

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto



# **Concepção de um engrenamento planetário usando “NASA gear bearings”**

Marco Esteves

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Orientador: Jorge H. O. Seabra

Coorientador: José A. S. Almacinha

Porto, 2018



Marco Esteves, 2018

Email: [up201305056@fe.up.pt](mailto:up201305056@fe.up.pt)

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Departamento de Engenharia Mecânica

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 Porto

Portugal



*"I can accept failure, but I can't accept not trying"*

*Michael Jordan*



---

# Resumo

Os redutores planetários são redutores conhecidos pela sua grande capacidade de redução de velocidade e pelo seu tamanho compacto. Este tipo de mecanismo é usado em variadíssimos casos, tais como sistemas de transmissão automáticos, redutor-multiplicador de turbinas, ou mesmo em sistemas mecânicos simples onde seja apenas necessário reduzir velocidades e aumentar binários. No entanto, este tipo de redutores têm a desvantagem de possuir uma grande complexidade em termos de engrenagens (vários planetas e uma engrenagem anel e outra engrenagem sol, para cada andar) o que leva à existência de um elevado número de rolamentos.

Ao longo deste trabalho desenvolveu-se a concessão de um redutor planetário que alia uma grande capacidade de redução a uma estrutura o mais compacta possível, excluindo os rolamentos e veios tradicionais, substituindo-os por discos acoplados às engrenagens, de modo a obter um redutor planetário com o menor número possível de elementos. Para isso, vai-se seguir, essencialmente, os conceitos deixados por John M. Vranish na sua patente, alterando apenas alguns aspetos para tornar este um redutor o mais eficiente possível.

Numa primeira fase, serão dimensionados todos os aspetos ligados às engrenagens que vão constituir o redutor e, posteriormente, os discos que irão ser acoplados a estas. No final, será escolhido um óleo para a lubrificação de todo o sistema, ou seja, das engrenagens e discos.

O trabalho termina com alguns aspetos finais sobre a estrutura do redutor incluindo processos e tratamentos térmicos, que serão necessários realizar para cada uma das peças, bem como uma representação, em *SolidWorks*, do modelo em 3D.

No final, apresentam-se as devidas conclusões, analisando-se se os objetivos que tínhamos para o nosso redutor planetário foram cumpridos.





# Abstract

## Design of a planetary gearbox using NASA gear bearings

Planetary gearboxes are known for its high transmission ratio and compact size. This type of mechanism is used in several applications, such as automatic gearboxes, turbine planetary multiplier, or even in simple mechanical systems where it is only necessary to convert speed and torque. However, considering the number of gears, this types of gearboxes are pretty complex (several planets, a ring gear and a sun gear, for each stage) which leads to a existence of a high number of bearings.

Throughout this work the design of a planetary gearbox is presential,alying a high redution ratio to a structure as compact as possible, excluding the traditional bearings and shafts, replacing them by discs coupled to the gears. Therefore, a planetary gearbox with the smallest possible number of elements is proposal. For that, the concepts that John M. Vranish describes on his patente are followed adapting the concept to a particular application.

All the aspects related to the planetary were designed - gears as well as the discs that will be coupled to these gears. In the end of this stage, a gear oil was selected for the lubrication of the gears and discs.

Afterwards, several details about the structure of the planetary gearbox, including manufacturing process and heat treatments necessary for each elemento, and, a final 3D representation of the planetary gearbox is given.

The project end with some conclusions, reviwing the initial goals,desired for the planetary gearbox.



# Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao Professor Jorge H. O. Seabra e ao Professor José A. S. Almacinha pelo tempo e dedicação que disponibilizaram ao longo da realização deste trabalho.

Gostaria também de agradecer a disponibilização do espaço de trabalho que me foi oferecido tendo permitido um trabalho contínuo e sempre apoiado.

A todos os amigos que me acompanharam durante a faculdade, em especial, àqueles que desde a infância se mantiveram por perto.

A toda a minha família em geral que, no estrangeiro ou aqui em Portugal, mantiveram sempre a confiança em mim apoiando-me sempre.

Ao meu irmão que, completando o mesmo curso que eu, conseguiu ter sempre um conselho para me dar durante todos os anos de faculdade.

À minha mãe que, com maior ou menor dificuldade, ofereceu-me todas as condições necessárias para completar o curso sem nunca hesitar ou duvidar.

Muito obrigado a todos.



# Índice

Resumo .....	vii
Abstract.....	ix
Design of a planetary gearbox using NASA gear bearings .....	ix
Agradecimentos .....	xi
Índice .....	xiii
Lista de figuras .....	xv
Lista de tabelas .....	xvii
1. Introdução.....	1
1.1. Estrutura do planetário .....	1
1.2. Objetivo do trabalho .....	6
1.3. Estrutura do documento .....	6
2. Análise Cinemática .....	9
2.1. Primeiro andar (Input) .....	9
2.2. Segundo andar (Output).....	11
2.3. Permutação ponto P .....	14
2.4. Razão de transmissão .....	15
2.5. Velocidades relativas .....	17
2.6. Resumo velocidades .....	29
3. Dimensionamento engrenagens.....	31
3.1. Aplicação .....	31
3.2. Escolha número de dentes.....	32
3.3. Módulo, largura das engrenagens e cálculo das solicitações .....	34
3.4. Correções de dentado .....	38
4. Dimensionamento dos discos .....	45
5. Lubrificação .....	49
5.1. Lubrificação engrenagens .....	49
5.2. Lubrificação dos discos .....	54
5.3. Eficiência energética.....	59
6. Aspetos finais e montagem .....	61
6.1. Processos de fabrico.....	66
6.2. Retificação e tratamentos térmicos .....	67
7. Conclusões e trabalhos futuros.....	69

7.1. Conclusões.....	69
7.2. Trabalhos futuros.....	69
8. Referências .....	71
9. Apêndice A .....	73

# Lista de figuras

Figura 1 - Engrenagem dentado reto exterior (10) com disco (12) acoplado. O dentado (14) e a sua face (16) estão também representados. ....	2
Figura 2 - A: vista de cima do acoplamento entre as engrenagens e discos. B: vista do corte A-A. ....	3
Figura 3 - A: interação entre roda sol e roda planeta. B: interação entre roda planeta e roda anel. C: vista de cima do corte A-A. ....	4
Figura 4 - Esquema da vista em corte do redutor planetário completo .....	5
Figura 5 - Esquema do primeiro andar, “input” .....	9
Figura 6 - Esquema do segundo andar, “output” .....	11
Figura 7 - Esquema primeiro andar com ponto P de permutação .....	14
Figura 8 - Esquema do segundo andar, "output" .....	20
Figura 9 - Esquema das velocidades do primeiro andar .....	26
Figura 10 - Esquema de velocidades do segundo andar .....	28
Figura 11 - Guincho WARN® ZEON® 8-S com as respectivas dimensões .....	32
Figura 12 - Motor da família MUQ com respetiva curva de funcionamento .....	32
Figura 13 – A: Esquema de forças na engrenagem sol; B: Esquema de forças na engrenagem anel de saída; C: Esquema de Esquema de forças que atuam nas engrenagens planetárias. Também está representada velocidade de rotação, $\omega$ , para realçar que ambas as engrenagens rodam à mesma velocidade.....	34
Figura 14 - Interferência no engrenamento planeta-anel, primeiro andar, com o anel a “penetrar” o planeta, antes das modificações.....	40
Figura 15 - Escorregamento específico entre as engrenagens sol-planeta, primeiro andar, antes das modificações.....	40
Figura 16 – O mesmo engrenamento da figura 15 mas com a cabeça do dente da engrenagem anel chanfrada para evitar interferência com o dente da engrenagem planeta .....	41
Figura 17 - Escorregamento específico final entre as engrenagens sol-planeta, primeiro andar .....	41
Figura 18 - Modelo completo do redutor no KISSsys. Temos o primeiro andar representado a trás e à frente o segundo andar .....	42
Figura 19 - Esquema do contato contraformal entre o par de discos sol-planeta (A) e o contato conformal entre o par de discos planeta-anel do primeiro andar (B) e do segundo andar (C) .	46
Figura 20 - Espessura específica crítica do filme lubrificante em função da velocidade tangencial da engrenagem no primitivo para uma probabilidade de avaria inferior a 5% em engrenagens .....	50
Figura 21 - Parâmetro do lubrificante em função da temperatura para diferentes tipos de óleos ISO VG .....	53
Figura 22 - Comparação das viscosidades cinemáticas em função da temperatura dos óleos ISO VG 220 e Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140 .....	54
Figura 23 - Roda anel do primeiro andar à esquerda e roda anel do segundo andar à direita ..	61
Figura 24 - Rodas planetárias .....	61
Figura 25 - Roda sol do primeiro andar à esquerda e roda sol do segundo andar à direita .....	62
Figura 26 - Disco anel do primeiro andar à esquerda e disco anel do segundo andar à direita	62

Figura 27 - Disco planeta do primeiro andar à esquerda e disco planeta do segundo andar à direita .....	62
Figura 28 - Disco sol do primeiro andar à esquerda e disco sol do segundo andar à direita ...	63
Figura 29 - Tampa de entrada .....	63
Figura 30 - Tampa de saída.....	64
Figura 31 - Modelo final do redutor planetário.....	65
Figura 32 - Modelo final do redutor planetário em corte.....	65
Figura 33 - Representação do bloco a maquinar da tampa de saída do redutor.....	67



# Lista de tabelas

Tabela 1 - Vantagens e desvantagens deste tipo de construção para redutores planetários .....	5
Tabela 2 - Tabela resumo das velocidades lineares e angulares do redutor .....	29
Tabela 3 - Tabela resumo das velocidades lineares e angulares do redutor em função do número de dentes .....	30
Tabela 4 - Especificações principais do motor da família MUQ .....	32
Tabela 5 - Número de dentes para cada engrenagem para cada andar .....	33
Tabela 6 - Valores das seguranças relativamente aos flanco e à raiz dos dentes para diferentes módulos e diferentes larguras das engrenagens planeta e anel de entrada .....	37
Tabela 7 - Raios de referência das diferentes engrenagens do redutor .....	37
Tabela 8 - Velocidades sol-planeta (1ºandar) e planeta-anel (2ºandar).....	38
Tabela 9 - Alterações nas engrenagens no primeiro andar .....	39
Tabela 10 - Alterações engrenagens do segundo andar .....	42
Tabela 11 - Raios de curvatura dos discos de ambos os andares .....	47
Tabela 12 - Pressão de Hertz máxima para cada par de discos .....	48
Tabela 13 - Dados sol-planeta, primeiro andar, retirados do relatório KISSsys .....	49
Tabela 14 - Dados planeta-anel, primeiro e segundo andar, retirados do relatório KISSsys ...	51
Tabela 15 - Propriedades dos óleos ISO VG 220 e Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140 .....	54
Tabela 16 - Valores retirados do KISSsys, exceto rugosidade que foi um valor assumido típico de rolamentos. De notar, também, que aparecem valores de raios negativos pois estamos em presença de contactos interiores. As velocidades de rotação negativas aparecem para depois obter as velocidades dos discos interiores positivas.....	55
Tabela 17 - Propriedades do óleo Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140 a 60°C .....	55
Tabela 18 - Propriedades do aço 18CrNiMo7-6 em estado recozido.....	56
Tabela 19 - Parâmetros para análise da lubrificação de todos os pares de discos onde existem cargas .....	58
Tabela 20 - Dados dos vedantes existentes no redutor.....	59
Tabela 21 - Valores da eficiência do contato entre as engrenagens .....	60
Tabela 22 - Elementos utilizados para a montagem do redutor .....	66



# 1. Introdução

No mundo atual, a maior parte dos sistemas mecânicos têm na sua constituição um redutor planetário. Este tipo de redutores aparece quando, para além da necessidade de reduzir velocidade e aumentar binário, existe também a necessidade de manter a estrutura do mecanismo o mais compacta possível. Os redutores planetários conseguem satisfazer este tipo de necessidades graças à grande capacidade de redução que lhes é conhecida, comparativamente a outro tipo de sistemas de engrenagens, sem que seja necessário utilizar um elevado número de andares de redução. Por exemplo, um sistema planetário de dois andares simples consegue ter, na sua saída, uma redução de 1:40. A mesma só é conseguida em 3 andares se considerarmos sistemas de engrenagens paralelas. (Fresadora Sant'Ana)

No entanto, esta diferença pode ainda ser maior se se analisar os conceitos transmitidos pela patente com a designação US 6,626,792 B2, da autoria de John M. Vranish. Estudando a mesma, verificou tratar-se de um redutor planetário muito diferente dos demais no que diz respeito à sua composição. Apesar de possuir as normais engrenagens sol, planeta e anel, este redutor não necessita dos tradicionais veios e rolamentos para a sua composição e montagem. A estrutura de suporte das engrenagens é garantida através de discos acoplados às rodas dentadas com um diâmetro igual ao diâmetro primitivo das mesmas. Assim, obtém-se as reduções muito apelativas que um redutor planetário oferece, sendo ainda possível diminuir o número de componentes, obtendo-se um sistema eficiente e extremamente compacto. (EUA Patente Nº 6,626,792 B2, 2003)

Para além da sua estrutura diferente dos demais redutores planetários, John M. Vranish apresenta um sistema de redução onde, com apenas dois andares, é possível obter reduções que podem chegar a 1:2000. Tal é conseguido graças ao acoplamento dos dois planetas, ou seja, ambos se movem à mesma velocidade angular quer em torno do seu eixo quer em torno da engrenagem sol, mas, com a particularidade de os planetas do primeiro e segundo andares terem números de dentes diferentes. Esta configuração permite obter uma velocidade angular na roda anel de saída muito pequena. (Henriot, 1968)

Com estas considerações obtém-se, no final, um redutor planetário extremamente compacto, com um reduzido número de componentes com uma montagem simples e com uma capacidade redutora muito alta e eficiente.

## 1.1. Estrutura do planetário

Tal como referido anteriormente, trata-se de um redutor planetário com uma estrutura simples e compacta. Este vai estar dividido em dois andares: andar de entrada e andar de saída. No andar de entrada as engrenagens de dentado reto exterior (10), estão acopladas aos respetivos discos (12), tal como se mostra na Figura 1, dos quais fazem parte a roda sol, que será o *input*, e as rodas planetas. É de salientar que, como estes discos têm diâmetros iguais aos diâmetros primitivos das rodas dentadas respetivas, os pontos destes raios movem-se todos à mesma velocidade, evitando-se, assim, a existência de velocidades de escorregamento. Depois existe uma roda de dentado reto interior que será a roda anelar. Esta terá, também, ligada a si,

um disco com o diâmetro interno igual ao seu diâmetro primitivo. O segundo andar será igual ao primeiro no que diz respeito aos componentes, isto é, será constituído por engrenagens de dentado reto exterior das quais farão parte a roda sol e os planetas. Estas terão acopladas a si discos de diâmetros iguais aos diâmetros primitivos. E depois a engrenagem de dentado reto interior, roda anelar, que será o nosso *output*, à qual, tal como nas outras, existe um disco acoplado a si com diâmetro igual ao seu diâmetro primitivo. (EUA Patente Nº 6,626,792 B2, 2003)

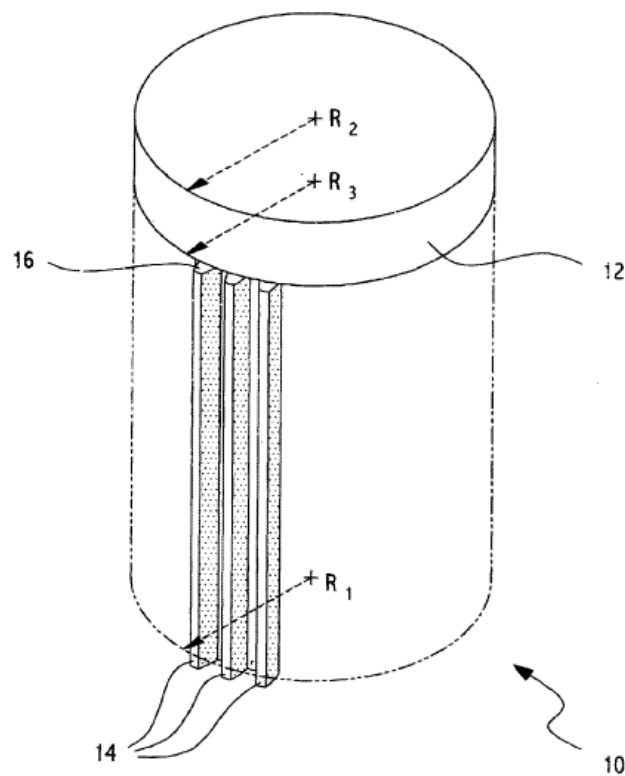


Figura 1 - Engrenagem dentado reto exterior (10) com disco (12) acoplado. O dentado (14) e a sua face (16) estão também representados. (EUA Patente Nº 6,626,792 B2, 2003)

Fazendo o acoplamento destes elementos, tal como mostra a Figura 2A, onde é possível ver o acoplamento da engrenagem sol (10A) com as engrenagens planetas (10B) e estas com a engrenagem anel (18), consegue-se perceber que a estrutura fica unificada, sendo que o único movimento que lhes é permitido é o movimento de rotação. Analisando a Figura 2B, vista em corte onde estão representados os acoplamentos entre engrenagens e discos, percebe-se que tentando mover a roda sol (10A), de baixo para cima, os dentes desta (14A) vão embater no disco acoplado à roda planeta (12B) e os dentes desta última (14B) vão embater no disco acoplado à roda anel (22). Puxando a roda sol (10A) de cima para baixo, o disco acoplado (12A) embate nos dentes da roda planetária (14B) e o disco acoplado (12B) a esta vai embater nos dentes da roda anel (24). Obtém-se, portanto, tal como se desejava, um sistema rígido e compacto. (EUA Patente Nº 6,626,792 B2, 2003)

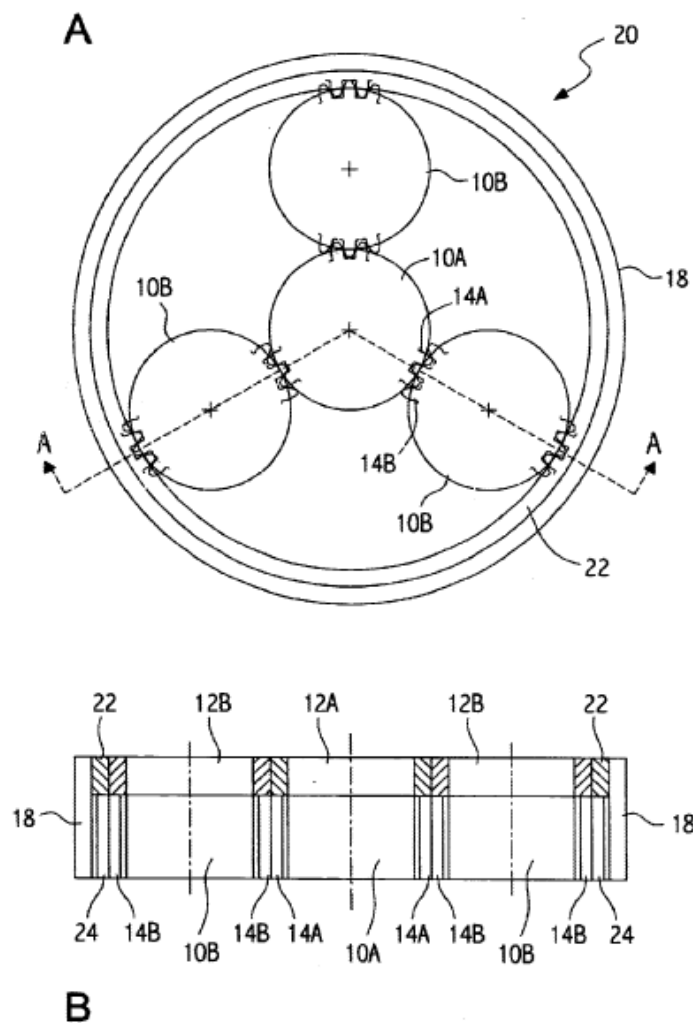


Figura 2 - A: vista de cima do acoplamento entre as engrenagens e discos. B: vista do corte A-A. (EUA Patente N° 6,626,792 B2, 2003)

Este acoplamento entre engrenagens e discos pode ainda ser observado na Figura 3, onde estão representadas, com maior detalhe, todas as interações que existem entre os componentes. Na Figura 3A, é possível observar a interação que existe entre a roda sol e a roda planeta (quer do primeiro andar quer do segundo). Estão representados o ponto C2, que é o ponto onde os discos das respetivas engrenagens vão contactar, e o ponto C1, ponto de contacto entre os dentes das engrenagens. Nas Figura 3BC, pode observar-se como interagem a roda planeta com a roda anelar (em ambos os andares). Nestas, estão representados o ponto C3, ponto de contacto entre os dentes das engrenagens planeta e anelar, o ponto C4, que é o ponto onde existe contacto entre os discos das respetivas engrenagens e, por fim, o ponto C5, que representa o contacto existente entre a face dos dentes da engrenagem planeta com o disco da engrenagem anel. (EUA Patente N° 6,626,792 B2, 2003)

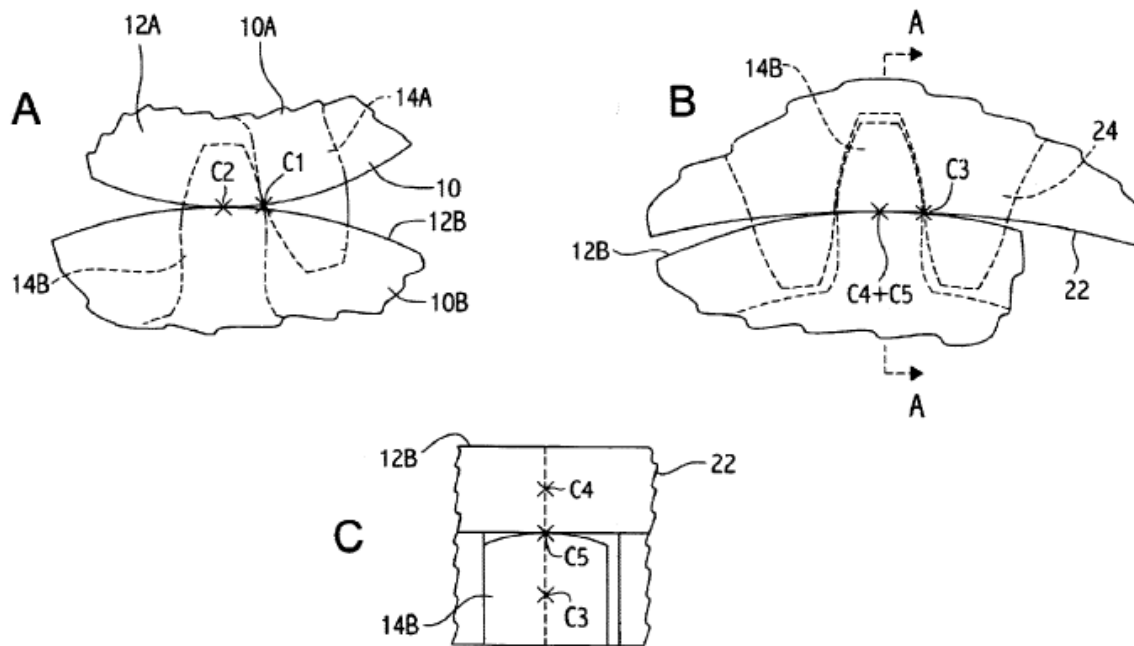


Figura 3 - A: interação entre roda sol e roda planeta. B: interação entre roda planeta e roda anel. C: vista de cima do corte A-A. (EUA Patente N° 6,626,792 B2, 2003)

Tendo presente o modo como estes elementos interagem entre si, Pode analisar-se a estrutura final do redutor planetário que a patente apresenta no esquema da Figura 4 (é importante salientar que, nesta figura, é apenas representado um esquema para melhor compreender o funcionamento do redutor, sendo que nem todas as engrenagens estão representadas). Tem-se, então, um redutor constituído por um primeiro andar (56), o andar de entrada, e um segundo andar (58), andar de saída. No primeiro andar está representado o disco da engrenagem sol (60), os discos das engrenagens dos planetas (62) e o disco da engrenagem do anel (64). De forma análoga, no segundo andar, é constituído pelo disco da engrenagem sol (68), os discos das engrenagens dos planetários (66) e o disco da engrenagem do anel (70). Também é possível ver representada a engrenagem sol (73), bem como as engrenagens planetárias (72). (EUA Patente N° 6,626,792 B2, 2003)

No que diz respeito à montagem, o redutor apresentado na patente começa a ser montado pelo segundo andar (58). Em primeiro lugar colocam-se os discos das engrenagens planetas (66) junto ao disco da engrenagem anel (70), que se considera já ter acoplados a si os dentes da engrenagem. Depois, o disco da engrenagem sol (68) é colocado no meio do arranjo. Em seguida, colocam-se as engrenagens planetárias (72) fazendo o engrenamento destas com os dentes da engrenagem anel. Por fim, é introduzida a engrenagem sol (73) no seu disco promovendo o seu engrenamento com os dentes das engrenagens planetárias (72). É colocado um parafuso ficando a montagem deste andar completa. Para completar a montagem do redutor é colocada a engrenagem anel de entrada (64) (tal como a engrenagem anel do primeiro andar, considera-se aqui que o disco e a engrenagem estão já acoplados entre si), engrenando com os dentes das engrenagens planetárias (72) já posicionadas. Coloca-se, em seguida, a engrenagem sol de entrada (60) (considera-se que já tem o seu disco acoplado) engrenado com os dentes das engrenagens planetárias (72). Por fim, são colocados os discos das engrenagens planetárias (62) fixando tudo por meio de um parafuso. Obtém-se, assim, um redutor compacto e rígido,

montado sem a ajuda dos tradicionais rolamentos ou mesmo veios. (EUA Patente Nº 6,626,792 B2, 2003)

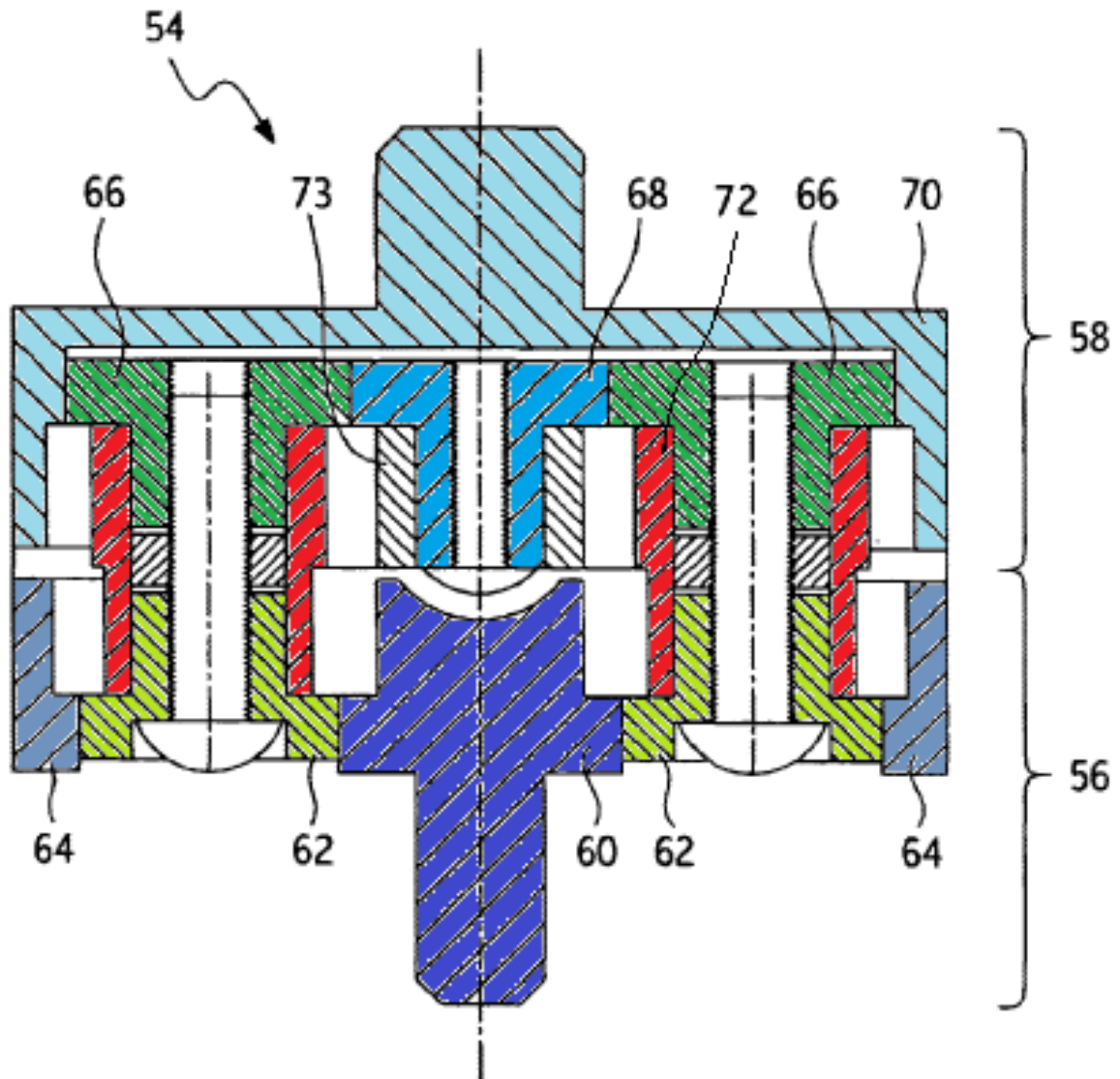


Figura 4 - Esquema da vista em corte do redutor planetário completo (EUA Patente Nº 6,626,792 B2, 2003)

Depois de realizada esta análise à patente de John M. Vranish constata-se que são variadíssimas as vantagens que esta solução para construção de redutores planetários apresenta. No entanto, também existem algumas desvantagens. Esta comparação entre vantagens e desvantagens pode ser apreciada na Tabela 1 apresentada a seguir.

Tabela 1 - Vantagens e desvantagens deste tipo de construção para redutores planetários

Vantagens	Desvantagens
Grande capacidade de redução Sistema compacto Simple e de fácil montagem Número de componentes reduzido	Exige uma tolerância de fabrico apertada e uma qualidade de fabrico elevado dos seus componentes

Não necessita de rolamentos nem de veios para as engrenagens	Exige uma boa qualidade das engrenagens, pois estas estão sujeitas a grandes esforços Apenas suporta esforços de torsão
--	--

## 1.2. Objetivo do trabalho

O objetivo deste trabalho passa por conceber um redutor planetário seguindo as diretrizes que a patente de John M. Vranish, apresentada anteriormente, nos enuncia. Foram realizadas algumas alterações para explorar ao máximo a capacidade de redução que este redutor nos proporciona.

Utilizaram-se ferramentas de análise de engrenagens tais como o *KISSsoft* e o *KISSsys* onde será esperado que, no final deste trabalho, sejam fortemente dominadas. Outra ferramenta poderosa utilizada foi o *SolidWorks* para realizar o modelo em 3D e, por fim, utilizou-se o *AutoCAD* para representar, em 2D, o desenho de conjunto bem como o desenho de definição das peças principais.

No final, espera-se que o redutor projetado consiga comprovar o maior número de vantagens, ou mesmo todas, referidas na Tabela 1, validando, assim, a patente de John M. Vranish.

## 1.3. Estrutura do documento

O documento encontra-se dividido em sete capítulos. O primeiro, introduz o redutor planetário explicando como funciona o mesmo, bem como quais os seus principais constituintes. No final, dá-se uma breve explicação de como pode ser feita a montagem do redutor.

O capítulo 2 é um capítulo exclusivamente dedicado à cinemática do redutor. É composto essencialmente por cálculo, sendo que, no final, são apresentadas as expressões das velocidades principais que estão presentes no redutor.

O terceiro capítulo mostra como foram dimensionadas as engrenagens que constituem o redutor. É apresentada uma possível aplicação do mesmo sendo, depois, para essa mesma aplicação, que todos os cálculos de dimensionamento são realizados. Apresenta-se a escolha dos números de dentes, do módulo a utilizar, da largura das engrenagens e, por fim, o cálculo das solicitações que existem entre todas as engrenagens. No final, são realizadas correções de dentado e outro tipo de alterações para que as engrenagens funcionem sem problemas.

O capítulo 4 apresenta os cálculos efetuados para o dimensionamento dos discos que vão estar acoplados às engrenagens. Aqui são abordados os conhecimentos da Teoria da Mecânica do Contacto hertziano.



No capítulo 5 apresenta-se a lubrificação de todo o sistema. Isto inclui a lubrificação das engrenagens bem como a lubrificação dos discos. Na primeira, é abordada a Teoria de Cheng, sendo que na segunda é abordada a Lubrificação Elastohidrodinâmica.

No capítulo 6, são apresentadas as peças em *SolidWorks* bem como a montagem do redutor planetário. Neste capítulo são também abordadas todas as outras peças que fazem parte do mesmo que ajudam à sua montagem e funcionamento.

No capítulo 7, são apresentadas as conclusões e algumas perspectivas de trabalho futuro que poderá vir a ser realizado sobre o tema em questão.



