# LA COMPRENSIÓN DE LOS CONCEPTOS DE ÁREA Y PERÍMETRO EN PROFESORES DE PRIMARIA. EL CASO DE LA ESCUELA MIGUEL HIDALGO Y COSTILLA.

**Elsa Dávila Rodríguez**
Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México (ISCEEM). (México)
davila7elsa@gmail.com

**RESUMEN:** En este reporte documentamos un avance de la investigación que pretende dar respuesta a la pregunta: ¿Qué niveles de comprensión de los conceptos de área y perímetro tienen los profesores en la escuela primaria en México? Esta investigación es de tipo cualitativo y en ella participaron seis profesores de una escuela primaria en el Estado de México. Para la exploración diseñamos un cuestionario integrado por preguntas abiertas, cerradas y problemas no rutinarios. Para completar la indagación se realizarán entrevistas y observaciones en el salón de clases. Para interpretar los niveles de comprensión de los profesores consideramos el desarrollo conceptual de ambos conceptos, así como las ideas de Sierpinska, Carpenter y Lehrer.

**Palabras clave:** comprensión en matemáticas, área, perímetro

**ABSTRACT:** In this report we set out an advance of the research that tries to give answer to the question: What levels of understanding of the concepts of area and perimeter do primary school teachers have in Mexico? This research is of qualitative type and it included six teachers of a primary school in the State of Mexico. For the investigation, we designed a questionnaire composed of open/ closed questions and non-routine questions. To complete the inquiry, interviews and observations will be carried out in the classroom. In order to interpret the teachers' levels of understanding we consider the conceptual development of both concepts, as well as the ideas of Sierpinska, Carpenter and Lehrer.

**Key words:** comprehension in mathematics, area, perimeter

## Introducción

En este reporte documentamos parte de una investigación acerca de la comprensión que tienen los profesores de educación primaria en México, de los conceptos de área y perímetro. Considerando por un lado los bajos niveles de desempeño que los estudiantes mexicanos muestran en las evaluaciones internacionales y nacionales en matemáticas (edomex.gob., 2013) y, por otro lado, que la forma en que los estudiantes son conducidos en su aprendizaje de las matemáticas está relacionada con lo que comprenden sus profesores de los conceptos matemáticos, nos planteamos la pregunta ¿Qué niveles de comprensión de los conceptos de área y perímetro tienen los profesores de educación primaria? La comprensión de los profesores en matemáticas sobre algunos conceptos matemáticos en México ha sido documentada en algunas investigaciones (De la Peña, 2002, Díaz, 2011, Díaz, 2015); sin embargo, la comprensión en matemáticas ha sido estudiada desde hace bastante tiempo por investigadores de todo el orbe; en esta línea destacan los trabajos del profesor Skemp (1999), de Ana Sierpinska (1996) y de Carpenter y Lehrer (1999), por citar algunos. En relación a la comprensión de los conceptos geométricos encontramos los realizados por Van Hiele (1990); D´Amore y Fandiño (2007); Nortes & Nortes (2013) y Battista (2007).

## La Comprensión en Matemáticas

Para entender la importancia de la comprensión en matemáticas empezamos con revisar la noción de obstáculo epistemológico de Bachelard (2000) y, luego, para comprender los niveles, tipos y la evaluación de la comprensión, recurrimos a las ideas de Carpenter y Lehrer (1999) plasmadas en: *Mathematics Classroom that Promote Understanding* donde reportan resultados de un trabajo realizado durante cinco años en el National Center for Research in Mathematical Sciences Education (NCRMSE). Aquí los autores proponen cinco formas de actividad mental para el desarrollo de la comprensión: construcción de relaciones, extensión y aplicación de conocimiento matemático, reflexión sobre las experiencias, articulación de lo que el individuo conoce y apropiación del conocimiento matemático; para la evaluación de la comprensión sugieren poner atención a: los errores de los estudiantes, las conexiones hechas entre los símbolos, los procedimientos simbólicos y los referentes correspondientes, las conexiones realizadas entre los procedimientos simbólicos y las situaciones de solución a problemas informales y las conexiones realizadas entre los sistemas simbólicos (Hiebert & Carpenter, 1997). Para evaluar la comprensión que tienen los profesores del nivel primaria de los conceptos de área y perímetro, nos aproximamos al desarrollo conceptual de estos objetos matemáticos; esto lo hicimos a partir de la idea fundamental del área de un rectángulo y "mostrar" que cualquier figura cerrada es *rectangulable.* En lo que sigue ilustramos esta trayectoria. Iniciamos con un rectángulo de lados $a$ y $b$, cuya área $A$ (medida de la superficie) está dada por el producto de su base por su altura: $A=ab$. Después consideramos el caso del triángulo equilátero de lado $a$ y altura $h$ como se muestra en las figuras 1 y 2.

