

INVENCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS POR ALUMNOS DE LA LICENCIATURA DE PSICOLOGÍA EDUCATIVA DE LA UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Cuauhtémoc Gerardo Pérez López, Alba Yanalte Álvarez Mejía, Ana María Martínez Jiménez, Sonia Zúñiga Ibarra

Universidad Pedagógica Nacional (México)

cgperez@upn.mx, yalvarez@upn.mx, sonizuqa@hotmail.com

Palabras clave: Problema aritmético, Invención de problemas, Solución de problemas

Key words: arithmetical problem, posing problem, problem solving

RESUMEN: Con el objetivo de Identificar y clasificar los enunciados inventados por estudiantes de la Licenciatura de Psicología Educativa, dirigidos a alumnos de 1º, 3º, 5º de primaria. Veinticuatro estudiantes inventaron problemas a partir de una imagen e información del Plan de estudios. Los enunciados se clasificaron en a) problemas o no problemas aritméticos; b) problemas simples o compuestos. De 72 producciones, 18 fueron problemas simples y 50 compuestos. Los problemas aritméticos con mayor frecuencia fueron simples aditivos de combinación, simples multiplicativos de isomorfismo de las medidas, problemas compuestos de dos procesos la mayoría sin correspondencia con los contenidos del Plan.

ABSTRACT: In order to identify and classify the posing problems by students of the Bachelor of Educational Psychology, the problems were posed for students of 1st, 3rd, 5th grade. Twenty-four students invented problems from an image and information of the curriculum. The statements were classified in a) problems or arithmetic problems; b) simple or compound problems. From 72 productions, 18 were simple problems and 50 compounds. The most common arithmetic problems were simple additive combination, simple multiplicative isomorphism of measures problems composed of two processes most mismatched with the contents of the curriculum

■ INTRODUCCIÓN

En México a partir de la reforma de 1993, la enseñanza de las matemáticas se basa en la construcción de conocimientos derivadas de experiencias concretas, del diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista, además del reforzamiento por la interacción con los compañeros y profesor. La resolución de problemas se considera herramienta funcional y flexible en el diseño de actividades que le permitan resolver situaciones problemáticas que se plantee al alumno. Este enfoque coloca en primer término el planteamiento y resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos.

De acuerdo con el Plan de estudio 2009 de Primaria, “Con el estudio de las matemáticas en la educación básica se busca que los niños y jóvenes desarrollen:

- Una forma de pensamiento que les permita interpretar y comunicar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales.
- Técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas, formular y validar conjeturas, utilizar procedimientos propios, comunicar, analizar e interpretar ideas y procedimientos de solución.
- Una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina y de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes.” (SEP, 2009, pág.77).

Así, los educadores deben promover acciones que motiven la actividad matemática de forma autónoma y flexible, en las que los alumnos hagan uso de sus propios conocimientos y procedimientos para plantear, formular, validar, sus conocimientos por medio de la resolución de problemas.

■ INVENCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

La NCTM (1980, citado en Ayllón, et al, 2008) pone de manifiesto que la resolución de problemas se debe considerar como eje central en la enseñanza y aprendizaje de la aritmética escolar. Una propuesta para abordar este tema es la invención de problemas por parte de los estudiantes.

En el plano curricular sobre la invención de problemas, Cázares, Castro y Rico (1998) encontraron diferentes formas de abordar el estudio para la confección de problemas aritméticos: el estudio del comportamiento cognoscitivo de los estudiantes, la comprensión y desarrollo de habilidades enfocadas a la invención de los mismos, el papel que juegan los verbos en los enunciados, el uso de las palabras clave que sugieren el tipo de operación a aplicar, incluso estrategias de resolución de los problemas aritméticos.

De acuerdo a Silver (1994, citado en English 1997), la invención o planteamiento de problemas es una actividad en la que no sólo va implícita la creación de nuevos problemas, sino también la elaboración de modificaciones o reformulación de un problema que se está resolviendo, Castro (2008) indica además que la actividad de inventar puede darse antes, durante y después de resolver el problema. Según Silver (1994, citado en English 1997), la actividad de la invención de problemas puede realizarse antes de resolver el problema, cuando el objetivo no es encontrar la solución sino la creación de un problema a partir de una experiencia o situación; durante el proceso de resolución cuando el resolutor no puede resolver el problema original, la invención se produce a

través de la reformulación del problema dado cuando se modifica el objetivo, meta o condición del problema ya resuelto. La invención de problemas aritméticos lleva al alumno a relacionar conceptos y procesos que ha adquirido en distintos momentos de su vida escolar (Polya 1989, Castro 2008, Cazares 2000).

