



# LUND UNIVERSITY

## Processidentifiering - Projektarbeten hösten 1991

Johansson, Rolf; Bernhardsson, Bo; Hansson, Anders; Olsson, Henrik

1991

*Document Version:*  
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Johansson, R. (Red.), Bernhardsson, B., Hansson, A., & Olsson, H. (1991). *Processidentifiering - Projektarbeten hösten 1991*. (Technical Reports TFRT-7492). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

*Total number of authors:*

4

### General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117  
221 00 Lund  
+46 46-222 00 00

ISSN 0280-5316  
ISRN LUTFD2/TFRT--7492--SE

# Processidentifiering Projektarbeten hösten 1991

Rolf Johansson (Red.)  
Bo Bernhardsson  
Anders Hansson  
Henrik Olsson

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
December 1991

<b>Department of Automatic Control Lund Institute of Technology</b> P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden		<i>Document name</i> INTERNAL REPORT	
		<i>Date of issue</i> December 1991	
		<i>Document Number</i> ISRN LUTFD2/TFRT--7492--SE	
<i>Author(s)</i> Rolf Johansson, Bo Bernhardsson, Anders Hansson, Henrik Olsson (Eds.)		<i>Supervisor</i> Rolf Johansson	
		<i>Sponsoring organisation</i>	
<i>Title and subtitle</i> Processidentifiering — Projektarbeten hösten 1991 (Term papers in Process identification — Fall 1991)			
<i>Abstract</i> <p>This volume contains some term papers of the students taking the graduate course in process identification. The following identification subjects have been studied: Heat exchanger dynamics; Prediction of the circulation of the evening newspaper <i>Expressen</i>; Parametric robot identification; A DC-servo; A motor drive; Air conditioning dynamics; Identification of a robot link; Identification of a servo with a flexible coupling;</p>			
<i>Key words</i>			
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>			
<i>Supplementary bibliographical information</i>			
<i>ISSN and key title</i> 0280-5316			<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish	<i>Number of pages</i> 215	<i>Recipient's notes</i>	
<i>Security classification</i>			

## FÖRORD

Föreliggande arbete innehåller några rapporter från projektarbeten inom en kurs (ht 91) i processidentifiering vid Institutionen för Reglerteknik, LTH. Kursen *Processidentifiering* gavs första gången under höstterminen 1987 såsom reguljär fortsättningskurs och forskarutbildningskurs vid Reglerteknik, LTH. Kursdeltagarna förutsättes ha goda förkunskaper i reglerteori och stokastiska processer svarande mot institutionens kurs "Digital Reglering". Under kursens gång har kursdeltagarna förberetts för sina uppgifter genom fyra laborationer: Frekvensanalys, Interaktiv identifiering, Realtidsidentifiering, Syntesorienterad identifiering. Vidare har kursen innehållit övningar med Matlab-uppgifter i Processidentifiering.

Uppgifterna har alla omfattat identifiering med jämförelse mellan några olika metoder. Följande identifieringsproblem har studerats:

- Identifiering av värmeväxlare (L.Halling, S.Jonasson, M.Linde)
- Prediktion av *Expressens* dagsupplaga (J.Henriksson, B.Törnqvist)
- Identifiering av DC-servo (L.Sjöberg, A.Ask, T.Idoffsson)
- Identifiering av klimatanläggning (P.Fransson, T.Olsson, J.Svensson)
- Process med remdrift (Greg Johnstone)
- Motordrift med drivrem (J.Johansson, M.Wennberg)
- "Ekorrhjulet" (K.Gripne, L.Hermanson)
- Identifiering av bandprocess (O.Bernersson, R.Berglund)
- Identifiering av en robots axelled (K.Cecilsdóttir)
- Identifiering av robotarm (A.Kristenson, M.Wiklund, S.Helgesson)

Det är vår förhoppning, att dessa projektarbeten kan tjäna som exempel på tillämpningar av identifieringsmetodik.

Rolf Johansson, Bo Bernhardsson, Anders Hansson, Henrik Olsson (Red.)



# Identifiering av värmewäxlare Projekt i processidentifiering

Lars Halling  
Sven Jonasson  
Mats Linde

Handledare:  
Rolf Johansson

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
November 1991

# Innehåll

1. Inledning . . . . .	2
2. Beskrivning av processen . . . . .	2
3. Identifiering och validering . . . . .	4
4. Sammanfattning . . . . .	7

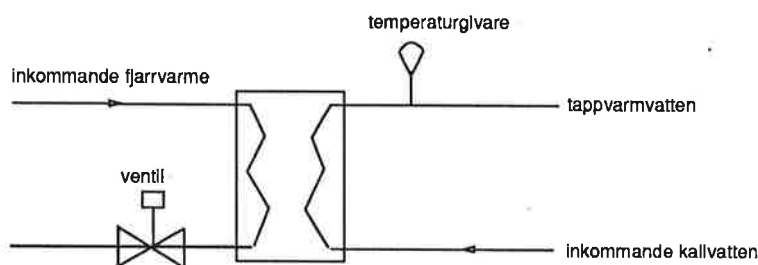
## 1. Inledning

Det här projektet har gått ut på att identifiera en vatten/vatten värmeväxlare med tillhörande ställdon och temperaturgivare. Värmeväxlaren är installerad i en fjärrvärmeanläggning för att värma tappvarmvattnet i en kontorsbyggnad. Regulatorns uppgift i en tappvarmvattenkrets är att se till att tappvarmvattentemperaturen hela tiden är behaglig även om vi har stora belastningsvariationer, vilket i praktiken oftast är fallet.

Identifieringen är inte gjord för att reglera processen, den regleras bra med en pi-regulator, utan för att ge allmän kännedom om processen.

## 2. Beskrivning av processen

I Figur 1 visas en schematisk bild på processen. Processen kan naturligt delas in i tre delar, nämligen ställdon med påmonterad ventil, värmeväxlare och temperaturgivare. Styrsignalen till ställdonet, som är skalad till intervallet 0-100% , betraktas som insignal till processen. Temperaturgivarens signal, som anges i °C, är processens utsignal.



Figur 1. Schematisk bild på processen.

### Värmeväxlaren

Värmeväxlaren som ingår i processen har vatten som medium på både primär- och sekundärsidan. Värmeväxlaren är uppbyggd av ett isolerat metallskal innanför vilket primärvattnet strömmar. I mitten av den cylinder som bildas av metallskalet finns en spiral av kopparrör. I denna spiral strömmar sekundärvattnet. Vattnet på primär- resp. sekundärsidan är alltså åtskilda av kopparrörsväggen. Genom att öka eller minska vattenflödet på primärsidan kan man överföra en varierande mängd värme till sekundärsidan och på detta sätt se till att tappvarmvattnet på sekundärsidan håller rätt temperatur.

Man brukar ofta dela in värmeväxlare i med- resp. motströmsvärmeväxlare. Värmeväxlaren i den studerade processen är varken en ren med- eller motströmsvärmeväxlare, eftersom vattnet på sekundärsidan strömmar i en spiral som bildar en viss vinkel mot primärvattenströmmen. Om man vill göra en fysikalisk modell av värmeväxlaren borde man dock kunna ansätta att värmeväxlaren är av motströmstyp, eftersom sekundärsidans sammanlagda förflyttning är direkt motriktad primärsidans.

Ett enkelt sätt att modellera värmeväxlaren är att skapa en s.k. compartment modell. Detta innebär att vi delar in värmeväxlaren i ett diskret antal

segment (i praktiken kan man ofta uppnå rimliga modeller med ett ganska litet antal segment) på primär- resp. sekundärsidan inom vilka vi antar att temperaturen är homogen. Vi kan då ställa upp en värmebalansekvation för varje segment. Ekv. 1 visar värmebalansekvationen för ett segment på primärsidan.

$$C_p \frac{dT_{p1}}{dt} = q_p c_v (T_{i_n} - T_{p1}) + \frac{UA}{n} (T_{s_n} - T_{p1}) \quad (1)$$

där vi har använt beteckningarna.

$C_p$  = värmekapaciteten för ett segment på primärsidan.

$c_v$  = värmekapacitiveteten för vatten

$q_p$  = massflödet på primärsidan

$T_{i_n}$  = temperaturen på inkommande primärvatten

$T_{p1}$  = temperaturen för det första segmentet på primärsidan.

$T_{s_n}$  = temperaturen för motstående segment på sekundärsidan.

$UA$  = det totala värmegenomgångstalet

$n$  = antalet segment på endera sidan

Genom att utnyttja samband enligt ekv. 1 och sätta den inkommande temperaturen till ett segment lika med den utgående temperaturen från det föregående kommer man att få kopplat system av första ordningens differentialekvationer.

Ett ganska besvärligt problem som uppstår om man vill göra en fysikalisk modell av en värmeväxlare är att få ett riktigt värde på det totala värmegenomgångstalet. Detta kommer att bero kraftigt av flödena men också i viss utsträckning av temperaturerna.

### Ställdonet

Ställdonets och ventilens uppgift är att överföra regulatorns styrsignal till en förändring av flödet genom värmeväxlaren. Förenklat kan man säga att ställdonet fungerar som en ren rampbegränsning som bestäms av ställdonets gångtid, d.v.s. den tid det tar för ställdonet att gå från helt stängt till helt öppet läge. Gångtiden för ställdonet är i vårt fall 60 s, vilket alltså innebär att den maximala ställdonshastigheten är ca 1.7 %/s.

Om man vill göra en noggrannare analys av ställdonets dynamiska egenskaper måste man också ta med den hysteres som finns för att undvika problem med brusiga signaler.

Ventilen kan anses vara ett statiskt system med ventilläget, som är ungefär detsamma som ställdonsläget, som insignal och flödet på primärsidan som utsignal.

### Temperaturgivaren

Temperaturgivaren är en s.k. aktiv givare som ger en utsignal i intervallet 4-20 mA, där 4mA motsvarar 0 °C och 20 mA motsvarar 120 °C. Denna signal skalades till °C i SIMNON. Trögheten i givaren är i datablad angiven som en tidskonstant med värdet 20 s. Detta värde varierar dock med flödeshastigheten.

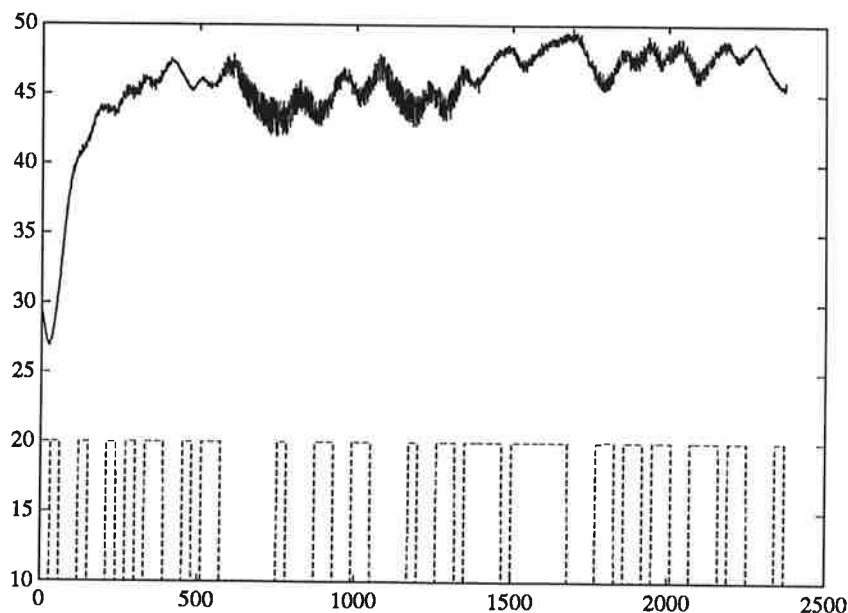
### 3. Identifiering och validering

#### Val av insignal och inspelning av mätserier

Vid identifieringsexperimenten använde vi oss av realtids-SIMNON. Under experimenten var belastningen konstant och motsvarade en öppen kran. Styrsignalens jämviktsnivå valdes så att tappvarmvattentemperaturen blev ungefär 50 °C, vilket är en komfortabel temperatur. De signaler som lagrades var styrsignalen till ställdonet som är skalad till % och den uppmätta temperaturen som anges i °C. Vi utförde tre experiment, med olika insignalsekvenser. Under det första experimentet använde vi en fyrkantvåg med perioden 200 s, under det andra en fyrkantvåg med perioden 75 s och under det tredje en PRBS-signal. PRBS-signalens kortaste tidsintervall under vilken signalen var konstant var 15 s. Vid identifieringsberäkningarna har vi huvudsak utnyttjat oss av data från PRBS-experimentet.

#### Mätdatabehandling

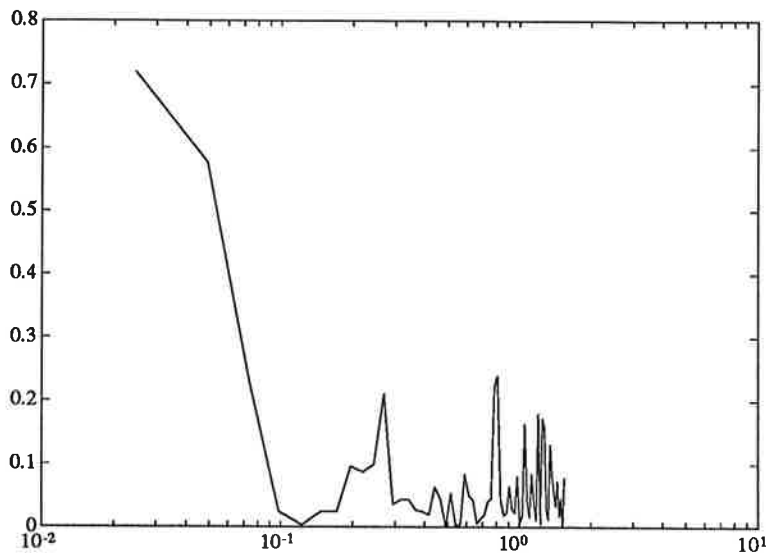
För att kunna göra en bra identifiering så väljer vi att använda den stokastiska PRBS funktionen, se Figur 2. För att få bort insvängningsförloppet så kapar vi bort sampel 1 till 499. Därefter tar vi bort medelvärdet och delar signalen i två delar. Del 1 fr.o.m. sampel 500 t.o.m. 1400 används för identifieringen och del 2 fr.o.m. sampel 1401 t.o.m. mätseriens slut används för korsvalideringen. Eftersom mätsignalen är brusig har vi provat att filtrera mätsignalerna med Butterworth filter av varierande ordningstal och brytfrekvens samt med funktionen Decimate utan att resultatet förbättrats. De redovisade resultaten består därför av modeller som är framtagna ur de ofiltrerade mätserierna.



Figur 2. PRBS-insignal och utsignal från temperaturgivare

## Undersökning av koherensspektrum

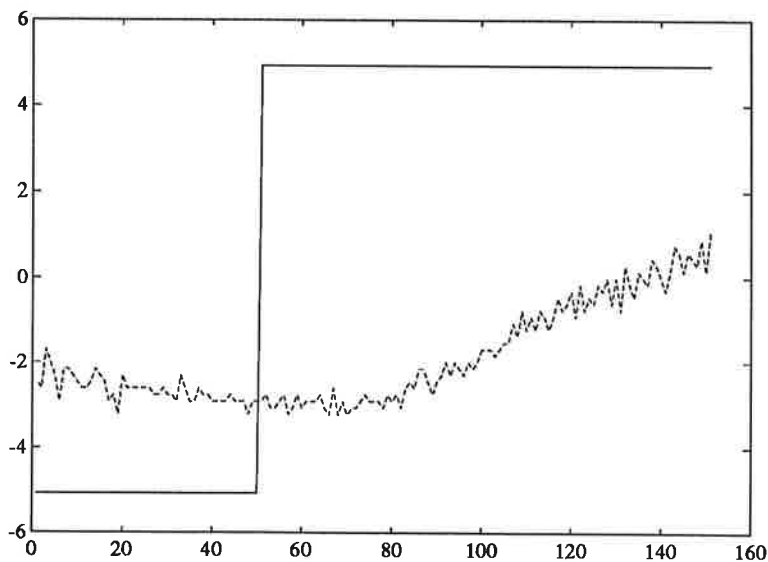
I Figur 2 visas koherensspektrum för data ur den första delen av PRBS experimentet. Vi ser att koherensen är hög för låga frekvenser men att den snabbt minskar då frekvensen ökar. Vid vinkelfrekvenser högre än 0.1 rad/s kan vi knappast förvänta oss att identifieringen ger några tillförlitliga resultat.



Figur 3. Koherensspektrum mellan processens in och utsignal.

## Bestämning av dödtid

För att bestämma dödtiden, förstörde vi upp en del av signalen och räknade samspel tills utsignalen reagerade. Det gav en dödtid på ca. 25 samspel, d.v.s. i vårt system 12.5 sekunder.



Figur 4. Uppförstoring av signal för bestämning av dödtid

## Val av modellstruktur

När vi skulle hitta en lämplig modellstruktur började vi med att undersöka en ARMAX-modell. ARMAX-modellen gav bra resultat direkt, trots att vi bara skattade ett fåtal parametrar. Vid en jämförelse med ARX-modellen märktes att C-polynomet var av stor vikt. En ARX-modell med högre ordningstal hos A och B polynomet än ARMAX-modellen gav sämre resultat. Vi identifierade också en Box-Jenkins modell och jämförde den med ARMAX-modellen.

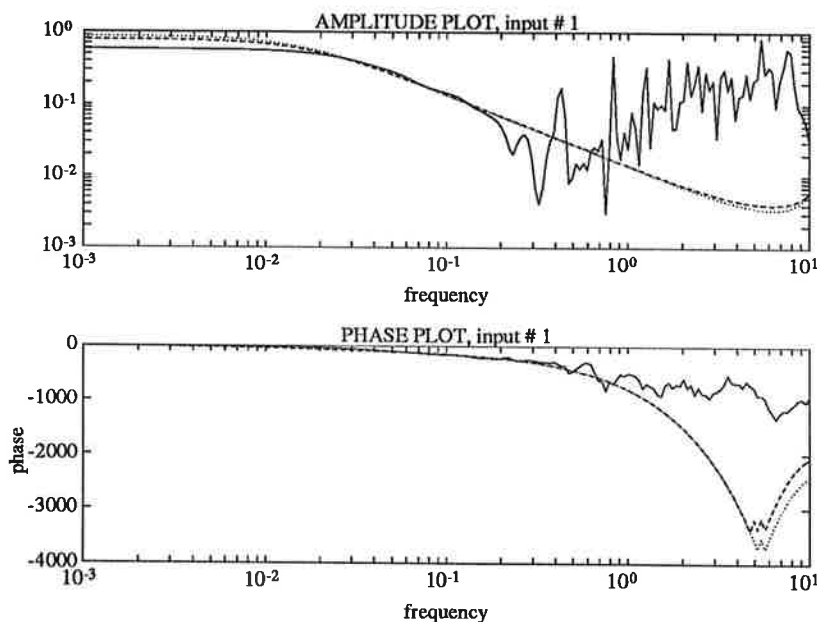
Modellerna kan skrivas på polynomform.

- ARMAX-modellen:

$$(1 - 0.9217z^{-1})y_k = 0.0074z^{-25}u_k + (1 - 0.9271z^{-1})w_k$$

- Box-Jenkins modellen:

$$y_k = \frac{0.0068z^{-25}}{(1 - 0.9922z^{-1})}u_k + \frac{(1 - 0.9469z^{-1})}{(1 - 0.9947z^{-1})}w_k$$

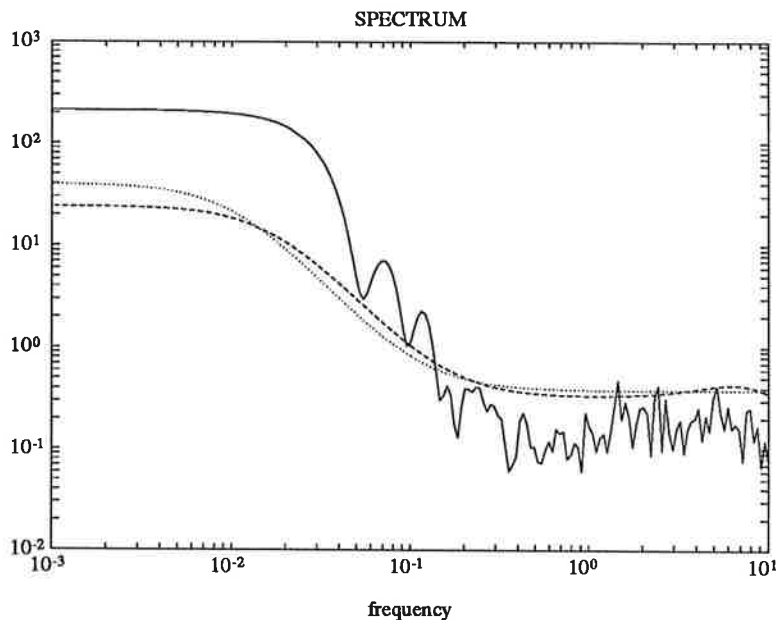


Figur 5. Bodediagram för spektralanalys, spa(heldragen), samt de båda modellernas överföringsfunktioner (ARMAX-modellens överföringsfunktion streckad och Box-Jenkins modellen prickad).

## Modellvalidering

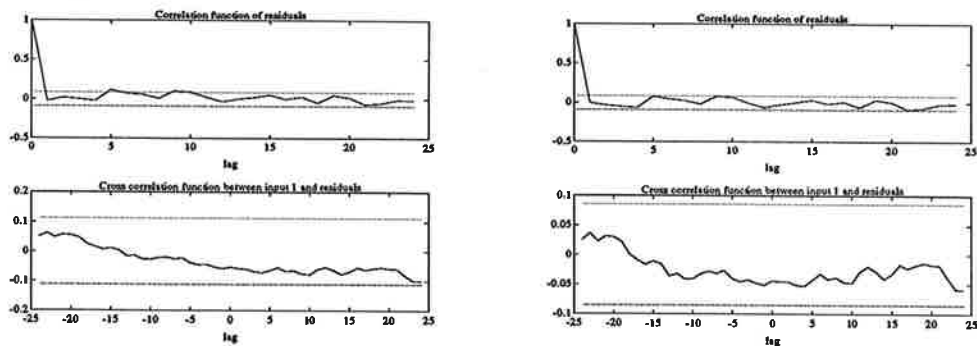
I Figur 5 visas modellernas överföringsfunktioner tillsammans med motsvarande resultat från en spektralanalys gjord på mätdata. Kurvorna sammanfaller ganska bra upp till 0.2 rad/s, därefter blir spektralanalysen väldigt nervös, vilket troligen beror på den låga signalenergin och därmed låga koherensen vid högre frekvenser. Vi hade hoppats att en filtrering av mätserierna, vid den frekvens som koherensen faller, skulle förbättra passningen mellan kurvorna, men det gjorde den inte. Modellernas överföringsfunktion har en liten topp efter 10 rad/s och eftersom sampelfrekvensen är 12 rad/s antar vi att toppen är ett resultat av samplingen.

Modellernas och spektralanalysens brusspektra visas i Figur 6.



**Figur 6.** Bodediagram för brusspektra vid spektralanalys, spa(heldragen), samt de båda modellernas brusspektra (ARMAX-modellens brusspektrum streckad och Box-Jenkins modellens prickad).

Vi valde att öka ARMAX-modellens ordningstal  $nn$  från  $[1 \ 1 \ 1 \ 25]$  till  $[2 \ 1 \ 1 \ 25]$  eftersom residualtestet vid ordningstalet  $[1 \ 1 \ 1 \ 25]$  pekade på det, se Figur 7. De övriga valideringstesterna visade att vi hade kunnat nöja oss med den lägre ordningen.