## 2. Análise Cinemática

### 2.1. Primeiro andar (Input)

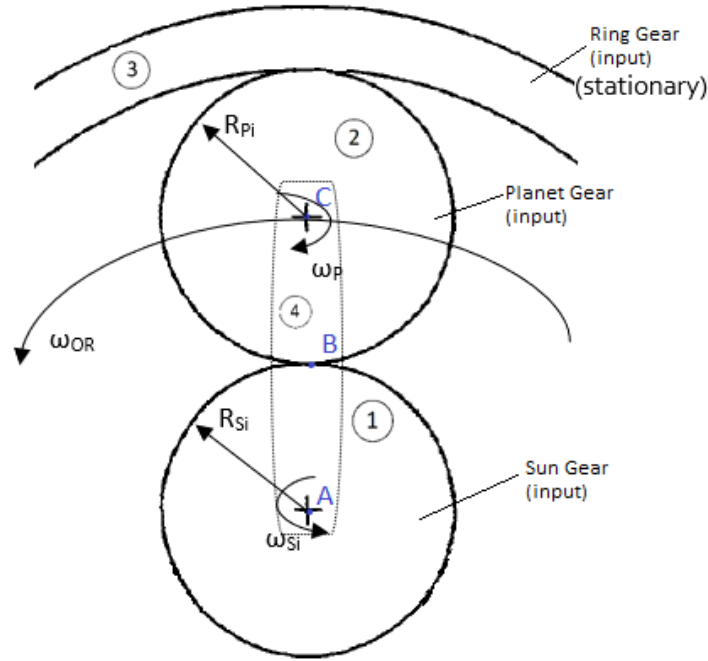


Figura 5 - Esquema do primeiro andar, "input"

No primeiro andar, Figura 5, zona do input, considera-se:

- Engrenagem anel (*Ring Gear*) fixa (velocidade angular igual a 0);
- *Input* feito na engrenagem sol (*Sun Gear*), com raio primitivo  $R_{Si}$ , através de uma velocidade angular  $\omega_{Si}$ ;
- Planeta a rodar em torno do seu eixo a uma velocidade angular  $\omega_P$  e a uma velocidade angular  $\omega_{OR}$  em torno do ponto A;
- A velocidade angular  $\omega_P$ , neste redutor, é igual tanto no primeiro andar (*input*) como no segundo (*output*), bem como a velocidade angular  $\omega_{OR}$ .
- Um corpo 4, barra rígida imaginária que liga o corpo 1 ao corpo 2 através do ponto A e do ponto C, que acompanha o movimento do ponto C.

$$\zeta_{10} \rightarrow (\vec{\omega}_{10} = \vec{\omega}_{Si}; \vec{v}_{A_{10}} = \vec{0})$$

$$\zeta_{40} \rightarrow (\vec{\omega}_{40} = \vec{\omega}_{OR}; \vec{v}_{A_{40}} = \vec{0})$$

$$\zeta_{20} \rightarrow (\vec{\omega}_{20} = ?; \vec{v}_{C_{20}} = ?)$$

Pertencendo o ponto C ao corpo 4 e ao corpo 2 pode dizer-se que,

$$\vec{v}_{C_{42}} = \vec{0}$$

Sabe-se, também, que,

$$\vec{v}_{C_{42}} = \vec{v}_{C_{40}} + \vec{v}_{C_{02}}$$

Portanto,

$$\vec{v}_{C_{40}} + \vec{v}_{C_{02}} = \vec{0} \equiv \vec{v}_{C_{40}} = -\vec{v}_{C_{02}} \equiv \vec{v}_{C_{40}} = \vec{v}_{C_{20}} \quad (2.1.1)$$

No que diz respeito ao ponto B, e considerando que o corpo 1 roda sem escorregar sobre o corpo 2, pode concluir-se que,

$$\vec{v}_{B_{21}} = \vec{0}$$

E, sabendo que,

$$\vec{v}_{B_{21}} = \vec{v}_{B_{20}} + \vec{v}_{B_{01}}$$

Fica-se com,

$$\vec{v}_{B_{20}} + \vec{v}_{B_{01}} = \vec{0} \equiv \vec{v}_{B_{20}} = -\vec{v}_{B_{01}} \equiv \vec{v}_{B_{20}} = \vec{v}_{B_{10}} \quad (2.1.2)$$

Aplicando a 1ª equação de Mozzi entre os pontos A e B, considerando a relação acima referida em (2.1.2), obtém-se a velocidade do ponto B.

$$\vec{v}_{B_{20}} = \vec{v}_{B_{10}} = \vec{v}_{A_{10}} + \vec{\omega}_{10} \times \overrightarrow{AB}$$

$$\vec{v}_{B_{20}} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{Si} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Si} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{B_{20}} = \begin{pmatrix} -\omega_{Si} * R_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.3)$$

Aplicando, de novo, a 1ª equação de Mozzi entre os pontos A e C, considerando a relação referida em (2.1.1), obtém-se a velocidade do ponto C.

$$\vec{v}_{C_{20}} = \vec{v}_{C_{40}} = \vec{v}_{A_{40}} + \vec{\omega}_{40} \times \overrightarrow{AC}$$

$$\vec{v}_{C_{20}} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{OR} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Si} + R_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{C_{20}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.4)$$

Por último, aplicando novamente a 1ª equação de Mozzi, agora entre os pontos B e C, consegue-se obter a expressão para  $\vec{\omega}_{20}$ .

$$\vec{v}_{B_{20}} = \vec{v}_{C_{20}} + \vec{\omega}_{20} \times \overrightarrow{CB}$$

$$\begin{pmatrix} -\omega_{Si} * R_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{20} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-\omega_{Si} * R_{Si} = -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) + \omega_{20} * R_{Pi}$$



No segundo andar, Figura 6, zona do *output*, considera-se:

- Uma engrenagem anel (*Ring Gear*) móvel com velocidade angular  $\omega_O$ , sendo esta a velocidade de saída do redutor.
- Tal como dito anteriormente, os planetas rodam a velocidades iguais dos planetas do *input* ( $\omega_P$ , em torno do seu próprio eixo, e  $\omega_{OR}$ , em torno do ponto A).
- Tal como anteriormente, um corpo imaginário 8 constituído por uma barra rígida que liga o ponto A ao ponto C, acompanhando o mesmo.
- Supõem-se, também, um corpo 9 constituído por uma barra rígida que acompanha o movimento da engrenagem anel.

$$\zeta_{90} \rightarrow (\vec{\omega}_{90} = \vec{\omega}_O; \vec{v}_{A_{90}} = \vec{0})$$

$$\zeta_{80} \rightarrow \left( \vec{\omega}_{80} = \vec{\omega}_{40} = \vec{\omega}_{OR}; \vec{v}_{C_{80}} = \vec{v}_{C_{20}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

Pertencendo o ponto C ao corpo 6 e ao corpo 8, então,

$$\vec{v}_{C_{68}} = \vec{0}$$

Sabe-se, também, que,

$$\vec{v}_{C_{68}} = \vec{v}_{C_{60}} + \vec{v}_{C_{08}}$$

Portanto,

$$\vec{v}_{C_{60}} + \vec{v}_{C_{08}} = \vec{0} \equiv \vec{v}_{C_{60}} = -\vec{v}_{C_{08}} \equiv \vec{v}_{C_{60}} = \vec{v}_{C_{80}} \quad (2.2.1)$$

Usando a 1ª equação de Mozzi entre os pontos C e E, e utilizando a relação (2.2.1), obtém-se a velocidade do ponto E relativamente ao corpo 6.

$$\vec{v}_{E_{60}} = \vec{v}_{C_{60}} + \vec{\omega}_{60} \times \overrightarrow{CE}$$

$$\vec{v}_{E_{60}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{60} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Po} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{E_{60}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) - \omega_{60} * R_{Po} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2.2)$$

O ponto E pertence ao corpo 9 e 7, ou seja,

$$\vec{v}_{E_{97}} = \vec{0}$$

Sabendo que,

$$\vec{v}_{E_{97}} = \vec{v}_{E_{90}} + \vec{v}_{E_{07}}$$

Pode concluir-se,

$$\vec{v}_{E_{90}} + \vec{v}_{E_{07}} = \vec{0} \equiv \vec{v}_{E_{90}} = -\vec{v}_{E_{07}} \equiv \vec{v}_{E_{90}} = \vec{v}_{E_{70}} \quad (2.2.3)$$

Utilizando novamente a 1ª equação de Mozzi, neste caso entre os pontos A e E, pode retirar-se a velocidade do ponto E relativamente ao corpo 9.

$$\begin{aligned}\vec{v}_{E_{90}} &= \vec{v}_{A_{90}} + \vec{\omega}_{90} \times \overrightarrow{AE} \\ \vec{v}_{E_{90}} &= \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_O \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_O \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{v}_{E_{90}} &= \begin{pmatrix} -\omega_O * R_O \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (2.2.4)$$

Por último, considerando que o corpo 6 roda sem escorregar sobre o corpo 7, e que estes contactam no ponto E, pode retirar-se que

$$\vec{v}_{E_{67}} = \vec{0}$$

Sabendo que

$$\vec{v}_{E_{67}} = \vec{v}_{E_{60}} + \vec{v}_{E_{07}}$$

logo,

$$\vec{v}_{E_{60}} + \vec{v}_{E_{07}} = \vec{0} \equiv \vec{v}_{E_{60}} = -\vec{v}_{E_{07}} \equiv \vec{v}_{E_{60}} = \vec{v}_{E_{70}} = \vec{v}_{E_{90}} \quad (2.2.5)$$

Atendendo a que, tal como dito anteriormente, o primeiro andar vai estar ligado ao segundo andar através dos planetas, pode concluir-se que

$$\vec{\omega}_{60} = \vec{\omega}_{20} = -\vec{\omega}_P + \vec{\omega}_{OR} \quad (2.2.6)$$

Através da relação (2.2.5) pode escrever-se,

$$\begin{pmatrix} -\omega_O * R_O \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) - \omega_{60} * R_{Po} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Substituindo  $\omega_{60}$  pelo valor descrito em (2.2.6) e simplificando obtém-se

$$\begin{aligned}-\omega_O * R_O &= -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) - (-\omega_P + \omega_{OR}) * R_{Po} \\ -\omega_O * R_O &= -\omega_{OR} * R_{Si} - \omega_{OR} * R_{Pi} + \omega_P * R_{Po} - \omega_{OR} * R_{Po} \\ -\omega_O * R_O &= -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po}) + \omega_P * R_{Po}\end{aligned}\quad (2.2.7)$$

Sabendo que,

$$R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po} = R_O \quad (2.2.8)$$

e substituindo na equação (2.2.7) a relação (2.2.8) tem-se

$$\begin{aligned}-\omega_O * R_O &= -\omega_{OR} * R_O + \omega_P * R_{Po} \\ \omega_O * R_O &= \omega_{OR} * R_O - \omega_P * R_{Po}\end{aligned}\quad (2.2.9)$$

### 2.3. Permutação ponto P

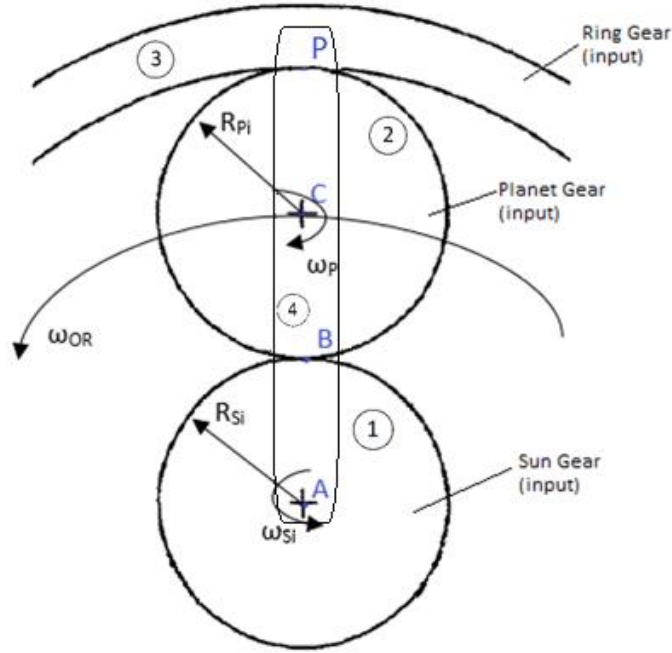


Figura 7 - Esquema primeiro andar com ponto P de permutação

Analisando novamente o primeiro andar, *input*, pode considerar-se que, para além do anteriormente descrito, há um ponto P que é acompanhado pelo corpo 4 apesar de este ponto não pertencer fisicamente ao corpo, ver Figura 7. Assim, pode calcular-se a velocidade de permutação de duas formas diferentes,

$$\vec{V}_{\text{permutação}_{P_{23}}} = \vec{v}_{P_{43}} = \vec{v}_{P_{42}} \quad (2.3.1)$$

Sabendo que o corpo 3 (*Ring Gear*) tem velocidade angular nula ( $\vec{\omega}_{03} = 0$ ) e que,

$$\vec{\omega}_{43} = \vec{\omega}_{40} + \vec{\omega}_{03}$$

Pode dizer-se que,

$$\vec{\omega}_{43} = \vec{\omega}_{40} = \vec{\omega}_{OR} \quad (2.3.2)$$

Utilizando a 1ª equação de Mozzi entre os pontos A e P obtemos a velocidade de permutação de P,

$$\begin{aligned} \vec{v}_{P_{43}} &= \vec{v}_{A_{43}} + \vec{\omega}_{43} \times \overrightarrow{AP} \\ \vec{v}_{P_{43}} &= \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{OR} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Si} + 2 * R_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{v}_{P_{43}} &= \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

Por outro lado, sabendo que,



$$\vec{\omega}_{42} = \vec{\omega}_{40} + \vec{\omega}_{02}$$

$$\vec{\omega}_{42} = \vec{\omega}_{40} - \vec{\omega}_{20} \quad (2.3.4)$$

Substituindo, na equação anterior, a velocidade  $\vec{\omega}_{20}$  pela relação descrita em (2.1.6) fica-se com,

$$\vec{\omega}_{42} = \vec{\omega}_{OR} - (-\vec{\omega}_P + \vec{\omega}_{OR})$$

$$\vec{\omega}_{42} = \vec{\omega}_P \quad (2.3.5)$$

Utilizando agora a 1ª equação de Mozzi entre os pontos C e P, calcula-se, novamente, a velocidade de permutação de P

$$\vec{v}_{P_{42}} = \vec{v}_{C_{42}} + \vec{\omega}_{42} \times \overrightarrow{CP}$$

$$\vec{v}_{P_{42}} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_P \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{P_{42}} = \begin{pmatrix} -\omega_P * R_{Pi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.3.6)$$

Igualando agora as expressões (2.3.3) e (2.3.6) retira-se que,

$$\vec{v}_{P_{43}} = \vec{v}_{P_{42}}$$

$$\begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_P * R_{Pi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-\omega_{OR} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}) = -\omega_P * R_{Pi}$$

$$\omega_{OR} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}) = \omega_P * R_{Pi} \quad (2.3.7)$$

## 2.4. Razão de transmissão

A razão de transmissão,  $i$ , é igual à razão das velocidades de entrada e de saída, neste caso,

$$i = \frac{\omega_{Si}}{\omega_O} \quad (2.4.1)$$

Considerando as equações (2.1.7), (2.2.9) e (2.3.7) obtêm-se,

$$\begin{cases} \omega_{Si} * R_{Si} = \omega_{OR} * R_{Si} + \omega_P * R_{Pi} \\ \omega_O * R_O = \omega_{OR} * R_O - \omega_P * R_{Po} \\ \omega_{OR} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}) = \omega_P * R_{Pi} \end{cases} \quad (2.4.2)$$

Utilizando a terceira equação do sistema (2.4.2), chega-se à relação entre as velocidades angulares  $\omega_{OR}$  e  $\omega_P$ ,

$$\omega_{OR} = \frac{R_{Pi}}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} * \omega_P \quad (2.4.3)$$

Substituindo (2.4.3) nas duas primeiras equações do sistema (2.4.2) e desenvolvendo as mesmas obtém-se,

$$\begin{cases} \omega_{Si} * R_{Si} = \frac{\omega_P * R_{Pi}}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} * R_{Si} + \omega_P * R_{Pi} \\ \omega_O * R_O = \frac{\omega_P * R_{Pi}}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} * R_O - \omega_P * R_{Po} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{Si} * R_{Si} = \frac{\omega_P * R_{Pi} * R_{Si}}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} + \frac{\omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\ \omega_O * R_O = \frac{\omega_P * R_{Pi} * R_O}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} - \frac{\omega_P * R_{Po} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{Si} * R_{Si} = \frac{\omega_P * R_{Pi} * R_{Si} + \omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\ \omega_O * R_O = \frac{\omega_P * R_{Pi} * R_O - \omega_P * R_{Po} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \end{cases} \quad (2.4.4)$$

Dividindo, agora, as duas equações do sistema (2.4.4) entre si, chega-se à razão de transmissão pretendida,

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{Si} * R_{Si}}{\omega_O * R_O} &= \frac{\frac{\omega_P * R_{Pi} * R_{Si} + \omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})}}{\frac{\omega_P * R_{Pi} * R_O - \omega_P * R_{Po} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})}} \\ \frac{\omega_{Si} * R_{Si}}{\omega_O * R_O} &= \frac{\omega_P * R_{Pi} * R_{Si} + \omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{\omega_P * R_{Pi} * R_O - \omega_P * R_{Po} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\ \frac{\omega_{Si} * R_{Si}}{\omega_O * R_O} &= \frac{R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{R_{Pi} * R_O - R_{Po} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\ \frac{\omega_{Si} * R_{Si}}{\omega_O * R_O} &= \frac{R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi} * R_{Si} + 2 * R_{Pi} * R_{Pi}}{R_{Pi} * R_O - R_{Po} * R_{Si} - 2 * R_{Pi} * R_{Po}} \\ \frac{\omega_{Si}}{\omega_O} &= \frac{R_O * (2 * R_{Pi} * R_{Si} + 2 * R_{Pi}^2)}{R_{Si} * (R_{Pi} * R_O - R_{Po} * R_{Si} - 2 * R_{Pi} * R_{Po})} \\ \frac{\omega_{Si}}{\omega_O} &= \frac{(R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po}) * (2 * R_{Pi} * R_{Si} + 2 * R_{Pi}^2)}{R_{Si} * (R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po}) - R_{Po} * R_{Si} - 2 * R_{Pi} * R_{Po})} \\ \frac{\omega_{Si}}{\omega_O} &= \frac{2 * R_{Si}^2 * R_{Pi} + 2 * R_{Pi}^2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi}^2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi}^3 + 2 * R_{Pi} * R_{Si} * R_{Po} + 2 * R_{Pi}^2 * R_{Po}}{R_{Si} * (R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi}^2 + R_{Pi} * R_{Po} - R_{Po} * R_{Si} - 2 * R_{Pi} * R_{Po})} \\ \frac{\omega_{Si}}{\omega_O} &= \frac{2 * R_{Pi} * (R_{Si}^2 + R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi}^2 + R_{Si} * R_{Po} + R_{Pi} * R_{Po})}{R_{Si} * (R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi}^2 - R_{Po} * R_{Si} - R_{Pi} * R_{Po})} \\ \frac{\omega_{Si}}{\omega_O} &= \frac{2 * R_{Pi} * (R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po}) + R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po}))}{R_{Si} * (R_{Si} * (R_{Pi} - R_{Po}) + R_{Pi} * (R_{Pi} - R_{Po}))} \end{aligned}$$

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi}) * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po})}{R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi}) * (R_{Pi} - R_{Po})}$$

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po})}{R_{Si} * (R_{Pi} - R_{Po})} \quad (2.4.5)$$

No que respeita ao número de dentes, sabe-se que,

$$R_{Pi} = \frac{Z_{Pi} * m_i}{2} \quad (2.4.6)$$

$$R_{Po} = \frac{Z_{Po} * m_o}{2} \quad (2.4.7)$$

$$R_{Si} = \frac{Z_{Si} * m_i}{2} \quad (2.4.8)$$

Substituindo (2.4.6), (2.4.7) e (2.4.8) em (2.4.5) obtém-se

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * \frac{Z_{Pi} * m_i}{2} * \left( \frac{Z_{Si} * m_i}{2} + \frac{Z_{Pi} * m_i}{2} + \frac{Z_{Po} * m_o}{2} \right)}{\frac{Z_{Si} * m_i}{2} * \left( \frac{Z_{Pi} * m_i}{2} - \frac{Z_{Po} * m_o}{2} \right)}$$

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * Z_{Pi} * m_i * (Z_{Si} * m_i + Z_{Pi} * m_i + Z_{Po} * m_o)}{Z_{Si} * m_i * (Z_{Pi} * m_i - Z_{Po} * m_o)}$$

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * Z_{Pi} * (Z_{Si} * m_i + Z_{Pi} * m_i + Z_{Po} * m_o)}{Z_{Si} * (Z_{Pi} * m_i - Z_{Po} * m_o)}$$

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * Z_{Pi} * m_i * \left( Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{Po} * \frac{m_o}{m_i} \right)}{Z_{Si} * m_i * \left( Z_{Pi} - Z_{Po} * \frac{m_o}{m_i} \right)}$$

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * Z_{Pi} * \left( Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{Po} * \frac{m_o}{m_i} \right)}{Z_{Si} * \left( Z_{Pi} - Z_{Po} * \frac{m_o}{m_i} \right)} \quad (2.4.9)$$

Para o caso em apreço, e ao longo de toda a sua conceção, considerou-se que  $m_i = m_o$ , portanto, da expressão (2.4.9) obtém-se,

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * Z_{Pi} * (Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{Po})}{Z_{Si} * (Z_{Pi} - Z_{Po})} \quad (2.4.10)$$

Esta equação é verificada no livro de René Boudet que aborda a transmissão de potência em redutores planetários. (Boudet)

## 2.5. Velocidades relativas

Para o cálculo das velocidades relativas começou-se por escolher, por exemplo, a primeira equação do sistema de equações (2.4.4),

$$\omega_{Si} * R_{Si} = \frac{\omega_P * R_{Pi} * R_{Si} + \omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \quad (2.5.1)$$

Com esta equação retira-se a velocidade angular  $\omega_P$  em função da velocidade angular de entrada  $\omega_{Si}$ ,

$$\begin{aligned}
 \omega_{Si} * R_{Si} &= \frac{\omega_P * R_{Pi} * R_{Si} + \omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\
 \omega_{Si} * R_{Si} &= \frac{\omega_P * (R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}))}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\
 \omega_{Si} * R_{Si} &= \frac{\omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + (R_{Si} + 2 * R_{Pi}))}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\
 \omega_{Si} * R_{Si} &= \frac{\omega_P * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\
 \omega_{Si} * R_{Si} &= \frac{\omega_P * R_{Pi} * (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\
 \frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{R_{Pi} * (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi})} &= \omega_P \\
 \omega_P &= \frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{R_{Pi} * (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \\
 \omega_P &= \frac{\omega_{Si} * R_{Si} * R_{Pi} \left( \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + 2 \right)}{R_{Pi} * R_{Si} * \left( 2 + 2 * \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \\
 \omega_P &= \frac{\omega_{Si} * \left( \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + 2 \right)}{\left( 2 + 2 * \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \\
 \omega_P &= \frac{\left( 2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si} \tag{2.5.2}
 \end{aligned}$$

Através da terceira equação do sistema de equações (2.4.2),

$$\omega_{OR} * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}) = \omega_P * R_{Pi} \tag{2.5.4}$$

Pode-se, também, retirar uma expressão para  $\omega_P$  função de  $\omega_{OR}$ ,

$$\omega_{OR} * \frac{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{R_{Pi}} = \omega_P \tag{2.5.5}$$

Igualando agora as expressões (2.5.2) e (2.5.5) retira-se a velocidade angular  $\omega_{OR}$  função da velocidade angular de entrada  $\omega_{Si}$ .

$$\omega_{OR} * \frac{(R_{Si} + 2 * R_{Pi})}{R_{Pi}} = \frac{\omega_{Si} * \left( 2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{OR} &= \frac{R_{Pi} * \omega_{Si} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 * (R_{Si} + 2 * R_{Pi}) * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} \\
\omega_{OR} &= \frac{\omega_{Si} * \left(2 * R_{Pi} + \frac{R_{Pi} * R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 * \left(R_{Si} + \frac{R_{Si} * R_{Pi}}{R_{Si}} + 2 * R_{Pi} + \frac{2 * R_{Pi} * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} \\
\omega_{OR} &= \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{2 * \left(R_{Si} + R_{Pi} + 2 * R_{Pi} + \frac{2 * R_{Pi}^2}{R_{Si}}\right)} \\
\omega_{OR} &= \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{2 * \left(R_{Si} + 3 * R_{Pi} + \frac{2 * R_{Pi}^2}{R_{Si}}\right)} \\
\omega_{OR} &= \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{2 * \left(\frac{R_{Si} * R_{Pi}}{R_{Pi}} + 3 * R_{Pi} + \frac{2 * R_{Pi}^2}{R_{Si}}\right)} \\
\omega_{OR} &= \frac{\omega_{Si} * R_{Pi} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 * R_{Pi} * \left(\frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + 3 + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} \\
\omega_{OR} &= \frac{\left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si} \tag{2.5.6}
\end{aligned}$$

Para a expressão da velocidade angular  $\omega_{SO}$  em relação a  $\omega_{Si}$  tem de se analisar novamente o andar de saída, *output*, ver Figura 8. Neste, o corpo 5 roda sem escorregar sobre o corpo 6 e contactam no ponto D, portanto,

$$\vec{v}_{D_{60}} + \vec{v}_{D_{05}} = \vec{0} \equiv \vec{v}_{D_{60}} = -\vec{v}_{D_{05}} \equiv \vec{v}_{D_{60}} = \vec{v}_{D_{50}} \tag{2.5.8}$$

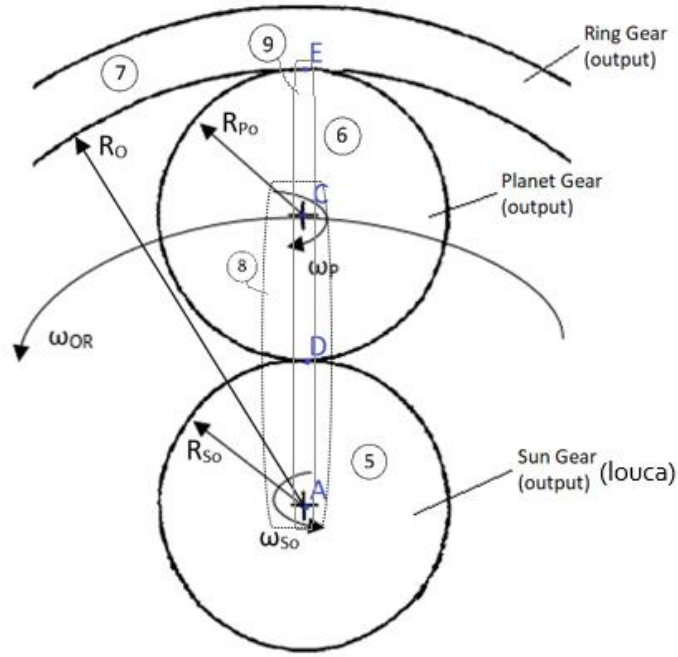


Figura 8 - Esquema do segundo andar, "output"

Utilizando a 1ª equação de Mozzi entre os pontos A e D,

$$\vec{v}_{D_{50}} = \vec{v}_{A_{50}} + \vec{\omega}_{50} \times \overline{AD}$$

$$\vec{v}_{D_{50}} = \vec{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{SO} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ R_{SO} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{D_{50}} = \begin{pmatrix} -\omega_{SO} * R_{SO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.9)$$

Fazendo agora o mesmo entre os pontos D e C,

$$\vec{v}_{D_{60}} = \vec{v}_{C_{60}} + \vec{\omega}_{60} \times \overline{CD} \quad (2.5.10)$$

Sabendo que, como visto anteriormente,

$$\vec{v}_{C_{60}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.11)$$

$$\vec{\omega}_{60} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_P + \omega_{OR} \end{pmatrix} \quad (2.5.12)$$

Substituindo (2.5.11) e (2.5.12) em (2.5.10)

$$\vec{v}_{D_{60}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_P + \omega_{OR} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{PO} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{D_{60}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) - \omega_P * R_{PO} + \omega_{OR} * R_{PO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{D_{60}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) - \omega_P * R_{PO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.13)$$

Igualando agora as equações (2.5.9) e (2.5.13) tal como descrito em (2.5.8)

$$\begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) - \omega_P * R_{PO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_{SO} * R_{SO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) - \omega_P * R_{PO} = -\omega_{SO} * R_{SO}$$

$$\omega_{SO} = \frac{\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) + \omega_P * R_{PO}}{R_{SO}} \quad (2.5.14)$$

Substituindo agora na equação (2.5.14)  $\omega_{OR}$  e  $\omega_P$  pelas expressões (2.5.6) e (2.5.2) e fazendo simplificações fica-se com,

$$\omega_{SO} = \frac{\frac{\omega_{Si} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right) * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO})}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} + \frac{\omega_{Si} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right) * R_{PO}}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)}}{R_{SO}}$$

$$\omega_{SO} = \frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{\left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right) * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO})}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} + \frac{\left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right) * R_{PO}}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} \right]$$

$$\omega_{SO} = \frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si}) * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO})}{2 * \left(3 * R_{Pi} + R_{Si} + \frac{2 * R_{Pi}^2}{R_{Si}}\right)} + \frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si}) * R_{PO}}{2 * \left(R_{Pi} + \frac{R_{Pi}^2}{R_{Si}}\right)} \right]$$

$$\omega_{SO} = \frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si}) * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO})}{2 * (3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2)} + \frac{R_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si}) * R_{PO}}{2 * (R_{Pi} * R_{Si} + R_{Pi}^2)} \right]$$

$$\omega_{SO} = \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO})}{2 * (3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2)} + \frac{R_{Si} * R_{PO}}{R_{Pi} (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \right]$$

$$\omega_{SO} = \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) * R_{Pi} (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi}) + R_{Si} * R_{PO} * 2 * (3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2)}{2 * (3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2) * R_{Pi} (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \omega_{SO} \\
&= \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{R_{SO}} \\
& * \left[ \frac{R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) * R_{Pi} (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi}) + (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi}) * (R_{Si}^2 + 2 * R_{Si} * R_{Pi}) * R_{PO}}{2 * (3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2) * R_{Pi} (2 * R_{Si} + 2 * R_{Pi})} \right] \\
& \omega_{SO} = \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{R_{SO}} \\
& * \left[ \frac{R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) * R_{Pi} + (R_{Si}^2 + 2 * R_{Si} * R_{Pi}) * R_{PO}}{2 * (3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2) * R_{Pi}} \right] \\
& \omega_{SO} = \frac{\omega_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{R_{SO}} \\
& * \left[ \frac{R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) * R_{Pi} + (R_{Si}^2 + 2 * R_{Si} * R_{Pi}) * R_{PO}}{(2 * R_{Pi} + R_{Si}) * (2 * R_{Pi}^2 + 2 * R_{Pi} * R_{Si})} \right] \\
& \omega_{SO} = \frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) * R_{Pi} + (R_{Si}^2 + 2 * R_{Si} * R_{Pi}) * R_{PO}}{(2 * R_{Pi}^2 + 2 * R_{Pi} * R_{Si})} \right] \\
& \omega_{SO} = \frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) + R_{Si} * R_{Pi} * R_{PO} * \left(\frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + 2\right)}{2 * R_{Si} * R_{Pi} * \left(\frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1\right)} \right] \\
& \omega_{SO} = \frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{(R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO}) + R_{PO} * \left(\frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + 2\right)}{2 * \left(\frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1\right)} \right] \\
& \omega_{SO} = \frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} + R_{Pi} - R_{PO} + \frac{R_{PO} * R_{Si}}{R_{Pi}} + 2 * R_{PO}}{2 * \left(\frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1\right)} \right] \\
& \omega_{SO} = \frac{1}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO} + \frac{R_{PO} * R_{Si}}{R_{Pi}}}{2 * \left(\frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1\right)} \right] * \omega_{Si} \tag{2.5.15}
\end{aligned}$$

Para a expressão da velocidade angular de saída,  $\omega_O$ , função da velocidade angular de entrada,  $\omega_{Si}$ , utilizamos a expressão dada em (2.4.5) e após simplificação,

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega_{Si}}{\omega_O} = \frac{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO})}{R_{Si} * (R_{Pi} - R_{PO})} \\
& \omega_{Si} = \frac{2 * \omega_O * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO})}{R_{Si} * (R_{Pi} - R_{PO})} \\
& \omega_O = \frac{R_{Si} * (R_{Pi} - R_{PO})}{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO})} * \omega_{Si} \tag{2.5.16}
\end{aligned}$$

Tendo agora as expressões das velocidades angulares podem retirar-se as expressões das velocidades lineares.

No primeiro andar, zona do input, têm-se já as velocidades



$$\vec{v}_{P_{20}} = \vec{v}_{P_{30}} = \vec{0} \rightarrow \mathbf{v}_P = \mathbf{0}$$

$$\vec{v}_{A_{10}} = \vec{0} \rightarrow \mathbf{v}_A = \mathbf{0}$$

$$\vec{v}_{B_{10}} = \vec{v}_{B_{20}} = \begin{pmatrix} -\omega_{Si} * R_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{v}_B = -\omega_{Si} * \mathbf{R}_{Si} \quad (2.5.17)$$

$$\vec{v}_{C_{20}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{v}_C = -\omega_{OR} * (\mathbf{R}_{Si} + \mathbf{R}_{Pi}) \quad (2.5.18)$$

Substituindo (2.5.6) na expressão (2.5.18) obtém-se a velocidade  $v_C$  em função de  $\omega_{Si}$ ,

$$\begin{aligned} v_C &= -\frac{\omega_{Si} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ v_C &= -\frac{\omega_{Si} * R_{Pi} * R_{Si} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right) * (R_{Si} + R_{Pi})}{2(3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2)} \\ v_C &= -\frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si}) * (R_{Si} + R_{Pi})}{2(3 * R_{Pi} * R_{Si} + R_{Si}^2 + 2 * R_{Pi}^2)} \\ v_C &= -\frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si}) * (R_{Si} + R_{Pi})}{(2 * R_{Si} + 4 * R_{Pi}) * (R_{Si} + R_{Pi})} \\ v_C &= -\frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (2 * R_{Pi} + R_{Si})}{(2 * R_{Si} + 4 * R_{Pi})} \\ v_C &= -\frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si})}{(2 + 4 * \frac{R_{Pi}}{R_{Si}})} * \omega_{Si} \end{aligned} \quad (2.5.19)$$

Tendo sido encontradas as expressões para as velocidades nos pontos mais importantes, pode agora determinar-se as expressões para as velocidades relativas  $\vec{v}_{P_{43}} = \vec{v}_{P_{42}}$  e  $\vec{v}_{B_{24}} = \vec{v}_{B_{14}}$  em função da velocidade angular de entrada  $\omega_{Si}$ .

Para o primeiro caso,  $\vec{v}_{P_{43}} = \vec{v}_{P_{42}}$ , sabe-se que, através da equação (2.3.6),

$$\vec{v}_{P_{42}} = \begin{pmatrix} -\omega_P * R_{Pi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{v}_{P_{42}} = -\omega_P * \mathbf{R}_{Pi}$$

Substituindo  $\omega_P$  pela equação descrita em (2.5.2) obtém-se,

$$v_{P_{42}} = -\frac{\left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si} * R_{Pi}$$

$$v_{P_{42}} = -\frac{\left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right) * R_{Pi}}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si}$$

$$\mathbf{v}_{P_{42}} = -\frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si})}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \boldsymbol{\omega}_{Si} \quad (2.5.20)$$

Para o caso da velocidade  $\vec{v}_{B_{24}} = \vec{v}_{B_{14}}$  sabe-se que

$$\vec{v}_{B_{24}} = \vec{v}_{B_{20}} + \vec{v}_{B_{04}} = \vec{v}_{B_{20}} - \vec{v}_{B_{40}} \quad (2.5.21)$$

onde  $\vec{v}_{B_{20}}$  já é conhecida através de (2.1.3). Para o cálculo de  $\vec{v}_{B_{40}}$  pode utilizar-se a 1ª equação de Mozzi entre os pontos C e B,

$$\vec{v}_{B_{40}} = \vec{v}_{C_{40}} + \vec{\omega}_{40} \times \overrightarrow{CB}$$

$$\vec{v}_{B_{40}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{OR} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{Pi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{B_{40}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) + \omega_{OR} * R_{Pi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{B_{40}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * R_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.22)$$

Substituindo agora as equações (2.5.22) e (2.1.3) na expressão (2.5.21) obtém-se,

$$\vec{v}_{B_{24}} = \begin{pmatrix} -\omega_{Si} * R_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * R_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{B_{24}} = \begin{pmatrix} -\omega_{Si} * R_{Si} + \omega_{OR} * R_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{v}_{B_{24}} = -\boldsymbol{\omega}_{Si} * \mathbf{R}_{Si} + \boldsymbol{\omega}_{OR} * \mathbf{R}_{Si} \quad (2.5.23)$$

Substituindo  $\omega_{OR}$  da equação (2.5.23) pela expressão (2.5.6) fica-se com,

$$v_{B_{24}} = -\omega_{Si} * R_{Si} + \frac{\left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si} * R_{Si}$$

$$v_{B_{24}} = \left[ -R_{Si} + \frac{\left(2 * R_{Si} + \frac{R_{Si}^2}{R_{Pi}}\right)}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} \right] * \omega_{Si}$$

$$v_{B_{24}} = \left[ \frac{-R_{Si} * 2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} + \frac{\left(2 * R_{Si} + \frac{R_{Si}^2}{R_{Pi}}\right)}{2 \left(3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} \right] * \omega_{Si}$$

$$\begin{aligned}
v_{B_{24}} &= \left[ \frac{\left( -6 * R_{Si} - \frac{2 * R_{Si}^2}{R_{Pi}} - 4 * R_{Pi} \right)}{2 \left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} + \frac{\left( 2 * R_{Si} + \frac{R_{Si}^2}{R_{Pi}} \right)}{2 \left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si} \\
v_{B_{24}} &= \left[ \frac{\left( -6 * R_{Si} - \frac{2 * R_{Si}^2}{R_{Pi}} - 4 * R_{Pi} + 2 * R_{Si} + \frac{R_{Si}^2}{R_{Pi}} \right)}{2 \left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si} \\
v_{B_{24}} &= \left[ \frac{\left( -4 * R_{Si} - \frac{R_{Si}^2}{R_{Pi}} - 4 * R_{Pi} \right)}{2 \left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si} \\
v_{B_{24}} &= \left[ \frac{4 * R_{Si} \left( -1 - \frac{R_{Si}}{4 * R_{Pi}} - \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)}{2 \left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si} \\
v_{B_{24}} &= \left[ \frac{2 * R_{Si} \left( -1 - \frac{R_{Si}}{4 * R_{Pi}} - \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)}{\left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si} \\
v_{B_{24}} &= \left[ -\frac{2 * R_{Si} \left( 1 + \frac{R_{Si}}{4 * R_{Pi}} + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)}{\left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si} \tag{2.5.24}
\end{aligned}$$

Para uma melhor compreensão, na Figura 9, apresentam-se de modo esquemático as velocidades anteriormente calculadas.

