

ALTERNATIVAS PARA EL CONTENIDO DE UN CURSO EN LÍNEA DE PRECÁLCULO

Juan Alberto Acosta Hernández, Anna Tarasenko, Arturo Curiel Anaya, Mariano Javier Pozas Cárdenas, Germán Reséndiz López

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Universidad Tecnológica de Tulancingo (México)
acostah@uaeh.edu.mx, anataras@uaeh.edu.mx, curiel@uaeh.edu.mx, mpozas@uaeh.edu.mx

Palabras clave: precálculo, MOOC, aprendizaje, didáctica, semiosis

Key words: precalculus, MOOC, learning, didactic, semiosis

RESUMEN: El presente artículo muestra algunos desarrollos iniciales del Massive Open Online Course (MOOC) que apoya al curso tradicional de Precálculo. Los aspectos teórico metodológicos que se tomaron en cuenta para su elección descansan en los entorpecimientos y las confusiones que los profesores actores del proyecto han detectado en sus propios estudiantes. Un grupo multidisciplinario de académicos, han plasmado a través del MOOC una alternativa de ayuda para los alumnos, donde se plantean, reflexionan y resuelven problemas o ejercicios, los cuales se clasificaron en: introductorios, representativos, difíciles o confusos. Cuando se tenga un resultado parcial, se efectuará una experimentación con alguno de los temas, contrastando su eficacia con respecto a estudiantes que lo emplean y los que no lo usan. El producto final se comparará con grupos de dos instituciones educativas de Nivel Superior.

ABSTRACT: This article presents some initial developments of the Massive Open Online Course (MOOC) that supports the traditional Precalculus. The theoretical and methodological aspects that were considered for election, rest in the hindrances and confusions that project stakeholders have detected teachers in their own students. A multidisciplinary group of academics has captured through the MOOC an alternative help for students, where they arise, reflect and solve problems or exercises, which were classified as introductory, representative, difficult or confusing. When a partial result is taken, an experiment with one of the topics will be carried, comparing performance against students who use it and those who do not use it. The final product will be compared with groups of two educational institutions of Higher Education.

■ INTRODUCCIÓN

En la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH), desde el año 2013, se ha impartido de forma escolarizada el curso de Precálculo, en cinco licenciaturas del Instituto de Ciencias Básicas e Ingenierías (ICBI), como parte de una innovación curricular. Uno de los propósitos de la reforma de los planes de estudios de dichas licenciaturas fue responder a organismos nacionales e internacionales, mediante lo cual le pudiera posibilitar a sus egresados tener acceso a los mercados laborales con mejores estándares de competitividad, según los criterios establecidos por la UNESCO, OCDE (2005) entre otros (UAEH, 2007, pp. 14-27). Los cursos de matemáticas de los planes de estudio de las carreras, antes del año citado, iniciaban con Cálculo Diferencial e Integral y/o Álgebra Lineal. Los docentes miembros de las academias, han manifestado que los estudiantes matriculados en el curso escolarizado de Precálculo, no han tenido una mejoría significativa de saberes con respecto a los niveles educativos previos y que sus actitudes de responsabilidad no han prosperado, como pudiera haberse esperado de una mejora curricular (Rondero, Reyes & Acosta, 2015). Por otro lado haciendo una autocrítica, durante el proceso de preparación para la implementación del modelo curricular, no hubo una capacitación disciplinar docente, que permitiera afrontar dicho cambio. Por dicha razón, la Academia de Matemáticas Básicas y el Grupo de Investigación en Tecnologías Avanzadas Aplicadas a la Educación del ICBI, decidió crear un MOOC (Massive Open Online Course) de Precálculo como un instrumento alternativo para apoyar los aprendizajes de los estudiantes de la UAEH, y que incluso pudiera ampliarse, para otros propósitos. El presente artículo tiene la intención de mostrar ciertos aspectos de la manera en que se seleccionaron algunos de los ejercicios que se están incluyendo en el MOOC, bajo una tipología metodológica propia del grupo de trabajo (Ortiz & García, 2000): introductorios, representativos, difíciles o confusos. Los temas del Programa de Precálculo son: Números Reales, Operaciones Aritméticas, Conjuntos, Operaciones Algebraicas, Trigonometría, Ecuaciones y Desigualdades, Concepto de Función, y Transformación de Funciones. Los temas que se han seleccionado, han sido en base a la experiencia de los profesores partícipes en el proyecto.

