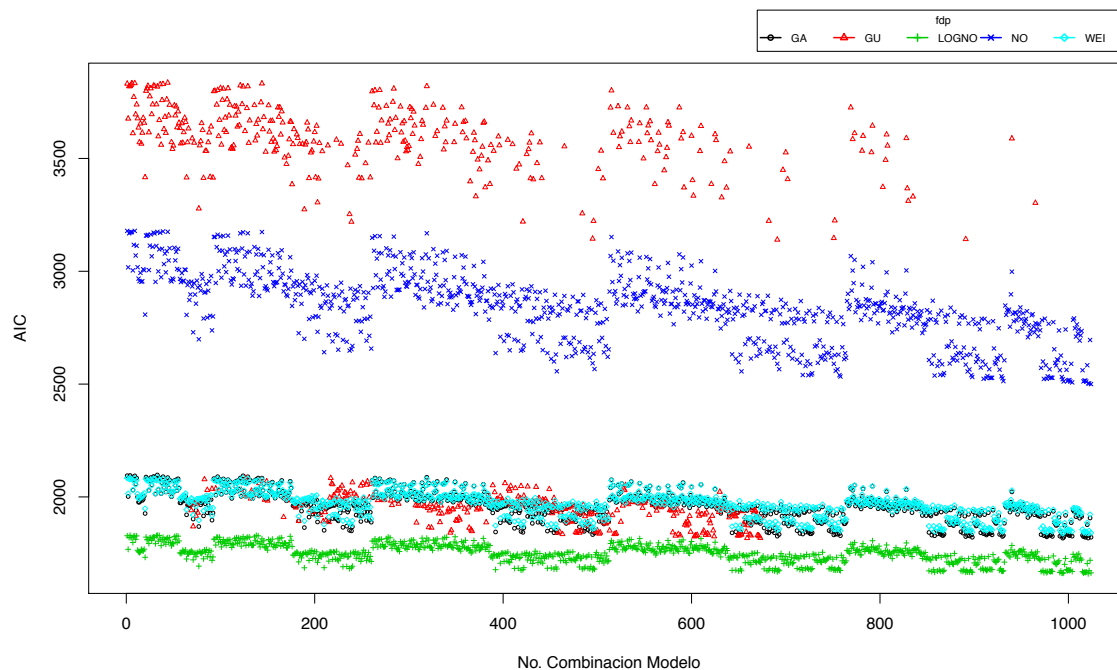


Estacion 9 / Comportamiento Filliben

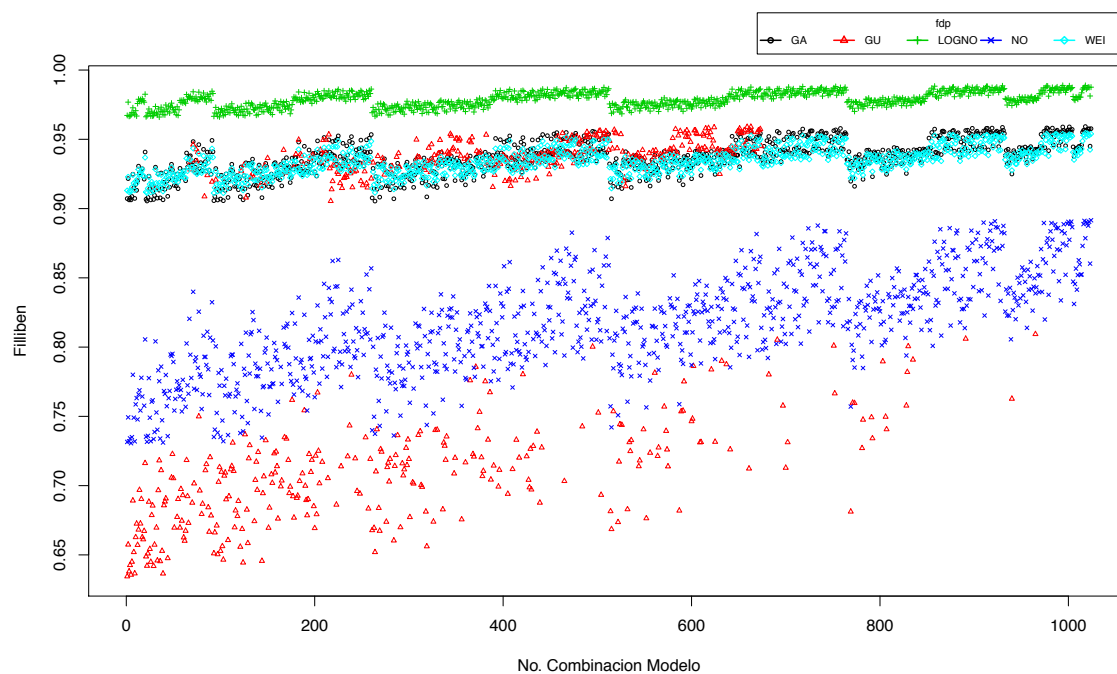




Estacion 10 / Comportamiento AIC

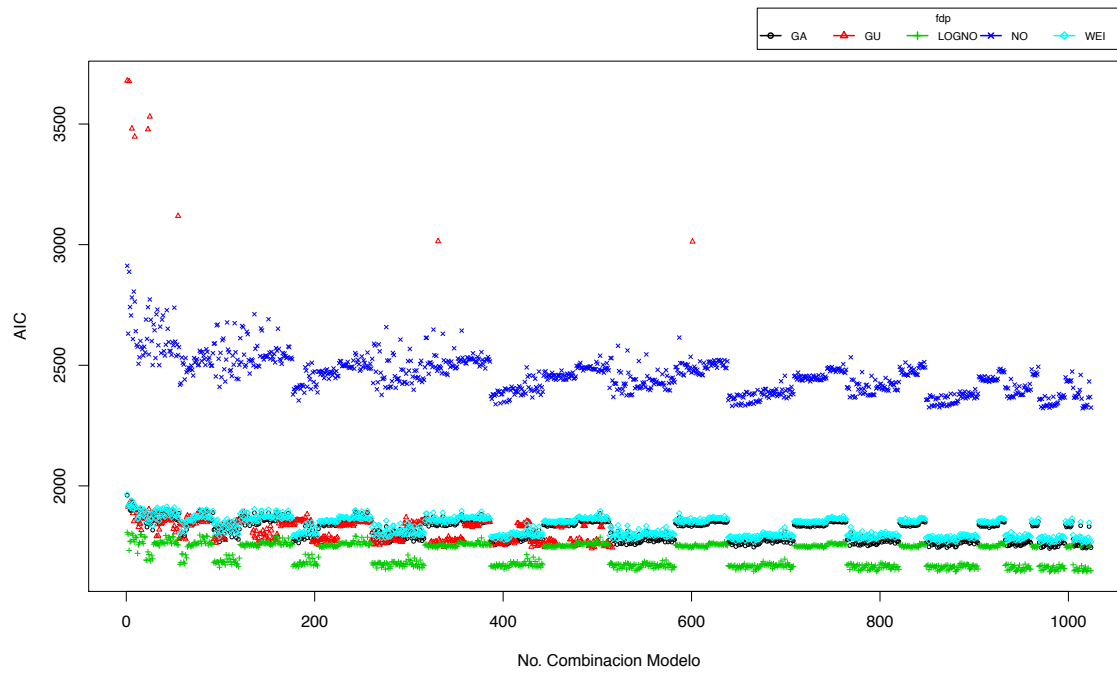


Estacion 10 / Comportamiento Filliben

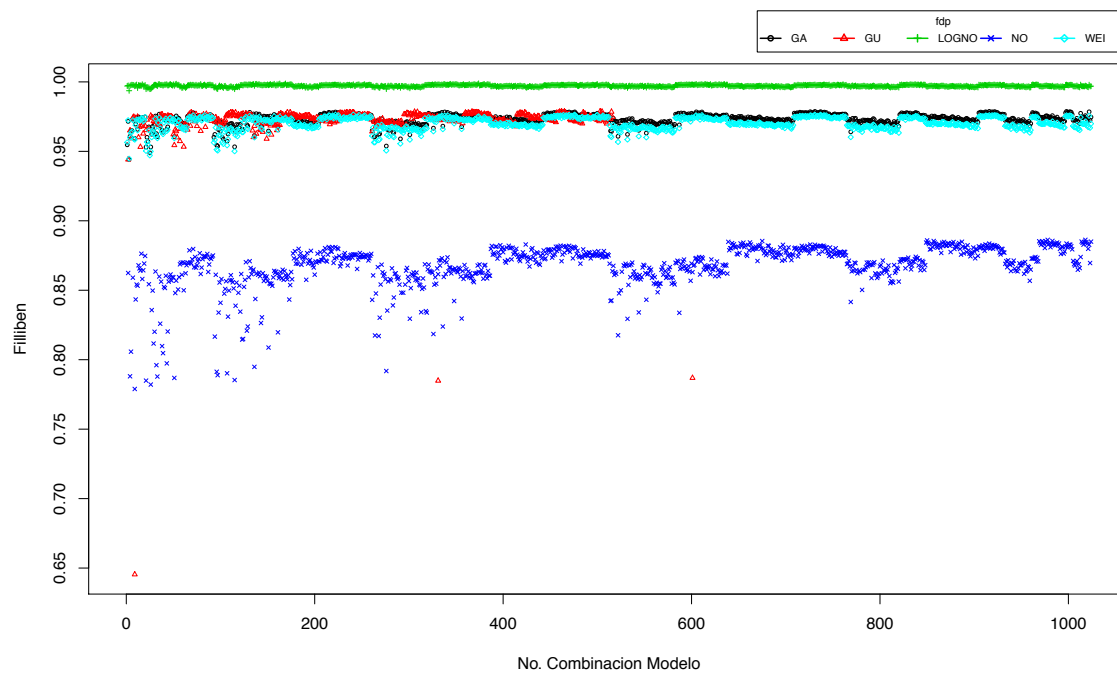




Estacion 11 / Comportamiento AIC

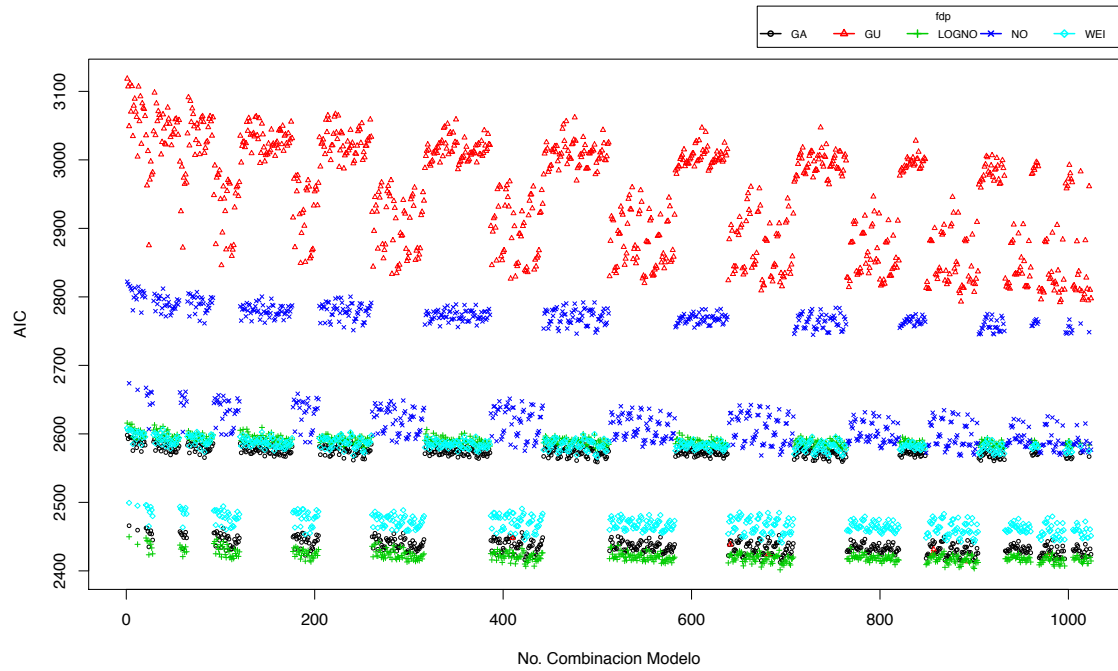


Estacion 11 / Comportamiento Filliben

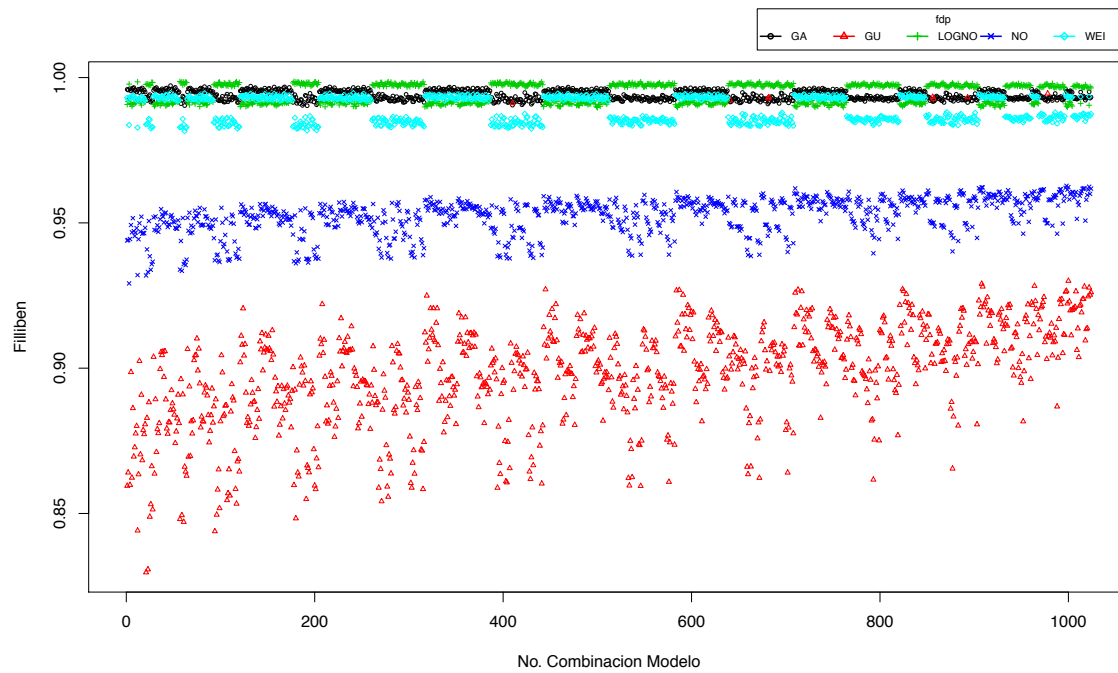




Estacion 12 / Comportamiento AIC

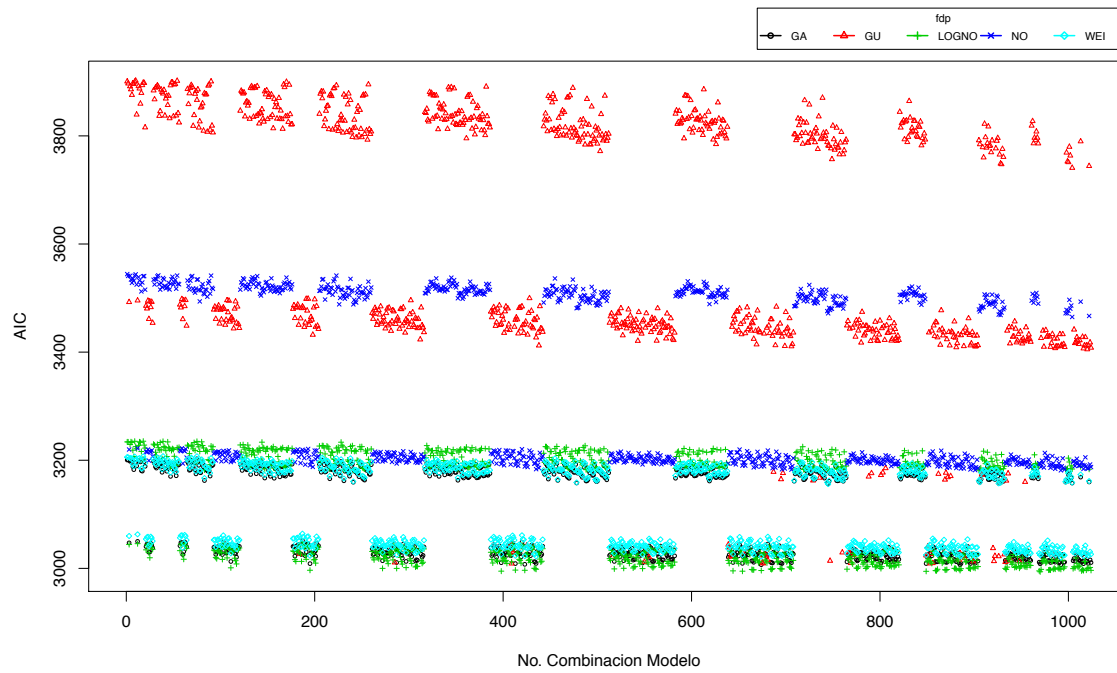


Estacion 12 / Comportamiento Filliben

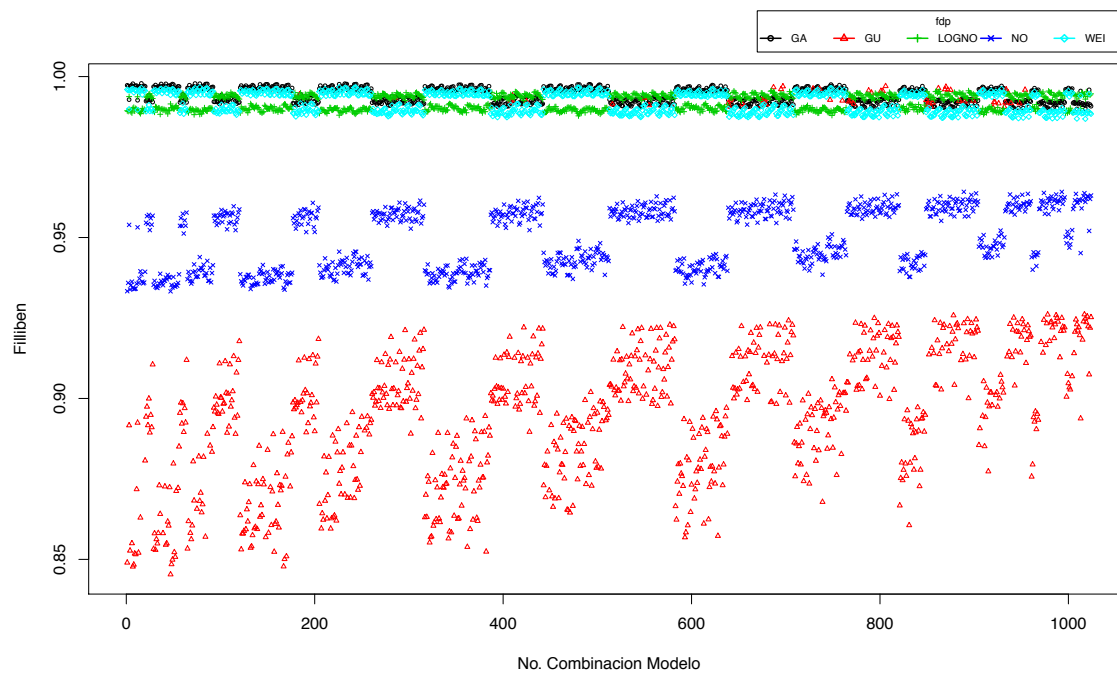




Estacion 13 / Comportamiento AIC



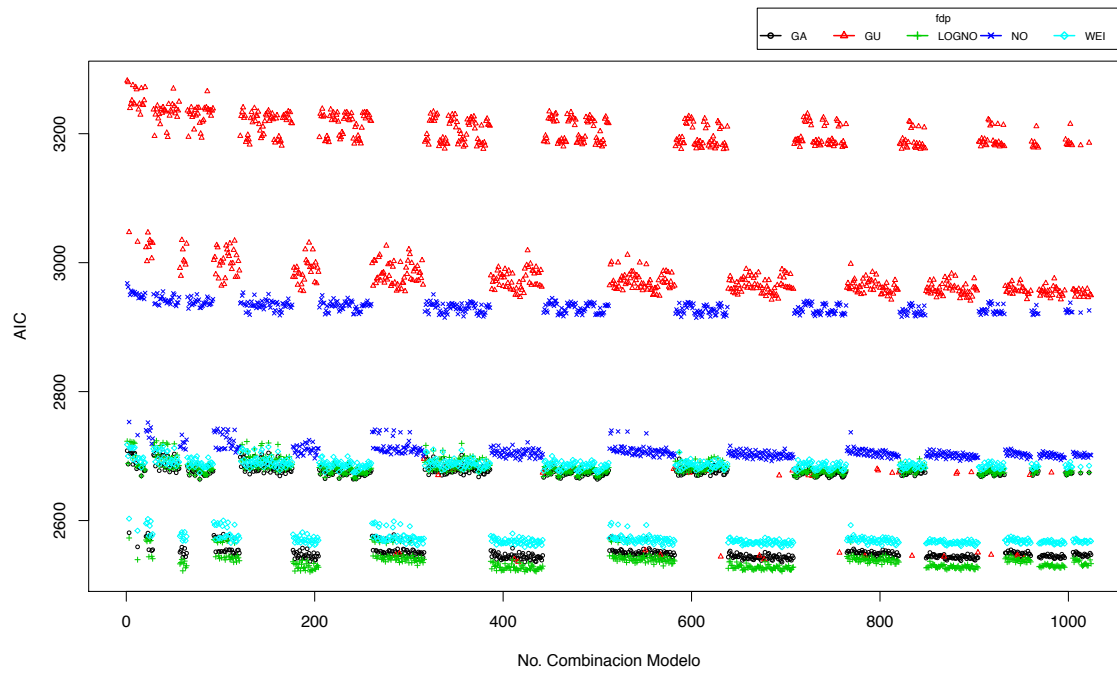
