



LOS PROCESOS DE CONSTRUCCIÓN, VISUALIZACIÓN Y RAZONAMIENTO EN  
EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO:  
ANÁLISIS DE UN TEXTO ESCOLAR

CLAUDIA XIMENA BUSTAMANTE PUERTAS

WILLIAN ALBERTO GIRALDO ECHEVERRI

ASESOR

JORGE ENRIQUE GALEANO CANO

UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS Y  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
SANTIAGO DE CALI, JULIO DE 2015

LOS PROCESOS DE CONSTRUCCIÓN, VISUALIZACIÓN Y RAZONAMIENTO EN  
EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO:  
ANÁLISIS DE UN TEXTO ESCOLAR

CLAUDIA XIMENA BUSTAMANTE PUERTAS

CÓDIGO: 0645115 PLAN: 3469

WILLIAN ALBERTO GIRALDO ECHEVERRI

CÓDIGO: 0632151 PLAN: 3481

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADA EN  
EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS Y LICENCIADO EN  
MATEMÁTICAS Y FÍSICA

ASESOR

JORGE ENRIQUE GALEANO CANO

UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS Y  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
SANTIAGO DE CALI, JULIO DE 2015

*Agradecimientos*

*A Dios quien siempre ha iluminado y orientado mis pasos  
Y a todos aquellos que siempre han estado a mi lado contribuyendo en mis logros y han  
aportado su granito de arena.*

*Al Eterno Creador por su bondad, a mi familia, mi hogar;  
a la Universidad del Valle por brindarme esta oportunidad, al profesor Jorge Galeano C.  
por su guía y asistencia y a la compañera Claudia Bustamante.*

## RESUMEN

El interés de este trabajo estuvo enfocado en analizar los procesos de construcción, visualización y razonamiento en geometría, usando como herramienta un texto escolar de grado cuarto, entregado por el Ministerio de Educación Nacional a todas las instituciones públicas del país. Para esto se tomaron en consideración los trabajos que desde una perspectiva semiótica y cognitiva desarrolla Raymond Duval para el aprendizaje de la geometría y se propusieron como variables de análisis al texto los procesos de construcción, visualización y razonamiento; para identificar la manera como se presenta el manejo de dichos procesos cognitivos abordados por el libro escolar.

En los resultados encontrados del análisis al libro escolar, correspondientes al pensamiento espacial, se encontró que en general se da un reconocimiento icónico de las figuras; los procesos de construcción deben ser tenidos en cuenta de una manera adecuada, para el aprovechamiento de los estudiantes, el uso de figuras que conlleven a la reconfiguración podrían ser explorados para contribuir a la formulación de reflexiones pertinentes a la enseñanza de la geometría que enriquezcan el manejo que en el texto se le da a los procesos cognitivos. Se finaliza con recomendaciones y sugerencias al respecto.

**Palabras claves:** Geometría, registros de representación, reconfiguración, figuras geométricas, construcción, visualización, razonamiento, textos escolares.

## Contenido

INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO I .....	4
1.1    PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	4
1.2    OBJETIVOS.....	11
1.2.1    Objetivo general:.....	11
1.2.2    Objetivos específicos: .....	11
1.3    JUSTIFICACIÓN .....	12
CAPÍTULO II .....	20
2.1    LOS PROCESOS COGNITIVOS DEL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA .....	21
2.1.1    ACTIVIDAD GEOMÉTRICA DE CONSTRUCCIÓN .....	22
2.1.2    LOS PROCESOS DE VISUALIZACIÓN .....	24
2.1.3    LOS PROCESOS DE RAZONAMIENTO.....	32
2.2    CONCEPTOS CURRICULARES DEL MEN .....	34
2.3    TEXTO ESCOLAR .....	36
CAPÍTULO III .....	41
3.1    ANÁLISIS REALIZADO AL TEXTO ESCOLAR.....	41
3.2    PROCESOS COGNITIVOS ENCONTRADOS EN EL TEXTO ESCOLAR EN RELACIÓN CON LAS VARIABLES DE ANÁLISIS PROPUESTAS.....	43
3.2.1    CONSTRUCCIÓN .....	43
3.2.2    VISUALIZACIÓN .....	57
3.2.3    RAZONAMIENTO .....	74
3.3    LO QUE PODRÍAN TENER LOS TEXTOS ESCOLARES.....	91
3.3.1    RAZONAMIENTO .....	92
3.3.2    CONSTRUCCIÓN .....	93
3.3.3    VISUALIZACIÓN. ....	93
CAPÍTULO IV .....	96
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	96
5. BIBLIOGRAFÍA.....	100
6. ANEXOS .....	103

## Índice de gráficas

Figura 1. Las interacciones cognitivas subyacentes involucradas en la actividad geométrica. (Duval 2001, p.2) .....	15
Figura 2. Presentación no icónica .....	44
Figura 3. Presentación no icónica .....	45
Figura 4. Presentación no icónica. ....	45
Figura 5. Presentación no Icónica sobre un fondo rectilíneo .....	45
Figura 6. Presentación no Icónica usando fondo cuadrículado .....	46
Figura 7. Presentación icónica de las figuras. ....	46
Figura 8. Imagen no icónica en la unidad seis.....	47
Figura 9. Representación no icónica usando un fondo cuadrículado.....	47
Figura 10. Representación icónica de la rotación .....	48
Figura 11. Representación icónica de la rotación .....	48
Figura 12. Representación icónica de la rotación .....	48
Figura 13. Representación no icónica de rotación.....	49
Figura 14. Representación no icónica de rotación.....	49
Figura 15. Representación no icónica de rotación.....	49
Figura 16. Representación no icónica de rotación.....	50
Figura 17. Representación no icónica, muestra trazos externos que indican el giro .....	50
Figura 18. Representación no icónica en Reflexión de las figuras .....	50
Figura 19. Representación no icónica en Reflexión de las figuras .....	51
Figura 20. Presentación no icónica con trazos internos y externos. ....	51
Figura 21. Presentación icónica en movimiento de las figuras.....	51
Figura 22. Presentación no icónica de los tratamientos.....	52
Figura 23. Guía para la construcción de rectas.....	53
Figura 24. Trazado de rectas .....	53
Figura 25. Uso del transportador .....	54
Figura 26. Ejercicios medición de ángulos .....	54
Figura 27. Uso de instrumentos.....	55
Figura 28. Construir un octágono regular .....	55
Figura 29. Actividad de construcción de figuras .....	56
Figura 30. Uso de instrumentos en la reflexión .....	56
Figura 31. Uso de instrumentos en Reflexión de figuras .....	57
Figura 32. Trazos que sugieren relaciones entre rectas .....	57
Figura 33. Trazos internos.....	58
Figura 34. Trazos internos.....	58
Figura 35. Trazos internos en un hexágono.....	58
Figura 36. Polígonos (Trazos internos).....	58
Figura 37. No hay presencia de trazos internos.....	59

Figura 38. No hay existencia de trazos internos .....	59
Figura 39. No hay presencia de trazos internos.....	60
Figura 40. No hay existencia de trazos internos en cuadriláteros .....	60
Figura 41. Fondo rectilíneo .....	60
Figura 42. Fondo cuadriculado.....	61
Figura 43. No existencia de trazos en Resolución de Problemas.....	61
Figura 44. Trazos internos y externos en Traslación.....	62
Figura 45. Fondo cuadriculado.....	62
Figura 46. Eje de simetría y fondo cuadriculado.....	63
Figura 47. Trazos internos y cuadrícula .....	63
Figura 48. No existencia de trazos .....	64
Figura 49. Trazos externos, cuadrícula en Reflexión .....	64
Figura 50. Figuras por yuxtaposición .....	66
Figura 51. Superposición de figuras.....	67
Figura 52. Pregunta sustentada por un fondo rectangular .....	70
Figura 53. Pregunta de la figura 35.....	70
Figura 54. Instrucción en la figura 4.....	71
Figura 55. Pregunta figura 6.....	71
Figura 56. Instrucción dada en traslación de figuras .....	72
Figura 57. Pregunta presentada en la figura 17.....	72
Figura 58. Instrucciones y preguntas en la figura 30 .....	73
Figura 59. Tipo de pregunta realizada en la Figura 22.....	73
Figura 60. Tipo de pregunta propuesta en <i>Pruebas tipo Saber</i> .....	73
Figura 61. Propiedades y relaciones .....	75
Figura 62. Enunciados centrados en la lengua.....	76
Figura 63. Enunciado sobre definición de relación entre rectas .....	77
Figura 64. Enunciados centrados en la figura .....	77
Figura 65. Enunciado centrado en la Figura 35.....	78
Figura 66. Enunciado sección <i>Triángulos</i> .....	78
Figura 67. Enunciado sección <i>Cuadriláteros</i> . .....	79
Figura 68. Enunciados en Resolución de problemas. ....	79
Figura 69. Enunciado figura 9 .....	80
Figura 70. Enunciado centrado en la lengua.....	80
Figura 71. Figuras centradas en los discursos.....	81
Figura 72. Enunciado describiendo un polígono.....	82
Figura 73. Enunciados relacionados con los elementos que conforman un polígono .....	83
Figura 74. Expansión discursiva. ....	83
Figura 75. Articulación de enunciados en definición de cuadriláteros.....	84
Figura 76. Enunciado de la Figura 46 .....	84
Figura 77. Enunciado en Resolución de problemas .....	84

Figura 78. Enunciados en relación entre rectas.....	85
Figura 79. Enunciado figura 64 .....	85
Figura 80. Definición de polígono .....	86
Figura 81. Congruencia entre enunciado y figura.....	86
Figura 82. Congruencia entre enunciado y figura.....	87

## INTRODUCCIÓN

La investigación en el campo de la educación matemática se interesa entre otros, por el problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se tienen diversas líneas de trabajo que van desde la identificación de las dificultades que el aprendizaje de las matemáticas impone a quienes la aprenden; hasta diversas propuestas de enseñanza que se apoyan en fundamentos didácticos, históricos, etc. Específicamente, en relación con la enseñanza de la geometría, este trabajo se enfoca en el análisis de un texto escolar de grado cuarto de matemáticas, atendiendo a la perspectiva semiótica y cognitiva propuesta por Raymond Duval, quien propone que la enseñanza de la geometría se ha de enfrentar a partir del estudio de los procesos cognitivos de construcción, visualización y razonamiento. Además, dicho estudio ha de tener en cuenta que el trabajo en geometría requiere de la utilización de sistemas semióticos de representación que deben tomarse en consideración para el trabajo en esta área.

De acuerdo con los Lineamientos Curriculares "... ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los 5 tipos de pensamiento matemático: numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional" (MEN, 1998, p.56). La geometría, como fundamento del pensamiento espacial, es una de las partes de las matemáticas que genera una particular preocupación por parte de los educadores matemáticos, dado su abandono como objeto de estudio en los currículos escolares desde la segunda mitad del siglo XX. Tal como lo señala Mammana (1998), esta situación se ve reflejado en las encuestas nacionales e

internacionales que evalúan los conocimientos matemáticos de los estudiantes; en ellas, la geometría es con frecuencia totalmente ignorada o se le incluye en muy pocos ítems. En algunos casos, las preguntas tienden a ser confinadas a algunos “hechos” elementales sobre figuras simples y sus propiedades. Aun así, el desempeño que se reporta de los estudiantes, es relativamente pobre.

El presente trabajo muestra, desde una teoría de los registros de representación semiótica y el análisis de textos, cómo se caracterizan los procesos de construcción, visualización y razonamiento con figuras geométricas, en un texto escolar de grado cuarto. Esto a partir de un análisis que permite conocer el manejo que se da en el texto escolar a los procesos mencionados y algunos aspectos relevantes que se han de tener en cuenta para la enseñanza de la geometría. Se propone también presentar una reflexión sobre esta temática que brinde a los docentes la posibilidad de implementar en la clase de geometría una visión diferente en donde se incida positivamente sobre el desarrollo cognitivo de los estudiantes, gracias al uso de elementos visuales, materiales didácticos y propuestas innovadoras teniendo en cuenta las actividades cognitivas propuestas por R. Duval.

Para la ejecución del trabajo se tienen en cuenta los textos escolares de matemáticas de grado cuarto otorgados por el Ministerio de Educación Nacional a las Instituciones Educativas, los cuales se analizan de acuerdo a una rejilla que permita caracterizar las actividades cognitivas y que proporcione información que conceda examinar los resultados obtenidos de manera que permitan poner en evidencia el tratamiento que se les brinda en el texto escolar a las actividades mencionadas.

Este trabajo se articuló con el proyecto “Propuesta para el diseño de situaciones de aprendizaje que favorezcan la formación del pensamiento espacial mediante las actividades

de construcción, visualización y razonamiento.” que realiza Jorge Enrique Galeano Cano bajo la dirección de Myriam Vega para optar al título de Magister en Educación, con énfasis en educación matemática, en la Universidad del Valle.

El presente informe está conformado por cuatro capítulos. En el primero se plantean los elementos conceptuales fundamentales que se han tenido en cuenta en la problemática de la enseñanza de geometría en la Educación Básica Primaria y las razones que motivan la realización de este trabajo; en el capítulo 2 se presenta una síntesis de los postulados teóricos desde una perspectiva semiótica de la actividad matemática y geométrica a partir de los planteamientos de Raymond Duval, explicando desde un punto de vista cognitivo los principios teóricos en los cuales se sustenta esta investigación; en el tercer capítulo, se describen los elementos teóricos conceptuales sintetizados en la aplicación de una rejilla de análisis que permite abordar el estudio del texto escolar; además se encuentran los resultados obtenidos al detallar las características de los procesos cognitivos que se hallaron al revisar el texto escolar de grado cuarto. Al finalizar, en el cuarto capítulo se encuentran las conclusiones y sugerencias respecto del análisis del texto escolar en la enseñanza de la geometría, en donde se mencionan aportes e información valiosa de la teoría tomada como referencia para la realización de este trabajo.

## CAPÍTULO I

### LA GEOMETRÍA DESDE UNA PERSPECTIVA SEMIÓTICA: CONSTRUCCIÓN, VISUALIZACIÓN Y RAZONAMIENTO

#### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En los años cincuenta y sesenta las reformas a los currículos para la enseñanza de las matemáticas fueron concebidas principalmente a partir de la propuesta del grupo Bourbaki en sus planteamientos de las “matemáticas modernas”, la cual se incorporó de manera significativa durante casi tres décadas en todos los niveles de educación, esto ocasionó cambios importantes en la formación matemática que se ofrecía en las escuelas.

El centro de esta innovación consistía fundamentalmente en unificar las diversas teorías matemáticas alrededor de la noción de Estructura Matemática, enfocada en la teoría de conjuntos y en la enseñanza de las estructuras abstractas, el rigor y la lógica. Estas reformas afectaron de manera considerable la enseñanza de la geometría, pues pretendían enfrentar al estudiante desde un principio con sistemas que tienen una presentación demasiado formalista. Dicha propuesta fue manifestándose paulatinamente en las aulas de clase, en términos de que la geometría solo se enseñaba como aplicación de las estructuras algebraicas (MEN, 1998).

Muy pronto, a comienzos de la misma “matemática moderna” y en los años 70, se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado acertados, que los problemas e inconvenientes surgidos superaban las supuestas ventajas que se esperaba conseguir como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras

matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea (MEN, 1998).

Más tarde en 1998 los lineamientos curriculares proponen la enseñanza por medio de pensamientos y sistemas matemáticos. La propuesta de la “geometría activa”, se planteó como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio, en la cual el estudiante propone construcciones y produce esquemas y dibujos para lo que conoce como conceptualización o representación interna.

De esta manera se propuso erradicar de las aulas de clases las prácticas en la enseñanza de la geometría derivadas del movimiento de las matemáticas modernas que se habían reducido al desarrollo de algunas temáticas que se mostraban de forma mecánica y repetitiva y limitadas a la realización de los cálculos a través de fórmulas (Abrate,2006).

Esta innovación permitiría entonces cambiar la triste realidad, es decir, las clases no aportaban algo nuevo ni generaban un conocimiento profundo y trascendental, lo que hacía casi imposible dirigir un curso de geometría al tener que contentarse apenas con la reiteración de fórmulas y manipulaciones simbólicas sin sentido para los estudiantes, sin posibilidad de aplicación más allá de los problemas básicos (Vasco, 1999).

Al reflexionar sobre la enseñanza de la geometría es posible afirmar que cada vez su estudio toma más importancia en las situaciones de la vida cotidiana, como en la construcción de puentes, templos, pirámides y hasta en problemas astronómicos, también dichas situaciones “son una gran fuente de modelos y situaciones problemáticas sumamente enriquecedoras para el aprendizaje de la matemáticas”(Abrate, Delgado &Pochulu, 2006, p.1), por tal motivo es preciso apuntar a nuevas teorías que permitan al estudiante el

dominio del espacio desde un enfoque de la geometría activa como lo propone el Ministerio de Educación Nacional, al buscar el camino que garantice resultados y competencias esperadas.

Es también importante mencionar que otro factor que incide en la enseñanza de la geometría son los textos escolares. Estos pueden hacer una presentación de la parte conceptual muy corta y precisa, recargando la parte operativa lo que trae como consecuencia que no se presente la geometría de manera dinámica, inhibiendo así que los estudiantes puedan tener la oportunidad de acceder a ambientes idóneos que favorezcan el aprendizaje de la geometría y a su vez tengan la oportunidad de elaborar con ayuda del docente la construcción del conocimiento geométrico. De no tenerse en cuenta lo anterior la geometría se presentaría como una actividad que no le aporta al estudiante la posibilidad de desarrollar pensamiento espacial, pues no le permite interactuar con su entorno al no propiciar problemas de su interés y contexto.

Esto trae como consecuencia que los estudiantes no puedan generalizar conceptos y propiedades en el aprendizaje de la geometría; específicamente en grado cuarto donde se relaciona la actividad geométrica con la identificación de formas geométricas, para favorecer una mayor comprensión es importante tener en cuenta el análisis de las diferentes actividades cognitivas involucradas en el desarrollo del pensamiento geométrico, es decir, el uso de las actividades de construcción, visualización y razonamiento.

La actividad de construcción de figuras geométricas es una actividad en la cual el estudiante puede identificar las propiedades inherentes a la figura mediante el uso de las herramientas tradicionales (compás, escuadra, regla, transportador.) o también a través de la utilización de plantillas, moldes, etc.

En la actividad matemática en los cursos de geometría, se emplean dos registros de representación: las representaciones gráficas (imágenes que representan los objetos geométricos) y las de la lengua natural (donde se definen con palabras los objetos geométricos), como lo expresa Duval (1999) “la actividad matemática en los cursos de geometría se realiza en dos registros: uno para designar las figuras y sus propiedades; el otro para enunciar las definiciones, las hipótesis” (p.147).

La visualización es un proceso que permite a los estudiantes reconocer las condiciones y propiedades en las figuras, que sirven para hallar las soluciones a un problema. Mediante el razonamiento los estudiantes pueden hacer conjeturas, realizar la demostración y explicación de las situaciones planteadas.

Para avanzar de manera comprensiva en las actividades mencionadas, los estudiantes han de relacionar con claridad las representaciones figurales que aparecen en las páginas de los textos con los registros en lenguaje natural; es posible inclusive que los profesores y autores de los textos escolares asuman que los estudiantes captan con total claridad las representaciones figurales que se muestran, bien sea en los textos o en el tablero; sin embargo, se debe analizar la naturaleza semiótica del pensamiento matemático en lo que tiene que ver con las dificultades de articular estos distintos registros semióticos en la geometría.

Algunos enunciados de los textos escolares llevan a los estudiantes a realizar un algoritmo, cuando se alude a la presentación de ejercicios que requieren la aplicación de una fórmula directamente o una secuencia de pasos, aislando el registro en lengua natural del registro de representación semiótica, dejando de aprovechar las posibilidades que le permite este último registro

Una de las problemáticas en la enseñanza de la geometría consiste en asumir que la simple presentación de las figuras geométricas será suficiente para acceder al contenido que las constituye, es decir, se muestran de manera “obvia” las representaciones gráficas y las propiedades que se cumplen en estas, lo cual se ha mostrado como una falla ya que el acceso al contenido de una figura requiere de procesos diferentes y más complejos que el simple acto de “ver”; como expresa Duval (2004) “las figuras dejan ver mucho más de lo que los enunciados dicen, permiten explorar, anticipar; permiten adoptar aquella conducta de abducción que limita de entrada las hipótesis a considerar, captando solo la atención sobre aquellos aspectos susceptibles de conducir a la solución”(p.161).

Como se menciona en el Cuaderno de matemática educativa 5 (2002) “El potencial del proceso de visualización está en la integración de procesos por medio de las cuales se obtienen conclusiones, a partir de las representaciones de los objetos bi y tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones”. Durante la visualización se liga a la percepción visual con características, propiedades o relaciones matemáticas, en estrecha relación con lo que Duval llama proceso de visualización respecto a la representación del espacio.

El razonamiento es considerado como el conjunto de acciones que las personas realizan para comunicar y explicar a otros y a ellos mismos lo que ven, piensan y concluyen. Por tanto son funciones del razonamiento explicar, comprender y convencer, además de demostrar. En geometría el razonamiento posibilita establecer relaciones entre conceptos geométricos, argumentar con razones fundamentadas acerca de una propiedad, relación o situación geométrica; dar significado a los conceptos y procedimientos, comunicando en forma convincente los resultados de indagaciones.

Es por tanto conveniente e importante afirmar, según Duval(1999); que “debe existir una coordinación entre los tratamientos específicos al registro de las figuras y los del discurso teórico en lengua natural” (p.147). Esta articulación entre figura y discurso es una condición particular a toda actividad geométrica que implica distintas maneras de “ver” sobre una figura, al efectuar de manera simultánea los tratamientos a los registros de representación que permite asegurar un aprendizaje en esta disciplina. Esta articulación requiere además que se desarrolle paralelamente un trabajo sobre la construcción geométrica, como una condición necesaria para la comprensión.

Las construcciones geométricas constituyen uno de los ejes principales del trabajo en la geometría escolar. Las figuras geométricas no se dibujan a mano alzada; es necesario la utilización de los instrumentos, que permiten una regularidad en el trazado; además, posibilitan producir una forma visual que tiene asociadas propiedades geométricas. Instrumentos como el compás, la regla y el transportador, para mencionar inicialmente solo los instrumentos de construcción clásicos, facilitan la aplicación de las propiedades de paralelismo, congruencia, perpendicularidad, equidistancia, entre otros.

En la interacción y experimentación, las figuras adquieren su mayor potencial heurístico que consiste en fraccionar un problema en varios elementos y establecer diversos algoritmos posibles para elegir aquel que tenga mayores posibilidades de conducir a la solución; que facilitan la formulación de conjeturas y cambian completamente la relación de las formas percibidas o subfiguras, con sus configuraciones o contorno global.

De alguna manera la utilización de los instrumentos hace ver las propiedades geométricas como limitaciones de construcción. Se puede determinar que la potencia de las construcciones con instrumentos desarrolla en los estudiantes la posibilidad de darse cuenta

de que las propiedades geométricas no son solo características perceptivas que fácilmente se puedan identificar o reconocer mirándolas sin antes realizar su construcción.

Gracias a las consideraciones anteriores es posible proponer el análisis de un texto escolar desde una perspectiva semiótica cognitiva, de acuerdo con la teoría de Raymond Duval sobre los registros de representación en la actividad geométrica, con el fin de observar cómo los textos escolares aportan en los procesos de construcción, visualización y razonamiento en geometría.

Se pretende analizar el manejo que da el texto a los procesos cognitivos citados anteriormente, y hallar las semejanzas y diferencias con respecto a lo planteado por Duval en su análisis de los registros de representación semiótica en geometría.

De acuerdo con lo anterior se analizó el texto escolar para la educación básica primaria *Proyecto Sé*, mediado por la pregunta: ¿Cómo se presenta la propuesta de trabajo en geometría de un texto escolar de grado cuarto en relación con las actividades cognitivas de construcción, visualización y razonamiento?

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo general:

Analizar desde una perspectiva semiótica cognitiva los procesos de construcción, visualización y razonamiento en geometría en el texto escolar de matemáticas de grado cuarto *Proyecto Sé*.

### 1.2.2 Objetivos específicos:

- Definir las actividades de construcción, visualización y razonamiento en geometría desde la postura teórica propuesta por Raymond Duval.
- Proponer distintas variables de análisis al texto de grado cuarto, que permitan estudiar los procesos de construcción, visualización y razonamiento realizados en el texto.
- Identificar la manera como se presentan en el texto los procesos cognitivos para el aprendizaje de la geometría en relación con una perspectiva semiótica y cognitiva.

### 1.3 JUSTIFICACIÓN

Es importante analizar el papel que juega la utilización de los textos escolares de matemáticas en el desarrollo de las actividades cognitivas de construcción, visualización y razonamiento en la enseñanza de la geometría en el grado cuarto; además, resaltar la relación de los textos escolares con el quehacer docente, puesto que es un referente para algunos maestros, los cuales han de tener en cuenta si en ellos se manejan los criterios propuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) que el Ministerio de Educación propone.

Una visión global de lo que es la actividad geométrica implica considerar tres actividades cognitivas diferentes: la primera consiste en la construcción de una figura, la segunda se fundamenta en visualizar todo lo que es posible en ella y la tercera radica en el razonamiento.

La construcción de la figura requiere por lo general la utilización de dos tipos de instrumentos: aquellos que pueden manipularse como rompecabezas, tangram, pitillos, plegado de papel, entre otros, y los que permiten operaciones de trazado gráfico (plantillas, moldes, regla no graduada, compás, regla graduada). Los estudiantes han de estar en capacidad de construir una figura con la ayuda de variedad de instrumentos los cuales permitirán experimentar las propiedades de las figuras geométricas y llegar al desarrollo de su comprensión.