Para poder inventar problemas, como propone English (1997), es necesario que los alumnos sean capaces de: a) entender lo que es un problema; b) identificar los diferentes tipos de problemas y, c) percibir situaciones matemáticas en formas diversas. Silver y Cai (2005) consideran indispensable en la invención de problemas determinar, en un primer momento, si la producción contiene o no pregunta; si es un problema matemático o no; si los datos que presenta son suficientes para resolverlo. De acuerdo a los autores la invención de problemas genera una variedad diversa de respuestas, por tal motivo consideran indispensable involucrar a los alumnos en una actividad matemática auténtica, en la que mencionan dos variantes: a) Invención de problemas *como un procedimiento de evaluación* de conocimiento matemático y b) Invención de problemas *como objetivo de la clase*.

En este caso Silver y Cai (2005), sugieren tres aspectos a considerar: a) cantidad. Número de producciones correctas que los alumnos o individuos generen; b) originalidad. Se refiere a la creación de problemas que llevan a respuestas poco usuales o comunes y c) complejidad. se considera la sofisticación de las relaciones matemáticas involucradas.

Para Silver (1994), en toda clase de matemáticas, la resolución de problemas desempeña un papel importante. Su relevancia ha generado que en las investigaciones sobre el tema se trabaje en diferentes aspectos: el tipo de problema, el momento y la manera en la que se debe presentar, la estructura de los problemas, la cantidad y otros más. Sin embargo, el tema de inventar problemas, es un aspecto que ha sido tratado en pocas ocasiones, restringiendo esta tarea a profesores y a los autores de libros. Al respecto, Ayllón (2004) concluye que la invención de problemas no se reduce a estos agentes educativos, sino que puede extenderse a quienes están en formación.

De acuerdo a Baxter (2005) la invención de problemas permite que el profesor conozca lo que el alumno sabe de conceptos matemáticos, para hacerlo puede basarse en el tipo y la complejidad de los problemas planteados en los que se observará el nivel de manejo numérico que el alumno posee; considerar también que solucionar un problema inventado por un alumno o compañero es un gran reto, en el que encontrar la respuesta correcta no es lo único importante; con este procedimiento los alumnos tendrán más posibilidades de mostrar lo que saben hacer, llevándolos a hacer matemáticas y asumir la responsabilidad en la discusión en clase. Como consecuencia, ellos se perciben como matemáticos eficientes y capaces, lo que conlleva un cambio de actitud hacia las matemáticas.

En otro orden de ideas, una de las materias optativas que se imparten en la Licenciatura de Psicología Educativa en el plan 90 es Modelos de Enseñanza–Aprendizaje de las Matemáticas. En el curso se propone conocer la línea de desarrollo evolutivo que se inicia con el conocimiento matemático informal en niños de preescolar que de manera gradual se transforma en formal conforme el alumno avanza en los grados escolares (UPN, 1990).

Bajo esta perspectiva, el objetivo del presente es identificar y clasificar los enunciados inventados por estudiantes de octavo semestre de la Licenciatura de Psicología Educativa, dirigidos a alumnos de 1º, 3º y 5º de primaria a partir de una imagen y de información seleccionada de Planes y

Programas de Estudios de la SEP 2009, de acuerdo con las siguientes categorías: problemas o no problemas aritméticos; problemas simples o compuestos; problemas aditivos y problemas multiplicativos; problemas aditivos en las categorías de cambio, combinación, comparación e igualación, problemas multiplicativos en las categorías de isomorfismo de las medidas y producto de las medidas, su correspondencia con los contenidos matemáticos de la SEP 2009.

■ MÉTODO

Tipo de estudio y diseño

El presente es un estudio descriptivo de tipo cuantitativo-cualitativo. Cuantitativo en relación con el tratamiento de los datos y cualitativo de acuerdo con el análisis de los problemas para la clasificación de éstos en las correspondientes categorías.