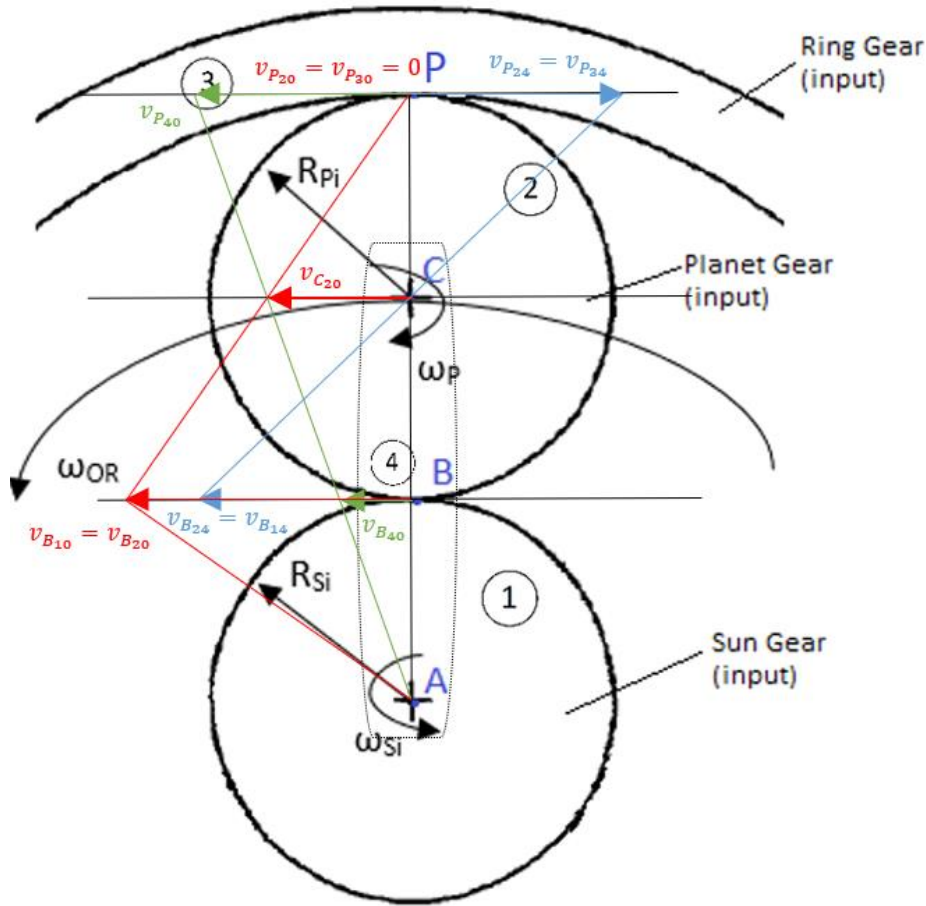


Figura 9 - Esquema das velocidades do primeiro andar

No que diz respeito às velocidades lineares do segundo andar, *output*, tem-se,

$$v_A = 0$$

$$\vec{v}_{D_{50}} = \begin{pmatrix} -\omega_{SO} * R_{SO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow v_D = -\omega_{SO} * R_{SO} \quad (2.5.25)$$

$$\vec{v}_{E_{90}} = \begin{pmatrix} -\omega_O * R_O \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow v_E = -\omega_O * R_O \quad (2.5.26)$$

E tem-se também, de modo igual ao primeiro andar,

$$v_C = -\frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si})}{\left(2 + 4 * \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si}$$

Agora, substituindo (2.5.15) na expressão (2.5.25), pode retirar-se a velocidade do ponto D, em função de  $\omega_{Si}$ ,

$$v_D = -\frac{\omega_{Si}}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO} + \frac{R_{PO} * R_{Si}}{R_{Pi}}}{2 * \left(\frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1\right)} \right] * R_{SO}$$

$$v_D = - \left[ \frac{R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po} + \frac{R_{Po} * R_{Si}}{R_{Pi}}}{2 * \left( \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1 \right)} \right] * \omega_{Si} \quad (2.5.27)$$

E ainda, substituindo (2.5.16) em (2.5.26) obtém-se a expressão da velocidade no ponto E, em função de  $\omega_{Si}$ ,

$$v_E = - \frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (R_{Pi} - R_{Po})}{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po})} * R_O$$

Sabendo que, como descrito em (2.2.8),

$$R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po} = R_O$$

então,

$$v_E = - \frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (R_{Pi} - R_{Po}) * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po})}{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po})}$$

$$v_E = - \frac{\omega_{Si} * R_{Si} * (R_{Pi} - R_{Po}) * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po})}{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{Po})}$$

$$v_E = - \frac{R_{Si} * (R_{Pi} - R_{Po})}{2 * R_{Pi}} * \omega_{Si} \quad (2.5.28)$$

Por fim, pode agora calcular-se a velocidade relativa  $\vec{v}_{D_{78}} = \vec{v}_{D_{68}}$ . Sabendo que,

$$\vec{v}_{D_{68}} = \vec{v}_{D_{60}} + \vec{v}_{D_{08}} = \vec{v}_{D_{60}} - \vec{v}_{D_{80}} \quad (2.5.29)$$

Pode-se, de modo análogo ao cálculo para as velocidades relativas nos pontos P e B do primeiro andar, utilizar-se a 1ª equação de Mozzi entre o ponto C e D,

$$\vec{v}_{D_{80}} = \vec{v}_{C_{80}} + \vec{\omega}_{80} \times \overrightarrow{CD}$$

onde  $\vec{v}_{C_{80}} = \vec{v}_{C_{20}} = \vec{v}_C$  é dado pela expressão (2.5.18) e  $\vec{\omega}_{80} = \vec{\omega}_{40} = \vec{\omega}_{OR}$ , ou seja,

$$\vec{v}_{D_{80}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{OR} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{Po} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{D_{80}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{Po}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.30)$$

Conhecida agora  $\vec{v}_{D_{80}}$  (2.5.30) e sabendo desde já  $\vec{v}_{D_{60}}$  (2.5.13), pode calcular-se  $\vec{v}_{D_{68}}$ , através de (2.5.28),

$$\vec{v}_{D_{68}} = \vec{v}_{D_{60}} - \vec{v}_{D_{80}}$$

$$\vec{v}_{D_{68}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{Po}) - \omega_P * R_{Po} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{Po}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{D_{68}} = \begin{pmatrix} -\omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{Po}) - \omega_P * R_{Po} + \omega_{OR} * (R_{Si} + R_{Pi} - R_{Po}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{D_{68}} = \begin{pmatrix} -\omega_P * R_{PO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.31)$$

Substituindo agora  $\omega_P$  pela expressão (2.5.2),

$$\vec{v}_{D_{68}} = \begin{pmatrix} -\frac{\left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si} * R_{PO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_{D_{68}} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{PO} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow v_{D_{68}} = -\frac{R_{PO} * \left(2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}}\right)}{2 * \left(1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}}\right)} * \omega_{Si} \quad (2.5.32)$$

Apresenta-se agora, para o segundo andar (Figura 10), tal como foi feito para o primeiro andar, um esquema com as velocidades principais.

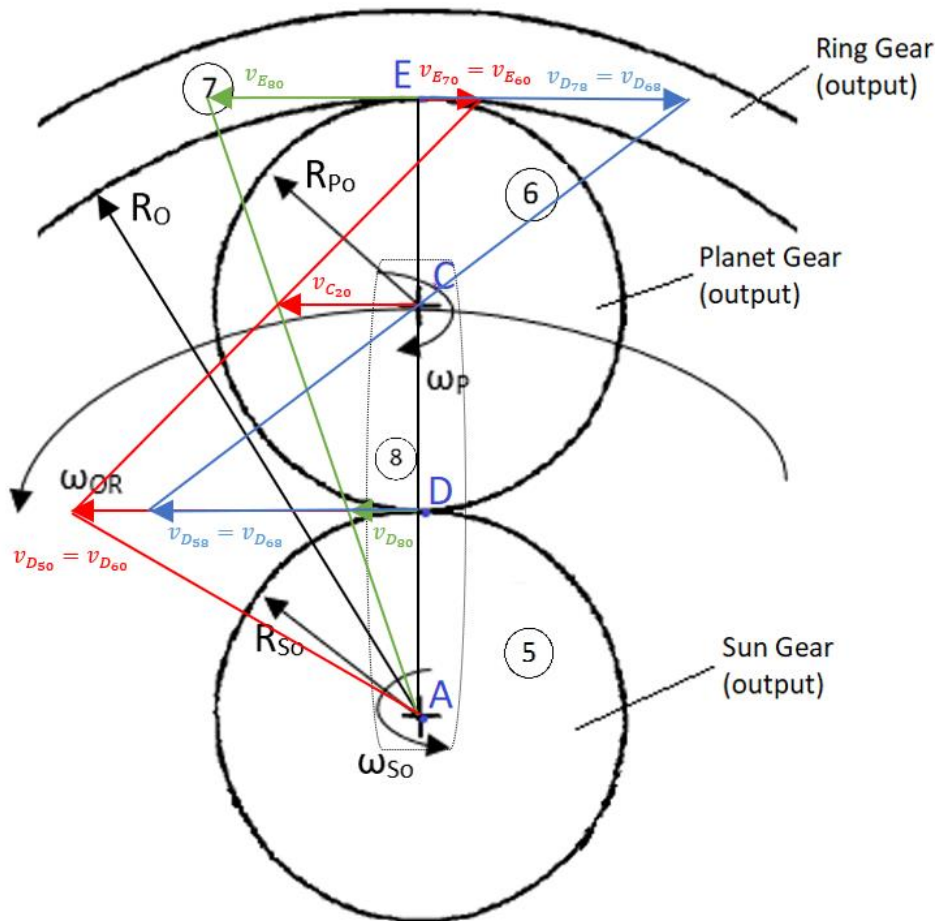


Figura 10 - Esquema de velocidades do segundo andar

## 2.6. Resumo velocidades

Para que, no futuro, seja mais fácil orientar-se, quando for necessária uma das equações, foi criada a Tabela 2 com todas as velocidades lineares e angulares principais de vários pontos do redutor planetário.

Tabela 2 - Tabela resumo das velocidades lineares e angulares do redutor

1º andar - Input	2º andar- Output
$\omega_{Si} \rightarrow input$	$\omega_{SO} = \frac{1}{R_{SO}} * \left[ \frac{R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO} + \frac{R_{PO} * R_{Si}}{R_{Pi}}}{2 * \left( \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1 \right)} \right] * \omega_{Si}$
$\omega_{OR} = \frac{\left( 2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} \right)}{2 \left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	$\omega_{OR} = \frac{\left( 2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} \right)}{2 \left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \omega_{Si}$
$\omega_P = \frac{\left( 2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	$\omega_P = \frac{\left( 2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$
$\omega_{Ri} = 0$	$\omega_{RO} = \omega_O \rightarrow output$ $\omega_O = \frac{R_{Si} * (R_{Pi} - R_{PO})}{2 * R_{Pi} * (R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO})} * \omega_{Si}$
$v_P = 0$	$v_E = - \frac{R_{Si} * (R_{Pi} - R_{PO})}{2 * R_{Pi}} * \omega_{Si}$
$v_A = 0$	$v_A = 0$
$v_B = -R_{Si} * \omega_{Si}$	$v_D = - \left[ \frac{R_{Si} + R_{Pi} + R_{PO} + \frac{R_{PO} * R_{Si}}{R_{Pi}}}{2 * \left( \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} + 1 \right)} \right] * \omega_{Si}$
$v_C = - \frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si})}{\left( 2 + 4 * \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	$v_C = - \frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si})}{\left( 2 + 4 * \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$
$v_{P_{42}} = - \frac{(2 * R_{Pi} + R_{Si})}{2 * \left( 1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	
$v_{B_{24}} = \left[ - \frac{2 * R_{Si} \left( 1 + \frac{R_{Si}}{4 * R_{Pi}} + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)}{\left( 3 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} + \frac{2 * R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si}$	$v_{D_{68}} = - \frac{R_{PO} * \left( 2 + \frac{R_{Si}}{R_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{R_{Pi}}{R_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$

Da mesma maneira, pode realizar-se uma tabela com as mesmas velocidades, mas estas em função do número de dentes. Como no redutor em análise o módulo para todas as engrenagens é o mesmo,  $m_i = m_o = m$ , então,  $R = \frac{Z * m}{2}$ . As alterações efetuadas apresentam-se na Tabela 3.

Tabela 3 - Tabela resumo das velocidades lineares e angulares do redutor em função do número de dentes

1º andar - Input	2º andar- Output
$\omega_{Si} \rightarrow \text{input}$	$\omega_{SO} = \frac{1}{Z_{SO}} * \left[ \frac{Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{PO} + \frac{Z_{PO} * Z_{Si}}{Z_{Pi}}}{2 * \left( \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} + 1 \right)} \right] * \omega_{Si}$
$\omega_{OR} = \frac{\left( 2 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} \right)}{2 \left( 3 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} + \frac{2 * Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	$\omega_{OR} = \frac{\left( 2 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} \right)}{2 \left( 3 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} + \frac{2 * Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} \omega_{Si}$
$\omega_P = \frac{\left( 2 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	$\omega_P = \frac{\left( 2 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$
$\omega_{Ri} = 0$	$\omega_{RO} = \omega_O \rightarrow \text{output}$ $\omega_O = \frac{Z_{Si} * (Z_{Pi} - Z_{PO})}{2 * Z_{Pi} * (Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{PO})} * \omega_{Si}$
$v_P = 0$	$v_E = - \frac{m Z_{Si} * (Z_{Pi} - Z_{PO})}{2 * Z_{Pi}} * \omega_{Si}$
$v_A = 0$	$v_A = 0$
$v_B = - \frac{m}{2} Z_{Si} * \omega_{Si}$	$v_D = - \frac{m}{2} \left[ \frac{Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{PO} + \frac{Z_{PO} * Z_{Si}}{Z_{Pi}}}{2 * \left( \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} + 1 \right)} \right] * \omega_{Si}$
$v_C = - \frac{m (2 * Z_{Pi} + Z_{Si})}{2 \left( 2 + 4 * \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	$v_C = - \frac{m (2 * Z_{Pi} + Z_{Si})}{2 \left( 2 + 4 * \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$
$v_{P_{42}} = - \frac{m (2 * Z_{Pi} + Z_{Si})}{2 * \left( 1 + \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$	
$v_{B_{24}} = \left[ - \frac{m 2 * Z_{Si} \left( 1 + \frac{Z_{Si}}{4 * Z_{Pi}} + \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)}{\left( 3 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} + \frac{2 * Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} \right] * \omega_{Si}$	$v_{D_{68}} = - \frac{m Z_{PO} * \left( 2 + \frac{Z_{Si}}{Z_{Pi}} \right)}{2 * \left( 1 + \frac{Z_{Pi}}{Z_{Si}} \right)} * \omega_{Si}$



## 3. Dimensionamento engrenagens

### 3.1. Aplicação

Na primeira parte deste projeto de concepção fez-se a escolha da redução pretendida para o redutor planetário. Para tal, começou-se por perceber onde este dispositivo seria uma mais valia. Das inúmeras opções onde este tipo de redutor é aplicado, houve duas que chamavam a nossa atenção. Foram elas a sua utilização em máquinas furadoras, isto é, em berbequins, e a sua utilização em guinchos, quer em guinchos de elevação de carga, quer em guinchos para veículos todo-o-terreno. Ambas as situações necessitam de grandes reduções, com sistemas que ocupem o menor espaço possível. No entanto, optou-se por projetar um redutor que seria uma boa opção para guinchos a utilizar em veículos todo-o-terreno, pois é um termo intermédio entre os outros dois, isto é, o binário à saída tem de ser muito mais elevado do que em berbequins e ao mesmo tempo mais pequeno do que os binários de guinchos para elevação de cargas (a não ser que se esteja a falar de pequenas cargas, pois nesse caso também pode ser uma boa opção).

Tendo em mente a aplicação selecionada, começou-se por calcular uma aproximação do binário total que se pretendia ter à saída do redutor. Para tal, usou-se como ponto de partida o guincho da Warn, o WARN® ZEON 8-S (ver Figura 11). No que diz respeito aos guinchos, primeiro calcula-se a força total à saída do tambor do guincho, cálculo que pode ser feito através da equação da segunda lei de Newton,

$$F = m \times a \quad (3.1.1)$$

onde  $m$  é a massa do corpo que se pretende puxar e  $a$  é a aceleração a que este está sujeito, neste caso, a aceleração gravítica ( $a = g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$ ). Considerando um corpo com massa igual a 3600 [Kg], normal para veículos mais comuns de todo-o-terreno, e, substituindo os valores em (3.1.1),

$$F = 3600 \times 9.81 = 35316 \text{ N}$$

Após cálculo da força é só multiplicar esta pelo raio do tambor do guincho,  $r = 40 \text{ [mm]}$ , e obtém-se, aproximadamente, um valor típico de binário à saída do redutor.

$$T = F \times r = 35316 \times 0.04 = 1412.64 \text{ [N.m]}$$

No entanto, deve considerar-se um fator de segurança,  $FS$ , que, neste caso, será de 2, isto é,  $FS = 2$ , ou seja, no caso de um redutor perfeito, este iria suportar duas vezes a carga para o qual foi projetado.

$$T_{\text{mínimo}} = T \times FS = 1412.64 \times 2 = 2825.28 \text{ [N.m]}$$

Usando o catálogo de motores fornecido pela *Ametek*, vemos que existem vários motores cuja aplicação típica são os guinchos. Aquele que foi utilizado como referência, apenas para ter uma ideia de velocidade e binário de entrada, foi o motor da família MUQ cujas especificações se encontram na Tabela 4 e na Figura 12.

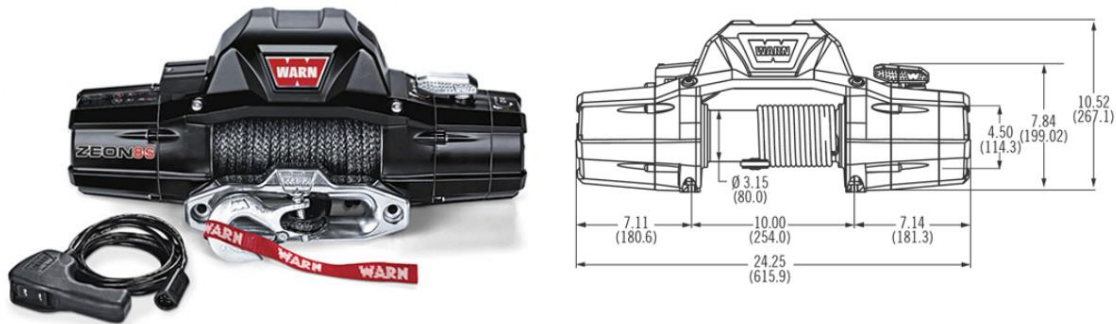


Figura 11 - Guincho WARN® ZEON® 8-S com as respetivas dimensões (Warn, s.d.)

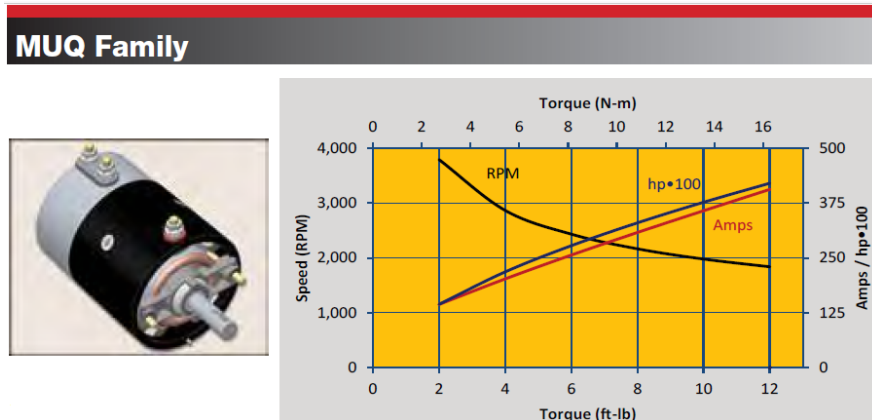


Figura 12 - Motor da família MUQ com respetiva curva de funcionamento (Ametek)

Tabela 4 - Especificações principais do motor da família MUQ (Ametek)

<b>Diâmetro do motor [mm]</b>	114
<b>Tipo de motor</b>	Series-wound 4-pole
<b>Potência máxima [W]</b>	3130
<b>Velocidades de rotação [rpm]</b>	1800 – 3800
<b>Binários [Nm]</b>	16.3 – 2.7

No caso em estudo, considerou-se, que o motor está a funcionar à carga máxima, ou seja, com uma velocidade de rotação mínima e um binário máximo ( $\omega = 1800$  [rpm] e  $T = 16.3$  [Nm], respectivamente). Ora, sabendo que o binário à entrada é de  $T_{ent} = 16.3$  [Nm] e se pretende um binário à saída de  $T_{saída} = 2825.28$  [N.m] pode calcular-se qual a razão de transmissão mínima que redutor em apreço deverá ter para satisfazer as necessidades,

$$i_{min} = \frac{T_{saída}}{T_{ent}} = \frac{2825.28}{16.3} = 173$$

### 3.2. Escolha número de dentes

Com a razão de transmissão mínima calculada pode-se avançar para o dimensionamento das engrenagens, mais precisamente, nesta fase inicial, o número de dentes destas. Para todo

este processo, o programa *KISSsoft* foi a ferramenta utilizada como auxiliar. É uma ferramenta poderosa que permite o dimensionamento com grande precisão de todo o tipo de engrenagens. Foi também utilizado o *KISSsys*, programa parceiro do *KISSsoft*, mas que permite ter uma ideia 3D de como o sistema todo vai funcionar e, para além disso, gera relatórios que mostram o que está a acontecer com cada par de engrenagens. Um dos problemas do *KISSsoft* é que este só permite dimensionar andares individualizados de um planetário, ou seja, não permite definir diretamente os números de dentes para os dois andares. Para tal, foi utilizado o *Microsoft Excel*, onde foram introduzidas as equações representadas na Tabela 2, do capítulo 2, para o cálculo da razão de transmissão, e, para além destas, foram também introduzidas duas outras equações. A primeira era a que assegurava uma montagem de três planetas com distâncias angulares iguais entre eles, ou seja, um ângulo de 120° (3.2.1) e a segunda equação era a que garantia uma montagem perfeita dos dois andares que o redutor planetário possui, isto é, a que assegurava um valor de entre eixo igual nos dois andares (3.2.2). (Jin, 2011)

$$\frac{Z_R + Z_S}{3} = \text{número inteiro} \quad (3.2.1)$$

$$Z_{Ro} = Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{Po} \equiv Z_{Ro} = Z_{So} + 2 \times Z_{Po} \quad (3.2.2)$$

A equação (3.2.2) assegura uma igual distância entre eixo dos dois andares pois garante a igualdade  $Z_{Si} + Z_{Pi} = Z_{So} + Z_{Po}$  que, como foi utilizado o mesmo módulo para todas as engrenagens, fica  $R_{Si} + R_{Pi} = R_{So} + R_{Po}$ .

Sabendo, desde já, que se pretendia uma redução igual ou superior a 1:173, e com todas as equações introduzidas no ficheiro *Excel*, foram realizadas várias tentativas erro até encontrar os números de dentes compatíveis (Tabela 5).

Tabela 5 - Número de dentes para cada engrenagem para cada andar

Engrenagem	1ºandar	2ºandar
Sol ( $Z_S$ )	17	16
Planeta ( $Z_P$ )	25	26
Anel exterior ( $Z_R$ )	67	68

Com estes números de dentes garantem-se as relações que existem nas equações (3.2.1) e (3.2.2) e tem-se, ainda, uma redução de 1:200, tal como se pode verificar segundo a equação (2.4.10) do capítulo 2.

$$\frac{\omega_{Si}}{\omega_o} = \frac{2 * Z_{Pi} * (Z_{Si} + Z_{Pi} + Z_{Po})}{Z_{Si} * (Z_{Pi} - Z_{Po})} = \frac{2 * 25 * (17 + 25 + 26)}{17 * (25 - 26)} = -200$$

Através da resolução da equação acima referida pode concluir-se que, para além da redução de 1:200, se tem, também, uma inversão do sentido de rotação, ou seja, se a roda sol do primeiro andar (*input*) rodar no sentido horário então, a roda anel do segundo andar (*output*) vai rodar no sentido anti-horário. Isto acontece, pois, do primeiro para o segundo andar, o número de dentes do planeta aumenta. Caso o número de dentes deste diminuísse,  $Z_{Pi} = 25$  e  $Z_{Po} = 24$ , ter-se-ia, na mesma, uma redução na ordem de 1:200, mas, neste caso, com o *output* a rodar na mesma direção do *input*. No caso em estudo, escolheu-se aumentar o número de dentes para seguir a mesma linha de análise que a patente referida anteriormente indica.

### 3.3. Módulo, largura das engrenagens e cálculo das solicitações

Com o número de dentes selecionado para ambos os andares, introduziu-se em seguida a informação no *KISSsoft* para estabelecer todos os parâmetros que faltavam para definir as engrenagens, nomeadamente o módulo e largura do dente a adotar. No entanto, como foi referido anteriormente, o *KISSsoft* apenas permite definir andares separados, e sabe-se que, no caso deste redutor, os andares estão ligados um ao outro através das engrenagens planetárias. Apesar disso, uma das soluções pensadas foi considerar os andares separados e calcular assim as forças que iriam estar a atuar nas engrenagens e poder, assim, saber qual seriam os coeficientes de segurança presentes para diferentes valores do módulo. Esta solução não resultou, pois, considerando os andares separados, o *KISSsoft*, independentemente de onde e como é colocado o *input*, indica que a força transmitida entre a engrenagem sol e a engrenagem planeta é igual à força transmitida entre a engrenagem planeta e a engrenagem anel (equilíbrio no planeta), quer para o primeiro andar quer para o segundo andar, tal como acontece em redutores planetários normais. Ora, sabe-se que, as forças que realmente aparecem nas engrenagens planetárias deste redutor não são como num redutor planetário normal. Analisando a Figura 13, onde são apresentados os esquemas dos diagramas de corpo livre das engrenagens, conseguimos perceber que, no segundo andar, a engrenagem planetária está sujeita à força que a engrenagem anel faz atuar sobre ela  $\vec{F}_{Ro}$ , sendo que a engrenagem sol, neste andar, não transmite qualquer força pois, como referido anteriormente, esta apenas está presente no redutor para fins estruturais. No que respeita a engrenagem planetária do primeiro andar, esta está sujeita à força que a engrenagem sol exerce sobre ela,  $\vec{F}_{Si}$ , mais a força exercida pela engrenagem anel exterior,  $\vec{F}_{Ri}$ .

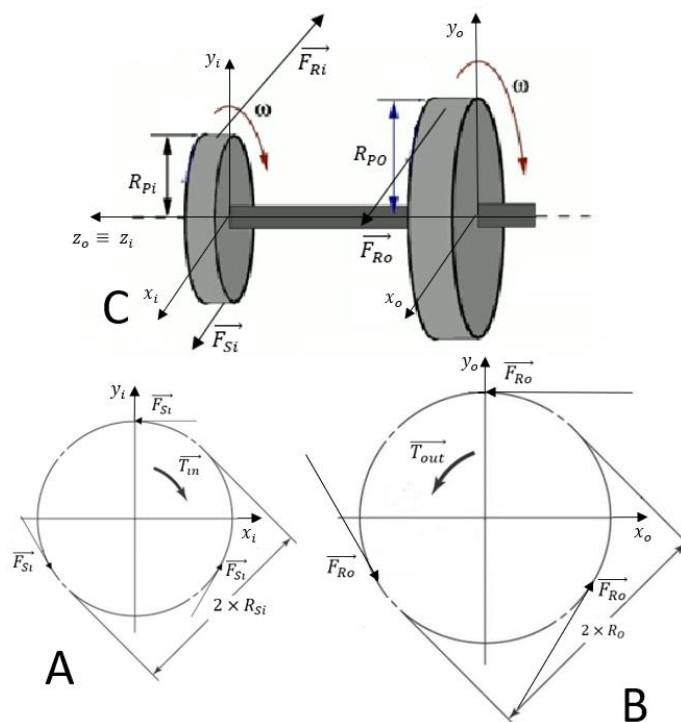


Figura 13 – A: Esquema de forças na engrenagem sol; B: Esquema de forças na engrenagem anel de saída; C: Esquema de forças que atuam nas engrenagens planetárias. Também está representada velocidade de rotação,  $\omega$ , para realçar que ambas as engrenagens rodam à mesma velocidade.

Do ponto de vista estático, sabendo que o somatório das forças tem de ser igual a zero e que o somatório dos momentos em relação ao eixo dos planetas também tem que ser zero,

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} \\ \sum \vec{M} = \vec{0} \end{cases}$$

Deste esquema retira-se que,

$$\begin{cases} \vec{F}_{Ri} + \vec{F}_{Si} + \vec{F}_{Ro} = \vec{0} \\ (\vec{F}_{Ri} + \vec{F}_{Si}) \times \vec{R}_{Pi} + \vec{F}_{Ro} \times \vec{R}_{Po} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{Ri} = F_{Si} + F_{Ro} \\ (F_{Ri} + F_{Si}) \times R_{Pi} = F_{Ro} \times R_{Po} \end{cases} \quad (3.3.1)$$

Ora, não sendo então possível utilizar o *KISSsoft* para o cálculo direto destas forças, a solução adotada foi determinar qual o binário que está a atuar nas engrenagens planetárias e, depois, analisar a relação que existe entre estas engrenagens com a engrenagem anel respetiva como se se tratasse de uma ligação entre engrenagens simples, ou seja, sabendo o binário que está a ser aplicado à roda planeta, quer à de entrada quer à de saída, pois este valor vai ser igual apenas de sinal contrário, como se pode verificar na segunda equação do sistema (3.3.1), pode-se introduzir esse valor no *KISSsoft* estudando a relação da engrenagem planeta com a engrenagem anel de ambos os andares.

Como referido anteriormente, o binário que aparece devido às forças no primeiro andar é igual ao binário, mas de sentido contrário, que aparece no segundo andar, ou seja, este pode ser calculado através da força aplicada ao planeta do segundo andar, isto é,

$$T_{planeta} = F_{Ro} \times R_{Po} \quad (3.3.2)$$

Ora, a força  $F_{Ro}$  pode ser calculada através da potência de saída, transmitida entre as engrenagens planeta e anel do segundo andar, isto é,

$$P_{out} = T_{out} \times \omega_o$$

$$P_{out} = n_{planetas} \times F_{Ro} \times R_o \times \omega_o$$

$$F_{Ro} = \frac{P_{out}}{\omega_o \times R_o \times n_{planetas}} \quad (3.3.3)$$

Substituindo (3.3.34) em (3.3.2) ficamos com,

$$T_{planeta} = \frac{P_{out} \times R_{Po}}{\omega_o \times R_o \times n_{planetas}}$$

Sabendo, também, que  $R_{Po} = \frac{Z_{Po} \cdot m_o}{2}$  e  $R_o = \frac{Z_{Ro} \cdot m_o}{2}$ , temos,

$$T_{planeta} = \frac{P_{out} \times \frac{Z_{Po} \cdot m_o}{2}}{\omega_o \times \frac{Z_{Ro} \cdot m_o}{2} \times n_{planetas}}$$

Simplificando fica-se com,

$$T_{planeta} = \frac{P_{out} [W] \times Z_{Po}}{\omega_o [rad/s] \times Z_{Ro} \times n_{planetas}} \quad (3.3.4)$$

Onde  $P$  é a potência de saída do redutor e  $\omega_o$  é a velocidade de rotação à saída do redutor.

A potência de saída, admitindo um rendimento de 100%, pode ser calculada através do binário que o motor oferece bem como a sua velocidade de rotação ( $T_{in} = 16.3$  [Nm] e  $\omega_{in} = 1800$  [rpm]), ou seja,

$$P_{out} = P_{in} = \omega_{in} \times T_{in} \times \frac{2\pi}{60} = 1800 \times 16.3 \times \frac{2\pi}{60} = 3072.48 \text{ [W]}$$

A velocidade à saída do redutor,  $\omega_o$ , pode ser calculada através da razão de transmissão,

$$i = \frac{\omega}{\omega_o} \equiv -200 = \frac{1800}{\omega_o} \equiv \omega_o = \frac{1800}{-200} = -9 \text{ [rpm]} = -0.94248 \text{ [rad/s]}$$

Por fim, substituindo os valores calculados em (3.3.4), podemos determinar qual o binário existente no planeta de saída,

$$T_{planeta} = \frac{P_{out} [W] \times Z_{Po}}{\omega_o [rad/s] \times Z_{Ro} \times n_{planetas}} = \frac{3072.48 \times 26}{-0.94248 \times 68 \times 3} = -415.49 \text{ [Nm]}$$

Tendo, por fim, calculado o binário existente na roda planeta de saída, e sabendo que este tem o mesmo valor, em módulo, na roda planeta de entrada, pode-se, então, introduzir estes valores no *KISSsoft* e dimensionar tanto o par de engrenagens planeta-anel de entrada como o de saída. Sabendo, como apresentado na Figura 13, que a maior força vai aparecer no par de engrenagens planeta-anel de entrada, optou-se, assim, por começar por dimensionar esse par.

Numa fase inicial, foi necessário definir alguns parâmetros que, nesta fase, iriam ser fixos. Nestes estavam incluídos o número de dentes das engrenagens e o binário de entrada, que neste caso seria o binário da roda planeta. Além destes, teve de se definir a qualidade que se queria para as engrenagens bem como o material para as mesmas. No que diz respeito ao material, escolhemos o que o *KISSsoft* assume por defeito, ou seja, o aço cementado 18CrNiMo7-6. No que respeita à qualidade, selecionou-se a qualidade 7, segundo a norma ISO 1328 (classificação que vai desde 0, melhor acabamento, até ao 14 que é o mais fraco), pois, apesar de serem engrenagens com velocidades tangenciais baixas, há forças elevadas aplicadas entre os planetas e os anéis e, portanto, necessita-se de uma qualidade média, no mínimo para que suportem essas cargas. Além disso, todo o redutor tem de ter um grau de exatidão/precisão alto para que este funcione, por isso a qualidade 7 da norma ISO 1328 parece ser a melhor opção.

Tendo definidos estes parâmetros, consegue-se, através do *KISSsoft*, obter os valores para a segurança nos dentes das engrenagens, nomeadamente no flanco e no pé do dente (*flank safety*,  $S_H$ , e *root safety*,  $S_F$ , respetivamente). Para além destes, o *KISSsoft*, apresenta, também, a segurança contra a gripagem (*scuffing*) que, no nosso caso, não vamos considerar, pois, como se têm velocidades tangenciais baixas em todo o redutor, a gripagem não vai ser problema. Os valores mínimos que estes coeficientes de segurança devem apresentar e os que foram adotados, foram os estabelecidos pelo *KISSsoft*. O programa segue várias normas (norma ISO 6336, DIN 3990 ou mesmo AGMA 6006), no entanto, estas apresentam valores diferentes para a mesma situação. O *KISSsoft* estabelece, automaticamente, as seguranças mínimas, dependendo das especificações indicadas para as nossas engrenagens, escolhendo assim o melhor valor para

cada situação. Para diferentes módulos e, ao mesmo tempo, diferentes larguras de dente, obtêm-se os resultados que são, resumidamente, apresentados na Tabela 6. (KISSsoft AG, 2018)

Tabela 6 - Valores das seguranças relativamente aos flanco e à raiz dos dentes para diferentes módulos e diferentes larguras das engrenagens planeta e anel de entrada

$m_n$ [mm]	$b$ [mm]	$S_{F_{min}}$	$S_{F_{planeta}}$	$S_{F_{anel}}$	$S_{H_{min}}$	$S_{H_{planeta}}$	$S_{H_{anel}}$
<b>3.0</b>	40	1.4	2.19	2.72	1.0	1.73	2.08
	35		2.01	2.49		1.67	1.99
	30		1.80	2.24		1.57	1.88
	25		1.58	1.96		1.47	1.76
	20		1.30	1.61		1.34	1.60
<b>2.5</b>	40	1.4	1.56	1.94	1.0	1.48	1.78
	35		1.42	1.77		1.41	1.70
	30		1.27	1.58		1.34	1.60
<b>2.0</b>	40	1.4	1.07	1.33	1.0	1.22	1.47

Como um dos objetivos deste redutor é ser o mais compacto possível, definiu-se uma largura de dente máxima aceitável,  $b_{max} = 40$  [mm]. Através da Tabela 6, pode concluir-se, que, as combinações entre módulo e largura de dente que podíamos utilizar eram:  $m_n = 3.0$  e  $20 \leq b \leq 25$  ou  $m_n = 2.5$  e  $30 \leq b \leq 35$ . Destas duas hipóteses, decidimos seguir a que nos apresentava um menor módulo,  $m_n = 2.5$ , pois, apesar de se ter de aumentar na largura do dente relativamente ao módulo maior,  $m_n = 3.0$ , o aumento do diâmetro era mais significativo.

No que diz respeito à largura de dentes, escolhemos  $b = 35$  [mm], pois valores inferiores a este teríamos um valor de  $S_{F_{planeta}} < 1.4$ .

Com o módulo escolhido, e os números de dentes já definidos, conseguimos obter, desde já, quais os raios primitivos de corte das engrenagens, raios correspondentes aos primitivos sem qualquer tipo de correção de dentado, podendo calcular as velocidades tangenciais nos pontos de contacto e, por fim, as solicitações presentes no planeta.

Para o cálculo destes raios utilizamos a expressão já determinadas no capítulo 2, isto é,  $R = \frac{Z \cdot m_n}{2}$ , valores que são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Raios de referência das diferentes engrenagens do redutor

	Engrenagem	Número de dentes (Z)	Raio primitivo de corte (R) [mm]
<b>1º andar</b>	Sol	17	21.25
	Planeta	25	31.25
	Anel	67	85.00
<b>2º andar</b>	Sol	16	20.00
	Planeta	26	32.50
	Anel	68	83.75

Para o cálculo das velocidades, utilizam-se as expressões detalhadas na Tabela 2 do capítulo 2. Nesta parte, apenas se apresentam os resultados das velocidades que afetam diretamente o cálculo das solicitações no planeta. Estas estão detalhados na Tabela 8.

