



Una secuencia didáctica con material manipulativo para la enseñanza de fracciones heterogéneas en grado 5to de Educación Básica

Jennifer Ferro Rodríguez 1225413

Carlos Montaña Jiménez 1424868

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Santiago de Cali, diciembre de 2017



**Una secuencia didáctica con material manipulativo para la enseñanza de fracciones
heterogéneas en grado 5to de Educación Básica**

Jennifer Ferro Rodríguez 1225413

Carlos Montaña Jiménez 1424868

Directora del trabajo de grado:

Mg. María Cristina Valencia Molina

Trabajo de Grado, requisito parcial para optar por el título de Licenciatura en Educación
Básica con Énfasis en Matemáticas

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Santiago de Cali, diciembre de 2017



Programa Académico Lic. en educación básica énfasis en matemáticas Fecha

Código del programa: 3469

Resolución del programa:

Día	Mes	Año
14	12	2017

Título del Trabajo o Proyecto de Grado
Una secuencia didáctica con material manipulativo para la enseñanza de fracciones heterogéneas en grado 5º de Educación Básica.

Se trata de: Proyecto Informe Final

Director
Maria Cristina Valencia Molina

Nombre del Primer Evaluador
Cristian Hurtado

Nombre del Segundo Evaluador
Angela María Gómez

Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
<u>Carlos Alberto Montaña Jiménez</u>	<u>1424868</u>	<u>3469</u>	<u>carlos.montana@correounivalle.edu.co</u>	<u>3148317501</u>
<u>Jennifer Ferro Rodríguez</u>	<u>1225413</u>	<u>3469</u>	<u>Jennifer.ferro@correounivalle.edu.co</u>	<u>3156967840</u>

Evaluación
Aprobado Meritorio Laureado
Aprobado con recomendaciones No Aprobado Incompleto

En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:
Director del Trabajo o Proyecto de Grado Primer Evaluador Segundo Evaluador

En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: _____

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).

Firmas:
Maria Cristina Valencia Molina Director del Trabajo o Proyecto de Grado
Cristian Hurtado Primer Evaluador
Angela María Gómez Segundo Evaluador

Recomendaciones Observaciones Razón de desacuerdo - Alternativas

Si se considera necesario, usar hojas adicionales.



Firmas:
Maria Cristina Valencia Molina Director del Trabajo o Proyecto de Grado
Cristian Hurtado Primer Evaluador
Angela María Gómez Segundo Evaluador

Agradecimientos

En primer lugar, damos gracias a Dios por permitirnos avanzar en esta etapa de nuestras vidas.

A nuestros padres y hermanos por su apoyo en este proceso y su amor.

A nuestra directora de trabajo María Cristina Valencia Molina, por su dedicación, paciencia,
orientación, esfuerzo y apoyo.

A Ángela María Gómez y Cristian Andrés Hurtado por su compromiso con la lectura y
evaluación de este trabajo.

A nuestros profesores por formarnos.

Y por último, a nuestros compañeros que estuvieron presentes en este proceso de aprendizaje.

A todos ustedes, gracias.

Índice

Índice de tablas.....	7
Índice de figuras.....	8
Resumen.....	9
Introducción.....	10
CAPÍTULO I: ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN	
1. Naturaleza y dimensión del problema.....	12
1.1. Planteamiento del problema.....	12
1.2. Objetivos.....	18
1.3. Justificación.....	19
1.4. Antecedentes.....	22
1.4.1. Metodología de enseñanza.....	27
1.4.2. Materiales didácticos manipulativos.....	28
CAPÍTULO II: ALGUNOS REFERENTES TEÓRICOS	
2. Marco conceptual.....	30
2.1 Secuencia didáctica.....	30
2.2. Introducción al concepto de fracción.....	33
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA Y DISEÑOS	
3. Metodología.....	37
3.1 Tipo de estudio.....	37
3.2 Enfoque.....	38
3.3. Marco contextual.....	39

3.4 Diseño de la prueba diagnóstica.....	40
3.5 Diseño de Fraccio-nando.....	42
3.6 Diseño de la secuencia didáctica.....	45

CAPITULO IV: RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4.1 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica.....	49
4.2 Protocolo de observación de la secuencia didáctica.....	58
4.3 Análisis de los resultados de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.....	62
4.4 Conclusiones generales y algunas reflexiones didácticas.....	70
4.4.1 Conclusiones generales.....	70
4.4.2 Algunas reflexiones didácticas.....	72
Referencias bibliográficas.....	74
Anexo 1. Prueba diagnóstica.....	77
Anexo 2. Sesión 1 de la secuencia didáctica.....	80
Anexo 3. Sesión 2 de la secuencia didáctica.....	92
Anexo 4. Sesión 3 de la secuencia didáctica	98
Anexo 5. Sesión 4 de la secuencia didáctica.....	106
Anexo 6. Sesión 5 de la secuencia didáctica	113
Anexo 7. Sesión 6 de la secuencia didáctica.....	119
Anexo 8. Aplicación de la secuencia didáctica.....	128
Anexo 9. Segunda aplicación de la prueba diagnóstica.....	166
Anexo 10. Evidencia de la aplicación de la secuencia	175

Índice de tablas

Tabla 1. Análisis pregunta N°1 de la prueba diagnóstica.....	50
Tabla 2. Análisis pregunta N°2 de la prueba diagnóstica.....	52
Tabla 3. Análisis pregunta N°3 de la prueba diagnóstica.....	54
Tabla 4. Análisis pregunta N°4 de la prueba diagnóstica.....	55
Tabla 5. Análisis pregunta N°5 de la prueba diagnóstica.....	57
Tabla 6. Protocolo de observación de la sesión N°1.....	59
Tabla 7. Protocolo de observación de la sesión N°2.....	59
Tabla 8. Protocolo de observación de la sesión N°3.....	60
Tabla 9. Protocolo de observación de la sesión N°4.....	61
Tabla 10. Protocolo de observación de la sesión N°5.....	61
Tabla 11. Resultados de la pregunta N°1 en la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.....	63
Tabla 12. Resultados de la pregunta N°2 en la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.....	64
Tabla 13. Resultados de la pregunta N°3 en la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.....	66
Tabla 14. Resultados de la pregunta N°4 en la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.....	67
Tabla 15. Resultados de la pregunta N°5 en la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.....	69

Índice de figuras

Figura 1. Fotografía del Fraccio-nando.....	43
Figura 2. Prototipo N°1 del Fraccio-nando.....	44
Figura 3. Bosquejo del tablero del Fraccio-nando.....	45
Figura 4. Pregunta N°1 de la prueba diagnóstica.....	49
Figura 5. Pregunta N°2 de la prueba diagnóstica.....	51
Figura 6. Pregunta N°3 de la prueba diagnóstica.....	53
Figura 7. Pregunta N°4 de la prueba diagnóstica.....	55
Figura 8. Pregunta N°5 de la prueba diagnóstica.....	57

Resumen

En este trabajo grado se presenta una propuesta de secuencia didáctica que integra el uso de material manipulativo para la enseñanza de adición y sustracción de fracciones heterogéneas. Para su elaboración fue necesario aplicar una prueba diagnóstica que diera cuenta de las dificultades que presentaban los estudiantes al momento de realizar operaciones de este tipo, para lo cual se trabajó con algunos niños de grado quinto de educación básica; posteriormente, se diseñó un material manipulativo llamado Fraccio-nando el cual tuvo como propósito facilitar la comprensión del procedimiento que se lleva a cabo para realizar las operaciones mencionadas.

Una vez desarrollada la secuencia didáctica con los estudiantes ya evaluados, se aplicó nuevamente la prueba diagnóstica inicial y, a partir de un análisis de resultados se pudieron evidenciar los logros alcanzados por los estudiantes.

Palabras clave: Operaciones con números fraccionarios, material manipulativo, secuencia didáctica, dificultad y prueba diagnóstica.

Introducción

El presente proyecto de investigación se realiza como requisito para optar por el título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; este trabajo se inscribe en la línea de Didáctica de las Matemáticas, con el cual se espera diseñar y aplicar una secuencia didáctica utilizando material manipulativo que promueva en el estudiante la capacidad de resolver problemas relacionados con la adición y sustracción de fracciones heterogéneas. A continuación se muestra la naturaleza y dimensión del problema del cual parte este proyecto.

Al implementar la secuencia didáctica, se espera que estudiantes de grado quinto de educación básica puedan superar algunas de las dificultades que se han identificado en el proceso de aprendizaje de la adición y sustracción de fracciones. El desarrollo de esta secuencia se ha apoyado en el diseño de un material manipulativo estructurado que permite, de una manera organizada, construir el concepto de fracción desde la perspectiva parte todo y reconocer algunos tipos de representación de fracciones, dando paso a la construcción de conceptos de equivalencia, comparación, adición y sustracción de fracciones homogéneas, para finalmente desembocar en la suma y resta de fracciones heterogéneas.

El desarrollo de este trabajo se ha llevado a cabo en cuatro etapas: La primera consta de una revisión bibliográfica en la que se documentan algunas *dificultades* presentadas por los estudiantes al realizar operaciones de adición y sustracción con fracciones heterogéneas, y la elaboración de una prueba diagnóstica en la que se proponen situaciones problema cuya solución involucra conceptos de suma y resta de fracciones. En la segunda etapa se registra la aplicación de la prueba diagnóstica a estudiantes de grado quinto de educación básica de una

Institución Educativa de la ciudad de Cali, de la que se obtuvieron resultados que reflejaron algunas de las dificultades que se presentan en los alumnos en torno al tema mencionado.

En la tercera etapa se presenta el diseño de una secuencia didáctica con ayuda del material manipulativo estructurado, que se presume permite a los estudiantes, mediante un proceso de exploración superar algunas de las dificultades identificadas y construir apropiadamente los conceptos mencionados anteriormente.

Finalmente, se presenta la implementación de la secuencia didáctica a un grupo de ocho estudiantes con el fin de obtener una muestra particular de resultados, a partir de los cuales se evidenciaron algunas fortalezas y/o dificultades de la secuencia en torno a los propósitos del trabajo de investigación, además se realiza un análisis de dichos resultados que permite determinar la pertinencia de esta para alcanzar metas académicas y ser útil a los estudiantes en su proceso de formación.

CAPÍTULO I: ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

1. Naturaleza y dimensión del problema

1.1 Planteamiento del problema

Es familiar escuchar a padres, estudiantes y maestros mencionar que uno de los conceptos más difíciles en el estudio de las matemáticas escolares es el aprendizaje de las fracciones, y es cotidiano también encontrar que la enseñanza de este concepto se ha basado en la aplicación de algoritmos que, si bien es cierto ayudan a encontrar respuestas acertadas, poco llevan al estudiante a la comprensión del concepto mismo.

Los resultados de las pruebas SABER, que anualmente se aplican en Colombia a estudiantes de 3°, 5° y 9° dan cuenta de los comentarios anteriores, al mostrar que los estudiantes no pueden resolver situaciones problemas que se les proponen en torno a las fracciones y sus operaciones.

Estos problemas que se presentan en los estudiantes pueden tener sus orígenes dentro del aula de clase: por un lado, el rol del maestro, su metodología y sus conocimientos, entre otros aspectos del profesor, son de gran importancia para el aprendizaje y la enseñanza, ya que orientan al educando hacia la construcción de los saberes matemáticos; en el caso del campo de las fracciones se llega a pensar que estas solo comprenden la parte todo, ignorando que también se abarca decimales, proporcionalidad, división, etc. Además del uso de una metodología ineficiente en la mayoría de casos, donde se limitan a la memorización de algoritmos y reglas.

En general, nos damos cuenta que las problemáticas que se revisten en torno a la enseñanza y aprendizaje de los fraccionarios son muy variadas, y que gran parte de las dificultades y errores que presentan los estudiantes son aquellas que los mismos maestros presentamos o favorecemos, por lo que se hace necesario nuevas propuestas de aula que verdaderamente logren aportar, al desarrollo de pensamiento matemático y particularmente al número en relación con el uso de los números fraccionarios. (Torres, Hurtado & Miranda, 2016, p. 47)

Por otro lado la complejidad misma de las matemáticas que puede llegar a ser un gran obstáculo en el aprendizaje de los estudiantes, obstáculo que depende en gran medida de la calidad del acercamiento del estudiante al concepto.

Un análisis de la situación podría remitirse, entre otras causas, a los profesores, sus concepciones o sus métodos de enseñanza, ya que pueden generar en los estudiantes cierta incertidumbre acerca de cuál es el significado correcto o cómo utilizarlas de manera adecuada, esto puede observarse cuando los estudiantes tienen la siguiente perspectiva de las fracciones, como lo menciona Castaño (2014) Citando a Obando (2003):

La enseñanza actual enfatiza en actividades de partir y contar y por tanto los alumnos centran el proceso de conceptualización en el número natural y no en la fracción como tal. En efecto, al centrar la atención en el número de partes que representa el denominador -y no en la relación cuantitativa entre las cantidades de magnitud de la parte y el todo- se piensa la fracción como dos números naturales separados por una rayita (vínculo) y no

como una relación cuantitativa entre la parte y el todo.(p77).

A su vez, este tipo de perspectiva evita que el estudiante construya el concepto de fracción de forma adecuada, generando posiblemente otros tipos de dificultades, entre las cuales se encuentra la realización de operaciones de adición y sustracción con números fraccionarios. Al respecto, Fandiño (2009) menciona:

Alguien propuso, hace algunos decenios, no dar a los estudiantes explicaciones sobre el significado de $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$, sino únicamente la regla para efectuarlo (Stenfer, 1971). Puesto que, constatando que la clásica, aquella que pasa a través del mínimo común múltiplo entre b y d, es decir el denominador común de las dos fracciones, creaba problemas, dió la siguiente regla formal: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ y pidió a los estudiantes que la aplicaran sin mayores explicaciones.

Sin duda se obtuvo una mejoría de presentaciones formales, pero un fracaso en el aprendizaje del sentido que se le da a lo que se está haciendo. (p.146)

Lo anterior hace que los estudiantes vean la adición y la sustracción de fracciones como un algoritmo que se debe memorizar para efectuar correctamente la operación, dejando de lado la importancia de entender el porqué del procedimiento y de un aprendizaje significativo, conllevando probablemente, a una incertidumbre futura sobre la manera correcta de realizar estas operaciones con fracciones. Castaño (2014) también hace mención de esta dificultad, mencionando que:

(...) se observa que a los estudiantes se les dificulta más la adición y la sustracción que la multiplicación y la división, lo que ocurre debido a que la suma y la resta de fraccionarios a veces las realizan como si fueran números enteros, o sea; suman numerador con numerador y denominador con denominador. (p.70)

En esta investigación realizada por Castaño también se puede encontrar que al consultar con los docentes las dificultades que se presentan en la enseñanza de las fracciones, se llega a mencionar que “en la parte de suma y resta con diferente denominador se puede complicar un poco” (p.74), esto puede darse por una mala comprensión acerca de las fracciones y posteriormente resolver este tipo de operaciones como se mencionó anteriormente.

Pocos conceptos son tan fundamentales como el de los números fraccionarios y, al tiempo tan complejos de enseñar y de aprender, por ser tan susceptibles de confusión. El niño o niña que no los haya comprendido e interiorizado en esta etapa de formación (que es el punto de inflexión para su ingreso a la secundaria) tendrá mucha dificultad para aprender luego conceptos y aplicaciones posteriores de su uso universal como, por mencionar unos ejemplos sencillos, porcentajes, proporción, velocidad, aceleración, densidad, escalas y un largo etcétera. Desdichada e inocultablemente, el sistema escolar colombiano entrega esta enorme responsabilidad a maestros que, en la mayoría de los casos, no cuentan con suficiente información matemática y didáctica. (Artera, 2013, p. 6)

No obstante, existen formas en las que muchas de estas dificultades se pueden superar, propiciando que el estudiante tenga un papel más protagónico en la construcción de su propio

conocimiento, llevándolo a generar sus propias conclusiones acerca de lo que aprende. De Guzmán, propone el uso de materiales estructurados manipulables, estos “son los objetos que se utilizan en la enseñanza, diseñados con fines educativos” (Flores y otros, 2010, p.8), con ellos el estudiante se puede relacionar más directamente con los conceptos matemáticos, promoviendo un aprendizaje significativo.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante ("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras. (Ausubel, 1983, p. 2)

Respecto a los materiales manipulativos, autores como Castro (2008) mencionan: “(...) por sí mismo carecen de poder educativo, pero cuando el docente consigue integrarlos en el desarrollo actual de la clase, estos se transforman en intermediarios del aprendizaje” (p.61), por tanto, si el material manipulativo va acompañado de una secuencia didáctica, podría pensarse que se están integrando elementos que permitirán construir conocimientos que desarrollan competencias matemáticas en los estudiantes.

Obviamente, la implementación de una secuencia didáctica que involucre el uso de material manipulativo no es la única manera de presentar este saber a los estudiantes, ya que en las manos de los profesores se ponen a disposición una gran variedad de herramientas, que pueden ayudar a la enseñanza, promoviendo clases más dinámicas y entretenidas para los

estudiantes, no obstante, muchos docentes se niegan la posibilidad de utilizar estos materiales en el aula ya sea por comodidad, porque desconocen la existencia de los materiales manipulativos o por el poco dominio sobre esto; independientemente de los motivos por los cuales un docente no utiliza ninguna estrategia innovadora o fuera de la tradicional, genera una serie de limitantes dentro del aprendizaje de los estudiantes y más cuando se quiere abordar los números fraccionarios.

Las reflexiones anteriores nos llevan a plantear la siguiente pregunta de investigación:

¿La implementación de una secuencia didáctica que involucre material manipulativo podría ayudar a superar algunas dificultades que se presentan en el aprendizaje de la adición y sustracción de números fraccionarios heterogéneos en algunos estudiantes de 5° de educación básica?

1.2 Objetivos

Objetivo general.

Explorar a partir de la aplicación de una secuencia didáctica, cómo la implementación de los materiales manipulativos podría promover en el estudiante la capacidad de resolver problemas relacionados con la adición y sustracción de fracciones heterogéneas.

Objetivos específicos.

- Documentar algunas dificultades que se le presentan a los estudiantes de grado quinto de educación básica al realizar operaciones de adición y sustracción con fracciones heterogéneas.
- Articular en una secuencia didáctica para la enseñanza de las operaciones de adición y sustracción con fracciones heterogéneas, el uso de material manipulativo y estrategias para superar las dificultades que presentan los estudiantes acerca del tema en cuestión.
- Analizar y aportar algunas reflexiones sobre los desempeños de los estudiantes que desarrollaron la secuencia a la luz de las dificultades reportadas en los autores.

1.3 Justificación

Es conveniente realizar este trabajo de investigación debido a que tiene como objetivo ayudar a los estudiantes a superar las dificultades que se le presentan al realizar operaciones con números fraccionarios, se escoge este conjunto numérico ya que se trata de uno de los conceptos que en la vida académica es considerado como uno de los más difíciles, además, está establecido en el Ministerio de Educación Nacional (1998) en los lineamientos curriculares y también se ha reportado que presenta una mayor dificultad en los estudiantes para su aprendizaje, algunas de estas dificultades son más comunes al momento de realizar las operaciones de adición y sustracción con fracciones de diferente denominador, por lo cual se trabajara con estas operaciones ya que para desarrollarlas se debe realizar un proceso de homogenización que muchas veces es enseñada como una fórmula o algoritmo, haciendo que los estudiantes la apliquen de una forma mecánica sin entender el proceso que se lleva a cabo.

Además, se pretende realizar la aplicación de una secuencia didáctica cuyo diseño se ajustó a las necesidades que tienen los estudiantes con relación a los números fraccionarios, cabe aclarar que en esta secuencia no solo se trabajan las operaciones de adición y sustracción, sino que también se trata de reforzar los conocimientos previos a estas operaciones como términos, representación, comparación de números fraccionarios, fracciones propias e impropias, equivalencia y suma y resta de fracciones con el mismo denominador.

Trabajar con una secuencia didáctica es pertinente en este estudio ya que guía a los estudiantes a la construcción y apropiación del conocimiento que se les desea enseñar por medio actividades, además tiene la ventaja de trabajarse con ayuda de un material manipulativo

llamado Fraccio-nando creado con el fin de permitir al estudiante explorar por medio de la manipulación el proceso de suma y resta de fracciones con diferente denominador, aunque esta no es la única función que se puede desarrollar en el Fraccio-nando, sino que también se pueden realizar todas las actividades propuestas en la secuencia didáctica, la cuales integran conceptos fundamentales acerca de las fracciones y que son de gran aporte para las vidas cotidianas de los estudiantes.

El diseño de este nuevo material manipulativo nace del propósito de permitir a los estudiantes comprender el proceso que se realiza en las actividades de la secuencia didáctica y ver de manera concreta el trasfondo de algunos conceptos concernientes a las fracciones que usualmente se enseñan por medio de fórmulas y algoritmos, cabe mencionar que los materiales manipulativos existentes que son utilizados en el mismo tema son muy limitados y por tanto no permiten una exploración adecuada, aspecto que se tuvo en cuenta para la creación del Fraccio-nando cuya amplia gama de fichas y diseño, permite al estudiante realizar exploraciones más a fondo de lo que sucede y minimizar las limitaciones que se presentan con otros materiales manipulativos.

El uso de las secuencias didácticas debería ser parte fundamental de la planeación de clase de todo docente, pues permite que el estudiante realice un mayor esfuerzo por aprender y cuestione algunos aspectos desde un punto de vista crítico y no solo dando por verdad todo lo que dice el docente y memorizarlo sin refutar, por otra parte, el material manipulativo en las aulas de clase ha tomado fuerza ya que despierta en gran medida el interés de los estudiantes, gracias a su dinamismo y su exploración que permiten evidenciar cosas que a lápiz y papel no se

logran observar, por lo mencionado anteriormente, es que este trabajo de investigación puede tener un gran aporte a la educación en este tema de los fraccionarios, pues combina dos aspectos fuertes para lograr un buen aprendizaje por parte de los estudiantes y nutre el razonamiento que puedan tener acerca de los que sucede no solo en el aula de clase sino también fuera de ella, gracias a que el concepto enseñado es aplicado a muchas cosas de la vida cotidiana.

1.4 Antecedentes

A continuación se presentan resultados de investigaciones relacionadas con la enseñanza de las fracciones, que se constituyen en referentes teóricos para este trabajo de grado.

Empezando con una investigación realizada por Martín (2014) donde menciona que la noción de número fraccionario es una de las más difíciles que se trabajan en primaria, y donde nos permite apreciar que la enseñanza inicial que se le da a los educandos es poco significativa y por tanto genera dificultades en los estudiantes; esto ayuda a entender o colocar un punto de partida en cuanto a los conceptos que presentan los estudiantes cuando de fracciones se trata, su utilización en el mundo que los rodea, en el aula de clase, en problemas cotidianos, entre otros.

Las fracciones no son un tema que puede o no entenderse, el conocimiento de los números fraccionarios resulta básico para la comprensión e interpretación del mundo que nos rodea. No podemos permitirnos el lujo de que los niños no entiendan las fracciones o realicen operaciones con ellas de forma mecánica. El concepto de fracción debe entenderse y el cálculo dominarse, de la misma manera que aspiramos a que tengan habilidad con los números naturales o enteros. (Martín, 2014, p. 91)

Lo anterior es un importante punto de partida a tener en cuenta en el desarrollo de este trabajo de investigación, pues las bases que puedan construir los estudiantes acerca de las fracciones serán determinantes para su comprensión y buen uso, esto permite apreciar la importancia que debe tener la enseñanza en los primeros grados de escolaridad, la cual debe ser de calidad y significativa para que se logre el objetivo de la enseñanza.