Participantes

Un grupo constituido por 24 estudiantes de la Licenciatura en Psicología Educativa de octavo semestre, inscritos en la materia optativa Modelos de Enseñanza–Aprendizaje de las Matemáticas, en el cuarto mes del curso.

Instrumentos

Imagen como estímulo visual. Obtenida del bloque II del libro de texto gratuito de Matemáticas de primer grado de Primaria (SEP, 2009, págs 32-33). Los números se modificaron debido a que la imagen original del libro de texto de Primaria está dirigida a alumnos de 1°, y se pidió que los problemas aritméticos fueran planteados para 1°, 3° y 5°; por esa razón se manejaron precios más elevados con números enteros, permitiendo a los participantes la graduación de la complejidad de acuerdo con el grado escolar al que se dirige el problema aritmético.

- Situación A. Hoja donde se mencionan los ejes temáticos, 1. Sentido numérico y pensamiento algebraico, 2. Forma, espacio y medida, 3. Manejo de la información (SEP 2009, págs. 77-78). Así como una selección de contenidos específicos que se estudian en los diferentes grados de Educación Primaria, con el propósito de ofrecer a los participantes un marco de referencia para la invención de los problemas aritméticos
- Situación B, Hoja con información sobre lo que se busca desarrollar en los niños y jóvenes a través de las matemáticas como el pensamiento, habilidades y técnicas de resolución y el valor de las actitudes positivas ante los problemas aritméticos. Hace referencia a la didáctica, metodología apoyada en actividades de estudio que despierten el interés y la reflexión de los alumnos, el medio y los conocimientos previos (SEP 2009, pág. 77).

Hoja con la siguiente consigna: *“A partir de la imagen que se presenta, plantea un problema aritmético para alumnos de primer grado de primaria, otro para tercero y uno más para quinto grado. Para la elaboración de los problemas, considera el contexto real del alumno.”*

■ PROCEDIMIENTO

La aplicación se realizó a un grupo constituido de octavo semestre de la Licenciatura de Psicología Educativa, en un salón de clases de la Universidad Pedagógica Nacional, enumerándose del 1 al 2; se colocaron los números 1 en el extremo derecho del salón y los números 2 en el extremo

izquierdo. Una vez ubicados en sus respectivos lugares se proyectó el estímulo visual durante 90 min.

■ RESULTADOS

La clasificación de los enunciados producidos por los participantes se realizó de la siguiente manera:

1. Problemas aritméticos, si contienen información de tipo cuantitativo y si se realizan operaciones aritméticas como lo menciona Cazares et al, (1998); Puig y Cerdán (1988). Aquellos enunciados que no cumplieron las características mencionadas por estos autores se clasifican en problemas no aritméticos.
2. Problema simples y compuestos de acuerdo a Castro et al, (1997).
3. Los problemas simples se clasifican en: aditivos de acuerdo a Heller y Greeno (1978, citado en Vicente et al 2008), y multiplicativos como lo propone Vergnaud (1991).
4. Los problemas compuestos se clasifican de acuerdo a Castro et al (1997).

De un proceso, cuatro tipos: (+, -, x, /), sin combinaciones.

De dos procesos, se presentan seis tipos: (+, -) (+, x) (+, /) (-, /) (x, /) (x, -).

Tres procesos con cuatro tipos (+, -, x) (+, -, /) (+, x, /) (-, x, /).

Cuatro procesos, un solo tipo (+, -, x, /).

5. Correspondencia de los problemas aritméticos con los contenidos seleccionados del grado escolar al que van dirigido.

Para llevar a cabo esta clasificación, las autoras de la presente resolvieron los enunciados inventados por los participantes, considerando el grado para el que fueron destinados y la selección de los contenidos para cada grado de acuerdo con los Programas de estudio de la SEP 2009, eso no significa que sea la única manera de resolver los problemas, puede haber tantas maneras como resolutores, tampoco significa que sea la manera correcta de resolverlos, simplemente es una forma de resolver de entre muchas que se pueden realizar.

Todos los participantes del presente cumplieron con la consigna; inventaron un problema para 1°, 3° y 5° grados, por lo que se obtuvo un total de 72 producciones. Los resultados obtenidos se organizan y presentan en tablas de contingencia en donde las producciones se muestran por grados, por situación.