Estacion 13 / Comportamiento Filliben



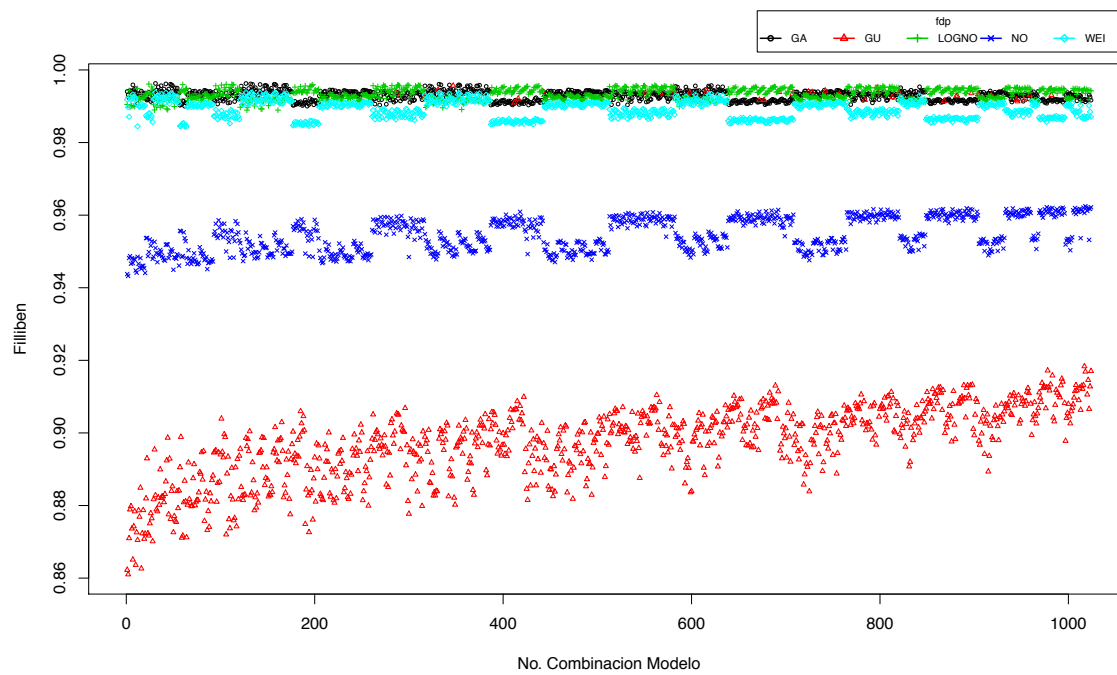




Estacion 14 / Comportamiento AIC

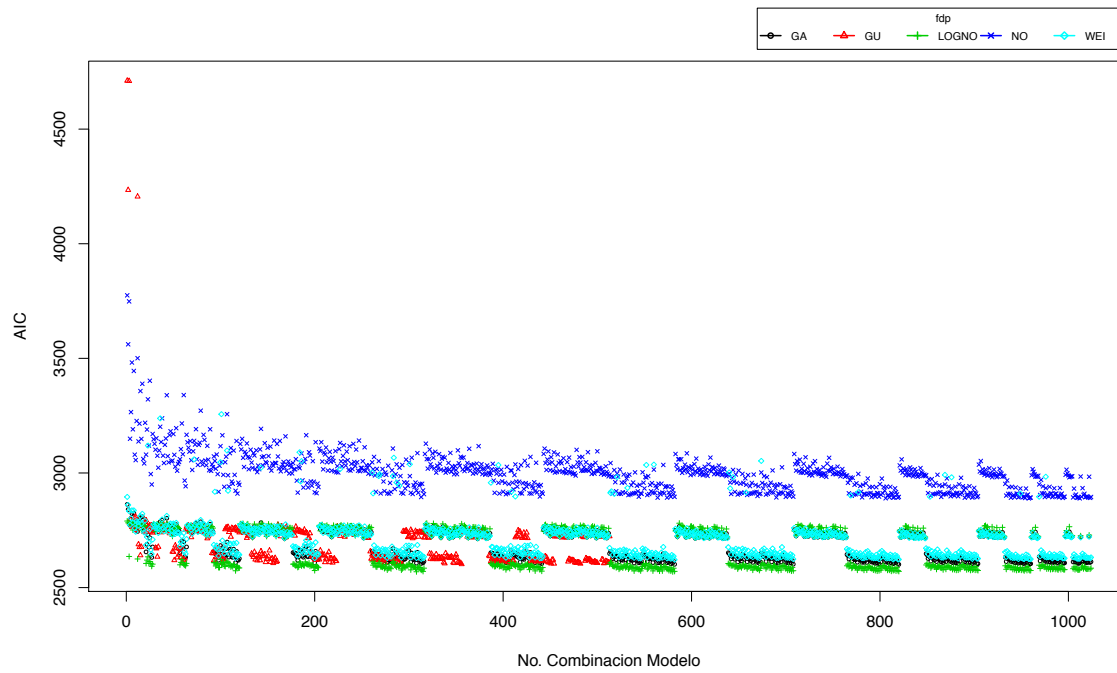


Estacion 14 / Comportamiento Filliben

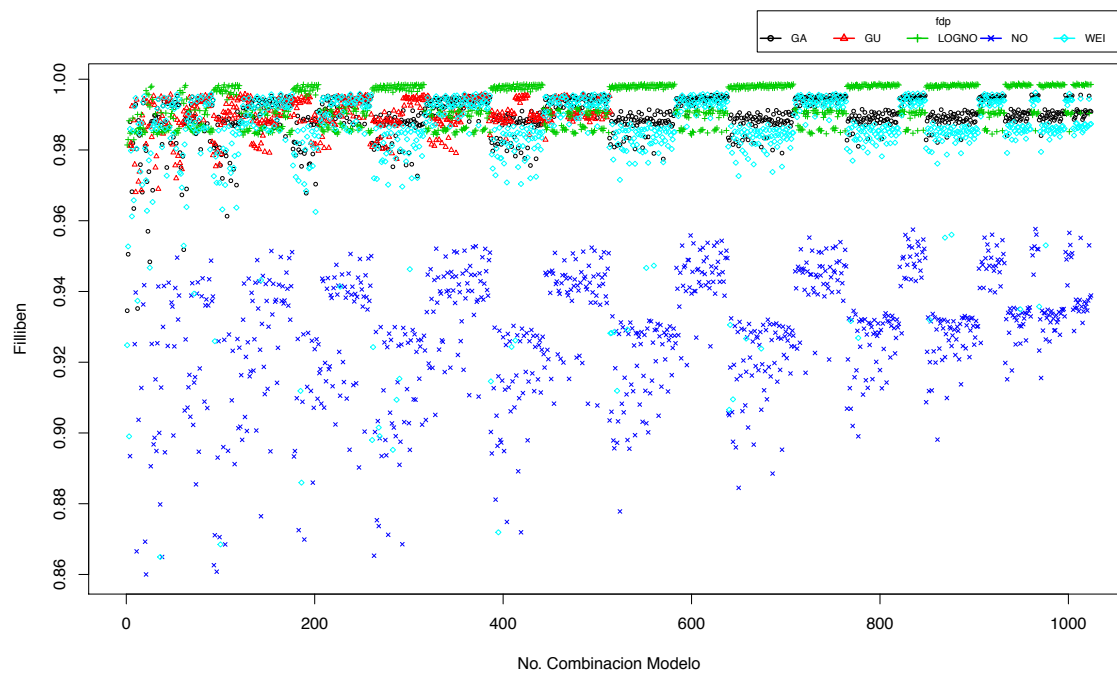




Estacion 15 / Comportamiento AIC

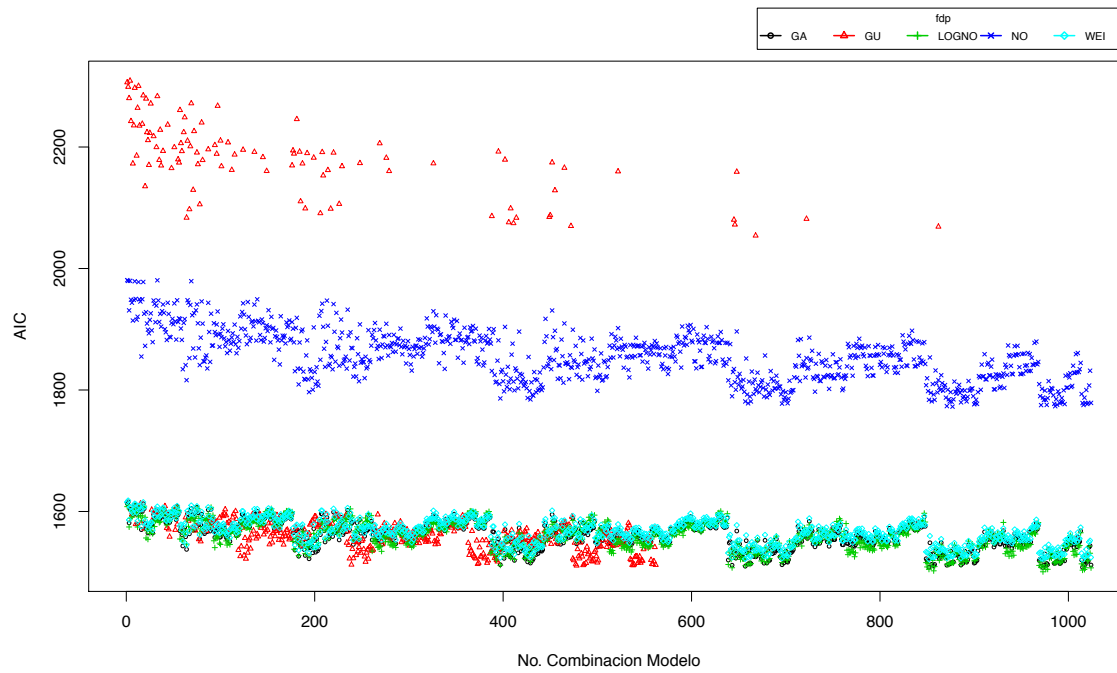


Estacion 15 / Comportamiento Filliben

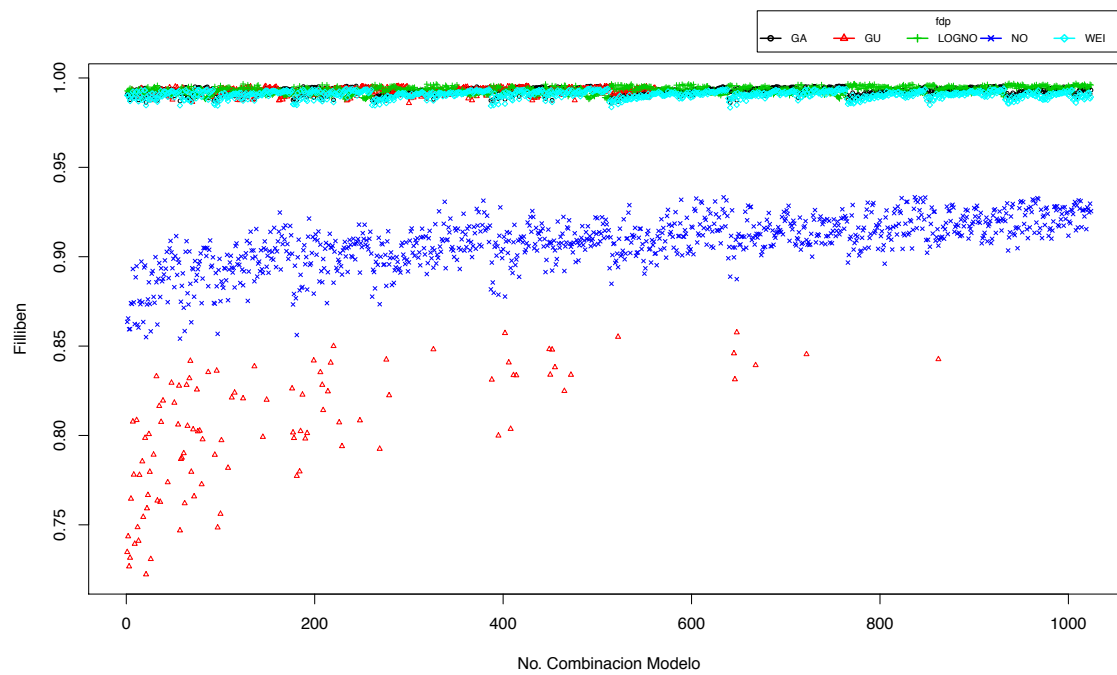




Estacion 16 / Comportamiento AIC

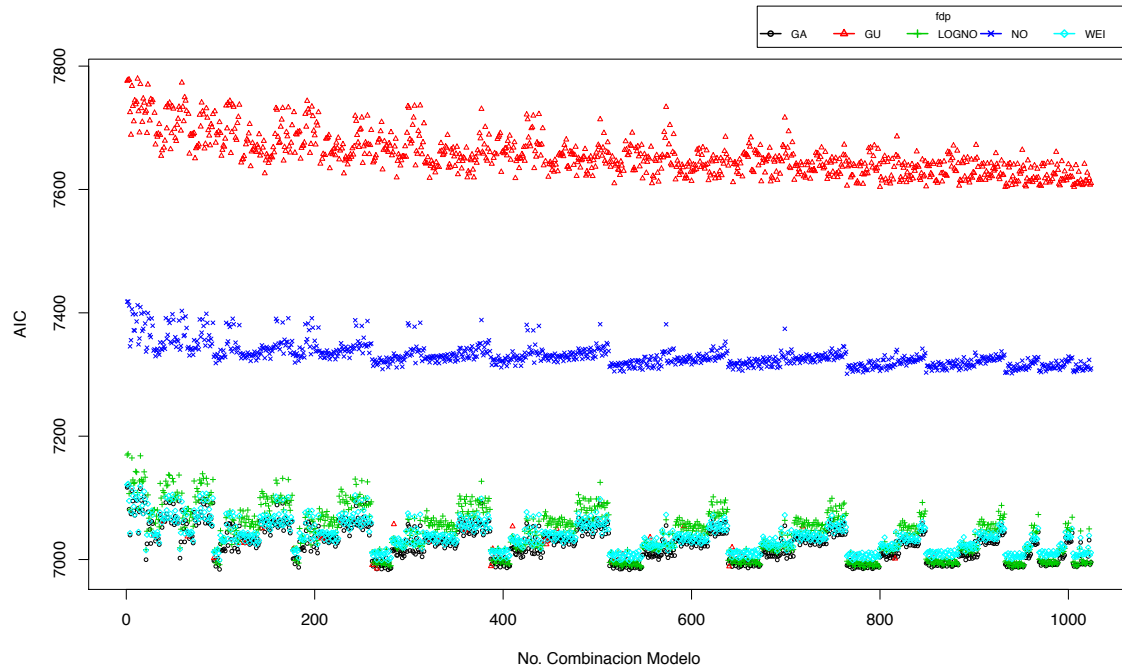


Estacion 16 / Comportamiento Filliben

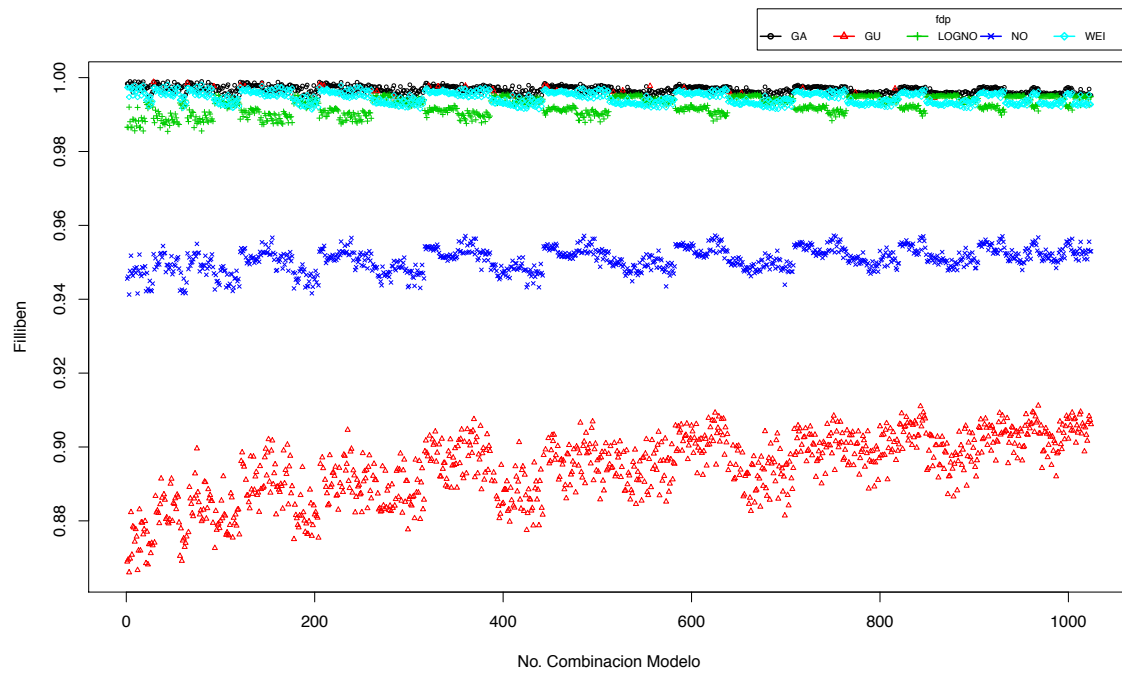




Estacion 17 / Comportamiento AIC

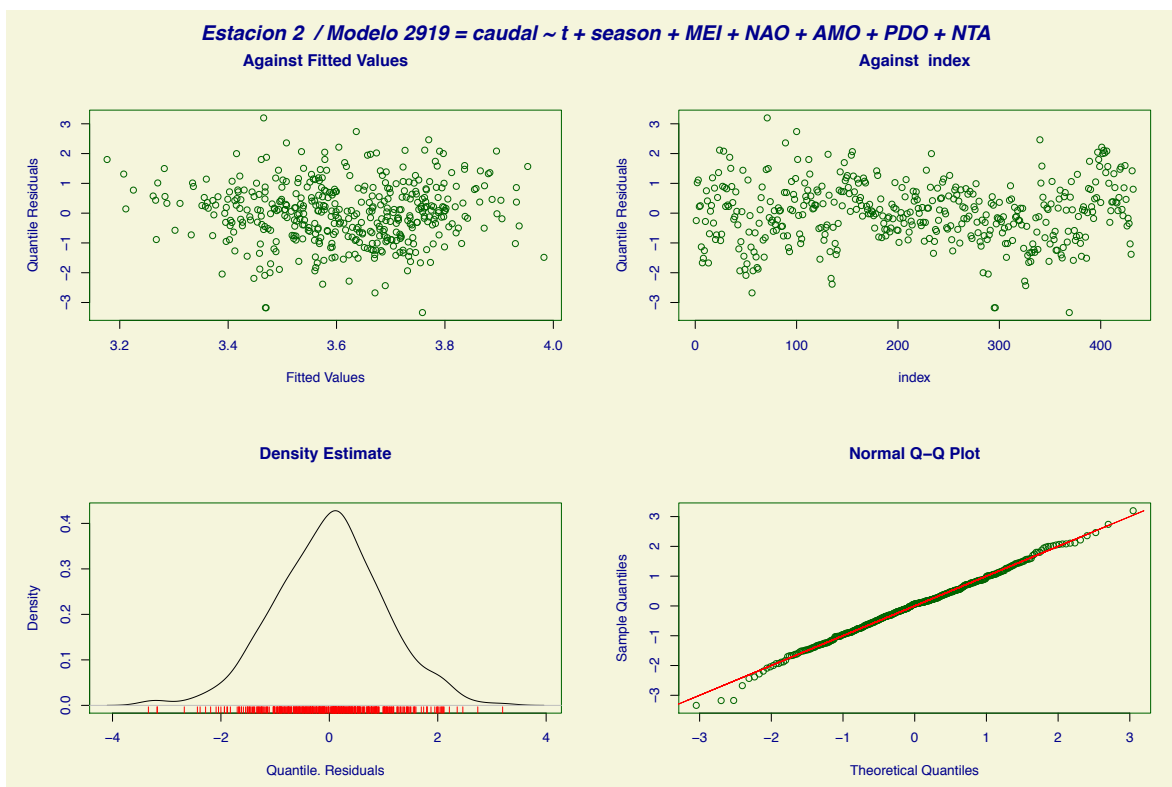
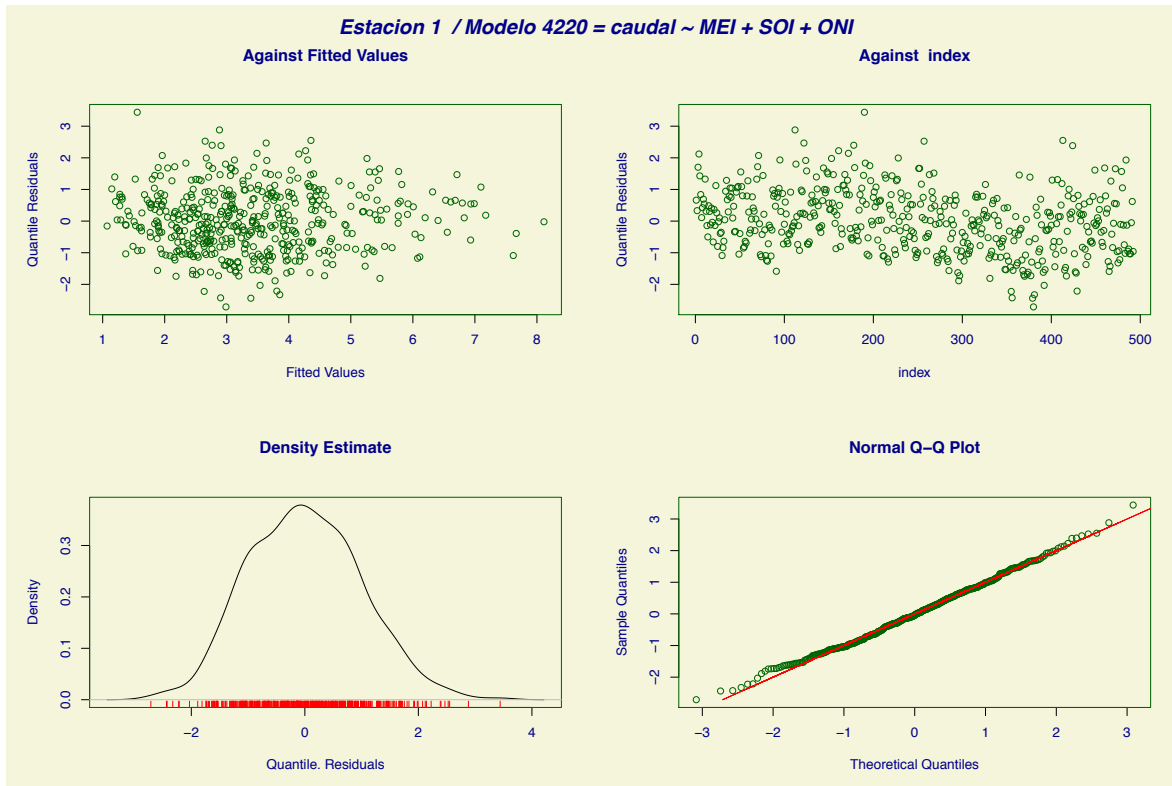


