

**EL USO DEL ERROR A TRAVÉS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA CON FUNCIÓN
PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS
GRADOS SÉPTIMO Y OCTAVO DE DOS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL
TOLIMA**

**RUBÉN DARÍO RIVERA GALINDO
JAVIER VILLANUEVA SÁNCHEZ**

**Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de
Magister en Educación**

**Director
MIGUEL ARMANDO RODRÍGUEZ MÁRQUEZ
Magister en Física
Magister en Estadística**

**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
IBAGUÉ-TOLIMA
2017**



**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACION**



ACTO DE SUSTENTACION TRABAJO DE GRADO

Fecha : *Miercoles 20 de diciembre 2017*
Hora : *8: 00 Am*
Lugar : *Bloque 33 Salón 204 Universidad del Tolima.*

PROGRAMA

1 *Presentación:*

*"EL USO DEL ERROR A TRAVÉS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA CON FUNCIÓN
PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS GRADOS SÉPTIMO
Y OCTAVO DE DOS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL TOLIMA"*

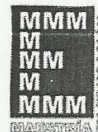
AUTOR : JAVIER VILLANUEVA SÁNCHEZ y RUBÉN DARÍO RIVERA GALINDO

JURADO: DAGOBERTO SALGADO HORTA

- 1. Reseña Biográfica*
- 2. Exposición del autor (30 minutos)*
- 3. Intervención y preguntas del jurado.*
- 4. Intervención y aclaraciones del director.*
- 5. Deliberación del jurado.*
- 6. Lectura del acta de sustentación.*



UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACIÓN



2
/
3

ACTA DE SUSTENTACION PUBLICA N° 001
SEMESTRE B-2017

Siendo las 8:00 a.m. horas del día 20 de diciembre de 2017 se reunieron en Bloque 33 Salón 204 Universidad del Tolima, el estudiante, el jurado y el Director del trabajo de grado e invitados al acto de sustentación:

TITULADO:

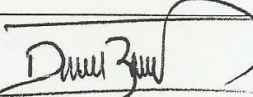
"EL USO DEL ERROR A TRAVÉS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA CON FUNCIÓN PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS GRADOS SÉPTIMO Y OCTAVO DE DOS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL TOLIMA"

La calificación otorgada por el jurado a la sustentación es la siguiente:

JURADO NOMBRE	DAGOBERTO SALGADO HORTA	CALIFICACION	4.8
---------------	-------------------------	--------------	-----

SIENDO LAS: 9:00 AM, HORAS SE CERRO EL ACTO DE SUSTENTACION

EN CONSTANCIA SE FIRMA:

JURADO NOMBRE	DAGOBERTO SALGADO HORTA	FIRMA	
---------------	-------------------------	-------	---

Barrio Santa Elena – Ibagué Colombia. Tel. directo 2668912
A.A. 546 – PBX 644219 – FAX (982) 644869 – 9800665348



**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACIÓN**



3
/
3

**FORMATO PARA CALIFICACION DE TRABAJOS DE GRADO
(Para uso del Jurado)**

FUNCIONES	CALIFICACION ASIGNADA
1. Aspectos de estilo y presentación	4.7
2. Marco teórico y actualización de conocimientos.	4.8
3. Método y técnicas adecuadas o de innovación en la metodología.	5.0
4. Relevancia científica y/o tecnológica e importancia socioeconómica de los resultados y recomendaciones.	4.6
NOTA FINAL	4.8

La calificación numérica equivale a la siguiente escala cualitativa así: Una nota definitiva menor de tres coma cero (3.0) equivale a REPROBADO; Entre tres coma cinco (3.5) y tres coma nueve (3.9) APROBADO, entre cuatro coma cero (4.0) y cuatro coma cuatro (4.4) SOBRESALIENTE, y entre cuatro coma cinco (4.5) cuatro coma nueve (4.9) MERITORIO y cinco coma cero (5.0) LAUREADO.

COMENTARIO DEL JURADO CALIFICADOR

CALIFICACION CUALITATIVA MERITORIO

NOMBRE DEL JURADO: DAGOBERTO SALGADO HORTA

FIRMA

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: JAVIER VILLANUEVA SANCHEZ-RUBEN DARIO RIVERA

FIRMA

NOMBRE DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO: MIGUEL ARMANDO RODRIGUEZ MARQUEZ

FIRMA

Barrio Santa Elena – Ibagué Colombia. Tel. directo 2668912

A.A. 546 – PBX 644219 – FAX (982) 644869 – 9800665348

DEDICATORIA

A Dios todo poderoso quien siempre me acompaña y me protege. A mis Padres Leyla Ruth y Jaime que con toda el alma me dio ánimos y sabiduría.

JAVIER VILLANUEVA SÁNCHEZ

A mis padres Luz Stella y Javier por el apoyo incondicional y la sabiduría que me permitieron realizar este trabajo. A mis hijos Nicolás y Matías que son el motor de mi vida.

RUBÉN DARÍO RIVERA GALINDO

AGRADECIMIENTOS

A la Maestría en Educación de la Universidad del Tolima por generar espacios de formación con actitudes reflexivas, analíticas, críticas e investigativas que aportan desde la educación a las transformaciones que demanda nuestra sociedad.

Al asesor de trabajo de grado el Mg. Miguel Armando Rodríguez, quien con su experiencia y saberes nos ayudó a culminar con éxito el laborioso y provechoso trabajo de grado.

A la Institución Educativa Técnica Reyes Umaña y la Institución Educativa Técnica Santa Isabel, que abrieron sus puertas y con las experiencias y aportes de los docentes, permitieron enriquecer la investigación.

A todas las personas que colaboraron de una u otra manera para la culminación de este trabajo de investigación.

RESUMEN

El aprendizaje de los estudiantes se puede desarrollar a partir de los errores mediante la evaluación en línea. Es común que los alumnos presenten errores en su aprendizaje, y que se evalúe a este solo por sus resultados sin que entre esto medie un proceso de aprendizaje o se plasme la evaluación formativa. En este trabajo investigativo se propone mejorar el aprendizaje mediante la evaluación en línea para cinco cursos de educación básica de dos instituciones educativas del Tolima, respecto a un tema relevante como son los números enteros.

La evaluación en línea inicial es el diagnóstico del avance de los aprendizajes de los estudiantes; la corrección de esa evaluación sirve para detectar los errores que frecuentemente cometen los alumnos en el análisis operacional de números enteros. El desarrollo del taller de refuerzo o retroalimentación interesa al discente como la mejor manera para superar sus errores. La evaluación en línea final debe ser la ratificación o validación del taller de refuerzo, o el logro alcanzado por los estudiantes en su aprendizaje.

Palabras Claves: Evaluación educativa, Error, Evaluación en Línea, Matemáticas, Números enteros.

ABSTRACT

The student's learning can be developed from the mistakes by means of online test. It is common that the pupils present errors during the learning, and evaluate them just by the results without intervening a learning process or create a formative assessment. This research work aim to improve learning, using an online evaluation to five courses of basic education in two educational institutions of the Tolima region, with questions about a relevant topic which are the whole numbers.

The initial online test is the diagnostic of learning progress in the students; the correction of this test, serves to detect the mistakes that frequently the pupils make in the operational analysis of the whole numbers. The development of a reinforcement or feedback workshop, matters the student as the best way to overcome their mistakes. The final online test must be the ratification or validation of the reinforcement workshop, or the achievement reached by the students in their learning.

Keywords: educational Evaluation, Mistake, online test, Mathematics, whole Numbers.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	17
1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	20
1.1 JUSTIFICACIÓN	20
1.2 ANTECEDENTES	22
1.3 MARCO CONTEXTUAL	26
1.3.1 Institución Educativa Antonio Reyes Umaña	26
1.3.2 Institución Educativa Técnica Santa Isabel	28
1.4 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	29
1.5 OBJETIVOS	30
1.5.1 Objetivo general	30
1.5.2 Objetivos específicos	31
2. REFERENTES TEÓRICOS	32
2.1 LA EVALUACIÓN EDUCATIVA	32
2.1.1 Función pedagógica de la evaluación	37
2.1.2 Tipos de evaluación educativa	38
2.1.2.1 Según su temporalización	38
2.1.2.2 Según sus agentes	39
2.1.2.3 Según su planificación	40
2.1.2.4 Según su función	40
2.1.3 Criterios de evaluación	41
2.1.4 La Evaluación formativa	42
2.1.4.1 Funciones de la evaluación formativa	44
2.1.4.2 Características de la evaluación formativa	45
2.1.5 La evaluación en las matemáticas	46
2.1.6 La evaluación en línea	49
2.1.7 Análisis de los ítems	51

2.1.7.1 Utilidad del análisis de ítems	52
2.1.7.2 La teoría de respuesta a los ítems	52
2.2 EL ERROR COMO EJE FUNDAMENTAL EN EL PROCESO DEL APRENDIZAJE	53
2.2.1 Propósitos generales del uso del error	55
2.2.2 Consideraciones de las teorías pedagógicas sobre el error	57
2.2.2.1 Teoría pedagógica tradicional	58
2.2.2.2 Teoría pedagógica de racionalismo crítico	58
2.2.2.3 Teoría pedagógica constructivista	59
2.2.3 Tipos de errores	60
2.2.4 El error en el aprendizaje de las matemáticas	63
2.2.4.1 Errores cometidos frecuentemente en las matemáticas	66
2.2.4.2 Causas y motivos de la persistencia de los errores en el aprendizaje de las matemáticas	68
2.3 EL COMPUTADOR E INTERNET	70
2.3.1 Los blogs	71
2.3.2 Pedagogías emergentes	72
2.3.3 Enseñanza y aprendizaje virtual	76
2.3.3.1 La evaluación automática	77
2.3.3.2 La evaluación colaborativa	78
2.3.3.3 Ambientes constructivistas de aprendizajes	79
2.3.4 Importancia de las TIC en la educación	80
2.3.4.1 Competencias TIC	80
2.3.4.2 Aportes de las TIC a la evaluación matemática	82
2.3.5 El formulario de Google Drive	83
2.4 APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	83
2.4.1 Definición de número entero	84
2.4.2 Historia de los números enteros	85
2.4.3 Errores frecuentes al resolver problemas con números enteros	87
3. METODOLOGÍA	89

3.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL ESTUDIO	89
3.1.1 Enfoque	89
3.1.2 Tipo de estudio	90
3.1.3 Tipo de diseño	90
3.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS SUJETOS DE INVESTIGACIÓN	90
3.3 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES Y OPERATIZACIÓN	92
3.4 FASES DEL ESTUDIO	92
3.4.1 Diseño de instrumentos de recolección de datos	93
3.4.1.1 Encuesta socio-cultural	93
3.4.1.2 Evaluación en línea inicial o diagnóstica	93
3.4.1.3 Diseño de la rúbrica para la corrección de la evaluación inicial y el taller de refuerzo	94
3.4.1.4 Corrección y retroalimentación de la evaluación inicial	94
3.4.1.5 Taller de refuerzo	95
3.4.1.6 Evaluación en línea final	95
3.4.2 Diseño de técnicas de análisis de datos	95
3.4.2.1 Análisis cuantitativo	96
3.4.2.2 Análisis cualitativo	96
4. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	97
4.1 ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA INICIAL	97
4.1.1 Análisis descriptivo del desempeño promedio de la evaluación en línea inicial	97
4.1.1.1 Análisis descriptivo por curso escolar	97
4.1.1.2 Análisis descriptivo por género	98
4.1.2 Análisis inferencial de la evaluación en línea Inicial	99
4.1.2.1 Análisis inferencial por curso	99
4.1.2.2 Análisis inferencial por género	100
4.1.3 Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea inicial	100
4.1.4 Consideraciones finales de la evaluación en línea inicial	101
4.2 ANÁLISIS DE LA CORRECCIÓN EN LA EVALUACIÓN EN LÍNEA INICIAL	101

4.2.1 Errores frecuentes de cada ítem de la evaluación en línea inicial	102
4.2.2 Causas y tipos de errores cometidos en la evaluación en línea inicial	105
4.2.2.1 Causas de los errores cometidos	105
4.2.2.2 Tipos de errores cometidos	106
4.3 ANÁLISIS TALLER DE REFUERZO	107
4.3.1 Registro de aprendizaje para cada ítem	108
4.3.2 Resultado final y proceso de aprendizaje del taller de refuerzo	113
4.4 ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA FINAL	113
4.4.1 Análisis descriptivo del desempeño de la evaluación en línea final	114
4.4.1.1 Análisis descriptivo por cursos	114
4.4.1.2 Análisis descriptivo por género	115
4.4.2 Análisis Inferencial del desempeño de la evaluación en línea final	115
4.4.2.1 Análisis inferencial por cursos	115
4.4.2.2 Análisis inferencial por genero	116
4.4.3 Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea final	116
4.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS EVALUACIONES EN LÍNEA	117
4.5.1 Análisis descriptivo del promedio de desempeño: evaluación en línea inicial vs evaluación en línea final	117
4.5.1.1 Análisis desempeño individual	118
4.5.1.2 Análisis del desempeño por institución educativa	119
4.5.1.3 Análisis del desempeño por género	119
4.5.2 Análisis comparativo del promedio de grado de efectividad de las evaluaciones en línea	120
4.5.3 Análisis inferencial: evaluación en línea final vs evaluación en línea inicial	121
4.5.3.1 Análisis inferencial del promedio de desempeño	122
4.5.3.2 Análisis Inferencial del grado de efectividad	123
5. CONCLUSIONES	124
RECOMENDACIONES	128

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 130

ANEXOS 139

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Cantidad de estudiantes según curso y genero	91
Tabla 2. Porcentajes de estudiantes de la muestra según el género y el curso	91
Tabla 3. Análisis inferencial de la evaluación en línea inicial según cursos	100
Tabla 4. Análisis inferencial de la evaluación en línea inicial según género	100
Tabla 5. Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea inicial	101
Tabla 6. Análisis inferencial de la evaluación final según los cursos	116
Tabla 7. Análisis inferencial de la evaluación final según el genero	116
Tabla 8. Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea final	117
Tabla 9. Análisis inferencial del promedio de desempeño en las dos evaluaciones en línea	122
Tabla 10. Análisis inferencial del promedio de grado de efectividad para las dos evaluaciones en línea	123

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Fotografía Institución Educativa Antonio reyes Umaña	27
Figura 2. Fotografía Institución Educativa santa Isabel	29
Figura 3. Cantidad de estudiantes por género y curso	91
Figura 4. Desempeño en la evaluación en línea inicial según los cursos	98
Figura 5. Desempeño en la evaluación en línea inicial según el género	99
Figura 6. Desempeño de la evaluación en línea final según cursos	114
Figura 7. Desempeño de la evaluación en línea final según género	115
Figura 8. Comparación desempeño individual de las evaluaciones en línea	118
Figura 9. Comparación desempeño por institución educativa de las evaluaciones en línea	119
Figura 10. Comparación desempeño por género de las evaluaciones en línea	120
Figura 11. Promedio de grado de efectividad en cada evaluación en línea	121
Figura 12. Promedio de desempeño de cada evaluación en línea	121

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Formato de encuesta	140
Anexo B. Evaluación en línea inicial	144
Anexo C. Rubrica para la corrección de la evaluación en línea inicial	152
Anexo D. Rubrica para la solución del taller de refuerzo	154
Anexo E. Taller de refuerzo	156
Anexo F. Evaluación Final en Línea	161
Anexo G. Fotos corrección evaluación inicial en línea	166
Anexo H. Fotos taller de refuerzo Institución Educativa Técnica Santa Isabel	169
Anexo I. Foto presentación evaluación inicial	170
Anexo J. Foto presentación evaluación final	171

INTRODUCCIÓN

En este proyecto de investigación se concibe la evaluación como un proceso a través del cual se pretende no solo determinar los resultados obtenidos, sino por el contrario encontrar los errores que presentan los estudiantes para implementar estrategias e instrumentos necesarios para su superación.

El gran avance en las últimas décadas de las TIC ha permitido que la forma de evaluar en la educación básica y media ya no sea de lápiz y papel sino mediante ordenadores o gracias a pruebas test organizadas mediante plataforma virtual. La evaluación en línea entonces hace parte de una de las herramientas o test organizados con las que el profesor cuenta para enriquecer el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes. Es de carácter formativo porque tiene un uso pedagógico, no solo trata de medir o examinar los resultados de los estudiantes sino que busca observar cómo evoluciona su aprendizaje.

En el proceso educativo el error se tiene en cuenta solo para discriminar, estigmatizar, medir, entre otros. Se anula el poder tan grande que tiene para contribuir al proceso del aprendizaje de las matemáticas en los discentes. El error hace parte fundamental en la formación y la evaluación educativa, este se puede retroalimentar para permitir que el estudiante aprenda y reflexione con el propósito de mejorar su formación matemática.

Los errores habituales de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, sirven para indagar sobre la fuente de los mismos y desarrollar propuestas orientadas a que los escolares puedan superarlos. La detección de errores como parte de las ideas previas del alumno es un primer paso para la aplicación de un modelo constructivista de aprendizaje, contribuye positivamente en el proceso de construcción de conocimientos matemáticos en los alumnos.

Los números enteros son indispensables para el desarrollo de las matemáticas de séptimo grado; se añade que a gran parte de los estudiantes se les dificulta el proceso de operar y el análisis de problemas o su contextualización. El proceso de aprendizaje se abordará con ayuda del error mediante las evaluaciones en línea para los estudiantes de las Instituciones Educativas analizadas en el presente trabajo investigativo.

Este estudio se dirige a diseñar situaciones de aprendizaje de conceptos matemáticos (números enteros), que desarrollen las capacidades de los estudiantes y les permitan expresar su comprensión sobre dichos conceptos, discutir y contrastar con sus compañeros, y someter a enjuiciamiento crítico. Se encontrará un camino que mostrará como los estudiantes pueden aprender a través del error aplicando la evaluación en línea. Esta forma de evaluación es un gran ejemplo de cómo usar el error en las matemáticas teniendo en cuenta las características principales de la evaluación formativa. Así mismo, en la metodología y los resultados se resalta que la retroalimentación es fundamental para evidenciar los errores cometidos en las evaluaciones.

Es relevante resaltar que las oportunidades de los estudiantes para aprender matemáticas dependen del entorno y del tipo de tareas y discurso en que participan, implicando que el docente cree actividades variadas, lo que marca a su vez, que las actitudes de los alumnos se modifiquen positivamente.

El primer capítulo se relaciona con el problema de investigación con los argumentos del mismo, encaminados bajo unos objetivos. Para el segundo capítulo, se presenta el marco referencial el cual articula componentes: evaluación, error, las TIC y el aprendizaje de las matemáticas especialmente sobre números enteros.

En el tercer capítulo, está encaminado a describir los materiales y métodos, esbozando las diversas etapas en desarrollo enmarcadas con el asocio de encuestas, talleres y evaluaciones en línea; para retroalimentar el error que cometen los estudiantes al resolver problemas y ejercicios contextualizados de números enteros.

Para el capítulo cuarto, se presentan los resultados y análisis de las diversas fases involucradas en el proyecto, con los respectivos instrumentos del trabajo. Por su parte, el capítulo quinto da cuenta de la discusión general de las conclusiones y recomendaciones a través de las fases metodológicas del proyecto de investigación; además se evidencia el logro en cada uno de los objetivos trazados.

A manera de anexos se presentan en su orden la encuesta socio-cultural, evaluación en línea diagnóstica o inicial, la secuencia didáctica (talleres de retroalimentación) y la evaluación en línea final.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El error ha sido representado como una manera de observar las dificultades del aprendizaje en los estudiantes, este proceder arcaico ha sido parte de la educación tradicional. Según la teoría constructivista del aprendizaje, el error es una herramienta que permite tanto al docente como al estudiante reconocer y mejorar las prácticas de enseñanza-aprendizaje; es decir, el profesor y sus alumnos aprenden del error o de la dificultad porque hace parte del proceso formativo (Astolfi, 1999).

El análisis de los errores favorece al docente para que organice estrategias hacia un mejor aprendizaje, insistiendo en aspectos que generan más dificultades, que contribuya a una mejor preparación de instancias de corrección y retroalimentación. El desafío está, en generar estrategias que permitan ayudar a solventar errores reiterados en el proceso, y que suelen ser identificados por la mayoría de los docentes de matemáticas.

Teniendo en cuenta lo anterior, las dos instituciones educativas del presente estudio: Antonio Reyes Umaña de Ibagué y la Técnica Santa Isabel del municipio que lleva el mismo nombre, han seguido planteamientos pedagógicos de la educación tradicional, que toman el error desde un aspecto negativo y sancionador. Con este trabajo se quiere aportar al mejoramiento continuo como una alternativa de enseñanza-aprendizaje con base en herramientas TIC, explícitamente la evaluación en línea como parte del proceso formativo.

El tema central y básico hace referencia a los números enteros. Este contenido es de vital importancia para el aprendizaje de las matemáticas de todo el ciclo escolar en especial el séptimo grado, los estudiantes tienen gran dificultad en resolver ejercicios y problemas aplicativos o de contexto.

1.1 JUSTIFICACIÓN

Los estudiantes frecuentemente comenten errores en el aprendizaje de las matemáticas de séptimo grado, en este trabajo se abordan problemas relacionados con el manejo o comprensión de los números enteros.

En las instituciones educativas el error ha sido catalogado como una manera de examinar los defectos que tienen los estudiantes en su aprendizaje (evidenciándose este aspecto en las dos instituciones educativas del presente estudio), relegando el error como una oportunidad de mejorar el proceso de formación; por consiguiente, se debe percibir la equivocación de una manera positiva o constructivista, de tal manera que reconozca a los estudiantes no como máquinas perfectas sino por el contrario, como seres que dudan y se equivocan en su formación (Carrión, 2007). Otro motivo es conocer las causas o razones del por qué los estudiantes cometen errores, condicionando a reflexionar a estudiantes y profesores sobre la importancia del error en la educación.

La aplicación de evaluación en línea es hoy en día parte de los criterios evaluativos de muchas instituciones educativas, incluyendo las dos instituciones del presente trabajo. Este instrumento se convierte en una manera eficaz para detectar los errores que cometen los estudiantes en el desarrollo de ejercicios y problemas de números enteros y su posterior retroalimentación. No se trata de disminuir los errores sino de que los propios estudiantes se den cuenta y superen dicha dificultad, de esa forma el estudiante construirá autónomamente conocimiento.

La formación de la mayor parte de las instituciones educativas del Tolima presentan fallas en el campo de la evaluación, no la toman como un eje importante en este proceso educativo porque para muchos maestros evaluar significa medir, discriminar y clasificar; por consiguiente, no se realiza una adecuada evaluación dentro de las aulas.

Es necesario que los estudiantes mediante la evaluación en línea aprendan significativamente y reciban retroalimentación de los errores que cometan en la evaluación respectiva.

La evaluación en línea tiene un uso pedagógico, los estudiantes corrigen esta actividad evaluativa mediante un proceso de retroalimentación o talleres, para que luego ellos mismos presenten otra evaluación en línea dando cuenta esta última del avance del proceso de aprendizaje.

1.2 ANTECEDENTES

El estudio de los errores en el aprendizaje de las matemáticas es de permanente interés para diferentes investigadores, se ha caracterizado por aproximaciones e intereses muy distintos. En las primeras décadas del siglo XX, los trabajos de investigación se circunscribieron al análisis de errores cometidos en Aritmética por alumnos de los primeros años escolares.

Se considera a Weiner (1922), citado por Seminara, Del Puerto y Minnaard (2006), en Alemania, el fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de errores; en sus investigaciones trató de establecer patrones de errores que explicasen las equivocaciones individuales en todas las materias y para todos los grupos de edades escolares (Rico, 1995).

A partir de los años 50, se dio la sistematización de la información. La cibernética de Wiener abrió nuevas puertas para las investigaciones en diversas áreas del conocimiento. Se compartía el supuesto que la mente humana poseía una estructura semejante a la de una computadora, la cual procesa la información a través de una serie de memorias. Sobre la óptica del procesamiento de la información, muchos investigadores utilizaron esta técnica en sus trabajos de análisis de errores (Abrate, Pochulu & Vargas, 2006).

Una de las investigaciones destacadas de esta fase fue realizada por Lankford, quien trabajó con alumnos del séptimo grado cuando resolvían problemas que involucraban las cuatro operaciones básicas con números enteros y racionales.

A partir de los estudios del procesamiento humano de la información, Brown y Burton desarrollaron un programa de ordenador denominado *Buggy*, con la finalidad de estudiar los errores sistemáticos cometidos por los alumnos en operaciones de sustracción.

A partir de la década del sesenta y en los años posteriores, las aplicaciones e implicaciones al campo de la educación comenzaron a proyectarse en forma notable y el abordaje del error tuvo una visión más constructivista, en tanto se estimuló su ocurrencia puesto que brindaba posibilidades para el sujeto constructor de conocimiento.

Los investigadores se preocuparon por clasificar los errores para permitir a los profesores una modificación de las estrategias de enseñanza, con la intención de tornarlas más eficaces, y por ende, reforzar una visión absolutista de la Matemática, en tanto se encaminaba a dotar a los alumnos de medios que permitieran alcanzar la verdad absoluta y se evitaran los errores (Abrate, Pochulu & Vargas, 2006).

Borasi (1987), considera que los errores son analizados con dos objetivos fundamentales: para eliminarlos o para explorar sus potencialidades. En cualquiera de los dos casos, estaríamos centrándonos en el contenido técnico-matemático del error, en la naturaleza de la Matemática o en el proceso de aprendizaje de la propia disciplina.

Rico (1995), argumenta que la mayor parte de los estudios sobre errores, realizados con anterioridad a 1960, han consistido en recuentos del número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas y un análisis de los tipos de errores detectados, para proceder luego, a una clasificación que permita determinar cómo surgen los errores a partir de la solución correcta, en la que se hacen inferencias sobre qué factores pueden haber conducido al error.

Por otro lado, investigadores como Ashlock, Reisman, Robitaille, Bell, Ginsburg, Erlwanger y otros citados en Rico (1995, p.80), consideran que los errores en las matemáticas no tienen un carácter accidental, sino que surgen por las estrategias y reglas personales empleadas en la resolución de problemas, y devienen de experiencias

particulares e interpretaciones realizadas con base en los conocimientos matemáticos iniciales.

Según Pochulu (2009), en Alemania a principios de los noventa y sin que mediaran intercambios entre investigadores americanos y europeos, aparecieron los primeros trabajos sobre errores, los que posiblemente se vieron influenciados por la importancia que tuvo la Pedagogía Empírica, la cual empleaba técnicas de introspección propias de la Psicología Experimental.

Otro autor como Socas (1997), se ha referido sobre las diferencias entre obstáculos y error en el aprendizaje pero enfocado hacia las matemáticas. Astolfi (1999), definió el error en el aprendizaje de los estudiantes y clasificó los errores con base en su experiencia formativa en la educación. Franchi y de Rincón (2004), desde un punto de vista específico investigaron sobre las tipologías de errores con respecto a una asignatura como es la geometría plana. Carrión (2007), realizó un análisis de errores de estudiantes y profesores en expresiones combinadas con números naturales, muy parecido al presente trabajo pero con diferentes grados escolares.

Gómez, Gonzáles y Restrepo (2015), le dan importancia de usar el error en el aprendizaje de las matemáticas, partiendo de la planificación y la formulación de expectativas de aprendizaje y la formulación de hipótesis.

Campos y Pérez (2016), se refirió sobre la retroalimentación del error en el aprendizaje. Este enfoque va muy de la mano con el constructivismo, afianzando mucho más la relación entre el error en el aprendizaje y las emociones de los estudiantes.

En la actualidad el error es considerado parte inseparable del proceso de aprendizaje. Los investigadores en educación matemática sugieren diagnosticar y tratar seriamente los errores de los alumnos, discutir con ellos sus concepciones erróneas, y presentarles luego situaciones matemáticas que les permitan reajustar sus ideas (Seminara, et al., 2006).

Con respecto a las TIC se destacan las siguientes investigaciones:

Fernández, Server y Cepero (2001), investigaron la importancia para la educación si se genera avances de la virtualidad o de la pedagogías emergentes; Cuadrado, Pérez y Armendáriz (2005), se acercaron al concepto de la evaluación mediante test por ordenador o la evaluación en línea; Barbera (2006), investiga sobre los aportes de la tecnología a la evaluación educativa; Yanes (2009), realizó una crítica al sistema educativo actual de Chile y propuso soluciones como la implementación de herramientas TIC en la educación y especialmente en la evaluación formativa; Junta de Castilla y León (2011A), como trabajo institucional entregó aportes sobre las TIC en la educación y el uso inteligente de esas tecnologías para los alumnos. Adell y Castañeda (2012), hablan sobre las pedagogías emergentes refiriéndose a las tecnologías de la información en la educación; Esteve y Gisbert (2013), se detienen sobre los instrumentos de la evaluación aplicados en la tecnología de la información transformadas en competencias digitales; Muñoz y González (2015), formularon las ventajas de las TIC en orientación educativa mediante las plataformas web para orientación de la educación secundaria.

Tradicionalmente se ha considerado y utilizado la evaluación como un proceso técnico de verificación de resultados de aprendizaje acorde con objetivos predeterminados. Se destacan los siguientes antecedentes destacados de la evaluación educativa incluyendo los de la evaluación en línea:

Santamaría (2005), se refirió sobre el carácter cuantitativo y cualitativo en la evaluación educativa; Santos Guerra (2010), durante la primera década del nuevo siglo dio grandes aportes a la evaluación educativa desde un punto de vista formativo; Casanova (2007), aclara situaciones educativas del por qué es necesario aplicar la evaluación a los estudiantes con fines formativos, y a su vez tiene en cuenta los objetivos primordiales de la evaluación educativa; Mato y De la Torre (2009), analizaron las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico de los estudiantes en su campo educativo; Contreras (2010), investigó sobre los procedimientos y prácticas en la evaluación del aprendizaje; Sáiz (2011), investigó sobre la evaluación en línea en la educación superior; Jarero, Aparicio y Sosa (2013), elaboraron estrategias para que los estudiantes

presenten pruebas escritas en la evaluación de aprendizaje de matemáticas; Navío (2014), investigó la evaluación del proceso de aprendizaje al alumnado de Secundaria; Guanoquiza (2015), indagó sobre las técnicas innovadoras de evaluación de aprendizaje de matemáticas con la colaboración de la Universidad Técnica de Ambato.

Las últimas investigaciones sobre números enteros relevantes son las siguientes:

Iriarte, Jimeno y Vargas (1990), describió los Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros ; Arteaga y Rivas (2014), comenzaron a investigar sobre las ventajas que pueden ayudar a los estudiantes en el desarrollo de las estructuras aditivas de los números enteros, mediante la utilización de los materiales físicos y virtuales; Almería y Sevilla (2015), indagan sobre las competencias básicas matemáticas que deben poseer los estudiantes de primer año en el contenido de números enteros, esta investigación se realizó en Carabobo (Venezuela); Aristizábal (2016), junto con la Universidad de Antioquia, realizó una guía didáctica de interaprendizaje para que el estudiante aprenda de la mejor manera números enteros.

1.3 MARCO CONTEXTUAL

1.3.1 Institución Educativa Antonio Reyes Umaña. La Institución Educativa Antonio Reyes Umaña es un establecimiento educativo oficial ubicado o localizado en la comuna once al sur del municipio de Ibagué.

Las familias del entorno que hace parte de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña, pertenecen a los estratos 0, 1 y 2, con viviendas multifamiliares.

Los habitantes de la comuna once se emplean en diferentes cargos u oficios como son: construcción, en plazas de mercado, en negocios independientes, empleos catalogados de baja remuneración económica; de igual forma se presenta un alto índice de desempleo, por los niveles de escolaridad que se presenta en los adultos de la zona.

Figura 1. Fotografía Institución Educativa Antonio reyes Umaña



Fuente: Los autores

La Institución, inició labores el 18 de marzo de 1978 en la Jornada de la mañana bajo la Coordinación del Licenciado Hugo León Vivas Suárez; como satélite del Colegio Leónidas Rubio Villegas, para dar cobertura educativa a los habitantes de los barrios aledaños.

El 23 de febrero de 1979, el Decreto 0156 de la Gobernación del Tolima lo independiza del Leónidas Rubio Villegas. Posteriormente el Decreto 2171 de Diciembre 28 de 1979 le da el nombre de Antonio Reyes Umaña, en memoria de quien fuera Secretario de Educación del Departamento del Tolima.

1.3.2 Institución Educativa Técnica Santa Isabel. La Institución Educativa Técnica Santa Isabel es un establecimiento educativo oficial que ofrece todos los niveles de la educación básica y media y; de su sede central, dependen ocho sedes: dos urbanas, Santa Teresita del Niño Jesús y Antonio Nariño; y seis en la zona rural: La Rica, Guaimaral, La Góngoja, San Carlos, La Pava y La Cristalina.

