

CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE PLANES DE ÁREA: MARCO CONCEPTUAL Y ESQUEMA METODOLÓGICO

Silvia Solano, Pedro Gómez y María José González

En este documento, presentamos el marco conceptual y el esquema metodológico para la caracterización y análisis de planes de área de matemáticas de la educación media en Colombia. El marco conceptual es de carácter curricular: establece la normativa curricular colombiana y se basa en el modelo del análisis didáctico. El esquema metodológico propone un diseño de una muestra de la población de planes de área colombianos y establece, a partir del marco conceptual, un conjunto de atributos con los que se puede caracterizar un plan de área: tratamiento didáctico de los temas, nivel de concreción, adecuación a los estándares, coherencia entre conceptos pedagógicos y coherencia entre dimensiones. Para cada atributo, construimos variables aleatorias que establecen una medida del atributo en cada plan de área. Proponemos métodos para caracterizar y analizar los planes de área de la muestra en términos de esas variables aleatorias.

1. MARCO CONCEPTUAL

En este apartado, presento la normativa curricular colombiana, la teoría curricular, el modelo de análisis didáctico, las dimensiones del currículo, y los atributos de caracterización que se utilizaron para describir los planes de área de matemáticas colombianos en educación media.

1.1. Normativa curricular

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) decretó la Ley General de Educación 115 de 1994 (MEN, 1994). Por medio de esta ley, se organiza la prestación del servicio educativo en Colombia, a través de unas normas generales, dentro de las cuales incluye, en su artículo 73, el Proyec-

to Educativo Institucional (PEI). En este mismo artículo, se incluye un párrafo que determina que el PEI debe responder a situaciones y necesidades de los educandos, de la comunidad local, de la región y del país; asimismo, este PEI debe ser concreto, factible y evaluable.

Adicionalmente, la Ley 115 establece, en el artículo 77, la autonomía curricular de los centros educativos que se responsabilizan de la formulación y registro del PEI. El PEI debe incluir un plan de estudios en el que se debe concretar el diseño curricular de todas las áreas. Por lo tanto, los profesores son los encargados del diseño y la planificación curricular en todas las áreas. Esta planificación queda registrada en los planes de área, o planes de estudio como lo estipula la ley en su artículo 79.

El plan de estudio es un esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativo. En la educación formal, dicho plan debe establecer los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración, de acuerdo con el Proyecto Educativo Institucional y con las disposiciones legales vigentes. (p. 24)

Dado que la ley establece que el plan de estudios debe contemplar los objetivos, la metodología, la distribución del tiempo, los criterios de evaluación y la administración por niveles, grados y áreas (p. 24), constatamos que, en el contexto de las instituciones educativas, se utiliza la expresión plan de área para referirse al documento en el que, para el área de matemáticas, esa institución busca satisfacer las condiciones contempladas en el artículo 79 de la Ley 115.

Los planes de estudio colombianos están organizados, como lo contempla la ley, por grados y por períodos académicos, y, en general, tienen una estructura común. La organización del currículo para las matemáticas en una institución, por ley (MEN, 1994), se organiza por grados. El calendario académico debe ser organizado por períodos anuales de 40 semanas. Este período anual debe ser distribuido en dos períodos semestrales (Artículo 14, Decreto 1850). No obstante, encontramos que en los documentos de planes de área, usualmente, se distribuyen las 40 semanas en cuatro períodos académicos o bimestres. Por consiguiente, en la mayoría de las instituciones educativas, existe la tradición de distribuir el año escolar en períodos académicos y en los planes de área se incluye esta noción de período como medio de organización temporal de las actividades académicas.

Una vez se está dentro de un período académico, encontramos una tradición de organizar el período por subperíodos que corresponden a las filas que se encuentran en las mallas curriculares. Los subperíodos no están establecidos por norma, así como los bimestres, pero sí es una tradición que tienen las instituciones educativas de organizar temporalmente el currículo de esta manera. También, encontramos que en las filas de los planes de estudio se presentan los contenidos a enseñar, las expectativas de aprendizaje que se espera que los estudiantes alcancen, la metodología de enseñanza y los criterios de evaluación de los contenidos propuestos.

De esta manera, el plan de área se convierte en la hoja de ruta que guía la implementación del currículo de matemáticas al interior de las instituciones educativas colombianas. De cara a su actuación en el aula, el profesor también formula su plan de aula en el que se debe concretar el plan de área para una o más sesiones de clase específicas (Gómez, 2010). La situación anterior se puede representar esquemáticamente como se muestra en la figura 1.

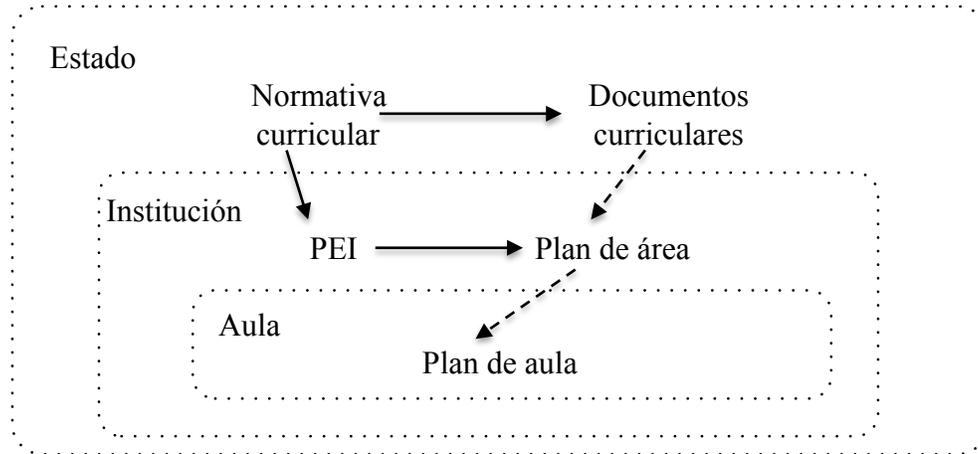


Figura 1. De la normativa al plan de aula (Gómez, 2010, p. 10)

El propósito de que se formule un plan de área en la institución educativa consiste en que este documento sirva de guía para los planes de aula que los profesores formulan para sus clases y para la implementación de ese plan de aula. En este sentido, el plan de área se convierte en un instrumento que orienta la actuación del profesor en el aula de clase con el fin de lograr el aprendizaje de los estudiantes. Por lo tanto, el plan de área juega un papel importante dentro del currículo de una institución educativa, no sólo por ser un documento que guía la planificación de un área, sino también porque permite desarrollar el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Estándares básicos de competencias

Los estándares básicos de competencias son los “referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzado los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar” (MEN, 2006, p. 12).

Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media, especificando por grupos de grados (1 a 3, 4 a 5, 6 a 7, 8 a 9, y 10 a 11) el nivel de calidad que se aspira alcanzar. (p. 11)

Por consiguiente, el documento de los estándares se constituye en una guía para el diseño del currículo, la producción de los textos y materiales escolares, el diseño de las prácticas evaluativas, y la formulación de programas y proyectos. La autonomía curricular establecida en el artículo 77 de la Ley 115 General de Educación implica que el proceso de diseño y planificación curricular en Colombia presenta una gran diversidad. La medida en que los planes de área de las instituciones educativas atienden los estándares propuestos por el MEN es una de las cuestiones que nos interesa indagar en este proyecto.

1.2. Teoría curricular

Para abordar el análisis de los planes de área de matemáticas en educación media, nos basamos en los desarrollos teóricos propuestos por Rico (1997c) y el modelo de análisis didáctico de Gómez (2018). De acuerdo con Rico (1997c), el concepto de currículo se ha convertido en un término genérico, y, en su significado educativo, tiene una denominación que, como lo define Stenhouse, abarca toda actividad de “planificar una formación” (Stenhouse, 1984, p. 100). En este sentido, el currículo se asume como un plan de formación que cada sociedad establece para las distintas disciplinas. De esta manera, el currículo debe tener los siguientes elementos (Rico, 1998).

1. El colectivo de personas a formar.
2. El tipo de formación que se quiere proporcionar.
3. La institución social en la que se lleva a cabo la formación.
4. Las finalidades que se quieren alcanzar.
5. Los mecanismos de control y valoración.

Rico (1998) plantea que la intención del currículo como plan de formación “propone dar respuestas sobre las siguientes cuestiones: ¿qué es, en qué consiste el conocimiento?, ¿qué es el aprendizaje?, ¿qué es la enseñanza?, y ¿qué es, en qué consiste el conocimiento útil?” (p. 4). De esta manera, la intención del currículo consiste en ofrecer propuestas concretas sobre lo siguiente.

- ◆ Modos de entender el conocimiento.
- ◆ Interpretar el aprendizaje.
- ◆ Poner en práctica la enseñanza.
- ◆ Valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes realizados.

La reflexión y el análisis curricular se pueden basar en las cuatro cuestiones qué, para qué, cómo y cuánto, dando lugar a las cuatro dimensiones siguientes.

1. Dimensión conceptual.
2. Dimensión cognitiva.
3. Dimensión formativa.
4. Dimensión social.

Para el estudio de estas cuatro dimensiones del currículo, se establecen unos niveles de reflexión: el teleológico, las disciplinas académicas, el sistema educativo, la planificación de los profesores y la planificación local. Este último nivel, el de la planificación local, se configura alrededor del modelo del análisis didáctico propuesto por Gómez (2018). Presento en la tabla 1 estas dimensiones y niveles de reflexión del currículo.

Tabla 1¹

Componentes del currículo según niveles y dimensiones

		Dimensiones del currículo			
		1ª Dimensión	2ª. Dimensión	3ª Dimensión	4ª Dimensión
		Cultural – Conceptual	Cognitiva o de desarrollo	Ética o formativa	Social
Niveles	Teleológico o de finalidades	Fines culturales	Fines formativos	Fines políticos	Fines sociales
	Disciplinas Académicas	Epistemología e Historia de la matemática	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
	Sistema Educativo	Conocimiento	Alumno	Profesor	Aula
	Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
	Planificación local/Análisis Didáctico	Análisis de Contenido	Análisis Cognitivo	Análisis de Instrucción	Análisis de actuación

A continuación, describo en detalle las cuatro dimensiones del currículo en el nivel de la planificación local

1.3. Modelo del análisis didáctico

El modelo del análisis didáctico se constituye en uno de los niveles del currículo como procedimiento de planificación local de los profesores. El modelo del análisis didáctico es una conceptualización de las actividades que el profesor realiza para planificar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas (Gómez, 2018). El modelo del análisis didáctico involucra cuatro análisis relacionados con cada una de las dimensiones del currículo en el nivel de la planificación local: contenido, cognitivo, instrucción y actuación. Cada uno de los análisis del análisis didáctico se articula alrededor de unos conceptos pedagógicos que Rico (1997b) denomina organizadores del currículo.

En la dimensión conceptual, el análisis de contenido incluye tres conceptos pedagógicos: los sistemas de representación, la estructura conceptual y la fenomenología. Cada uno de estos conceptos pedagógicos corresponden a las tres dimensiones del significado de un concepto en el contexto de las matemáticas escolares (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2018). En la dimensión cognitiva, el análisis cognitivo contempla los conceptos pedagógicos expectativas de aprendizaje, li-

¹ Tomado de Gómez, P. (2007, p. 20).

mitaciones e hipótesis de aprendizaje (González y Gómez, 2018). En la dimensión formativa, el análisis de instrucción tiene como ideas centrales las tareas y las secuencias de tareas (Gómez, Mora y Velasco, 2018). En la dimensión social, el análisis de actuación gira alrededor de los instrumentos y los procedimientos que se utilizan para recoger, codificar y analizar la información que surge de la actuación del profesor y los estudiantes (Romero y Gómez, 2018).

No obstante, para caracterizar los planes de área de educación media colombianos, me aparté de las ideas originales de los conceptos pedagógicos que se contemplan en el análisis didáctico propuesto por (Gómez, 2018), dado que, en el análisis de los planes de área, no tiene sentido analizar todos estos conceptos puesto que, en estos documentos curriculares, no hay información que esté relacionada con todos los conceptos pedagógicos del análisis didáctico. Por ejemplo, los conceptos pedagógicos de tareas y secuencias de tareas del análisis de instrucción, o los procedimientos para analizar la actuación del profesor y los estudiantes del análisis de actuación son cuestiones que en los planes de área colombianos no se aborda.

En el nivel de la planificación local, consideré importante analizar los siguientes conceptos pedagógicos que describiré en detalle más adelante. En la dimensión conceptual, conservé del análisis de contenido los conceptos pedagógicos de estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología. En la dimensión cognitiva, establecí en el análisis cognitivo los conceptos pedagógicos de expectativas de aprendizaje y limitaciones de aprendizaje. En la dimensión formativa, establecí para el análisis de instrucción los conceptos pedagógicos de enseñanza relacionada con temas, esquemas de enseñanza y metodología. En la dimensión social, propuse para el análisis de actuación los conceptos pedagógicos de tipos de evaluación, criterios de evaluación y los instrumentos de evaluación.

1.4. Análisis de contenido

El análisis de contenido contempla tres conceptos pedagógicos: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología. También, en este nivel, se deben tener en cuenta las relaciones que se establecen entre los conceptos pedagógicos mencionados. A continuación, presentaré estos conceptos pedagógicos.

Sistemas de representación

Un sistema de representación es “un sistema de reglas para (i) identificar o crear signos, (ii) operar sobre y con ellos y (iii) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)” (Kaput, 1992). En otras palabras, los sistemas de representación son las diferentes maneras en que se representan los conceptos y procedimientos matemáticos. Como lo manifiesta Gómez (2018), la importancia de los sistemas de representación en el análisis didáctico radica en tres aspectos.

- ◆ Los sistemas de representación organizan los símbolos mediante los que se hacen presentes los conceptos matemáticos.
- ◆ Los distintos sistemas de representación aportan diferentes significados para cada concepto.
- ◆ Un mismo concepto admite y necesita varios sistemas de representación complementarios. (p. 42)

De acuerdo con Cañadas et al. (2018), un mismo concepto o estructura matemática se puede representar en diferentes sistemas de representación, y es posible agrupar y caracterizar, en tres categorías, las operaciones que se pueden realizar sobre los signos que pertenecen a esos sistemas de representación.

1. *Creación y presentación de signos o expresiones.* Esta operación permite determinar expresiones válidas e inválidas. Por ejemplo, las expresiones $f(x) = x^2 + 2x + 1$ y $f(x) = (x + 1)^2$ son signos de una misma función dentro del sistema de representación simbólico, mientras que $(x)f = 3x^2 + 2$ es un ejemplo de una expresión inválida en el sistema de representación simbólico para las funciones. La creación de signos o expresiones es una de las principales razones para considerar que, en muy contados casos, podemos incluir el lenguaje verbal como un sistema de representación. El lenguaje natural, en general, no tiene reglas para la creación de signos o expresiones de los temas concretos de las matemáticas escolares. Lo que sí existe, y no se debe confundir, son convenios de cómo se leen ciertas expresiones.
2. *Transformación sintáctica invariante.* Esta operación se refiere a la transformación de un signo en otro, dentro de un mismo sistema de representación, sin que el concepto o procedimiento matemático designado por esos signos cambie. Es el caso, por ejemplo, de los procedimientos de completación de cuadrados, expansión y factorización. Un ejemplo es la representación tabular, en la que el proceso ubicar las variables en dos filas o en dos columnas no modifica la función representada.
3. *Traducción entre sistemas de representación.* Esta operación se refiere al procedimiento en virtud del cual se establece la relación entre dos signos que designan un mismo objeto pero que pertenecen a diferentes sistemas de representación. Por ejemplo, $f(x) = (x + 1)^2$ y la representación de la figura 2 son representaciones del mismo concepto en diferentes sistemas de representación (simbólico y gráfico, respectivamente).

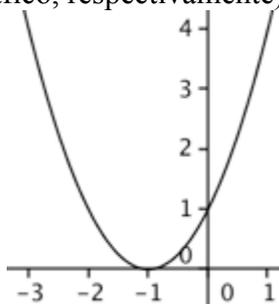


Figura 2. Representación gráfica de $f(x) = (x + 1)^2$ (Cañadas et al., 2018)

De los múltiples sistemas de representación y con base en análisis previos de los planes de área, he seleccionado nueve tipos de sistemas de representación: numérico, simbólico, tabular, gráfico, verbal, geométrico, pictórico, manipulativo y ejecutable. A continuación, describo estos sistemas de representación.