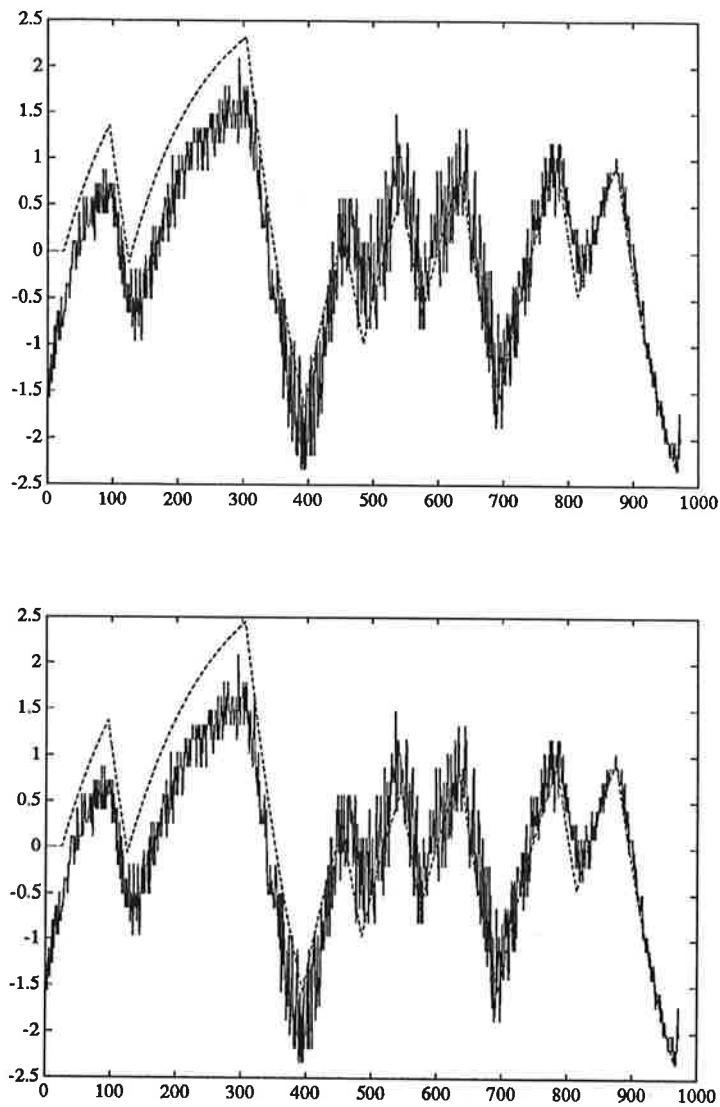


**Figur 7.** Residualtest för ARMAX-modellen vid ordningstalen  $[1 \ 1 \ 1 \ 25]$  och  $[2 \ 1 \ 1 \ 25]$ .

Som sista validering gör vi en korsvalidering. Det innebär att vi simulerar modellerna som skapats ur den första halvan av mätserien, med excitationssignalen från mätseriens andra halva. Korsvalideringen, se Figur 8, visar att både ARMAX-modellen av ordning  $[2 \ 1 \ 1 \ 25]$  och Box-Jenkins modellen av ordning  $[1 \ 1 \ 1 \ 25]$  är bra.

Eftersom modellen inte är initierad vid simuleringens början tar det ett par perioder innan simuleringen sammanfaller med den uppmätta signalen.





Figur 8. Korsvalidering av ARMAX-modellen, överst, och Box-Jenkins modellen.

#### 4. Sammanfattning

Den här rapporten beskriver identifieringen av en processmodell för en vatten-vattenvärmeväxlare. Syftet med identifieringen var att få ökad processkänedom. Det visade sig att en ARMAX-modell av ordning 2 var tillräcklig för att med godtagbar precision beskriva processen. En Box-Jenkins modell av ordning 1 gav också bra resultat. Vår mätsignal var relativt brusig, varför vi försökte förbättra modellen genom att lågpasfiltrera. Detta gav dock ingen förbättring av modellen. Modellernas giltighet kontrollerades genom residualtest och korsvalidering.

# Projekt i Process Identifiering

Prediktion av upplagan  
för EXPRESSEN  
inlämnat av

Jens Henriksson  
&  
Björn Törnqvist

Handledare:

Bo Bernhardsson  
&  
Anders Hansson



Institutionen för Reglerteknik  
Tekniska Högskolan i Lund



## 1. Projektet.

Expressen är en tidning som helt lever på annonsintäkter och lösnummersförsäljning. Varje morgon skall en grupp på 6 personer försöka förutsäga hur många tidningar som kan säljas den aktuella dagen. Som om inte det skulle räcka, måste dessutom upplagan på 450 000 till 650 000 tidningar fördelas rätt på 16 500 återförsäljare. Ingen återförsäljare är den andra lik. Vissa säljer i genomsnitt 3 tidningar per dag, medan andra säljer över 500. Expressen försöker hela tiden på olika sätt förbättra sitt predikerings-maskineri. Man vände sig då bland annat till Institutionen för Reglerteknik i Lund. Uppgiften vi ställdes inför var:

**Hur många kommer att köpa Expressen i morgon, och i vilka affärer?**

## 2. Vad påverkar antal sålda?

Den första fråga vi ställdes inför var vilka faktorer som påverkar hur många som tänker köpa Expressen i dag. Att löpsedelns spelar stor roll är kanske ganska självklart, men vilka andra faktorer spelar in?

### 2.1. Nyheter, löpsedel.

Expressens försäljningsrekord är 957 000 sålda tidningar. Detta inträffade dagen efter Kungen och Silvias bröllop. Att det var just den dagen som rekordet slogs är ingen slump. Vad som händer i Världen och på hemmaplan påverkar naturligtvis hur många tidningar som säljs. När vi studerade våra data var det en dag som hade en markant högre försäljningssiffra än övriga dagar. Vi trodde först att det hade blivit ett fel, men det var dagen efter Carolas schlagerfestival-vinst samtidigt som Sverige vann ishockey VM.



fig 1. På Expressen finns ett arkiv där alla löpsedlar och annan information sparas.

### 2.2. Veckodag.

Det finns en variation mellan veckodagarnas medelvärden. Detta kan dels bero på vanor hos svenska folket, och dels bero på de bilagor som finns i tidningen. TV-bilagan på torsdagar och Nöjes-bilagan på fredagar påverkar definitivt hur många som köper tidningen. Ett av de första tipsen vi fick av folk som jobbar med prediktionen, var att Expressen skulle betraktas som sju veckotidningar snarare än en dagstidning.

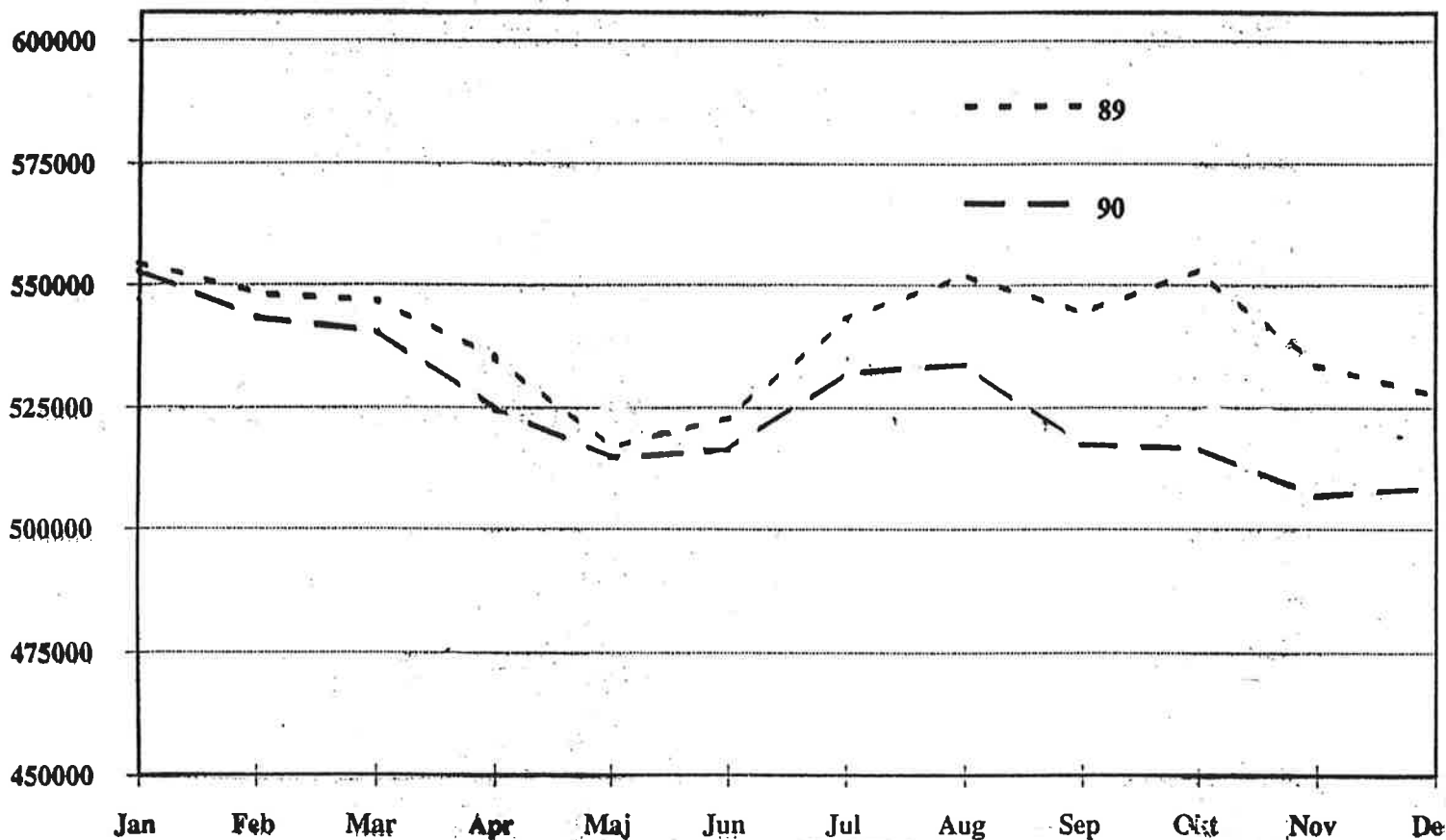


fig 2. Trenden 1989 1990

### 2.3. Säsongsvariation

Köper folk mer eller mindre tidningar under semestern? Hur stor är säsongsvariationen? Siffror som Expressen presenterar pekar inte på en speciellt stor säsongsvariation. I normala fall brukar försäljningen minska med 7 - 10 % från mars till maj, men årets data (1991) visar istället på en ökning av försäljningen under maj månad.

### 2.4. Trender.

Genom tiderna har Expressen haft varierande framgång. Trenden de senaste året har varit nedåtgående, men nu börjar en liten uppgång skönjas. Hur framtiden kommer att arta sig är mycket svårt att gissa. Det är många saker som påverkar trenden. Hur stor roll spelar en duktig journalist, en ändrad layout av tidningen eller konjunkturen? Detta problem lämnar vi med glädje åt marknadsanalytikerna.

### 2.5. Väder.

Att vädret påverkar tidningsförsäljandet är självklart. Men hur bär man sig åt för att mäta vädret? Är regn och + 4 grader sämre eller bättre än sol och - 20 grader. Även detta har vi svårt att använda i vår analys. Dock kan det säkert vara värt att lägga tid på.

## 2.6. Andra faktorer.

Det finns säkert många andra faktorer som påverkar antalet sålda tidningar. Några exempel på detta är: Behandlades löpsedel-nyheten på TV dagen innan? Hur ser konkurrentens löpsedel ut? Har det varit nyhetstorka eller har det varit många stora nyheter och skandaler nyligen? O.s.v.

Det går säkert att hitta många mer faktorer. Alla har dock det gemensamt att de är svårämna.

## 3. Expressens modell.

Expressen använder själva en modell bestående av en grund och en pålaga som tillsammans bildar upplagan. För att bestämma grunden används ett datorprogram. Detta program jobbar efter en enkel modell. Om det har blivit många tidningar över skärs tilldelningen ner efter ett tag, och tvärtom. Vi måste säga att vi har blivit imponerade av att deras prediktion är så bra som den är.

### 3.1. Pålagan

Pålagan bestäms efter en titt på löpsedeln, förstasidan, extrema väderleksförhållanden och eventuella lokala händelser. Återförsäljarna kan också själva ringa in och begära mer tidningar om de t.ex. har stor-REA och tror att de kommer sälja mer tidningar. Hur bra är Expressen på att bestämma pålagan? Vi ritade upp ett diagram där varje dag avbildades med antal sålda på X-axeln och dagens pålaga på Y-axeln.

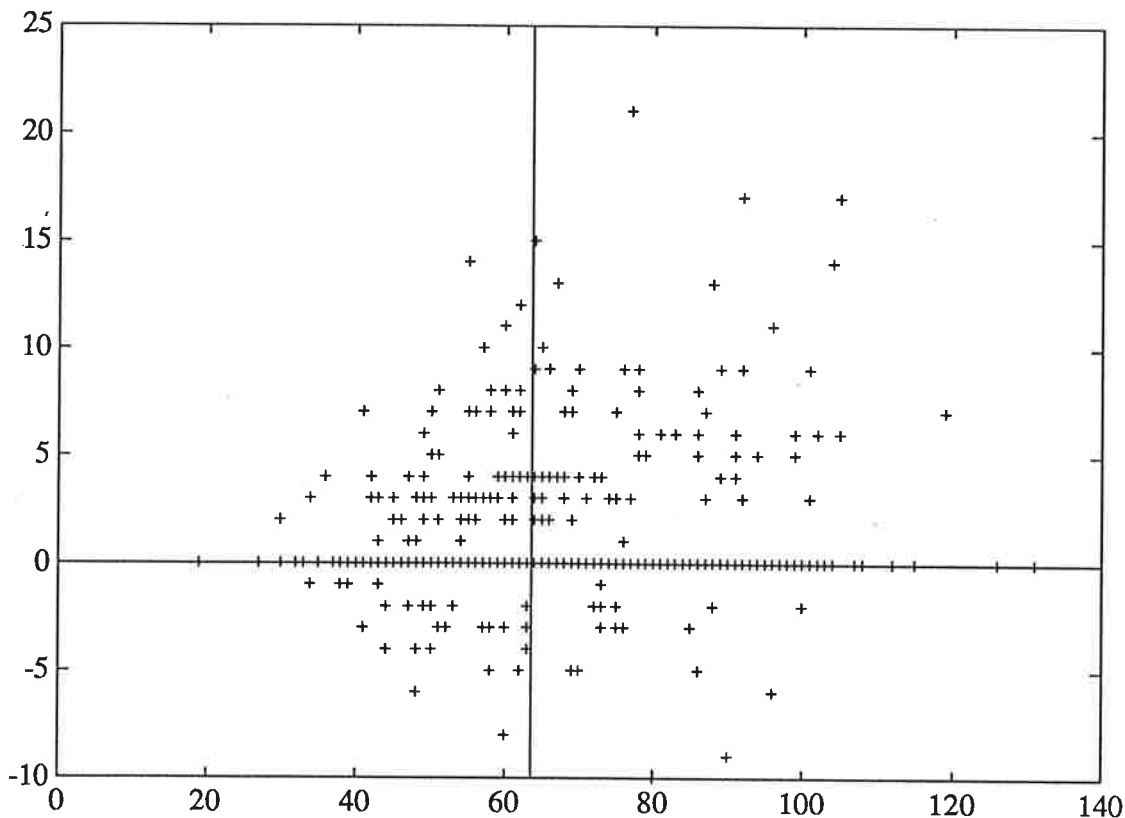


fig3. Antal sålda och pålagda för var dag för en återförsäljare.

Linjen vid  $X = 63.1$  visar medelantalet sålda tidningar i butiken. Linjen  $Y = 0$  markerar när Expressens analytiker inte lägger på eller drar bort någon pålaga (en "normal" dag). Bilden visar att när analytikerna har gjort en positiv pålaga (d.v.s. de tror att mer tidningar än vanligt kan säljas) har de rätt i 54.73 % av fallen (d.v.s. mer tidningar än vanligt har sålts).

Vad sägs om beroendet? Hur bra är Expressen på att förutspå ökad försäljning? Vi drar den slutsatsen att korrelationen är svag. I vissa dagar med stor försäljning ses att pålagan stämmer bra med antal sålda, medan det för mer moderata värden på sålda stämmer mindre bra.

#### 4. Vad skall vi bygga vår modell efter?

Expressen vill att vi skall prediktera grundupplagan och inte bry oss om pålagan. Vi har fått data på antal levererade, sålda och pålagda tidningar för varje försäljningsdag två år tillbaka i tiden för cirka 500 återförsäljare. Det första beslut vi tog var att enbart titta på en av dessa. Vi valde en konsumbutik i Södertälje. Butiken säljer i genomsnitt 62 tidningar per dag.

Nästa fråga var hur mycket hänsyn vi skulle ta till pålagan. Tidningens egna predikterade grund fås som antalet levererade subtraherat med pålagan. Men hur bestämmer vi den riktiga grund- och pålagedelen ur antal sålda tidningar? Det går ju inte att avläsa ur datan. Det enda sättet att få tag i de verkliga siffrorna (Existerar de i verkligheten?) är genom intervju av köpare i affären.

En tanke var att dra ifrån pålagan från antalet sålda den aktuella dagen men det gick i stöpet då beroendet mellan sålda och pålagda var dåligt (se 3.1).

Vi inriktar oss därför på analys av data för antal sålda tidningar. De dagar då data fattades (4% av dagarna) fyllde vi i föregående veckodags antal sålda. Vi valde att göra på detta sätt för att undvika kausalitetsproblem, som kan uppkomma om medelvärde används.

Ett annat stort och svår definerat problem är slutförsäljning. Hur många tidningar hade kunnat säljas om tillgången på tidningar hade varit obegränsad? Nedanstående bild visar hur vi definierade problemet.

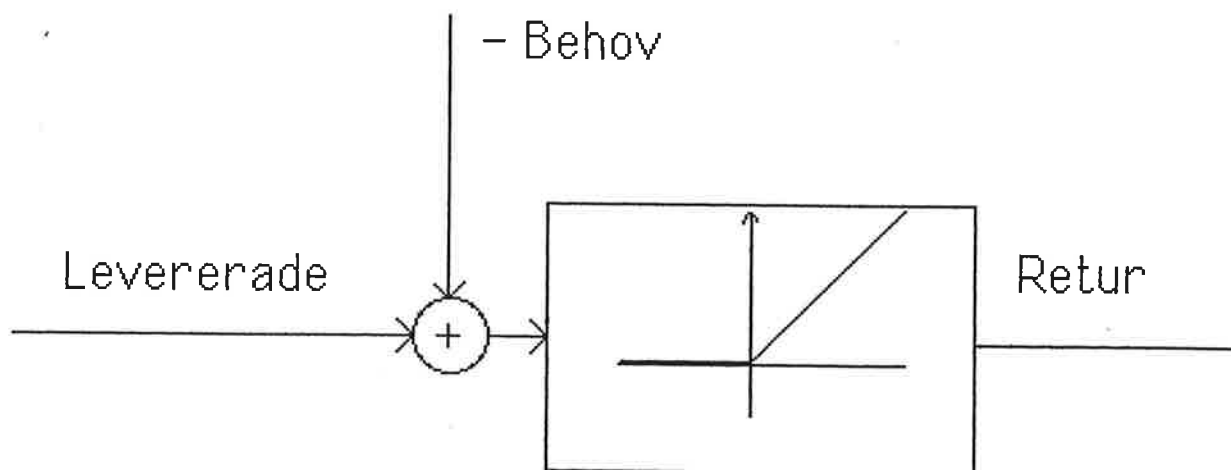


fig 4. Principiell bild av problemet.

#### 4.1. Skall data delas upp efter veckodag?

Spelar måndagens försäljnings siffror roll för tisdagens? Eller beror tisdagens efterfråga snarare på föregående tisdags försäljning? Det finns två olika principiella sätt att se på tidsserien, antingen som en dagstidning eller som 7 veckotidningar oberoende av varandra.

**DagsExpressen** : Även om försäljningen på tisdagar i genomsnitt ligger på samma nivå, kan den bero på måndagens försäljning. Om det är extrapris på fläsk i konsumbutiken hela veckan kommer försäljningen att ligga högt. Då är dagsberoendet stort.

**MåndagsExpressen, TisdagsExpressen, Onsd...** : Det ligger mycket i Expressens teori att den skall betraktas som 7 veckotidningar. Beroendet en vecka tillbaka är mycket stor. Beräkningar vi har gjort visar att försäljningen en torsdag är mer beroende av hur många tidningar det såldes tre torsdagar tillbaka, än hur många tidningar som såldes dagen före.

### 5. Standard metoden.

Nu har vi kommit så långt att det är dags att börja med identifieringen. Vi har en utsignal  $Y$  som är antalet sålda tidningar. Vi har ingen insignal till systemet, om vi inte skapar egna sensationer.

#### 5.1. Spektrum.

En spektralanalys visade vad vi trodde, nämligen att beroendet är störst mellan liknande veckodagar. D.v.s vi fick ut frekvensen  $1/7$ . Beroendet till föregående dag var mycket litet.

#### 5.2. ARMA.

Vi körde igång hela apparaten med ARMA - modeller, både på hela dataserien och på serier uppdelade efter veckodagar. Plötsligt stod vi inför ett svårt problem. Hur skulle vi bedöma vilken av modellerna som var bäst? Om tidningen säljs slut är detta inte alls bra. Det är bättre att ha två tidningar över än att ha en tidning för lite. Expressen tjänar fyra kronor på varje tidning som säljs, och har en rörlig kostnad på en krona för att trycka en tidning. Här kommer även andra aspekter in. Om Expressen kan hålla en hög upplaga kommer det att öka efterfrågan på att annonsera i tidningen.

Vi valde att använda följande två jämförelsekriterium:

1. Medelvärdet av antalet tidningar som blir över.
2. Antalet tillfällen tidningen säljs slut.

Expressen hade i genomsnitt ca 16 tidningar över och sålde slut i 8 % av fallen. För att vår ARMA-modell skulle nå ett jämförbart resultat, d.v.s. ha samma slutförsäljnings-frekvens blev vi tvungna att öka alla prediktioner med 17.5 tidningar. Detta gjorde att vår modell fick 17.4 tidningar över i genomsnitt. Vår modell är alltså sämre än Expressens. Det är dock lite svårt att göra jämförelser på grund av ofullständig data. Vi vet t.ex. inte hur många tidningar som kunde ha sålts när tidningen tog slut.

### 5.3. Sned fördelning

Vad beror det på att vi är sämre än Expressen?

Lösningen är enkel, men svår att komma på. Funktionen ARMAX i MATLAB™ utnyttjar en mk-skattning vilket ej ger en rättvis optimering för icke normalfördelade tidsserier. Antalet sålda tidningar har en sned fördelning. Förklaringen till detta är ganska självklar. Om folk enbart köper tidningen p.g.a löpsedelns och man antar att löpsedelns är ett normalfördelat brus skulle ARMAX-funktionen vara bra. Men det finns en hel del som köper tidningen oberoende av löpsedelns. Gruppen som enbart köper tidningen när löpet är bra skapar en "svans" på fördelningen, se fig 7.

En titt på Expressens modell, d.v.s. antal levererade tidningar, visar att de har tänkt på detta. De har en klart sned fördelning, se fig 8.

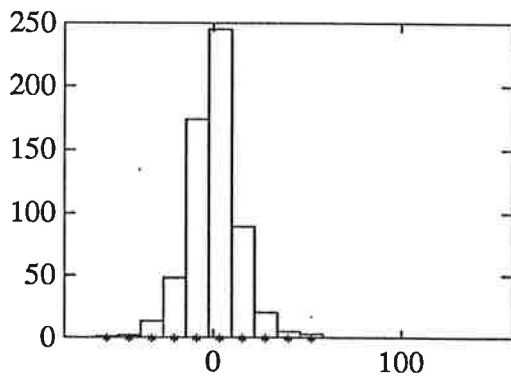


fig 6. Fördelningen för våra prediktionsfel när vi använde funktionen ARMAX.