Tabela 8 - Velocidades sol-planeta (1º andar) e planeta-anel (2º andar)

Engrenagem	Velocidade [m/s]
Sol-planeta (1º andar)	$v_B = -\omega_{Si} \times R_{Si} = -4.01$
Planeta-anel (2º andar)	$v_E = -\frac{\omega_{Si} \times R_{Si} \times (R_{Pi} - R_{Po})}{2 \times R_{Pi}} = 0.08$

Com os valores das velocidades, podemos recuperar (3.3.3),  $F_{Ro} = \frac{P_{out}}{\omega_O \times R_O \times n_{planetas}}$ , onde  $-\omega_O \times R_O = v_E$ , e, realizando as alterações necessárias, calcular a força que está presente no par de engrenagens planeta-anel.

$$F_{Ro} = \frac{P_{out}}{|v_E| \times n_{planetas}} = \frac{3072.48}{0.08 \times 3} = 12784.3 [N]$$

Para o cálculo da força que está presente entre o par sol-planeta de entrada, realiza-se o mesmo processo efetuado anteriormente para o para planeta-anel do segundo andar, isto é,

$$P_{in} = T_{in} \times \omega_{Si}$$

$$P_{in} = n_{planetas} \times F_{Si} \times R_{Si} \times \omega_{Si}$$

$$F_{Si} = \frac{P_{in}}{\omega_{Si} \times R_{Si} \times n_{planetas}}$$

onde  $\omega_{Si} \times R_{Si} = -v_B$ , ou seja,

$$F_{Si} = \frac{P_{in}}{|v_B| \times n_{planetas}} = \frac{3072.48}{4.01 \times 3} = 255.7 [N]$$

Com o cálculo destas forças, pode determinar-se a última, presente no par de engrenagem planeta-anel do segundo andar, que, tal como indica a primeira equação do sistema (3.3.1), é igual à soma das duas forças calculadas,

$$F_{Ri} = F_{Si} + F_{Ro} = 255.7 + 12784.3 = 13040 [N]$$

### 3.4. Correções de dentado

Sabe-se quais as solicitações e velocidades a que o redutor em apreço está sujeito, no entanto, falta ainda dimensionar qual o aspeto geométrico final das suas engrenagens, ou seja, falta saber se irá ser necessário fazer correções de dentado ou mesmo alterar as cabeças dos dentes para que não haja problemas de escorregamentos específicos ou mesmo interferências entre os dentes (relembrar que para determinar o módulo apenas foram consideradas uma engrenagem planeta a contactar com uma engrenagem anel e, na realidade, há uma engrenagem sol ligada a três planetas e estes ligados a uma engrenagem anel, isto em cada andar).



Para fazer tal dimensionamento foi utilizado, mais uma vez, o *KISSsoft*. No entanto, este foi apenas utilizado para fazer o dimensionamento geométrico, pois, como já referido, os cálculos para as solicitações ou mesmo coeficientes de segurança não são realistas para os andares separados. A única preocupação nesta fase foi o facto de, de um andar para o outro, a distância entre eixos ter de se manter constante, pois, sem esquecer, os planetas são coaxiais e estão fixos um no outro.

Colocando os valores já conhecidos das nossas engrenagens no *KISSsoft* verificou-se que, no primeiro andar, existiam problemas quer de interferências, onde os dentes da engrenagem anel “penetravam” os dentes da engrenagem planeta (Figura 14), quer de escorregamentos específicos elevados, (Figura 15). Para resolver a questão das interferências tiveram que se realizar alterações ao nível das cabeças dos dentes, chanfrando os mesmos. No entanto, para diminuir os escorregamentos específicos, houve que aumentar a distância entre eixos (de 52.5 [mm] para 53 [mm]) e fazer as correções de dentados para o melhor escorregamento específico possível, caso contrário não se conseguiria atingir valores inferiores a  $-3.0$ , valor, em absoluto, máximo que é recomendado pelo programa. Introduzindo as correções de dentado, e com o aumento do entre eixo, vai-se obter um novo ângulo, o ângulo de funcionamento,  $\alpha_w$ , aparecendo, também, os diâmetros primitivos de funcionamento,  $D_w$ . Estes diâmetros são importantíssimos pois, sendo neles que se dá o contacto entre engrenagens, estes vão definir, também, os diâmetros dos discos que irão acoplados a eles.

Eu suma, de modo a ser permitida a construção do primeiro andar, e para que este venha a ser fiável, foram necessárias várias alterações ao nível da distância entre eixo, cabeça dos dentes, e, por fim, correções de dentados. Tudo isto mantendo os restantes parâmetros já escolhidos (número de dentes, largura dos dentes e módulos). Estes valores podem ser consultados na Tabela 9.

Tabela 9 - Alterações nas engrenagens no primeiro andar

	Sol	Planeta	Anel
$a$ [mm]	53		
$\alpha_w$ [°]	21.436		
$D_w$ [mm]	42.905	62.095	169.095
$x^*$	0.2452	-0.0383	-0.1687
$hK$ [mm]	0	0	0.12

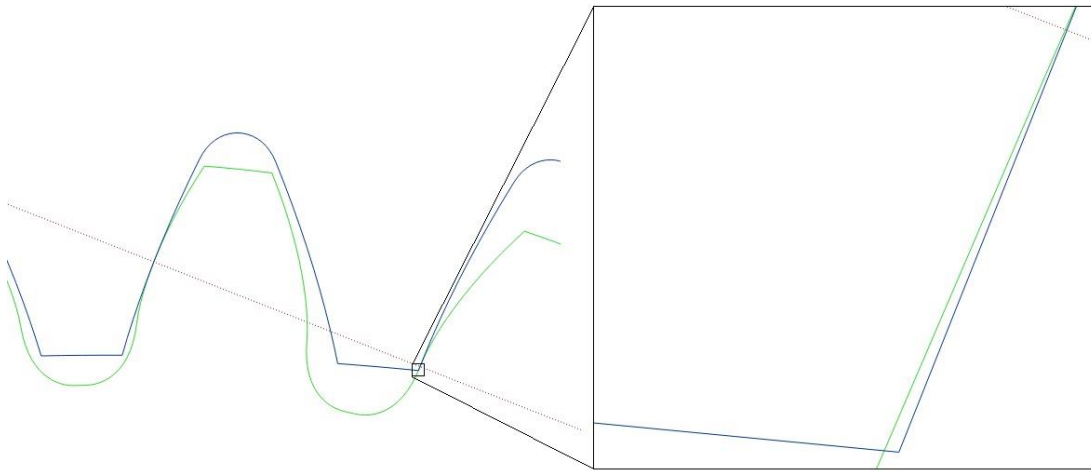


Figura 14 - Interferência no engrenamento planeta-anel, primeiro andar, com o anel a “penetrar” o planeta, antes das modificações

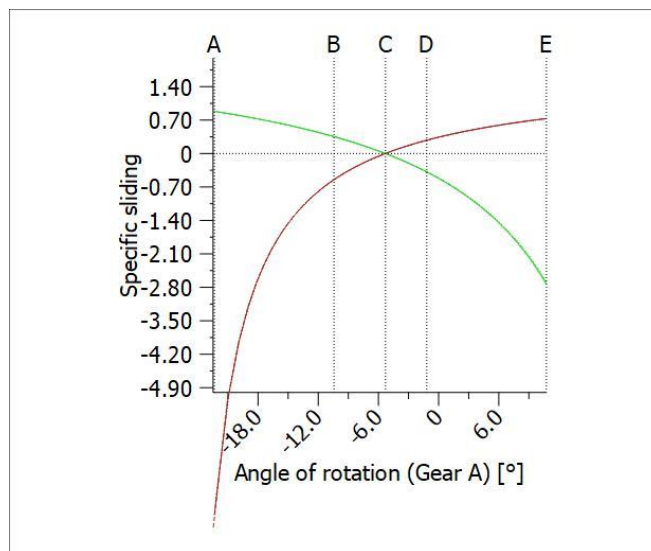


Figura 15 - Escorregamento específico entre as engrenagens sol-planeta, primeiro andar, antes das modificações

Tendo feito as alterações no primeiro andar pode observar-se, através das Figura 16 e Figura 17, que ambos os problemas foram resolvidos com sucesso. No entanto, tiveram que fazer-se as verificações dos coeficientes de segurança,  $S_F$  e  $S_H$ , no par planeta-anel do primeiro andar, com as modificações geométricas efetuadas, pois, como dito anteriormente, é o par onde atua a maior força. Os coeficientes com valores mais críticos são os do planeta, no entanto, mesmo estes mantiveram-se superiores ou iguais aos mínimos recomendados

$$(S_{F_{planet}} = 1.40 \geq 1.40 \text{ e } S_{H_{planet}} = 1.38 \geq 1.0).$$

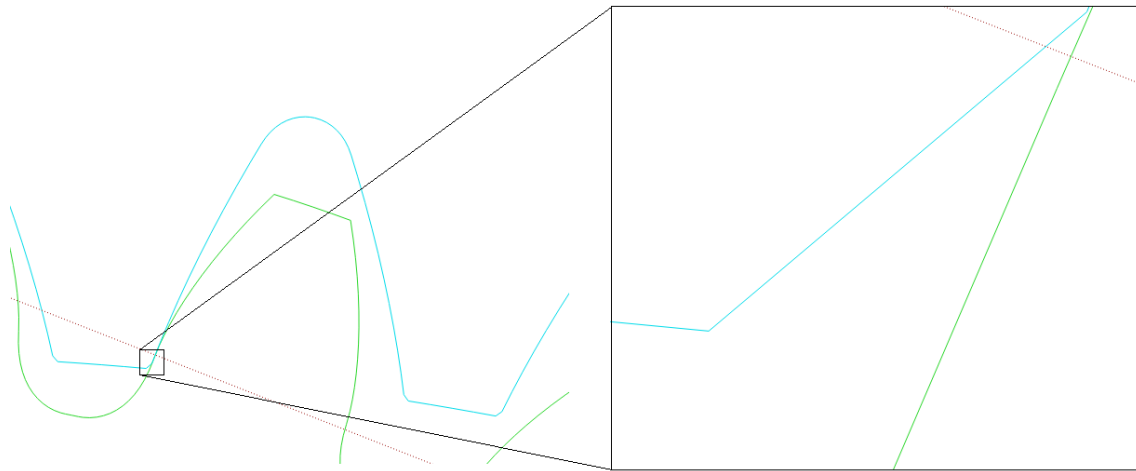


Figura 16 – O mesmo engrenamento da figura 15 mas com a cabeça do dente da engrenagem anel chanfrada para evitar interferência com o dente da engrenagem planeta

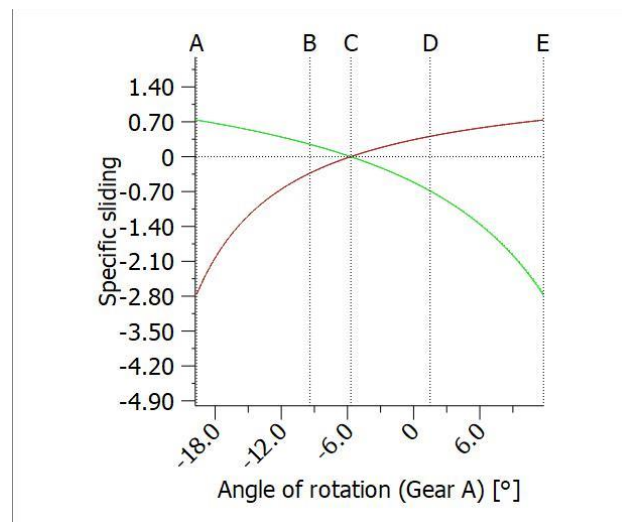


Figura 17 - Escorregamento específico final entre as engrenagens sol-planeta, primeiro andar

Para o segundo andar, foi efetuado exatamente o mesmo raciocínio, isto é, primeiro foram realizadas as modificações geométricas, apresentadas na Tabela 10, de todo o segundo andar e, em seguida, foram efetuadas as verificações dos coeficientes de segurança, colocando os valores alterados no par de engrenagens planeta-anel pois, também, como visto anteriormente, é aí que está a maior força.

Quando introduzidos os valores modificados no *KISSsoft*, para analisar novamente o par planeta-anel do segundo andar, verifica-se que, os coeficientes de segurança baixam e, tal como sucede no primeiro andar, os valores mais críticos situam-se no planeta. No entanto, no que diz respeito ao coeficiente de segurança no pé do dente,  $S_F$ , este é mais baixo do que o limite recomendado ( $S_{F_{planet}} = 1.38 \leq 1.40$ ). Para contrariar este valor, foi aumentada a largura das engrenagens ( $b = 36 [mm]$ ) e assim ficamos com  $S_{F_{planet}} = 1.41$ .

Tabela 10 - Alterações engrenagens do segundo andar

	Sol	Planeta	Anel
$a$ [mm]	53		
$\alpha_w$ [°]	21.436		
$D_w$ [mm]	40.381	65.619	171.619
$x^*$	0.2815	-0.0745	-0.1324
$hK$ [mm]	0	0	0.13

Com ambos os andares dimensionados, foi criado um modelo no *KISSsys*, Figura 18, programa associado ao *KISSsoft*, que nos permitiu perceber se o sistema está a funcionar tal como foi concebido. O modelo criado permite perceber como está a funcionar cada par de engrenagens isoladamente e, também, verificar o aspeto geométrico de ambos os andares. É de salientar que, para a criação deste modelo, foi necessário recorrer à inclusão de veios e rolamentos que o redutor concebido não irá possuir. No entanto, estes elementos em nada interferem com a análise das engrenagens, ou seja, este modelo pode ser utilizado para verificar todos os aspetos até aqui dimensionados.

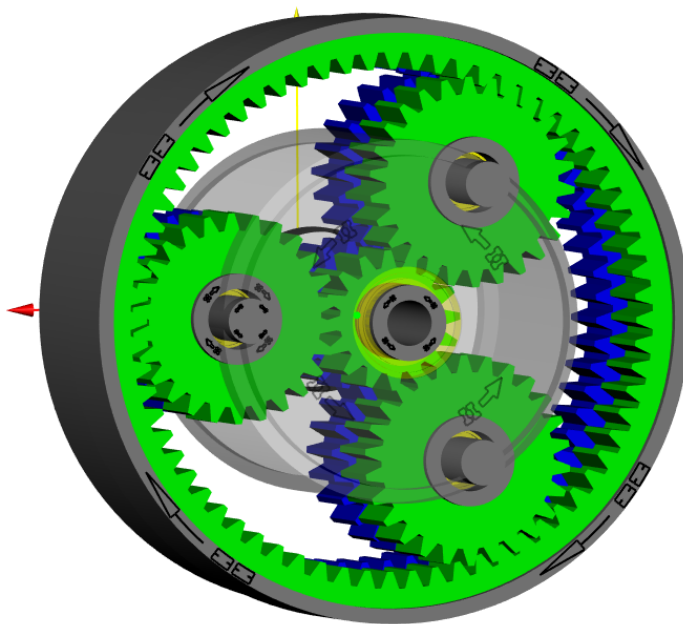


Figura 18 - Modelo completo do redutor no *KISSsys*. Temos o primeiro andar representado a trás e à frente o segundo andar

Com o modelo criado e analisando cada par de engrenagens em separado, verifica-se que, é necessário aumentar a largura das engrenagens novamente pois, os coeficientes de segurança no pé do dente do planeta,  $S_{F_{planet}}$ , entre o par planeta-anel, tanto no primeiro andar,  $S_{F_{planet1}} = 1.38$ , como no segundo andar,  $S_{F_{planet2}} = 1.38$ , são inferiores ao valor recomendado  $S_{F_{min}} = 1.40$ . Aumentando a largura das engrenagens para  $b = 37$  [mm] já se consegue estar dentro de todos os limites. Esta diferença de coeficientes de segurança em relação ao primeiro dimensionamento para o modelo criado no *KISSsys* pode estar associada ao facto de, numa primeira fase, ter sido feito o cálculo de um binário para os planetas e através

dele fazer uma aproximação do que seria a ligação planeta-anel. No caso do modelo *KISSsys*, esta ligação entre cada par de engrenagens é feita pelo programa. Apesar de tudo, a diferença não é muito significativa, no entanto, utilizaram-se os valores que o *KISSsys* fornece por serem aqueles menos generosos, aumentando assim a probabilidade de se obter um redutor bem dimensionado.



## 4. Dimensionamento dos discos

Tendo sido efetuado o dimensionamento das engrenagens, passou-se à realização do dimensionamento dos discos. Como já foi dito anteriormente, no que ao seu diâmetro diz respeito, os discos já estão dimensionados pois, este vai ser igual ao diâmetro do primitivo de trabalho das engrenagens às quais vão estar acoplados. No entanto, falta ainda saber qual a largura que os discos necessitam ter para suportar as cargas radiais a que a vão estar sujeitos. Para determinar estas cargas, foram calculadas as forças que estariam aplicadas entre as engrenagens pois, uma das funções dos discos é absorver os esforços radiais transmitidos pelas engrenagens, ou seja, calculando as cargas radiais das engrenagens estar-se-á a calcular as cargas radiais nos discos. Portanto, para o cálculo destas forças, podem utilizar-se as forças tangenciais calculadas anteriormente e considerar um ângulo de pressão igual ao ângulo de funcionamento,  $\alpha = \alpha_w = 21.436^\circ$ . No entanto, como o cálculo das solicitações anteriores foram efetuadas considerando os raios primitivos de corte sem qualquer correção, teve que se calcular novamente estas solicitações, mas para os valores dos raios primitivos de funcionamento ( $R_w = \frac{D_w}{2}$ )

$$F_{Ro} = \frac{P_{out}}{|v_E| \times n_{planetas}} \quad (4.1)$$

onde,  $v_E = -\omega_O \times R_O$  que, calculado com o raio primitivo de funcionamento  $R_{wO} = \frac{D_{wO}}{2}$  e com a velocidade angular já calculada anteriormente  $\omega_O = -0.94248$  [rad/s] fica-se com

$$v_E = -\omega_O \times R_{wO} = 0.94248 \times \frac{0.171619}{2} = 0.0809 \text{ [m/s]}$$

Substituindo o novo valor de  $v_E$  na equação (4.1) fica-se com

$$F_{Ro} = \frac{P_{out}}{|v_E| \times n_{planetas}} = \frac{3072.48}{0.0809 \times 3} = 12663.7 \text{ [N]}$$

Fazendo o mesmo processo, mas, neste caso, para o cálculo da força transmitida entre a engrenagem sol e a engrenagem planeta,

$$F_{Si} = \frac{P_{in}}{|v_B| \times n_{planetas}} \quad (4.2)$$

onde,  $\omega_{Si} \times R_{Si} = -v_B$ , e considerando agora  $R_{wSi} = \frac{D_{wSi}}{2}$  e  $\omega_{Si} = \omega_{in} = 1800$  [rpm], ou seja,  $\omega_{Si} = 188.496$  [rad/s], substituindo-se os valores na expressão (4.2) retira-se o valor de  $F_{Si}$

$$F_{Si} = \frac{P_{in}}{\omega_{Si} \times \frac{D_{wSi}}{2} \times n_{planetas}} = \frac{3072.48}{188.496 \times \frac{0.042905}{2} \times 3} = 253.3 \text{ [N]}$$

Por último, somando os valores das duas forças calculadas obtém-se o valor da força transmitida entre a engrenagem planeta e a engrenagem anel do primeiro andar,

$$F_{Ri} = F_{Si} + F_{Ro} = 253.3 + 12663.7 = 12917 \text{ [N]}$$

Com as novas forças calculadas consegue-se retirar as forças radiais que existiriam entre os pares de engrenagens.

$$F_{r_{RO}} = F_{RO} \times \tan(\alpha) = 12663.7 \times \tan(21.436^\circ) = 4972 \text{ [N]}$$

$$F_{r_{Si}} = F_{Si} \times \tan(\alpha) = 253.3 \times \tan(21.436^\circ) = 99.4 \text{ [N]}$$

$$F_{r_{Ri}} = F_{Ri} \times \tan(\alpha) = 12917 \times \tan(21.436^\circ) = 5071.5 \text{ [N]}$$

Com as forças calculadas, vai-se analisar o contacto entre os discos através da Teoria de Hertz da Mecânica de Contacto hertziano. Para o nosso caso vai ter de se considerar dois tipos de contactos: contraformal (Figura 19), onde ambas as superfícies são convexas, caso do contacto dos discos da engrenagem sol com a engrenagem planeta do primeiro andar pois, como já foi referido, no segundo estas duas engrenagens não transmitem forças entre elas; e conformal (Figura 19), onde uma superfície é convexa e a outra é concava, caso do contacto entre os discos das engrenagens planetas com os discos das engrenagens anel de ambos os andares. De notar que, neste último caso, tem-se o raio de curvatura do disco anel em valor negativo.

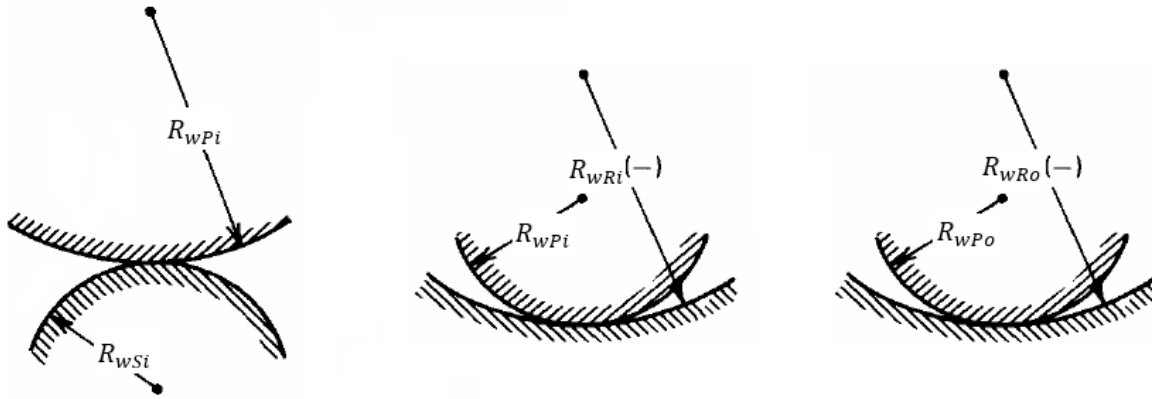


Figura 19 - Esquema do contato contraformal entre o par de discos sol-planeta (A) e o contato conformal entre o par de discos planeta-anel do primeiro andar (B) e do segundo andar (C) (Seabra J. H., 2003)

Seguindo a análise com base na Mecânica do Contacto Hertziano (Seabra J. H., 2003), e sabendo os raios de curvatura (igual aos raios primitivos), a força normal aplicada aos discos (igual às forças radiais calculadas) e sabendo as propriedades do material constituinte dos discos, podem obter-se as pressões a que estes estão sujeitos e perceber, para diferentes larguras dos discos, se estes vão, ou não satisfazer as nossas necessidades.

Pela análise da Mecânica do Contacto Hertziano consegue-se obter a expressão que relaciona a largura dos discos com a força normal aplicada, expressão que é apresentada de seguida,

$$p_o = \sqrt{\frac{2 F_n E^*}{\pi l R_x}} \quad (4.3)$$

onde  $p_o$  é a pressão máxima de Hertz,  $F_n$  é a carga total aplicada (igual às forças radiais calculadas),  $l$  representa a largura dos discos,  $E^*$  é o Módulo de Young Equivalente e  $R_x$  a curvatura das superfícies.



Conhecendo  $F_n$ , e tendo como incógnita  $l$ , calculam-se os valores de  $E^*$  e  $R_x$  para que, depois, através de cálculos iterativos, se consigam obter os valores de  $p_o$  aceitáveis.  $E^*$  pode ser calculado através da expressão,

$$\frac{1}{E^*} = \left( \frac{1 - \vartheta_1^2}{E_1} + \frac{1 - \vartheta_2^2}{E_2} \right)$$

Sendo o material dos disco igual para todos eles e o mesmo que as engrenagens, aço cementado 18CrNiMo7-6, temos que  $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta = 0.3$  e  $E_1 = E_2 = E = 206 \times 10^9$  [Pa], valores retirados do *KISSsoft*, ou seja,

$$\frac{1}{E^*} = \left( \frac{1 - \vartheta^2}{E} + \frac{1 - \vartheta^2}{E} \right) = \left( \frac{1 - 0.3^2}{206 \times 10^9} + \frac{1 - 0.3^2}{206 \times 10^9} \right) = 8.835 \times 10^{-12}$$

Fazendo o inverso retiramos o Módulo de Young Equivalente,

$$E^* = \frac{1}{8.835 \times 10^{-12}} = 1.132 \times 10^{11} \text{ [Pa]}$$

Para o cálculo da curvatura equivalente,  $R_x$ , necessitam-se de conhecer quais os raios de curvatura que existem entre os discos. Estes raios são já conhecidos pois são os raios dos discos, iguais aos raios primitivos das engrenagens. Valores estes que podem ser retirados da Tabela 9 e Tabela 10 onde estão representados os diâmetros primitivos de trabalho. Dividindo cada um destes por dois retiramos os valores que estão sumariados na Tabela 11.

Tabela 11 - Raios de curvatura dos discos de ambos os andares

	Engrenagem	$R_x$ [mm]
<b>1º andar</b>	Sol	21.45
	Planeta	31.55
	Anel	-84.55
<b>2º andar</b>	Sol	20.19
	Planeta	32.81
	Anel	-85.81

De notar que, os valores para o caso do anel aparecem negativos. Isto acontece, pois estamos perante uma superfície côncava que irá contactar com uma superfície convexa.

A partir de agora, realizam-se apenas todos os cálculos para o par de engrenagens planeta-anel do primeiro andar, pois é neste que existe maior carga aplicada. No entanto, no final, são apresentados os valores das pressões máximas de Hertz para os restantes pares de engrenagens.

Com os valores dos raios de curvatura estabelecidos, pode-se calcular a curvatura  $R_x$  dada pela expressão,

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{x1}} + \frac{1}{R_{x2}} \right) \quad (4.4)$$

Onde  $R_{x1}$  é o raio de curvatura do planeta e  $R_{x2}$  o raio de curvatura do anel. Substituindo os valores na expressão (4.4) obtém-se,

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{31.5475 \times 10^{-3}} + \frac{1}{-84.5475 \times 10^{-3}} \right) = 9.935$$

que fazendo o seu inverso nos dá o valor do raio de curvatura equivalente,

$$R_x = \frac{1}{9.935} = 0.101 \text{ [m]}$$

Conhecidos todos os parâmetros aparecem agora como incógnitas a pressão máxima de Hertz,  $p_o$ , e o largura dos discos,  $l$ . Nesta fase, como se estava perante duas incógnitas, começou-se por definir um intervalo de valores para a pressão de Hertz e com eles determinou-se qual o intervalo de valores para a largura dos discos que se deveria ter. O intervalo de valores considerado foi  $500 \leq p_o \leq 700$  [MPa]. Substituindo os valores em (4.3), e considerando um valor de  $F_n = 5071.5 \approx 5100$  [N], obtêm-se as larguras máxima e mínima,

$$500 \times 10^6 \geq \sqrt{\frac{2 \cdot 5100 \cdot 1.132 \times 10^{11}}{\pi \cdot l \cdot 0.101}} \equiv l = \frac{2 \times 5100 \times 1.132 \times 10^{11}}{(500 \times 10^6)^2 \times \pi \times 0.101} = 0.01455 \text{ [m]}$$

$$700 \times 10^6 \geq \sqrt{\frac{2 \cdot 5100 \cdot 1.132 \times 10^{11}}{\pi \cdot l \cdot 0.101}} \equiv l = \frac{2 \times 5100 \times 1.132 \times 10^{11}}{(700 \times 10^6)^2 \times \pi \times 0.101} = 0.00743 \text{ [m]}$$

Temos, então, um valor de largura de disco máximo,  $l_{max} = 0.01455$  [m], e um valor de largura mínima,  $l_{min} = 0.00743$  [m]. Com estes valores decidimos optar por um valor intermédio escolhendo um largura de 0.0100 [m]. Com este valor calculamos a pressão de Hertz, não só deste par de discos, mas de todos os pares até aqui considerados. Os valores obtidos apresentam-se na Tabela 12.

Tabela 12 - Pressão de Hertz máxima para cada par de discos

	Sol-planeta (i)	Planeta-anel (i)	Planeta-anel (o)
<b>Pressão máxima de Hertz, <math>p_o</math>, [MPa]</b>	168	604	588

Analisando a Tabela 12 rapidamente se percebe que, com a largura de discos escolhida,  $l = 0.0100$  [m], se consegue obter valores para a pressão de Hertz bastante inferiores ao que seria o nosso máximo admissível, 700 [MPa]. Para além disso, obtém-se uma largura total de engrenagem-disco de  $10 + 37 = 47$  [mm] por andar, ou seja, um total de, aproximadamente, 100 [mm] dos dois andares juntos. Isto vai de encontro com um dos objetivos deste projeto de conceção que é a obtenção de um redutor o mais compacto possível.

## 5. Lubrificação

A lubrificação é um aspeto muito importante no que diz respeito às engrenagens. No caso em análise, para além das engrenagens, tem-se também de escolher um óleo lubrificante para o contacto entre os discos. Para tal, pode dividir-se este capítulo em duas partes. A primeira onde foi escolhido o óleo para o contacto entre as engrenagens, através da Teoria de Cheng, e uma segunda parte onde foi verificado se esse seria suficiente para lubrificar o contacto entre os discos.

### 5.1. Lubrificação engrenagens

A teoria de Cheng foi realizada para os pares de engrenagens que têm vindo a ser considerados, isto é, sol-planeta e planeta-anel do primeiro andar, e planeta-anel do segundo andar, pois são nestes que estão a ser aplicadas cargas. Esta teoria consiste em determinar o parâmetro do lubrificante,  $LP$ , necessário para um par de engrenagens que, recorrendo a um método gráfico, permite perceber qual o tipo de óleo necessário para o mesmo par. Nesta parte irão ser apresentados os cálculos para os pares sol-planeta e planeta-anel do primeiro andar sendo que apenas será apresentado o resultado do par planeta-anel do segundo andar pois a sequência dos cálculos deste são iguais ao planeta-anel do primeiro andar.

Para facilitar, apresenta-se de seguida a Tabela 13 onde estão presentes os dados que irão ser utilizados na Teoria de Cheng para o par de engrenagens sol-planeta do primeiro andar (eixos fixos paralelos exteriores). Para retirar estes valores recorreu-se ao relatório que o *KISSsys* nos permitiu gerar para todos os pares de engrenagens (Apêndice A). Sendo valores que diferem dos que na verdade existe, estes são os valores que permitem analisar, através do *KISSsoft*, os pares de engrenagens em separado do redutor planetário.

Tabela 13 - Dados sol-planeta, primeiro andar, retirados do relatório *KISSsys*

$m_G$ , razão de transmissão	1.471
$N = \omega_G$ [rpm], velocidade de rotação da roda (sol)	1435.7
$a$ [m], entre eixo	0.053
$T_G$ [Nm], binário da roda (sol)	5.433
$\alpha_n$ [°], ângulo de pressão	20
$b$ [m], largura dos dentes	0.037
$E$ [N/m <sup>2</sup> ], módulo de Young (igual para ambas as engrenagens)	$206 \times 10^9$
$\nu$ , coeficiente de Poisson	0.3
$\sigma$ [μm], rugosidade média no flanco	0.6

Começando pelo sol-planeta do primeiro andar, teve que se calcular, em primeiro lugar, a velocidade tangencial no primitivo dos dentes. Este cálculo é realizado através da expressão, (Ferreira, Aplicação da Lubrificação Elastohidrodinâmica)

$$V = \frac{2\pi \times m_G \times a \times \omega_G}{60 \times (m_G + 1)} = \frac{2\pi \times 1.471 \times 0.053 \times 1435.7}{60 \times (1.471 + 1)} = 4.7436 \text{ [m/s]}$$

Em seguida, consultando o gráfico apresentado na Figura 20, retirou-se o valor da espessura específica de filme,  $\lambda$ , necessária para a velocidade calculada anteriormente, ou seja,  $\lambda = 0.8$ .

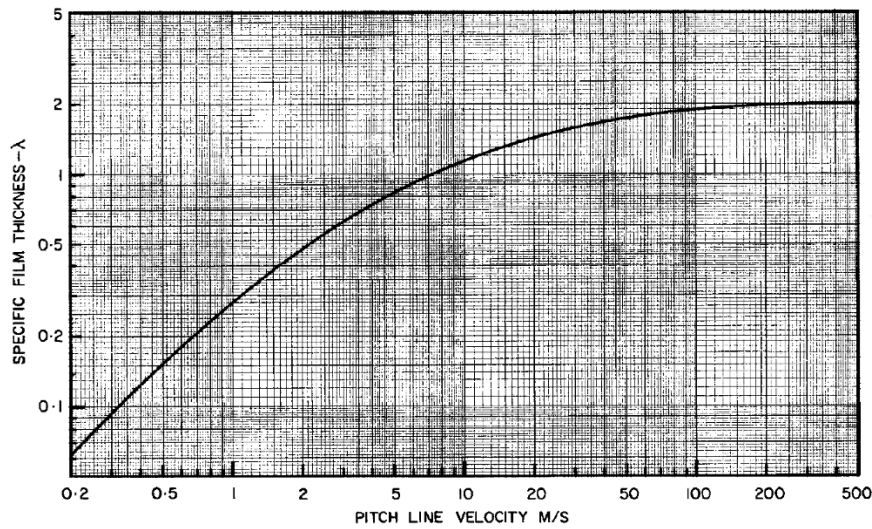


Figura 20 - Espessura específica crítica do filme lubrificante em função da velocidade tangencial da engrenagem no primitivo para uma probabilidade de avaria inferior a 5% em engrenagens (Jorge Seabra, 2002)

Depois, foram calculados a carga por unidade de comprimento,  $\frac{W_t}{l}$ , e o parâmetro geométrico,  $G$ , através das expressões apresentadas a seguir. (Ferreira, Aplicação da Lubrificação Elastohidrodinâmica)

$$\frac{W_t}{l} = \frac{T_G \times (m_G + 1)}{m_G \times a \times b \times \cos \alpha_n} = \frac{5.433 \times (1.471 + 1)}{1.471 \times 0.053 \times 0.037 \times \cos 20^\circ} = 4952.64$$

$$G = \frac{3.4 \times 10^{-4} \times (m_G \times a \times \sin \alpha_n)^{1.5} \times E_D^{0.148}}{(m_G + 1)^2}$$

onde  $E_D$  é o módulo de Young reduzido, calculado através de,

$$\frac{1}{E_D} = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]$$

Como dito anteriormente, o material é igual em todas as engrenagens, portanto,  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$  e  $E_1 = E_2 = E$ , pelo que se pode desde já calcular,

$$\frac{1}{E_D} = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1 - \nu^2}{E} + \frac{1 - \nu^2}{E} \right] = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1 - 0.3^2}{206 \times 10^9} + \frac{1 - 0.3^2}{206 \times 10^9} \right] = 4.417 \times 10^{-12}$$

Ou seja,

$$E_D = \frac{1}{4.417 \times 10^{-12}} = 226.4 \times 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

Determinado  $E_D$ , pode-se calcular, por fim, o parâmetro geométrico,  $G$ .

$$G = \frac{3.4 \times 10^{-4} \times (1.471 \times 0.053 \times \sin 20^\circ)^{1.5} \times (226.4 \times 10^9)^{0.148}}{(1.471 + 1)^2} = 1.162 \times 10^{-5}$$

Com todos os parâmetros calculados pode proceder-se ao cálculo final, o cálculo do parâmetro do lubrificante,  $LP$ , que pode ser calculado através da fórmula simplificada de Cheng, ou seja, (Ferreira, Aplicação da Lubrificação Elastohidrodinâmica)

$$\lambda = \frac{1}{\sigma} \times \left[ G \times LP \times N \times \left( \frac{W_t}{l} \right)^{-0.148} \right]^{0.74}$$

que simplificando em ordem a  $LP$  fica,

$$LP = \frac{(\lambda \times \sigma)^{1.35} \times \left( \frac{W_t}{l} \right)^{0.148}}{G \times N}$$

que ao substituir os valores fica na forma,

$$LP = \frac{(0.8 \times 0.6)^{1.35} \times (4952.64)^{0.148}}{1.162 \times 10^{-5} \times 1435.7} = 78.4$$

Recorrendo novamente ao relatório do *KISSsys* (Apêndice A), podem retirar-se os valores do par planeta-anel, quer do primeiro quer do segundo andar, necessários para a Teoria de Cheng aplicada a eixos fixos paralelos interiores. Estes estão representados na Tabela 14 apresentada a seguir.

Tabela 14 - Dados planeta-anel, primeiro e segundo andar, retirados do relatório *KISSsys*

	1ºandar	2ºandar
$m_G$ , razão de transmissão	2.68	2.615
$N = \omega_R$ [rpm], velocidade de rotação do anel	364.3	373.3
$a$ [m], entre eixo	0.053	
$T_R$ [Nm], binário do anel	1092.1	1086.7
$\alpha_n$ [°], ângulo de pressão	20	
$b$ [m], largura dos dentes	0.037	
$E$ [N/m <sup>2</sup> ], módulo de Young (igual para ambas as engrenagens)	$206 \times 10^9$	
$\nu$ , coeficiente de Poisson	0.3	
$\sigma$ [µm], rugosidade média no flanco	0.6	

Com os dados recolhidos pode-se começar por calcular, seguindo a mesma ordem de pensamento anterior, a velocidade nos primitivos para o par planeta-anel do primeiro andar. De notar que as expressões, apesar de muito parecidas, estas são diferentes daquelas utilizadas para o cálculo do  $LP$  em eixos fixos paralelos exteriores. (Ferreira, Aplicação da Lubrificação Elastohidrodinâmica)

$$V = \frac{2\pi \times m_G \times a \times \omega_R}{60 \times (m_G - 1)} = \frac{2\pi \times 2.68 \times 0.053 \times 364.3}{60 \times (2.68 - 1)} = 3.225 \text{ [m/s]}$$

Consultando novamente a Figura 20, verifica-se que se está perante um valor de espessura específica de filme aproximadamente igual a 0.65, isto é,  $\lambda = 0.65$ .