Sistema de representación numérico. El sistema de representación numérico contempla las representaciones numéricas del objeto matemático.

Sistema de representación simbólico. El sistema de representación simbólico contempla los signos (números, letras y símbolos de las operaciones aritméticas), las operaciones que se pueden hacer con ellos y la relación entre ellos.

Sistema de representación tabular. El sistema de representación tabular está estrechamente ligado al sistema de representación numérico pero tiene sus propios signos y reglas de combinación de los mismos.

Sistema de representación gráfico. En la figura 2, presenté una representación gráfica de la función $f(x) = (x + 1)^2$. En este caso —el gráfico cartesiano— los valores y las escalas empleadas en los ejes del diagrama y el trazado de la función constituyen los signos y existe una serie de reglas que permiten relacionarlos entre sí.

Sistema de representación verbal. En el lenguaje natural, el sistema de numeración decimal tiene unas normas establecidas, tanto para los ordinales, como para los cardinales. Por ejemplo, 20, 21 y 22, se expresan verbalmente como veinte, veintiuno y veintidós, respectivamente. Pero, para 11 y 12, su expresión verbal tiene otras reglas. Se expresan verbalmente como once y doce, respectivamente, y no como dieciuno y diecidos. El sistema de representación verbal tiene sentido, por lo tanto, cuando el lenguaje nos permite referirnos a los conceptos y procedimientos matemáticos que queremos representar.

Sistema de representación geométrico. El sistema de representación geométrico es útil para representar la multiplicación de números naturales y su resultado. Por ejemplo, para representar la multiplicación de $4 \cdot 3$, se puede construir un rectángulo con cuatro unidades de largo y tres de ancho (ver figura 3). Contando el número total de cuadrados, se tiene el resultado de la multiplicación

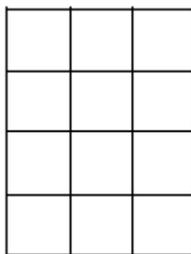


Figura 3. Representación geométrica de la multiplicación (Cañadas et al., 2018)

Sistema de representación pictórico. En la figura 4, utilizamos el sistema de representación pictórico para expresar el cardinal de un número de elementos (círculos) y describir el uso que se hace de la agrupación para determinar la cardinalidad de un conjunto de 23 círculos

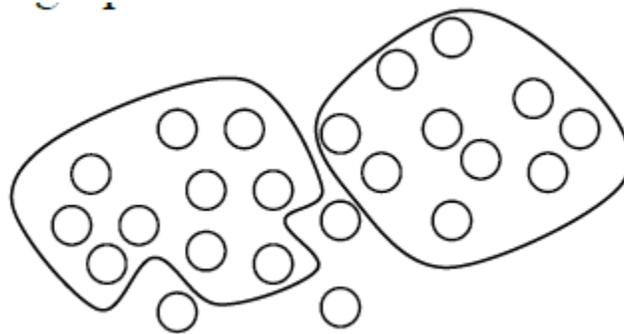


Figura 4. Determinar la cardinalidad por agrupación (Cañadas et al., 2018)

Sistema de representación manipulativo. El sistema de representación manipulativo presenta dificultades porque, en ocasiones, se confunde con los recursos o materiales didácticos. Por ejemplo, el ábaco sí es un sistema de representación para los números naturales porque tiene sus propios elementos (bolitas y varillas) y sus propias reglas para la construcción de números.

Sistema de representación ejecutable (relacionado con las TIC). Este tipo de sistema de representación está asociado a programas o applets que cumplen las características requeridas para cualquier sistema de representación para un tema determinado de las matemáticas escolares. Programas de geometría dinámica como el Cabri o el Geogebra se consideran sistemas de representación para diversos temas de la geometría o el álgebra porque tienen elementos propios y sus propias reglas para representar, combinar y operar con esos elementos.

Relaciones entre sistemas de representación

Dentro de los sistemas de representación, se pueden establecer dos tipos de relaciones: las que tienen que ver con las transformaciones sintácticas y las que tienen que ver con las traducciones entre sistemas de representación. La primera relación entre sistemas de representación consiste en la transformación de un signo en otro, dentro de un mismo sistema de representación, sin que el concepto o procedimiento matemático designado por esos signos cambie. La segunda relación está relacionada con los diferentes tipos de sistemas que están representando un mismo objeto (traducciones entre sistemas de representación). De esta manera, las traducciones entre sistemas de representación están dadas por las posibles parejas de permutaciones no ordenadas que se pueden hacer entre los diferentes tipos de sistemas de representación. Por ejemplo, en la parábola hay una relación entre el sistema de representación simbólico y el sistema de representación gráfico porque los parámetros de la forma simbólica de la parábola tienen un significado en la representación gráfica.

Estructura conceptual

El concepto pedagógico estructura conceptual permite “identificar los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos” (Cañadas et al., 2018). Este concepto pedagógico nos proporciona información para responder las siguientes cuestiones: (a) ¿cuáles son los conceptos que caracterizan el tema?; (b) ¿qué procedimientos están implicados en el tema?; (c) ¿cómo se relacionan esos conceptos entre sí?; (d) ¿cómo se relacionan esos procedimientos entre sí?; y (e) ¿cómo se relacionan esos conceptos y procedimientos?

Para dar respuesta a las preguntas anteriores, se comienza por identificar los elementos del campo conceptual del tema matemático que se aborda, y considerar tanto la estructura del propio concepto como la estructura de la que el concepto forma parte. De esta manera, es posible detectar los procedimientos que se ejecutan sobre esos elementos del campo conceptual. Finalmente, se pueden establecer las relaciones entre los conceptos y los procedimientos identificados (Cañadas et al., 2018). Existe una distinción entre el campo conceptual y el procedimental (Rico y Coriat, 1997).

El campo conceptual hace referencia a la sustancia del conocimiento: qué es lo que lo compone. En el campo conceptual se pueden identificar diferentes niveles, al considerar que se puede pasar de un nivel inferior a un nivel superior cuando se añaden otros elementos y relaciones: (a) hechos, (b) conceptos y (c) estructuras conceptuales. Los hechos son las unidades más pequeñas de información dentro de un tema matemático. Los conceptos son conjuntos de hechos y relaciones entre ellos. Los conceptos describen una regularidad o relación de un grupo de hechos, suelen admitir un modelo o representación y se designan con signos o símbolos. Las estructuras conceptuales son sistemas de conceptos relacionados entre sí.

El campo procedimental incluye los procedimientos y modos de actuación con respecto al conocimiento. Los procedimientos son aquellas formas de actuación o ejecución de las tareas matemáticas. Rico (1997a) distingue entre (a) destrezas, (b) razonamientos y (c) estrategias. Las destrezas se ejecutan procesando hechos. Se produce una manipulación de símbolos y transformaciones. Los razonamientos se ejecutan sobre conceptos. Las estrategias se ejecutan sobre estructuras conceptuales. Se manipulan diferentes sistemas de representación.

Fenomenología

El concepto pedagógico denominado fenomenología permite “identificar los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos fenomenológicos, las subestructuras y los contextos PISA que permiten organizar dichos fenómenos” (Cañadas et al., 2018). Consideramos que la fenomenología es un “elemento constitutivo del significado de un concepto [que surge] de una visión funcional del currículo, en virtud de la cual los sentidos en los que se usa un término conceptual matemático también incluyen los fenómenos que sustentan el concepto” (Gómez, 2007, p. 50). Este concepto pedagógico se apoya en la información proveniente de la estructura conceptual y los sistemas de representación. En el nivel de la planificación local, la fenomenología involucra establecer una relación entre una estructura matemática y los grupos de fenómenos asociados a ella.

La fenomenología, como concepto pedagógico, permite dar respuesta a las siguientes cuestiones: (a) ¿Qué fenómenos dan sentido a mi tema? (fenómenos), (b) ¿qué subestructuras permiten organizar los fenómenos que dan sentido a mi tema? (subestructuras), (c) ¿para qué se utiliza mi tema? ¿A qué problemas da respuesta? (contextos fenomenológicos), (d) ¿qué características comparten los fenómenos que dan sentido al tema?, (e) ¿Qué subestructuras se relacionan con qué contextos fenomenológicos? (características estructurales y relación entre subestructuras y contextos fenomenológicos), y (f) ¿en qué situaciones está presente mi tema? (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013).

Tomé una interpretación muy parcial de la fenomenología, en el sentido de que revisé el carácter fenomenológico en los planes de área en dos aspectos. El primer aspecto fue constatar si se

hace mención a los problemas que requieren, para su solución, de la construcción de un modelo matemático de una situación dada. El segundo aspecto fue constatar si se debe interpretar la solución en esa situación.

En relación con los contextos que se abordan en los problemas de aplicación, existen contextos que contempla PISA (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013) y los contextos que se utilizan en las pruebas Saber 11° (ICFES, 2014). En PISA (2012) se distinguen cuatro contextos: personales, profesionales, sociales y científicos. En las prueba SABER 11°, los contextos pueden ser financieros, de divulgaciones científicas, sociales y ocupacionales. En consecuencia, revisé si en los planes de área se mencionan los contextos matemáticos o no matemáticos. Esto es, los contextos no matemáticos son los contextos personales, sociales y profesionales, financieros, y ocupacionales. Los contextos matemáticos son los científicos y de divulgaciones científicas.

Relaciones entre los conceptos pedagógicos

Entre los tres conceptos pedagógicos de la dimensión conceptual se pueden establecer tres relaciones. Estas relaciones son tres parejas no ordenadas entre: los sistemas de representación y la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología, y la estructura conceptual y la fenomenología. Por ejemplo, se puede decir que hay una relación entre el concepto sistemas de representación y la estructura conceptual si se establece que un procedimiento de un tema se representa en lo simbólico de una forma y en lo gráfico de otra.

1.5. Análisis cognitivo

El análisis cognitivo contempla los conceptos pedagógicos de expectativas de aprendizaje y las limitaciones de aprendizaje (González y Gómez, 2018), que describo a continuación.

Las expectativas de aprendizaje son expresiones que describen lo que el profesor pretende que sus estudiantes aprendan. Estas expresiones se plantean para un determinado periodo de tiempo, por ejemplo, un año escolar, dos años escolares, un semestre, un bimestre, una semana de clase, o una hora de clase. Se pueden distinguir tres niveles de expectativas de aprendizaje que denominaremos nivel superior, nivel medio y nivel inferior (González y Gómez, 2018).

Expectativas de nivel superior

El nivel superior de las expectativas de aprendizaje se refiere a las expectativas de largo alcance: aquellas que se logran después de un periodo formativo amplio. Estas expectativas son transversales y comunes para todos los temas de matemáticas.

Diversos documentos nacionales e internacionales proponen expectativas de aprendizaje de nivel superior. En nuestro caso, consideramos aquella propuesta por el estudio PISA y por los documentos curriculares colombianos. En el caso del marco PISA 2012 (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013), las expectativas de nivel superior consisten en desarrollar en el estudiante las capacidades matemáticas fundamentales que subyacen a los tres procesos matemáticos de formular, emplear e interpretar. También, incluimos dentro de las expectativas de nivel superior otras expectativas de aprendizaje como las competencias (OECD, 2003), los procesos generales de la actividad matemática descritos en los documentos *Lineamientos generales de procesos curriculares. Hacia la construcción de comunidades educativas autónomas*

(MEN, 1998) y *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas* (MEN, 2006).

En el documento Marco Teórico de PISA 2003 (OECD, 2003) se definen los procesos generales en términos de las competencias matemáticas generales. Estas competencias son: (a) pensar y razonar; (b) argumentar; (c) comunicar; (d) construcción de modelos; (e) formulación y resolución de problemas; (f) representación; y (g) empleo de operaciones y uso del lenguaje simbólico, formal y técnico (p. 41). En el documento de los lineamientos, se presentan los siguientes procesos generales: “formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (p. 18). En el documento de los estándares se proponen los siguientes procesos generales presentes en la actividad matemática.

Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.

Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.

Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.

Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos. (MEN, 2006, p. 51)

Los procesos generales planteados en el documento de los estándares se pueden vincular con los procesos matemáticos de las capacidades matemáticas fundamentales de PISA (2012). En la tabla 2, presento la relación entre los procesos generales propuestos en el documento de los estándares (MEN, 2006) y las capacidades matemáticas fundamentales propuesta en PISA (2012).

Tabla 2

Procesos generales y capacidades matemáticas fundamentales²

Procesos Generales (MEN, 2006)	Capacidades matemáticas fundamentales (PISA, 2012)
Formulación, tratamiento y resolución de problemas	Diseño de estrategias para resolver problemas
Modelación	Matematización
Comunicación	Comunicación
Razonamiento	Razonamiento y argumentación
Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico
	Representación
	Utilización de herramientas matemáticas

En la tabla 3, presento el listado base de las expectativas de nivel superior que voy a utilizar. También, en la tabla 3, establezco las equivalencias de estos términos con los que comúnmente se utilizan en los documentos de planes de área, de tal manera que, cuando esté realizando el proceso de codificación de los planes de área y me encuentre con un término que se refiere a una expectativa de aprendizaje de nivel superior, tenga certeza de qué término del listado de referencia corresponde.

Tabla 3

Términos base y equivalencia con los términos utilizados en PISA (2003, 2012) y el MEN (1998, 2006)

Listado base	Competencias (PISA, 2003)	Procesos Generales (MEN, 1998)	Procesos Generales (MEN, 2006)	Capacidades matemáticas fundamentales (PISA, 2012)
Formulación	Formulación	Formular	Formulación	
Resolución de problemas	Destreza y resolución de problemas	Resolver problemas	Tratamiento y resolución de problemas	Diseño de estrategias para resolver problemas
Modelación	Construcción de modelos matemáticos	Modelar procesos y fenómenos de la realidad	Modelación	Matematización

² Tomado de Gómez, Castro, Bulla, Mora y Pinzón (2015).

Tabla 3

Términos base y equivalencia con los términos utilizados en PISA (2003, 2012) y el MEN (1998, 2006)

Comunicación	Comunicación	Comunicación	Comunicación	Comunicación
Razonar, argumentar, proponer	Pensar, razonar, argumentar	Comparar	Razonamiento, Comparación	Razonamiento y argumentación
Uso de operaciones, lenguaje y ejercitación	Uso del lenguaje formal, simbólico, y técnico	Ejercitar procedimientos y algoritmos	Ejercitación de procedimientos	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico
				Utilización de herramientas matemáticas
Representación	Representación			Representación

Expectativas de nivel medio

Las expectativas de nivel medio corresponden a las expectativas de aprendizaje que cumplen las características siguientes: (a) están vinculadas a un nivel educativo concreto; (b) están asociadas a un contenido matemático; y (c) tienen una temporalidad. Una expectativa de nivel medio no puede reducirse a la realización de un procedimiento matemático rutinario, sino que debe incluir al menos una conexión entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura conceptual, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza.

En este nivel medio de expectativas de aprendizaje, distinguimos cuatro tipos. Un primer nivel general de expectativa de nivel medio que corresponde a los estándares. Los estándares son una sugerencia del Estado. Los estándares se refieren a contenidos matemáticos concretos y están planeados para dos grados. Se espera que los estándares sirvan de guía para el diseño del currículo, la producción de textos escolares, el diseño de prácticas educativas, la formulación de programas.

Un segundo tipo de expectativa de aprendizaje corresponde a las expectativas que se establecen para un grado. Los objetivos para un grado se ubican dentro de un nivel de concreción general del contenido de las matemáticas escolares que se van a abordar en ese año.

Un tercer tipo de expectativa de nivel medio corresponde a las expectativas que se formulan para un período académico. Hemos denominado estas expectativas objetivos de período. Los objetivos para un período académico corresponden a las expectativas de aprendizaje que se precisan en un período académico dado y se ubica dentro un nivel de concreción del contenido de las matemáticas escolares más específico que se van a abordar en ese período.