■ CONSIDERACIONES TEÓRICO METODOLÓGICAS

La Matemática Educativa enmarcada como una disciplina factual trata de explicar hechos educativos del aprendizaje de la matemática, mantiene un orden de conocimientos, los cuales los estructura y los relaciona. La relación, estructura y orden que guardan los conocimientos, constituyen su aspecto formal; es decir que todas las ciencias tienen una forma, una columna vertebral que las sostiene; esa estructura está dada por la razón. Pero, el contenido de las ciencias factuales son los hechos y a ellos se tiene acceso mediante la experiencia (Imaz, 1987). Se han considerado las dificultades detectadas durante las clases presenciales impartidas durante los últimos tres semestres por los profesores participantes en el proyecto, en el sentido como lo dice Bachelard: “es en el acto mismo de conocer, íntimamente, donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones” (Bachelard, 2004, p. 15).

...De ahí que toda cultura científica deba comenzar, por una catarsis intelectual, queda luego la tarea más difícil: poner la cultura en estado de movilización permanente, reemplazar el saber cerrado y estático por un conocimiento abierto y dinámico, dialectizar todas las variables experimentales, dar a la razón motivos para evolucionar. (Bachelard, 2004, pp. 19-21).

Por otra parte la semiosis (Eco, 1979), considerada como cualquier actividad, conducta o proceso que involucre un sistema de signos, juega un papel preponderante en la Didáctica de la Matemática, ya sea que su docencia se imparta en forma presencial o en línea, vía Internet. Ubicar en escena las representaciones semióticas no sólo es indispensable para fines de comunicación, sino son necesarias para el aprendizaje de las ideas matemáticas, y es importante no confundir los objetos matemáticos con sus propias representaciones.

Se entiende por representación mental a la imagen y concepción que un individuo puede tener acerca de un objeto, sobre una situación y sobre aquel que esté asociado. Entonces, una representación semiótica es el medio a través del cual un individuo exterioriza sus ideas, esto es, las hace visibles y accesibles a otras personas, para su comunicación y/o enseñanza. Lo anterior envuelve diversos sistemas semióticos: lingüístico, numérico, algebraico y visual o gráfico, y sus respectivas transformaciones de un sistema a otro (Duval, 1999). En lo que respecta al instrumento en línea, en lo general denominado MOOC, es una forma pedagógica a distancia y abierta y generalmente usada para cursos de pregrado a través de plataformas educativas en Internet, y cuya filosofía es la liberación del conocimiento para que éste llegue a un público más amplio (Torres, 2014). Sin embargo, la intención de su construcción en la UAEH es como una herramienta alterna que auxilie a solventar las dificultades del aprendizaje de los estudiantes que estudian Precálculo. Sus características básicas, en lo general de cualquier MOOC, son: tiene una estructura encaminada al aprendizaje, con sus propias evaluaciones, que validan los saberes alcanzados; es de naturaleza masiva, lo cual permite atender a más personas que en un curso presencial; en línea, esto es a través de Internet, como principal medio de comunicación; abierto, o sea que los materiales están al alcance de forma gratuita; y se pueden usar en otros cursos (Torres, 2014).

Este MOOC de precálculo en particular se ha fundamentado en la versión presencial del mismo, tratando de reproducir los hechos didácticos cotidianos del aula, enriqueciéndolos con representaciones gráficas, numéricas, algebraicas y verbales, cuando ha sido posible, esto es, se incorporan determinadas representaciones semióticas y sus transformaciones. El MOOC propuesto respeta los estándares establecidos de aquellos cuyos fines son también los educativos; atienden a grandes matrículas, son conducidos por profesores universitarios que imparten tal curso y se basan en un modelo de evaluación muy parecido a las clases tradicionales, con pruebas estandarizadas y concretas.

Debido a lo peculiar de la problemática (Ortiz & García, 2000), los temas se seleccionaron y clasificaron en base a la experiencia de los profesores partícipes en el proyecto, quienes imparten el curso de manera escolarizada, y fundamentada en la metodología específica del grupo de investigación, bajo el criterio dado por la tipología: introductorios, representativos, difíciles y confusos.

■ SELECCIÓN DE ALGUNOS EJERCICIOS

Hasta el momento se tiene un avance parcial en la construcción del MOOC. Acerca del tema de Números Reales, como tipología representativa e introductoria, se abocetó una lámina dinámica con la clasificación respectiva, y los respectivos conceptos de los números, Naturales, Enteros, Racionales e Irracionales. Dentro de los números naturales se diseñó una sucesión de láminas

representativas con audio para la explicación del concepto y cálculo del Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo, utilizando la descomposición en números primos (Tsipkin, 1985). Otro ejemplo representativo es la transformación de un número racional presentado de manera decimal periódica, aquí se grabó a un profesor resolviendo un ejemplo (Stewart, Redlin y Watson, 2001).