Tabla 1. Frecuencia de problemas aritméticos y problemas no aritméticos por situación y por grado

Problemas	Situación A			Situación B			Total
	Primero	Tercero	Quinto	Primero	Tercero	Quinto	
Aritméticos	9	13	12	7	11	11	63
No aritméticos	4	0	1	4	0	0	9
Total	13	13	13	11	11	11	72

En la tabla se clasifican los enunciados de los participantes, en específico si sus producciones son problemas aritméticos o no de acuerdo con la clasificación de Puig y Cerdán (1988); Cázares, et al (1998). Se observa que la mayoría son problemas aritméticos, ya que para su solución se requiere realizar operaciones aritméticas. En 8 casos, los problemas planteados para primer grado se presentan con enunciados cuya solución no requiere operaciones aritméticas. En adelante sol se tomarán en cuenta los 63 enunciados que sí son problemas aritméticos.

De los enunciados considerados problemas aritméticos se examinó las operaciones aritméticas involucradas para resolver el problema y catalogar en simples y compuestos, como se presenta en la tabla 2.

Tabla 2. Frecuencia de problemas aritméticos simples o compuestos por situación y por grado

Problemas	Situación A			Situación B			Total
	Primero	Tercero	Quinto	Primero	Tercero	Quinto	
Simples	4	3	4*	4	0	2	17
Compuestos	5	10	10	**4	**13	**10	52
Total	9	13	14	8	13	12	69

A partir de la clasificación de Castro, et al (1997), en esta tabla se hace la clasificación de problemas aritméticos en simples y compuestos. Simples cuando se establece una relación entre dos datos en el problema planteado y sólo se tiene que realizar una operación aritmética y compuestos cuando interviene más de una relación entre los datos del enunciado y se realiza por lo menos dos operaciones distintas o una misma operación varias veces para obtener la solución del problema. En la tabla se observa datos numéricos con asterisco, esto se debe a que en un problema aritmético las preguntas planteadas generan otros problemas diferentes entre sí. Debido a la clasificación utilizada de simples y compuestos, los problemas aritméticos difieren de la primera tabla, puesto que en la situación a en 5° grado un enunciado se convirtió en tres problemas aritméticos simples y en la situación b en 1° grado uno se convirtió en 2 problemas compuestos, en 3° grado dos enunciados se convirtieron en 4 compuestos y en 5° grado un enunciado se convirtió en 2 problemas compuestos, teniendo así, un total de 69 problemas, 17 simples y 52 compuestos, cantidad que difiere de la tabla 1 donde el total de los problemas aritméticos es 63.

Los problemas simples se categorizan en aditivos y multiplicativos, se consideran aditivos a los que involucran suma o resta, mientras que son multiplicativos si la solución implica multiplicación o división. Los problemas aditivos organizaron en las categorías de cambio, combinación, comparación e igualación. Los problemas simples multiplicativos a su vez se organizaron de acuerdo con su estructura: isomorfismo de las medidas o producto de las medidas. Los problemas aritméticos compuestos se clasificaron de acuerdo con los procesos utilizados para resolverse uno, dos, tres o cuatro procesos.

Se observó que en la situación A, conforme va avanzando en los grados escolares los problemas simples aditivos van disminuyendo y son más frecuentes los problemas simples multiplicativos y en B no hay ninguno.

Con base en la clasificación semántica elegida, en los problemas aritméticos simples aditivos inventados se presentaron con más frecuencia en primer y tercer grado los de combinación en la situación A, mientras que en la situación B las categorías de cambio e igualación se presentaron en la misma frecuencia en primer grado. Se observó que los problemas de combinación y cambio son los que más se presentan, le siguen los de igualación y ninguno de comparación. Los problemas aritméticos simples de estructura multiplicativa se presentaron en la situación A, en tercer y quinto grados, con estructura de isomorfismo de las medidas.

Los participantes inventaron problemas aritméticos compuestos incluso para alumnos de primer grado; en este caso fueron compuestos que se resuelven con dos operaciones del mismo tipo: suma-suma o de dos operaciones diferentes suma y resta, lo cual está dentro de los aprendizajes propuestos para este nivel escolar.