Finalmente, un cuarto tipo de expectativa de nivel medio corresponde a las expectativas de aprendizaje que se formulan para cada subperíodo o fila de la malla curricular que se encuentra

en los planes de área. Hemos denominado estas expectativas de aprendizaje objetivos de subperíodo. Un objetivo para un subperíodo está relacionado con un nivel de concreción más específico de los contenidos de las matemáticas escolares y tienen una temporalidad aproximada de dos o tres semanas de clase. De esta manera, un objetivo para un sub período (fila) debe estar vinculado con contenido matemático concreto. Además, los objetivos de subperíodo deben expresar una expectativa de aprendizaje que contemple al menos una conexión entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura matemática, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza.

Expectativas de nivel inferior

Las expectativas de nivel inferior corresponden a los conocimientos más básicos y a los procedimientos más rutinarios que el estudiante tiene que aprender a lo largo de un período de tiempo corto (un par de semanas) (González y Gómez, 2018).

Por simplificar el lenguaje, denominaremos capacidades a las expectativas de aprendizaje de este nivel. Las capacidades se manifiestan mediante conductas observables de los estudiantes, por lo cual es importante que estén enunciadas de forma que quede clara cuál es la información de partida y cuál es la conducta que se espera al poner en juego la capacidad.

En este nivel, estamos introduciendo la idea de procedimiento rutinario como elemento central en la descripción de la capacidad. El calificativo de rutinario para un procedimiento depende del nivel cognitivo de los estudiantes para los que se vaya a realizar la planificación.

Limitaciones de aprendizaje

El concepto pedagógico limitaciones de aprendizaje se ocupa de las circunstancias que, de diferente modo, pueden distorsionar, ralentizar o frenar el aprendizaje de los escolares. En este concepto pedagógico, se distinguen dos formas de mirar una limitación: una más teórica y otra más operativa.

El primer tipo de limitación se denomina dificultades de aprendizaje. Una dificultad de aprendizaje es una circunstancia que impide o entorpece la consecución del aprendizaje en general. La importancia de las dificultades reside en identificarlas, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar.

El segundo tipo de limitación corresponde a los errores. El error es la manifestación visible de una dificultad. El error es observable directamente en las actuaciones de los escolares, en sus respuestas equivocadas a las cuestiones y tareas concretas que les demanda el profesor. Por ello, el error es el que más nos acerca al tema matemático que estemos analizando.

Finalmente, hemos encontrado en algunos planes de área que se hace referencia a unas expectativas de tipo afectivo. En la presente investigación, nos limitamos a hacer un conteo de aquellos planes de área que mencionan expectativas de tipo afectivo. En la figura 5, presento un esquema de la dimensión cognitiva.

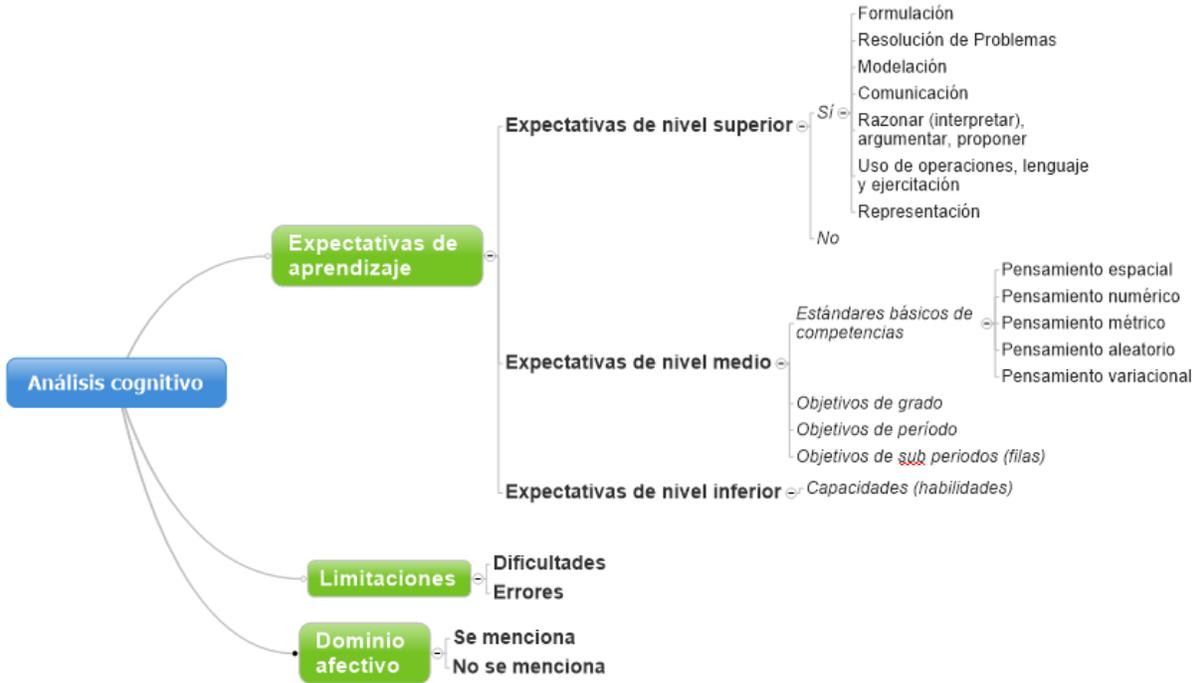


Figura 5. Análisis cognitivo

1.6. Análisis de instrucción

En el contexto de los documentos de planes de área, el análisis de instrucción corresponde a la enseñanza, en el sentido de que en los planes de área se están sugiriendo las maneras como se pueden proporcionar oportunidades a los estudiantes para lograr los objetivos o las expectativas de aprendizaje que se están formulando en relación con los contenidos de las matemáticas escolares. Entonces, el análisis de instrucción es lo que la institución educativa establece, para una fila de la malla curricular, que se debería hacer para que los estudiantes logren esa expectativa de aprendizaje formulada en la dimensión cognitiva.

Con el fin de caracterizar los planes de área, nos interesó describir cómo se está previendo que profesor y estudiantes interactúen con el contenido matemático para dar oportunidades de que los estudiantes logren esas expectativas de aprendizaje. De esta manera, en el análisis de instrucción, se consideraron los conceptos pedagógicos de esquemas de enseñanza y metodología de enseñanza.

Esquema de enseñanza tradicional

Los esquemas de enseñanza nos permiten describir si en los planes de área de matemáticas se hace mención a la actuación del profesor con el fin de determinar si el profesor actúa dentro de un modelo de enseñanza tradicional o si la actuación del profesor se encuentra dentro de un modelo de enseñanza no tradicional. No obstante, puedo encontrar documentos de planes de área donde se pueda determinar la forma del tipo de enseñanza que se contempla en las instituciones educativas, pero que no corresponda a ninguno de los dos tipos que estoy proponiendo. De esta

manera, los esquemas de enseñanza pueden ser de dos tipos: tradicionales y no tradicionales. A continuación, presentaré el esquema de enseñanza tradicional.

El esquema de enseñanza tradicional tiene su fundamento en la escolástica. En estos esquemas, el profesor es el cimiento y condición del éxito educativo. Al profesor le corresponde organizar el conocimiento, aislar y elaborar lo que debe ser aprendido, y trazar el camino por el que marcharán sus alumnos. En el esquema de enseñanza tradicional, el método es el mismo para todos los alumnos y en todas las ocasiones. Este método tiene un orden: explicación, ejemplo, ejercitación (práctica), y examen. El repaso, entendido como la repetición de lo que el maestro dijo, tiene un papel fundamental en ese método.

La Escuela Tradicional se basa en este modelo y se fundamenta en la consideración de que la mejor forma de preparar al estudiante para la vida es formar su inteligencia y sus posibilidades de atención y de esfuerzo. En este esquema, se da gran importancia a la transmisión de la cultura y de los conocimientos, puesto que se creen útiles para ayudar al alumno a conformar una personalidad disciplinada.

Esquemas de enseñanza no tradicional

Dentro de los esquemas de enseñanza no tradicional, encontramos varios tipos de enseñanza: la constructivista, la enseñanza por proyectos, el modelo Montessori, el modelo de enseñanza de escuela nueva, el modelo de enseñanza para la comprensión, el modelo de enseñanza de la resolución de problemas, el modelo Subdury, entre otros. A continuación, describo algunos de estos modelos de enseñanza no tradicional.

El modelo constructivista concibe la enseñanza como una actividad crítica y al docente como un profesional autónomo que investiga reflexionando sobre su práctica. Para el constructivismo la enseñanza no es una simple transmisión de conocimientos, es en cambio la organización de métodos de apoyo que permitan a los alumnos construir su propio saber.

La enseñanza por proyectos implica el formar equipos integrados por personas con perfiles diferentes, áreas disciplinares, profesiones, idiomas y culturas que trabajan juntos para realizar proyectos para solucionar problemas reales. Este modelo ofrece grandes oportunidades para el aprendizaje y prepara a los estudiantes para trabajar en un ambiente diverso y global. El Aprendizaje Basado en Proyectos se orienta hacia la realización de un proyecto o plan siguiendo el enfoque de diseño de proyectos. Las actividades se orientan a la planeación de la solución de un problema complejo; el trabajo se lleva a cabo en grupos; los estudiantes tienen mayor autonomía que en una clase tradicional y hacen uso de diversos recursos.

El método Montessori se caracteriza por proveer un ambiente preparado: ordenado, estético, simple, real, donde cada elemento tiene su razón de ser en el desarrollo de los niños. El aula Montessori integra edades agrupadas en períodos de 3 años, lo que promueve naturalmente la socialización, el respeto y la solidaridad. El ambiente preparado ofrece al niño oportunidades para comprometerse en un trabajo interesante, elegido libremente, que propicia prolongados períodos de concentración que no deben ser interrumpidos. La libertad se desarrolla dentro de límites claros que permite a los niños convivir en la pequeña sociedad del aula. Los niños trabajan con materiales concretos científicamente diseñados, que brindan las llaves para explorar el mundo y para desarrollar habilidades cognitivas básicas. Los materiales están diseñados para que el niño pueda reconocer el error por sí mismo y hacerse responsable del propio aprendizaje.

El modelo de enseñanza Escuela Nueva promueve, mediante estrategias e instrumentos sencillos y concretos, un aprendizaje activo, participativo y colaborativo, un fortalecimiento de la relación escuela-comunidad y un mecanismo de promoción flexible adaptado a las condiciones y necesidades de la niñez. La promoción flexible permite que los estudiantes avancen de un grado o nivel al otro y terminen unidades académicas a su propio ritmo de aprendizaje.

El modelo de Enseñanza para la Comprensión (EPC) se encuentra dentro de un marco constituido por cuatro partes: (a) tópicos generativos; (b) metas de comprensión; (c) desempeños de comprensión; y (d) valoración diagnóstica continua (Perkins, 1992). Los tópicos generativos hacen referencia a que no todos los temas (conceptos, materias, teorías, períodos históricos, ideas, etc.) se prestan por igual para la enseñanza para la comprensión. Por regla general, se deben buscar tres características en un tópico generativo: su centralidad en cuanto a la disciplina, su asequibilidad a los estudiantes y la forma en que se relaciona con diversos temas dentro y fuera de la disciplina. Los profesores deben elaborar desempeños de aprendizaje que apoyen las metas de comprensión, y los alumnos deben realizar actividades que demuestran comprensión desde el principio hasta el final de la unidad o curso. Dentro del modelo pedagógico de EPC se debe tener claro que para desarrollar procesos de comprensión en los estudiantes, éstos necesitan criterios, retroalimentación y oportunidades para reflexionar desde el principio y a lo largo de cualquier secuencia de instrucción. A este proceso se le denomina “valoración continua”.

La resolución de problemas como estrategia de enseñanza consiste en que la enseñanza se organiza alrededor de la asignación de actividades que los estudiantes deben resolver en clase. Estas actividades se generan con base en unos estímulos que usualmente son problemas. Las técnicas de enseñanza por problemas se enmarcan y promueven en un aprendizaje activo, constructivista y real. El punto de partida de esta estrategia es la pregunta o tema, los ejemplos, el o los problemas que han de resolver y solucionar. En el enfoque de la resolución de problemas, se parte de los conceptos y de la información en sí misma; desde esta propuesta, se parte del planteo del problema, de los ejemplos, y mediante ellos, se llega a elaborar los conceptos para la resolución de problemas.

La Escuela Sudbury Valley fue fundada en 1968 en Framingham, Massachusetts, Estados Unidos. El modelo consta de dos principios básicos: libertad educacional y gobierno democrático. La Escuela Sudbury Valley practica una forma de educación democrática en la cual los alumnos deciden individualmente que hacer con su tiempo, y aprenden como subproducto simplemente de la experiencia en vez de hacerlo por medio de clases o un plan de estudio estándar. A los alumnos se les concede completa responsabilidad por su propia educación y la escuela es manejada por medio de una democracia directa en la cual los alumnos y el personal gozan de igualdad de derechos.

Vale la pena mencionar que una interpretación de la enseñanza es que esta debe ser centrada alrededor de actividades (tareas) que el profesor desarrolle en el aula de clase con el fin de ofrecer oportunidades a los estudiantes para que aprendan. No obstante, en los documentos de planes de área no es usual encontrar el término tareas, ni es explícita esta interpretación de la enseñanza. Por el contrario, he observado que en los planes de área se hace alusión a la metodología. Por consiguiente, consideramos el término metodología como otro concepto pedagógico que explicaré más adelante. Sin embargo, voy a tomar algunas ideas relacionadas con la definición de tarea que se tiene al interior de la Maestría en Educación Matemática – MAD para poder caracterizar

este concepto pedagógico. Describir una tarea consiste en especificar sus elementos. Así, voy a basarme en esa conceptualización para identificar aspectos de la metodología que me pueden permitir caracterizar la dimensión formativa en los planes de área

Tarea. El término “tarea” tiene diversos significados en el entorno educativo. En Colombia, el significado usual de tarea se refiere a los deberes que el profesor asigna a los estudiantes para que ellos realicen en su casa y presenten en la siguiente sesión de clase. En algunas ocasiones, también hace referencia a los ejercicios rutinarios que el profesor asigna a los estudiantes durante una clase.

Consideramos siete elementos de una tarea (ver figura 6): requisitos, metas, formulación, materiales y recursos, agrupamiento, interacción y temporalidad. Los requisitos son los conocimientos y destrezas que son necesarios para poder abordar la tarea. Las metas son los conocimientos y destrezas que se esperan desarrollar con motivo de abordarla. La formulación es la instrucción (usualmente escrita) que se entrega a los estudiantes. Los materiales y recursos son las herramientas que los estudiantes pueden utilizar para abordar la tarea. El agrupamiento se refiere a las formas de organización de los estudiantes que se sugieren para resolver la tarea. La interacción tiene que ver con las formas en que se prevé que los estudiantes y el profesor interactuarán cuando se aborde la tarea. Finalmente, la temporalidad hace referencia a los momentos y tiempos en los que se atiende a las diferentes partes de la tarea.

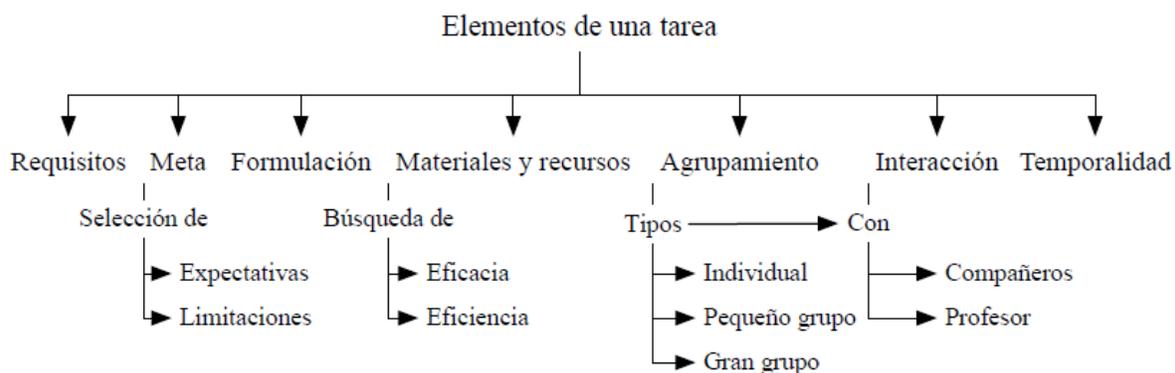


Figura 6. Elementos de una tarea. (Tomado de Gómez et al., 2018)

A partir de la figura 6, los elementos de las tareas matemáticas que me permitieron caracterizar los documentos de planes de área en términos de los atributos en la dimensión formativa son los materiales y recursos, el agrupamiento, la interacción entre los estudiantes y con el profesor, la temporalidad, y los tipos de tareas. Estos tipos de tareas pueden ser taller, trabajo, exposición, investigación, entre otros.