Esta enseñanza de fracciones debe ser un tema que se trabaje con mucho cuidado, especialmente cuando se empieza a trabajar las operaciones entre números fraccionarios, como se ha mencionado, los estudiantes aprenden a resolver un algoritmo como respuesta al intento de resolver un problema de adición o sustracción entre fracciones, esto puede deberse a la forma en como se le presenta y se le enseña al educando, como lo plantea Obando (2006):

Es común encontrar en los procesos de enseñanza estrategias (...) en las cuales primero se exhiben algunas situaciones concretas, acto seguido se muestran algunos ejemplos, luego se expone la fórmula o regla que generaliza el proceso conceptual que se espera que los alumnos aprendan y, finalmente, se proponen algunos ejercicios para practicar la regla o fórmula aprendida.

En estrategias como esta se asume que para generalizar basta con dar unos cuantos casos particulares, para luego -de manera natural- inferir la ley general. Se olvida que el paso a la formulación de una ley general implica algo más profundo: reconocer una estructura invariante en un conjunto de situaciones particulares, la cual, una vez conceptualizada, debe permitir el tratamiento de cada situación general. Se ha mostrado que un proceso de generalización no se puede dar a partir de unos cuantos ejemplos, sino que requiere de múltiples situaciones de representación y a lo largo de un periodo de tiempo considerable. (p. 59-60)

Lo descrito por Obando en su investigación es una manera de enseñar que debe replantearse pues actualmente se sigue practicando y no da al estudiante las herramientas ni el aprendizaje necesario para construir un concepto adecuado, limitando la enseñanza a una simple

memorización; ésta investigación nos permite observar cómo a lo largo del tiempo se está mal formando a los educandos pues no se tiene en cuenta un aprendizaje significativo y crítico sino uno donde el propósito es la solución de ejercicios en masa.

El estudiante que aprende a resolver las operaciones de adición y sustracción de forma mecánica presenta una dificultad, como lo mencionan Torres, Hurtado & Miranda (2016):

Otra de las dificultades que con frecuencia se presenta es el excesivo tiempo que se dedica a la enseñanza de mecanización de reglas y algoritmos para operar fracciones, lo que comúnmente logra confundir al estudiante al aplicarlos. Por lo general, poco se reflexiona sobre el desarrollo de estos algoritmos, su pertinencia para el desarrollo de pensamiento matemático y sobre su funcionalidad. (p 47).

Los mismos autores también mencionan otras posibles dificultades que se pueden generar en la enseñanza de los números fracciones entre las cuales se pueden encontrar las siguientes:

- La falta de elementos conceptuales que permitan comprender el concepto de número fraccionario sus diversos usos y maneras de operarlos. Algunas de las dificultades que se presentan son a causa de errores en la enseñanza del concepto generando que los estudiantes construyan conocimientos erróneos, también la memorización de nombres y mecanización de algoritmos y procedimientos que se deben tener en cuenta al realizar operaciones con ellos.
- Desconocer los conocimientos previos que poseen los estudiantes los cuales son

importantes ya que a partir de ellos se pueden dar sentido y significado.

- Las dificultades que presentan los estudiantes con los números fraccionarios suelen derivarse de una falta de comprensión conceptual sobre el número como tal, esto se debe a que los alumnos ven la expresión fraccionaria como dos números diferentes y no como una sola expresión.

Las investigaciones realizadas por Torres, Hurtado & Miranda permite observar varias dificultades que se deben tener en cuenta para poder evitarlas al momento de enseñar las fracciones, también para saber en qué momentos se debe hacer algún énfasis, aclaración o intervención oportuna para evitarlas.

En el trabajo realizado por Ávila (2006) se muestra la dificultad que le presenta a algún adulto (de escasa o nula escolaridad) al momento de aplicar fracciones en la vida cotidiana y también se puede observar la importancia de las mismas, algunas de las dificultades percibidas fueron:

- Dificultad para entender el concepto de fracción: se observa esta dificultad debido a que al momento en que se les pedía partir un pastel en tres partes iguales, muchos de ellos no lograron hacerlo de la forma adecuada.
- Dificultad para nombrar las fracciones: un ejemplo de esto es cuando se les pedía que repartieran 3 gelatinas entre cuatro personas y dijeran qué porción le toca a cada uno, muchas de las respuestas fueron cuatro tercios.

Estos son solo algunos de los ejemplos en los cuales se pueden usar las fracciones en la vida cotidiana, de lo cual se afirma que:

- “La vida cotidiana es fuente de habilidades y conocimientos matemáticos que incluye algunos relacionados con las fracciones.
- Las situaciones que se enfrentan en la vida cotidiana delimitan y estructuran la actividad matemática vinculada con las fracciones y el razonamiento que la acompaña.
- Los cálculos que se realizan cotidianamente con este tipo de números son mucho más escasos que los realizados con números naturales y obedecen a objetivos distintos de los que se plantean en la escuela.” (Ávila, 2006, p.29)

En resumen y tomando en cuenta algunas de las dificultades que también fueron mencionadas en el planteamiento del problema se han encontrado las siguientes:

- La falta de comprensión conceptual. (Torres, Suarez y lozano, 2016)
- El uso de la regla formar: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ sin darle sentido a lo que se está realizando.(Fandiño, 2009)
- Pensar la representación del número fraccionario como dos números enteros separados por un vínculo. (Obando, 2006)
- Realizar operaciones de adición o sustracción como si se tratara de números enteros es decir numerador con numerador y denominador con denominador.(Castaño, 2014)
- Desconocer los elementos previos que poseen los estudiantes al abordar las fracciones. (Torres, Hurtado & Miranda, 2016)
- La enseñanza de mecanización de algoritmos y reglas. (Torres, Hurtado & Miranda, 2016)

Para esta investigación es de gran importancia conocer las dificultades que se presentaron en investigaciones pasadas, ya que a partir de éstas se puede crear formas innovadoras de enseñar las fracciones que den lugar a la superación de dichas dificultades e incluso a nunca generarlas en los estudiantes, pues se entiende que con unas bases sólidas acerca de los conceptos de las fracciones, el educando estará en la capacidad crítica de poder razonar acerca de lo que se le presenta tanto dentro como fuera del aula de clase.

1.4.1 Metodología de enseñanza

A lo largo de más de tres décadas, las investigaciones en educación matemática han posibilitado el surgimiento de nuevos conceptos, metodologías, teorías y modelos de enseñanza de las matemáticas, entre los que se pueden citar la ingeniería didáctica, la teoría de situaciones didácticas, la teoría antropológica de lo didáctico y la secuencia didáctica, entre otras. Aunque estos desarrollos son de gran ayuda para que los estudiantes construyan su propio conocimientos y tengan un aprendizaje significativo, algunos docentes siguen optando por el método tradicional de enseñanza en el cual se puede ver al docente como el centro del proceso de enseñanza y se toman a los estudiantes como receptores, es decir el docente es el que “sabe todo” y el alumno es tomado como un “jarrón vacío que hay que llenar” (Alanis 2005). Esto mismo sucede en la enseñanza de los números fraccionarios, en el cual primero se da la definición, luego un ejemplo y por consiguiente se deben resolver ejercicios para la apropiación lo cual hace que los estudiantes lo aprendan de forma mecánica y tenga dificultades al momento de aplicarlo (Torres, Hurtado & Miranda).

1.4.2 Materiales didácticos manipulativos

Los materiales manipulativos existen desde hace muchos años, son esos objetos con los que es posible realizar medidas, contar, hacer cálculos más precisos, entre otros, para los cuales se tenían en cuenta los números y las operaciones entre ellos. Estos materiales tienen sus orígenes en la construcción misma de las matemáticas, un ejemplo de ello es el desarrollo de herramientas tales como el compás, las reglas y el ábaco, materiales que han sido desarrollados por diferentes culturas e investigadores en matemáticas a lo largo de la historia de la humanidad. Poco a poco, estos desarrollos se han ido introduciendo en el ámbito educativo, tal como lo hizo María Montessori (1870-1952), quien desarrolló una serie de materiales para el aprendizaje a partir de la activación sensorial.

En una investigación realizada por Beatriz Prieto (2014), en la que se habla de los materiales manipulativos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con el fin de promover el uso de estos en el aula, se puede apreciar que los materiales y actividades actúan como medio para favorecer los procesos de enseñanza aprendizaje, ya que al momento de realizar la implementación de estos materiales se obtiene como resultado en los estudiantes un interés mayor hacia las clases de matemáticas, lo cual se ve reflejado en la participación frecuente por parte de los mismos. Al respecto Prieto (2014) plantea lo siguiente:

Se ha podido ver la incidencia real de los materiales manipulativos en el aprendizaje de los alumnos/as y lo más importante, el efecto positivo que éstos han tenido sobre el interés del alumnado por la asignatura de matemáticas. Al comienzo de la propuesta había un ambiente de incertidumbre, ya que la mayor parte del alumnado no había

oído hablar de este tipo de material, o no los reconocían como tal. A medida que se iban realizando las actividades diseñadas, se podía observar cómo los alumnos estaban expectantes por ver cuál era la siguiente tarea, que iban a tener que construir. Se pudo percibir la existencia de un cambio de actitud por parte del alumnado en las sesiones de matemáticas en las que se utilizaron estos recursos. Se mostraron más participativos e interesados en el desarrollo y realización de las actividades. (p.43)

Como ejemplo de material didáctico manipulativo adaptado a la enseñanza de fracciones, se puede mencionar el trabajo de investigación realizado en la Universidad Federal Fluminense, donde se utilizó el origami para el acercamiento a las fracciones y cuyos resultados fueron favorables principalmente gracias a la visualización de los pliegues en las hojas.

Al trabajar con fracciones, es interesante notar que en la elaboración de un modelo origami se realizan, en secuencias, varios pliegues en el papel. Estos pliegues quedan marcados en la hoja poniendo a la vista figuras cuadrículadas, rectangulares o incluso triangulares, que permiten aprovechar con más precisión la división en partes iguales (Moreira, 2010, p.29).

Ahora bien, se considera que los materiales manipulativos ayudan en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, siendo un apoyo para los estudiantes ya que les brinda experiencias que promueven un razonamiento y por ende la construcción de un conocimiento.

CAPÍTULO 2. ALGUNOS REFERENTES TEÓRICOS

A continuación se muestran varios elementos teóricos que se consideran relevantes para el desarrollo del proyecto de investigación, partiendo con un marco conceptual donde se define la secuencia didáctica y los números fraccionarios desde algunos autores, además de algunos aspectos cognitivos como el aprendizaje significativo y el constructivismo.

2.1 Marco conceptual

2.1.1 Secuencia didáctica.

La secuencia didáctica es una de las muchas estrategias que pueden utilizar los profesores para enseñar, reforzar o construir un conocimiento significativo en los estudiantes, ya que se realiza mediante actividades guiadas por el docente en varias sesiones de clase:

Las secuencias didácticas son, sencillamente, un conjunto articulado de actividades y evaluaciones que, con la mediación del docente, busca el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos. En la práctica, esto implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, ya que la educación es menos fragmentada y se enfoca en metas. (Tobón, Pimienta & García, 2010, p 20).

Las secuencias actúan como mediadoras entre el saber y el estudiante, permitiendo que se construya o refuerce un conocimiento que se presenta, esto se da por medio de la exploración en las actividades propuestas que sean pertinentes para la meta que se plantea, entonces:

Tienen el propósito de ayudar al docente en la planeación y ejecución de varias sesiones de clase, y están desarrolladas desde la perspectiva del aprendizaje basado en la resolución de problemas y la indagación.

Se trata entonces de un material que facilitará al docente que trabaja reflexiva y críticamente, enriquecer sus conocimientos didácticos del contenido matemático, y al estudiante encontrar el sentido y el significado de lo que está aprendiendo. (MEN, 2013, p.9).

Por tanto, en este trabajo se tomará por secuencia didáctica lo planteado por Díaz (2013), ya que este recoge en gran medida lo abordado:

La secuencia didáctica es el resultado de establecer una serie de actividades de aprendizaje que tengan un orden entre sí, con ello se parte de la intención del docente de recuperar aquellas nociones previas que tienen los estudiantes sobre un hecho, vincularlo a situaciones problemáticas y de contextos reales con el fin de que la información que a la que va acceder el estudiante sea significativa, esto es que tenga sentido y pueda abrir un proceso de aprendizaje. (p. 4)

La secuencia didáctica se abordará desde el uso de material manipulativo, el cual hace referencia a “todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurado), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones” (Venezuela, 2012, p.24). Estos

materiales pueden ser utilizados de diversas formas, una de ellas es la propuesta de los Estándares Básicos de Competencias (2006) en la cual se plantea que: “los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas”. (p.54).

Según lo planteado anteriormente, en este documento se entenderá por materiales manipulativos los objetos usados por el profesor en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los cuales ayudan a construir conceptos significativos para el estudiante. Debido a que este “facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos, ya que los alumnos experimentan situaciones de aprendizaje de forma manipulativa, que les permite conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas, por medio de sensaciones.” (Venezuela, 2012, p. 25, retomando a Área 2010). Pero también se debe tener en cuenta lo planteado por Godino (2004), quien resalta que el uso de materiales didácticos es irreflexivo debido a que estos pueden obstaculizar el aprendizaje de los objetos matemáticos, en este caso, el de las operaciones con números fraccionarios, respecto a esto el autor menciona lo siguiente: “*resaltando unos aspectos de los conceptos que tratamos de enseñar y ocultando otros*”(p.138) , y aunque los materiales manipulativos le brindan al estudiante la posibilidad de comprender mejor la concepción de un objeto matemático, estos no representan en sí el concepto de las fracciones, ya que son intangibles.

2.1.2 Introducción del concepto de fracción.

Según lo planteado por Vasco (1991), el proceso pedagógico que se lleva a cabo en las instituciones es el de pasar de lo simbólico a lo conceptual, lo cual puede generar que la mayoría de los estudiantes no logren este paso y traten de resolver los problemas que se le presenta de forma mecánica, es decir, aprendiendo de memoria símbolos, definiciones y adivinando lo que el profesor quiere obtener como respuesta, esto genera que los estudiantes no comprendan el proceso que realiza ni se apropien del concepto.

Si se quiere tratar un sistema matemático como el de los fraccionarios no se debe pensar que la tarea como docentes es de transmitir el manejo que conlleva este sistema, sino que se debe explorar por medio de los sistemas con los que el estudiante ya se ha familiarizado para de este modo lograr facilitarles la construcción del concepto; los fraccionarios pueden ser interpretados de cuatro formas según lo propuesto por Llinares y Sánchez (2000) estas son: relación parte-todo y medición, cociente, razón y operadores, las cuales son definidas de la siguiente forma:

- Los números fraccionarios como relación parte-todo y medición: en la relación parte-todo se toma un objeto (el todo) como la unidad, la cual que es dividida en partes iguales, esto siempre indicará la fracción de un objeto y esta señala la relación que existe entre las partes tomadas y el número total de partes, por ejemplo, si el objeto es dividido en cuatro, entonces a esto lo llamaremos “*cuatro cuartos*”. En el caso de la medición los números fraccionarios son usados, ya que a partir de la unidad se pueden realizar medidas, debido a que si se toma la unidad y sus subdivisiones podemos obtener el número que se le asigna a esta medida.

- Las fracciones como cociente: como se mencionó anteriormente en la relación parte-todo, en las fracciones como cocientes se puede ver las fracciones como divisiones, las cuales se realizarán de dividir la unidad en una cantidad de partes iguales.
- Los números fraccionarios como razón: esta se utiliza para realizar comparaciones entre dos magnitudes.
- Las fracciones como operadores: cumplen el papel de transformadores, como se planteó anteriormente, las fracciones pueden verse como divisiones, pero también pueden ser vistas como una multiplicación debido a que el denominador divide y el numerador multiplica.

Vasco (1996) plantea un archipiélago de fraccionarios en el cual se pueden encontrar diferentes islas como lo son: las fracciones como operadores, partidores, medidores, razones y cocientes, cada uno de ellos cumple un papel diferente como podemos ver a continuación:

- Operadores: estos son los encargados de aumentar o disminuir números.
- Partidores: se suele tener dificultades en esta isla, puesto que se puede aplicar a objetos físicos en lugar de aplicarse a las magnitudes de lo que se desea tener en partes iguales.
- Medidores: son los aplicados a las unidades de media.
- Razones: estas se aplican cuando se tienen expresiones como: “se compran siete dulces por diez pesos” y “yo necesito tres de cada cinco tiros de foul”.
- Cocientes: es cuando se deja indicada la división y la fracción puede utilizarse para expresar el resultado de ésta.

Estas islas pueden aprenderse de forma separada, pero es importante crear puentes entre ellas para poder crear un concepto absoluto de las fracciones; como lo menciona Vasco (1991)

La idea general para el estudio de los fraccionarios en la básica secundaria es la de tratar de tejer un sistema conceptual único a partir de los distintos sistemas conceptuales parciales que se han visto en básica primaria, y de manejar con comprensión y seguridad los sistemas simbólicos usuales: el de las fracciones y los de las expresiones decimales y porcentuales. (p.2).

Por lo que se debe construir de forma adecuada el concepto de fracción en los alumnos de básica primaria para cuando se enfrenten a ellos en grados superiores puedan hacer un buen uso.

Por otro lado, en los Estándares básicos de competencia de matemáticas (2006) se menciona que:

El paso del concepto de número natural al concepto de número racional necesita una re conceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número. El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes. (P.59).

Los números fraccionarios también son vistos como los racionales positivos (sin incluir los

enteros) (Estándares Básicos de Competencias, 2006). Lo que hace necesario que al enseñar los conceptos, no se cree un sesgo en los estudiantes sobre las limitaciones de las fracciones y su relación con otros conceptos matemáticos, por tanto es de gran importancia un aprendizaje significativo.

El aprendizaje significativo es muy importante en el proceso educativo porque es el mecanismo humano por excelencia para adquirir y almacenar la vasta cantidad de ideas e información representadas por cualquier campo del conocimiento. La adquisición y retención de grandes cuerpos de la materia de estudio son realmente fenómenos muy impresionantes si se considera que: a) los seres humanos, a diferencia de las computadoras, pueden aprender y recordar inmediatamente sólo unos cuantos ítems discretos de información que se les presenten de una sola vez, y b) el recuerdo de listas aprendidas mecánicamente, que se presenten muchas veces, está limitada notoriamente por el tiempo y por el mismo tamaño de la lista, a menos que se “sobreaprenda” y se reproduzca frecuentemente. (Ausubel, 1976, p. 93)

Teniendo en cuenta lo mencionado, se propone trabajar las fracciones a partir de una secuencia didáctica en la que se abarque los fraccionarios desde la perspectiva parte-todo, sabiendo que esta se utiliza de manera conjunta con algunos aspectos de las otras interpretaciones, lo cual le permite al estudiante por medio de actividades con material manipulativo poder construir un aprendizaje significativo, desarrollando en él una comprensión adecuada del manejo y uso de los números fraccionarios evitando el olvido acerca del tema, aspecto que provoca la memorización sin sentido.

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA Y DISEÑOS

En las siguientes hojas se muestra el tipo de estudio y el enfoque que se utilizaron a lo largo de la investigación, teniendo en cuenta cuáles eran los más apropiados según las actividades a realizar y los diferentes diseños que tuvieron lugar para acercarse al objetivo del trabajo, entre ellos están el de una prueba diagnóstica, un material manipulativo y el de la secuencia didáctica.

3. Metodología

3.1 Tipo de estudio

Para la realización de esta investigación se trabajó como un estudio de caso, el cual puede realizarse desde los enfoques cualitativo, cuantitativo o mixto. Martínez (2011) plantea que el estudio de casos no se delimita en un modelo específico, salvo por su objeto de estudio. En la dimensión que sea más preciso y singular, se establece un método propio, por lo cual se puede denominar estudio de caso, pero en este trabajo se tomará desde el enfoque cualitativo.

De acuerdo con lo anterior, se tuvieron en cuenta cuatro fases metodológicas las cuales ayudarán en el desarrollo del trabajo. En la primera fase se abordará el planteamiento del problema en donde se ilustrara el surgimiento de la pregunta, los antecedentes que muestran los trabajos previos realizados sobre el tema a tratar, la justificación hará referencia a la pertinencia del desarrollo de la investigación y los objetivos, quienes se encargan de guiar el trabajo de grado hasta los resultados que se desean obtener. La segunda fase será la elaboración y puesta en práctica de una prueba diagnóstico, el cual dará cuenta de las dificultades que presentan los

estudiantes al realizar operaciones de adición y sustracción con números fraccionarios, estos resultados serán los que se tendrán en cuenta en la tercera fase, en la que se abordará el diseño y construcción de la secuencia didáctica y del material didáctico manipulativo y se adecuarán para la enseñanza de las operaciones de adición y sustracción con números fraccionarios heterogéneos. En la última fase se volverá a aplicar la prueba diagnóstica cuyos resultados servirán para construir el análisis de la pertinencia del uso de la secuencia en el fortalecimiento de los conceptos relacionados respecto a la adición y sustracción de fracciones heterogéneas y se llevarán a cabo las conclusiones y recomendaciones.

3.2 Enfoque

Como se mencionó anteriormente se realizó el trabajo con un enfoque cualitativo. En este paradigma es importante considerar los antecedentes al momento de plantear el problema de investigación, este también se utiliza cuando se busca comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que nos rodean, en este caso sería importante tener en cuenta cómo los estudiantes perciben las operaciones de suma y resta con números fraccionarios heterogéneos trabajados desde la secuencia didáctica con materiales manipulativos. Es pertinente mencionar entonces que, con la realización de este trabajo conocemos desde donde iniciamos pero desconocemos donde terminaremos.

3.3 Marco contextual

La I.E. GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ en el que realizó la aplicación de la aplicación de la secuencia didáctica se encuentra ubicado en la comuna 13, la cual se encuentra al suroriente del municipio de la ciudad de Cali, también cuenta con diez instituciones educativas, entre ellas se pueden encontrar oficiales, privadas y comunitarias. Las tasas de escolaridad en esta comuna son bajas para los grados de 6 a 11.

Entre los barrios que conforman esta comuna se encuentra Comuneros I cuyo nombre nace del señor Campo Elías Abadía, quien lo nombró en honor al trabajo comunitarios que se realizó para comprar el terreno en donde hoy se encuentra ubicado y también lo hizo en honor a la revolución comunera

Actualmente la Institución cuenta con 8 grupos de grado 5°, con un promedio de 38 estudiantes cada uno. La implementación de la secuencia didáctica fue llevada a cabo en la sede Alfonso Bonilla Naar, de la I.E. GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ, donde actualmente estudian cerca de 560 estudiantes. Actualmente existen allí dos grupos que cursan grado 5° con una población total de 70 estudiantes. El grupo contó con un total de 28 estudiantes a quienes se les aplicó una prueba diagnóstica, y la implementación de la secuencia se llevó a cabo con 8 estudiantes los cuales fueron seleccionados con base en los resultados de la prueba diagnóstico, motivación durante la misma y recomendaciones del docente encargado, específicamente 2 educandos con aspectos positivos, 3 de aspectos negativos y 3 de aspectos regulares.

3.4 Diseño de la prueba diagnóstica.

La prueba diagnóstica (Ver anexo 1. Prueba diagnóstica) tiene una estructura de cuestionario, donde se pretende presentar al estudiante diferentes ejercicios enfocados en la resolución de adiciones y sustracciones de fracciones, esto con el fin de obtener resultados de cuáles son las posibles dificultades que se les presenta al trabajar este tipo de conceptos, por lo cual, las preguntas están diseñadas para que el educando se enfrente a un mismo concepto de diferentes maneras, cotejando de esta forma una variedad de posibles “errores” que pueden dar cuenta de las dificultades.

La prueba consta de 5 preguntas, en la primera el estudiante se encuentra con tres ejercicios donde cada uno contiene una operación entre un par de fracciones (adición o sustracción), se pretende que resuelva todos los ejercicios escribiendo el procedimiento que utilizó, esto para dar cuenta la manera en la que usualmente opera entre fracciones y si presenta alguna confusión o errores, ya que como se ha mencionado a lo largo del trabajo, es aquí donde se concentran las dificultades para los estudiantes; los ejercicios están diseñadas para que el educando se enfrente a tres situaciones diferentes, una adición de fracciones homogéneas, una sustracción y una adición de fracciones heterogéneas.