El plantel, en sus 100 años de vida ha tenido siete nombres, la mayor parte de ellos tomados de nombres de santos, como evidencia del tipo de formación clerical que lo caracterizó durante la mayor parte de su existencia.

Comenzó en 1916 con el nombre de María Auxiliadora con estudiantes del sexo femenino funcionando como tal hasta 1929. En 1930 dio acceso a estudiantes varones y adquirió luego el nombre de José Celestino Mutis; a partir de 1938 siguió funcionando con el nombre de Santo Tomás de Aquino; luego fue “Santa Teresita” y “Santa Isabel de Hungría”; en 1948 reabrió actividades con el nombre de Roque Casas.

La violencia partidista de mediados del siglo XX, obligó al cierre del colegio durante dos años, 1953 y 1954. Ya en 1964 entró a operar donde actualmente funciona y en 1965, con acto de inauguración presidido por el entonces secretario de Educación Guillermo Angulo Gómez, pasó a tener el nombre de Santo Tomás de Aquino, nombre que sólo mantuvo hasta 1967 cuando optó por el nombre de Carlos Torrente Llano, con la rectoría de Leobigildo Cardoso hasta 1986 cuando siguió funcionando con el nombre de Instituto Tecnológico Santa Isabel, que se transforma levemente para tener el nombre actual de Institución Educativa Técnica Santa Isabel, el establecimiento educativo más importante del municipio (Chamorro, 2016).

La única jornada escolar es de 7 de la mañana hasta 1 de la tarde. La Institución Educativa Técnica Santa Isabel se encuentra ubicada en la carrera primera entre calles 6 y 7 dentro del casco urbano del respectivo municipio. La institución educativa para el año 2017 cuenta con un total de 13 docentes (2 del área de matemáticas), 2 directivos

docentes y 4 administrativos. La sede central que es referente al presente estudio cuenta con 285 estudiantes, de los cuales cursan octavo grado 44 estudiantes.

El aspecto académico de los estudiantes es preocupante, tal como sucede con muchas instituciones educativas públicas en Colombia. Los estudiantes en su mayoría no tienen actitud para aprender, la familia no los motiva a superarse o a formarse. Esto se ve reflejado en el poco acompañamiento de los padres de familia, no solo en las reuniones de entrega de notas por periodo, sino en el seguimiento continuo del rendimiento de sus hijos durante el periodo académico.

Figura 2. Fotografía Institución Educativa Santa Isabel



Fuente: Autores

1.4 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- I. ¿Cómo se puede emplear el error que cometen los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña y de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel, en el aprendizaje de los números enteros a través de la evaluación en línea?

- II. ¿Qué errores frecuentes o comunes al evaluar el aprendizaje sobre los números enteros, cometen los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña y de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel?

- III. ¿Cómo se aplica la teoría del error en la evaluación formativa con el fin de contribuir al aprendizaje de los números enteros, en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña y de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel?

- IV. ¿Cómo se realiza la evaluación formativa al usar la estrategia de retroalimentación del error con el fin de mejorar el aprendizaje de los números enteros, en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña y de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel?

- V. ¿De qué forma se puede utilizar la evaluación en línea de Google Drive como factor formativo en el aprendizaje de las matemáticas

1.5 OBJETIVOS

1.5.1 Objetivo General. Contribuir a la construcción del conocimiento matemático sobre números enteros en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña y de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel, utilizando el error como herramienta formativa a través de la evaluación en línea

1.5.2

Objetivos Específicos

- I. Disminuir las dificultades de aprendizaje sobre números enteros utilizando el error a como herramienta formativa a través de la evaluación en línea.

- II. Identificar los errores más frecuentes y comunes que cometen los estudiantes de las dos instituciones educativas.

- III. Proporcionar a la evaluación en línea un uso pedagógico, connotando el uso del error como herramienta formativa.
- IV. Implementar una secuencia evaluativa para aplicar la teoría del error en la evaluación formativa con el fin de contribuir al aprendizaje de los números enteros.

2. REFERENTES TEÓRICOS

La directriz teórica que guía este estudio y que contribuye a la construcción de la metodología, se concentra en definir términos y conocer características que son amplios y fundamentales para el presente trabajo.

En esta sección se realiza una recapitulación sobre distintos temas referentes al presente trabajo de investigación, como son: evaluación educativa, error, TICS, aprendizaje de las matemáticas y números enteros.

2.1 LA EVALUACIÓN EDUCATIVA

La evaluación es un proceso selectivo y crítico en el que las ideas originales, creativas y potencialmente útiles deben reconocerse y preferirse por encima de aquellas repetitivas, irrelevantes e inapropiadas. La evaluación como lo afirma Olmos (2008), debe verse no como un fin o una meta sino como un medio o como un instrumento para el logro de los objetivos de aprendizaje. Esto deja ver un carácter más pedagógico y didáctico de la evaluación, es decir, se le confina la cualidad de ser algo dinámico-continuo y complejo, que deviene de una intencionalidad y fines específicos, a saber, el disponer de información confiable y relevante para orientar y retroalimentar el proceso educativo mismo (Turpo, 2011).

Según Tyler (1950), citado por Castillo, Gómez y Miranda (2012), el concepto de evaluación es: “proceso destinado a determinar en qué medida el currículo y la enseñanza satisfacen realmente los objetivos de la educación” (p.46).

Teleña (1985), citados por los mismos autores Castillo et al. (2012), se refiere a la evaluación como:

Una operación sistemática, integrada en la actividad educativa con el objetivo de conseguir su mejoramiento continuo, mediante el conocimiento lo más exacto posible del alumno en todos los aspectos de su personalidad, aportando una información ajustada sobre el proceso mismo y sobre todos los factores personales y ambientales que en ésta inciden. Señala en qué medida el proceso educativo logra sus objetivos fundamentales y confronta los fijados con los realmente alcanzados (p.47).

Según Gimeno (1981):

Evaluar consiste en emitir juicios de valor acerca de algo, con alguna finalidad: se evalúa para tomar decisiones con respecto a la marcha de un proceso, por ese motivo la evaluación no tiene un fin en sí mismo, no se evalúa por evaluar (p.12).

Según Casanova (2007):

La evaluación aplicada a la enseñanza y el aprendizaje consiste en un proceso sistemático y riguroso de obtención de datos, incorporado al proceso educativo desde su comienzo, de manera que sea posible disponer de información continua y significativa; para conocer la situación, formar juicios de valor con respecto a ella y tomar las decisiones adecuadas para proseguir la actividad educativa mejorándola progresivamente (pp.70-71).

La evaluación debe verse como un proceso continuo que fortalece el aprendizaje. Debe ofrecer al alumno experiencias que pueda captar con las ideas y habilidades que ya tiene, pero que también exigen una extensión o modificación de estas. (García, 2010).

Otra idea sobre evaluación: “La calidad de la educación depende, de buena medida, de la rigurosidad de la evaluación. La evaluación es compleja porque se desemboca no sólo en asumir, sino también en rechazar muchas posibilidades, y la abundancia de posibilidades implica una dolorosa selección” (Casanova, 2007, p.90).

La evaluación educativa es un escenario que pone de manifiesto el aprendizaje, comprende un proceso con funciones pedagógicas y administrativas, es ante todo un sistema de interrelaciones entre los que evalúan, los que son evaluados y la estrategia empleada. Para Contreras (2010), la evaluación debe ser un agente formador en el aula que permita al estudiante desarrollarse integralmente. La práctica evaluadora debe responder a diversas finalidades: ayudar a los estudiantes a avanzar en su proceso de aprendizaje; comprobar y hacer balance de los conocimientos adquiridos; informar a familias y alumnos/as de los resultados alcanzados al final de un período determinado (Navío, 2014).

García (2010) afirma:

La evaluación educativa debe reconocerse como una actividad que supera el ejercicio técnico operativo y procedimental, que trasciende el proceso mecánico de prestar un examen o prueba donde se obtiene, como resultado único y exclusivo, una nota que, por si sola, no brinda una información comprensiva del aprendizaje, de la situación histórica y del contexto del proceso (p.12).

La evaluación de los estudiantes debe contar con propósitos por medio de los cuales se puedan identificar las características y estilos de aprendizaje del estudiante (Guanoquiza, 2015). Tal como lo afirma Turpo (2011), “la evaluación del aprendizaje resulta vital, por cuanto contribuye a conocer no solo el nivel de rendimiento académico sino las dificultades y potencialidades de los estudiantes en su proceso de enseñanza-aprendizaje” (p.214).

Según Navío (2014), el progreso educativo de los estudiantes es el objetivo natural de la evaluación, por tanto la evaluación formativa en todos los casos pretende enriquecer y mejorar las actuaciones futuras del estudiante. El objetivo de la evaluación según Guanoquiza (2015), “es emitir un juicio acerca de los aprendizajes alcanzados por los alumnos, para tomar decisiones, corrigiendo lo que está desmejorado o avanzando hacia la consecución de nuevos objetivos” (p.63). Según Navío (2014), debe evaluarse con la mayor objetividad posible y con la mayor amplitud de aspectos que integran el proceso de aprendizaje y el contexto educativo.

Desafortunadamente, la evaluación se ha venido utilizando como una herramienta de poder, de medir, esto ha hecho que no se le dé el valor de importancia que tiene en el aprendizaje (Casanova, 2007). Otros autores afirman: “los profesores siguen empleando la evaluación en las aulas como mecanismo de control de comportamientos, luego entonces, es indudable que la evaluación aún es ejercida con propósitos más administrativos que pedagógicos y didácticos” (Jarero, Aparicio & Sosa, 2013, p. 215).

Como lo afirma Casanova (2007):

Los alumnos estudian para aprobar. Los profesores enseñan para que sus alumnos superen las evaluaciones. Lo que tiene valor real en la enseñanza es lo que se evalúa; de lo contrario, nadie lo tiene en cuenta. Las familias se preocupan de la situación de aprendizaje de sus hijos cuando éstos reprueban (p.70).

Es por lo anterior que se deben tener presentes actividades evaluativas con propósitos formativos, en el que sea importante el análisis de errores y se permita analizarlos y comprenderlos antes que sancionarlos. La evaluación debe asentar la adaptación de los programas educativos a las características individuales del alumno, detectar sus puntos débiles para poder corregirlos y tener un conocimiento cabal de cada uno (Guanoquiza, 2015).

El problema central de la evaluación educativa no son las técnicas, instrumentos o los formatos para valorar o las representaciones cuantitativas o cualitativas; el problema está en relación con el sujeto que aprende, se entiende una evaluación más humana que reconoce al estudiante como sujeto social, histórico y cultural con necesidades particulares; es decir, la evaluación debe adaptarse y ajustarse al contexto social, educativo, pedagógico y escolar. La evaluación debe ser un proceso de reflexión crítica que implica participación y autoconstrucción del conocimiento. Se debe convertir la evaluación como proceso permanente de revisión y análisis de la práctica (García & Moncada, 2011).

Según Mato & De la Torre (2009), la evaluación debe tener tres momentos: Evaluación inicial: en ella podemos obtener datos de los pre saberes de los educandos, evaluación formativa: donde el docente dirige o redirige el proceso de enseñanza, y la evaluación sumativa, donde el educador obtiene datos más claros respecto a los objetivos trazados acompañada de la evaluación formativa. La retroalimentación hace parte del segundo momento en la evaluación y debe informar a los aprendices sobre lo que han hecho bien y lo que necesitan hacer de manera distinta.

En la evaluación para el aprendizaje el eje motor principal es la retroalimentación y el aprovechamiento que de ésta realizan los alumnos y los mismos profesores. Es en el marco del diálogo entre profesor y alumnos que se organiza alrededor del contenido y del quehacer académico en el que se ofrece una ayuda y respuesta ajustada, coherente, y contextualizada en la materia de estudio que sirve para avanzar en el conocimiento (Barberá, 2006; Gimeno, 1981).

No pueden estar ausentes componentes de orden pedagógico, didáctico y cognitivo en la evaluación. Esto se convierte en variables esenciales para el desarrollo de la evaluación. La variable pedagógica es la relación entre la estrategia o prueba y el profesor, la variable didáctica relaciona la prueba con el estudiante. Por último, para completar la arista la variable cognitiva relaciona el estudiante y el profesor (Navío, 2014).

2.1.1 Función pedagógica de la evaluación. La función pedagógica es el ejercicio de tareas cuya realización requiere competencias adquiridas por medio del conocimiento de la educación; es una actividad específica, con fundamento en conocimiento especializado, que permite establecer hechos y generar decisiones (Contreras, 2010). Esta función satisface la necesidad social de la calidad de la enseñanza, implica que el profesional de la educación debe intervenir formativamente, correspondiente a la función pedagógica para la que se ha habilitado.

La evaluación tiene una función pedagógica, permitiendo reconocer avances en el proceso de enseñanza aprendizaje e implementar planes de mejoramiento, es mucho más que un examen: es recoger información válida, es poder formular un juicio de valor y es tener la capacidad para tomar las decisiones (Navío, 2014).

Santos Guerra (2010), plantea que la evaluación tiene unos fines secundarios los cuales son: proveer información a los alumnos del proceso de aprendizaje, proporcionar información al docente y padres de familia sobre el éxito o no del proceso de enseñanza y aprendizaje; y por ultimo aportar información a la institución sobre el avance que van obteniendo los estudiantes y el docente en el aprendizaje.

Para otros autores: “la evaluación debe cumplir dos funciones: a) ajustar pedagógicamente la propuesta de enseñanza y b) evaluar los resultados; es decir, si se han logrado las intenciones educativas”. (Cataldi, Méndez & Lage, 2012, p.12).

La evaluación debe aportar información suficiente que explique porque se producen resultados en términos de éxito o de fracaso (Navío, 2014). Esta debe dar reconocimiento no a los resultados sino a los procesos que implican conseguir el objetivo.

Se deben desarrollar acciones que permitan a los estudiantes construir o reconstruir sus respuestas o sus aprendizajes, y no sencillamente verificar si el estudiante cuenta con el conocimiento (Jarero, et al., 2013).

Los mismos autores Jarero et al. (2013), comunican que se debe evaluar la evolución de los aprendizajes y las directrices de estudio; el estudiante debe ser una persona activa en la evaluación y no presa de un objeto, comprendiendo más que un juicio o un proceso con funciones pedagógicas y administrativas, es ante todo un sistema de interrelaciones entre los que evalúan, los que son evaluados y la estrategia empleada. Por tanto, se evalúa para comunicar resultados de diferente naturaleza, cualitativos y cuantitativos, y todo ello contribuye a situar al alumno en la norma general de consecución de un conocimiento concreto y para mejorar progresivamente sus consecuciones (Barberá, 2006).

2.1.2 Tipos de evaluación educativa. La evaluación educativa se clasifica según el momento en que se ejecuta o realiza, de la mano de quienes evalúan, conforme su función o respecto a su planificación. A continuación se describen cada uno de esas tipologías.

2.1.2.1 Según su temporalización. La evaluación inicial (previa): Ocurre en la apertura del proceso de enseñanza-aprendizaje. Su meta es determinar el grado de preparación del alumno previo al nuevo aprendizaje, pronosticando, dificultades y aciertos previsibles (Turpo, 2011). Detecta los conocimientos y las habilidades previas de los estudiantes (Alfaro, 2015).

La evaluación procesual (continua): Ofrece información permanente, al controlar lo planificado; o si por el contrario, aparecen desvíos que los desvirtúan, obliga a su reconducción. Es formativa, al detectar cuando se produce una dificultad, las causas que lo provocan y los correctivos a introducir, estipulando por el nivel de aprendizaje y concretando los aspectos aún no dominados; es una comprobación sistemática sobre los resultados previstos, adecuándolo en función de los logros. Es reguladora, mostrando no sólo los resultados del proceso sino los cambios que la realidad demanda; o a la inversa, asegurando su ajuste a las personas a las que se dirige (Mato & de la Torre, 2009). Según Alfaro (2015), la evaluación por procesos permite la valoración del conocimiento del estudiante y de las estrategias de enseñanza del maestro,

permitiéndole al docente tomar decisiones inmediatas para mejorar resultados. Implica una interacción permanente entre el maestro y el alumno.

Casanova (2007) afirma:

La evaluación procesual es aquella que consiste en la valoración continua del aprendizaje del alumnado y de la enseñanza del profesor, mediante la obtención sistemática de datos, análisis de los mismos y toma de decisiones oportuna mientras tiene lugar el propio proceso (p. 28).

La evaluación final (confirmatoria): Determina si el aprendizaje ha sido logrado o no, y es el punto de partida para una nueva intervención; toma datos de la evaluación formativa, obtenidos durante el proceso y añade otros más puntuales; explora los objetivos al término del periodo instructivo; tiene una función sancionadora, en la medida que ayuda a decidir el aprobado o no aprobado de un determinado grado de estudios, área curricular, entre otros. (Turpo, 2011). Según Alfaro (2015), permite la verificación de los resultados alcanzados en contraste con los aprendizajes previstos. Una evaluación final puede estar referida al fin de un ciclo, curso o etapa educativa, pero también al término del desarrollo de una unidad didáctica o del proceso habido a lo largo de un periodo o trimestre.

2.1.2.2 Según sus agentes. De acuerdo con Casanova (2007), la evaluación se clasifica según las personas que realizan la evaluación:

Autoevaluación: Es el proceso que le permite al estudiante tomar conciencia mediante el reconocimiento de su avance y progreso, además sirve de motivación y refuerzo de aprendizaje y lo ayuda a responsabilizarse de sus desempeños (Alfaro, 2015). El propio estudiante evalúa sus actuaciones o valora su propia labor y el grado de satisfacción que le produce. Este tipo de evaluación se convierte en un procedimiento metodológico para alcanzar que el alumno sea capaz de valorar (Turpo, 2011). Según Moreno (2011), “el alumno es el principal evaluador” (p.35).

Otros autores afirman:

La autoevaluación es un proceso mediante el cual el alumno aprende y participa en su propia valoración. Le permite conocer sus logros y dificultades, analizar y considerar su acción individual y en grupo, desarrollar una actitud de permanente conciencias y responsabilidad y alcanzar, por último, una mayor capacidad de autonomía y de decisión. (Castillo & Cabrerizo, 2003, p. 14)

Coevaluación: Es la evaluación que se realiza entre pares con una responsabilidad compartida en los procesos de enseñanza aprendizaje. Esta práctica ayuda a los estudiantes a una convivencia respetuosa y ejercer otros valores como respeto, tolerancia, objetividad, autocrítica y solidaridad (Alfaro, 2015).

Hetero-evaluación: Consiste en la evaluación que realiza una persona sobre otra, en otras palabras, es la realizada por el docente como responsable del proceso formativo, aplicada a través de procedimientos e instrumentos que recogen la información requerida, a fin de tomar decisiones pertinentes (Turpo, 2011; Alfaro, 2015).

2.1.2.3 Según su planificación. Según el grado de planificación la evaluación se clasifica en:

Sistemática: Evaluación con acciones planificadas o planeadas por el docente. Esta evaluación la dirige el profesor y corresponde al día a día en el aula de clase.

Asistemática: Evaluación con acciones espontaneas o son de sorpresa por parte del estudiante (Casanova, 2007). El agente principal de este tipo de evaluación es el alumno, la principal ventaja es la muestra de la creatividad del estudiantado.

2.1.2.4 Según su función

Diagnóstica: Se ocupa de realizar un análisis previo del contexto educativo y del estudiante, para diagnosticar sus posibilidades, necesidades y carencias. Este análisis permite establecer metas adecuadas y realistas que desarrollan mejor la labor educativa (Turpo, 2011). La función principal de este tipo de evaluación es lograr una información previa de la persona que se desea evaluar.

Formativa: Cumple las funciones de informar al estudiante sobre logros alcanzados, identificar deficiencias en el desarrollo de la actividad de aprendizaje y valorar las conductas de avance progresivo de logro de las competencias prevista (Alfaro, 2015). La evaluación formativa está diseñada para monitorear el progreso del estudiante durante el periodo escolar (Covacevich, 2014). Su finalidad, consecuentemente y como indica su propia denominación, es mejorar o perfeccionar el proceso que se evalúa. Las actividades de esta evaluación posibilitan identificar errores, comprender sus causas y tomar decisiones para superarlas. Este tipo de evaluación se abordará con profundidad en los siguientes apartados.

Sumativa: Es la evaluación apropiada para la valoración de resultados finales que permite valorar las capacidades alcanzadas por el estudiante al finalizar el proceso formativo, validar contenidos y metodología trabajada en el desarrollo del módulo, así como definir el nivel de logro alcanzado por los estudiantes (Turpo, 2011). El único objetivo de este tipo de evaluación según Casanova (2007), es contrastar el conjunto de informaciones alcanzadas con los criterios referenciales de evaluación; es decir, con la finalidad de comprobar lo conseguido o su mayor o menor mérito ante lo que se pretendía en el proyecto inicial. La evaluación sumativa engloba todos aquellos exámenes, ejercicios o pruebas que se realizan, única y exclusivamente, con el objeto de comprobar si el alumno conoce o no el contenido de una disciplina (Olmos, 2008).

2.1.3 Criterios de Evaluación. Contreras (2010) define los criterios de evaluación citado por Jarero et al. (2013, p.220), “los criterios de evaluación constituyen las orientaciones o guías desde las cuales los profesores juzgarán la calidad de las tareas, procesos o productos de sus estudiantes y permiten orientar las explicaciones y decisiones sobre el

aprendizaje; y por otro lado, los lineamientos o directrices que siguen los profesores para el diseño de sus pruebas”.

Los criterios de evaluación deben ser explícitos, disponibles, abiertos a interrogación y compartidos; tanto los profesores como los estudiantes deben tener claros estos criterios (Olmos, 2008).

Se recomienda como criterio de evaluación que el profesor no sólo preste mayor atención a la variable didáctica de sus pruebas; también a retroalimentarse de los resultados obtenidos en ésta. La tarea prioritaria del docente es orientar el aprendizaje y asegurar que aquello que se aprende es valioso y merece dedicarle tiempo y esfuerzo. Otros autores como Navío (2014), consideran: “el docente tiene que actuar como un crítico reflexivo y no sólo como calificador. Su función es la enseñanza de la autoevaluación en el discente” (p.167).

Los directivos y docentes de los establecimientos educativos deben fijar los criterios de evaluación escolar en los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) con los cuales identifiquen claramente, por mes y por año, el estado de avance en el que se encuentran sus estudiantes y los grupos, por cada grado, en relación con los estándares básicos de competencias y los objetivos de aprendizaje trazados en el PEI (Robles, 2015).

2.1.4 La Evaluación formativa

La evaluación formativa es un proceso planificado en el que la evidencia de la situación del alumno, obtenida a través de la evaluación, es utilizada bien por los profesores para ajustar sus procedimientos de enseñanza en curso, o bien por los alumnos para ajustar sus técnicas de aprendizajes habituales. (García, 2010, p.25)

Otros autores como Santamaría (2005), lo definen “Es todo proceso de evaluación que sirve para que el alumnado aprenda más (y/o corrija sus errores) y para que el

profesorado aprenda a trabajar mejor” (p. 115). La evaluación formativa es todo proceso de constatación, valoración y toma de decisiones cuya finalidad es optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje que tienen lugar, desde una perspectiva humana y no como mero fin calificador.

La evaluación formativa como lo afirma Castells (2015), es aquella que es realizada por el profesor durante el transcurso de un curso, cuyo objetivo principal es verificar cómo los estudiantes están desarrollando sus habilidades a medida que avanza el curso. La información que provee permite tomar decisiones con el objetivo de mejorar el aprendizaje del curso. Estas evaluaciones son de carácter cualitativo y pretende brindar retroalimentación inmediata a los estudiantes.

Cataldi et al. (2012), la define como “la que se realiza durante el proceso de enseñanza y de aprendizaje, es una evaluación constante, cuya finalidad es detectar las carencias a tiempo” (p.13). Los mismos autores, enfocan la evaluación formativa como un proceso de formación, para construir y mejorar, donde existe una articulación entre los procesos de enseñanza, aprendizaje y la misma evaluación, y cuyo eje importante no son los contenidos sino el estudiante.

Para que la evaluación sea auténticamente formativa según otro autor, “tiene que acompañarse de un adecuado tratamiento metodológico y ofrecer una gama amplia de la pluralidad de recursos metodológicos; es decir, dé vías alternativas por las cuales el estudiante puede optar” (Santamaría, 2005, p.118). La retroalimentación debe ser rigurosa, no para mirar el defecto sino para poder mejorar, es el principal objetivo de la evaluación para el aprendizaje (Moreno, 2011).

La evaluación formativa va dirigida a la construcción de nuevos conocimientos, mediante actividades continuas que permitan observar las capacidades y avances de los estudiantes, como también sus dificultades para que de esa manera faciliten su aprendizaje. Lo que implica: “realizar la evaluación a lo largo del proceso, de forma paralela y simultánea con la actividad que se lleva a cabo y que se está valorando, nunca

situada exclusivamente al final como mera comprobación de resultados” (Casanova, 2007, p.71).

2.1.4.1 Funciones de la evaluación formativa. Hay autores como Castell (2015); Santos Guerra (2010), que resaltan las siguientes funciones de la evaluación formativa:

- Dosificar y regular adecuadamente el ritmo del aprendizaje.
- Retroalimentar el proceso de aprendizaje obtenido a partir de las diferentes actividades de evaluación.
- Ayudar a los alumnos a seguir su propio progreso.
- Construir confianza del discente.
- Enfatizar los objetivos y contenidos más relevantes
- Detectar las deficiencias, errores, logros y fallas que presentan los estudiantes en sus aprendizajes.
- Dirigir el aprendizaje sobre las vías de procedimientos que demuestran mayor eficacia.
- Brindar información en donde está ubicado un alumno en su aprendizaje.

En palabras de otros autores: “La evaluación formativa también tiene las siguientes funciones: diagnóstica, orientadora y motivadora” (Cataldi et al., 2012, p.56). Diagnóstica porque da pistas e indicios como se encuentra el desempeño de los estudiantes; orientadora porque dirige el aprendizaje del alumno; y es motivadora como misión principal hacia el educando.

Otros autores consideran las siguientes dos funciones: “La evaluación formativa tiene dos propósitos que son: a) descubrir cuánto han aprendido los alumnos, y b) si la enseñanza ha sido planificada y llevada a cabo adecuadamente” (Cataldi et al., 2012, p. 14).

Para León (2015), tiene en cuenta cinco funciones: instructiva, educativa, diagnóstico, de desarrollo y de control. La función instructiva se refiere a los indicadores de desempeño de los escolares; la función educativa muestra los resultados docentes del

escolar ante su profesor; la diagnóstica se obtiene información cualitativa y cuantitativa sobre la individualidad de los escolares; la función de desarrollo es el resumen de las tres anteriores, muestra el origen y las causas de las dificultades que el estudiante enfrenta en su aprendizaje; y por último, la función de control tiene como fin informar con calificaciones los resultados de la evaluación.

2.1.4.2 Características de la evaluación formativa. Según Santos Guerra (2010); Casanova (2007); García & Moncada (2011), la evaluación formativa presenta las siguientes características:

Comprensiva: La evaluación, además de ser un proceso técnico es un proceso moral, que interesa los valores beneficiando las personas; además tiene repercusiones sobre las instituciones y la sociedad.

Un proceso: La evaluación no debe convertirse en un acto concreto, que se realiza una vez terminada la formación. Debe ser un proceso que acompañe el aprendizaje, debe ser rigurosa y ha de estar contextualizada para tener en cuenta las condiciones que produce la formación; por consiguiente, la evaluación ha de realizarse a medida que la formación avanza.

Participativa: Los evaluadores deben participar en el diseño del proceso, será más fácil que lo lleven a la práctica de una forma rigurosa y entusiasta. Entre más participación tenga los evaluados, más potencialidades formativas tendrá esta. La evaluación ha de ser un proceso de diálogo sincero.

Es compleja: La evaluación es compleja porque desemboca no sólo en asumir, sino también en rechazar muchas posibilidades, y la abundancia implica una drástica y, a veces, dolorosa selección.

Comprobativo: La evaluación trata de comprobar el aprendizaje realizado, pero también suele explicar por qué no se ha producido. No todo lo que ha dejado de aprender el evaluado es responsabilidad suya.

Holístico: El lenguaje sobre la evaluación sirve para entender y también para confundir. Es diferente calificar que evaluar, o una cosa es medición y otra evaluación. Este término no solo se refiere a criterios cuantificables.

Servir para el aprendizaje: La evaluación tiene que servir para comprender y no solo para clasificar. Esas comprensiones deben generar decisiones de cambio.

Cooperativa: La evaluación es un hecho social que responsabiliza a toda una institución. Hacer bien la evaluación significa que se mejora la práctica de la formación. No debe haber competencia entre los estudiantes por mejorar el rendimiento en una evaluación. La evaluación debe convertirse en una plataforma de debate que se ponga en juicio la práctica y su reflexión sobre ella; es decir, la evaluación es una cuestión de todos para todos.

Continua: La evaluación formativa debe ser continua para poder llevar a cabo su función; es decir, se debe implementar durante todo el proceso de aprendizaje y debe permitir encontrar las dificultades, aciertos y necesidades que se van presentando en el aprendizaje, y de esta manera modificar las estrategias metodológicas a estos progresos y necesidades.

2.1.5 La evaluación en las matemáticas. En los últimos años, los nuevos planteamientos de la filosofía de las matemáticas, el desarrollo de la educación matemática y los estudios sobre sociología del conocimiento, entre otros factores, han originado cambios profundos en las concepciones acerca de las matemáticas escolares.

Las oportunidades de los estudiantes para aprender matemáticas dependen del entorno, del tipo de tareas y del discurso en que participan. Lo que aprenden está sujeto a cómo

se involucran en las actividades matemáticas. Esto determina las actitudes que tienen hacia la disciplina.

Ha sido importante en este cambio de concepción, el reconocer que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias de personas que interactúan en entornos, culturas y períodos históricos particulares y que, además, es en el sistema escolar donde tiene lugar gran parte de la formación matemática de las nuevas generaciones, y por ello la escuela debe promover las condiciones para que ellas lleven a cabo la construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos (Zabala, 2014).

Otros autores afirman: “La adquisición de ciertas habilidades matemáticas básicas y la comprensión de determinados conceptos son imprescindibles para un funcionamiento efectivo en la sociedad actual” (Mato & De la Torre, 2009, p.286). Bazán y Aparicio (2006) citado por Mato y De la Torre (2009, p.286), mencionan: “es frecuente observar la preocupación de muchos alumnos y profesores por el rendimiento inadecuado y por el rechazo y la apatía hacia la asignatura de Matemáticas”.

En el caso de las matemáticas se produce un bloqueo emocional o barrera psicológica entre el estudiante y la asignatura e incluso, se observa que, muchos alumnos muestran temor y odio hacia la misma (Mato & De la Torre, 2009).

Según el mismo Mato y De la Torre (2009), existen estudios que relacionan el rendimiento con las actitudes hacia las matemáticas. A una mejor actitud, mejor rendimiento académico o calificación en el área; así mismo, los profesores con actitudes negativas, inseguridad, falta de conocimientos, disgusto hacia la materia, utilizan con sus alumnos métodos de enseñanza de las matemáticas que fomentan en los estudiantes sentimientos semejantes a los suyos. Por el contrario, los profesores con actitudes positivas utilizan métodos que animan a la iniciativa y a la independencia, centrándose en el descubrimiento y provocando en los estudiantes gusto y confianza hacia la asignatura.

Las actitudes y la educación están relacionadas bidireccionalmente. La educación tiene poder sobre las actitudes y estas influyen en el proceso de enseñanza– aprendizaje, por lo que se necesita que la actitud del estudiante sea positiva para producir una educación de agrado y de calidad. En efecto para las matemáticas, lo procedimental ha de desarrollarse sobre el cimiento de procesos de conceptualización (Jarero et al., 2013).

Según Mato y De la Torre (2009), la variable que tiene mayor peso en todos los factores que constituyen las actitudes hacia la materia es la motivación que el alumno ha sentido hacia ella durante el curso. Por lo tanto, importa motivar a los alumnos ante la materia que están realizando para que se interesen en el tema.

Autores como Jarero et al. (2013), no consideran que la forma de evaluación adecuada en matemáticas tenga que realizarse de manera escrita, aunque lo lleven más hacia una perspectiva de evaluación de educación superior, esto porque en las matemáticas aún prevalecen los exámenes escritos, como el principal y en ocasiones único método de evaluación de aprendizajes; lo que induce a pensar que los profesores conciben la evaluación en su carácter administrativo (como práctica institucionalizada) orientada a la rendición de cuentas.