Algunos textos escolares se limitan al uso de los instrumentos de construcción tradicionales dejando de lado la utilización de otros medios, desconociendo así que el uso de diversos dispositivos es una variable didáctica esencial (Bouleau, 2001) debido a que las limitaciones presentadas en la construcción están asociadas con las propiedades geométricas, es por ello importante atender esta actividad y la forma en que es abordada en los textos.

La segunda actividad consiste en la visualización, la cual permite reconocer las diferentes unidades figurales que conforman una figura y proveer información para examinar las propiedades que se pueden obtener de la figura; ya que estas unidades desempeñan un papel fundamental en los procesos cognitivos geométricos. La visualización está estrechamente relacionada con el discurso, tanto en lengua natural, para expresar lo que espontáneamente se observa de una figura en particular, como el discurso teórico en donde se definen las propiedades y los razonamientos empleados.

Es importante tener en cuenta que los factores de visibilidad<sup>1</sup> originan en los estudiantes formas distintas de realizar posibles cambios de registros para llegar a la solución de problemas planteados; pues en algunos procedimientos realizados por los estudiantes se observa que un porcentaje muy alto de ellos tiene un casi total desconocimiento de los tratamientos permitidos por las figuras (Marmolejo & Vega, 2004, p.665).

Para la mayoría de los estudiantes las figuras tienen un carácter estático, al desconocer que la figura puede ser cambiada mediante la introducción física o mental de

---

<sup>1</sup>Los factores de visibilidad son aquellos que permiten o dificultan la visualización de una figura (Marmolejo, 2007).

trazos, lo que permite dividirla en subfiguras o inhibir algunas de las ya dadas, y asumir la conducta de abducción como aquella por la cual la mente aprecia algo que no puede ser observado directamente al encontrar la solución a una situación dada.

La actividad de razonamiento tiene que ver con las explicaciones, justificaciones y argumentaciones que se hacen para dar cuenta de la validez de un resultado o la pertinencia de una solución propuesta. Es decir, estudia cómo se analiza y transforma la información que llega del exterior, cómo y porqué se toman decisiones. El razonamiento es, pues, cualquier procedimiento que permite desprender nueva información de informaciones previas; esta nueva información ha de servir para modificar las creencias o posiciones teóricas respecto de un asunto particular (Duval, 2004).

Uno de los principales problemas de la enseñanza de la geometría es la inhabilidad para hacer que la mayoría de los estudiantes logren saltar la brecha que existe entre el proceso discursivo natural (comunicación ordinaria realizada a través de la descripción, explicación, argumentación) y el proceso discursivo teórico que es realizado a través de la deducción (Duval, 2001, p.8).

Estas tres actividades se pueden ver en la figura 1 a continuación, en la que se observa que las actividades no se aíslan unas de otras; por el contrario, a través de flechas se ilustran las relaciones entre dichas actividades; por ejemplo, la flecha que va entre la construcción y la visualización indica que gracias a la construcción mediante instrumentos, se pueden reconocer las propiedades que han de servir para una visualización adecuada de la figura; la doble flecha entre el razonamiento y la visualización implica una doble relación de dependencia entre ellas; la flecha punteada que tiene dirección de visualización a razonamiento indica que la visualización no siempre ayuda al razonamiento; la flecha A indica el reconocer y nombrar espontáneamente la figura; la flecha B enfatiza que el

razonamiento puede desarrollarse de una manera independiente, también pueden darse otros tipos de circuito internamente que relacionan los tres procesos cognitivos (Duval, 2001, p.2).

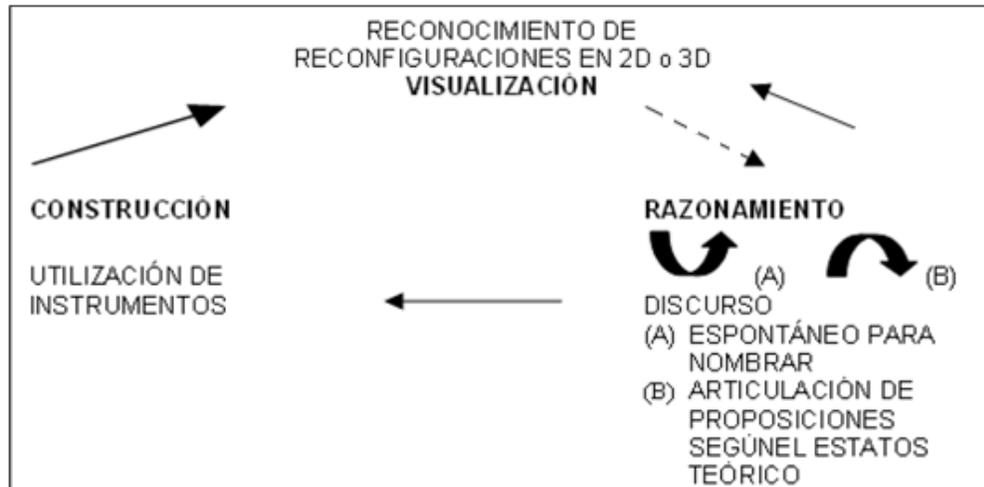


Figura 1. Las interacciones cognitivas subyacentes involucradas en la actividad geométrica. (Duval 2001, p.2)

El punto más importante desde la perspectiva semiótica cognitiva del aprendizaje reside en que la mayoría de los estudiantes de la educación obligatoria, no tienen la posibilidad de recorrer el circuito que se acaba de mencionar. Esto, porque no se conectan entre sí la actividad de visualización y la de razonamiento. “O también porque las actividades de construcción que se les pide no ayudan a desarrollar la visualización” (Duval, 2001, p.3).

Al no articularse correctamente los procesos cognitivos entre sí, será dispendioso el aprendizaje de la geometría en las aulas de clases; si se pretende mejorar la enseñanza es indispensable la acción recíproca entre ellas.

El trabajo en clases de geometría, que debería atender las particularidades de estas actividades con los estudiantes, se apoya fundamentalmente en los libros de textos, por lo cual es necesario hacer una revisión de lo que esto aportan realmente.

Los textos escolares además de brindar un saber específico, valores, ideología y cultura, actúan como puente en la relación profesor-saber-estudiante; si bien los libros transmiten un saber, este saber en muchas ocasiones se convierte en estático, acrítico e inflexible a cualquier posible cambio; puesto que aún se presentan algunas prácticas tradicionales en el desarrollo del trabajo en el aula de clase, es decir los contenidos son presentados casi que fielmente a lo que propone el texto escolar, la clase se desarrolla a partir de lo explicitado en el texto. (Arbeláez, G. y otros, 1999, p.109)

De acuerdo a lo anterior, los contenidos propuestos textualmente perjudican el quehacer del docente ya que el texto escolar no solo se convierte en una herramienta, sino también en el “vehículo” que direcciona la clase, y por sí solo el texto escolar no facilita ni induce a movilizar conocimiento más allá del expresado por él mismo, y es ahí donde el docente debe intervenir con el fin de modelar lo que el texto escolar expresa; y generar ambientes que posibiliten movilizar conocimiento.

De tal manera, no se puede desconocer la importancia que tiene el texto escolar en las aulas y también la prudencia, creatividad, autonomía intelectual, con que el docente debe usarlo al trabajar con los estudiantes. Observar la manera como se presentan los conceptos a través de los textos escolares es de suma importancia, puesto que daría algunas pistas sobre la forma de enseñar y la dinámica en el salón de clase.

Es posible entonces proponer un análisis de las actividades en geometría, a partir de lo que plantea R. Duval y lo que se propone en los libros de texto utilizados por los docentes de matemáticas de instituciones educativas públicas, las cuales han sido dotadas de textos escolares por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Un aspecto relevante en este sentido es tener en cuenta lo que se va a encontrar en particular en el libro escolar *Proyecto Sé* de matemáticas grado cuarto, diseñado especialmente por el MEN, conforme con los Lineamientos Curriculares para la enseñanza de la matemática.

Es importante resaltar que los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) muestran riqueza y variedad cuando se refieren a la expresión “*ser matemáticamente competente*”; en ellos el pensamiento espacial y los sistemas geométricos son tomados en cuenta para la organización de currículos centrados en el desarrollo de las competencias matemáticas. De esta manera, se involucran distintos procesos relacionados con los conocimientos básicos en matemáticas, los cuales se han clasificado en cinco tipos de pensamientos con sus correspondientes sistemas (pensamiento numérico, espacial, métrico, variacional y el aleatorio). Para el desarrollo de este trabajo se hará énfasis específicamente en el pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

...en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales”(MEN, 1998, p.56).

Para que la actividad geométrica rinda resultados satisfactorios, Duval propone que debe existir coordinación entre la figura y el discurso, desde un punto de vista cognitivo para el aprendizaje de los conocimientos geométricos y, además, un tratamiento simultáneo entre el enunciado y la figura. Lo cual se puede ver reflejado en los resultados obtenidos en las pruebas SABER 2013, realizadas a los estudiantes de grado quinto en las instituciones educativas (Tabla 1), uno de los frentes que presenta mayor dificultad es el pensamiento geométrico métrico. A continuación se presentan los resultados obtenidos en dicha prueba en algunas instituciones del municipio de Cali, en la comuna 14 en donde actualmente ejercemos la profesión docente, los cuales permiten evidenciar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	NUMÉRICO-VARIACIONAL	GEOMÉTRICO-MÉTRICO	ALEATORIO
Manuel María Mallarino	Similar	Débil	Muy fuerte
Siete de agosto	Similar	Débil	Fuerte
Carlos Holguín Lloreda	Fuerte	Débil	Similar
Ciudad de Cali	Similar	Débil	Fuerte
Gabriela Mistral	Débil	Débil	Fuerte

Tabla 1. Resultados pruebas SABER. Fuente <http://www.icfes.gov.co/resultados/pruebas-saber-resultados><sup>2</sup>

Así mismo, el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (Third International Mathematics and Sciences Study, TIMSS) se encarga de evaluar los logros de los estudiantes en matemáticas y ciencias y publicar documentos que contienen información importante para Colombia con relación al currículo y a factores que favorecen o dificultan los desempeños de los estudiantes, muestra que en el desarrollo del pensamiento matemático los resultados no son satisfactorios.

Los resultados obtenidos por estudiantes de Colombia de grado cuarto en las pruebas TIMSS realizadas en el año 2007; fueron: el 69 % de los estudiantes que participaron en la prueba presentan un nivel de desempeño inferior, un 22% en un nivel bajo, el 7% de los estudiantes se encuentran en un nivel medio, y 2 % en el nivel alto; las pruebas TIMSS evalúan en las preguntas propuestas los pensamientos numérico, geométrico, variacional y métrico, pero los resultados se presentan de forma general como pensamiento matemático; estos resultados son un indicativo a nivel internacional de cómo se encuentran los estudiantes colombianos de grado cuarto con respecto al desarrollo de este pensamiento (MEN, 2010).

---

<sup>2</sup> Para la lectura de la tabla se necesitan las siguientes convenciones: Fuerte: cuando el resultado es superior al promedio nacional. Similar, cuando el resultado es equivalente o cercano al promedio nacional. Débil, cuando es inferior al promedio nacional.

Según los resultados alcanzados en las pruebas SABER y TIMSS, es importante considerar el análisis de los procesos cognitivos de geometría en el grado cuarto, ya que en este nivel se presentan deficiencias que van a repercutir en la formación académica en los grados superiores. Para ello se analizará especialmente la presentación de los temas y las figuras empleadas en el texto *Proyecto Sé* de matemáticas de grado cuarto, en los cuales se pueda evidenciar la coordinación y la articulación de los registros semióticos utilizados teniendo en cuenta las actividades cognitivas de construcción, visualización y razonamiento.

## CAPÍTULO II

### LA ACTIVIDAD GEOMÉTRICA DESDE UN PUNTO DE VISTA COGNITIVO

La perspectiva semiótica cognitiva propuesta por Raymond Duval, considera el aprendizaje y comprensión de las matemáticas como un proceso que pasa por la distinción que se haga entre el objeto y su representación, y sobre los procesos que se deben tener en cuenta (procesos cognitivos) para que el estudiante desarrolle pensamiento geométrico de una forma dinámica, argumentada y se movilicen verdaderas características de razonamiento matemático.

La propuesta de Duval (2004) tiene que ver con la forma en que establece la discusión frente a la articulación entre la lengua natural y el sistema de representación de las figuras geométricas y los tratamientos que sobre ellas se pueden realizar, a partir de la identificación de las unidades figurales elementales que configuran toda figura geométrica y de la definición de los diferentes tipos de modificaciones a que son susceptibles dichas configuraciones, para llegar a un estudio del papel heurístico de las figuras que ha de permitir plantear aproximaciones a lo que se pretende sea la enseñanza de la geometría. Se entiende por heurístico un método no riguroso para la búsqueda o investigación de fuentes.

Con relación al currículo, los textos escolares de matemáticas deben estar adecuados a los Lineamientos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, conforme a lo que se debe lograr en los diferentes niveles, grados y asignaturas.

El concepto de libro de texto escolar que se va a considerar es el relacionado con aquellos libros que cumplen la función de complemento de trabajo pedagógico y guían al

estudiante en la práctica de la experimentación y la observación; y se han escrito para ser usados en la enseñanza de matemáticas del grado cuarto. Para este caso en particular se tomará como libro escolar a analizar los textos donados por el Ministerio de Educación Nacional a todas las instituciones públicas del país.

## 2.1 LOS PROCESOS COGNITIVOS DEL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Generalmente en la enseñanza elemental de la geometría se asocia la actividad geométrica con la identificación de formas geométricas, cuando en realidad no es solo importante considerar esas formas perceptivas, sino también las configuraciones; como lo define R. Duval “ser una configuración es ser una conjunción o una fuente de varias *gestalts* constituyentes con relaciones entre ellas que la caractericen” (Duval, 2001, p.2); dichas *gestalts* están relacionadas con los principios de organización perceptiva, donde las líneas que circundan una superficie son captadas más fácilmente como unidad o figura.

Este autor afirma que no puede haber comprensión en matemática si no se distingue un objeto de su representación, pues un mismo objeto matemático puede presentarse mediante representaciones diversas. El progreso en matemáticas implica el desarrollo de numerosos sistemas de representación semióticos, de tal forma que cada uno de ellos aporte nuevos significados y procesos para el pensamiento matemático.

Desde esta perspectiva, siempre que se cambia de sistema de representación semiótica, el contenido de la representación se modifica, mientras que el objeto permanece igual. Esto significa que como los objetos matemáticos pueden ser identificados por cualquiera de sus representaciones, al principio los estudiantes son incapaces de discriminar

el contenido de la representación y el objeto representado. Es decir, si para ellos los objetos cambian cuando cambia la representación, la pregunta es inmediata: ¿Cómo puede un estudiante aprender a distinguir un objeto matemático en cada una de sus posibles representaciones semióticas?

Duval propone la importancia de usar diversos registros de representaciones de los objetos matemáticos para su correspondiente conceptualización. Después de que haya conceptualizado el objeto matemático el estudiante podrá reconocerlo en cualquiera de las diferentes representaciones semióticas.

Esta concepción impregna a la geometría de características que se deben desarrollar en la formación académica para un mejor y efectivo desarrollo del pensamiento geométrico. La idea que se debe resaltar es que la actividad geométrica implica las tres actividades, las de construcción, visualización y razonamiento.

### **2.1.1 Actividad geométrica de construcción**

La elaboración de toda figura geométrica requiere el uso de los instrumentos de construcción, los cuales se encuentran clasificados en dos tipos: los que permiten manipulaciones de objetos materiales y los que permiten operaciones de trazado gráfico (Duval 2005).

Los primeros instrumentos permiten voltear las piezas, ensamblarlas; este ensamblaje de superficies permite el paso progresivo a un análisis de ensamblaje de líneas que está directamente relacionado con la reconfiguración, y esas operaciones no son posibles con los instrumentos de trazado tradicional; pero, existen otros instrumentos como

lo son los pitillos que producen unidades figurales 1D<sup>3</sup>, y que empleándolos como *moldes* o esquemas se constituyen como herramientas indispensables en la enseñanza de la geometría, ya que permiten el manejo de figuras superpuestas y en yuxtaposición, además, permite que los estudiantes reconozcan cuándo en una figura se producen estas situaciones identificando claramente las propiedades que se cumplen generando una geometría más activa<sup>4</sup>.

De otra parte, los instrumentos de trazado gráfico se destacan por ser elementos que permiten constatar las propiedades de las figuras, haciendo sensibles a los estudiantes a las restricciones geométricas propias de cada figura. La tarea de construcción cambia fundamentalmente si el uso de instrumentos producen formas 1D o formas 2D.

Según Duval, la utilización de un instrumento da la posibilidad de experimentar, de alguna manera, las propiedades geométricas como limitaciones de construcción: para cada forma visual que no está producida directamente por un instrumento, se necesitan varias operaciones de trazado y generalmente hay un orden para efectuar estas operaciones. No tenerlo en cuenta hace que la construcción sea imposible.

Sin embargo, todo cambio de instrumento entraña un cambio en las propiedades geométricas que deben ser movilizadas de manera explícita. Es a través de la utilización de un instrumento como los alumnos pueden verdaderamente tomar conciencia de que las propiedades geométricas no son solamente características perceptivas.

---

<sup>3</sup> Las unidades figurales son las unidades elementales del registro de las figuras; toda figura geométrica de dimensión 2 va a estar constituida por unidades elementales de dimensión 0 (punto), dimensión 1 (recta, segmento). Las unidades elementales de dimensión 2 corresponden a las figuras que encierran una superficie y las hay de forma rectilínea y de forma curva; se subdividen en formas abiertas o cerradas.

<sup>4</sup> En la propuesta del Ministerio de Educación, se privilegia la actividad en geometría más que la concepción pasiva de figuras y el estudio de objetos geométricos que aparentemente son estáticos. Entonces, la geometría activa se refiere al estudio de la geometría tomando como base el “saber hacer”.

Toda actividad de construcción puede ser explicitada a través de una actividad de descripción, cada operación de construcción puede ser formulada en una instrucción. Esta formulación implica la denominación de los objetos y las propiedades geométricas movilizadas permitiendo describir un procedimiento de construcción, necesario para que otro alumno pueda reproducir la figura.

Dado que la construcción obliga a tener en cuenta la relación de los trazos que se deben producir sucesivamente, aparece una variable didáctica esencial: la elección del instrumento de construcción.

También se debe tener en cuenta que añadir trazos suplementarios a una figura de partida (es decir, la que acompaña al enunciado de un problema, o que puede construirse a partir del enunciado de un problema), a efectos de “ver” (es decir, descubrir sobre la figura) un procedimiento de resolución, va a permitir una reorganización visual de la figura de partida al mostrar de alguna manera la solución de un problema.

Es importante afirmar que toda actividad de construcción debe ser debidamente planificada seleccionando con anticipación los instrumentos que se van a usar y los objetivos de aprendizaje; no debe ser una actividad suelta o al azar; los tipos de instrumentos usados son los que permiten entrar progresivamente en la deconstrucción dimensional de las formas 2D, que es una explicitación de los conocimientos geométricos (Duval, 2005).

### **2.1.2 Los procesos de visualización**

Las figuras geométricas son de suma importancia para la actividad geométrica pues son un soporte intuitivo para su desarrollo; Duval (1999) ha mostrado que una figura puede

dar lugar a diferentes tipos de aprehensiones: aprehensión perceptiva, aprehensión operatoria y aprehensión discursiva. A continuación se presentan estos tres tipos de aprehensión:

### *Aprehensión perceptiva*

Esta aprehensión se encarga de reconocer de manera espontánea las unidades figurales inmersas en una figura dada, además puede generar un rol facilitador o inhibidor, en donde es posible que al observar las figuras geométricas se establezca rápidamente lo pertinente para dar solución al problema en cuestión o por el contrario existan algunos factores que impidan el reconocimiento de las unidades figurales retrasando la visualización.

### *Aprehensión operatoria*

Esta aprehensión se centra en las posibles modificaciones de una figura inicial, modificaciones que se producen en una figura por la aplicación de una operación cognitiva determinada, generándose ideas, procesos y posibilidades que permiten reconocer los tratamientos matemáticos que se deben usar para resolver una actividad (Duval, 1999).

Uno de los aspectos importantes dentro de la visualización es lo relacionado con la aprehensión operatoria que tiene en cuenta las diferentes modificaciones óptica, posicional, mereológica. Se definen como las modificaciones realizadas a una figura inicial y las reorganizaciones perceptivas que estas modificaciones introducen; se tienen en cuenta estos factores al realizar el análisis de un texto con relación al proceso de visualización, que

facilitan o dificultan la visibilidad de la operación a utilizarse para la solución de un problema planteados se definen a continuación:

Las modificaciones mereológicas radican en que una figura se puede dividir en diversas subfiguras, a partir de las cuales se puede transformar en otra figura de un contorno global diferente o no. Esta modificación permite tratamientos como el de la reconfiguración<sup>5</sup>, la cual permite “ver” el derrotero de resolución de la actividad, es a través de la aplicación de diferentes reconfiguraciones y sobre las comparaciones entre ellas, que se generan ideas que permiten explicar y justificar su resolución. Es a esto a lo que se hace referencia cuando se dice que las figuras son un soporte intuitivo en la resolución de problemas de geometría (Marmolejo & Vega, 2004).

Cuando se realizan cambios en la figura teniendo en cuenta su tamaño de área, es decir, al agrandarla o disminuirla deformándose la figura inicial, se puede conservar la forma de partida o alterarla; a este cambio se le denomina modificación óptica. Los factores que juegan un papel importante sobre la visibilidad dentro de esta operación, son el recubrimiento parcial y la orientación de la figura, ya que favorece la variación visual cualitativa que se relaciona con la forma y a su vez permite discriminar las figuras por sus propiedades como la simetría, la semejanza etc. Por otro lado, también es posible desplazar

---

<sup>5</sup>La reconfiguración es la operación que consiste en reorganizar una o varias sub-figuras diferentes de una figura dada en otra figura. Una sub-figura puede ser o una unidad figural elemental de dimensión 2 o un reagrupamiento de unidades figurales elementales también de dimensión 2. Naturalmente, se puede aumentar el número de las partes de la figura por un fraccionamiento de sus unidades figurales elementales de dimensión 2. Esta operación concierne la modificación mereológica de una figura. La reconfiguración es un tratamiento que consiste en la división de una figura en sub-figuras. Es importante no confundir “unidad figural elemental” y “sub-figura”. Las unidades figurales elementales son las formas de base en las cuales todas las figuras pueden ser analizadas. Las sub-figuras son el resultado de una división de la figura que depende de las necesidades de un problema propuesto: pueden consistir en una unidad figural o en una combinación de unidades. Es igualmente importante no confundir la figura de partida y la transformación de esta figura por la aplicación de tratamientos figurales que provienen de uno de los tres tipos de modificación con fines heurísticos (Duval, 1999, p.156).

o rotar tanto la figura de partida como las subfiguras que la componen, en relación con la orientación del campo en que se destaca, a esta modificación se le conoce como posicional.

Cada una de estas modificaciones es realizable de manera física, mental o gráfica. La modificación escogida permite transformaciones de la figura dada inicialmente, pero también puede implicar una operación de reconfiguración, reorganizando una o varias figuras de una figura dada en otra, lo cual conlleva a la comparación. (Pontón, 2008, p.78).

Algunos factores de visibilidad de la operación de configuración, que según Padilla (1992) influyen sobre el discernimiento pertinente de la aplicación de esta operación, son los siguientes:

- El fraccionamiento de la figura de partida en subfiguras sea dado al inicio o que deba ser encontrado.

Consiste en efectuar trazos suplementarios auxiliares sobre la figura, para tener más partes elementales (cuadrados o triángulos) que no tiene la figura de partida.

- La figura de partida sea designada sobre un fondo cuadriculado o sobre un fondo no-cuadriculado.

El soporte cuadriculado es una ayuda para la aplicación de la operación de reconfiguración, pues el fondo cuadriculado induce dos tipos de procedimientos: la reconfiguración de pequeños cuadrados y la reconfiguración de la forma global en otra forma global.

- El reagrupamiento pertinente de las partes elementales forma una reconfiguración convexa o no convexa.

En una figura, es más difícil destacar una subfigura no convexa que una subfigura convexa, ya que la no convexidad no respeta la ley gestáltica de simplicidad del contorno.

- El número de modificaciones posicionales (rotaciones y traslaciones) a efectuar sobre la subfigura clave para llegar a una adecuada colocación.

Hace alusión a la cantidad de rotaciones o traslaciones de la subfigura, necesarias para lograr una buena resolución del problema.

- Una misma parte elemental deba entrar simultáneamente en dos reagrupamientos intermediarios a comparar.

Es esto lo que R. Duval ha llamado el obstáculo de desdoblamiento de los objetos. "El desdoblamiento de un objeto dado, práctica tan trivial como necesaria en la identificación de un mismo objeto bajo varias expresiones o puntos de vista diferentes, constituye un obstáculo que una buena parte de los alumnos no cesa de encontrar en las diversas situaciones de aprendizaje que le son planteadas"(Duval R..1983, p.387)

- El reagrupamiento pertinente exija que se sustituyan las partes elementales auxiliares a las cuales el enunciado del problema refiere.

Este factor sugiere que se sustituyan algunas unidades figurales de la figura en cuestión.

- La operación de reconfiguración solo toma en cuenta las características del contorno

El contorno de la figura representa una ayuda para la aplicación de la operación de reconfiguración.

- Todas las subfiguras deban ser desplazadas al interior de la figura de partida, o al contrario, que algunas subfiguras deban salir de ese contorno.

Los tipos de desplazamientos a efectuar sobre las sub-figuras pertinentes se relacionan con el contorno de la figura. Los desplazamientos pueden efectuarse al interior o al exterior de ella, en función de su contorno.