Metodología

La metodología puede expresar cuestiones muy generales de la enseñanza y no estar relacionada con los temas de las matemáticas escolares, pero, también encuentro en algunos planes de área que la metodología de enseñanza es específica a los contenidos que se van a enseñar. A continuación, procedo a presentar las definiciones de los elementos que involucra el concepto pedagógico de la metodología.

Agrupamiento. El trabajo en grupos pequeños sienta las bases de una puesta en común en gran grupo para contrastar puntos de vista, procedimientos y soluciones a las tareas propuestas. Por consiguiente, diferentes formas de agrupamiento pueden generar diferentes formas de interacción entre los estudiantes y de los estudiantes con el profesor. Y es, a través de esas interacciones, que los estudiantes aprenden (Gómez et al., 2018).

Interacciones. Diferentes formas de agrupamiento dan lugar a diferentes formas de interacción entre los estudiantes y a distintas formas de comunicarse durante la resolución de una tarea. La interacción se da entre diferentes actores: profesor, estudiante, pareja, grupo pequeño y grupo de clase (Gómez et al., 2018).

Materiales y recursos. Un recurso es cualquier medio que se pueda emplear en el aprendizaje de un concepto o procedimiento matemático determinado, aunque no haya sido diseñado específicamente para ello. Los materiales se distinguen de los recursos porque se diseñan con fines didácticos (Carretero, Coriat y Nieto, 1993). La tiza, la pizarra (tradicional o electrónica), el papel y el lápiz son recursos; mientras que el geoplano o el dominó de fracciones son materiales diseñados para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Temporalidad. La institución puede prever, en su planificación institucional (plan de área), una temporalidad de una o más sesiones de clase para desarrollar un tema. En cada etapa, el profesor puede establecer unos momentos de clase. En estos momentos de clase, el profesor puede iniciar con una explicación del tema, seguidamente, el profesor puede desarrollar unos ejemplos y proponer ejercicios para que los estudiantes realicen, y finalmente, el profesor procede a realizar la evaluación del tema desarrollado durante esta temporalidad.

Tipos de tareas. Los tipos de tareas, que el profesor puede utilizar en la clase con el fin de darles oportunidades a los estudiantes para que aprendan, son ejercicios, problemas, proyectos, exposiciones.

En la figura 7, presento las ideas claves que se utilizaron para poder caracterizar la dimensión formativa en los documentos de planes de área con el fin de describir la forma como se aborda la enseñanza en los planes de área de las instituciones educativas colombianas.

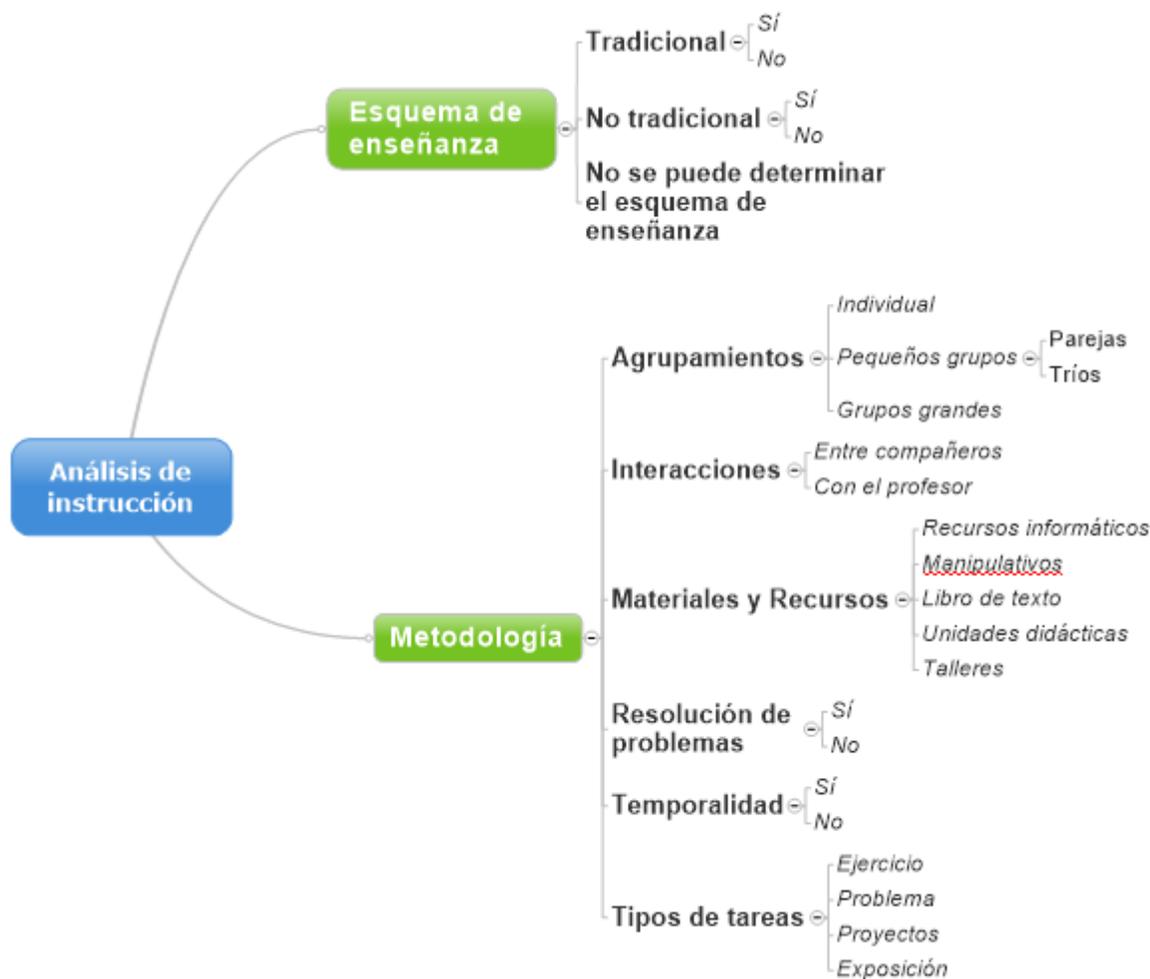


Figura 7. Estructura análisis de instrucción

1.7. Análisis de actuación

El análisis de actuación gira alrededor de los instrumentos y los procedimientos que se utilizan para recoger, codificar y analizar la información que surge de la actuación del profesor y los estudiantes (Romero y Gómez, 2018).

En este análisis, contemplamos tres conceptos pedagógicos: los criterios de evaluación, los instrumentos de evaluación, y los tipos de evaluación. A continuación, presento estos tres organizadores del currículo.

Criterios de evaluación y escalas de valoración

Los criterios de evaluación pueden estar relacionados con contenidos específicos de las matemáticas o pueden ser generales y no estar relacionados con temas. También, en algunos planes de área se establece, en el análisis de actuación, una escala de valoración. Estas escalas de valoración están relacionadas con contenidos específicos de las matemáticas. Esta escala de valoración

es la que se propone en el artículo 5 del Decreto 1290. El artículo 5 plantea la escala de valoración.

Escala de valoración nacional: Cada establecimiento educativo definirá y adoptará su escala de valoración de los desempeños de los estudiantes en su sistema de evaluación. Para facilitar la movilidad de los estudiantes entre establecimientos educativos, cada escala deberá expresar su equivalencia con la escala de valoración nacional:

- *Desempeño Superior*

- *Desempeño Alto*

- *Desempeño Básico*

- *Desempeño Bajo*

La denominación desempeño básico se entiende como la superación de los desempeños necesarios en relación con las áreas obligatorias y fundamentales, teniendo como referente los estándares básicos, las orientaciones y lineamientos expedidos por el Ministerio de Educación Nacional y lo establecido en el proyecto educativo institucional. El desempeño bajo se entiende como la no superación de los mismos. (MEN, 2009)

Encontramos en algunos planes de estudio criterios de evaluación que no necesariamente están relacionados con temas, pero sí están relacionados con lo afectivo. Por consiguiente, dentro del concepto pedagógico criterios de evaluación distinguimos tres categorías: criterios de evaluación, escala de valoración y dominio afectivo. En relación con el dominio afectivo, analizamos si se menciona o no se menciona. Los criterios de evaluación pueden ser generales, es decir, no estar relacionados con contenidos específicos de matemáticas. Las escalas de valoración están relacionadas con contenidos específicos.

Instrumentos de evaluación

El segundo concepto pedagógico está relacionado con los instrumentos de evaluación. Estos instrumentos pueden ser evaluación escrita (individual o grupal), evaluación oral, exposiciones, talleres, y portafolio de los estudiantes.

Tipos de evaluación

La evaluación es probablemente la actividad de la enseñanza que muestra de forma más clara a qué parte de los contenidos matemáticos enseñados se le concede importancia. Aquello a lo que el profesor da importancia es percibido también por los estudiantes, que actúan en consecuencia y adaptan a la evaluación sus estrategias de aprendizaje (Romero y Gómez, 2018). Por ello, la forma en la que el profesor elige evaluar a sus estudiantes tiene un impacto importante en su experiencia matemática y, por ende, en su visión de las matemáticas.

Autores como Boud (1988, citado por Romero y Gómez, 2018) sostienen que los métodos y requisitos de la evaluación probablemente tienen más influencia en cómo y qué aprenden los estudiantes, que cualquier otro factor individual. Asimismo, Harlen y Winter (2004) destacan la importancia de la evaluación en el aprendizaje.

La evidencia de que mejorar la práctica de la evaluación para el aprendizaje puede tener un efecto dramático en el logro académico de los estudiantes significa que se puede ganar mucho con un análisis cuidadoso de lo que está implicado en ella (p.)

Encontramos dos tipos de evaluación: la evaluación sumativa y la evaluación formativa. Estos dos tipos de evaluación se diferencian por el propósito de cada una de ellas. A continuación presento estos dos tipos de evaluaciones.

Evaluación sumativa. En la evaluación sumativa, el propósito es determinar cuáles estudiantes tienen los conocimientos requeridos y cuáles no, y asignar calificaciones de acuerdo con ello, para clasificarlos y tomar decisiones con base en esa clasificación. Este tipo de evaluación tiende a convertirse en un mecanismo de control, de selección, de comparación y de medición. De esta forma, las instituciones se convierten en filtros sociales que han de clasificar a los sujetos en función de sus capacidades (Romero y Gómez, 2018).

La evaluación sumativa supone que, en la clase, sólo el profesor puede evaluar adecuadamente el progreso de los estudiantes. La evaluación sumativa se apoya mayormente en los controles y exámenes para evaluar (Romero y Gómez, 2018).

Evaluación formativa. La evaluación formativa tiene por objetivo propiciar un aprendizaje en los estudiantes en consonancia con los planteamientos del modelo de enseñanza-aprendizaje constructivista.

La evaluación en el aula es más que simplemente una prueba al final de la instrucción para ver el rendimiento de los estudiantes en condiciones especiales, [sino que] es más bien una parte integral de la instrucción que informa y guía a los profesores cuando toman decisiones sobre la instrucción (NCTM, 2000, p. 22).

En la evaluación formativa, se evalúa para promover un aprendizaje matemático con comprensión en los estudiantes y para mejorar nuestro proceso de enseñanza. La evaluación formativa incorpora la valoración de procesos de pensamiento, estrategias seguidas para la resolución de problemas, uso de materiales y recursos, habilidades de comunicación oral y escrita, actitudes, y comportamientos, entre otros.

La evaluación formativa incorpora los estudiantes en el proceso para que se responsabilicen de que adquieran esa capacidad. Además, los estudiantes pueden desarrollar la capacidad de evaluar a sus compañeros (evaluación por pares o coevaluación) y al profesor.

En la figura 8, muestro los tres conceptos pedagógicos que se ponen de manifiesto en los documentos de planes de área para la dimensión social.

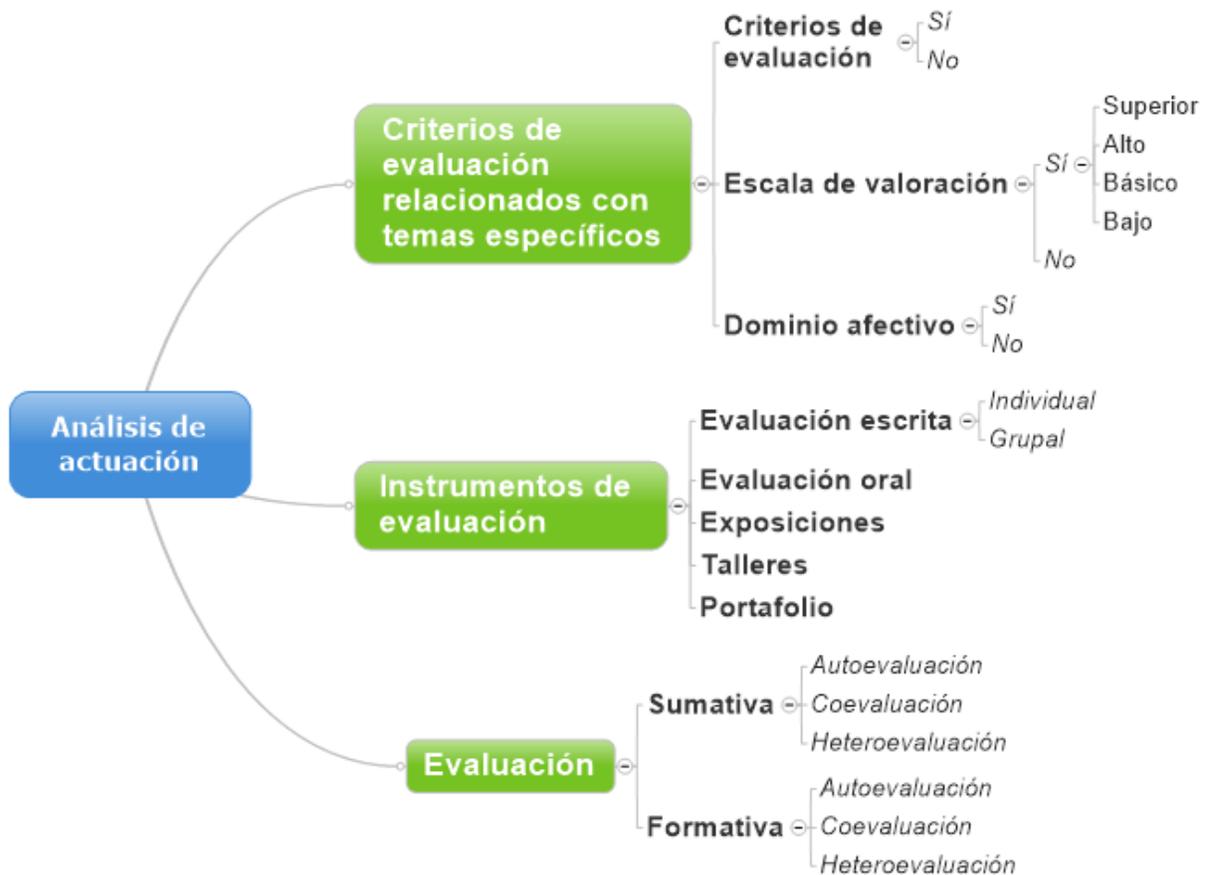


Figura 8. Elementos del análisis de actuación

1.8. Atributos de caracterización

Desde el marco conceptual curricular descrito con anterioridad, establecí el conjunto de atributos que se tuvieron en cuenta para la caracterización de los planes de área de matemáticas de educación media. Este marco conceptual me sugería que podía abordar el análisis de los planes de área al atender a tres cuestiones: contenido, concreción y coherencia. La primera cuestión se refiere al contenido de los documentos desde el punto de vista curricular. Abordé esta cuestión desde dos perspectivas: (a) el análisis del contenido de los documentos con base en las cuatro dimensiones del currículo y los conceptos pedagógicos que las componen y (b) el nivel de concreción con el que se aborda la estructura conceptual en el análisis de contenido. La segunda cuestión se refiere a la medida en que los planes de área atienden los lineamientos curriculares propuestos por el Estado. Y la tercera cuestión tiene que ver con el grado de coherencia de los documentos al interior de las dimensiones del currículo y entre esas dimensiones. Estas tres cuestiones dieron lugar a los siguientes cinco atributos de caracterización de los planes de área: (a) tratamiento didáctico de los temas en cada una de las dimensiones del currículo; (b) el nivel de concreción de los temas; (c) adecuación con los Estándares Básicos de Competencias; (d) la coherencia entre dimensiones del currículo; y, (e) la coherencia entre conceptos pedagógicos.