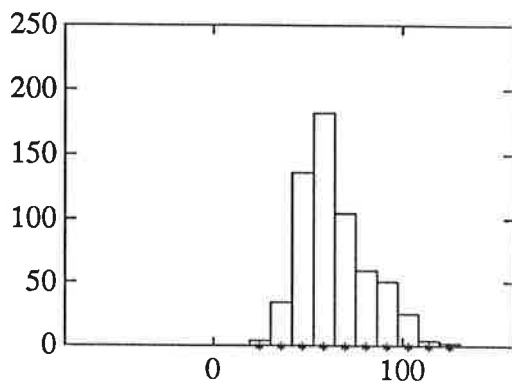


fig 7. Antalet sålda

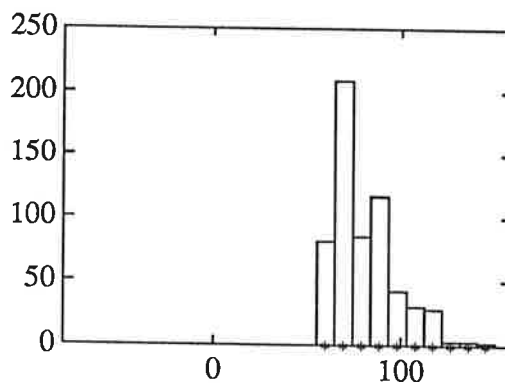


fig 8. Antalet levererade.



## 6. En enkel modell.

Det finns två olika sätt att fixa en sned fördelning på. Ett av sätten är att använda sig av en listig transformering av datavärdena så att en sned fördelning framkommer. Det går troligtvis att lösa, men vår begränsade tid gjorde att vi letade efter en annan metod. Vi tänkte på den enklaste metod vi kunde komma på. Vi antog att dagens förmodade försäljning kunde räknas ut som en linjärkombination av föregående dagars försäljning. D.v.s. en AR fast med annorlunda strafffunktion:

$$A(q)Y(t) = e(t)$$

Då kan prediktionen av  $Y$  räknas ut på följande sätt:

$$\hat{Y}_t = \alpha_1 * Y_{t-1} + \alpha_2 * Y_{t-2} + \dots + \alpha_n * Y_{t-n}$$

Hur skall strafffunktionen utformas? I en normal AR-skattning används MK-metoden. Vi använde oss av en linjär funktion med olika lutning för positiva och negativa prediktionsfel. Lutningen på kurvan kan och bör inte bestämmas av oss allena, utan i samråd med Expressen, då lutningen har avgörande betydelse för i hur många fall tidningen blir slutsåld. Här kommer framför allt ekonomiska hänsyner att spela in. Vilken vikt lägger tidningen vid att kunden alltid skall ha tillgång till en tidning, även om det är fem minuter innan stängningsdags?

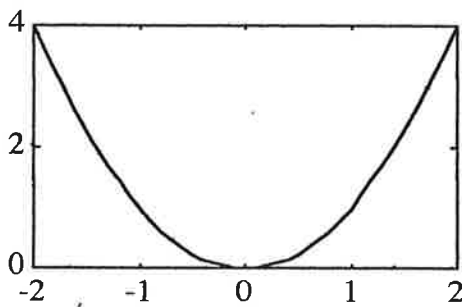


fig 9. MK: strafffunktion

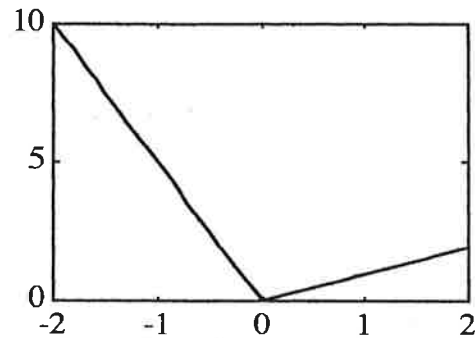


fig 10. Exempel på vår strafffunktion

## 7. Realisering.

Nu hade vi ett nytt problem, hur skulle vi räkna ut parametrarna  $\alpha_k$ ? Vi provade på lite olika parametervärden, men det var ingen framkomlig väg. Till slut kom vi på hur det skulle lösas med hjälp av optimeringspaketet i MATLAB™. Vi använde oss av funktionen FMINS som utnyttjar Nelder Meads algoritmen. Vi provade bl.a. att göra en torsdagsprediktor. Den prediktorn använde sig av de 5 föregående torsdagarna, och ser ut på följande sätt:

$$\hat{Y}_t = 0.1854 * Y_{t-1} + 0.4564 * Y_{t-2} + 0.3696 * Y_{t-3} + 0.0240 * Y_{t-4} + 0.2212 * Y_{t-5}$$

Om vi ville ha ungefär samma slutförsäljningsfrekvens som Expressen fick vi ner medelvärdet av antalet överblivna tidningar från 19.71 till 17.93 stycken. Då hade Expressen sålt slut i 4.5 % av fallen och vi i 5.6 %. Det verkar som vi kan tjäna in 2 tidningar per dag åt Expressen, men vi måste prova på fler återförsäljare för att kunna säkerställa detta.

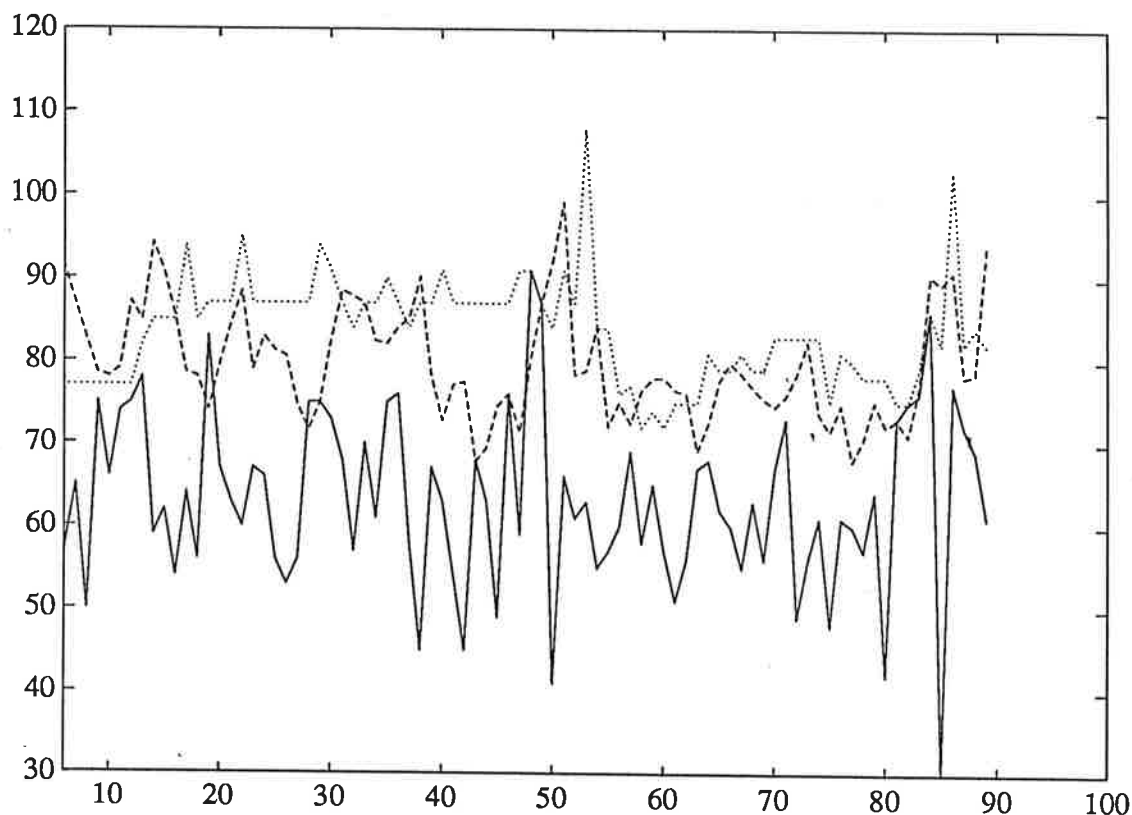


fig 11. Här har vi provat vår torsdagsprediktor från den 6/7 1989 till den 25/4 1985. Heldragen linje är antalet sålda tidningar. Streckade linjen är våran prediktion. Den prickiga linjen är Expressens prediktor.

## 8. En fortsättning?

Vi har kommit en bra bit på vägen, men det krävs mycket jobb för att göra detta till ett datorprogram som uppdaterar värdena en gång i veckan. Detta program måste sedan innehålla 3000 processer (om vi bara tittar på de största och viktigaste av de 16500 återförsäljarna) som arbetar parallellt. Vi har haft en del funderingar att fortsätta med detta som ett examensarbete, men har ännu inte bestämt oss. Vi har dock en hel del idéer om hur vi skulle kunna förbättra prediktorn, och vi tror ett rimligt mål är att kunna spara in två tidningar per återförsäljare. Detta skulle innebära en besparing mellan 6000 och 15000 kr per dag för tidningen Expressen.

## 9. Tack!!

Nu har vi kommit till det svåraste av allt, hur skall vi kunna reglera vem som skall få vår tacksamhet?

På Reglerteknik går tacksamheten till Rolf Johansson, Bo Bernhardsson och Anders Hansson.

På Expressen går vår tacksamhet till Mats Graffman.

Tack !!!!!

Lund den 2/12 1991



Jens Henriksson



Björn Törnqvist

# **Identifiering av flexibelt DC-servo**

**Lars Sjöberg  
Anders Ask  
Thomas Idoffsson**

**Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola**

**kursansvarig: Rolf Johansson  
projekthandledare: Henrik Olsson**

**November 1991**



# Sammanfattning

Denna rapport behandlar identifiering av ett flexibelt DC-servo. Projektet ingår som en obligatorisk del av kursen Processidentifiering vid Institutionen för Reglerteknik, LTH.

Systemet består av ett DC-servo på vars axel det sitter en fjäder. Efter fjädern sitter ett svänghjul. Vi har valt att identifiera överföringsfunktionen från motorspänning till svänghjulets vinkelhastighet. Identifieringen av överföringsfunktionen, både med parametriska och icke-parametriska metoder, visar att systemet väl kan beskrivas med ett tredje ordningens system. Identifieringsmetoderna är frekvensanalys, spektralanalys samt anpassning till ARMAX-modeller och Box-Jenkins-modeller. Valideringsmetoder är korsvaliderings-simulering, residualtester, Akaike's FPE samt undersökning om eventuell pol-nollställe förkortning. Förutom valideringsresultaten har vi också tagit fram en matematisk modell, grundad på mekaniska balansekvationer, av tredje ordningen som kan rättfärdiga valet av modellordning. Som ett slutgiltigt test på modellens riktighet designar vi en regulator med hjälp av polplacering. Denna regulator låter vi sedan styra processen och slutsatsen blir att regulatorn reglerar processen väl.



# Innehållsförteckning

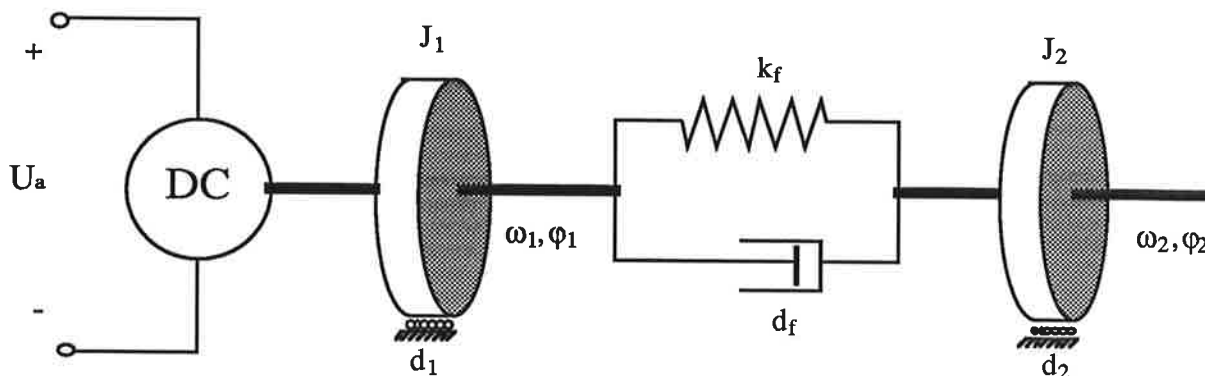
1	Modellbygge.....	1
2	Experimentplanering.....	3
3	Icke-parametriska identifieringsmetoder.....	6
3.1	Frekvensanalys.....	6
3.2	Spektralanalys.....	7
4	Parametriska identifieringsmetoder.....	8
4.1	ARMAX modeller.....	8
4.2	Box-Jenkins modeller.....	10
5	Validering.....	12
6	Reglering av det flexibla DC-servot.....	14
	Referenser.....	17





# 1 Modellbygge

Man kan sätta upp följande mekaniska modell för det flexibla DC-servot.



Figur 1.1 Mekanisk modell av det flexibla DC-servot

De i modellen ingående storheterna är

- $U_a$  DC-servots ankerspänning
- $J_1$  motoraxelns tröghetsmoment
- $J_2$  svänghjulets tröghetsmoment
- $\omega_1$  axelns vinkelhastighet
- $\varphi_1$  axelns vinkelläge
- $\omega_2$  svänghjulets vinkelhastighet
- $\varphi_2$  svänghjulets vinkelläge
- $d_1$  axelns dämpkonstant
- $d_2$  svänghjulets dämpkonstant
- $d_f$  fjäderns dämpkonstant
- $k_f$  fjäderkonstant
- $k_m, k_i$  skalkonstanter från spänning till vridmoment

Ställs de mekaniska balansekvationerna upp och kompletteras med ekvationen för derivatan av vinkelskillnaden mellan axeln och svänghjulet erhålls en tredje ordningens modell för systemet.

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = -k_f(\varphi_1 - \varphi_2) - d_1\omega_1 - d_f(\omega_1 - \omega_2) + k_mk_i u_a$$

$$J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = k_f(\varphi_1 - \varphi_2) - d_2\omega_2 + d_f(\omega_1 - \omega_2)$$

$$\frac{d(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt} = \omega_1 - \omega_2$$

Tillståndsvektorn är då

$$x(t) = [ \omega_1 \quad \omega_2 \quad \varphi_1 - \varphi_2 ]^T$$

Motordynamik, tachometerdynamik, statisk friktion samt eventuella laststörningar försummas i modellen. Vi väljer att identifiera överföringsfunktionen från ankarspänningen till svänghjulets vinkelhastighet. Tillståndsmodellen för detta systemet kan med beteckningar enligt ovan vara

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{d_1+d_f}{J_1} & \frac{d_f}{J_1} & -\frac{k_f}{J_1} \\ \frac{d_f}{J_2} & -\frac{d_2+d_f}{J_2} & \frac{k_f}{J_2} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{k_m k_i}{J_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_a(t)$$

$$y(t) = [ 0 \quad 1 \quad 0 ] x(t)$$

Framtagningen av tillståndsmodellen ovan är en vägledning vid identifieringen när det gäller modellordning. Adderas motorns dynamik leder detta till ytterligare ett tillstånd, nämligen ankarströmmen. Överföringsfunktionen för systemet ovan är

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

där

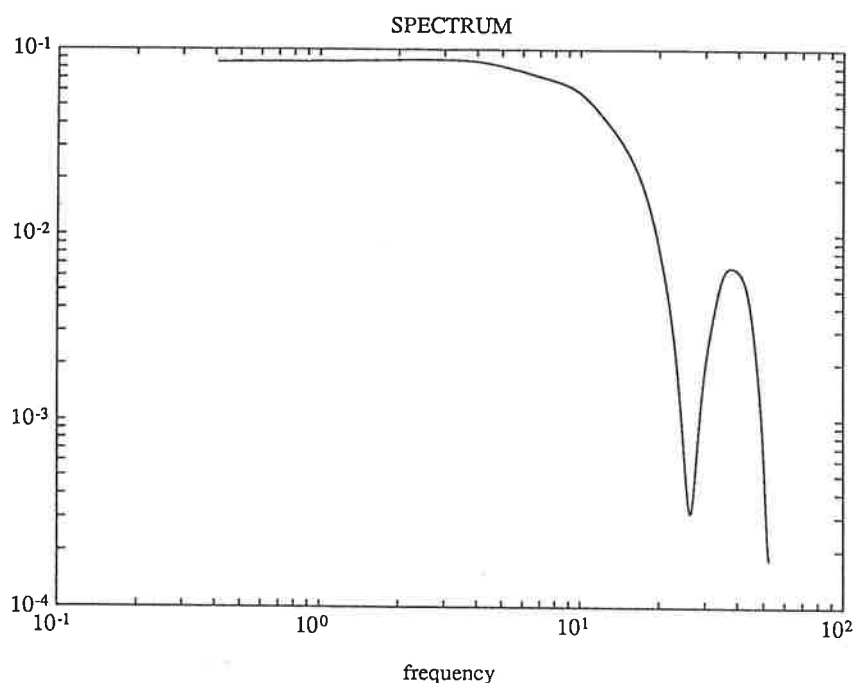
$$B(s) = (J_2 s + d_2) k_m k_i$$

$$A(s) = J_1 J_2 s^3 + (J_1 (d_2 + d_f) + J_2 (d_1 + d_f)) s^2 + (k_f (J_1 + J_2) + d_1 d_2 + d_1 d_f + d_f d_2) s + k_f (d_1 + d_2)$$

## 2 Experimentplanering

Det första vi gör är att uppskatta fjäderns resonansfrekvens och dämpning. Det gör vi genom att hålla fast axeln och spänna fjädern varefter vi släpper fjädern. Iakttagelserna leder till att vi uppskattar fjäderns resonansfrekvens till 2Hz och dämpningen till 0.1, dvs en mycket dåligt dämpad svängning. Detta motsvarar det fall då axelns tröghetsmoment är oändligt stort och överensstämmer säkert inte med systemets resonansfrekvens. Det är dock en första approximation.

För att excitera processen används en PRBS (Pseudo Random Binary Sequence). Stärkta av iakttagelserna ovan väljer vi PRBS-perioden till 240 ms. Det är den minsta tid som måste förflyta innan PRBS-signalen kan ändra sig. Figur 2.1 visar den exciterande PRBS-signalens spektrum.

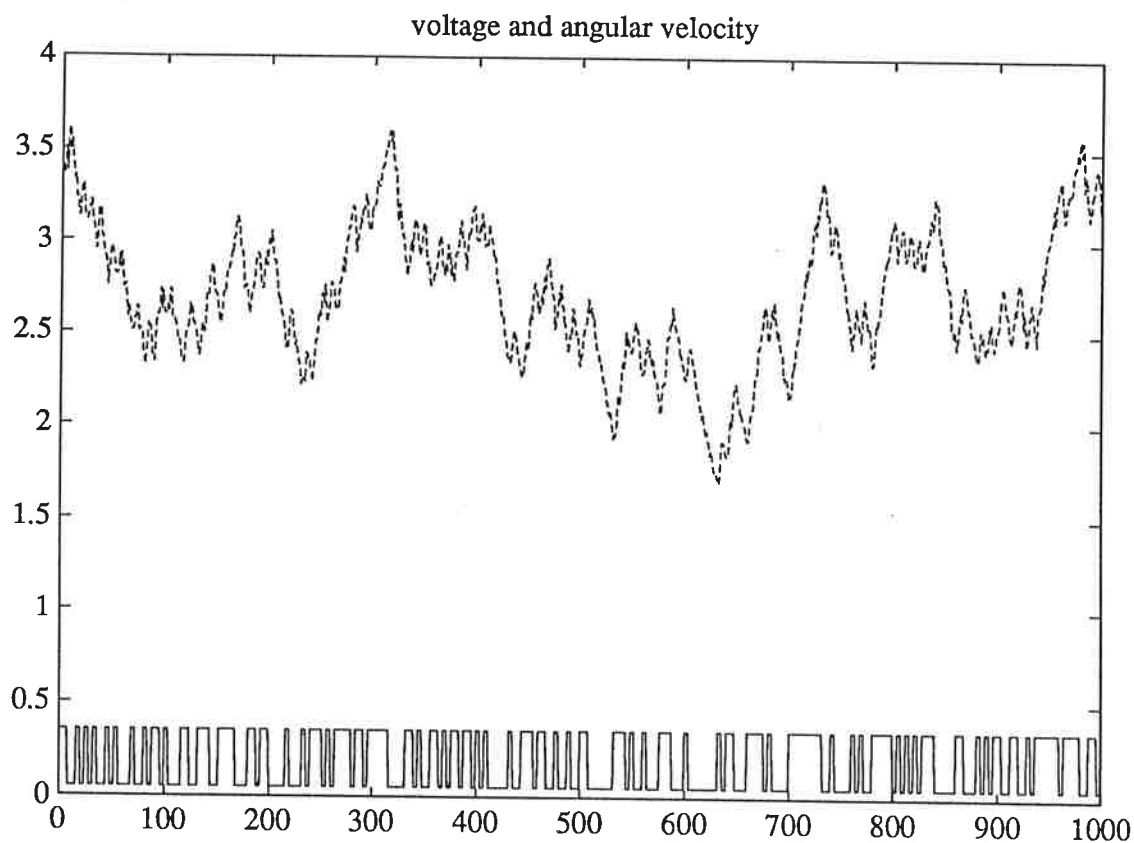


Figur 2.1 PRBS-signalens spektrum

Vi iakttar också att det finns en stark statisk friktion. Därför beslutar vi att addera en offsetspänning till PRBS-signalen. Tachometersignalen innehåller brus som inte härstammar från processen. För att varvtalssignalen inte ska drunkna i brus väljs amplituden på den exciterande signalen så att den uppmätta tachometersignalen nätt och jämt undgår mättning. Eftersom vi utnyttjar ett stort varvtalsområde kan man misstänka att processen blir mera olinjär än om vi håller oss tätt kring en arbetspunkt. Detta har vi dock inte kunnat märka i identifieringsresultatet. Tvärtom är det så att ju högre amplitud vi använder på den exciterande signalen desto bättre lyckas vi identifiera processen, förutsatt förstås att inga signaler mäts.

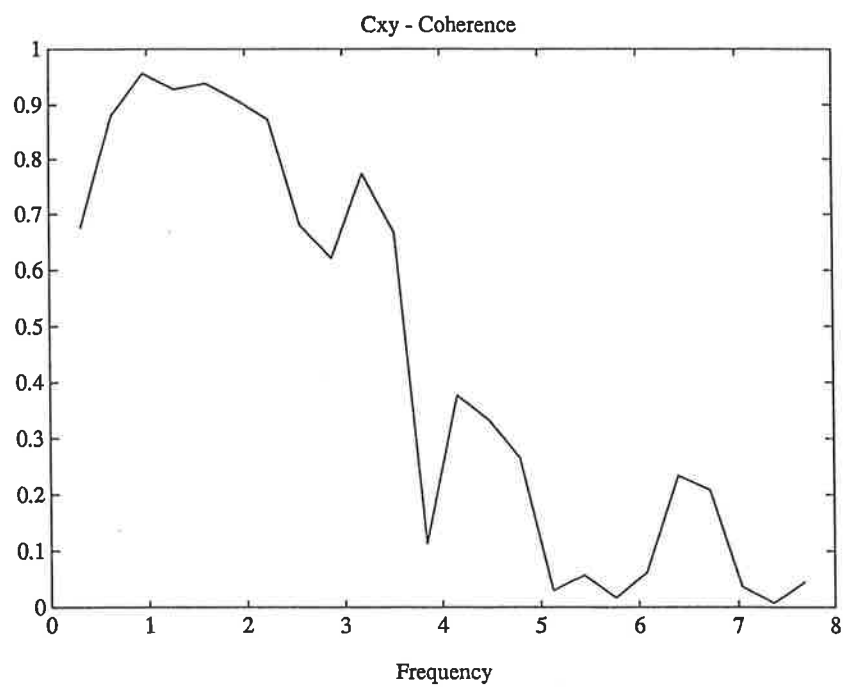
Ett antal mätdataserier med olika samplefrekvens spelar in. Den serie som vi bestämmer oss för att använda i identifieringen och som det visar sig att vi får bäst resultat

med visas i figur 2.2. Sampelintervallet för den serien är 60ms vilket betyder att sampelfrekvensen är 16.7Hz. Anledningen till att vi väljer en dataserie med så låg sampelfrekvens är att vi bara är intresserade av att identifiera processen upp till ca 8Hz. För att få bort det brus som eventuellt kan vikas in vid samplingen kan vi komma att behöva ett antivikningsfilter.