### *Aprehensión discursiva*

Finalmente, la aprehensión discursiva sostiene que las propiedades matemáticas son explicitadas en enunciaciones de las relaciones que se determinan por la aprehensión desde un marco teórico geométrico (definiciones, axiomas, teoremas) y por las experiencias con las figuras.

La aprehensión discursiva es una aprehensión que se encuentra ligada a las propiedades asociadas a las hipótesis. Las propiedades de una figura geométrica dependen de lo que se enuncia como hipótesis, por tanto, la aprehensión discursiva de una figura privilegia exclusivamente el estatus que el enunciado concede a sus proposiciones (Marmolejo & Vega, 2004).

Así mismo, la articulación cognitiva entre visualización y discurso no se hace en el nivel de las palabras sino en el de las preposiciones; sin embargo, la complejidad de la articulación entre ver y decir puede crear obstáculos, en este sentido puede entenderse que la figura puede estar anclada a una proposición que fije algunas propiedades representadas por la configuración.

Desde una mirada inicial a las figuras, se tendrán en cuenta aspectos como el reconocimiento icónico y no icónico de las figuras, debido a que es la primera impresión que recibe el estudiante al presentársele un tema geométrico; por tanto la distinción entre ambas toma en consideración las exigencias de la actividad geométrica con relación a otras formas de “ver”, como aquellas formas que funcionan a partir de la relación de semejanza establecida como un prolongamiento o extensión de la percepción visual (Vásquez, 2011).

En la visualización icónica el reconocimiento de lo que representan las formas se hace por el parecido con el objeto (real) que representa, o en su defecto, por comparación con un modelo tipo de formas (una figura particular sirve de modelo, y las otras figuras son reconocidas según su grado de parecido con este modelo).

La visualización no icónica reconoce las formas, bien en virtud de las limitaciones internas de organización que hacen imposible ciertas deformaciones o ciertas aproximaciones, bien en virtud de deducciones efectuadas discursivamente en función de las propiedades que han sido enunciadas en las definiciones o en los teoremas, o bien a partir de hipótesis que declaran lo que representa una figura.

Se puede constatar que se produce una gran ruptura entre estas dos diferentes entradas, y esta ruptura es muy importante, ya que sólo la visualización no icónica es pertinente para los procesos geométricos (Duval, 2004a), y juega un rol facilitador en la comprensión de un problema.

Es importante mencionar que en la actividad de visualización existe la necesidad de reconocer los factores de visibilidad relacionados con la operación de reconfiguración<sup>6</sup> (Padilla, 1992); los cuales permiten determinar las dificultades que presentan los estudiantes, al dar respuestas a las diferentes situaciones problema.

Como lo menciona Duval, toda figura geométrica está conformada por unidades figurales de diferente dimensión, entre ellas los vértices que corresponden a una dimensión cero, las líneas o segmentos a una dimensión uno, y ciertas figuras cerradas o abiertas a una dimensión dos; el estudiante al observar la figura percibe estas unidades figurales y descompone la figura en las unidades figurales de dimensión inferior 0 o 1.

Se debe tener en cuenta que en la definición del objeto matemático en las figuras hay un cambio de dimensión al pasar del registro figural al registro discursivo sobre el objeto; y es importante resaltar la coordinación que debe existir entre estos registros al expresar las propiedades del objeto, preferiblemente el uso de secuencias de representaciones que muestren claramente las propiedades definidas; en este momento se articulan las actividades de construcción en las secuencias, visualización y el razonamiento en su fase de comprensión de las propiedades.

Cuando se presenta una figura cerrada de dimensión dos, definiéndola sin mostrar las secuencias que muestran las propiedades geométricas, se deja un “vacío” conceptual en el estudiante que afectará su desempeño en circunstancias posteriores (Duval, 2004); este es un aspecto que debe tenerse en cuenta al analizar las actividades presentadas por un texto escolar.

---

<sup>6</sup>Es la operación que consiste en reorganizar una o varias de las subfiguras constituyentes de una figura dada, en su comparación y su reagrupamiento eventual en una figura de un contorno global diferente. (Marmolejo, 2003, p.10)

### 2.1.3 Los procesos de razonamiento

El razonamiento en geometría implica una estrecha relación entre el proceso discursivo y el proceso configural, ya que en muchas ocasiones el enunciado hace referencia o indica los procesos que deben realizarse para resolver una situación geométrica; pero se dan situaciones en que no existe esta congruencia, en parte ocasionada por dificultades en la aprehensión perceptiva que impiden encontrar las unidades figurales pertinentes que permiten encontrar la solución; por lo tanto se observa una estrecha relación o interacción entre estos procesos (Duval, 2004).

Se considerarán con respecto al razonamiento los siguientes aspectos teóricos:

Las funciones discursivas: son las funciones cognitivas que un sistema semiótico debe cumplir para que sea posible un discurso (Duval, 2004).

Existen cuatro tipos de funciones discursivas: la función referencial de designación de objetos; la función apofántica, en la cual se dice algo sobre el objeto; la función de expansión discursiva, la cual consiste en la unión organizada de enunciados para realizar una descripción o una inferencia, y la función de reflexividad discursiva, donde cada enunciado tiene un estatus o un valor.

Respecto a la función referencial de una lengua, en el discurso empleado en geometría se dice que es aquella que permite designar los objetos y presenta cuatro operaciones: nombres asociados a trazo visual, nombres asociados a una organización de trazos, nombres asociados a propiedades geométricas y nombres asociados a relaciones como paralelismo o perpendicularidad (Duval 2004).

Con relación a la función apofántica, es aquella función de la lengua que permite decir algo sobre los objetos que han sido designados previamente, son enunciados completos en el sentido que toman un valor determinado en el universo de los interlocutores; con respecto a ella se tendrán en cuenta dos aspectos, a saber: los enunciados centrados en la figura y los enunciados centrados en la lengua.

Referente a la función de expansión discursiva se tendrán en cuenta tres aspectos: los discursos centrados en la descripción de la figura, la congruencia que existe entre el enunciado en lengua natural y el registro figural y, por último, la expansión cognitiva, la cual se caracteriza por el empleo especializado de la lengua natural como en las definiciones de un objeto geométrico, enunciados relacionados con demostraciones, observaciones o experiencias, entre otros.

En las investigaciones realizadas por Duval se identifican algunos problemas en la enseñanza de las matemáticas; los estudiantes están acostumbrados a realizar solamente estrategias de repetición y memorización, además no están familiarizados con los cambios de registros de representación semiótica. Esta será la consigna que guiará el proceso de análisis de libros, ya que estos pretenden generar un conocimiento con respecto a un objeto geométrico, mostrándolo como un proceso que va desde la presentación de definiciones, ejercicios de reconocimiento o aplicaciones de las propiedades del objeto, discursos, hasta las demostraciones, colorarios, fórmulas.

Teniendo en cuenta que las figuras se presentan en las escuelas generalmente estáticas y lo que se requiere es que el proceso de la aprehensión de los conceptos geométricos sea dinamizador, es decir que el estudiante construya las figuras o representaciones mediante la manipulación de los diferentes tipos de instrumentos,

visualice las diferentes posibilidades que las figuras permitan realizar, y argumente sus procedimientos, se han de involucrar las actividades de construcción, visualización y razonamiento y su interacción en las labores realizadas en las aulas de clases.

Por lo tanto, es importante ver la manera como se presentan los objetos geométricos en los libros de texto escolar y la forma en que se abordan los planteamientos propuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y en la teoría del enfoque semiótico y cognitivo para el desarrollo del pensamiento geométrico.

Analizar esta actividad geométrica podría ser un aporte para identificar algunos de los problemas que pueden estar afectando el desempeño eficaz de los estudiantes en las pruebas nacionales e internacionales.

## **2.2 CONCEPTOS CURRICULARES DEL MEN**

La educación matemática en los últimos años ha estado reflexionando con respecto al desarrollo de los procesos de razonamiento aplicados por los estudiantes al enfrentar diversas situaciones. Pero esta consigna se ve enfrentada a los paradigmas tradicionales de la educación como el formalista, el cual influyó para que la enseñanza de la geometría escolar se centrara exclusivamente en la aplicación del razonamiento deductivo en la construcción de demostraciones.

Así mismo, el MEN en el año 2006, plantea en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, que la enseñanza-aprendizaje es un proceso dinámico, lo que lleva a que los objetos matemáticos no sean considerados estáticos sino que puedan ser manipulados con el fin de movilizar conocimiento y propone distinguir dos facetas básicas del conocimiento matemático:

- La práctica, que expresa condiciones sociales de relación de la persona con su entorno, y contribuye a mejorar su calidad de vida y su desempeño ciudadano.
- La formal, constituida por los sistemas matemáticos y sus justificaciones, la cual se expresa a través del lenguaje propio de las matemáticas en sus diversos registros de representación (MEN, 1998).

Por lo anterior, las matemáticas se han distinguido por estos dos conocimientos: el conceptual y el procedimental. Este último por su parte está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente.

De este modo el MEN propone la aplicación de “la geometría activa”, en donde se plantea que el estudiante explore el espacio que lo rodea y que se confronte en él, es decir, que el estudiante movilice los objetos geométricos con el fin de que descubra y desarrolle propiedades y/o relaciones, pueda hacer configuración y recomposición de las figuras y pueda desarrollar aprehensiones figurales, esto con el fin de poder expresarlo en lenguaje natural y que posteriormente pueda representarlo en un lenguaje simbólico o formal.

El Ministerio de Educación Nacional a través de los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas, propone para el grado cuarto y quinto de básica primaria los estándares que se espera trabajar en relación con el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, los cuales son:

1. Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.

2. Comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y sus características.
3. Identificar el ángulo como giros, aberturas, inclinaciones en situaciones estáticas y dinámicas.
4. Utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
5. Identificar y justificar relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.
6. Construir y descomponer figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
7. Hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.
8. Construir objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura (MEN, 2006, p. 82).

De acuerdo con el texto que se ha seleccionado para analizar se tendrán en cuenta las siguientes aspectos:

- a. Los procesos de construcción realizados o propuestos con respecto a figuras bidimensionales o tridimensionales.
- b. Las posibles reconfiguraciones presentadas en el texto escolar.
- c. El tratamiento dado a la congruencia y semejanza entre figuras.
- d. Las conjeturas y razonamientos realizados en las transformaciones de las figuras.

Este análisis realizado al texto escolar teniendo en cuenta el enfoque teórico mencionado, permite apreciar otras posibilidades a tener en cuenta para un mayor desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

### **2.3 TEXTO ESCOLAR**

Los textos escolares en la escuela se han convertido en un valioso instrumento educativo, pues son un recurso didáctico común y asequible en la enseñanza de cualquier tema; además contribuye a facilitar y hacer más eficiente el quehacer docente, sin

desconocer que también son un medio de consulta usado por los estudiantes para afianzar y reforzar sus conocimientos. Como lo menciona Godino y Batanero, (2003), el libro de texto "conserva y transmite" de alguna forma el conocimiento matemático, puesto que el alumno lo usa como referencia, cuando tiene que resolver un problema o recordar una definición o propiedad. Por ello es importante tener un criterio para elegir los textos escolares que se han de recomendar a los estudiantes.

El decreto 1860 de agosto 3 de 1994 (MEN) establece dos tipos diferentes de materiales educativos: los textos escolares, los cuales deben ser seleccionados y adquiridos por el establecimiento educativo de acuerdo con el proyecto institucional, deben cumplir la función de complemento del trabajo pedagógico y guiar o encauzar al estudiante en la práctica de la experimentación y la observación, apartándolo de la simple repetición memorística; y los libros de consulta, tales como diccionarios, enciclopedias temáticas, publicaciones periódicas, libros, otros materiales audio-visuales, informáticos (Alzate M. V. et al 2000).

Por otro lado, el grupo de investigación sobre textos escolares de Alzate M.V. et al(2000)deducen, a partir de toda una serie de definiciones de texto, que el texto escolar es un material que se emplea en la escuela, ya sea de manera preferencial, como medio auxiliar, como fuente de información o como facilitador del aprendizaje. En una definición genérica del texto escolar "es un conjunto de hojas impresas que guardan relación con las actividades que se llevan a cabo en las escuelas".

Cabe resaltar que si bien los textos escolares son un material importante usado en las aulas de clase por docentes y estudiantes como un elemento de apoyo, no se puede desconocer que de no ser usado correctamente es posible que se convierta en un recurso

que cause serios problemas; entre los que se puede destacar el relacionado con la transposición de conocimientos, estudiada por Chevallard (1991) como lo es la “transposición didáctica”, para referirse al cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza. La transposición didáctica es necesaria porque:

- Hay que seleccionar y secuenciar las partes de las matemáticas que se van a enseñar a los alumnos de un cierto nivel escolar.
- Hay que adaptarlas para hacerlas comprensibles a los niños; para ello se requiere prescindir de la formalización y usar un lenguaje comprensible para ellos.
- Se debe buscar ejemplos, problemas y situaciones que interesen a los niños y que les permitan apropiarse de los conocimientos pretendidos.

Otras de las dificultades que se presentan están directamente relacionados con la selección y utilización de los textos por parte de los docentes, quienes en la mayoría de los casos son los encargados de escoger los textos a utilizar dentro de sus clases; y en algunas oportunidades no obedece a criterios de calidad sino a circunstancias ajenas al fin de la educación, como lo pueden ser las relaciones con diferentes casas editoriales.

Por lo tanto, los textos ponen en juego numerosos y complejos intereses, y un invaluable recurso pedagógico que en la medida en que actúe como mediador entre el estudiante y el docente estará cumpliendo adecuadamente con su función. El sistema educativo debería ofrecer a los docentes formación que les permita escoger y evaluar de

manera crítica los textos escolares y ejercer una vigilancia permanente en la selección y uso de los textos por parte de los docentes.

Hay muchas definiciones de texto escolar, una de esas es en la que se toma al texto escolar como una herramienta pedagógica para el docente y como un apoyo para el estudiante. Álzate, M. V. et al (2000) propone entender el texto escolar como instrumento pedagógico:

Es un producto de la modernización de los métodos didácticos, del saber pedagógico de los maestros, y encuentra su espacio en el ámbito de la escuela y el salón de clase en medio de un arduo debate entre sus partidarios y detractores. A partir de esta ubicación histórica, se ofrecen los argumentos de unos y otros, para concluir que el texto escolar permanece como "herramienta" pedagógica de uso de maestros, alumnos e instituciones, y de indagación para los estudiosos de la pedagogía, y de las ciencias sociales y humanas que se ocupan desde un punto de vista pedagógico de la educación.(p.1)

Martínez Bonafé (1992) considera que los textos escolares no son únicamente una herramienta que se utilice para la enseñanza sino que también permite el desarrollo del currículo y son un medio por el cual se fortalece la relación entre docente y estudiante “El texto refleja, en las tareas que determina, una teoría curricular; por tanto, no sólo es el soporte técnico de la información, es también un *“modo de hacer el currículum”* (p.23).

En relación con los planteamientos realizados por Raymond Duval, los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias, y las concepciones que se tienen acerca de los textos escolares se puede afirmar, que la propuesta de indagación de la forma cómo son presentados los temas de geometría en los textos escolares es una mirada pertinente que involucra diversas posiciones que se enriquecen o se complementan entre sí.

Es importante entonces reiterar que el uso de los textos escolares es una herramienta de aprendizaje a la cual se les puede sacar el mayor provecho posible, pues en muchos hogares es posible que sea el único libro que exista, además de ser usado por algunos docentes en su trabajo de aula, motivos que indican que los textos escolares se convierten en un potencial a la hora de aprender y enseñar.

## CAPÍTULO III

El análisis al texto escolar se realizó de acuerdo a una rejilla cuyos resultados se presentan en los anexos en la cual se incluyen las variables a tener en cuenta:

- En la construcción, se tuvo en cuenta los siguientes aspectos: reconocimiento de las figuras, el uso de los instrumentos, y presentación de las figuras por yuxtaposición o/y superposición.
- En la visualización, se consideró la existencia de trazos externos e internos en una figura, las modificaciones mereológicas, el uso de la cuadrícula y pregunta orientadora.
- En el razonamiento se encuentra las funciones referencial, apofántica y de expansión discursiva.

### 3.1 ANÁLISIS REALIZADO AL TEXTO ESCOLAR

El texto escolar *Proyecto Sé* de grado cuarto, en la unidad dos *Rectas, ángulos y polígonos* hace una introducción que pretende enfocarse en el contexto de construcción de centros polideportivos, además muestra un subtítulo que se llama “competencias lectoras”; en esta sección, se reafirma la intención de centrarse en este contexto, presentando una imagen y preguntas que promueven la identificación de polígonos, círculos y rectas. Asimismo, se orienta a los estudiantes en las competencias ¿Qué deben saber?, ¿Qué vas a aprender? y ¿Para qué te sirve?

En los temas presentados en la unidad se observa el título y subtítulos en negrilla, un recuadro resaltado que alude a información previa que deben tener los estudiantes para el tema en cuestión, además presenta una imagen del contexto cotidiano donde se reconocen los conceptos que se van a tratar en la unidad. Cada tema se fragmenta en las siguientes secciones:

*Recuerda:* Hace referencia a conocimientos previos.

*Practica con una guía:* Se encuentran actividades relacionadas con el apoyo de la temática en donde el estudiante debe intentar a partir de un pequeño ejemplo resolver lo solicitado.

*Comprende:* Hace énfasis en la definición de los conceptos abordados en el tema.

*Desarrolla tus competencias:* En esta sección los estudiantes deben poner a prueba lo aprendido a través de ejercicios prácticos de observación, de selección, medición y construcción.

*Resolución de problemas:* Se propone al estudiante resolver situaciones que requieren del razonamiento y aplicación de los conceptos. En la unidad seis, se mantiene la estructura presentada en la unidad dos, y se desarrollan tres temas: Traslación, rotación y reflexión de figuras; además de presentar actividades que los estudiantes pueden usar para comprobar su saber como lo es: la *resolución de problemas* y la aplicación de las *pruebas tipo saber*.

Se observa en cada presentación de los temas una parte teórica, en donde se ilustra desde una situación cotidiana la introducción del tema, usando los mismos mecanismos y estrategias de la unidad dos para que los estudiantes practiquen y afiancen lo aprendido en clases.

Para que los estudiantes tengan claridad sobre los conceptos tratados se resalta información en un recuadro colorido llamado *Comprende*, que proporciona la definición del tema, y por último se plantea a los estudiantes el desarrollo de sus competencias a través de actividades que afianzan sus conocimientos.

El análisis de texto se realiza al tener en cuenta la rejilla en donde se incluyen diversos aspectos relacionados con los procesos cognitivos de aprendizaje de la geometría, además se identificaron los posibles tratamientos que en el texto se encuentran articulados con la teoría de Raymond Duval.

## **3.2 PROCESOS COGNITIVOS ENCONTRADOS EN EL TEXTO ESCOLAR EN RELACIÓN CON LAS VARIABLES DE ANÁLISIS PROPUESTAS**

En esta fase del proyecto, se pudo determinar el uso que han dado en el texto escolar a las variables propuestas para analizar mediante la aplicación de una rejilla que involucra los tres procesos o actividades cognitivas que deben tenerse en cuenta al estudiar la actividad geométrica.

### **3.2.1 Construcción**

No siempre los textos escolares al abordar los temas geométricos empiezan presentando las actividades de construcción de figuras geométricas; sino que en muchas ocasiones se inician los temas con la presentación de figuras ya elaboradas; por ello en esta primera parte del análisis se comienza por el tipo de presentación realizada a las figuras y luego se analizan las actividades de construcción propuestas en el texto y el uso de los diversos instrumentos, graduados o no, y objetos manipulables.

### 3.2.1.1 Presentación icónica y no icónica de las figuras

De acuerdo con las variables de la rejilla para el análisis del texto, se consideró como un factor de importancia el reconocimientos icónico o no icónico de las figuras; con respecto a la unidad dos, se pueden identificar estas dos clases de percepción (Icónica / No-Icónica); generalmente la presentación de las figuras son de un contorno cerrado, coloreadas y no se evidencian trazos adicionales que sugieran posibles modificaciones a la figura o relaciones en el espacio, lo cual se corresponde con una presentación icónica de las figuras.

Algunas imágenes permiten una percepción no icónica, como por ejemplo las Figuras 2, 3 y 4, mostradas a continuación, que presentan trazos internos que las subdividen y pueden sugerir el uso de operaciones de reconfiguración que favorecen la resolución de un problema o situación planteada; siendo la existencia de trazos interiores o externos a las figuras elementos que favorecen la modificación de una figura dada en otra figura de un contorno diferente, al ser esta una de las características de las representaciones no icónicas.

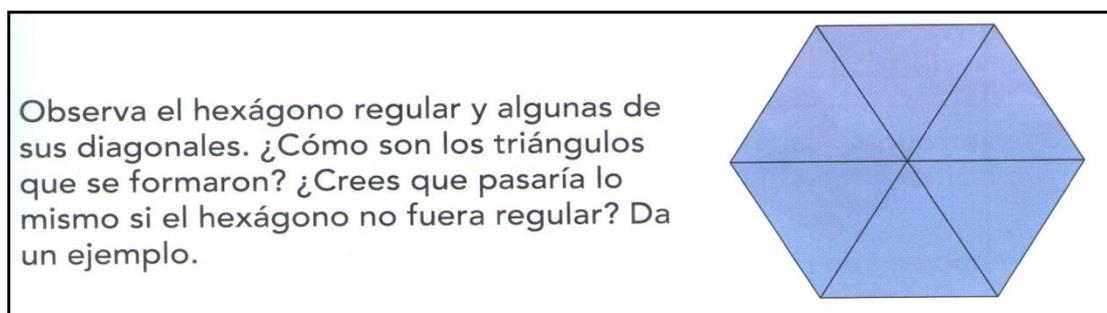


Figura 2. Presentación no icónica

En las figuras mencionadas, los trazos internos pueden facilitar no solamente la percepción visual global de las figuras, sino también posibles modificaciones o tratamientos a las figuras.

Patricia quiere elaborar un vitral utilizando triángulos.

- ¿Cuántos triángulos isósceles, escalenos y rectángulos utilizará Patricia en la elaboración del vitral? Recuerda que hay triángulos que pueden estar en más de una clasificación.

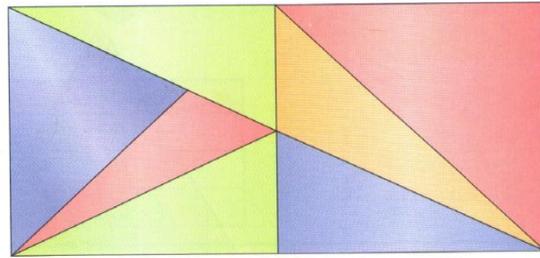


Figura 3. Presentación no icónica

### Solución de problemas

- 5 Observa el triángulo. Identifica y clasifica los cuadriláteros que allí se encuentran.

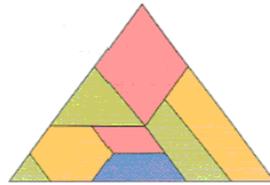


Figura 4. Presentación no icónica.

Igualmente, la representación de un reloj digital en la Figura 5, muestra la marcación de la hora mediante números de forma rectilínea, utiliza trazos externos al hacer uso de un fondo cuadrículado, poco visible que ayuda al reconocimiento de los ángulos rectos.

**Resolución de problemas**  
**Utilizo dibujos**

Felipe tiene un reloj digital. ¿Cuántos ángulos rectos se necesitan para representar cada uno de los números cuando el reloj marca las 5 y 17?

Inicio

**Comprensión del problema**

- Colorea el reloj que marca la hora que menciona el problema.



Figura 5. Presentación no icónica sobre un fondo rectilíneo

En la Figura 6 la forma rectilínea de las letras y el uso de trazos externos como el fondo cuadrículado permiten reconocer los ángulos formados al interior de cada letra.

En general se observa en la unidad dos del texto la poca utilización de aquellos elementos que favorecen la representación no icónica de las figuras geométricas.

**Practica con una guía**

1 María Inés escribió con segmentos de recta el nombre de su abuelo. Si el abuelo se llama Gabriel, ¿cuántos ángulos dibujó en cada letra? ¿De qué clases?

- Retiñe las letras y resalta con naranja los ángulos.
- Completa la tabla con el número de ángulos de cada letra. Ten en cuenta su clasificación.



Letra	G	A	B	R	I	E	L
Ángulo Rectos							
Ángulo Agudos							
Ángulo Obtusos							

R/ En total hay ..... ángulos rectos, ..... agudos y ..... obtusos.

Figura 6. Presentación no icónica usando fondo cuadrulado

Se puede notar en la unidad, que un alto porcentaje de las figuras geométricas tienen una presentación icónica, como se puede apreciar en la Figura 7, debido a que esta presentación solo implica el reconocimiento visual global de una forma geométrica elemental, sin presentar trazos internos o externos que permitan apreciar algún tipo de modificación posible a la figura.

2 Dibuja cada polígono en tu cuaderno. Traza sus diagonales.

El uso de regla, escuadra y compás facilita la representación de polígonos.