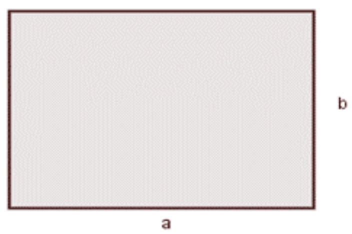



Figura 1.

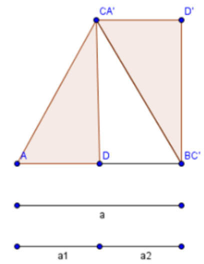



Figura 2.

Después pasamos a los cuadriláteros, utilizando la descomposición y el movimiento de figuras, como se muestra en las figuras 3, 4 y 5

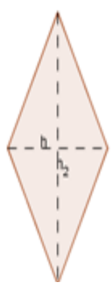


Figura 3.

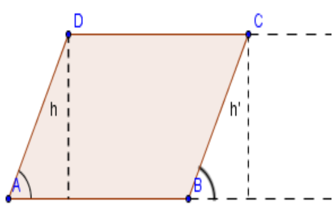



Figura 4.

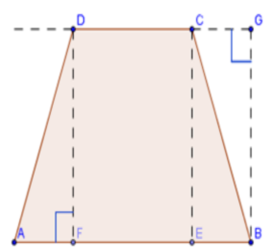



Figura 5.

Posteriormente nos preguntamos ¿Cómo calcular el área y perímetro de figuras no rectilíneas? Una forma sería la descomposición de la figura en figuras conocidas como las que se muestran en la figura 6. Intuitivamente pensamos que una manera relativamente fácil sería la utilización de una cuadrícula susceptible de refinarse, como observamos en las figuras 7 y 8.

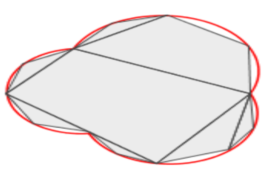


Figura 6.

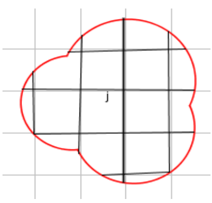


Figura 7.

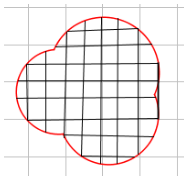


Figura 8.

Después de este acercamiento nos percatamos de la necesidad de incorporar otros objetos matemáticos para calcular el área, estos objetos fueron: un sistema de referencia, la noción de función y de partición. Un ejemplo de ello es el cálculo del área de un triángulo como se muestra en las figuras 9,10,11 y 12.

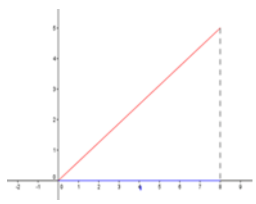


**Figura 9.**

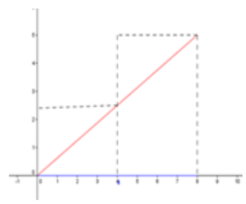


**Figura 10.**

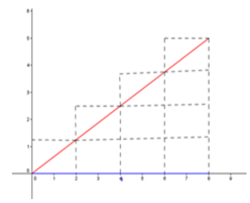


**Figura 11.**

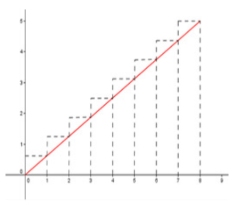


**Figura 12.**

Con estas ideas surgieron de manera natural sumas infinitamente grandes de cantidades infinitamente pequeñas.

## Metodología

Esta investigación de corte cualitativo y referente empírico, la realizamos con seis profesores que laboran en una escuela primaria de la zona conurbada de la ciudad de Toluca, perteneciente al Estado de México, y que accedieron a participación voluntariamente.

Para la exploración diseñamos un cuestionario integrado por dos partes: la primera orientada al descubrimiento del perfil profesional del docente el cual resumimos en la siguiente tabla.