Estacion 17 / Comportamiento Filliben



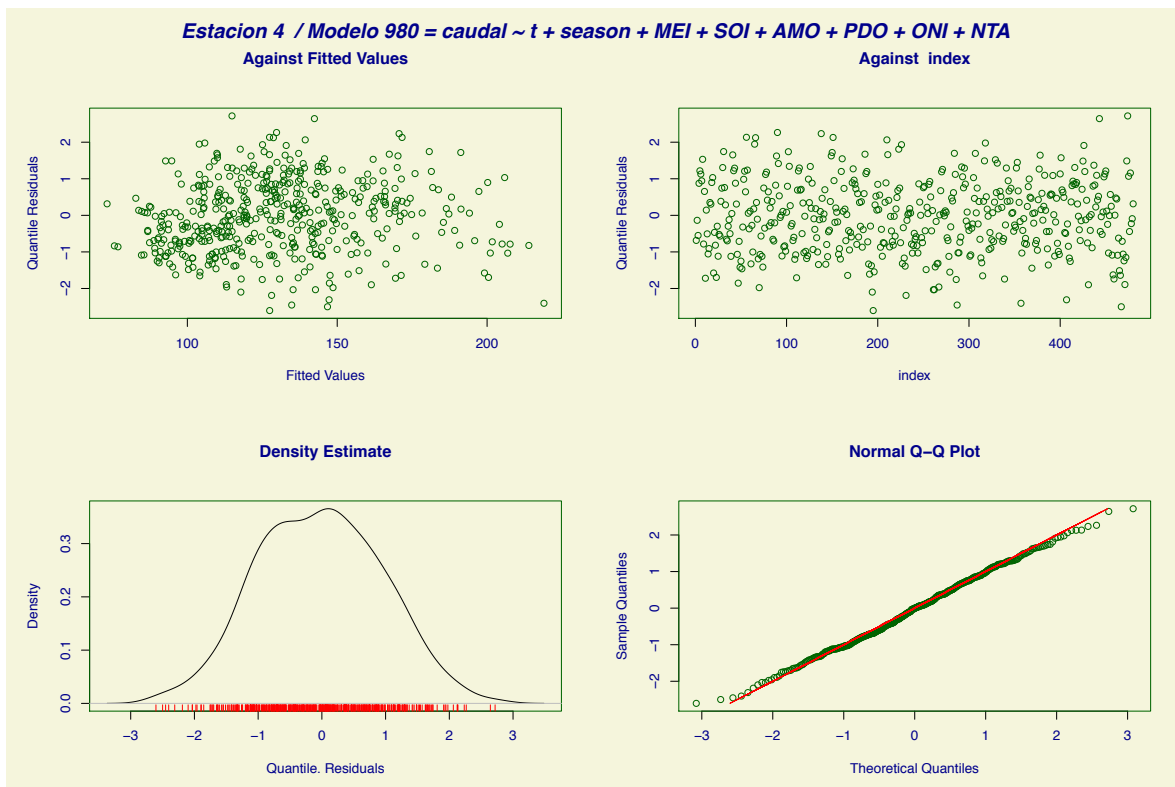
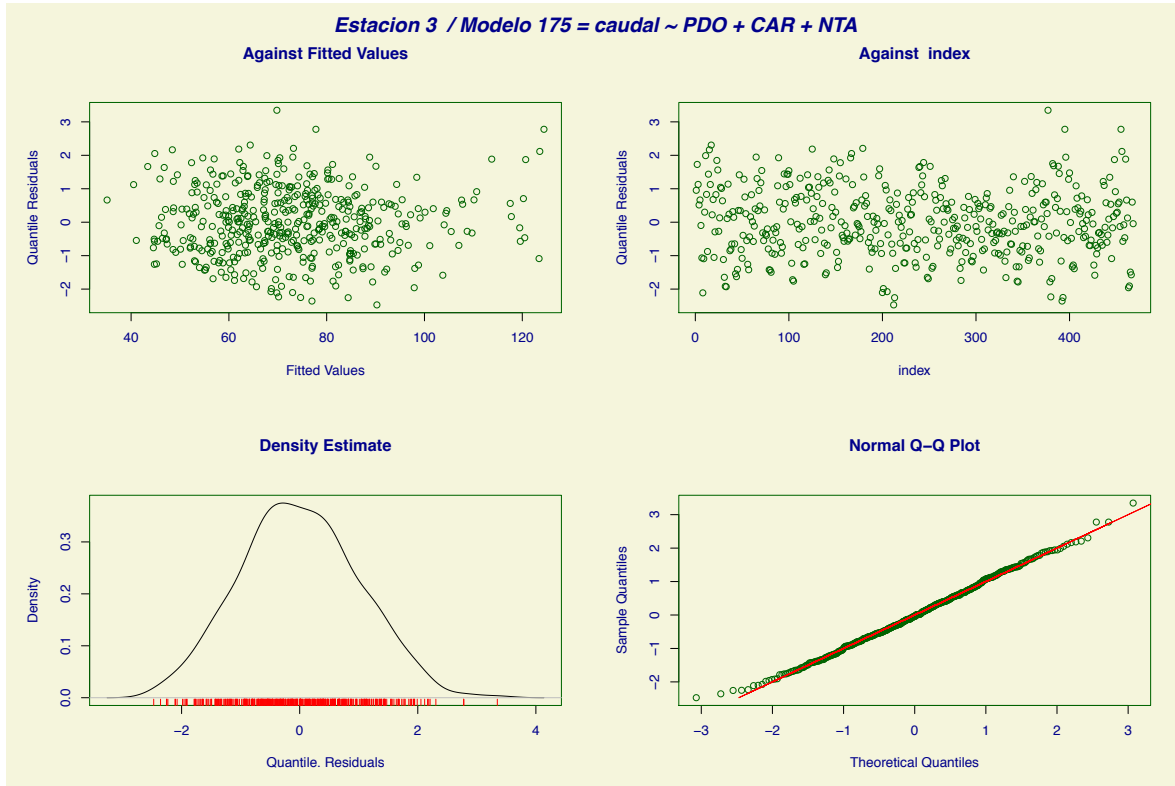


**ANEXO 5**  
**GRÁFICAS RESIDUALES GAMLSS**



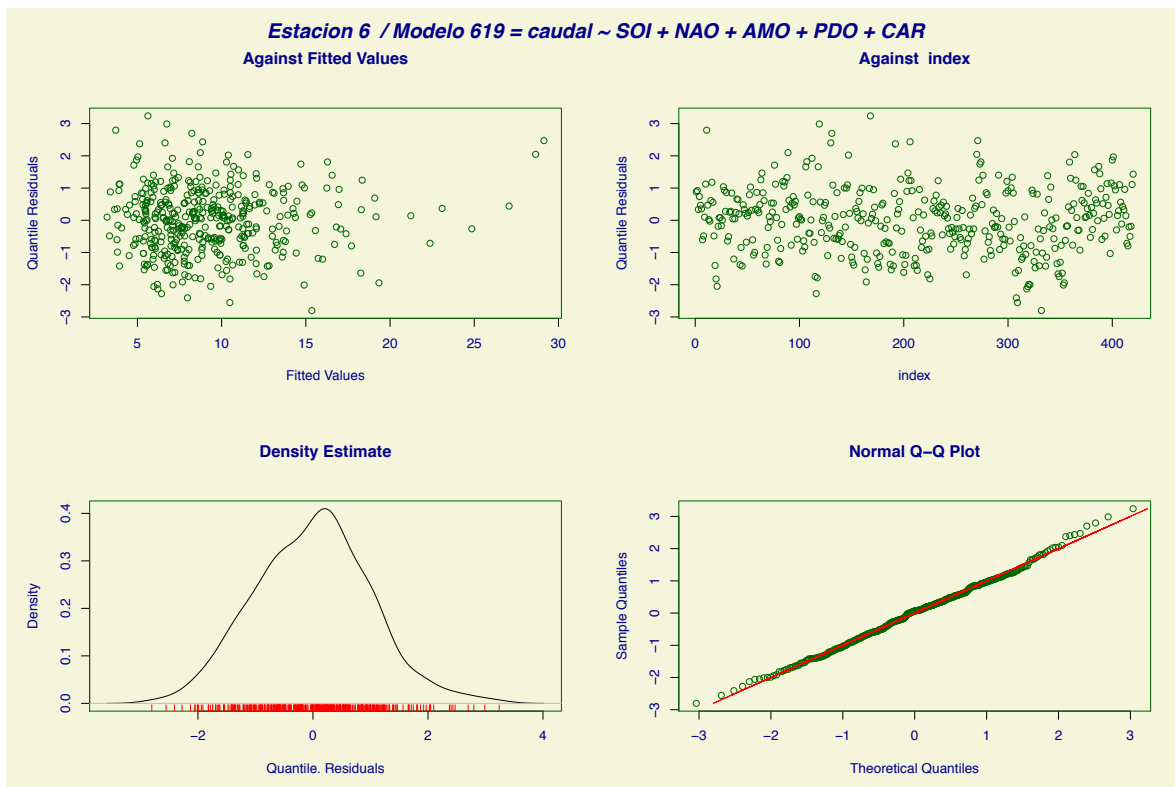
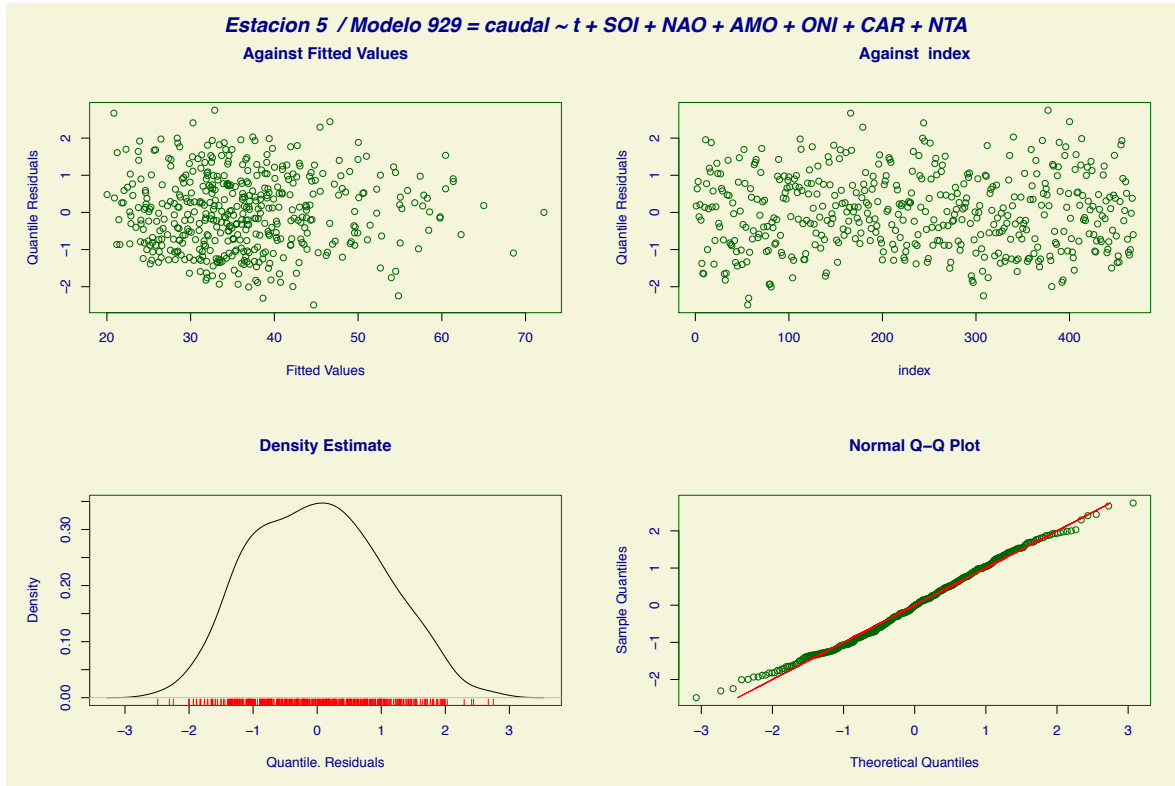


# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales

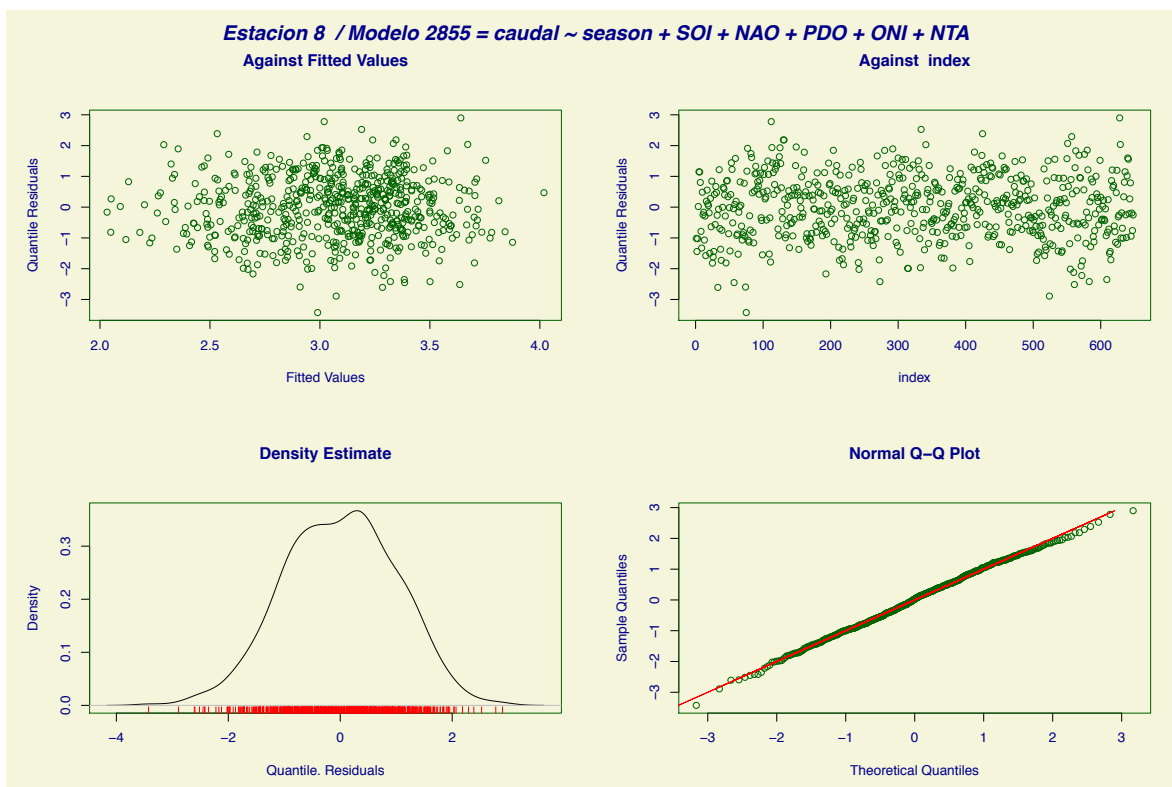
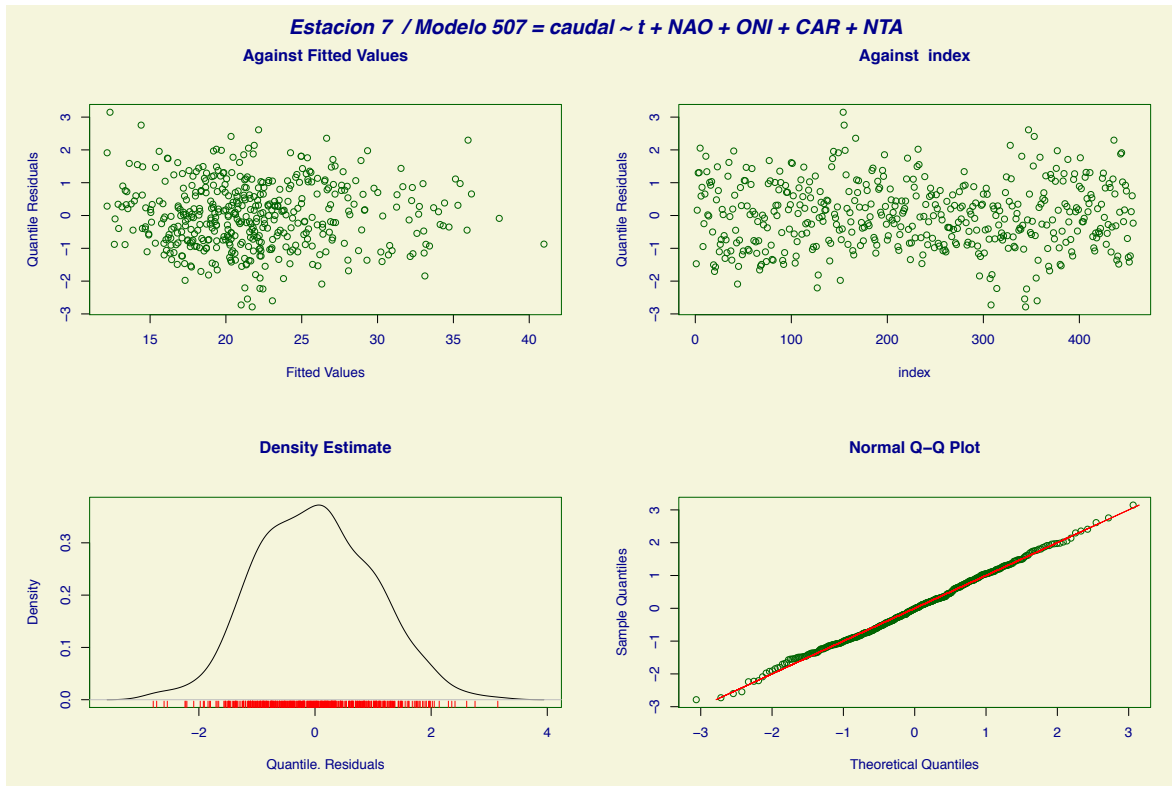