Tal como lo constata Mato y De la Torre (2009), las acciones docentes deberán considerar los aspectos afectivos y motivacionales con el suficiente grado de importancia y rigor, teniendo en cuenta su constatada influencia tanto en los procesos como en los resultados del aprendizaje. En síntesis, una reconceptualización y análisis de la evaluación como un sistema complejo de interrelaciones entre quien evalúa, la estrategia empleada y el sujeto de evaluación, favorecería el diseño de estrategias valorativas como las pruebas escritas y la obtención de información respecto del papel del contenido matemático, las tareas y el nivel de demanda cognitiva en cada reactivo de la prueba (Jarero et al., 2013).

La evaluación de matemáticas deberá centrarse en el diseño, elaboración y ejecución de actividades creativas, motivadoras y estimulantes, con el fin de que sean escenarios

significativos para el estudiante, para que se aproximen al verdadero valor de las matemáticas para su vida y la sociedad en la que está formado. Para hacer posible semejante actividad, el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que puedan vivir y en las que los conocimientos van a aparecer como la solución óptima y descubrirle en los problemas planteados (Zabala, 2014).

2.1.6 La evaluación en línea. La evaluación en línea o virtual es un proceso de carácter sistémico, flexible y adaptado a las exigencias de las tecnologías de la información y la comunicación en el que se precisa seleccionar estrategias y herramientas operativas que permitan constatar la evolución y el progreso real alcanzado por los estudiantes y generar constantemente informes de seguimiento y control (Alfaro,2015).

Según Sáiz (2011), la evaluación en línea se constituye en una herramienta que le va a permitir a la institución dar cuenta de la calidad del proceso formativo, de la calidad de la propuesta curricular, de los materiales utilizados en el proceso de aprendizaje, de las interacciones didácticas promovidas en cada una de las aulas y de los mismos instrumentos de evaluación utilizados para valorar los logros de los estudiantes.

Las evaluaciones en línea se realizan con preguntas cerradas, en las que se proponen unas opciones de respuestas limitadas, en la pruebas tipo “SABER” generalmente cuatro opciones, éstas no dan lugar a equivocaciones al evaluar la respuesta y facilitan el procesamiento de los resultados; sin embargo, éstas conllevan a imprecisiones de las respuestas dadas al azar, en la medida que es relativamente alta la probabilidad de contestar correctamente escogiendo la respuesta aleatoriamente y también a entrenamientos para contestar este tipo de pruebas en los cuales no se realizan todos los procesos que se deben llevar a cabo. Por otra parte, una respuesta a una pregunta abierta es muy variada y con infinidad de posibles soluciones y la probabilidad de contestar correctamente por azar es sumamente pequeña y este tipo de preguntas no da lugar a un entrenamiento previo en el cual se salten los procesos. Una desventaja de las preguntas abiertas es el procesamiento de los resultados los cuales demanda mayor tiempo y personal calificado (Robles, 2015)

La evaluación en línea o comúnmente llamado test informatizados ofrecen una serie de ventajas frente a los tradicionales de lápiz y papel: en primer lugar permite recopilar de manera homogénea y simultánea las respuestas de todos los examinados, requiriendo menos tiempo para ello y reduciendo la posibilidad de copia y de trampa; los computadores mejoran el procesamiento de las respuestas, pues dan la posibilidad de ofrecer el resultado de la evaluación en el mismo momento en el que finaliza el examen, y permiten incluir nuevos tipos de preguntas con elementos dinámicos, multimedia, interactivos o con formatos especiales de respuesta; es posible simplificar y configurar los modos de revisión y cambio de respuesta de las preguntas; por último, también evitan el uso de papel y ayudan al desarrollo sostenible del entorno (Cuadrado, Pérez & Armendáriz, 2005).

La evaluación en línea busca favorecer el aprendizaje autónomo en los estudiantes, considerado como una experiencia vital, intelectual y cultural que parte del reconocimiento de la realidad personal y social para realizar una profundización de conceptos, procedimientos y valores para su posterior aplicación en la solución de problemas cotidianos, de formación y de promoción del desarrollo humano (Robles, 2015).

Según Cuadrado et al. (2005), los pasos para la administración de una evaluación en línea son los siguientes:

1. Crear las preguntas que se pretende incluir.
2. Implementar un banco de ítems.
3. Establecer en una métrica común los parámetros de cada ítem del banco.
4. Administrar las preguntas a los sujetos a evaluar.

2.1.7 Análisis de los ítems. Los ítems reciben el nombre a las preguntas que se efectúan en un test o prueba objetiva. El análisis del ítems plantea la existencia de una relación funcional entre la probabilidad de acierto a un determinado ítem y el nivel de competencia del alumno (Cabrera, González, Montenegro, Nettle & Guevara, 2010).

En toda prueba la corrección es objetiva (una respuesta o está bien o está mal), la formulación de la pregunta son ya decisiones subjetivas del profesor (IDEICE, 2014)

Las preguntas cerradas son cómodas para el profesor, evita la tediosa tarea de corregir, que es la dificultad sentida de manera más inmediata con las preguntas abiertas. Con estos ítems es más sencillo establecer criterios de calificación y también pueden justificarse mejor estos criterios, al menos aparentemente, a partir de un determinado número de respuestas correctas (Morales, 2009).

Una manera de mejorar la calidad de las preguntas objetivas como lo afirma Morales (2009); IDEICE (2014), es:

1º Redactar buenas preguntas (que no sean casi exclusivamente de memoria, que comprueben los objetivos propuestos, que estimulen un estudio inteligente, entre otros.); para cumplir este objetivo, el profesor debe conocer profundamente el fin de la evaluación y de la población que se va a evaluar.

2º Planificar las pruebas objetivas para que el conjunto del test esté equilibrado en función de la importancia de los diversos temas y objetivos.

3º Todas las preguntas de una prueba deben ser independientes entre sí; la información de un ítem no debe servir de pauta para contestar otro, ni la respuesta a un ítem debe depender de haber encontrado primero la de otra anterior.

4º Evitar los ítems que pueden contestarse por sentido común y aquellos cuya respuesta dependa únicamente de recordar un término, un símbolo, un dato o la fecha en que ocurrió un evento.

2.1.7.1 Utilidad del análisis de ítems. Los beneficios de los análisis de los ítems según (Cabrera, et al., 2010), corresponde a la invarianza de los puntajes de la prueba y de las características de las preguntas que surge por las curvas de información, además de la

posibilidad de optimizar el proceso de selección de preguntas según el objetivo que se busca.

Algunos de los análisis de los ítems aportan información útil con los mismos alumnos, y les da información matizada sobre su aprendizaje. Esta información, que puede ser muy específica, puede ayudar a caer en cuenta de errores generalizados, a entender puntos difíciles, a condicionar un estudio posterior de más calidad, entre otros (Morales, 2009).

Otro beneficio se refiere a la compensación del tiempo o esfuerzo extra que pueden suponer en términos de mejorar la calidad de las preguntas y dar a los alumnos una información más específica sobre sus aciertos y errores, con la consiguiente mejora de la calidad de la enseñanza y del aprendizaje de los alumnos.

2.1.7.2 La teoría de respuesta a los ítems. La teoría de respuesta al Ítems es una familia de modelos estadísticos usados para analizar los datos de ítems de test. Esta responde a un conjunto de modelos matemáticos que permiten predecir el desempeño de un individuo en un ítem de una prueba basándose en su desempeño según una escala de la capacidad o rasgo evaluados y en los parámetros característicos del ítem: discriminación, dificultad y pseudo-azar o adivinación. Su enfoque se basa más en las propiedades de los ítems individuales que en las del test en sentido global (UNESCO, 2014; IDEICE, 2014).

La esencia común de la Teoría de Respuesta al Ítems es una descripción estadística de la probabilidad de que un examinado con determinadas características tenga una determinada respuesta a un ítem individual, que a su vez tiene características particulares (Covacevich, 2014).

Esta teoría trata de subsanar dos problemas: el primero hace referencia al error en la medida y asume que las puntuaciones de los sujetos en un test estarán afectadas por un error aleatorio, atribuible a diversas causas, dependientes del sujeto, del ambiente, del instrumento y del propio proceso de evaluación. El segundo se refiere a la invarianza de

las mediciones y las propiedades de los instrumentos; la invarianza significa que sea cual sea la distribución de los niveles de rasgo, se obtiene las mismas estimaciones de los parámetros de los ítems. Otros lo definen como el potencial para estimar la capacidad de la persona evaluada independientemente de los ítems, así como las características del ítem, también independientemente del grupo de la prueba en concreto (UNESCO, 2014).

Su principal crítica es no lograr superar el principal problema de la aplicación de test psicológicos, consistente en que la validez de todos ellos sería intrínsecamente cuestionable, insatisfactoria o insuficiente (Morales, 2009; IDEICE, 2014).

2.2 EL ERROR COMO EJE FUNDAMENTAL EN EL PROCESO DEL APRENDIZAJE

Se define coloquialmente al error como un concepto equivocado o juicio falso. La equivocación se define como el tener o tomar una cosa por otra, juzgando u obrando desacertadamente. El error es común verlo desde una perspectiva negativa; es decir, que quien se equivoca no sabe, no entendió, no puede con lo que se enseña. Por el contrario, el error debe ser visto como una gran oportunidad para aprender a partir de él, ya que muestra el camino que se debe tomar nuevamente y con ello se logra conseguir un exitoso proceso formativo. Los errores son necesarios e inevitables y los comprende como oportunidades para el aprender. (Carrión, 2007; De la Torre, 2012).

Se debe considerar al error como un elemento que permite desarrollar mejores aprendizajes, no por el error en sí mismo sino en la reflexión que se haga sobre ellos. Para autores como Morales y García (2014), “el error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado” (p.10).

Para Rico (1995), “el error es una posibilidad permanente en la adquisición y consolidación del conocimiento y puede llegar a formar parte del conocimiento científico que emplean las personas o colectivos” (p.72).

Como lo mencionó otros autores, los errores son la manifestación exterior de un proceso complejo en el que interactúan muchas variables: profesor, alumno, currículo, contexto sociocultural, entre otras. Aún no se ha completado un desarrollo teórico sistemático que permita clasificar, interpretar, predecir y superar errores y dificultades en busca de un aprendizaje de calidad (Engler, Gregorini, Müller, Vrancken & Hecklein, 2004).

Socas (1997) citado por Franchi y de Rincón (2004, p.65), afirma “el error es la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno”. Por esa razón es necesario un tratamiento adecuado de errores que pueda contribuir a mejorar el proceso de aprendizaje. Los propios estudiantes pueden desarrollar actividades para explicar y dar sentido a sus errores y fomentar la motivación del aprendizaje (Carrion, 2007).

La presencia del error es por la necesidad de un ejercicio constante de la crítica del error, para someter a prueba los conocimientos humanos y la aproximación a la verdad (Rico, 1995; 1997).

Otros autores son más optimistas y consideran que el error es una oportunidad de aprendizaje que permite al alumno tomar una decisión al percatarse de no haber llegado a la solución correcta del problema. Como lo menciona Franchi y De Rincón (2004), “el estudiante debe intentar buscar otro camino que lo guíe a la solución correcta superando así su error” (p.63).

Si el profesor explica bien, si lleva un buen ritmo, si elige bien los ejemplos y, por supuesto, si los alumnos están atentos y motivados, no debería normalmente haber errores. Si la progresión curricular (a cargo del maestro) y la progresión intelectual (a cargo de los alumnos) tuvieran que ir a la par no se estaría hablando de error (Astolfi, 1999).

El aprendizaje es un proceso gradual donde los errores se encuentran presentes en todas las etapas de éste, hace que los docentes y estudiantes deban asumir los errores

como una parte inevitable del proceso de aprendizaje (Campos & Perez, 2016). Por esta razón, que al error se le debe dar un estatus positivo, hay que dejar que aparezcan e incluso provocarlos para poderlos tratar mejor.

Según Astolfi (1999):

Los errores no se consideran faltas condenables ni fallos de programa lamentables: son síntomas interesantes de los obstáculos con los que se enfrenta el pensamiento de los alumnos, por tanto el error adquiere el estatus de indicador de tareas intelectuales que los alumnos van resolviendo y de los obstáculos con que se enfrenta su pensamiento a la hora de resolverlas (p.39).

El mismo Astolfi (1999), considera que los errores no son fortuitos, sino merecedores de análisis. El origen de estos puede buscarse en la complejidad propia del contenido de la enseñanza. Esta complejidad interna no siempre se percibe como tal en el análisis habitual de las disciplinas ni en sus programaciones.

2.2.1 Propósitos generales del uso del error. Para usar el error de manera productiva, es necesario que un individuo pueda comprender, analizar y corregir el error y usarlo para desarrollar estrategias de prevención de errores nuevos. Como lo plantea Astolfi (1999), se le debe dar uso al error mediante un proceso de superación y oportunidades de cambio, de lo contrario no tendría posibilidad de aprender.

Según Gómez, Gonzáles y Restrepo (2015), “Las investigaciones sobre el uso del error en la formación de profesorado son escasas, aunque algunas de ellas muestran que la formación en este ámbito hace a los estudiantes más conscientes de su aprendizaje y mejora su rendimiento” (p.2).

Lo que debe realizar el profesor ante el error y que sirve para poner en práctica este elemento según Franchi y De Rincón (2004), “la explicación al alumno, procurar entender

la estructura de su pensamiento y, a través de preguntas que lo lleven a conflictos cognitivos o dándole nuevos conocimientos, se crean condiciones para que él mismo pueda superar su error” (p.66).

Con el fin de lograr que el error sea considerado parte del proceso de aprendizaje, surge la importancia y urgencia de adoptar la retroalimentación como un elemento fundamental en la corrección, ya que el diálogo y la interacción entre docentes y alumnos es lo principal en el aprendizaje (Campos & Pérez, 2016).

Según los mismos autores, cuando la retroalimentación la realiza el profesor es directa; y si el docente indica que se ha cometido un error, pero no proporciona la forma correcta de ejecutar la actividad solicitada la retroalimentación es indirecta. Este tipo de retroalimentación permite que los estudiantes reflexionen sobre los errores cometidos y los reformulen bajo esta reflexión, lo que genera mayor participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. La retroalimentación directa provoca que los estudiantes sólo observen y copien la respuesta correcta sin mayor reflexión y sin participación activa en el proceso de reformulación.

El docente debe lograr que el alumno se enfrente a la contradicción proveniente del error y logre eliminar sus falsos conceptos para que éstos no vuelvan a aparecer. Esto genera en la clase discusiones y debates que son de un gran valor para crecer a través de sus propias interacciones.

Solucionar los problemas de los errores tiene que ver con el día a día, con la interacción diaria en clase entre el profesor y el alumno (Engler et al., 2004). Es decir, a través de los errores de los estudiantes, se visualiza los conceptos que se han malentendido y el trabajo adicional que se puede necesitar.

Otros autores consideran, “los usos del error se organizan según tres propósitos generales: superar el error, evaluar el estado cognitivo de los estudiantes y producir información útil para otros aspectos de la planificación” (González et al., 2015, p.3).

La detección de los errores son una fuente importante de aprendizaje; cuando el estudiante se equivoca y tiene la oportunidad de probarlo y de descubrir por qué, en qué consistió su error y cómo debe corregirlo, alcanzará un aprendizaje con más significatividad que si no se hubiera equivocado. Por ello, es importante y recomendable realizar las autoevaluaciones que permitan a los estudiantes evaluarse a sí mismo, entre pares y en grupos (Gimeno, 1981).

Los dos propósitos concretos para superar los errores son:

Planear tareas que induzcan al estudiante a incurrir en errores; este propósito da lugar a la realización de dos tipos de acciones: seleccionar tareas a partir de un conjunto de quehaceres dados y reformular los existentes. El segundo propósito concreto es prever la manera en que se van a implementar las tareas en el aula de modo que sea beneficioso para superar errores (Gonzales et al., 2015).

Lo anterior confirma que los errores se deben ver como indicadores que ayudan a comprender mejor el proceso de aprendizaje y también como testimonio de las dificultades con las que se van encontrando los alumnos (Astolfi, 1999).

2.2.2 Consideraciones de las teorías pedagógicas sobre el error. Hay una serie de consideraciones generales que comparten las teorías pedagógicas tales como que el error es algo natural, que debe diagnosticarse de inmediato y que hay que ayudar a los alumnos a superarlo. Ahora bien, conforme se aproxima la discusión sobre los modos y fines de la evaluación, las teorías pedagógicas divergen considerablemente en relación con el tratamiento y la sanción que los errores merecen (Rico, 1997).

2.2.2.1 Teoría pedagógica tradicional. En la teoría conductista según Franchi y de Rincón (2004), el docente no saca provecho del error, sino que pretende que no aflore, al hacerlo lo erradica inmediatamente, ya que para éste el error es concebido negativamente; es decir, es considerado como una deficiencia del conocimiento del estudiante que el docente debe corregir.

Se comprenden así los errores cometidos sistemáticamente, que son una ampliación no rectificada de la solución aprendida el año anterior. Así mismo, los profesores contribuyen involuntariamente a esta generalización abusiva por la falta de profundidad en el análisis del contenido de estas nociones (Astolfi, 1999).

Rico (1997), considera que los docentes tradicionalistas ven el error como un dato objetivo que muestra el desconocimiento de un alumno o de un grupo de alumnos y que debe ser controlado, corregido o, en su defecto, penalizado. Desde este planteamiento el error es una conducta inadecuada, resultado de la actuación responsable de una persona, y es a dicha persona a quién corresponde controlar tal conducta; la sanción del error tiene como finalidad llamar la atención de cada alumno sobre la inadecuación de su trabajo y la necesidad de su modificación.

2.2.2.2 Teoría pedagógica de racionalismo crítico. Según autores como Rico y Castro (1994), el racionalismo crítico asume el error de la siguiente forma:

El racionalismo crítico señala que no hay fuentes últimas del conocimiento; admite el error como parte constituyente de nuestra adquisición del conocimiento; destaca la necesidad de un ejercicio constante de la crítica: la búsqueda crítica del error para superar nuestros conocimientos deficientes es una necesidad epistemológica ineludible. En consecuencia, los errores pueden contribuir positivamente al proceso de aprendizaje; en segundo término, los errores surgen en un marco conceptual consistente, basado sobre conocimientos adquiridos previamente, no aparecen por azar; en tercer lugar, es necesario que cualquier teoría de instrucción modifique la tendencia a culpabilizar a los estudiantes, al condenar los errores, y la reemplace por la prevención de errores y su consideración en el proceso de aprendizaje; finalmente, todo proceso de instrucción es potencialmente generador de errores, debidos a diferentes causas (p.2).

Esta postura confiere al error el estatus de parte constituyente del proceso de adquisición del conocimiento: es intrínseco a nuestro modo de conocer, así como lo es la crítica permanente para detectarlo (Seminara, Del Puerto, & Minnaard, 2006).

2.2.2.3 Teoría pedagógica constructivista. Para los constructivistas el error es un elemento altamente positivo para producir tipos de perturbaciones que crean el necesario desequilibrio para la autorreflexión y reestructuración conceptual. No existen respuestas malas sino respuestas que permitan al docente asumir la función de mediador que ayude al estudiante a construir sus propias estructuras de conocimiento (Navío, 2014).

Se debe resaltar que la enseñanza constructivista considera que los errores son fuente de información para el docente acerca de lo que han aprendido los alumnos y cómo lo han aprendido, son una herramienta fundamental para la construcción del conocimiento y es una posibilidad permanente de adquisición y consolidación del conocimiento que puede llegar a formar parte del conocimiento científico que emplean las personas o los colectivos (Franchi & de Rincón, 2004).

Otro autor reflexiona:

El constructivismo considera al error como el producto de la puesta en juego de un conocimiento en un contexto que no corresponde; es decir, una visión constructivista del aprendizaje implica entonces que el docente puede inducir a los escolares a incurrir en el error, hacer que constaten su error y generar el conflicto cognitivo que les lleve a modificar su conocimiento (Gómez et al., 2015, p.3).

Siguiendo con esta misma tendencia, como lo afirma León (2015), el error es ponderado porque se considera que si el estudiante se equivoca se está dando una oportunidad para aprender; es decir, al escolar el profesor le hace ver su error y se le invita a corregirlo, conlleva a que el propio estudiante aumente la curiosidad e iniciativa de indagar y reflexionar.

Morales y García (2014), consideran como una cualidad de la teoría pedagógica del constructivismo la potencialización del error en torno a la generación de nuevo conocimiento y no la simple supresión del mismo.

Según esta misma teoría, el docente debe diseñar situaciones didácticas que conduzcan al estudiante a sustituir conocimientos errados por verdaderos, identificando, clasificando y conociendo la naturaleza de los errores (Franchi & de Rincón, 2004).

2.2.3 Tipos de errores. Conocer el tipo de error que cometen los alumnos permite al docente seleccionar las estrategias idóneas que optimen su acción y faciliten la superación de los errores mediante la adquisición de un nuevo conocimiento por parte de sus alumnos (Franchi y de Rincón, 2004).

Según Astolfi (1999), los errores se clasifican en:

- a. Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas: relacionados con la dificultad que tienen los alumnos para comprender las instrucciones de trabajo que se les dan, ya sea en forma oral o escrita.
- b. Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas.
- c. Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos: están relacionados con los obstáculos.
- d. Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.
- e. Errores debidos a los procesos adoptados: cuando el alumno se aparta del método dado en la clase.
- f. Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad: están relacionados con el hecho de que la capacidad de retener en memoria la información es limitada.
- g. Errores que tienen su origen en otra disciplina: se derivan del conocimiento de otras disciplinas que se exigen para dar respuesta a una pregunta.
- h. Errores causados por la complejidad del contenido.

Según Franchi y De Rincón (2004), los errores se clasifican en:

- Error a un nivel práctico: Se considera que son errores de cálculo.
- Error en la tarea: Atribución al descuido.
- Error de técnica: Se critica la ejecución de un modo operativo conocido.
- Error de tecnología: Se critica la elección de la técnica.
- Error de nivel teórico: Se incrimina los conocimientos teóricos del alumno que sirven de base a la tecnología y a las técnicas asociadas.

Otros autores como Lucchini, Cuadrado & Tapia (2006), clasifican los errores en el aprendizaje de los niños, de la siguiente manera:

Afectivo: amedrentamiento (amenazas, profecías de dificultad de la materia, ridículo, exposición reiterada al fracaso y, en casos extremos, castigo físico o verbal); motivaciones y actividades inapropiadas a la edad de los alumnos; no considerar la pertinencia y relevancia de los temas que rodean al conocimiento, de acuerdo a los contextos culturales y sociales de los alumnos.

Conceptual: falta de profundidad y dominio de contenidos del profesor; inadecuada consideración de pre-requisitos o condiciones necesarias para poder asimilar un concepto, regla o procedimiento; falta de secuencias adecuadas en la fragmentación lógica de un concepto o procedimiento; mal cálculo de los tiempos de exposición y práctica de nuevos conceptos o procedimientos; no considerar en la enseñanza, la reversibilidad de los conceptos; la necesidad e importancia de la estimación y predicción de resultados; no considerar metodológicamente la comprobación de los procedimientos, no inclusión de la meta cognición personal y grupal de los procedimientos empleados; no consideración de los errores propios y ajenos como una instancia de aprendizaje.

Práctico o Formal: contradicciones de estrategias de trabajo entre padres, maestros y de éstos últimos entre sí; instrucciones poco claras; apremios con el tiempo de respuesta; estímulos visuales en pruebas, textos o tareas, poco nítidos y desordenados (pp 5-6).

Según Radatz (1979) citado por Rico (1995), clasifica los errores a partir del procesamiento de la información, estableciendo categorías generales para este análisis:

a) Errores debido a dificultades de lenguaje.

El aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera. Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a su inadecuado aprendizaje.

b) Errores debido a dificultades para obtener información espacial.

Las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales es una fuente de dificultades en la realización de tareas matemáticas. Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas.

c) Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. Incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos, procedimientos para las tareas matemáticas.

d) Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento.

La experiencia sobre problemas similares puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. Los alumnos continúan empleando operaciones cognitivas aun cuando las condiciones originales se hayan modificado. Están inhibidos para el procesamiento de nueva

información. En general son causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas.

e) Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

Surgen con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes.

2.2.4 El error en el aprendizaje de las matemáticas. Tradicionalmente las matemáticas ha sido considerada un área difícil de aprender y de enseñar. En muchos alumnos, su aprendizaje genera sentimientos de intranquilidad y ansiedad, siendo causa de frustraciones y actitudes negativas hacia la escuela. En ocasiones, esta situación es propiciada por una enseñanza inadecuada y una cierta inseguridad del profesor, a la hora de transmitir los conceptos matemáticos.

Los errores en matemáticas son evidencia de esquemas cognitivos inadecuados en la mente que impiden el aprendizaje de nuevos contenidos, su análisis sirve de ayuda al docente en el momento de planificar las actividades áulicas.

En el ámbito de la educación matemática los errores aparecen permanentemente en las producciones de los alumnos en forma de dificultades que se generan en el proceso de aprendizaje y se conectan o refuerzan en redes complejas que obstaculizan el aprendizaje, y estos obstáculos se manifiestan en la práctica en forma de respuestas equivocadas (Seminara et al., 2006)

Los errores pueden emplearse como instrumento de motivación y como punto de partida para exploraciones matemáticas creativas de los alumnos, lo que implicaría que se desarrollen actividades valiosas de planteamiento y resolución de problemas (Pochulu, 2009).

Como lo manifiesta Rico (1995), el objetivo del aprendizaje es la adquisición de conocimiento verdadero, aunque los procesos de aprendizaje incluyan errores

sistemáticos; es así como el error es un objeto de estudio para la educación matemática y son datos objetivos que se encuentran permanentemente en los procesos de enseñanza y aprendizaje numérico. Este mismo autor considera que los errores en el aprendizaje, corresponden al resultado de procesos muy complejos debido a que hay una fuerte interacción entre las variables del proceso educativo y es muy difícil aislar relaciones.

Para Carrion (2007), “los errores ofrecen al profesor de matemáticas la posibilidad de organizar un ámbito de acción ligado a su práctica escolar, relacionado, en forma directa, con bases teóricas de la educación matemática “(p.20).

Otro autor afirma: “existen otros errores que están relacionados más directamente con la diversidad de las operaciones intelectuales y que deben utilizarse para resolver problemas que, aparentemente, están al alcance de los alumnos” (Astolfi, 1999, p.26).

Para Borassi (1987), presenta el análisis de errores en educación matemática como un recurso motivacional y como un punto de partida para la exploración matemática creativa, implicando valiosas actividades de planteamiento y resolución de problemas.

Un cuerpo de conocimiento matemático estructurado conduce a un mayor nivel de eficiencia en el aprendizaje y a preservar la presencia de errores en el proceso de aprendizaje (Carrion, 2007).

Los errores del aprendizaje matemático se utilizan con el propósito de producir información útil en otros aspectos de la planificación. Tal como lo afirmaron Gómez et al. (2015), “este propósito general se concreta en dos propósitos: formular expectativas de aprendizaje y formular hipótesis de aprendizaje” (pp.19-20).

Para Pochulu (2009), “los errores en matemática no tienen un carácter accidental, sino que surgen por las estrategias y reglas personales empleadas en la resolución de problemas, y devienen de experiencias particulares e interpretaciones realizadas con base en los conocimientos matemáticos iniciales” (p.2).

Los errores de una tarea matemática según Franchi y de Rincón (2004), se deben a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos que abarca todas las deficiencias sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización.

Pueden ayudar los errores a investigar cuestiones abstractas relativas a la naturaleza de las matemáticas a las que es difícil acercarse por otra vía (Rico, 1995). Pueden proporcionar una comprensión más completa y profunda del contenido matemático.

Engler et al. (2004), afirman que hay una pluralidad de aproximaciones teóricas y de intentos de explicación acerca de las causas de los errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la matemática. Señalan que hay varias razones por las que el estudio de errores y la necesidad de un marco teórico de explicación son importantes. Entre ellas: las reformas sucesivas del currículo de matemática probablemente no han conducido a nuevos errores, pero con seguridad han surgido nuevos, debido a los contenidos específicos, la individualización y diferenciación de la instrucción matemática requiere de una gran destreza en el diagnóstico de dificultades específicas. Los profesores necesitan modelos de actuación para diagnosticar y corregir aprendizajes erróneos.

2.2.4.1 Errores cometidos frecuentemente en las matemáticas. Según autores como Rico (1995) citado por Morales y García (2014), los errores más frecuentes que los estudiantes comenten al resolver problemas de matemáticas provienen de las siguientes maneras:

a) Datos mal utilizados.

Errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno. Puede ser porque: se añaden información extraña; se olvida algún dato necesario para la solución; se contesta a algo que no es necesario; se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se utilizan los valores

numéricos de una variable para otra distinta; o bien, se hace una lectura incorrecta del enunciado.

b) Interpretación incorrecta del lenguaje.

Son errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.

c) Inferencias no válidas lógicamente.

Son los errores que tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.

d) Teoremas o definiciones deformados.

Errores que se producen por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.

e) Falta de verificación en la solución.

Son los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.

f) Errores técnicos.

El uso de métodos informales por parte de los estudiantes, inventan sus propios métodos, no formales pero altamente originales, para la realización de las tareas que se les proponen y la resolución de problemas.

Abrate, Pochulu y Vargas (2006), tienen en cuenta que en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, encuentra una gran variedad de dificultades que son potencialmente generadoras de errores, que sin llegar a una categorización exhaustiva.

Los agrupan en los siguientes tópicos:

1) Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos.

Uno de estos conflictos nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos. El lenguaje de la matemática es más preciso, está sometido a reglas exactas, y no comunica su significado, salvo por la interpretación exacta de sus signos. Este conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario, dentro del contexto matemático, es un conflicto de precisión.

2) Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.

El abandonar ciertas demostraciones formales en beneficio de una aplicación más instrumental de las reglas matemáticas, no debe implicar de ninguna manera el abandono del pensamiento lógico, por ser éste una destreza de alto nivel que resulta necesaria para alcanzar determinados niveles de competencia matemática.

3) Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza.

Tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de matemática y con los métodos de enseñanza. La institución escolar debe propiciar una organización escolar que tienda a reducir las dificultades del aprendizaje de las matemáticas dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de enseñanza.

4) Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos.

Conocer los estadios generales del desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unas tareas específicas de matemática que los alumnos son capaces de hacer, constituye una información valiosa para los profesores a la hora de diseñar el material de enseñanza.

5) Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales.

Muchos estudiantes, incluyendo a algunos de los más capacitados, no les gustan las matemáticas. Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia esta área, están asociadas a la ansiedad y el miedo, suelen generar bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos.

2.2.4.2 Causas y motivos de la persistencia de los errores en el aprendizaje de las matemáticas. Gran parte de los errores que cometen los alumnos en matemáticas se remontan a obstáculos epistemológicos que los propios matemáticos enfrentaron y superaron a través de siglos de historia. De allí la dificultad comprensible de aislar y delimitar las causas de un error con miras a su tratamiento.

El error también está vinculado a los procesos de enseñanza y aprendizaje, en tanto el entendimiento humano, de alguna manera, es causa directa de él; además, se han señalado que parte de las dificultades que presentan los alumnos son debidas a estrategias de enseñanza inadecuadas llevadas a cabo por los profesores (Pochulu, 2009).

Según Lucchini et al. (2006):

Hay quienes ponen el énfasis en que los errores en matemáticas pueden provenir predominantemente, de dificultades del sujeto, sean éstas intelectuales, en el sentido de menor capacidad intelectual global o de alteraciones mayores o menores de funciones específicas tales como: La percepción, la función simbólica, la organización espacial, el desarrollo del pensamiento operatorio (conservación, seriación, clasificación), la atención, la memoria, el desarrollo lingüístico, la estabilidad emocional y/o de un conjunto de más de una de ellas (p.4).

Gran parte de las equivocaciones cometidas según Rico (1995), tienen su origen en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con características como:

- Uso exacerbado de técnicas algorítmicas o rutinas sin fundamentos teóricos.
- Utilización de reglas poco trascendentes como requisitos indispensables en la ejecución de cálculos aritméticos o resolución de ecuaciones,
- Desarrollos muy apegados a lo algebraico y escasamente relacionados con la resolución de problemas.

- Abordaje de contenidos completamente descontextualizados y poco articulados con los restantes.
- Abuso de prototipos visuales que inhiben la formación de imágenes conceptuales.
- Tratamientos de problemas demasiado centrados en lo numérico.

Para autores como Gómez et al. (2015), la mayoría de los errores que encuentran en el aprendizaje de esta ciencia se deben a que los alumnos no están acostumbrados a leer consignas, volver a realizar la lectura de un problema, reflexionar sobre lo realizado, buscar datos relevantes, preguntas o una estrategia de resolución, entre otras acciones.