La segunda pregunta pone a prueba la capacidad del estudiante para encontrar fracciones equivalentes a una dada, esta se presenta con el fin de determinar que manejo tiene el estudiante sobre este concepto que es fundamental para el entendimiento del trasfondo que se presenta en la adición y sustracción de fracciones heterogéneas.

En la vida cotidiana, no tenemos que sumar fracciones, normalmente usamos los decimales, pero aun así, aprender a sumar o restar fracciones tiene unas consecuencias positivas en cuanto a la comprensión del concepto de fracción y en cuanto al aprendizaje de estrategias de cálculo y resolución de problemas.

Así pues, la suma y la resta de fracciones se puede ver como un complemento o una aplicación del trabajo que hemos hecho (o que estamos haciendo) con la equivalencia entre fracciones. (Martín, 2014, p.101)

La siguiente, es un problema presentado en un contexto que puede ser familiar para los estudiantes, una situación donde son tres fracciones relacionadas mediante la adición, cuyo propósito es similar al de la primera pregunta, con la diferencia de ser del tipo de opción múltiple con única respuesta, donde las erróneas son resultados de procedimientos incorrectos al buscar la solución del problema y que además el estudiante debe corroborar su resultado, teniendo en cuenta que debe estar operado y simplificado de forma correcta.

Al igual que en las anteriores preguntas, en la cuarta el estudiante debe resolver operaciones de adición y sustracción de números fraccionarios, esta vez para dar un valor de verdad a 4 proposiciones que surgen a partir de una situación particular, no obstante, puede suceder que el estudiante utilice una manera alternativa de hallar el valor de verdad, lo cual sería de gran importancia para entender la comprensión del estudiante frente a estos casos.

Por último, se le pide al estudiante que construya tres situaciones donde hagan uso de dos o más fracciones en cada una, esta pregunta se hace con la intención de que el estudiante ponga en juego el concepto de fracción.

Para acotar el estudio de los posibles resultados, nos enfocaremos en los siguientes aspectos que según los autores mencionados a lo largo del trabajo suelen ser los más influyentes en las dificultades que presentan los estudiantes:

- La comprensión del concepto de fracción.
- El procedimiento realizado al resolver las operaciones.
- El algoritmo o el razonamiento para hallar fracciones equivalentes.
- Uso de métodos alternativos para resolver los problemas.

3.5 Diseño del Fraccio-nando

Como ya se ha mencionado anteriormente, el uso del material manipulativo en el desarrollo de la secuencia didáctica juega un papel de gran importancia para la finalidad de este trabajo de investigación, por tanto, se vio la necesidad de crear un material manipulativo con el cual el estudiante pueda realizar sumas y restas entre números fraccionarios de una forma dinámica y con material concreto, permitiendo de esta forma un aprendizaje más significativo.

Por tal motivo nace el Fraccio-nando (figura 1) que es un material que consta de 172 fichas entre ellas podemos encontrar: un tablero, dos fichas de unidad, cuatro fichas de medios,

Antes de llegar a este modelo del Fraccio-nando se elaboró un prototipo en cartón paja (figura 2) con el cual se verificó la facilidad que brinda para la realización de suma y resta entre dos números fraccionarios. También se obtuvieron las dimensiones que debían tener el tablero (Figura 3) y cada ficha, para estas últimas se crearon en las siguientes cantidades y dimensiones: 2 fichas de 8cm x 20cm, 4 fichas de 8cm x 10cm, 6 fichas de 8cm x 6.666cm, 8 fichas de 8cm x 5cm, 10 fichas de 8cm x 4 cm, 12 fichas de 8cm x 3.333, 16 fichas de 8cm x 2.5cm, 20 fichas de 8cm x 2cm, 24 fichas de 8 cm por 1.666cm, 30 fichas de 8cm x 1.333 y 40 fichas de 8cm x 1c, esto para un total de 172 fichas con un grosor de 0.25cm.

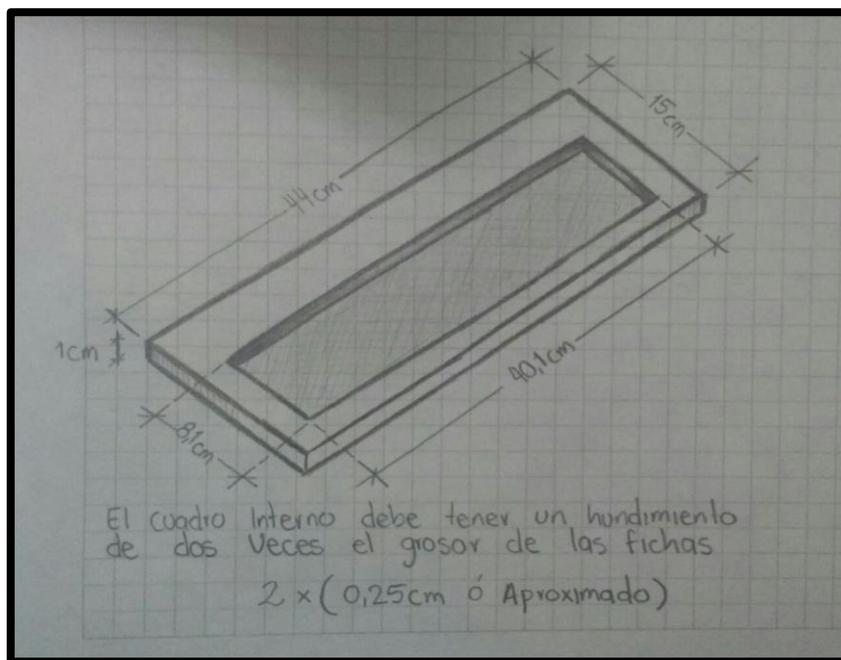
Figura 2

Prototipo N° 1 del Fraccio-nando



Modelo creado en cartón paja blanco

Figura 3

Bosquejo del tablero del Fraccio-nando

Para efectos de compatibilidad, el tablero debe contar con unas especificaciones exactas para que el uso de las fichas sobre este sea óptimo

Este material no solo da la facilidad de realizar la adición y sustracción de fracciones con diferente denominador, sino que también se pueden apreciar la representación, fracciones propias e impropias, equivalencia, comparación, suma y resta de fracciones con igual denominador.

3.6 Diseño de la secuencia didáctica

Para la realización de la secuencia didáctica (Ver anexos 2, 3, 4, 5 y 6. Sesiones de la secuencia didáctica) se tuvieron en cuenta varios aspectos considerados pertinentes para realizar las actividades de la mejor manera, provocando un aprendizaje significativo en los estudiantes;

en primer lugar los resultados de la prueba diagnóstica, debido a que en esta prueba ningún estudiante respondió de forma acertada y muchos de ellos afirmaron no haber tratado este tema antes en las clases. A partir de esta observación se decidió crear una secuencia que comienza desde aspectos básicos de las fracciones hasta la finalidad de sumar y restar fracciones con diferentes denominadores, se decidió realizarla de tal manera que introdujera: el concepto de fracción, fracciones propias e impropias, equivalencia de fracciones, comparación de fracciones, adición y sustracción de fracciones homogéneas y heterogéneas.

En segundo lugar, realizar actividades que se potencian con la utilización del material manipulativo “Fraccio-nando” el cual permite plantear tareas donde el estudiante puede observar el trasfondo del proceso que generalmente se hace en lápiz y papel, dando lugar a un posible aprendizaje significativo y a un razonamiento más lógico al momento de trabajar con fracciones.

Por último, los diferentes aspectos encontrados en la indagación acerca de las dificultades en las fracciones, donde los autores permiten ver en qué situaciones se presentan y en algunos casos mencionan posibles formas de superar dichas dificultades.

Esta secuencia se diseñó para ser aplicada en un lapso de seis sesiones cada una de dos horas aproximadamente, estas sesiones están organizadas de la siguiente forma:

- Sesión 1: Fracciones, términos y representaciones de un número y fracciones propias e impropias.

Desempeños:

- Reconoce los términos de las fracciones Denominador y Numerador

- Representa fracciones con ayuda del Fraccionando
- Reconoce y clasifica las diferentes fracciones en propias e impropias.

- Sesión 2: Fracciones equivalentes.

Desempeños:

- Identifica y halla fracciones fracciones son equivalentes
- Reconoce cuando una fracción se amplifica o se reduce.

- Sesión 3: Comparación de fracciones.

Desempeños:

- Compara fracciones con ayuda del fraccionario
- Organiza fracciones de menor a mayor o viceversa.

- Sesión 4: Adición y sustracción de fracciones homogéneas.

Desempeños:

- Reconoce cuando dos o más fracciones son homogéneas.
- Realiza operaciones de adición y sustracción de fracciones con o sin ayuda del fraccionando

- Sesión 5: Adición y sustracción de fracciones heterogéneas.

Desempeños:

- Identifica cuando dos o más fracciones son heterogéneas.
- Realiza operaciones de suma y resta con ayuda del fraccionando y de las fracciones equivalentes.

- Sesión 6: Reevaluación de la prueba diagnóstico.

Desempeños:

- Aplica los conocimientos adquiridos a lo largo de las sesiones anteriores.

En las sesiones 1 y 2 se llevaron a cabo una serie de actividades guiadas, donde el estudiante tenía que seguir los pasos de lo que se les pedía para llegar a las respuestas y determinar algunos significados de los conceptos que se trataban, cabe mencionar que estas preguntas llevan a la exploración del material de maneras diferentes, procurando crear una generalización que el mismo estudiante debía escribir con sus propias palabras, posteriormente se mostraban tablas para completar y ejercicios a resolver con lo que se debió aprender previamente, siempre dando espacio para que el estudiante escribiera sus reflexiones de lo que observaba.

En las sesiones 3, 4 y 5 a parte de involucrar los aspectos de las dos primeras sesiones, se introdujo una temática de programas de televisión infantiles a lo largo de las actividades, de forma que el estudiantes tuviera una interacción más llamativa con lo que se le preguntaba y se le pedía realizar, agregando también preguntas en un contexto que fuese familiar. En la sesión 6 se aplica nuevamente la prueba diagnóstica la cual permitirá observar en cierta medida el avance de los estudiantes en cuanto a sus conocimientos de fracciones.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A continuación se evidencia en algunos registros y análisis aspectos importantes que se presentaron en el proceso de la aplicación de la secuencia didáctica, mostrando aspectos relevantes para la investigación que dan lugar a las conclusiones y algunos comentarios acerca de la pertinencia de este como una ayuda para la construcción de conocimiento en los estudiantes.

4.1 Análisis de los resultados de la aplicación de la prueba

En los siguientes cuadros se presenta un análisis de los resultados de la prueba diagnóstica aplicada en un colegio de la comuna 15 a un grupo de 28 estudiantes de grado quinto de primaria, cada cuadro representa una de las preguntas realizadas en dicha prueba, diferenciando tipos de respuestas dadas por los estudiantes, algunas de las dificultades que se pueden observar y el porcentaje de estudiantes que respondieron de forma igual o similar.

En el siguiente cuadro se encontrará el análisis de los resultados de la pregunta 1, en la cual se pretendía que los estudiantes realizarán tres operaciones con números fraccionarios.

Figura 4

Pregunta N°1 de la prueba diagnóstica

1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5}$

B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3}$

Tabla 1

Análisis de las respuestas de la pregunta 1

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Para hallar el resultado de la a y la c los estudiantes operaron los numeradores como números enteros y como denominador utilizaron el mismo que tenía la segunda fracción. En el caso de la b operaron ambos numeradores y ambos dominadores como números enteros.	17,85%
02	En este caso operaron (suma o resta) ambos numeradores y ambos dominadores como números enteros.	39,28%
03	En este caso sumaron ambos numeradores y ambos dominadores como números enteros en todos los ejercicios.	17,85%
04	Para hallar el resultado de la a y la c los estudiantes operaron los numeradores como números enteros y como denominador utilizaron el mismo que tenía la segunda fracción. En el caso de la b escribieron como resultado $2/6$. (se desconoce el procedimiento)	7,14%
05	En el caso a y b operaron ambos numeradores y ambos dominadores como números enteros. Para la c obtuvo como resultado $18/5$. (se desconoce el procedimiento)	3,57%
06	Se obtuvieron como resultados a $10/26$, b $8/12$ y c $8/15$ (se desconoce el procedimiento).	3,57%
07	Para hallar el resultado los estudiantes operaron los numeradores como números enteros y como denominador utilizaron el mismo que tenía la primera fracción.	3,57%
08	En este caso sumaron ambos numeradores y ambos dominadores como números enteros en todos los ejercicios, pero no colocaron signos de operación..	3,57%
09	Para obtener los resultados se sumaron tanto numeradores como denominadores de ambas fracciones para que diera un número entero.	3,57%

DIFICULTAD

A partir de los resultados de la primera pregunta de la prueba se puede observar una de las dificultades mencionadas por Obando (2003), la cual consiste en ver la fracción como números enteros separados por un vínculo, lo que conlleva al estudiante a operar de forma incorrecta las fracciones.

En los casos observados se puede notar que la mayoría operan ambos numeradores y ambos denominadores para obtener como resultado una fracción, en otros el denominador del resultado era un denominador de alguna de las fracciones a operar y el caso más inusual fue cuando un estudiante sumo todos los números como si fueran números naturales obteniendo como resultado un número natural, dejando en evidencia que la enseñanza que tuvieron de los números fraccionarios no fue significativa

En esta tabla se muestra el tipo de respuesta obtenido para la pregunta 1 y de forma general se evidencian las dificultades mencionadas por los autores.

En la pregunta 2 se pretendía que los estudiantes escribieran dos fracciones equivalentes a la que se planteaba, se obtuvieron los siguientes resultados.

Figura 5

Pregunta N°2 de la prueba diagnóstica

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.

a) $\frac{5}{4}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{2}$

Tabla 2

Análisis de las respuestas de la pregunta 2

Tipo de respuestas	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Los estudiantes representaron el número fraccionario de forma gráfica y escribieron una fracción de manera incorrecta	53.57%
02	Los estudiantes agregaron una operación a la fracción que se les presentaba, intentando obtener otra fracción.	17.86%
03	Los estudiantes sólo representaron el número fraccionario de forma gráfica	25%
04	No resolvieron la pregunta	3.57%

DIFICULTAD

A partir de las respuesta escritas por los estudiantes se puede notar un desconocimiento acerca de “fracciones equivalentes” pues no lograron desarrollar la pregunta correctamente.

Se presentaron 4 casos diferentes, en el primero los estudiantes representaron la fracción gráficamente de manera equivocada, pues usaban el numerador para determinar el número de fracciones en que se dividía la figura y el denominador como el número de partes iguales que tomaban de ella; dejando en evidencia la dificultad planteada por Fandiño (2009) donde menciona que los estudiantes tienden a confundir el numerador con el denominador y viceversa al momento de realizar un representación gráfica.

En el segundo caso se presenta la misma dificultad que en el anterior con la diferencia que los estudiantes escribían una fracción utilizando el numerador o el denominador de la fracción y números al azar.

El tercer caso incluye a los estudiantes que tomaron la primera pregunta como referencia para desarrollar la segunda, esto es, que agregaron un símbolo de suma o resta y una fracción al azar a las fracciones dadas, dando como resultado sumas o resta entre dos fracciones sin el resultado.

Y el último caso, fueron los estudiantes que no escribieron nada.

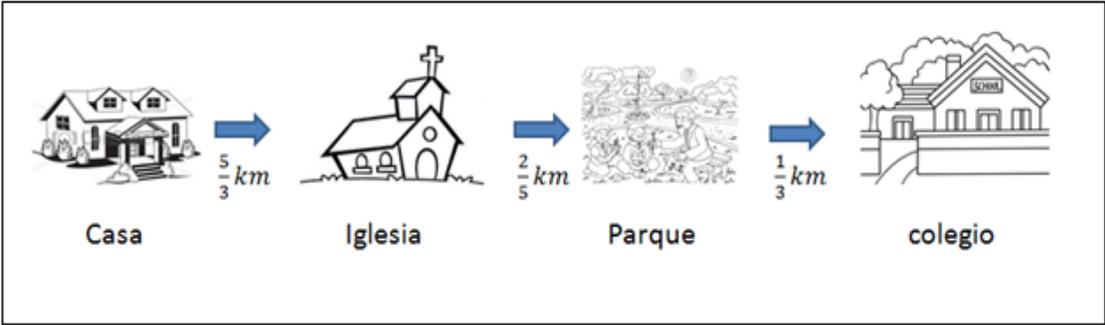
En esta tabla se observa el tipo de respuesta obtenido para la pregunta 2 y de forma general se evidencian las dificultades mencionadas por los autores

En esta pregunta se esperaba que los estudiantes pudieran resolver un problema matemático al margen de un contexto cotidiano, se muestra el cuadro con sus resultados y análisis.

Figura 6

Pregunta N°3 de la prueba diagnóstica

3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. la distancia que debe recorrer se muestra en la figura.



En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento y/o el porqué de su respuesta.

A. $\frac{8}{11}$ km. C. $\frac{10}{45}$ km. E. Ninguna de las anteriores.

B. $\frac{12}{5}$ km. D. $\frac{31}{15}$ km.

Tabla 3

Análisis de las respuestas de la pregunta 3

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	En este caso los estudiantes obtuvieron como resultado que Ana recorre 18 km de la casa al colegio.	3.57%
02	Los estudiantes solo marcan la respuesta A que consideran correcta y no escriben el procedimiento que realizaron. Sin embargo, se puede deducir que para obtener dicha respuesta realizaron una suma de fracciones en la cual sumaron todos los numeradores y todos los denominadores.	28.57%
03	Los estudiantes marcaron y escribieron la operación que realizaron para obtener como resultado la opción A, dejando ver que sumaron todos los numeradores y todos los denominadores.	7.14%
04	En este caso los estudiantes marcaron la opción A y justificaron su respuesta de forma escrita.	60.71%

DIFICULTAD

A raíz de la misma dificultad presentada en la pregunta 1, los estudiantes no fueron capaces de resolver esta pregunta de forma correcta, realizaban el mismo procedimiento erróneo para sumar las fracciones. Por otra parte, se presentó un caso donde la respuesta del estudiante fue 18 km y a pesar de haber analizado el porqué de su respuesta a partir de lo que escribió no fue posible encontrar una justificación apropiada.

En esta tabla se exhibe el tipo de respuesta obtenido para la pregunta 3 y de forma general se evidencian las dificultades mencionadas por los autores

La cuarta pregunta pretendía que los estudiantes dieran un valor de verdad a unos enunciados los cuales planteaban la necesidad de operaciones entre fracciones.

Figura 7

Pregunta N°4 de la prueba diagnóstica

4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.



¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

A. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.

B. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.

C. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.

D. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de 10 cm.

Tabla 4

Análisis de las respuestas de la pregunta 4

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Los estudiantes escogieron como verdaderas las opciones B y C	53.57%

02	Los estudiantes escogieron como verdaderas las opciones B, C y D	10.71%
03	Los estudiantes escogieron como verdadera la opción A	17.86%
04	Los estudiantes escogieron como verdadera la opción D	7.14%
05	Los estudiantes escogieron como verdadera la opción C y no marcaron nada en la opción D	3.57%
06	Los estudiantes escogieron como verdaderas las opciones B y C y no marcaron nada en la opción D	3.57%
07	Los estudiantes marcaron como verdaderas las opciones A, C y D	3.57%

DIFICULTAD

Al igual que en las preguntas 1 y 3 la dificultad radica en la forma de sumar fracciones, aunque los estudiantes también presentaron dificultad para entender los enunciados y poder determinar un tipo de respuesta, cabe mencionar que se presentó la necesidad de explicar el interrogante a los estudiantes y su procedimiento de resolución, pues no estaban familiarizados con el tipo de pregunta, la anterior afirmación surge de algunos comentarios de los estudiantes al decir que nunca habían tenido pruebas semejantes. Por tanto en esta pregunta se presentó la dificultad mencionada por Socas (1997) asociada a la complejidad de los objetos matemáticos

En esta tabla se muestran el tipo de respuesta obtenido para la pregunta 4 y de forma general se evidencian las dificultades mencionadas por los autores

La última pregunta pretendía que los estudiantes escribieran una situación utilizando alguna fracción.

Figura 8

Pregunta N°5 de la prueba diagnóstica

5. Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

Tabla 5

Análisis de las respuestas de la pregunta 5

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Situación correcta	32.14%
02	Situación incorrecta	7.14%
03	Escrito sin sentido	17.86%
04	Situación problema matemático	32.14%
05	No resolvieron la pregunta	10.71%

DIFICULTAD

Al igual que en la pregunta anterior los estudiantes no entendieron qué se tenía que hacer en esta pregunta, no obstante se les hizo una pequeña explicación donde un buen porcentaje culminó de manera favorable la pregunta, esto en comparación con los aciertos de las otras preguntas, por otra parte se presentaron 4 tipos de respuestas diferentes a la mencionada.

La primera fue el planteamiento de una situación incorrecta, esta recoge las respuestas que fueron situaciones pero que no presentaban el uso de números fraccionarios; la segunda fueron escritos en los que se observaban números fraccionarios pero no tenían una coherencia lógica ni gramatical; la tercera y la respuesta más inesperada, fue que plantearon problemas

matemáticos usando números fraccionarios, esta pregunta dejó en evidencia que algunos estudiantes tomaron en cuenta lo que usualmente se ve en el salón de clases y por ende lo utilizaron en la resolución de esta preguntas por último están las respuestas de los estudiantes que no escribieron nada, los cuales muestran grandes dificultades no solo en el tratamiento de los objetos matemáticos, sino también de escritura y redacción.

En esta tabla se observan el tipo de respuesta obtenido para la pregunta 5 y de forma general se evidencian las dificultades mencionadas por los autores

De manera general se puede decir que las tres dificultades que se observaron en las respuestas de los estudiantes fueron suficientes para entender por qué no respondieron las preguntas correctamente, evidenciando una deficiencia en el manejo de los números fraccionarios, además de las dificultades en la comprensión de los enunciados; cabe mencionar que si la prueba tuviese calificación el 100% de los estudiantes habrían reprobado, aspecto que deja en claro la necesidad de encontrar alternativas que permitan una correcta enseñanza de los números fraccionarios, pues los métodos que se están utilizando dentro del aula de clase están siendo ineficientes, lo que refleja a una de las dificultades mencionadas por Socas (1997) asociada a los procesos de enseñanza.

En el anexo 7 se muestran algunos resultados de la prueba diagnóstica realizadas por estudiantes donde se evidencia lo mencionado anteriormente.

4.2 Protocolo de observación de la secuencia didáctica

A continuación se muestran unos cuadros donde se exponen algunos aspectos relevantes que se observaron de los 8 estudiantes que fueron organizados en 3 grupos por limitaciones en el material manipulativo durante la aplicación de las secuencias.

Tabla 6

Protocolo de observación sesión 1

Grupo 1 2 Estudiantes	Grupo 2 3 Estudiantes	Grupo 3 3 Estudiantes
<p>Uno de los estudiantes guía al otro para resolver la pregunta ya que afirma que él sabe la respuesta.</p> <p>Identifica rápidamente los medios, tercios y sabe que representan</p> <p>Se les dificulta interpretar que para completar la unidad con décimos necesitan 10 fichas de un décimo.</p>	<p>Cuentan las fichas para tomar eso como características del material.</p> <p>Identifican la unidad con facilidad. pero al momento de resolver las preguntas no tienen en cuenta que se está trabajando con la unidad y toman dos unidades.</p> <p>Confunden la fracción $\frac{1}{5}$ con la fracción, también tienden a confundir el numerador con el denominador</p>	<p>Exploran con el material para poder dar con la respuesta.</p> <p>Al momento de dar respuesta a una de las preguntas en donde se preguntaba cuántas fichas de $\frac{1}{10}$ son necesarias para completar la unidad, intenta dar respuesta con fichas de $\frac{1}{12}$ y $\frac{1}{15}$.</p> <p>Pudieron identificar con mayor facilidad lo que representa el denominador.</p>

En esta se pueden apreciar algunas de las acciones realizadas por los estudiantes al enfrentarse a la sesión 1 de la secuencia didáctica.