Tratamiento didáctico de los temas

El atributo tratamiento didáctico de los temas de las matemáticas escolares consiste en determinar cómo es el tratamiento de cada uno de los temas en cada uno de los análisis y sus conceptos pedagógicos y las relaciones que se establecen entre ellos en los documentos de planes de área. Por consiguiente, el atributo tratamiento didáctico de los temas de las matemáticas escolares recoge la caracterización del plan de área en relación con cada concepto pedagógico de cada una de los análisis y permite caracterizar el plan de área desde una perspectiva curricular global.

Dado que un plan de área es un documento curricular, tiene sentido analizarlo y caracterizarlo en términos del marco curricular que hemos mencionado anteriormente: dimensiones y conceptos pedagógicos de cada dimensión. Este atributo me debe proporcionar información sobre la aproximación curricular que la institución ha adoptado para configurar su plan de formación de matemáticas. Este tipo de caracterización es importante porque puede dar luces sobre la utilidad de ese tipo de planificación para el trabajo del profesor en el aula.

Para el caso del análisis de contenido, este atributo nos permite caracterizar un plan de área en términos de establecer el énfasis que se le da a los temas en términos de los conceptos o procedimientos que se encuentran en el plan de área en relación con un tema específico de las matemáticas escolares de la educación media. También, con este atributo, y en esta dimensión, nos interesa establecer el énfasis con que se abordan los diferentes sistemas de representación; y, en la fenomenología, nos interesa establecer si se mencionan los contextos matemático o no matemáticos relacionados con temas.

En el análisis cognitivo, este atributo nos permite caracterizar un plan de estudios en términos de las expectativas de aprendizaje que se proponen en dichos documentos. Esto es, el tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva implica analizar qué tipo de expectativas de aprendizaje se proponen para cada uno de los temas. En dado caso de que se mencionen las limitaciones de aprendizaje en los planes de área, procederemos a codificar esa información con sí en caso afirmativo, o no en caso de que no se mencionen las limitaciones de aprendizaje. De igual forma, si en los planes de área se hace mención al dominio afectivo, también procederemos a codificarlo para determinar si se menciona o no se menciona en los planes de estudio.

En el análisis de instrucción, este atributo nos permite caracterizar un documento curricular en términos de los esquemas de enseñanza que se mencionan o se infieren en los planes de área. También, este atributo nos permite mirar si en un plan de área se hace mención a una metodología de enseñanza.

En el análisis de actuación, este atributo nos permite describir un plan de área en términos de si se plantean criterios de evaluación relacionados con temas o escalas de valoración, y los tipos de evaluación que se establecen en los planes de área.

En la figura 9, presento un esquema de lo que significa caracterizar un plan de área en relación con el atributo tratamiento didáctico de los temas en cada una de las dimensiones del currículo con sus respectivos conceptos pedagógicos.

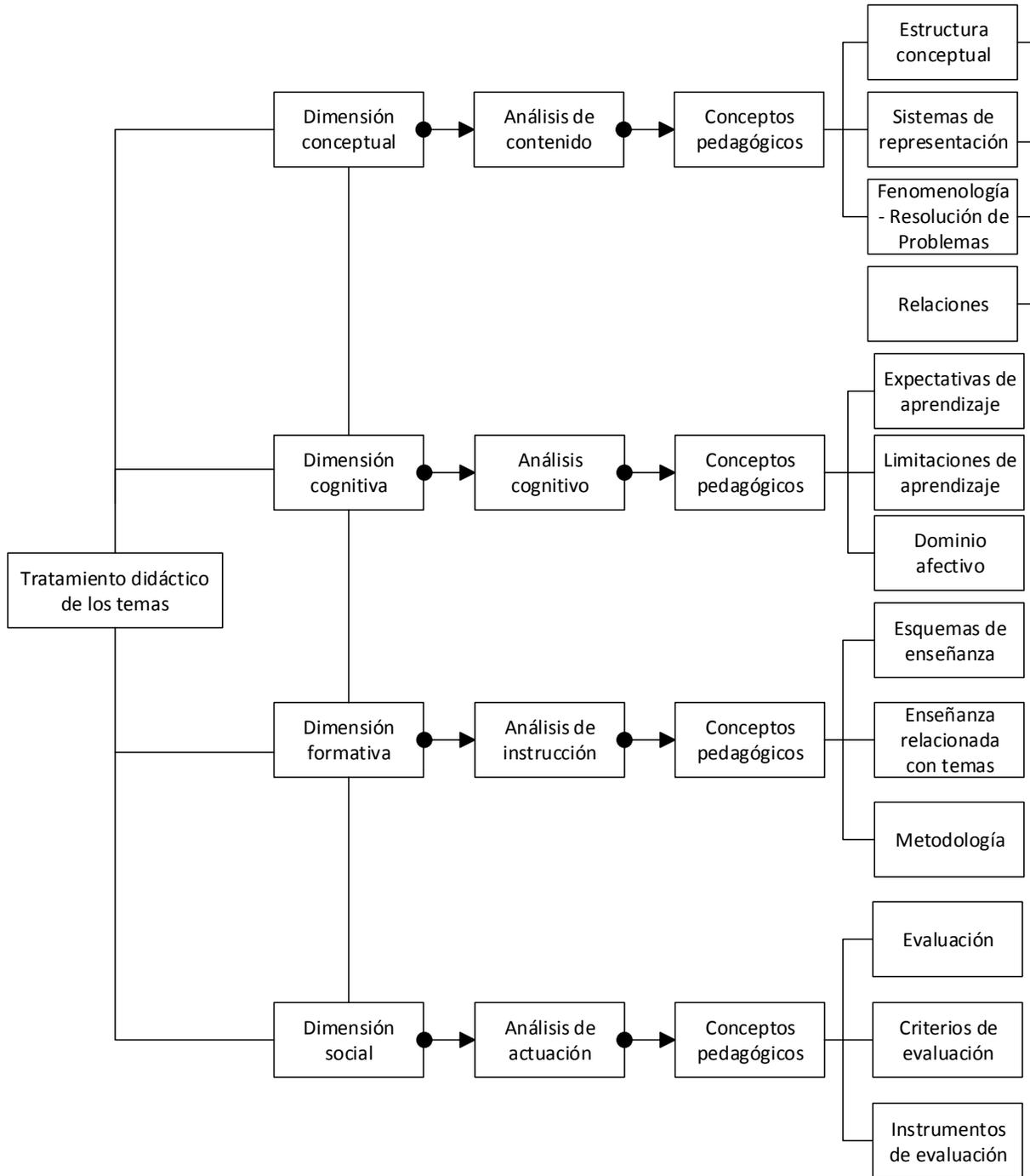


Figura 9. Tratamiento didáctico de los temas en cada una de las dimensiones del currículo

Nivel de concreción de los temas

El atributo nivel de concreción de los temas en la dimensión conceptual significa establecer el nivel de detalle o especificidad con que se presenta la información en la dimensión conceptual. Para lograr lo anterior, se han construido, a partir del análisis didáctico realizado a unos temas de las matemáticas escolares de educación media, unos árboles de códigos con el fin de analizar el atributo tratamiento didáctico de los temas. Por consiguiente, cada rama de ese árbol de códigos lleva implícito un nivel de concreción.

Así, resulta interesante estudiar el nivel de concreción de los temas en la dimensión conceptual ya que este atributo es una expresión de en qué medida la institución educativa ha trabajado y ha llegado a construir una visión de lo que debe ser la planificación de un tema. Además, el atributo nivel de concreción está relacionado con la utilidad que tiene el plan de área para el profesor al momento de diseñar una lección para el aula.

Adecuación con los Estándares Básicos de Competencias

El atributo adecuación con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) consiste en determinar cuánto se cubre de los temas en los planes de área de acuerdo con lo que se plantea en el documento oficial de los estándares. Este atributo consiste en determinar qué tan alineados se encuentran los documentos de planes de áreas con lo propuesto por el MEN en los Estándares Básicos de Competencias. Dadas las características del documento de referencia, para este atributo, centraremos nuestra atención en las dimensiones conceptual y cognitiva del currículo.

Me interesa saber la adecuación con los estándares dado que, si existe un documento oficial de referencia como este, resulta natural indagar sobre la relación entre lo que se encuentra en los planes de área y lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el documento de los Estándares Básicos de Competencias. Este atributo me debe permitir distinguir aquellos planes de área que siguen los lineamientos del MEN de aquellos que no lo hacen, y, para los documentos que siguen los documentos oficiales, determinar en qué medida están relacionados.

Coherencia entre dimensiones del currículo

El atributo coherencia entre dimensiones del currículo consiste en analizar si hay relación en la información que se presenta entre las diferentes dimensiones del currículo. Con este atributo, buscamos establecer si una información que se presenta en una dimensión, también se presenta en las otras dimensiones y si existe relación entre esos tipos de información.

La coherencia entre dimensiones del currículo consiste en establecer si la información que se presenta en las diferentes dimensiones del currículo está relacionada de forma lógica y válida. Esto es, hay cuatro dimensiones del currículo y se pueden hacer seis análisis de la coherencia entre dimensiones. Por ejemplo, podemos analizar si la información de la dimensión conceptual (estructura conceptual, sistemas de representación, fenomenología) está relacionada de forma lógica y válida con la información de la dimensión cognitiva (expectativas de aprendizaje, limitaciones de aprendizaje).

Coherencia entre conceptos pedagógicos

La noción de coherencia entre conceptos pedagógicos consiste en establecer si la información que se presenta al interior de un concepto pedagógico está o no relacionada de una forma lógica.

Por consiguiente, el atributo coherencia entre conceptos pedagógicos consiste en establecer la relación que existe en la información dentro de cada dimensión del currículo.

A partir de esta noción, he decidido escoger para el análisis de la coherencia entre conceptos pedagógicos, aquellos aspectos en los que hay suficiente información dentro de los documentos de planes de área. En este sentido y teniendo en cuenta la información que aparece en un plan de área, consideramos analizar la coherencia en el concepto pedagógico de las expectativas de aprendizaje, dado que en los demás conceptos pedagógicos no disponemos de suficiente información.

A continuación, presento la noción de coherencia en el concepto pedagógico de las expectativas de aprendizaje.

Coherencia en el concepto pedagógico expectativas de aprendizaje. La coherencia en el concepto pedagógico expectativas de aprendizaje consiste en establecer si la información que se presenta en los diferentes niveles de expectativas de aprendizaje está relacionada de forma lógica. Esta relación lógica está relacionada en el sentido de determinar la forma como las expectativas de nivel inferior (objetivos de subperíodo) contribuyen a las expectativas de nivel medio (estándares), o si las expectativas de nivel medio (estándares) contribuyen a las expectativas de nivel superior (competencias). Por lo tanto, hay incoherencia entre una expectativa de aprendizaje de nivel n y las expectativas de aprendizaje de nivel $n+1$, si la expectativa de aprendizaje de nivel n no contribuye a ninguna de las expectativas de nivel $n+1$. De esta manera, podemos establecer tres tipos de coherencia en este concepto pedagógico.

En resumen, los atributos de caracterización de los planes de área de matemáticas de educación media surgen a partir del marco conceptual curricular anteriormente expuesto. En la figura 10, muestro un esquema en donde incluyo las ideas principales del marco teórico y los atributos de caracterización. En esta figura, encontramos que el atributo nivel de concreción está relacionado con la dimensión conceptual; el atributo adecuación con los estándares básicos de competencias involucra las dimensiones conceptual y cognitiva; el atributo tratamiento didáctico de los temas involucra las cuatro dimensiones del currículo y los conceptos pedagógicos que involucran al nivel de la planificación local; la coherencia entre conceptos pedagógicos está relacionada con la dimensión cognitiva; y la coherencia entre dimensiones involucra analizar la relación entre las cuatro dimensiones del currículo.

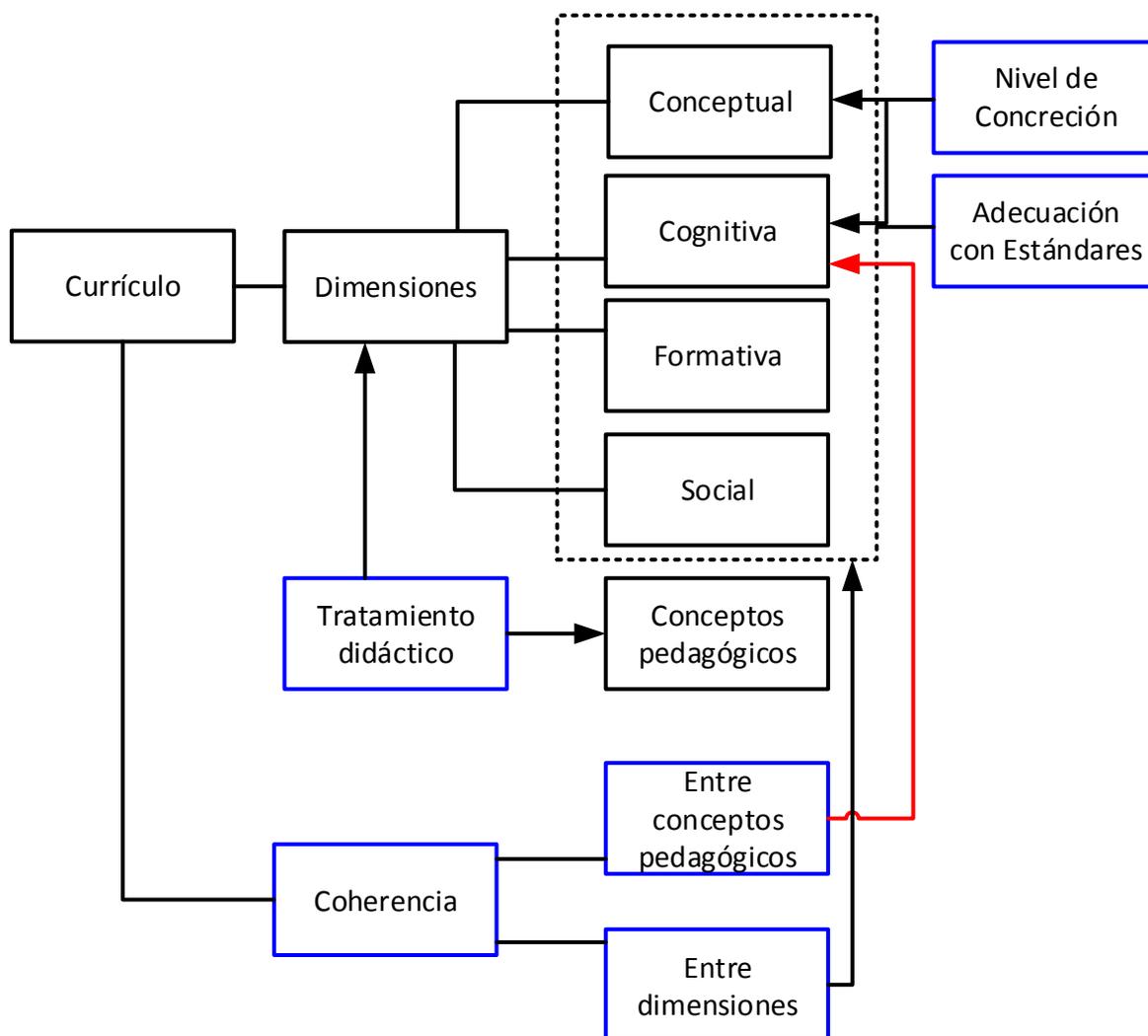


Figura 10. Relación entre marco conceptual y atributos

2. MARCO METODOLÓGICO

En este apartado, presento los procedimientos de recolección, codificación y análisis de la información en relación con los cinco atributos de caracterización que se describieron en el apartado anterior.