También es frecuente ver que en muchos casos los alumnos desean saber simplemente el algoritmo que permite resolver un ejercicio, sin preocuparse por los conceptos subyacentes o las ideas involucradas en el tema (Pochulu, 2009).

Se debe reconocer que muchos de los errores que los estudiantes cometen en matemática, no se deben específicamente al tema que se está desarrollando, sino a carencias de conocimientos previos que se trasladan a los nuevos contenidos que se abordan (Mato & De la Torre, 2009; Rico, 1995).

2.3 EL COMPUTADOR E INTERNET

El ordenador o computador es una caja de herramientas con la que se puede realizar multitud de tareas: escribir una carta, realizar cálculos, retocar fotos, jugar, dibujar y comunicarse con otras personas (Junta de Castilla y León, 2011a).

En los sistemas educativos las computadoras desempeñan principalmente tres funciones: la función tradicional de instrumento para que los alumnos adquieran un nivel mínimo de conocimientos informáticos; la de apoyar y complementar contenidos curriculares; y, la de medio de interacción entre profesores y alumnos, entre los mismos alumnos y entre los propios profesores (Fernández, Server & Cepero, 2001).

Las ventajas del uso del computador en el proceso de enseñanza-aprendizaje son:

- Motivación de los alumnos.
- Forma activa de aprendizaje.
- Creatividad.
- Ruptura de barreras espaciales y temporales.
- Promoción del trabajo colaborativo y del autoaprendizaje.
- Opción de enseñanza centralizada o individualizada en el aula.

Internet o la Red se puede describir “Como una serie de ordenadores interconectados entre sí formando redes. Este conjunto de redes permite la comunicación de millones de usuarios en todo el mundo” (Junta de Castilla y León, 2011a, p.12).

El conjunto de informaciones disponibles en Internet desafía a construir una sociedad del conocimiento. Desaparece el don de la verdad, aparece aquel que la consigue, o mejor dicho, aquel que la construye a partir de la información y en su interacción con los demás. Si la búsqueda es un proceso interactivo, rico y dialógico esa búsqueda se transforma en mensaje.

Internet está lleno de ventajas y posibilidades para el mundo educativo. Hernández, Pennesi, Sobrino y Vázquez (2012), resaltan las siguientes:

- a. Favorece el desarrollo de nuevas habilidades o la competencia digital.
- b. Favorece el aprendizaje colaborativo y las relaciones sociales.
- c. Forma parte de nuevo modelo de enseñanza-aprendizaje, permite aprender mediante métodos innovadores.
- d. Desarrollo de capacidades: creatividad, comunicación, construcción inteligente del conocimiento y transmisión del mismo.
- e. Ayuda en la comunicación universal, haciéndola más rápida y fluida, y pone en contacto con personas de sociedades y mundos diferentes favoreciendo el intercambio cultural.

- f. Puede utilizarse como apoyo a los niños con necesidades especiales.
- g. Al ser una nueva vía de comunicación, se puede crear un nuevo vínculo familiar.
- h. Facilita el acceso a recursos educativos de todo tipo, a la cultura, el ocio y la ciencia.
- i. Mejor seguimiento de los padres y madres de la actividad escolar, y mayor comunicación e información desde el centro educativo.

2.3.1 Los blogs. Los blogs son de máximo interés para la educación y se constituyen como una de las herramientas preferidas por los profesores debido a su sencillez y a la posibilidad de establecer un diálogo entre el autor y los lectores a través de los comentarios, por lo que son apropiados para la integración de la inteligencia personal y la colectiva. Los “blogs de aula” pueden convertirse en una extensión virtual de las clases presenciales. Los profesores pueden colgar las tareas escolares, recordar fechas límite de entrega, convocatorias de exámenes y ofrecer material de apoyo.

La posibilidad de almacenar toda la información cronológicamente y por categorías simplifica las distinciones entre asignaturas y cursos. Es un medio para compartir e intercambiar ideas, reflexiones, comentarios y dudas de los alumnos sobre un determinado tema. Pero también los educandos pueden tener su propio blog, en el que publiquen trabajos de clase, hagan comentarios o aportaciones sobre los blogs de otros compañeros, o simplemente cuenten su día a día. Incluso existen blogs colectivos administrados por varias personas como periódicos escolares o talleres de creación literaria (Junta de Castilla y León, 2011b).

2.3.2 Pedagogías emergentes. En las últimas décadas, el mundo ha cambiado y la administración educativa ha decidido llenar las aulas de muchos centros con herramientas TIC: pizarras digitales, computadores, proyectores de vídeo y, quizá lo más extraordinario, computadores portátiles con conexión a Internet en las mochilas de los alumnos. La intención de todos estos cambios, es que los centros educativos preparen a los alumnos para un nuevo tipo de sociedad, la sociedad de la información, no solo enseñándoles a usar las TIC, ya habituales en hogares y puestos de trabajo, sino también usándolas como herramientas de aprendizaje (Adell & Castañeda, 2012).

La tecnología se convierte en un medio para llevar a cabo la interacción con otros, para expresar, para amplificar las posibilidades actuales; un componente que hace visible la red social externa de manera que se pueda empezar a hacer conciencia de su configuración y del impacto que tiene en la red neural interna (Fonseca, 2012).

Desde el punto de vista de la enseñanza-aprendizaje, el uso inteligente de las TIC fomenta y facilita un enfoque didáctico interactivo y exploratorio, estimula el desarrollo de estilos de aprendizaje más activos, y apoya el desarrollo de las competencias básicas (Junta de Castilla y León, 2011a).

Se han iniciado políticas educativas destinadas a la introducción masiva de las tecnologías digitales en las escuelas y aulas. En este contexto internacional, estas políticas son conocidas como modelo 1x1. Las escuelas se apoyan en la premisa de que la presencia y disponibilidad plena de la tecnología favorecerá que los estudiantes se formen o capaciten para enfrentarse de forma competente ante las nuevas demandas y necesidades socioculturales, que representa la denominada sociedad digital o de la información (Cano, Catasús, Moreira, & Fontanillas, 2012).

Como menciona Cano et al. (2012), son tres los objetivos principales asociados a las iniciativas del 1x1 en educación: que las generaciones jóvenes adquieran destrezas y competencias basadas en las TIC; que se reduzca la brecha digital entre individuos y grupos sociales; y que se mejoren las prácticas educativas y los logros académicos.

Los críticos suelen destacar los usos tradicionales de la tecnología emergente para afirmar que nada ha cambiado realmente y, por tanto, no vale la pena el esfuerzo necesario para generalizarla e integrarla en las prácticas cotidianas. Lo cierto es que cuesta tiempo y esfuerzo explorar y comprender todas las posibilidades de las tecnologías emergentes. Ni los entusiasmos iniciales, ni las descalificaciones prematuras suelen estar suficientemente justificadas (Adell & Castañeda, 2012).

Tal como lo vuelve afirmar Cano, et al. (2012), “el cambio educativo apoyado en tecnologías no depende únicamente de la cantidad y calidad de las herramientas y recursos tecnológicos disponibles en el ámbito escolar, sino que depende también de factores estrictamente humanos como del contexto sociocultural” (p.87).

No es seguro que las TIC favorezcan el aprendizaje, pero sí pueden contribuir mucho a fomentar aprendizajes más motivadores y significativos, mediante trabajo en equipo y la cooperación; además, de romper las barreras espacio-temporales y proporcionar mayor autonomía a los alumnos (Junta de Castilla y León, 2011).

Según Adell y Castañeda (2012), definen las pedagogías emergentes como:

Conjunto de enfoques e ideas pedagógicas, todavía no bien sistematizadas, que surgen alrededor del uso de las TIC en educación y que intentan aprovechar todo su potencial comunicativo, informacional, colaborativo, interactivo, creativo e innovador en el marco de una nueva cultura del aprendizaje (p.15).

Sin ir más lejos, un buen ejemplo de pedagogía emergente lo ofrece la educación a distancia. Aunque las TIC parecen haberlo cambiado todo en esta modalidad educativa, lo cierto es que en las teorías sobre el aprendizaje y la enseñanza que están en la base de la mayoría de las prácticas pedagógicas en la educación a distancia online, los roles de los participantes, el tipo de relaciones de comunicación que se establecen entre ellos, el papel y la formalización del currículo y los contenidos, entre otros. siguen siendo, en muchos casos, las mismas que en la época de la enseñanza por correspondencia: una enseñanza basada en la relación entre el aprendiz individual y materiales que se distribuyen por algún medio (Adell & Castañeda, 2012).

Una innovación disruptiva es aquella que crea un nuevo mercado o cadena de valor y destruye la que ha existido durante años o décadas, sustituyendo o desplazando una tecnología anterior. Las innovaciones disruptivas son aquellas que mejoran un producto

o servicio de manera inesperada para el mercado, dirigidas inicialmente a un conjunto diferente de usuarios o consumidores y que posteriormente se apoderan del mercado existente (Christensen, 2012).

El aprovechamiento pedagógico de las nuevas tecnologías demanda nuevas formas de atención, manejo de nuevos lenguajes, creación de nuevos espacios donde se requiere que el alumno tenga autonomía e independencia, para que él pueda administrar su tiempo, diseñar una metodología de estudio (Fernández et al., 2001).

El software libre es, sin duda, uno de los mejores ejemplos de innovación abierta de los usuarios y refleja perfectamente los intereses y las tensiones de los distintos protagonistas en uno y otro modelo. La innovación abierta de los usuarios puede poner en dificultades a los modelos de negocio y las cadenas de valor de la innovación de los productores. Un indicador de ello son las batallas legislativas por la propiedad intelectual y los derechos de copia y remezcla, que protegen decididamente hasta la fecha los intereses de los productores frente a los de los usuarios o consumidores (Adell & Castañeda, 2012).

Las pedagogías emergentes permiten destacar algunos de los rasgos más relevantes de esos principios, según Hernández et al. (2012), se destacan los siguientes:

- a.** Poseen una visión de la educación que va más allá de la adquisición del conocimiento o de habilidades concretas. Educar es también ofrecer oportunidades para que tengan lugar cambios significativos en la manera de entender y actuar en el mundo.
- b.** Se basan en teorías pedagógicas ya clásicas como: las teorías constructivistas sociales y construccionistas del aprendizaje, el aprendizaje basado en proyectos, el aprendizaje trilogico, entre otros. y en ideas más “modernas”, como el conectivismo.
- c.** Superan los límites físicos y organizativos del aula uniendo contextos formales e informales de aprendizaje, aprovechando recursos y

- herramientas globales y difundiendo los resultados de los estudiantes también globalmente. Se anima a que los participantes configuren espacios y ecologías de aprendizaje.
- d. Muchos proyectos son colaborativos, interniveles y abiertos a la participación de docentes y alumnos de otros centros de cualquier parte del mundo e incluso de otras personas significativas.
 - e. Potencian conocimientos, actitudes y habilidades relacionadas con la competencia “aprender a aprender”, la metacognición y el compromiso con el propio aprendizaje de los estudiantes, más allá del curso, el aula, la evaluación y el currículo prescrito.
 - f. Convierten las actividades escolares en experiencias personalmente significativas y auténticas. Estimulan el compromiso emocional de los participantes.
 - g. Los docentes y los aprendices asumen riesgos intelectuales y transitan por caminos no trillados. Son actividades creativas, divergentes y abiertas, no mera repetición.
 - h. En la evaluación se suele adoptar un margen de tolerancia que permite evidenciar los aprendizajes emergentes, aquellos no prescritos por el docente. (pp.26-27).

Las tecnologías y las pedagogías emergentes están creando una nueva cultura del aprendizaje que cultiva la imaginación para un mundo en constante cambio (Adell & Castañeda, 2012).

2.3.3 Enseñanza y aprendizaje virtual. La enseñanza a través del ordenador ayuda tanto a los profesores como a los alumnos en su proceso de enseñanza-aprendizaje y la creación de estas nuevas formas de acceso a la enseñanza son fruto de las nuevas necesidades formativas.

La educación a distancia permite que personas por distintos motivos no pueden estudiar de forma tradicional, puedan hacerlo desde casa, pero también son materiales de apoyo

para la enseñanza tradicional (Junta de Castilla y León, 2011a). Este tipo de educación se ha venido consolidando con el uso de los medios informáticos y de telecomunicaciones como modelos virtuales de educación, que mantienen en común factores como; la no presencia física, el tiempo, el espacio y el modelo educativo (Fernández, et al., 2001).

El reto de la educación a distancia o educación virtual, es ser la forma de disponer un espacio educativo apoyado en lo tecnológico, para favorecer no la simple reproducción o adquisición del saber sino, por el contrario, las posibilidades de nuevas composiciones y creaciones a partir de las actuales condiciones del saber.

El incremento en el uso de las TIC puede virtualizar una parte de las relaciones que tienen lugar en el centro escolar. Las plataformas LMS (Learning Management System o Sistema de Gestión del Aprendizaje) o e-learning, permiten la administración de cursos en línea, pudiendo administrar usuarios, agregar y editar recursos, entre otros, además proporcionan herramientas de comunicación. Este tipo de plataformas son muy útiles en el aula tradicional (Junta de Castilla y León, 2011b).

A continuación se caracterizan herramientas de enseñanza virtual necesarios para el aprendizaje educativo.

2.3.3.1 La evaluación automática. Son las pruebas electrónicas tipo test donde el docente presenta al estudiante una serie de reactivos que, expuestos le da la oportunidad de visualizar de forma inmediata la respuesta correcta, aspecto muy importante porque retroalimenta tanto al estudiante como al docente. El procedimiento es automático y conecta de manera directa la pregunta con la validez de la respuesta, constituyendo así una aportación pedagógica valiosa (Barbera, 2006).

El gran aporte de este tipo de evaluación lo resume Barbera (2006):

La mayor ganancia de esta aportación se refleja en la inmediatez de la visualización de la respuesta correcta hecho que es muy importante para los alumnos, pero también para el profesor porque su acción retroalimentaría descansa en ella. La respuesta automática se puede igualar a esa presencia docente en la cual el profesor valida el contenido de lo que el alumno ha contestado (p.7).

El evidente inconveniente de la evaluación automática se refiere a la limitada intercomunicación que se da entre profesor y alumnos, en el sentido que al no ser una comunicación en vivo y ajustada a lo que sucede sino estandarizada, se omite la personalización de las respuestas. También sucede que las premisas sociales de pertenencia a un colectivo de aprendizaje que comparte unos contenidos desembocan en una baja sensación de comunidad virtual. La identidad colectiva es muy importante en los contextos virtuales y no sólo en el marco de la evaluación virtual sino por el mismo hecho de reducir el abandono de estudios de este tipo (Barbera, 2006).

2.3.3.2 La evaluación colaborativa. La evaluación colaborativa constituye un proceso en el que el estudiante y el docente se ponen de acuerdo para clarificar objetivos y criterios (Aristizabal, 2016). En este caso, el estudiante no es necesariamente responsable de la evaluación, pero colabora en el proceso de determinar lo que debe ser evaluado y tal vez, por quién será evaluado.

Evaluador y evaluado trabajan juntos para llegar a una visión consensuada sobre el aprendizaje logrado por el estudiante y la tarea realizada. Es una verdadera colaboración en la medida en que ambas partes trabajan para alcanzar el objetivo compartido de proporcionar una evaluación consensuada del aprendizaje del estudiante. Esta colaboración implica que ambas partes negocien los detalles de la evaluación y discutan cualquier malentendido que exista (Yanes, 2009).

Un ejemplo de este tipo de evaluación son: los foros, debates virtuales, grupos de discusión, grupos de trabajo, entre otros. Una de las ventajas que se desprenden de una

acción colaborativa en contexto virtual, adecuadamente guiada en términos sociales y cognitivos, es la posibilidad de evaluar tanto el producto colaborativo como el mismo proceso. Mediante el planteamiento de grupos virtuales se puede dar soporte individual a los alumnos para llegar a un producto concreto y, por su parte, el profesor tiene la posibilidad de visualizar a distancia, en sus variadas formas, lo que está sucediendo con exactitud en los grupos y quién está aportando cada pieza de trabajo realmente. Un inconveniente del trabajo virtual es que muchos alumnos que optan por una enseñanza en línea tienen la expectativa de realizar las actividades de aprendizaje de manera individual, quieren llevar a cabo sus estudios a su ritmo, sin tener que ponerse de acuerdo con otros alumnos (Barbera, 2006; Santa María, 2005).

Como lo menciona Yanes (2009), la evaluación colaborativa debe tender entre otros además, a promover estrategias cognoscitivas superiores, alentar la curiosidad por el saber, la búsqueda de mayor información, así como un mejor rendimiento y retención, fortalecer la autoconfianza del alumno mediante el apoyo de sus compañeros, lograr una mayor cohesión grupal, vigorizar las relaciones afectivas y el sentido de pertenencia al grupo, aumentar el pensamiento crítico y fomentar las actitudes positivas hacia el aprendizaje.

2.3.3.3 Ambientes constructivistas de aprendizajes. Los Ambientes Constructivistas de Aprendizaje consisten en implicar a los alumnos en experiencias de aprendizaje significativo. Para Fernández et al. (2001), lo define como un programa informático interactivo de carácter pedagógico que posee una capacidad de comunicación integrada. Estos constituyen una forma totalmente nueva de tecnología educativa y ofrecen una compleja serie de oportunidades y tareas a las instituciones de enseñanza de todo el mundo, como un programa informático interactivo de carácter pedagógico que posee una capacidad de comunicación integrada.

Según Yanes (2009), estas experiencias tienen en común algunas características:

En primer lugar, el aprendizaje es activo: los alumnos no son sujetos que esperan para aprender sino que aprenden implicándose en tareas o actividades significativas que les llevan a indagar, formularse preguntas, recopilar información, reflexionar, entre otros. En segundo lugar, el aprendizaje es constructivo: la actividad es una condición necesaria pero no suficiente para que se produzca el aprendizaje. Tercero, el aprendizaje es intencional: cuando los alumnos se implican en actividades resulta necesario que conozcan cuál es la meta de tal actividad. Los alumnos aprenden mejor cuando conocen el qué y para qué de lo que están haciendo. Cuarto, el aprendizaje es cooperativo: La experiencia de aprendizaje informal de las personas nos enseña que generalmente aprendemos algo mediante la observación, la conversación, la práctica, y suele ocurrir que estas actividades no se realizan en solitario sino en colaboración. Por último, las tareas de aprendizaje deben ser auténticas: uno de los aspectos criticables de la enseñanza tradicional es que simplifica en demasía las ideas y procesos de manera que enseña a los alumnos un conocimiento demasiado alejado de la realidad. Al alejar el conocimiento de su uso cotidiano los alumnos aprenden conceptos abstractos que en ningún momento aplican en su vida cotidiana.

2.3.4 Importancia de las TIC en la educación. Con la integración de las TIC en el ámbito educativo surgen nuevos retos: la necesidad de reformar el currículo (qué enseñar), la pedagogía (cómo enseñar), la estructura organizativa de los centros y la tecnología usada en las aulas. Se requiere una ciudadanía formada, capaz de acceder a la información, evaluar de manera crítica, organizarse y comunicarse a través de los múltiples canales, vías y formatos en constante transformación.

La necesidad de preparar a los alumnos para los estudios superiores y para el futuro mundo laboral hace que surja el planteamiento de las competencias, es decir, no es tan importante el transmitir conocimientos como el desarrollo personal del alumnado. Es un planteamiento más orientado al saber hacer, con el fin de que esos conocimientos que se adquieren tengan una aplicación práctica.

Las TIC puede reportar beneficios reales, como: optimizar el tiempo y las tareas de gestión; mejorar los procesos de comunicación e información; promover y estimular acciones de innovación; permitir la realización de diagnósticos y asesoramiento en línea; colaborar en línea e incluso explorar las posibilidades de la orientación bajo entornos virtuales (Muñoz & González, 2015).

Las nuevas tecnologías rediseñadas en pro de la educación generan una alta expectativa sobre la potenciación en la calidad de la enseñanza y el aprendizaje, en tanto favorecen la autonomía del estudiante, aumenta la cantidad de información accesible, la existencia de tareas interactivas y colaborativas (Bonilla, 2015). Estas pueden ser gran aliadas en cuestiones como el tratamiento de las necesidades educativas especiales, el asesoramiento a las familias, la orientación a los alumnos y el apoyo tutorial (Muñoz & González, 2015).

2.3.4.1 Competencias TIC. Según el proyecto de la OCDE (2010), denominado “Definición y Selección de Competencias” (Deseco) define la competencia como: “la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada” (p.887). Otros autores afirman: “La competencia digital, no sólo supone la posesión de tales habilidades, conocimientos y actitudes digitales, sino la capacidad de ponerlos acción, movilizarlos, combinarlos y transferirlos, para actuar de manera consciente y eficaz con vistas a un propósito o finalidad “(Esteve & Gisbert, 2013, p. 33).

Como lo señalan estos autores, es la conciencia, la actitud y la capacidad de las personas para utilizar adecuadamente las herramientas digitales, para identificar, acceder, administrar, integrar, evaluar, analizar y sintetizar los recursos digitales, construir nuevos conocimientos, expresarse a través de los recursos multimedia y comunicarse con los demás en cualquier contexto específico de la vida. Por lo que una competencia es una mezcla de: habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento (Junta de Castilla y León, 2011a).

Implica que el alumno pueda ser capaz de usar la información y sus fuentes de forma responsable y crítica, y de aplicar las nuevas tecnologías de forma habitual para la resolución de problemas. Es una combinación de conocimientos, habilidades y capacidades, junto con valores y actitudes, para alcanzar objetivos con eficacia y eficiencia mediante las TIC. De tal forma que se conviertan en una herramienta de trabajo cotidiana en la vida del alumnado. Esto incluye utilizarlas para transmitir y crear información y conocimiento e implican llegar a ser una persona autónoma, eficaz, responsable, crítica y reflexiva al seleccionar, tratar y utilizar la información y sus fuentes; así como las distintas herramientas tecnológicas que van apareciendo en función de su utilidad (Junta de Castilla y León, 2011b).

Según el programa Deseco de la OCDE (2010), existen 39 competencias básicas en TIC, agrupadas en 11 dimensiones, éstas son:

- a. Conocimiento de los sistemas informáticos (hardware, redes, software).
- b. Uso del sistema operativo.
- c. Búsqueda y selección de información a través de Internet.
- d. Comunicación interpersonal y trabajo colaborativo en redes.
- e. Procesamiento de textos.
- f. Tratamiento de la imagen.
- g. Utilización de la hoja de cálculo.
- h. Uso de bases de datos.
- i. Entretenimiento y aprendizaje con las TIC.
- j. Telegestiones.
- k. Actitudes generales ante las TIC (p. 82).

Otros autores como Esteve y Gisbert (2013), especifican los siguientes estándares para estudiantes:

- 1) Creatividad e innovación.
- 2) Comunicación y colaboración.
- 3) Investigación y manejo de la información.

- 4) Pensamiento crítico, solución de problemas y toma de decisiones.
- 5) Ciudadanía digital
- 6) Operaciones y conceptos de las TIC

Según Muñoz y González (2015), las competencias del orientador tienen cinco dimensiones: pedagógica, técnica de gestión social, ética y legal, y de desarrollo y responsabilidad profesional. Acreditar un dominio en estas dimensiones significa ser un competente digital, algo a lo que debe aspirar todo el alumnado y fomentar todo el profesorado.

2.3.4.2 Aportes de las TIC a la evaluación matemática. La tecnología ha aportado en el contexto de la evaluación matemática herramientas de enseñanza virtual ya explicadas anteriormente como son: la evaluación automática o las pruebas electrónicas tipo test y la evaluación colaborativa (Barbera, 2006).

Otros grandes aportes de las TIC en las matemáticas lo resume Aristizábal (2016), quien señala: “los docentes sienten la necesidad de capacitarse cada vez más en estrategias didácticas que les permita usar recursos novedosos para acercarse a un ambiente agradable en el cual las matemáticas encuentren su espacio para que este sea enriquecedor y significativo” (p.24). Y el mismo autor infiere, que el lenguaje de las matemáticas, se sale en ocasiones de lo cotidiano para volverse en nociones complejas para el estudiante durante la formación de su sentido lógico.

Otro aporte que no se puede dejar de mencionar corresponde al uso de los computadores en la educación matemática, que ha hecho más accesible e importante para los estudiantes en temas de geometría, probabilidad, estadística y el álgebra (Arteaga & Rivas, 2014). Como ejemplo se destaca el uso de programas informáticos matemáticos como: Geogebra, SSPP, Euler, Yacas, Axiom, Infostat, entre otros.

2.3.5 El formulario de Google Drive. Es una herramienta de la empresa Google que proporciona una base de datos con las respuestas obtenidas y un resumen de los

resultados. Esto permite iniciar al alumno en el tratamiento de datos, así como obtener un análisis preliminar y conclusiones previas al tratamiento estadístico de los mismos. (Tomaseti, Sánchez, & García, 2014).

El objetivo del formulario de google drive es mostrar a los docentes y estudiantes la utilidad de las herramientas de acceso abierto o REA (Recursos Educativos Abiertos) y, en particular, que adquirieran competencias específicas para la elaboración de exámenes, encuestas y cuestionarios en línea (Lacleta, Blanco & Peñalvo , 2014).

Estos formularios recolectan información sea en forma de encuestas o evaluación en línea de una manera organizada, lo que conlleva a que esta información o estos resultados se exporten a una hoja de cálculo que sirve de base de datos para el análisis estadístico que realizaran programas o software estadísticos como son SPSS; Infostat, entre otros.

2.4 APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Se concibe el aprendizaje como “la adquisición de conocimientos para dar significado a la realidad; es algo que se construye de forma gradual y en donde se ponen en marcha una serie de mecanismos que permiten elaborar y reelaborar redes conceptuales cada vez más complejas” (Arteaga y Rivas, 2014, p.38). Se considera entonces que el aprendizaje supone el cambio de las capacidades o las conductas de la persona.

Se debe tener en cuenta que las oportunidades de los estudiantes para aprender matemáticas dependen del entorno y del tipo de tareas y discurso en que participan, dependiendo lo que aprenden, de cómo se implican en las actividades matemáticas, lo que marca, a su vez, las actitudes que tienen hacia esta ciencia (Pochulu, 2009).

El proceso de aprendizaje de las matemáticas se ha visto influenciado por una serie de problemas como el poco interés que los estudiantes presentan hacia esta asignatura, debido entre otros factores a la insuficiente formación matemática, falta de un mayor

compromiso y acompañamiento de los padres de familia en el proceso formativo de sus hijos, así como una mayor responsabilidad de parte de los estudiantes y una mayor creatividad y recursividad por parte del maestro en el ejercicio docente.

A continuación se enmarca una recapitulación del tema que se evalúa en este trabajo investigativo.

2.4.1 Definición de número entero. Según Almérica (2015), “Son un conjunto de números que incluye a los números naturales distintos de cero (1, 2, 3,...), los negativos de los números naturales (... , -3, -2, -1) y al 0” (p.31).

Para resaltar la diferencia entre positivos y negativos, a veces también se escribe un signo “más” delante de los positivos: +1, +5, entre otros. Para identificar si un número es entero solo basta con considerar u observar si este posee decimales, ya que si los tiene se dice que ese número no es un entero.

Los números enteros aparecen cuando no es posible realizar una sustracción porque el minuendo es menor que el sustraendo, o cuando a un número menor había que restarle un valor mayor. La necesidad de representar el dinero que se adeudaba, representar la temperatura bajo cero, la profundidad con respecto al nivel del mar, entre otros; fueron circunstancias que obligaron a extender el concepto de números naturales, e introducir un nuevo conjunto numérico llamado números enteros (Z) (Bonilla, 2015).

2.4.2 Historia de los números enteros. Los sistemas de numeración se abren paso en la historia desde el antiguo Egipto, donde se utilizó un esquema decimal, estos usaban jeroglíficos a los cuales les asignaban valores para las unidades, las decenas y en general para las potencias de 10; el orden de su escritura de ninguna manera era estricto y además poseía características aditivas. También los chinos desde el año 1500 a.c, con la ayuda de cuerdas, varillones de bambú y un ensortijado de bolas de colores, similar al ábaco que se utiliza actualmente, tenían la habilidad de contar, ordenar elementos e

inclusive de realizar operaciones matemáticas con un sistema multiplicativo en el cual también se ordenaban los símbolos por potencias de 10 (Aristizábal, 2016).

Los números naturales surgen muy tempranamente con la necesidad que tenía el hombre de contar, en cambio los números negativos aparecen como resultado de la práctica matemática y en particular de la manipulación algebraica para resolver ecuaciones (Castillo, 2014).

El avance o surgimiento de los números enteros coincide por supuesto con el avance de los números negativos. Según Aristizábal (2016), la inclusión de los números negativos fue sosegada dentro de la construcción de los sistemas numéricos; su uso fue resistido por la comunidad científica matemática durante muchos siglos, eran catalogados como números absurdos o falsos; sus inicios datan en el siglo V en los países de oriente y apenas se acepta su realidad en occidente hasta el siglo XVI. Para Castillo (2014), “los chinos e hindúes empezaron a explorar números negativos hace más de mil años, en los países europeos, éstos no se aceptaron como números hasta bien entrado el siglo XVII” (p.26). Por ejemplo, en China ya se implementaba en la resolución de problemas cotidianos, pero no para hallar los valores desconocidos en una ecuación. En la India su simbología permitía la inclusión de estos como débitos o créditos en las operaciones mercantiles, así como la muy importante inclusión del cero como número en el 650 d.c.

Los logros alcanzados por los hindúes en cuanto al tratamiento con los números negativos cayeron en el vacío, pues fueron invadidos por los árabes, y los matemáticos de esta cultura no recogieron aportes importantes como la consideración de las raíces negativas, seguramente ello provenga de la estrecha relación que hacían entre número y magnitud. Los árabes debido a su mentalidad práctica lo ignoraron al parecer sólo surgen de la imaginación de los hindúes (Stewart, 2007).

La notación muy difundida para los números positivos y negativos fue gracias al matemático Michael Stifel. Este matemático difundió los símbolos germánicos (+) y (-), y

los popularizó. Antes se utilizaba (p) positivos y (m) negativos. El símbolo (Z) para denotar a los enteros proviene del alemán Zahlen que significa números (Castillo, 2014).

Según Stewart (2007), en el siglo XVIII con el desarrollo de la geometría analítica fue posible encontrar una interpretación concreta a los números negativos como abscisas en la recta numérica, además con el desarrollo de la física y en especial la mecánica se empiezan a considerar o representar movimientos en donde las cantidades negativas sólo indican el cambio de sentido del mismo o donde lo negativo indica retroceso y lo positivo avance.

En el siglo XIX los números negativos son aceptados como números, pero no porque representen cantidad sino porque se incorporan como una extensión de los números naturales, en donde se continúan cumpliendo leyes de la aritmética. Surge entonces la necesidad de estudiar los fundamentos de los diferentes sistemas numéricos y entre ellos los números negativos; es decir, de alguna manera se trata de dotar de contenido matemático a los números negativos (Castillo, 2014). Es por ello que la regla de los signos se pasa a considerar como un acuerdo para que se conserve el principio de permanencia aritmética.

El problema de formalizar el concepto y estructura de los números enteros por la creencia de que el número estaba relacionado plenamente con la cantidad, lo resuelve el matemático alemán Hermann Hankel en 1867, quien basado en la teoría de los números complejos y en las geometrías no euclidianas logra establecer los principios básicos para la legitimación de los números enteros, plantea al respecto que los números enteros son una extensión de los naturales y sus operaciones satisfacen las mismas propiedades de los naturales (Díaz, 2015; Giraldo, 2014). Durante esta época además de aparecer una multiplicidad de teorías surgen también diversas definiciones para los números enteros y en últimas, gracias a la noción de estructura se logran unificar y de dicha unificación aparece la teoría matemática de los números enteros que hoy se conoce.

2.4.3 Errores frecuentes al resolver problemas con números enteros. Los estudiantes cuando interactúan con problemas que requieren de las estructuras aditivas de los

números enteros, lo asumen como si se trataran de los números naturales (Iriarte, Jimeno & Vargas, 1990). Esa es una razón de porque los estudiantes frecuentemente comenten errores al interpretar el número negativo como el que esta antecedido del signo menos, presentar dificultad al comprender que la sustracción es la operación inversa de la adición, pues en los números enteros solo tiene sentido hablar sobre la suma, porque la resta se puede entender como una suma de inverso aditivo. No consideran que en los números enteros, aumentar o quitar, no siempre se relaciona en forma natural con la adición o sustracción.