Tabla 7

Protocolo de observación de la sesión 2

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
<p>Identifican fácilmente que si la representación de dos fracciones en el Fraccionando son iguales entonces las fracciones son equivalentes.</p> <p>Exploran con todos las fichas para hallar tres fracciones equivalentes a $\frac{1}{3}$, para ello tienen a escoger las fichas</p>	<p>Tienden a confundir fracciones como $\frac{5}{6}$ con $\frac{6}{5}$.</p> <p>A comparación con los otros grupos se les dificulta más obtener las respuesta</p> <p>Al hallar una fracción equivalente a otra sin usar el material se les dificulta debido a que no se saben las</p>	<p>Exploran con el material para hallar fracciones equivalentes a $\frac{1}{3}$.</p> <p>Tienden a confundir fracciones como $\frac{5}{6}$ con $\frac{6}{5}$.</p> <p>Se les dificulta hallar fracciones equivalentes sin el material, no saben las tablas</p>

más pequeñas.

tablas de multiplicar.

de multiplicar.

Utilizan multiplicación y división para hallar fracciones equivalentes, de tal manera que muy pocas veces hacen uso del material.

En esta se pueden evidenciar algunas de las acciones realizadas por los estudiantes al enfrentarse a la sesión 2 de la secuencia didáctica.

Tabla 8

Protocolo de observación de la sesión 3

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
<p>Al realizar comparación de fracciones se guían teniendo en cuenta si los denominadores son iguales o si los numeradores son iguales, de tal forma que si los denominadores eran iguales comparaban los numeradores y cuando los numeradores eran iguales comparaban los denominadores.</p>	<p>Al realizar la comparación de fracciones para acomodarlos de mayor a menor solo cambiaban el numerador por el denominador por ejemplo: $\frac{8}{10}, \frac{4}{5} \boxtimes \frac{3}{5}$ lo realizaron como : $\frac{10}{8}, \frac{5}{4} \boxtimes \frac{6}{3}$, luego al realizarlo en el fraccio-nando lo realizaron de la forma correcta.</p>	<p>Para realizar comparación de fracciones utilizan casi siempre el material. Tienen buen manejo del material. Para representar la fracción $\frac{7}{9}$ lo realizacon como $\frac{7}{10}$ debido a que no encontraron una fracción equivalente que se pudiera representar en el material.</p>
<p>Para representar la fracción $\frac{7}{9}$ compararon una ficha de $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$ para saber hallar de forma aproximada de qué tamaño podría ser las fichas de $\frac{1}{9}$, lo terminaron representando como la suma de $\frac{6}{8}$ y $\frac{1}{20}$.</p>	<p>Para representar la fracción $\frac{7}{9}$ lo realizacon como $\frac{7}{10}$.</p>	

En esta se pueden observar algunas de las acciones realizadas por los estudiantes al enfrentarse a la sesión 3 de la secuencia didáctica.

Tabla 9

Protocolo de observación de la sesión 4

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
<p>Faltó uno de los estudiantes, por lo cual un estudiante del grupo dos trabajó en este grupo.</p> <p>Al realizar la suma de fracciones con el mismo denominador que se les pedía en la primera pregunta debían resolver operaciones de suma y resta sin utilizar el material por lo cual lo resuelven de forma errónea ya que operaban numerador con numerador y denominador con denominador</p> <p>El algunos caso les tocaba hallar fracciones equivalentes para resolver la operación que se les pedida y lo resolvieron de forma correcta</p>	<p>Al realizar la suma de fracciones con el mismo denominador que se les pedía en la primera pregunta debían resolver operaciones de suma y resta si utilizar el material por lo cual lo resuelven de forma errónea ya que operaban numerador con numerador y denominador con denominador</p> <p>Se les dificulta hallar fracciones equivalentes.</p>	<p>Al realizar la suma de fracciones con el mismo denominador que se les pedía en la primera pregunta debían resolver operaciones de suma y resta si utilizar el material por lo cual lo resuelven de forma errónea ya que operaban numerador con numerador y denominador con denominador</p> <p>Halla adecuadamente fracciones equivalentes para la realización de algunas operaciones.</p>

En esta se pueden apreciar algunas de las acciones realizadas por los estudiantes al enfrentarse a la sesión 4 de la secuencia didáctica.

Tabla 10

Protocolo de observación de la sesión 5

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
<p>Al enfrentarse a la primera pregunta de operaciones con fracciones de diferente denominador, realizaban las operaciones del tal forma que</p>	<p>Al enfrentarse a la primera pregunta de operaciones con fracciones de diferente denominador, realizaban las operaciones del tal forma que</p>	<p>Al realizar las primeras sumas entre fracciones con diferente denominador utilizando el Fraccio-nando, se dieron cuenta que el denominador de</p>

<p>sumaban numerador con numerador y denominador con denominador, al momento de revisar sus respuesta con el material manipulativo observaron que sus respuestas no eran correctas. Pero no fue solo hasta más adelante donde empezaron a multiplicar los denominadores para hallar las fichas que les servían para el resultado.</p>	<p>sumaban numerador con numerador y denominador con denominador, al momento de revisar sus respuesta con el material manipulativo observaron que sus respuestas no eran correctas.</p> <p>Casi al finalizar la sesión fue donde empezaron a multiplicar los denominadores para hallar las fichas que les servían para el resultado.</p>	<p>la fracción resultante era igual a la multiplicación de los denominadores de las dos fracciones que estaban sumando, lo que facilitó en gran medida la ejecución correcta de la sesión, sin embargo al realizar las últimas preguntas sin ayuda del fraccionando operaron numerador con numerador y denominador con denominador, provocando una respuesta errónea, no obstante con un corto comentario que les recordó el procedimiento que venían trabajando en dicha sesión lograron rectificar las sumas y realizarlas de la forma correcta.</p>
---	--	--

En esta se pueden apreciar algunas de las acciones realizadas por los estudiantes al enfrentarse a la sesión 5 de la secuencia didáctica.

4.3 Análisis de los resultados de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica

En los siguientes cuadros se presenta el análisis de los resultados de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica aplicada a un grupo de 8 estudiantes de grado quinto de primaria, con los cuales se les implementó la secuencia didáctica con el material Fraccio-nando, cada cuadro representa una de las preguntas realizadas en dicha prueba (Ver anexo 1. Prueba diagnóstica), diferenciando tipos de respuestas dadas por los estudiantes y el porcentaje de estudiantes que respondieron de forma igual o similar.

Tabla 11

Análisis de las respuestas de la pregunta 1 de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Realización correcta de la pregunta, llevando a cabo los procedimientos adecuados.	100%

En la tabla se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes en la primera pregunta de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica realizada luego de la aplicación de la prueba

En esta pregunta se puede observar una mejora por parte de los estudiantes al realizar sumas y restas de fracciones con diferente denominador, pues resolvieron todas las preguntas de manera correcta y con el procedimiento adecuado, superando de esta forma la dificultad planteada por Obando (2003) donde operaban numerador con numerador y denominador con denominador, durante el desarrollo de esta pregunta se pudo apreciar como la mayoría de estudiantes notaban que los denominadores eran diferentes y proseguían a encontrar fracciones equivalentes que tuvieran el mismo denominador, y de esta forma, poder operar los numeradores para hallar el resultado. Por otra parte, pocos estudiantes realizaron rápidamente una suma entre los numeradores de las dos fracciones, no obstante cuando notaban la diferencia entre los denominadores pasaban a realizar el método correcto.

En cuanto a esta pregunta, la influencia del uso del “Fraccio-nando” radicó en que durante las sesiones 4 y 5 se le permitió a los estudiantes ver con material concreto lo que

sucedía cuando se operaban números fraccionarios con igual y diferente denominador, deduciendo que para obtener el resultado en el primer caso bastaba con operar los numeradores (Ver anexo 9. Segunda aplicación de la prueba diagnóstica), aunque no quedó evidenciado, los educandos llegaron a la conclusión que se podían operar los numeradores ya que las fichas eran del mismo tamaño; aspecto que no sucedía en el segundo caso, y que por ende requería un procedimiento diferente, el cual gracias a la secuencia y al material manipulativo se les mostró de manera concreta, permitiendo ver cada uno de los procedimientos que se llevan a cabo cuando se operan fracciones con diferente denominador.

Tabla 12

Análisis de las respuestas de la pregunta 2 de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Los estudiantes hallaron las fracciones equivalentes de forma correcta sin realizar ninguna operación.	37.5%
02	Los estudiantes hallaron las fracciones equivalentes correctamente y realizaron los algoritmos para dar cuenta de su respuesta.	25%
03	Los estudiantes solo encontró una fracción equivalente.	12.5%
04	Los estudiantes solo encontraron una fracción equivalente y escribieron tres fracciones adicionales a las cuales le halló una fracción equivalente a cada una.	12.5%
05	Los estudiantes encontraron tres fracciones equivalentes a cada fracción y en una de las fracciones iniciales dos de las que escribió como equivalentes no lo eran.	12.5%

En esta tabla se observan los tipos de resultados de la pregunta 2 obtenidos por los estudiantes luego de la aplicación de la secuencia didáctica.

Los resultados en este pregunta a pesar de los diferentes casos como lo muestra el cuadro son todos positivos, solo un estudiante presentó errores cuando colocó 2 números fraccionarios que no eran equivalentes a la inicial, no obstante encontró 7 equivalencias correctas; los otros casos se pueden dividir en dos procedimientos, el primero realizado con el algoritmo para encontrar fracciones equivalentes y plasmándolo en las hojas y el segundo del mismo modo pero de manera mental donde lo único que escribían era la fracción equivalente, este último aspecto se pudo evidenciar puesto que los estudiantes decían en voz alta lo que estaban pensando, esto era, realizando multiplicaciones para encontrar los números necesarios y hallar las fracciones equivalentes.

A pesar del uso de un algoritmo para hallar números fraccionarios equivalentes, el trabajo con el “Fraccio-nando” y la participación en la sesión 2, dio lugar a estudiar las fracciones equivalentes a partir de material concreto, haciendo comparaciones y buscando generalidades en los resultados (Ver anexo 9. Segunda aplicación de la prueba diagnóstica), esto permitió que los estudiantes comprendieran cuándo las fracciones son equivalentes y porqué se tenía que multiplicar o dividir un mismo número tanto en el denominador como en el numerador, no desde el punto de vista de operar el número fraccionario con el 1, sino desde el número y el tipo de fichas que se colocaban para hacer la comparación, esto es, *“si voy a usar fichas que son la mitad de la otra entonces necesito el doble de fichas”* (Afirmación de un estudiante).

Tabla 13

Análisis de las respuestas de la pregunta 3 de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Los estudiantes marcaron la respuesta correcta, realizaron la operación y simplificaron la respuesta.	25%
02	Los estudiantes realizaron correctamente la operación pero no simplificaron.	37.5%
03	Los estudiantes sumaron numerador con numerador y denominador, de la misma forma que en la primera prueba.	25%
04	El estudiante marcó la respuesta correcta pero no realizó ningún procedimiento.	12.5%

Esta tabla da cuenta de los resultados obtenidos por los estudiantes en la pregunta 3 luego de la aplicación de la secuencia.

Teniendo en cuenta que esta pregunta podría ser la más compleja gracias a su variedad de procedimientos, se logró una mejora considerable por parte de los estudiantes, lamentablemente 2 de 8 estudiantes no tuvieron una respuesta favorable al cometer el mismo error que en la primera aplicación, aspecto que causa el interrogante del ¿por qué? sabiendo que se tenía que hacer un procedimiento similar al de la primera pregunta la cual resolvieron correctamente, otro resultado desfavorable que se pudo presenciar fue el de un estudiante que marcó la respuesta sin resolver operación alguna; por la experiencia adquirida durante las sesiones trabajadas se puede deducir que no lo hizo mentalmente, por ende, lo dejamos como un caso negativo donde

intervino el azar y suerte del educando o copia de la respuesta de alguno de sus compañeros, cabe mencionar que en esta prueba los estudiante contaban con una distancia mínima de 2.5 metros aproximadamente entre ellos.

Acerca de la pregunta, los estudiantes deberían haber realizado primero una suma entre dos fracciones con mismo denominador, luego otra con diferente denominador y por último hallar una fracción equivalente que se encontrara dentro de las opciones dadas, solo dos de los educandos lograron responder correctamente esta pregunta realizando todos los procedimientos que se requerían o de una forma similar, los otros tres estudiantes pasaron por alto la necesidad de encontrar una fracción equivalente, lo que los llevaba a marcar una respuesta que no era la esperada pero en efecto cumplía con lo que se pedía en la pregunta (Ver anexo 9. Segunda aplicación de la prueba diagnóstica).

Las virtudes del uso del “Fraccio-nando” y de la sesión mencionada en el análisis de la pregunta uno jugaron un papel determinante en el saber de los estudiantes para encontrar una respuesta favorable a este ejercicio y a pesar que no fue en la mayoría, un par de estudiantes utilizaron lo aprendido de la sesión 2 y que se explica en el análisis de la pregunta 2 para encontrar la respuesta correcta.

Tabla 14

Análisis de las respuestas de la pregunta 4 de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Los estudiantes marcaron todas las respuestas correctamente realizando las operaciones adecuadas.	50%
02	El estudiante marcó las respuestas correctamente realizando las operaciones y dejó la D sin respuesta.	12.5%
03	El estudiante marcó las respuestas sin realizar procedimiento, la D no tiene respuesta y la C está incorrecta.	12.5%
04	El estudiante marcó de forma errónea las respuestas	12.5%
05	El estudiante marcó todas las respuestas correctamente sin realizar operaciones	12.5%

Esta tabla exhibe los resultados obtenidos por los estudiantes en la pregunta 4 luego de la aplicación de la secuencia.

La dificultad mencionada por Socas (1997) acerca del lenguaje formal y el matemático, es en cierto modo superada en esta pregunta, pues a pesar de haber presentado anteriormente la misma prueba, algunos estudiantes no se acordaban, leían con detenimiento y hacían pregunta de lo que iban entendiendo para corroborar si estaban en lo correcto, además se cuenta con unos buenos resultados de esta pregunta, donde los educandos en su mayoría lograron todos o casi todos de los puntos resolviendolos de manera correcta.

Se puede deducir que el constante uso que presentó la secuencia didáctica de lenguaje formal, lenguaje matemático y la unión de estas, pudo facilitar al estudiante la interpretación de los enunciados y las preguntas para su correcto desarrollo.

Tabla 15

Análisis de las respuestas de la pregunta 5 de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.

Tipo de respuesta	Descripción de la respuesta	Porcentaje de estudiantes que contestaron la pregunta según tipo de respuesta
01	Situación correcta	50%
02	Situación incorrecta	12.5%
03	Situación problema matemático	37.5%

En esta tabla podemos observar las respuestas obtenidas por los estudiantes en la pregunta 5 de la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.

En esta última pregunta se esperaban resultados totalmente favorables, no obstante la mitad de estudiantes escribió una respuesta fuera de lo que se pedía, uno de ellos ni siquiera usó fracciones como se indicaba en el enunciado, los otros cometieron el mismo error de la aplicación inicial, donde escribían un problema matemático, no obstante se evidenciaba el uso de fracciones; una posibilidad del motivo de estos resultados podría ser la fatiga o cansancio mental que tenían los estudiantes al ser la última pregunta y al haber pasado más de una hora, algunos de ellos ya se empezaban a parar de sus asientos o intentar hablar con el compañero; el interés por resolver la prueba había menguado considerablemente.

Por otra parte, los estudiantes que lograron realizar la pregunta correctamente fueron los primeros en entregar, lo que permite ver que su manejo acerca de las fracciones había sido superior al de los otros, cabe mencionar que la secuencia didáctica les presentaba en varias ocasiones ejemplos de forma implícita de lo que se pedía en esta pregunta, siendo también participe de la comprensión de los estudiantes.

De manera general al realizar una comparación con los resultados en esta aplicación y la prueba diagnóstica inicial se puede observar el avance que tuvieron los estudiantes en el tema de fracciones mediante el trabajo con la secuencia didáctica y el material Fraccio-nando.

4.4 Conclusiones generales y algunas reflexiones didácticas.

4.4.1 Conclusiones generales.

A Partir del desarrollo de este trabajo se puede concluir que:

- En relación con el primer objetivo específico, *Documentar algunas dificultades que se le presentan a los estudiantes de grado quinto de educación básica al realizar operaciones de adición y sustracción con fracciones heterogéneas.* al aplicar la prueba diagnóstica por primera vez se pudieron evidenciar algunas de las dificultades expuestas por los autores tales como: la falta de comprensión del concepto, operar numerador con numerador y denominador con denominador y confundir el numerador con el denominador. Como ya se ha mencionado anteriormente los estudiantes realizaban las operaciones con números

fraccionarios como si fueran números enteros separados por un vínculo y en algunos casos se realizaba la suma de todos los números hasta hallar uno solo.

- En relación con el segundo objetivo específico, *Articular en una secuencia didáctica para la enseñanza de las operaciones de adición y sustracción con fracciones heterogéneas que tenga en cuenta el uso de material manipulativo*, al evidenciar la falta de comprensión de estos números se diseñó una secuencia didáctica con el material Fraccio-nando, en la cual se pudieran abordar diferentes características de los números fraccionarios ya que desde este material era posible no solo operar sumas y restas de fracciones, sino también: fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, comparación de fracciones, suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas. Esto con el fin de generar y/o reforzar los conocimientos de los estudiantes.
- Respecto al objetivo específico 3: *Analizar los desempeños de los estudiantes que desarrollaron la secuencia a la luz de las dificultades reportadas en los autores*. Al examinar los resultados obtenidos en la primera prueba diagnóstica y la segunda aplicación de la misma al momento de terminar la secuencia didáctica, se puede observar que las dificultades que presentaban los estudiantes y reportadas por los autores fueron superadas al momento de realizar la aplicación de la secuencia alcanzando los desempeños propuesto, ya que se obtuvo una mejora significativa en la segunda aplicación de la prueba diagnóstica.

Podría afirmarse que la secuencia didáctica diseñada para el desarrollo de este trabajo fue de gran ayuda para los estudiantes ya que esta contribuye a que los estudiantes construyan su propio conocimiento acerca de las fracciones trabajando con sus conocimientos previos, lo cual ayuda a que este conocimiento sea significativo (Ausubel, 1983).

De acuerdo con lo anterior, se puede confirmar que la aplicación de una secuencia didáctica con material manipulativo promueve en el estudiante la capacidad de resolver problemas relacionados con la adición y sustracción de fracciones heterogéneas, aunque no solo de estos sino también de equivalencia y otros conceptos relacionados a las fracciones.

4.4.2 Algunas reflexiones didácticas.

En el proceso de realización de este trabajo se considera que se debe tener en cuenta:

- Las diferentes formas con las que cuenta la educación para generar conocimiento en los estudiantes, ya que el uso de material manipulativo no es lo único que se puede implementar en el aula para este fin, también se cuenta con actividades con software didácticos como lo son Cabri, Geogebra, entre otros. estos pueden ayudar al estudiante a comprender y construir un aprendizaje significativo.
- Es necesario acompañar al estudiante en el desarrollo de esta secuencia didáctica, guiándolos a explorar diferentes resultados, esto no significa que se les de las respuestas, por el contrario se deben realizar preguntas que sirvan para orientarlo.

- Las actividades realizadas deben ser coherentes, empezar con preguntas de menor complejidad hasta llegar a las de mayor complejidad y tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes para hacer que los conocimientos que los estudiantes generen sean significativos.
- El presente trabajo puede ser tomado por la Institución Educativa en la que se aplicó como una base para iniciar procesos de formación de maestros ya que la prueba diagnóstica inicial arrojó una muy baja comprensión del concepto de fracción y el manejo de las operaciones entre fracciones.
- Esta secuencia puede ser adoptada por el grupo de maestros ya que se implementó y los resultados obtenidos fueron positivos.
- Esta secuencia puede mejorarse debido a que algunas de las preguntas que se abordan requirieron intervención para su entendimiento, este trabajo lo podrían asumir estudiantes de otros cursos del programa de licenciatura y en una segunda etapa realizar procesos de formación con los maestros de cualquier I.E. y así se cumpliría uno de los propósitos de la relación Universidad-escuela de crear puentes entre investigadores y maestros.

Finalmente, este trabajo contribuye a la educación básica, en especial a la enseñanza de los números fraccionarios dando la oportunidad de que por medio de la manipulación del material guiados por las actividades propuestas en la secuencia didáctica obtengan un aprendizaje significativo, también se espera que se desarrollen otro tipo de actividades que enriquezcan la educación y que las clases no sean siempre de la forma tradicional.

Referencias Bibliográficas

- Arteta, J, & Rodríguez, M. (2013). *Los fraccionarios en primaria: retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido*.
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF, 1*, 1-10.
- Ausubel, D. P., Novak, J. Y. H. H., & Hanesian, H. (1976). Significado y aprendizaje significativo. _____. *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: Editorial Trillas*, 55-107.
- Ávila, A. (2006). Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad. *Educación Matemática, 18*(1).
- Carretero, M. (1997). ¿Qué es el constructivismo? *Constructivismo y educación, Desarrollo cognitivo y aprendizaje. México: Ed. Progreso*, 39-71. Recuperado de http://www.micentroeducativo.pe/docente/fileproject/file_docentes/549bi_2c5224.pdf
- Castro, E. (2008). Didáctica de las matemáticas en la educación primaria. España, Editorial Síntesis.
- Castaño, N. (2014). *Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en educación secundaria*. Manizales: universidad autónoma.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M., Marazzani, I., & Sbaragli, S. (2010). La didáctica y la dificultad en matemática.
- Díaz, A. (2013). Secuencia de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? Unam. México
- Fandiño, M. (2009). Dificultades en el aprendizaje de las fracciones y didáctica de la matemática. *Las fracciones aspectos conceptuales y didácticos. Colombia. Magisterio*.

- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- García, G. (2006). Estándares básicos de educación matemática. Bogotá.
- Godino, J. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Proyecto de Edumat-Maestros.
- ICFES. (2016). SABER 3°, 5° y 9° Resultados nacionales 2009 - 2014. Bogotá, D. C.
- I.E. Gabriel García Márquez, (2005). PEI de la Institución Educativa Gabriel García Márquez. Cali, Colombia.
- Llinares, C. & Sánchez, M. (2000). Las fracciones: Diferentes interpretaciones. *Fracciones de Salvador*. (Pp. 52-73) Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Martínez, J. (2011), Métodos de investigación cualitativa. Bogotá.
- Martín, M. (2014). Construimos matemáticas módulo 3: matemáticas de 9 a 12 años. Aprendiendo matemáticas
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2013). Secuencias Didácticas en Matemáticas. Educación Básica Primaria. Bogotá. Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá. Colombia
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Santafé de Bogotá. Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Santafé de Bogotá. Colombia.
- Moreira, E. (2010). Enseñar y aprender matemáticas con origami. *Uno: revista de didáctica de las matemáticas*, 17(53), 25-37.
- Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. (2006). Pensamiento numérico y sistemas numéricos.

Modulo I. Medellín: Artes y Letras Ltda.

- Prieto, B. (2014). Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. España
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, 125-154.
- Tobón, S, Pimienta. J. H, & García. J. A, (2010). Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias. México. Pearson educación.
- Torres, L., Hurtado, C. & Miranda, W. (2016). Una mirada a las matemáticas en el aula. Universidad del valle. Colombia
- Vasco, C. (1991) Archipiélago Fraccionario. *Revista Notas De Matemáticas y Estadística*. 30, (1-33).
- Venezuela, M. (2012). Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Universidad de granada.

Anexo 1. Prueba diagnóstica.

 <p>Universidad del Valle</p>	<p>Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.</p>	 <p>instituto de educación y pedagogía</p>
--	--	---

Nombre: _____ Grado: _____

Fecha: _____

1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5}$

B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3}$

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.