**Tabla 1.** (Dávila, 2016)

| NP | Nomenclatura | Profesor (a) |
|---|---|---|
| 1 | M55NE34P1 | Mujer, 55 años de edad, con Normal Elemental, 34 años de experiencia, nivel primaria, actualmente primer grado |
| 2 | M54MT35P1 | Mujer, 54 años de edad, con Maestría, 35 años de experiencia, nivel primaria, actualmente primer grado |
| 3 | M43MT22P2 | Mujer, 43 años de edad. Con Maestría, 22 años de experiencia, nivel Primaria. segundo grado |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | H50NE32P3 | Hombre, 50 años de edad, con Normal Elemental, 32 años de experiencia, nivel primaria, tercer grado |
| 5 | M24LI2P4 | Mujer, 24 años de edad, con Licenciatura (UPN), 2 años de experiencia, cuarto grado |
| 6 | M38MT17P6 | Mujer, 38 años de edad. Con Maestría, 17 años de experiencia, sexto grado |

La segunda parte está orientada a explorar la comprensión que tienen los profesores sobre los conceptos de área y perímetro, esta parte integra preguntas abiertas y cerradas, además de una sección de problemas. Esta parte la reproducimos en seguida:

A. Conteste las siguientes preguntas

1. ¿Qué es el área?
2. ¿Qué es el perímetro?

B. Calcule el área y el perímetro de las siguientes figuras

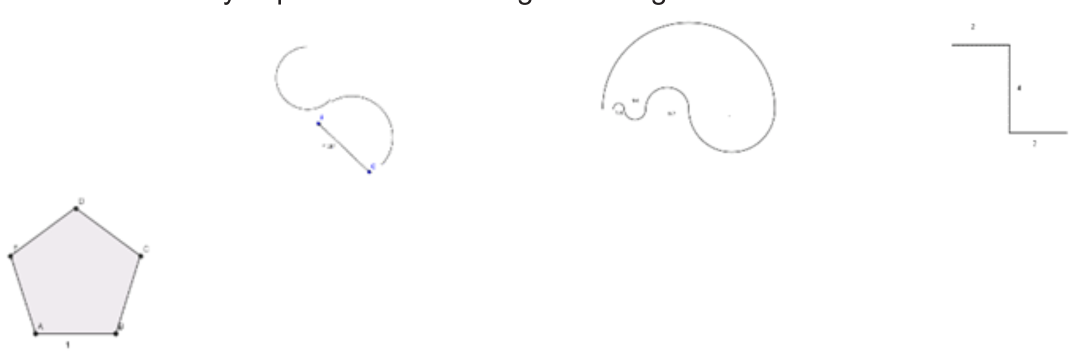


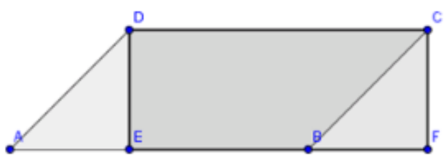
**Figura 13.**

C. Resuelva los siguientes problemas:

1. El lado de un cuadrado es el doble del de un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide su área y perímetro respectivamente?
2. El largo de un rectángulo es dos veces el lado de un cuadrado. Qué medida debe tener el ancho para que se verifique lo siguiente:
   a) área del cuadrado **>** área del rectángulo
   b) área del cuadrado **<** área del rectángulo
   c) área del cuadrado **=** área del rectángulo

   a) perímetro del cuadrado > perímetro del rectángulo
   b) perímetro del cuadrado < perímetro del rectángulo
   c) perímetro del cuadrado = perímetro del rectángulo

3. Sea el cuadrado de vértices $ACDF$, que tiene de área $1m^2$. B y E son puntos medios de AC y FD, respectivamente. Calcule el área de la región de vértices $BCEF$.
4. ¿Cuál de las siguientes relaciones se verifica entre las áreas de los paralelogramos dados? (Argumente)




$ADCB > EDCF$
$ADCB < EDCF$
$ADCB = EDCF$

5. El piso de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de losetas. Cada loseta es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las losetas y le resultan 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto.
   ¿Cuántas losetas hay en el piso de la cocina?
   ¿Cuál es el perímetro (en metros) del piso de la cocina de Inés? ¿Cuál es su área?

## Discusión de los resultados

Después de la aplicación del cuestionario concentramos la información y, después de un primer análisis de las respuestas llegamos a los siguientes resultados.

De la sección A donde se plantean preguntas abiertas, orientadas a las concepciones que tiene los profesores del área y perímetro encontramos que; de los seis cuestionarios aplicados una profesora, confundió los conceptos área y perímetro.