Tal como lo afirma Arteaga y Rivas (2014), “el docente relaciona la suma con los términos añadir, juntar y reunir, esto impide que el estudiante perciba la operación suma como tal en un problema contextualizado” (p.19). De igual forma para Iriarte et al. (1990), “los alumnos van ligando a la idea de identificar la sustracción de números enteros con quitar o con disminuir” (p.14).

Considerar que el orden entre los negativos es el mismo que el orden natural es llegar al error. Tal como lo afirma Giraldo (2014), en los números naturales los números van aumentando a medida que se alejan del origen. Trasladar esta secuencia a los negativos es un obstáculo que satisface la puesta en acción a la siguiente pregunta: “¿Cuál es el número mayor en una unidad a -4?” y los estudiantes responden -5”.

Ignorar el signo es otro error frecuente en la mayoría de los estudiantes. Por dos razones: el primero, son los que ignoran el signo negativo como si fueran números naturales; y los segundos, son los sensibles al signo menos y lo híper utilizan (Iriarte et al., 1990).

Según Abrate et al. (2006); Pochulu (2009), los profesores de matemática aducen que los errores más frecuentes de sus alumnos se encuentran cuando aplican la regla de los signos de la multiplicación al efectuar sumas o restas de números enteros y no de productos; por ejemplo al realizar operaciones como: $-13 + 20 = -7$ o $-5 - 8 = 13$.

Otro error frecuente es cuando los estudiantes asumen la multiplicación como aumento. La noción de considerar la suma como aumento se traslada para la multiplicación, siendo

esta idea un obstáculo cuando a los estudiantes se les pregunta: ¿Es posible encontrar un múltiplo de 5 menor que 3 y distinto de cero? (Giraldo, 2014).

Para Iriarte et al. (1990), las ideas causantes de los errores y olvidos constatados y que obstaculizan el aprendizaje de los números enteros se agrupan en dos apartados: lo real como obstáculo que hace referencia a la intuición primaria del número como cantidad que obstaculiza la construcción de los números enteros, la aceptación y reconocimiento por el número negativo; y el otro apartado es la imposición de lo formal como obstáculo, que significa romper concepciones previas de la aritmética, debido a las concepciones que tienen los estudiantes tan alejadas de la teoría de los números enteros.

3. METODOLOGÍA

La investigación se ha definido como un acto reflexivo, de acciones sistemáticas, controladas, con propósito crítico, que permite construir nuevos hechos e información, que establece relaciones o leyes en todos las áreas del conocimiento humano (Bonilla, 2015).

Este capítulo está estructurado en cuatro secciones. La primera parte presenta el tipo de enfoque y diseño, la segunda concierne sobre los sujetos que participan en la investigación, el tercer fragmento describe la variable del problema, y por último la cuarta parte describe los instrumentos que se aplican en este trabajo investigativo como son: la encuesta socio-cultural, el taller de refuerzo y la evaluación en línea inicial y final.

Se pretende generar nuevos conocimientos de carácter formativo para el uso del error como retroalimentación mediante la evaluación en línea en el aprendizaje de las matemáticas de séptimo grado, especialmente en el análisis de las operaciones de los números enteros.

3.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL ESTUDIO

3.1.1 Enfoque. El tipo de enfoque es mixto, porque se recoge información estadística de las evaluaciones en línea y se realiza apreciaciones conceptuales de los errores cometidos que sirven para realizar las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

En lo que respecta a la parte cuantitativa se desarrolla el análisis de los promedios de desempeño en la evaluación en línea mediante gráficos y tablas inferenciales. A si mismo, en la parte cualitativa se describe los errores cometidos en la evaluación en línea con su posterior corrección y reflexión.

3.1.2 Tipo de estudio. El tipo de estudio es descriptivo, porque recolecta y caracteriza en gráficos y tablas información estadística de la evaluación inicial, como promedios de desempeño y grados de efectividad por ítem. El estudio también es inferencial porque indaga y establece comparaciones entre los promedios de desempeño por cursos, género o por institución educativa; a su vez, con base de esta investigación se realiza la comparación de los promedios de desempeño de las dos evaluaciones en línea.

3.1.3 Tipo de diseño. El tipo de diseño es cuasi experimental, porque la población de estudio que corresponde a la muestra experimental no es de gran tamaño, o no supera los 200 sujetos de investigación. No es posible realizar la selección aleatoria de los sujetos de investigación (estudiantes) por el mismo tamaño de la muestra el estudio se hace con grupos ya constituidos, y es clave que todos los sujetos sean valorados o realicen las evaluaciones en línea; por consiguiente, no se necesita calcular matemáticamente o por fórmula estadística el tamaño de la muestra aleatoria, ni mucho menos el tipo de muestreo aleatorio.

3.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS SUJETOS DE INVESTIGACIÓN

Los sujetos de investigación corresponden a 99 estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña y 44 alumnos de octavo grado de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel, para un total de 143 estudiantes, cuyas edades oscilan o están comprendidas entre los 12 y 15 años.

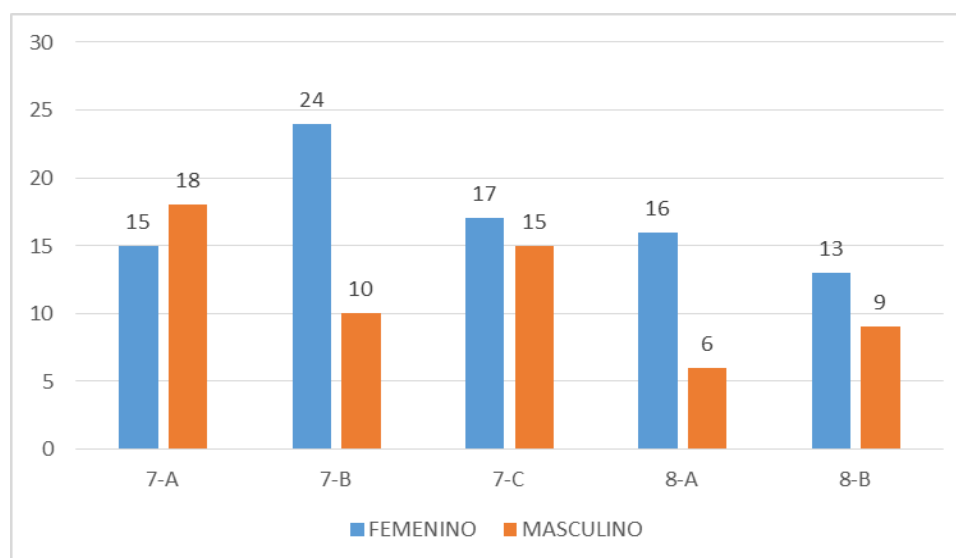
Los tres cursos de séptimo, están conformados por 33, 34 y 32 estudiantes respectivamente; los dos cursos de octavo por 22 estudiantes. Las siguientes tablas y gráfica muestran la cantidad de niños y niñas que conforman cada curso, y las frecuencias relativas o los porcentajes que representan según el total de la muestra. La Tabla 1 y 2, y la figura 1 representan la información anterior.

Tabla 1. Cantidad de estudiantes según curso y género

Curso	7A	7B	7C	8A	8B
Niñas	15	24	17	16	13
Niños	18	10	15	6	9

Fuente: Autores

Figura 3. Cantidad de estudiantes por género y curso



Fuente: Autores

Tabla 2. Porcentajes de estudiantes de la muestra según el género y el curso

Curso	Femenino	Masculino	Total
7-A	10 %	13 %	23 %
7-B	17 %	7 %	24 %
7-C	12 %	10 %	22 %
8-A	11 %	4 %	15 %
8-B	9 %	6 %	15 %

Fuente: Autores

Según la información recolectada por la encuesta socio-cultural, la muestra se caracteriza por estudiantes con nivel económico de estrato uno y dos. La comunidad educativa de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña está inmersa en una problemática social referente a la drogadicción y la violencia intrafamiliar. Aunado de lo anterior, los estudiantes en su mayoría se caracterizan por presentar alta dificultad en comprender las matemáticas, ocasionando altos niveles de reprobación escolar, y por consiguiente generando que el promedio de edades en un salón de clases aumente significativamente.

El año anterior por cuestiones ajenas al plantel educativo, los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel permanecieron tres meses sin profesor de matemáticas. Esto conllevó a que la institución educativa no cumpliera los derechos básicos de aprendizaje del grado séptimo; y por consiguiente, la comprensión de temas fundamentales de séptimo grado como números enteros no fuera la más adecuada y se necesitará para el presente año un refuerzo adicional.

3.3 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES Y OPERATIZACIÓN

La variable de este estudio corresponde al desempeño de los estudiantes en las evaluaciones en línea sobre números enteros mediante la observación y análisis de los errores. Como se mencionó en el segundo capítulo o en el marco teórico, el error sirve para poner en marcha la evaluación formativa como aporte para el proceso de aprendizaje.

El error influye desde dos puntos de vistas: el sociocultural y el cognitivo (De la Torre, 1993); cada una influye en el pensamiento del alumno. El factor socio-cultural interviene en la dedicación o consagración del estudiante en el área de las matemáticas con el apoyo no solo del profesor sino de su contexto familiar. El factor cognitivo se refiere a las bases aritméticas o el aprendizaje matemático a largo de los últimos años escolares.

3.4 FASES DEL ESTUDIO

Las fases de estudio tienen como principal característica el diseño y validación de los instrumentos de investigación para la recolección de datos y el análisis. Antes de aplicar los instrumentos de investigación, se debe realizar una prueba de piloto que tiene como fin de evaluar la calidad de los instrumentos o poder encontrar los errores en su diseño. Si pasa esta prueba, el siguiente paso corresponde al procesamiento de datos del instrumento de investigación; y si el resultado es contrario, rediseñar el respectivo instrumento (Santa María, 2005).

3.4.1 Diseño de instrumentos de recolección de datos. El primer instrumento consiste en la recolección de datos mediante la encuesta socio-cultural que se utiliza para explorar y conocer el sujeto de investigación o estudiante. El segundo instrumento corresponde a la evaluación en línea cuya información es necesaria y vital para el la presentación de resultados de desempeño y procedimiento de análisis; y por último el taller de refuerzo o retroalimentación que refleja la evaluación formativa. La evaluación en línea se realiza en dos tiempos: Al principio o la evaluación diagnóstica y al final o después de realizar los procesos formativos de aprendizaje. Esta última evaluación busca afianzar y ratificar el mejoramiento del aprendizaje de los sujetos de investigación.

3.4.1.1 Encuesta socio-cultural. Este instrumento tiene como principal objetivo conocer al estudiante o sujeto de investigación. Se realizan 17 preguntas referentes a: identificación del estudiante (nombres y apellidos), distancia que vive con respecto a la institución educativa, estrato social, nivel educativo de los padres, grado de conectividad, gusto y dificultad por las matemáticas, esto entre otros. La encuesta se realiza de manera virtual mediante un documento o archivo de formulario de encuesta proveniente de google drive; el link se sube a un blog educativo o se envía al correo personal de cada estudiante y se exige a estos principios de objetividad y honestidad.

3.4.1.2 Evaluación en línea inicial o diagnóstica. El segundo instrumento corresponde a la evaluación en línea sobre números enteros o test diagnóstico de 20 preguntas presentadas en forma individual, con seguimiento del docente y sin ninguna ayuda

académica. El objetivo de esta evaluación es revelar el grado de comprensión y entendimiento en los estudiantes sobre los números enteros. Esta prueba se realiza mediante la opción de test de los formularios de Google drive. Los alumnos la presentan en la sala de informática de las instituciones educativas o en un kiosco digital y se realiza sin medición de tiempo.

3.4.1.3 Diseño de la rúbrica para la corrección de la evaluación inicial y el taller de refuerzo. Según Santamaría (2005), las rúbricas son instrumentos de trabajo que permiten, al docente, valorar no sólo el producto, sino el proceso de un aprendizaje determinado. Esta guía puede ser modificada por el maestro, para adecuarla a diferentes tipos de aprendizajes y técnicas de enseñanza.

Se diseña una rúbrica para la corrección de la evaluación inicial y la solución del taller de refuerzo. Un objetivo de esta herramienta es guiar el proceso evaluativo de los dos momentos mencionados. Otro objetivo de este instrumento es que el alumno conozca el nivel de progreso de su aprendizaje.

3.4.1.4 Corrección y retroalimentación de la evaluación inicial. Luego de la aplicación de la evaluación en línea diagnóstica, se procede a realizar la corrección de ella mediante el empleo de los tres tipos de evaluación: heteroevaluación, autoevaluación y coevaluación. Se desarrolla en grupos colaborativos de cuatro estudiantes en el aula escolar.

El objetivo de esta corrección es que los estudiantes observen los errores que cometieron en la prueba diagnóstica, siguiendo los principios de la evaluación formativa. Cada grupo colaborativo debe identificar los errores cometidos en la evaluación, para luego reflexionar y exponerlos a sus compañeros. Las sustentaciones estarán sujetas a la rúbrica anterior mente mencionada.

3.4.1.5 Taller de refuerzo. Este instrumento se caracteriza porque se realiza en el aula, en grupos de tres o cuatro estudiantes, se desarrolla en los cuadernos de apuntes de

matemáticas de cada discente. Como toda actividad académica el taller está sujeto a una rúbrica de evaluación que contiene instrucciones. El principal objetivo del taller es reforzar al estudiante construyendo aprendizaje a partir de los errores que cometieron en cada uno de los ejercicios de la evaluación inicial. Al igual que la actividad de la corrección de la evaluación en línea inicial, se aplica la coevaluación al momento de terminar el taller para luego realizar la autoevaluación.

3.4.1.6 Evaluación en línea final. Luego de capacitar al estudiante formativamente (corrección de la evaluación inicial y el taller de refuerzo), se procede a realizar la evaluación final. El objetivo de este instrumento es ratificar el desempeño de los estudiantes, después de haber hecho un proceso de aprehensión sobre números enteros. El análisis profundo se realiza comparando el desempeño de esta prueba con la evaluación en línea inicial, los resultados deben mejorar para consolidar el proceso de aprendizaje hecho en la retroalimentación de la evaluación inicial y el taller de refuerzo. Al igual que la evaluación en línea diagnóstica, se realiza mediante la opción de test que tiene la herramienta Google drive y bajo las mismas reglas ya mencionadas.

3.4.2 Diseño de técnicas de análisis de datos. Los resultados o la información para analizar, interpretar y concluir provendrán de los instrumentos ya mencionados como son: las dos evaluaciones en línea, la encuesta socio-cultural, la retroalimentación de la evaluación diagnóstica y el taller de refuerzo. La información recolectada por los formularios de Google drive (encuesta y evaluaciones en línea) se descargan en un archivo de hoja de cálculo, se organiza la información y se procede a manejar mediante paquetes estadísticos. Ese archivo corresponde a una base de datos que contiene la información de la encuesta socio cultural, y los resultados obtenidos en cada ítem junto con el desempeño final de las dos evaluaciones en línea para cada sujeto de investigación o estudiante.

3.4.2.1 Análisis cuantitativo. La información cuantitativa corresponde al desempeño de los estudiantes en las evaluaciones en línea. La construcción de algunas gráficas y tablas

se realiza mediante el software de tipo cuantitativo “Infostat” y otros por la hoja de cálculo de excel.

El análisis inferencial se realiza considerando el 5 % de significancia mediante pruebas estadísticas como: F Fisher y t de student pareadas. En la prueba F Fisher para la toma de decisiones se realiza un diagrama de letras; si estas están repetidas no hay diferencia significativa. En la prueba t student la toma de decisión se realiza comparando un parámetro teórico que proviene de una tabla con los valores experimentales.

3.4.2.2 Análisis cualitativo. La información cualitativa corresponde a los errores que frecuentemente cometieron los estudiantes en el desarrollo de la evaluación diagnóstica y el taller de refuerzo. Esta información se analiza mediante evidencias como imágenes fotográficas o escaneadas relevantes y pertinentes, y descripción de las dudas generadas en cada pregunta del taller de refuerzo.

4. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados y análisis mediante gráficos y sus respectivas interpretaciones de las dos evaluaciones en línea (diagnostica y final) que realizaron los estudiantes de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña y la Institución Educativa Técnica Santa Isabel. Así mismo, se analiza la corrección de las preguntas de la evaluación en línea inicial, se evidencia la realización del taller de refuerzo y se identifican las causas y los tipos de errores cometidos por los estudiantes durante el desarrollo de la evaluación en línea inicial.

4.1 ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA INICIAL

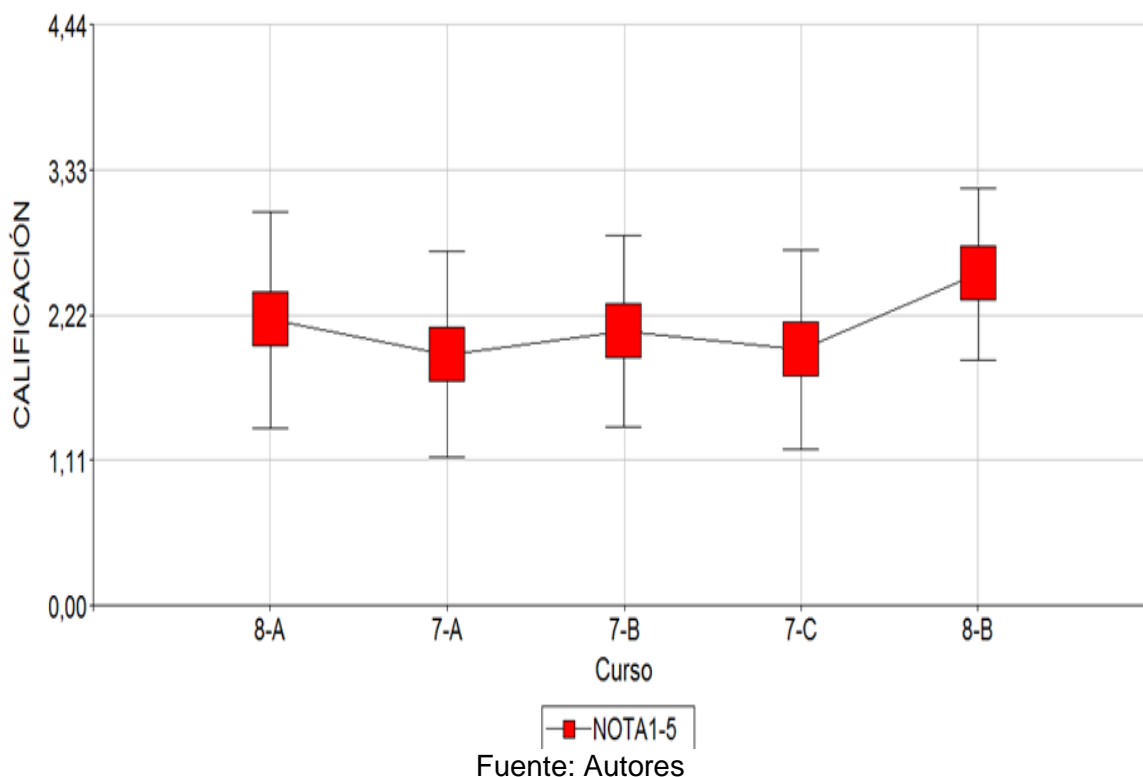
El objeto de este instrumento es realizar el diagnóstico del desempeño de los estudiantes en la comprensión de números enteros; es decir, es el punto de partida en el cual los estudiantes descubren, reflexionan, analizan y superan sus errores.

En este apartado se describe los resultados representados por promedio de desempeño y se realiza su respectivo análisis inferencial.

4.1.1 Análisis descriptivo del desempeño promedio de la evaluación en línea inicial. El promedio de desempeño para los 143 estudiantes que desarrollaron la evaluación en línea inicial fue de 2,1 sobre el puntaje total de 5,0. Significa que el porcentaje promedio de desempeño de los estudiantes fue del 42%, o que se encuentran con grandes dificultades de comprensión y análisis de los números enteros.

4.1.1.1 Análisis descriptivo por curso escolar. Según la figura 2, la escala de desempeño es básico para el curso octavo B, los demás cursos presentan un desempeño bajo. El promedio del porcentaje de desempeño por cada uno de los cinco cursos se encuentran entre el 40 y 45 %, o el promedio de desempeño alcanzó un puntaje entre 2,0 y 2,4 de un total máximo de 5 puntos.

Figura 4. Desempeño en la evaluación en línea inicial según los cursos.

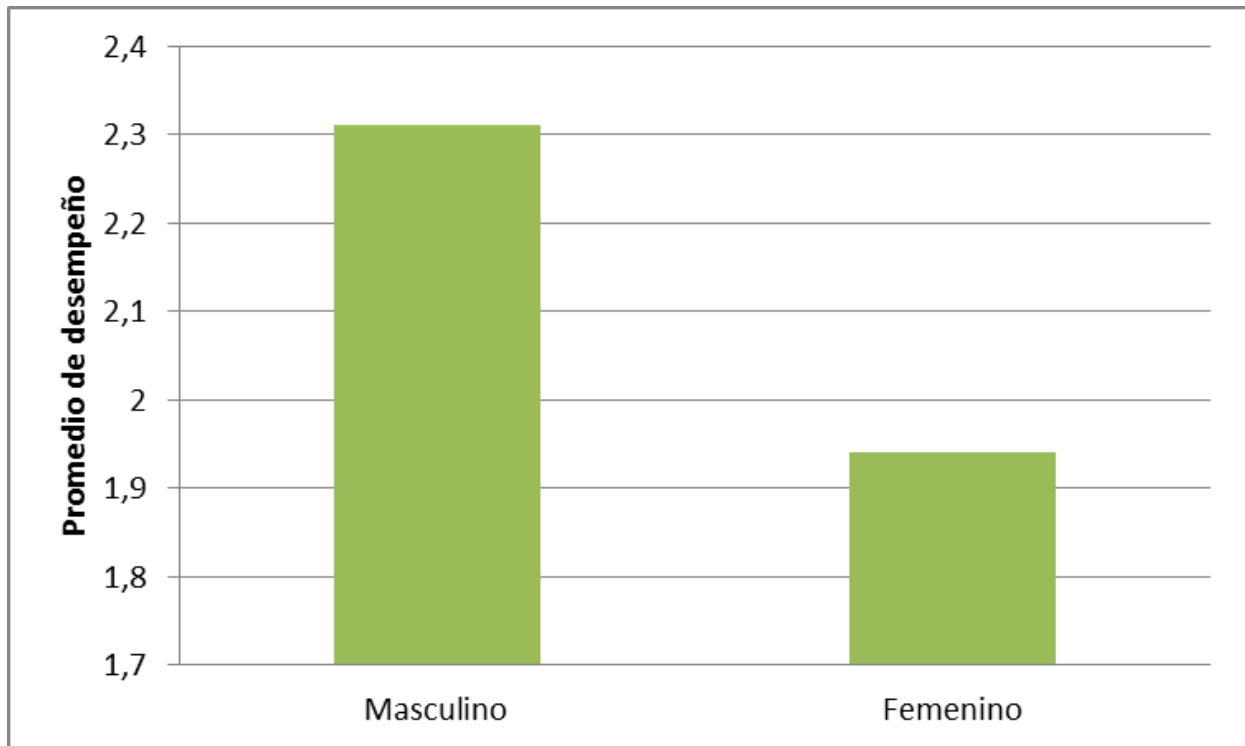


La razón por la cual el desempeño en la evaluación inicial haya sido bajo en los estudiantes de los cursos octavos se debe a la falta de práctica, ese tema fue visto el año anterior y últimamente no realizaron ejercicios. Otra causa del bajo desempeño fue la carencia de actitud por parte de los estudiantes para responder adecuadamente las preguntas; es decir, los alumnos contestaron las preguntas de la evaluación sin ningún sentido de análisis y responsabilidad. Otra razón que atañe a los cursos de séptimo, corresponde a que el docente de matemáticas no había orientado el tema por completo de números enteros.

4.1.1.2 Análisis descriptivo por género. Según la figura 3, el porcentaje de desempeño de los niños en la evaluación inicial fue del 46 % y para las niñas fue alrededor del 39 %. Los niños del grado octavo fueron los de mejor desempeño, alcanzaron el nivel básico de comprensión. Por el contrario, las niñas de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña mostraron el más bajo promedio de desempeño. No hay razones verídicas para

afirmar que los hombres comprendan mejor los problemas con números enteros que las mujeres, solo indicios que en el siguiente apartado se analizarán.

Figura 5. Desempeño en la evaluación en línea inicial según el género



Fuente: Autores

4.1.2 Análisis inferencial de la evaluación en línea Inicial. El análisis comparativo de promedios para el desempeño en la evaluación en línea inicial se realizó mediante la prueba “F Fisher” y “t Students”, asumiendo 5 % de nivel significancia.

4.1.2.1 Análisis inferencial por curso. El análisis de promedios de desempeño por cursos se realizó mediante la prueba estadística de F Fischer. Según la tabla 3, los cursos octavos de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel (presentan la misma letra, significa que no presentan diferencias significativas) muestran el mismo nivel de comprensión. Otro análisis corresponde a que existe diferencia significativa entre los cursos octavo y séptimo; es decir, es mejor pero no satisfactorio el desempeño de los

estudiantes de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel que los estudiantes de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña.

Tabla 3. Análisis inferencial de la evaluación en línea inicial según cursos

Cursos	Promedio (De 1 a 5)	Cantidad de estudiantes	Diferencias significativas
8-B	2,56	22	A
8-A	2,18	22	A
7-B	2,04	34	B
7-C	1,95	32	B
7-A	1,92	33	B

Fuente: Autores

4.1.2.2 Análisis inferencial por género. El análisis de desempeño por género, se realizó mediante la prueba de media t students independiente. Según la tabla 4, existe diferencia significativa (letras diferentes) entre el desempeño por género; es decir, los hombres presentaron mejor promedio de desempeño en la evaluación inicial que las mujeres.

Tabla 4. Análisis inferencial de la evaluación en línea inicial según género

Genero	Promedio (De 1 a 5)	Cantidad de estudiantes	Diferencias significativas
Masculino	2,31	58	A
Femenino	1,94	85	B

Fuente: Autores

4.1.3 Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea inicial. Las respuestas correctas de cada ítem se miden en proporción a la cantidad de educandos que acertaron, sobre el total de muestra o estudiantes que presentaron la prueba o la evaluación en línea.

Según la tabla 5, los estudiantes presentaron mayor dificultad en algunos ítems, la pregunta más fácil o de mejor comprensión alcanzó una efectividad del 79 %, y la más difícil o de menor comprensión el 22%.

Tabla 5. Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea inicial

NÚMERO DE PREGUNTA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
PORCENTAJE	36	56	53	57	22	27	16	66	31	25	79	35	33	41	42	36	39	60	23	40

Fuente: Autores

De la anterior tabla se tiene en cuenta lo siguiente:

- En catorce preguntas más del 50 % de los estudiantes escogieron adecuadamente la respuesta correcta
- Tan solo en un ítem más del 70 % seleccionaron la respuesta correcta.
- Hubo una pregunta que tan sólo el 16% la respondieron bien.
- El promedio de efectividad por pregunta es alrededor del 40,85%; es decir, de 143 estudiantes que presentaron la evaluación en línea, solo 57 comprendieron en promedio cada ítem.

4.1.4 Consideraciones finales de la evaluación en línea inicial. La evaluación en línea inicial deja como enseñanza que los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel tienen una mejor comprensión de los números enteros que los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña. La razón principal aduce más que a la edad o el nivel escolar, los problemas sociales y la falta de recursos que afectan la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña.

Más allá de comparar las instituciones educativas, los estudiantes deben mejorar el desempeño en la comprensión de problemas con números enteros. Se procede a retroalimentar el aprendizaje de los estudiantes mediante la corrección de la evaluación en línea inicial y el taller de refuerzo, aplicando las características de la evaluación formativa y usando el error como fuente de reflexión de los aprendizajes.

4.2 ANÁLISIS DE LA CORRECCIÓN EN LA EVALUACIÓN EN LÍNEA INICIAL

Luego de la presentación de la evaluación en lineal diagnóstica o inicial y del bajo desempeño en esta evaluación, los estudiantes proceden a corregir los errores frecuentes que cometieron en cada una de las veinte preguntas que componía esta evaluación sobre números enteros. La corrección de los errores tiene como principal objetivo mejorar el aprendizaje a partir del descubrimiento de estos en cada ítem o pregunta. El estudiante debe autoevaluarse, reflexionar y superar las dificultades o errores para de este modo mejorar la comprensión en los problemas de números enteros.

A continuación se ilustran con base en imágenes fotográficas y escaneadas los errores que frecuentemente cometieron los estudiantes en la evaluación en línea inicial, y luego se identifican las causas y los tipos de errores cometidos en esta evaluación en línea.

4.2.1 Errores frecuentes de cada ítem en la evaluación en línea inicial. Los errores cometidos por los estudiantes en la evaluación en lineal inicial, se registraron en cada uno de los veinte ítems. Adicional a lo anterior, se realizó la corrección de cada uno de estos errores.

La pregunta uno, la mayor parte de los estudiantes cometieron errores por no reconocer el lenguaje matemático. No identifican que una profundidad corresponde a un valor negativo, porque está por debajo del nivel del mar o de cero.

La pregunta dos, gran parte de los estudiantes cometieron errores por falta de comprensión de la lectura; es decir, algunos alumnos se limitaron a leer la primera oración y solo tuvieron en cuenta los puntos de ganancia desconociendo los perdidos o desaciertos.

No comprender el orden de los números enteros dentro de la recta numérica corresponde a la causa de los errores cometidos en la pregunta tres. Algunos estudiantes ignoran el signo negativo de los números enteros, piensan que en ese sistema numérico el mayor valor corresponde al número de mayor cantidad, como si estuvieran realizando operaciones con números naturales.

En la pregunta cuatro la razón por la que cometieron errores los estudiantes, corresponde al desconocimiento de la resta de números enteros. Primero que todo, los estudiantes piensan que restar números enteros se aplica la ley de los signos; segundo que siempre se debe ubicar el minuendo como mayor valor, aunque en esta pregunta se cumplía lo anterior; y por último, no les interesa otros conceptos que pueden ser fundamentales en el desarrollo del problema, como por ejemplo: el nivel del mar, la cima, entre otros.

Los errores que cometieron los estudiantes en la pregunta cinco, la causa es que los alumnos confunden el símbolo de orden (mayor y menor). Otra razón de cometer errores en esta pregunta, corresponde que los escolares no reconocen que el mayor número está ubicado hacia la derecha en la recta numérica.

El ítem número seis se respondió según la información de la pregunta cinco. Los estudiantes se equivocaron por no reconocer que la posición de un número entero da información del orden de estos. Siguieron confundiendo el símbolo de mayor con el de menor.

En la pregunta siete, los estudiantes tuvieron la misma causa del error que en la pregunta uno. No identifican los estudiantes el lenguaje matemático, tampoco reconocen que si una lombriz se encuentra debajo de la superficie corresponde a un valor negativo. Ubican los valores como si se tratara de números naturales o de cantidades sin importar el signo.

En la pregunta ocho, las equivocaciones de los alumnos proviene de anteponer el signo negativo al sustraendo de la resta de números enteros; los valores o las temperaturas manejadas en este problema son valores positivos. No se puede cambiar el signo de los número enteros, así se realice la operación de sustracción.

En la pregunta nueve, los estudiantes tuvieron falencias en identificar el concepto de número entero. No se percataron de la columna de temperatura mínima y la de temperatura máxima, tomando el valor menor dentro de ese grupo de números positivos,

cuando realmente debían observar el menor valor de la columna de temperatura mínima, que correspondía a la mayor cantidad negativa.

En la pregunta diez, los estudiantes respondieron mal por diversas razones. Primera razón es ignorar el sentido negativo de los números enteros; segunda causa correspondiente a no cumplir con la ley de signos en la multiplicación de números enteros; y como última razón no realizar adecuadamente la resta de dos números enteros: Cuando se operan dos cantidades de diferente signo, se resta y se coloca el signo del número mayor.

En el problema 11 el error proviene de la deficiente comprensión de lectura de los estudiantes, no leen completamente el problema y no lo analizan.

La causa del error de la anterior pregunta termina afectando la pregunta doce, si no leyeron adecuadamente la pregunta once, esta pregunta no la responderán analíticamente. Los estudiantes que si realizaron apropiadamente la lectura, cometieron el error por no aplicar la ley de los signos.

En la pregunta trece la causa de las fallas cometidas por la mayoría de los alumnos, fue identificar erróneamente la operación que enuncia el problema. A pesar que la pregunta mencionaba la palabra de producto, los estudiantes no relacionaron la solución con esta operación y mucho menos con realizar la división que resolvía este problema.

Al igual que la pregunta doce, la pregunta catorce los estudiantes cometieron errores por no aplicar adecuadamente la ley de los signos en los números enteros.