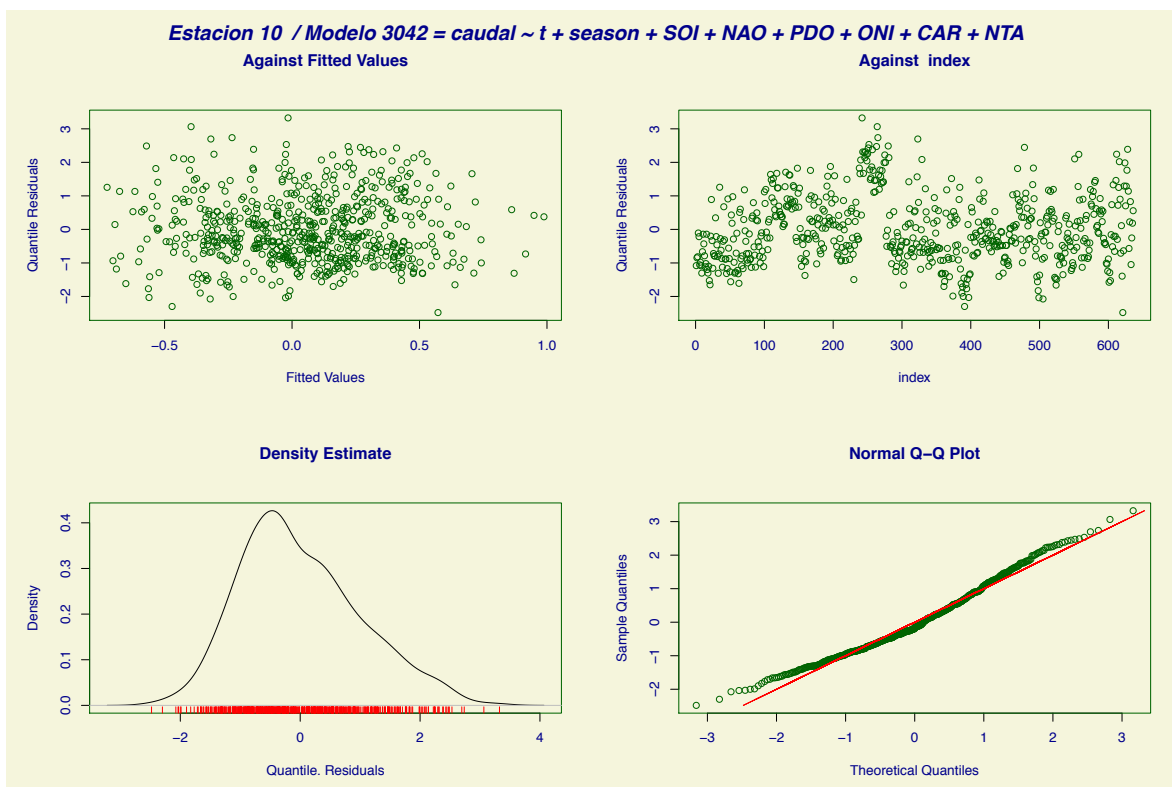
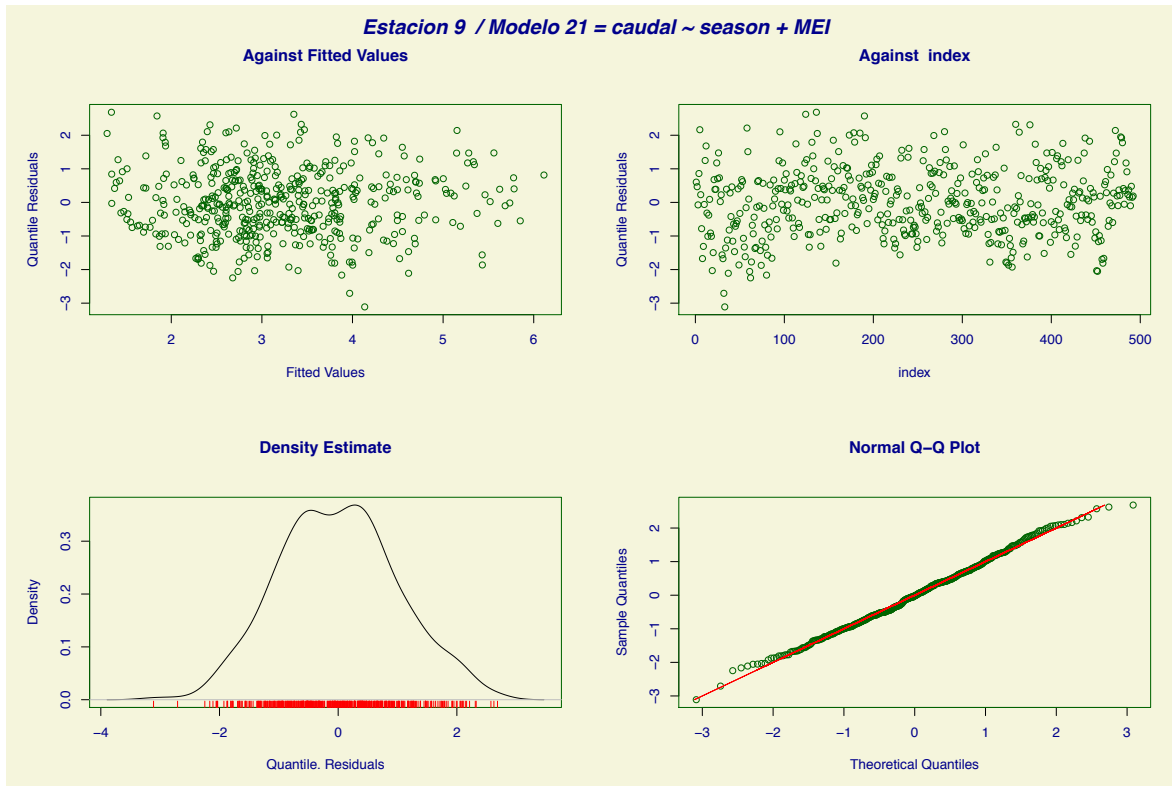


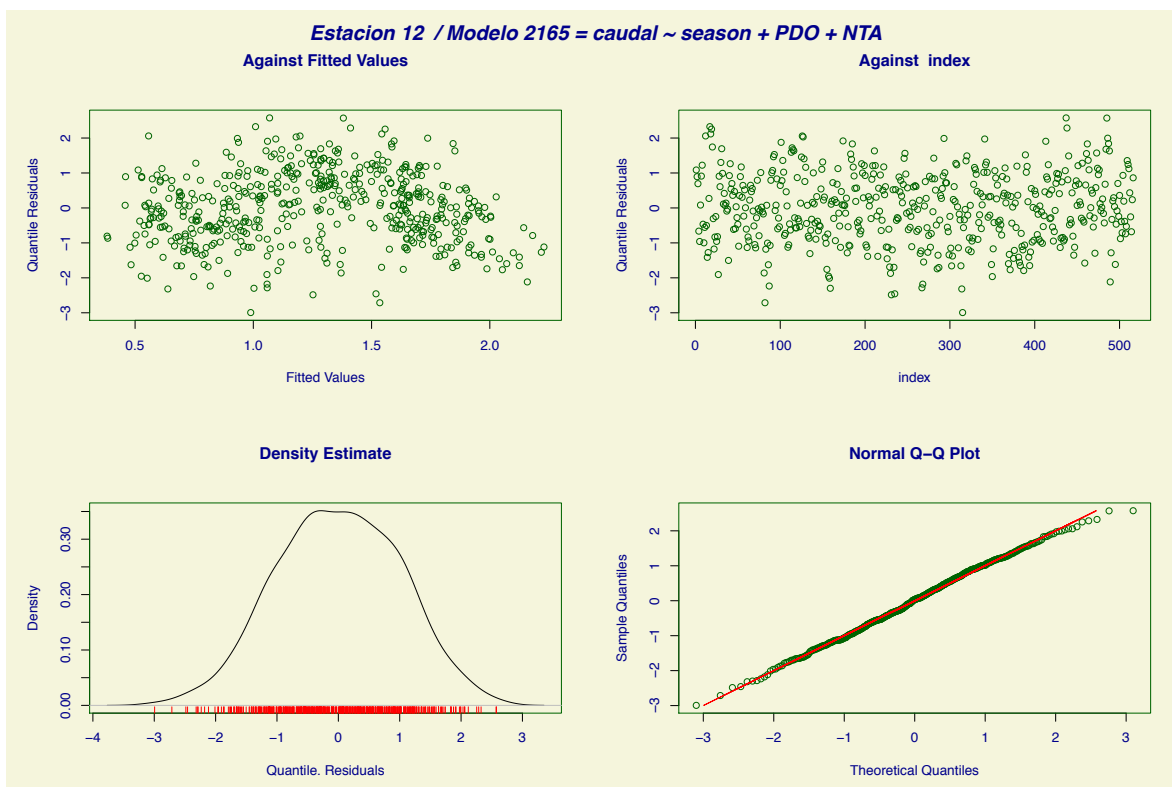
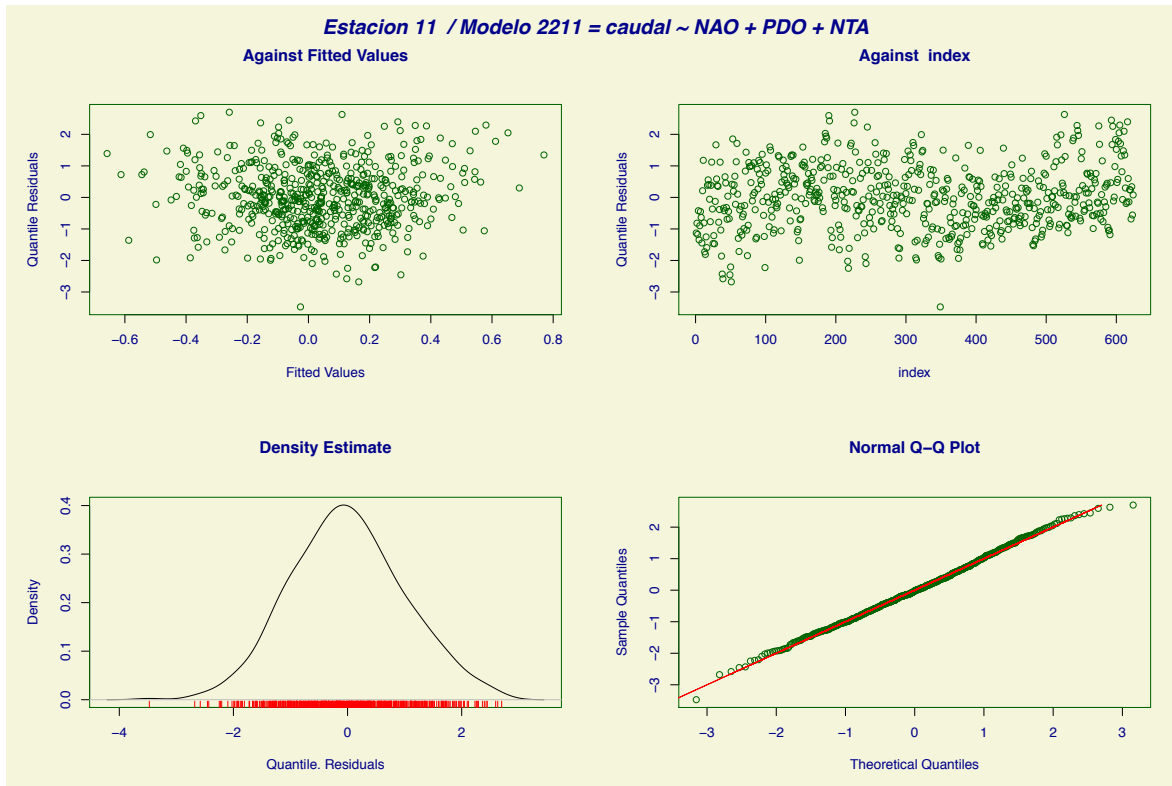
# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales





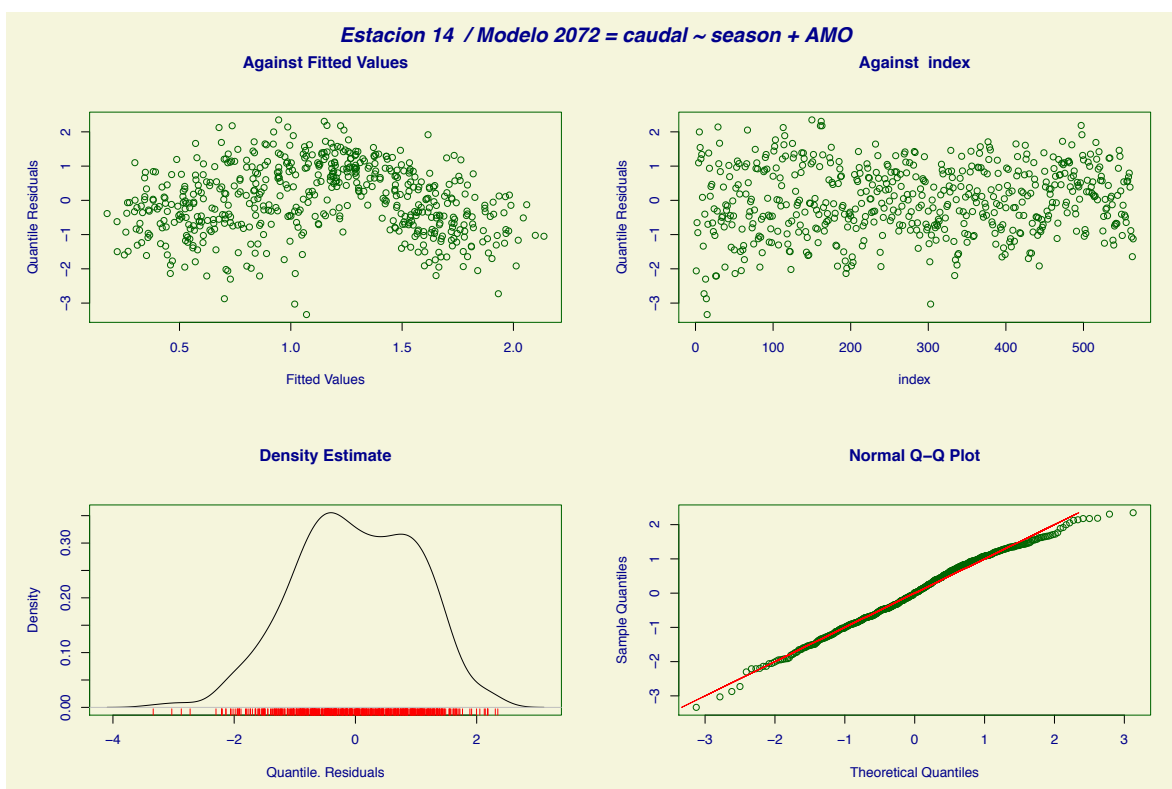
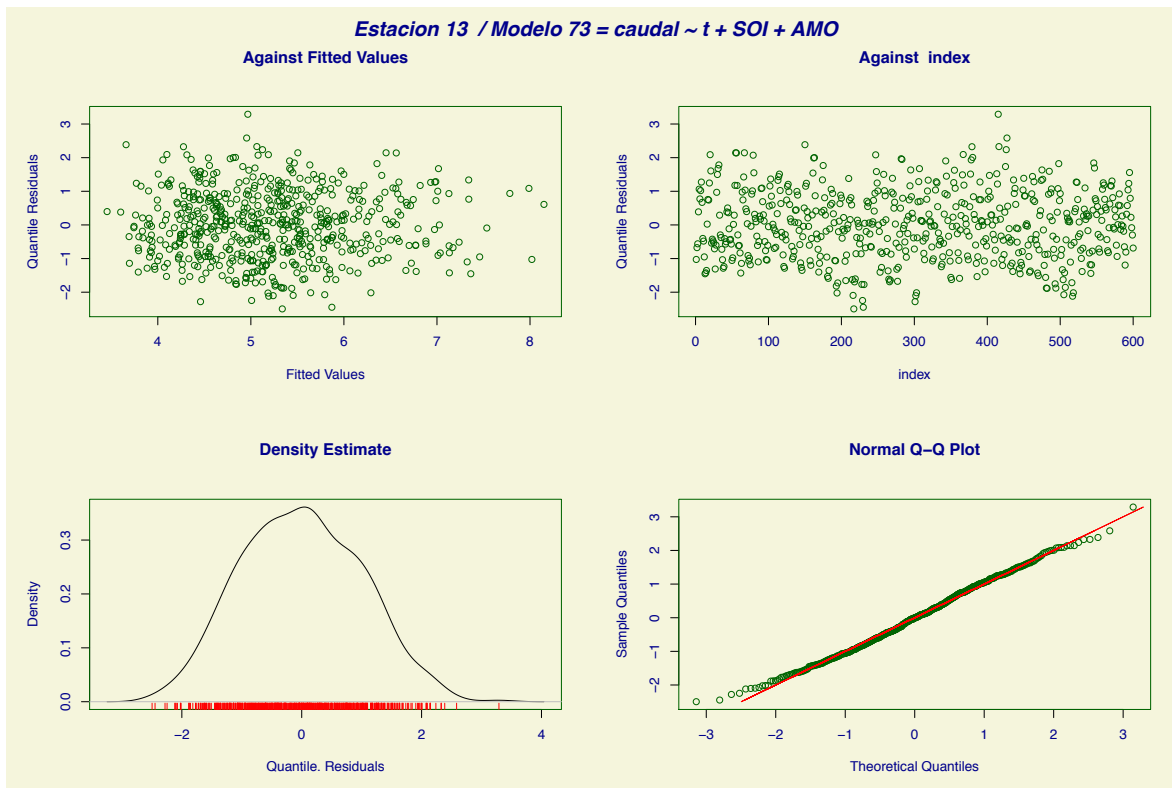




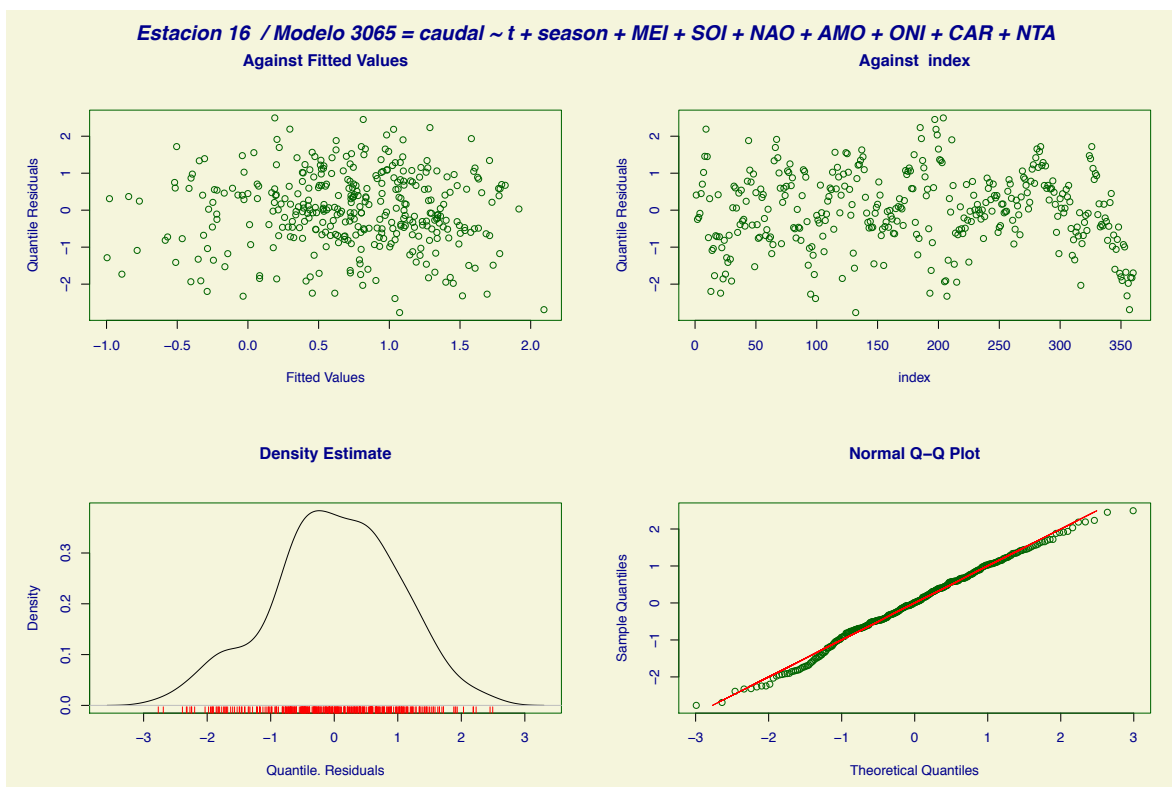
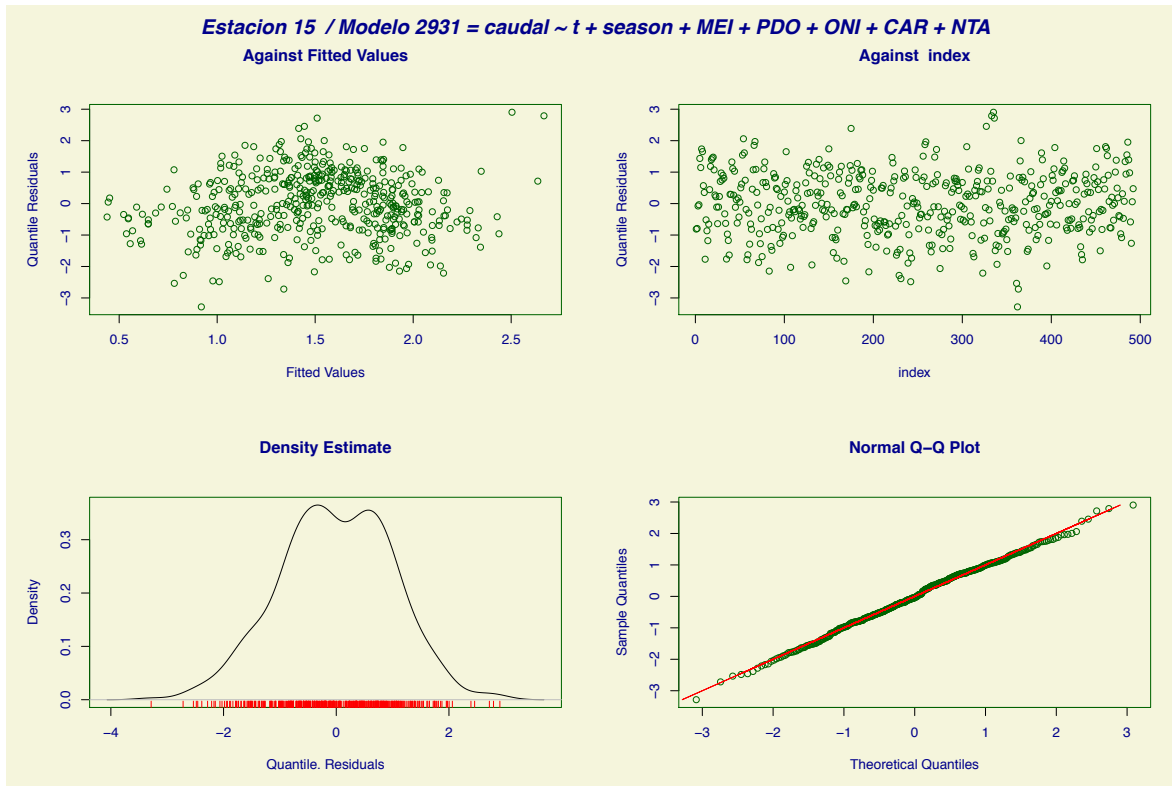