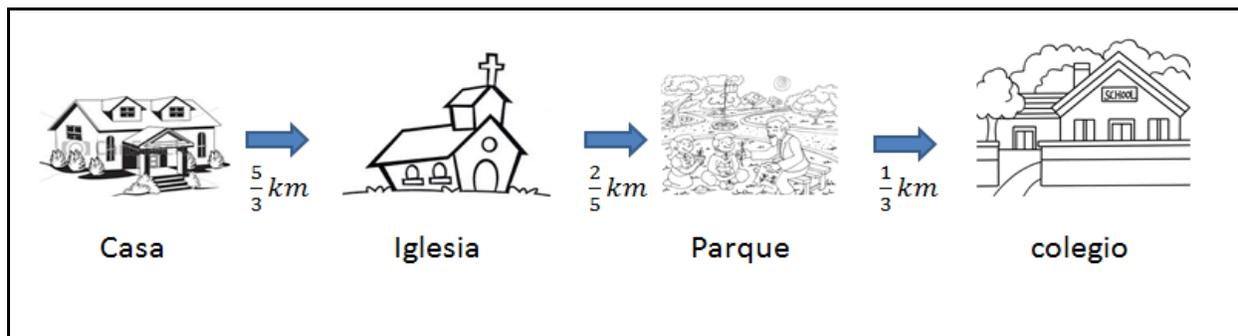
a) $\frac{5}{4}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{2}$

3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. La distancia que

debe recorrer se muestra en la figura.



En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento

y/o el porqué de su respuesta.

A. $\frac{8}{11} \text{ km.}$

B. $\frac{12}{5} \text{ km.}$

C. $\frac{10}{45} \text{ km.}$

D. $\frac{31}{15} \text{ km.}$

E. Ninguna de las anteriores.



4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

A. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.

B. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.

C. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.

D. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de 10 cm.

5. Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

Anexo 2. **Sesión 1 de la secuencia didáctica.**

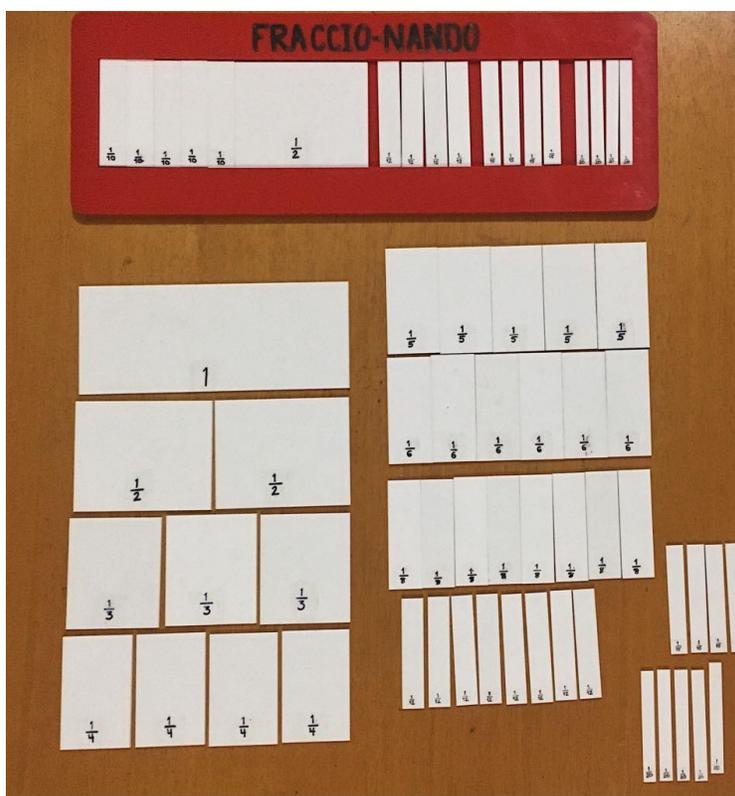
	<p>Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.</p>	
---	--	---

Nombres: _____

Grado: _____ Fecha: _____

Aprendiendo con el Fraccio-nando

En esta secuencia didáctica pretendemos que mejores tu capacidad de resolver problemas relacionados con la adición y sustracción de fracciones heterogéneas a través del material manipulativo Fraccio-nando, el cual cuenta con un tablero y 172 fichas divididas en 11 grupos que son: unidades, medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, octavos, décimos, doceavos, quinceavos y veinteavos.



Para alcanzar el objetivo se realizarán 6 sesiones de trabajo de dos horas cada una, en estas se encontrarán temas como: los términos relacionados con las fracciones, representación de un número fraccionario, fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, comparación de fracciones, amplificación y simplificación de fracciones y adición y sustracciones de fracciones homogéneas y heterogéneas.

SESIÓN 0 Y 1

Explorando y aprendiendo.

Para empezar vamos a explorar. Junto a tu compañerito de trabajo van a buscar algunas características del material ¿Qué les llama la atención? ¿Cómo son las fichas? ¿A qué se parecen las fichas? Y van a escribir al menos cinco características.

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

¡Ahora vamos a jugar!

Ten en cuenta que para esta sesión trabajaremos siempre sobre la unidad

1. Tomando la ficha de la **unidad** (la cual tiene el número 1) empezaremos a ver cuántas veces podemos superponer (poner encima) las fichas que representan un tercio de la unidad ($\frac{1}{3}$). ¿cuántas fichas necesitaste para completar la unidad?

Respuesta: _____

2. ¿Cuántas fichas necesitas para completar la unidad si tomamos las fichas que representan un quinto de la unidad ($\frac{1}{5}$)?

Respuesta: _____

3. Ahora toma la ficha de la unidad, si quieres darle la mitad a tu compañerito _____ ¿qué ficha representa la parte que le tocaría a cada uno?

Respuesta: _____

4. Si quisieras repartir en 10 partes iguales _____ ¿qué ficha representaría cada parte?

Respuesta: _____

5. Si se quisiera utilizar 8 fichas para completar la unidad ¿qué fichas estaríamos usando, dibuja el borde de la ficha y escribe qué fracción representa?

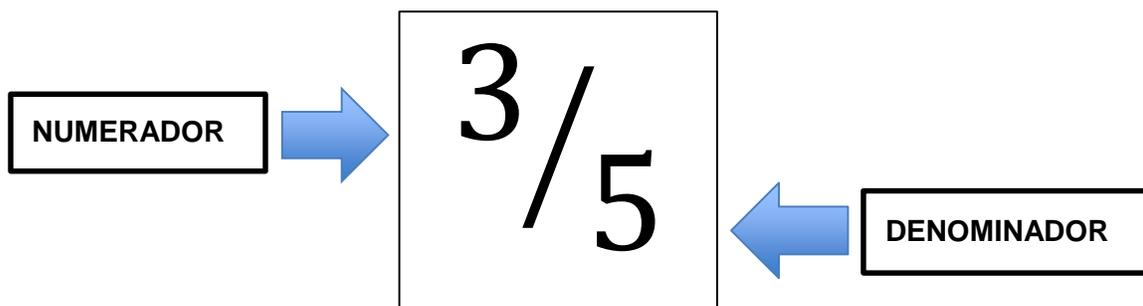
Respuesta:

6. Y si utilizamos 15 fichas para completar la unidad, ¿qué fichas estaríamos usando, dibuja el borde de la ficha y escribe qué fracción representa?

Respuesta:

Términos.

Como ya sabemos que las fracciones tienen símbolos y nombres, ahora vamos a conocer las partes de una fracción.



EL NÚMERO ANTERIOR SE PUEDE REPRESENTAR JUNTANDO TRES FICHAS DE UN

QUINTO ($\frac{1}{5}$)

¡DIBÚJALO!

Teniendo en cuenta lo anterior, resolvamos las siguientes preguntas:

1. De acuerdo a lo que hemos trabajado hasta ahora explica con tus propias palabras el significado de numerador y denominador.

2. Llena la siguiente tabla teniendo en cuenta los ejercicios anteriores, intenta hacerlo sin utilizar el material.

SÍMBOLO DE LA FICHA	FICHAS NECESARIAS PARA COMPLETAR LA UNIDAD	NOMBRE DE LA FICHA
1		UNA UNIDAD
$\frac{1}{2}$		UN MEDIO
$\frac{1}{3}$	3	
$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{5}$		UN QUINTO
$\frac{1}{6}$	6	
$\frac{1}{7}$		UN SÉPTIMO
$\frac{1}{8}$	8	UN OCTAVO
$\frac{1}{9}$		UN NOVENO
$\frac{1}{10}$		UN DÉCIMO

3. Si en la siguiente imagen se está representado el número $\frac{4}{6}$ de la unidad, ¿cuántas partes iguales estoy tomando de la unidad y en cuántas partes iguales está dividida la unidad?



Respuesta: _____

4. En el Fraccio-nando representaremos el número $\frac{3}{4}$ (tres cuartos). ¿Cómo crees que sea dicha representación, dibuja el borde de las fichas que utilizaste? ¿qué representa el número 3 y el número 4?

5. Considera la siguiente imagen y responde: ¿qué fracción representa? y ¿cuál sería el numerador y cuál el denominador?



Respuesta:

6. Con tu compañero representa un número fraccionario de tu elección, escribe el número que representantes e identifica el numerador y el denominador.

También hay dos tipos de fracciones, **propias e impropias**

1. Representamos en el Fraccio-nando las siguientes fracciones Propias.

a. $\frac{1}{2}$

c. $\frac{5}{8}$

e. $\frac{2}{5}$

b. $\frac{3}{4}$

d. $\frac{11}{15}$

f. $\frac{5}{6}$

2. Representemos en el Fraccio-nando las siguientes fracciones impropias.

a. $\frac{4}{3}$

c. $\frac{25}{20}$

e. $\frac{9}{5}$

b. $\frac{15}{10}$

d. $\frac{7}{6}$

f. $\frac{6}{4}$

3. ¿Cuál es la diferencia entre fracción propia e impropia?

4. Vamos a representar las siguientes fracciones en el Fraccio-nando y diremos cuál es propia o impropia, luego escoge dos fracciones y dibuja el borde.

a. $\frac{4}{5}$ _____

d. $\frac{8}{6}$ _____

b. $\frac{3}{2}$ _____

e. $\frac{10}{15}$ _____

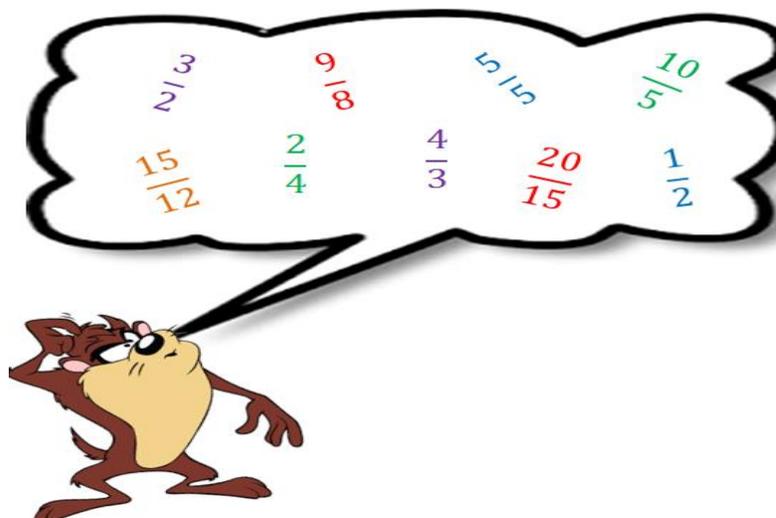
c. $\frac{7}{10}$ _____

f. $\frac{3}{3}$ _____

5. ¿Podrías decir cuando una fracción es propia o impropia sin tener que utilizar el Fraccio-nando? _____

Pista: Mira el numerador y el denominador de las fracciones impropias ¿cuál es mayor?

6. Encerremos en un círculo las fracciones impropias que encontremos en la siguiente imagen.



7. Vamos a ver si lo hiciste de forma correcta, ahora utilizaremos el Fraccio-nando para verificar y completaremos la siguiente tabla, con una x marcamos si la fracción es propia o impropia.

Fracciones	Propias	Impropias
$3/2$		
$9/8$		
$5/5$		
$10/5$		
$15/12$		
$2/4$		
$4/3$		
$20/15$		
$1/2$		

Anexo 3. **Sesión 2 de la secuencia didáctica.**

SESIÓN 2

¡Aprendamos un poco más!

Utilizando el Fraccio-nando representa la fracción $\frac{1}{2}$ de la unidad y luego coloca sobre ella las fichas que representan la fracción de $\frac{2}{4}$ de la unidad. ¿Qué características logras ver entre las dos fracciones?

Seguro notaste que las fracciones ocupan el mismo espacio o que son iguales, cuando sucede esto diremos que las fracciones son **equivalentes!**

Ahora sí, ¡vamos a jugar!

1. Empecemos por coger la ficha que representa la fracción de $\frac{1}{3}$ de la unidad y buscar otras que sean equivalentes, recuerda que debes colocar encima fichas del mismo tamaño hasta completar la fracción $\frac{1}{3}$ de la unidad.

¿Cuáles serán equivalentes?

Ahora representemos con el Fraccio-nando los siguientes pares de fracciones y le pondremos un \checkmark al par de fracciones equivalentes.

a. $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

d. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b. $\frac{21}{15} = \frac{4}{3}$

e. $\frac{7}{10} = \frac{4}{5}$

c. $\frac{2}{8} = \frac{3}{6}$

f. $\frac{8}{8} = \frac{3}{3}$

2. Con una línea vamos a unir las fracciones de la columna uno con la columna dos que sean equivalentes.

$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{4}{10}$$

$$\frac{12}{6}$$

$$\frac{12}{15}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{6}{3}$$



4. Con ayuda del material vamos a encontrar fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$ y las colocaremos en la siguiente tabla, empieza colocando las fichas más grandes y llena todos los espacios con diferentes fracciones equivalentes.

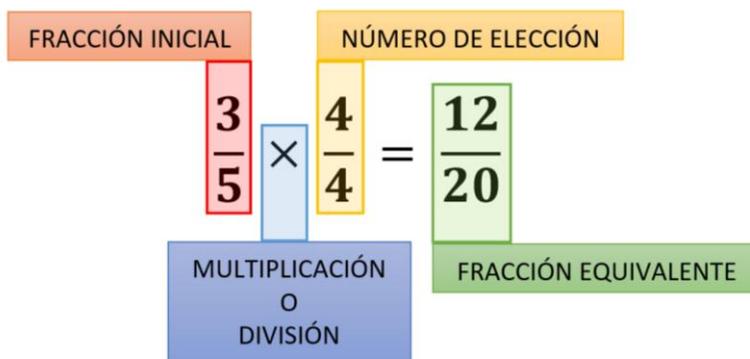
$\frac{1}{2}$						
---------------	--	--	--	--	--	--

¿Qué relación encuentras entre los resultados y la fracción $\frac{1}{2}$?

Pista 1: Intenta relacionar los números con multiplicaciones o divisiones

Pista 2: ¿Qué relación hay entre el número de fichas que se utilizan y el denominador de la fracción?

Seguro notaste que una fracción equivalente se puede hallar multiplicando o dividiendo un mismo número de tu elección con el numerador y el denominador de cualquier fracción como se muestra a continuación.



Ahora pasemos a resolver el ejercicio 5 y ¡muchos éxitos!

5. Vamos a hallar fracciones equivalentes completando los espacios.

$$a. \frac{3}{2} \times \frac{\square}{\square} = \frac{12}{8}$$

$$c. \frac{9}{15} \div \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$b. \frac{4}{10} \div \frac{2}{2} = \frac{\square}{\square}$$

$$d. \frac{1}{5} \times \frac{\square}{\square} = \frac{4}{20}$$

6. Hallemos fracciones equivalentes.

$$a. \frac{1}{2}$$

$$d. \frac{5}{4}$$

$$b. \frac{3}{5}$$

$$e. \frac{8}{10}$$

$$c. \frac{6}{3}$$

$$f. \frac{20}{20}$$

7. Encontramos una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ en el Fraccio-nando utilizando 8 fichas. ¿Coincide alguna de las siguientes opciones con tu respuesta? ¡Marca con una X!

$$a. \frac{4}{6}$$

$$c. \frac{8}{12}$$

$$b. \frac{10}{15}$$

$$d. \frac{8}{15}$$

8. Completemos la siguiente tabla siguiendo el ejemplo de la primera fila que está en rojo

Fracción	Fracción equivalente	¿Se multiplicó o se dividió?	¿Por cuánto?
$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$	Multiplicó	2
$\frac{6}{4}$			
	$\frac{20}{25}$	Dividió	
$\frac{9}{5}$			3
	$\frac{2}{3}$		4
$\frac{1}{5}$		Multiplicó	
	$\frac{8}{4}$		
		Dividió	3

Ahora que eres un experto con las equivalencias vamos a ayudar al pirata para que encuentre el tesoro! para ello tendrás que colorear los círculos que tengan fracciones equivalentes a la de $\frac{3}{9}$ y luego colorear el camino que los une.



Anexo 4. Sesión 3 de la secuencia didáctica.

SESIÓN 3



Hola amiguitos somos Phineas y Ferb, nosotros vivimos en la ciudad de Danville también conocida como Área Limítrofe y necesitamos de tu ayuda para construir un perro mecánico para ayudar a Perry el ornitorrinco (el agente P) a detener al malvado Dr. Doofenshmirtz. Deberás reunir las piezas que lo conforman las cuales hallarás al resolver algunos de los ejercicios que se presentaran a continuación. Para lograrlo necesitarás saber esto:

➤ Este signo significa "mayor que"

◀ Este significa "menor que"

= Y este "igual que"

¡EL ÁREA LIMÍTROFE DEPENDE DE TI!

Empecemos.

1. Vamos a comparar las siguientes fracciones encerrando con color rojo la fracción mayor y con color azul la menor. En esta ocasión no usaremos el material

a. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

c. $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$

b. $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$

d. $\frac{3}{3}$ $\frac{6}{5}$

2. Ahora vamos a representar en el Fraccio-nando las parejas de fracciones con las que trabajamos en la pregunta anterior y ver si la resolvimos correctamente. ¿qué pudiste notar al realizarlo con el Fraccio-nando? ¿cuántas quedaron bien en la pregunta anterior?

¡Felicidades has obtenido una parte del perro mecánico!



3. Vamos a comparar las siguientes fracciones con ayuda del material y organizarlas según se indique.

a. $\frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}$ de menor a mayor.

b. $\frac{3}{6}, \frac{4}{5}, \frac{8}{10}$ de mayor a menor

c. $\frac{6}{8}, \frac{6}{3}, \frac{6}{15}$ de menor a mayor

¡Vas muy bien sigue así ya casi lo lograr!



4. Vamos a comparar algunas fracciones con ayuda del Fraccio-nando.

a. $\frac{2}{2} \square \frac{5}{5}$

b. $\frac{4}{6} \square \frac{3}{6}$

c. $\frac{2}{9} \square \frac{5}{8}$

d. $\frac{10}{15} \square \frac{3}{4}$

e. $\frac{8}{5} \square \frac{8}{4}$

5. Ordenemos las siguientes fracciones de mayor a menor.

$$\frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \frac{4}{2}, \frac{3}{4}, \frac{10}{6}, \frac{2}{3}, \frac{6}{5}, \frac{18}{10}, \frac{12}{15}, \frac{13}{12}$$

6. Compara las siguientes fracciones sin utilizar el Fraccio-nando y responde.

a. $\frac{7}{8} \square \frac{3}{4}$

b. $\frac{3}{6} \square \frac{8}{6}$

c. $\frac{6}{8} \square \frac{6}{5}$

- ¿Qué Procedimiento utilizaste para comparar las fracciones?

- Ahora usemos el material para verificar tu respuesta. ¿cuantas te quedaron buenas? _____

- ¿Para ti cuál sería un método más fácil para comparar fracciones?

¡Haz logrado conseguir otra parte del perro!



7. Pongamos la fracción en el lugar que corresponda. Puedes usar el Fraccionando para ayudarte

$$\frac{13}{12} \quad \frac{20}{12} \quad \frac{11}{15} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{11}{5} \quad \frac{7}{4} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{15}{6} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{8}{6}$$

a. $\frac{4}{12} < \square < \frac{8}{12}$

d. $1 < \square < \frac{15}{12} < \frac{20}{12}$

b. $\square > \frac{5}{3} > \frac{5}{4}$

e. $\frac{7}{3} > \square > 1 > \frac{7}{8}$

c. $\frac{11}{8} > \frac{11}{12} > \square$

f. $\frac{5}{6} < 1 < \square < \frac{12}{6}$

¡Muy bien ya te falta poco!

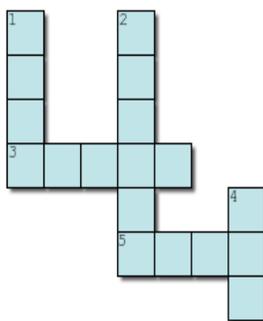


8. Escribe cinco fracciones mayores que la fracción $\frac{2}{3}$, cuatro fracciones menores que la fracción $\frac{10}{15}$ y dos fracciones iguales a $\frac{4}{5}$.

9.

Crucigrama de comparación de fracciones

Completa el crucigrama escribiendo los números en letras.



Creado con TheTeachersCorner.net [Generador de crucigramas](#)

Horizontal

3. Numerador de la fracción menor que $\frac{8}{10}$, mayor que $\frac{6}{10}$ y del denominador 10.
 5. Denominador de la fracción mayor de la pareja: $\frac{5}{9}$ y $\frac{5}{8}$

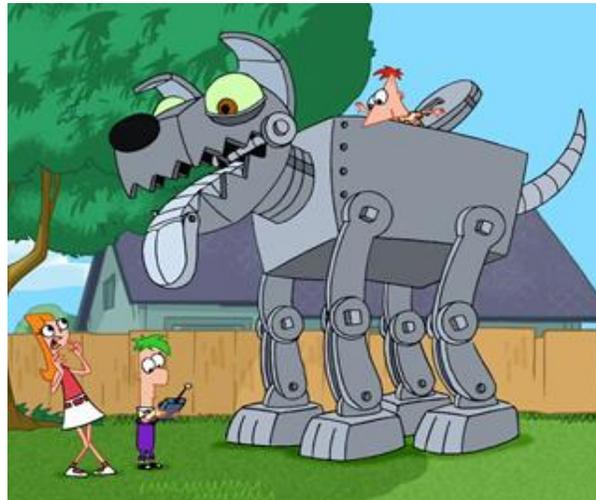
Vertical

1. Denominador de la fracción mayor de este grupo: $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{2}{10}$
 2. Numerador de la fracción menor de la pareja: $\frac{4}{7}$ y $\frac{6}{7}$
 4. Numerador de la fracción menor de este grupo: $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{8}{10}$

¡Lo has conseguido, ya tienes todas las piezas del perro!



Ahora debemos armar el perro mecánico.



Para vencer al doctor Doofenshmirtz deberás resolver el siguiente problema.

Se van a comprar tiras de madera del mismo largo para hacer tres marcos de puerta. El primer marco requiere $\frac{5}{6}$ de la tira, el segundo $\frac{5}{4}$ y el tercero $\frac{11}{8}$ de la tira.

¿Cuál de los tres marcos necesita más madera?



¡FELICIDADES LO HAS LOGRADO!

Anexo 5. Sesión 4 de la secuencia didáctica.