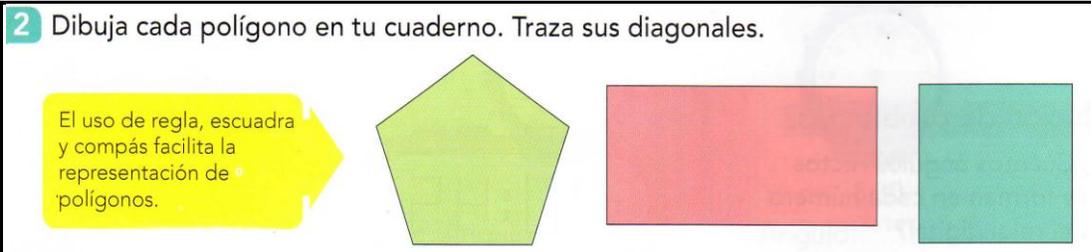


Figura 7. Presentación icónica de las figuras

En la unidad seis del texto escolar, específicamente en el tema de *movimientos en el plano*, al inicio de la unidad, la Figura 8 tiene una presentación no icónica; muestra trazos en diferentes direcciones y permite comprender la intención del tema en cuestión, al sugerir formas que hacen relación a la traslación, rotación y reflexión de figuras, representando el mapa de una avenida y las zonas verdes que la circundan.

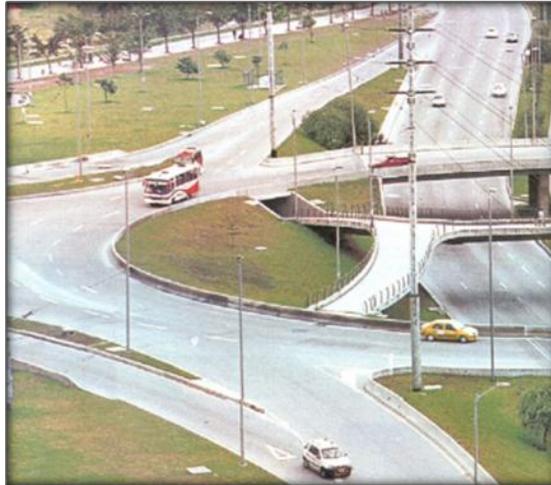


Figura 8. Imagen no icónica en la unidad seis

En lo referente al tema de *traslación de figuras* se encuentra una presentación no icónica en la Figura 9, donde se exhiben figuras con trazos internos inmersas en un fondo cuadrulado, que sirve de soporte al desplazamiento horizontal y vertical en la traslación de unas figuras; donde dicho fondo facilita las operaciones de reconfiguración en el caso de ser requeridas.

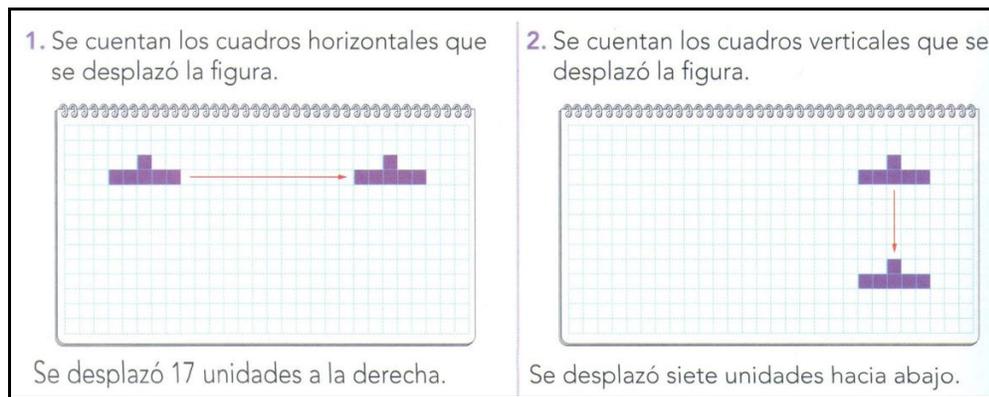


Figura 9. Representación no icónica usando un fondo cuadrulado

Respecto a la *rotación de figuras*, se encuentra que las Figuras 10, 11 y 12 son presentaciones icónicas puesto que no presentan trazos externos ni indican un centro de rotación.

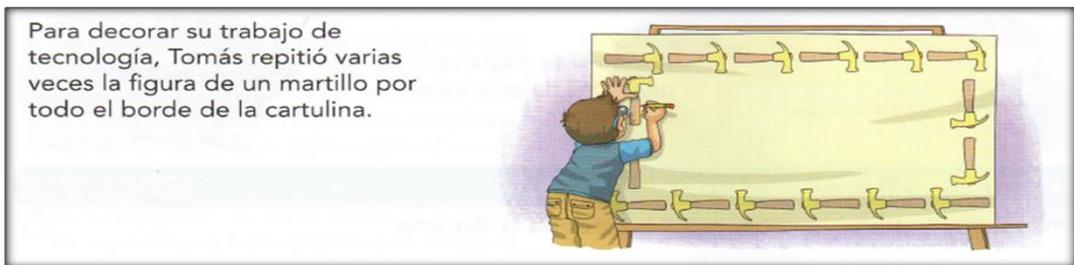


Figura 10. Representación icónica de la rotación

Relaciona la figura de la izquierda con la figura que se obtiene al realizar la rotación indicada.

- Rota  $90^\circ$  a la izquierda.
- Rota  $180^\circ$  a la derecha.
- Rota  $180^\circ$  a la izquierda.
- Rota  $90^\circ$  a la derecha.

Antes de realizar una rotación, debes identificar el sentido y la amplitud del giro.

Figura 11. Representación icónica de la rotación

**4** Gira  $90^\circ$  cada figura para completar las series.

**5** Comunicación. Colorea las imágenes que sean el resultado de rotar la figura.

Figura 12. Representación icónica de la rotación

La Figura 13 tiene una presentación no icónica; muestra pequeños trazos internos que permiten realizar la actividad propuesta, y exhibe un centro de rotación.

**Solución de problemas**

**6** Un reloj marca las seis en punto. ¿Qué hora será cuando la aguja del minutero gire  $90^\circ$ ?  
¿Y si gira  $180^\circ$ ? ¿Y si gira tres ángulos rectos?

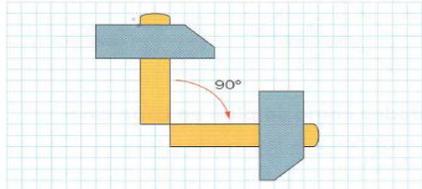


Figura 13. Representación no icónica de rotación

Con respecto a las Figuras 14, 15 y 16 su presentación es no icónica, ya que lucen trazos internos a las figuras que las dividen en sub-figuras y se muestra el sentido del giro. El fondo cuadrículado como trazo externo facilita el movimiento de rotación de las figuras geométricas.

• Para decorar la cartulina Tomás giró la silueta del martillo  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , observa.

Cada punto giró  $90^\circ$ .



Cada punto giró  $180^\circ$ .

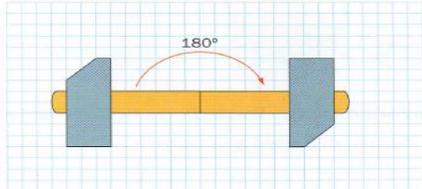
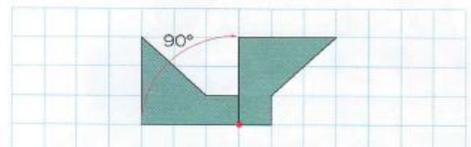


Figura 14. Representación no icónica de rotación

El fondo cuadrículado como un trazo externo a las figuras geométricas, es parte de su representación no icónica, al facilitar determinar los ángulos de giro de las figuras; es un factor que facilita realizar la operación de configuración.

Una **rotación** es el giro de una figura plana alrededor de un punto llamado **centro de rotación**, y a lo largo de un **ángulo de giro**, sin que cambien sus características.



La figura rotó  $90^\circ$  hacia la derecha.

Figura 15. Representación no icónica de rotación

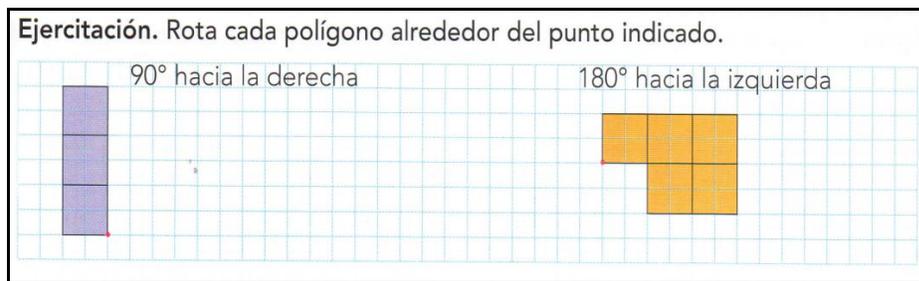


Figura 16. Representación no icónica de rotación

En la Figura 17 se usan trazos externos para indicar el ángulo de giro.



Figura 17. Representación no icónica, muestra trazos externos que indican el giro

En relación con el tema de *Reflexión*, en las Figuras 18 y 19 se puede apreciar que la representación es no icónica; debido a los trazos externos, el eje de simetría, los trazos que representan distancias a un eje, y el uso del fondo cuadriculado, que pueden permitir realizar la configuración.



Figura 18. Representación no icónica en Reflexión de las figuras

En las representaciones no icónicas, el fondo cuadriculado facilita la reflexión de las figuras geométricas al permitir el manejo de las distancias respecto al eje de simetría.

**3 Razonamiento.** Marca S si la figura del frente es la imagen reflejada de la inicial, y N en caso contrario.

Figura 19. Representación no icónica en Reflexión de las figuras

Respecto a la *Resolución de problemas*, se encuentra que cuatro de las cinco figuras tienen una presentación no icónica, se muestran sobre un fondo cuadrículado, es así como la Figura 20 tiene trazos internos y externos a las subfiguras, lo que permitiría operaciones de reconfiguración, si fuesen propuestas.

**Resolución de problemas**  
**Aplico movimientos en el plano**

Ignacio reorganizó su cuarto. Cambió de lugar la cama y el televisor. ¿Qué movimientos aplicó Ignacio a sus cosas? ¿En qué cantidad?

Inicio

Figura 20. Presentación no icónica con trazos internos y externos.

La Figura 21 tiene una presentación icónica, pues no hay trazos externos ni ejes que sugieran los tratamientos de traslación, rotación y reflexión, lo cual impide apreciar las transformaciones que pueden realizarse a las figuras.

**Trabaja con un compañero**

**4** Observen el mosaico y escriban los movimientos aplicados a las figuras.

Figura 21. Presentación icónica en movimiento de las figuras

La Figura 22 tiene una presentación no icónica donde se distinguen varias subfiguras inmersas en un fondo cuadrículado, lo cual facilita determinar los movimientos realizados a las figuras.

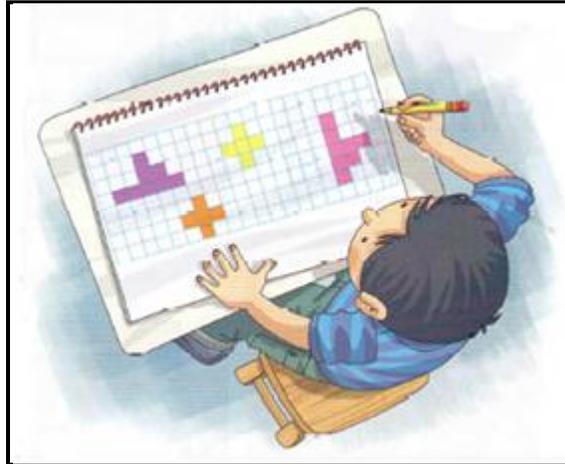


Figura 22. Presentación no icónica de los tratamientos

En la unidad seis del texto *Proyecto Sé*, prevalecen las representaciones no icónicas de las figuras, ya que se hace un amplio uso de los trazos externos mediante el fondo cuadrículado, también aparecen trazos internos, y ejes que facilitan distinguir las transformaciones realizadas a las figuras.

### *3.2.1.2 Uso de instrumentos*

Para continuar con los factores tenidos en cuenta en el análisis del texto escolar, de acuerdo con las variables establecidas, se estudia el uso y manejo de los instrumentos de construcción; se encuentra que la unidad dos no proporciona actividades en las que se emplee el uso de objetos manipulables como el tangram, rompecabezas, moldes u otros elementos. En esta unidad solo se hace referencia al trazado gráfico en el tema de *relaciones entre rectas*, factor que no favorece el aprendizaje de la temática en cuestión,

pues no se tiene en cuenta el uso de instrumentos de apoyo como una variable didáctica fundamental para que los estudiantes exploren las propiedades de los objetos geométricos.

Respecto a la utilización de instrumentos graduados y no graduados, se identifica que en el tema de *relaciones entre rectas*, la Figura 23, propone una guía para la construcción de rectas paralelas y perpendiculares, utilizando reglas graduadas y lápiz.

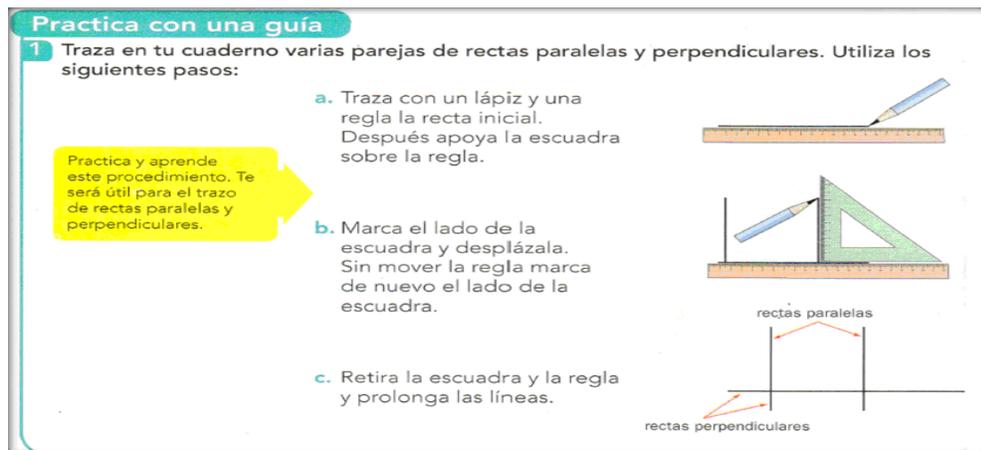


Figura 23. Guía para la construcción de rectas

En la sección *Desarrolla tus competencias*, en las preguntas 3 y 4 se propone al estudiante realizar el trazado de rectas paralelas, perpendiculares y secantes a una recta dada, e identificar cuáles de ellas cumple con una de las relaciones entre rectas (Figura 24).

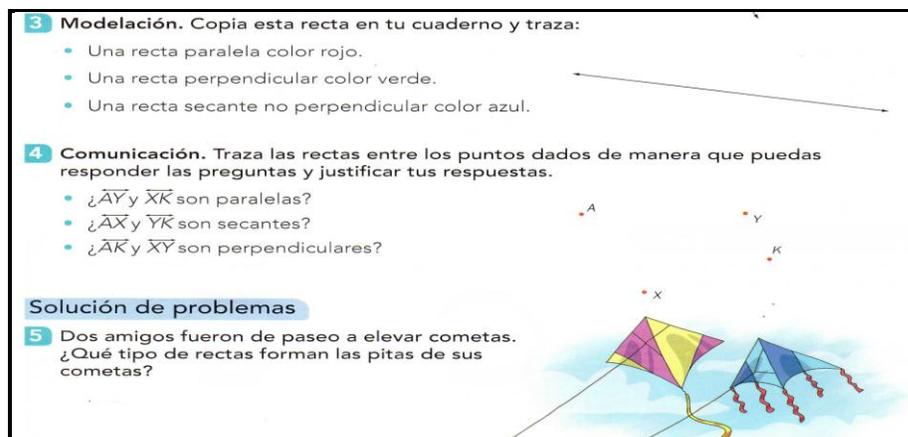


Figura 24. Trazado de rectas

En el tema de *ángulos*, se indica el procedimiento para usar el transportador como instrumento de medición o para el trazado de ángulos; lo cual se presenta en la Figura 25.

**Comprende**

El **transportador** es un instrumento que sirve para medir la **amplitud** de los ángulos.

Un procedimiento que se utiliza para medir ángulos es:

Se sitúa el centro del transportador en el vértice del ángulo.

Se hace coincidir el grado 0 con un lado del ángulo.

El otro lado señala en el transportador la amplitud del ángulo.

Un ángulo llano mide  $180^\circ$ .

Figura 25. Uso del transportador

En las preguntas 2 a la 4, en la sección *Desarrolla tus competencias*, la Figura 26, presenta al estudiante instrucciones que debe realizar en medición, estimación y construcción de ángulos.

**Desarrolla tus competencias**

**2 Ejercitación.** Dibuja en tu cuaderno ángulos que midan:

78°    43°    150°    175°    15°

**3 Razonamiento.** Estima la medida de los siguientes ángulos. Luego mídelos con el transportador y clasifícalos.

**4 Modelación.** ¿Cuántos grados les faltan o les sobran a cada uno de los ángulos de la actividad anterior para ser un ángulo recto? ¿Y para ser un ángulo llano?

Figura 26. Ejercicios medición de ángulos

En el tema de *polígonos* no se presentan actividades de construcción de polígonos regulares o irregulares. Al igual que en el tema anterior, no se propone el uso de

instrumentos graduados o no graduados para la construcción de triángulos, solamente su reconocimiento; como tampoco se presentan actividades de construcción de cuadriláteros; lo cual no favorece el reconocimiento de propiedades geométricas de los polígonos.

Dibuja sobre la cuadrícula cada uno de los números que marcan la hora.

• Identifica los ángulos rectos y completa la tabla.

Número	5	1	7
Ángulos rectos que tiene			

Figura 27. Uso de instrumentos

Se requiere el uso de instrumentos en la sección *Resuelve otros problemas*, que permitan dibujar los números y letras sobre las cuadrículas presentadas en las Figuras 6 y 27, determinando los ángulos rectos y otras clases de ángulos.

En la Figura 28 de la sección mencionada, se propone la construcción de un octágono regular sin determinar los instrumentos que se deben a utilizar.

**5** ¿Por cuántos triángulos equiláteros está compuesto un octágono regular?

• Representa tu respuesta.

Figura 28. Construir un octágono regular

Finalmente, se observa que en general en la unidad dos del texto en la mayoría de los temas tratados no se promueven las actividades de construcción.

En la unidad seis respecto a la *Traslación de figuras*, se reforzaría dicha actividad si se tuvieran en cuenta moldes, plantillas o elementos que permitan que el estudiante pueda determinar físicamente en el plano cartesiano los desplazamientos realizados.

Los estudiantes deben usar los instrumentos para reconstruir las figuras al trasladarlas; además de tener en cuenta la direccionalidad de las figuras izquierda – derecha, como se propone en la Figura 29.

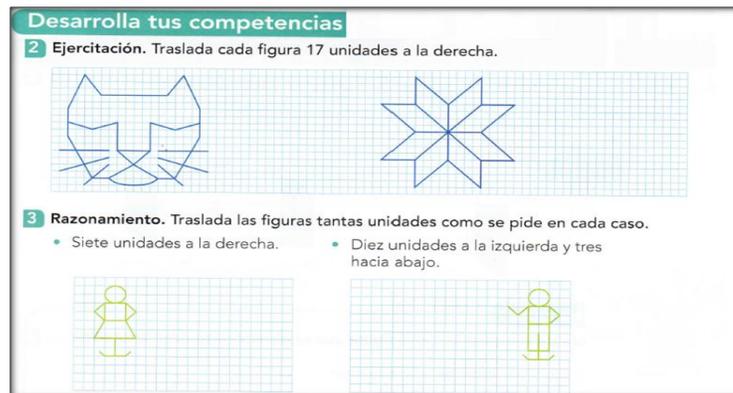


Figura 29. Actividad de construcción de figuras

En relación con la *rotación de figuras*, no se hace referencia al uso de instrumentos; se observa que es pertinente el uso del transportador, regla y otros. El uso de los instrumentos se aplica al configurar nuevamente las figuras, y sería una práctica interesante que el estudiante usando un centro de giro y un radio determinado, girase moldes, plantillas u otros objetos y los ubique en diversas posiciones o ángulos de giro.

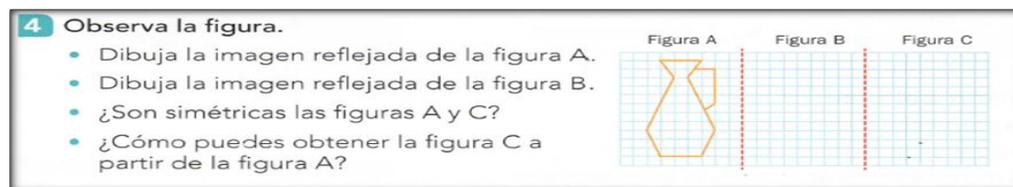


Figura 30. Uso de instrumentos en la reflexión

En cuanto a la *reflexión de figuras*, es posible la implementación de objetos manipulables que permitan al estudiante su manipulación física, al realizar su reflexión. En las Figuras 30 y 31, correspondientes al *Desarrollo de competencias*, se promueve el uso de instrumentos de forma rectilínea para realizar las reflexiones de las figuras.

Helena diseñó una cenefa para decorar su cuarto. Completa el diseño hasta el final de la cuadrícula.

Figura 31. Uso de instrumentos en Reflexión de figuras

En general se nota en esta unidad que el uso de instrumentos es necesario para el trazo de las figuras que han sido trasladadas, o que han sufrido una rotación o reflexión, pero en ningún momento se presenta el uso de objetos manipulables.

### 3.2.2 Visualización

#### 3.2.2.1 Existencia de trazos en las figuras

Los trazos internos o externos a las figuras, es un aspecto fundamental que sirve de soporte a la aplicación de la operación de reconfiguración y aprehensión perceptiva y ocasiona que se pueda considerar qué tipo de representaciones facilitan dicha operación, por ello es una variable importante para tener en cuenta. Así, en el tema *relaciones entre rectas* con respecto a la existencia de trazos en las figuras, la Figura 32 presenta trazos que sugieren la existencia de paralelismo, perpendicularidad y rectas secantes.

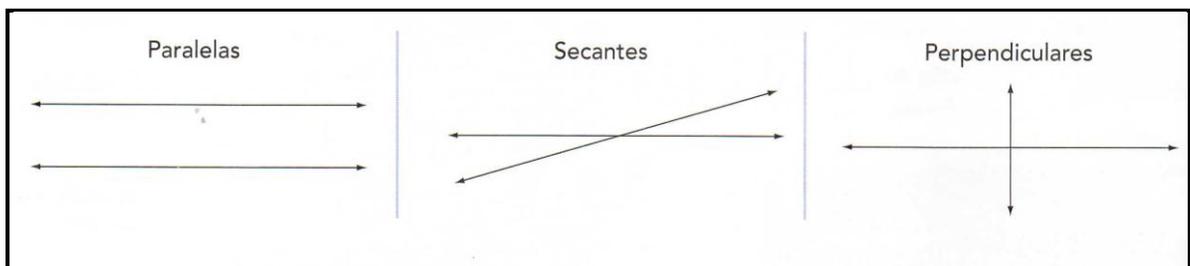


Figura 32. Trazos que sugieren relaciones entre rectas

En el tema *los ángulos y su medición*, las Figuras 33 y 34 presentan trazos internos curvilíneos y/o rectilíneos que proporcionan la oportunidad de hallar la solución a una acción o pregunta propuesta.

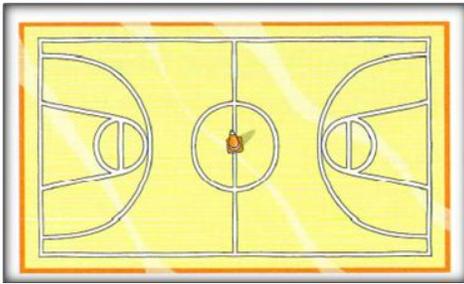


Figura 33. Trazos internos

**Practica con una guía** Figura 8

1 Dibuja las manecillas del reloj indicando la hora dada. Escribe la clase de ángulo que forman las manecillas.

Recuerda que las escuadras tienen un ángulo recto que facilita la identificación del tipo de ángulos.



3:30

Ángulo: .....



5:30

Ángulo: .....

Figura 34. Trazos internos

Respecto al tema de los *polígonos y su clasificación*, las Figuras 35 y 36 presentan trazos internos (diagonales), que facilitan la aprehensión perceptiva de otras subfiguras como triángulos, paralelogramos, trapecios.

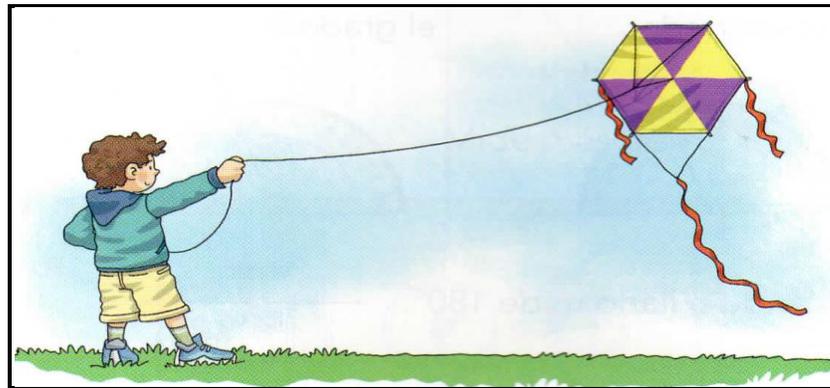


Figura 35. Trazos internos en un hexágono

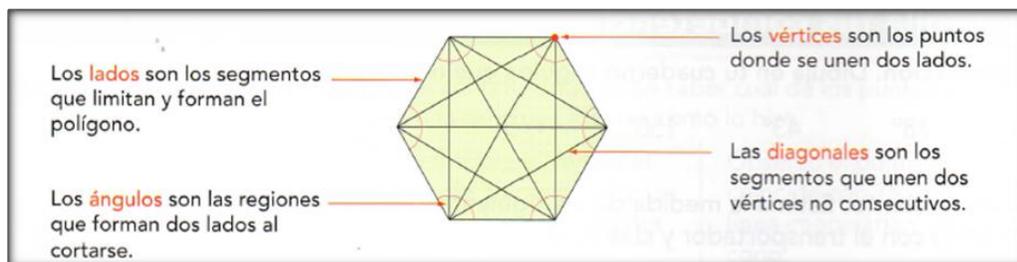


Figura 36. Polígonos (Trazos internos)

En la sección *polígonos*, las Figuras 37 y 38 no presentan trazos internos ni externos, este tipo de presentación hace que las figuras adopten un carácter estático no posibilitando transformaciones en ellas.