**M55NE34P1**

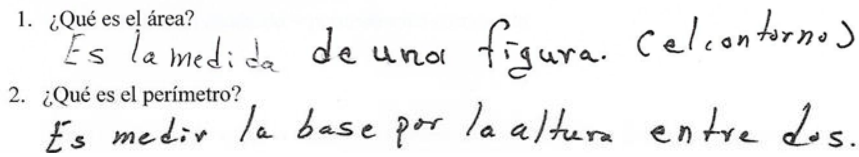

1. ¿Qué es el área?
Es la medida de una figura. (el contorno)
2. ¿Qué es el perímetro?
Es medir la base por la altura entre dos.

**Figura 14.**

Tres profesores dieron respuestas similares, las cuales se han considerado como concepciones geometrías pues comprenden el área como el lugar que ocupa la superficie en el plano.

**M43MT22PyS2**

1. ¿Qué es el área?
Es el espacio que ocupa cualquier cuerpo

**Figura 15.**

**H50NE32P3**

1. ¿Qué es el área? Es la superficie qui se encuentra dentro de cualquier figura geométrica.

**Figura 16.**

**M38MT17P6**

1. ¿Qué es el área?
Superficie de una figura.

**Figura 17.**

Dos profesoras le atribuyen un número al área, concibiéndola como una medida, pero sin hacer referencia a su unidad. En una concepción relativamente distinta se manifiesta un aspecto geométrico, ya que dibuja un cuadrado marcando el interior.

**M54MT35P1**

1. ¿Qué es el área? Es lo que mide por dentro una figura

**Figura 18.**

**M24LI2P4**

1. ¿Qué es el área?
Medición de la superficie de una figura

**Figura 19.**

En relación a la concepción de perímetro encontramos respuestas que lo consideran como una línea que limita una figura, pero sin atribuirle la magnitud:

**H50NE32P3**

2. ¿Qué es el perímetro? Es la linea que delimita una figura en el contorno.

**Figura 20.**

En la sección B donde se pedía calcular el área y perímetro de las figuras, cuatro profesores lo intentan utilizando fórmulas conocidas, sin atender al aspecto curvilíneo de algunas.

**M54MT35P1**

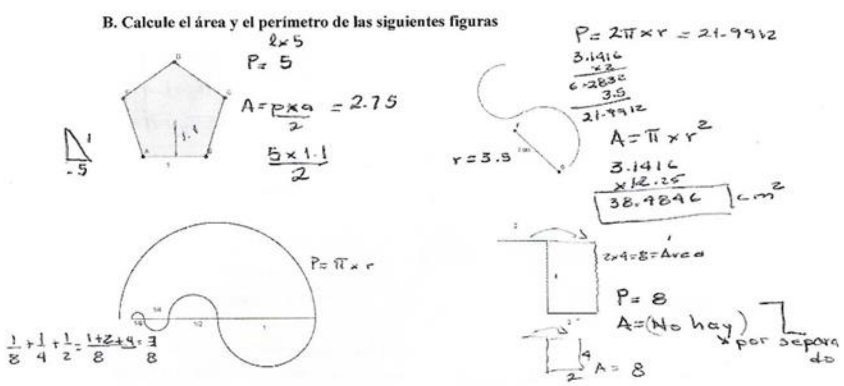



**Figura 21.**

Dos profesoras indican que no lo pueden realizar.

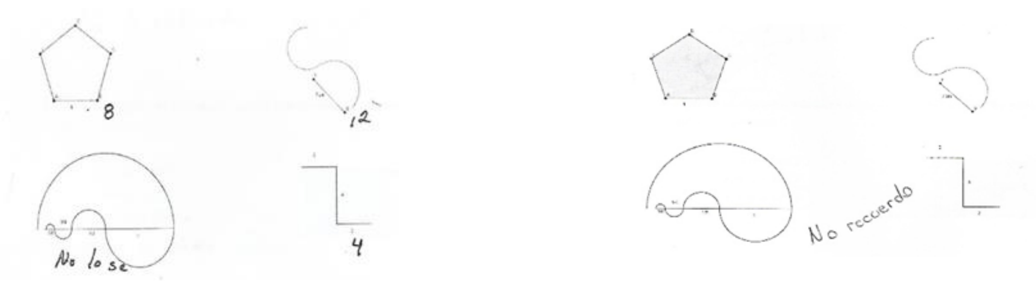



**Figura 22.**

En la sección de los problemas encontramos que los profesores resuelven estos utilizando herramientas geométricas y numéricas.