El ítem quince, las falencias fueron por la incomprensión del algoritmo de la suma de números enteros. Como si se tratara de números naturales, los alumnos colocan la respuesta con signo positivo y no analizan que el signo correcto debe ser el del número de mayor cantidad.

En la pregunta dieciséis, los estudiantes presumen que el sustraendo en una resta debe ser mayor que el minuendo, pero si se realiza operaciones con números enteros, el resultado de una operación como suma o resta puede dar valor negativo; por consiguiente, si el primer número en una resta es inferior al segundo, tal como sucede en esta pregunta, el resultado debe ser negativo.

La causa del error cometido en la pregunta diecisiete corresponde en aplicar la ley de los signos en la operación de suma números. En los números enteros se debe aplicar solo la ley de los signos en las operaciones de multiplicación y división.

La misma causa o razón de la anterior pregunta corresponde a la pregunta dieciocho, aplicaron la ley de los signos en la suma de números enteros.

En el ítem, las fallas son a razón de no tener en cuenta el signo negativo cuando se realiza la resta de números enteros. Los estudiantes omiten el signo negativo, o creen que situando el signo de la operación de resta ya están operando adecuadamente. Ignorar el signo de agrupación de los paréntesis es incurrir en el error, este signo de agrupación separa el signo del número con el signo de la operación. Gran parte de los estudiantes desconocen la anterior conceptualización.

En la pregunta veinte los estudiantes cometen errores por no comprender el lenguaje de los problemas matemáticos, y no dan sentido lógico a enunciados reales como los expresados en este ítem.

4.2.2 Causas y tipos de errores cometidos en la evaluación en línea inicial. Los errores que cometieron los estudiantes en la evaluación en línea, se analizaron observando los motivos o razones que generaron esas dificultades y se clasificaron estos tomando como referencia teórica a Luis Rico.

4.2.2.1 Causas de los errores cometidos. Gran parte de los errores que cometieron los alumnos en la evaluación en línea se remontan a dificultades cognitivas que un

estudiante de séptimo u octavo grado trata de enfrentarlos y superarlos. De allí la importancia de aislar y delimitar las causas de los errores cometidos con miras a mejorar.

Los errores cometidos por los estudiantes están vinculados a procesos deficientes de enseñanza y aprendizaje en matemáticas durante sus últimos años escolares. La anterior explicación se entiende de la siguiente manera: para lograr comprender el sistema numérico de números enteros, fue necesario entender el sistema numérico de números naturales; por consiguiente, carencias de conocimientos previos se trasladan a los nuevos contenidos que abordan la mayoría de estudiantes, y que han tenido dificultad en matemáticas desde los primeros grados de la básica primaria.

Otra causa de los errores cometidos en la evaluación en línea derivaron de dificultades del estudiante, tal como lo explica Lucchini et al. (2006), en el sentido de menor capacidad intelectual o de alteraciones de funciones específicas tales como: la percepción, la función simbólica, la organización espacial, el desarrollo del pensamiento, la atención, la memoria, el desarrollo lingüístico y la estabilidad emocional.

Utilizar reglas poco trascendentes en el cálculo operacional de números enteros, desconociendo la realidad del problema, corresponde una razón más de los errores cometidos en la evaluación en línea. Los estudiantes se centran en sumar o en restar y olvidan la contextualización de cada pregunta.

La mayoría de los errores también se concentraron en la deficiente comprensión de lectura por parte de los alumnos; es decir, no realizaron adecuadamente la lectura del problema, ni mucho menos reflexionaron sobre lo realizado, ni buscaron datos relevantes, o formularon preguntas como estrategia de solución.

4.2.2.2 Tipos de errores cometidos. Teniendo en cuenta la clasificación de los errores según Rico (1995) citado por Morales y García (2014), los estudiantes cometieron los siguientes tipos de errores:

- Por datos mal utilizados: cuando no leyeron bien el problema, deben sumar y por el contrario restan.
- Interpretación incorrecta del lenguaje: no distinguieron el símbolo de orden (mayor con el símbolo menor.)
- Inferencias no válidas lógicamente: los estudiantes se les olvida restar dos números enteros y terminan aplicando la ley de los signos.
- Teoremas o definiciones deformados: los discentes no tienen claro la ley de los signos; por ejemplo, cuando multiplicaron dos números enteros de diferente signo colocaron como resultado un número positivo.
- Falta de verificación en la solución: los estudiantes comprendieron el procedimiento del problema, pero fallaron en la operación; sucedió cuando resolvieron los problemas de aciertos y desaciertos, ubicaron bien el valor de los puntos pero terminaron realizando mal la operación de resta.
- Errores técnicos: resolvieron el ejercicio de números enteros y asumieron que el valor mayor corresponde al de más cantidad, ignorando el sentido o el signo del número.

4.3 ANÁLISIS TALLER DE REFUERZO

El taller se desarrolló con el objeto que los estudiantes puedan retroalimentarse a través de ejercicios prácticos y operativos sobre números enteros; es decir, el desempeño de la próxima evaluación en línea debe ser mejor que la evaluación en línea diagnóstica. Así mismo, el taller conlleva a reforzar el aprendizaje a partir de la identificación de los errores cometidos en la corrección de la evaluación en línea inicial.

El taller sirvió para que los estudiantes corrigieran errores que cometieron al momento de su desarrollo o superaran dudas generadas en cada ítem o ejercicio de operación de números enteros. A continuación se analiza el proceso que se tuvo en cuenta en la aplicación del taller de refuerzo, mediante un análisis cualitativo.

4.3.1 Registro de aprendizaje para cada ítem. Los estudiantes comprendieron la posición de los números enteros. Las pérdidas, las temperaturas bajo cero o la altitud por debajo del nivel del mar representan los números negativos. El error frecuente es la identificación de esas medidas en valor absoluto o pensar que se trata de números positivos.

A continuación algunos puntos de los dos primeros ítems resueltos en el taller:

La altura sobre el nivel del mar de una ciudad colombiana es de 2.527 m. - 2.527

Cuando la respuesta correcta es + 2.527.

La fosa de las Marianas tiene una profundidad de + 11.000 m.

Cuando se corrige el error su valor es -11.900 m.

En deportes como fútbol es frecuente diferenciar el orden de puestos por puntos y por diferencia de gol. Los estudiantes comprendieron que los goles a favor representan los números positivos y los goles en contra los números negativos. El ítem número tres del taller describe tres equipos con el mismo puntaje; el que presente mejor diferencia ocupa el primer puesto. Una respuesta incorrecta fue la siguiente con su respectiva corrección:

Incorrectas

$$3-2 = -1$$

Mejor puntaje 6-1

Corrección

$$3-2 = 1$$

Mejor puntaje 6-3

El error que cometieron los estudiantes en la anterior pregunta corresponde en utilizar las leyes de signo en la operación de resta, cuando lo correcto es aplicarlo en el producto o en la división de números enteros.

Significados de suma: adicionar, consignar, adelante, subir, hacia arriba, entre otros; sinónimos de resta: sustraer, retirar, bajar, perder, antes de nuestra era, bajo cero, entre otros. Esta parte conceptual se necesita para identificar números positivos o números

negativos y conocer el orden numérico dentro de una recta. La pregunta 4 del taller le generó dudas al estudiante al ubicar la expresión; sin embargo durante el desarrollo de la actividad se logró comprender el sentido lógico de estos conceptos.

El objeto de los ítems 5 y 6 del taller es comparar la posición de dos números. La pregunta 6 compara objetos representados en cantidad y la otra pregunta incluye comparación con números negativos. El ítem 7 compara la posición de más de dos números, ordenando u organizando en orden descendente. La clave para que los estudiantes no cometieran errores en estas preguntas es la identificación del símbolo de orden (menor $<$ y el signo mayor $>$), y la comprensión de la posición de los números enteros dentro de una recta numérica.

Algunos errores cometidos por los estudiantes durante el desarrollo de la pregunta 6 con la respectiva corrección:

Incorrectas	Corrección
$-10 > 2$	$-10 < 2$
$-28 > 5$	$-28 < 5$
$46 > 30$	$46 > 30$
$-286 > 0$	$-286 < 0$

La causa de este error se debe a creer por parte del estudiante que no importa el signo del número al momento de compararlo con otro, o dicho de otra manera ignorar el signo negativo.

Algunos errores cometidos en la pregunta 7:

Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

23, -85, 0, -15, -7, 5, -3, 83:

Incorrecta	Corrección
-85, 83, 23, -15, -7, 5, -3 y 0.	83, 23, 5, 0, -3, -7 y -15

El error cometido en estos ítems es provocado por la misma razón de la pregunta 5 y 6, el desconocimiento de la posición de los números negativos dentro de una recta numérica. Estas preguntas fueron comprendidas por los alumnos partiendo de los errores cometidos y retroalimentando la habilidad de saber posicionar dos o más números enteros.

Los ítems 8 y 9 buscan comprender el concepto de valor absoluto en los números enteros. Los estudiantes antes de realizar el taller no identifican el concepto de valor absoluto. Algunos alumnos cometieron errores como el siguiente:

Incorrecta

$$|-583| = -583$$

Corrección

$$|-583| = -583$$

El valor absoluto es según el profesor Rico (1995), el valor numérico sin tener en cuenta el signo. Los alumnos tenían la idea que el símbolo de valor absoluto no afectaba el signo, el número negativo no cambiaba a positivo; por consiguiente, los estudiantes comprenden el concepto de valor absoluto en números enteros partiendo de un error cometido o de una interpretación errónea.

El opuesto de un número es el mismo número pero con signo contrario. Este concepto es fundamental para que los estudiantes no cometan errores cuando realicen la pregunta 9 del taller de refuerzo. Sin embargo, algunos estudiantes confundieron el concepto de opuesto con inverso y respondieron de esta forma:

Representa el opuesto de cada número:

Incorrecta

$$-11 = \frac{-1}{11}$$

Corrección

$$-11 = 11$$

Los estudiantes comprenden el concepto de opuesto, y conocen que la distancia entre el origen o el cero absoluto es la misma entre dos números opuestos al representarlos en la recta numérica.

Realizar operaciones de los números enteros como: suma, resta y multiplicación en ejercicios o problema prácticos, es importante para el respectivo proceso evaluativo. Los discentes antes de realizar el taller entendían que sumar dos números significaba que estos debían ser positivos, ignorando que dentro de las posibilidades un número puede ser negativo, o inclusive los dos números pueden corresponder a este signo.

Ya se mencionó anteriormente significados conceptuales de suma y resta fundamental para el desarrollo del ítem 11. Así mismo el manejo de la suma de números enteros en la pregunta 12, algunos errores cometidos en esta pregunta:

Incorrecta

$$+1 -1 = -1$$

$$-2 -4 = 6$$

Corrección

$$-+1 -1 = 0$$

$$-2 -4 = -6$$

Los estudiantes confunden la suma con la multiplicación y aplican las leyes de los signos en la operación de suma. Estas dudas fueron despejadas en el taller.

En la pregunta 13 es fácil que el estudiante opere de forma incorrecta o cometa errores en la cronología, como por ejemplo el manejo de años antes de la era cristiana, que se manifiesta en la aplicación de operaciones con números negativos. En esta pregunta algunos estudiantes cometieron errores de procedimiento más no de resultados:

La edad que murió Julio Cesar fue 66 años, porque:

Incorrecta

$$110 - 44 = 66$$

Corrección

$$-44 - (-110) = -44 + 110 = 66$$

En los ítems 14 y 15, y como se mencionó en las primeras preguntas, el estudiante debe comprender el significado de ganancia, compra o pérdida. Debe saber que la venta representa un número positivo y la inversión un número negativo.

$$\$ 9.480.000 - \$ 5.350.000 = ?$$

Incorrecta

– \$4.402.000 (*pérdida*)

Corrección

4.402.000 (*ganancia*)

El error en la pregunta 14 correspondió a realizar restas inadecuadamente. Los estudiantes comprendieron que no se aplica la ley de signos en la resta de números enteros.

La pregunta 16 valió para poner en práctica la suma de números positivos y negativos. Para realizar de forma organizada la operación y no cometer errores, se debe tener en cuenta: sumar los números del mismo signo cada uno por aparte, para finalmente restar los dos resultados y colocar el signo del número mayor en valor absoluto. La forma de realizar adecuadamente esta pregunta corresponde a:

$$30 - 23 + 56 - 46 =$$

$$30 + 56 = 86$$

$$23 + 46 = 69$$

$$86 - 69 = 17$$

El estudiante debe comprender la operación de multiplicación de enteros aplicados en las pregunta 17 y 18 no solo calculando su resultado, sino analizando la interpretación. En la pregunta 18, los alumnos cometieron errores como el siguiente:

$$2^{\circ}\text{C} * 3 = 6^{\circ}\text{C} , \text{ corresponde a la temperatura en la noche.}$$

El error anterior proviene de ignorar el signo negativo en la operación de multiplicación cuando se aplican problemas con números enteros, tal es el caso de las temperaturas bajo cero o negativas. Los estudiantes corrigieron ese error de la siguiente forma:

$$-2^{\circ}\text{C} * 3 = -6^{\circ}\text{C} , \text{ corresponde a la temperatura en la noche.}$$

4.3.2 Resultado final y proceso de aprendizaje del taller de refuerzo. Durante el desarrollo del taller, los estudiantes comprendieron el manejo operacional y conceptual de los números enteros. La retroalimentación de cada una de las preguntas fue un paso obligatorio y fundamental en este ejercicio.

Los errores cometidos predominaron y se destacaron al comienzo del desarrollo del taller: Lo interesante de este ejercicio académico fue que el estudiante conoció los errores de cada ítem del taller, reflexionó (mediante la autoevaluación) y los pudo superar mediante la construcción de conocimiento, y la posterior evaluación formativa. La autoevaluación y coevaluación ayudaron a que el alumno reconociera el error cometido en cada pregunta; por consiguiente, es claro afirmar que se encuentran preparados para mejorar sus desempeños en la evaluación en línea sobre números enteros.

4.4 ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA FINAL

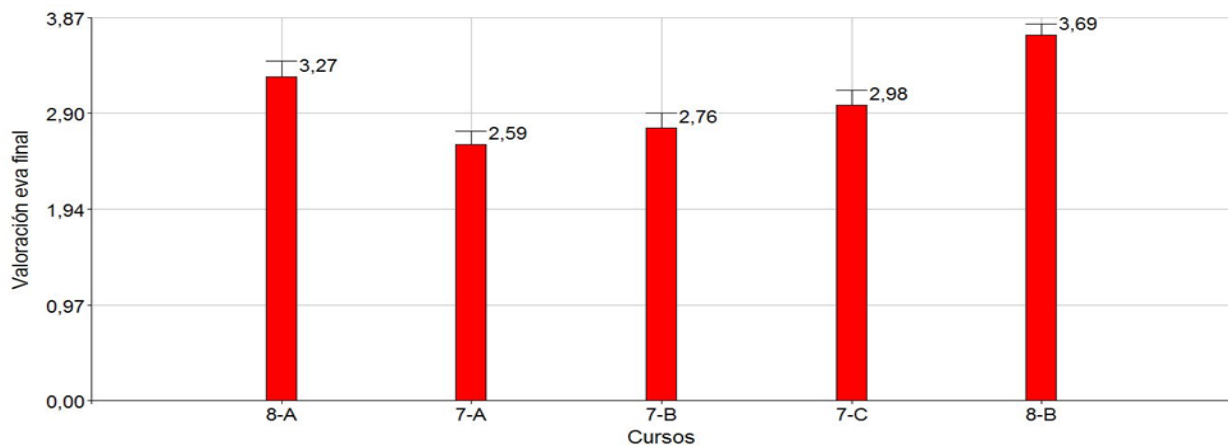
Luego de la corrección de los errores cometidos en la evaluación en línea inicial y la práctica que cada estudiante efectuó en el taller de refuerzo, el siguiente y último instrumento para culminar el proceso evaluativo corresponde a la presentación de la evaluación en línea final; este instrumento debe servir para consolidar el aprendizaje conceptual y operacional de números enteros.

A continuación se procede a describir el promedio de desempeño de los estudiantes en la evaluación, para luego realizar el análisis inferencial.

4.4.1 Análisis descriptivo del desempeño de la evaluación en línea final. El promedio de desempeño para los 143 estudiantes que desarrollaron la evaluación en línea final fue de 3,05 sobre el puntaje total de 5,0. Significa que el porcentaje promedio de desempeño de los estudiantes fue del 61%, o los estudiantes mejoraron cometiendo menos errores en el desarrollo de la evaluación en línea.

4.4.1.1 Análisis descriptivo por cursos. Según la figura 4, los alumnos de los cursos octavos de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel alcanzaron un desempeño básico, mientras que los grados séptimos de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña continúan con desempeño bajo pero ya muy cerca del nivel básico.

Figura 6. Desempeño de la evaluación en línea final según cursos



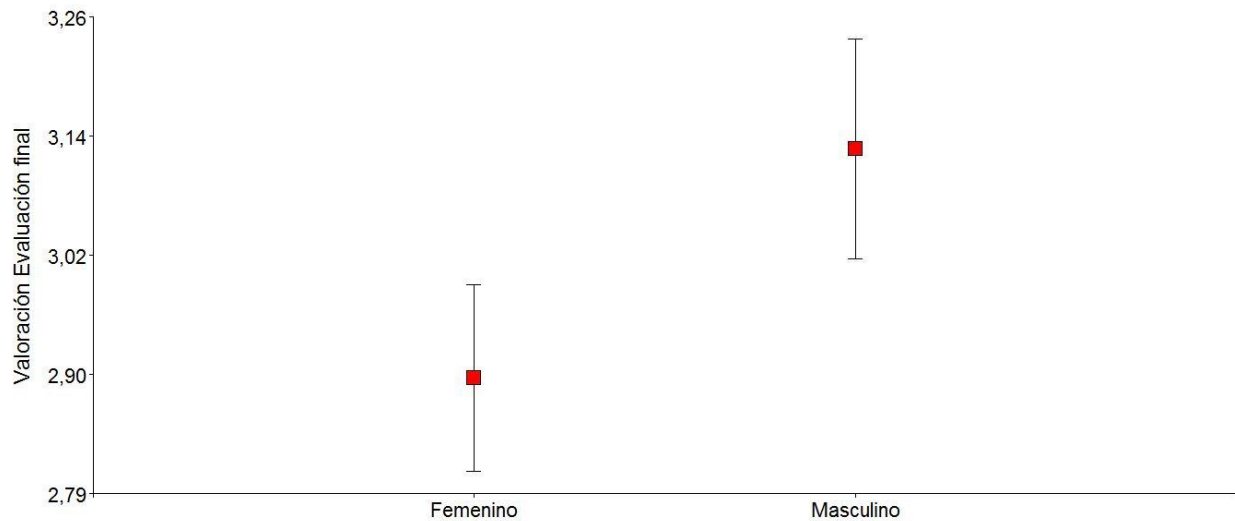
Fuente: Autores

Los cursos octavos alcanzaron el 73 y 65 % de porcentaje de desempeño; en cambio, los cursos séptimo el 51, 55 y 59 %.

Se corrobora que el nivel escolar afecta el desempeño escolar, esto también se vio reflejado en la evaluación en línea inicial.

4.4.1.2 Análisis descriptivo por género. Según la figura 5, los hombres alcanzaron el nivel básico y las mujeres el nivel bajo pero muy cerca del nivel básico.

Figura 7. Desempeño de la evaluación en línea final según género



Fuente: Autores

El porcentaje de desempeño de los hombres en la evaluación en línea final fue alrededor del 62 %, mientras que las mujeres estuvieron cerca del 58 %.

4.4.2 Análisis Inferencial del desempeño de la evaluación en línea final. El análisis comparativo de promedios para el desempeño en la evaluación en línea final, al igual que la anterior evaluación se realizó mediante la prueba “F Fisher” y “t Students”, asumiendo 5 % de nivel significancia.

4.4.2.1 Análisis inferencial por cursos. Mediante la prueba F de Fisher y según la tabla 6, los cursos octavos de la Institución Técnica Educativa Santa Isabel no tienen diferencias en el desempeño, igual respuesta para dos de los tres cursos séptimos pertenecientes a la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña. Por el contrario, existen diferencias significativas en el promedio de desempeño de los estudiantes de las dos instituciones educativas.

Tabla 6. Análisis inferencial de la evaluación final según los cursos

Cursos	Promedio (De 1 a 5)	Cantidad de estudiantes	Diferencias significativas
8-B	3,69	22	A
8-A	3,27	22	A B
7-C	2,98	32	B C
7-B	2,76	34	C D
7-A	2,59	33	D

Fuente: Autores

La institución Educativa Técnica Santa Isabel tiene mejor desempeño que la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña.

4.4.2.2 Análisis inferencial por género. Mediante la prueba estadística t students independiente y bilateral o con dos colas y según la tabla 7, no existe diferencia significativa en el desempeño de los hombres con respecto a las mujeres.

Tabla 7. Análisis inferencial de la evaluación final según el genero

Genero	Promedio (De 1 a 5)	Cantidad de estudiantes	Diferencias significativas
Masculino	3,13	58	A
Femenino	2,9	85	A

Fuente: Autores

4.4.3 Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea final. Las respuestas correctas de cada ítem de la evaluación en línea final se miden en proporción a la cantidad de estudiantes que acertaron, sobre el total de muestra o estudiantes que presentaron la prueba.

Según la tabla 8, se tiene en cuenta los siguientes análisis:

- En 16 preguntas más del 50 % de los estudiantes respondieron acertadamente, y 70 % solo en 5 ítems de las 20 preguntas que componía la evaluación en línea final.
- Ninguna pregunta o ítem la efectividad fue por debajo del 30 %.

- La pregunta con mejor comprensión alcanzó el 83% de efectividad y la de mayor dificultad fue del 31 %.
- El promedio de efectividad por pregunta alcanzo el 60 %; es decir, de los 143 estudiantes que presentaron la evaluación en línea final, en promedio 85 contestaron bien cada pregunta.

Tabla 8. Grado de efectividad de cada ítem de la evaluación en línea final

NÚMERO DE PREGUNTA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
PORCENTAJE	83	59	47	59	62	62	79	66	73	50	74	45	54	66	58	48	57	76	31	49

Fuente: Autores

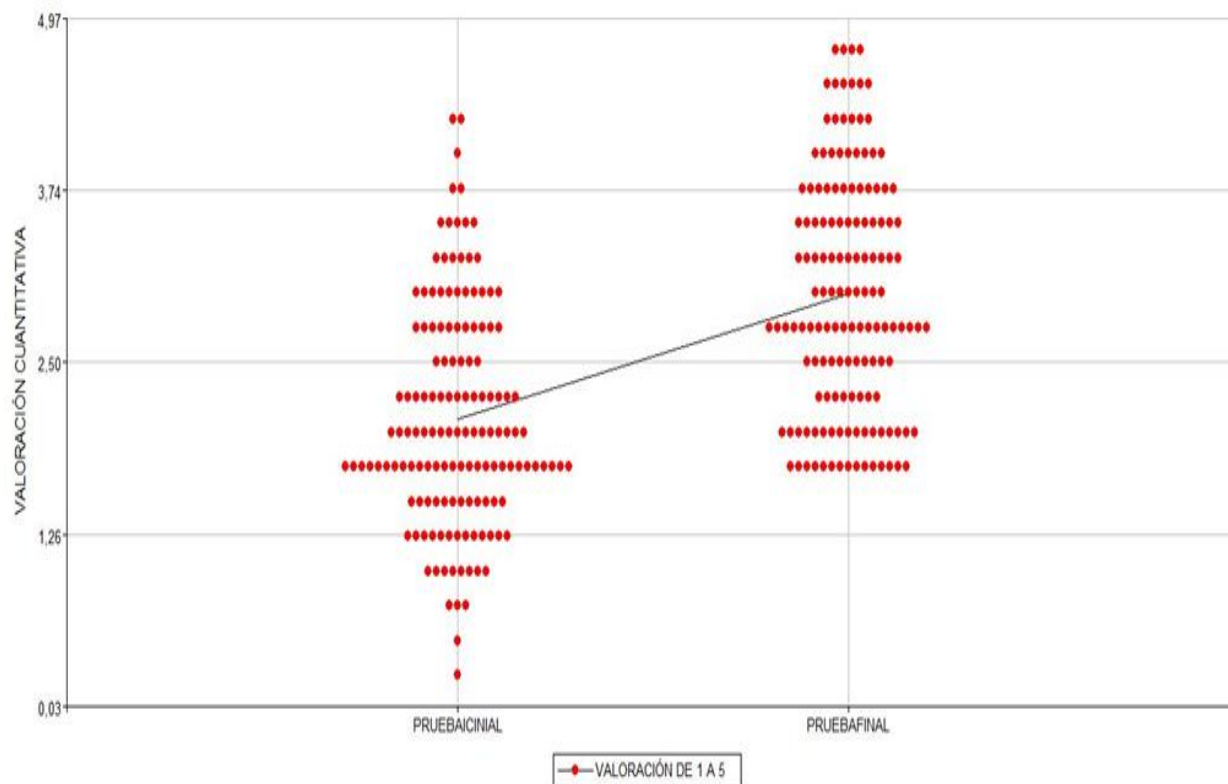
4.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS EVALUACIONES EN LÍNEA

La comparación de las dos evaluaciones en línea tiene por objeto demostrar si los estudiantes mejoraron en la comprensión de ejercicios o problemas con números enteros, con ayuda de la retroalimentación de la superación del error hecho en la corrección de la evaluación en línea inicial y el taller de refuerzo.

4.5.1 Análisis descriptivo del promedio de desempeño: evaluación en línea inicial vs evaluación en línea final. Es necesario comparar los promedios de desempeño de las dos evaluaciones en línea, según el desempeño individual, los cursos y el género. Mejorar el desempeño significa que los estudiantes presentaron mejores resultados en la evaluación en línea final que la evaluación diagnóstica o inicial.

4.5.1.1 Análisis desempeño individual. Más que comparar datos o información general como los promedios de desempeño por género o por curso, se debe tener en cuenta el desempeño individual de cada estudiante en las dos evaluaciones en línea.

Figura 8. Comparación desempeño individual de las evaluaciones en línea



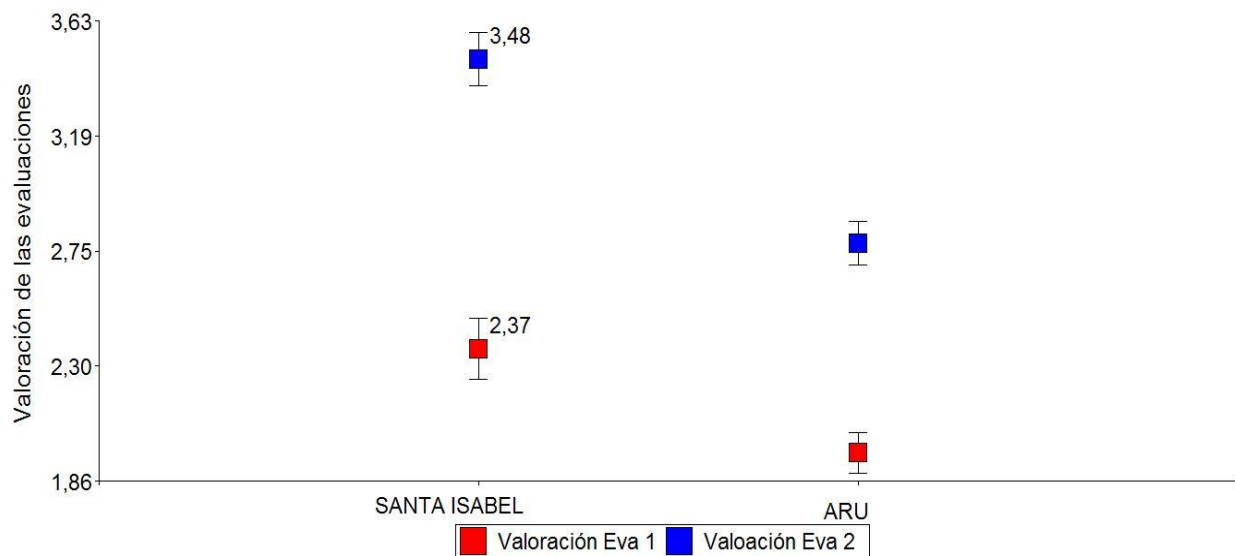
Fuente: Autores

Según la figura 6, la mayoría de los desempeños de los estudiantes en la evaluación final se concentran en la región superior o en la zona con puntaje por encima de 3,7 puntos sobre 5,0; mientras que los desempeños de la evaluación inicial se concentran en la región inferior o por debajo de 2,5 puntos sobre 5,0.

Los estudiantes mejoraron su desempeño, a pesar que algunos continúan con un desempeño bajo; sin embargo, la mayor parte de ellos aprendieron la conceptualización y la operatividad de los números enteros. Con más tiempo para este ejercicio formativo el logro hubiera sido mayor.

4.5.1.2 Análisis del desempeño por institución educativa. Según la figura 7, los estudiantes de octavo la Institución Educativa Técnica Santa Isabel mejoraron en un 46 % su desempeño y los estudiantes de séptimo de la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña (ARU) el 41 %.

Figura 9. Comparación desempeño por institución educativa de las evaluaciones en línea



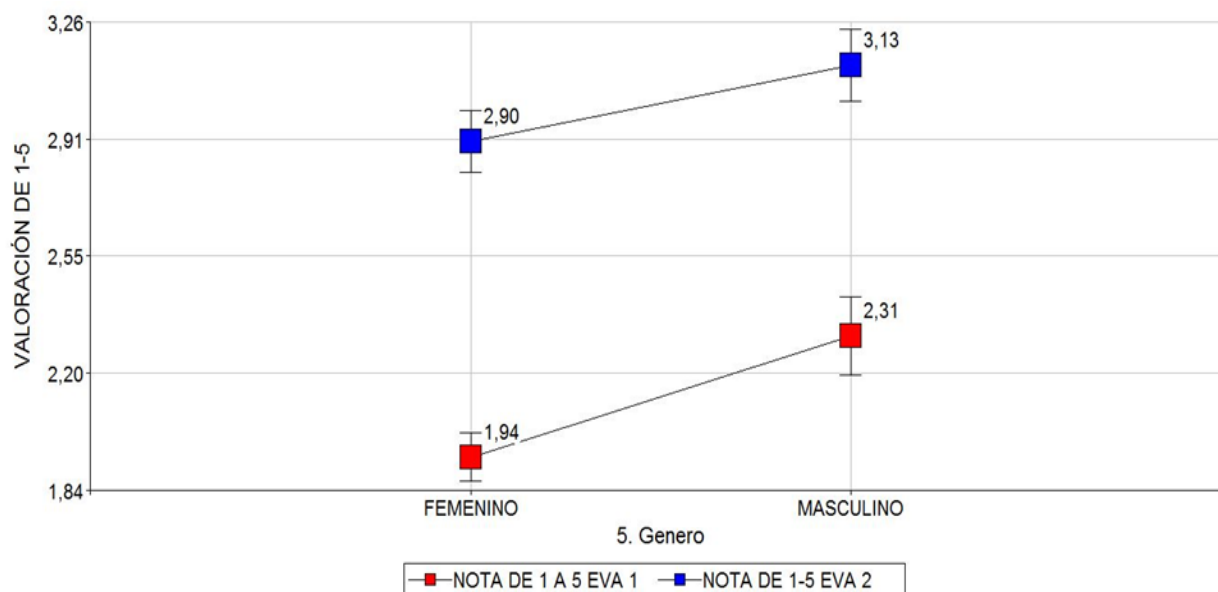
Fuente: Autores

En la Institución Educativa Antonio Reyes Umaña la mejoría en el desempeño fue muy tímida, porque el grado séptimo de educación básica llevan poco tiempo de preparación, se necesita más práctica y experiencia en la conceptualización y operatividad de los números enteros. Los estudiantes de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel pertenecen al grado octavo de educación básica, y su mejoría fue más notable, porque desde el año anterior han practicado ejercicios y problemas con números enteros.

4.5.1.3 Análisis del desempeño por género. Según la figura 8, los hombres mejoraron su desempeño alrededor del 49 % en la comprensión de problemas con números enteros y las mujeres cerca del 35 %.

En la evaluación en línea inicial los hombres superaron el desempeño el 19 % a las mujeres, mientras que para la evaluación en línea final se redujo esa ventaja al 8 %.

Figura 10. Comparación desempeño por género de las evaluaciones en línea



Fuente: Autores

Al igual que el análisis de desempeño individual y por institución educativa, el análisis por género demostró la gran utilidad de las actividades de refuerzo, los estudiantes superaron errores que cometían frecuentemente en el desarrollo de problemas con números enteros.