### Solución de problemas

5 El plano muestra la superficie en la que se desplazan algunos animales en un zoológico. ¿Cuántos lados, vértices, ángulos y diagonales tiene la superficie donde se desplaza cada animal? ¿Cuáles superficies representan polígonos regulares?

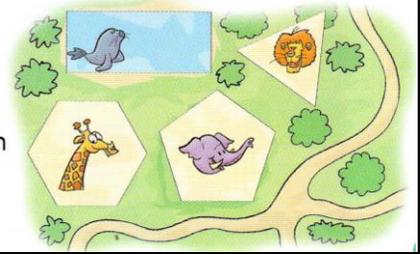


Figura 37. No hay presencia de trazos internos

La no existencia de trazos en las figuras impide ver las posibles modificaciones que puedan aplicarse a las figuras.

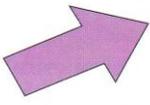
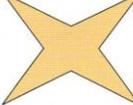
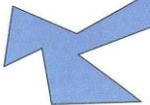
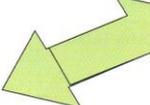
Comprende			
Los polígonos según su número de lados pueden ser:			
Triángulo	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono
			
Tres lados	Cuatro lados	Cinco lados	Seis lados
Heptágono	Octágono	Eneágono	Decágono
			
Siete lados	Ocho lados	Nueve lados	Diez lados

Figura 38. No hay existencia de trazos internos

Así mismo en la sección *triángulos* en las Figuras 2 y 3 presentadas anteriormente, existen trazos interiores a un hexágono e interiores a dos cuadrados y el resto de las figuras no muestran trazos interiores a ellas; así como se ilustra en la Figura 39, lo cual inhibe ver posibles transformaciones a realizar sobre las figuras.

Clasifica los triángulos según sus lados y según sus ángulos. Completa la tabla.

Al medir los lados, ubica el cero de la regla en cada uno de los vértices de los triángulos.

Triángulo	Según sus lados	Según sus ángulos
A		
B		
C		
D		

Figura 39. No hay presencia de trazos internos

En el tema *los cuadriláteros*, cuatro de las figuras que aparecen en el texto, como la Figura 40 no presentan trazos al interior, pero en la Figura 4 que se ilustra sí existen.

Clasifica los cuadriláteros. En caso de que sea paralelogramo, escribe su nombre. Completa la tabla.

Recuerda que los paralelogramos tienen los lados paralelos dos a dos.

Cuadrilátero	¿Es paralelogramo?	Nombre
A		
B		
C		

Figura 40. No hay existencia de trazos internos en cuadriláteros

En *Resolución de problemas* hay la existencia de un fondo rectangular en las Figuras 41 y 42, facilitando la reproducción de formas rectilíneas.

**Comprensión del problema**

- Colorea el reloj que marca la hora que menciona el problema.

Figura 41. Fondo rectilíneo



Figura 42. Fondo cuadrículado

La Figura 43 en Resolución de problemas no presenta trazos internos ni externos, inhibiendo, tal vez, hallar la solución correcta a la pregunta propuesta.

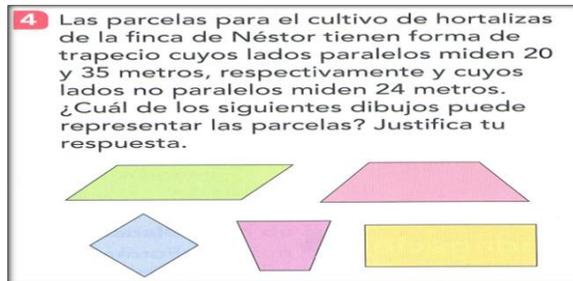


Figura 43. No existencia de trazos en Resolución de Problemas

Se concluye entonces, que en la unidad dos del texto se reitera la no existencia de trazos interiores en las figuras; esto alude a que las figuras se denominan de acuerdo a sus características y se aprecia únicamente su contorno cerrado; solo es evidente el uso de trazo en las Figuras 2, 3 y 4, en donde pretenden que el estudiante a partir de las mismas puedan designar y reconocer cada uno de los polígonos que se presentan como subfiguras, sin solicitar otro tipo de reconocimientos o transformaciones como la aprehensión perceptiva y la aprehensión operatoria.

En la unidad seis del texto escolar en lo relacionado con la *Traslación de figuras*, se presenta en la Figura 9 la presencia de trazos internos rectangulares (cuadros) cuyo contorno externo sugiere la existencia de polígonos, también en la Figura 44 se observan rectas abiertas conformando el rostro de un gato todo sobre un fondo cuadrículado; el cual facilita la operación de configuración de las figuras.

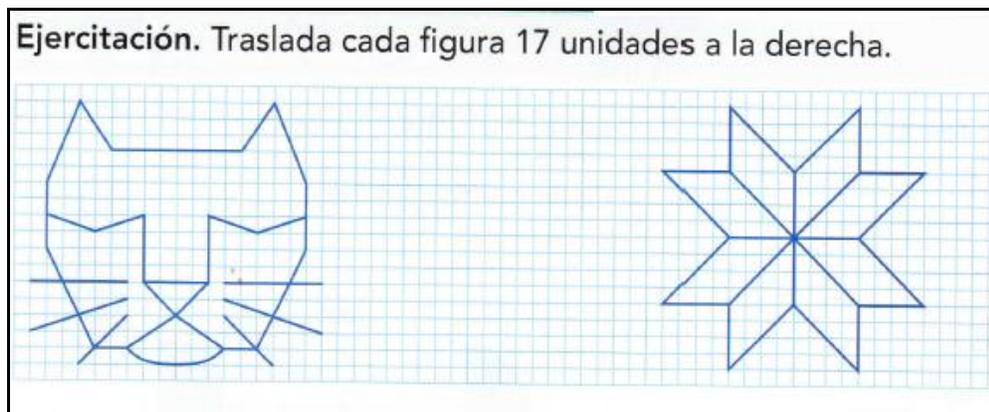


Figura 44. Trazos internos y externos en Traslación

En relación con el uso de la cuadrícula se presenta su utilización en la Figura 45, por lo cual se facilitan las operaciones de configuración al realizar la traslación de la figura y la existencia de trazos internos provee la posibilidad de la reconfiguración y la aprehensión perceptiva de subfiguras.

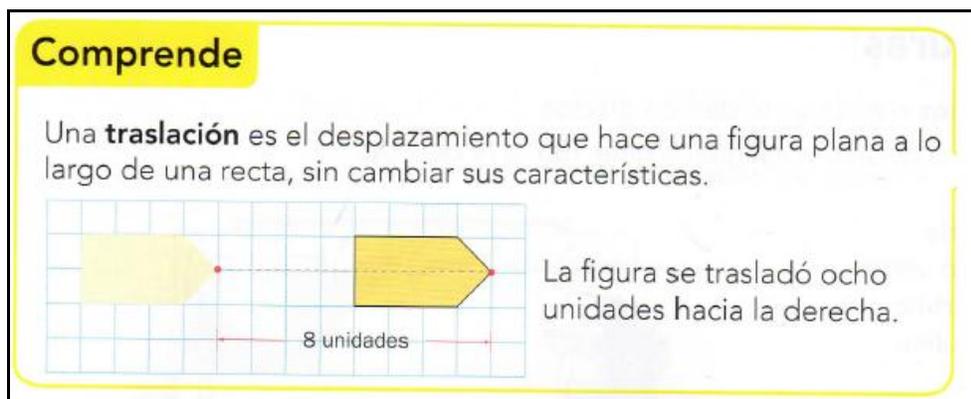


Figura 45. Fondo cuadrículado

Respecto a la *Rotación*, se observa que las figuras no muestran trazos internos; solo una de ellas; y se hace utilización de la cuadrícula en tres de las figuras.

En cuanto a la *Reflexión de figuras* se puede ver en algunas la no existencia de trazos internos (Figura 46); pero si se observa la existencia del eje de simetría y un fondo cuadrículado, los cuales son trazos externos; y en otras figuras se presentan trazos internos

que las subdividen en cuadrados; se puede anotar que la existencia de la cuadrícula es un soporte que facilita la reflexión de las figuras.

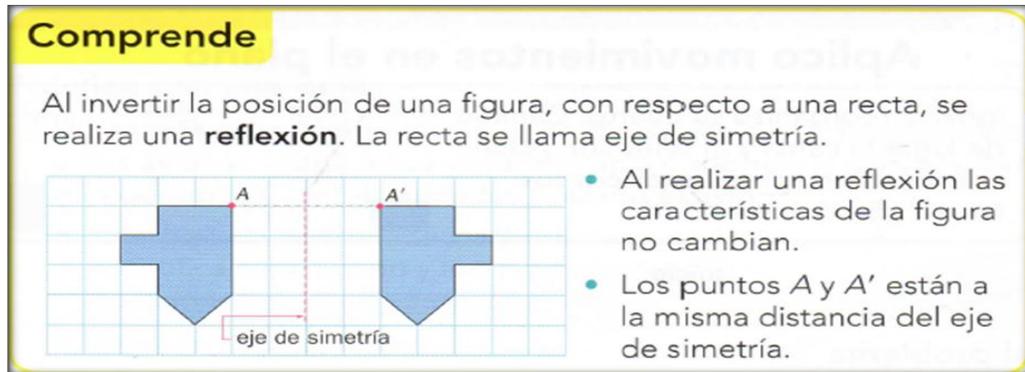


Figura 46. Eje de simetría y fondo cuadrículado

En lo referente a la *Resolución de problemas*, se observa en las Figuras 20, 22 y 47 la existencia de trazos internos y como trazo externo un fondo cuadrículado; que facilita el reconocimiento de los movimientos de traslación y rotación que se deben realizar.

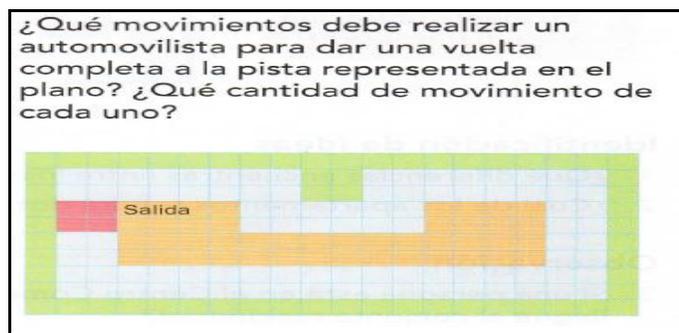


Figura 47. Trazos internos y cuadrícula

En relación con las *Prueba tipo saber*, se observa que la Figura 48 presenta los contornos cerrados, no presenta trazos internos ni externos y solo cumplen el papel de un reconocimiento de las figuras por el número de lados.

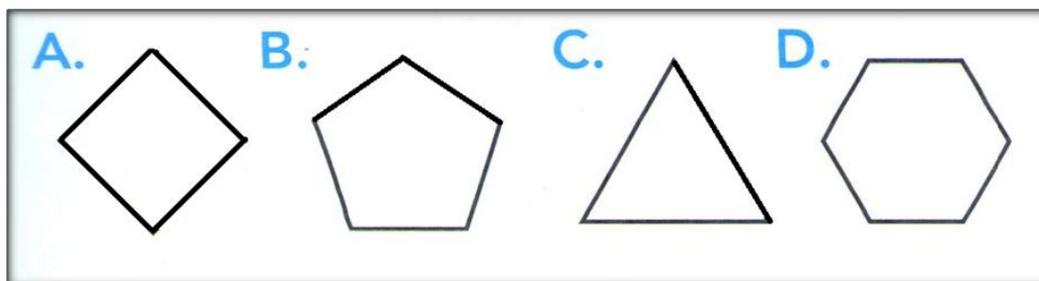


Figura 48. No existencia de trazos

La Figura 49 no presenta trazos internos, pero esta soportada sobre un fondo cuadrulado y aparecen los ejes coordenados en el primer cuadrante y un eje de simetría, el cual facilita la identificación del movimiento aplicado a la figura.

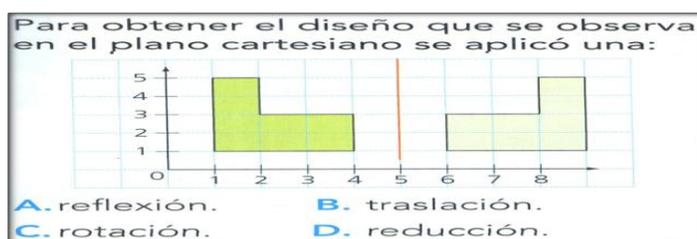


Figura 49. Trazos externos, cuadrícula en Reflexión

De acuerdo con la existencia de trazos internos y/o externos a las figuras, o no existencia de ellos, se aprecia que en esta unidad, relacionada con el movimiento de las figuras en el plano, se hace un amplio uso del fondo cuadrulado y en algunas ocasiones de los trazos internos en las figuras, pero no se exploran los procesos de aprehensión perceptiva y operatoria que posibilitan las figuras cuando en ellas existe la presencia de trazos.

### 3.2.2.2 Unidades figurales utilizadas

De otra parte en lo referente a las unidades figurales implementadas en la unidad dos del texto, se puede decir que son utilizadas unidades de dimensión 0,1 y 2; en cuanto al manejo del fondo cuadrulado como factor de visibilidad es pertinente mencionar que no se observa su uso durante la unidad, a excepción de lo presentado en resolución de

problemas; esto desvincula su carácter y potencial dentro de la visualización de las figuras, debido a que los tipos de desplazamiento realizados con las subfiguras están relacionados con el contorno de la figura y el fondo cuadrículado facilita las actividades de reconfiguración.

En la unidad seis del texto en relación con la *Traslación de figuras*, se nota la existencia de unidades de dimensión 0: punto; y de dimensión 2: polígonos no regulares. Respecto a la *Rotación de figuras*, se mencionan como unidades dimensionales: unidades de dimensión 0: centro de rotación; unidades de dimensión 2: ángulos de giro y figuras no poligonales.

En lo referente a la *Reflexión de figuras*, se encuentran unidades de dimensión 0: al mencionar puntos simétricos; unidades de dimensión 1, al referirse a segmentos simétricos y de dimensión 2 (Polígonos): figuras simétricas; y en lo concerniente con la *Resolución de problemas* y en la temática de *Prueba tipo saber*, se observa que las unidades figurales existentes son de dimensión 2.

Se puede notar que las unidades figurales que son objeto de mayor tratamiento en esta unidad, son las de dimensión 0 y de dimensión 2.

### *3.2.2.3 Formas de ver las figuras*

Respecto a las formas de ver las figuras se pueden dar dos casos: por yuxtaposición, por medio de la cual se distinguen todas las unidades de contorno cerrado o dimensión 2D, o también se presenta el caso de superposición de figuras, en el cual se observan menos formas que contornos cerrados.

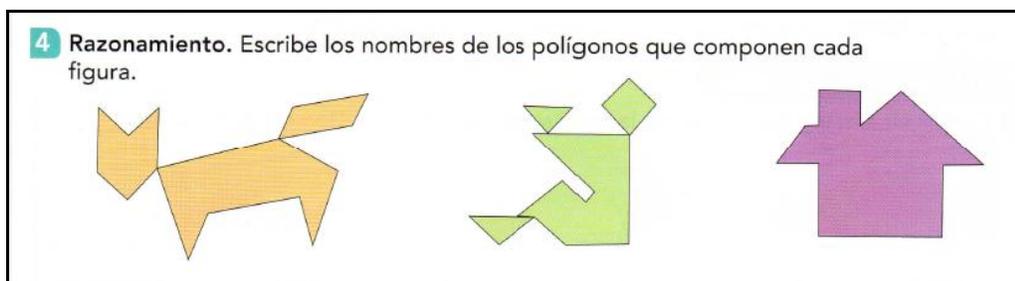


Figura 50. Figuras por yuxtaposición

En la Figura 50, a partir de figuras propuestas el estudiante debe estar en condiciones de nombrar los polígonos que las forman; actividad que podría reacomodarse para garantizar un ensamblaje de los polígonos y su composición en otras figuras geométricas; asumiendo la yuxtaposición como tal; “Tantas formas como contornos hay”. Sin embargo, en la Figura 33 se encuentra la superposición de figura como los rectángulos, circunferencias, semicírculos y trapecios.

En la unidad seis la introducción al *Movimiento en el plano*, Figura 8 del texto, visualmente la figura presenta la yuxtaposición de áreas de diferentes formas o contornos, (zonas verdes) con avenidas y puentes; también se encuentra la superposición de figuras como lo que se observa entre los puentes y las avenidas.

En lo concerniente a la *Traslación de figuras*, se muestran dos casos: primero en la Figura 44 se presenta la yuxtaposición de figuras en la conformación de una flor octagonal formada por ocho paralelogramos; en segundo lugar la Figura 51 presenta figuras superpuestas al componer la figura de un avión, donde el ala triangular aparece superpuesta al resto de la figura.

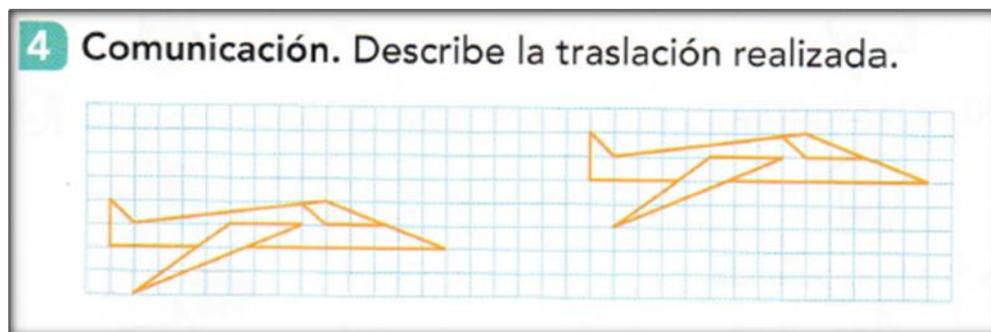


Figura 51. Superposición de figuras

Acerca de la *Rotación de figuras*, se muestra en la Figura 15 un caso de yuxtaposición al girar  $90^\circ$  una figura conservando la figura inicial. Para la presentación del tema se encuentran figuras superpuestas en la Figura 14 donde se representan superpuestos la cabeza y el mango de un martillo.

A propósito de la *Reflexión de figuras*, se tiene que las Figuras 19 y 31, son yuxtapuestas conformadas por cuadrados.

En la *Resolución de problemas*, las figuras presentadas debido a sus trazos internos están conformadas por yuxtaposición; la Figura 21 está conformada por estrellas en yuxtaposición con paralelogramos.

Con relación a las variables mencionadas, se puede apreciar que la yuxtaposición presenta una mayor frecuencia de utilización que la superposición, la cual a este nivel de enseñanza es poco usada; como menciona Duval (2010) los ensamblajes por superposición privilegian la prolongación de trazos no visibles que ayudan a reconocer el carácter geométrico de las figuras que presentan esta situación perceptiva, eliminando el carácter icónico que prevalece en estos casos.

#### *3.2.2.4 Aprehensión operatoria: Configuración y reconfiguración de las figuras*

Las actividades de configuración y reconfiguración son un elemento básico que permite la explicitación de razonamientos respecto a las propiedades reconocidas en las modificaciones realizadas a las figuras.

Las actividades de configuración en la unidad dos no se observan, aunque es posible recomendar el reajustar algunas de ellas que pueden invitar a realizarla para enriquecer la situación propuesta a los estudiantes; más específicamente en la Figura 50 en donde al utilizar una cuadrícula y las figuras yuxtapuestas se garantizaría la configuración de ellas.

En la reconfiguración de figuras a nivel general en la unidad no se encuentran este tipo de actividades; aunque en la Figura 2, podría proponerse al estudiante la visualización de triángulos, paralelogramos y trapecios, no únicamente los triángulos que se perciben inicialmente y determinar si las áreas de los trapecios y paralelogramos son congruentes entre sí, para que los estudiantes se vean en la necesidad de realizar razonamientos que les permitan acceder a nuevas transformaciones y exploraciones de las figuras.

En la Figura 3, también la pregunta propuesta en el texto se puede ampliar para solicitar a los estudiantes que determinen congruencia de áreas de figuras compuestas por subfiguras con otras composiciones sin necesidad de utilizar mediciones, usando solamente la visualización y el razonamiento asociado a las subfiguras y sus configuraciones o reconfiguraciones pertinentes.

La Figura 4 del tema de *los cuadriláteros*, invita a identificar las subfiguras simples y compuestas dirigiendo al estudiante a ver más allá de la percepción inicial de la figura; puede proponerse también la comparación de áreas de subfiguras simples y compuestas

para determinar aquellos casos donde hay congruencia y argumentar por qué se llega a estas conclusiones.

En la unidad seis con relación a la *Traslación de figuras*, en el desarrollo de este tema se encuentra que no se realizan reconfiguraciones, pero al realizar los desplazamientos de las figuras se configuran nuevamente en otro lugar del espacio bidimensional. Acerca de la *Rotación de figuras*, hay actividad de configuración al reproducir la figura que se rota pero no se presentan reconfiguraciones.

Con respecto a la *Reflexión de figuras*, existe la configuración en *Desarrolla tus competencias*, al proponer realizar la reflexión en las Figuras 18, 19 y 30. Asimismo en lo referente a *Resolución de problemas* y en *Prueba tipo saber* no se presentan, ni proponen actividades de configuración y reconfiguración.

A nivel general se puede observar que en la unidad seis del texto *Proyecto Sé*, en lo referente al tema *movimientos en el plano*, no hay ninguna propuesta, ni actividad desarrollada que aproveche la reconfiguración como un método geométrico de exploración de las figuras y sus propiedades, que faciliten nuevos y más profundos razonamientos en el estudiante y tampoco se explora la aprehensión perceptiva.

#### *3.2.2.5 Pregunta Orientadora*

En el tema *relaciones entre rectas*, se presenta una figura introductoria que hace referencia a una situación cotidiana; en la cual se facilitaría mediante preguntas, el reconocimiento de los conceptos del tema en cuestión. En las preguntas 4 y 5 de la sección *Desarrolla tus competencias*, en la Figura 24 proponen al estudiante determinar la relación entre las rectas trazadas o dadas.

En el tema *ángulos y su medición* en la sección *Desarrolla tus competencias*, la pregunta propuesta en la actividad 6, mostrada en la Figura 52, se facilita su solución debido a la existencia de un fondo rectangular que permite ver los ángulos rectos.

**Resolución de problemas**

**6** ¿Cuántos ángulos rectos se forman en cada número del reloj digital?

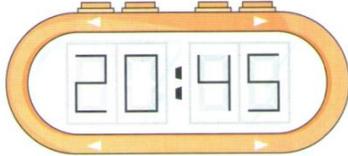


Figura 52. Pregunta sustentada por un fondo rectangular

Respecto a los *polígonos y su clasificación* la Figura 53 presenta una pregunta orientadora que enfatiza en el reconocimiento de los elementos del polígono, pero no sugiere la búsqueda de los polígonos que resultan al interior de la cometa como lo son los paralelogramos y trapecios que están en la figura, pero no son fácilmente apreciables.

El profesor de Geometría tomó como ejemplo de polígono la cometa que Luis elevó a la hora del recreo. ¿Cuántos lados, ángulos, vértices y diagonales se pueden observar en la cometa?

- Para dar respuesta a la pregunta representamos en la cometa los elementos del polígono.

Figura 53. Pregunta de la figura 35

En el tema *de triángulos* las preguntas orientadoras están referidas únicamente al reconocimiento icónico de las figuras; se sugiere que podría utilizarse preguntas que hagan referencia a lo no icónico, ello requeriría el uso de trazos internos y externos a las figuras. Además en el tema de *cuadriláteros* la instrucción dada en la Figura 4 hace referencia al reconocimiento icónico de las subfiguras, pero no orienta a realizar procesos de

reconfiguración que podrían aprovecharse, es importante esta instrucción, en el sentido que motiva al estudiante a ver más allá de la presentación icónica de las subfiguras.

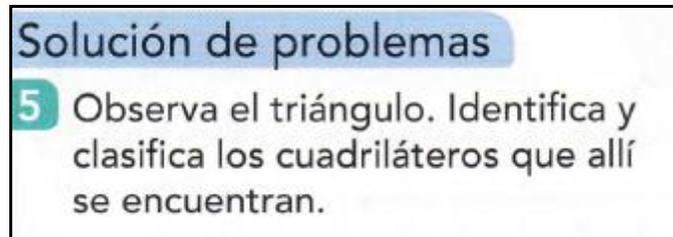


Figura 54. Instrucción en la figura 4

La *Resolución de problemas*, en las Figuras 6 y 27, las preguntas propuestas llevan al estudiante a determinar las clases y número de ángulos.

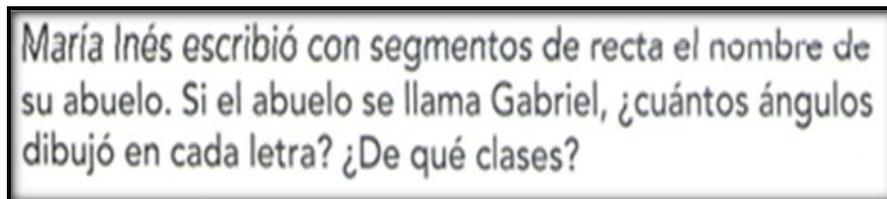


Figura 55. Pregunta figura 6

En la sección *Practica con una guía*, en el problema 4 (Figura 43) motiva al estudiante a realizar un análisis visual y determinar el cuadrilátero que representa el enunciado, dadas las características mencionadas.

En general de acuerdo a la pregunta orientadora se observa en el análisis del texto que se invita a los estudiantes a responder de manera inmediata sin razonar ni explorar otras posibles soluciones, refiriéndose únicamente al contenido icónico de las figuras.

En la unidad seis en lo referente a la variable de análisis la pregunta orientadora, en el tema de *Traslación de figuras*, las preguntas que se presentan solo se refieren al desplazamiento de las figuras, en las cuatro direcciones usadas en el plano: derecha, izquierda, arriba, abajo; solo se hace referencia a las posiciones inicial y final. En el



**Observa la figura.**

- Dibuja la imagen reflejada de la figura A.
- Dibuja la imagen reflejada de la figura B.
- ¿Son simétricas las figuras A y C?
- ¿Cómo puedes obtener la figura C a partir de la figura A?

Figura 58. Instrucciones y preguntas en la figura 30

En lo concerniente con *la Resolución de problemas*, las preguntas propuestas en relación con la Figura 20, 22 y 47, están referidas a los movimientos que deben aplicarse a las figuras, para obtener el cambio de posición presentado, como se muestra en la Figura 59.

Durante la preparación de un juego de batalla naval, Ricardo dibujó dos submarinos y dos aviones. ¿Qué movimientos le aplicó Ricardo al primer submarino para dibujar el segundo? ¿Cuántas unidades trasladó el avión?

Figura 59. Tipo de pregunta realizada en la Figura 22

En la *Prueba tipo saber*, las preguntas en la Figura 60 son de selección múltiple donde debe reconocerse la propiedad relacionada con cada movimiento o la transformación que ocurre en la figura.

<p><b>1</b> Para obtener un diseño, un artesano trasladó un triángulo 5 cm a la derecha. Es correcto afirmar que, con la traslación, el triángulo únicamente:</p> <p><b>A.</b> cambia de tamaño.</p> <p><b>B.</b> cambia de forma.</p> <p><b>C.</b> reduce su tamaño.</p> <p><b>D.</b> cambia de posición.</p>	<p><b>4</b> Cuando se rota una figura en el plano para obtener un diseño, esta:</p> <p><b>A.</b> cambia de forma pero no de posición.</p> <p><b>B.</b> cambia de posición pero no de forma.</p> <p><b>C.</b> cambia de tamaño y de posición.</p> <p><b>D.</b> cambia su tamaño, su forma y su posición.</p>
--	---

Figura 60. Tipo de pregunta propuesta en *Pruebas tipo Saber*

En relación con las preguntas de la unidad seis del texto escolar, se proponen los requerimientos básicos que deben ser alcanzados por los estudiantes en relación con los movimientos en el plano.

### 3.2.3 Razonamiento

#### 3.2.3.1 Nombres asociados a la función referencial

En la unidad dos, los trazos visuales a los que hace alusión la función referencial son los asociados a los objetos geométricos tratados en la unidad, tales como: punto, vértice, recta, lado, segmento, ángulos, etc. especialmente en relaciones entre rectas y ángulos; asimismo en polígonos, triángulos y cuadriláteros, aunque con menor fuerza.

Con relación a la función referencial asociada con la organización se encuentran que las figuras de contorno cerrado mencionadas a nivel general son: La clasificación de polígonos según su número de lados, clases de triángulos según sus lados y sus ángulos, cuadriláteros como tipos de trapecios, rectángulo, cuadrado, rombo y romboide; como muestran muchas de las figuras presentadas anteriormente.

Asimismo en cuanto a las propiedades se mencionan: centro, radio, diámetro; se observa poco uso de los términos referidos a las propiedades de los objetos geométricos de dimensión dos tratados en la unidad.

En lo que respecta al tema *los Polígonos y su clasificación*, las actividades del texto no sugieren la búsqueda de propiedades como: el centro del polígono, punto medio de los lados y otras; únicamente es usado el trazado de diagonales. Además en el tema de *los triángulos* en las figuras presentadas no se hace referencia a propiedades como: el incentro, ortocentro y baricentro, de la misma manera en el tema de *los cuadriláteros* no se mencionan ninguna de las propiedades básicas de los paralelogramos como congruencia de lados, suma de ángulos internos entre otras, que serían de gran importancia introducir en la presentación de dichos temas.

Para tratar las relaciones más frecuentes que se encuentran en las figuras desde la función referencial se encuentran en el libro escolar mencionadas las siguientes: paralelismo, perpendicularidad, intersección y la igualdad de lados o ángulos lo cual no se nombra con un lenguaje idóneo para el caso, como sería utilizar el término congruencia.

En la unidad seis, se hace mención a los siguientes términos que desempeñan una función de designación; con respecto a los trazos visuales: Punto, centro de rotación y ángulo de giro, recta discontinua (eje de simetría); en la designación de organizaciones visuales se mencionan a nivel general: polígonos no regulares, polígonos regulares y figuras no poligonales, polígonos cerrados convexos o cóncavos.

Con respecto a la mención de propiedades y relaciones, se encuentra: la referencia a la simetría entre figuras, puntos simétricos, segmentos simétricos, en el tema de reflexión de figuras, como se observa en la Figura 61.

Observa la figura y escribe V si es verdadero o F si es falso.

Cuenta los cuadros de la cuadrícula para saber la distancia de cada punto al eje de simetría.

- Los puntos  $A$  y  $P$  son simétricos.
- Los puntos  $B$  y  $U$  son simétricos.
- $\overline{BC}$  y  $\overline{OR}$  son segmentos simétricos.

Figura 61. Propiedades y relaciones

En el tema de *traslación de figuras*, las relaciones de paralelismo no se mencionan pero se encuentran inmersas en el tratamiento que se realiza a las figuras. En relación con la *rotación de figuras*, aunque no se mencionan las relaciones de paralelismo y

perpendicularidad explícitamente, se encuentran implícitas en los giros de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  y  $360^\circ$ .

Se nota en esta unidad en general que no se hace mención a la conservación de las propiedades del perímetro, forma, área de las figuras al realizar los movimientos en el plano.

### 3.2.3.2 Función apofántica

Según Duval (2004), la función apofántica es aquella que permite decir cualquier cosa sobre los objetos que designa; para esta función se tiene en cuenta lo referente a los enunciados centrados en la lengua o en la figura; en el tema *Relaciones entre rectas*, se usa el siguiente enunciado haciendo referencia a la Figura 62: “las vías del tren se pueden representar con líneas paralelas”.

Para ir de su casa al polideportivo, Juliana transita por una calle por donde pasa el tren.

- Las vías del tren se pueden representar con líneas **paralelas**.
- Las vías del tren y su relación con la avenida por la que transita Juliana se pueden representar con líneas **secantes**.
- Las calles que se cruzan en una de las esquinas por las que pasa Juliana se pueden representar con líneas **perpendiculares**.

Figura 62. Enunciados centrados en la lengua

En la sección *Comprende* en la figura 63, las definiciones de las relaciones entre rectas, se enuncian sin tener un soporte figural que las respalde, centrándose especialmente

en el uso de la lengua; se menciona pero no se muestran algunos aspectos como la distancia entre las rectas paralelas, ni el vértice común a las rectas secantes.

**Comprende**

Según las relaciones que se establecen entre dos rectas estas pueden ser: paralelas, secantes o perpendiculares.

- **Paralelas:** Nunca se cortan aunque se prolonguen. La distancia entre las dos rectas es siempre la misma.
- **Secantes:** Se cortan en un único punto aunque se tengan que prolongar.
- **Perpendiculares:** Son rectas secantes que forman cuatro regiones iguales.

Figura 63. Enunciado sobre definición de relación entre rectas

En lo concerniente a *los ángulos y su medición*, en las Figuras 25 y 64 los enunciados están centrados en las figuras describiendo las clases de ángulos y el procedimiento para la medición de amplitud. En las Figuras 26 y 52 los enunciados proponen hallar la medición de los ángulos y determinar su clase. En relación con los enunciados centrados en la lengua, en este tema se encuentra que en la pregunta 2 (Figura 26) en *Desarrolla tus competencias* presenta una instrucción al estudiante para dibujar ángulos con diferentes grados de amplitud.

- Dos rectas que se cortan forman cuatro regiones llamadas **ángulos**.
- Un ángulo puede ser **agudo, recto, obtuso** o **llano**.
- Los elementos de un ángulo son: **lados, vértice** y **amplitud**.

The figure shows three diagrams of angles, each with a vertex (vértice) and two sides (lados).  
 1. **Recto:** A right angle (90°) formed by a horizontal ray pointing right and a vertical ray pointing up. Below it, it says "Mide 90°".  
 2. **Agudo:** An acute angle (less than 90°) formed by a horizontal ray pointing right and another ray pointing up and to the right. Below it, it says "Mide menos de 90°".  
 3. **Obtuso:** An obtuse angle (more than 90°) formed by a horizontal ray pointing right and another ray pointing up and to the left. Below it, it says "Mide más de 90°".

Figura 64. Enunciados centrados en la figura

En *los polígonos y su clasificación*, en la Figura 65 se observa que el enunciado está centrado en la figura, ya que se propone al estudiante que dé respuestas a partir de instrucciones dadas referidas a los polígonos y sus características.

El profesor de Geometría tomó como ejemplo de polígono la cometa que Luis elevó a la hora del recreo. ¿Cuántos lados, ángulos, vértices y diagonales se pueden observar en la cometa?

Figura 65. Enunciado centrado en la Figura 37

De acuerdo a la función apofántica respecto de los enunciados centrados en la figura, se caracterizan los triángulos al hacer referencia a la medida de sus lados y al tipo de ángulos; de la misma manera en lo correspondiente al discurso centrado en la lengua se encuentra en la Figura 66 un ejemplo típico de ello.

El fin de semana pasado Natalia fue a la ciclovia. En una de las calles observó una señal para indicar el paso de peatones. ¿Qué tipo de triángulo utilizaron en su elaboración?

Figura 66. Enunciado sección *Triángulos*

En *los cuadriláteros*, la presentación del tema se centra en las características de las figuras (trapecio, rectángulo, trapezoide), lo cual corresponde a la función apofántica centrada en la figura.

En la Figura 67 el enunciado se encuentra centrado en la lengua, pues se encarga de describir una situación cotidiana (sendero ecológico) para dar inicio al tema en cuestión.

Rodrigo y sus amigos realizaron una caminata por un sendero ecológico formado por cuadriláteros. ¿Qué tipo de cuadriláteros forman el sendero?

Figura 67. Enunciado sección Cuadriláteros.

En *Resolución de problemas* en la unidad dos, todos los enunciados en la figuras 6, 41 y 42 se encuentran centrados en la figura. Algunas actividades requieren la representación gráfica para su solución. De la misma manera en la Figura 68 sección *Pruebas tipo Saber*, las preguntas 1 a 2 están centradas en una imagen alusiva a las capas de la tierra.

- |   |  |
|---|--|
| <p>1 La Tierra no es una esfera perfecta, está achatada en los polos y abultada en el centro, pero generalmente cuando se dibuja sobre el plano, se representa por medio de:</p> <p>A. un triángulo.<br/>B. un óvalo.<br/>C. un círculo.<br/>D. una línea curva abierta.</p>  | <p>4 Dos rectas pueden ser a la vez:</p> <p>A. paralelas y perpendiculares.<br/>B. secantes y paralelas.<br/>C. secantes, paralelas y perpendiculares.<br/>D. secantes y perpendiculares.</p>  |
| <p>2 Los nevados son generalmente, las superficies más altas sobre el nivel del mar y reciben su nombre debido a que en su pico o cúspide el frío genera capas de nieve. El dibujo del pico del nevado que se muestra en el esquema se puede asociar con un ángulo:</p> <p>A. agudo.<br/>B. recto.<br/>C. obtuso.<br/>D. llano.</p> | <p>5 La afirmación incorrecta es:</p> <p>A. El trapecoide no tiene lados paralelos.<br/>B. El romboide tiene cuatro lados iguales dos a dos y cuatro ángulos iguales dos a dos.<br/>C. El trapecio tiene cuatro lados iguales dos a dos y cuatro ángulos iguales dos a dos.<br/>D. El trapecios isósceles tienen los lados no paralelos iguales y los ángulos iguales dos a dos.</p> |

Figura 68. Enunciados en Resolución de problemas.

En la unidad seis para el análisis de la función apofántica se tienen en cuenta los enunciados centrados en las figuras y los enunciados centrados en el uso de la lengua natural, se encuentra que los enunciados no toman como referencia directa la figura, al hacer énfasis en los movimientos en el plano.

Es así como en el tema *Traslación de figuras*, se hace uso de la función apofántica centrada en el discurso en el enunciado inicial de presentación del tema, como se muestra en la figura 69, que describen el desplazamiento de las figuras de forma horizontal y vertical.

1. Se cuentan los cuadros horizontales que se desplazó la figura.	2. Se cuentan los cuadros verticales que se desplazó la figura.
---	---

Figura 69. Enunciado figura 9

En la sección *Comprende*, la definición de traslación está centrada en la figura 45, al hacer referencia al desplazamiento que sufre la figura.

En relación con el enunciado que se encuentra en la sección *Resolución de problemas* de la figura 70, está centrado en la lengua, al indicar; los pasos a seguir por los estudiantes.

**Resolución de problemas**

5 Rafaela sale de su casa y camina 8 metros a la derecha. Luego se devuelve 2 metros. ¿A cuántos metros de su casa se encuentra Rafaela después de los dos desplazamientos?



Figura 70. Enunciado centrado en la lengua

En lo referente a *la Rotación de figuras*, los enunciados utilizados están centrados en la acción de giro o en el reconocimiento de los giros realizados. En la sección *Comprende*, la Figura 15 define la rotación mostrando una figura en un fondo cuadrículado y mencionando el centro de rotación y el ángulo de giro, sin nombrar en la figura el centro de rotación, mostrando solamente un punto remarcado.

En relación a *la Reflexión de figuras*, las figuras 46 y 61 presentan enunciados donde se describe y se guía en el movimiento de reflexión, además de definir la reflexión, mencionando el eje de simetría y la distancia. En *Desarrolla tus competencias* el enunciado de la Figura 30 esta centrado en la figura, dando las instrucciones para que el estudiante realice los ejercicios solicitados.

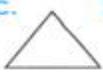
Con respecto a la *Resolución de problemas* y en el tema de *Prueba tipo saber*, el discurso de las actividades está centrado en la figuras, donde se solicita identificar el tipo de transformación realizado a la figura debido a los diversos movimientos ejecutados como muestra la Figura 71.

**Selecciona la respuesta correcta. Márcala en la rejilla.**

**1** Para obtener un diseño, un artesano trasladó un triángulo 5 cm a la derecha. Es correcto afirmar que, con la traslación, el triángulo únicamente:

A. cambia de tamaño.  
 B. cambia de forma.  
 C. reduce su tamaño.  
 D. cambia de posición.

**2** Un sombrero vueltiao se empieza a confeccionar desde una plantilla llamada horma o botón con forma de hexágono. La figura que representa esta horma es:

A.  B.  C.  D. 

**4** Cuando se rota una figura en el plano para obtener un diseño, esta:

A. cambia de forma pero no de posición.  
 B. cambia de posición pero no de forma.  
 C. cambia de tamaño y de posición.  
 D. cambia su tamaño, su forma y su posición.

**5** Si el punto  $P = (1, 2)$  se traslada tres unidades a la derecha, las coordenadas de su nueva ubicación son:

A. (2, 4)  
 B. (4, 2)  
 C. (1, 4)  
 D. (3, 2)

Figura 71. Figuras centradas en los discursos

En relación con la unidad seis, en la *Prueba tipo Saber* se encuentra que las preguntas 2 y 3 que corresponden con las Figuras 49 y 71, están centradas en las figuras, al hacer referencia a la forma de la figura o el movimiento aplicado; las preguntas 1,4 y 5 están centradas en el enunciado, hacen mención a un cambio o invariante al realizar el movimiento, o el cambio de coordenada al realizar un desplazamiento.

Se observa que en el texto se da un amplio uso de la función apofántica en las dos unidades analizadas al aplicarla en las definiciones e instrucciones.

### 3.2.3.3 *Función de la expansión discursiva*

Se han tenido en consideración las siguientes variables: descripción de las figuras, congruencia entre lenguaje natural y figural y la expansión cognitiva.

En el tema *relaciones entre rectas* se encuentra que se describen algunas figuras en la sección *Comprende* cuando dos rectas son paralelas o perpendiculares reiterando las propiedades del objeto. Asimismo en el tema *los ángulos y su medición* en la figura 64 se realizan la descripción de las clases de ángulos.

En el tema de *polígonos y su clasificación* en la Figura 36 y 38 se realiza una descripción de la figura y sus elementos, teniendo en cuenta la imagen señalada, y en la sección *comprende* hace referencia al número de lados de los polígonos y en la Figura 72 se presenta la definición de polígono.

**Explora**

- Un **polígono** es una figura plana formada por una línea poligonal cerrada y su interior. Los elementos de un polígono son: **lados, vértices, ángulos y diagonales**.
- Un polígono es **regular** cuando tiene todos los lados y los ángulos iguales entre sí.

Figura 72. Enunciado describiendo un polígono

En la Figura 73 el enunciado describe los elementos que conforman un polígono.

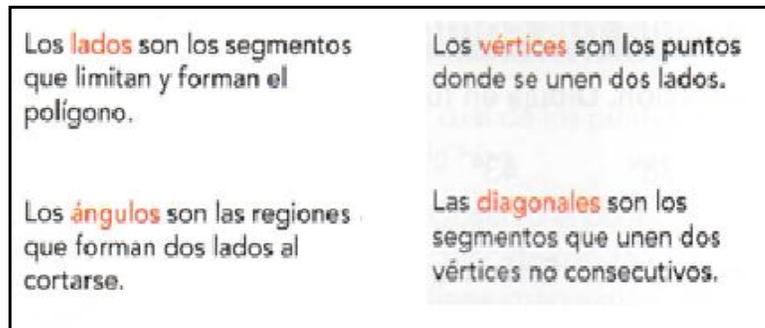


Figura 73. Enunciados relacionados con los elementos que conforman un polígono

En la función de la expansión discursiva, en la figura 74 describe el triángulo rectángulo y sus lados, y define por qué el triángulo es rectángulo, así mismo se encuentra congruencia entre los enunciados y la figura presentada en la Figura 81.

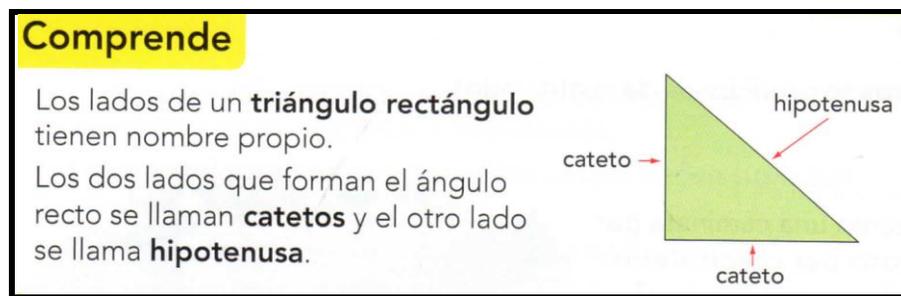


Figura 74. Expansión discursiva.

También es posible mencionar desde la expansión cognitiva que las figuras 3 y 4 presentan la posibilidad de que los estudiantes a partir de lo visto, puedan visualizar y sugerir usando lenguaje formal para referirse a la clasificación de los triángulos.

En *los cuadriláteros* se encuentra la articulación de enunciados completos como lo muestra la definición de: cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio isósceles, trapecio escaleno, presentados en la Figura 75.

• Cuadrado: cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.	• Trapecio rectángulo: tiene dos ángulos rectos.
• Rectángulo: cuatro lados iguales: dos a dos y cuatro ángulos rectos.	• Trapecio isósceles: los lados no paralelos son iguales y los ángulos son iguales dos a dos.
• Rombo: cuatro lados iguales y cuatro ángulos iguales dos a dos.	• Trapecio escaleno: Los cuatro lados y los cuatro ángulos son desiguales.
• Romboide: cuatro lados iguales dos a dos y cuatro ángulos iguales dos a dos.	• Trapezoide: no tiene lados paralelos.

Figura 75. Articulación de enunciados en definición de cuadriláteros

En la unidad seis en el tema de *Traslación de figuras* se puede observar que la expansión discursiva está centrada en los desplazamientos a realizar con las figuras.

Con relación a *Rotación de figuras*; no se observa ningún enunciado centrado en la descripción de la figura; pero si en la acción que debe realizarse con ellas.

Respecto a la *Reflexión de figuras*, el enunciado relacionado con la Figura 76 describe las instrucciones que se tuvieron en cuenta para realizar la reflexión de una figura.

Al invertir la posición de una figura, con respecto a una recta, se realiza una **reflexión**. La recta se llama eje de simetría.

Figura 76. Enunciado de la Figura 46

En la *Resolución de problemas*, no se presenta el uso de enunciados referidos a la descripción de las figuras; los enunciados describen el movimiento realizado y situaciones cotidianas, como muestra la Figura 77.

Ignacio reorganizó su cuarto. Cambió de lugar la cama y el televisor. ¿Qué movimientos aplicó Ignacio a sus cosas? ¿En qué cantidad?

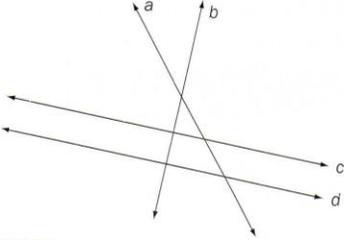
Figura 77. Enunciado en Resolución de problemas

### 3.2.3.4 Congruencia entre el discurso y la figura

En el tema *relaciones entre rectas* existe congruencia entre el enunciado y la imagen presentada; dichos enunciados son congruentes debido a que explicitan situaciones o acciones a realizar de una forma que no presenta ambigüedades de interpretación en relación con la figura. Las actividades propuestas por el libro a los estudiantes en *Desarrolla tus competencias* sugiere tener en cuenta los conceptos vistos, y en la Figura 78 se encuentra congruencia entre los enunciados y las figuras presentadas.

**2 Ejercitación.** Observa las rectas y completa.

- $a$  y  $b$  son rectas .....
- $c$  y  $d$  son rectas .....
- $b$  y  $c$  son rectas .....
- $a$  y  $d$  son rectas .....



**3 Modelación.** Copia esta recta en tu cuaderno y traza:

- Una recta paralela color rojo.
- Una recta perpendicular color verde.
- Una recta secante no perpendicular color azul.



Figura 78. Enunciados en relación entre rectas

De otra parte en el tema de *los ángulos y su medición* en la figura 64 se describe el ángulo, pero no existe congruencia entre el discurso teórico y las gráficas presentadas; ya que se habla de cuatro regiones en el plano las cuales no aparecen explícitamente. En la figura 79 se muestra el enunciado.

- Dos rectas que se cortan forman cuatro regiones llamadas **ángulos**.

Figura 79. Enunciado figura 64

En la sección *Desarrolla tus competencias*, las preguntas 2, 3 y 4 de la figura 26 presentan congruencia entre el enunciado y las gráficas señaladas en el texto.

Así mismo en *los polígonos y su clasificación* existe congruencia entre la definición de polígono o su representación en la figura 80.

• Un **polígono** es una figura plana formada por una línea poligonal cerrada y su interior. Los elementos de un polígono son: **lados, vértices, ángulos y diagonales.**

Figura 80. Definición de polígono

En las figuras 37, 50 y 53 existe congruencia entre las instrucciones dadas y las figuras. De igual forma en la Figura 81 en el tema de *los triángulos* los enunciados de las actividades son congruentes con las figuras presentadas en el texto.

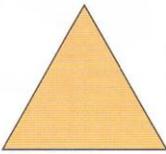
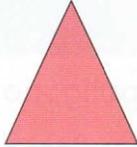
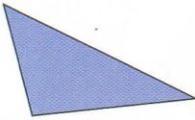
Según la medida de sus lados	
• Equilátero: tres lados iguales.	
• Isósceles: dos lados iguales.	
• Escaleno: tres lados distintos.	

Figura 81. Congruencia entre enunciado y figura

En *los cuadriláteros* se observa congruencia entre el discurso, las actividades y las figuras. Es decir, se utiliza un lenguaje claro y coherente.

En la unidad dos en la sección *Resolución de problemas* los enunciados son coherentes con la actividad que se solicita realizar.

En la unidad seis en los temas de *Traslación y Rotación de figuras*, se evidencia la congruencia entre los enunciados y acciones a realizar por parte de los estudiantes durante todo el tema, ya que son enunciados cortos, que indican una acción elemental a realizar con las figuras; como se ilustra en la figura 82.

**2 Ejercitación.** Rota cada polígono alrededor del punto indicado.

90° hacia la derecha      180° hacia la izquierda

**3 Razonamiento.** ¿Qué ángulo giraron las siguientes figuras? Utiliza un transportador para comprobarlo.

**4** Gira 90° cada figura para completar las series.

**5 Comunicación.** Colorea las imágenes que sean el resultado de rotar la figura.

Figura 82. Congruencia entre enunciado y figura

Respecto a la *Reflexión de figuras*, en general se presenta la congruencia entre los enunciados y las figuras presentadas; son enunciados cortos al hacer referencia a la propiedad de simetría usada en la reflexión o también sugerir una acción de reflexión a realizar.