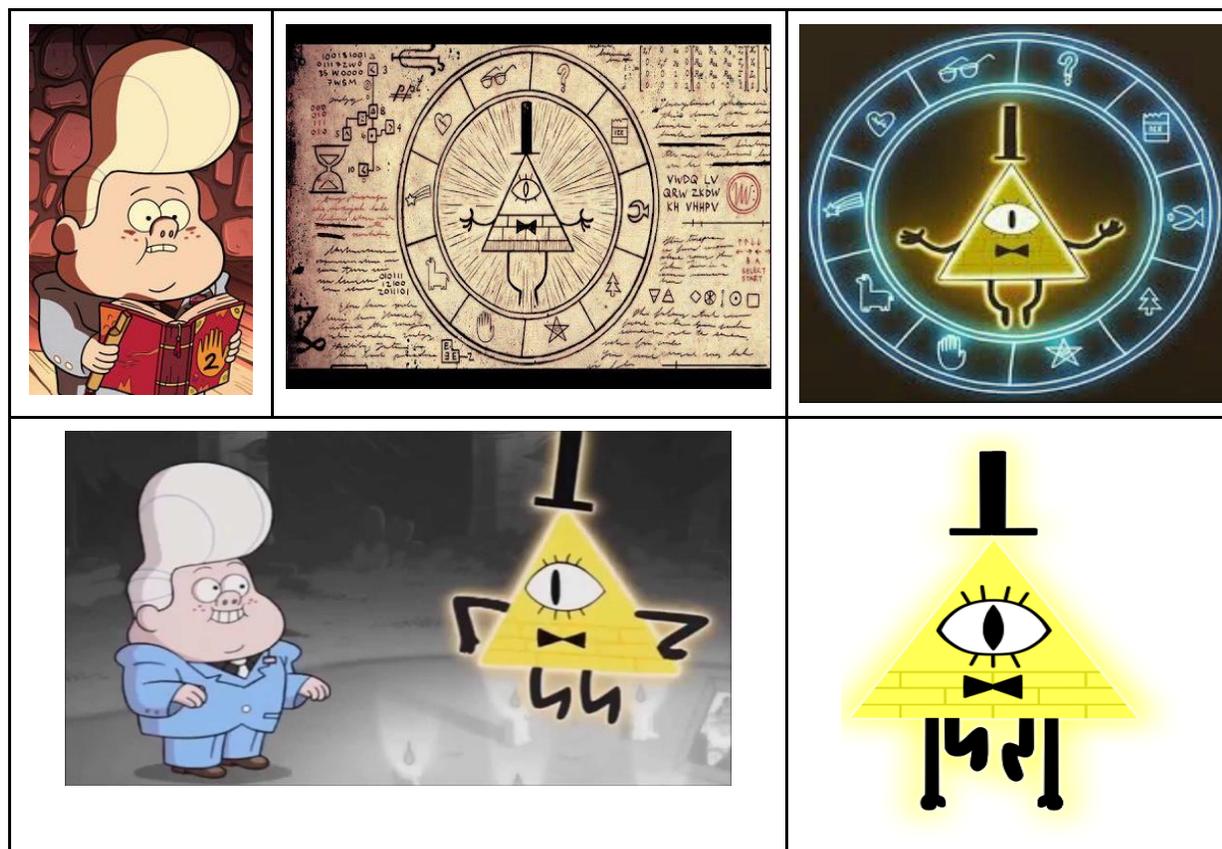
SESIÓN 4



Hola amiguitos, en esta ocasión necesitamos de tu ayuda para detener a uno de los villanos más peligrosos que hemos enfrentado, es un demonio capaz de entrar en nuestras mentes y poseer el cuerpo de la persona. En un descuido Gideon ha tomado el diario 2 para invocarlo y así apoderarse de la cabaña del tío Stan, pero Bill lo ha traicionado; ahora depende de nosotros

salvar Gravity Falls.

¡Ayúdanos en esta gran aventura!



Ahora que ya conoces lo que ha pasado, necesitamos que nos ayudes a encontrar los 3 diarios para buscar una forma de detener a Bill, cada diario se encuentra escondido en una parte del pueblo. Los encontrarás al resolver una serie de ejercicios.

¡Empecemos!

1. Desarrollemos las operaciones que encontraremos a continuación sin ayuda del (material).

a. $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} =$

c. $\frac{15}{20} - \frac{5}{20} =$

b. $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} =$

d. $\frac{10}{5} - \frac{7}{5} =$

2. Ahora vamos a resolver las mismas operaciones con el (material) para verificar las respuestas anteriores. ¿Qué notaste al realizar las operaciones con el material? ¿Cuántas te quedaron buenas? ¿Qué tienen en común las fracciones que se suman o se restan?

3. En el siguiente mapa se encuentran nueve posibles lugares donde pueden estar los diarios, recuerda, cada diario esta en un lugar diferente.

Dipper y Mabel han encontrado una pista que dice "SI EL CUERPO DE UN LAGARTO MIDE $\frac{17}{8}$ DECÍMETROS Y SU COLA MIDE $\frac{10}{8}$ DECÍMETROS. ¿CUÁNTO MIDEN JUNTOS EL CUERPO Y LA COLA DEL LAGARTO?".

Dipper: -Tal vez si hallamos la respuesta del problema podemos ubicarlo en el mapa.



¡Buen trabajo! ya tenemos uno de los diarios, sólo nos faltan dos. ¡Animo!



4. Vamos a resolver los siguientes ejercicios para tratar de encontrar pistas que nos lleven al siguiente diario.

Recuerda cómo deben ser los denominadores

a. $\frac{6}{8} - \frac{4}{16} + \frac{3}{8} =$

c. $\frac{7}{10} + \frac{15}{30} - \frac{9}{10} =$

b. $\frac{16}{8} - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} =$

d. $\frac{2}{5} + \frac{7}{5} - 1 =$

5. Hemos encontrado una nueva pista.

"EN EL CUMPLEAÑOS DE STAN SE DIVIDIÓ EL PASTEL EN 12 PARTES IGUALES.

STAN SE COMIÓ $\frac{1}{12}$ DE PASTEL, WENDY SE COMIÓ $\frac{2}{12}$ DE PASTEL, SOOS SE

COMIÓ $\frac{3}{12}$ DE PASTEL Y PATO SE COMIÓ $\frac{4}{12}$ DE PASTEL. ¿QUÉ FRACCIÓN DE

PASTEL SE COMIERON ENTRE LOS CUATRO?"

Mabel: Recuerda que debes simplificar el resultado de ser posible. Ahora ubiquemos lo obtenido en el mapa para encontrar el siguiente diario.

¡Muy bien, ya hemos encontrado el diario número dos!



6. Ubiquemos las siguientes fracciones en sus respectivas operaciones.

$$\frac{8}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{10}, \frac{7}{8}, \frac{1}{3}, \frac{11}{6}, \frac{7}{10}, \frac{10}{4}$$

a. $\frac{7}{10} + \square = 1$

c. $\frac{13}{8} - \square = \frac{3}{4}$

b. $1 + \frac{5}{3} = \square$

d. $\frac{10}{6} - \square = \frac{11}{6}$

7. Has encontrado una nueva pista, esta vez se trata de una operación

"RESUELVE: $\frac{12}{20} + \frac{15}{20} + \frac{3}{20} - 1$ "

Ubica el resultado en el mapa, quizás encuentres el diario 3.



¡Bien hecho, lo has conseguido!

¡Genial chicos, ya tenemos los tres diarios!. Ahora sólo falta buscar en ellos la forma de derrotar a Bill.



Según lo que dice al unir los libros para vencer a Bill debemos resolver tres preguntas:

8. Si se parte un pastel en ocho rebanadas iguales, Juan se come cinco rebanadas y Paula se come dos rebanadas.

a. ¿Qué fracción del pastel se comieron entre los dos?

b. ¿Qué fracción queda del pastel?

9. Si María tiene $\frac{17}{15}$ pesos y Pedro tiene $\frac{28}{15}$.

a. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?

b. ¿Cuánto dinero le falta a María para tener lo mismo que Pedro?

10. ¿Qué proceso realizas para sumar o restar fracciones con igual denominador?

**¡FELICIDADES HAS DERROTADO AL MALVADO BILL, AHORA
TODO GRAVITY FALLS ESTÁ A SALVO!**



Anexo 6. Sesión 5 de la secuencia didáctica.



SESIÓN 5

Hola chicos, soy Homero Simpson y estoy muy triste porque no encuentro a mi esposa ni a mis hijos, estábamos pasando un día en Krustyland, necesito que me ayuden, es que no quiero estar solito.

Para empezar, necesitamos saber cuántos decámetros hay en total desde la entrada hasta donde yo estoy (Camino rojo) y desde donde estoy hasta el Wheel of chance (Camino azul), al menos se que el camino rojo tiene $\frac{1}{2}$ de un decámetro y el camino azul $\frac{4}{3}$ de un decámetro.

Cerca de ahí debe estar Lisa
¡AYÚDENME!

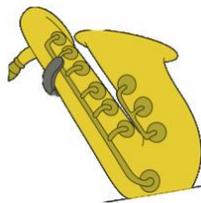


Sé que tienes un Fraccio-nando y eso nos puede ayudar bastante...

Lo primero que debes hacer es colocar las fichas que representen las fracciones de las distancias, ahora vamos a buscar unas fichas que al colocarlas encima queden igual a las de abajo. ¿Cuál fué la fracción que te dió?

Este es el resultado de la suma de las fracciones, ahora sé que tan lejos está Lisa.

¡YUJUUUUUUU! hemos encontrado el saxofón de Lisa



Lisa no debe estar lejos, Resolvamos las siguientes preguntas, mientras la encontramos, recuerda utilizar el fraccionando.

a. $\frac{1}{2} + \frac{3}{3} =$

c. $\frac{3}{2} + \frac{2}{4} =$

b. $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} =$

d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

¿Qué puedes decir de las fichas que se utilizan para hallar el resultado?

Ahí está mi pequeña Lisa



Lisa: "Bart debe estar en la Montaña Rusa, así que nos tenemos que devolver". De la entrada hasta el Wheel of chance hay $11/6$ de un decámetro, y de la entrada hasta la Montaña Rusa hay $2/2$, entonces tendríamos que realizar una resta entre estas dos fracciones.

¿Cómo crees que se pueda utilizar el fraccio-nando para restar fracciones?

¿Cuál fué el resultado de la resta?

Ahora sabemos cuanto nos tenemos que devolver

Ya que estamos en la Montaña Rusa, es cuestión de tiempo para encontrar a Bart, resuelve los siguientes ejercicios mientras lo encontramos.

a. $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} =$

c. $\frac{7}{4} - \frac{4}{5} =$

b. $\frac{10}{6} - \frac{2}{2} =$

d. $\frac{6}{5} - \frac{1}{3} =$

¿Qué relación hay entre los denominadores de las fracciones iniciales y el denominador de la fracción del resultado?

¡Hemos encontrado a Bart!



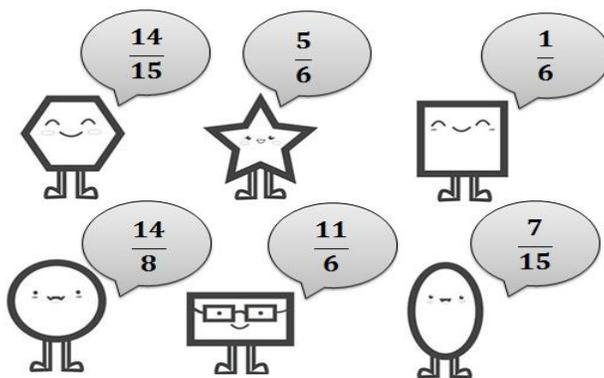
Ya sólo falta mi querida Marge que debe tener a Maggie. Mientras las encontramos vamos a realizar los siguiente ejercicios.

1. Colorea la figura que tiene el resultado correcto de la operación.

a. $\frac{3}{2} - \frac{4}{3} =$

b. $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} =$

c. $\frac{4}{3} + \frac{1}{2} =$



2. Busca una fracción equivalente a $\frac{3}{2}$ y otra a $\frac{4}{3}$ con denominador 6

3. Ahora que tienes las dos fracciones vamos a restarlas.

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Compara este resultado con el de la pregunta 1.a ¿Qué tienen en común? ¿Podrías hacer sumas o restas entre fracciones sin utilizar el material?

¡Mira! ya encontramos a Marge y a Maggie



YUJUJUJUJUJU

Ya estamos todos reunidos gracias a ti, y antes de irnos te dejaremos los siguientes ejercicios para que los resuelvas sin utilizar el fraccio-nando

a. $\frac{5}{7} + \frac{4}{5} =$

c. $\frac{7}{11} + \frac{1}{2} =$

b. $\frac{8}{3} - \frac{3}{8} =$

d. $\frac{8}{5} - \frac{1}{6} =$

Flanders pinto ayer $\frac{2}{3}$ de su casa y esta mañana pinto la quinta parte.

a. ¿Qué fracción de la casa ha pintado?

b. ¿Qué fracción le falta por pintar?



¡GRACIAS!

Anexo 7. Aplicación de la prueba diagnóstica.

 <p>Universidad del Valle</p>	<p>Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.</p>	 <p>Instituto de educación y pedagogía</p>
--	---	---

* Nombre: Ariza Jimena Huillo Morena Grado: 5^o

Fecha: 22/6/2017

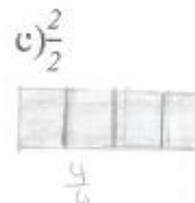
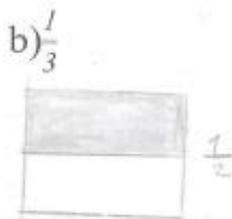
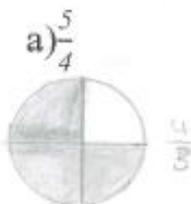
1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5} = \frac{16}{5}$ Dieciséis sobre cinco

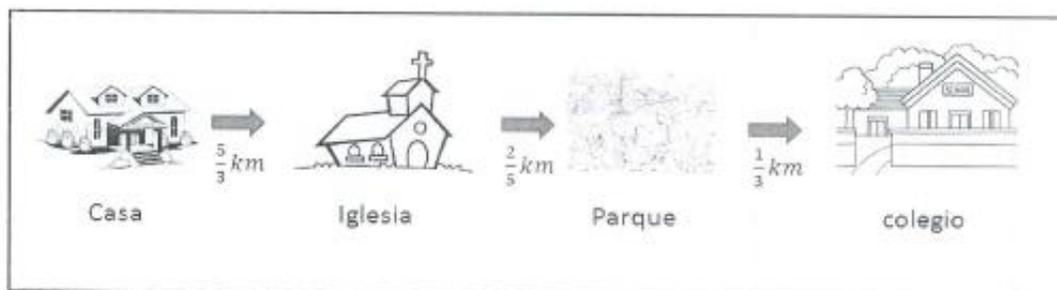
B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$ uno sobre doce

C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{19}{6}$ Diecinueve sobre seis

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.



3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. La distancia que debe recorrer se muestra en la figura.



En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento y/o el porqué de tu respuesta.

(A) $\frac{8}{11}$ km. $\frac{5}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{11}$

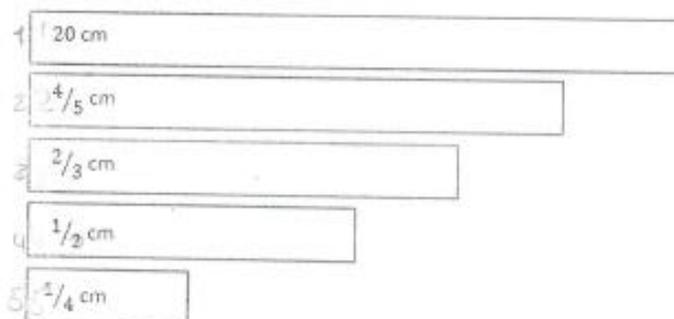
B. $\frac{12}{5}$ km.

C. $\frac{10}{45}$ km.

D. $\frac{31}{15}$ km.

E. Ninguna de las anteriores.

respuesta de la pregunta



4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

A. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15}$$

B. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{23}{12}$$

C. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.

$$\frac{5}{4} + \frac{4}{5} = \frac{25}{20} + \frac{16}{20} = \frac{41}{20}$$

D. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de 10 cm.

5. Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

Para ir de la casa a trabajo, María debe pasar por el colegio $\frac{2}{3}$ y por la universidad $\frac{1}{4}$ y llega al trabajo.
 mi mamá me dio en un bote un $\frac{1}{2}$ de agua
 una de la casa a la universidad se lleva $\frac{3}{4}$ metros

 Universidad del Valle	Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.	 Instituto de educación y pedagogía
---	---	---

Nombre: Miguel Angel Cabezas Ordóñez Grado: 5-8

Fecha: 22 Juno

1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5} = \frac{16}{5}$

B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$

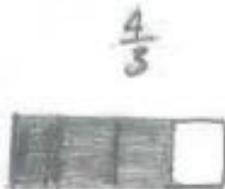
C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{19}{6}$

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.

a) $\frac{5}{4}$



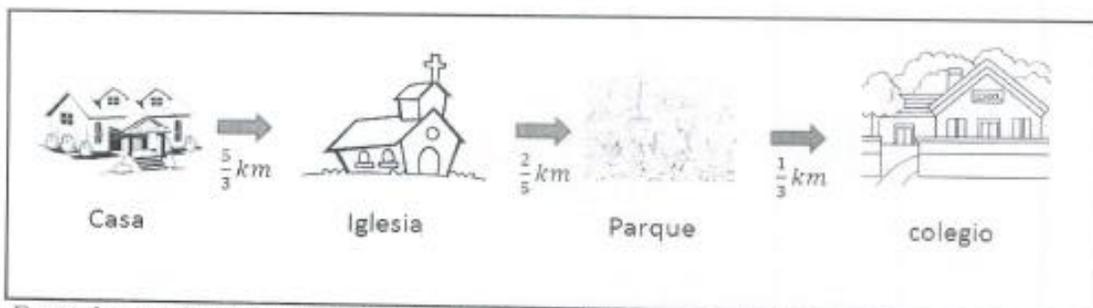
b) $\frac{1}{3}$



c) $\frac{2}{2}$



3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. La distancia que debe recorrer se muestra en la figura.



En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento

y/o el porqué de tu respuesta.

A. $\frac{8}{11}$ km.

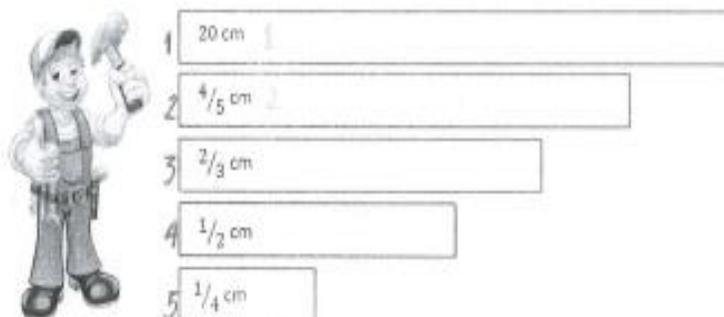
B. $\frac{12}{5}$ km.

C. $\frac{10}{45}$ km.

D. $\frac{31}{15}$ km.

E. Ninguna de las anteriores.

mi respuesta es esa porque al sumarlo me dio toda la distancia que tiene caminar hasta la casa



4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

F A. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.

V B. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.

V C. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.

F D. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de 10 cm.

5. Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

Comprame: $\frac{1}{4}$ de azúcar

Vaya al supermercado y me compra $\frac{5}{8}$ de papa

? Cuál es el número de las dos fracciones?

Bl $\frac{5}{12}$

 Universidad del Valle	Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.	 Instituto de educación y pedagogía
---	---	---

Nombre: JOAN A. Diaz L. Grado: 5-8

Fecha: 2017, 6, 22

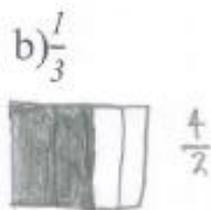
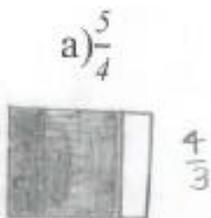
1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5} = \frac{16}{5}$

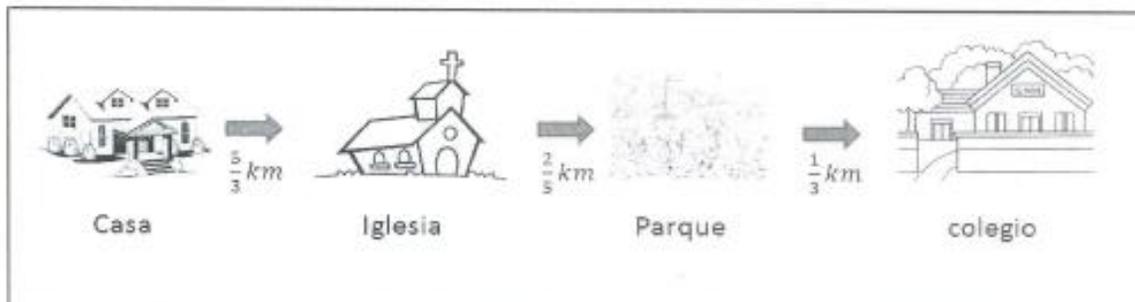
B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$

C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{10}{6}$

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.



3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. La distancia que debe recorrer se muestra en la figura.



En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento y/o el porqué de tu respuesta.

A. $\frac{8}{11} \text{ km.}$

B. $\frac{12}{5} \text{ km.}$

C. $\frac{10}{45} \text{ km.}$

D. $\frac{31}{15} \text{ km.}$

E. Ninguna de las anteriores.

sume cinco tercios con dos quintos me
dio siete obtuvos los sume con un terci
o y me dio $\frac{8}{15}$



4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

A. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.

B. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.

C. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.

D. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de 10 cm.

5. Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

1. mi mamá compra una libra de papa y $\frac{1}{3}$ de carne.
2. papa corta media tabla y $\frac{1}{3}$ de laminas.
3. mi hermana compra 3 libras de tomate y 1 libra de cebolla, y 2 libras de cilantro.

Anexo 8. Aplicación de la secuencia didáctica.

 <p>Universidad del Valle</p>	<p>Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. & Carlos Montaña J.</p>	 <p>Instituto de Educación y Pedagogía</p>
--	---	---

Nombres: Miguel, Jesus y Daniela Grado: 5-B Fecha: 16 Agosto

Aprendiendo con el Fraccio-nando

En esta secuencia didáctica pretendemos que mejores tu capacidad de resolver problemas relacionados con la adición y sustracción de fracciones heterogéneas a través del material manipulativo Fraccio-nando, el cual cuenta con un tablero y 172 fichas divididas en 11 grupos que son: unidades, medios, tercios, cuartos, quintas, sextos, octavos, décimos, doceavos, quinceavos y veinteavos.



Para alcanzar el objetivo se realizarán 6 sesiones de trabajo de dos horas cada una, en estas se encontrarán temas como: los términos relacionados con las fracciones, representación de un número fraccionario, fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, comparación de fracciones, amplificación y simplificación de fracciones y adición y sustracciones de fracciones homogéneas y heterogéneas.

SESIÓN 0 Y 1

Explorando y aprendiendo.

Para empezar vamos a explorar. Junto a tu compañerito de trabajo van a buscar algunas características del material ¿Qué les llama la atención? ¿Cómo son las fichas? ¿A qué se parecen las fichas? Y van a escribir al menos cinco características.

1. El material tiene una tabla larga y roja
2. Que el material muestra fichas de diferentes fracciones
3. Las fichas son blancas
4. Las fichas son cuadradas
5. Las fichas

Ahora vamos a jugar!

Ten en cuenta que para esta sesión trabajaremos siempre sobre la unidad

1. Tomando la ficha de la unidad (la cual tiene el número 1) empezaremos a ver cuántas veces podemos superponer (poner encima) las fichas que representan un tercio de la unidad ($\frac{1}{3}$). ¿cuántas fichas necesitaste para completar la unidad?

Respuesta: 3

2. ¿Cuántas fichas necesitas para completar la unidad si tomamos las fichas que representan un quinto de la unidad ($\frac{1}{5}$)?

Respuesta: 5

3. Ahora toma la ficha de la unidad, si quieres darle la mitad a tu compañerito 1 unidad ¿qué ficha representa la parte que le tocaría a cada uno?