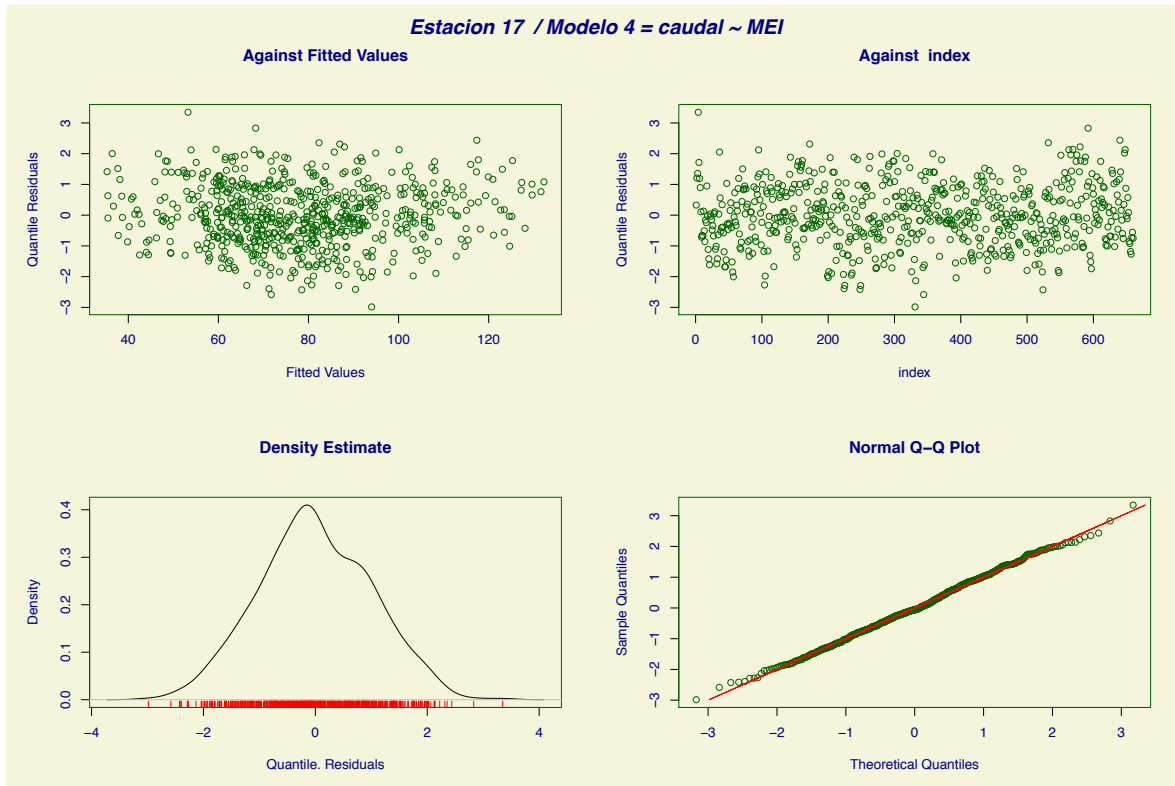


# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



# Método de Pronóstico de Funciones de Distribución de Probabilidad No Estacionarias de Caudales Medios Mensuales



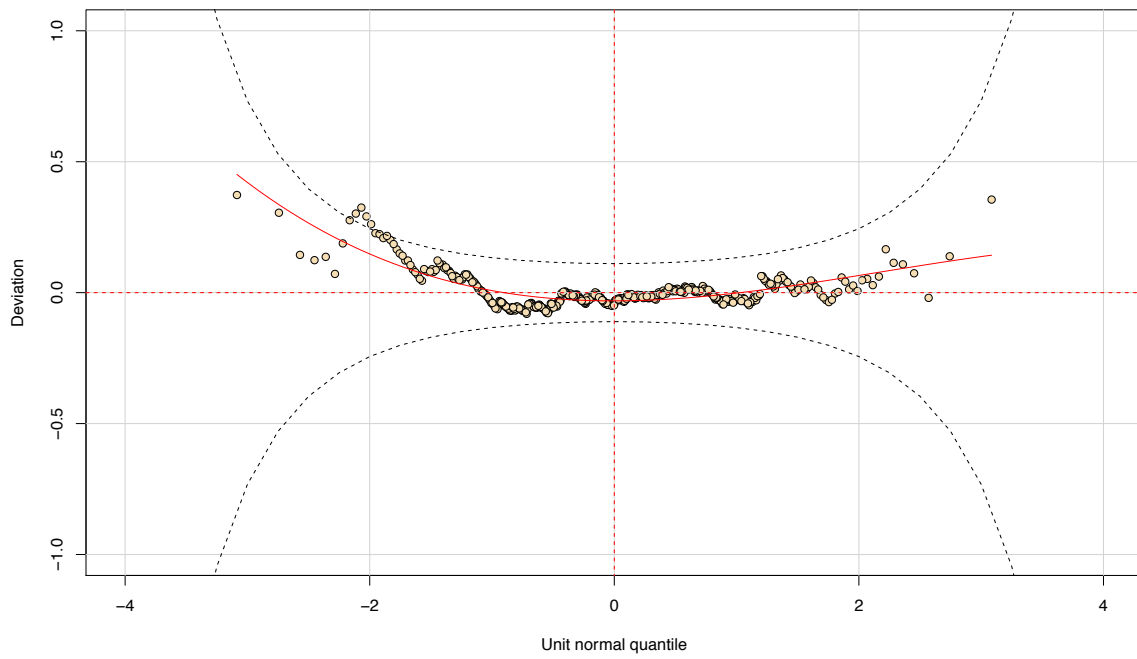




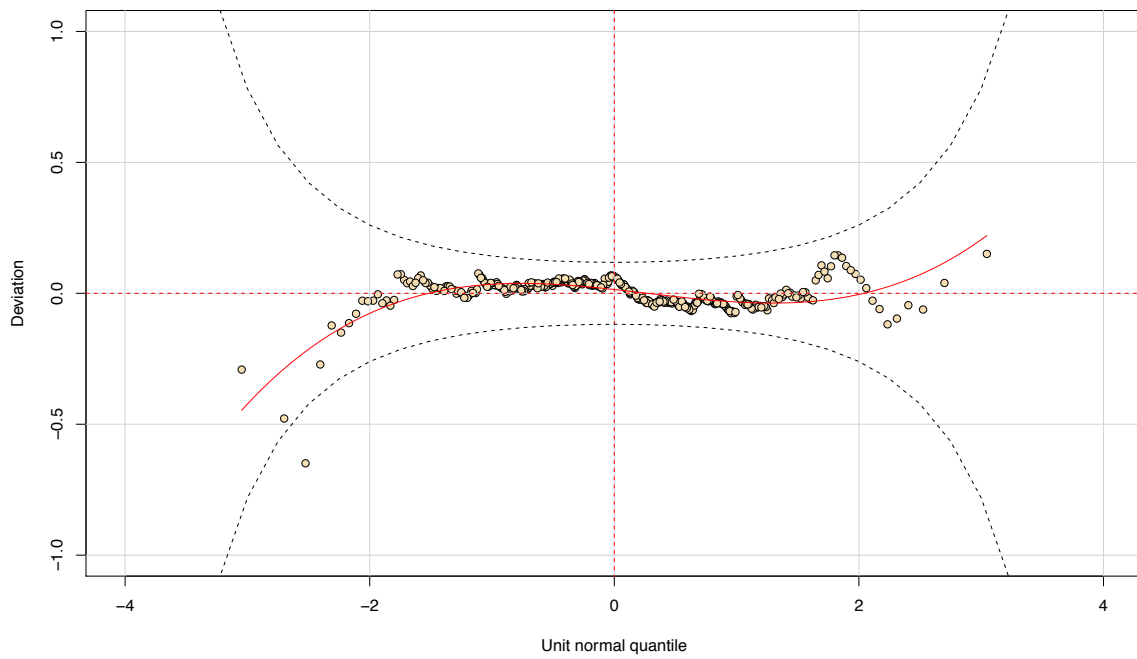
**ANEXO 6**  
**WORMPLOT**



*Estacion 1 / Modelo 4220 = caudal ~ MEI + SOI + ONI*



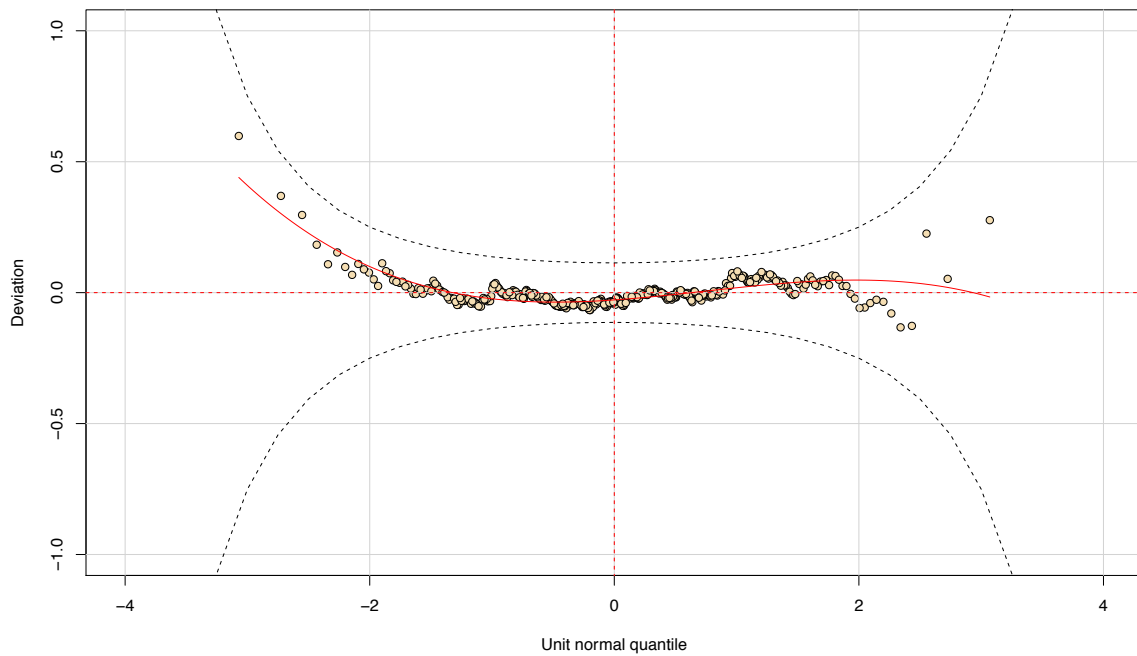
*Estacion 2 / Modelo 2919 = caudal ~ t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA*



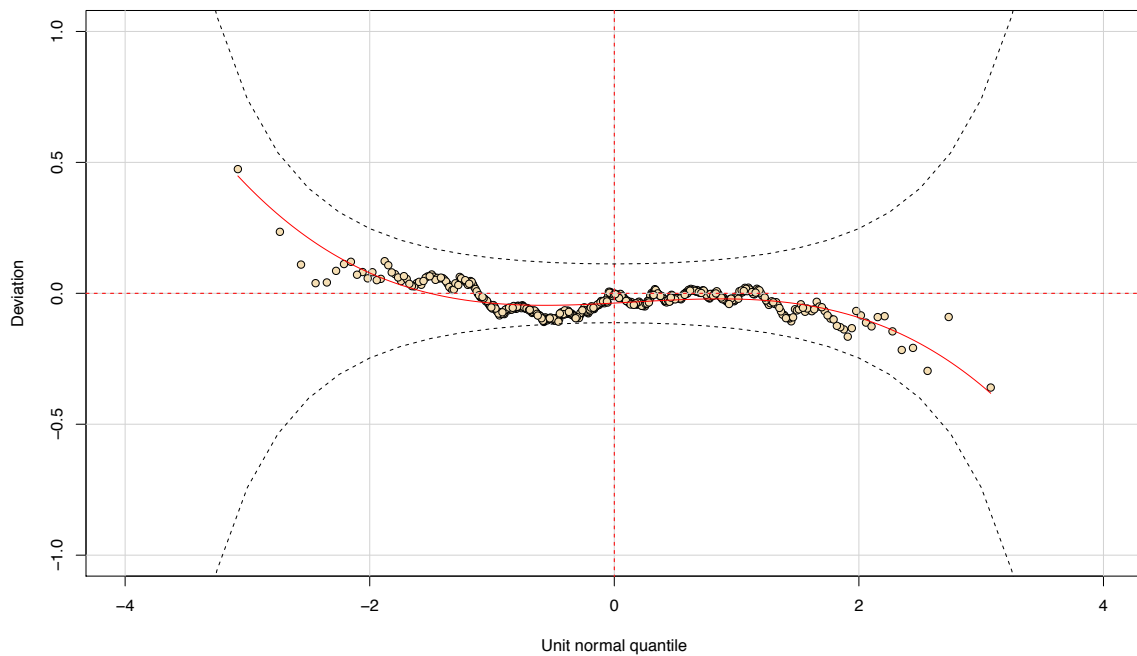




*Estacion 3 / Modelo 175 = caudal ~ PDO + CAR + NTA*

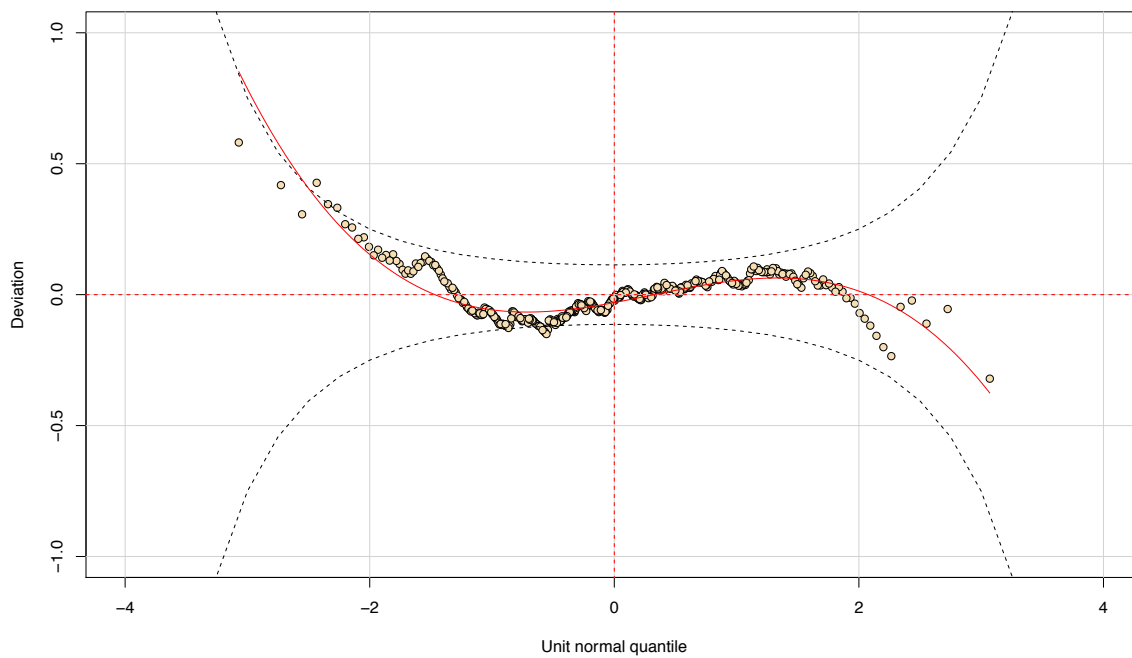


*Estacion 4 / Modelo 980 = caudal ~ t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA*

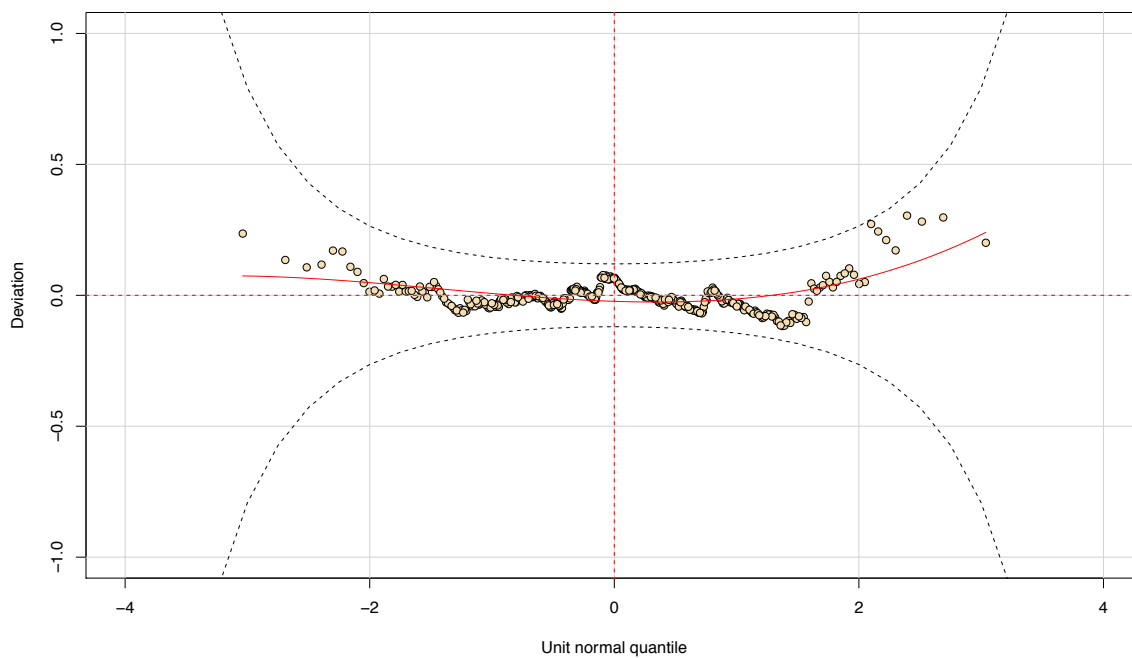




*Estacion 5 / Modelo 929 = caudal ~ t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA*