Figur 2.2 Mätdataserien som används vid identifieringen

När vi provkör processen med frekvensanalysatorn visar det sig att det finns, i motsats till vad vi först tror, en resonans vid 4Hz. På grund av att vi saknar insikt vid den tidpunkten om PRBS-signalens spektrum antar vi, lite olyckligt, att fortsätta med den PRBS-signal vi först valt trots att den exciterar processen dåligt ovanför 3Hz. Figur 2.3 visar koherensspektrumet mellan PRBS-signalen och tachometersignalen.

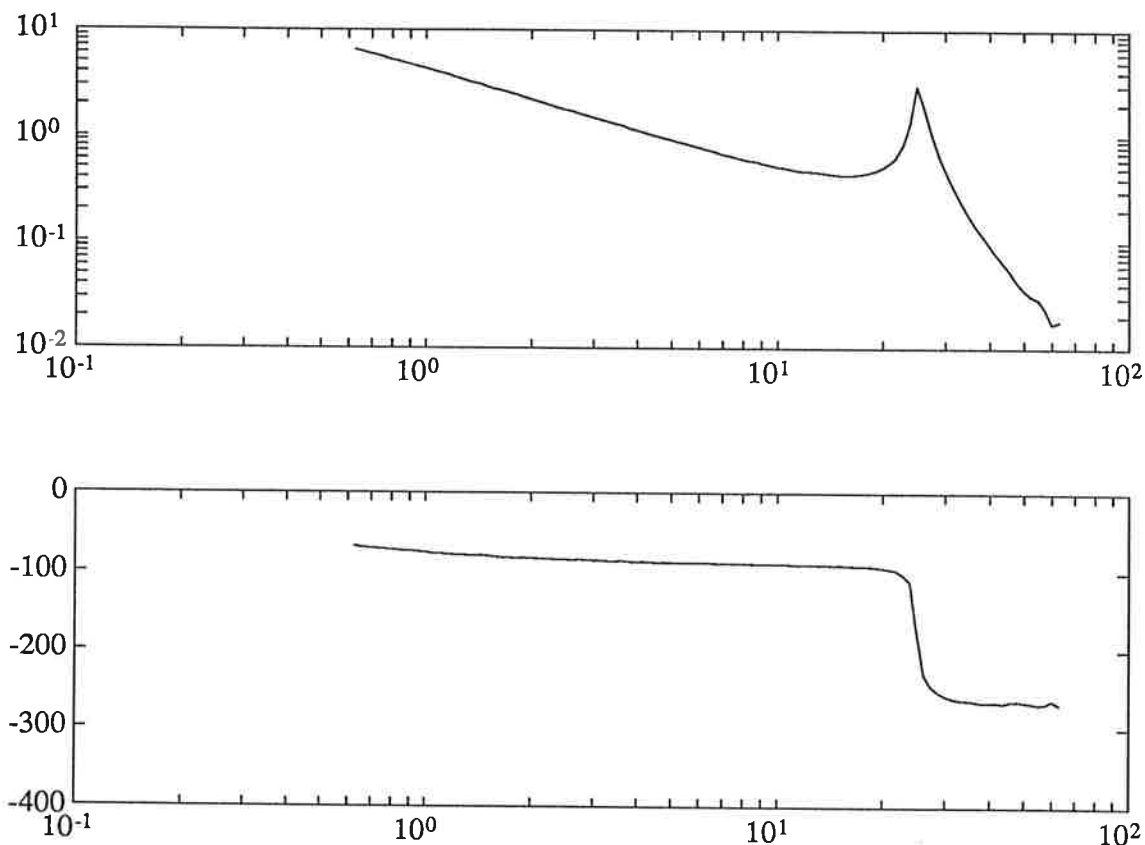


Figur 2.3 koherensspektrum mellan PRBS-signalen och tachometersignalen

## 3 Icke-parametriska identifieringsmetoder

### 3.1 Frekvensanalys

Frekvensanalysen är vår första icke-parametriska identifieringsmetod. Vi estimerar förstärkning och fasvridning vid 100 olika frekvenser mellan 0.1Hz till 10Hz. Till vår hjälp har vi en frekvensanalysator som kan styras från en PC. Resultatet visas i figur 3.1.



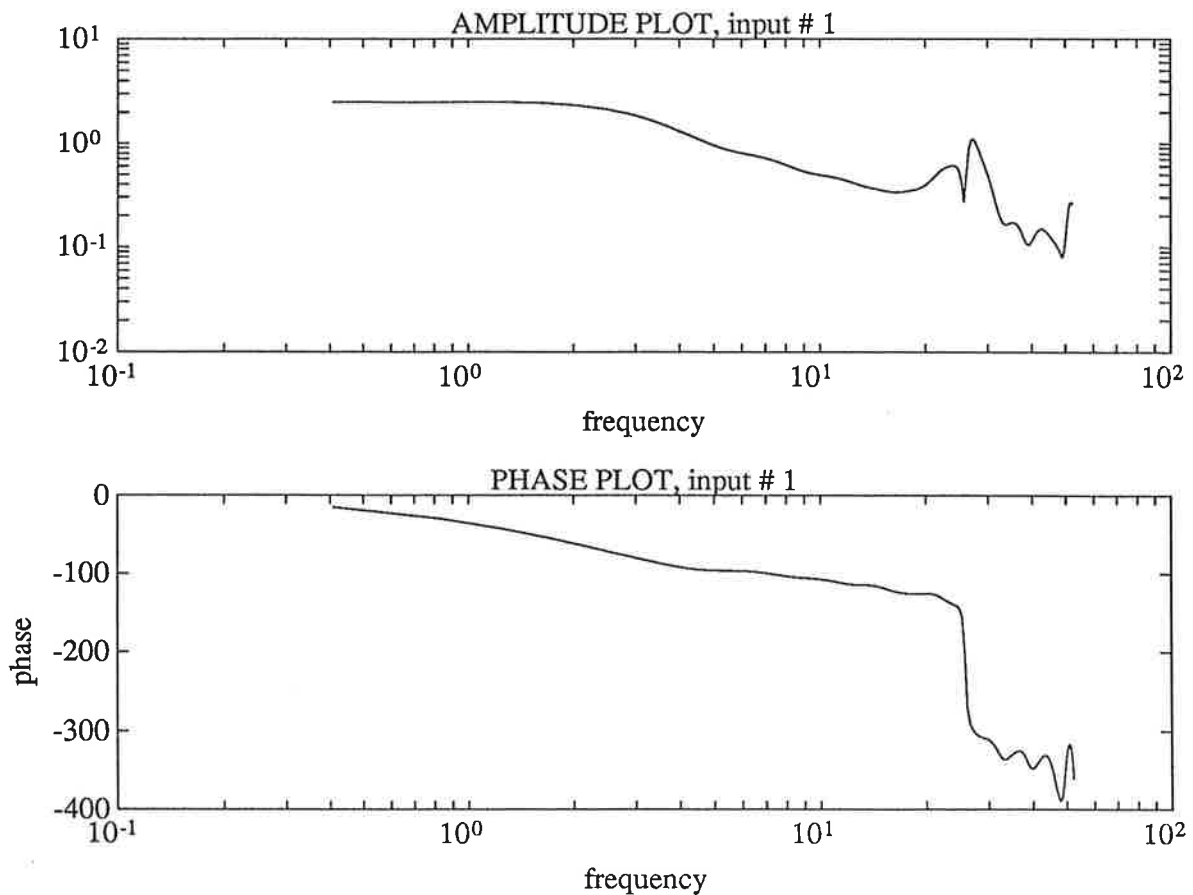
Figur 3.1 Frekvensanalys

Med hjälp av PC:n ser vi till att frekvensanalysatorn integrerar under 5 perioder av den matande sinusspänningen. En tidsfördröjning på 5 sekunder mellan varje testfrekvens läggs också in för att undvika att transienta fenomen påverkar estimeringen. Den matande spänningens amplitud och likspänningsnivå väljs så att styr- och mätelektroniken inte mättar. Anledningen till att vi väljer att lägga på en likspänningsnivå är att vi vill undvika den olinjära statiska friktionen, som är väldigt stor. Amplituden på den matande sinusspänningen väljer vi så pass hög att vi utnyttjar hela motorns varvtalsområde. Anledningen till detta är att tachometersignalen innehåller högfrekvent brus, som inte härstammar från processen.

Estimeringen av överföringsfunktionen från motorspänning till svänghjulets vinkelhastighet uppvisar en kraftig resonans vid ca 4Hz, som ses i figur 3.1.

### 3.2 Spektralanalys

En annan icke-parametrisk metod som vi också har utfört är spektralanalys. Datan som vi analyserade upptogs m h a logger. Resultatet finns i figur 3.2.



Figur 3.2 Spektralanalys

Som framgår av diagrammet så fås i stora drag samma kurva som för frekvensanalysen. Dock finns det en allvarlig miss, nämligen vid resonansfrekvensen. Detta visar sig ha sin förklaring i en för dålig excitation av processen. Normalt skulle man i detta läge endast tagit upp en ny serie med bättre excitering av högre frekvenser. Problemet var bara att vi upptäckte det för sent.



## 4 Parametriska identifieringsmetoder

### 4.1 ARMAX modeller

Den första parametriska modell vi provar är ARMAX. För att nå fram till en bra modell ansätter vi ett stort antal olika modellordningar, där vi även varierar tidsfördröjningen. De erhållna modellerna jämförs sedan för att erhålla den bästa modellen (se validering). Den modell vi väljer är av tredje ordningen vilket stämmer bra med den matematiska modellen. Polynomen blir efter omvandling till framåtskiftoperatören

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k)$$

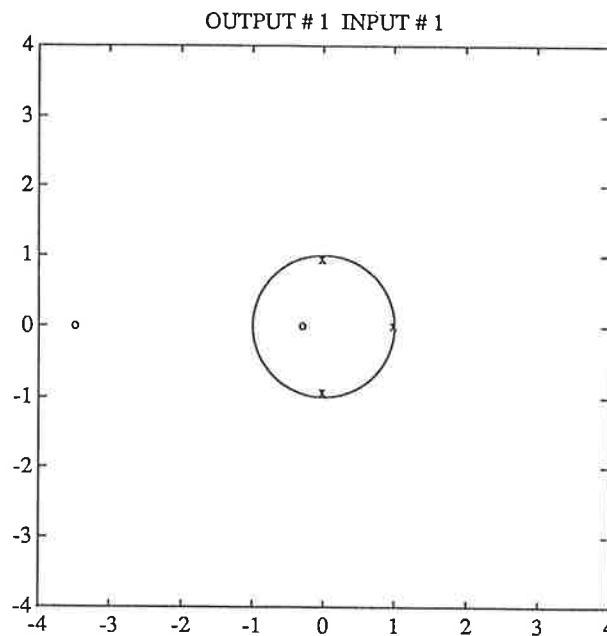
där

$$A(q) = q^3 - 0.9425q^2 + 0.8429q - 0.8668$$

$$B(q) = 0.0820q^2 + 0.3113q + 0.0876$$

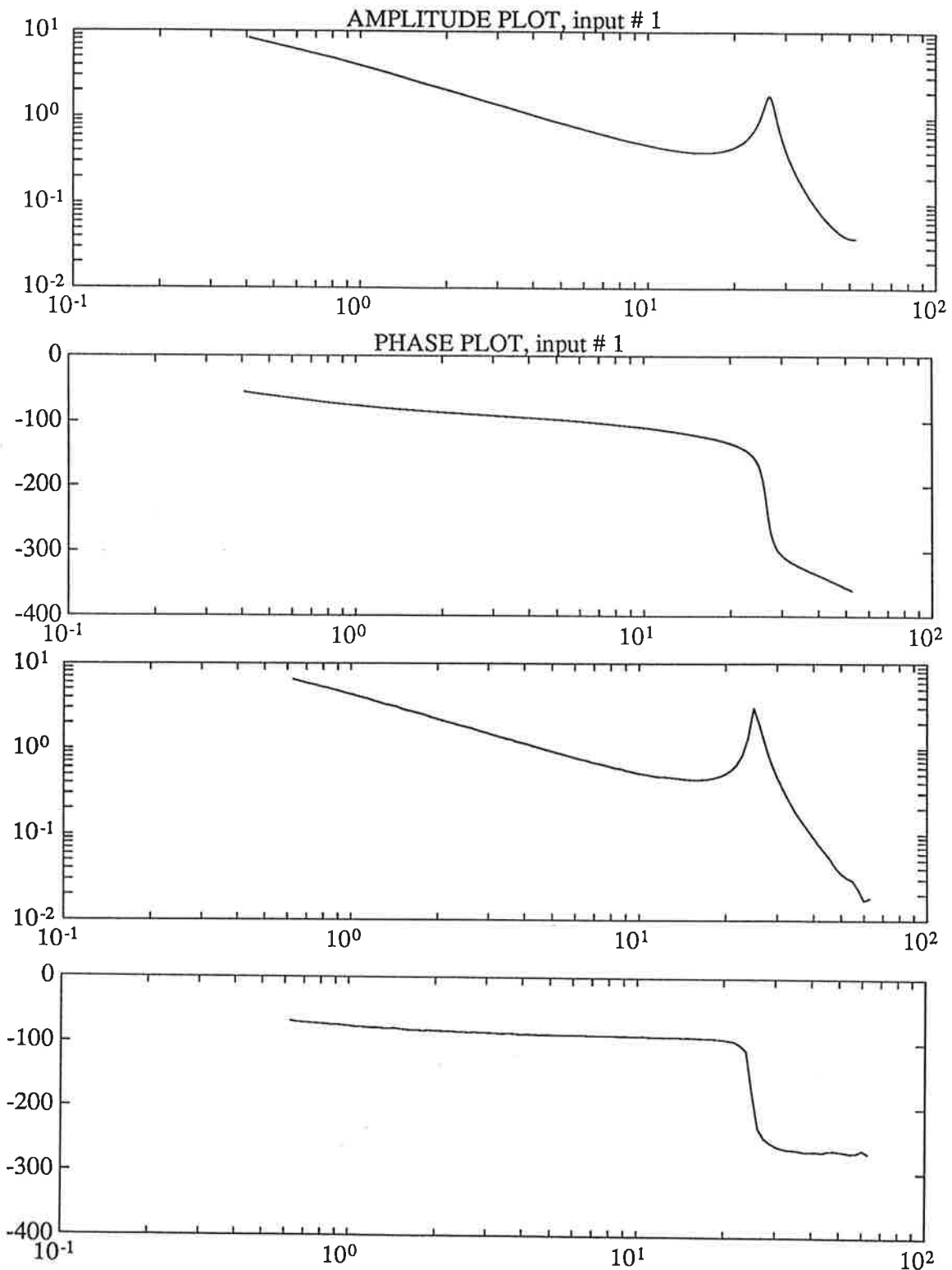
$$C(q) = q^3 - 0.7146q^2 + 0.8361q - 0.6333$$

Polerna och nollställena till överföringsfunktionen placerades enligt figur 4.1.



Figur 4.1 Poler och nollställen till modellen.

Som framgår av figuren så har vi två komplexkonjugerade poler. Dessa motsvarar resonansen för processen. Den tredje polen, vilken är reell, kommer trogtvis från motordynamiken. Vidare har vi två nollställen varav det ena ligger utanför enhetscirkeln. För att lättare kunna avgöra hur bra modellen är så jämför vi modellens Bodediagram med resultatet från frekvensanalysen då den vanligtvis ger en bra bild av den verkliga processen, se figur 4.2.



Figur 4.2 Bodediagram för ARMAX (ovan) och från frekvensanalysen (nedan).

I diagrammet ser vi att amplitudkurvan i stort sett är identisk med motsvarande för frekvensanalysen i intervallet 1-40 rad/s. Däremot får vi inte samma överensstämmelse i fasdiagrammet. Vid resonansfrekvens avviker kurvan ca  $40^\circ$  och däröver ännu mer. Detta innebär att modellen troligtvis endast fungerar upp till resonansfrekvens.

## 4.2 Box-Jenkins modeller

Box-Jenkins är en annan parametrisk modell som vi testat. Efter att ha ansatt ett stort antal olika modeller och jämfört dessa erhåller vi en modell som är snarlik ARMAX-modellen. Polynomen blir

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)} u(k) + \frac{C(q)}{D(q)} e(k)$$

där

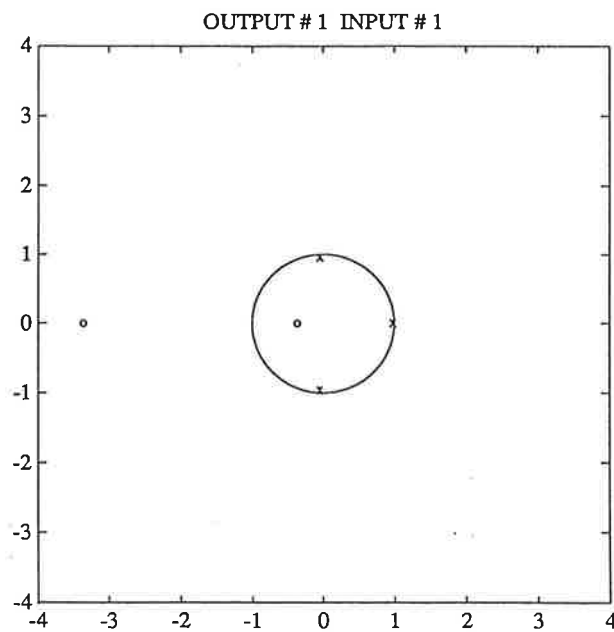
$$B(q) = 0.0843q^2 + 0.3142q + 0.1029$$

$$F(q) = q^3 - 0.9026q^2 + 0.8376q - 0.9004$$

$$C(q) = q^3 - 0.2043q^2 + 0.1678q - 0.4461$$

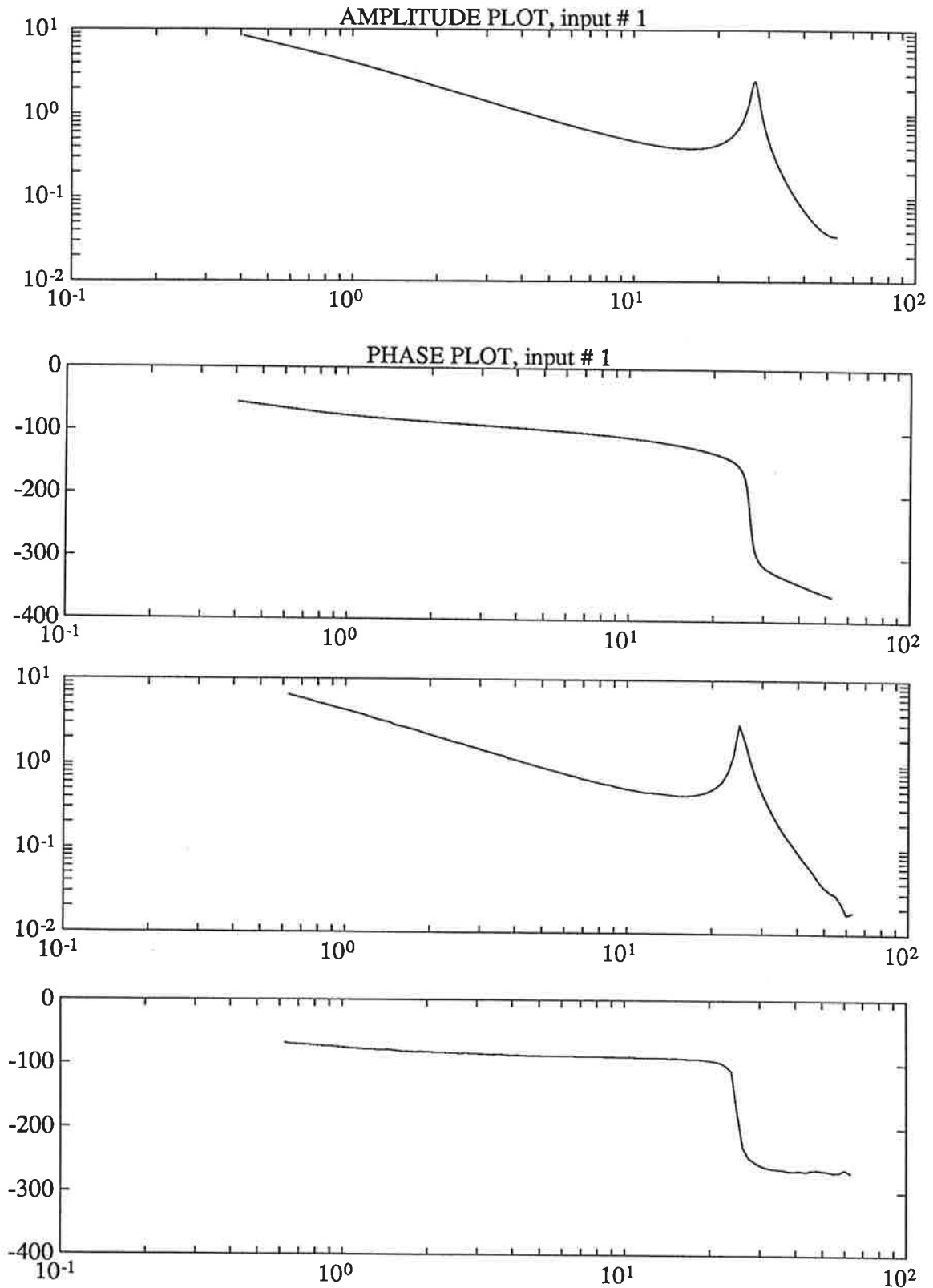
$$D(q) = q^3 - 0.4221q^2 + 0.0582q - 0.6149$$

Polerna och nollställena placeras enligt figur 4.3.



Figur 4.3 Poler och nollställen till överföringsfunktionen.

Tack vare likheterna med ARMAX-modellen får vi i stort sett samma poler och nollställen som för ARMAX-modellen. Likheterna framgår även i Bodediagrammet. Se figur 4.4.

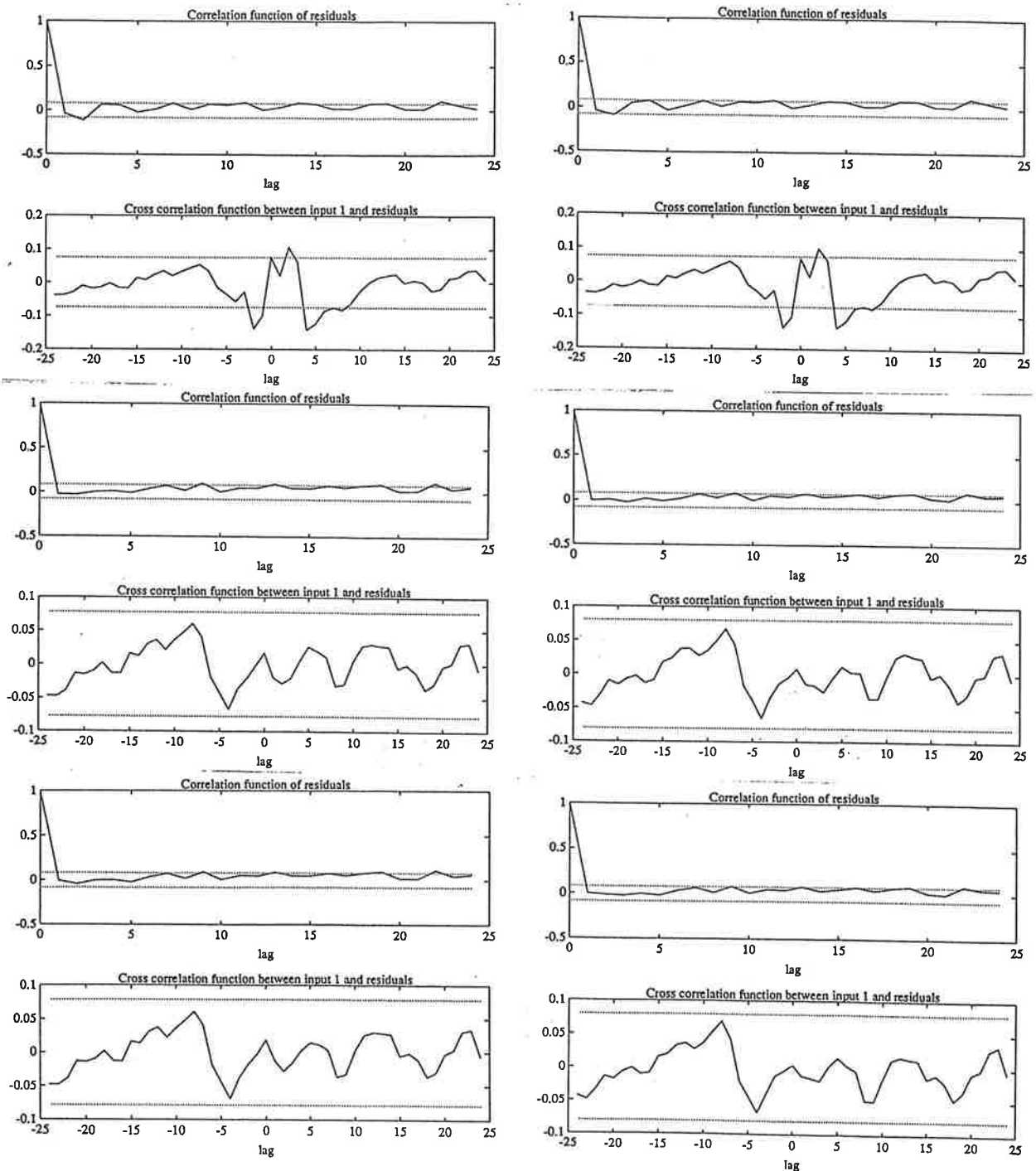


Figur 4.4 Bodediagram för Box-Jenkins (ovan) och för frekvensanalys (nedan).