En la sección *Resuelve otros problemas* se presenta que el enunciado de la figura 20 no es congruente con la figura, debido a que no muestra claramente las posiciones iniciales y la ruta a seguir en la actividad propuesta; por último en la *Prueba tipo saber* en las Figuras 49 y 71; los enunciados presentan congruencias.

### 3.2.3.5 Expansión cognitiva

En el tema de *relaciones entre rectas*, en la actividad de *Resolución de problemas*, por medio del enunciado de la Figura 83, los estudiantes pueden inferir a través de la distancia entre las pitas de las cometas o el ángulo que forman entre, el tipo de relación de que se presenta entre las rectas (secantes, perpendiculares, paralelas).

Dos amigos fueron de paseo a elevar cometas.  
¿Qué tipo de rectas forman las pitas de sus cometas?

Figura 83. Expansión cognitiva enunciado en la Figura 35

En el tema *ángulos y su medición* hay un caso de expansión, observado en la Figura 84, donde requiere que el estudiante seleccione entre varios puntos probables el que corresponde al enunciado de la Figura 33.

Durante el entrenamiento de baloncesto Rodrigo ubicó un cono a 30 pasos del centro de la cancha, formando un ángulo de  $75^\circ$  con la línea central. ¿En cuál de los puntos señalados ubicó Rodrigo el cono?

Figura 84. Enunciado en la Figura 33

En el tema de *los polígonos y su clasificación*, la figura 37 permite que los estudiantes deduzcan los conceptos empleados anteriormente con un lenguaje técnico.

De la misma manera en el tema de *los triángulos*, las figuras 3 y 4 presentan la posibilidad de que los estudiantes a partir de lo visto puedan observar y sugerir usando lenguaje especializado de la geometría la clasificación de los triángulos.

En el tema de *los cuadriláteros* no existe expansión cognitiva debido a que no se presentan explicaciones, actividades de razonamiento deductivo, ni demostraciones.

En la sección *Resolución de problemas*, la actividad cognitiva se basa en el reconocimiento del número de ángulos rectos presentes en la formación de los números que representan la hora en la imagen de un reloj digital, y en los tipos de ángulos presentes en la representación de las letras, lo cual se muestra en el enunciado de la Figura 85.

Felipe tiene un reloj digital. ¿Cuántos ángulos rectos se necesitan para representar cada uno de los números cuando el reloj marca las 5 y 17?

Figura 85. Expansión cognitiva

En la sección *Prueba tipo saber* se encuentra que las preguntas 4 y 5 en la Figura 86, exigen al estudiante afianzar los conceptos adquiridos en la unidad respecto a relaciones entre rectas y cuadriláteros, en donde se considera presente la expansión cognitiva, pues no es posible seleccionar la respuesta de forma inmediata sino a partir de un razonamiento minucioso.

- 4** Dos rectas pueden ser a la vez:
- A. paralelas y perpendiculares.
  - B. secantes y paralelas.
  - C. secantes, paralelas y perpendiculares.
  - D. secantes y perpendiculares.
- 5** La afirmación incorrecta es:
- A. El trapezoide no tiene lados paralelos.
  - B. El romboide tiene cuatro lados iguales dos a dos y cuatro ángulos iguales dos a dos.
  - C. El trapecio tiene cuatro lados iguales dos a dos y cuatro ángulos iguales dos a dos.
  - D. El trapecios isósceles tienen los lados no paralelos iguales y los ángulos iguales dos a dos.

Figura 86. Expansión cognitiva

En la unidad seis en el tema de *Traslación de figuras* en lo referente a la expansión cognitiva, los enunciados de las figuras exigen que el niño haya comprendido el concepto de traslación para realizar las acciones indicadas y en la Figura 51, el estudiante debe describir o argumentar cuál es la traslación realizada requiriendo de la expansión cognitiva.

Con relación a *Rotación de figuras* referente a la expansión cognitiva se presenta en la figura 12, preguntas 4 y 5, donde se da una situación de secuencias en rotación y el estudiante debe determinar la imagen que corresponde a la posición requerida.

Respecto a la *Reflexión de figuras* la expansión cognitiva se presenta en las figuras 19, 30 y 31, caracterizada por el empleo especializado de la lengua para describir la reflexión donde el estudiante debe razonar con respecto a la reflexión que se realiza.

- Dibuja la imagen reflejada de la figura A.
- Dibuja la imagen reflejada de la figura B.
- ¿Son simétricas las figuras A y C?
- ¿Cómo puedes obtener la figura C a partir de la figura A?

Figura 87. Enunciado Figura 30

En *Resolución de problemas*, se encuentra la expansión cognitiva en las Figuras 21 y 22 en donde los enunciados y las preguntas propuestas llevan al estudiante a reflexionar y argumentar acerca de los movimientos y transformaciones realizadas a las figuras.

En la *Prueba tipo saber* en lo relacionado con la expansión cognitiva, las preguntas 1 y 4 mostradas en la Figura 60, invitan al estudiante a reflexionar acerca de los cambios que puede presentar una figura en tamaño, forma o posición para hallar las respuestas correctas; en relación con las características de los tres movimientos tratados en la unidad

La aplicación de la rejilla diseñada para el análisis del texto escolar, permite tener una visión de hasta qué punto se aplican los aspectos planteados por la teoría semiótico cognitiva propuesta por R. Duval, lo cual admite realizar ciertas recomendaciones y llegar a unas conclusiones pertinentes que se presentan a continuación.

### 3.3 LO QUE PODRÍAN TENER LOS TEXTOS ESCOLARES

Respecto a lo que podría tener el texto en relación con las tres actividades cognitivas de aprendizaje y enseñanza de la geometría conforme al enfoque semiótico-cognitivo propuesto por Raymond Duval, se puede mencionar desde cada una de las actividades, los siguientes aspectos:

### 3.3.1 Razonamiento

En relación con la función referencial se deberían mencionar más continuamente los términos referidos a las propiedades de los objetos geométricos; es así como las actividades del texto deben sugerir la búsqueda de propiedades como el centro del polígono, punto medio de los lados y otras; se usa únicamente el trazado de diagonales.

En el tema de triángulos puede hacerse referencia en una forma elemental a propiedades como: el incentro, ortocentro y baricentro; de igual manera en el tema de los cuadriláteros pueden mencionarse algunas de las propiedades básicas de los paralelogramos como congruencia de lados, suma de ángulos internos, entre otros, que sería de gran importancia introducir en la presentación de los temas. También puede hacerse alusión a la conservación de las propiedades del perímetro, forma, área de las figuras al realizar los movimientos en el plano.

Acercas de la función apofántica se puede decir que se hace una buena utilización del lenguaje, la mayoría de los enunciados son concisos, precisos y están centrados en las figuras, mencionando sus características o guiando los tipos de movimiento a realizar en el plano.

En cuanto a la función de expansión discursiva se hace un buen uso de ella en lo referente a la descripción de las figuras; también a nivel general se presenta congruencia entre los enunciados y las acciones propuestas a realizar. Además, en lo concerniente a la expansión cognitiva, los enunciados y las preguntas propuestas llevan al estudiante a reflexionar y argumentar acerca de los movimientos y transformaciones realizadas a las figuras; se sugiere implementar más las actividades de argumentación del estudiante, de

descripción de las figuras o los movimientos que ha realizado con ellas, con el fin de fomentar el desarrollo de esta función.

### **3.3.2 Construcción**

En el texto *Proyecto Sé* las actividades de construcción en las unidades analizadas son poco frecuentes; por ello se sugiere tener en cuenta el uso de este tipo de instrumentos graduados o no para la construcción de las figuras, la cual es una variable didáctica que fomenta la exploración y reconocimiento de las propiedades de los objetos geométricos por los estudiantes; también es importante acompañar estas construcciones con preguntas que orienten la reflexión del estudiante; como por ejemplo: ¿Dados tres segmentos cualesquiera, siempre es posible construir un triángulo con ellos?

Acerca de los movimientos en el plano puede ser favorable el uso de instrumentos manipulables, que permitan que el estudiante pueda determinar físicamente en el plano cartesiano los desplazamientos realizados; sería una práctica interesante que el estudiante usando un centro de giro y un radio determinado, rote los moldes y los ubique en diversas posiciones o ángulos de giro; el uso de instrumentos manipulables hace que la construcción de figuras geométricas o no geométricas, sea una actividad más práctica, al brindar un ambiente diferente al estudiante.

### **3.3.3 Visualización**

Al respecto de la visualización se recomienda en la unidad dos del texto, explorar de manera más frecuente el uso de presentaciones no icónicas, en las cuales los trazos sugieran otras oportunidades de “ver” las figuras y razonar geoméricamente; pero para ello es necesario el uso de enunciados que sugieran o guíen esas otras formas de “ver”. En la

unidad seis del texto, se hace un buen uso de los trazos internos y de los trazos externos como el fondo cuadriculado se puede anotar que la existencia de la cuadrícula se observa en todas las figuras como un soporte que facilita la reflexión, pero debe tenerse en cuenta su carácter y potencial dentro de la visualización, debido a que los tipos de desplazamiento realizados con las subfiguras están relacionados con el contorno de la figura y el fondo cuadriculado facilita las actividades de reconfiguración.

En relación con las formas de ver las figuras, la yuxtaposición y superposición, llevan al reconocimiento en una figura de las formas 2D. Se requiere un análisis de más situaciones que presenten los casos de superposición, los cuales requieren de la prolongación de trazos no existentes en la figura, pero que puede ser reconocida su existencia.

Esta situación de la presentación y forma de ver una figura requiere el paso de la actividad gráfica a las manipulaciones físicas de moldes tal como menciona Duval (2010).

La configuración y reconfiguración de las figuras es una situación poco aprovechada en el texto debido al desconocimiento que se tiene de la forma como puede aprovecharse la figura y los trazos internos que producen otras subfiguras; las cuales pueden ser desplazadas, rotadas y movilizadas con el fin de obtener otras posibilidades que permitan encontrar solución a un problema planteado. Las situaciones de configuración o posible reconfiguración que se encuentran en las Figura 2, 3, 4 y 50, requieren que se propongan actividades adicionales que aprovechen las posibles reconfiguraciones que puedan realizarse, al favorecer que el estudiante reconozca un carácter no estático en las figuras.

Además de proponer al estudiante la visualización de triángulos, paralelogramos y trapecios, es posible proponer la comparación de áreas de subfiguras simples o compuestas y determinar las áreas congruentes entre sí para que así los estudiantes se encuentren en la necesidad de realizar razonamientos que les permita acceder a nuevas transformaciones y exploraciones de las figuras.

Referente a la utilización de la pregunta orientadora se observó que las preguntas muestran congruencia con la figura y la situaciones expuestas en el texto, pero están muy restringidas al reconocimiento icónico y en general no inducen hacia la movilización de la aprehensión operatoria, lo cual requiere el conocimiento e investigación por parte de los docentes de este enfoque semiótico cognitivo, para poder buscar las preguntas que deben realizarse en cada caso.

## CAPÍTULO IV

### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El propósito de este trabajo fue realizar el análisis a dos unidades de geometría del texto *Proyecto Sé*, al tener en cuenta el enfoque semiótico cognitivo propuesto por Raymond Duval para el desarrollo del pensamiento geométrico; los resultados que se observaron fueron los siguientes:

En relación con la construcción de objetos geométricos, se advierte que es una variable didáctica poco aprovechada, lo cual no favorece la apreciación de las propiedades geométricas de los objetos por parte de los estudiantes, ni las restricciones o dificultades que se presentan en la debida construcción de las figuras geométricas; por ejemplo, en la unidad dos en el tema de triángulos, se podrían plantear actividades que permitan que el estudiante explore las propiedades de incentro, baricentro, ortocentro; lo cual exige que el estudiante trace alturas, mediatrices y bisectrices, para ello debe darse una formación previa para ejecutar los trazos.

Tampoco se implementa en el texto el uso de objetos manipulables como moldes o plantillas, que favorecería la apreciación física de los movimientos en el plano y también permiten la realización de actividades de configuración y reconfiguración debidamente planificadas.

Respecto a la visualización de figuras, se aprecia en la unidad dos la predominancia de la presentación icónica de las figuras y las pocas figuras que presentan trazos internos que producen subfiguras en ellas, no son debidamente exploradas y aprovechadas para mejorar el desarrollo del pensamiento geométrico. Al respecto del manejo de trazos en la unidad seis del texto, se favorece la presentación del tema y los movimientos en el plano por el amplio uso que se da al fondo cuadriculado; algunas figuras presentan trazos internos, pero a excepción de realizar la configuración de figuras debido al movimiento en el plano solicitado en cada actividad, no se mencionan las actividades de reconfiguración.

Se analizaron también las preguntas que orientan cada actividad y se nota que muchas de ellas se dirigen al reconocimiento icónico de las figuras y de las características que se aprecian a simple vista; falta una mayor orientación al reconocimiento de las propiedades y relaciones que se dan en las figuras, lo cual podría orientarse a partir de las preguntas.

En este sentido se aprecia que se presenta la geometría a un nivel elemental en la unidad dos y los estudiantes de grado cuarto ya están en condiciones de comprender algunas propiedades y explorarlas. Es así como algunas figuras que presentan trazos internos, permiten que el docente proponga a los estudiantes actividades de aprehensión perceptiva, en las que puedan reconocer en las figuras otras subfiguras, estimulando al estudiante a ver más allá de las figuras iniciales; se puede además, proponer preguntas en las que el estudiante deba aplicar su razonamiento para probar una propiedad geométrica, como por ejemplo: verificar que el centro de un paralelogramo es el punto medio de una de

las diagonales, usando para ello las subfiguras mencionadas. También se puede proponer determinar la congruencia de las áreas de algunas figuras compuestas por subfiguras.

De acuerdo a lo observado en el texto escolar con respecto a la variable de visualización y su relación con la *Pregunta orientadora*, se encuentra que la mayor parte de las preguntas sugieren a los estudiantes el uso icónico de las figuras, dejando de lado la exploración no icónica de dichas figuras; pero debido a la no presencia de trazos internos y externos a las figuras esa indagación se vuelve una tarea más compleja, lo cual conduce a que las operaciones de reconfiguración no sean tenidas en cuenta en el texto.

En relación con los diversos aspectos de los enunciados presentados en las unidades revisadas, se mencionan las denominaciones básicas de los objetos geométricos y algunas propiedades, pero como se indicó anteriormente, no se nombran otras propiedades que podrían empezar a explorarse con los estudiantes. Respecto al uso de la función apofántica, el texto hace un buen uso de ella en la descripción de las figuras y la mayor parte de dichos enunciados están en correspondencia con las figuras.

Lo mismo puede decirse en relación con la expansión discursiva al realizar descripciones más pormenorizadas de los objetos geométricos. Concerniente a la expansión cognitiva se puede afirmar que deben proponerse en el texto más situaciones donde el estudiante deba argumentar sus razonamientos, lo cual lo obligue a confrontar sus conocimientos y la forma de expresarlos.

En general se observan en las unidades analizadas los siguientes aspectos: la no interacción de los tres procesos cognitivos requeridos para el debido desarrollo del

pensamiento geométrico conforme lo plantea Raymond Duval, y el poco uso de situaciones que enseñen y promuevan el tratamiento de las figuras.

El análisis del texto *Proyecto Sé*, permitió confrontar los planteamientos de la teoría semiótico cognitiva propuesta por Raymond Duval con la propuesta teórica desarrollada en el texto, la cual en la unidad dos presenta un carácter bastante tradicional en la presentación de los temas; es por lo tanto importante proponer que el MEN y los docentes de geometría reflexionen sobre estos planteamientos, esto puede favorecer el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes y, posteriormente, apoyar la obtención de mejores resultados en las pruebas internas y en las pruebas internacionales como las pruebas PISA o TIMMS.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

- Abrate, R. S., Delgado, G. I., & Pochulu, M. D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*. 39(1), 1-9. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf>
- ASOCOLME (2002). *Estándares Curriculares – Área Matemáticas: Aportes para el Análisis*. Cuaderno de matemática educativa 5. Bogotá: Grupo Editorial Gaia.
- Alzate Piedrahita, M. V. (2000). Evaluación de la calidad de los textos escolares. *Revista de ciencias humanas*. (21), Obtenido de <http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev21/alzate.htm>
- Arbeláez, G y otros. (1999). *Análisis de textos escolares de matemáticas*. Santiago de Cali: Artes Gráficas Univalle.
- Bouleau. N. (2001). *Reproduction et Geometrie en cycle 1 et 2*. Recuperado en 10 de agosto de 2014, de [http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue\\_n/fic/67/67n3.pdf](http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/67/67n3.pdf)
- Chevallard, Yves. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñando*. Buenos Aires: Aique.
- Duval, R.(1983). *L'obstacle du dedoublement des objets mathématiques*. Educational Studies in Mathematics (1983-11-01) 14: 385-414.
- Duval, R. (1999). *Semiósis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2001). La geometría desde un punto de vista cognitivo. Recuperado 14 de abril de 2014, de <http://fractus.usonumx/Papers/ICMI/LaGeometría.htm>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano*. (M. V. Restrepo, Trad.) Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2004a). Como hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y... una quinta. *En Números, Formas y Volúmenes en el Entorno del*

- Niño. Aulas de Verano. (pp.159-188). Madrid: Instituto Superior de Formación del profesorado.
- Duval, R. (2005). *Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciations des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements*. Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives, 10, 5- 55.
- Duval, R. (2010), Los cambios de mirada necesarios sobre las figuras (M. Acosta, Trad.). Publicado en la revista Grand N° 76, PP. 7-27.
- Godino, J. D; Batanero, C. Y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
- ICFES. (2011). *Examen de Estado de la educación media Resultados del periodo 2004 – 2009* (Reportes Saber359). Recuperado de: [www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx](http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx).
- Marmolejo, G. (2003). *Geometría: figuras, áreas y visualización. “Enunciación y significación de las matemáticas en la educación básica”*. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Marmolejo, G; Vega, M (2004). *Geometría desde una perspectiva semiótica: visualización, figuras y áreas*. Memorias XV Encuentro de Geometría y III de Aritmética.
- Recuperado en Enero 9 de 2015, <http://funes.uniandes.edu.co/5985/1/MarmolejoGeometr%C3%ADaGeometr%C3%ADa2005.pdf>
- Marmolejo, G, Vega, M (2007). *La visualización en las figuras geométricas*. Educación Matemática, vol 24,núm 3, 2012, pp 7-32.Bogotá
- Martínez, J (1992). *Proyectos Curriculares y Práctica Docente*. Cuadernos de Pedagogía, No 203,pp 8-13.Ciss praxis. Sevilla España.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Creamos alternativas Soc. Ltda.

- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Revolución Educativa Colombia aprende.
- MEN (2010). *Resultados de Colombia en TIMSS 2007*. Bogotá: Cadena
- Padilla, V.(1992). *L'influenced'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques*. Université Louis Pasteur, Strasbourg, France.
- Pontón, T. (2008). *Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones*. Tesis de una maestría, Universidad del Valle; Cali, Colombia.
- Vasco, C. (1999). Significado educativo del texto. *Análisis de textos escolares*. Universidad del Valle.
- Vásquez, M. (2011). *La enseñanza de la geometría en el preescolar*. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Mammana, C; Villani, V (1998). Documento de discusión para un estudio del ICMI. *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21<sup>st</sup> Century*. ICMI Study. 5(8), 337-346.

## 6. ANEXOS

### ANÁLISIS REJILLA TEXTO ESCOLAR

A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar la rejilla de análisis a los diferentes temas presentados en el texto escolar *Proyecto Sé*, conforme a los procesos analizados de construcción, visualización y razonamiento.

Se usan las siguientes abreviaturas:

Np: no presenta.

Na: no aplica.

## ANEXO - ANÁLISIS DE TEXTO UNIDAD DOS

CONSTRUCCIÓN UNIDAD 2 - 1						
	RECONOCIMIENTO DE LAS FIGURAS		USO DE INSTRUMENTOS		FORMAS DE VER LAS FIGURAS	
tema	icónico	no icónico	objetos manipulables	uso de instrumentos que permiten operaciones de trazado gráfico	yuxtaposición	superposición
<i>Rectas, ángulos y polígonos</i> pág. 41 plano de cancha multifuncional	Presentan una imagen inicial de una forma icónica por que no evidencia trazos adicionales que sugieran posibles modificaciones a la figura o relaciones en el espacio.		Np.	Np.	Np.	En la imagen inicial se encuentra la superposición de figura como los rectángulos, circunferencias, semicírculos y trapecios.
<i>Relaciones entre rectas</i> pág. 42 y 43. Imagen 1 y figuras 1 a 6.	Se encuentra las figuras 1 de forma icónica en la presentación de rectas paralelas, rectas perpendiculares y secantes.	Se encuentra una imagen 1 (pág. 42) que da cuenta de una situación cotidiana en donde está implícito el concepto de rectas secantes, paralelas y perpendiculares de forma no-icónica.	Np.	Se presenta una guía para construcción de rectas paralelas y perpendiculares utilizando instrumentos tradicionales regla, escuadra y lápiz Figura 2. En la sección desarrolla tus competencias en la pregunta 3 y 4 se propone al estudiante realizar el trazado de rectas paralelas, perpendiculares y secantes a una recta dada e identificar cuáles de ellas cumple con una las relaciones entre rectas.		

CONSTRUCCIÓN UNIDAD 2 - 2						
	RECONOCIMIENTO DE LAS FIGURAS		USO DE INSTRUMENTOS			
tema	icónico	no icónico	objetos manipulables	uso de instrumentos que permiten operaciones de trazado gráfico	yuxtaposición	superposición
<i>Los ángulos y su medición</i> pág. 44 y 45 Imagen 2 figuras 7 a 12.	La presentación inicial de los ángulos no sugiere otros trazos en las figuras; no se presentan trazos externos. Además se presenta una imagen 2 de cancha de baloncesto que sugiere hallar un ángulo formado por la ubicación de un cono y la línea central de la cancha.	Np	No presentan, aunque podrían usarse objetos cuyos lados formen diversos tipos de ángulos.	En esta presentación se usa el transportador como instrumento de medición para el trazado de ángulos en la pregunta 2 a 4 en la sección desarrolla tus competencias.	Np.	Para la presentación del tema se encuentran figuras superpuestas en la imagen 2 como rectángulos, círculos, semicírculos y trapecios.
<i>Los polígonos y su clasificación</i> pág. 46 y 47 Imagen 3y 4 Figura 13 a 18.	La presentación de las figuras es de contorno cerrada y coloreados y no sugiere modificaciones a las figuras.	La pregunta de la imagen 3 presentando a un niño elevando una cometa de contorno hexagonal, sugiere que el estudiante adopte una forma de ver no- icónica para determinar el número de lados, ángulos, vértices y diagonales.	Los polígonos y su clasificación pág. 46 y 47 Imagen 3y 4 Figura 13 a 18.	La presentación de las figuras es de contorno cerrada y coloreados y no sugiere modificaciones a las figuras.	La pregunta de la imagen 3 presentando a un niño elevando una cometa de contorno hexagonal, sugiere que el estudiante adopte una forma de ver no- icónica para determinar el número de lados, ángulos, vértices y diagonales.	Los polígonos y su clasificación pág. 46 y 47 Imagen 3y 4 Figura 13 a 18.

CONSTRUCCIÓN UNIDAD 2 - 3						
	RECONOCIMIENTO DE LAS FIGURAS		USO DE INSTRUMENTOS			
tema	icónico	no icónico	objetos manipulables	uso de instrumentos que permiten operaciones de trazado gráfico	yuxtaposición	superposición
<i>Los triángulos</i> pág. 48 y 49 imagen 5 figuras 19 a 23.	En general las figuras de estas páginas se presentan de forma icónica, imagen 5, figuras 19,20 y 21.	Las figuras 22 y 23 presentan trazos internos que permiten inferir información vista en el tema.	Np.	No se propone el uso de instrumentos tradicionales para la construcción de triángulos.	En las figuras 22 y 23 se presenta el caso de ensamblaje por yuxtaposición.	Los triángulos pág. 48 y 49 imagen 5 figuras 19 a 23.
<i>Los cuadriláteros</i> pág.50 y 51 imagen 6 figuras 24 a 27	La presentación del tema utiliza figuras de forma icónica que no permite ver más allá del contorno cerrado.	En la figura 27 se observa la presencia de trazos los cuales permiten ver varias subfiguras internas.	Np.	No se presentan actividades de construcción de cuadriláteros. Lo cual no favorece el reconocimiento de propiedades geométricas relacionadas con el tema.	La figura 27 presenta 9 contornos cerrados pero también pueden observarse otras figuras compuestas a partir de ellas como los cuadriláteros y otros polígonos.	Los cuadriláteros pág.50 y 51 imagen 6 figuras 24 a 27
<i>Resolución de problemas</i> pág. 52 y 53 Figura 28 y 29 cuadrícula 1 y 2	La figura 29 tiene presentación icónica (polígonos cerrados coloreados)	La representación de los números en la figura 28 y su forma, facilita el reconocimiento de los ángulos rectos. Se representa un nombre sobre la cuadrícula 2, cuyo tipo de letra permite formar diferentes clases de ángulos.	Np.	Se usan instrumentos graduados o no, que permiten dibujar los números y letras sobre la cuadrícula 1 y 2 determinando los ángulos rectos otras clases de ángulos. En la pregunta 5 de la sección resuelve otros problemas, se propone la construcción de un octágono regular sin determinar los instrumentos.	Resolución de problemas pág. 52 y 53 Figura 28 y 29 cuadrícula 1 y 2	La figura 29 tiene presentación icónica (polígonos cerrados coloreados)

**VISUALIZACIÓN UNIDAD 2 - 1**

<b>TEMA</b>	<b>EXISTENCIA DEL TRAZO</b>	<b>IDENTIFICACIÓN DE LAS UNIDADES (aprehensión perceptiva)</b>	<b>CUADRICULA</b>	<b>RECONFIGURACIÓN Y CONFIGURACIÓN (Modif. Mereologica)</b>	<b>PREGUNTA ORIENTADORA</b>
<i>Relaciones entre rectas</i> pág. 42 y 43 Imagen 1 y figuras 1 a 6	La imagen 1 presenta trazos que sugieren la existencia de paralelismo, perpendicularidad y rectas secantes. Se muestran las representaciones de rectas paralelas, perpendiculares y secantes. Las figuras 1 a 6 en general no presentan trazos externos adicionales a los trazos que representan las relaciones entre dos rectas.	Existencia de unidades de dimensión 0 y 1, recta y punto.	No presenta	No se realizan reconfiguraciones en la imagen 1 ni en las representaciones de las relaciones entre rectas; tampoco en el desarrollo de competencias propuesto por el libro.	La imagen 1 facilitaría mediante preguntas el reconocimiento de los conceptos del tema de relaciones entre rectas dentro de una situación cotidiana. En las preguntas 4 y 5 de la sección desarrolla tus competencias proponen al estudiante determinar la relación entre unas rectas trazadas o dadas.
<i>Los ángulos y su medición</i> pág. 44 y 45 imagen 2 figuras 7 a 12	La imagen 2, la figura 8 y 12, presentan trazos internos curvilíneos y/o rectilíneos.	Existencia de unidades de dimensión 2 abierta. (ángulo)	En la pregunta 6 si existiera un fondo en cuadrícula facilitaría su solución.	NP.	En desarrolla tus competencias, la pregunta propuesta permite visualizar los ángulos a determinar debido a que presenta un fondo rectangular.
<i>Los polígonos y su clasificación</i> pág. 46 y 47 Imagen 3 y 4 figuras 13 a 18	La imagen 3 y la figura 13 presentan trazos internos (diagonales); las demás figuras y la imagen 4 no presentan trazos internos ni externos a las figuras.	Existencia de unidades de dimensión 1 rectas en la figura 13 y de dimensión 2 en la imagen 3 y 4, las figuras 14 a 18 polígonos convexos o cóncavos.	Np.	No presenta pero es importante realizar actividades de configuración y reconfiguración de polígonos para explorar otras posibilidades de razonamientos.	En la imagen 3 la pregunta orientadora enfatiza el reconocimiento de los elementos del polígono, pero no sugiere la búsqueda de los polígonos que resultan al interior de la cometa.

**VISUALIZACIÓN UNIDAD 2 - 2**

<b>TEMA</b>	<b>EXISTENCIA DEL TRAZO</b>	<b>IDENTIFICACIÓN DE LAS UNIDADES (aprehensión perceptiva)</b>	<b>CUADRICULA</b>	<b>RECONFIGURACIÓN Y CONFIGURACIÓN (Modif. Mereologica)</b>	<b>PREGUNTA ORIENTADORA</b>
<i>Los triángulos</i> pág.48 y 49 Imagen 5 figura 19 a 23	En las figuras 22 y 23, existen trazos interiores a un hexágono e interiores a dos cuadrados; en la imagen 5 y figuras 19 a 21 no existen trazos.	Se encuentran unidades figurales de dimensión 1 trazos internos y 2 los triángulos.	Np.	En las figuras 22 y 23 se observan trazos que permiten transformar la figura desde una mirada no icónica.	Las preguntas orientadoras están referidas únicamente al reconocimiento icónico de las figuras. Se sugiere que podría utilizarse preguntas que hagan referencia a lo no icónico.
<i>Los cuadriláteros</i> pág. 50 y 51 imagen 6 figuras 24 a 27	En las figuras de la 24 a la 26 no se presentan trazos al interior de la figura, pero en la figura 27 si los hay.	Se encuentran unidades figurales de dimensión 1 (trazos) y 2 (los ángulos y las figuras de contorno cerrado)	Np.	En la figura 27 se presentan trazos que permiten reorganizar una o varias subfiguras en otras figuras o subfiguras.	La instrucción dada en la figura 27 hace referencia al reconocimiento icónico de las subfiguras, pero no orienta a realizar procesos de reconfiguración que podrían aprovecharse.
<i>Resolución de problemas</i> Pág. 52 - 53 Figura 28 y 29, cuadrícula 1 y 2	Hay la existencia de un fondo rectangular en la figura 28 y la cuadrícula 1. En la cuadrícula 2 aparecen representadas unas letras en forma rectilínea. La figura 29 no presenta trazos internos ni externos.	Unidades de dimensión 1: rectas (paralelas, perpendiculares, secantes) Unidades de dimensión 2: ángulos, triángulos y polígono.	Se usa el fondo cuadrículado para el reconocimiento de ángulos rectos en la figura 28 y cuadrícula 1. Se usa el fondo cuadrículado para el reconocimiento de clases de ángulos en la cuadrícula 2.	Np.	En la figura 28 y cuadrícula 2 las preguntas propuestas llevan al estudiante a determinar las clases de ángulos. En la sección Resuelve otros problemas, la pregunta 2 se podría ampliar incluyendo rectas secantes, debido al tipo de letra presentado en el texto. La pregunta en el problema 4 motiva al estudiante a realizar un análisis visual y determinar el cuadrilátero que representa el enunciado.

**RAZONAMIENTO UNIDAD 2 - 1**

TEMA	FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)				FUNCIÓN APOFÁNTICA		FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA		
	trazo visual	una organización	propiedades	una relación	centradas en las figuras	centradas en la lengua	describir la figura	(congruencia entre el lenguaje natural y figural)	expansión cognitiva
<i>Relaciones entre rectas</i> pág. 42 (Imagen 1 )	Recta y punto	Na.	Na.	Paralelismo, perpendicularidad e intersección.	Menciona las relaciones entre rectas haciendo referencia a la imagen: “las vías del tren se pueden representar con líneas paralelas”		Np.	Existe congruencia entre el enunciado y la imagen presentada.	Np.
<i>Relaciones entre rectas</i> pág. 42 y 43 Figuras 1 a 6.	Rectas y punto	Na.	Na.	Paralelismo, perpendicularidad e intersección.		En el recuadro comprende define la recta secante de forma explícita.	En la sección comprende describe cuando dos rectas son paralelas o perpendiculares reiterando las propiedades del objeto.	Las actividades propuestas por el libro a los estudiantes en desarrolla tus competencias sugiere tener en cuenta los conceptos vistos. Figura 3 a 6 existiendo congruencia entre los enunciados y las figuras presentadas.	

**RAZONAMIENTO UNIDAD 2 - 2**

TEMA	FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)				FUNCIÓN APOFÁNTICA		FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA		
	trazo visual	una organización	propiedades	una relación	centradas en las figuras	centradas en la lengua	describir la figura	(congruencia entre el lenguaje natural y figural)	expansión cognitiva
<i>Los ángulos y su medición</i> pág. 44 y 45 figuras 7 a 12 e imagen 2 .	Ángulos	Np.	Vértice, centro.	Na.	En las figuras 7 a 9, 10 a 12 el enunciado está centrado en las figuras.	En la pregunta 2 en desarrolla tus competencias el enunciado está centrado en la lengua.	En la figura 7 se realiza la descripción de las clases de ángulos.	En la figura 7 se describe el ángulo, pero no existe congruencia entre el discurso teórico y las gráficas presentadas; ya que se habla de cuatro regiones en el plano las cuales no aparecen explícitamente.  En desarrolla tus competencias, en lo propuesto para los estudiantes, la pregunta número 2, 3 y 5 presentan congruencia entre el enunciado y las gráficas señaladas en el texto.	La definición de ángulo y de sus elementos se hace de una forma explícita. No sucede lo mismo con la definición de las clases de ángulos, pues solo se representa obviando lo discursivo.

**RAZONAMIENTO UNIDAD 2 - 3**

TEMA	FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)				FUNCIÓN APOFÁNTICA		FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA		
	trazo visual	una organización	propiedades	una relación	centradas en las figuras	centradas en la lengua	describir la figura	(congruencia entre el lenguaje natural y figural)	expansión cognitiva
<i>Los polígonos y su clasificación</i> pág. 46 y 47 Imagen 3 y 4 figuras 13 a 18	Lados, vértices, ángulos, diagonales.	Se percibe la imagen de una cometa y luego la organización de triángulos.  Hace referencia a diferentes clases de polígonos convexos y cóncavos.	Las actividades del texto no sugieren la búsqueda de propiedades como el centro del polígono, punto medio de los lados y otras; únicamente es usado el trazado de diagonales.	Np.	En las figuras 14 a 18 y la imagen 4, se observa que se propone al estudiante que dé respuesta a partir de instrucciones dadas referido a los polígonos.	Np.	En la figura 13 y la imagen 3 se realiza una descripción de la figura y sus elementos, teniendo en cuenta la imagen señalada.  En la sección comprende hace referencia al número de lados de los polígonos.	Existe congruencia en el enunciado de la pregunta al problema que se propone en la imagen 3 donde se le solicita al estudiante que identifique el número de elementos del polígono.  En las figuras 14 a 18 e imagen 4 existe congruencia entre las instrucciones dadas y las figuras.	

**RAZONAMIENTO UNIDAD 2 - 4**

TEMA	FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)				FUNCIÓN APOFÁNTICA		FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA		
	trazo visual	una organización	propiedades	una relación	centradas en las figuras	centradas en la lengua	describir la figura	(congruencia entre el lenguaje natural y figural)	expansión cognitiva
<i>Los triángulos</i> pág. 48 y 49 imagen 5, figuras 19 a 23	Lado, ángulo y diagonal.	Triángulos según sus lados y ángulos.	No hace referencia a propiedades como: el incentro, ortocentro y baricentro.	Se mencionan el cateto hipotenusa referido al triángulo rectángulo.	Caracteriza los triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y al tipo de ángulos.	Se presenta una descripción de una situación en la imagen 5	En la figura 21 describe el triángulo rectángulo y sus lados; pero no define por que el triángulo es rectángulo.	Los enunciados de las actividades son congruentes con las figuras presentadas en el texto.	Las figuras 22 y 23 presentan la posibilidad de que los estudiantes a partir de lo visto puedan observar y sugerir usando lenguaje especializado técnico de la matemática la clasificación de los triángulos.
<i>Los cuadriláteros</i> pág. 50 y 51 imagen 6, figuras 24 a 27	Lados, ángulos,	Se nombran en: cuadriláteros cuadrados, rombos, romboide rectángulos, tipos de trapecios.	No se mencionan ninguna de las propiedades básicas de los paralelogramos	Congruencia de lados, congruencias ángulos, paralelos.	La presentación del tema se centran en las características de las figuras (trapecio rectángulo, trapecoide)	En la imagen 6 el enunciado se encuentra centrado en lengua.	Se encuentra la articulación de enunciados completos como lo muestra la definición de: cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio isósceles, trapecio escaleno.	Se observa congruencia entre el discurso en actividades y las figuras. Es decir, se utiliza un lenguaje claro y coherente.	No existe expansión cognitiva debido a que no se presentan explicaciones, actividades de razonamiento deductivo, ni demostraciones.

**RAZONAMIENTO UNIDAD 2 - 5**

TEMA	FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)				FUNCIÓN APOFÁNTICA		FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA		
	trazo visual	una organización	propiedades	una relación	centradas en las figuras	centradas en la lengua	describir la figura	(Congruencia entre el lenguaje natural y figural)	expansión cognitiva
<i>Resolución de problemas</i> Figura 28 y 29, cuadrícula 1 y 2	Ángulo, recto, segmento y rectas.	Triángulos Octágono regular, circunferencia y Trapecio.	Radio y diámetro en el caso de la circunferencia mencionada actividad 3 en resuelve otros problemas.	En la actividad 2 Perpendicularidad y paralelismo	Todos los enunciados relacionados con la actividad en la figura 28 y 29 y la cuadrícula 1 y 2 se encuentra centrada en la figura. Las actividades 2, 3, y 6 requieren la representación gráfica para su solución.	Np	Np	Los enunciados en la página 52 y 53 son coherentes con la actividad que se solicita realizar.	La actividad cognitiva se basa en el reconocimiento del número de ángulos rectos presentes en la representación de los números y en los tipos de ángulos presentes en la representación de las letras.
<i>Prueba saber</i> pág. 56 y 57 Imagen 7	Recta y ángulo.	Triángulo, ovalo, círculo, trapecoide, trapecio, romboide.	Np.	Paralelas, perpendiculares y secantes.	Las preguntas 1 a 3 están centradas en la imagen 7.	Np.	Np.	Las preguntas 1 a 3 de la página 57 presentan congruencia con la imagen 7 de la página 56.	Las preguntas 4 y 5 exigen al estudiante afianzar los conceptos adquiridos en la unidad respecto a relaciones entre rectas y cuadriláteros.

## ANEXOS UNIDAD SEIS

CONSTRUCCIÓN UNIDAD 6 - 1						
	RECONOCIMIENTO DE LAS FIGURAS		INSTRUMENTOS		FORMA DE VER LAS FIGURAS.	
tema	icónico	no icónico	objetos manipulables	uso de instrumentos que permiten operaciones de trazado gráfico	Yuxtaposición	Superposición
<i>Movimiento en plano</i> pág. 126 Image n 8		La imagen presentada al inicio de la unidad permite comprender la intención del tema en cuestión, al sugerir formas que hacen relación a los temas de traslación, rotación y reflexión de figuras, representando el espacio de un plano o mapa de una avenida.	Np.	Na.	Visualmente presenta la yuxtaposición de áreas de diferentes formas o contornos, (zonas verdes) con avenidas y puentes.	En la imagen inicial se encuentra la superposición de figura como lo que se observa entre los puentes y las avenidas.
<i>Traslación de las figuras</i> 30 a 35 pág. 128 y 129	Se encuentra la imagen 9 de forma icónica en la presentación de una situación cotidiana alusiva al tema.	Se encuentra una figura 30 inmersa en un fondo cuadrículado (pág. 128) que propone mostrar el desplazamiento horizontal y vertical de la traslación.  En la figura 31 propone trasladar una figura vértice por vértice usando un plano cartesiano.	Np. Aunque la unidad no utiliza el uso de los objetos manipulables, esta actividad se reforzaría si se tuviera en cuenta moldes, plantillas o elementos que permitan que el estudiante pueda determinar físicamente en el plano cartesiano los desplazamientos realizados.	Los estudiantes al realizar los desplazamientos deben usar los instrumentos graduados o no graduados para reconstruir las figuras. Además de tener en cuenta la direccionalidad de las figuras izquierda – derecha específicamente en las figura 34.	En la figura 33 se presenta la yuxtaposición de figuras en la figura de una flor octagonal formada por ocho paralelogramos.	La figura 35 presenta figuras superpuestas al componer la figura de un avión.

**CONSTRUCCIÓN UNIDAD 6 - 2**

CONSTRUCCIÓN UNIDAD 6 - 2						
	RECONOCIMIENTO DE LAS FIGURAS		INSTRUMENTOS		FORMA DE VER LAS FIGURAS.	
tema	icónico	no icónico	objetos manipulables	uso de instrumentos que permiten operaciones de trazado gráfico	yuxtaposición	Su perposición
<i>Rotación de figuras</i> pág. 130 y 131 figuras 36 a 42 e imagen 11 y 12.	La imagen 11 y las figuras 37,41 y 42 son presentaciones icónicas; no presentan trazos externos ni indican un centro de rotación. Aunque la imagen 12 si presenta centro de rotación.	Las figuras 36, 38 y 39 presentan trazos internos a las figuras que la dividen en sugfiguras y la figura 40 al indicar el ángulo de giro	Podría realizarse la actividad con objetos manipulables lo cual permite realizar la rotación con diversos tipos de figuras geométricas o no.	Es pertinente el uso del transportador, regla y otros.  En la figura 36 se presenta un error al realizar los giros de 90° y 180° grados en la representación de un martillo.	La figura 38 muestra un caso de yuxtaposición al girar 90° una figura conservando la figura inicial.	Np
<i>Reflexión de figuras</i> pág. 132 y 133 imagen 13, figuras 43 a 49		Las figuras 43 a 49 que presentan el tema son no-icónica, pues se muestran trazos externos: eje de simetría y trazos que representan distancias o que sugieren dichas distancias a un eje.	Es posible la implementación de objetos manipulables para la ejecución de la reflexión de dichos objetos.	En las figuras 46, 48 y 49 correspondiente al desarrollo de competencias se promueve el uso de instrumentos para realizar las reflexiones de las figuras.	En las figuras 43 a 45 no presentan yuxtaposición debido a que no hay trazos internos que permitan ver otras subfiguras.	Np
<i>Resolución de problemas</i> pág.134 y 135 imágenes 14 y figuras 50 a 53.	La figura 53 tiene unza presentación icónica, no hay trazos externos que sugieran los tratamientos de traslación, rotación y reflexión.	Las figuras 51 y 52 e imagen 14 tienen trazos internos y externos.	No presentan, aunque se podrían usar para la figura 50 y la imagen 14	En general el uso de instrumentos es necesario para el trazo de las figuras.	Las figuras presentada debido a sus trazos internos estar conformadas por yuxtaposición.	Np.

**VISUALIZACIÓN UNIDAD 6**

<b>FIGURA</b>	<b>EXISTENCIA DEL TRAZO</b>	<b>IDENTIFICACIÓN DE LAS UNIDADES (aprehensión perceptiva)</b>	<b>CUADRICULA</b>	<b>RECONFIGURACIÓN Y CONFIGURACIÓN (Modif. Mereologica)</b>	<b>PREGUNTA ORIENTADORA</b>
Traslación de figuras pág. 128 y 129 figuras 30 a 35 e imagen 9	Presentan la existencia de trazos internos rectangulares (cuadros) cuyo contorno externo sugieren la existencia de polígonos, asemejando barcos del juego batalla naval. En la figura 33 se observan rectas abiertas conformando el rostro de un gato todo sobre un fondo cuadrículado.	Existencia de unidades de dimensión 1 recta y punto, de dimensión 2 ángulo, polígonos no regulares.	En la imagen como en las figuras se presenta el uso de la cuadrícula y en la figura 31 se propone la utilización del plano cartesiano.	No se realizan reconfiguraciones, pero al realizar los desplazamientos de las figuras se configuran nuevamente en otro lugar del espacio bidimensional.	Las preguntas que se presentan solo se refieren al desplazamiento de las figuras. Sería importante que el autor planteara a los estudiantes preguntas como: ¿cambia el área o perímetro de las figuras? Con el fin de que los estudiantes infieran la existencia de ciertas propiedades invariantes, área y perímetro al realizar un movimiento de traslación.
Rotación de figuras pág. 130- 131 Imagen 11, 12; figuras 36 a 42.	Presentan trazos internos las figuras 36, 38, 39, 41 y trazo externo la figura 40.	Unidades de dimensión 1 centro de rotación de dimensión 2 ángulos de giro y figuras no poligonales.	Existencia de cuadrícula en las figuras 36,38 y 39.	Hay actividad de configuración al reproducir la figura que se rota. No se presentan reconfiguraciones.	La pregunta presentada en la imagen 12 solicita únicamente al estudiante hallar una respuesta.
Reflexión de figuras imagen 13 y figuras 43 a 49	Las figuras 43 a 45 y 48 no presentan trazos; las figuras 47 y 49 presentan dichos trazos.	Unidades de dimensión 0, (punto), de dimensión 1 (recta y segmentos) y de dimensión 2 (Polígonos).	La existencia de la cuadrícula se observa en todas figuras como un soporte que facilita la reflexión de las figuras.	Existe la configuración al proponer realizar la reflexión en las figuras 46, 48 y 49.	En la figura 48 y 49 se propone que el estudiante razone a partir de tratamientos realizados a la figura en donde reconozca los cambios ocurridos a la figura inicial y el tipo de transformación aplicada.
Resolución de problemas pág. 134 y 135 imagen 14 figuras 50 a 53.	Las figuras 50 a 52 y la imagen 14 presentan trazos internos y externos.	Las unidades figuras existentes son de dimensión 1 y 2. Recta y polígonos.	La imagen 14 y figura 50 a 52 utilizan el fondo cuadrículado.	No presenta actividades de configuración y reconfiguración.	La imagen 14 y figura 50 y 53 están referidas a los movimientos que deben aplicarse a las figuras, para obtener el cambio de posición presentado en la figura.
Prueba tipo saber pág. 138 y 139 imagen 15 y figuras 54 y 55.	La figura 54 no presenta trazos internos ni externos. La figura 55 presenta trazos internos y su fondo es cuadrículado.	Unidades figuras de dimensión 2.	Se hace uso de la cuadrícula y de ejes de coordenada en la figura 55	Np.	Na.

**RAZONAMIENTO UNIDAD 6 - 1**

<b>TEMA</b>	<b>FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)</b>				<b>FUNCIÓN APOFÁNTICA</b>		<b>FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA</b>		
	<b>trazo visual</b>	<b>una organización</b>	<b>propiedades</b>	<b>una relación</b>	<b>centradas en las figuras</b>	<b>centradas en la lengua</b>	<b>describir la figura</b>	<b>(congruencia entre el lenguaje natural y figural)</b>	<b>expansión cognitiva</b>
<i>Traslación de figuras</i> pág. 30 a 35 imagen 9	Punto.	Las figuras que son polígonos no regulares	Np.	Las relaciones de paralelismo no se mencionan pero se encuentran inmersas en el tratamiento que se realiza a las figuras.	El enunciado de presentación al tema en la imagen 9 y la figura 30 permite reconocer el desplazamiento de las figuras de forma horizontal y vertical.	En la sección comprende la definición de traslación está centrada en el lenguaje.  El enunciado que se encuentra en la sección <i>resolución de problemas</i> de la imagen 10 página 129, especifica claramente los pasos a seguir por los estudiantes.	La expansión discursiva está centrada en los desplazamientos a realizar con las figuras.	Se evidencia la congruencia entre los enunciados y acciones a realizar por parte de los estudiantes durante todo el tema.	Los enunciados de las figuras exigen que el niño halla comprendido el concepto de traslación para realizar las acciones indicadas y en la figura 35 el estudiante debe describir o argumentar cual es la traslación realizada requiriendo de la expansión cognitiva.

**RAZONAMIENTO UNIDAD 6 - 2**

TEMA	FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)				FUNCIÓN APOFÁNTICA		FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA		
	trazo visual	una organización	propiedades	una relación	centradas en las figuras	centradas en la lengua	describir la figura	(congruencia entre el lenguaje natural y figural)	expansión cognitiva
<i>Rotación de figuras</i> pág. 130 y 131 imagen 11 y 12; figuras 36 a 42.	Punto, centro de rotación y ángulo de giro.	Polígonos regulares y figuras no poligonales.	Np.	Aunque no se mencionan las relaciones de paralelismo y perpendicularidad explícitamente se encuentran implícitas en los giros de 90°, 180°, 270° y 360°.	Los enunciados están centrados en la acción que se debe realizar a la figura.	En la sección resolución de problemas el enunciado de la imagen 12 se encuentra centrado en la lengua, pues da instrucciones a realizar por parte de los estudiantes.	No se observa ningún enunciado centrado en la descripción de la figura.	Si Existe congruencia entre los enunciados que proponen la rotación de las figuras y las figuras representativas.	En la sección comprende se observa en la figura 38 la existencia de la descripción del movimiento de rotación de una figura.
<i>Reflexión de figuras</i> imagen 13 y figuras 43 a 49	Punto, recta discontinua ( eje de simetría)	Polígonos cerrados convexos o cóncavos.	Simetría	No se mencionan.	Las figuras de la 43 a 45 presentan enunciados referentes a las figuras.	En desarrolla tus competencias los enunciados están centrados en la lengua para que el estudiante realice los ejercicios solicitados.	En la figura 45 el enunciado describe las instrucciones que se tuvieron en cuenta para realizar la reflexión de una figura.	En general los enunciados son congruencias con las figuras presentadas.	En las figuras 47 a 49 el estudiante debe razonar con respecto a la reflexión que se realiza donde no es explícita el eje de simetría.

**RAZONAMIENTO UNIDAD 6 - 3**

TEMA	FUNCIÓN REFERENCIAL (NOMBRES ASOCIADOS A)				FUNCIÓN APOFÁNTICA		FUNCIÓN DE LA EXPANSIÓN DISCURSIVA		
	trazo visual	una organización	propiedades	una relación	centradas en las figuras	centradas en la lengua	describir la figura	(congruencia entre el lenguaje natural y figural)	expansión cognitiva
<i>Resolución de problemas</i> pág. 134 y 135 imagen 14 figuras 50 a 53.	Np.	Polígonos.	Np.	Np.	El discurso de las actividades en las páginas 134 y 135 están centradas en la figuras.	Np.	Np.	En la sección Resuelve otros problemas se presenta el enunciado de la figura 51 no corresponde al tema tratado en el capítulo; y la figura 52 no es congruente con el enunciado, debido a que no muestra claramente las posiciones iniciales y la ruta a seguir en la actividad propuesta.	En la figura 50 e imagen 14 los enunciados y las preguntas propuestas llevan al estudiante a reflexionar, argumentar acerca de los movimientos y transformaciones realizadas a las figuras.
<i>Prueba tipo saber</i> pág. 138 y 139 imagen 15 y figuras 54 y 55	En la pág. 139 pregunta 5 hace alusión a traslado de punto.	En la pregunta 1 y 2 de la página 139 hace referencia a triángulo y hexágono.	Np.	Np.	Las preguntas 2 y 3 están centradas en las figuras.	La pregunta 1,4 y 5 está centrada en el enunciado.	Np.	Los enunciados de las preguntas 2 y 3 presentan congruencias con las figuras.	Las preguntas 1 y 4 invitan al estudiante a reflexionar acerca de las características de los tres movimientos tratados en la unidad para hallar las respuestas correctas.