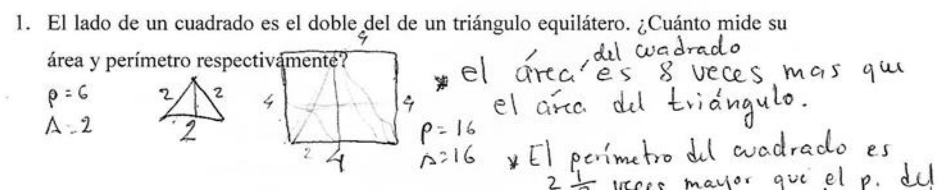
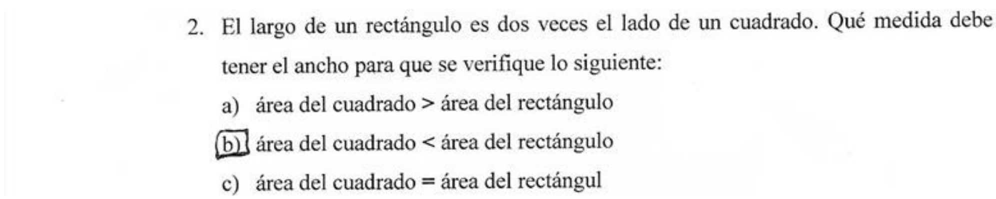



**Figura 23.**

En algunos de los problemas los profesores mostraron dificultad para resolverlos, como es el caso en que el profesor sólo seleccionó el que consideró correcto.



2. El largo de un rectángulo es dos veces el lado de un cuadrado. Qué medida debe tener el ancho para que se verifique lo siguiente:

a) área del cuadrado > área del rectángulo

$\boxed{\text{b)}}$ área del cuadrado < área del rectángulo

c) área del cuadrado = área del rectángul

**Figura 24.**

Después de este primer análisis encontramos que los profesores tienen cierta comprensión de estos objetos matemáticos. Hemos identificando algunas respuestas similares entre los profesores, otras donde reconocemos que algunos tienen mejor comprensión que otros y otras más donde evidencian dificultades en la solución de problemas.

## Referencias Bibliográficas

Bachelard, G. (2000). *La Formación del Espíritu Científico* (vigesimotercera ed.. México: Siglo XXI. Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. k. Lester,

*Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). U.S.A.: Information Age Publishing Inc.

Battista, M. T. (2004). Applying Cognition-Based Assessment to Elementary School Students' Development of Understanding of Area and Volume Measurement. *Mathematical Thinking and Learning 6 (2)*, 185-204.

Carpenter, T., & Lehrer, R. (1999). Teaching and Learning Mathematics with Understanding. En E. Fennema, & T. Romberg, *Mathematics Classroom That Promote Understanding* (pp. 19-32). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. En *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing.

Corberán, R. M. (1996). *Análisis del concepto de Área de Superficies Planas*. Recuperado el 9 de Diciembre de 2015, de http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/Corberan96.pdf

D´Amore, B., & Fandiño, I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(1), 39-68.

De la Peña, J. A. (2002). *Algunos Problemas de la Educación en Matemáticas en México*. México: Siglo XXI.

Díaz, M. (2011). *La comprensión de la derivada y sus significados. Un estudio de caso con los profesores de bachillerato*. México: CINVESTAV.

Díaz, M. (2015). La comprensión en matemáticas del profesor de educación básica en México. El concepto de razón de cambio. Proceedings XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.Tuxtla Gutiérrez, México.

edomex.gob. (2013). ENLACE. Recuperado el 29 de Septiembre de 2014, de

http://www.evaluaciones nacionales/enlace/basica/resultados2013

Fennema, E., & Romberg, T. A. (1999). *Mathematics Classroom that Promote Understanding*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Hiebert, J. (1997). *Making Sense. Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. Portsmouth, NH, USA: Heinemann.

Nortes, R., & Nortes, A. (2013). Perímetro y área. Un problema en futuros maestros. *Números 84*, 65-85.

Sierpinska, A. (1996). *Understanding in Mathematics* (Reimpresión ed.). Bristol, PA, USA: The Falmer Press.

Skemp, R. R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (Tercera ed.). Madrid: Morata.

Van Hiele, P. M. (1990). *El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en la comprensión de la geometría*. Recuperado el 17 de Noviembre de 2014, de http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf