



ALGUNOS ASPECTOS CRONOLÓGICOS DE LA COMBINATORIA

Diana Parra y Daniel Morán
Universidad del Valle (Colombia)

diana.parra.vargas@correounivalle.edu.co, daniel.moran@correounivalle.edu.co

La historia mostrará un acercamiento a la epistemología de la combinatoria que se ha clasificado por siglos con intención de reseñar momentos relevantes que la constituyen como una rama de las matemáticas. A través de la cultura china en tiempos legendarios se encuentran las evidencias de elementos primigenios de la combinatoria con el primer cuadrado mágico en el caparazón de una tortuga. Las reglas principales del cálculo de permutaciones, variaciones y combinaciones están a cargo de los matemáticos hindúes y judíos. El camino hacia el reconocimiento de la combinatoria como un campo digno de estudio formal lo preparan los matemáticos Fermat y Pascal a través de sus correspondencias buscando la solución al problema de las reparticiones. El punto cúspide se genera con Leibniz dado que dio la construcción sistemática de esta rama de las matemáticas. Finalmente Bernoulli reconoce que los principios de probabilidad de la época reposan en la combinatoria.

PALABRAS CLAVE

Combinatoria, historia de la estadística, Educación Estocástica.

DESARROLLO DEL TEMA

La directriz de este análisis es epistemológica y se ubica en un lugar de la misma como es la evolución de ideas y conceptos. Consecuentes con lo que se busca hacer en este trabajo, es importante conocer el trayecto que se ha clasificado por siglos con el fin de mostrar de forma general aquellos momentos cúspides en la consolidación de la combinatoria como rama de las matemáticas.

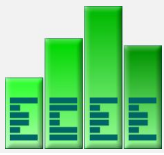
Siglo XXII a.c. Los cuadrados mágicos

Los cuadrados mágicos son un ejemplo de los más antiguos que existe sobre problemas de combinatoria. Ellos aparecen y fueron la base del famoso libro místico chino I – Ching escrito en Japón. La leyenda cuenta que el emperador chino Yu en el año 2200 a.c., encontró en el caparazón de una tortuga sagrada un cuadrado mágico (Ryser, 1963).

Los cuadrados mágicos son arreglos rectangulares de $n \times n$ donde se disponen los números desde 1 hasta n^2 en las casillas de tal forma que la suma horizontal, vertical o diagonal siempre sea un número constante. Se le llamaba constante mágica debido al sentido místico que tenían los cuadrados.

Siglo V a.c. Los números triangulares

La escuela pitagórica dejó grandes aportes a la humanidad. Entre sus aportes están las reglas acerca del total de puntos necesarios para formar números triangulares, los cuales responden a la fórmula $\frac{n(n+1)}{2}$ y se generaban al añadir los mismos consecutivamente de tal suerte que dibujan un triángulo.



Siglo IV a.c. Permutaciones y combinaciones

Xenócrates de Calcedonia (griego) es a quien se le atribuye el primer intento por resolver un problema de permutación. Pappus plantea y soluciona un problema de combinatoria el cual estaba direccionado al cálculo del número de intersecciones de n rectas no paralelas, de las cuales no más de dos se cortan en el mismo punto. Es así, que a través de números triangulares, usando la regla aditiva $1 + 2 + 3 + \dots + n$, llega a la solución general del problema de las combinaciones de n elementos tomados dos a dos. El libro hebreo Sefer Yetzirah escrito entre los años 200 y 600 de nuestra era contiene la noción de permutación.

Siglo XII. Indicios de reglas para calcular variaciones (con y sin repetición) y combinaciones

Surge en la India el interés por los problemas de combinatoria. Es el matemático Bhaskara (1114 – 1185 aprox.) quien explora este campo y plantea las reglas. En un capítulo de su obra *lilavati* dedicado a la Combinatoria, enuncia una regla para hallar el número de colocaciones de n cosas de una clase y $(m-n)$ de otra, es decir, por primera vez se vislumbra el problema de la distribución de objetos o partición de conjuntos. Afirma también que las selecciones de n objetos entre m dados coinciden con ese número.

Siglo XIV. Reglas principales sobre permutaciones y combinaciones

El matemático y astrónomo judío Levi Ben Gerson (1288 – 1344) radicado en Francia alrededor de 1321, escribió reglas principales de cálculo (ya descubiertas por hindúes) sobre las permutaciones y combinaciones. En notación moderna, se expresarían de la siguiente forma:

1. $n!$ para el número de permutaciones de n cosas.
2. $n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)$ para el número de variaciones de n cosas tomadas r a r .
3. Para el número de combinaciones:

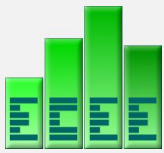
$$\frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r}$$

La inducción matemática fue utilizada para la validez de las dos primeras expresiones. La tercera se deriva de ellas por división.

Algo importante que resaltar es que Levi hizo una original contribución que fue argumentar la igualdad del número de colocaciones de n cosas de una clase y $n-r$ de otra, es decir, la propiedad: $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ la cual implícitamente se encierra el modelo de partición de un conjunto.

Siglo XVI. Estudio del triángulo aritmético

De otro lado, en occidente los juegos de azar son los motivadores para el estudio de la combinatoria. Tartaglia (1499 - 1557) extendió la tabla de los números figurados a más de tres dimensiones.



Cardano (1501 - 1576), apoyado por la obra *General trattato di numeri et misure* de Tartaglia deduce los coeficientes de $(a + b)^n$ y le da solución a la ecuación cúbica, resultado relevante para el álgebra.

Las relaciones o conexiones que hubiera entre números figurados y números combinatorios, no fueron del interés de Cardano; pero Briggs (1561- 1631) fue quien se ayudó de los trabajos de Cardano y llegó a tal conexión. Otro aporte también fue el resultado de que el número de combinaciones de n cosas tomadas $1 a 1, 2 a 2, \dots, n a n$, era igual a $2^n - 1$.

Siglo XVI. Atisbos de la combinatoria como rama de las matemáticas

Las contribuciones de Fermat (1601 - 1661) y Pascal (1623 - 1662) dan un giro relevante a la combinatoria. Alrededor de 1654, su amigo y caballero de Méré planteó un juego de dados el cual fue el germen de las correspondencias entre Pascal y Fermat, las cuales se constituyen el punto de partida para la elaboración del Tratado del Triángulo Aritmético y sus tratados anexos. Así, los trabajos de estos matemáticos dan reconocimiento al análisis combinatorio como un nuevo campo de la matemática digno de un estudio formal y se deja de ver como el dominio de un conjunto de técnicas o prácticas en la solución de una tipología de problemas.

Siglo XVII - La combinatoria como disciplina científica

El inicio de la combinatoria como disciplina científica reposa sobre los trabajos de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) y Jacobo Bernoulli (1654 - 1705). El primero es el autor de *Disertatio de arte combinatoria* donde introduce el término 'combinatoria' como actualmente lo conocemos. Además, la construcción sistemática de la combinatoria como rama de las matemáticas fue dada por él. Por su parte, Bernoulli a través de la obra *Ars Conjectandi (Arte de conjeturar)* establece nociones de probabilidad donde es necesario introducir un buen número de nociones básicas de combinatoria.

REFERENCIAS

Ryser, H.J. (1963). *Combinatorial mathematics*. USA: Mathematical Association of America.