Som framgår av figuren ger även denna modell en tillfredställd överföring upp till resonansfrekvensen.

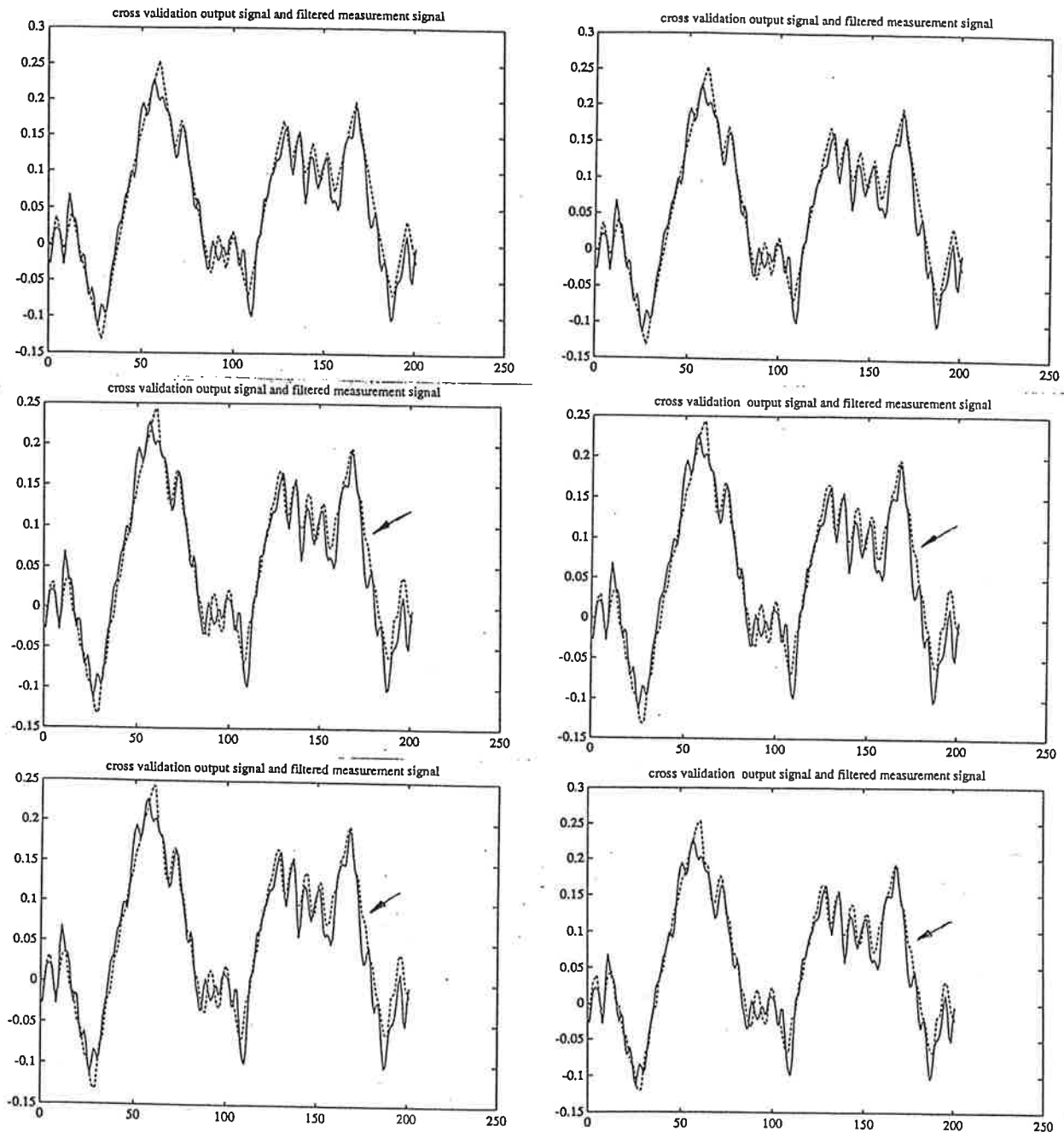
## 5 Validering

För att erhålla den modell som bäst beskriver den verkliga processen använder vi några olika tester. Det första är Akaikes FPE-test. Detta test liksom en jämförelse av förlustfunktionerna antyder att modellen bör vara av tredje eller fjärde ordningen. Detta styrks även av residualtester som visas i figur nedan. I figuren jämför vi andra t o m fjärde ordningens modell.



Figur 5.1 Auto- och kors-korrelationstest för ARMAX (vänster) och Box-Jenkins (höger) av ordning 2,3 och 4.

Som framgår av figuren är autokorrelationen i stort sett inom gränserna för samtliga av dessa modeller medan däremot för korskorrelationen endast tredje och fjärde ordningens modell uppfyller kraven. Vidare kontrollerar vi eventuell pol-nollställes utsläckning samt parametrarnas standardavvikelse. Härur kan vi avgöra om modellordningen är för stor. Slutligen testar vi modellerna med en annan dataserie, dvs korsvalidering. Se figur nedan.



Figur 5.2 Korsvalidering för ARMAX (vänster) och Box-Jenkins (höger) av ordning 2,3 och 4.

I detta test har vi jämfört modellens utsignal med den verkliga utsignalen filtrerad med fjärde ordningens butterworthfilter. Brytfrkvensen för filtret är 5 Hz. Vi ser skillnaderna mellan modellens utsignal och den verkliga för en given dataserie. Om man tittar noga kan man se antydningar till resonanssvängningar för ordningarna tre och fyra (se pilar i figuren). Dessa svängningar syns inte för ordning två. Jämför vi ordning tre och fyra finner vi inga större

skillnader. Detta tillsammans med vad tidigare tester har visat gör att vi väljer modellordning tre för både ARMAX och Box-Jenkins.

## 6 Reglering av det flexibla DC-servot

Identifieringen leder till slutsatsen att en ARMAX-modell ganska väl beskriver det flexibla DC-servot. Den framtagna ARMAX-modellen är

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k)$$

där

$$A(q) = q^3 - 0.9425q^2 + 0.8429q - 0.8668$$

$$B(q) = 0.0820q^2 + 0.3113q + 0.0876$$

$$C(q) = q^3 - 0.7146q^2 + 0.8361q - 0.6333$$

Polerna till systemet är

$$z_1 = 0.9825$$

$$z_{2,3} = -0.0200 \pm 0.9390i$$

och de två nollställena är

$$p_1 = -3.4908$$

$$p_2 = -0.3060$$

Systemet har ett instabilt nollställe  $p_1$ , som inte får förkortas. Vi väljer att inte förkorta eller lägga till något nollställe utan behålla B-polynomet som det är. Detta betyder att

$$B = B^+B^-$$

$$B_m = B'_m B^-$$

där

$$B^+ = 1$$

$$B^- = 0.0820q^2 + 0.3113q + 0.0876$$

$$B'_m = 1$$

Låt  $l$  beteckna det antal integratorer som regulatorn ska innehålla. Gradtalsvillkoret för observerarpolynomet med  $l=1$  blir då

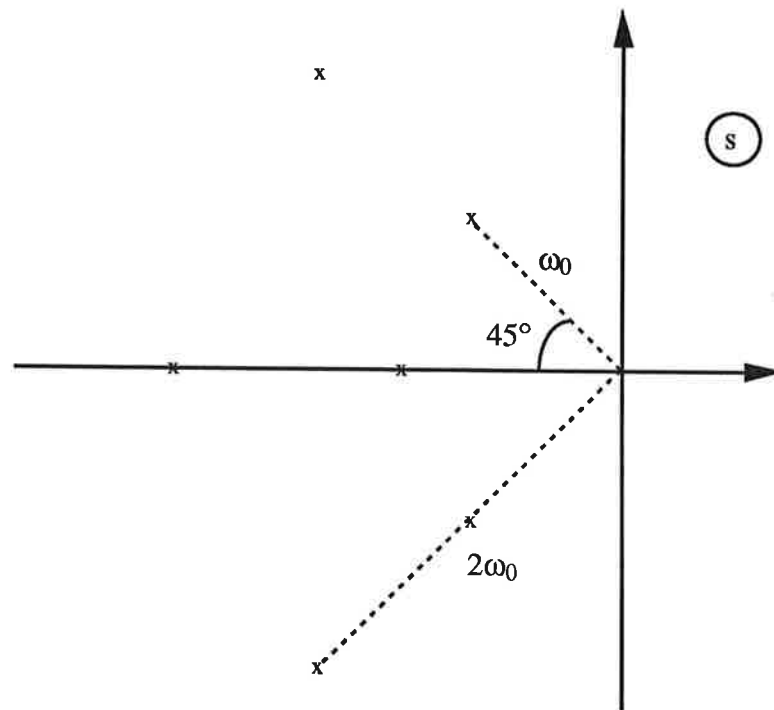
$$\deg A_o \geq 2\deg A_m - \deg A_m - \deg B^+ - 1 + 1$$

Vi väljer  $\deg A_m = 3$ . Detta betyder att

$$\deg A_o \geq 3$$

Vi har alltså kommit fram till att modellpolynomet och observerarpolynomet ska ha ordningen 3. Att placera dessa poler direkt i diskret tid, i z-planet, är lite vanskligt. Därför placerar vi polerna i kontinuerlig tid och transformerar över dessa till diskret tid. Polplaceringsstrategin är den samma som i laborationshandledningen i processidentifiering.

Från frekvensanalysen vet vi att det öppna systemet uppvisar en kraftig resonans vid 4Hz. Vi har valt att inte flytta på resonansfrekvensen utan bara dämpa den. Vidare placerar vi observerarpolerna så att de får samma dämpning men blir dubbelt så snabba. Polplaceringen kan illustreras i s-planet enligt figur 6.1.



Figur 6.1 Polerna til modellpolynomet och observerarpolynomet

Man kan visa att denna placering av polerna motsvarar

$$A_m(s) = (s + \omega_0)(s^2 + 2\zeta\omega_0 + \omega_0^2)$$

$$A_o(s) = (s + (2\omega_0))(s^2 + 2\zeta(2\omega_0) + (2\omega_0)^2)$$

där

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Eftersom vi har samplingsintervallet  $h = 0.060\text{s}$  kan vi transformera över dessa båda polynom



till diskret tid

$$A_m(q) = q^3 - 0.5542q^2 + 0.1922q - 0.0262$$

$$A_o(q) = q^3 + 0.0773q^2 + 0.0079q - 0.0007$$

För att få fram regulatorn löser vi den diofantiska ekvationen

$$(z-1)AR_1 + B \cdot S = A_m A_o$$

och R,S,T-polynomen ges av

$$R = R_1 B^+$$

$$S = S$$

$$T = t_0 A_o B_m'$$

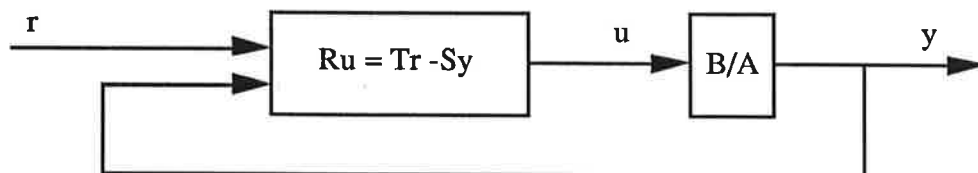
där  $t_0$  väljs så att statiska förstärkningen blir lika med 1. Polplaceringen leder till följande regulatorpolynom:

$$R(q) = q^3 + 0.2820q^2 - 0.9808q - 0.3012$$

$$S(q) = 2.2396q^3 - 1.6602q^2 + 3.7812q - 2.9807$$

$$T(q) = 1.2724q^3 + 0.0983q^2 + 0.0100q - 0.0009$$

Det slutna systemet blir alltså



figur 6.2 Det slutna systemet

Vi har implementerat regulatorn i TOOLBOX och sett att det slutna systemet beter sig vettigt.

## Referenser

Johansson, R ; *Processidentifiering* ; Institutionen för Reglerteknik ; 1991

Åström, K-J , Wittenmark, B ; *Computer Controlled Systems* ; Prentice-Hall International Editions ; 1989

Åström, K-J ; *Reglerteori* ; Almqvist & Wiksell Förlag AB ; Göteborg 1985

Dahl, O m fl ; *Laboratory exercises in system identification* ; TLTH-KF

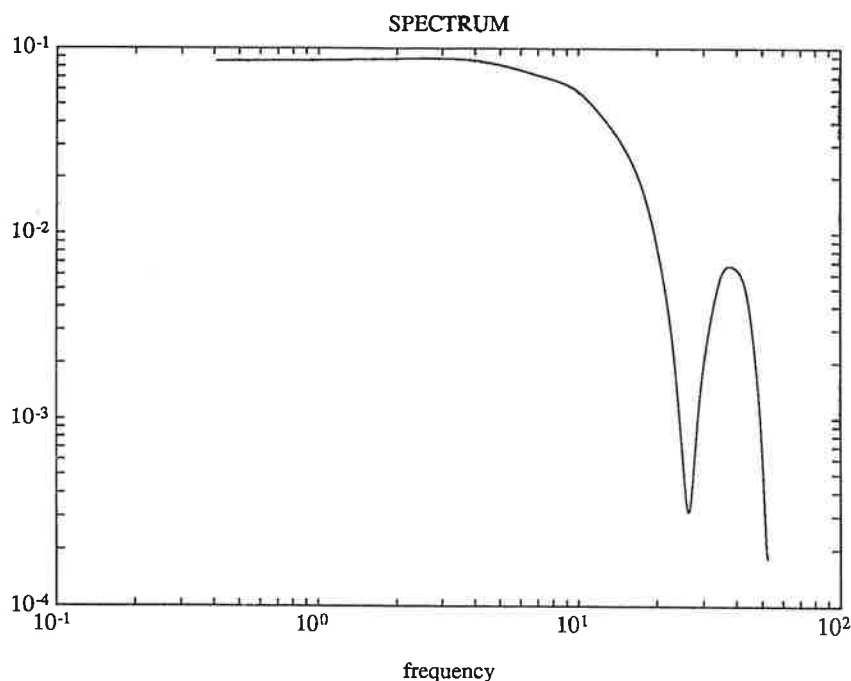
Ljung, L ; *System Identification Toolbox* ; The Mathworks, Inc



## 2 Experimentplanering

Det första vi gör är att uppskatta fjäderns resonansfrekvens och dämpning. Det gör vi genom att hålla fast axeln och spänna fjädern varefter vi släpper fjädern. Iakttagelserna leder till att vi uppskattar fjäderns resonansfrekvens till 2Hz och dämpningen till 0.1, dvs en mycket dåligt dämpad svängning. Detta motsvarar det fall då axelns tröghetsmoment är oändligt stort och överensstämmer säkert inte med systemets resonansfrekvens. Det är dock en första approximation.

För att excitera processen används en PRBS (Pseudo Random Binary Sequence). Stärkta av iakttagelserna ovan väljer vi PRBS-perioden till 240 ms. Det är den minsta tid som måste förflyta innan PRBS-signalen kan ändra sig. Figur 2.1 visar den exciterande PRBS-signalens spektrum.

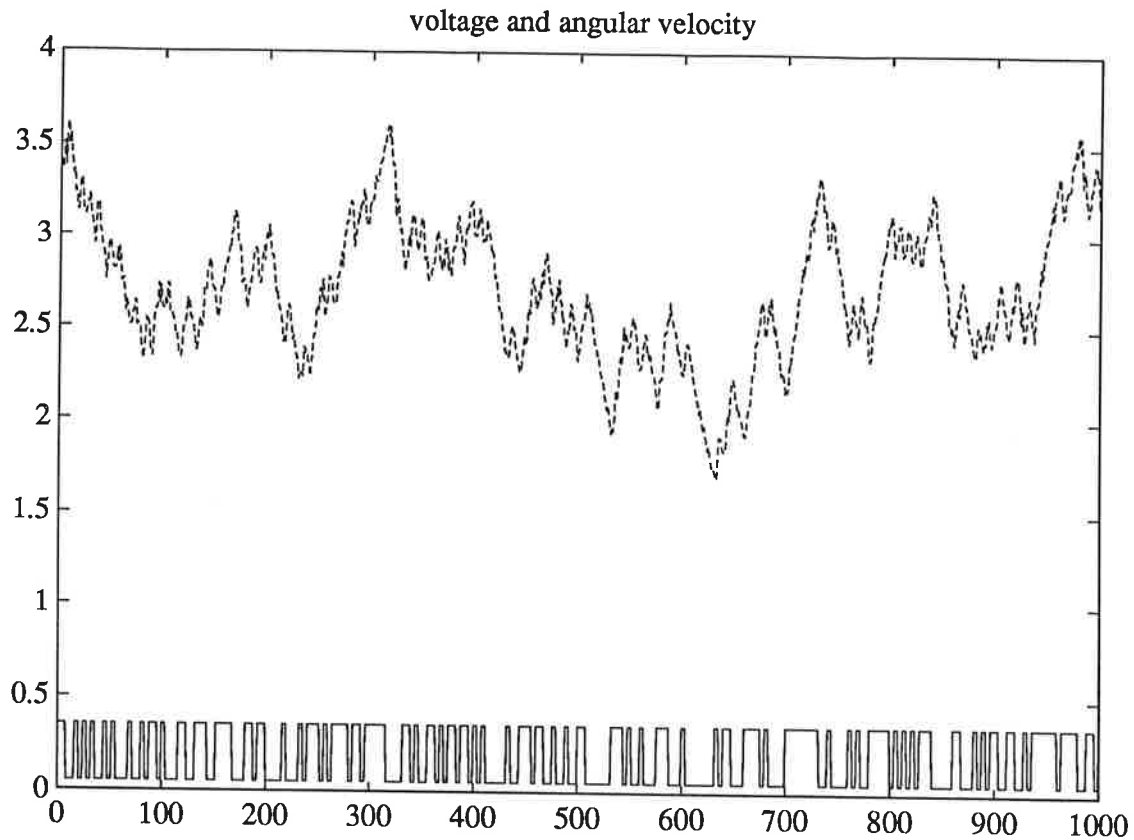


Figur 2.1 PRBS-signalens spektrum

Vi iakttar också att det finns en stark statisk friktion. Därför beslutar vi att addera en offsetsänkning till PRBS-signalen. Tachometersignalen innehåller brus som inte härstammar från processen. För att varvtalssignalen inte ska drunkna i brus väljs amplituden på den exciterande signalen så att den uppmätta tachometersignalen nått och jämt undgår mätning. Eftersom vi utnyttjar ett stort varvtalsområde kan man misstänka att processen blir mera olinjär än om vi håller oss tätt kring en arbetspunkt. Detta har vi dock inte kunnat märka i identifieringsresultatet. Tvärtom är det så att ju högre amplitud vi använder på den exciterande signalen desto bättre lyckas vi identifiera processen, förutsatt förstås att inga signaler mätas.

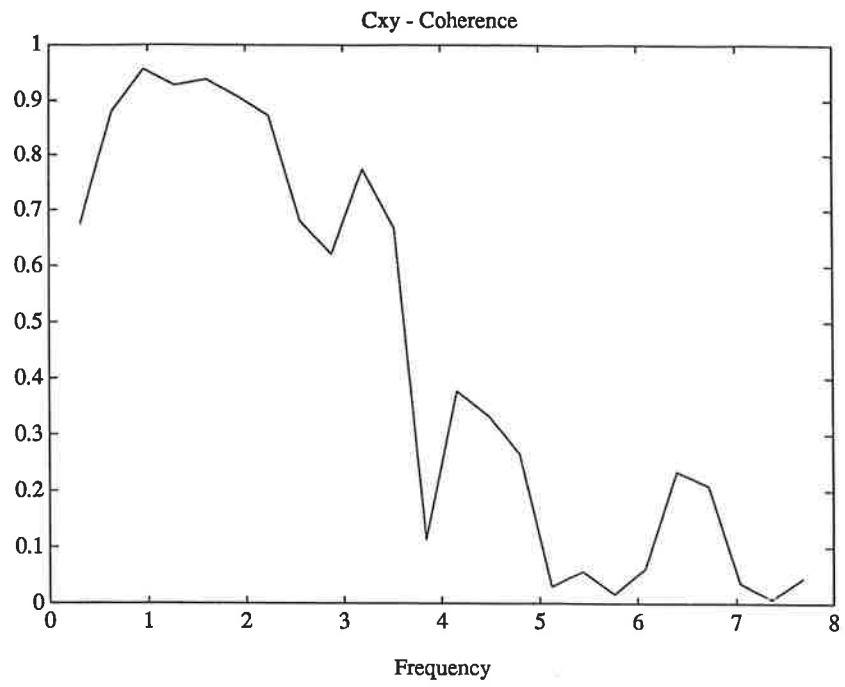
Ett antal mätdataserier med olika samplefrekvens spelar in. Den serie som vi bestämmer oss för att använda i identifieringen och som det visar sig att vi får bäst resultat

med visas i figur 2.2. Sampelintervallet för den serien är 60ms vilket betyder att sampelfrekvensen är 16.7Hz. Anledningen till att vi väljer en dataserie med så låg sampelfrekvens är att vi bara är intresserade av att identifiera processen upp till ca 8Hz. För att få bort det brus som eventuellt kan vikas in vid samplingen kan vi komma att behöva ett antivikningsfilter.



Figur 2.2 Mätdataserien som används vid identifieringen

När vi provkör processen med frekvensanalysatorn visar det sig att det finns, i motsats till vad vi först tror, en resonans vid 4Hz. På grund av att vi saknar insikt vid den tidpunkten om PRBS-signalens spektrum antar vi, lite olyckligt, att fortsätta med den PRBS-signal vi först valt trots att den exciterar processen dåligt ovanför 3Hz. Figur 2.3 visar koherensspektrumet mellan PRBS-signalen och tachometersignalen.