Respuesta: $\frac{1}{2}$

4. Si quisieras repartir en 10 partes iguales 1 unidad ¿qué ficha representaría cada parte?

Respuesta: 10 un decimo

5. Si se quisiera utilizar 8 fichas para completar la unidad ¿qué fichas estaríamos usando, dibuja el borde de la ficha y escribe qué fracción representa?

Respuesta:



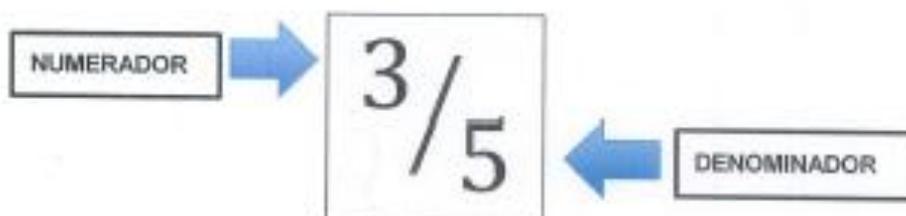
6. Y si utilizamos 15 fichas para completar la unidad, ¿qué fichas estaríamos usando, dibuja el borde de la ficha y escribe qué fracción representa?

Respuesta:



Términos.

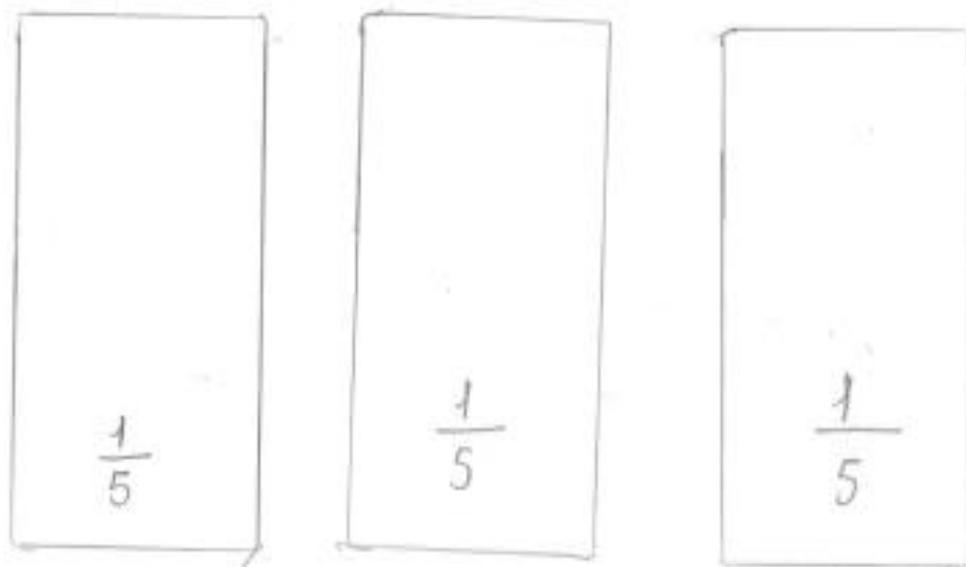
Como ya sabemos que las fracciones tienen símbolos y nombres, ahora vamos a conocer las partes de una fracción.



EL NÚMERO ANTERIOR SE PUEDE REPRESENTAR JUNTANDO TRES FICHAS DE UN

QUINTO ($\frac{1}{5}$)

¡DIBÚJALO!



Teniendo en cuenta lo anterior, resolvamos las siguientes preguntas:

1. De acuerdo a lo que hemos trabajado hasta ahora explica con tus propias palabras el significado de numerador y denominador.

Con mis propias palabras el denominador es el número que representa cuantas unidades se dividirá.

Con mis propias palabras el numerador es el número que representa cambio la cantidad de partes iguales.

2. Llena la siguiente tabla teniendo en cuenta los ejercicios anteriores, intenta hacerlo sin utilizar el material.

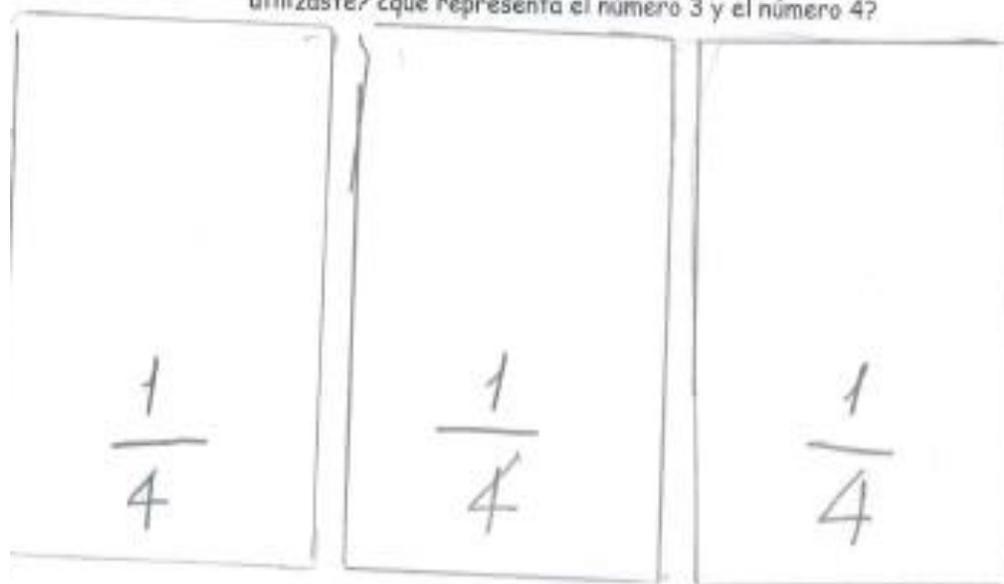
SÍMBOLO DE LA FICHA	FICHAS NECESARIAS PARA COMPLETAR LA UNIDAD	NOMBRE DE LA FICHA
1	1	UNA UNIDAD
$\frac{1}{2}$	2	UN MEDIO
$\frac{1}{3}$	3	un tercio
$\frac{1}{4}$	4	un cuarto
$\frac{1}{5}$	5	UN QUINTO
$\frac{1}{6}$	6	un sexto
$\frac{1}{7}$	7	UN SÉPTIMO
$\frac{1}{8}$	8	UN OCTAVO
$\frac{1}{9}$	9	UN NOVENO
$\frac{1}{10}$	10	UN DÉCIMO

3. Si en la siguiente imagen se está representado el número $\frac{4}{6}$ de la unidad, ¿cuántas partes iguales estoy tomando de la unidad y en cuántas partes iguales está dividida la unidad?



Respuesta: 4 partes de la unidad y están
divididas las partes iguales en 6

4. En el Fraccio-nando representaremos el número $\frac{3}{4}$ (tres cuartos). ¿Cómo crees que sea dicha representación, dibuja el borde de las fichas que utilizaste? ¿qué representa el número 3 y el número 4?



5. Considera la siguiente imagen y responde: ¿qué fracción representa? y cuál sería el numerador y cuál el denominador?



Respuesta:

La fracción representa $\frac{5}{8}$ y el denominador es 8 y el numerador es el 5.

6. Con tu compañero representa un número fraccionario de tu elección, escribe el número que representas e identifica el numerador y el denominador.

$\frac{1}{45}$ el numerador es el 1 y el denominador es el 45

También hay dos tipos de fracciones, **propias** e **impropias**

1. Representamos en el Fraccio-nando las siguientes fracciones Propias.

a. $\frac{1}{2}$

c. $\frac{5}{8}$

e. $\frac{2}{5}$

b. $\frac{3}{4}$

d. $\frac{11}{15}$

f. $\frac{5}{6}$

2. Representemos en el Fraccio-nando las siguientes fracciones impropias.

a. $\frac{4}{3}$

c. $\frac{25}{20}$

e. $\frac{9}{5}$

b. $\frac{15}{10}$

d. $\frac{7}{6}$

f. $\frac{6}{4}$

3. ¿Cuál es la diferencia entre fracción propia e impropia?

La diferencia entre las impropias es que se pasa de la unidad y la propias no se pasa de la unidad

4. Vamos a representar las siguientes fracciones en el Fraccio-nando y diremos cuál es propia o impropia, luego escoge dos fracciones y dibuja el borde.

a. $\frac{4}{5}$ Propia

d. $\frac{8}{6}$ impropia

b. $\frac{3}{2}$ impropia

e. $\frac{10}{15}$ Propia

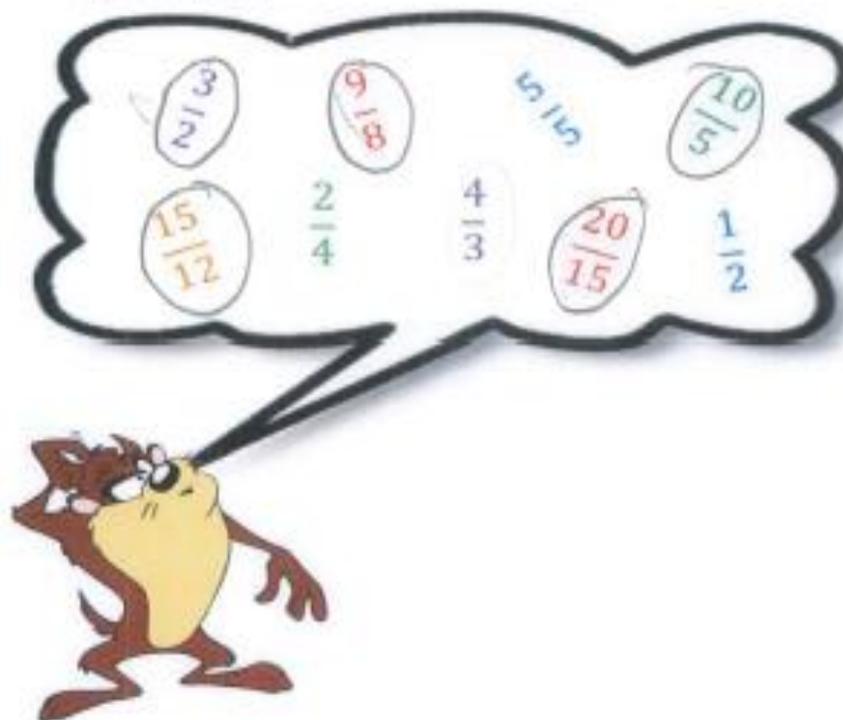
c. $\frac{7}{10}$ Propia

f. $\frac{3}{3}$ Propia

2. ¿Podrías decir cuando una fracción es propia o impropia sin tener que utilizar el Fraccio-nando? porque cuando una fracción es propia el número de arriba es menor que el de abajo y cuando un número es impropio cuando el número de arriba es mayor que el de abajo

Pista: Mira el numerador y el denominador de las fracciones impropias ¿cuál es mayor?

3. Encerremos en un círculo las fracciones impropias que encontremos en la siguiente imagen.



4. Vamos a ver si lo hiciste de forma correcta, ahora utilizaremos el Fraccionando para verificar y completaremos la siguiente tabla, con una x marcamos si la fracción es propia o impropia.

Fracciones	Propias	Impropias
$3/2$		X
$9/8$		X
$5/5$	X	
$10/5$		X
$15/12$		X
$2/4$	X	
$4/3$	X	
$20/15$		X
$1/2$	X	

SESIÓN 2

¡Aprendamos un poco más!

Utilizando el Fraccio-nando representa la fracción $\frac{1}{2}$ de la unidad y luego coloca sobre ella las fichas que representan la fracción de $\frac{2}{4}$ de la unidad. ¿Qué características logras ver entre las dos fracciones?

Que la fracción de un $\frac{1}{2}$ es igual a la de $\frac{2}{4}$ por la ficha $\frac{1}{2}$ es más grande pero colocando las fichas de $\frac{2}{4}$ y la de $\frac{1}{2}$ ocupa el mismo espacio.

Seguro notaste que las fracciones ocupan el mismo espacio o que son iguales, cuando sucede esto diremos que las fracciones son **equivalentes!**

Ahora sí, ¡vamos a jugar!

- Empecemos por coger la ficha que representa la fracción de $\frac{1}{3}$ de la unidad y buscar otras que sean equivalentes, recuerda que debes colocar encima fichas del mismo tamaño hasta completar la fracción $\frac{1}{3}$ de la unidad.

¿Cuáles serán equivalentes?

$$\underline{\frac{2}{6}} \quad \underline{\frac{5}{15}} \quad \underline{\frac{4}{12}}$$

2. Ahora representemos con el Fraccio-nando los siguientes pares de fracciones y le pondremos un \checkmark al par de fracciones equivalentes.

a. $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ \checkmark

d. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ \checkmark

b. $\frac{21}{15} = \frac{4}{3}$ \times

e. $\frac{7}{10} = \frac{4}{5}$ \times

c. $\frac{2}{8} = \frac{3}{6}$ \times

f. $\frac{8}{8} = \frac{3}{3}$ \checkmark

3. Con una línea vamos a unir las fracciones de la columna uno con la columna dos que sean equivalentes.

$\frac{2}{2}$	$\frac{4}{10}$
$\frac{12}{6}$	$\frac{12}{15}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{3}$



4. Con ayuda del material vamos a encontrar fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$ y las colocaremos en la siguiente tabla, empieza colocando las fichas más grandes y llena todos los espacios con diferentes fracciones equivalentes.

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{10}{20}$
---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	-----------------

¿Qué relación encuentras entre los resultados y la fracción $\frac{1}{2}$? Escríbelas en las siguientes líneas teniendo en cuenta las pistas 1 y 2.

Pista 1: Intenta relacionar los números con multiplicaciones o divisiones

Pista 2: ¿Qué relación hay entre el número de fichas que se utilizan y el denominador de la fracción?

1. Relacionamos los números con multiplicación y la relación que hay entre las fichas y el denominador es que multiplicamos el numerador y dividimos por el mismo número.

Seguro notaste que una fracción equivalente se puede hallar multiplicando o dividiendo un mismo número de tu elección con el numerador y el denominador de cualquier fracción como se muestra a continuación.



Ahora pasemos a resolver el ejercicio 5 ¡muchos éxitos!

5. Vamos a hallar fracciones equivalentes completando los espacios.

$$a. \frac{3}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{8}$$

$$c. \frac{9}{15} \div \frac{3}{3} = \frac{3}{5}$$

$$b. \frac{4}{10} \div \frac{2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$d. \frac{1}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{20}$$

6. Hallemos fracciones equivalentes.

$$a. \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$d. \frac{5}{4} = \frac{25}{20}$$

$$b. \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$e. \frac{8}{10} = \frac{16}{20}$$

$$c. \frac{6}{3} = \frac{24}{12}$$

$$f. \frac{20}{20} = \frac{10}{10}$$

7. Encontramos una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ en el Fraccio-nando utilizando 8

fichas. ¿Coincide alguna de las siguientes opciones con tu respuesta? ¡Marca con una X!

$$a. \frac{4}{6}$$

$$c. \frac{8}{12} \times$$

$$b. \frac{10}{15}$$

$$d. \frac{8}{15}$$

8. Completemos la siguiente tabla siguiendo el ejemplo de la primera fila que está en rojo

Fracción	Fracción equivalente	¿Se multiplicó o se dividió?	¿Por cuánto?
$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$	Multiplicó	2
$\frac{6}{4}$	$\frac{3}{2}$	Dividió	2
$\frac{4}{5}$	$\frac{20}{25}$	Dividió	5
$\frac{9}{5}$	$\frac{27}{15}$	multiplico	3
$\frac{8}{12}$	$\frac{2}{3}$	multiplico	4
$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{15}$	Multiplicó	3
$\frac{2}{1}$	$\frac{8}{4}$	Dividió	4
$\frac{15}{18}$	$\frac{5}{6}$	Dividió	3

Ahora que eres un experto con las equivalencias vamos a ayudar al pirata para que encuentre el tesoro! para ello tendrás que colorear los círculos que tengan fracciones equivalentes a la de $\frac{3}{9}$ y luego colorear el camino que los une.



SESIÓN 3



Hola amiguitos somos Phineas y Ferb, nosotros vivimos en la ciudad de Danville también conocida como Área Limítrofe y necesitamos de tu ayuda para construir un perro mecánico para ayudar a Perry el ornitorrinco (el agente P) a detener al malvado Dr. Doofenshmirtz. Deberás reunir las piezas que lo conforman las cuales hallarás al resolver algunos de los ejercicios que se presentaran a continuación. Para lograrlo necesitarás saber esto:

> Este signo significa "mayor que"

< Este significa "menor que"

= Y este "igual que"

IEL ÁREA LIMÍTROFE DEPENDE DE TI

Empecemos.

1. Vamos a comparar las siguientes fracciones encerrando con color rojo la fracción mayor y con color azul la menor. En esta ocasión no usaremos el material

a. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

c. $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$

b. $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$

d. $\frac{3}{3}$ $\frac{6}{5}$

2. Ahora vamos a representar en el Fraccio-nando las parejas de fracciones con las que trabajamos en la pregunta anterior y ver si la resolvimos correctamente. ¿qué pudiste notar al realizarlo con el Fraccio-nando? ¿cuántas quedaron bien en la pregunta anterior?

La a está incorrecta

La b está correcta

La c está correcta

La d está correcta

¡Felicidades has obtenido una parte del perro mecánico!



3. Vamos a comparar las siguientes fracciones con ayuda del material y organizarlas según se indique.

a. $\frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}$ de menor a mayor.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{4}$$

b. $\frac{3}{6}, \frac{4}{5}, \frac{8}{10}$ de mayor a menor

$$\frac{8}{10} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{6}$$

c. $\frac{6}{8}, \frac{6}{3}, \frac{6}{15}$ de menor a mayor

$$\frac{6}{15} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{6}{3}$$

¡Vas muy bien sigue así ya casi lo logras!



4. Vamos a comparar algunas fracciones con ayuda del Fraccio-nando.

a. $\frac{2}{2} \boxed{=} \frac{5}{5}$

b. $\frac{4}{6} \boxed{>} \frac{3}{6}$

c. $\frac{2}{10} \boxed{<} \frac{5}{8}$

d. $\frac{10}{15} \boxed{<} \frac{3}{4}$

e. $\frac{8}{5} \boxed{<} \frac{8}{4}$

5. Ordenemos las siguientes fracciones de mayor a menor.

$$\frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \frac{4}{2}, \frac{3}{4}, \frac{10}{6}, \frac{2}{3}, \frac{6}{5}, \frac{18}{10}, \frac{12}{15}, \frac{13}{12}$$

6. Compara las siguientes fracciones sin utilizar el Fraccio-nando y responde.

a. $\frac{7}{8} < \frac{3}{4}$

b. $\frac{3}{6} < \frac{8}{6}$

c. $\frac{6}{8} < \frac{6}{5}$

• ¿Qué Procedimiento utilizaste para comparar las fracciones?

miré los numeradores cual era más grande
y si son iguales miraba los denominadores
o al revés

• Ahora usemos el material para verificar tu respuesta. ¿cuantas te quedaron

buenas? la a incorrecta, la b esta correcta
y la c correcta hoy 1 mala

• ¿Para ti cuál sería un método más fácil para comparar fracciones?

con el Fraccio-nando

¡Haz logrado conseguir otra parte del perro!



7. Pongamos la fracción en el lugar que corresponda. Puedes usar el Fraccionando para ayudarte

$$\frac{\cancel{13}}{\cancel{12}} \frac{20}{12} \quad \frac{\cancel{11}}{\cancel{15}} \frac{7}{8} \quad \frac{11}{5} \quad \frac{\cancel{7}}{\cancel{4}} \frac{5}{7} \quad \frac{\cancel{7}}{\cancel{12}} \frac{15}{6} \quad \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \frac{\cancel{8}}{\cancel{6}}$$

a. $\frac{4}{12} < \frac{\boxed{7}}{12} < \frac{8}{12}$

d. $1 < \frac{\boxed{13}}{12} < \frac{15}{12} < \frac{20}{12}$

b. $\frac{\boxed{5}}{\cancel{7}} > \frac{5}{3} > \frac{5}{4}$

e. $\frac{7}{3} > \frac{\boxed{7}}{4} > 1 > \frac{7}{8}$

c. $\frac{11}{8} > \frac{11}{12} > \frac{\boxed{11}}{15}$

f. $\frac{5}{6} < 1 < \frac{\boxed{8}}{6} < \frac{12}{6}$

¡Muy bien ya te falta poco!



8. Escribe cinco fracciones mayores que la fracción $\frac{2}{3}$, cuatro fracciones

menores que la fracción $\frac{10}{15}$ y dos fracciones iguales a $\frac{4}{5}$.

$\frac{4}{5}, \frac{5}{5}, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7}$ y $\frac{8}{10}, \frac{7}{15}$

9.

Crucigrama de comparación de fracciones

Completa el crucigrama escribiendo los números con letras.



Created with The TeachersCorner.net Generator de crucigramas

Horizontal

1. Denominador de la fracción mayor de la pareja: $\frac{5}{9}$ y $\frac{5}{8}$
4. Numerador de la fracción menor que $\frac{8}{10}$, mayor que $\frac{6}{10}$ y denominador 10
5. Numerador de la fracción mayor de este grupo: $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ y $\frac{8}{10}$

$\frac{9}{3}, \frac{6}{3}$

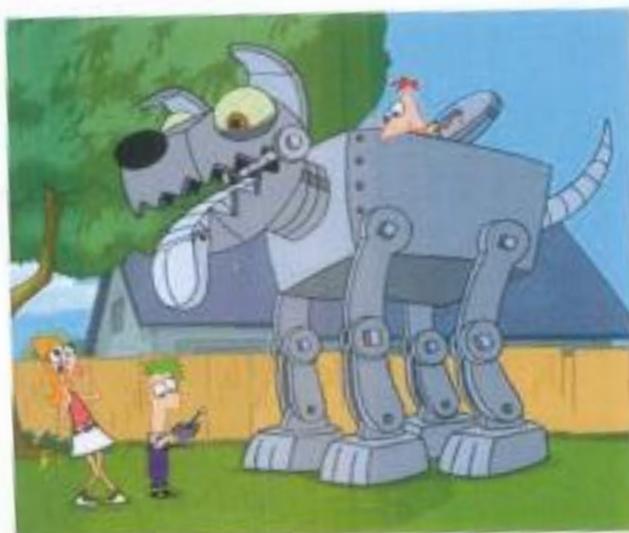
Vertical

2. Numerador de la fracción menor de la pareja: $\frac{4}{7}$ y $\frac{6}{7}$
3. Denominador de la fracción mayor de este grupo: $\frac{3}{5}, \frac{4}{8}, \frac{5}{6}$ y $\frac{2}{10}$

¡Lo has conseguido, ya tienes todas las piezas del perro!



Ahora debemos armar el perro mecánico.



Para vencer al doctor Doofenshmirtz deberás resolver el siguiente problema.

10. Se van a comprar tiras de madera del mismo largo para hacer tres marcos de puerta. El primer marco requiere $\frac{5}{6}$ de la tira, el segundo $\frac{5}{4}$ y el tercero $\frac{11}{8}$ de la tira. ¿Cuál de los tres marcos necesita más madera?

el que necesita más madera es el
once entonces



¡FELICIDADES LO HAS LOGRADO!