Prosseguindo com o cálculo da carga por unidade de comprimento,  $\frac{W_t}{l}$ , e o parâmetro geométrico,  $G$ , este último sabendo que o valor do módulo de Young reduzido é igual para

todos os pares de engrenagens,  $E_D = 226.4 \times 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$ . (Ferreira, Aplicação da Lubrificação Elastohidrodinâmica)

$$\begin{aligned}\frac{W_t}{l} &= \frac{T_R \times (m_G - 1)}{m_G \times a \times b \times \cos \alpha_n} = \frac{1092.1 \times (2.68 - 1)}{2.68 \times 0.053 \times 0.037 \times \cos 20^\circ} = 371512.5 \\ G &= \frac{3.4 \times 10^{-4} \times (m_G \times a \times \sin \alpha_n)^{1.5} \times E_D^{0.148}}{(m_G - 1)^2} \\ &= \frac{3.4 \times 10^{-4} \times (2.68 \times 0.053 \times \sin 20^\circ)^{1.5} \times (226.4 \times 10^9)^{0.148}}{(2.68 - 1)^2} \\ &= 6.180 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

Com os parâmetros determinados realiza-se o cálculo do parâmetro do lubrificante que, tal como no caso anterior, é calculado através da expressão derivada da fórmula simplificada de Cheng.

$$LP = \frac{(\lambda \times \sigma)^{1.35} \times \left(\frac{W_t}{l}\right)^{0.148}}{G \times N} = \frac{(0.65 \times 0.6)^{1.35} \times (371512.5)^{0.148}}{6.180 \times 10^{-5} \times 364.3} = 83.1$$

Utilizando exatamente as mesmas expressões anteriormente enumeradas procede-se ao cálculo do  $LP$  no par planeta-anel do segundo andar. Aqui são apenas apresentados os resultados alterando nas expressões acima apenas os dados.

$$V = \frac{2\pi \times 2.615 \times 0.053 \times 373.3}{60 \times (2.615 - 1)} = 3.355 \text{ [m/s]}$$

Analisando novamente a Figura 20 retira-se o valor de  $\lambda$ ,  $\lambda = 0.68$ .

$$\begin{aligned}\frac{W_t}{l} &= \frac{1086.7 \times (2.615 - 1)}{2.615 \times 0.053 \times 0.037 \times \cos 20^\circ} = 364206.0 \\ G &= \frac{3.4 \times 10^{-4} \times (2.615 \times 0.053 \times \sin 20^\circ)^{1.5} \times (226.4 \times 10^9)^{0.148}}{(2.615 - 1)^2} = 6.447 \times 10^{-5} \\ LP &= \frac{(0.68 \times 0.6)^{1.35} \times (364206.0)^{0.148}}{6.447 \times 10^{-5} \times 373.3} = 82.4\end{aligned}$$

Consultando agora a Figura 21 consegue-se prever qual o óleo que deverá ser utilizado para a engrenagem em análise, para uma dada temperatura. Nesta fase foi prevista uma temperatura de  $60^\circ\text{C}$ , pois é uma temperatura considerada normal para o funcionamento das engrenagens. Com este valor verifica-se que, no mínimo, se necessita de um óleo ISO VG 150. No entanto, como o valor se apresenta muito próximo da curva, optou-se por um óleo com as propriedades um pouco melhores, ou seja, um ISO VG 220.

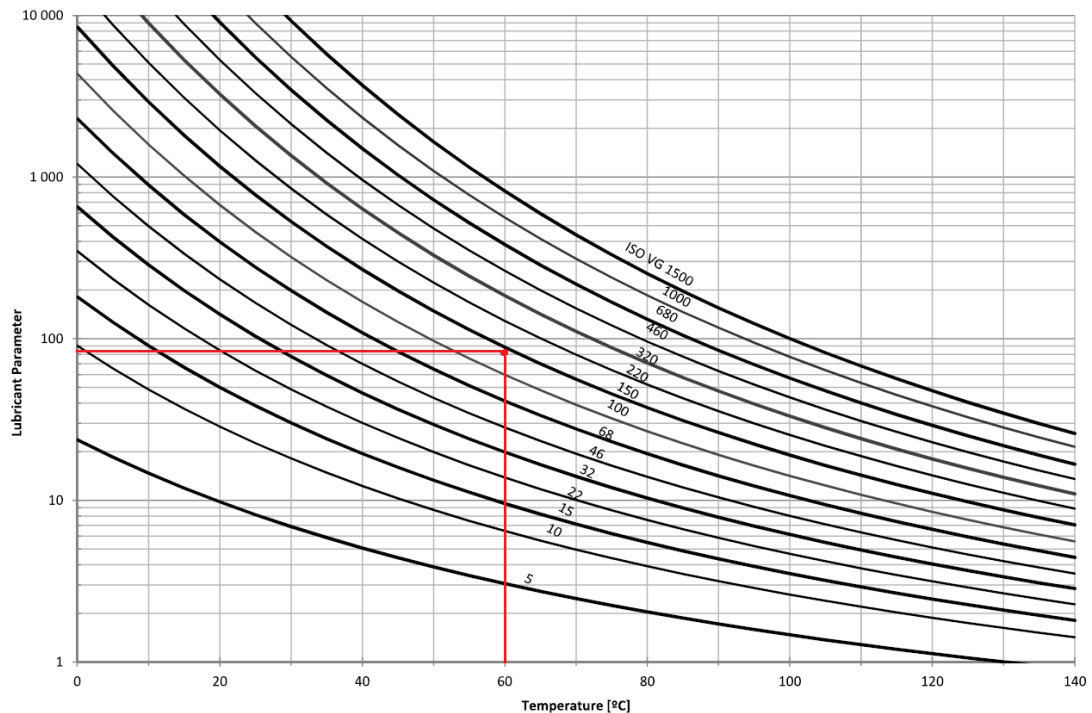


Figura 21 - Parâmetro do lubrificante em função da temperatura para diferentes tipos de óleos ISO VG (Ferreira, Figuras e tabelas auxiliares)

Contudo, é importante referir que este é um óleo mineral e, para o caso em apreço, um óleo sintético seria uma melhor escolha. Isto porque, tal como nas transmissões automóveis, no redutor em estudo será mais prático se passarem grandes períodos de tempo sem que seja necessário mudar o óleo e, uma das grandes propriedades dos óleos sintéticos é mesmo essa. No entanto, este tipo de óleo é, normalmente, mais caro quando comparado com os óleos minerais, no entanto, como este é mudado com menos frequência consegue equilibrar o balanço entre o preço e o número de mudanças ao longo do tempo. (Chellini, 2010)

Foi então necessário encontrar um tipo de óleo sintético com as características em termos de viscosidade semelhantes ao óleo previamente determinado, ISO VG 220. Recorrendo aos catálogos da Mobil foi encontrado o óleo Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140. Este óleo é uma boa escolha para este redutor pois, é recomendado pelo seu fabricante, ExxonMobil, para, entre variadíssimos casos, operações onde existam engrenagens aliadas a grandes velocidades com altas cargas de impacto (caso do par planeta-anel do primeiro e segundo andar), grandes velocidades com baixo binário (zona do input) e velocidades baixas com grandes binários (zona do output). Através da Tabela 15, onde estão apresentados diversos valores das propriedades necessárias para o cálculo das viscosidades cinemáticas dos dois óleos em comparação, e utilizando a expressão que a norma ASTM D341 nos propõe,  $\log \log(\vartheta + a) = n - m \times \log T$  (onde  $a, n$  e  $m$  são constantes do lubrificante), pode-se, então, construir os gráficos das viscosidades para cada um dos óleos em função da temperatura e comparar os mesmos (Figura 22), para assim concluir se o óleo escolhido, Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140, é uma boa escolha, ou não, relativamente ao óleo ISO VG 220. As características do primeiro foram retiradas da ficha do produto fornecido pela ExxonMobil enquanto as características do óleo ISO VG 220 foram retiradas do programa *KISSsoft*.

Tabela 15 - Propriedades dos óleos ISO VG 220 e Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140

	ISO VG 220	Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140
<b>Tipo de óleo</b>	Mineral	Sintético
$\nu_{40^\circ\text{C}}$ [ $\text{mm}^2/\text{s}$ ], <b>Viscosidade cinemática</b>	220	182
$\nu_{100^\circ\text{C}}$ [ $\text{mm}^2/\text{s}$ ], <b>Viscosidade cinemática</b>	17.5	25
$\rho$ [ $\text{kg}/\text{dm}^3$ ], <b>densidade</b>	0.895	0.89
<b>a</b>	0.7	0.7
<b>m</b>	3.4447	2.6947
<b>n</b>	8.9662	7.0793

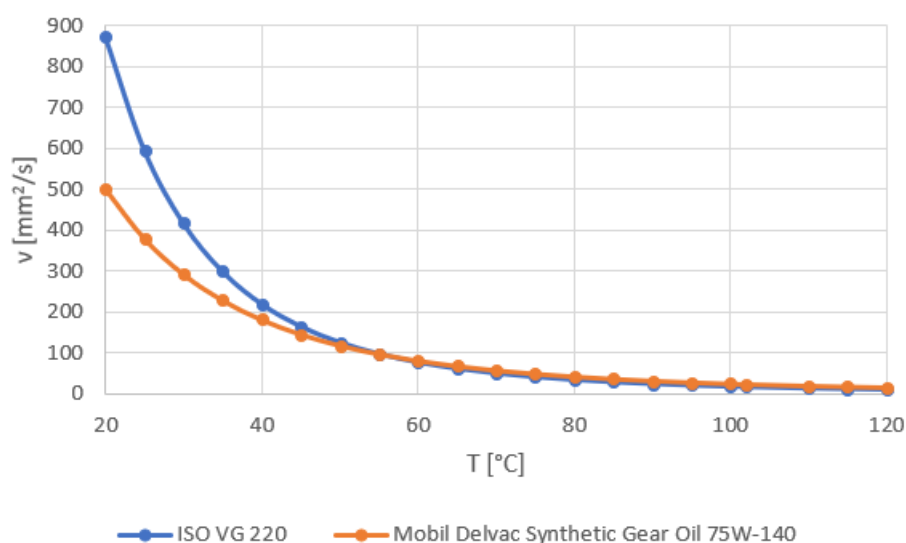


Figura 22 - Comparação das viscosidades cinemáticas em função da temperatura dos óleos ISO VG 220 e Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140

Como se pode observar na Figura 22, a viscosidade apenas aparenta grandes diferenças para valores de temperatura inferiores a 40 °C portanto, podemos concluir que este óleo, Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140 apresenta valores suficientes, em termos de viscosidade, para ser utilizado no redutor pois, a temperatura estimada de funcionamento será, tirando o arranque do mesmo, superior a 40 °C.

## 5.2. Lubrificação dos discos

Para verificar se o óleo até aqui considerado seria uma boa escolha para lubrificar o contacto entre os discos, além do valor das forças já calculadas no capítulo anterior, é necessário, também, conhecer quais as velocidades relativas que existem entre os discos, bem como muitos outros fatores, incluindo propriedades do óleo à temperatura de funcionamento considerada (60 °C), para, no final, retirar quais os valores da espessura média de filme obtidos e se estes são, ou não, suficientes.



Para retirar os fatores respeitantes aos discos, consultou-se o relatório gerado através do *KISSsys* (Apêndice A) para cada um dos pares de engrenagens, sol-planeta e planeta-anel do primeiro andar (i), e planeta-anel do segundo andar (o). Estes valores estão representados na Tabela 16.

*Tabela 16 - Valores retirados do KISSsys, exceto rugosidade que foi um valor assumido típico de rolamentos. De notar, também, que aparecem valores de raios negativos pois estamos em presença de contactos interiores. As velocidades de rotação negativas aparecem para depois obter as velocidades dos discos interiores positivas.*

	Sol-planeta (i)		Planeta-anel (i)		Planeta-anel (o)	
	Sol	Planeta	Planeta	Anel	Planeta	Anel
$\omega$ , [rpm], Velocidade rotação	1435.7	976.3	976.3	−364.3	976.3	−373.3
$R_{xi}$ , [mm], Raio primitivo de trabalho	21.4525	31.5575	31.5575	−84.5505	32.8195	−85.8195
$R_x$ , [m] Raio de curvatura	0.026		0.101		0.106	
$\sigma_x$ , [μm], Rugosidade	0.3					
Força solicitação [N]	100		5100		5000	

As propriedades do óleo Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140 que irão ser necessárias para proceder ao cálculo da espessura média de filme,  $\lambda$ , foram calculadas para uma temperatura de funcionamento até aqui considerada de 60° e estão representados na Tabela 17. (Mobil)

*Tabela 17 - Propriedades do óleo Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140 a 60°C*

$T$ [°K], Temperatura funcionamento	333
$\vartheta$ [mm <sup>2</sup> /s], Viscosidade cinemática	81.35
$\eta$ [Pa.s], Viscosidade dinâmica	0.0724
$\alpha$ [Pa <sup>-1</sup> ], Coeficiente de piezoviscosidade	$1.328 \times 10^{-8}$
$\beta$ [°K <sup>-1</sup> ], Coeficiente de termoviscosidade	0.036
$k$ [W/m°C], Condutividade térmica	0.1335

Para ambos os pares de discos, em ambos os andares, considerou-se o material para os discos igual ao aço presente nas engrenagens, aço cementado 18CrNiMo7-6, no entanto, as características mecânicas retiradas do relatório *KISSsys*, foram apenas relativas ao módulo de Young,  $E$ , e ao coeficiente de Poisson,  $\vartheta$ . As outras propriedades, calor específico,  $c$ , condutibilidade térmica,  $k$ , e densidade,  $\rho$ , foram retirados do mesmo aço, mas no estado de recozido (estado fornecido, por exemplo, pela Ramada Aços), o que, apesar de, muito provavelmente, serem valores diferentes do aço cementado, estes não são os mais importantes

para o caso em estudo, pois apenas vão influenciar as temperaturas caso existam velocidades elevadas de escorregamento entre os discos, o que, na teoria do nosso caso, estas serão inexistentes. No entanto, considerou-se que existiria um escorregamento entre discos com velocidade igual a 0.01 [m/s]. Os valores relativos às propriedades do material estão indicados na Tabela 18 apresentada a seguir. (Ramada Aços, s.d.)

Tabela 18 - Propriedades do aço 18CrNiMo7-6 em estado recozido

<b>E, [GPa]</b> , módulo de Young	206
<b>ν</b> , Coeficiente de Poisson	0.3
<b>c, [J/kgK]</b> , Calor específico	460
<b>k, [W/mK]</b> , Condutividade térmica	38
<b>ρ, [kg/m³]</b> , Densidade	7850

Com todos os valores necessários determinados pode, agora, proceder-se ao cálculo de  $\lambda$ . Mais uma vez, e como se tem feito até aqui, efetuaram-se os cálculos para um par de discos, neste caso será o par onde existem as maiores velocidades (sol-planeta primeiro andar) e no final apresentam-se o valor para os três pares considerados.

A espessura específica de filme,  $\lambda$ , depende da espessura de filme,  $h_o$ , e da rugosidade presente nos discos,  $\sigma$ , de acordo com a seguinte expressão, (Jorge Seabra, 2002)

$$\lambda = \frac{h_o}{\sigma}$$

No entanto,  $h_o$ , para além de depender do raio de curvatura equivalente,  $R_x$ , depende também de vários parâmetros. Depende do parâmetro velocidade,  $U$ , do parâmetro material,  $G$ , e do parâmetro carga,  $W$ , segundo a expressão (Jorge Seabra, 2002)

$$h_o = 0.975 \times R_x \times U^{0.727} \times G^{0.727} \times W^{-0.091} \quad (5.2.1)$$

Estes parâmetros são calculados segundo as expressões (Jorge Seabra, 2002)

$$U = \frac{\eta \times \frac{U_1 + U_2}{2}}{2 \times R_x \times E^*} \quad (5.2.2)$$

Sendo, neste caso,  $U_1 = \frac{2\pi \times R_{x1} \times \omega_1}{60}$ , a velocidade relativa do sol em relação ao planeta, que, por sua vez, é igual à velocidade  $v_{B_{14}}$ , calculada no capítulo 2 e  $U_2 = \frac{2\pi \times R_{x2} \times \omega_2}{60}$ , a velocidade relativa do planeta em relação ao sol, que, por sua vez, é igual à velocidade  $v_{B_{24}}$ , isto é, e segundo as relações do capítulo 2, estas velocidades são iguais entre si,  $v_{B_{14}} = v_{B_{24}}$ . No entanto, nesta parte, para tornar os valores mais reais possíveis, considerou-se, como referido anteriormente, uma velocidade de escorregamento,  $V_e = 0.001$  [m/s], ou seja,  $U_1 \neq U_2$ ,

$$V_e = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} \equiv U_2 = \frac{(1 - V_e) \times U_1}{(1 + V_e)}$$

$$G = 2 \times \alpha \times E^*$$

$$W = \frac{F_n}{R_x \times l \times E^*}$$

Para o par de engrenagem sol-planeta que se está a considerar, e utilizando os valores da Tabela 16, obteve-se,

$$v_{B_{14}} = U_1 = \frac{2\pi \times 0.0214525 \times 1435.7}{60} = 3.225 \text{ [m/s]}$$

$$v_{B_{24}} = U_2 = \frac{(1 - 0.001) \times 3.225}{(1 + 0.001)} = 3.219 \text{ [m/s]}$$

Ou seja, o parâmetro velocidade é, substituindo os valores acima calculados na expressão (5.2.2),

$$U = \frac{0.0724 \times \frac{3.225 + 3.219}{2}}{2 \times 0.026 \times 1.132 \times 10^{11}} = 8.070 \times 10^{-11}$$

O parâmetro material,

$$G = 2 \times 1.328 \times 10^{-8} \times 1.132 \times 10^{11} = 3.006 \times 10^3$$

e, por fim, o parâmetro carga,

$$W = \frac{5000}{0.026 \times 0.01 \times 1.132 \times 10^{11}} = 3.459 \times 10^{-6}$$

Com todos os parâmetros calculados e substituindo os mesmos na expressão (5.2.1) pode obter-se o valor da espessura de filme,  $h_o$ ,

$$h_o = 0.975 \times 0.026 \times (8.070 \times 10^{-11})^{0.727} \times (3.006 \times 10^3)^{0.727} \times (3.459 \times 10^{-6})^{-0.091} \\ = 1.213 \times 10^{-6} \text{ [m]}$$

Calculando agora a rugosidade equivalente do contacto,  $\sigma$ , também conhecida por *RMS* (Jorge Seabra, 2002),

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{0.3^2 + 0.3^2} = 0.4243 \text{ [}\mu\text{m]}$$

Pode, por fim, determinar-se qual o valor da espessura específica de filme,

$$\lambda = \frac{h_o}{\sigma} = \frac{1.213 \times 10^{-6}}{0.4243 \times 10^{-6}} = 2.860$$

No entanto, este valor ainda não corresponde ao valor mais próximo da realidade devido ao valor da espessura de filme,  $h_o$ , não ter sofrido qualquer tipo de correção,  $h_{oc}$ . Esta correção é importante, pois tem em conta o fator de aquecimento do lubrificante na entrada do convergente,  $\varphi_T$ , a influência das condições de alimentação no convergente,  $\varphi_A$  e, também, a influência da rugosidade no convergente,  $\varphi_R$ , (Jorge Seabra, 2002)

$$h_{oc} = h_o \times \varphi_T \times \varphi_A \times \varphi_R \quad (5.2.3)$$

No caso em estudo, apenas se considera a correção devido ao aquecimento do lubrificante na entrada do convergente, pois as outras duas são muito complexas de estabelecer (consideramos  $\varphi_A = \varphi_R = 1$ ). Este fator de correção,  $\varphi_T$ , tem em conta a velocidade de escorregamento,  $V_e$ , bem como o efeito piezoviscoso do lubrificante,  $L$ , isto é (Jorge Seabra, 2002),

$$\varphi_T = \{1 + 0.1 \times [(1 + 14.8 \times V_e^{0.83}) \times L^{0.64}]\}^{-1} \quad (5.2.4)$$

Onde,

$$L = \frac{\beta \times \eta \times (U_1 + U_2)^2}{k} = \frac{0.036 \times 0.0724 \times (3.225 + 3.219)^2}{0.1335} = 0.874$$

Ou seja, retomando (5.2.4),

$$\varphi_T = \{1 + 0.1 \times [(1 + 14.8 \times 0.001^{0.83}) \times 0.874^{0.64}]\}^{-1} = 0.916$$

Por fim, pode calcular-se o valor da espessura de filme corrigida,  $h_{oc}$ , pela expressão (5.2.3) considerando, como já referido,  $\varphi_A = \varphi_R = 1$ ,

$$h_{oc} = h_o \times \varphi_T = 1.213 \times 10^{-6} \times 0.916 = 1.112 \times 10^{-6} \text{ [m]}$$

Por fim, obtém-se a espessura específica de filme, considerando o aquecimento do lubrificante no convergente,

$$\lambda = \frac{h_{oc}}{\sigma} = \frac{1.112 \times 10^{-6}}{0.4243 \times 10^{-6}} = 2.620$$

Pode, desde já concluir-se que, sendo este o par de discos onde a situação em termos de lubrificação será a mais crítica, o óleo escolhido para lubrificar as engrenagens, Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140, será mais do que suficiente para lubrificar o contacto entre os discos.

A seguir (Tabela 19), e como já foi referido anteriormente, apresentam-se os valores dos cálculos para os pares de discos restantes, planeta-anel do primeiro andar (i) e planeta-anel do segundo (o), onde foram também incluídos os valores aqui calculados para facilitar a comparação.

*Tabela 19 - Parâmetros para análise da lubrificação de todos os pares de discos onde existem cargas*

<b>Parâmetro</b>	<b>Sol-planeta (i)</b>	<b>Planeta-anel (i)</b>	<b>Planeta-anel (o)</b>
<b><math>U_1</math> [m/s]</b>	$v_{B_{14}} = 3.225$	$v_{P_{24}} = 3.225$	$v_{D_{68}} = 3.354$
<b><math>U_2</math> [m/s]</b>	$v_{B_{24}} = 3.219$	$v_{P_{34}} = 3.219$	$v_{D_{78}} = 3.348$
<b><math>U</math></b>	$8.070 \times 10^{-11}$	$2.048 \times 10^{-11}$	$2.018 \times 10^{-11}$
<b><math>G</math></b>		$3.006 \times 10^3$	
<b><math>W</math></b>	$3.459 \times 10^{-6}$	$4.389 \times 10^{-5}$	$4.158 \times 10^{-5}$
<b><math>h_o</math> [m]</b>	$1.213 \times 10^{-6}$	$1.400 \times 10^{-6}$	$1.469 \times 10^{-6}$
<b><math>\sigma</math> [m]</b>		$4.243 \times 10^{-7}$	
<b><math>\varphi_T</math></b>	0.916	0.916	0.912
<b><math>h_{oc}</math> [m]</b>	$1.112 \times 10^{-6}$	$1.283 \times 10^{-6}$	$1.340 \times 10^{-6}$
<b><math>\lambda</math></b>	2.62	3.023	3.159

Analisando a Tabela 19, consegue-se perceber que, tal como esperado, a espessura específica de filme,  $\lambda$ , tem o valor mais crítico no par de discos sol-planeta do primeiro andar. No entanto, este valor é perfeitamente aceitável, pois, comparando o contacto entre discos com o contacto existente nos rolamentos, um  $\lambda > 3.0$  significa que estamos perante uma lubrificação em regime de filme completo, isto é, os sólidos estão completamente separados pelo filme

lubrificante. Ora, tirando o par sol-planeta que tem um  $\lambda = 2.62$ , todos os outros estão em regime de filme completo. O par sol-planeta estará em regime de filme misto, onde há zonas de contacto sólido-sólido, no entanto, está muito próximo do regime de filme completo.

Em conclusão, mais uma vez se pode dizer que, o óleo Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140 tem as propriedades suficientes para lubrificar a zona de contacto entre os discos reduzindo ao máximo o risco de avarias.

### 5.3. Eficiência energética

Com a escolha do lubrificante efetuada pode, agora, realizar-se o cálculo da eficiência energética do redutor, isto é, determinar a potência que é perdida pelas engrenagens bem como pelos vedantes.

Para o cálculo da potência perdida pelos vedantes,  $P_{VD}$ , esta pode ser calculada pela expressão, (Seabra J. , 2005)

$$P_{VD} = 7.69 \times 10^{-6} \times d_{sh}^2 \times n \quad (5.3.1)$$

Onde,  $d_{sh}$  é o diâmetro do vedante e  $n$  a velocidade de rotação do veio. No caso em análise, existe um vedante à entrada, onde vai estar a rodar o veio de entrada, e um vedante na saída, onde estará a rodar a tampa de saída. Existem, também, vários vedantes a atuar entre as montagens de discos e engrenagens, no entanto, estes não entram para aqui, pois não possuem qualquer velocidade de rotação entre eles. Os dados necessários para o cálculo da perda acima referida estão apresentados na Tabela 20.

*Tabela 20 - Dados dos vedantes existentes no redutor*

	Vedante de entrada	Vedante de saída
$d_{sh}$ [mm]	15	204.5
$n$ [rpm]	1800	9

Substituindo os valores da Tabela 20 na expressão (5.3.1) retira-se qual a potência perdida em cada uma das vedações.

$$P_{VD_{entrada}} = 7.69 \times 10^{-6} \times 15^2 \times 1800 = 3.114 \text{ [W]}$$

$$P_{VD_{saída}} = 7.69 \times 10^{-6} \times 204.5^2 \times 9 = 2.894 \text{ [W]}$$

Somando os dois valores obtém-se a perda total de potência pelos vedantes,

$$P_{VD_{total}} = 3.114 + 2.894 = 6.008 \text{ [W]}$$

No que diz respeito às engrenagens, o valor de  $P_{V_{ZP}}$  para cada par de rodas dentadas, a potência perdida é retirada do relatório gerado através do *KISSsys* (Apêndice A). Para isso, retiram-se os rendimentos de cada par de engrenagens e, multiplicando-os entre eles, obtém-se o valor do rendimento total do redutor em causa, no que à perda de potência pelas engrenagens diz respeito. Estes valores estão apresentados na Tabela 21.

Tabela 21 - Valores da eficiência do contato entre as engrenagens

	<b>Sol-planeta (i)</b>	<b>Planeta-anel (i)</b>	<b>Planeta-anel (o)</b>
$\varepsilon_{engrenagens}, [\%]$	98.61	99.55	99.56

Multiplicando os valores, obtém-se,

$$\varepsilon_{e_{Total}} = (0.9861 \times 0.9955 \times 0.9956) \times 100 = 97.73 [\%]$$

Com este valor pode calcular-se qual a potência perdida pelas engrenagens,  $P_{V\ ZP}$ , tendo em conta a potência que entra no redutor em estudo,

$$P_{V\ ZP} = P_{in} - P_{in} \times \varepsilon_{e_{Total}}$$

$$P_{V\ ZP} = P_{in} \times (1 - \varepsilon_{e_{Total}})$$

$$P_{V\ ZP} = 3072.48 \times (1 - 0.9773)$$

$$P_{V\ ZP} = 69.75 [W]$$

Fazendo o somatório de todas as perdas, quer das engrenagens quer dos vedantes, obtém-se uma estimativa da perda total sem contar a perda por chapinagem, pois estas implicam que uma engrenagem vai estar parcialmente emersa em óleo. Ora isto acontece nas engrenagens planetárias, mas em curtos espaços de tempo, pois estas estão em constante movimento em redor da engrenagem sol, portanto, as perdas por chapinagem vão ser mínimas e, neste caso, consideradas desprezáveis.

$$P_V = 6.008 + 69.75 = 75.76 [W]$$

A eficiência energética do redutor pode assim ser calculada por,

$$\varepsilon_{\%} = \frac{P_{in} - P_v}{P_{in}} \times 100 = \frac{3072.48 - 75.76}{3072.48} \times 100 = 97.53\%$$

## 6. Aspectos finais e montagem

Após ter sido efetuado o dimensionamento de todos os elementos principais que irão constituir o redutor foi realizado um modelo 3D através do *software SolidWorks*. Conforme se foi procedendo à construção do mesmo, novas peças foram sendo construídas e outras modificadas.

A construção do modelo foi iniciada pelas engrenagens. Modelaram-se as engrenagens anel do primeiro e do segundo andar (Figura 23) bem como as engrenagens planetárias (Figura 24). Depois modelaram-se a engrenagem sol do segundo andar e a engrenagem sol do primeiro sendo que esta última foi concebida num veio acoplado que seria o veio de entrada (Figura 25).

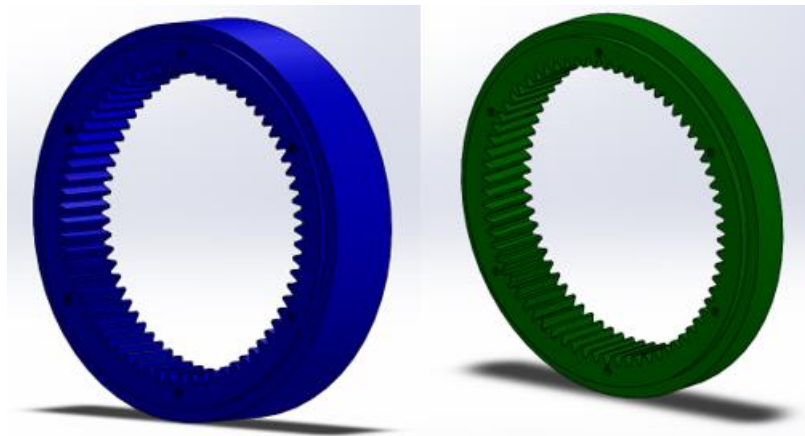


Figura 23 - Roda anel do primeiro andar à esquerda e roda anel do segundo andar à direita

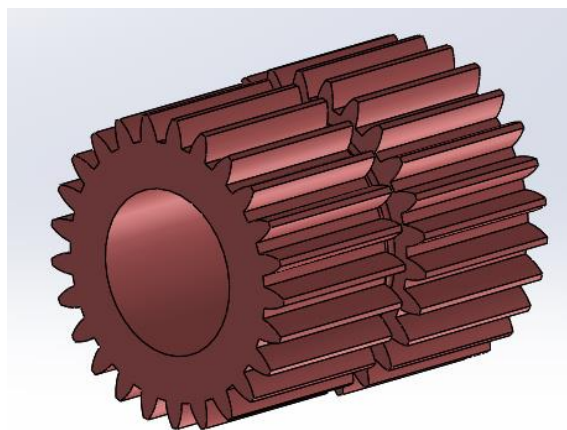
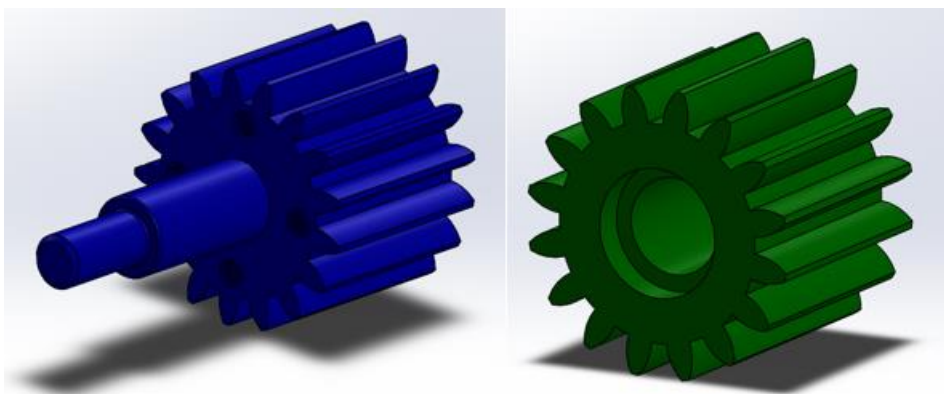
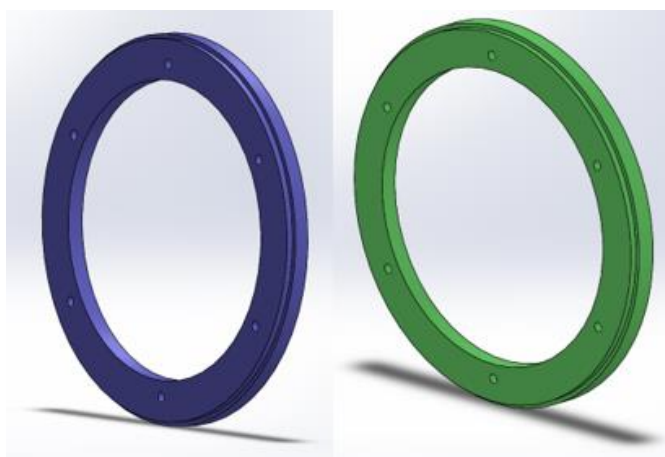


Figura 24 - Rodas planetárias

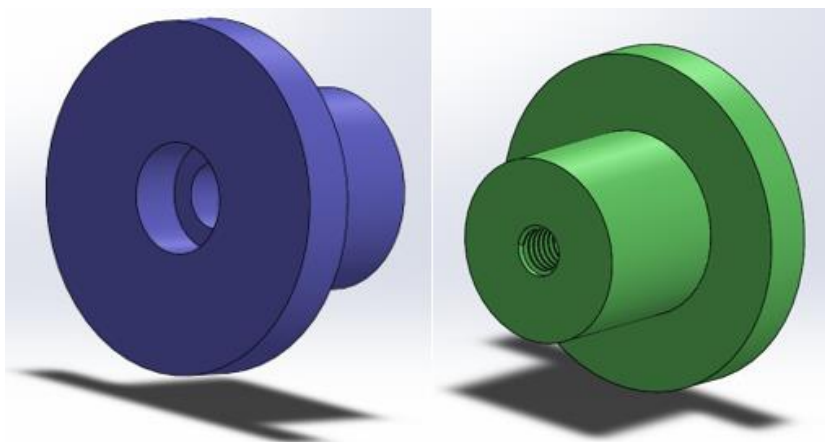


*Figura 25 - Roda sol do primeiro andar à esquerda e roda sol do segundo andar à direita*

Modeladas as engrenagens, passou-se à conceção dos discos. Estes foram modelados sempre com o cuidado de ficarem coaxiais com as engrenagens para que o seu diâmetro coincida com os diâmetros dos primitivos das engrenagens correspondentes. Começou-se pela construção dos discos para as engrenagens anel (Figura 26), seguiram-se os discos para a engrenagens planetárias (Figura 27) e, por fim, os discos das engrenagens sol (Figura 28).

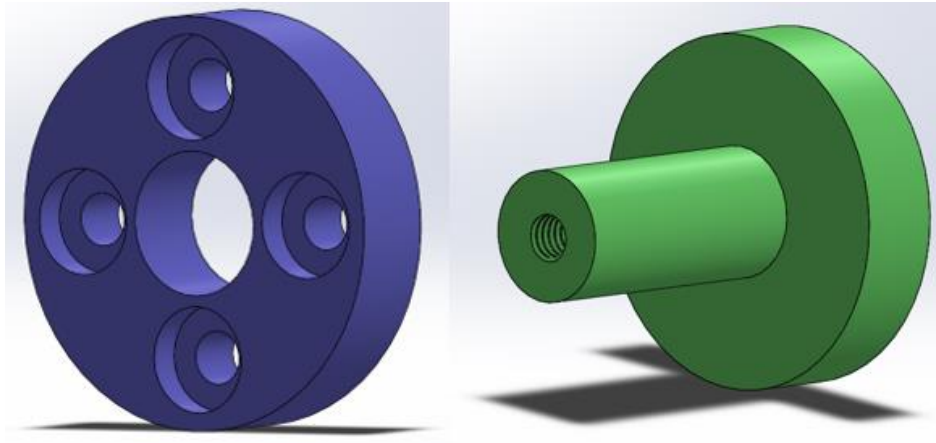


*Figura 26 - Disco anel do primeiro andar à esquerda e disco anel do segundo andar à direita*



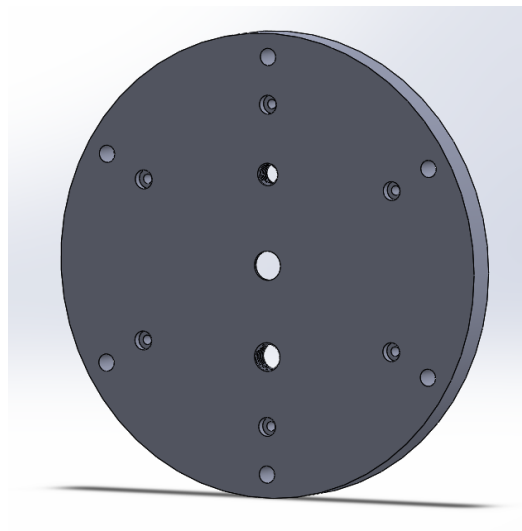
*Figura 27 - Disco planeta do primeiro andar à esquerda e disco planeta do segundo andar à direita*



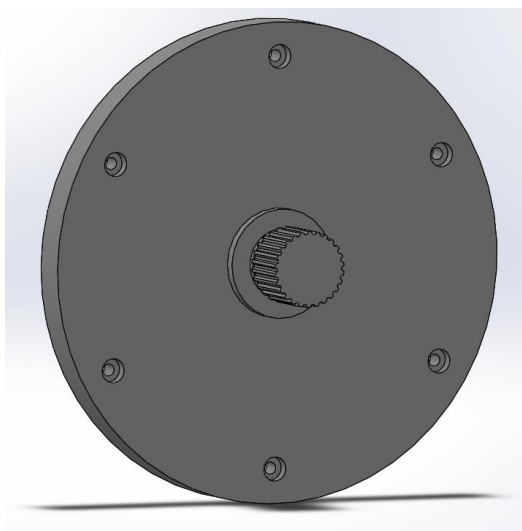


*Figura 28 - Disco sol do primeiro andar à esquerda e disco sol do segundo andar à direita*

Por fim, foram concebidas as tampas de entrada (Figura 29) e saída (Figura 30). Na tampa de entrada está incluída uma flange para ser posteriormente conectada ao exterior. Para além disso, tem também dois furos roscados onde irão ser colocados os bujões para inserir e controlar o óleo lubrificante. Na tampa de saída, foi acoplado um veio com estrias de flancos em evolvente, quase como se fosse uma outra engrenagem. Este será a saída onde, depois, será acoplado o que pretendemos reduzir. Inicialmente seria para colocar um veio com chaveta, mas, como no nosso caso o binário à saída é elevado, maior que 3000 [Nm], as chavetas poderiam não suportar estes binários.