4.5.2 Análisis comparativo del promedio de grado de efectividad de las evaluaciones en línea. Como se mencionó en los apartados anteriores, el grado de efectividad se refiere a la cantidad de estudiantes que acertaron en cada ítem de la evaluación en línea.

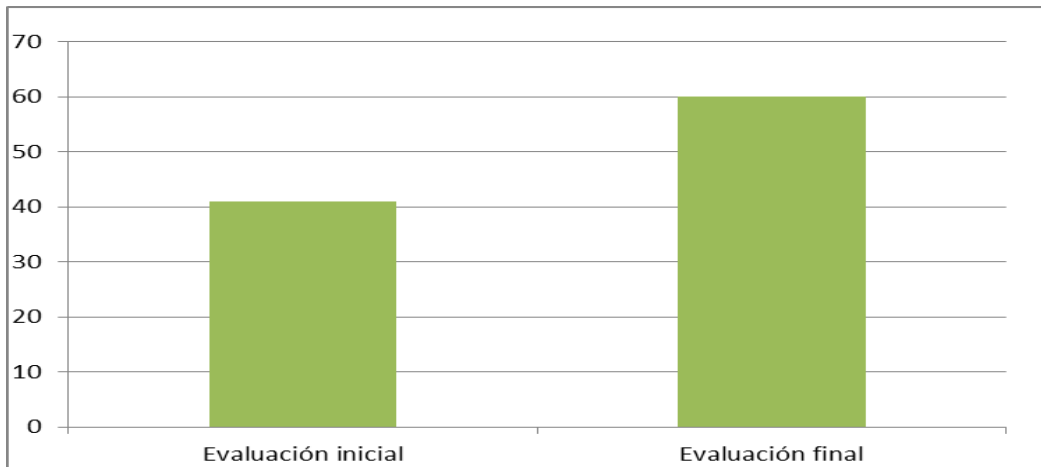
Según la figura 9, el grado de efectividad de la evaluación en línea inicial y final fue del 41 % y 60 % respectivamente; es decir, 19 puntos porcentuales mejoraron los estudiantes en responder adecuadamente cada pregunta de la evaluación en línea, teniendo en cuenta que se cumple la teoría de respuesta a los ítems porque las dos evaluaciones tienen el mismo grado de dificultad.

4.5.3 Análisis inferencial: evaluación en línea final vs evaluación en línea inicial. Para la comparación de las evaluaciones en línea, no basta con describir los desempeños de

estas pruebas, es necesario realizar la prueba de hipótesis y generalizar los resultados obtenidos mediante el análisis inferencial.

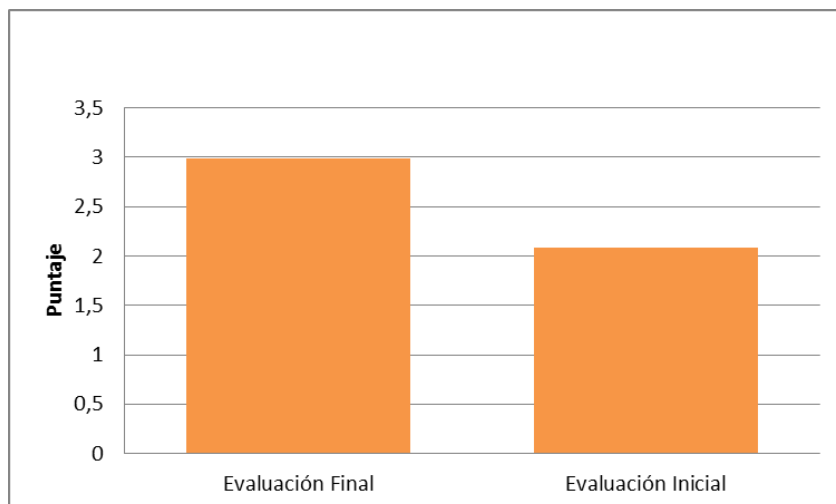
La figura 9 y 10 ilustra la comparación de los resultados entre las dos evaluaciones en línea según el grado de efectividad y el promedio de desempeño.

Figura 11. Promedio de grado de efectividad en cada evaluación en línea



Fuente: Autores

Figura 12. Promedio de desempeño de cada evaluación en línea



Fuente: Autores

4.5.3.1 Análisis inferencial del promedio de desempeño. Se realizó el análisis inferencial del promedio de desempeño entre las dos evaluaciones en línea, aplicando la prueba

estadística t students para medias de dos muestras emparejadas con valor $p = 0,001$ y nivel de significancia de 0,05.

Según la tabla 9, existe diferencia significativa en el promedio de desempeño las dos evaluaciones en línea; es decir, los estudiantes presentaron mejor desempeño en la evaluación en línea final que la evaluación en línea inicial.

Los alumnos mejoraron el desempeño en la comprensión de ejercicios y problemas con números enteros; por consiguiente, la corrección de la evaluación en línea diagnóstica y el taller de refuerzo basado en el análisis de errores, fue fructífera o pertinente para una buena práctica formativa.

Tabla 9. Análisis inferencial del promedio de desempeño en las dos evaluaciones en línea

<i>Parámetro</i>	<i>EVA 1</i>	<i>EVA 2</i>
Media	2,092657343	2,993006993
Varianza	0,629118241	0,731464838
Observaciones	143	143
Coeficiente de correlación de Pearson	0,358465486	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	142	
Estadístico t	-11,51497974	
P(T<=t) una cola	2,2092E-22	
Valor crítico de t (una cola)	1,655655173	
P(T<=t) dos colas	4,4184E-22	
Valor crítico de t (dos colas)	1,976810994	

Evaluación en línea	Medias	Muestra	Comparación evaluaciones
Final	2,99	143	A
Inicial	2,09	143	B

Fuente: Autores

4.5.3.2 Análisis Inferencial del grado de efectividad. Este análisis se realizó mediante la prueba t students considerando que las varianzas de las muestras (la evaluación en línea

inicial y final) son conocidas y son diferentes. Según la tabla 10, existe diferencia significativa en el porcentaje del grado de efectividad entre la evaluación en línea final y la evaluación en línea inicial.

Tabla 10. Análisis inferencial del promedio de grado de efectividad para las dos evaluaciones en línea.

Grado de efectividad	% efectividad promedio por ítem	Varianza	preguntas
Evaluación inicial	41	306	20
Evaluación final	60	171	20

t prueba	3,89
t teórico	2,02
como $t \text{ prueba} > t \text{ teórico}$	
Diferencia significativa	

Fuente: Autores

Lo anterior significa que los estudiantes respondieron mejor la evaluación en línea final que la evaluación en línea inicial. Esto se traduce en que comprendieron más el análisis de números enteros, que el proceso evaluativo realmente funcionó y que los alumnos mejoraron su desempeño.

5. CONCLUSIONES

El desarrollo e implementación de este trabajo académico permitió consolidar los conocimientos disciplinares y didácticos desde diferentes dimensiones. El estudio de los errores permitió desarrollar una competencia imprescindible para el profesor de matemáticas en su ejercicio profesional; en otras palabras, hace parte del día a día en las labores cotidianas de los maestros.

A través de este escrito, se contribuyó a la construcción del conocimiento matemático, en especial sobre números enteros. Esto se evidenció por los resultados obtenidos en las dos evaluaciones en línea y por el trasegar de los momentos formativos, como la retroalimentación de la evaluación inicial y la aplicación del taller de refuerzo.

Algunos errores de los estudiantes en el análisis de los números enteros se debieron a dificultades en el manejo del lenguaje matemático, manifestándose en falencias de comprensión de los problemas, falta de juicio semántico de las situaciones que conllevan generalmente a errores, debido a las diferencias entre el lenguaje natural y el lenguaje formal.

Los errores forman parte del proceso de construcción y elaboración del conocimiento del estudiante, es parte legítima de sus procesos formativos; por esa razón, los errores de los estudiantes en el desarrollo de las evaluaciones en línea de números enteros no aparecieron por azar sino que surgieron en un marco conceptual consistente, basado sobre conocimientos adquiridos previamente.

Los errores cometidos por los alumnos en la evaluación en línea, no deben servir para catalogar a los escolares en buenos o en malos, sino más bien sirve para replantear los diversos componentes del proceso de aprendizaje de los alumnos. Gran parte de esos errores se remontan a obstáculos epistemológicos.

La mayoría de alumnos percibieron un fuerte apego a las reglas y leyes de la aritmética, que si bien son correctas matemáticamente, es un abuso de ellas y puede llegar a ser contraproducente, puesto que coartan el desarrollo autónomo y crítico de los estudiantes y atentan contra la reflexión de los propios razonamientos.

Las causas que generaron errores en la resolución de problemas con números enteros, se deben a que los alumnos no están acostumbrados a leer planteamientos, volver a realizar la lectura de un problema, reflexionar sobre lo realizado, buscar datos relevantes, hacerse preguntas, dar una estrategia de resolución, entre otras acciones. Valoración que guarda relación con la apreciación realizada por Rico (1995), cuando argumenta que los alumnos no toman conciencia del error, pues no cuestionan lo que les parece obvio y no consideran el significado de los conceptos, reglas o símbolos con que trabajan.

Otra razón de cometer errores en actividades como evaluaciones en línea o talleres, no se deben específicamente al tema que se está desarrollando, sino a carencias de conocimientos previos que se trasladan a los nuevos contenidos que se abordan.

La evaluación en línea resultó ser un recurso valioso e indispensable para el desarrollo de las actividades académicas del presente estudio, no solo por el valor de sus resultados sino por el carácter formativo o el progreso en el dominio conceptual y operacional de los números enteros en los estudiantes de las dos instituciones educativas. Ese progreso se tradujo en el trabajo o desarrollo de los talleres de refuerzo por parte de los estudiantes, que se retroalimentaron mediante la corrección de los errores para poder mejorar su proceso de aprendizaje.

En la evaluación en línea inicial se reflejaron muchos aspectos para resaltar. Entre ellos según el análisis inferencial, las diferencias significativas en el desempeño entre los grados séptimo y octavo. También se pudo observar que entre los cursos séptimo no hubo diferencias significativas y su bajo desempeño se debe al desarrollo cognitivo que tienen los estudiantes con respecto a su edad. Otro aspecto que se tuvo en cuenta fue la diferencia significativa en el desempeño de la evaluación en línea inicial entre los

hombres y las mujeres. Los niños presentaron mejor desempeño que las niñas independiente del grado escolar.

La secuencia evaluativa ayudó a la construcción del conocimiento matemático, debido a que el estudiante pudo confrontarse con los errores (retroalimentación indirecta), realizaron análisis de estos y contrastaron el conocimiento previo con el nuevo. Sin esta secuencia evaluativa no hubiera sido posible el mejoramiento en el desempeño de las evaluaciones en línea.

En la evaluación en línea final el desempeño de los estudiantes de grado octavo se mantiene las diferencias significativas con respecto a los alumnos de grado séptimo, confirmando que el desarrollo cognitivo de los discentes se evidencia en la solución de pruebas escritas en el área de matemáticas. Según el desempeño por género, contrario a los resultados de la evaluación en línea inicial, no hubo diferencias significativas en el desempeño de la evaluación final de números enteros.-

Comparando las dos evaluaciones, se analizó las grandes diferencias que hay entre los promedios de una y otra evaluación, fue casi de un punto. Se concluye que el proceso formativo dio sus frutos en cuanto a los objetivos de enseñanza; en primer lugar la construcción del conocimiento matemático y en segundo lugar la disminución de los errores que cometen los estudiantes en las pruebas escritas de matemáticas.

Otro aspecto positivo al comparar estas evaluaciones se refiere a un mayor grado de efectividad en la evaluación en línea final. Es decir, en cada ítem mayor número de estudiantes acertaron la respuesta correcta, significó que cometieron menos errores. De lo anterior se deduce que la retroalimentación de los errores en la evaluación inicial y el taller de refuerzo fueron claves para poder cumplir con los objetivos trazados en el presente trabajo.

No cabe duda que para realizar procesos evaluativos formativos el error se usa muy pocas veces como herramienta de aprendizaje por el insuficiente conocimiento teórico

que se tiene de ello. En el presente trabajo se pudo evidenciar la importancia de este y de cuanto puede aportar para la construcción del conocimiento matemático del estudiante.

RECOMENDACIONES

El propósito de este trabajo fue asumir el error de una manera no penal ni punitiva, sino pragmática y positiva, porque el error no es un virus o una enfermedad que se puede evitar. Por lo tanto, es clave detectar el error de aprendizaje en el momento en que se produce, de manera que surta efectos para la aclaración de determinadas cuestiones no comprendidas adecuadamente y el alumno pueda continuar avanzando en su formación sin demoras por conceptos mal adquiridos, procedimientos no utilizados o actitudes negativas en el grupo o frente al trabajo.

Los errores que los profesores detecten en una evaluación en línea no deben tener efectos sancionadores, porque de él no se deben derivar una calificación negativa o ser un llamado de atención para superar una disfunción de aprendizaje, sino que esos errores sirvan como punto de partida para cumplir sus objetivos trazados mediante la superación de los mismos.

La corrección de la evaluación en línea y el taller de refuerzo realizados a los escolares, tienen como objeto la superación de los errores más frecuentes, en particular, los referentes a la interpretación y utilización del conocimiento matemático. Debe ser fundamental el desarrollo de estas actividades para realizar un proceso adecuado de aprendizaje, y que el propio estudiante participe activamente en el proceso de superación de sus propios errores; no diciéndole a los alumnos cuál es el camino correcto o cuál es la solución, sino que reconozcan que su saber es insuficiente o inadaptado, intentando que ellos sean los que perciban los errores y descubran las hipótesis falsas que llevaron a producirlos.

Se debe utilizar los errores como motivación y medio para interrogar sobre la naturaleza de las matemáticas para mejorar la comprensión de los números enteros como tema fundamental de los estudiantes de educación básica, y como punto de partida para

exploraciones matemáticas creativas, que implican actividades valiosas de planteamiento y resolución de problemas.

Si el error es descubierto como consecuencia de una interacción o debate entre profesor y alumno, promoverá la superación, porque los estudiantes pueden modificar sus viejas ideas cuando están convencidos de que hay otra que es mejor. Es por eso que se debe realizar un retroalimentación indirecta de estos, es decir que los educandos lleguen a ellos sin ayuda del maestro.

El docente debe realizar una debida planeación de lo que evalúa y lo que quiere perseguir con este proceso, no debe quedarse solo con el hecho de concluir si el estudiante aprendió o no; sino hacerse preguntas del por qué no asimiló el alumno, en que está fallando como docente y como se puede mejorar dicho proceso.

Como última recomendación, la evaluación en línea debe tenerse en cuenta como instrumento principal para construcción de proceso de aprendizaje del alumno, y no como mera técnica de la evaluación sumativa. Es fácil detectar los errores bajo este instrumento, y para el estudiante le es más fácil superarlos de la mano de un adecuada retroalimentación y apoyo del mismo docente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María, Argentina: Universidad Nacional de Villa María.
- Adell, J. & Castañeda, L. (2012). *Tecnologías emergentes, ¿pedagogías emergentes? Tendencias emergentes en educación con TIC*, 13-30.
- Alfaro, M. (2015). *Evaluación Del Aprendizaje En Línea*. Revista EduTicInnova, 3(1), 46-52.
- Almería, D. & Sevilla, E. (2015). *Competencias básicas matemáticas que poseen los estudiantes de primer año en el contenido números enteros en la ETR "Monseñor Gregorio Adam" ubicada en Naguanagua-estado Carabobo*. (Tesis de maestría). Carabobo, Venezuela.
- Aristizábal, A. (2016). *Guías didácticas de interaprendizaje para la enseñanza-aprendizaje del concepto de los números enteros en el grado séptimo de la Institución Educativa Aguacatal del municipio de Neira*. (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Colombia: Manizales.
- Arteaga, A. & Rivas J. (2014). *Estructuras aditivas de los números enteros y los materiales físicos y virtuales*. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquía.
- Astolfi, J. (1999). *El error, un medio para enseñar*. Díada: Sevilla, España.
- Barberá, E. (2006). *Aportaciones de la tecnología a la e-Evaluación*. Revista de Educación a Distancia. 50 (1), 1-10. doi: 10.618/red/50/4

- Bonilla, E. (2015). *Implementación de estrategias pedagógicas basadas en las TIC para mejorar el proceso enseñanza aprendizaje de los números enteros en el área de matemáticas*. Venadillo, Colombia: Universidad nacional abierta y a distancia.
- Borassi, R. (1987). *Exploring mathematics through the analysis of errors*. For the Learning of Mathematics, 7(3), 2-8.
- Campos, D. & Pérez, C. (2016). *Efecto de la retroalimentación del error en el aprendizaje y emociones de estudiantes de enseñanza básica*. Paideia, revista de educación, 56 (1), 11-42.
- Cano, C., Catasús, M., Moreira, M. & Fontanillas, T. (2012). *Un ordenador por alumno: reflexiones del profesorado de Cataluña sobre los entornos 1x1*. Tendencias emergentes en Educación con TIC, p. 83.
- Carrión, V. (2007). *Análisis de errores de estudiantes y profesores en expresiones combinadas con números naturales*. Revista Iberoamericana de educación matemática, 11 (1), 19-57.
- Casanova, M. (2007). *Evaluación: Concepto, tipología y objetivos*. España: La Muralla, 3, 67 - 101.
- Castillo, C. (2014). *Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos*. (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Colombia: Palmira, Valle.
- Castillo, L., Gómez, D. & Miranda, R. (2012). *La Autoevaluación De Los Estudiantes En Las Instituciones Educativas Del Núcleo No. 6 De La Ciudad De Ibagué "La brecha entre lo que se emana, se pretende y se hace"* (Tesis de Maestría). Universidad del Tolima: Ibagué, Colombia.

- Castillo, S & Cabrerizo, J. (2003). Evaluación de programas de intervención socioeducativa: Agentes y ámbitos. Madrid. Prentice Hall.
- Chamorro, L. (2016). *Cien años de la Institución Educativa Técnica Santa Isabel*. Ibagué, Colombia: El Nuevo Día.
- Christensen, C. (2012). *Innovación Disruptiva*. En M. Soegaard y R. F. Dam (Eds.). Encyclopedia of human-computer interaction. Aarhus, Denmark: The Interaction-Design.org Foundation. Accesible en http://www.interaction-design.org/encyclopedia/disruptive_innovation.html.
- Covacevich, C. (2014). *Cómo seleccionar un instrumento para evaluar aprendizajes estudiantiles*. Nota técnica del BID (Sector Social. División Educación); IDB-TN-738.
- Cuadrado, J., Pérez, T. & Armendariz, A. (2005). *Evaluación mediante tests: ¿por qué no usar el ordenador?*. Revista Iberoamericana de Educación, 36(11), 1-15.
- De la Torre, S. (1993). *Aprender de los errores*. Madrid, España: Ed. Escuela Española.
- De la Torre, S. (2012). *Aprender de los Errores en la Enseñanza y en la Vida*. Revista Complejidad, (17), p. 7.
- Díaz, H. (2015). *La ley de los signos: Una propuesta para la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación de números enteros*. (Tesis doctoral), Universidad Nacional de Colombia: Bogotá.
- Engler, A., Gregorini, M., Müller, D., Vrancken, S. & Hecklein, M. (2004). *Los errores en el aprendizaje de matemática*. Boletín de la SOAREM, 6, 23-32.

- Esteve, F. & Gisbert, M. (2013). *Competencia digital en la educación superior: instrumentos de evaluación y nuevos entornos*. Enl@ce: Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento, 10 (3), 29-43. Recuperado de <http://oai.redalyc.org/articuloa?id=82329477003>.
- Fernández, R., Server P., & Cepero, E. (2001). *El aprendizaje con el uso de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones*. OEI-Revista Iberoamericana de Educación, 1.
- Fonseca, D. (2012). *En busca del sentido del desarrollo profesional docente en el uso de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC)*. Tendencias emergentes en Educación con TIC, 33-50.
- Franchi, L. & de Rincón, A. (2004). *Tipología de errores en el área de la geometría plana*. Educere, 8(24), 63-71.
- García, L. (2010). *La evaluación como proceso pedagógico y formativo: condiciones y relaciones*. En: *La evaluación Escolar, Una práctica cotidiana que va perdiendo el año*. Ibagué, Colombia: Universidad del Tolima.
- García, L. & Moncada F. (2011) *Apuntes para una crítica de la finalidad evaluativa de los aprendizajes*. Memorias congreso de investigación y pedagogía. Tunja, Colombia.
- Gimeno, J. B. (1981). *Education in Latin America and the Caribbean: Trends and prospects, 1970-2000*. Unesco.
- Giraldo, L. F. (2014). *Los números enteros negativos en la matemática moderna y la matemática actual*. (Tesis doctoral) .Universidad del Valle: Cali, Colombia.

Gómez, P., Gonzáles, M. & Restrepo A. (2015). *Usos del error en la enseñanza de las matemáticas*. Revista de educación, 370 (1), 71-95. doi: 10.4438/1988-592X-RE-2015-370-297

Guanquiza, W. (2015). *Técnicas innovadoras de evaluación de aprendizaje de matemáticas y el rendimiento académico de los estudiantes del Octavo año de Educación Básica de la Unidad Educativa Particular la Inmaculada*. (Tesis de maestría). Universidad Técnica de Ambato: Ambato, Ecuador.

Hernández, J., Pennesi, M., Sobrino, D. & Vázquez, A. (2012). *Tendencias emergentes en educación con TIC*. Barcelona, España: Espiral.

Instituto Dominicano de Evaluación e Investigación de la Calidad Educativa. (2014). *Introducción a la Teoría de respuesta a los ítems*. Santo Domingo, República Dominicana: Ministerio de Educación.

Iriarte, D., Jimeno, M. & Vargas, I. (1990). *Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros*. *Suma*, 7, 13-18.

Jarero, M., Aparicio, E., & Sosa, L. (2013). *Pruebas escritas como estrategia de evaluación de aprendizajes matemáticos: Un estudio de caso a nivel superior*. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 213-243.

Junta de Castilla y León. (2011a). *Las TIC en Educación*. España: Programa Aprende.

Junta de Castilla y León. (2011b). *Manual de uso inteligente de las nuevas tecnologías para alumn@s de 8 a 10 años*. España: Programa Aprende.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2010). *Informe PISA 2009*. Ministerio de Educación. Secretaría de Estado de Educación

- y Formación Profesional. Dirección General de Evaluación y Cooperación Territorial. Instituto de Evaluación de Madrid.
- Lacleta, M., Blanco, Á. & Peñalvo, F. (2014). *Buenas prácticas de Innovación Educativa: Artículos seleccionados del II Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Competitividad, CINAIC 2013*. Revista de Educación a distancia, (44).
- León, F. I. (2015). *Propuesta metodológica para una mejor evaluación en el área de matemática del séptimo año de educación básica*. (Tesis de maestría). Escuela Superior Politécnica del Litoral: Ambato, Ecuador.
- Lucchini, G., Cuadrado, B., & Tapia, L. (2006). *Errar no es siempre un error*. Santiago de Chile: Fundar.
- Mato, M. & De la Torre, E. (2009). *Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico*. Investigación en Educación Matemática XIII, 285-300.
- Morales, P. (2009). *Análisis de Ítems en las pruebas Objetivas*. Madrid, España: Universidad Pontificia de Madrid.
- Morales R & García L. I. (2014). *Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales*. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Manizales: Manizales, Colombia
- Moreno, T. (2011). *El Frankenstein evaluador*. Revista de la Educación Superior. issn: 0185-2760 Vol. 4, No160 Octubre- Diciembre de 2011, pp119-131
- Muñoz, P. & González, M. (2015). *Utilización de las TIC en orientación educativa: Un análisis de las plataformas web en los departamentos de orientación de secundaria*. Revista Complutense de Educación, 26(2), 447-465

- Navío, E. P. (2014). *Asesoramiento en la Evaluación del Proceso de Aprendizaje al alumnado de Secundaria*. Revista Complutense de Educación, 26(1), 161-182.
- Olmos, S. (2008). *Evaluación formativa y sumativa de estudiantes universitarios: aplicación de las tecnologías a la evaluación educativa*. (Tesis de doctorado). Universidad de Salamanca: Salamanca, España.
- Pochulu, M. (2009). *Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad*. Colección Digital Eudoxus, (8).
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas*. Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica. 1, 69-108.
- Rico, L. (1997). *Reivindicación del error en el aprendizaje de las matemáticas*. Epsilon, 38, 185-198.
- Rico, L. & Castro, E. (1994). *Errores y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico*. Granada, España: Universidad de Granada
- Robles, J. (2015). *Caracterización de las prácticas evaluativas de los docentes del área de matemáticas de la fase iv de la institución educativa san mateo tomando como referente las pruebas saber*. (Tesis de Maestría). Universidad Santo Tomas: Bogotá, Colombia.
- Sáiz, M. (2011). *e-Evaluación orientada a la e-aprendizaje estratégico en Educación Superior* (Vol. 29). Narcea Ediciones.
- Santamaría, M. (2005). *Evaluación cuantitativa en el aula*. En M. Santamaría. (Ed.), *¿Cómo evaluar aprendizajes en el aula?* (pp. 28-89). San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia.

- Santos Guerra, M. (2010). *La evaluación como Aprendizaje una flecha en la diana*. Buenos Aires, Argentina: Bonum.
- Seminara, S., Del Puerto, S. & Minnaard, C. (2006). *Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas*. Revista Iberoamericana de educación, 38(4), 7.
- Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria*. La Educación Matemática en la Secundaria. (pp 125-154). Barcelona, España: Horsori.
- Stewart, I. (2007). *Historia de las Matemáticas en los últimos 10.000 años*. Barcelona, España: Critica.
- Tomaseti, E., Sánchez, N. & García, J. (2014). *Google Drive: una herramienta para el desarrollo de cuestionarios online*.
- Turpo, O. (2011). *Concepciones y Prácticas Evaluativas de los Docentes del Área Curricular de Ciencias en las Instituciones de Enseñanza Públicas de Educación Secundaria*. Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 4(2), 214-235
- UNESCO. (2014). *Encuesta 2014 Observatorio de resultados de aprendizaje*. Manual de instrucciones para complementar el cuestionario del catálogo de evaluaciones de aprendizaje. Montreal, Canadá.
- Yanes, J. (2009). *Las TIC y la crisis de la educación. Algunas claves para su comprensión*. Artículo de publicación electrónica. Chile: Biblioteca digital virtual educa.
- Zabala J.J. (2014). *Evaluación en Matemáticas*. Ibagué, Colombia: Universidad del Tolima.

ANEXOS

Anexo A. Formato de encuesta

ENCUESTA

Esta encuesta va dirigida a estudiantes que van a ser objeto de estudio de una investigación en educación.

*Obligatorio

Por favor, invierta unos pocos minutos de su tiempo para rellenar el siguiente cuestionario.



1. **Apellidos ***

2. **Nombres ***

3. **Institución Educativa ***

Institución donde estudia

4. **Curso ***

Escoja el curso al cual pertenece

5. **Genero ***

FEMENINO

MASCULINO

6. **Edad ***

Escoja la edad en años cumplidos

10

11

12

13

14

15

16

Otro

7. Vive *

¿Dónde vive con respecto al colegio?

Muy cerca

Cerca

Lejos

Muy lejos

8. ¿Con Quién vive? *

Escoja con quien vive

Padres

Abuelos

Otro:

9. Estrato socio-económico *

Escoja el estrato socioeconómico en el cual vive (revise un recibo de la luz o el agua, ahí puede encontrar la información)

1

2

3

4

10. Sus padres de familia le dedican tiempo para ayudarle a realizar sus tareas o compromisos. *

Nunca

Algunas Veces

Casi siempre

Siempre

11. ¿Tiene acceso a internet en su casa? *

Escoja si tiene acceso a internet en su casa

SI

No

12. ¿Usted o alguien de su familia posee celular inteligente? *

Escoja si alguien de las personas con que usted vive posee celular inteligente

SI

NO

13. ¿Está repitiendo el año? *

¿Usted perdió el grado o séptimo U octavo el año anterior?

SI

NO

14. Escolaridad de su papá o su acudiente legal *

¿Cuál es el último nivel o grado que estudió?

Ninguna

Primaria

Bachiller

Técnico

Universidad

15. Escolaridad de su mamá o acudiente legal *

¿Cuál es el último nivel o grado que estudió?

Ninguna

Primaria

Bachiller

Técnico

Universidad

16. Gusto por la matemáticas *

¿Qué tanto le gustan las matemáticas?

Mucho

Poco

Muy poco

Nada

17. Dificultad por las matemáticas *

De uno a cinco cuánto se le dificulta la matemática, siendo uno como ninguna dificultad y cinco como mucha dificultad.

Anexo B. Evaluación en línea inicial

EVALUACIÓN INICIAL EN LÍNEA

Contesta esta evaluación con toda la responsabilidad y sinceridad del caso.

*Obligatorio

Dirección de correo electrónico *

Preguntas de opción múltiple con única respuesta. Escoja la respuesta que crea que es la correcta. Tiene 100 minutos para responder la evaluación.



Institución educativa *

Escoja la Institución donde estudia

Curso *

Escoja el curso al cual pertenece

Apellidos *

Escriba sus dos apellidos

Nombres *

Escriba su nombre

PREGUNTA UNO *

1 punto

Escoge el número entero que representa la siguiente situación: La fosa oceánica más importante es la fosa Challenger, con 11990 m de profundidad.

- A. 0
- B. 11900
- C. -11990
- D. +11990

PREGUNTA DOS *

1 punto

En una feria se juega tiro al blanco: por cada acierto se ganan \$3000 pesos y por cada desacierto se pierden \$ 1000 pesos.

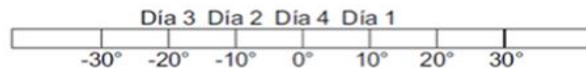
Mathías lanzó tres veces y acertó una vez en el blanco. ¿Cuánto dinero ganó o perdió al final de los tres lanzamientos?

- A. Ganó \$ 1000 pesos
- B. Ganó \$ 3000 pesos
- C. Perdió \$ 2000 pesos
- D. Perdió \$ 4000 pesos

PREGUNTA TRES *

1 punto

Se han registrado 4 diferentes temperaturas durante un mes en la ciudad de Moscú, con el siguiente termómetro



De los 4 registros, el de mayor temperatura fue el de el día

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

PREGUNTA CUATRO *

1 punto

Un escalador quiere llegar a la cima del monte Everest y esta se encuentra a una altitud de 8.848 m sobre el nivel del mar. Si al escalador le faltan 4.640 m para llegar a la cima, entonces está a _____ sobre el nivel del mar

- A. 4.208 m
- B. 13.488 m
- C. -4.208 m
- D. -13.488 m

PREGUNTA CINCO *

1 punto

Con base en la siguiente información, responde las preguntas

Se tiene la siguiente recta numérica de números enteros



De las siguientes afirmaciones la única verdadera es

- A. $a > b$
- B. $b > c$
- C. $c < d$
- D. $b < a$

PREGUNTA SEIS *

Continuando con la información de la pregunta anterior, responde

1 punto

Si se sabe que $b < 0$ y $c > 0$, entonces

- A. a es un número negativo
- B. b es menor que todos los enteros
- C. $b > c$
- D. $d < c$

PREGUNTA SIETE *

1 punto

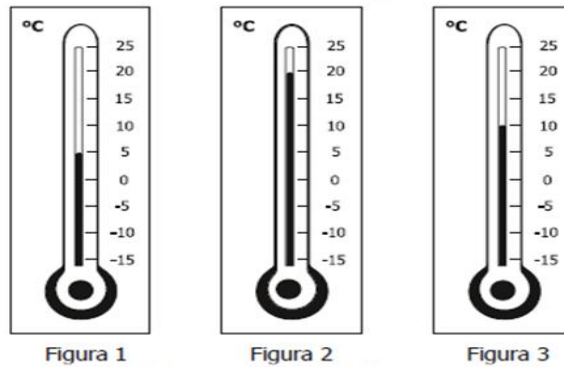
Una lombriz se encuentra 26 cm por debajo de la superficie de la tierra. Una representación numérica adecuada, en centímetros, para la posición de la lombriz con respecto a la superficie terrestre es

- A. 26
- B. -26
- C. 0,26
- D. -0,26

PREGUNTA OCHO *

1 punto

La figura 1 muestra la temperatura ambiente de un lugar a las 5:00 de la mañana, la figura 2 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a la 1:00 de la tarde y la figura 3 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a las 6:00 de la tarde.



¿Cuál fue el cambio de temperatura ambiente del lugar entre las 5:00 de la mañana y las 6:00 de la tarde?

- A. Disminuyó 15° C.
- B. Disminuyó en 10° C.
- C. Aumentó 5° C.
- D. Aumentó 20° C.