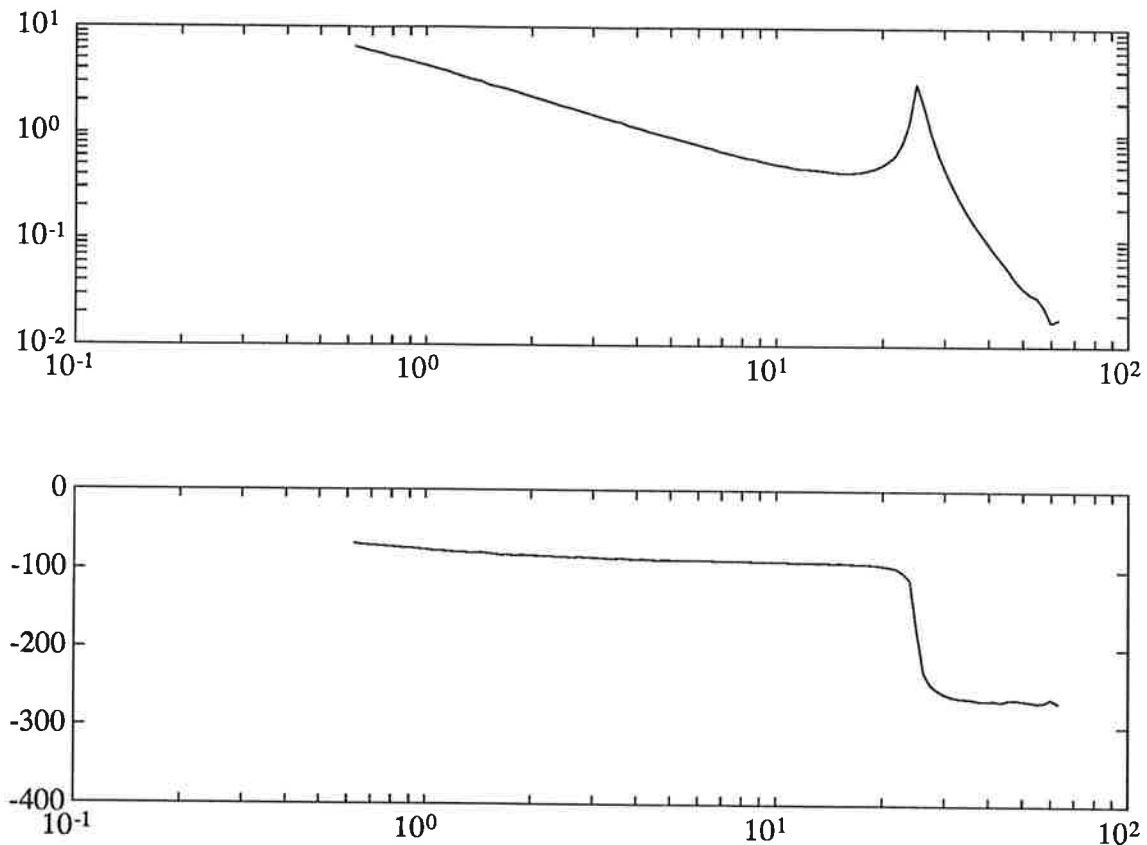


Figur 2.3 koherensspektrum mellan PRBS-signalen och tachometersignalen

## 3 Icke-parametriska identifieringsmetoder

### 3.1 Frekvensanalys

Frekvensanalysen är vår första icke-parametriska identifieringsmetod. Vi estimerar förstärkning och fasvridning vid 100 olika frekvenser mellan 0.1Hz till 10Hz. Till vår hjälp har vi en frekvensanalysator som kan styras från en PC. Resultatet visas i figur 3.1.



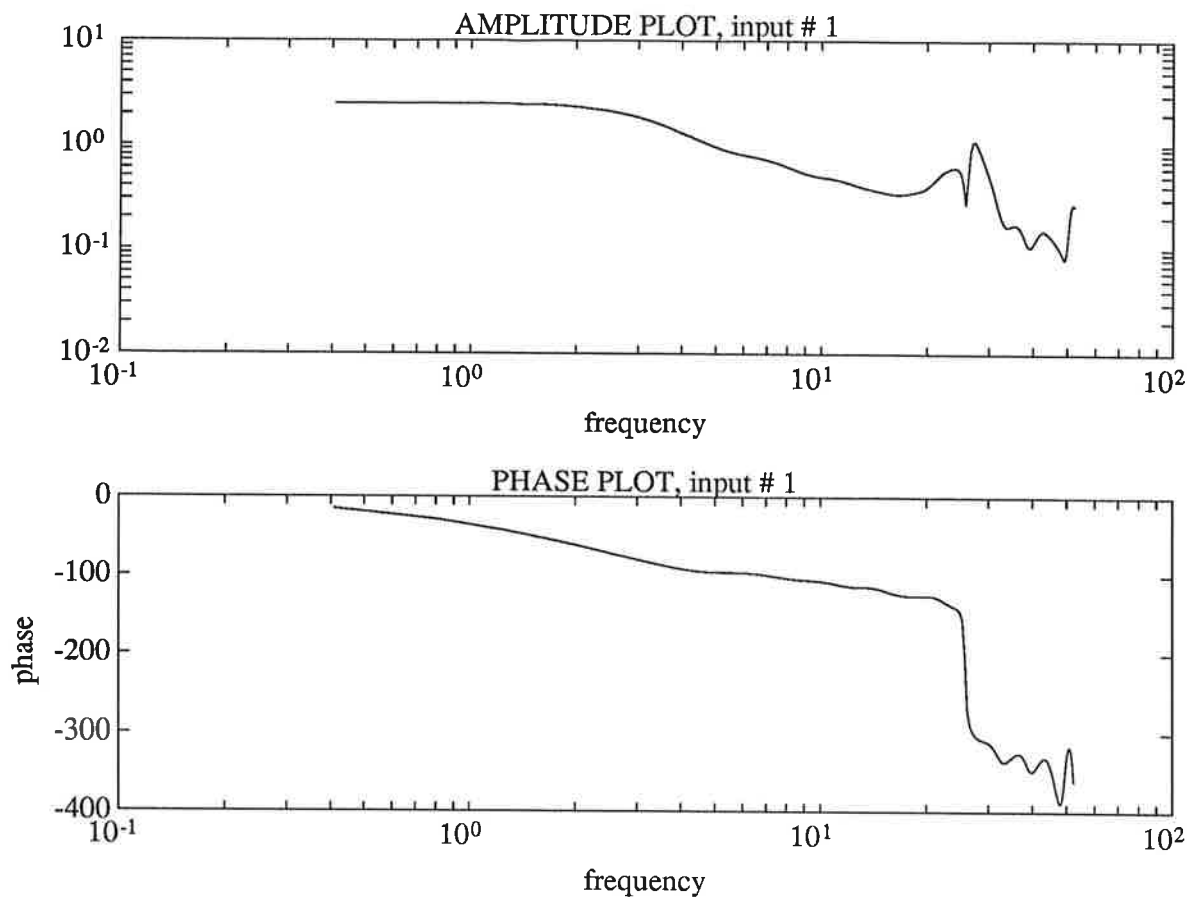
Figur 3.1 Frekvensanalys

Med hjälp av PC:n ser vi till att frekvensanalysatorn integrerar under 5 perioder av den matande sinusspänningen. En tidsfördröjning på 5 sekunder mellan varje testfrekvens läggs också in för att undvika att transienta fenomen påverkar estimeringen. Den matande spänningens amplitud och likspänningsnivå väljs så att styr- och mätelektroniken inte mättar. Anledningen till att vi väljer att lägga på en likspänningsnivå är att vi vill undvika den olinjära statiska friktionen, som är väldigt stor. Amplituden på den matande sinusspänningen väljer vi så pass hög att vi utnyttjar hela motorns varvtalsområde. Anledningen till detta är att tachometersignalen innehåller högfrekvent brus, som inte härstammar från processen.

Estimeringen av överföringsfunktionen från motorspänning till svänghjulets vinkelhastighet uppvisar en kraftig resonans vid ca 4Hz, som ses i figur 3.1.

## 3.2 Spektralanalys

En annan icke-parametrisk metod som vi också har utfört är spektralanalys. Datan som vi analyserade upptogs m h a logger. Resultatet finns i figur 3.2.



Figur 3.2 Spektralanalys

Som framgår av diagrammet så fås i stora drag samma kurva som för frekvensanalysen. Dock finns det en allvarlig miss, nämligen vid resonansfrekvensen. Detta visar sig ha sin förklaring i en för dålig excitation av processen. Normalt skulle man i detta läge endast tagit upp en ny serie med bättre excitering av högre frekvenser. Problemet var bara att vi upptäckte det för sent.



## 4 Parametriska identifieringsmetoder

### 4.1 ARMAX modeller

Den första parametriska modell vi provar är ARMAX. För att nå fram till en bra modell ansätter vi ett stort antal olika modellordningar, där vi även varierar tidsfördröjningen. De erhållna modellerna jämförs sedan för att erhålla den bästa modellen (se validering). Den modell vi väljer är av tredje ordningen vilket stämmer bra med den matematiska modellen. Polynomen blir efter omvandling till framåtskiftoperatorn

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k)$$

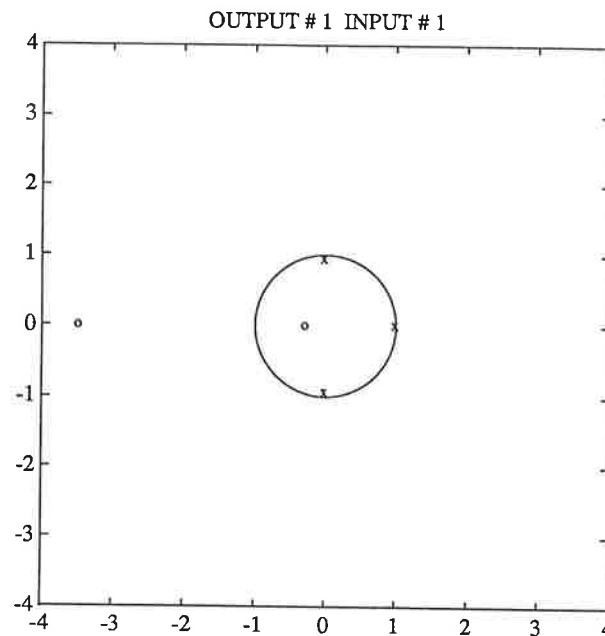
där

$$A(q) = q^3 - 0.9425q^2 + 0.8429q - 0.8668$$

$$B(q) = 0.0820q^2 + 0.3113q + 0.0876$$

$$C(q) = q^3 - 0.7146q^2 + 0.8361q - 0.6333$$

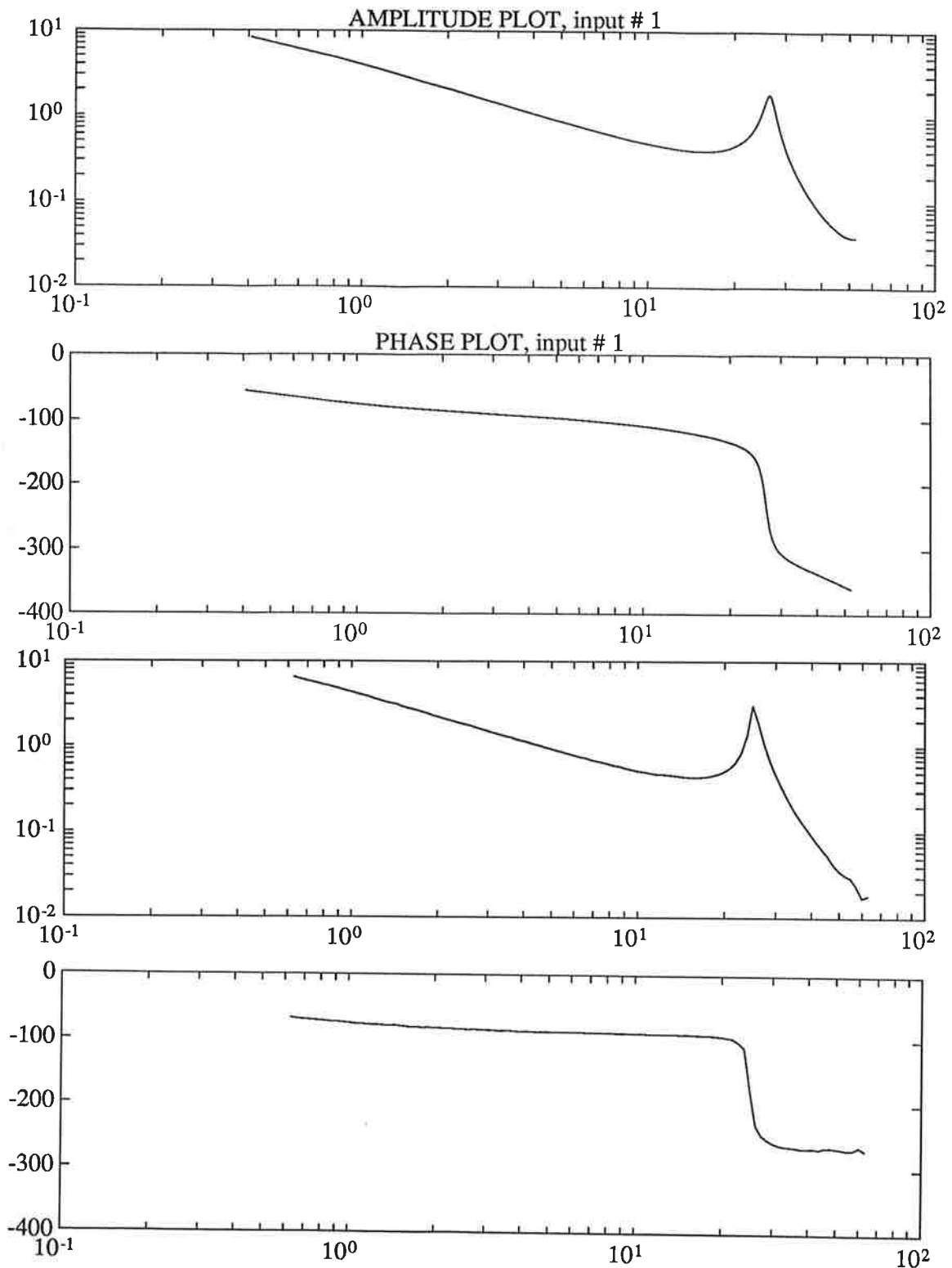
Polerna och nollställena till överföringsfunktionen placerades enligt figur 4.1.



Figur 4.1 Poler och nollställena till modellen.

Som framgår av figuren så har vi två komplexkonjugerade poler. Dessa motsvarar resonansen för processen. Den tredje polen, vilken är reell, kommer troligtvis från motordynamiken. Vidare har vi två nollställena varav det ena ligger utanför enhetscirkeln.

För att lättare kunna avgöra hur bra modellen är så jämför vi modellens Bodediagram med resultatet från frekvensanalysen då den vanligtvis ger en bra bild av den verkliga processen, se figur 4.2.



Figur 4.2 Bodediagram för ARMAX (ovan) och från frekvensanalysen (nedan).

I diagrammet ser vi att amplitudkurvan i stort sett är identisk med motsvarande för frekvensanalysen i intervallet 1-40 rad/s. Däremot får vi inte samma överensstämmelse i fasdiagrammet. Vid resonansfrekvens avviker kurvan ca  $40^\circ$  och däröver ännu mer. Detta innebär att modellen troligtvis endast fungerar upp till resonansfrekvens.

## 4.2 Box-Jenkins modeller

Box-Jenkins är en annan parametrisk modell som vi testat. Efter att ha ansatt ett stort antal olika modeller och jämfört dessa erhåller vi en modell som är snarlik ARMAX-modellen. Polynomen blir

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)} u(k) + \frac{C(q)}{D(q)} e(k)$$

där

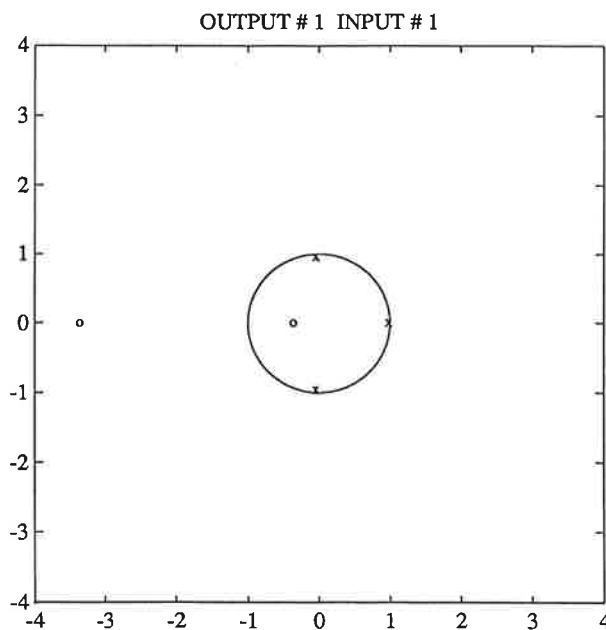
$$B(q) = 0.0843q^2 + 0.3142q + 0.1029$$

$$F(q) = q^3 - 0.9026q^2 + 0.8376q - 0.9004$$

$$C(q) = q^3 - 0.2043q^2 + 0.1678q - 0.4461$$

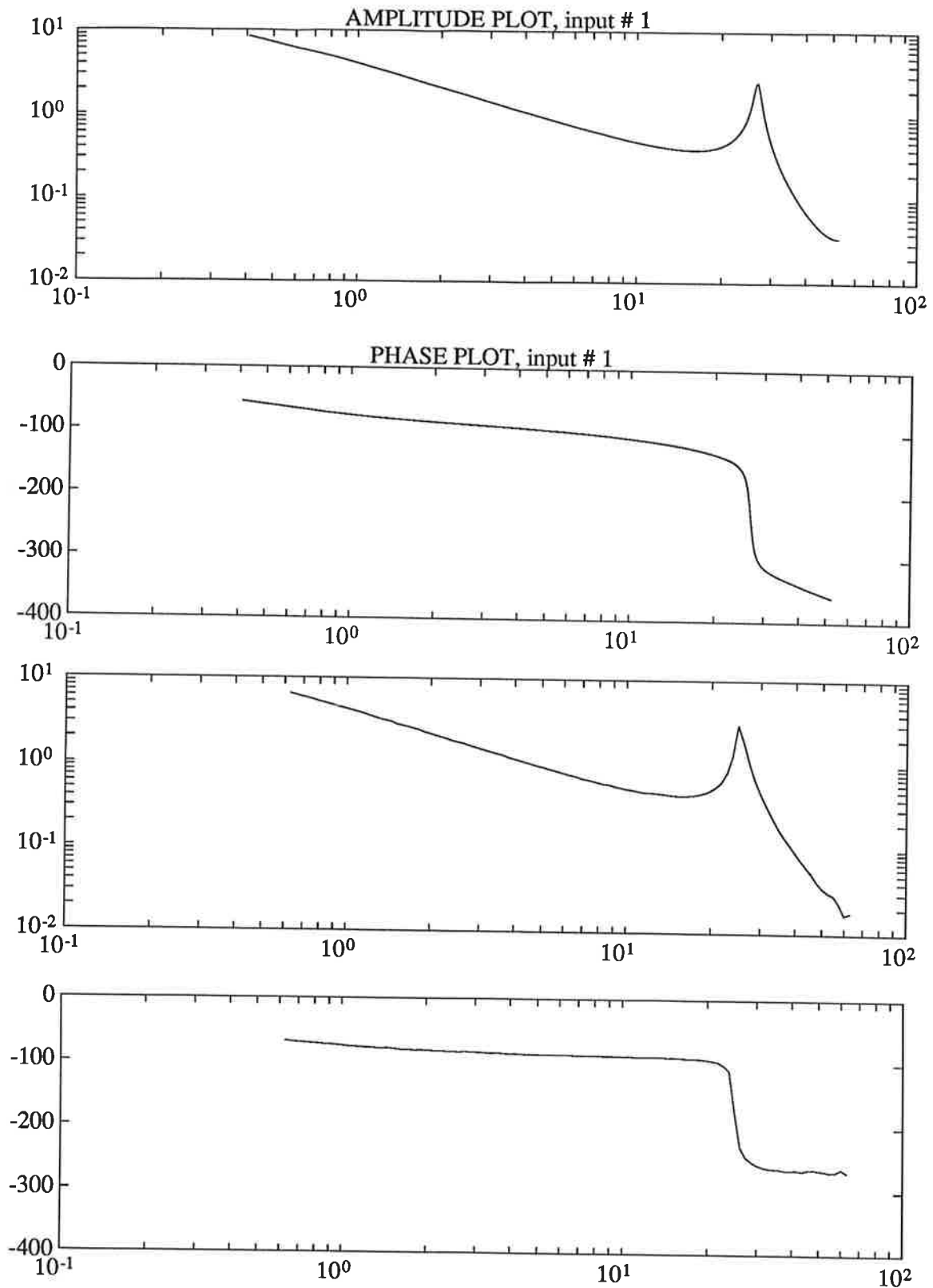
$$D(q) = q^3 - 0.4221q^2 + 0.0582q - 0.6149$$

Polerna och nollställena placeras enligt figur 4.3.



Figur 4.3 Poler och nollställena till överföringsfunktionen.

Tack vare likheterna med ARMAX-modellen får vi i stort sett samma poler och nollställena som för ARMAX-modellen. Likheterna framgår även i Bodediagrammet. Se figur 4.4.

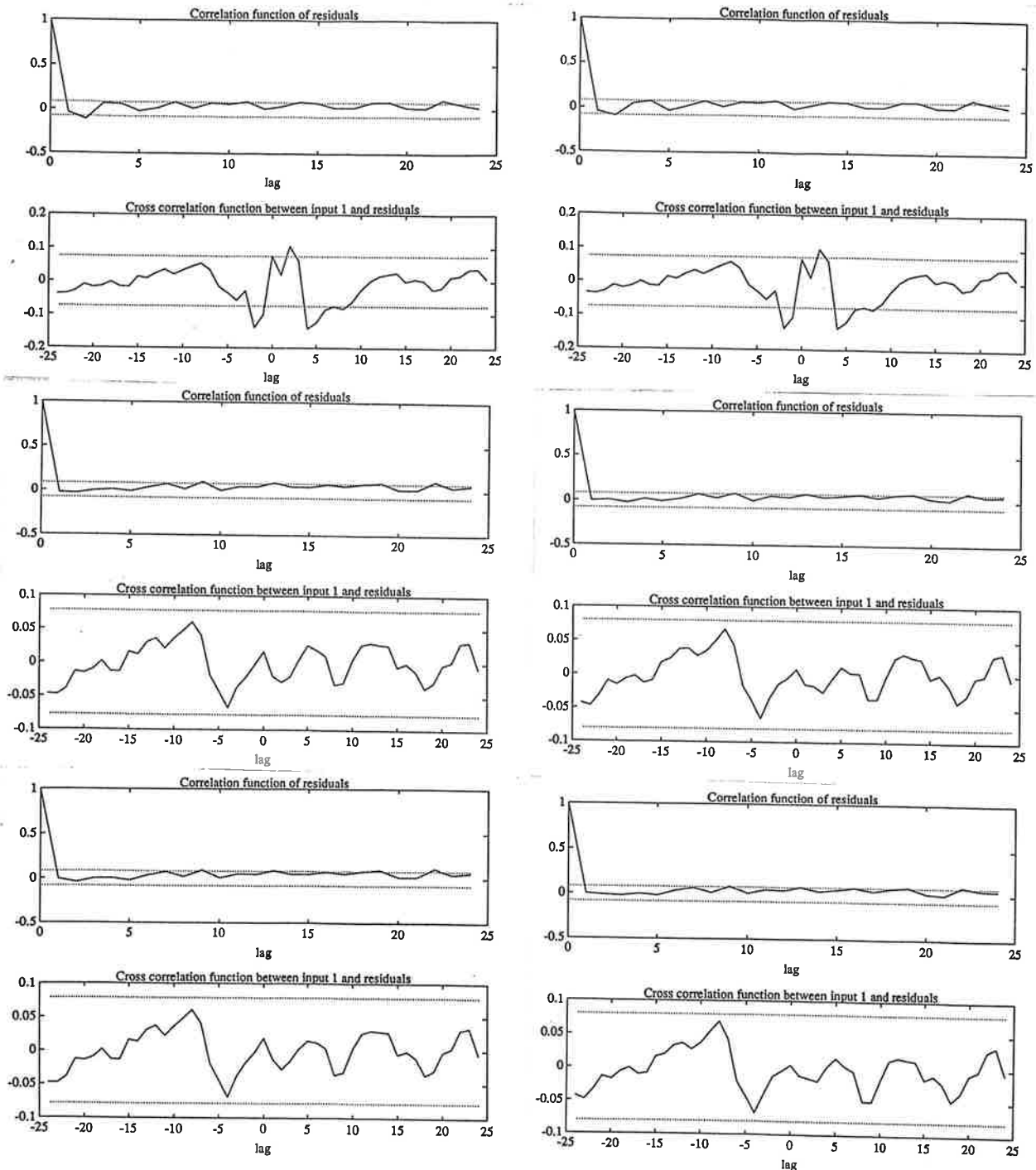


Figur 4.4 Bodediagram för Box-Jenkins (ovan) och för frekvensanalys (nedan).