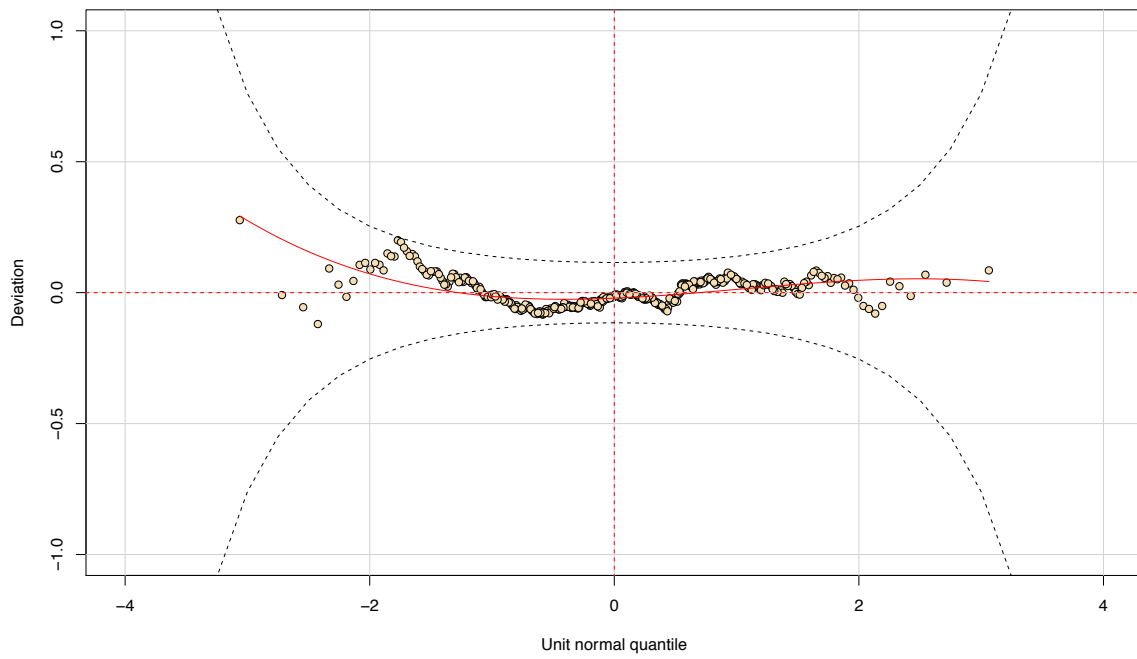


*Estacion 6 / Modelo 619 = caudal ~ SOI + NAO + AMO + PDO + CAR*

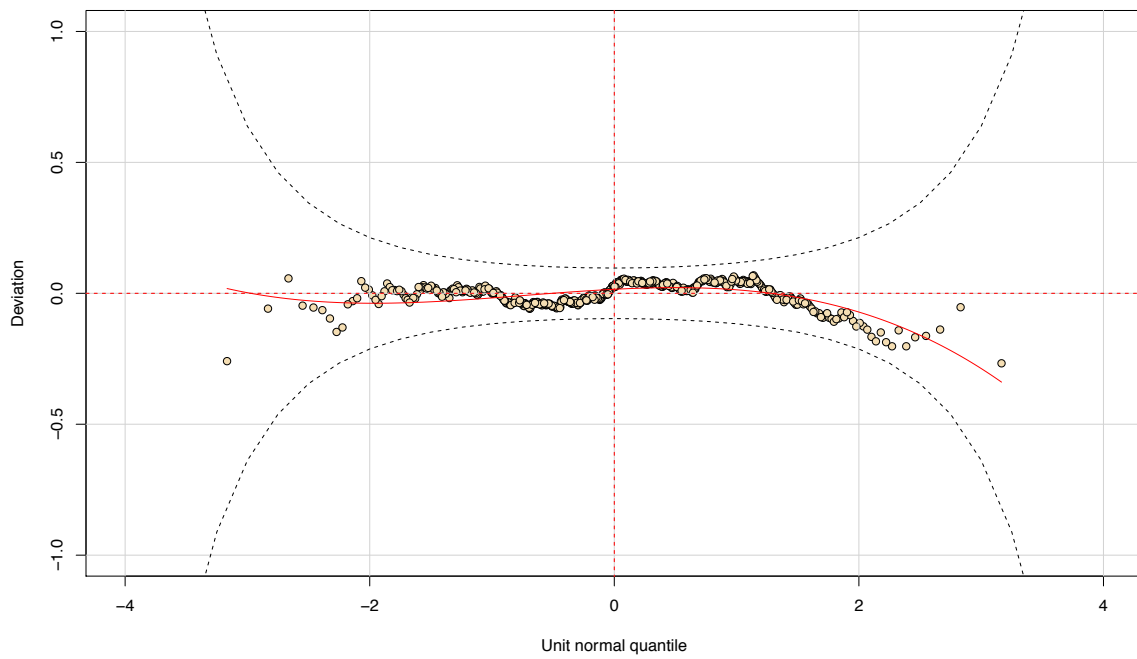




*Estacion 7 / Modelo 507 = caudal ~ t + NAO + ONI + CAR + NTA*

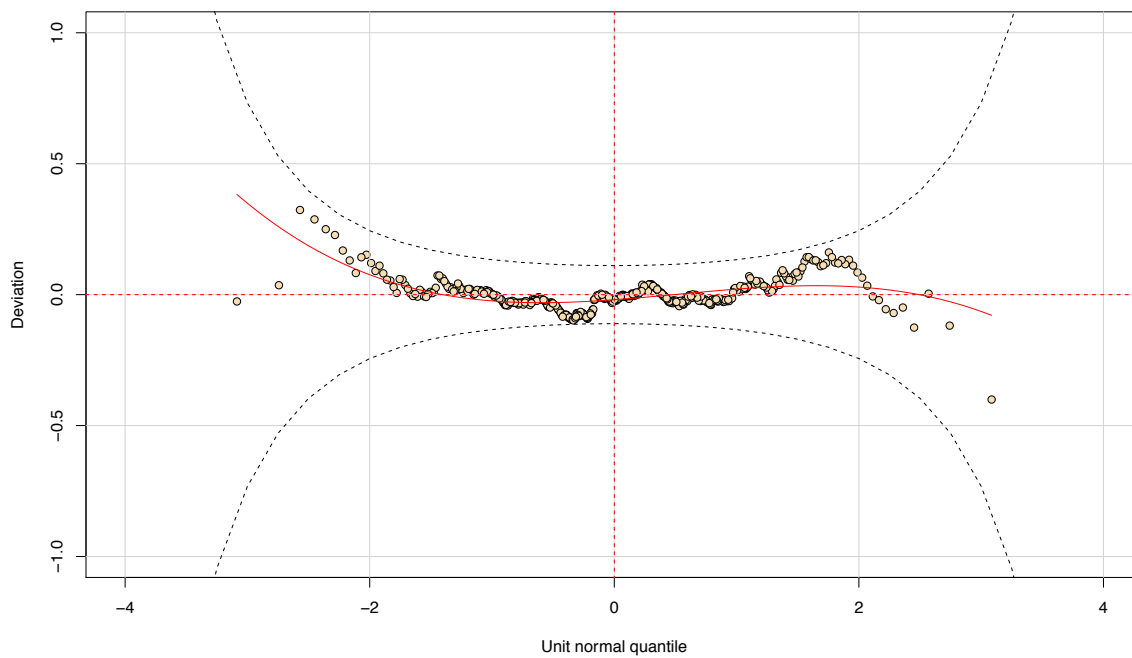


*Estacion 8 / Modelo 2855 = caudal ~ season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA*

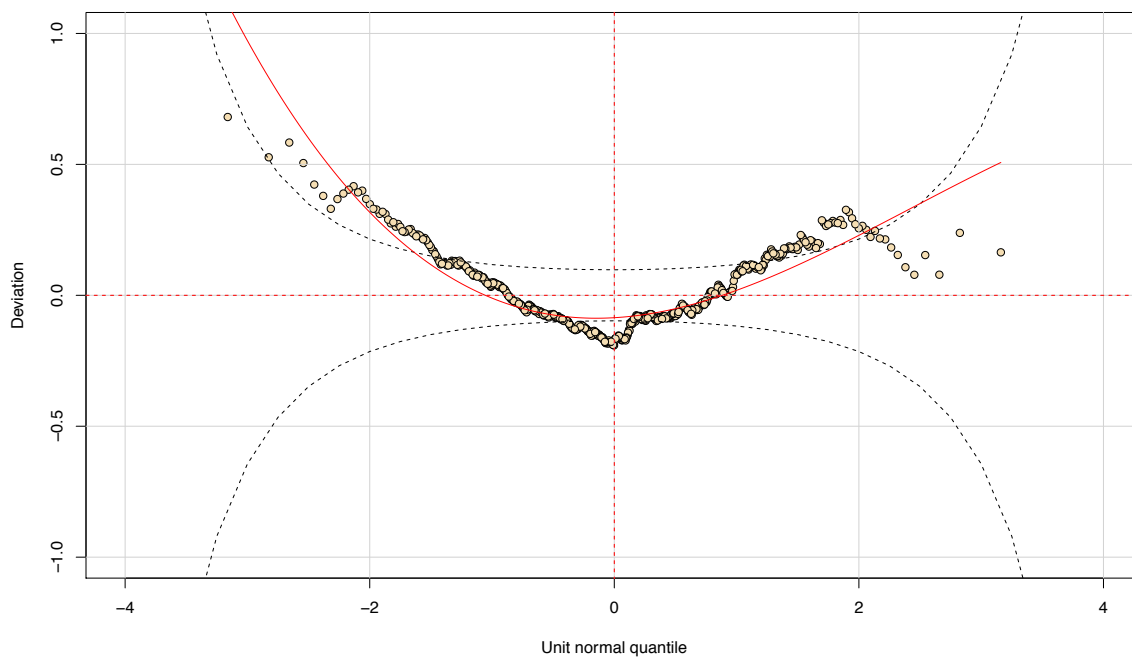




*Estacion 9 / Modelo 21 = caudal ~ season + MEI*

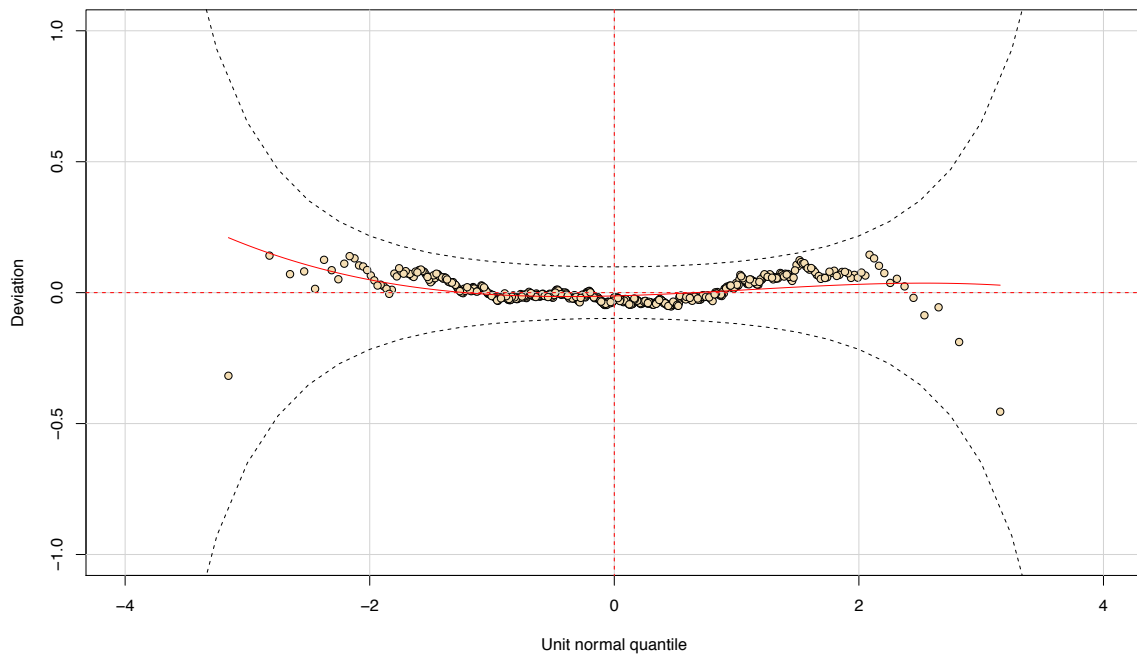


*Estacion 10 / Modelo 3042 = caudal ~ t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA*

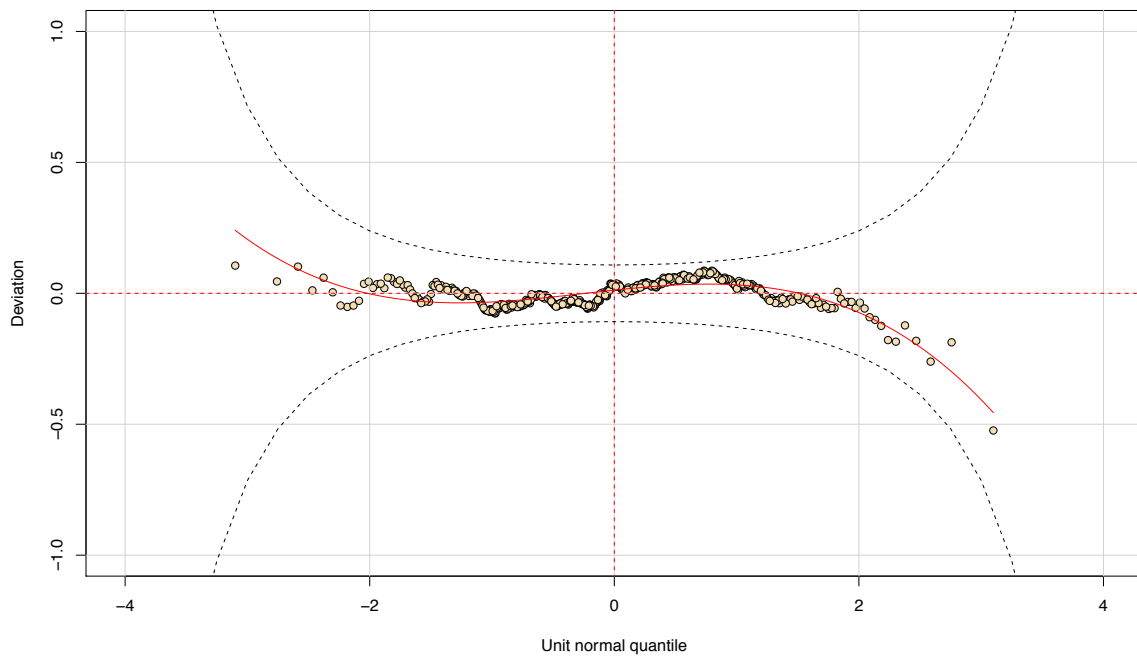




*Estacion 11 / Modelo 2211 = caudal ~ NAO + PDO + NTA*

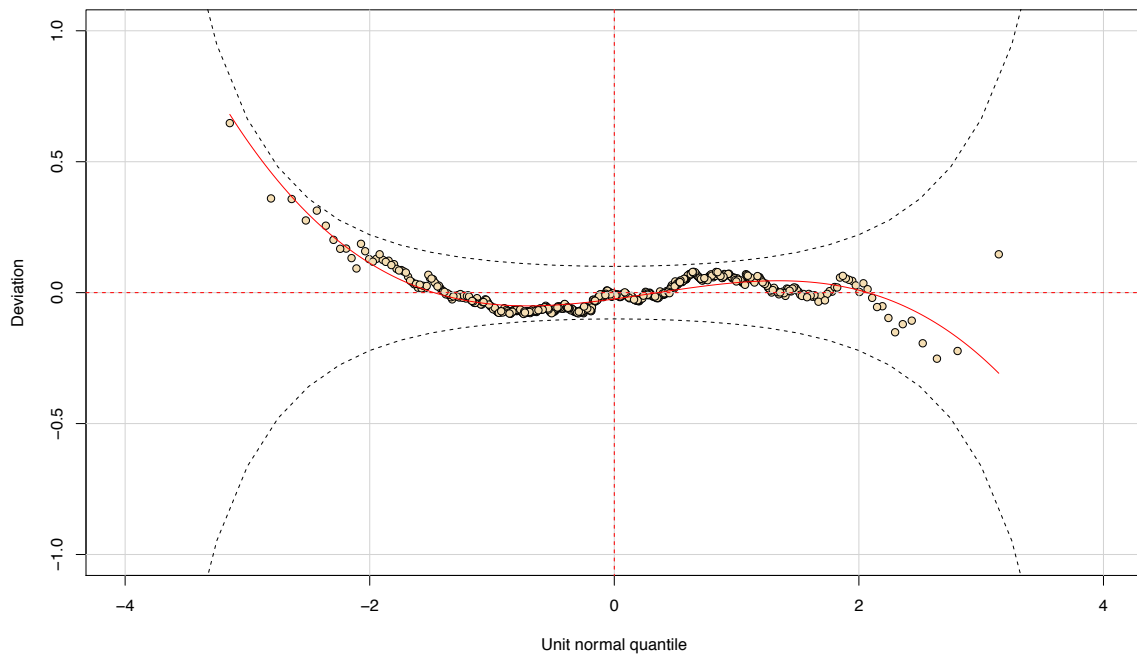


*Estacion 12 / Modelo 2165 = caudal ~ season + PDO + NTA*

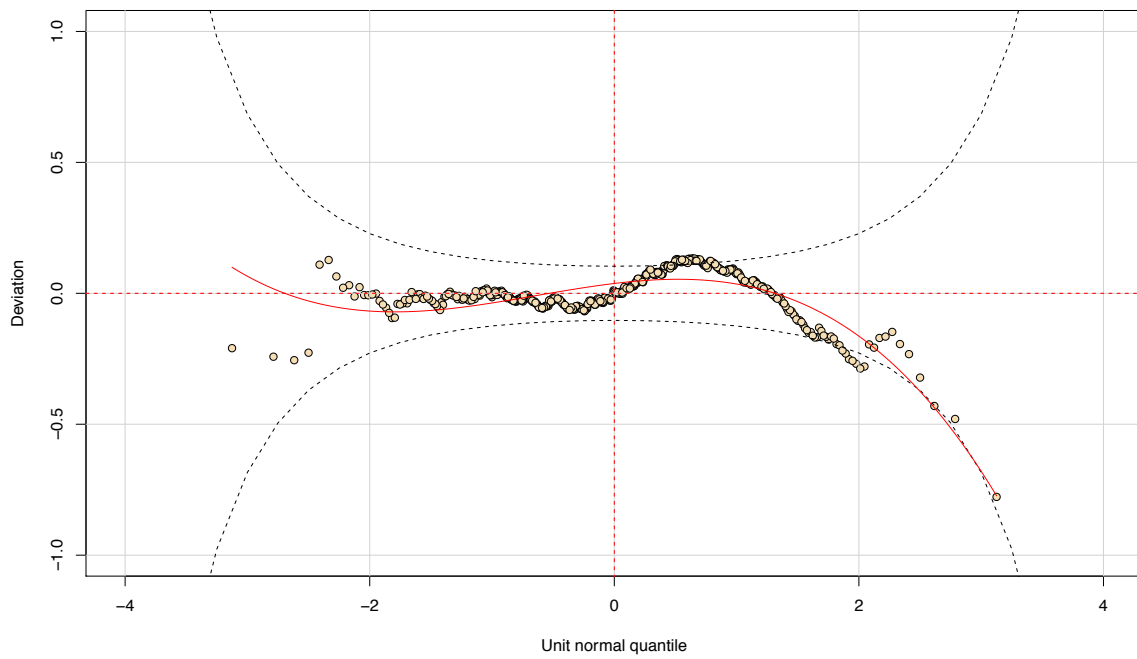




*Estacion 13 / Modelo 73 = caudal ~ t + SOI + AMO*

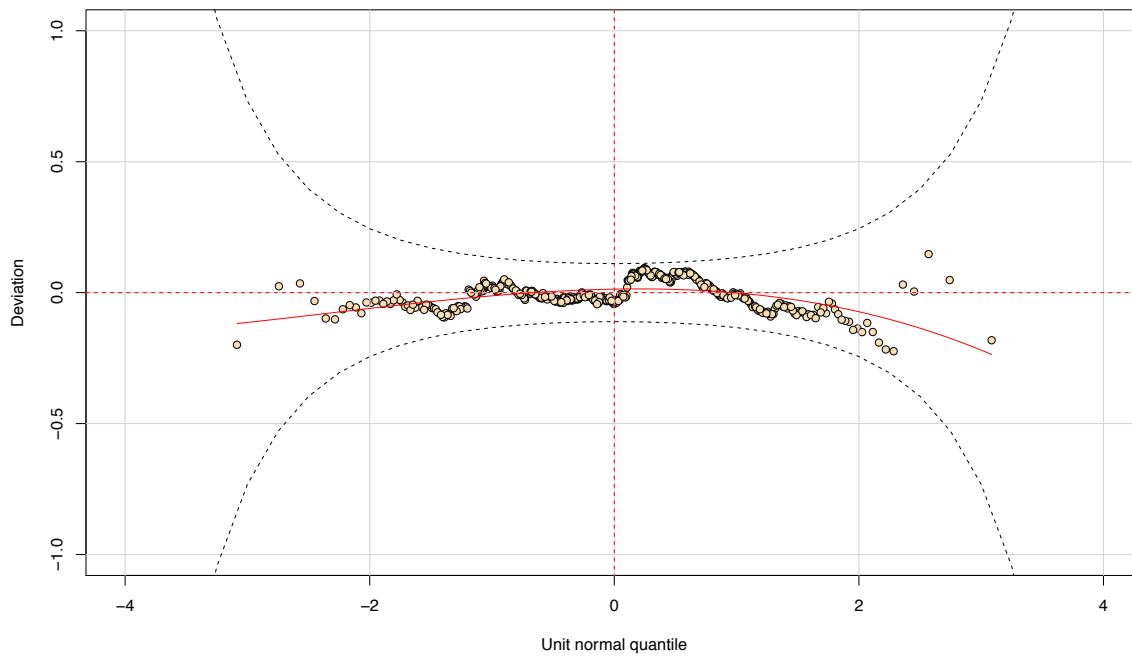


*Estacion 14 / Modelo 2072 = caudal ~ season + AMO*

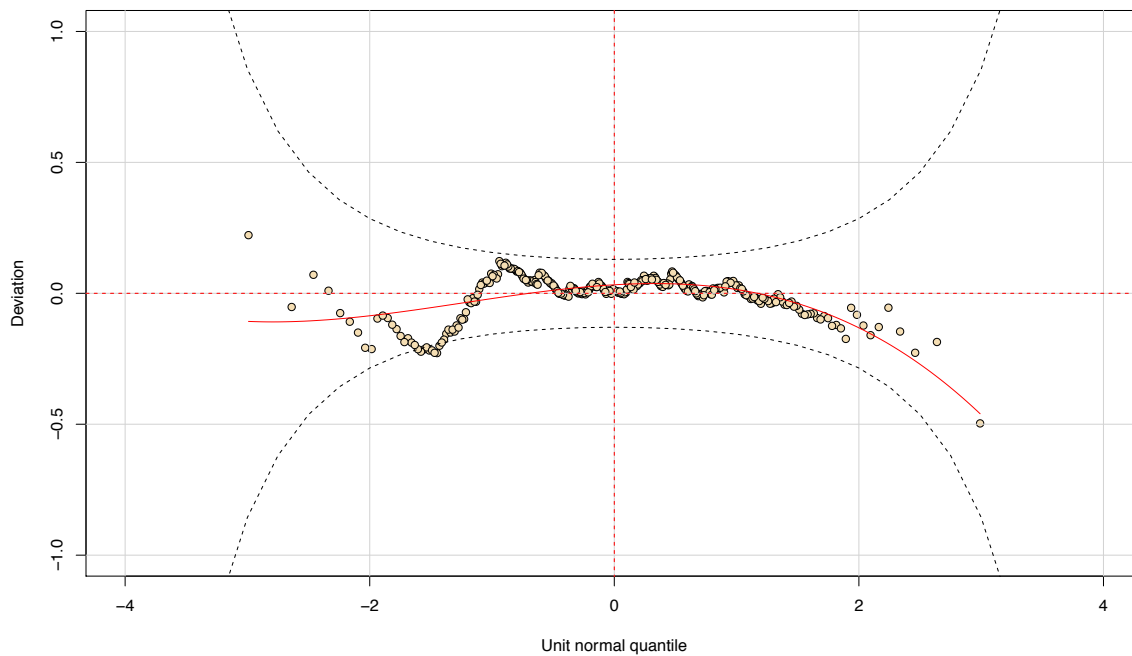




*Estacion 15 / Modelo 2931 = caudal ~ t + season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA*