Se observa que en quinto grado aparecen problemas compuestos de una misma operación, multiplicación-multiplicación, esto no significa que al tratarse de dos operaciones iguales, el problema sea de fácil resolución. En tercero y quinto grados prevalece la invención de los problemas compuestos donde se realizan dos y tres procesos.

Tabla 3. Frecuencia de problemas aritméticos de acuerdo a la correspondencia de los aprendizajes esperados por la SEP por situación y por grado

Corresponden	Situación A			Situación B			Total
	Primero	Tercero	Quinto	Primero	Tercero	Quinto	
Sí	7	1	6	6	2	6	28
No	2	12	8	2	11	6	41
Total	9	13	14	8	13	12	69

En esta tabla se presentan los problemas inventados por los participantes de acuerdo con la información resumida algunos de los aprendizajes esperados para 1°, 3° y 5° grados de Primaria. De los problemas en la Situación A, 14 problemas inventados entre 1°, 3° y 5° grados, sí corresponden a lo mencionado en el resumen de los aprendizajes esperados por la SEP en la Hoja 1. En la situación B, 14 problemas inventados entre 1°, 3° y 5° grados también corresponden a los aprendizajes esperados por la SEP referidos en la Hoja 1, aun cuando ellos no tuvieron acceso a esa información

■ DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En los resultados obtenidos se observó que tanto en la situación A como en la situación B se presentan problemas no aritméticos en primer grado, pero en la situación A también se presenta un

problema no aritmético en quinto grado; conviene recordar que los estudiantes de la situación A tenían la información relacionada con los aprendizajes esperados en los Programas de la SEP.

Un dato relevante es que los participantes mostraron preferencia para plantear más problemas simples aditivos que multiplicativos, situación que se asemeja con los resultados obtenidos en la investigación realizada por Ayllon (2004), donde se plantearon seis veces más problemas aditivos que multiplicativos.

Los problemas compuestos se presentan en la mayoría de los problemas aritméticos inventados, observando la combinación de operaciones aritméticas distintas o la repetición de una misma varias veces para encontrar la solución al problema dado. La mayoría de los problemas compuestos son de dos procesos, con menor frecuencia los de tres y aún menos los de cuatro procesos.

Se observó que en la mayoría de los problemas aritméticos inventados tanto en la situación A como en la situación B, para primer grado, se presenta el manejo de números naturales hasta el 100, operaciones de suma y resta con dos dígitos, de acuerdo con los contenidos seleccionados de Programas de estudio de la SEP (2009) para esta investigación.

Para poder llevar a cabo la clasificación de los problemas aritméticos inventados, fue necesario resolverlos, lo que generó un debate para determinar qué procesos y operaciones se deberían realizar, para su resolución. Se observó que los problemas se pueden resolver mediante diferentes operaciones aritméticas. Ante esta situación se consensó considerar el grado para el que fueron destinados y la selección de los contenidos para cada grado de acuerdo con los Programas de estudio de la SEP (2009).

Se puede decir que, no todos los enunciados inventados por los estudiantes cumplieron con las características para ser considerados problemas aritméticos. Contenían datos numéricos, tenían una pregunta, contaban con un contexto, sin embargo no se aplicaban operaciones aritméticas, característica fundamental de acuerdo a Cázares et al, (1998), Puig y Cerdán (1995), pero la mayoría de los enunciados 63 de 72 cuentan con las características establecidas por los autores.

Los estudiantes inventaron más problemas aritméticos simples donde se realiza una suma o resta que aquellos donde se realiza una multiplicación o una división.

Para identificar si el contenido de los problemas inventados corresponde con los contenidos curriculares en 1º, 3º y 5º grados de primaria, establecidos por la SEP 2009, se obtuvo que la mayoría de los problemas inventados por los participantes 41 de 69 no cumplen con los contenidos seleccionados con los aprendizajes esperados en los Programas estudio de la SEP 2009 y solo 28 de 69 sí corresponden. De los 28 que si corresponden se observa que hay mayor correspondencia en los problemas aritméticos dirigidos a primer y quinto grados en ambas situaciones.

En relación con identificar si los estudiantes que recibieron información de los contenidos aritméticos que se revisan en 1º, 3º y 5º grados de primaria inventan problemas acordes con el grado escolar al que va dirigido. En el caso de la situación A, que es la que recibió información de los contenidos, se aprecia que 7 de 9 problemas inventados para primero, están acordes los contenidos con el grado escolar, mientras que para tercero 1 de 13 presentan correspondencia con el grado, y para quinto grado 6 de 14 si corresponden con los contenidos curriculares seleccionados, los resultados obtenidos en la situación B, donde, en primer grado 6 de 8 si

corresponden, en tercer grado 2 de 13 sí corresponden y en quinto grado 6 de 12 si tienen correspondencia, por lo que no se puede concluir que la información proporcionada de los contenidos haya influido para inventar problemas acordes con el grado escolar al que van dirigido,

La resolución de problemas está establecida en los Programas de estudio de la SEP 2009 como forma de enseñanza de las matemáticas, sería interesante, como propuesta, que en los contenidos curriculares de la Materia Modelos de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas se incluyeran dichos Programas, e ir a la par de las nuevas formas de enseñanza de las matemáticas.

Se considera que de la presente investigación empírica sobre la invención de problemas aritméticos planteados por estudiantes de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, se pueden desprender otros estudios.

- 1 Se podría replicar la investigación incluyendo la resolución del problema, por parte de los inventores, ya que no se puede asegurar que los puedan resolver. Si los inventores resuelven sus propios problemas aritméticos proporcionan información acerca de las estrategias de resolución que esperan, y se podría detectar si utilizan algunas de las propuestas por Polya (1989).
- 2 Otra propuesta es que algunos alumnos de Educación Básica Primaria a quienes van dirigidos los problemas aritméticos los resolvieran para corroborar si son problemas para ellos, si son resolubles con los elementos con que cuentan.
- 3 Una investigación más sería en la modificación del estímulo visual:
 - La invención de problemas aritméticos con y sin imagen en una misma población para detectar si la imagen facilita o dificulta la actividad.
 - Contrastar si una imagen en movimiento facilita o no la creación de problemas aritméticos en relación con una imagen estática.
- 4 Realizar una investigación donde se efectúe una entrevista a los inventores de los problemas aritméticos para indagar:
 - a. Qué estaban pensando en el momento de la invención.
 - b. Qué conocimientos pusieron en práctica.
 - c. Cuáles fueron los pasos que siguieron.
 - d. Cuáles fueron las dificultades a las que se enfrentaron.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ayllón, B., Castro, E. y Molina, M. (2008). Invención de problemas por alumnos de educación primaria. En: M. Molina, P. Pérez-Teyteca y M.A. Fresno (eds.). *Investigación en el aula de matemáticas* (pp. 67-84). Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Ayllón, M. (2004). *Invención de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales: Tarea para Profesores de Educación Primaria en formación*. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Universidad de Granada.
- Baxter, J. (2005). Some Reflections on Problems Posing: A Conversation with Marrior Walter. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 122-128.

- Castro, E. (2008). Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. *Investigación en Educación Matemática XII*. XII SEIEM. 113-140.
- Castro, E., Castro, E., Rico, L., Gutiérrez, J., Tortosa, A., Segovia, I. González, E. Morcillo, N. y Fernández, F., (1997). *Problemas aritméticos compuestos de dos relaciones*. En Sierra, M. y Rico, L., (Eds.). *Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 64-77). Zamora: Universidad de Granada.
- Cazares, J. (2000). *La invención de problemas en escolares de primaria. Un estudio evolutivo*. Memoria de tercer ciclo. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Cazares, J. Castro, E. Rico, L. (1998). La invención de problemas en escolares de primaria. Un estudio evolutivo. *Aula*, 10, 19-39.
- English, L.D. (1997). The Development of Fifth-grade Children's problem posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183-217.
- Polya, G (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas Aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- SEP. (2009). *Educación Básica. Primaria. Plan de estudios*. México. SEP.
- Silver, A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, A. y Cai, J. (2005). Assessing student's Mathematical Problem Posing. *Teaching children Mathematics*, 12(3), 129-135.
- UPN (1990). *Programa de la materia de Modelos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas*. México: Licenciatura de Psicología Educativa, UPN.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas
- Vicente, S., Orrantia y J., Verschaffel, I. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483.