Som framgår av figuren ger även denna modell en tillfredställd överföring upp till resonansfrekvensen.

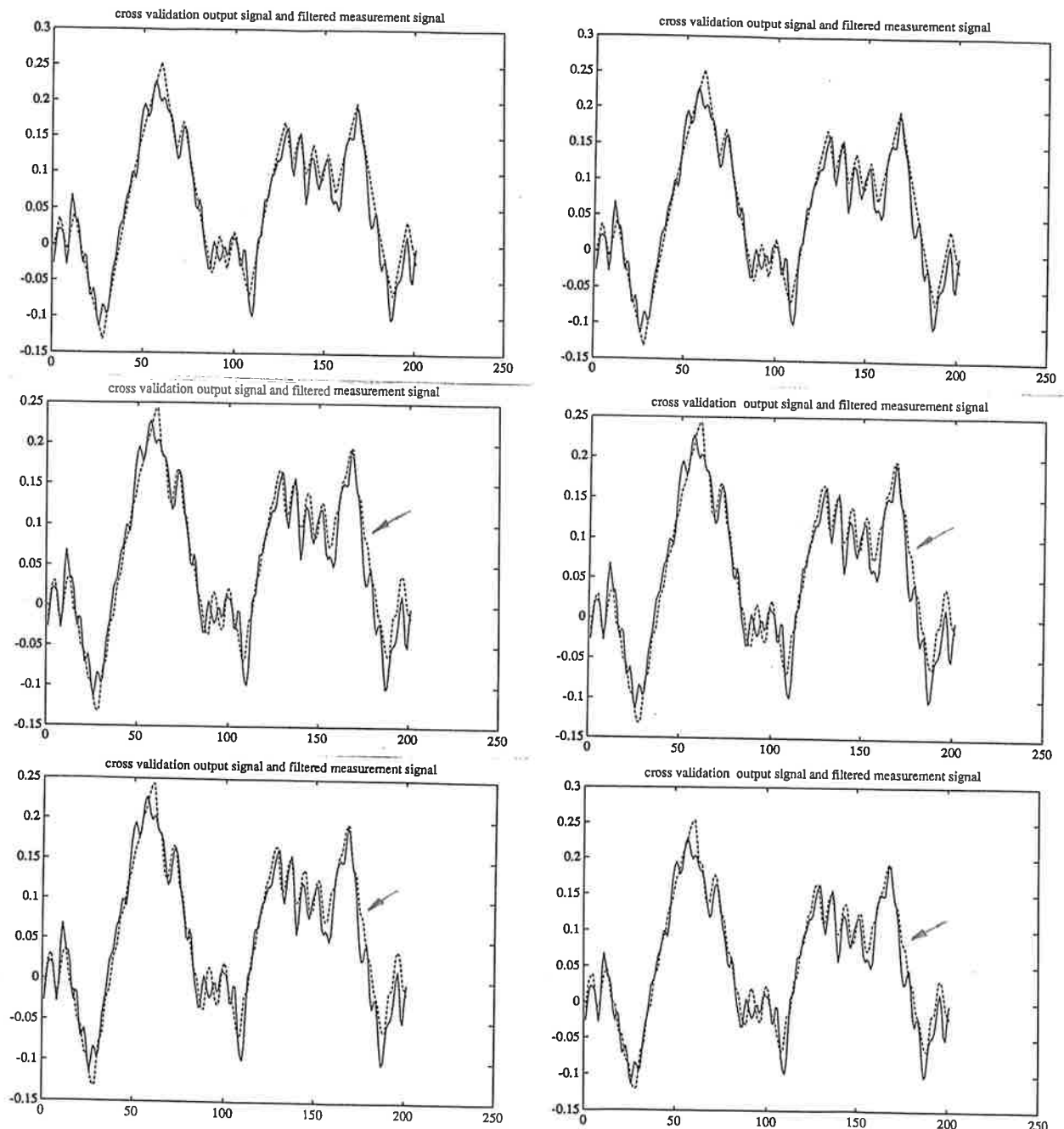
## 5 Validering

För att erhålla den modell som bäst beskriver den verkliga processen använder vi några olika tester. Det första är Akaikes FPE-test. Detta test liksom en jämförelse av förlustfunktionerna antyder att modellen bör vara av tredje eller fjärde ordningen. Detta styrks även av residualtester som visas i figur nedan. I figuren jämför vi andra t o m fjärde ordningens modell.



Figur 5.1 Auto- och kors-korrelationstest för ARMAX (vänster) och Box-Jenkins (höger) av ordning 2,3 och 4.

Som framgår av figuren är autokorrelationen i stort sett inom gränserna för samtliga av dessa modeller medan däremot för korskorrelationen endast tredje och fjärde ordningens modell uppfyller kraven. Vidare kontrollerar vi eventuell pol-nollställes utsläckning samt parametrarnas standardavvikelser. Härur kan vi avgöra om modellordningen är för stor. Slutligen testar vi modellerna med en annan dataserie, dvs korsvalidering. Se figur nedan.



Figur 5.2 Korsvalidering för ARMAX (vänster) och Box-Jenkins (höger) av ordning 2,3 och 4.

I detta test har vi jämfört modellens utsignal med den verkliga utsignalen filtrerad med fjärde ordningens butterworthfilter. Brytfrkvensen för filtret är 5 Hz. Vi ser skillnaderna mellan modellens utsignal och den verkliga för en given dataserie. Om man tittar noga kan man se antydningar till resonanssvängningar för ordningarna tre och fyra (se pilar i figuren). Dessa svängningar syns inte för ordning två. Jämför vi ordning tre och fyra finner vi inga större

Identifiering av klimatanläggning  
Projekt i Processidentifiering

Peter Fransson  
Torbjörn Olsson  
Jörgen Svensson

Handledare:  
Henrik Olsson

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
November 1991

## Contents

<b>1</b>	<b>Processbeskrivning</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Mätdatainsamling med <i>logger</i></b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Frekvensanalys</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Identifiering - Validering</b>	<b>3</b>
4.1	Identifiering av 90°-inställningen . . . . .	3
4.2	Identifiering av 180°-inställningen . . . . .	12
4.3	Identifiering av 0°-inställningen . . . . .	12
4.3.1	Balancerad reduktion av modell för 0°-inställningen . . . .	14
<b>5</b>	<b>Slutsatser</b>	<b>16</b>



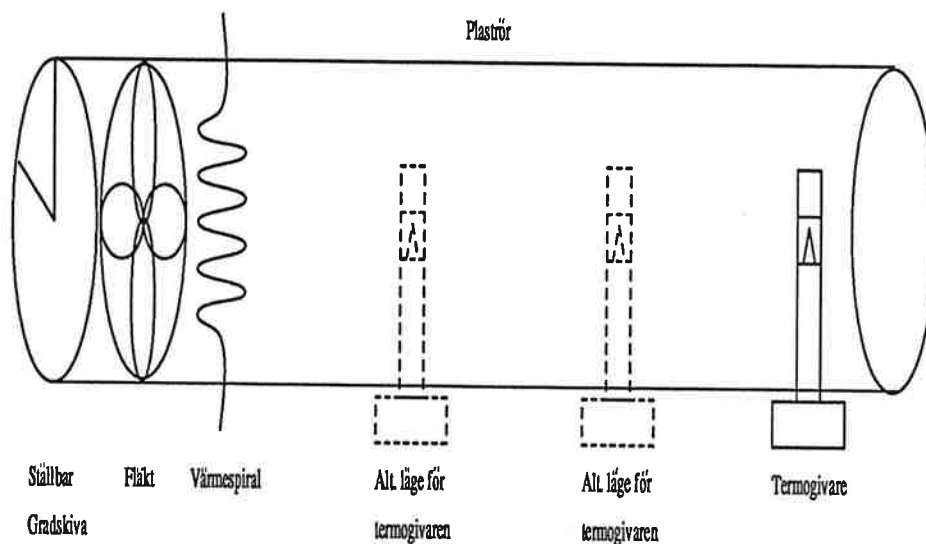


Figure 1: Schematisk skiss av processen.

## 1 Processbeskrivning

Processen som vi hade bestämt oss för att hitta en matematisk modell för kan kanske med visst fog kallas för en klimatanläggning, men naturligtvis en starkt förenklad sådan.

Klimatanläggningen består av ett 40 cm långt plaströr med en diameter på 6 cm. I ena änden av röret sitter en motordriven fläkt vars hastighet inte kunde ändras, således var den konstant under hela identifieringen. Framför fläkten, inuti röret finns ett värmeelement vars effekt kan regleras med en kontrollspänning 0-10V. Denna spänning var vår insignal till processen. I plaströret finns tre olika positioner där man kan placera en termogivare vars utspänning som är beroende av temperaturen där givaren befinner sig, används som utsignal från processen. För att begränsa projektets omfattning lät vi termogivaren vara placerad i positionen längst bort ifrån fläkten under hela identifieringen. Experimentbetingelserna kan ändras, genom att det finns ett luftinsug till fläkten format som en halv cirkelskiva. Luftintaget kan ställas steglöst i alla lägen från helt stängd ( $0^\circ$ ) till helt öppen ( $180^\circ$ ). Vi begränsade oss till tre olika lägen på luftintaget, helt stängd  $0^\circ$ , halvöppen  $90^\circ$  och helt öppen  $180^\circ$ . Vi hade alltså tre helt olika fall att identifiera.

## 2 Mätdatainsamling med *logger*

Vi bestämde oss genast för att ha två helt oberoende identifieringsmetoder för att kunna se om vi var på rätt väg då vi byggde våra modeller. Våra slutsatser angående systemet skulle dessutom bli tillförlitligare om vi kunde stödja oss på två helt olika identifieringsmetoder. Sunt förnuft och enkla mätningar sade oss att det borde finnas en tidskonstant i värmeelementet. Det tar tid innan en ökad inspanning resulterar i ökad temperatur hos värmeelementet. Vidare borde det finnas en tidskonstant i termogivaren på samma sätt som för värmeelementet. Slutligen finns det en fördröjning i systemet som utgörs av transporttiden för luften från värmeelementet till termogivaren. För att samla in information om

processen använde vi programmet *logger* som kördes på en IBM PC-AT kopplad till processen. Programmet samplar insignal och utsignal till processen. Som insignal använder *logger* en PRBS-signal vars amplitud och medelvärde båda sattes till 4V inledningsvis. Samplingstiden valdes till 100ms, antalet samples per cykel sattes till 5. Med antalet samples per cykel menar vi antalet sampelintervall mellan två uppdateringar av PRBS-signalen. Vi tog 2000 mätvärden per mätserie. Vi tog 2 mätserier för varje inställning på luftintaget för att kunna utföra korsvalidering. Totalt tog vi alltså 6 mätserier. En första kontroll av våra mätserier gav vid handen att vi hade varit alltför optimistiska beträffande hur mycket vi kunde styra ut insignalen till processen. Med våra inställningar i *logger* pendlade insignalen mellan 0 och 8 Volt, vilket var att ta i, ty processen var ej linjär i detta område. Vi beslöt oss omgående för att göra om hela datainsamlingen. Denna gång ville vi vara säkra på att få tillförlitliga mätdata, så för att komma i rätt mätområde använde vi frekvensanalysatorn för att skicka in en sinusvåg i systemet. Genom att långsamt vrida upp amplituden på frekvensanalysatorn tills utsignalen ej längre var en sinusvåg fick vi en uppfattning om var systemet mättade. De slutliga inställningarna som användes i *logger* för att samla in mätvärden var

- Amplitud = 2V
- Medelvärde = 4.2V
- Sampeltid = 100ms
- Antal samples per cykel = 5
- Antal mätvärden = 2000

Nu hade vi 2 mätserier med 2000 mätvärden vardera för varje inställning av luftintaget, totalt 12000 mätvärden att använda i identifieringen av klimat-anläggningen.

### 3 Frekvensanalys

Frekvensanalysen på vår process utfördes med en *Solatron Instruments 1250 Frequency Response Analyser*. Följande inställningar användes

- Amplitud = 2V
- Medelvärde = 4V
- $f_{min} = 0.01$  Hz
- $f_{max} = 10$  Hz
- Log increment = 15 steg/dekad
- Integrationstid = 10s
- Fördröjning = 5s

Vi gjorde frekvensanalysen på endast den halvöppna 90°-inställningen på luftintaget. Analysen spänner således över tre dekad, från 10mHz till 10Hz. Totalt gav frekvensanalysen 45 mätvärden, vars resultat visas i figur 2.

Ur frekvensanalysen kunde vi få en uppfattning om systemets snabbhet och ordning för 90°-inställningen.

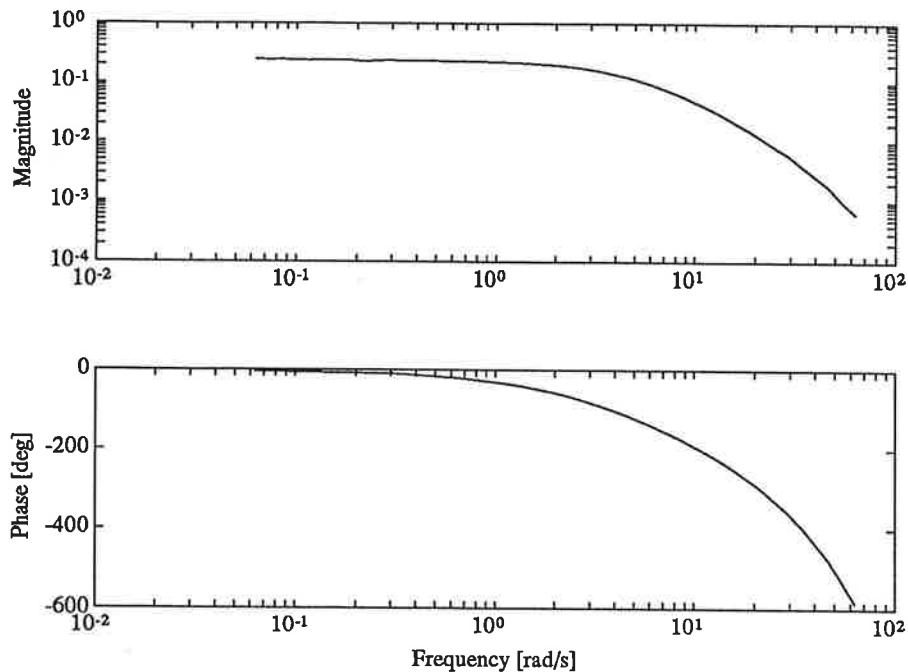


Figure 2: Bodediagram från frekvensanalysen

## 4 Identifiering - Validering

Vi startade med att subtrahera ifrån medelvärdet på all data, följt av trendeliminering. Som nästan alltid är fallet vid identifiering så blev det en iterativ process med identifiering, simulering och validering som ledde oss fram till en i någon bemärkelse bra modell. Vi skall försöka beskriva denna process här. Genomgående i identifieringen har vi försökt anpassa *ARMAX*-modeller till mätdata. *ARMAX* definieras som

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - nk) + C(q)e(t)$$

$A(q)$ ,  $B(q)$  och  $C(q)$  skrivs som

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_A}q^{-n_A}$$

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{n_B}q^{-n_B+1}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_C}q^{-n_C}$$

Det gäller att bestämma parametervektorn

$$(a_1 \dots a_{n_A} \ b_1 \dots b_{n_B} \ c_1 \dots c_{n_C})^T$$

### 4.1 Identifiering av 90°-inställningen

Vi startade identifieringen med 90°-inställningen för vilken vi också hade frekvensanalysen att stödja oss på. Vår första modellansats gjordes med stora polynom,  $n_A$  sattes till 4,  $n_B$  till 8,  $n_C$  till 4 samt  $k=0$ . Detta för att vi skulle kunna få

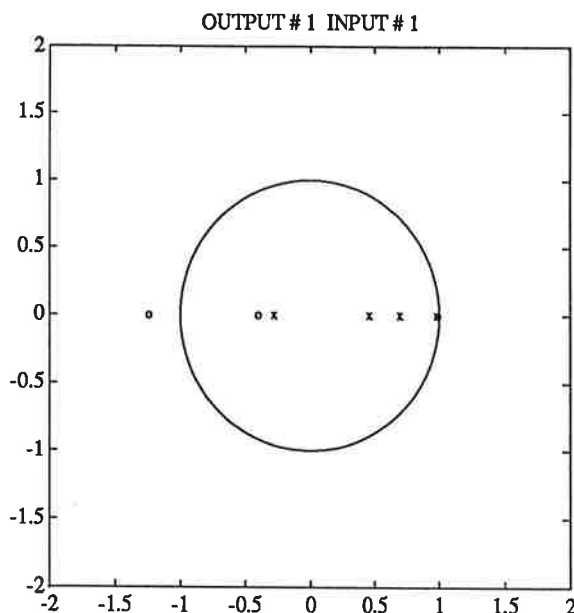


Figure 3: Pol-nollställe diagram for  $n_A = 4$ ,  $n_B = 4$ ,  $n_C = 2$  och  $k=2$

en uppfattning om hur stort  $k$ , dvs. fördröjningen skulle vara. Resultatet blev polynomen ( $q$ -operatoren är utelämnad)

$$A(q) = (1.00 \quad -1.24 \quad -0.51 \quad 1.05 \quad -0.30)$$

$$B(q) = (0.00 \quad -0.00 \quad 0.02 \quad 0.02 \quad -0.02 \quad -0.02 \quad -0.002 \quad 0.0006)$$

$$C(q) = (1.0000 \quad -0.7692 \quad -0.6564 \quad 0.6160 \quad -0.1499)$$

De två första koefficienterna i  $B$ -polynomet är noll, därav provade vi med att sätta  $k=2$ . De två sista koefficienterna i  $B$ -polynomet är också nästan lika med noll. Nu provade vi med en ny *ARMAX*-modell med  $n_A = 4$ ,  $n_B = 4$ ,  $n_C = 2$  och  $k=2$ . Denna ansats gav de poler och nollställen som visas i figur 3 ( $C$ -polynomets nollställen visas ej).

I figur 3 ser man att ett pol-nollställe förkortas bort, dock ligger pol-nollstället nära enhetscirkeln, men då våra undersökningar tyder på att det går att förkorta bort, provade vi med att använda en modell av lägre ordning. Vi provade med  $n_A = n_B = 3$  och  $n_C = 2$  samt  $k = 2$  som tidigare. Denna modell gav poler och nollställen som visas i figur 4.

Figur 4 visar ett komplext polpar som vi tycker oss inte kunna hitta någon fysikalisk förklaring till. Om man resonerar i frekvensplanet kring konfigurationen av ett nollställe omgärdat av tre poler som figur 4 visar så kommer inte nollstället att bidra särskilt mycket till modellens frekvensuppförande. Med anledning av dessa resonemang tyckte vi det kunde vara av intresse att prova med  $n_B = n_A = 2$ . I figur 5 visas dess pol-nollställe diagram.

Denna modell verkar vara hyfsad men vi provar att variera polynomstorleken något. Vi redovisar tre närliggande modeller, vi kallar dem här 1,2 och 3. I tabellen finns redovisat vilka polynomstorlekar som har använts.

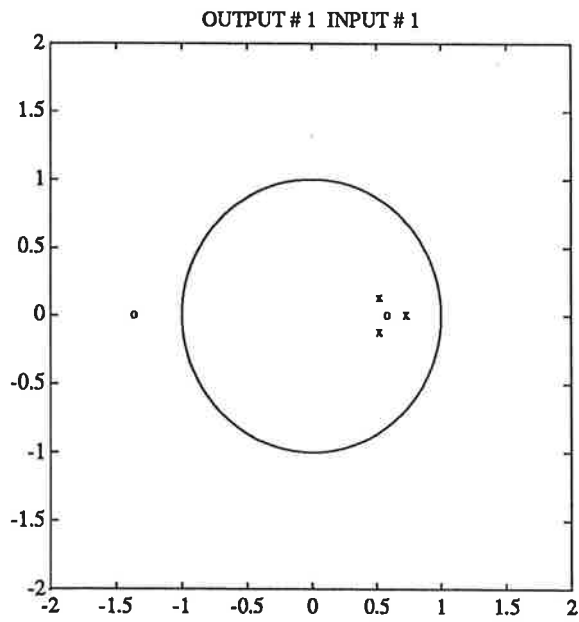


Figure 4: Pol-nollställe diagram for  $n_A = 3$ ,  $n_B = 3$ ,  $n_C = 2$  och  $k=2$

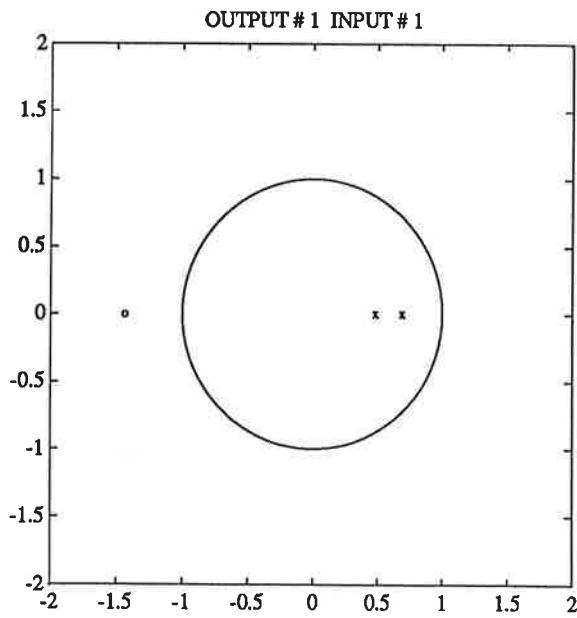


Figure 5: Pol-nollställe diagram for  $n_A = n_B = n_C = 2$  och  $k=2$

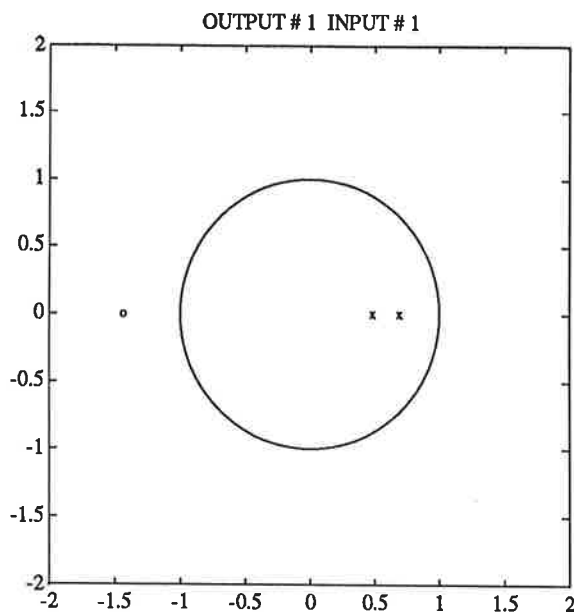


Figure 6: Pol-nollställe diagram för  $n_A = n_B = n_C = 2$  och  $k=2$

Modell	$n_A$	$n_B$	$n_C$	$k$
1	2	2	2	2
2	3	2	2	2
3	2	2	1	2

För att få en överskådligare bild över modellerna presenterar vi deras pol-nollställe diagram i figur 6, 7 och 8.

Vi började med att ta fram korsvalidering mellan modell och data som inte använts i identifieringen. Figur 9, 10 och 11 visar resultatet för respektive modell.

Alla modellerna uppvisar god överensstämmelse vid korsvalidering. I nästa steg tittade vi på deras uppförande i frekvensplanet och vi kunde jämföra med Bodediagram från frekvensanalysen. I figur 12, 13 och 14 finns estimatet av modellernas frekvensfunktion utritat och som jämförelse finns resultatet från frekvensanalysen inlagt i samma figurer.

Inga markanta skillnader i frekvensuppförande för de olika modellerna finns, vi tog slutligen och undersökte autokorrelationen för residualerna och korskorrelationen mellan residualerna och insignal, se figur 15, 16 och 17.