2.1. Aproximación al método

Para caracterizar los planes de área de matemáticas de educación media colombianos, construimos una muestra representativa con el fin de determinar las características de los documentos curriculares que conforman la muestra y así poder hacer generalizaciones sobre estos documentos curriculares colombianos. De acuerdo con los atributos que hemos escogido para caracterizar

los planes de área, se eligió un procedimiento de muestreo que garantizaba la representatividad de la muestra. Este procedimiento se presentará en el siguiente apartado.

La caracterización de la muestra se basa en la caracterización de los documentos individuales. En la figura 11, presento un camino que se tomará para lograr la caracterización de los planes de área colombianos.

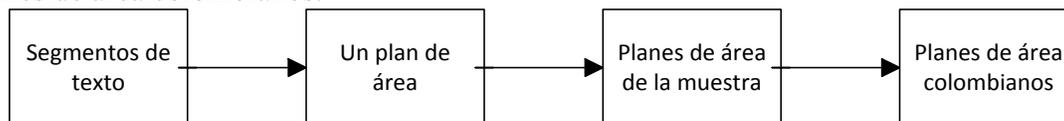


Figura 11. Un camino para la caracterización de todos los planes de área colombianos

A continuación, describo cómo fue la caracterización de un plan de área. Usualmente, un plan de área contiene un discurso introductorio (de diversos tipos) y una sucesión de tablas en las que se presenta el plan de formación por grados y por periodos para cada grado. Yo centré mi atención en esas tablas porque son las que contienen la información de la planificación a nivel local que me interesa.

Para poder caracterizar un plan de área, consideré tanto los párrafos de texto como las tablas que estén relacionados con los atributos que voy a analizar. De esta manera, denominamos *segmento de texto* a una palabra, una frase, una celda de una tabla, una tabla completa, o un párrafo de texto completo, que tiene significado en relación con el atributo que esté analizando. Las unidades de análisis que utilizamos en esta investigación, para el caso de la caracterización de un plan de área, son los segmentos de texto que conforman el documento correspondiente. Caracterizar un documento individual de plan de área consistió en escoger aquellos segmentos de texto que tengan significado en relación con los atributos escogidos.

Decidí que no analizaría todo el documento de plan de área. Por el contrario, para lograr el objetivo de esta investigación, analizaré solamente aquellos segmentos de texto que contienen la información que está relacionada con tres temas de las matemáticas escolares de la educación media. Los temas escogidos son las secciones cónicas, la derivada y la estadística descriptiva. Hemos seleccionado estos tres temas porque son los que se mencionan con mayor frecuencia en el documento de los estándares y abordan cuatro de los cinco pensamientos matemáticos. Conjeturamos que los planes de área abordan de manera similar todos los temas y, por consiguiente, que el estudio de tres de ellos nos permite caracterizar el documento completo.

Dado que este proyecto de investigación se encuentra dentro del Programa de investigación “Análisis y estrategias para abordar brechas que afectan la calidad de la educación media en matemáticas”, en esta investigación se analizarán los planes de estudio de los grados décimo y undécimo. En la figura 12, muestro el proceso de concreción de la planificación curricular en matemáticas para todos los grados y todos los temas.

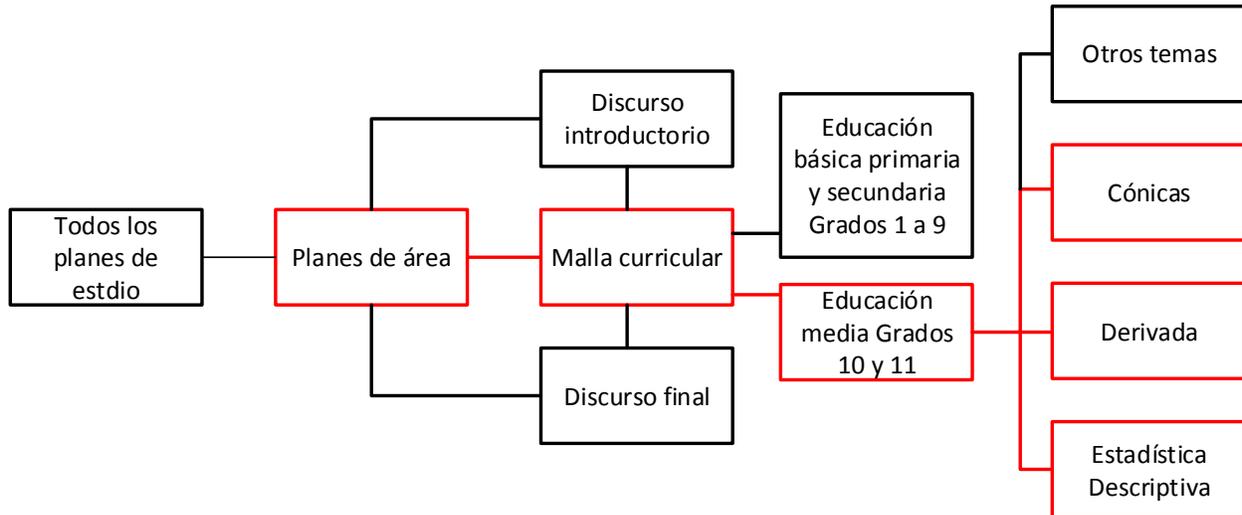


Figura 12. Proceso de concreción de las fuentes de información del estudio

A continuación, presento el diseño de la muestra de esta investigación.

2.2. Diseño de la muestra

Después de buscar bases de datos de las instituciones educativas de educación media colombianas, encontré en el portal del Ministerio de Educación, específicamente en el Sistema de Información Nacional de Educación Básica y Media – Sineb, un enlace denominado Buscando colegio (<http://sineb.mineducacion.gov.co/bcol/app?service=page/BuscandoColegioBasico>). En esta página, encontré, por departamentos 11,998 instituciones de educación media.

La información que encontré en esta base de datos estaba organizada por Secretarías de Educación. También, esta información incluye el código DANE, el nombre del colegio, la dirección, el teléfono, el nombre del rector, correo electrónico, el sector (oficial, no oficial), la zona (rural, urbana), el carácter (académica, técnica), la especialidad, entre otras características.

De igual forma, busqué en la base de datos del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – Icfes (<http://www.icfes.gov.co/investigadores-y-estudiantes-posgrado/acceso-a-bases-de-datos>) y encontré en esta base de datos 9.189 instituciones educativas. La información de esta base de datos es el código DANE, el nombre de la institución, el departamento y municipio al que pertenece, el sector, el número de estudiantes matriculados en undécimo grado y los resultados por áreas de las pruebas SABER 11. También, encontré en esta base que algunas instituciones educativas se repetían, así que procedí a mirar las columnas y encontré que en el grado aparecían 11 y 26. El grado 26 corresponde a la educación para adultos, quienes deben presentar las pruebas como requisito para poder obtener el título de bachiller en Colombia. Entonces, procedí a eliminar de esta columna las instituciones que tenían el 26 y quedaron 8.491 instituciones educativas de educación media.

Tomé la decisión de quedarme con la información del ICFES, dado que esta base contiene la información más reciente de las instituciones educativas que reportaron la presentación del examen SABER 11. Sin embargo, en la base de datos del MEN había información que necesitaba para recoger los planes de área de matemáticas. En consecuencia, procedí a cruzar la información

de estas dos bases de datos, quedándome una base de datos con la información que requería como la dirección de correo electrónico, el teléfono, el sector, la zona, y el carácter.

Dado que nos interesaba construir una muestra representativa de instituciones educativas, teniendo en cuenta tres características: el sector, la zona y el carácter, construimos 2³ grupos de instituciones, esto es ocho diferentes estratos que cumplen estas características. En la tabla 4, presento la información relacionada con los diferentes estratos, el número de instituciones educativas que hay en cada estrato, la proporción del total de instituciones educativas y el número de instituciones que se deben seleccionar para una muestra representativa de tamaño 210.

Tabla 4
Estratos de la muestra representativa

Estrato	Tamaño	proporción	n=315
NO OFICIAL-RURAL-ACADEMCO	161	0,019	4
NO OFICIAL-RURAL-TECNICO	27	0,003	1
NO OFICIAL-URBANO-ACADEMCO	1957	0,230	48
NO OFICIAL-URBANO-TECNICO	457	0,054	11
OFICIAL-RURAL-ACADEMCO	1513	0,178	37
OFICIAL-RURAL-TECNICO	1195	0,141	30
OFICIAL-URBANO-ACADEMCO	1508	0,178	37
OFICIAL-URBANO-TECNICO	1673	0,197	41
Total	8491	1,000	210

Con un nivel de confianza del 96% y un error máximo permitido del 7%, se puede construir una muestra representativa de tamaño 210. En la tabla 5, presento esta información.

Tabla 2
Tamaño de muestra para diferentes niveles de error y confianza

Error máximo permitido	Nivel de confiabilidad							
	0,9	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,98
0,01	3765	4028	4332	4507	4704	4933	5217	5217
0,02	1410	1563	1754	1872	2012	2186	2419	2419
0,03	690	774	881	948	1030	1134	1277	1277
0,04	403	453	519	561	612	677	769	769
0,05	262	296	340	368	402	446	509	509
0,06	184	208	239	259	283	315	360	360
0,07	136	154	177	192	210	234	267	267
0,08	104	118	136	147	162	180	206	206
0,09	83	94	108	117	128	143	164	164
0,10	67	76	88	95	104	116	133	133

Una vez realizado estos cálculos, se construyeron aleatoriamente las listas para cada uno de los estratos y se procedió a recoger los planes de área de las instituciones educativas de educación media colombianas.

A continuación, presento la metodología de esta investigación para cada uno de los atributos de caracterización

2.3. Tratamiento didáctico de los temas

Para poder describir el tratamiento didáctico de los temas en los planes de área, debemos revisar cada una de las dimensiones del currículo. Para el análisis de contenido, este atributo consiste en establecer cuál es la frecuencia y proporción de segmentos de texto que hacen referencia a los tres conceptos pedagógicos que componen la dimensión conceptual.

Construí unos árboles de códigos basados en el análisis del contenido de los tres temas escogidos para esta investigación. Por consiguiente, cada rama del árbol tiene un código alfa numérico que indica si es conceptual o procedimental y un número dependiendo de la especificidad de la información. Luego, se construirá la variable aleatoria denominada estructura conceptual. Los valores de esta variable son conceptual y procedimental. Es decir, caracterizar un plan de área en relación con el concepto pedagógico estructura conceptual consiste en determinar la proporción de segmentos de texto que hacen referencia a lo conceptual y la proporción de segmentos de texto que hacen referencia a lo procedimental.

En la figura 13, muestro un ejemplo del árbol de códigos para el tema de la derivada en relación con el concepto pedagógico estructura conceptual.

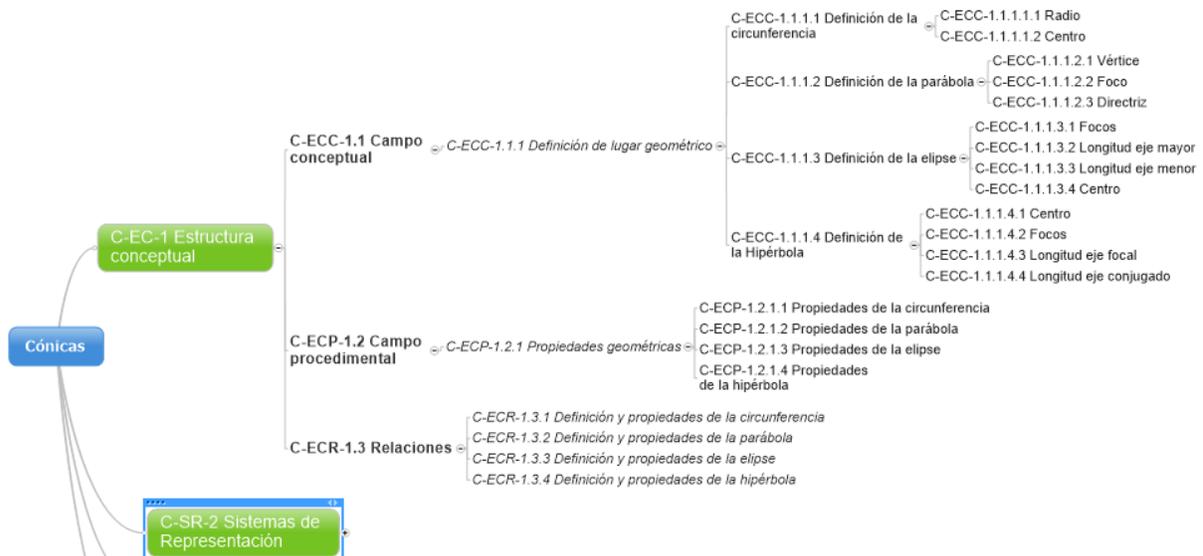


Figura 13. Árbol de códigos en la estructura conceptual para el tema de las cónicas

En este atributo, nos interesa solamente si un segmento de texto es un concepto o un procedimiento. Entonces, el punto de partida es etiquetar un segmento de texto con un código. Una vez etiquetado, se sabe si pertenece al campo conceptual, al campo procedimental o a las relaciones, porque el árbol indica a qué pertenece ese código. Esto es, un segmento de texto va a codificarse con un código. Un código es una hoja o una rama del árbol. Una hoja o una rama del árbol pertenece a una de las tres ramas principales: conceptual, procedimental y relaciones.

Una vez codificado un plan de área, voy a construir una tabla cuyas filas serán los segmentos de texto y cuyas columnas son los valores de la variable. En esa tabla se consignarán los datos que surgen de la codificación y con estos datos puedo hacer un resumen de ellos para poder sacar conclusiones en relación con el plan de área. Esta tabla se construirá para cada tema.

Después de elaborar las tablas para cada tema, voy a construir unas variables aleatorias que contienen las frecuencias de los valores de las variables estructura conceptual sin distinguir el tema al que pertenece. Los datos se pueden agrupar y resumir para cada tema por separado y esa agrupación y resumen también se puede hacer para los tres temas conjuntamente.

Para el concepto pedagógico sistemas de representación, también, determinaremos la frecuencia de segmentos de texto que hacen referencia a algunos de los nueve tipos de sistemas de representación en los temas de las matemáticas escolares objeto de este estudio. Registraré los casos en que encuentre segmentos de texto donde se hace referencia a los sistemas de representación sin hacer mención a un tipo específico de sistema de representación, como “sin tipo”. De igual forma, registraré los casos en que encuentre segmentos de texto donde se hace referencia a otros sistemas de representación que no estén contemplados dentro de nuestra clasificación de nueve tipos de sistemas como “otros”. Finalmente, registraré los casos en que encuentre segmentos de texto donde se establece una relación entre los diferentes tipos de sistemas de representación; es decir, aquellos segmentos de texto en los que el documento hace referencia explícita a la relación entre sistemas de representación.

Para poder lograr lo anterior, voy a identificar los segmentos de texto que aludan a los sistemas de representación. Luego, voy a etiquetar estos segmentos de texto con base en la tipología que he propuesto. Por consiguiente, voy a tener una variable llamada sistemas de representación que va a asumir los valores numérico, simbólico, tabular, gráfico, verbal, geométrico, pictórico, manipulativo, ejecutable, sin tipo, otros. También vamos a tener una variable denominada relaciones. Los valores de esta variable van a ser todas aquellas posibles parejas no ordenadas de sistemas de representación. Estos valores están relacionados con los diferentes tipos de sistemas de representación que se presentaron en el marco conceptual.

Una vez codificado un plan de área, procederé a registrar la información en las tablas que ya mencioné con anterioridad para cada tema. Luego construiré unas variables que resumen las frecuencias de los valores de la variable sistemas de representación en cada plan de área. Es decir, una vez caracterizados los planes de área en términos de los sistemas de representación, definiré una variable denominada sistemas de representación, cuyo valor para un plan de área, es una n-tupla en donde cada elemento de la n-tupla es un porcentaje que corresponde a uno de los sistemas de representación. Con base en los datos de esta variable, podré obtener las proporciones de los sistemas de representación en los planes de área de la muestra.