PREGUNTA NUEVE *

1 punto

En la tabla se muestran las temperaturas máxima y mínima, por mes, en el primer semestre de un año en la ciudad de Varsovia

	En	Feb	Mar	Abr	May	Jun
Temp Min (°C)	-5	-4	-1	3	8	11
Temp Máx (°C)	0	2	7	13	19	22

La mínima temperatura (°C) registrada en la tabla es

- A. 0
- B. -1
- C. -4
- D. -5

PREGUNTA DIEZ *

1 punto

En un juego de mesa cada participante debe responder una serie de preguntas de cultura general escogidas aleatoriamente por los demás concursantes. Cada pregunta bien respondida da 2 puntos y cada respuesta incorrecta -2 puntos. A continuación se muestra una tabla de resultados para una partida, en la que faltan algunos datos.

	Correctas	Incorrectas	Puntaje
Carlos	5		0
Andrés	4	6	
Natalia	2	8	
Sara	7	3	8

El puntaje obtenido por Natalia es

- A. 6
- B. -12
- C. 12
- D. -6

PREGUNTA ONCE *

1 punto

Con base en la siguiente información, responde las preguntas

Tres compañeros de clase proponen un juego: dos de ellos dicen cada uno un número entero y el tercer amigo debe hallar el resultado de la división del primer número entre el segundo.

La cantidad de compañeros que se encuentran en el juego es

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

PREGUNTA DOCE *

Continuando con la información de la pregunta anterior, responda

1 punto

El primer amigo dijo -96 y el segundo dijo -6. El resultado que debe dar el tercer amigo es

- A. -16
- B. 16
- C. 36
- D. -36

PREGUNTA TRECE *

1 punto

El producto de dos números enteros es (-630). Si uno de estos números es 21, ¿Cuál es el otro?

- A. -30
- B. -651
- C. -609
- D. 30

PREGUNTA CATORCE *

1 punto

El resultado de la operación $(-18) \div (-6)$ es:

- A. 12
- B. -3
- C. 3
- D. 24

PREGUNTA QUINCE *

1 punto

En una ciudad el termómetro registra una temperatura de 8°C y en las dos horas siguientes baja 14°C . La temperatura final es:

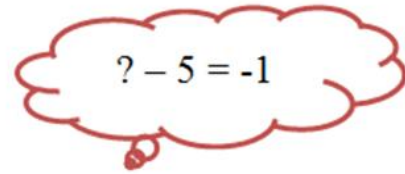
- A. 22°C
- B. 4°C
- C. -6°C
- D. 6°C

PREGUNTA DIECISÉIS *

1 punto

¿A qué número se le resta 5 y se obtiene -1?

- A. -6
- B. 4
- C. 6
- D. -4


$$? - 5 = -1$$

PREGUNTA DIECISIETE *

1 punto

El resultado de la operación $(-4+10)$ es:

- A. 3
- B. -3
- C. -6
- D. 6

PREGUNTA DIECIOCHO *

1 punto

El resultado de la operación $(20-30)$ es:

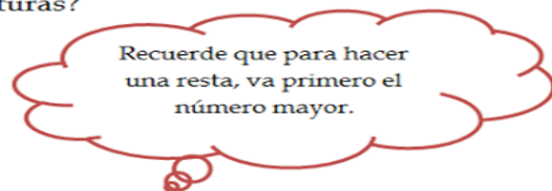
- A. 15
- B. -13
- C. -10
- D. 10

PREGUNTA DIECINUEVE *

1 punto

En una estación de esquí la temperatura más alta ha sido -2°C , y la más baja, de -23°C . ¿Cuál ha sido la diferencia de temperaturas?

- A. -21°C
- B. $+21^{\circ}\text{C}$
- C. $+25^{\circ}\text{C}$
- D. -25°C



Recuerde que para hacer una resta, va primero el número mayor.

PREGUNTA VEINTE *

1 punto

El deportes Tolima en 8 partidos, marcó 21 goles y le hicieron 30, ¿Cuál es la diferencia de gol?

- A. +9
- B. -9
- C. -51
- D. +51

Anexo C. Rubrica para la corrección de la evaluación en línea inicial

RUBRICA PARA LA CORRECCIÓN DE LA EVALUACIÓN

INSTRUCCIONES

- I. Se organizaran en grupos colaborativos (máximo 4 personas)
- II. Cada grupo elegirá un líder que será el que se pondrá de pie para hablar con el docente u otras cosas más.
- III. Cada estudiante del grupo deberá tener la fotocopia de la rúbrica en el cuaderno o copiada en el mismo.
- IV. Un llamado de atención a un estudiante es un llamado para todo el grupo.
- V. El docente muestra las estadísticas de la prueba a todo el curso.
- VI. A cada grupo se le entrega el paquete de las respuestas de cada alumno.
- VII. Cada grupo corrige todas las preguntas en el cuaderno con sus procedimientos respectivos.
- VIII. Cada grupo debe identificar los errores que cometieron en la solución de la evaluación en línea.
- IX. A cada grupo le corresponderá un grupo de preguntas (dos o tres) de la evaluación en línea para corregir.
- X. Se realizará un sorteo sobre las preguntas que le correspondieron a cada grupo.
- XI. Al finalizar cada sesión el docente elegirá a una persona del grupo para revisar el cuaderno y diligenciar la rúbrica. Ese mismo estudiante deberá realizar la corrección de los puntos que ordene el docente. La nota que saque el estudiante será la nota de todo el grupo.

Nombre integrantes del grupo:

Líder del grupo

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

ACTIVIDAD	ESCALAS				TOTAL
	SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO	
Comportamiento 20%	El grupo trabajó correctamente sin ningún llamado de atención. 1	El grupo trabajó correctamente con uno o dos llamados de atención. 0,8	El grupo trabajo con varios llamados de atención. 0,6	El grupo no trabajo por su mal comportamiento. 0,2	
Orden y presentación del cuaderno 10%	El cuaderno esta ordenado, con letra clara y las todas soluciones de los ejercicios copiadas. 0,5	El cuaderno esta ordenado, la letra es clara, pero falta uno o dos procedimientos por copiar. 0,4	Le falta un poco de orden al cuaderno, no se le entiende bien la letra y le faltan algunos procedimientos 0,3	Hay menos de la mitad de los ejercicios copiados y desarrollados 0,1	
Identificación de errores 20%	Tras la corrección el estudiante líder de grupo anunciara claramente ante sus compañeros que tipos de erros cometieron al contestar la prueba. 1	Tras la corrección el estudiante líder de grupo anunciara con alguna confusión ante sus compañeros que tipos de erros cometieron al contestar la prueba. 0,8	Tras la corrección el estudiante líder de anuncia con poca claridad los errores que tuvieron con la prueba en línea. 0,6	Tras la corrección el líder o ningún miembro del grupo pudieron identificar errores en la prueba que realizaron. 0,2	
Retroalimentación 50%	El estudiante realiza la corrección del punto en el tablero con propiedad, explicando a todos los compañeros sin utilizar cuaderno. 2,5	El estudiante realiza la corrección correctamente en el tablero, pero tiene dificultad para explicar el ejercicio. 2	El estudiante realiza la corrección y la explicación con dificultad. 1,5	El estudiante no realiza la corrección y hace la retroalimentación del ejercicio, El docente explica el punto en el tablero. 0,5	
TOTAL					

Anexo D. Rubrica para la solución del taller de refuerzo

RUBRICA PARA LA SOLUCIÓN EL TALLER

INSTRUCCIONES

- I. Se organizaran en grupos colaborativos (máximo 4 personas)
- II. Cada grupo elegirá un líder que será el que se pondrá de pie para hablar con el docente u otras cosas más.
- III. Cada estudiante del grupo deberá tener la fotocopia de la rúbrica en el cuaderno o copiada en el mismo.
- IV. Un llamado de atención a un estudiante es un llamado para todo el grupo.
- V. El docente muestra las estadísticas de la prueba a todo el curso.
- VI. A cada grupo se le entrega el paquete de las respuestas de cada alumno.
- VII. Cada grupo corrige todas las preguntas en el cuaderno con sus procedimientos respectivos.
- VIII. Cada grupo debe identificar los errores que cometieron en la solución de la evaluación en línea.
- IX. A cada grupo le corresponderá un grupo de preguntas (dos o tres) de la evaluación en línea para corregir.
- X. Se realizará un sorteo sobre las preguntas que le correspondieron a cada grupo.
- XI. Al finalizar cada sesión el docente elegirá a una persona del grupo para revisar el cuaderno y diligenciar la rúbrica. Ese mismo estudiante deberá realizar la corrección de los puntos que ordene el docente. La nota que saque el estudiante será la nota de todo el grupo.

Nombre integrantes del grupo:

Líder del grupo

5. _____
6. _____
7. _____
8. _____

ACTIVIDAD	ESCALAS				TOTAL
	SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO	
Comportamiento 20%	El grupo trabajó correctamente sin ningún llamado de atención. 1	El grupo trabajó correctamente con uno o dos llamados de atención. 0,8	El grupo trabajo con varios llamados de atención. 0,6	El grupo no trabajo por su mal comportamiento. 0,2	
Orden y presentación del cuaderno 10%	El cuaderno esta ordenado, con letra clara y las todas soluciones de los ejercicios copiadas. 0,5	El cuaderno esta ordenado, la letra es clara, pero falta uno o dos procedimientos por copiar. 0,4	Le falta un poco de orden al cuaderno, no se le entiende bien la letra y le faltan algunos procedimientos 0,3	Hay menos de la mitad de los ejercicios copiados y desarrollados 0,1	
Identificación de errores 20%	Tras la corrección el estudiante líder de grupo anunciara claramente ante sus compañeros que tipos de erros cometieron al contestar la prueba. 1	Tras la corrección el estudiante líder de grupo anunciara con alguna confusión ante sus compañeros que tipos de erros cometieron al contestar la prueba. 0,8	Tras la corrección el estudiante líder de anuncia con poca claridad los errores que tuvieron con la prueba en línea. 0,6	Tras la corrección el líder o ningún miembro del grupo pudieron identificar errores en la prueba que realizaron. 0,2	
Retroalimentación 50%	El estudiante realiza la corrección del punto en el tablero con propiedad, explicando a todos los compañeros sin utilizar cuaderno. 2,5	El estudiante realiza la corrección correctamente en el tablero, pero tiene dificultad para explicar el ejercicio. 2	El estudiante realiza la corrección y la explicación con dificultad. 1,5	El estudiante no realiza la corrección y hace la retroalimentación del ejercicio, El docente explica el punto en el tablero. 0,5	
TOTAL					

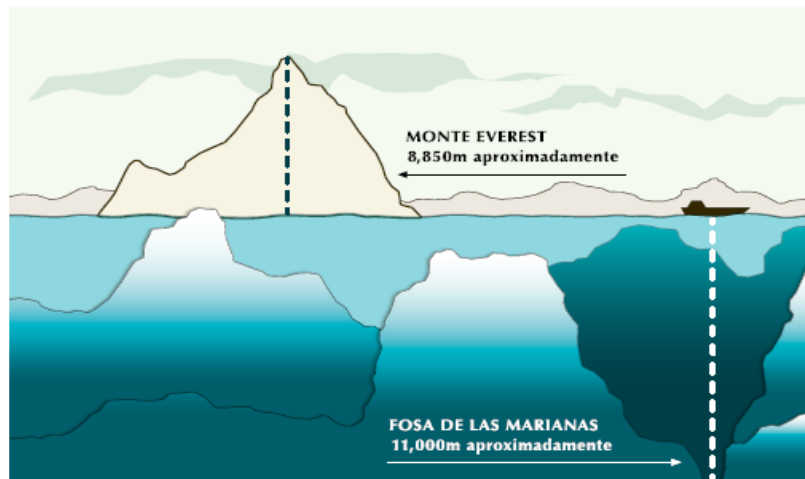
Anexo E. Taller de refuerzo

TALLER DE REFUERZO

1. Escribe los números enteros que corresponden a las siguientes afirmaciones:

- El señor Eduardo consignó \$250.500 en el banco. _____
- El termómetro marcó 2°C bajo cero. _____
- La altura sobre el nivel del mar de una ciudad colombiana es de 2,527 m. _____

2. Según la gráfica siguiente, responde:



- La fosa de las Marianas tiene la mayor profundidad del planeta, aproximadamente _____ Metros bajo el nivel del mar.
- El monte Everest es la montaña más alta de la tierra, con una altura de _____ sobre el nivel del mar.

3. Copia la tabla en tu cuaderno y escribe el equipo que está en el primer puesto:

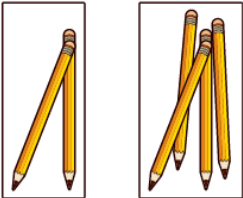
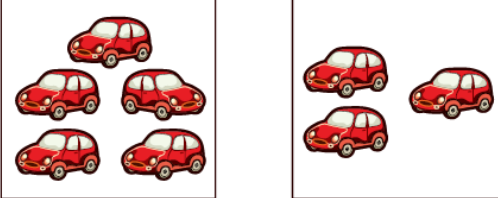
Equipo	Puntaje	Goles a favor	Goles en contra
6°-1	18	+2	-2
6°-2	18	+1	-3
6°-3	18	+3	-2

4. Escribe frente a cada expresión otra que represente la acción o situación opuesta:

- a. Adelante _____
- b. Subir _____
- c. Perder _____
- d. 530 años antes de nuestra era _____
- e. Ir de Bogotá a Cartagena _____
- f. Sumar 15 a una cantidad _____
- g. Restar 24 a una cantidad _____

Trabaja con tu compañero y resuelvan cada uno en su cuaderno los ejercicios:

Escribe el signo $>$, $<$ o $=$, entre las componentes de cada pareja:

5. a.  b. 

a.

-10	-2
-----	----

 b.

-28	5
-----	---

6. c.

46	30
----	----

 d.

-286	0
------	---

7. Ordena de mayor a menor los siguientes enteros:

23, -85, 0, -15, -7, 5, -3, 83. _____

Escribe al frente de cada expresión su valor absoluto:

8. $|-583| =$

9. $|69| =$

10. Representa el opuesto de cada número, en la recta numérica (realice una recta numérica por cada punto):

a. -11

b. -7

c. 15

d. 10

11. Juan le debe a Luis \$23,508 y a Esteban \$37,160, ¿cuánto debe en total?

12. Completa los siguientes cuadros, realizando las operaciones entre los números vertical y horizontalmente:

			+3				
-1			+2				
			+1				
-3	-2	-1		+1	+2	+3	+4
-4			-1				
			-2				
			-3				
			-4				

13. Los emperadores Julio Cesar y Augusto:

- Julio Cesar fue un emperador romano que nació en el año 110 a.C. y murió asesinado en el año

44 a. C.

- Augusto nació en el año 63 a. C., quien llegó a ser emperador a la edad de 36 años y murió en el año 14 d. C.

- a. Representa en una recta las fechas de nacimiento y muerte de los dos personajes.
- b. A qué edad murió Julio Cesar?
- c. Cuantos años tenía Julio Cesar cuando nació Augusto?
- d. Cuál era la edad de Augusto cuando murió Julio Cesar?
- e. Cuantos años duro el reinado de Augusto?

14. Un comerciante invirtió \$5.350.000 en mercancía. Al venderla obtuvo \$9.480.000. De cuanto fue la pérdida o la ganancia? Anota al resultado el signo que le corresponda.

15. En el mercado del pueblo, el domingo pasado, un campesino vendió su cosecha de papa. De ella obtuvo \$250,000 de ganancia. Aprovecho para llevar algunos artículos para su hogar y halagar a su familia. A su esposa le compro un vestido que le costó \$40,000 y a cada uno de sus tres hijos les compro pantalón a \$15,000 y camisa a \$12,000. Calcula:

- a. ¿Cuánto gasto en los regalos para su familia?
- b. ¿Cuánto dinero le quedo?

16. Realiza en tu cuaderno las operaciones siguientes:

- a. $-14 + 46 =$
- b. $58 + 32 - 285 =$
- c. $30 + 23 + 56 + 46 =$
- d. $77 + 46 + 297 + 39 =$
- e. $30 - 23 + 56 - 46 =$
- f. $-7 + 46 - 107 - 19 =$
- g. $30 - 13 - 36 - 6 =$
- h. $-5 + 6 - 17 - 79 =$

17. Un estanque se está desocupando a razón de 6 litros en cada hora. Cuantos litros menos tendrá el estanque después de 5 horas?

18. Hay algunos países que tienen las 4 estaciones: primavera, invierno, otoño y verano. Por ejemplo, un día de otoño, cuando la naturaleza verde pareció haberse secado, la temperatura en Paris, capital de la Republica de Francia, fue de -2°C a las 8:00 a.m. Al anochecer, en la televisión se informó que hacia El triple de frio que en la mañana, .que temperatura marco el termómetro en la noche?

19. Resuelve:

a. $[(40 \div 4) - (14 \div 2)] + (8 \div 2) =$

b. $[(9 \times 4) \div 6 - (4 \times 2)] =$

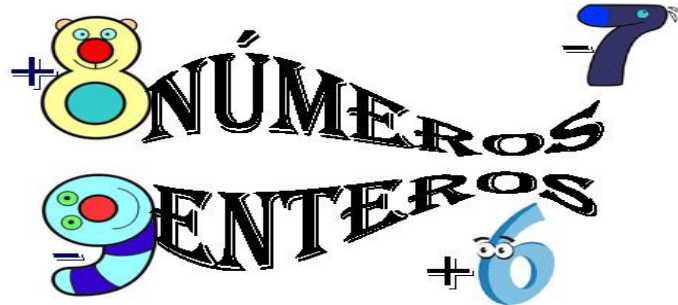
c. $(8 \times 3) \div (6 \times 4) =$

d. $(6 \times 3) + [4 - 3 \times 2 + (4 \div 2)] (54 \div 3) + (2 \times 3) =$

e. $2(70 - 25) + [(3 \times 8 - 10) - (9 \div 3 \times 2)] - (20 \times 5 \div 2) =$

Anexo F. Evaluación Final en Línea

EVALUACIÓN EN LÍNEA DE NÚMEROS ENTEROS # 2



Institución educativa *

Escoja la Institución donde estudia

Curso *

Escoja el curso al cual pertenece

Apellidos *

Escriba sus dos apellidos

Nombres *

Escriba su nombre

PREGUNTA UNO *

Escoge el número entero que representa la siguiente situación: “En el 2015, por la temporada del niño (tiempo sin lluvias), el nivel del río Magdalena tiene en promedio 45 centímetros de profundidad.”

- A. +45 cm
- B. +54 cm
- C. -54 cm
- D. -45 cm

PREGUNTA DOS *

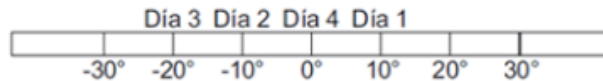
En una feria se juega tiro al blanco: por cada acierto se ganan \$3000 pesos y por cada desacierto se pierden \$ 1500 pesos.

Nicolás lanzó tres veces y acertó una vez en el blanco. ¿Cuánto dinero ganó o perdió al final de los tres lanzamientos?

- A. Ganó \$ 4500 pesos
- B. Ni gano ni perdió dinero
- C. Ganó \$ 1500 pesos
- D. Perdió \$ 1500 pesos

PREGUNTA TRES *

Se han registrado 4 diferentes temperaturas durante un mes en la ciudad de Moscú, con el siguiente termómetro.



De los cuatro registró, el de menor temperatura fue el del día

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

PREGUNTA CUATRO *

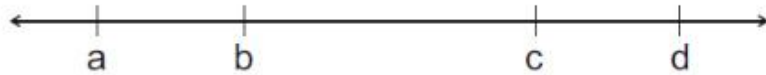
Un escalador quiere llegar a la cima del Nevado del Tolima y esta se encuentra a una altitud de 5215 metros sobre el nivel del mar. Si al escalador le faltan 1200 metros para llegar a la cima, entonces se encuentra a

- A. -6415 m del nivel del mar
- B. -4015 m del nivel del mar
- C. 4015 m del nivel del mar
- D. 6415 m del nivel del mar

PREGUNTA CINCO *

Con base en la siguiente información, responde las preguntas

Se tiene la siguiente recta numérica de números enteros



De las siguientes afirmaciones la única verdadera es

- A. $a < d$
- B. $b < a$
- C. $d < c$
- D. $d < a$

PREGUNTA SEIS *

Continuando con la información de la pregunta anterior, responde

Continuando con la información de la pregunta anterior, responde

Si se sabe que $b < 0$ y $c > 0$, entonces

- A. b es un número positivo
- B. c es un número negativo
- C. b es un número negativo
- D. d es un número negativo

PREGUNTA SIETE *

Un topo se encuentra 28 cm por debajo de la superficie de la tierra. Una representación numérica adecuada, en centímetros, para la posición del topo con respecto a la superficie es

- A. 28
- B. 0,28
- C. -28
- D. -0,28

PREGUNTA OCHO *

La figura 1 muestra la temperatura ambiente de un lugar a las 5:00 de la mañana, la figura 2 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a la 1:00 de la tarde y la figura 3 muestra la temperatura ambiente del mismo lugar a las 6:00 de la tarde.

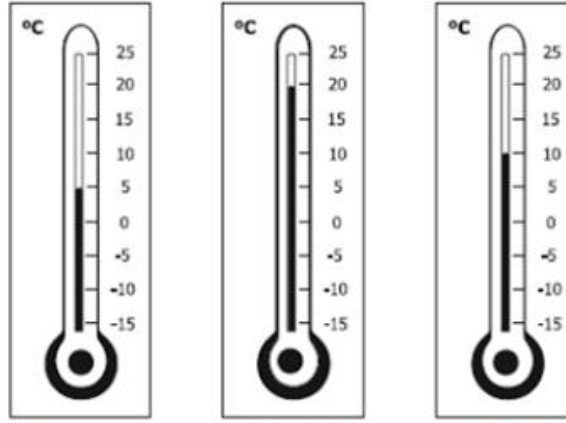


Figura 1

Figura 2

Figura 3

¿Cuál es el cambio de temperatura ambiente del lugar entre las 5:00 de la mañana y la 1:00 de la tarde?

- A. Disminuyó 15°C
- B. Disminuyó 10°C
- C. Aumentó 15°C
- D. Aumentó 20°C

PREGUNTA NUEVE *

En la tabla se muestran las temperaturas máxima y mínima, por mes, en el primer semestre de un año en la ciudad de Varsovia

	En	Feb	Mar	Abr	May	Jun
Temp Min (°C)	-5	-4	-1	3	8	11
Temp Máx (°C)	0	2	7	13	19	22

La máxima temperatura en °C registrada en la tabla es

- A. 22°C
- B. -5°C
- C. 11°C
- D. 13°C

PREGUNTA DIEZ *

En un juego de mesa cada participante debe responder una serie de preguntas de cultura general escogidas aleatoriamente por los demás concursantes. Cada pregunta bien respondida da 2 puntos y cada respuesta incorrecta -2 puntos. A continuación se muestra una tabla de resultados para una partida, en la que faltan algunos datos.

	Correctas	Incorrectas	Puntaje
Carlos	5		0
Andrés	4	6	
Natalia	2	8	
Sara	7	3	8

El puntaje obtenido por Andrés es

- A. 6
- B. -4
- C. -2
- D. 2

PREGUNTA ONCE *

Con base en la siguiente información, responde las preguntas

Tres compañeros de clase proponen un juego: dos de ellos dicen cada uno un número entero y el tercer amigo debe hallar el resultado de la división del primer número entre el segundo.

La operación que hay que hacer en el juego es:

- A. Suma
- B. Multiplicación
- C. Resta
- D. División

PREGUNTA DOCE

El primer amigo dijo -80 y el segundo dijo +10. El resultado que debe dar el tercer amigo es

- A. -8
- B. +8
- C. -90
- D. +90

PREGUNTA TRECE

El producto de dos números enteros es (-310) . Si uno de estos números es 10, ¿Cuál es el otro?

- A. -41
- B. -31
- C. -340
- D. +340

PREGUNTA CATORCE

El resultado de la operación $(-36) \div (+9)$ es:

- A. -4
- B. +4
- C. +6
- D. -6

PREGUNTA QUINCE

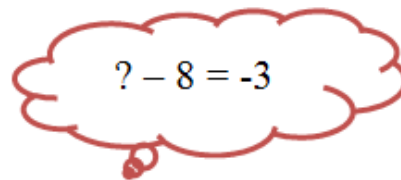
En una ciudad el termómetro registra una temperatura de 6°C y en las dos horas siguientes baja 14°C . La temperatura final es:

- A. 20°C
- B. -8°C
- C. 8°C
- D. -20°C

PREGUNTA DIECISÉIS

¿A qué número se le resta 8 y se obtiene -3?

- A. 5
- B. -5
- C. 6
- D. -4



PREGUNTA DIECISIETE

El resultado de la operación $(-20+15)$ es:

- A. 5
- B. -5
- C. +35
- D. -35

PREGUNTA DIECIOCHO

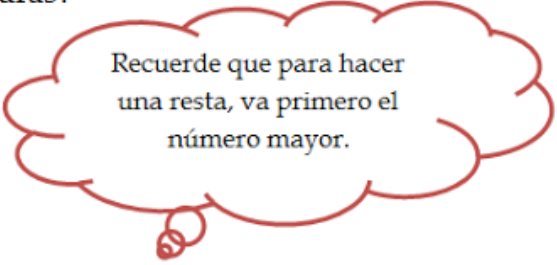
El resultado de la operación $(10-25)$ es:

- A. +15
- B. -15
- C. +25
- D. +25

PREGUNTA DIECINUEVE

En una estación de esquí la temperatura más alta ha sido -4°C , y la más baja, de -20°C . ¿Cuál ha sido la diferencia de temperaturas?

- A. -24°C
- B. $+24^{\circ}\text{C}$
- C. $+16^{\circ}\text{C}$
- D. -16°C



Recuerde que para hacer una resta, va primero el número mayor.

PREGUNTA VEINTE

El Real Madrid en 8 partidos, marcó 31 goles y le hicieron 35, ¿Cuál es la diferencia de gol?

- A. -4
- B. +4
- C. -5
- D. +5

Anexo G. Fotos corrección evaluación inicial en línea



Fuente:



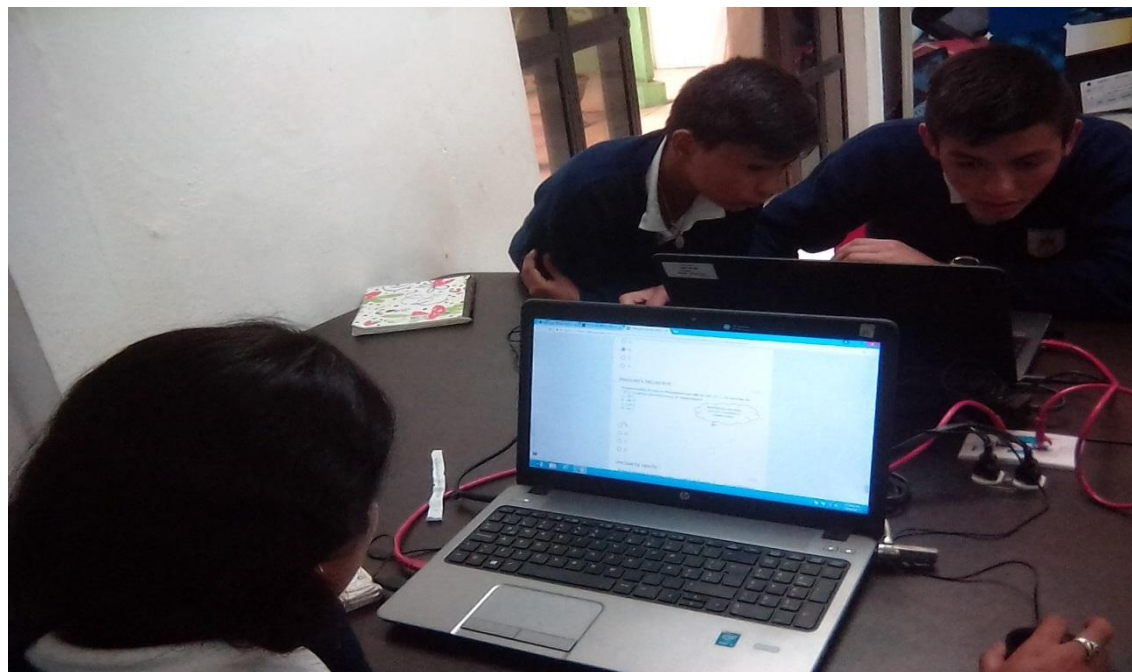
Anexo H. Fotos taller de refuerzo Institución Educativa Técnica Santa Isabel




Anexo I. Foto presentación evaluación inicial



Anexo J. Foto presentación evaluación final



	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 1 de 3
		Código: GB-P04-F03
		Versión: 03
		Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Los suscritos:

<u>RUBÉN DARÍO RIVERA GALINDO</u>	con C.C N°	<u>14296637</u>
<u>JAVIER VILLANUEVA SÁNCHEZ</u>	con C.C N°	<u>5823516</u>
_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____

Manifiesto (an) la voluntad de:

Autorizar

No Autorizar **Motivo:** _____


La consulta en físico y la virtualización de **mi OBRA**, con el fin de incluirlo en el repositorio institucional de la Universidad del Tolima. Esta autorización se hace sin ánimo de lucro, con fines académicos y no implica una cesión de derechos patrimoniales de autor.

Manifestamos que se trata de una OBRA original y como de la autoría de LA OBRA y en relación a la misma, declara que la UNIVERSIDAD DEL TOLIMA, se encuentra, en todo caso, libre de todo tipo de responsabilidad, sea civil, administrativa o penal (incluido el reclamo por plagio).

Por su parte la UNIVERSIDAD DEL TOLIMA se compromete a imponer las medidas necesarias que garanticen la conservación y custodia de la obra tanto en espacios físico como virtual, ajustándose para dicho fin a las normas fijadas en el Reglamento de Propiedad Intelectual de la Universidad, en la Ley 23 de 1982 y demás normas concordantes.

La publicación de:

Trabajo de grado	<input checked="" type="checkbox"/>	Artículo	<input type="checkbox"/>	Proyecto de Investigación	<input type="checkbox"/>
Libro	<input type="checkbox"/>	Parte de libro	<input type="checkbox"/>	Documento de conferencia	<input type="checkbox"/>
Patente	<input type="checkbox"/>	Informe técnico	<input type="checkbox"/>		
Otro: (fotografía, mapa, radiografía, película, video, entre otros)					<input type="checkbox"/>

 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 2 de 3
		Código: GB-P04-F03
		Versión: 03
		Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Producto de la actividad académica/científica/cultural en la Universidad del Tolima, para que con fines académicos e investigativos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad del Tolima. Con todo, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada con arreglo al artículo 30 de la Ley 23 de 1982. En concordancia suscribo este documento en el momento mismo que hago entrega del trabajo final a la Biblioteca Rafael Parga Cortes de la Universidad del Tolima.

De conformidad con lo establecido en la Ley 23 de 1982 en los artículos 30 “**...Derechos Morales. El autor tendrá sobre su obra un derecho perpetuo, inalienable e irrenunciable**” y 37 “**...Es lícita la reproducción por cualquier medio, de una obra literaria o científica, ordenada u obtenida por el interesado en un solo ejemplar para su uso privado y sin fines de lucro**”. El artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “**los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores**” y en su artículo 61 de la Constitución Política de Colombia.

- Identificación del documento:

Título completo: **EL USO DEL ERROR A TRAVÉS DE LA EVALUACIÓN EN LÍNEA CON FUNCIÓN PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS GRADOS SÉPTIMO Y OCTAVO DE DOS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL TOLIMA**

- Trabajo de grado presentado para optar al título de:

MAGISTER EN EDUCACIÓN


- Proyecto de Investigación correspondiente al Programa (No diligenciar si es opción de grado “Trabajo de Grado”):

- Informe Técnico correspondiente al Programa (No diligenciar si es opción de grado “Trabajo de Grado”):

- Artículo publicado en revista:

- Capítulo publicado en libro:

- Conferencia a la que se presentó:

 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 3 de 3
		Código: GB-P04-F03
		Versión: 03
		Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Quienes a continuación autentican con su firma la autorización para la digitalización e inclusión en el repositorio digital de la Universidad del Tolima, el:

Día: 3 Mes: FEBRERO Año: 2018

Autores:

Firma

Nombre: RUBÉN DARÍO RIVERA GALINDO



C.C. 14296637

Nombre: JAVIER VILLANUEVA SÁNCHEZ



C.C. 5823516

Nombre: _____

C.C. _____

Nombre: _____

C.C. _____

El autor y/o autores certifican que conocen las derivadas jurídicas que se generan en aplicación de los principios del derecho de autor.