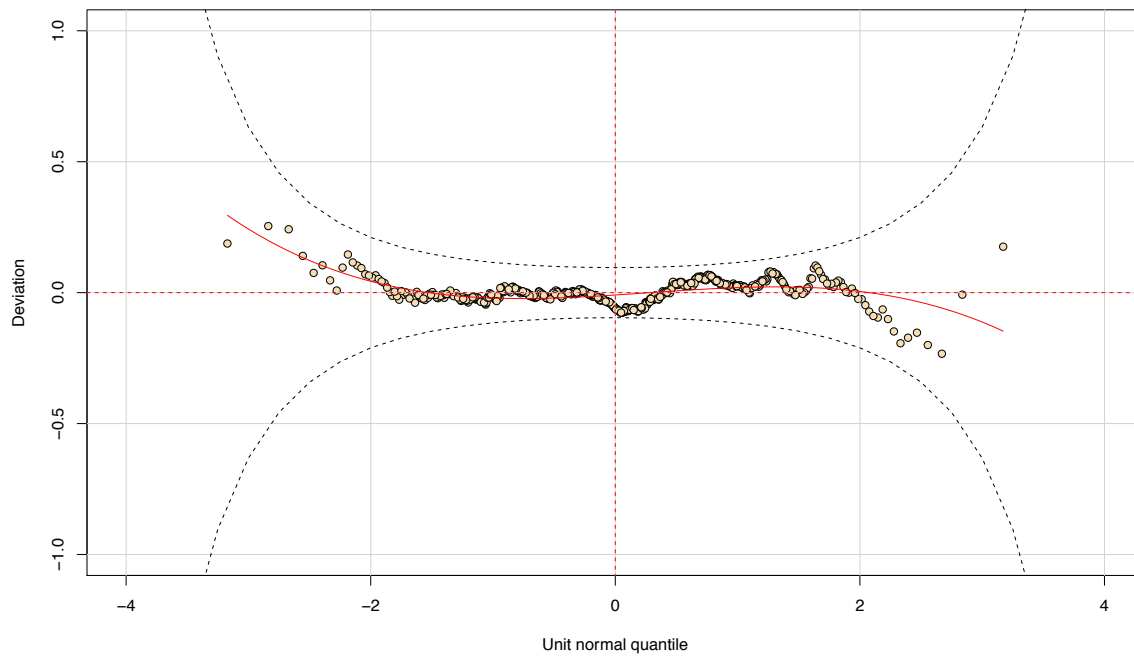


*Estacion 16 / Modelo 3065 = caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA*