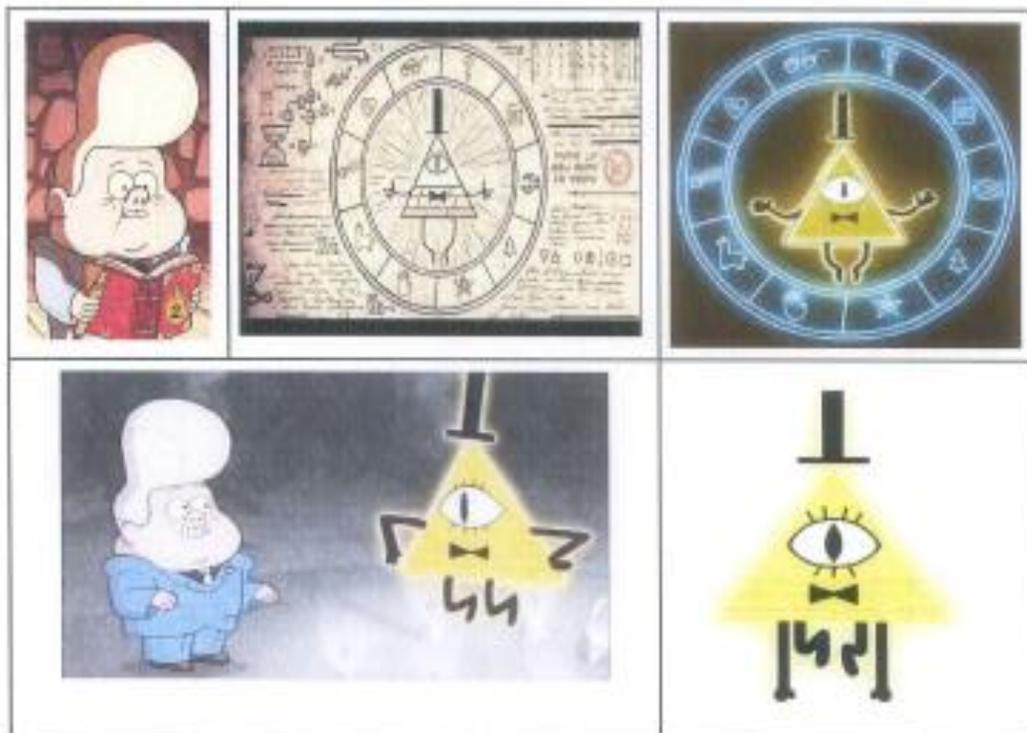
SESIÓN 4



Hola amiguitas, en esta ocasión necesitamos de tu ayuda para detener a uno de los villanos más peligrosos que hemos enfrentado, es un demonio capaz de entrar en nuestras mentes y poseer el cuerpo de la persona. En un descuido Gideon ha tomado el diario 2 para invocarlo y así apoderarse de la cabaña del tío Stan, pero Bill lo ha traicionado; ahora depende de nosotros

salvar Gravity Falls.

¡Ayúdanos en esta gran aventura!



Ahora que ya conoces lo que ha pasado, necesitamos que nos ayudes a encontrar los 3 diarios para buscar una forma de detener a Bill, cada diario se encuentra escondido en una parte del pueblo. Los encontrarás al resolver una serie de ejercicios.

¡Empecemos!

1. Desarrollemos las operaciones que encontraremos a continuación sin ayuda del (material).

a. $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{4} - \frac{3}{2}$

c. $\frac{15}{20} - \frac{5}{20} = \frac{10}{0} \frac{10}{20}$

b. $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{16} - \frac{8}{8}$

d. $\frac{10}{5} - \frac{7}{5} = \frac{3}{0} - \frac{3}{5}$

2. Ahora vamos a resolver las mismas operaciones con el (material) para verificar las respuestas anteriores. ¿Qué notaste al realizar las operaciones con el material? ¿Cuántas te quedaron buenas? ¿Qué tienen en común las fracciones que se suman o se restan?

Notamos a realizar las operaciones en el material es que habíamos sumado mal porque haciéndolo en el material nos dio otro resultado y nos quedaron todas malas pero lo corrigimos y la razón que es la suma y la resta es que el numerador se suma y el denominador es igual

3. En el siguiente mapa se encuentran nueve posibles lugares donde pueden estar los diarios, recuerda, cada diario está en un lugar diferente.

Dipper y Mabel han encontrado una pista que dice "SI EL CUERPO DE UN LAGARTO MIDE $\frac{17}{8}$ DECÍMETROS Y SU COLA MIDE $\frac{10}{8}$ DECÍMETROS. ¿CUÁNTO

MIDEN JUNTOS EL CUERPO Y LA COLA DEL LAGARTO?".

El cuerpo del lagarto más con la cola mide $\frac{27}{8}$ =

Dipper: -Tal vez si hallamos la respuesta del problema podemos ubicarlo en el mapa.



¡Buen trabajo! ya tenemos uno de los diarios, sólo nos faltan dos. ¡Animal!



4. Vamos a resolver los siguientes ejercicios para tratar de encontrar pistas que nos lleven al siguiente diario.

Recuerda cómo deben ser los denominadores

$$a. \frac{6}{8} - \frac{4}{16} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

$$c. \frac{7}{10} + \frac{15}{30} - \frac{9}{10} = \frac{3}{10}$$

$$b. \frac{16}{8} - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$d. \frac{2}{5} + \frac{7}{5} - 1 = \frac{4}{5}$$

5. Hemos encontrado una nueva pista.

"EN EL CUMPLEAÑOS DE STAN SE DIVIDIÓ EL PASTEL EN 12 PARTES IGUALES.

STAN SE COMIÓ $\frac{1}{12}$ DE PASTEL, WENDY SE COMIÓ $\frac{2}{12}$ DE PASTEL, SOOS SE

COMIÓ $\frac{3}{12}$ DE PASTEL Y PATO SE COMIÓ $\frac{4}{12}$ DE PASTEL. ¿QUÉ FRACCIÓN DE

PASTEL SE COMIERON ENTRE LOS CUATRO?"

La fracción que se comieron es $\frac{10}{12}$ de pastel.
 $\frac{5}{6}$

Mabel: Recuerda que debes simplificar el resultado de ser posible. Ahora ubiquemos lo obtenido en el mapa para encontrar el siguiente diario.

¡Muy bien, ya hemos encontrado el diario número dos!



6. Ubiquemos las siguientes fracciones en sus respectivas operaciones.

$$\frac{8}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{10}, \frac{7}{8}, \frac{1}{3}, \frac{11}{6}, \frac{7}{10}, \frac{10}{4}$$

a. $\frac{7}{10} + \frac{\square}{10} = 1$

c. $\frac{13}{8} - \frac{\square}{8} = \frac{3}{4}$

b. $1 + \frac{5}{3} = \frac{\square}{3}$

d. $\frac{10}{6} + \frac{\square}{6} = \frac{11}{6}$

7. Has encontrado una nueva pista, esta vez se trata de una operación

*RESUELVE: $\frac{12}{20} + \frac{15}{20} + \frac{3}{20} - \frac{1}{\square}$

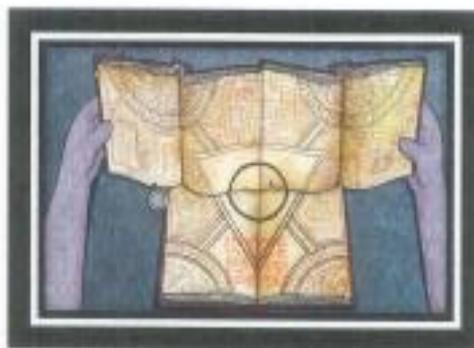
$$\begin{array}{r} \frac{10}{20} \\ \hline \frac{2}{4} \quad \frac{1}{\square} \\ \hline \end{array}$$

Ubica el resultado en el mapa, quizás encuentres el diario 3.

¡Bien hecho, lo has conseguido!



¡Genial chicos, ya tenemos los tres diarios! Ahora sólo falta buscar en ellos la forma de derrotar a Bill.



Según lo que dice al unir los libros para vencer a Bill debemos resolver tres preguntas:

8. Si se parte un pastel en ocho rebanadas iguales, Juan se come cinco rebanadas y Paula se come dos rebanadas.
- a. ¿Qué fracción del pastel se comieron entre los dos?

La fracción del pastel que se comieron es $\frac{7}{8}$

- b. ¿Qué fracción queda del pastel?

La fracción que queda es $\frac{1}{8}$

9. Si María tiene $\frac{17}{15}$ pesos y Pedro tiene $\frac{28}{15}$.

a. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?

La fracción es $\frac{45}{15}$

b. ¿Cuánto dinero le falta a María para tener lo mismo que Pedro?

La fracción es $\frac{11}{15}$

10. ¿Qué proceso realizas para sumar o restar fracciones con igual denominador?

usamos la resta de suma y multiplicación

**¡FELICIDADES HAS DERROTADO AL MALVADO BILL, AHORA
TODO GRAVITY FALLS ESTÁ A SALVO!**



¡ADIÓS!



SESIÓN 5

Hola chicos, soy Homero Simpson y estoy muy triste porque no encuentro a mi esposa ni a mis hijos, estábamos pasando un día en Krustyland, necesito que me ayuden, es que no quiero estar solito.

Para empezar, necesitamos saber cuántos decámetros hay en total desde la entrada hasta donde yo estoy (Camino rojo) y desde donde estoy hasta el Wheel of chance (Camino azul), al menos sé que el camino rojo tiene $\frac{1}{2}$ de un decámetro y el camino azul $\frac{4}{3}$ de un decámetro.

Cerca de ahí debe estar Lisa
¡AYÚDENME!



Sé que tienes un Fraccio-nando y eso nos puede ayudar bastante...

Lo primero que debes hacer es colocar las fichas que representen las fracciones de las distancias, ahora vamos a buscar unas fichas que al colocarlas encima queden igual a las de abajo.

¿Cuál fue la fracción que te dio?

$$\frac{11}{6}$$

Este es el resultado de la suma de las fracciones, ahora sé que tan lejos está Lisa.

¡YUJUUUUUUU! hemos encontrado el saxofón de Lisa



Lisa no debe estar lejos, Resolvamos las siguientes preguntas, mientras la encontramos, recuerda utilizar el fraccionando.

a. $\frac{1}{2} + \frac{3}{3} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6}$

c. $\frac{3}{2} + \frac{2}{4} = \frac{16}{8}$

b. $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} = \frac{17}{15}$

d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{6}{8}$

¿Qué puedes decir de las fichas que se utilizan para hallar el resultado?

Utilizo los denominadores para aver el resultado

Ahí está mi pequeña Lisa



Lisa: "Bart debe estar en la Montaña Rusa, así que nos tenemos que devolver". De la entrada hasta el Wheel of chance hay $11/6$ de un decámetro, y de la entrada hasta la Montaña Rusa hay $2/2$, entonces tendríamos que realizar una resta entre estas dos fracciones.

¿Cómo crees que se pueda utilizar el fraccio-nando para restar fracciones?

colocar los $\frac{23}{6}$ abajo de lo $\frac{2}{2}$ y ver
cuantas sextas quedan

¿Cuál fue el resultado de la resta?

$\frac{5}{6}$ nos dio

Ahora sabemos cuánto nos tenemos que devolver

Ya que estamos en la Montaña Rusa, es cuestión de tiempo para encontrar a Bart, resuelve los siguientes ejercicios mientras lo encontramos.

a. $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \quad \frac{6}{8}$

c. $\frac{7}{4} - \frac{4}{5} = \frac{19}{20}$

b. $\frac{10}{6} - \frac{2}{2} = \frac{4}{6} \quad \frac{8}{12}$

d. $\frac{6}{5} - \frac{1}{3} = \frac{13}{15}$

¿Qué relación hay entre los denominadores de las fracciones iniciales y el denominador de la fracción del resultado?

los dos denominador de la fracción se
multiplican para dar el resultado

¡Hemos encontrado a Bart!



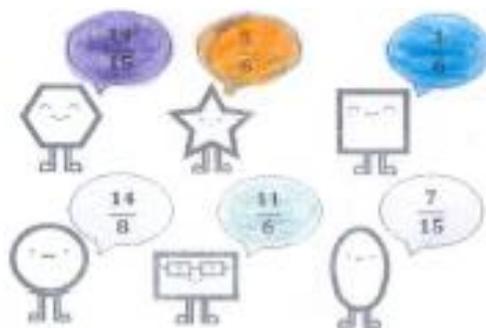
Ya sólo falta mi querida Marge que debe tener a Maggie. Mientras las encontramos vamos a realizar los siguientes ejercicios.

1. Colorea la figura que tiene el resultado correcto de la operación.

a. $\frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}$

b. $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{14}{15}$

c. $\frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$



2. Busca una fracción equivalente a $\frac{3}{2}$ y otra a $\frac{4}{3}$ con denominador 6

$\frac{9}{6}$ $\frac{8}{6}$

3. Ahora que tienes las dos fracciones vamos a restarlas.

$$\frac{\boxed{9}}{\boxed{6}} - \frac{\boxed{8}}{\boxed{6}} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{6}}$$

Compara este resultado con el de la pregunta 1a. ¿Qué tienen en común? ¿Podrías hacer sumas o restas entre fracciones sin utilizar el material?

las dos son equivalentes y tienen el mismo denominador

¡Mirá ya encontramos a Marge y a Maggie.



YUJUJUJUJUJU

Ya estamos todos reunidos gracias a ti, y antes de irnos te dejaremos los siguientes ejercicios para que los resuelvas sin utilizar el fraccio-nando

a. $\frac{5}{7} + \frac{4}{5} = \frac{25}{35} + \frac{28}{35} = \frac{53}{35}$

c. $\frac{7}{11} + \frac{1}{2} = \frac{14}{22} + \frac{11}{22} = \frac{25}{22}$

b. $\frac{8}{3} - \frac{3}{8} = \frac{64}{24} - \frac{9}{24} = \frac{55}{24}$

d. $\frac{8}{5} - \frac{1}{6} = \frac{48}{30} - \frac{5}{30} = \frac{43}{30}$

Flanders pinto ayer $\frac{2}{3}$ de su casa y esta mañana pinto la quinta parte.

a. ¿Qué fracción de la casa ha pintado?

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$$

b. ¿Qué fracción le falta por pintar?

$\frac{2}{15}$ le faltan por pintar



¡GRACIAS!

Anexo 9. Segunda aplicación de la prueba diagnóstica

 Universidad del Valle	Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.	 Instituto de educación y pedagogía
---	---	---

Nombre: Juan A. Díaz L. Grado: 5-8

Fecha: 28.10.2017

1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5} = \frac{16}{5}$

B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$

C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{9}{6} + \frac{14}{6} = \frac{23}{6}$

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.

a) $\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{20}{16} = \frac{40}{32} = \frac{80}{64}$ b) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{8}{24} = \frac{16}{48}$ c) $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8} = \frac{16}{16}$

3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. La distancia que debe recorrer se muestra en la figura.



En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento

y/o el porqué de tu respuesta.

$$\frac{6}{3} + \frac{2}{5} = \frac{30}{15} + \frac{6}{15} = \frac{36}{15} = \frac{12}{5}$$

dividido por 3

A. $\frac{8}{11}$ km.

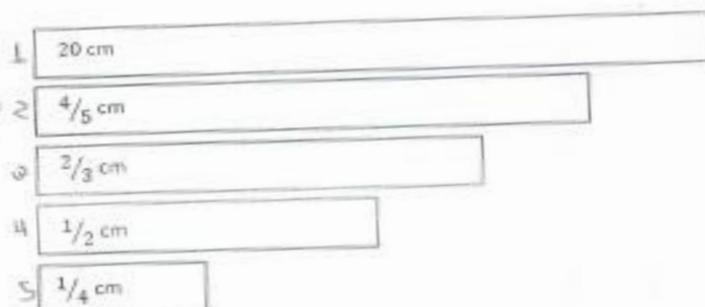
B. $\frac{12}{5}$ km.

C. $\frac{10}{45}$ km.

D. $\frac{31}{15}$ km.

E. Ninguna de las anteriores.

la distancia que se recorre son $\frac{12}{5}$



4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

(V)A. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.
 $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15}$

(F)B. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.
 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$

(F)C. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.
 $\frac{1}{4} + \frac{4}{5} = \frac{5}{20} + \frac{16}{20} = \frac{21}{20}$

(V)D. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de 10 cm. $20 - 10 = 10$

Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

mi mamá me da $\frac{1}{4}$ chocolates a mí y a mi hermana $\frac{3}{4}$ también.

mi mamá compra $\frac{1}{2}$ de carne y un $\frac{1}{4}$ de pollo.

 Universidad del Valle	Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.	 Instituto de educación y pedagogía
---	--	---

Nombre: Miguel Angel Cabezas Ordóñez Grado: 5-8

Fecha: 18 Agosto

1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5} = \frac{6+10}{5} = \frac{16}{5}$

B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$

C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{9}{6} + \frac{14}{6} = \frac{23}{6}$

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.

a) $\frac{5}{4} = \frac{20}{16} = \frac{25}{20}$

$5 \times 4 = 20$
 $4 \times 4 = 16$
 $5 \times 5 = 25$
 $4 \times 5 = 20$

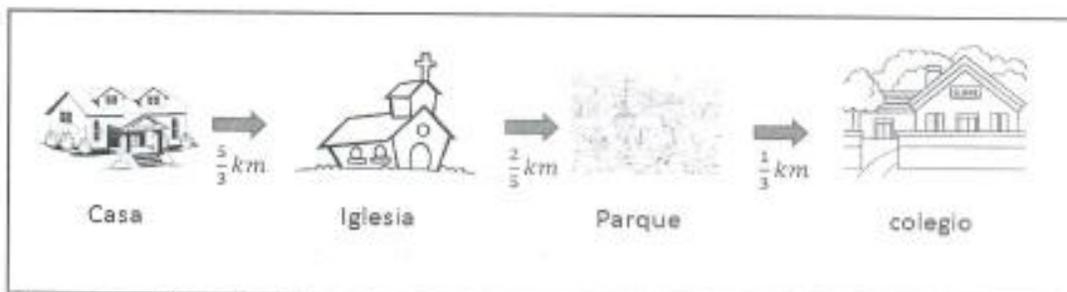
b) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$

$1 \times 3 = 3$
 $3 \times 3 = 9$

c) $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6}$

$2 \times 2 = 4$
 $2 \times 3 = 6$

3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. La distancia que debe recorrer se muestra en la figura.

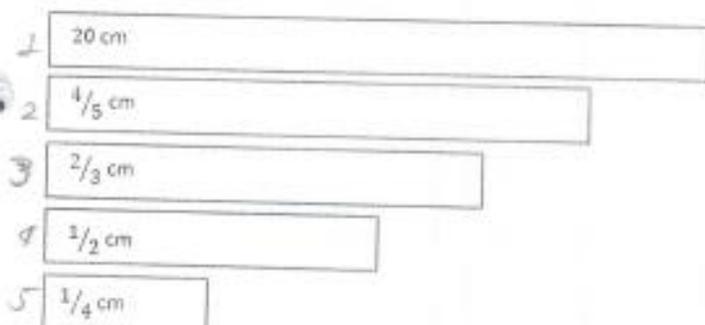


En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento y/o el porqué de tu respuesta.

- A. $\frac{8}{11}$ km. $\frac{5}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{25}{15} + \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{36}{15}$
- B. $\frac{12}{5}$ km.
- C. $\frac{10}{45}$ km.
- D. $\frac{31}{15}$ km.
- E. Ninguna de las anteriores.

Ana recorre el total de distancias: $\frac{36}{15}$
para ir al colegio

$$A) \frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15}$$



4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

VA. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.

VB. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

VC. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.

$$\frac{1}{4} + \frac{4}{5} = \frac{5}{20} + \frac{16}{20} = \frac{21}{20}$$

VD. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de

10 cm. $20 - \frac{1}{2} = 10$

a la respuesta

Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

1) mamá me mandó a comprar un $\frac{1}{4}$ de arroz

2) mamá me mandó a comprar $\frac{3}{5}$ de carne de cordero

3) puerta de mi casa mide $\frac{1}{3}$

 <p>Universidad del Valle</p>	<p>Universidad Del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática Elaborado por: Jennifer Ferro R. Carlos Montaña J.</p>	 <p>Instituto de educación y pedagogía</p>
--	---	---

Nombre: Arka Jimena Murillo Moreno Grado: 5^o

Fecha: 28/08/2017

1. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el procedimiento realizado.

A. $\frac{6}{5} + \frac{10}{5} = \frac{16}{5}$

B. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$

C. $\frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{9}{6} + \frac{14}{6} = \frac{23}{6}$

2. Escribe dos fracciones equivalentes a cada uno de los siguientes números fraccionarios escribiendo el procedimiento realizado.

a) $\frac{5}{4} = \frac{20}{16} = \frac{1}{1}$

b) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

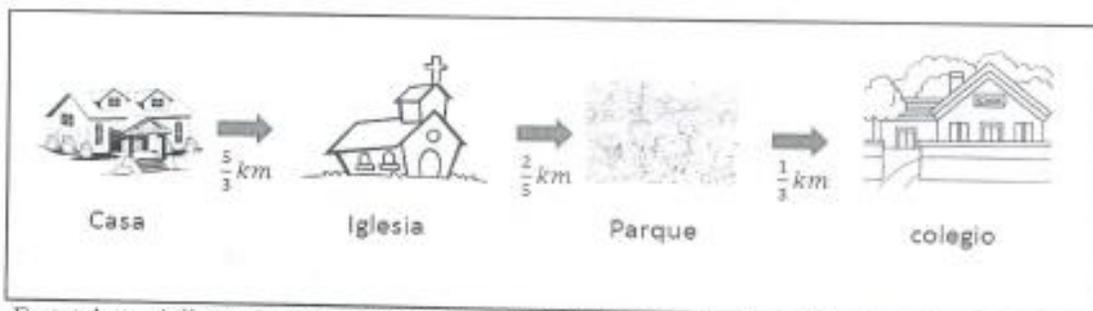
c) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{5}{4} \times \frac{6}{6} = \frac{30}{24}$

$\frac{1}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{15}$

$\frac{2}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{14}{28}$

3. Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por la iglesia y por el parque. La distancia que debe recorrer se muestra en la figura.



En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio? Escribe el procedimiento y/o el porqué de tu respuesta.

A. $\frac{8}{11}$ km.

$$\frac{5}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{25}{15} + \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{36}{15}$$

B. $\frac{12}{5}$ km.

$$\frac{36}{15} = \frac{12}{5}$$

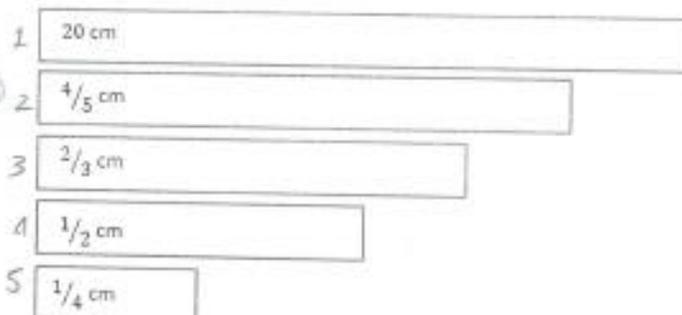
C. $\frac{10}{45}$ km.

D. $\frac{31}{15}$ km.

E. Ninguna de las anteriores.

Si $\frac{12}{5}$ porque si simplificamos $\frac{36}{15}$ nos da $\frac{12}{5}$

$$a) \frac{7}{5} + \frac{5}{3} = \frac{14}{15} + \frac{10}{15} = \frac{24}{15}$$



4. Un carpintero cortó varios trozos de madera. Observa la longitud de cada trozo.

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas? justifique cada una de sus respuestas

✓ A. Si se unen los trozos 2 y 3 se obtiene un trozo de madera de $\frac{22}{15}$ cm.

✗ B. Si se unen los trozos 3 y 5 se obtiene un trozo de madera de $\frac{3}{7}$ cm.
 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$

✗ C. Si se unen los trozos 5 y 2 se obtiene un trozo de madera de $\frac{5}{9}$ cm.
 $\frac{1}{4} + \frac{4}{5} = \frac{5}{20} + \frac{16}{20} = \frac{21}{20}$

✓ D. Si al trozo 1 le quita una parte igual al trozo número 4 se obtendría un trozo de madera de 10 cm.

$$20 - \frac{1}{2} = \frac{40}{2} - \frac{1}{2} = \frac{39}{2} = 19.5 \text{ cm}$$

5. Construye tres situaciones donde hagas uso de dos o más fracciones en cada una.

La casa al colegio me hecho $\frac{70}{100}$ metros

yo tengo una pisa que mide 50 cm

el pan de laia patricia mide $\frac{1}{2}$ centimetro

Anexo 10. Evidencia de la aplicación de la secuencia