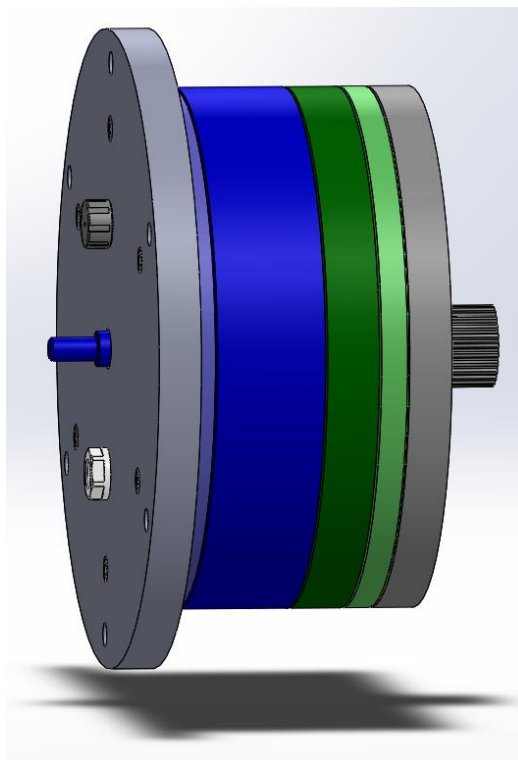


*Figura 29 - Tampa de entrada*

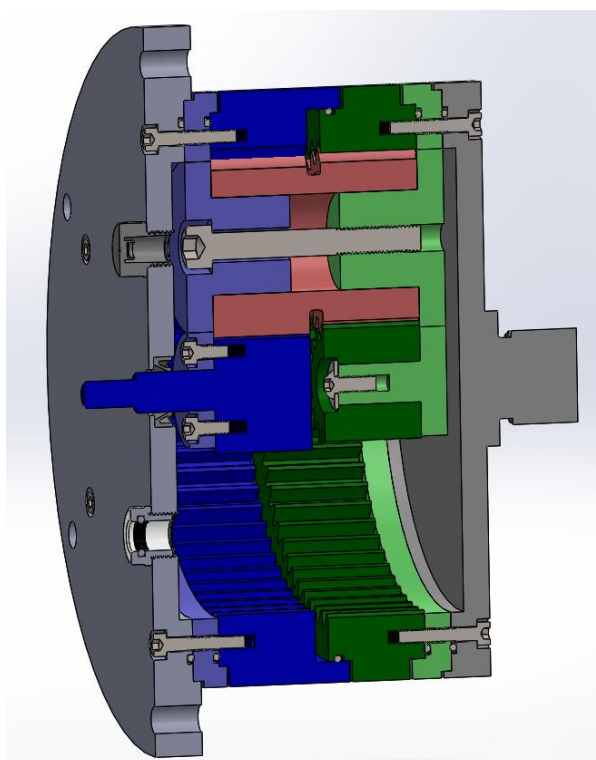


*Figura 30 - Tampa de saída*

Com todos os elementos construídos com a ajuda do *SolidWorks* foi realizada a montagem do redutor. Tal como foi descrita a montagem, no capítulo 1, começou-se por colocar os discos de saída na tampa de saída. Depois ligaram-se as rodas dentadas com os respetivos discos, colocando os parafusos de fixação da engrenagem sol de saída e na engrenagem anel. Depois foram colocadas as engrenagens de entrada (sol e anel) a engrenar com as engrenagens planetárias de entrada (já montadas aquando o primeiro andar pois é peça única) e, para terminar, os respetivos discos foram acoplados a estas. Fixou-se tudo com os parafusos e ficou-se com o redutor completamente montado. Conforme se foi montando, foram incluídos os vedantes nas zonas onde eram necessários bem como os furos nas peças onde estes iriam ser incluídos. Este foi um processo iterativo até chegar a um modelo final representado na Figura 31. Para uma melhor compreensão do que está representado dentro do redutor foi realizado um corte a meio que pode ser observado na Figura 32. De notar que, neste caso, apenas estão representados um par de engrenagens planetas, pois, como são todos iguais, revelou-se desnecessário representar os três pares de planetas.



*Figura 31 - Modelo final do redutor planetário*



*Figura 32 - Modelo final do redutor planetário em corte*

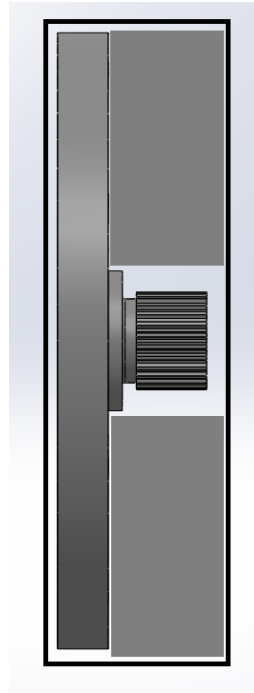
Como se pode observar na Figura 32, vários elementos, para além dos acima referidos, foram adicionados para que fosse possível a montagem e funcionamento deste redutor planetário. Estes elementos estão descritos na Tabela 22 sendo apresentado o seu nome, a sua designação técnica, a quantidade e a sua função.

Tabela 22 - Elementos utilizados para a montagem do redutor (Morais, 2006)

Elemento	Designação	Quantidade	Função
Parafuso de cabeça cilíndrica com oco hexagonal	ISO 4762 – M5 × 30	12	Fixação das tampas de entrada e saída
Parafuso de cabeça cilíndrica com oco hexagonal	ISO 4762 – M10 × 70	3	Fixar os discos dos planetas às engrenagens
Parafuso de cabeça cilíndrica com oco hexagonal	ISO 4762 – M5 × 16	4	Fixar o disco sol de entrada à engrenagem
Parafuso de cabeça boleada de oco hexagonal	ISO 7380 – M6 × 12	1	Fixar o disco de saída à engrenagem
Anilha Plana de Grau C	ISO 7093 – M6	1	Fixar o disco de saída à engrenagem
O-Rings	ISO 3601 – 1 195 × 2.65– A	4	Vedar as zonas das tampas de entrada e saída bem como a zona entre os discos e as engrenagens anel
O-Rings	ISO 3601 – 1 200 × 2.65– A	1	Vedar a zona entre as engrenagens anel de entrada e saída
Junta de vedação para veio rotativo	ISO 6194 – 1 15 × 26 × 7	1	Vedar a zona entre a tampa de entrada e o veio de entrada

## 6.1. Processos de fabrico

No que respeita aos processos de fabrico deve ter-se em consideração que este redutor seria para construir em larga escala. Tendo isto em conta, todos os elementos aqui referidos, tirando os elementos da Tabela 22 que são elementos adquiridos de fábrica, são construídos pelo processo de maquinagem. Todos exceto a tampa de saída que, a melhor opção, será a construção por fundição. Isto deve-se ao facto de possuir o veio de saída acoplado a si, o que, se fosse realizado por maquinagem, existiria um enorme desperdício, tal como nos representa a Figura 33, onde o retângulo maior representa o bloco de aço a maquinar e os retângulos preenchidos mais pequenos os desperdícios que iriam existir.



*Figura 33 - Representação do bloco a maquinar da tampa de saída do redutor*

No entanto, depois de usada a fundição para fabricar a peça, será necessário recorrer à maquinagem para obter um estriado do veio o mais preciso possível.

## 6.2. Retificação e tratamentos térmicos

A qualidade dimensional exigida pela maior parte dos elementos que constituem o redutor em estudo é muito elevada, ou seja, é imperativo que exista uma retificação cuidada para que as dimensões estejam dentro dos limites. Dentro destes elementos, os que serão alvo das maiores exigências são os discos, que irão ser acoplados nas engrenagens. Este cuidado é motivado pelo facto de que estes discos, tal como já se viu anteriormente, devem possuir exactamente o mesmo diâmetro do diâmetro primitivo das engrenagens que emparelham. Sabendo que a perfeição, na prática, não existe, esta semelhança deve ser a mais perfeita possível sendo que, o bom funcionamento do redutor depende disso. No caso do nosso redutor, como apenas teremos que retificar os discos, unicamente teremos que nos focar na retificação cilíndrica exterior e interior.

A retificação exterior será efetuada quer nos discos acoplados às engrenagens sol, quer nos discos acoplados às engrenagens planetas. No que respeita aos discos das engrenagens anel, esta será uma retificação cilíndrica de interiores.

Os discos, para além de terem de ser submetidos a uma retificação, terão, também, que ser sujeitos a um tratamento térmico para aumentar a sua resistência ao desgaste para manter o seu diâmetro intacto ao longo do maior número de ciclos possível. Um tratamento térmico que deverá ser utilizado será o de nitruração.

A nitruração é um tratamento térmico que confere um aumento de dureza superficial dos aços, aumentando assim a durabilidade dos mesmos. Como este tratamento é efetuado a temperaturas baixas, a variação dimensional das peças a ele sujeito é nula, ou quase nula. Além

disso, este é um tratamento superficial que deve ser efetuado nas peças acabadas, ou seja, no nosso caso, após ser efetuada a retificação. (Ramada Aços, s.d.)

Por tudo o que foi dito, este é o tratamento térmico ideal pois, conseguem-se obter, no final, peças com variações dimensionais quase nulas e com uma resistência ao desgaste muito elevada conseguindo-se, assim, aumentar a durabilidade dos discos.

## 7. Conclusões e trabalhos futuros

### 7.1. Conclusões

Após terminada a realização deste projeto de concepção, e recuperando a Tabela 1 presente no capítulo 1, pode concluir-se que se conseguiram cumprir os objetivos inicialmente propostos. Conseguiu-se criar um redutor planetário cuja redução está em 1:200, com apenas dois andares. Isto comprova a grande capacidade de redução que lhe é conhecida para este tipo de redutores.

Para além da grande redução, conseguiu-se criar um redutor com um número de elementos muito reduzidos, aproximadamente vinte elementos, comprovando, a simplicidade deste redutor.

Mesmo tendo um número reduzido de elementos, estes são de construção simples sendo que todos podem ser construídos por maquinagem, exceto a tampa de saída que, tal como referido, terá que ser construída por fundição e posterior maquinagem.

Verifica-se, também, que a montagem do redutor é simples e necessita de um número de elementos de fixação bastante reduzido.

Pode-se então concluir que o redutor aqui concebido vai de encontro àquilo que estávamos a prever, estando os seus maiores problemas nas questões a nível de tolerâncias que, apesar de tudo, só podem ser verificadas depois de construído.

### 7.2. Trabalhos futuros

Um dos trabalhos futuros que se poderia vir a realizar seria efetuar um estudo aprofundado ao toleranciamento geométrico do redutor em estudo. Neste projeto de concepção, na parte dos desenhos de definição, apenas se colocaram quais os toleranciamentos que deveriam ser efetuados sem que tenham sido colocados os respetivos valores. Estes valores, mesmo depois de devidamente calculados, apenas podem vir a ser verificados experimentalmente, ou seja, com a construção de um protótipo, para, depois, poderem ser corrigidos, se for necessário.

Outro aspeto que poderá vir a ser estudado seria a questão dinâmica do sistema, isto é, o ruído e as vibrações a que o redutor em análise estaria sujeito, pois neste trabalho só foi estudado a parte cinemática.





## 8. Referências

- Ametek. (s.d.). *Prestolite Drive motors - high torque*. Obtido de Ametek Dynamic Fluid Solutions: <http://www.ametekdfs.com/-/media/ametekdfs/files/brands/fsm/prestolite-motors/ametek-dfs-prestolite-catalog-2013.pdf>
- Boudet, R. (s.d.). *Transmission de puissance*.
- Chellini, R. (Abril de 2010). Synthetic oil vs. mineral oil. *Anderol Offers Test Results Supporting its Position that a Switch to Synthetic Lubricants Offers Significant Benefits*.
- Ferreira, L. A. (s.d.). *Aplicação da Lubrificação Elastohidrodinâmica*.
- Ferreira, L. A. (s.d.). *Figuras e tabelas auxiliares*.
- Fresadora Sant'Ana. (s.d.). *Catálogos - Redutores Planetários*. Obtido de Fresadora Santana: <http://www.fresadorasantana.com.br/site/catalogos/catalogos/redutores-planetarios.pdf>
- Henriot, G. (1968). Trains épicycloïdaux ou planétaires. Em G. Henriot, *Traité Théorique et Pratique des Engrenages* (pp. 503-515).
- Jin, E. L. (2011). *Planetary Gear*.
- Jorge Seabra, A. C. (2002). *Lubrificação Elastohidrodinâmica*.
- KISSsoft AG. (2018). *KISSSOFT MANUAL*.
- Mobil. (s.d.). *Mobil Delvac Synthetic Gear Oil 75W-140*. Obtido de Mobil: [http://mobil.moovelub.com/sites/default/files/mobil\\_delvac\\_synthetic\\_gear\\_oil\\_75w-140\\_pds\\_2015.pdf](http://mobil.moovelub.com/sites/default/files/mobil_delvac_synthetic_gear_oil_75w-140_pds_2015.pdf)
- Morais, J. M. (2006). *Desenho técnico básico*. Porto: Gráficos reunidos, lda.
- Ramada Aços. (s.d.). *G15 Especial*. Obtido de Ramada Aços Special Steel Solutions: [http://www.ramada.pt/pt/produtos/acos/aa-os-de-cementaa-ao/g15-special-\\_copia.html](http://www.ramada.pt/pt/produtos/acos/aa-os-de-cementaa-ao/g15-special-_copia.html)
- Ramada Aços. (s.d.). *Nitruração*. Obtido de Ramada Aços Special Steel Solutions: <http://www.ramada.pt/pt/servicos/acos-ligas/tratamentos-termicos/nitruracao.html>
- Seabra, J. (2005). *Engrenagens - Lubrificação, Rendimento e Avarias*.
- Seabra, J. H. (2003). *Mecânica do Contacto Hertziano*.
- Vranish, J. M. (2003). *EUA Patente N° 6,626,792 B2*.
- Warn. (s.d.). *ZEON 8-S WINCH*. Obtido de Warn: <https://www.warn.com/zeon-8s-winch-89305>



## 9. Apêndice A

### Relatório KISSsys

Análise completa de cada par de engrenagens exceto o par sol-planeta do segundo andar, pois este não transmite potência, é apenas realizada uma análise estrutural.

$Z_{Pi}Z_{Ri}$  – Par planeta-anel 1º andar

$Z_{Po}Z_{Ro}$  – Par planeta-anel 2º andar

$Z_{Si}Z_{Pi}$  – Par sol-planeta 1º andar;

$Z_{So}Z_{Po}$  – Par sol-planeta 2º andar;

## \_O.Redutor\_Guincho\_1800.PlanetRing\_1.PlanetRing\_1\_calc

KISSsoft Release 03/2017 E

KISSsoft University license - Universidade do Porto

File

Name : Unnamed

Changed by: Marco

on: 03.07.2018

at: 13:08:47

### CALCULATION OF A CYLINDRICAL SPUR GEAR PAIR

Drawing or article number:

Gear 1: Zpi(PlanetRing\_1)

Gear 2: Zri(PlanetRing\_1)

Calculation method DIN 3990:1987 Method B (YF Method C)

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Power (kW)	[P]	41.661	
Speed (1/min)	[n]	976.3	364.3
Torque (Nm)	[T]	407.5	1092.1
Application factor	[KA]		1.25
Required service life (h)	[H]	20000.00	
Gear driving (+) / driven (-)		-	+
Working flank gear 1: Right flank			
Sense of rotation gear 1 counterclockwise			

### 1. TOOTH GEOMETRY AND MATERIAL

(geometry calculation according to ISO 21771:2007, DIN ISO 21771)

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Center distance (mm)	[a]	53.000	
Centre distance tolerance	ISO 286:2010 Measure js7		
Normal module (mm)	[mn]	2.5000	
Pressure angle at normal section (°)	[alfn]	20.0000	
Helix angle at reference circle (°)	[beta]	0.0000	
Number of teeth	[z]	25	-67
Facewidth (mm)	[b]	37.00	37.00
Hand of gear		Spur gear	
Accuracy grade	[Q-DIN 3961:1978]	7	7
Inner diameter (mm)	[di]	30.00	
External diameter (mm)	[di]		185.00
Inner diameter of gear rim (mm)	[dbi]	0.00	
Outer diameter of gear rim (mm)	[dbi]		0.00

Material

Gear 1:	18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened
	ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness >=25HRC Jominy J=12mm<HRC28
Gear 2:	18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened
	ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness >=25HRC Jominy J=12mm<HRC28

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Surface hardness		HRC 61	HRC 61
Fatigue strength. tooth root stress (N/mm²)	[σFlim]	430.00	430.00
Fatigue strength for Hertzian pressure (N/mm²)	[σHlim]	1500.00	1500.00
Tensile strength (N/mm²)	[σB]	1200.00	1200.00
Yield point (N/mm²)	[σS]	850.00	850.00
Young's modulus (N/mm²)	[E]	206000	206000

Poisson's ratio	[v]	0.300	0.300
Roughness average value DS, flank (µm)	[RAH]	0.60	0.60
Roughness average value DS, root (µm)	[RAF]	3.00	3.00
Mean roughness height, Rz, flank (µm)	[RZH]	4.80	4.80
Mean roughness height, Rz, root (µm)	[RZF]	20.00	20.00

Gear reference profile 1 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250	
Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)	
Addendum coefficient	[haP*]	1.000	
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000	
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	
Protuberance angle	[alfprP]	0.000	
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	
Ramp angle	[alfKP]	0.000	

not topping

Gear reference profile 2 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250	
Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)	
Addendum coefficient	[haP*]	1.000	
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000	
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	
Protuberance angle	[alfprP]	0.000	
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	
Ramp angle	[alfKP]	0.000	

not topping

Summary of reference profile gears:

Dedendum reference profile	[hfP*]	1.250	1.250
Tooth root radius Refer. profile	[rofP*]	0.380	0.380
Addendum Reference profile	[haP*]	1.000	1.000
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	0.000
Protuberance angle (°)	[alfprP]	0.000	0.000
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	0.000
Ramp angle (°)	[alfKP]	0.000	0.000

Type of profile modification: none (only running-in)

Tip relief (µm)	[Ca]	2.0	2.0
-----------------	------	-----	-----

Lubrication type

Oil bath lubrication

Type of oil

Oil: Klübersynth GEM 4-68 N

Lubricant base

Synthetic oil based on Polyalphaolefin

Kinem. viscosity oil at 40 °C (mm²/s)	[nu40]	68.00	
Kinem. viscosity oil at 100 °C (mm²/s)	[nu100]	11.00	
Specific density at 15 °C (kg/dm³)	[roOil]	0.850	
Oil temperature (°C)	[TS]	60.000	

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Overall transmission ratio	[itot]	0.373	
Gear ratio	[u]	-2.680	
Transverse module (mm)	[mt]	2.500	
Pressure angle at pitch circle (°)	[alf]	20.000	
Working transverse pressure angle (°)	[alfwt]	21.436	

	[alfwt.e/i]	21.394 /	21.477	
Working pressure angle at normal section (°)	[alfwn]	21.436		
Helix angle at operating pitch circle (°)	[betaw]	0.000		
Base helix angle (°)	[betab]	0.000		
Reference centre distance (mm)	[ad]	52.500		
Sum of profile shift coefficients	[Summexi]	-0.2070		
Profile shift coefficient	[x]	-0.0382		-0.1687
Tooth thickness (Arc) (module) (module)	[sn*]	1.5430		1.4480
Tip alteration (mm)	[k*mn]	0.017		0.000
Reference diameter (mm)	[d]	62.500		167.500
Base diameter (mm)	[db]	58.731		157.399
Tip diameter (mm)	[da]	67.343		163.344
(mm)	[da.e/i]	67.343 /	67.333	163.344 / 163.354
Tip diameter allowances (mm)	[Ada.e/i]	0.000 /	-0.010	-0.000 / 0.010
Chamfer (1) / tip rounding (	in transverse section: 2, in axial section: 3, In normal section: 4)			
		0		1
Tip chamfer (mm)	[hK]			0.120
Tooth tip chamfer angle (°)	[delhK]			45.000
Tip form diameter (mm)	[dFa]	67.343		163.584
(mm)	[dFa.e/i]	67.343 /	67.333	163.584 / 163.594
Active tip diameter (mm)	[dNa]	67.343		163.584
Active tip diameter (mm)	[dNa.e/i]	67.343 /	67.333	163.584 / 163.594
Operating pitch diameter (mm)	[dw]	63.095		169.095
(mm)	[dw.e/i]	63.077 /	63.113	169.047 / 169.143
Root diameter (mm)	[df]	56.059		174.594
Generating Profile shift coefficient	[xE.e/i]	-0.0767/	-0.0987	-0.2209/ -0.2484
Manufactured root diameter with xE (mm)	[df.e/i]	55.866 /	55.757	174.855 / 174.992
Theoretical tip clearance (mm)	[c]	0.625		0.642
Effective tip clearance (mm)	[c.e/i]	0.845 /	0.741	0.814 / 0.724
Active root diameter (mm)	[dNf]	59.018		172.956
(mm)	[dNf.e/i]	59.030 /	59.010	172.913 / 172.990
Root form diameter (mm)	[dFf]	59.057		173.106
(mm)	[dFf.e/i]	59.001 /	58.971	173.389 / 173.536
Internal toothing: Calculation dFf with pinion type cutter (z0=				
	22, x0=	0.000)		
Reserve (dNf-dFf)/2 (mm)	[cF.e/i]	0.030 /	0.005	0.311 / 0.200
Addendum (mm)	[ha=mn*(haP*+x+k)]	2.421		2.078
(mm)	[ha.e/i]	2.421 /	2.416	2.078 / 2.073
Dedendum (mm)	[hf=mn*(hfP*-x)]	3.221		3.547
(mm)	[hf.e/i]	3.317 /	3.372	3.677 / 3.746
Roll angle at dFa (°)	[xsi_dFa.e/i]	32.146 /	32.126	16.219 / 16.233
Roll angle to dNa (°)	[xsi_dNa.e/i]	32.146 /	32.126	16.219 / 16.233
Roll angle to dNf (°)	[xsi_dNf.e/i]	5.792 /	5.596	26.059 / 26.126
Roll angle at dFf (°)	[xsi_dFf.e/i]	5.499 /	5.185	26.475 / 26.602
Tooth height (mm)	[h]	5.642		5.625
Virtual gear no. of teeth	[zn]	25.000		-67.000
Normal tooth thickness at tip circle (mm)	[san]	1.809		2.207
(mm)	[san.e/i]	1.739 /	1.690	2.118 / 2.066
(without consideration of tip chamfer/ tip rounding)				
Normal-tooth thickness on tip form circle (mm)	[sFan]	1.809		2.278
(mm)	[sFan.e/i]	1.739 /	1.690	2.188 / 2.136
Normal space width at root circle (mm)	[efn]	0.000		1.344
(mm)	[efn.e/i]	0.000 /	0.000	1.319 / 1.306
Max. sliding velocity at tip (m/s)	[vga]	0.552		0.317
Specific sliding at the tip	[zetaa]	0.188		0.650
Specific sliding at the root	[zetaf]	-1.858		-0.232

Mean specific sliding	[zetam]	0.482	
Sliding factor on tip	[Kga]	0.098	0.171
Sliding factor on root	[Kgf]	-0.171	-0.098
Pitch on reference circle (mm)	[pt]	7.854	
Base pitch (mm)	[pbt]	7.380	
Transverse pitch on contact-path (mm)	[pet]	7.380	
Length of path of contact (mm)	[ga, e/i]	13.566 ( 13.607 / 13.497)	
Length T1-A, T2-A (mm)	[T1A, T2A]	16.475( 16.475/ 16.465)	35.845( 35.886/ 35.793)
Length T1-B (mm)	[T1B, T2B]	10.289( 10.248/ 10.349)	29.659( 29.659/ 29.677)
Length T1-C (mm)	[T1C, T2C]	11.529( 11.554/ 11.505)	30.899( 30.964/ 30.833)
Length T1-D (mm)	[T1D, T2D]	9.095( 9.095/ 9.085)	28.464( 28.505/ 28.413)
Length T1-E (mm)	[T1E, T2E]	2.909( 2.868/ 2.969)	22.278( 22.278/ 22.297)
Length T1-T2 (mm)	[T1T2]	19.369 ( 19.410 / 19.328)	
Diameter of single contact point B (mm)	[d-B]	62.232( 61.483/ 61.477)	168.205( 167.405/ 167.342)
Diameter of single contact point D (mm)	[d-D]	61.483( 62.205/ 62.271)	167.377( 168.205/ 168.218)
Addendum contact ratio	[eps]	0.670( 0.667/ 0.672)	1.168( 1.177/ 1.157)
Minimal length of contact line (mm)	[Lmin]	37.000	
Transverse contact ratio	[eps_a]	1.838	
Transverse contact ratio with allowances	[eps_a.e/m/i]	1.844 / 1.836 / 1.829	
Overlap ratio	[eps_b]	0.000	
Total contact ratio	[eps_g]	1.838	
Total contact ratio with allowances	[eps_g.e/m/i]	1.844 / 1.836 / 1.829	

## 2. FACTORS OF GENERAL INFLUENCE

	----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Nominal circum. force at pitch circle (N)	[Ft]	13040.0
Axial force (N)	[Fa]	0.0
Radial force (N)	[Fr]	4746.2
Normal force (N)	[Fnorm]	13876.9
Nominal circumferential force per mm (N/mm)	[w]	352.43
Only as information: Forces at operating pitch circle:		
Nominal circumferential force (N)	[Ftw]	12917.0
Axial force (N)	[Faw]	0.0
Radial force (N)	[Frw]	5071.4
Circumferential speed reference circle (m/s)	[v]	3.19
Circumferential speed operating pitch circle (m/s)	[v(dw)]	3.23
Running-in value (μm)	[yp]	0.9
Running-in value (μm)	[yf]	0.8
Correction coefficient	[CM]	0.800
Gear body coefficient	[CR]	1.000
Basic rack factor	[CBS]	0.975
Material coefficient	[E/Est]	1.000
Singular tooth stiffness (N/mm/μm)	[c']	14.376
Meshing stiffness (N/mm/μm)	[cg]	23.413
Reduced mass (kg/mm)	[mRed]	0.00956
Resonance speed (min-1)	[nE1]	18903
Resonance ratio (-)	[N]	0.052
Subcritical range		
Running-in value (μm)	[ya]	0.9
Bearing distance l of pinion shaft (mm)	[l]	74.000
Distance s of pinion shaft (mm)	[s]	7.400
Outside diameter of pinion shaft (mm)	[dsh]	37.000
Load according to Figure 6.8, DIN 3990-1:1987 [-]		4

(0:6.8a, 1:6.8b, 2:6.8c, 3:6.8d, 4:6.8e)

Coefficient K' according to Figure 6.8,

	DIN 3990-1:1987 [K']	-1.00	
Without support effect			
Tooth trace deviation (active) (μm)	[Fby]	5.10	
from deformation of shaft (μm)	[fsh*B1]	2.69	
(fsh (μm) = 2.69, B1= 1.00, fHb5 (μm) = 6.50)			
Tooth without tooth trace modification			
Position of Contact pattern: favorable			
from production tolerances (μm)	[fma*B2]	12.00	
(B2= 1.00)			
Tooth trace deviation, theoretical (μm)	[Fbx]	6.00	
Running-in value (μm)	[yb]	0.90	
Dynamic factor			
	[KV]	1.024	
Face load factor - flank			
	[KHb]	1.132	
- Tooth root	[KFb]	1.111	
- Scuffing	[KBb]	1.132	
Transverse load factor - flank			
	[KHa]	1.014	
- Tooth root	[KFα]	1.014	
- Scuffing	[KBα]	1.014	
Helical load factor scuffing			
	[Kbg]	1.000	
Number of load cycles (in mio.)			
	[NL]	1171.543	1311.429

### 3. TOOTH ROOT STRENGTH

Calculation of Tooth form coefficients according method: C

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Calculated with manufacturing profile shift	[xE.e]	-0.0767	-0.2209
Tooth form factor	[YF]	2.81	1.79
Stress correction factor	[YS]	1.55	2.07
Working angle (°)	[alfFen]	27.82	20.00
Bending moment arm (mm)	[hF]	4.86	4.57
Tooth thickness at root (mm)	[sFn]	4.94	6.19
Tooth root radius (mm)	[roF]	1.47	0.95

(hF\* = 1.944/ 1.830 sFn\* = 1.977/ 2.478 roF\* = 0.587/ 0.380)

(den (mm) =

67.343/ -163.584 dsFn(mm) = 56.899/ 0.000 alfsFn(°) = 30.00/ 30.00 qs = 1.683/ 3.260)

Contact ratio factor	[Yeps]	0.658	
Helix angle factor	[Ybet]	1.000	
Effective facewidth (mm)	[beff]	37.00	37.00
Nominal stress at tooth root (N/mm²)	[sigF0]	403.28	342.74
Tooth root stress (N/mm²)	[sigF]	581.52	494.23

Permissible bending stress at root of Test-gear

Notch sensitivity factor	[YdrelT]	0.992	1.007
Surface factor	[YRrelT]	0.957	0.957
size factor (Tooth root)	[YX]	1.000	1.000
Finite life factor	[YNT]	1.000	1.000
	[YdrelT*YRrelT*YX*YNT]	0.949	0.963

Alternating bending factor (mean stress influence coefficient)	[YM]	1.000	1.000
--	------	-------	-------



Stress correction factor	[Yst]	2.00	
Yst*sigFlim (N/mm <sup>2</sup> )	[sigFE]	860.00	860.00
Permissible tooth root stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigFP=sigFG/SFmin]	582.82	591.69
Limit strength tooth root (N/mm <sup>2</sup> )	[sigFG]	815.95	828.36
Required safety	[SFmin]	1.40	1.40
Safety for tooth root stress	[SF=sigFG/sigF]	1.40	1.68
Transmittable power (kW)	[kWRating]	41.75	49.88

#### **4. SAFETY AGAINST PITTING (TOOTH FLANK)**

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Zone factor	[ZH]		2.402
Elasticity factor ( $\sqrt{N/mm^2}$ )	[ZE]		189.812
Contact ratio factor	[Zeps]		0.849
Helix angle factor	[Zbet]		1.000
Effective facewidth (mm)	[beff]		37.00
Nominal contact stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigH0]		727.62
Contact stress at operating pitch circle (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHw]		882.10
Single tooth contact factor	[ZB,ZD]	1.17	1.00
Contact stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHB, sigHD]	1034.75	882.10
Lubrication coefficient at NL	[ZL]	0.946	0.946
Speed coefficient at NL	[ZV]	0.973	0.973
Roughness coefficient at NL	[ZR]	0.967	0.967
Material pairing coefficient at NL	[ZW]	1.000	1.000
Finite life factor	[ZNT]	1.000	1.000
	[ZL*ZV*ZR*ZNT]	0.889	0.889
Limited pitting is permitted:	No		
Size factor (flank)	[ZX]	1.000	1.000
Permissible contact stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHP=sigHG/SHmin]	1334.16	1334.16
Pitting stress limit (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHG]	1334.16	1334.16
Required safety	[SHmin]	1.00	1.00
Safety factor for contact stress at operating pitch circle	[SHw]	1.51	1.51
Safety for stress at single tooth contact	[SHBD=sigHG/sigHBD]	1.29	1.51
(Safety regarding transmittable torque)	[(SHBD)^2]	1.66	2.29
Transmittable power (kW)	[kWRating]	69.26	95.31

#### **4b. MICROPITTING ACCORDING TO ISO/TR 15144-1:2014**

Calculation did not run. (Lubricant: Load stage micropitting test is unknown.)

#### **5. SCUFFING LOAD CAPACITY**

Calculation method according to DIN 3990:1987

Lubrication coefficient (for lubrication type)	[XS]	1.000	
Scuffing test and load stage	[FZGtest]	FZG - Test A / 8.3 / 90 (ISO 14635 - 1)	12
Relative structure coefficient (Scuffing)	[XWrelT]	1.000	
Thermal contact factor (N/mm/s <sup>0.5</sup> /K)	[BM]	13.780	13.780
Relevant tip relief (μm)	[Ca]	2.00	2.00

Optimal tip relief (μm)	[Ceff]	30.64	
Ca taken as optimal in the calculation (0=no, 1=yes)		0	0
Effective facewidth (mm)	[beff]	37.000	
Applicable circumferential force/facewidth (N/mm)	[wBt]	517.968	
Angle factor (ε1:0.670, ε2:1.168)	[Xalfbet]	0.999	
Flash temperature-criteria			
Tooth mass temperature (°C) (theMB = theoil + XS*0.47*theflamax)	[theMB]	90.45	
Maximum flash temperature (°C)	[theflamax]	64.79	
Scuffing temperature (°C)	[theS]	444.87	
Coordinate gamma (point of highest temp.) [Gamma.A]=0.429 [Gamma.E]=-0.748	[Gamma]	-0.748	
Highest contact temp. (°C)	[theB]	155.25	
Flash factor (°K*N <sup>-0.75</sup> *s <sup>-0.5</sup> *m <sup>-0.5</sup> mm)	[XM]	50.058	
Geometry factor	[XB]	0.274	
Load sharing factor	[XGam]	0.333	
Dynamic viscosity (mPa*s)	[etaM]	11.24 ( 60.0 °C)	
Coefficient of friction	[mym]	0.197	
Required safety	[SBmin]	2.000	
Safety factor for scuffing (flash temperature)	[SB]	4.040	
Integral temperature-criteria			
Tooth mass temperature (°C) (theMC = theoil + XS*0.70*theflaint)	[theMC]	64.22	
Mean flash temperature (°C)	[theflaint]	6.03	
Integral scuffing temperature (°C)	[theSint]	444.87	
Flash factor (°K*N <sup>-0.75</sup> *s <sup>-0.5</sup> *m <sup>-0.5</sup> mm)	[XM]	50.058	
Contact ratio factor	[Xeps]	0.379	
Dynamic viscosity (mPa*s)	[etaOil]	26.36 ( 60.0 °C)	
Mean coefficient of friction	[mym]	0.087	
Geometry factor	[XBE]	0.054	
Meshing factor	[XQ]	1.000	
Tip relief factor	[XCa]	1.058	
Integral tooth flank temperature (°C)	[theint]	73.27	
Required safety	[SSmin]	1.800	
Safety factor for scuffing (intg.-temp.)	[SSint]	6.071	
Safety referring to transmittable torque	[SSL]	28.993	

## 6. MEASUREMENTS FOR TOOTH THICKNESS

		----- Gear 1 -----	Gear 2 --
Tooth thickness deviation		DIN 3967 cd25	DIN 3967 cd25
Tooth thickness allowance (normal section) (mm)	[As.e/i]	-0.070 / -0.110	-0.095 / -0.145
Number of teeth spanned (Internal toothing: k = (Measurement gap number)	[k]	3.000	8.000
Base tangent length (no backlash) (mm)	[Wk]	19.261	57.987
Actual base tangent length ('span') (mm)	[Wk.e/i]	19.195 / 19.157	58.076 / 58.123
(mm)	[ΔWk.e/i]	-0.066 / -0.103	-0.089 / -0.136
Diameter of measuring circle (mm)	[dMWk.m]	61.782	167.779
Theoretical diameter of ball/pin (mm)	[DM]	4.255	4.179
Effective diameter of ball/pin (mm)	[DMeff]	4.250	4.250
Radial single-ball measurement backlash free (mm)	[MrK]	34.047	81.221

Radial single-ball measurement (mm)	[MrK.e/i]	33.962 /	33.914	81.356 /	81.426
Diameter of measuring circle (mm)	[dMMr.m]	62.115		168.501	
Diametral measurement over two balls without clearance (mm)	[MdK]		67.968		162.396
Diametral two ball measure (mm)	[MdK.e/i]	67.799 /	67.702	162.665 /	162.806
Diametral measurement over pins without clearance (mm)	[MdR]		67.968		162.396
Measurement over pins according to DIN 3960 (mm)	[MdR.e/i]	67.799 /	67.702	162.665 /	162.806
Measurement over 3 pins (axial) according to AGMA 2002 (mm)					
	[dk3A.e/i]	67.799 /	67.702	162.665 /	162.806
Dimensions over 3 pins without clearance (mm)	[Md3R]		67.842		162.350
Effective dimensions over 3 pins (mm)	[Md3R.e/i]	67.674 /	67.577	162.619 /	162.760
Chordal tooth thickness (no backlash) (mm)	[sc]		3.855		3.620
Actual chordal tooth thickness (mm)	[sc.e/i]	3.785 /	3.745	3.525 /	3.475
Reference chordal height from da.m (mm)	[ha]		2.478		2.056
Tooth thickness (Arc) (mm)	[sn]		3.857		3.620
(mm)	[sn.e/i]	3.787 /	3.747	3.525 /	3.475
Backlash free center distance (mm)	[aControl.e/i]		53.209 /	53.322	
Backlash free center distance, allowances (mm)	[jta]		-0.209 /	-0.322	
dNf.i with aControl (mm)	[dNf0.i]		58.873		173.679
Reserve (dNf0.i-dFf.e)/2 (mm)	[cF0.i]		-0.064		-0.145
Tip clearance (mm)	[c0.i(aControl)]		0.434		0.417
Centre distance allowances (mm)	[Aa.e/i]		-0.015 /	0.015	
Circumferential backlash from Aa (mm)	[jtw_Aa.e/i]		0.012 /	-0.012	
Radial clearance (mm)	[jrw]		0.337 /	0.194	
Circumferential backlash (transverse section) (mm)	[jtw]		0.269 /	0.155	
Normal backlash (mm)	[jnw]		0.253 /	0.145	
Torsional angle at entry with fixed output:					
Entire torsional angle (°)	[j.tSys]			0.1824/0.1049	

## 7. GEAR ACCURACY

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --			
According to DIN 3961:1978			
Accuracy grade	[Q-DIN3961]	7	7
Profile form deviation (µm)	[ff]	11.00	11.00
Profile slope deviation (µm)	[fHa]	9.00	9.00
Total profile deviation (µm)	[Ff]	14.00	14.00
Helix form deviation (µm)	[fbf]	8.00	8.00
Helix slope deviation (µm)	[fHb]	12.00	12.00
Total helix deviation (µm)	[Fb]	14.00	14.00
Normal base pitch deviation (µm)	[fpe]	11.00	12.00
Single pitch deviation (µm)	[fp]	11.00	12.00
Adjacent pitch difference (µm)	[fu]	14.00	15.00
Total cumulative pitch deviation (µm)	[Fp]	38.00	44.00
Sector pitch deviation over z/8 pitches (µm)	[Fpz/8]	24.00	28.00
Runout (µm)	[Fr]	27.00	31.00
Tooth Thickness Variation (µm)	[Rs]	16.00	18.00
Single flank composite, total (µm)	[Fi']	42.00	47.00
Single flank composite, tooth-to-tooth (µm)	[fi']	18.00	18.00
Radial composite, total (µm)	[Fi'']	31.00	36.00
Radial composite, tooth-to-tooth (µm)	[fi'']	13.00	15.00
According to DIN 58405:1972 (Feinwerktechnik):			
Tooth-to-tooth composite error (µm)	[fi''']	12.00	14.00

Composite error (μm)	[Fi"]	36.00	40.00
Axis alignment error (μm)	[fp]	11.66	11.66
Flank direction error (μm)	[fbeta]	9.99	9.99
Runout (μm)	[Trk, Fr]	44.00	48.00

Axis alignment tolerances (recommendation acc. to ISO TR 10064-3:1996, Quality

7)

Maximum value for deviation error of axis (μm)	[fSigbet]	18.00 (Fb= 18.00)
Maximum value for inclination error of axes (μm)	[fSigdel]	36.00

## 8. ADDITIONAL DATA

Maximal possible centre distance (eps_a=1.0)	[aMAX]	51.065	
Mass (kg)	[m]	0.661	1.291
Total mass (kg)	[m]	1.953	
Moment of inertia (system with reference to the drive): calculation without consideration of the exact tooth shape			
single gears ((da+df)/2...di) (kg*m²)	[TraeghMom]	0.0003892	0.01013
System ((da+df)/2...di) (kg*m²)	[TraeghMom]	0.01293	
Torsional stiffness at entry with driven force fixed:			
Torsional stiffness (MNm/rad)	[cr]	5.315	
Torsion when subjected to nominal torque (°)	[delcr]	0.012	
Mean coeff. of friction (acc. Niemann)	[mum]	0.059	
Wear sliding coef. by Niemann	[zetw]	0.655	
Gear power loss (kW)	[PVZ]	0.188	
(Meshing efficiency (%))	[etaz]	99.550)	
Sound pressure level (according to Masuda)	[dB(A)]	74.8	

## 9. MODIFICATIONS AND TOOTH FORM DEFINITION

Data for the tooth form calculation :

Data not available.

## 10. SERVICE LIFE, DAMAGE

Required safety for tooth root	[SFmin]	1.40
Required safety for tooth flank	[SHmin]	1.00

Service life (calculated with required safeties):

System service life (h)	[Hatt]	> 1000000
-------------------------	--------	-----------

Tooth root service life (h)	[HFatt]	1e+006	1e+006
Tooth flank service life (h)	[HHatt]	1e+006	1e+006

Note: The entry 1e+006 h means that the Service life > 1,000,000 h.

Damage calculated on the basis of the required service life [H] ( 20000.0 h)

F1%	F2%	H1%	H2%
0.00	0.00	0.00	0.00

Calculation of the factors required to define reliability R(t) according to B. Bertsche with Weibull distribution:

$R(t) = 100 * \text{Exp}(-((t^{\text{fac}} - t_0)/(T - t_0))^b) \%$ ; t (h)

Gear		fac	b	t0	T	R(H)%
1	Tooth root	58577	1.7	9.654e+029	1.484e+030	100.00
1	Tooth flank	58577	1.3	9.014e+029	4.295e+030	100.00
2	Tooth root	65571	1.7	9.654e+029	1.484e+030	100.00
2	Tooth flank	65571	1.3	9.014e+029	4.295e+030	100.00

Reliability of the configuration for required service life (%) 100.00 (Bertsche)

**REMARKS:**

- Specifications with [e/i] imply: Maximum [e] and Minimal value [i] with consideration of all tolerances
- Specifications with [m] imply: Mean value within tolerance
- For the backlash tolerance, the center distance tolerances and the tooth thickness deviation are taken into account. Shown is the maximal and the minimal backlash corresponding the largest resp. the smallest allowances
- The calculation is done for the operating pitch circle.
- Details of calculation method:
  - cg according to method B
  - KV according to method B
  - KHb, KFb according method C
  - KHa, KFa according to method B

End of Report

lines: 532

## \_O.Redutor\_Guincho\_1800.PlanetRing\_2.PlanetRing\_2\_calc

KISSsoft Release 03/2017 E

KISSsoft University license - Universidade do Porto

File

Name : Unnamed

Changed by: Marco

on: 03.07.2018

at: 13:08:50

### CALCULATION OF A CYLINDRICAL SPUR GEAR PAIR

Drawing or article number:

Gear 1: Zpo(PlanetRing\_2)

Gear 2: Zro(PlanetRing\_2)

Calculation method DIN 3990:1987 Method B (YF Method C)

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Power (kW)	[P]	42.478	
Speed (1/min)	[n]	976.3	373.3
Torque (Nm)	[T]	415.5	1086.7
Application factor	[KA]		1.25
Required service life (h)	[H]	20000.00	
Gear driving (+) / driven (-)		+	-
Working flank gear 1: Left flank			
Sense of rotation gear 1 counterclockwise			

### 1. TOOTH GEOMETRY AND MATERIAL

(geometry calculation according to ISO 21771:2007, DIN ISO 21771)

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Center distance (mm)	[a]	53.000	
Centre distance tolerance	ISO 286:2010 Measure js7		
Normal module (mm)	[mn]	2.5000	
Pressure angle at normal section (°)	[alfn]	20.0000	
Helix angle at reference circle (°)	[beta]	0.0000	
Number of teeth	[z]	26	-68
Facewidth (mm)	[b]	37.00	37.00
Hand of gear		Spur gear	
Accuracy grade	[Q-DIN 3961:1978]	7	7
Inner diameter (mm)	[di]	30.00	
External diameter (mm)	[di]		190.00
Inner diameter of gear rim (mm)	[dbi]	0.00	
Outer diameter of gear rim (mm)	[dbi]		0.00

Material

Gear 1:	18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened
	ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness >=25HRC Jominy J=12mm<HRC28
Gear 2:	18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened
	ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness >=25HRC Jominy J=12mm<HRC28

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Surface hardness		HRC 61	HRC 61
Fatigue strength. tooth root stress (N/mm²)	[σFlim]	430.00	430.00
Fatigue strength for Hertzian pressure (N/mm²)	[σHlim]	1500.00	1500.00
Tensile strength (N/mm²)	[σB]	1200.00	1200.00
Yield point (N/mm²)	[σS]	850.00	850.00
Young's modulus (N/mm²)	[E]	206000	206000

Poisson's ratio	[v]	0.300	0.300
Roughness average value DS, flank (µm)	[RAH]	0.60	0.60
Roughness average value DS, root (µm)	[RAF]	3.00	3.00
Mean roughness height, Rz, flank (µm)	[RZH]	4.80	4.80
Mean roughness height, Rz, root (µm)	[RZF]	20.00	20.00

Gear reference profile 1 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250	
Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)	
Addendum coefficient	[haP*]	1.000	
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000	
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	
Protuberance angle	[alfprP]	0.000	
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	
Ramp angle	[alfKP]	0.000	

not topping

Gear reference profile 2 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250	
Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)	
Addendum coefficient	[haP*]	1.000	
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000	
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	
Protuberance angle	[alfprP]	0.000	
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	
Ramp angle	[alfKP]	0.000	

not topping

Summary of reference profile gears:

Dedendum reference profile	[hfP*]	1.250	1.250
Tooth root radius Refer. profile	[rofP*]	0.380	0.380
Addendum Reference profile	[haP*]	1.000	1.000
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	0.000
Protuberance angle (°)	[alfprP]	0.000	0.000
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	0.000
Ramp angle (°)	[alfKP]	0.000	0.000

Type of profile modification: none (only running-in)

Tip relief (µm)	[Ca]	2.0	2.0
-----------------	------	-----	-----

Lubrication type

Oil bath lubrication

Type of oil

Oil: Klübersynth GEM 4-68 N

Lubricant base

Synthetic oil based on Polyalphaolefin

Kinem. viscosity oil at 40 °C (mm²/s)	[nu40]	68.00	
Kinem. viscosity oil at 100 °C (mm²/s)	[nu100]	11.00	
Specific density at 15 °C (kg/dm³)	[roOil]	0.850	
Oil temperature (°C)	[TS]	60.000	

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Overall transmission ratio	[itot]	2.615	
Gear ratio	[u]	-2.615	
Transverse module (mm)	[mt]	2.500	
Pressure angle at pitch circle (°)	[alf]	20.000	
Working transverse pressure angle (°)	[alfwt]	21.436	

	[alfwt.e/i]	21.394 /	21.477	
Working pressure angle at normal section (°)	[alfwn]		21.436	
Helix angle at operating pitch circle (°)	[betaw]		0.000	
Base helix angle (°)	[betab]		0.000	
Reference centre distance (mm)	[ad]		52.500	
Sum of profile shift coefficients	[Summexi]		-0.2070	
Profile shift coefficient	[x]	-0.0745		-0.1324
Tooth thickness (Arc) (module) (module)	[sn*]	1.5166		1.4744
Tip alteration (mm)	[k*mn]	0.017		0.000
Reference diameter (mm)	[d]	65.000		170.000
Base diameter (mm)	[db]	61.080		159.748
Tip diameter (mm)	[da]	69.661		165.662
(mm)	[da.e/i]	69.661 /	69.651	165.662 / 165.672
Tip diameter allowances (mm)	[Ada.e/i]	0.000 /	-0.010	-0.000 / 0.010
Chamfer (1) / tip rounding (	in transverse section: 2, in axial section: 3, In normal section: 4)			
		0		1
Tip chamfer (mm)	[hK]			0.120
Tooth tip chamfer angle (°)	[delhK]			45.000
Tip form diameter (mm)	[dFa]	69.661		165.902
(mm)	[dFa.e/i]	69.661 /	69.651	165.902 / 165.912
Active tip diameter (mm)	[dNa]	69.661		165.902
Active tip diameter (mm)	[dNa.e/i]	69.661 /	69.651	165.902 / 165.912
Operating pitch diameter (mm)	[dw]	65.619		171.619
(mm)	[dw.e/i]	65.600 /	65.638	171.570 / 171.668
Root diameter (mm)	[df]	58.377		176.912
Generating Profile shift coefficient	[xE.e/i]	-0.1130/	-0.1350	-0.1846/ -0.2121
Manufactured root diameter with xE (mm)	[df.e/i]	58.185 /	58.075	177.173 / 177.311
Theoretical tip clearance (mm)	[c]	0.625		0.642
Effective tip clearance (mm)	[c.e/i]	0.845 /	0.741	0.814 / 0.724
Active root diameter (mm)	[dNf]	61.377		175.320
(mm)	[dNf.e/i]	61.389 /	61.369	175.278 / 175.354
Root form diameter (mm)	[dFf]	61.427		175.388
(mm)	[dFf.e/i]	61.370 /	61.340	175.675 / 175.824
Internal toothing: Calculation dFf with pinion type cutter (z0=				
	22, x0=	0.000)		
Reserve (dNf-dFf)/2 (mm)	[cF.e/i]	0.024 /	-0.001	0.273 / 0.161
Addendum (mm)	[ha=mn*(haP*+x+k)]	2.331		2.169
(mm)	[ha.e/i]	2.331 /	2.326	2.169 / 2.164
Dedendum (mm)	[hf=mn*(hfP*-x)]	3.311		3.456
(mm)	[hf.e/i]	3.407 /	3.462	3.587 / 3.655
Roll angle at dFa (°)	[xsi_dFa.e/i]	31.420 /	31.401	16.057 / 16.070
Roll angle to dNa (°)	[xsi_dNa.e/i]	31.420 /	31.401	16.057 / 16.070
Roll angle to dNf (°)	[xsi_dNf.e/i]	5.768 /	5.579	25.871 / 25.937
Roll angle at dFf (°)	[xsi_dFf.e/i]	5.592 /	5.290	26.215 / 26.344
Tooth height (mm)	[h]	5.642		5.625
Virtual gear no. of teeth	[zn]	26.000		-68.000
Normal tooth thickness at tip circle (mm)	[san]	1.843		2.217
(mm)	[san.e/i]	1.773 /	1.725	2.128 / 2.076
(without consideration of tip chamfer/ tip rounding)				
Normal-tooth thickness on tip form circle (mm)	[sFan]	1.843		2.287
(mm)	[sFan.e/i]	1.773 /	1.725	2.197 / 2.146
Normal space width at root circle (mm)	[efn]	0.000		1.364
(mm)	[efn.e/i]	0.000 /	0.000	1.341 / 1.328
Max. sliding velocity at tip (m/s)	[vga]	0.300		0.567
Specific sliding at the tip	[zetaa]	0.175		0.648
Specific sliding at the root	[zetaf]	-1.839		-0.213



Mean specific sliding	[zetam]	0.484	
Sliding factor on tip	[Kga]	0.090	0.169
Sliding factor on root	[Kgf]	-0.169	-0.090
Pitch on reference circle (mm)	[pt]	7.854	
Base pitch (mm)	[pbt]	7.380	
Transverse pitch on contact-path (mm)	[pet]	7.380	
Length of path of contact (mm)	[ga, e/i]	13.733 ( 13.774 / 13.663)	
Length T1-A, T2-A (mm)	[T1A, T2A]	3.015( 2.974/ 3.074)	22.384( 22.384/ 22.403)
Length T1-B (mm)	[T1B, T2B]	9.367( 9.367/ 9.357)	28.737( 28.778/ 28.685)
Length T1-C (mm)	[T1C, T2C]	11.991( 12.016/ 11.965)	31.360( 31.426/ 31.293)
Length T1-D (mm)	[T1D, T2D]	10.395( 10.354/ 10.455)	29.764( 29.764/ 29.783)
Length T1-E (mm)	[T1E, T2E]	16.748( 16.748/ 16.737)	36.117( 36.158/ 36.066)
Length T1-T2 (mm)	[T1T2]	19.369 ( 19.410 / 19.328)	
Diameter of single contact point B (mm)	[d-B]	63.889( 63.889/ 63.883)	169.772( 169.800/ 169.737)
Diameter of single contact point D (mm)	[d-D]	64.521( 64.495/ 64.560)	170.479( 170.479/ 170.492)
Addendum contact ratio	[eps]	0.645( 0.641/ 0.647)	1.216( 1.225/ 1.205)
Minimal length of contact line (mm)	[Lmin]	37.000	
Transverse contact ratio	[eps_a]	1.861	
Transverse contact ratio with allowances	[eps_a.e/m/i]	1.866 / 1.859 / 1.851	
Overlap ratio	[eps_b]	0.000	
Total contact ratio	[eps_g]	1.861	
Total contact ratio with allowances	[eps_g.e/m/i]	1.866 / 1.859 / 1.851	

## 2. FACTORS OF GENERAL INFLUENCE

	----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Nominal circum. force at pitch circle (N)	[Ft]	12784.3
Axial force (N)	[Fa]	0.0
Radial force (N)	[Fr]	4653.1
Normal force (N)	[Fnorm]	13604.8
Nominal circumferential force per mm (N/mm)	[w]	345.52
Only as information: Forces at operating pitch circle:		
Nominal circumferential force (N)	[Ftw]	12663.7
Axial force (N)	[Faw]	0.0
Radial force (N)	[Frw]	4972.0
Circumferential speed reference circle (m/s)	[v]	3.32
Circumferential speed operating pitch circle (m/s)	[v(dw)]	3.35
Running-in value (μm)	[yp]	0.9
Running-in value (μm)	[yf]	0.8
Correction coefficient	[CM]	0.800
Gear body coefficient	[CR]	1.000
Basic rack factor	[CBS]	0.975
Material coefficient	[E/Est]	1.000
Singular tooth stiffness (N/mm/μm)	[c']	14.355
Meshing stiffness (N/mm/μm)	[cg]	23.622
Reduced mass (kg/mm)	[mRed]	0.01057
Resonance speed (min-1)	[nE1]	17367
Resonance ratio (-)	[N]	0.056
Subcritical range		
Running-in value (μm)	[ya]	0.9
Bearing distance l of pinion shaft (mm)	[l]	74.000
Distance s of pinion shaft (mm)	[s]	7.400
Outside diameter of pinion shaft (mm)	[dsh]	37.000
Load according to Figure 6.8, DIN 3990-1:1987 [-]		4

(0:6.8a, 1:6.8b, 2:6.8c, 3:6.8d, 4:6.8e)

Coefficient K' according to Figure 6.8,

	DIN 3990-1:1987 [K']	-1.00	
Without support effect			
Tooth trace deviation (active) (μm)	[Fby]	5.10	
from deformation of shaft (μm)	[fsh*B1]	2.76	
(fsh (μm) = 2.76, B1= 1.00, fHb5 (μm) = 6.50)			
Tooth without tooth trace modification			
Position of Contact pattern: favorable			
from production tolerances (μm)	[fma*B2]	12.00	
(B2= 1.00)			
Tooth trace deviation, theoretical (μm)	[Fbx]	6.00	
Running-in value (μm)	[yb]	0.90	
Dynamic factor			
	[KV]	1.026	
Face load factor - flank			
	[KHb]	1.136	
- Tooth root	[KFb]	1.114	
- Scuffing	[KBb]	1.136	
Transverse load factor - flank			
	[KHa]	1.031	
- Tooth root	[KFα]	1.031	
- Scuffing	[KBα]	1.031	
Helical load factor scuffing			
	[Kbg]	1.000	
Number of load cycles (in mio.)			
	[NL]	1171.543	1343.829

### 3. TOOTH ROOT STRENGTH

Calculation of Tooth form coefficients according method: C

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Calculated with manufacturing profile shift	[xE.e]	-0.1130	-0.1846
Tooth form factor	[YF]	2.83	1.83
Stress correction factor	[YS]	1.54	2.05
Working angle (°)	[alfFen]	27.29	20.00
Bending moment arm (mm)	[hF]	4.85	4.59
Tooth thickness at root (mm)	[sFn]	4.93	6.13
Tooth root radius (mm)	[roF]	1.49	0.95

(hF\* = 1.939/ 1.835 sFn\* = 1.971/ 2.451 roF\* = 0.598/ 0.380)

(den (mm) =

69.661/ -165.902 dsFn(mm) = 59.237/ 0.000 alfsFn(°) = 30.00/ 30.00 qs = 1.649/ 3.225)

Contact ratio factor	[Yeps]	0.653	
Helix angle factor	[Ybet]	1.000	
Effective facewidth (mm)	[beff]	37.00	37.00
Nominal stress at tooth root (N/mm²)	[sigF0]	393.27	338.72
Tooth root stress (N/mm²)	[sigF]	579.39	499.02
Permissible bending stress at root of Test-gear			
Notch sensitivity factor	[YdrelT]	0.991	1.006
Surface factor	[YRrelT]	0.957	0.957
size factor (Tooth root)	[YX]	1.000	1.000
Finite life factor	[YNT]	1.000	1.000
	[YdrelT*YRrelT*YX*YNT]	0.948	0.963
Alternating bending factor (mean stress influence coefficient)	[YM]	1.000	1.000

Stress correction factor	[Yst]	2.00	
Yst*sigFlim (N/mm <sup>2</sup> )	[sigFE]	860.00	860.00
Permissible tooth root stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigFP=sigFG/SFmin]	582.60	591.51
Limit strength tooth root (N/mm <sup>2</sup> )	[sigFG]	815.64	828.12
Required safety	[SFmin]	1.40	1.40
Safety for tooth root stress	[SF=sigFG/sigF]	1.41	1.66
Transmittable power (kW)	[kWRating]	42.71	50.35

#### 4. SAFETY AGAINST PITTING (TOOTH FLANK)

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Zone factor	[ZH]		2.402
Elasticity factor ( $\sqrt{N/mm^2}$ )	[ZE]		189.812
Contact ratio factor	[Zeps]		0.844
Helix angle factor	[Zbet]		1.000
Effective facewidth (mm)	[beff]		37.00
Nominal contact stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigH0]		697.57
Contact stress at operating pitch circle (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHw]		855.01
Single tooth contact factor	[ZB,ZD]	1.18	1.00
Contact stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHB, sigHD]	1010.53	855.01
Lubrication coefficient at NL	[ZL]	0.946	0.946
Speed coefficient at NL	[ZV]	0.973	0.973
Roughness coefficient at NL	[ZR]	0.967	0.967
Material pairing coefficient at NL	[ZW]	1.000	1.000
Finite life factor	[ZNT]	1.000	1.000
	[ZL*ZV*ZR*ZNT]	0.891	0.891
Limited pitting is permitted:	No		
Size factor (flank)	[ZX]	1.000	1.000
Permissible contact stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHP=sigHG/SHmin]	1336.00	1336.00
Pitting stress limit (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHG]	1336.00	1336.00
Required safety	[SHmin]	1.00	1.00
Safety factor for contact stress at operating pitch circle	[SHw]	1.56	1.56
Safety for stress at single tooth contact	[SHBD=sigHG/sigHBD]	1.32	1.56
(Safety regarding transmittable torque)	[(SHBD)^2]	1.75	2.44
Transmittable power (kW)	[kWRating]	74.25	103.71

#### 4b. MICROPITTING ACCORDING TO ISO/TR 15144-1:2014

Calculation did not run. (Lubricant: Load stage micropitting test is unknown.)

#### 5. SCUFFING LOAD CAPACITY

Calculation method according to DIN 3990:1987

Lubrication coefficient (for lubrication type)	[XS]	1.000	
Scuffing test and load stage	[FZGtest]	FZG - Test A / 8.3 / 90 (ISO 14635 - 1)	12
Relative structure coefficient (Scuffing)	[XWrelT]	1.000	
Thermal contact factor (N/mm/s <sup>0.5</sup> /K)	[BM]	13.780	13.780
Relevant tip relief (μm)	[Ca]	2.00	2.00

Optimal tip relief (μm)	[Ceff]	30.09	
Ca taken as optimal in the calculation (0=no, 1=yes)		0	0
Effective facewidth (mm)	[beff]	37.000	
Applicable circumferential force/facewidth (N/mm)	[wBt]	519.079	
Angle factor (ε1:0.645, ε2:1.216)	[Xalfbet]	0.999	
Flash temperature-criteria			
Tooth mass temperature (°C) (theMB = theoil + XS*0.47*theflamax)	[theMB]	89.87	
Maximum flash temperature (°C)	[theflamax]	63.55	
Scuffing temperature (°C)	[theS]	444.87	
Coordinate gamma (point of highest temp.) [Gamma.A]=-0.749 [Gamma.E]=0.397	[Gamma]	-0.749	
Highest contact temp. (°C)	[theB]	153.41	
Flash factor (°K*N <sup>-1</sup> .75*s <sup>-1</sup> .5*m <sup>-1</sup> .5*mm)	[XM]	50.058	
Geometry factor	[XB]	0.269	
Load sharing factor	[XGam]	0.333	
Dynamic viscosity (mPa*s)	[etaM]	11.39 ( 60.0 °C)	
Coefficient of friction	[mym]	0.193	
Required safety	[SBmin]	2.000	
Safety factor for scuffing (flash temperature)	[SB]	4.120	
Integral temperature-criteria			
Tooth mass temperature (°C) (theMC = theoil + XS*0.70*theflaint)	[theMC]	64.60	
Mean flash temperature (°C)	[theflaint]	6.57	
Integral scuffing temperature (°C)	[theSint]	444.87	
Flash factor (°K*N <sup>-1</sup> .75*s <sup>-1</sup> .5*m <sup>-1</sup> .5*mm)	[XM]	50.058	
Contact ratio factor	[Xeps]	0.410	
Dynamic viscosity (mPa*s)	[etaOil]	26.36 ( 60.0 °C)	
Mean coefficient of friction	[mym]	0.085	
Geometry factor	[XBE]	0.049	
Meshing factor	[XQ]	0.897	
Tip relief factor	[XCa]	1.068	
Integral tooth flank temperature (°C)	[theint]	74.45	
Required safety	[SSmin]	1.800	
Safety factor for scuffing (intg.-temp.)	[SSint]	5.975	
Safety referring to transmittable torque	[SSL]	26.632	

## 6. MEASUREMENTS FOR TOOTH THICKNESS

		----- Gear 1 ----- Gear 2 --	
		DIN 3967 cd25	DIN 3967 cd25
Tooth thickness deviation		-0.070 / -0.110	-0.095 / -0.145
Tooth thickness allowance (normal section) (mm)	[As.e/i]		
Number of teeth spanned	[k]	3.000	8.000
(Internal toothing: k = (Measurement gap number)			
Base tangent length (no backlash) (mm)	[Wk]	19.234	57.960
Actual base tangent length ('span') (mm)	[Wk.e/i]	19.168 / 19.130	58.049 / 58.096
(mm)	[ΔWk.e/i]	-0.066 / -0.103	-0.089 / -0.136
Diameter of measuring circle (mm)	[dMWk.m]	64.011	169.976
Theoretical diameter of ball/pin (mm)	[DM]	4.228	4.172
Effective diameter of ball/pin (mm)	[DMeff]	4.250	4.250
Radial single-ball measurement backlash free (mm)	[MrK]	35.219	82.376

Radial single-ball measurement (mm)	[MrK.e/i]	35.133 / 35.083	82.512 / 82.583
Diameter of measuring circle (mm)	[dMMr.m]	64.480	170.803
Diametral measurement over two balls without clearance (mm)	[MdK]	70.437	164.753
Diametral two ball measure (mm)	[MdK.e/i]	70.265 / 70.166	165.025 / 165.166
Diametral measurement over pins without clearance (mm)	[MdR]	70.437	164.753
Measurement over pins according to DIN 3960 (mm)	[MdR.e/i]	70.265 / 70.166	165.025 / 165.166
Measurement over 3 pins (axial) according to AGMA 2002 (mm)	[dk3A.e/i]	70.265 / 70.166	165.025 / 165.166
Chordal tooth thickness (no backlash) (mm)	[sc]	3.789	3.686
Actual chordal tooth thickness (mm)	[sc.e/i]	3.719 / 3.679	3.591 / 3.541
Reference chordal height from da.m (mm)	[ha]	2.383	2.146
Tooth thickness (Arc) (mm)	[sn]	3.791	3.686
(mm)	[sn.e/i]	3.721 / 3.681	3.591 / 3.541
Backlash free center distance (mm)	[aControl.e/i]	53.209 / 53.322	
Backlash free center distance, allowances (mm)	[jta]	-0.209 / -0.322	
dNf.i with aControl (mm)	[dNf0.i]	61.231	176.039
Reserve (dNf0.i-dFf.e)/2 (mm)	[cF0.i]	-0.069	-0.182
Tip clearance (mm)	[c0.i(aControl)]	0.434	0.417
Centre distance allowances (mm)	[Aa.e/i]	-0.015 / 0.015	
Circumferential backlash from Aa (mm)	[jtw_Aa.e/i]	0.012 / -0.012	
Radial clearance (mm)	[jrw]	0.337 / 0.194	
Circumferential backlash (transverse section) (mm)	[jtw]	0.269 / 0.155	
Normal backlash (mm)	[jnw]	0.253 / 0.145	
Torsional angle at entry with fixed output:			
Entire torsional angle (°)	[j.tSys]	0.4701 / 0.2703	

## 7. GEAR ACCURACY

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --			
According to DIN 3961:1978			
Accuracy grade	[Q-DIN3961]	7	7
Profile form deviation (µm)	[ff]	11.00	11.00
Profile slope deviation (µm)	[fHa]	9.00	9.00
Total profile deviation (µm)	[Ff]	14.00	14.00
Helix form deviation (µm)	[fbf]	8.00	8.00
Helix slope deviation (µm)	[fHb]	12.00	12.00
Total helix deviation (µm)	[Fb]	14.00	14.00
Normal base pitch deviation (µm)	[fpe]	11.00	12.00
Single pitch deviation (µm)	[fp]	11.00	12.00
Adjacent pitch difference (µm)	[fu]	14.00	15.00
Total cumulative pitch deviation (µm)	[Fp]	38.00	44.00
Sector pitch deviation over z/8 pitches (µm)	[Fpz/8]	24.00	28.00
Runout (µm)	[Fr]	27.00	31.00
Tooth Thickness Variation (µm)	[Rs]	16.00	18.00
Single flank composite, total (µm)	[Fi']	42.00	47.00
Single flank composite, tooth-to-tooth (µm)	[fi']	18.00	18.00
Radial composite, total (µm)	[Fi'']	31.00	36.00
Radial composite, tooth-to-tooth (µm)	[fi'']	13.00	15.00
According to DIN 58405:1972 (Feinwerktechnik):			
Tooth-to-tooth composite error (µm)	[fi''']	12.00	14.00
Composite error (µm)	[Fi''']	36.00	40.00
Axis alignment error (µm)	[fp]	11.66	11.66

Flank direction error (μm)	[fbeta]	9.99	9.99
Runout (μm)	[Trk, Fr]	44.00	48.00

Axis alignment tolerances (recommendation acc. to ISO TR 10064-3:1996, Quality 7)

Maximum value for deviation error of axis (μm)	[fSigbet]	18.00 (Fb= 18.00)
Maximum value for inclination error of axes (μm)	[fSigdel]	36.00

## 8. ADDITIONAL DATA

Maximal possible centre distance (eps_a=1.0)	[aMAX]	51.022	
Mass (kg)	[m]	0.728	1.538
Total mass (kg)	[m]	2.266	
Moment of inertia (system with reference to the drive): calculation without consideration of the exact tooth shape			
single gears ((da+df)/2...di) (kg*m²)	[TraeghMom]	0.0004547	0.01258
System ((da+df)/2...di) (kg*m²)	[TraeghMom]	0.002294	
Torsional stiffness at entry with driven force fixed:			
Torsional stiffness (MNm/rad)	[cr]	0.808	
Torsion when subjected to nominal torque (°)	[delcr]	0.029	
Mean coeff. of friction (acc. Niemann)	[mum]	0.057	
Wear sliding coef. by Niemann	[zetw]	0.901	
Gear power loss (kW)	[PVZ]	0.186	
(Meshing efficiency (%))	[etaz]	99.562)	
Sound pressure level (according to Masuda)	[dB(A)]	74.9	

## 9. MODIFICATIONS AND TOOTH FORM DEFINITION

Data for the tooth form calculation :

Data not available.

## 10. SERVICE LIFE, DAMAGE

Required safety for tooth root	[SFmin]	1.40
Required safety for tooth flank	[SHmin]	1.00

Service life (calculated with required safeties):

System service life (h)	[Hatt]	> 1000000
-------------------------	--------	-----------

Tooth root service life (h)	[HFatt]	1e+006	1e+006
Tooth flank service life (h)	[HHatt]	1e+006	1e+006

Note: The entry 1e+006 h means that the Service life > 1,000,000 h.

Damage calculated on the basis of the required service life [H] ( 20000.0 h)

F1%	F2%	H1%	H2%
0.00	0.00	0.00	0.00

Calculation of the factors required to define reliability R(t) according to B. Bertsche with Weibull distribution:

$R(t) = 100 * \text{Exp}(-((t^{\text{fac}} - t_0)/(T - t_0))^b) \%$ ; t (h)

Gear		fac	b	t0	T	R(H)%
1	Tooth root	58577	1.7	9.654e+029	1.484e+030	100.00

1	Tooth flank	58577	1.3	9.014e+029	4.295e+030	100.00
2	Tooth root	67191	1.7	9.654e+029	1.484e+030	100.00
2	Tooth flank	67191	1.3	9.014e+029	4.295e+030	100.00

Reliability of the configuration for required service life (%) 100.00 (Bertsche)

**REMARKS:**

- Specifications with [.e/i] imply: Maximum [e] and Minimal value [i] with consideration of all tolerances
- Specifications with [.m] imply: Mean value within tolerance
- For the backlash tolerance, the center distance tolerances and the tooth thickness deviation are taken into account. Shown is the maximal and the minimal backlash corresponding the largest resp. the smallest allowances
- The calculation is done for the operating pitch circle.
- Details of calculation method:
  - cg according to method B
  - KV according to method B
  - KHb, KFb according method C
  - KHa, KFa according to method B

End of Report

lines: 530

## \_O.Redutor\_Guincho\_1800.SunPlanet\_1.SunPlanet\_1\_calc

KISSsoft Release 03/2017 E

KISSsoft University license - Universidade do Porto

File

Name : Unnamed

Changed by: Marco

on: 03.07.2018

at: 13:08:52

### CALCULATION OF A CYLINDRICAL SPUR GEAR PAIR

Drawing or article number:

Gear 1: Zsi(SunPlanet\_1)

Gear 2: Zpi(SunPlanet\_1)

Calculation method

DIN 3990:1987 Method B

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Power (W)	[P]	816.889	
Speed (1/min)	[n]	1435.7	976.3
Torque (Nm)	[T]	5.433	7.990
Application factor	[KA]		1.25
Required service life (h)	[H]	20000.00	
Gear driving (+) / driven (-)		+	-
Working flank gear 1: Right flank			
Sense of rotation gear 1 clockwise			

### 1. TOOTH GEOMETRY AND MATERIAL

(geometry calculation according to ISO 21771:2007, DIN ISO 21771)

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Center distance (mm)	[a]	53.000	
Centre distance tolerance	ISO 286:2010 Measure js7		
Normal module (mm)	[mn]	2.5000	
Pressure angle at normal section (°)	[alfn]	20.0000	
Helix angle at reference circle (°)	[beta]	0.0000	
Number of teeth	[z]	17	25
Facewidth (mm)	[b]	37.00	37.00
Hand of gear		Spur gear	
Accuracy grade	[Q-DIN 3961:1978]	7	7
Inner diameter (mm)	[di]	20.00	30.00
Inner diameter of gear rim (mm)	[dbi]	0.00	0.00

Material

Gear 1: 18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened  
ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness >=25HRC Jominy J=12mm<HRC28

Gear 2: 18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened  
ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness >=25HRC Jominy J=12mm<HRC28

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Surface hardness		HRC 61	HRC 61
Fatigue strength. tooth root stress (N/mm²)	[σFlim]	430.00	430.00
Fatigue strength for Hertzian pressure (N/mm²)	[σHlim]	1500.00	1500.00
Tensile strength (N/mm²)	[σB]	1200.00	1200.00
Yield point (N/mm²)	[σS]	850.00	850.00
Young's modulus (N/mm²)	[E]	206000	206000
Poisson's ratio	[ν]	0.300	0.300
Roughness average value DS, flank (µm)	[RAH]	0.60	0.60



Roughness average value DS, root (µm)	[RAF]	3.00	3.00
Mean roughness height, Rz, flank (µm)	[RZH]	4.80	4.80
Mean roughness height, Rz, root (µm)	[RZF]	20.00	20.00

Gear reference profile 1 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250	
Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)	
Addendum coefficient	[haP*]	1.000	
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000	
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	
Protuberance angle	[alfprP]	0.000	
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	
Ramp angle	[alfKP]	0.000	

not topping

Gear reference profile 2 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250	
Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)	
Addendum coefficient	[haP*]	1.000	
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000	
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	
Protuberance angle	[alfprP]	0.000	
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	
Ramp angle	[alfKP]	0.000	

not topping

Summary of reference profile gears:

Dedendum reference profile	[hfP*]	1.250	1.250
Tooth root radius Refer. profile	[rofP*]	0.380	0.380
Addendum Reference profile	[haP*]	1.000	1.000
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	0.000
Protuberance angle (°)	[alfprP]	0.000	0.000
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	0.000
Ramp angle (°)	[alfKP]	0.000	0.000

Type of profile modification: none (only running-in)

Tip relief (µm)	[Ca]	2.0	2.0
-----------------	------	-----	-----

Lubrication type

Oil bath lubrication

Type of oil

Oil: Klübersynth GEM 4-68 N

Lubricant base

Synthetic oil based on Polyalphaolefin

Kinem. viscosity oil at 40 °C (mm²/s)	[nu40]	68.00	
Kinem. viscosity oil at 100 °C (mm²/s)	[nu100]	11.00	
Specific density at 15 °C (kg/dm³)	[roOil]	0.850	
Oil temperature (°C)	[TS]	60.000	

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Overall transmission ratio	[itot]	-1.471	
Gear ratio	[u]	1.471	
Transverse module (mm)	[mt]	2.500	
Pressure angle at pitch circle (°)	[alft]	20.000	
Working transverse pressure angle (°)	[alfwt]	21.436	
	[alfwt.e/i]	21.477 / 21.394	
Working pressure angle at normal section (°)	[alfwn]	21.436	

Helix angle at operating pitch circle (°)	[betaw]	0.000		
Base helix angle (°)	[betab]	0.000		
Reference centre distance (mm)	[ad]	52.500		
Sum of profile shift coefficients	[Summexi]	0.2070		
Profile shift coefficient	[x]	0.2452	-0.0382	
Tooth thickness (Arc) (module) (module)	[sn*]	1.7493	1.5430	
Tip alteration (mm)	[k*mn]	-0.017	-0.017	
Reference diameter (mm)	[d]	42.500	62.500	
Base diameter (mm)	[db]	39.937	58.731	
Tip diameter (mm)	[da]	48.692	67.275	
(mm)	[da.e/i]	48.692 / 48.682	67.275 / 67.265	
Tip diameter allowances (mm)	[Ada.e/i]	0.000 / -0.010	0.000 / -0.010	
Tip form diameter (mm)	[dFa]	48.692	67.275	
(mm)	[dFa.e/i]	48.692 / 48.682	67.275 / 67.265	
Active tip diameter (mm)	[dNa]	48.692	67.275	
Active tip diameter (mm)	[dNa.e/i]	48.692 / 48.682	67.275 / 67.265	
Operating pitch diameter (mm)	[dw]	42.905	63.095	
(mm)	[dw.e/i]	42.917 / 42.893	63.113 / 63.077	
Root diameter (mm)	[df]	37.476	56.059	
Generating Profile shift coefficient	[xE.e/i]	0.2155/ 0.1990	-0.0767/ -0.0987	
Manufactured root diameter with xE (mm)	[df.e/i]	37.328 / 37.245	55.866 / 55.757	
Theoretical tip clearance (mm)	[c]	0.625	0.625	
Effective tip clearance (mm)	[c.e/i]	0.796 / 0.706	0.760 / 0.684	
Active root diameter (mm)	[dNf]	40.374	59.731	
(mm)	[dNf.e/i]	40.390 / 40.362	59.749 / 59.716	
Root form diameter (mm)	[dFf]	40.090	59.057	
(mm)	[dFf.e/i]	40.055 / 40.037	59.001 / 58.971	
Reserve (dNf-dFf)/2 (mm)	[cF.e/i]	0.176 / 0.154	0.389 / 0.358	
Addendum (mm)	[ha=mn*(haP*+x+k)]	3.096	2.387	
(mm)	[ha.e/i]	3.096 / 3.091	2.387 / 2.382	
Dedendum (mm)	[hf=mn*(hfP*-x)]	2.512	3.221	
(mm)	[hf.e/i]	2.586 / 2.627	3.317 / 3.372	
Roll angle at dFa (°)	[xsi_dFa.e/i]	39.964 / 39.939	32.010 / 31.990	
Roll angle to dNa (°)	[xsi_dNa.e/i]	39.964 / 39.939	32.010 / 31.990	
Roll angle to dNf (°)	[xsi_dNf.e/i]	8.651 / 8.386	10.714 / 10.537	
Roll angle at dFf (°)	[xsi_dFf.e/i]	4.402 / 4.056	5.499 / 5.185	
Tooth height (mm)	[h]	5.608	5.608	
Virtual gear no. of teeth	[zn]	17.000	25.000	
Normal tooth thickness at tip circle (mm)	[san]	1.429	1.845	
(mm)	[san.e/i]	1.374 / 1.333	1.775 / 1.727	
Normal-tooth thickness on tip form circle (mm)	[sFan]	1.429	1.845	
(mm)	[sFan.e/i]	1.374 / 1.333	1.775 / 1.727	
Normal space width at root circle (mm)	[efn]	0.000	0.000	
(mm)	[efn.e/i]	0.000 / 0.000	0.000 / 0.000	
Max. sliding velocity at tip (m/s)	[vga]	1.538	1.232	
Specific sliding at the tip	[zetaaa]	0.734	0.734	
Specific sliding at the root	[zetaf]	-2.764	-2.764	
Mean specific sliding	[zetam]	0.734		
Sliding factor on tip	[Kga]	0.477	0.382	
Sliding factor on root	[Kgf]	-0.382	-0.477	
Pitch on reference circle (mm)	[pt]	7.854		
Base pitch (mm)	[pbt]	7.380		
Transverse pitch on contact-path (mm)	[pet]	7.380		
Length of path of contact (mm)	[ga, e/i]	10.964 ( 11.005 / 10.904)		
Length T1-A, T2-A (mm)	[T1A, T2A]	2.964( 2.922/ 3.015)	16.406( 16.406/ 16.395)	
Length T1-B (mm)	[T1B, T2B]	6.548( 6.548/ 6.539)	12.822( 12.781/ 12.871)	

Length T1-C (mm)	[T1C, T2C]	7.840(	7.823/	7.857)	11.529(	11.505/	11.554)
Length T1-D (mm)	[T1D, T2D]	10.344(	10.303/	10.395)	9.025(	9.025/	9.015)
Length T1-E (mm)	[T1E, T2E]	13.928(	13.928/	13.919)	5.441(	5.400/	5.491)
Length T1-T2 (mm)	[T1T2]	19.369 ( 19.328 / 19.410)					
Diameter of single contact point B (mm)	[d-B]	42.029(	42.029/	42.024)	64.085(	64.052/	64.125)
Diameter of single contact point D (mm)	[d-D]	44.977(	44.939/	45.024)	61.442(	61.442/	61.436)
Addendum contact ratio	[eps]	0.825(	0.827/	0.821)	0.661(	0.664/	0.656)
Minimal length of contact line (mm)	[Lmin]	37.000					
Transverse contact ratio	[eps_a]	1.486					
Transverse contact ratio with allowances	[eps_a.e/m/i]	1.491 / 1.484 / 1.477					
Overlap ratio	[eps_b]	0.000					
Total contact ratio	[eps_g]	1.486					
Total contact ratio with allowances	[eps_g.e/m/i]	1.491 / 1.484 / 1.477					

## **2. FACTORS OF GENERAL INFLUENCE**

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Nominal circum. force at pitch circle (N)	[Ft]		255.7
Axial force (N)	[Fa]		0.0
Radial force (N)	[Fr]		93.1
Normal force (N)	[Fnorm]		272.1
Nominal circumferential force per mm (N/mm)	[w]		6.91
Only as information: Forces at operating pitch circle:			
Nominal circumferential force (N)	[Ftw]		253.3
Axial force (N)	[Faw]		0.0
Radial force (N)	[Frw]		99.4
Circumferential speed reference circle (m/s)	[v]		3.19
Circumferential speed operating pitch circle (m/s)	[v(dw)]		3.23
Running-in value (μm)	[yp]		0.8
Running-in value (μm)	[yf]		0.8
Correction coefficient	[CM]		0.800
Gear body coefficient	[CR]		1.000
Basic rack factor	[CBS]		0.975
Material coefficient	[E/Est]		1.000
Singular tooth stiffness (N/mm/μm)	[c']		3.036
Meshing stiffness (N/mm/μm)	[cg]		4.142
The formula for c' and cg at w*KA < 25 N/mm is imprecise!			
c', cg is calculated with w*KA = 25 N/mm.			
Reduced mass (kg/mm)	[mRed]		0.00417
Resonance speed (min-1)	[nE1]		17713
Running-in value (μm)	[ya]		0.8
User specified factor KV:			
Dynamic factor	[KV]		1.000
User specified factor KHb:			
Face load factor - flank	[KHb]		1.500
- Tooth root	[KFb]		1.411
- Scuffing	[KBB]		1.500
Transverse load factor - flank	[KHa]		1.193
- Tooth root	[KFα]		1.325
- Scuffing	[KBα]		1.325
Helical load factor scuffing	[Kbg]		1.000

Number of load cycles (in mio.) [NL] 5168.571 1171.543

### 3. TOOTH ROOT STRENGTH

Calculation of Tooth form coefficients according method: B

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Calculated with profile shift	[x]	0.2452	-0.0382
Tooth form factor	[YF]	1.53	1.77
Stress correction factor	[YS]	1.94	1.76
Working angle (°)	[alfFn]	22.93	20.63
Bending moment arm (mm)	[hF]	2.69	2.95
Tooth thickness at root (mm)	[sFn]	5.09	4.99
Tooth root radius (mm)	[roF]	1.24	1.43
(hF* = 1.078/ 1.180 sFn* = 2.038/ 1.997 roF* = 0.496/ 0.574)			
(den (mm) = 44.977/ 64.085 dsFn(mm) = 38.316/ 57.073 alfsFn(°) = 30.00/ 30.00 qs = 2.053/ 1.741)			
Contact ratio factor	[Yeps]		1.000
Helix angle factor	[Ybet]		1.000
Effective facewidth (mm)	[beff]	37.00	37.00
Nominal stress at tooth root (N/mm²)	[sigF0]	8.20	8.61
Tooth root stress (N/mm²)	[sigF]	19.16	20.11
Permissible bending stress at root of Test-gear			
Notch sensitivity factor	[YdrelT]	0.996	0.992
Surface factor	[YRrelT]	0.957	0.957
size factor (Tooth root)	[YX]	1.000	1.000
Finite life factor	[YNT]	1.000	1.000
	[YdrelT*YRrelT*YX*YNT]	0.953	0.949
Alternating bending factor (mean stress influence coefficient)	[YM]	1.000	1.000
Stress correction factor	[Yst]	2.00	
Yst*sigFlim (N/mm²)	[sigFE]	860.00	860.00
Permissible tooth root stress (N/mm²)	[sigFP=sigFG/SFmin]	585.13	583.19
Limit strength tooth root (N/mm²)	[sigFG]	819.19	816.47
Required safety	[SFmin]	1.40	1.40
Safety for tooth root stress	[SF=sigFG/sigF]	42.75	40.59
Transmittable power (kW)	[kWRating]	24.95	23.68

### 4. SAFETY AGAINST PITTING (TOOTH FLANK)

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Zone factor	[ZH]	2.402	
Elasticity factor ( $\sqrt{N/mm^2}$ )	[ZE]	189.812	
Contact ratio factor	[Zeps]	0.915	
Helix angle factor	[Zbet]	1.000	
Effective facewidth (mm)	[beff]	37.00	
Nominal contact stress (N/mm²)	[sigH0]	218.14	
Contact stress at operating pitch circle (N/mm²)	[sigHw]	326.27	
Single tooth contact factor	[ZB,ZD]	1.04	1.00
Contact stress (N/mm²)	[sigHB, sigHD]	338.55	326.27
Lubrication coefficient at NL	[ZL]	0.946	0.946

Speed coefficient at NL	[ZV]	0.973	0.973
Roughness coefficient at NL	[ZR]	0.947	0.947
Material pairing coefficient at NL	[ZW]	1.000	1.000
Finite life factor	[ZNT]	1.000	1.000
	[ZL * ZV * ZR * ZNT]	0.871	0.871
Limited pitting is permitted:	No		
Size factor (flank)	[ZX]	1.000	1.000
Permissible contact stress (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHP=sigHG/SHmin]	1306.56	1306.56
Pitting stress limit (N/mm <sup>2</sup> )	[sigHG]	1306.56	1306.56
Required safety	[SHmin]	1.00	1.00
Safety factor for contact stress at operating pitch circle			
	[SHw]	4.00	4.00
Safety for stress at single tooth contact	[SHBD=sigHG/sigHBD]	3.86	4.00
(Safety regarding transmittable torque)	[(SHBD)^2]	14.89	16.04
Transmittable power (kW)	[kWRating]	12.17	13.10

#### **4b. MICROPITTING ACCORDING TO ISO/TR 15144-1:2014**

Calculation did not run. (Lubricant: Load stage micropitting test is unknown.)

#### **5. SCUFFING LOAD CAPACITY**

Calculation method according to DIN 3990:1987

Lubrication coefficient (for lubrication type)	[XS]	1.000	
Scuffing test and load stage	[FZGtest]	FZG - Test A / 8.3 / 90 (ISO 14635 - 1)	12
Relative structure coefficient (Scuffing)	[XWrelT]	1.000	
Thermal contact factor (N/mm/s <sup>0.5</sup> /K)	[BM]	13.780	13.780
Relevant tip relief (μm)	[Ca]	2.00	2.00
Optimal tip relief (μm)	[Ceff]	2.84	
Ca taken as optimal in the calculation (0=no, 1=yes)		0	0
Effective facewidth (mm)	[beff]	37.000	
Applicable circumferential force/facewidth (N/mm)	[wBt]	17.165	
Angle factor (ε1:0.825, ε2:0.661)	[Xalfbet]	0.999	
Flash temperature-criteria			
Tooth mass temperature (°C) (theMB = theoil + XS*0.47*theflamax)	[theMB]	61.36	
Maximum flash temperature (°C)	[theflamax]	2.89	
Scuffing temperature (°C)	[theS]	444.87	
Coordinate gamma (point of highest temp.) [Gamma.A]=-0.622 [Gamma.E]=0.777	[Gamma]	-0.622	
Highest contact temp. (°C)	[theB]	64.26	
Flash factor (°K*N <sup>-0.75</sup> *s <sup>0.5</sup> *m <sup>-0.5</sup> *mm)	[XM]	50.058	
Geometry factor	[XB]	0.491	
Load sharing factor	[XGam]	0.333	
Dynamic viscosity (mPa*s)	[etaM]	25.22 ( 60.0 °C)	
Coefficient of friction	[mym]	0.063	
Required safety	[SBmin]	2.000	
Safety factor for scuffing (flash temperature)	[SB]	90.231	
Integral temperature-criteria			
Tooth mass temperature (°C)	[theMC]	61.31	

(theMC = theoil + XS\*0.70\*theflaint)

Mean flash temperature (°C)	[theflaint]	1.87
Integral scuffing temperature (°C)	[theSint]	444.87
Flash factor (°K*N <sup>-1</sup> .75*s <sup>-1</sup> .5*m <sup>-1</sup> .5*mm)	[XM]	50.058
Contact ratio factor	[Xeps]	0.264
Dynamic viscosity (mPa*s)	[etaOil]	26.36 ( 60.0 °C)
Mean coefficient of friction	[mym]	0.052
Geometry factor	[XBE]	0.491
Meshing factor	[XQ]	1.000
Tip relief factor	[XCa]	1.014
Integral tooth flank temperature (°C)	[theint]	64.11
Required safety	[SSmin]	1.800
Safety factor for scuffing (intg.-temp.)	[SSint]	6.939
Safety referring to transmittable torque	[SSL]	93.668

## 6. MEASUREMENTS FOR TOOTH THICKNESS

		----- Gear 1 ----- Gear 2 --	
		DIN 3967 cd25	DIN 3967 cd25
Tooth thickness deviation			
Tooth thickness allowance (normal section) (mm)	[As.e/i]	-0.054 / -0.084	-0.070 / -0.110
Number of teeth spanned	[k]	3.000	3.000
Base tangent length (no backlash) (mm)	[Wk]	19.465	19.261
Actual base tangent length ('span') (mm)	[Wk.e/i]	19.415 / 19.386	19.195 / 19.157
(mm)	[ΔWk.e/i]	-0.051 / -0.079	-0.066 / -0.103
Diameter of measuring circle (mm)	[dMWk.m]	44.400	61.782
Theoretical diameter of ball/pin (mm)	[DM]	4.682	4.255
Effective diameter of ball/pin (mm)	[DMeff]	5.000	4.250
Radial single-ball measurement backlash free (mm)	[MrK]	25.733	34.047
Radial single-ball measurement (mm)	[MrK.e/i]	25.684 / 25.656	33.962 / 33.914
Diameter of measuring circle (mm)	[dMMr.m]	44.015	62.115
Diametral measurement over two balls without clearance (mm)	[MdK]	51.268	67.968
Diametral two ball measure (mm)	[MdK.e/i]	51.169 / 51.114	67.799 / 67.702
Diametral measurement over pins without clearance (mm)	[MdR]	51.268	67.968
Measurement over pins according to DIN 3960 (mm)	[MdR.e/i]	51.169 / 51.114	67.799 / 67.702
Measurement over 3 pins (axial) according to AGMA 2002 (mm)			
	[dk3A.e/i]	51.169 / 51.114	67.799 / 67.702
Dimensions over 3 pins without clearance (mm)	[Md3R]	51.071	67.842
Effective dimensions over 3 pins (mm)	[Md3R.e/i]	50.972 / 50.917	67.674 / 67.577
Chordal tooth thickness (no backlash) (mm)	[sc]	4.366	3.855
Actual chordal tooth thickness (mm)	[sc.e/i]	4.312 / 4.282	3.785 / 3.745
Reference chordal height from da.m (mm)	[ha]	3.206	2.444
Tooth thickness (Arc) (mm)	[sn]	4.373	3.857
(mm)	[sn.e/i]	4.319 / 4.289	3.787 / 3.747
Backlash free center distance (mm)	[aControl.e/i]	52.839 / 52.747	
Backlash free center distance, allowances (mm)	[jta]	-0.161 / -0.253	
dNf.i with aControl (mm)	[dNf0.i]	40.192	59.490
Reserve (dNf0.i-dFf.e)/2 (mm)	[cF0.i]	0.069	0.245
Tip clearance (mm)	[c0.i(aControl)]	0.467	0.445
Centre distance allowances (mm)	[Aa.e/i]	0.015 / -0.015	
Circumferential backlash from Aa (mm)	[jtw_Aa.e/i]	0.012 / -0.012	
Radial clearance (mm)	[jrw]	0.268 / 0.146	

Circumferential backlash (transverse section) (mm)	[jtw]	0.208 /	0.113
Normal backlash (mm)	[jnw]	0.195 /	0.107
Torsional angle at entry with fixed output:			
Entire torsional angle (°)	[j.tSys]		0.5545/0.3029

## 7. GEAR ACCURACY

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
According to DIN 3961:1978			
Accuracy grade	[Q-DIN3961]	7	7
Profile form deviation (µm)	[ff]	11.00	11.00
Profile slope deviation (µm)	[fHa]	9.00	9.00
Total profile deviation (µm)	[Ff]	14.00	14.00
Helix form deviation (µm)	[fbf]	8.00	8.00
Helix slope deviation (µm)	[fHb]	12.00	12.00
Total helix deviation (µm)	[Fb]	14.00	14.00
Normal base pitch deviation (µm)	[fpe]	10.00	11.00
Single pitch deviation (µm)	[fp]	10.00	11.00
Adjacent pitch difference (µm)	[fu]	13.00	14.00
Total cumulative pitch deviation (µm)	[Fp]	30.00	38.00
Sector pitch deviation over z/8 pitches (µm)	[Fpz/8]	19.00	24.00
Runout (µm)	[Fr]	22.00	27.00
Tooth Thickness Variation (µm)	[Rs]	13.00	16.00
Single flank composite, total (µm)	[Fi']	35.00	42.00
Single flank composite, tooth-to-tooth (µm)	[fi']	17.00	18.00
Radial composite, total (µm)	[Fi'']	26.00	31.00
Radial composite, tooth-to-tooth (µm)	[fi'']	11.00	13.00
According to DIN 58405:1972 (Feinwerktechnik):			
Tooth-to-tooth composite error (µm)	[fi'']	11.00	12.00
Composite error (µm)	[Fi'']	32.00	36.00
Axis alignment error (µm)	[fp]	11.66	11.66
Flank direction error (µm)	[fbeta]	9.99	9.99
Runout (µm)	[Trk, Fr]	40.00	44.00

Axis alignment tolerances (recommendation acc. to ISO TR 10064-3:1996, Quality

7)

Maximum value for deviation error of axis (µm)	[fSigbet]	17.00 (Fb= 17.00)
Maximum value for inclination error of axes (µm)	[fSigdel]	34.00

## 8. ADDITIONAL DATA

Maximal possible centre distance (eps_a=1.0)	[aMAX]	54.412	
Mass (kg)	[m]	0.331	0.660
Total mass (kg)	[m]	0.992	
Moment of inertia (system with reference to the drive):			
calculation without consideration of the exact tooth shape			
single gears ((da+df)/2...di) (kg*m²)	[TraeghMom]	9.345e-005	0.0003883
System ((da+df)/2...di) (kg*m²)	[TraeghMom]	0.000273	
Torsional stiffness at entry with driven force fixed:			
Torsional stiffness (MNm/rad)	[cr]	0.061	
Torsion when subjected to nominal torque (°)	[delcr]	0.005	
Mean coeff. of friction (acc. Niemann)	[mum]	0.071	
Wear sliding coef. by Niemann	[zetw]	1.091	
Gear power loss (W)	[PVZ]	11.326	

(Meshing efficiency (%)) [etaz] 98.613)  
Sound pressure level (according to Masuda) [dB(A)] 39.8

## 9. MODIFICATIONS AND TOOTH FORM DEFINITION

Data for the tooth form calculation :  
Data not available.

## 10. SERVICE LIFE, DAMAGE

Required safety for tooth root [SFmin] 1.40  
Required safety for tooth flank [SHmin] 1.00

Service life (calculated with required safeties):

System service life (h) [Hatt] > 1000000

Tooth root service life (h) [HFatt] 1e+006 1e+006  
Tooth flank service life (h) [HHatt] 1e+006 1e+006

Note: The entry 1e+006 h means that the Service life > 1,000,000 h.

Damage calculated on the basis of the required service life [H] ( 20000.0 h)

F1%	F2%	H1%	H2%
0.00	0.00	0.00	0.00

Calculation of the factors required to define reliability R(t) according to B. Bertsche with Weibull distribution:

$R(t) = 100 * \text{Exp}(-((t^{\text{fac}} - t_0)/(T - t_0))^b) \%$ ; t (h)

Gear		fac	b	t0	T	R(H)%
1	Tooth root	258429	1.7	9.654e+029	1.484e+030	100.00
1	Tooth flank	258429	1.3	9.014e+029	4.295e+030	100.00
2	Tooth root	58577	1.7	9.654e+029	1.484e+030	100.00
2	Tooth flank	58577	1.3	9.014e+029	4.295e+030	100.00

Reliability of the configuration for required service life (%) 100.00 (Bertsche)

### REMARKS:

- Specifications with [e/i] imply: Maximum [e] and Minimal value [i] with consideration of all tolerances
- Specifications with [m] imply: Mean value within tolerance
- For the backlash tolerance, the center distance tolerances and the tooth thickness deviation are taken into account. Shown is the maximal and the minimal backlash corresponding the largest resp. the smallest allowances
- The calculation is done for the operating pitch circle.
- Details of calculation method:  
cg according to method B

End of Report

lines: 503



## \_O.Redutor\_Guincho\_1800.SunPlanet\_2.SunPlanet\_2\_calc

KISSsoft Release 03/2017 E

KISSsoft University license - Universidade do Porto

File

Name : Unnamed

Changed by: Marco

on: 03.07.2018

at: 13:08:55

### CALCULATION OF A CYLINDRICAL SPUR GEAR PAIR

Drawing or article number:

Gear 1: Zso(SunPlanet\_2)

Gear 2: Zpo(SunPlanet\_2)

Calculation method

-

### 1. TOOTH GEOMETRY AND MATERIAL

(geometry calculation according to ISO 21771:2007, DIN ISO 21771)

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Center distance (mm)	[a]	53.000	
Centre distance tolerance	ISO 286:2010 Measure js7		
Normal module (mm)	[mn]	2.5000	
Pressure angle at normal section (°)	[alfn]	20.0000	
Helix angle at reference circle (°)	[beta]	0.0000	
Number of teeth	[z]	16	26
Facewidth (mm)	[b]	37.00	37.00
Hand of gear		Spur gear	
Accuracy grade	[Q-ISO 1328:1995]	7	7
Inner diameter (mm)	[di]	25.00	30.00
Inner diameter of gear rim (mm)	[dbi]	0.00	0.00

Material

Gear 1:	18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness $\geq 25\text{HRC}$ Jominy J=12mm<HRC28
Gear 2:	18CrNiMo7-6, Case-carburized steel, case-hardened ISO 6336-5 Figure 9/10 (MQ), Core hardness $\geq 25\text{HRC}$ Jominy J=12mm<HRC28

	----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
Surface hardness	HRC 61	HRC 61

Gear reference profile 1 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250
Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)
Addendum coefficient	[haP*]	1.000
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000
Protuberance angle	[alfprP]	0.000
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000
Ramp angle	[alfKP]	0.000

not topping

Gear reference profile 2 :

Reference profile 1.25 / 0.38 / 1.0 ISO 53:1998 Profil A

Dedendum coefficient	[hfP*]	1.250
----------------------	--------	-------

Root radius factor	[rhofP*]	0.380 (rhofPmax*=0.472)
Addendum coefficient	[haP*]	1.000
Tip radius factor	[rhoaP*]	0.000
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000
Protuberance angle	[alfprP]	0.000
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000
Ramp angle	[alfKP]	0.000

not topping

Summary of reference profile gears:

Deendum reference profile	[hfP*]	1.250	1.250
Tooth root radius Refer. profile	[rofP*]	0.380	0.380
Addendum Reference profile	[haP*]	1.000	1.000
Protuberance height coefficient	[hprP*]	0.000	0.000
Protuberance angle (°)	[alfprP]	0.000	0.000
Tip form height coefficient	[hFaP*]	0.000	0.000
Ramp angle (°)	[alfKP]	0.000	0.000

Type of profile modification: none (only running-in)

Tip relief (µm)	[Ca]	-0.0	-0.0
-----------------	------	------	------

----- GEAR 1 ----- GEAR 2 --

Gear ratio	[u]	1.625	
Transverse module (mm)	[mt]	2.500	
Pressure angle at pitch circle (°)	[alf]	20.000	
Working transverse pressure angle (°)	[alfwt]	21.436	
	[alfwt.e/i]	21.477 /	21.394
Working pressure angle at normal section (°)	[alfwn]	21.436	
Helix angle at operating pitch circle (°)	[betaw]	0.000	
Base helix angle (°)	[betab]	0.000	
Reference centre distance (mm)	[ad]	52.500	
Sum of profile shift coefficients	[Summexi]	0.2070	
Profile shift coefficient	[x]	0.2815	-0.0745
Tooth thickness (Arc) (module) (module)	[sn*]	1.7757	1.5166
Tip alteration (mm)	[k*mn]	-0.017	-0.017
Reference diameter (mm)	[d]	40.000	65.000
Base diameter (mm)	[db]	37.588	61.080
Tip diameter (mm)	[da]	46.373	69.593
(mm)	[da.e/i]	46.373 /	46.363 69.593 / 69.583
Tip diameter allowances (mm)	[Ada.e/i]	0.000 /	-0.010 0.000 / -0.010
Tip form diameter (mm)	[dFa]	46.373	69.593
(mm)	[dFa.e/i]	46.373 /	46.363 69.593 / 69.583
Active tip diameter (mm)	[dNa]	46.373	69.593
Active tip diameter (mm)	[dNa.e/i]	46.373 /	46.363 69.593 / 69.583
Operating pitch diameter (mm)	[dw]	40.381	65.619
(mm)	[dw.e/i]	40.392 /	40.370 65.638 / 65.600
Root diameter (mm)	[df]	35.157	58.377
Generating Profile shift coefficient	[xE.e/i]	0.2518/	0.2353 -0.1130/ -0.1350
Manufactured root diameter with xE (mm)	[df.e/i]	35.009 /	34.927 58.185 / 58.075
Theoretical tip clearance (mm)	[c]	0.625	0.625
Effective tip clearance (mm)	[c.e/i]	0.796 /	0.706 0.760 / 0.684
Active root diameter (mm)	[dNf]	37.971	62.168
(mm)	[dNf.e/i]	37.986 /	37.960 62.186 / 62.153
Root form diameter (mm)	[dFf]	37.722	61.427
(mm)	[dFf.e/i]	37.688 /	37.671 61.370 / 61.340
Reserve (dNf-dFf)/2 (mm)	[cF.e/i]	0.158 /	0.136 0.423 / 0.391

Addendum (mm)	[ha=mn*(haP*+x+k)]	3.187	2.297
(mm)	[ha.e/i]	3.187 / 3.182	2.297 / 2.292
Dedendum (mm)	[hf=mn*(hfP*-x)]	2.421	3.311
(mm)	[hf.e/i]	2.495 / 2.537	3.407 / 3.462
Roll angle at dFa (°)	[xsi_dFa.e/i]	41.400 / 41.374	31.287 / 31.268
Roll angle to dNa (°)	[xsi_dNa.e/i]	41.400 / 41.374	31.287 / 31.268
Roll angle to dNf (°)	[xsi_dNf.e/i]	8.365 / 8.083	10.954 / 10.784
Roll angle at dFf (°)	[xsi_dFf.e/i]	4.182 / 3.815	5.592 / 5.290
Tooth height (mm)	[h]	5.608	5.608
Virtual gear no. of teeth	[zn]	16.000	26.000
Normal tooth thickness at tip circle (mm)	[san]	1.346	1.878
(mm)	[san.e/i]	1.290 / 1.249	1.808 / 1.760
Normal-tooth thickness on tip form circle (mm)	[sFan]	1.346	1.878
(mm)	[sFan.e/i]	1.290 / 1.249	1.808 / 1.760
Normal space width at root circle (mm)	[efn]	0.000	0.000
(mm)	[efn.e/i]	0.000 / 0.000	0.000 / 0.000
Specific sliding at the tip	[zetaa]	0.738	0.738
Specific sliding at the root	[zetaf]	-2.812	-2.812
Mean specific sliding	[zetam]	0.738	
Sliding factor on tip	[Kga]	0.496	0.375
Sliding factor on root	[Kgf]	-0.375	-0.496
Pitch on reference circle (mm)	[pt]	7.854	
Base pitch (mm)	[pbt]	7.380	
Transverse pitch on contact-path (mm)	[pet]	7.380	
Length of path of contact (mm)	[ga, e/i]	10.887 ( 10.929 / 10.828)	
Length T1-A, T2-A (mm)	[T1A, T2A]	13.580( 13.580/ 13.571)	5.789( 5.748/ 5.839)
Length T1-B (mm)	[T1B, T2B]	10.073( 10.032/ 10.124)	9.297( 9.297/ 9.286)
Length T1-C (mm)	[T1C, T2C]	7.379( 7.363/ 7.394)	11.991( 11.965/ 12.016)
Length T1-D (mm)	[T1D, T2D]	6.200( 6.200/ 6.191)	13.170( 13.129/ 13.219)
Length T1-E (mm)	[T1E, T2E]	2.692( 2.651/ 2.744)	16.677( 16.677/ 16.666)
Length T1-T2 (mm)	[T1T2]	19.369 ( 19.328 / 19.410)	
Diameter of single contact point B (mm)	[d-B]	42.646( 39.580/ 39.575)	63.847( 66.485/ 66.556)
Diameter of single contact point D (mm)	[d-D]	39.580( 42.607/ 42.695)	66.517( 63.847/ 63.841)
Addendum contact ratio	[eps]	0.840( 0.842/ 0.837)	0.635( 0.638/ 0.630)
Minimal length of contact line (mm)	[Lmin]	37.000	
Transverse contact ratio	[eps_a]	1.475	
Transverse contact ratio with allowances	[eps_a.e/m/i]	1.481 / 1.474 / 1.467	
Overlap ratio	[eps_b]	0.000	
Total contact ratio	[eps_g]	1.475	
Total contact ratio with allowances	[eps_g.e/m/i]	1.481 / 1.474 / 1.467	

## 6. MEASUREMENTS FOR TOOTH THICKNESS

		----- Gear 1 -----	Gear 2 --
Tooth thickness deviation		DIN 3967 cd25	DIN 3967 cd25
Tooth thickness allowance (normal section) (mm)	[As.e/i]	-0.054 / -0.084	-0.070 / -0.110
Number of teeth spanned	[k]	3.000	3.000
Base tangent length (no backlash) (mm)	[Wk]	19.492	19.234
Actual base tangent length ('span') (mm)	[Wk.e/i]	19.442 / 19.413	19.168 / 19.130
(mm)	[ΔWk.e/i]	-0.051 / -0.079	-0.066 / -0.103
Diameter of measuring circle (mm)	[dMWk.m]	42.312	64.011
Theoretical diameter of ball/pin (mm)	[DM]	4.784	4.228
Effective diameter of ball/pin (mm)	[DMeff]	5.000	4.250

Radial single-ball measurement backlash free (mm)	[MrK]	24.525	35.219
Radial single-ball measurement (mm)	[MrK.e/i]	24.476 / 24.449	35.133 / 35.083
Diameter of measuring circle (mm)	[dMMr.m]	41.559	64.480
Diametral measurement over two balls without clearance (mm)	[MdK]	49.050	70.437
Diametral two ball measure (mm)	[MdK.e/i]	48.953 / 48.898	70.265 / 70.166
Diametral measurement over pins without clearance (mm)	[MdR]	49.050	70.437
Measurement over pins according to DIN 3960 (mm)	[MdR.e/i]	48.953 / 48.898	70.265 / 70.166
Measurement over 3 pins (axial) according to AGMA 2002 (mm)	[dk3A.e/i]	48.953 / 48.898	70.265 / 70.166
Chordal tooth thickness (no backlash) (mm)	[sc]	4.430	3.789
Actual chordal tooth thickness (mm)	[sc.e/i]	4.376 / 4.346	3.719 / 3.679
Reference chordal height from da.m (mm)	[ha]	3.307	2.349
Tooth thickness (Arc) (mm)	[sn]	4.439	3.791
(mm)	[sn.e/i]	4.385 / 4.355	3.721 / 3.681
Backlash free center distance (mm)	[aControl.e/i]	52.839 / 52.747	
Backlash free center distance, allowances (mm)	[jta]	-0.161 / -0.253	
dNf.i with aControl (mm)	[dNf0.i]	37.797	61.921
Reserve (dNf0.i-dFf.e)/2 (mm)	[cF0.i]	0.055	0.275
Tip clearance (mm)	[c0.i(aControl)]	0.467	0.445
Centre distance allowances (mm)	[Aa.e/i]	0.015 / -0.015	
Circumferential backlash from Aa (mm)	[jtw_Aa.e/i]	0.012 / -0.012	
Radial clearance (mm)	[jrw]	0.268 / 0.146	
Circumferential backlash (transverse section) (mm)	[jtw]	0.208 / 0.113	
Normal backlash (mm)	[jnw]	0.195 / 0.107	
Torsional angle of gear2 bei festgehaltenem Rad 1			
Entire torsional angle (°)	[j.tSys]	0.3626 / 0.1980	

## 7. GEAR ACCURACY

		----- GEAR 1 -----	GEAR 2 --
According to ISO 1328-1:1995, ISO 1328-2:1997			
Accuracy grade	[Q]	7	7
Single pitch deviation (µm)	[fptT]	11.00	12.00
Base circle pitch deviation (µm)	[fpbT]	10.30	11.30
Sector pitch deviation over k/8 pitches (µm)	[Fpk/8T]	16.00	19.00
Profile form deviation (µm)	[ffaT]	11.00	12.00
Profile slope deviation (µm)	[fHaT]	9.00	10.00
Total profile deviation (µm)	[FaT]	14.00	16.00
Helix form deviation (µm)	[ffbT]	12.00	12.00
Helix slope deviation (µm)	[fHbT]	12.00	12.00
Total helix deviation (µm)	[FbT]	16.00	17.00
Total cumulative pitch deviation (µm)	[FpT]	30.00	38.00
Runout (µm)	[FrT]	24.00	30.00
Single flank composite, total (µm)	[FisT]	55.00	65.00
Single flank composite, tooth-to-tooth (µm)	[fisT]	25.00	27.00
Radial composite, total (µm)	[FidT]	37.00	43.00
Radial composite, tooth-to-tooth (µm)	[fidT]	13.00	13.00

Axis alignment tolerances (recommendation acc. to ISO TR 10064-3:1996, Quality)

7)

Maximum value for deviation error of axis (µm)	[fSigbet]	17.00 (Fb= 17.00)
Maximum value for inclination error of axes (µm)	[fSigdel]	34.00

## 8. ADDITIONAL DATA

Maximal possible centre distance ( $\epsilon_{sa}=1.0$ )	[aMAX]	54.380	
Mass (kg)	[m]	0.236	0.727
Total mass (kg)	[m]	0.963	
Moment of inertia (system with reference to the drive): calculation without consideration of the exact tooth shape			
single gears	(( $d_a+d_f$ )/2... $d_i$ ) ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )	[TraeghMom]	6.744e-005
System	(( $d_a+d_f$ )/2... $d_i$ ) ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )	[TraeghMom]	0.0004537
			0.0006318

## 9. MODIFICATIONS AND TOOTH FORM DEFINITION

Data for the tooth form calculation :

Data not available.

## REMARKS:

- Specifications with [e/i] imply: Maximum [e] and Minimal value [i] with consideration of all tolerances  
Specifications with [m] imply: Mean value within tolerance
- For the backlash tolerance, the center distance tolerances and the tooth thickness deviation are taken into account. Shown is the maximal and the minimal backlash corresponding the largest resp. the smallest allowances  
The calculation is done for the operating pitch circle.

---

End of Report

lines: 251

---