Por otra parte en el tema de desigualdades, se decidió resolver:

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^3 - x^2} \leq 0$$

Se considera, por la experiencia en el aula como un ejercicio de tipología difícil, tal es la razón de haberla grabado en vivo con un profesor. Primero se factoriza el numerador por agrupación (diferencia de cubos y diferencia de cuadrados);

$$\begin{aligned} & x^3 + 3x^2 - 3 - 1 \\ & (x^3 - 1) + 3(x^2 - 1) \\ & (x - 1)(x^2 + x + 1) + 3(x + 1)(x - 1) \\ & (x - 1)(x^2 + x + 1 + 3x + 3) \\ & (x - 1)(x^2 + 4x + 4) \\ & (x - 1)(x + 2)^2 \end{aligned}$$

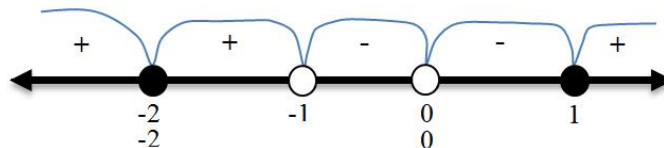
y después por factor común en el denominador,

$$x^3 + x^2 = x^2(x + 1)$$

quedando la desigualdad:

$$\frac{(x - 1)(x + 2)^2}{x^2(x + 1)} \leq 0$$

Su solución empleando el método de gráfico de intervalos es:



$$\text{Sol: } x \in [-2] \cup (-1, 0) \cup (0, 1]$$

Un *entorpecimiento* o *confusión* (Bachelard, 2004) para interpretar la solución de la desigualdad, que se ha recabado de la experiencia de los docentes que han enseñado este tipo ejercicios, se presenta cuando las “raíces” del denominador no se articulan con los puntos de discontinuidad infinita de la función asociada; además de la dificultad de entender la similitud de signo en regiones contiguas al tener raíces de multiplicidad par. Como la desigualdad incluye el igual (=) las raíces del numerador serán cerradas, esto es, en su representación pictórica (gráfica) en la recta numérica es con un círculo cerrado, y las representaciones respectivas de las raíces del denominador son mediante círculos sin llenar.

También se ha puesto énfasis en ciertos errores algebraicos (Stewart, Redlin y Watson, 2001), que algunos estudiantes aun cometen en escuelas profesionales, por una interpretación equivocada de

las propiedades de los números reales y de sus operaciones, lo cual dio pauta a la selección de ciertas láminas específicas.

- i. Un error que se presenta es el que los estudiantes hacen al igualar las siguientes expresiones:

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Ya que llegan a confundirse con la propiedad:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

y donde no se aclara que sólo se cumple si $a = 0$ y $b = 0$ ó al menos $a = 0$ y $b \neq 0$ o viceversa; pero cuando ambos son distintos de cero, $a \neq 0$ y $b \neq 0$ la igualdad no se cumple.

La explicación videograbada trata precisamente, de que mediante un ejemplo numérico se patentiza el hecho:

Si por ejemplo $a = 16$ y $b = 9$, se aprecia el error

$$\sqrt{16+9} \stackrel{?}{=} \sqrt{16} + \sqrt{9}, \quad \sqrt{25} \stackrel{?}{=} 4 + 3$$

¡Lo cual evidentemente es incorrecto!

$$5 \stackrel{?}{=} 7$$

- ii. Un segundo equívoco algebraico, también frecuente es la cancelación de un término cuando no es factor, a veces, como ya se dijo, por mala interpretación de las propiedades de los números reales y de sus operaciones (donde lleva inmerso el empleo incorrecto de paréntesis, desconocimiento de las leyes de los signos, etc.). Donde por ejemplo en particular se llega a escribir, al cancelar x^2 del numerador y del denominador,

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} \stackrel{?}{=} \frac{-1}{x - 2}$$

¡Lo cual evidentemente es incorrecto, para $x \neq 0$!

Por confundirse con la propiedad:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{B}{C}$$

- iii. Otro desacierto se origina al igualar expresiones $\frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$,

la cual se cumple cuando $a = 0$, sin embargo cuando $a \neq 0$, no son iguales $\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$; estos comentarios fueron esencia de una explicación video grabada, además de una explicación con números:

Si, por ejemplo $a = 4$, $b = 2$ y $c = 2$, entonces se aprecia el error

$$\frac{4}{2+2} \neq \frac{4}{2} + \frac{4}{2}$$

¡Lo cual evidentemente es incorrecto!

$$1 \neq 4$$

- iv. Otro error frecuente es en el desarrollo de un binomio al cuadrado, donde algunos estudiantes generalizan