Estacion 17 / Modelo 4 = caudal ~ MEI



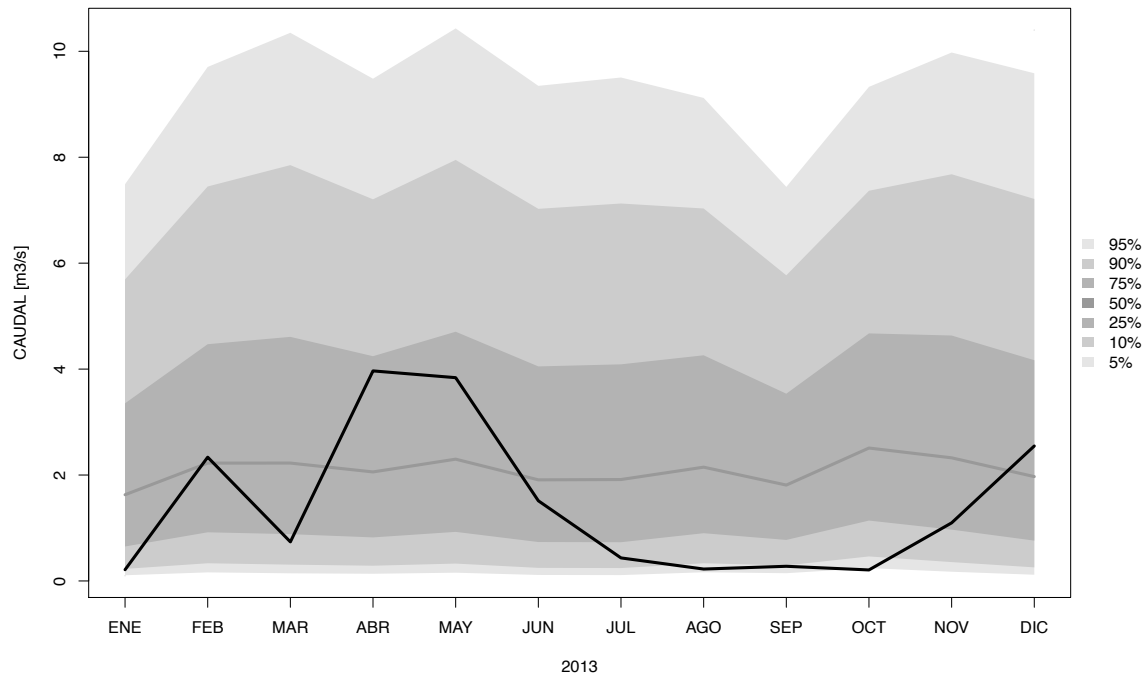




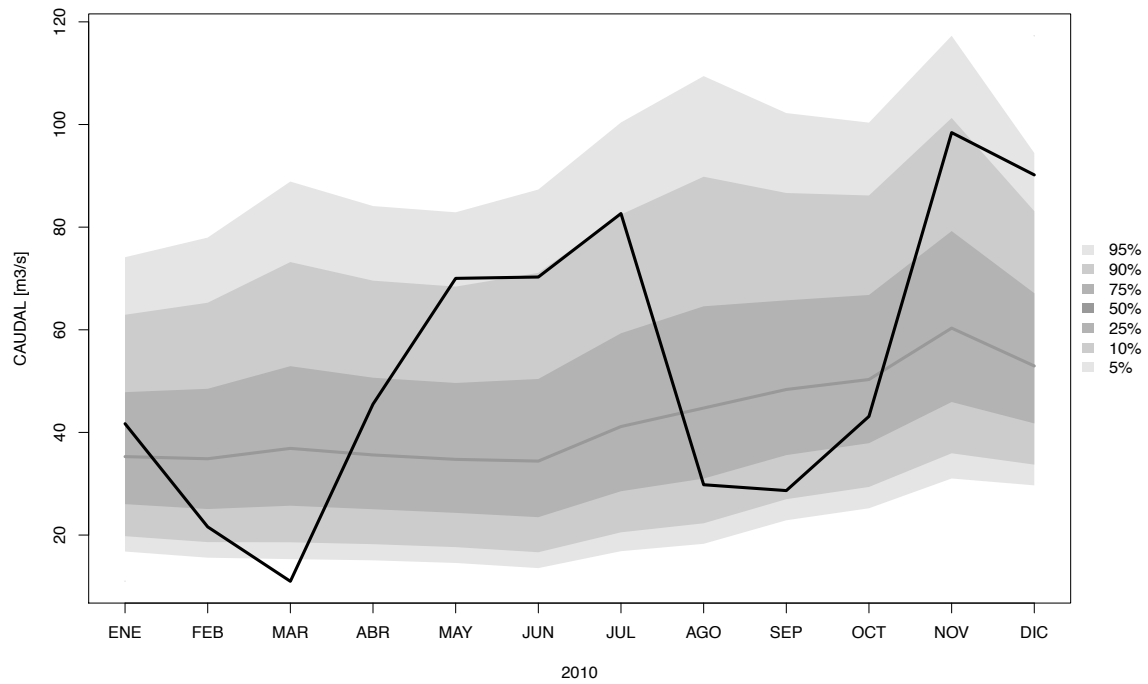
**ANEXO 7**  
**PREDICCIÓN fdp**



**Estacion 1**  
**Modelo 4220 = caudal ~ MEI + SOI + ONI**

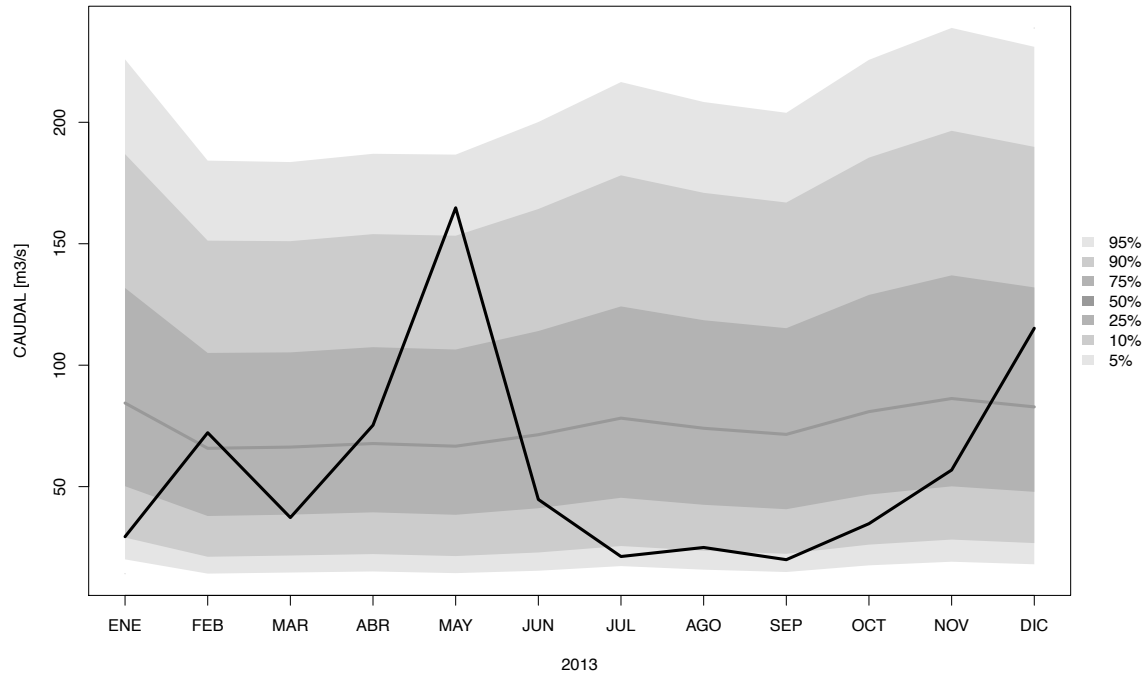


**Estacion 2**  
**Modelo 2919 = caudal ~ t + season + MEI + NAO + AMO + PDO + NTA**

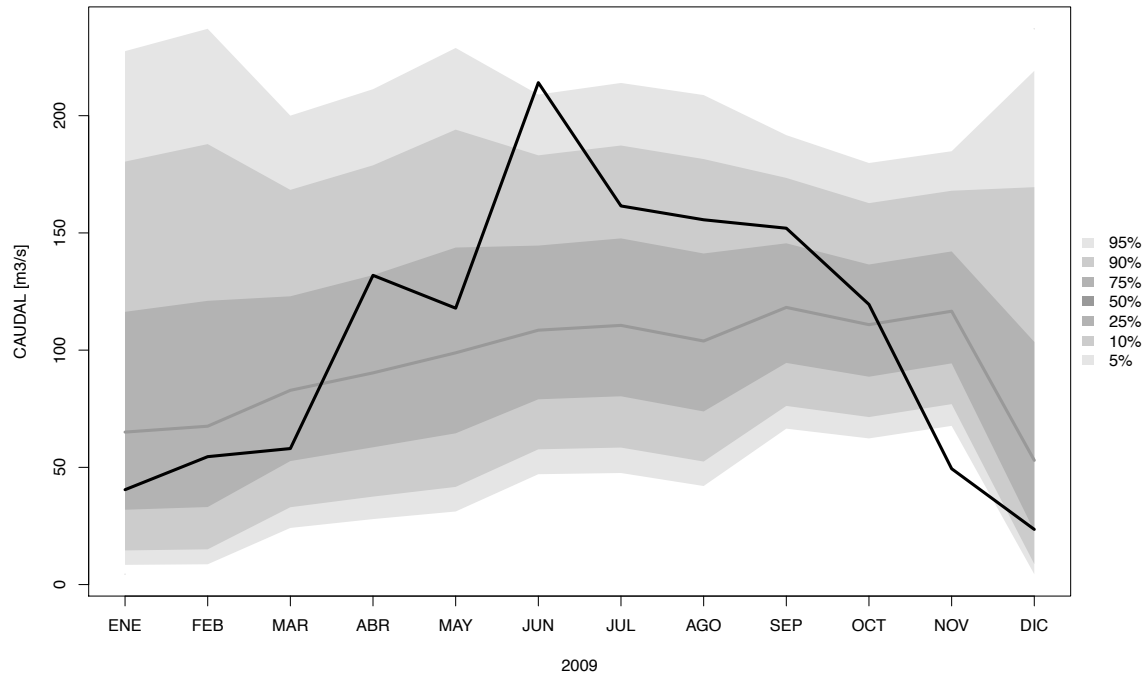




**Estacion 3**  
**Modelo 175 = caudal ~ PDO + CAR + NTA**

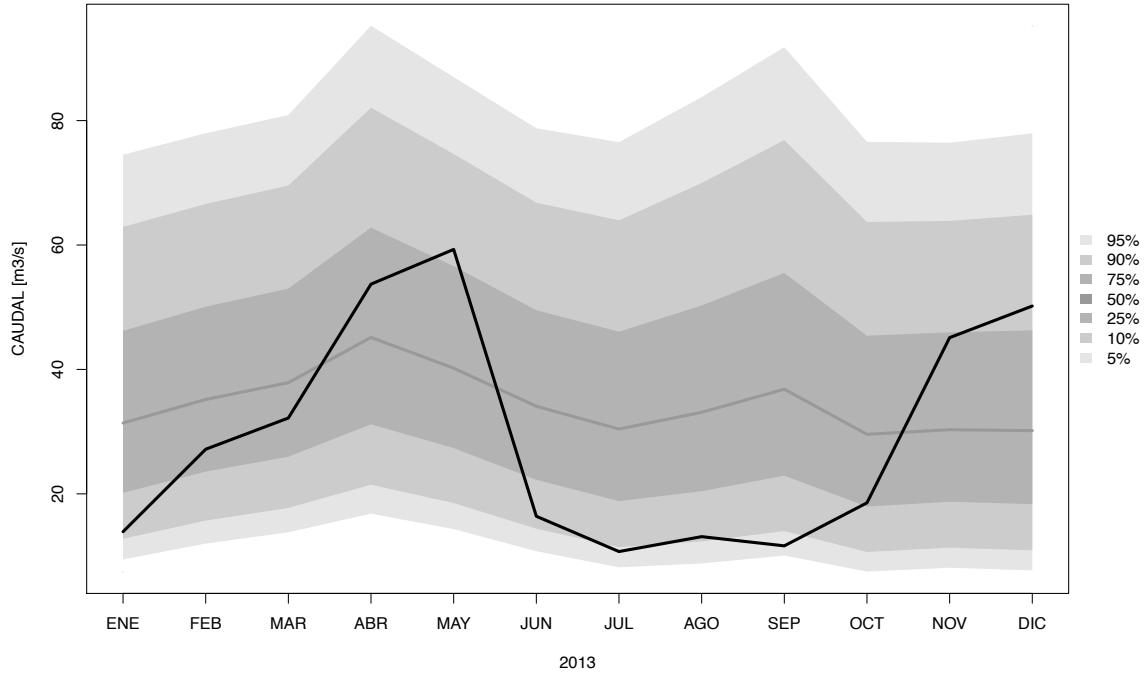


**Estacion 4**  
**Modelo 980 = caudal ~ t + season + MEI + SOI + AMO + PDO + ONI + NTA**

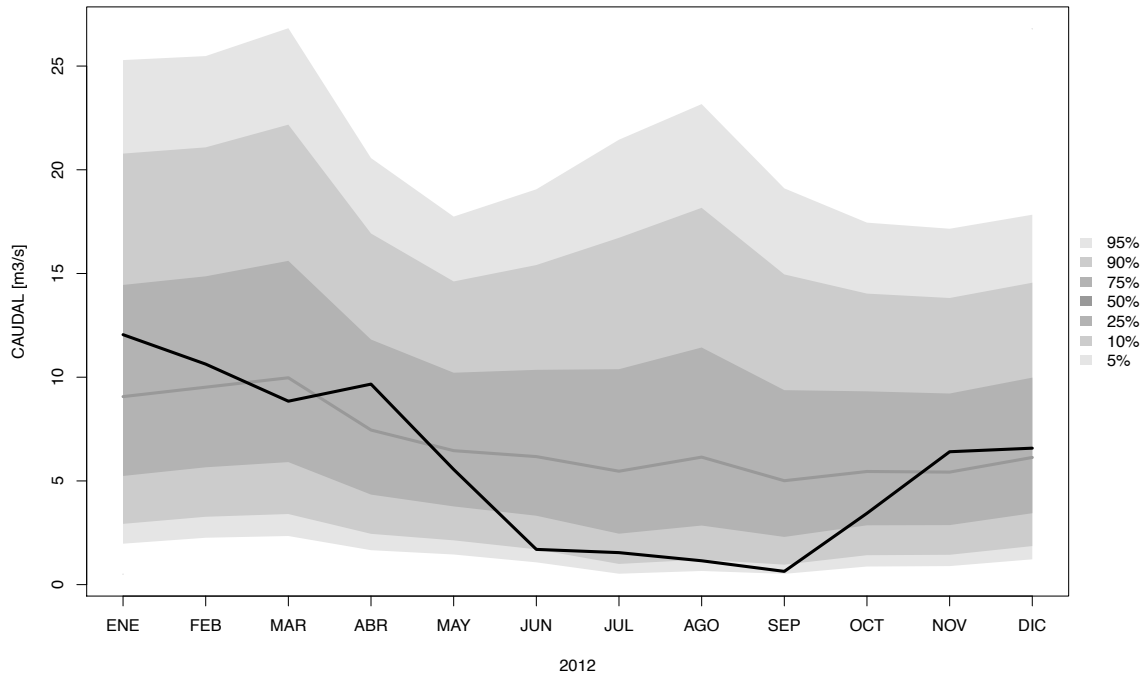




**Estacion 5**  
**Modelo 929 = caudal ~ t + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA**

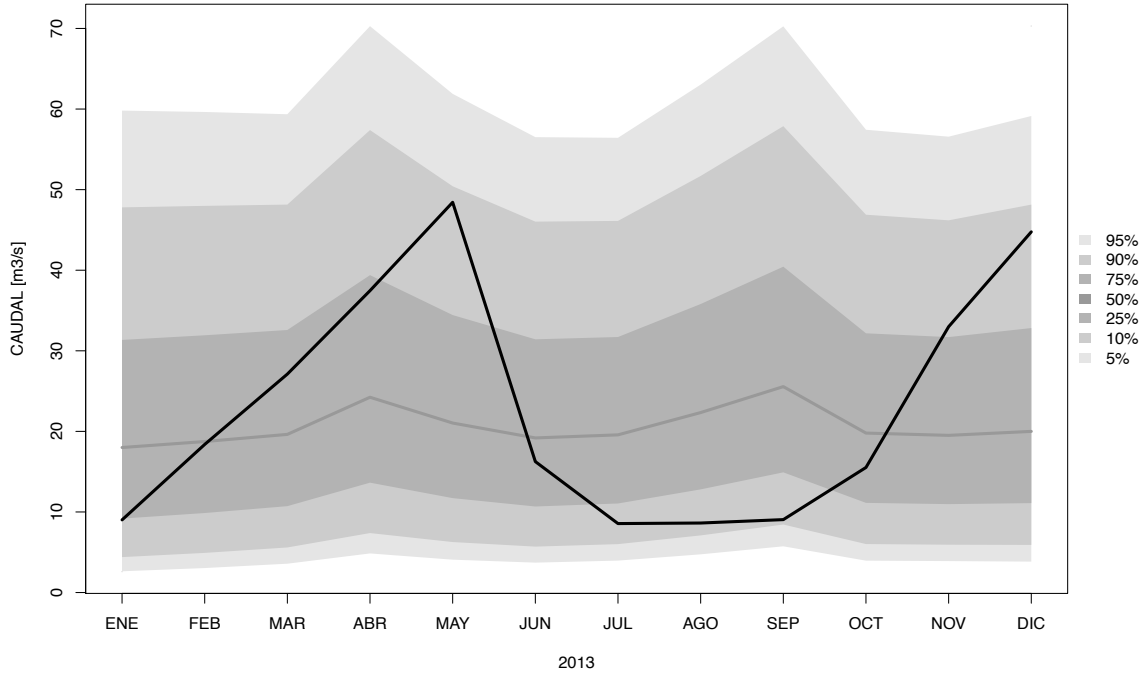


**Estacion 6**  
**Modelo 619 = caudal ~ SOI + NAO + AMO + PDO + CAR**

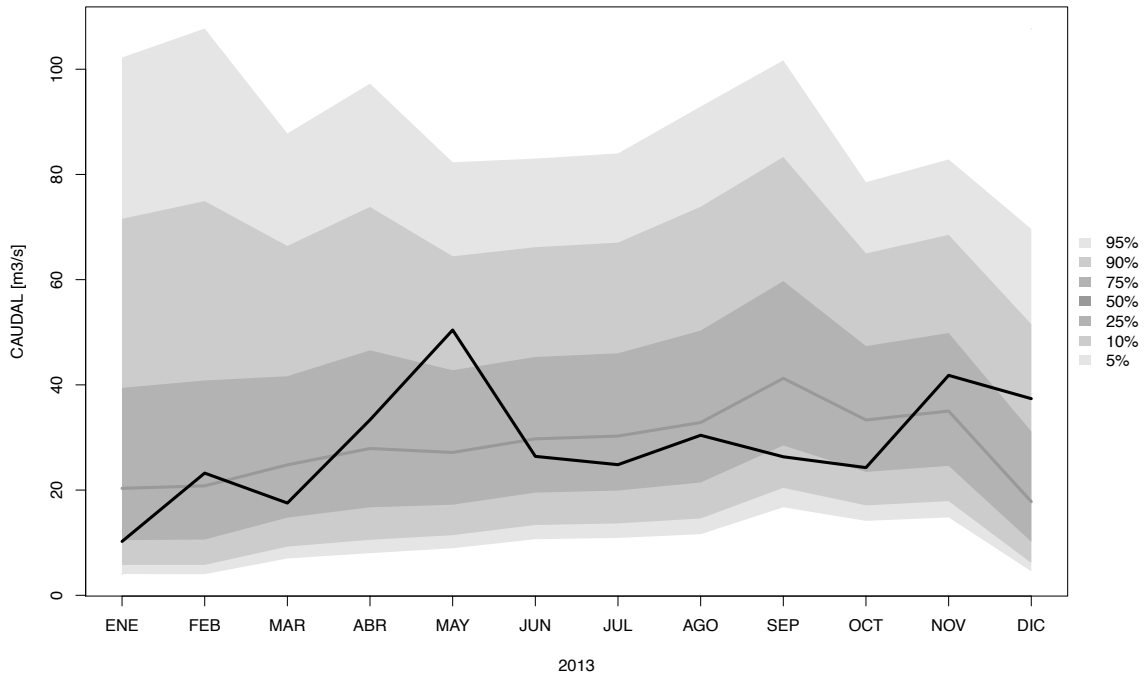




**Estacion 7**  
**Modelo 507 = caudal ~ t + NAO + ONI + CAR + NTA**

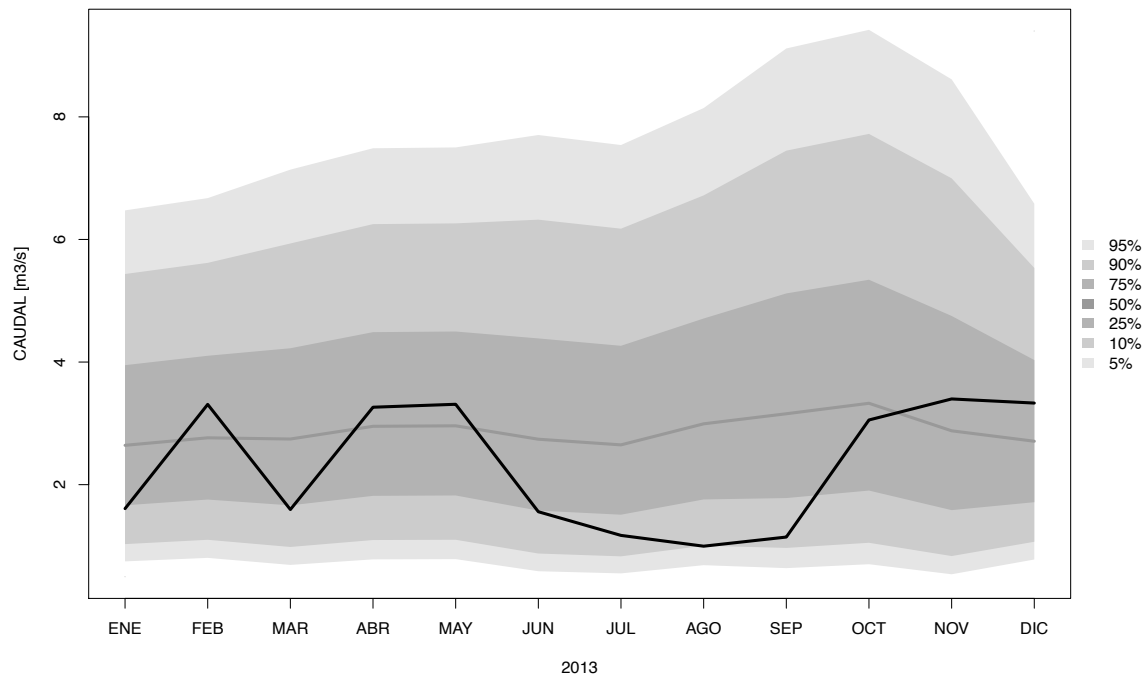


**Estacion 8**  
**Modelo 2855 = caudal ~ season + SOI + NAO + PDO + ONI + NTA**

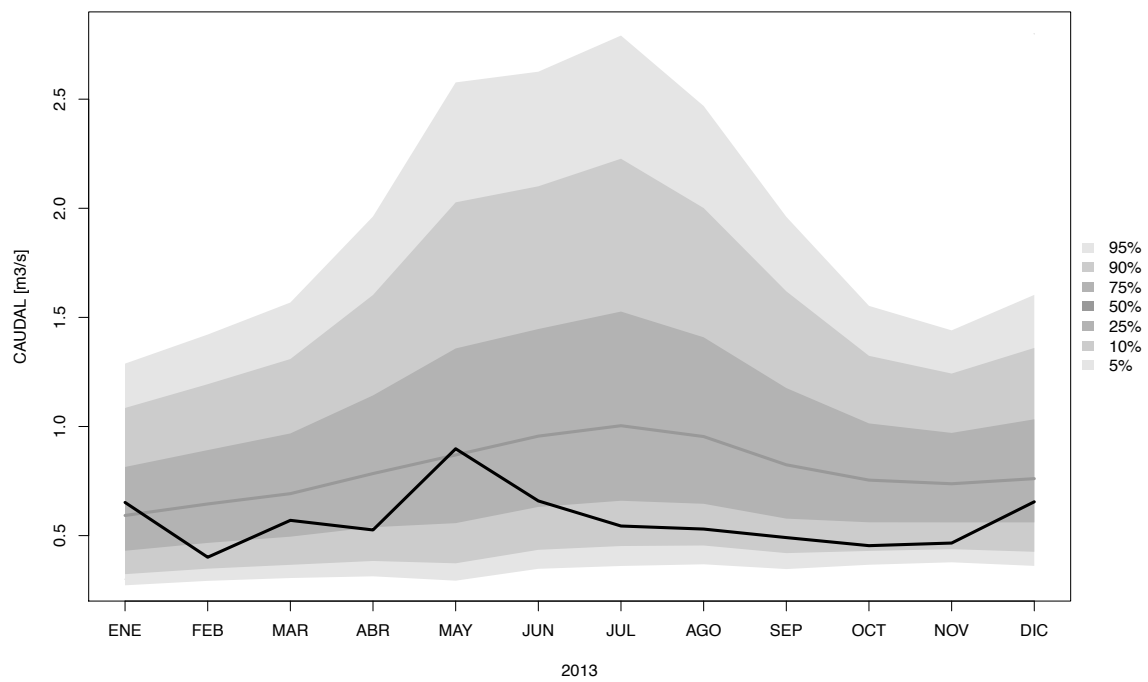




**Estacion 9**  
**Modelo 21 = caudal ~ season + MEI**

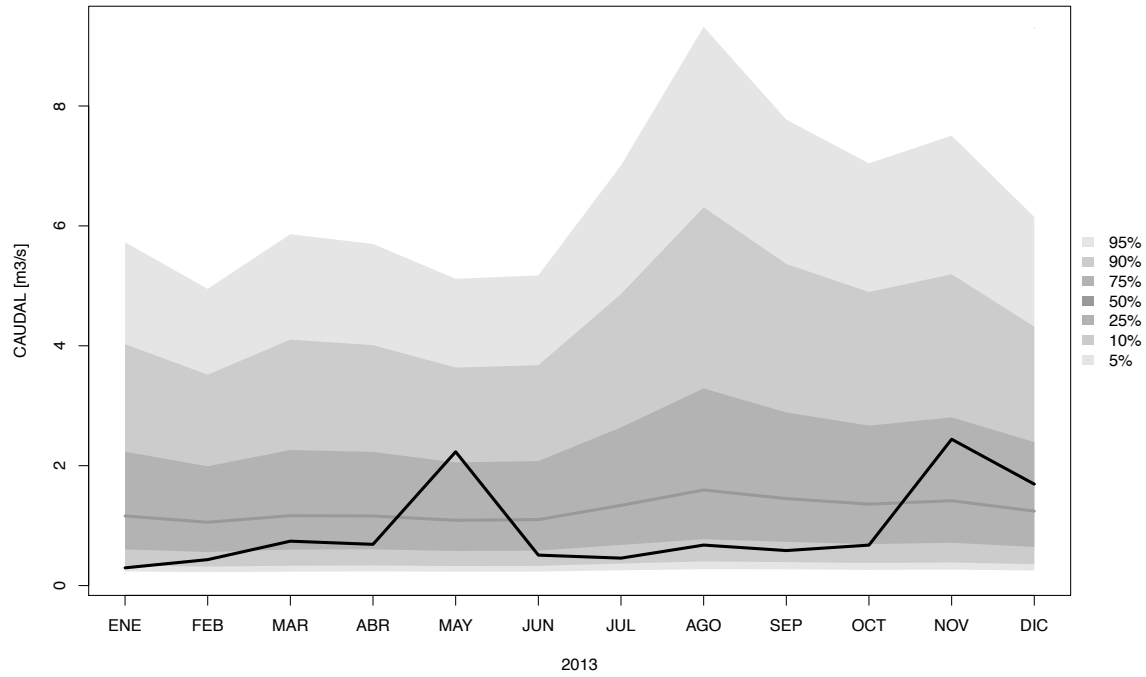


**Estacion 10**  
**Modelo 3042 = caudal ~ t + season + SOI + NAO + PDO + ONI + CAR + NTA**

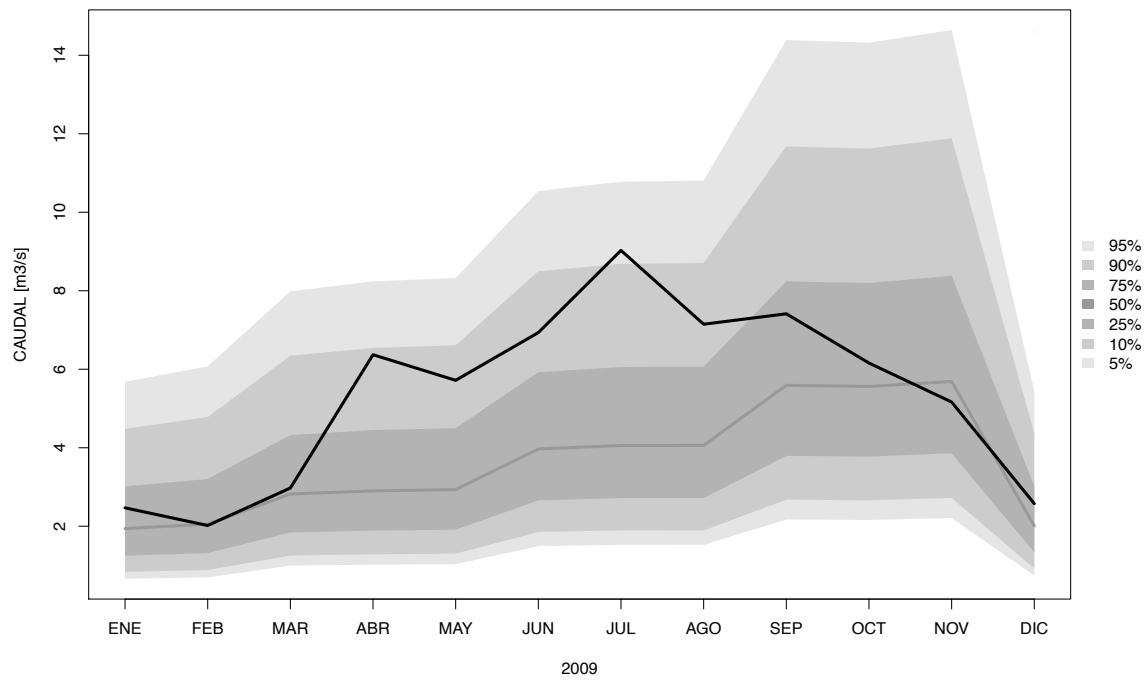




**Estacion 11**  
**Modelo 2211 = caudal ~ NAO + PDO + NTA**

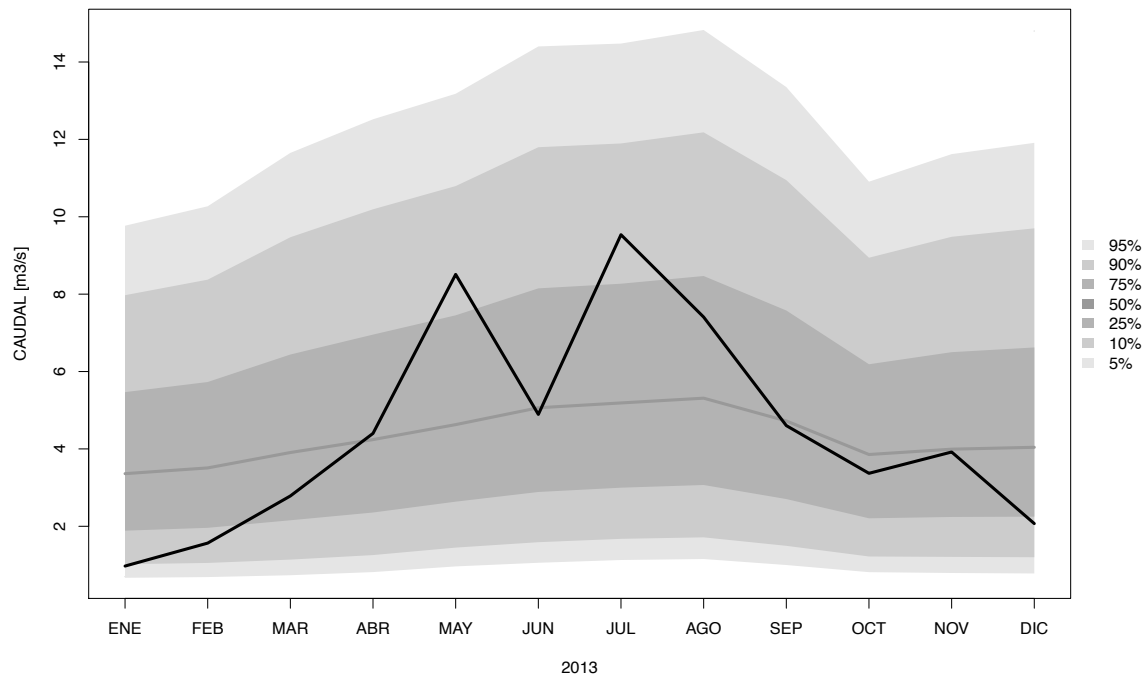


**Estacion 12**  
**Modelo 2165 = caudal ~ season + PDO + NTA**

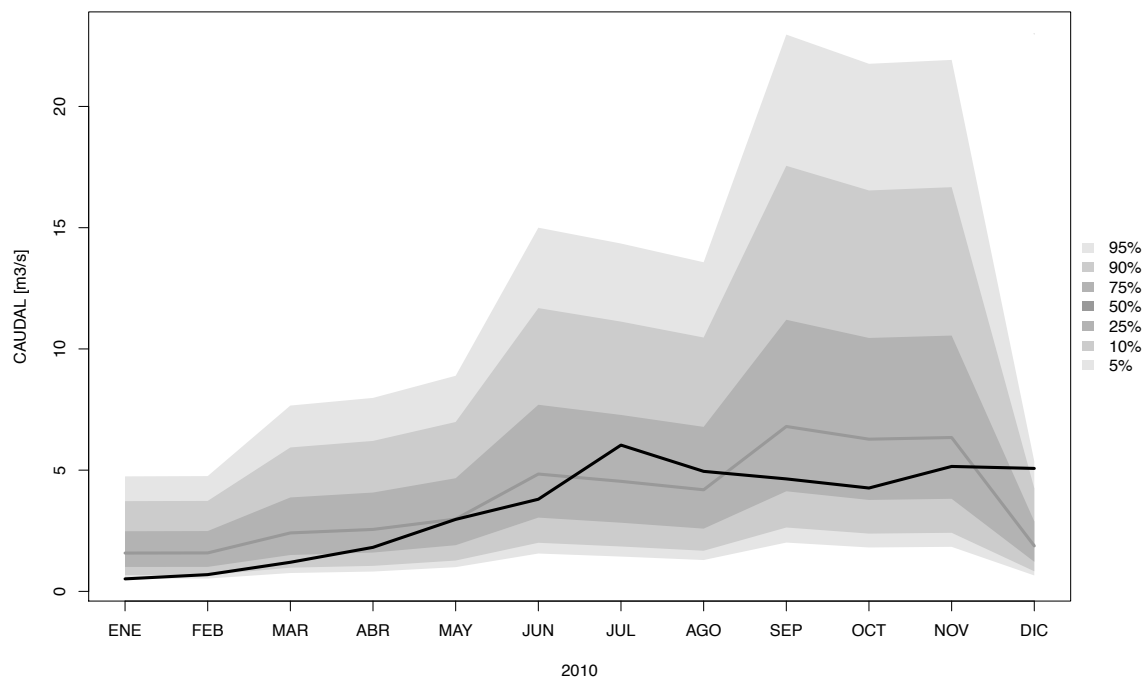




Estacion 13  
Modelo 73 = caudal ~ t + SOI + AMO



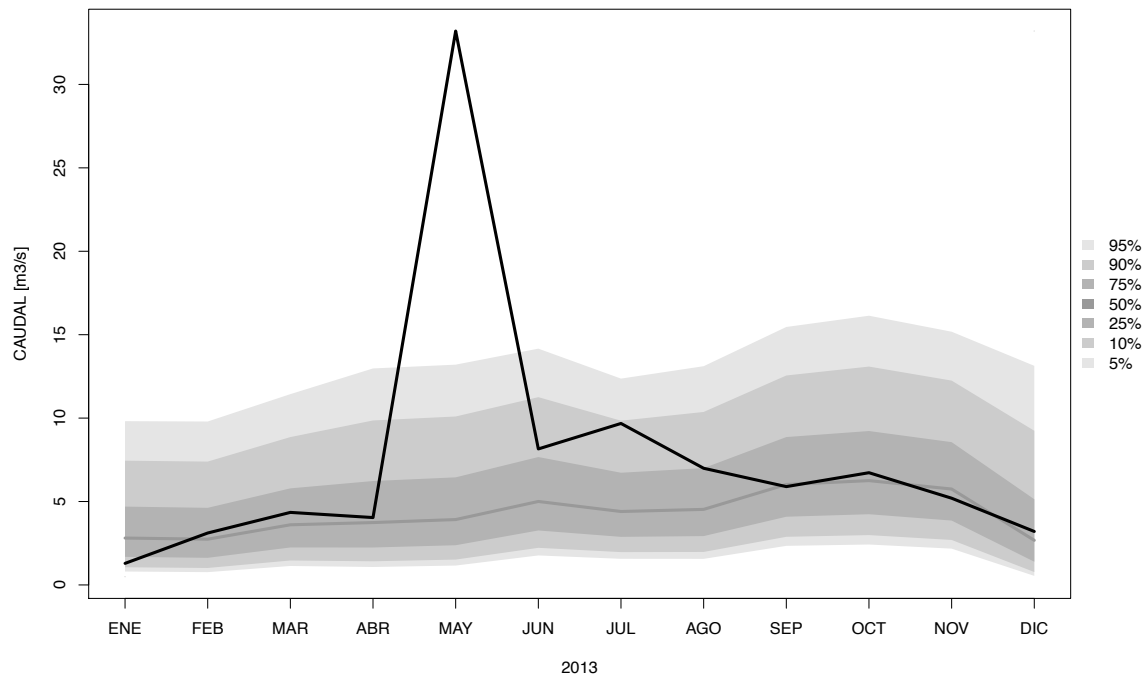
Estacion 14  
Modelo 2072 = caudal ~ season + AMO



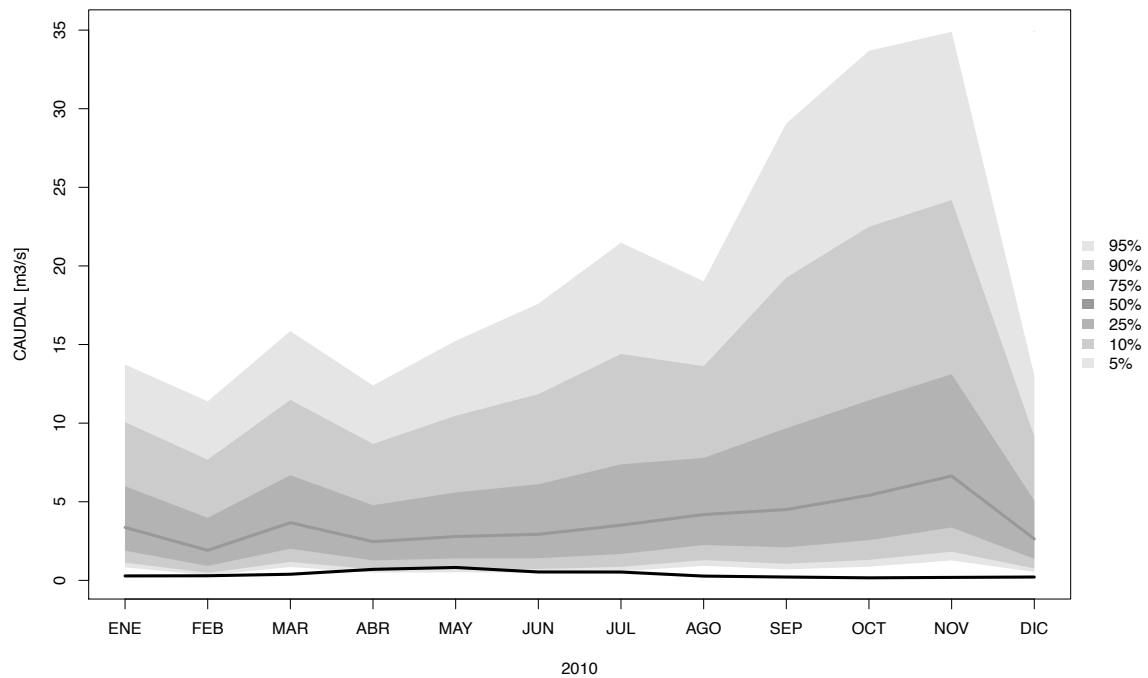




**Estacion 15**  
**Modelo 2931 = caudal ~ t + season + MEI + PDO + ONI + CAR + NTA**



**Estacion 16**  
**Modelo 3065 = caudal ~ t + season + MEI + SOI + NAO + AMO + ONI + CAR + NTA**





Estacion 17  
Modelo 4 = caudal ~ MEI