Para caracterizar los planes de área colombianos, lo que me interesa mirar es si en los documentos curriculares se abordan problemas en contextos matemáticos o contextos no matemáticos de acuerdo con PISA (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013) y el ICFES (2014) como se mencionó en el marco conceptual.

Para poder describir cómo se van a obtener los resultados de la caracterización de un plan de área en términos de la fenomenología, también he construido unas estructuras de códigos relacionados con cada uno de los temas escogidos para la caracterización.

Voy a identificar los segmentos de texto que aludan a los problemas. Luego, voy a etiquetar estos segmentos de texto a partir de los contextos que se proponen en PISA (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013) o SABER 11 (ICFES, 2014) al que hagan referencia. En este sentido, voy a tener unas variables que surgen directamente de la codificación y que asumen los valores de los códigos que hay en esta estructura. Por consiguiente, el proceso de codificación consiste en identificar los segmentos de texto que tienen relación con los problemas y los contextos que se abordan y en esa variable asignarle un valor.

En tercer lugar, una vez codificado un plan de área, procederé a registrar la información en la tabla en la que se consignarán los datos que surgen de la codificación y con estos datos puedo hacer un resumen de ellos para poder sacar conclusiones en relación con el plan de área. Produciré los datos que corresponden a la muestra con el mismo procedimiento que describí para los sistemas de representación y la estructura conceptual.

En el análisis cognitivo, podemos establecer las variables que me permitirán agrupar los tres conceptos pedagógicos de esta dimensión, con el fin de caracterizar los planes de área en términos del tratamiento didáctico de los temas. Estas tres variables son expectativas de aprendizaje, limitaciones de aprendizaje, y dado que tenemos conocimiento de que hay algunos planes de área que contemplan las expectativas afectivas, podemos construir una variable denominada dominio afectivo. La variable aleatoria expectativa de aprendizaje contempla a su vez tres variables: expectativas de aprendizaje de nivel superior, expectativas de aprendizaje de nivel medio, y expectativas de aprendizaje de nivel inferior. La variable expectativas de aprendizaje de nivel superior

tomará siete valores. Presento estos valores en la figura 14. La variable expectativas de aprendizaje de nivel medio tomará cuatro valores. Presento estos valores en la figura 15. La variable expectativas de aprendizaje de nivel inferior tomará un valor, capacidad.

La variable limitaciones tomará dos valores: dificultad y error. En relación con la variable dominio afectivo, debo mencionar que esta variable es una variable cualitativa dicotómica dado que tomará solamente dos valores con el fin de distinguir los planes de área. Estos dos valores son sí, o no. El valor sí se le asignará a aquellos segmentos de texto de los planes de área que consideramos que hacen referencia al ser y el valor no a aquellos documentos que no lo mencionen.

Estas variables forman parte del atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión cognitiva. En la figura 14, presento la estructura que tendrá la dimensión cognitiva en términos de variables, valores y códigos.

Una vez codificado un plan de área, procederé a registrar la información en la tabla en la que se consignarán los datos que surgen de la codificación y con estos datos puedo hacer un resumen de ellos para poder sacar conclusiones en relación con la dimensión cognitiva.

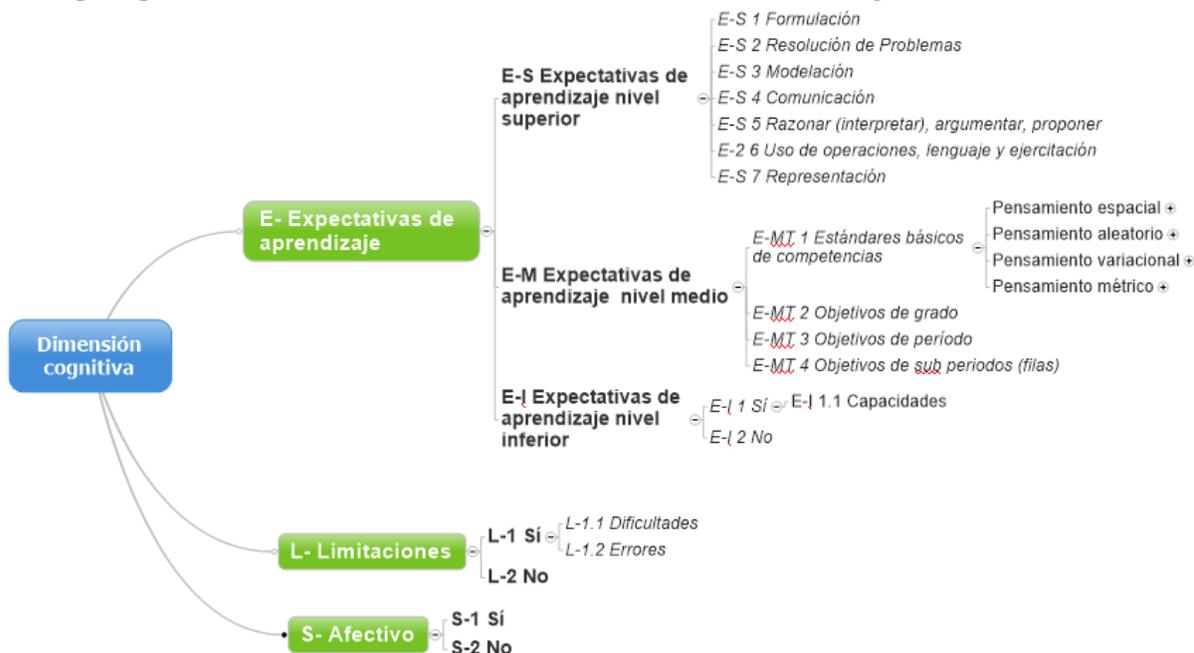


Figura 14. Árbol de códigos dimensión cognitiva

Para el análisis de instrucción, podemos establecer las variables que me permitirán agrupar los dos conceptos pedagógicos de esta dimensión, con el fin de caracterizar los planes de área en términos del tratamiento didáctico de los temas. Estas dos variables son esquemas de enseñanza y metodología. La variable esquemas de enseñanza contempla a su vez tres variables: enseñanza tradicional, enseñanza no tradicional, no se puede determinar el tipo de enseñanza. La variable metodología tomará seis valores. Presento estos valores en la figura 15.

Una vez codificado un plan de área, procederé a registrar la información en la tabla en la que se consignarán los datos que surgen de la codificación y con estos datos puedo hacer un resumen de ellos para poder sacar conclusiones en relación con la dimensión formativa.

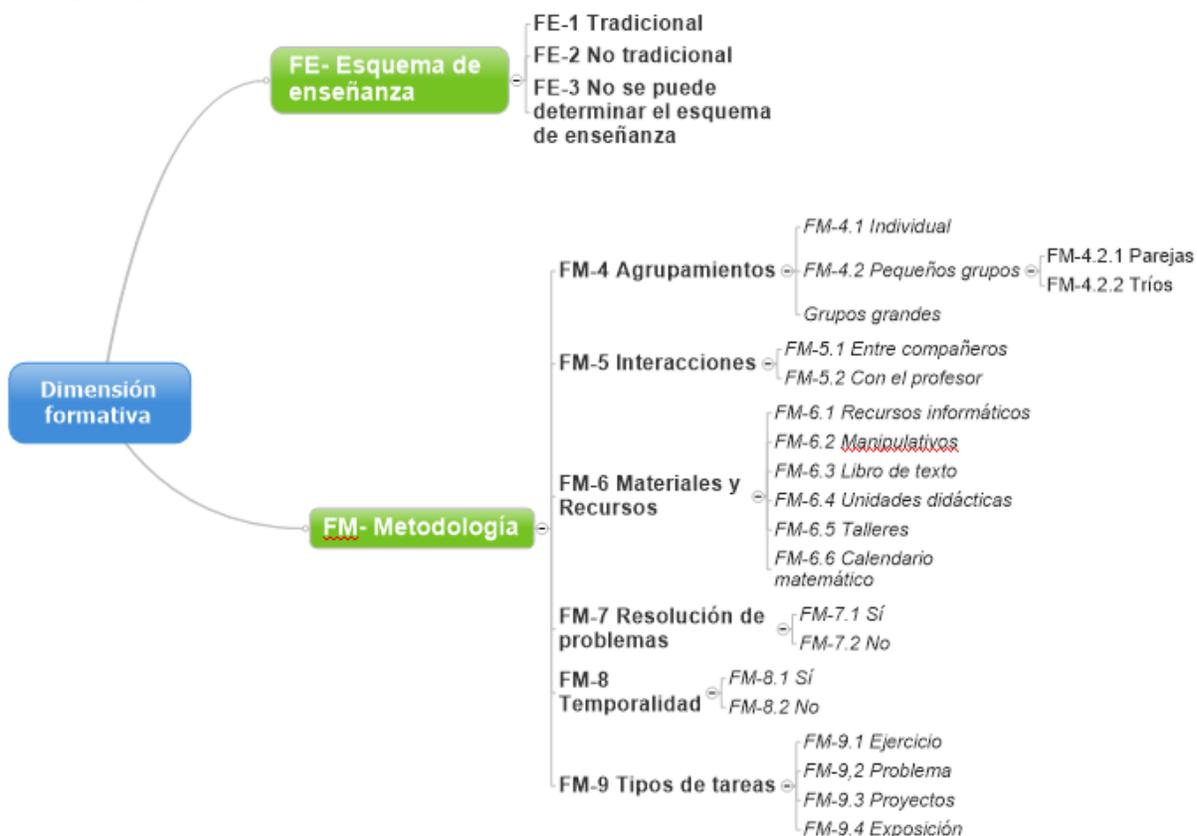


Figura 15. Árbol de códigos dimensión formativa

Para el análisis de actuación, podemos establecer las variables que me permitirán agrupar los dos conceptos pedagógicos de esta dimensión, con el fin de caracterizar los planes de área en términos del tratamiento didáctico de los temas. Estas tres variables son criterios de evaluación, instrumentos de evaluación y evaluación. La variable criterios de evaluación tomará tres valores: criterios de evaluación, escalas de valoración y dominio afectivo. La variable instrumentos de evaluación tomará cinco valores: evaluación escrita, evaluación oral, exposiciones, talleres y portafolio. La variable evaluación tomará dos valores: evaluación sumativa y evaluación formativa. Presento estos valores en la figura 16.

Una vez codificado un plan de área, procederé a registrar la información en la tabla en la que se consignarán los datos que surgen de la codificación y con estos datos puedo hacer un resumen de ellos para poder sacar conclusiones en relación con la dimensión social.

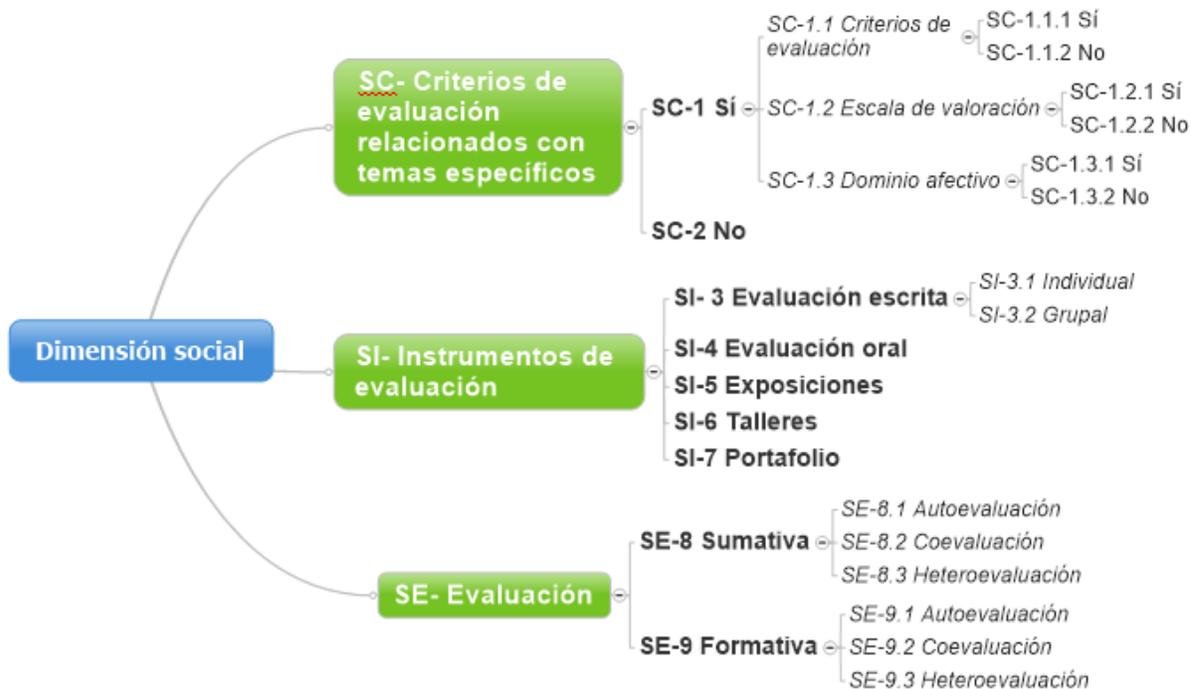


Figura 16. Árbol de códigos dimensión social

2.4. Nivel de concreción

Para analizar el atributo nivel de concreción, hemos construido unos árboles de códigos que se utilizarán para poder codificar y analizar el atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual. En estos árboles hay implícitos unos niveles de concreción o de especificidad de los temas. Como ya lo mencioné con anterioridad, este atributo solo se va a analizar en la dimensión conceptual. Por consiguiente, una vez se han codificado los planes de área de acuerdo con los árboles de códigos, procederé a analizar el nivel de concreción de acuerdo con el código que se le haya asignado a cada segmento de texto. En este sentido, puedo analizar cuántos códigos de primer, segundo, tercer, cuarto, y quinto nivel se han asignado al revisar la tabla de códigos y mirar para cada nivel las diferentes casillas donde hay 1 o 0. En la figura 17, presento un árbol de códigos e indico cuáles son los niveles de concreción que tienen cada uno de las ramas del árbol.

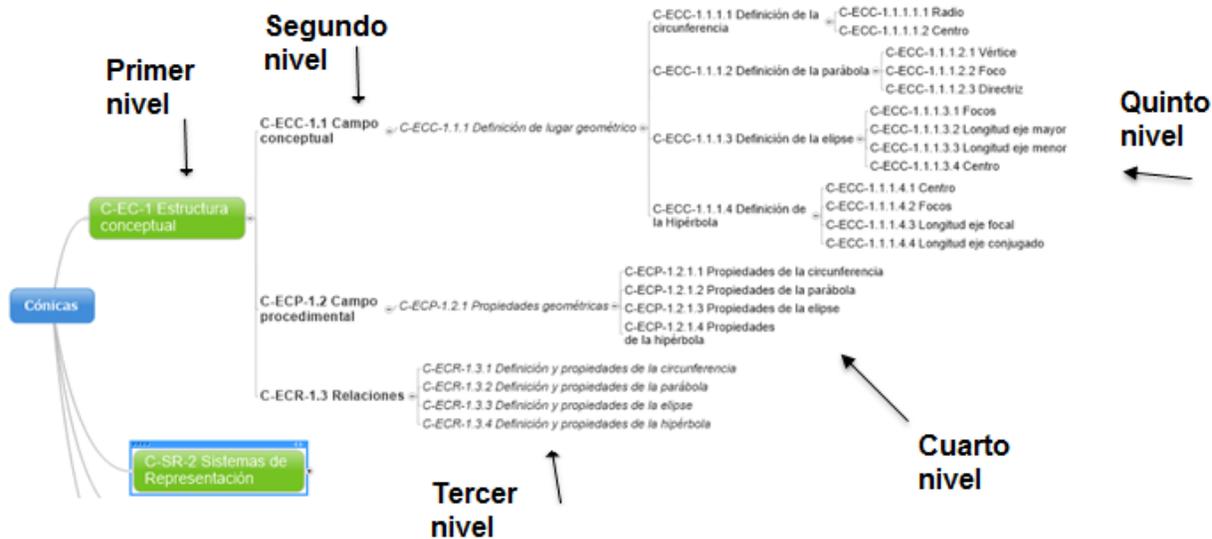


Figura 17. Nivel de concreción

2.5. Adecuación con los estándares

Para caracterizar los planes de área en términos del atributo adecuación con los Estándares Básicos de Competencias, debemos realizar dos cosas. En primer lugar, debo tomar todos los estándares que tengan relación con los tres temas escogidos y etiquetarlos con base en los árboles de códigos que se han construido para el atributo tratamiento didáctico de los temas en la dimensión conceptual. Así, vamos a saber en los estándares qué ramas de los árboles de códigos se involucran en cada uno de ellos y registraremos la información en la tabla que ya hemos mencionado.

En segundo lugar, vamos a revisar de esas ramas de árboles que se les han asignado a los estándares, cuántas y cuáles coinciden con los códigos asignados a los diferentes segmentos de texto de los planes de área, con el fin de poder determinar cuánto se cubre en los planes de área de lo que se propone en los documentos de los estándares.

2.6. Coherencia entre conceptos pedagógicos

El método para registrar la información relacionada con el atributo coherencia entre el concepto pedagógico de las expectativas de aprendizaje consiste en identificar aquellos segmentos de texto donde hay incoherencia y etiquetarlos con un código. Esto significa que si encontramos un segmento de texto que corresponde a una expectativa de nivel inferior (objetivos de subperíodo) que no contribuye al logro de una expectativa de nivel medio (estándares) propuesto en otro segmento de texto, entonces diremos que hay una incoherencia y se le asignará un código a ese segmento de texto de la expectativa de nivel inferior que no contribuye al logro de la expectativa de nivel medio (estándares). Seguidamente, vamos a consignar en una tabla el segmento de texto que ha sido codificado con un código y en una columna de la tabla vamos a consignar con cuál segmento de texto es incoherente esa expectativa de aprendizaje.

Procederemos a identificar, en los diferentes sub períodos, aquellas filas donde se presenten las incoherencias ya establecidas en este documento. Una vez identificadas las incoherencias,

procederemos a etiquetar esos segmentos de texto con un código de incoherencia dependiendo del tipo de incoherencia que se presenta (expectativas de aprendizaje de nivel medio y superior; expectativa de nivel inferior y nivel medio; expectativas de nivel inferior y nivel superior). Luego, registraremos esta información en una tabla que contiene en una de sus columnas la variable incoherencia entre conceptos pedagógicos y procederemos a escribir un 1 en la celda del segmento de texto donde se presenta la incoherencia.

En la tabla 6, presento una ejemplificación de cómo quedaría registrada esta información. En la primera columna de la tabla se encuentran los segmentos de texto, en la segunda columna está el período académico al que hace referencia, la tercera columna corresponde al grado, la cuarta columna corresponde al plan de área de algún colegio. La quinta columna corresponde a las incoherencias entre expectativas de nivel medio y superior, la sexta columna corresponde a las incoherencias entre expectativas de nivel inferior y nivel medio, y la séptima columna corresponde a las incoherencias entre expectativas de nivel inferior y nivel superior. La octava columna denominada quién, corresponde a registrar del segmento de texto i , con cuál segmento de texto está la incoherencia. Esto se presenta así, dado que las observaciones que tenemos en nuestra tabla son segmentos de texto y no parejas de segmentos de texto. En consecuencia, para poder registrar la incoherencia entre el segmento de texto i con el segmento de texto j he añadido esta columna para que quede especificado el segmento de texto que es incoherente y he nombrado una columna ¿Qué segmento? para registrar con cuál segmento de texto es incoherente.

Tabla 6
Codificación atributo coherencia entre conceptos pedagógicos

Segmentos de texto	SP	G	PA	I _i -C-E	I _i -E-OS	I _i -C-OS	¿Quién?
S ₁	3	11	PM	0	1	0	S _i
S ₂	3	11	PM	0	0	1	S _k
S ₃	3	11	PM	0	0	0	NA
S _n	3	11	PM	1	0	1	S _m

2.7. Coherencia entre dimensiones

El método para registrar la información relacionada con el atributo coherencia entre dimensiones consiste en identificar aquellos segmentos de texto donde hay incoherencia y etiquetarlos con un código. Esto significa que si encontramos un segmento de texto que corresponde a la dimensión conceptual que no está relacionado de forma lógica y válida con un segmento de texto de la dimensión cognitiva diremos que hay una incoherencia y se le asignará un código a ese segmento de texto de la dimensión conceptual que no está relacionado con el segmento de texto de la dimensión cognitiva. Seguidamente, vamos a consignar en una tabla el segmento de texto que ha sido codificado con un código y en una columna de la tabla vamos a consignar con cuál segmento de texto es incoherente.

Una vez identificadas las incoherencias, procederemos a etiquetar esos segmentos de texto con un código de incoherencia dependiendo del tipo de incoherencia que se presenta. Luego, registraremos esta información en una tabla que contiene en una de sus columnas la variable in-

coherencia entre dimensiones y procederemos a escribir un 1 en la celda del segmento de texto donde se presenta la incoherencia.

En la tabla 7, presento un ejemplo de cómo quedaría registrada esta información. En la primera columna de la tabla se encuentran los segmentos de texto, en la segunda columna está el período académico al que hace referencia, la tercera columna corresponde al grado, la cuarta columna corresponde al plan de área de algún colegio. La quinta columna corresponde a las incoherencias entre la dimensión conceptual y la dimensión cognitiva, la sexta columna corresponde a las incoherencias entre la dimensión conceptual y la dimensión formativa, la séptima columna corresponde a las incoherencias entre la dimensión conceptual y la dimensión social, la octava columna corresponde a las incoherencias entre la dimensión cognitiva y la dimensión formativa, la novena columna corresponde a las incoherencias entre la dimensión cognitiva y la dimensión social, y la décima columna corresponde a las incoherencias entre la dimensión formativa y la dimensión social. Finalmente, en la columna 11 denominada quién, corresponde a registrar del segmento de texto i , con cuál segmento de texto está la incoherencia. Esto se presenta así, dado que las observaciones que tenemos en nuestra tabla son segmentos de texto y no parejas de segmentos de texto. En consecuencia, para poder registrar la incoherencia entre el segmento de texto i con el segmento de texto j he añadido esta columna para que quede especificado el segmento de texto que es incoherente y he nombrado una columna ¿Qué segmento? para registrar con cuál segmento de texto es incoherente.

Tabla 7
Codificación atributo coherencia entre dimensiones

Segmento	SP	G	PA	I _e -Cn-Cg	I _e -Cn-F	I _e -Cn-S	I _e -Cg-F	I _e -Cg-S	I _e -F-S	¿Quién?
S ₁	3	11	PM	0	1	0	0	0	1	S _j
S ₂	3	11	PM	0	0	1	0	0	0	S _k
S ₃	3	11	PM	0	0	0	1	0	0	NA
S _n	3	11	PM	1	0	1	0	0	0	S _m

2.8. Métodos

A continuación describo los tres métodos que utilizaré para hacer inferencias de la muestra a la población. Estos métodos se refieren a un atributo o sub atributo y a una variable aleatoria, de acuerdo con el esquema de la figura 10.

Método 1

El primer método que he identificado se presenta cuando tenemos una variable medida en porcentajes y su complemento, y nos interesa determinar si el valor de esta variable es mayor que o menor que algún valor determinado. Por ejemplo, en el caso de la estructura conceptual, un segmento puede referirse al campo conceptual o procedimental. Por lo tanto, el porcentaje de segmentos de texto que hacen referencia al campo procedimental en un plan de área es el comple-

mento del porcentaje de segmentos de texto que hacen referencia al campo conceptual. Construimos la variable aleatoria con base en el porcentaje de los segmentos de texto que están en lo conceptual. Para cada plan de área, podemos calcular el valor de esta variable aleatoria. Una vez tengamos todos los valores de la variable conceptual, en la muestra, podemos realizar unas pruebas de hipótesis sobre la media de esta variable. Por ejemplo, puedo plantear la hipótesis que la media de la proporción de segmentos de texto de lo conceptual es mayor al 50%.

Sin embargo, necesitamos, en primer lugar, saber si los datos de esta variable aleatoria están distribuidos normalmente. Para lograr esto, podemos aplicar el test de Kolmogórov – Smirnov (también prueba K-S). Si los datos están distribuidos normalmente, utilizamos la distribución t-student o z parametrizada para poder analizar la media de la variable aleatoria conceptual. En el caso que los datos no se distribuyan normalmente, procedemos a utilizar una distribución no paramétrica para analizar la variable aleatoria. Con base en los resultados de la prueba de hipótesis, podemos hacer inferencias sobre el comportamiento de la variable aleatoria en la población de planes de área.

Método 2

El segundo método que he identificado se presenta cuando tengo varias variables y quiero comparar, para un mismo conjunto de datos, las medias de esas variables. Por ejemplo, en el concepto pedagógico de los sistemas de representación, tenemos varias variables que corresponden a las proporciones de segmentos de textos que han sido codificados con cada uno de los sistemas de representación. Entonces, para un plan de área se tiene la variable simbólica (v_1) que toma el valor de la proporción de los segmentos de texto codificados con simbólico; tenemos la variable algebraico (v_2), la variable numérico (v_3), y una cuarta variable tabular (v_4) que está determinada por las otras tres variables. Esto es, la variable v_4 resulta de tomar $1 - (v_1 + v_2 + v_3)$. Estos valores son los porcentajes sobre el total de segmentos de texto que han sido codificados con algún sistema de representación.

El propósito de construir estas variables es establecer, en la muestra, el orden que tienen estas variables de mayor a menor; es decir, determinar, en la muestra, el orden con el que los sistemas de representación se abordan en los planes de área de la muestra. Para hacer este análisis, debemos identificar si los datos provienen de una distribución normal, y para ello aplicamos un test estadístico, como el de Kolmogorov-Smirnov, con hipótesis nula de que todos los datos se comportan de acuerdo con la distribución normal. Una vez verificamos esto, procedemos a aplicar la prueba T-student para realizar las comparaciones de las siguientes parejas (v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4). Para cada una de estas parejas, utilizamos el método 1 descrito en el apartado anterior. Esto es, una vez se tienen las parejas de variables, procedo a comparar cada pareja y establecer cuál de los dos valores es mayor. Realizo este mismo procedimiento con todas las parejas, y determino cuál es la mayor en cada pareja para luego proceder a comparar los mayores de cada pareja y establecer quién es el mayor de los mayores. Con estos resultados podremos hacer inferencias sobre el orden con el que se abordan los sistemas de representación en la población

Método 3

El tercer método tiene dos partes. La primera parte está relacionada con las variables aleatorias continuas. El método 3A me permite caracterizar la distribución de dicha variable aleatoria. Esto es, me interesa analizar la distribución de esta variable en la muestra a través del cálculo de unos estadísticos como la media, la desviación estándar y construir la gráfica de la distribución muestral de dicha variable. Una vez calculados estos estadísticos de la muestra, podemos hacer inferencias sobre la población de los planes de área. Por ejemplo, podemos hacer conjeturas sobre el valor de la media y la desviación estándar en la población dentro de un intervalo de confianza.

Por ejemplo, para el sub atributo objetivos de grado, tenemos una variable que corresponde a la cantidad de objetivos de grado se proponen en un plan de área. En la muestra, nos interesa caracterizar cómo se distribuye esta medida de objetivos de grado utilizando el método propuesto en este sub apartado con el fin de poder hacer inferencias a la población construyendo un intervalo de confianza alrededor de la media muestral que, con un nivel de confianza, podemos afirmar qué probabilidad hay de que la media muestral esté dentro del rango que puede estar la media de la población.

La segunda parte está relacionada con las variables aleatorias discretas. El método 3B me permite caracterizar la distribución de estas variables. Es decir, el método 3B está relacionado con la distribución binomial. Dado que mis variables aleatorias discretas asumen dos valores (Sí o No), entonces, me interesa determinar cuál es la proporción de eventos favorables (Sí) en la muestra. Por ejemplo, en la dimensión formativa, me interesa determinar cuántos planes de área abordan esta dimensión, así en un plan de área el valor de la variable es Si o No. Una vez calculo la cantidad de Si puedo calcular la proporción de planes de área en los cuales se aborda esta dimensión y así mirar la distribución de la variable dicotómica si en la muestra.

3. DISCUSIÓN

En este documento, hemos presentado el marco conceptual y el esquema metodológico para la caracterización y análisis de planes de área de matemáticas de la educación media en Colombia. Nos basamos en el modelo del análisis didáctico para definir un conjunto de cinco atributos que caracterizan un plan de área. Hemos mostrado cómo la definición conceptual de esos atributos nos permite construir variables aleatorias que establecen una medida del atributo en un plan de área. También hemos presentado cómo, con base en esas variables aleatorias, es posible caracterizar los planes de área de una muestra (cuyo diseño hemos propuesto) para poder caracterizar los planes de área colombianos para la educación media.

El proyecto de investigación se encuentra en curso. Ya se han codificado los 212 planes de área de una muestra que sigue los lineamientos propuestos en este documento. Como una primera aproximación, se han obtenido resultados para el atributo adecuación a los estándares (Solano y Gómez, 2018). Estamos iniciando el proceso de análisis para los demás atributos.

Consideramos que el marco conceptual y el esquema metodológico que hemos presentado, junto con la base de datos que contiene la codificación de los 212 planes de área son una contribución importante a la comunidad de investigación interesada en el currículo de matemáticas colombiano. Esta acerbo investigativo permitirá la realización de estudios secundarios que propor-

cionarán información valiosa sobre las prácticas curriculares de las instituciones educativas colombianas en el área de matemáticas.

4. REFERENCIAS

- Cañadas, M. C., Gómez, P. y Pinzón, A. (2018). Análisis de contenido. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 53-112). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/11904/>
- Carretero, R., Coriat, M. y Nieto, P. (1993). *Etapa 12/16. Área de matemáticas: secuenciación, organización y actividades de aula*. Granada: Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/444/>
- Gómez, P. (2010). *Diseño curricular en Colombia: el caso de las matemáticas*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/651/>
- Gómez, P. (Ed.). (2018). *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P., Mora, M. F. y Velasco, C. (2018). Análisis de instrucción. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 197-268). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/11906/>
- González, M. J. y Gómez, P. (2018). Análisis cognitivo. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 113-196). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/11905/>
- Harlen, W. y Winter, J. (2004). The development of assessment for learning: learning from the case of science and mathematics. *Language Testing*, 21(3), 390-408.
- ICFES. (2014). *Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada de la Educación. Alineación del examen SABER 11°*. Bogotá, Colombia: Autor. Disponible en <http://www.icfes.gov.co/docman/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/novedades/651-alineacion-examen-saber-11/file?force-download=1>
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan. Disponible en <https://goo.gl/z68LKG>
- MEN. (1994). *Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación*. Bogotá: Autor.
- MEN. (1998). *Lineamientos generales de procesos curriculares. Hacia la construcción de comunidades educativas autónomas*. Bogotá: Autor.

- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.
- MEN. (2009). *Decreto 1290. Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media*. Bogotá: Autor. Disponible en <http://tinyurl.com/8tcldk2>
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2013). Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias. Descargado el 30/1/2014, de <https://goo.gl/Xwmerl>
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM. Disponible en Biblioteca Uniandes: 510.71 P635
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. París, Francia: OCDE.
- Perkins, D. N. (1992). What constructivism demands of the learner. *Constructivism and the technology of instruction: A conversation*, 161-165.
- Rico, L. (1997a). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Barcelona: ice - Horsori. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/521/>
- Rico, L. (1997b). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona, España: ICE-Horsori. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/522/>
- Rico, L. (1998). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1(1), 22-39.
- Rico, L. (Ed.). (1997c). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis. Disponible en <https://goo.gl/iHT5cF>
- Rico, L., Castro, E. y Coriat, M. (1997). Revisión teórica sobre la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria* (pp. 77-150). Madrid: Síntesis.
- Romero, I. y Gómez, P. (2018). Análisis de actuación. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 265-301). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/11907/>
- Solano, S. y Gómez, P. (2018). *Alineación de los planes de área colombianos a los estándares básicos de competencia de matemáticas*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/12378/>
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del curriculum*. Madrid: Morata.