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2$$

y donde no se percatan que sólo se cumple para cuando $a = 0$ y $b = 0$ ó al menos $a = 0$ y $b \neq 0$ o viceversa. La aclaración que se video grabó, es abordada precisamente, a través de un ejemplo numérico:

Si, por ejemplo $a = 3$ y $b = 2$, se tiene:

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2, \quad (3 + 2)^2 \neq 3^2 + 2^2, \quad 5^2 \neq 3^2 + 2^2$$

¡Lo cual evidentemente es incorrecto!

$$25 \neq 13$$

- v. Otro desacierto algebraico que aparece en los cursos de Precálculo es que los estudiantes igualan la expresión:

$$a^{-1} + b^{-1} = (a + b)^{-1}$$

Esto también motivó su selección de video grabación, explicándolo con un ejemplo numérico:

Si, por ejemplo $a = 3$ y $b = 2$, se tiene:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{(a+b)}, \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \neq \frac{1}{(3+2)}, \quad \frac{2+3}{6} \neq \frac{1}{5}$$

¡Lo cual evidentemente es incorrecto!

$$\frac{5}{6} \neq \frac{1}{5}$$

■ CONCLUSIONES

La intención de diseñar el MOOC no implica apartarse de la forma escolarizada de impartir el curso de precálculo, sino que esta herramienta pretende ser un apoyo que mejore sus propósitos. Sin embargo, hay resultados de investigación, que tratan de incorporar a la didáctica el rescate de ideas germinales (Acosta, Rondero y Tarasenko, 2013), para un mejor entendimiento de la matemática; que desde la perspectiva del origen de las nociones han dado pautas a los saberes, los cuales son elementos importantes para el diseño de las estrategias de aprendizaje en los escenarios escolares actuales.

En otro sentido, la manera específica de seleccionar los temas para el MOOC, fue en base a la experiencia de los profesores que han impartido el curso presencial, se tipificaron en: introductorios, representativos, difíciles o confusos. En específico los problemas se video grabaron o se pusieron en láminas, de forma metódica bajo dichos criterios de caracterización. La elección de los mismos fue con fundamento en los *entorpecimientos y las confusiones* (Bachelard, 2004) que tienen los estudiantes, detectados en los cursos escolarizados de los docentes actores del proyecto. Por otra parte, ya en la grabación de las láminas con explicación mediante voz, y de los videos, se están incluyendo representaciones semióticas de los objetos matemáticos y sus transformaciones de sus registros, dando una mayor riqueza conceptual a los significados que aparecen en ellos. En el momento en que el MOOC esté en línea, de manera parcial, se efectuará una experimentación con un tema, haciendo el contraste de su impacto entre un grupo de estudiantes que lo emplean, con otro que no lo usan. Posteriormente, cuando ya esté concluido en su totalidad se pondrá a prueba con estudiantes de la UAEH y de la Universidad Tecnológica de

Tulancingo, y se recabará información de ambas instituciones, en sus versiones tanto presenciales versus virtuales.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta, J. A., Rondero, C., Tarasenko, A. (2013). Las nociones de linealidad y promediación como elementos articuladores en la didáctica. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26 (1), 99-108. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Bachelard, G. (2004). *La formación del espíritu científico* (25ª ed.). México: Siglo XXI editores.
- Calderón, J. (2014). *Economía Digital. Curso MOOC*. México: Alfaomega.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Eco, U. (1979). *Tratado de semiótica general*. Barcelona: Lumen.
- Imaz, C. (1987) ¿Qué es la Matemática Educativa? México: CINVESTAV-IPN, Recuperado de <http://www.caja-pdf.es/2014/01/29/que-es-la-matematica-educativa/preview/page/1/>
- OCDE. (2005). *Informe PISA 2003. Prender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.
- Ortiz, F., García, M. (2000). *Metodología de la Investigación. El proceso y sus Técnicas*. México: LIMUSA.
- Rondero, C., Reyes, A., Acosta, J.A. (2015). Seguimiento de una Innovación Curricular: una Asignatura de Matemáticas. *European Scientific Journal*, 11(6), 95-115.
- Stewart, J. Redlin, L., Watson, S. (2001) *Precálculo*. México: Thomson.
- Torres, D., (2014) *MOOC Curso Online*. En Mochón, F., González, J. C., Calderón, J. (coordinadores) (2014) *Economía Digital. Curso MOOC*. México: Alfaomega
- Tsipkin, A. (1985) *Manual de Matemáticas para la Enseñanza Media*. USSR: Editorial Mir.
- Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo [UAEH] (2009) *Modelo Curricular Integral*. Recuperado de http://www.uaeh.edu.mx/docencia/docs/modelo_educativo_UAEH.pdf