En konstant nivå kan observeras i autokorrelationen för samtliga modeller, därav skulle man kunna tro att vi har missat någon "likspänning" i systemet, men då vi vet med oss att så inte är fallet, så måste finnas någon annan förklaring. Prediktions felet för modellerna innehöll en långsam trend. En förklaring till den konstanta nivån kan vara att vi inte lyckats fånga denna långsamma trend i modellerna eller uttryckt på annat sätt, systemet är inte helt tidsinvariant. I övrigt så tycker vi att skillnaden mellan de olika modellerna är så liten att vi ansåg det vara motiverat att välja den enklaste av dem, alltså modell 3, som har utseendet

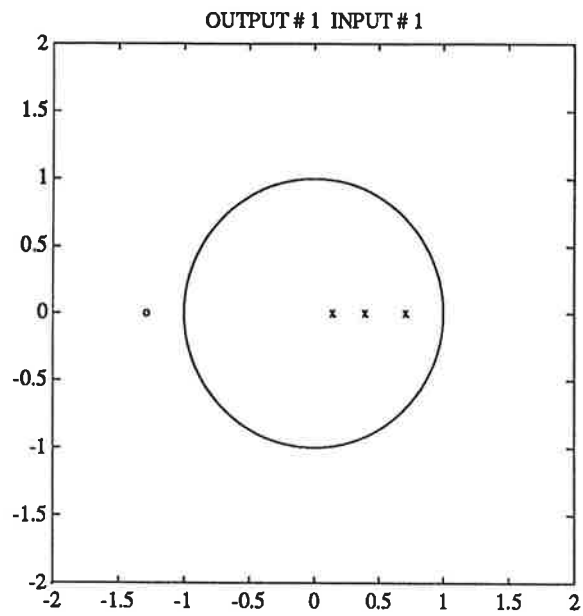


Figure 7: Pol-nollställe diagram för  $n_A = 3$ ,  $n_B = n_C = 2$  och  $k=2$

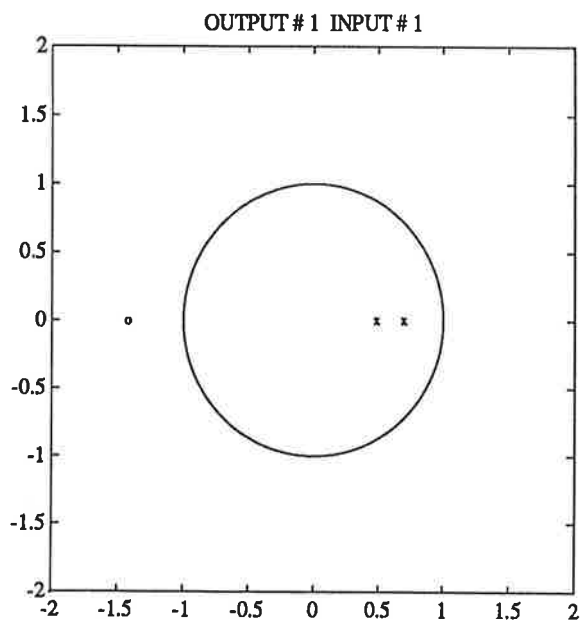


Figure 8: Pol-nollställe diagram för  $n_A = n_B = 2$ ,  $n_C = 1$  och  $k=2$

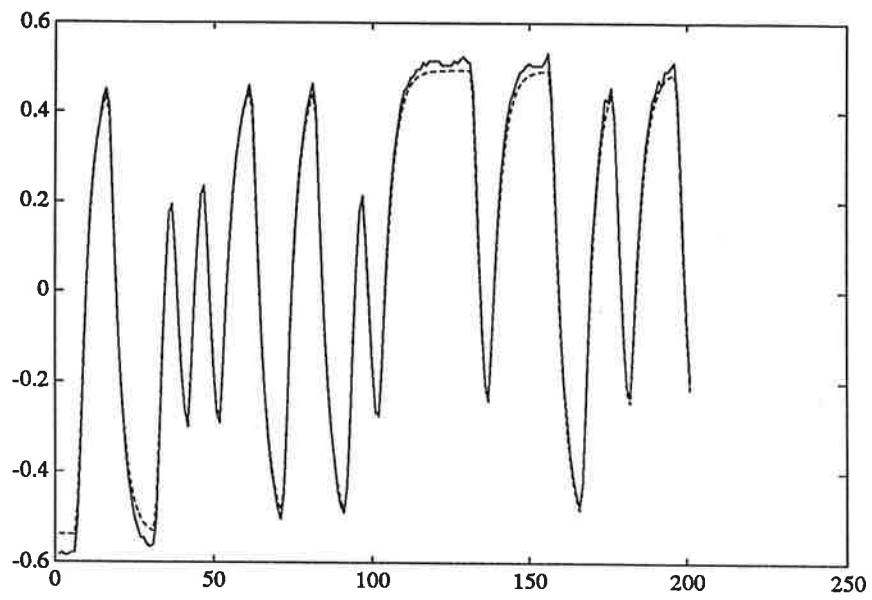


Figure 9: Korsvalidering för modell 1

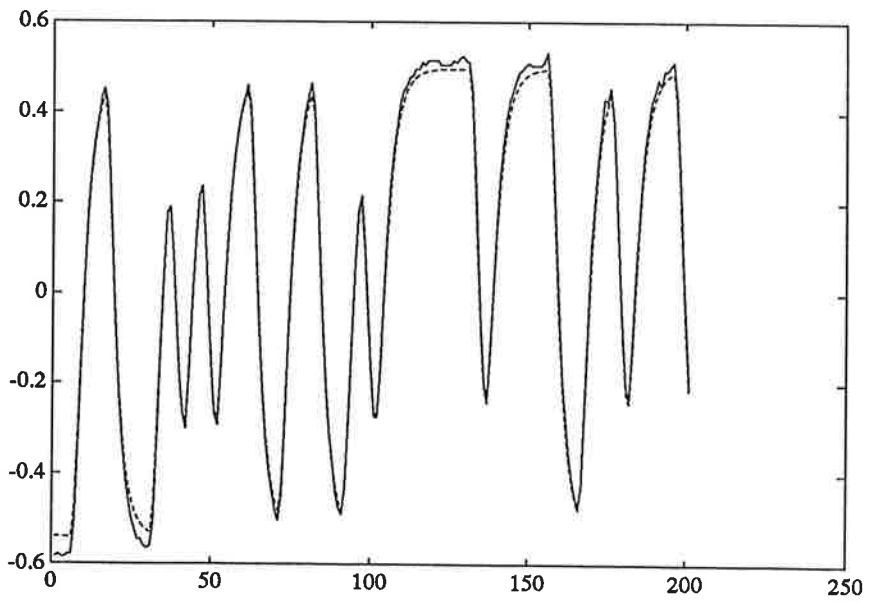


Figure 10: Korsvalidering för modell 2



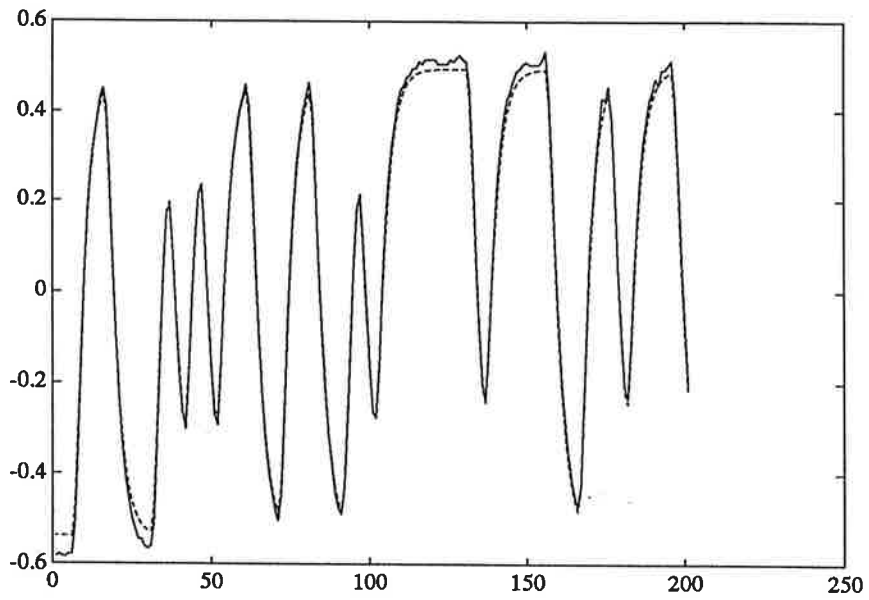


Figure 11: Korsvalidering för modell 3

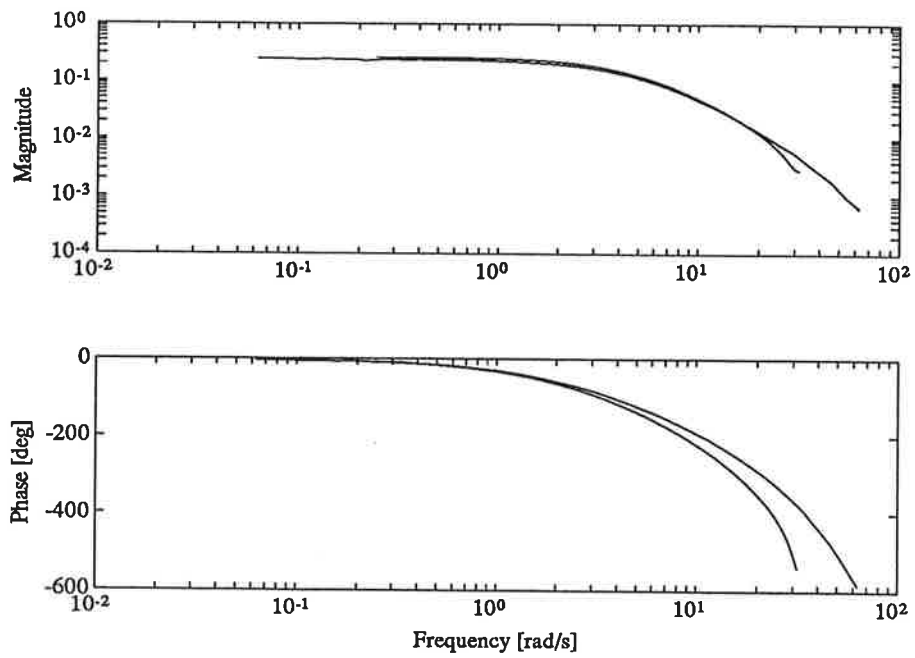


Figure 12: Jämförelse mellan frekvensanalysen och modell 1

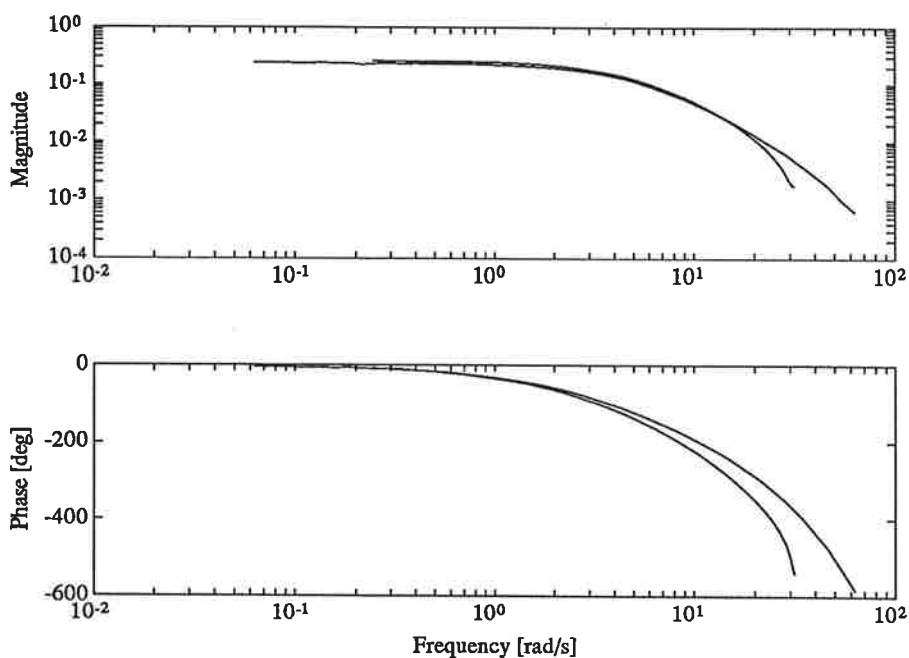


Figure 13: Jämförelse mellan frekvensanalysen och modell 2

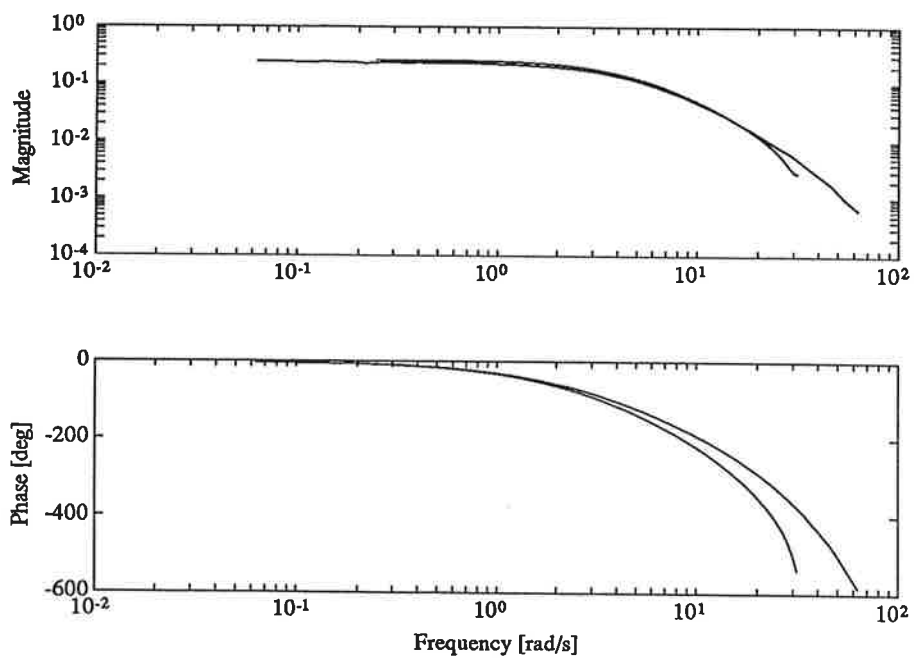


Figure 14: Jämförelse mellan frekvensanalysen och modell 3

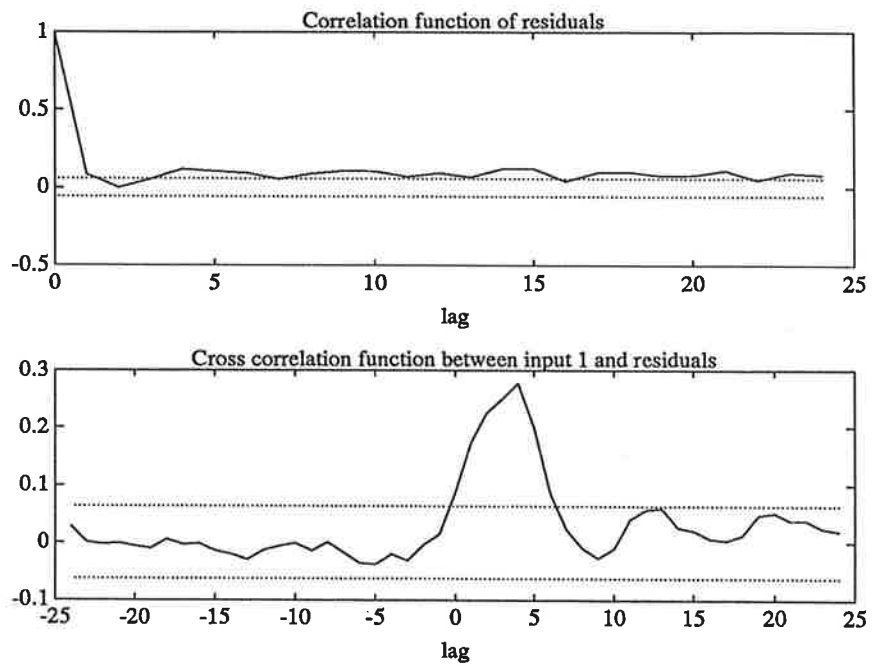


Figure 15: Residualer för modell 1

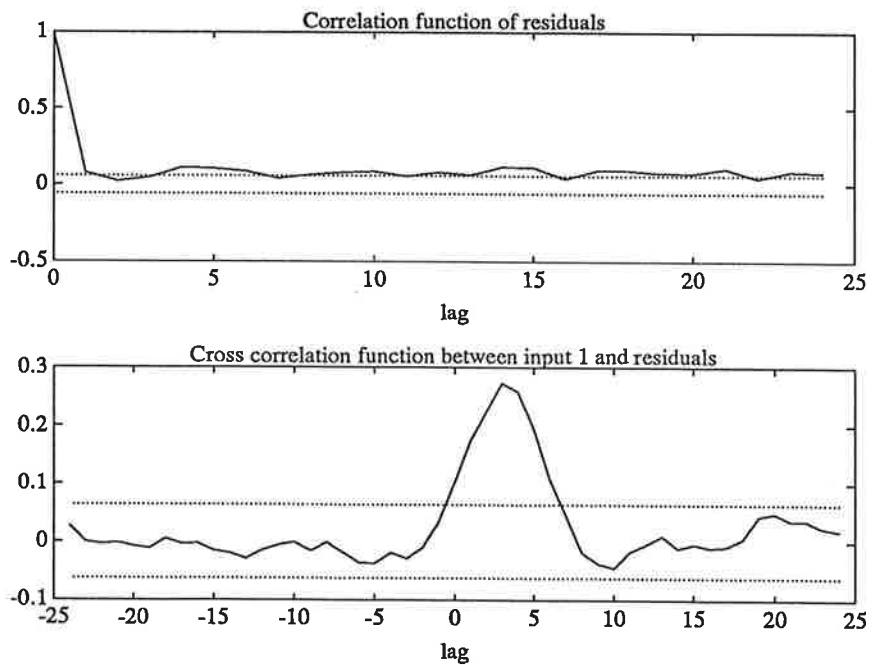


Figure 16: Residualer för modell 2

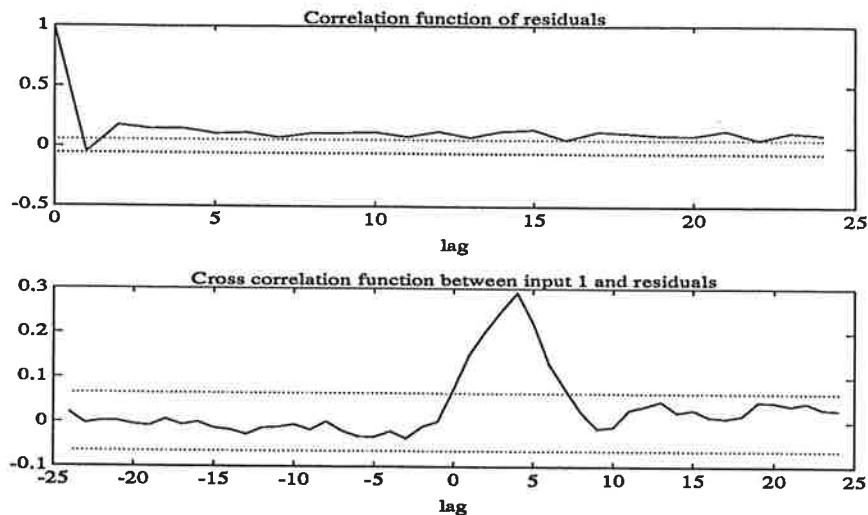


Figure 17: Residualer för modell 3

$$y(t) = \frac{0.0169 + 0.0240q^{-1}}{1 - 1.1765q^{-1} + 0.3348q^{-2}}u(t-2) + \frac{1 - 0.4527q^{-1}}{1 - 1.1765q^{-1} + 0.3348q^{-2}}e(t)$$

Därmed tyckte vi oss ha tagit fram en godtagbar modell för 90°-inställningen på luftintaget.

## 4.2 Identifiering av 180°-inställningen

Vi hade nu lagt upp identifieringstrategin och gick vidare till en helt ny process, nämligen den när vi hade ändrat luftintaget till fläkten till att vara helt öppen, vilken vi har kallat för 180°-inställningen. Vi provade även här inledningsvis med en *ARMAX*-modell med stora polynom enligt metodiken som har beskrivits tidigare. Det visade sig att även här behövdes det en fördröjning med  $k=2$ . *ARMAX*-modellen med  $n_A = n_B = 2$ ,  $n_C = 1$  och  $k=2$  visade mycket bra överensstämmelse med mätdata. Figur 18 modellens pol-nollställediagram.

Resultatet av korsvalidering ges i figur 19.

Vidare visas i figur 20 residualerna för modellen. Vi var nöjda med modellens prestanda som ges av

$$y(t) = \frac{0.0266 + 0.0133q^{-1}}{1 - 1.0632q^{-1} + 0.2598q^{-2}}u(t-2) + \frac{1 - 0.4655q^{-1}}{1 - 1.0632q^{-1} + 0.2598q^{-2}}e(t)$$

## 4.3 Identifiering av 0°-inställningen

Nu återstod endast det sista fallet med luftintaget (nästan) helt stängt, 0°-inställningen. Vi angrep identifieringsproblemet på ett nu välbekant sätt med stora polynom. Ansatsen sade oss att vi skulle ha ett betydligt större värde på fördröjningen  $k$ , vilket i och för sig inte var oväntat ty ett stängt luftintag medför sämre luftgenomströmning som i sin tur innebär en större tidsfördröjning för

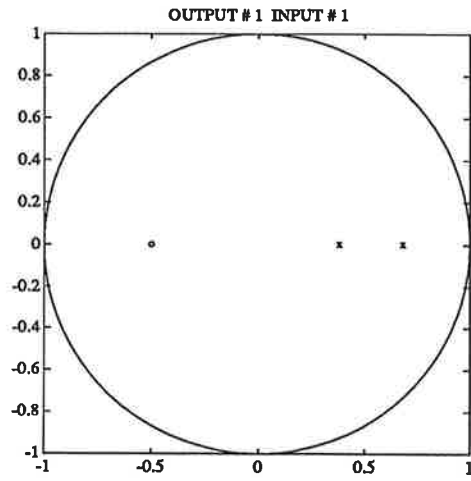


Figure 18: Pol-nollställe diagram för  $n_A = n_B = 2$ ,  $n_C = 1$  och  $k=2$

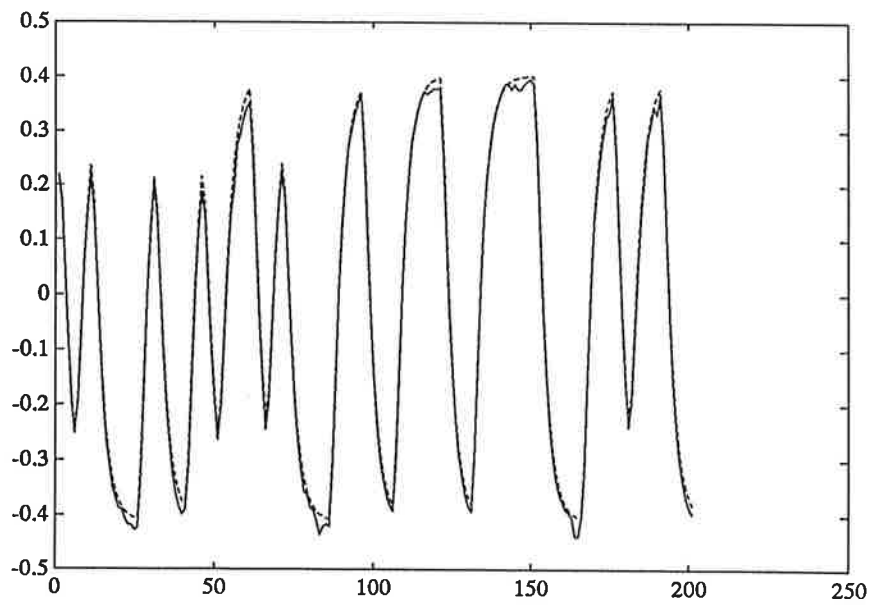


Figure 19: Korsvalidering för  $n_A = n_B = 2$ ,  $n_C = 1$  och  $k=2$

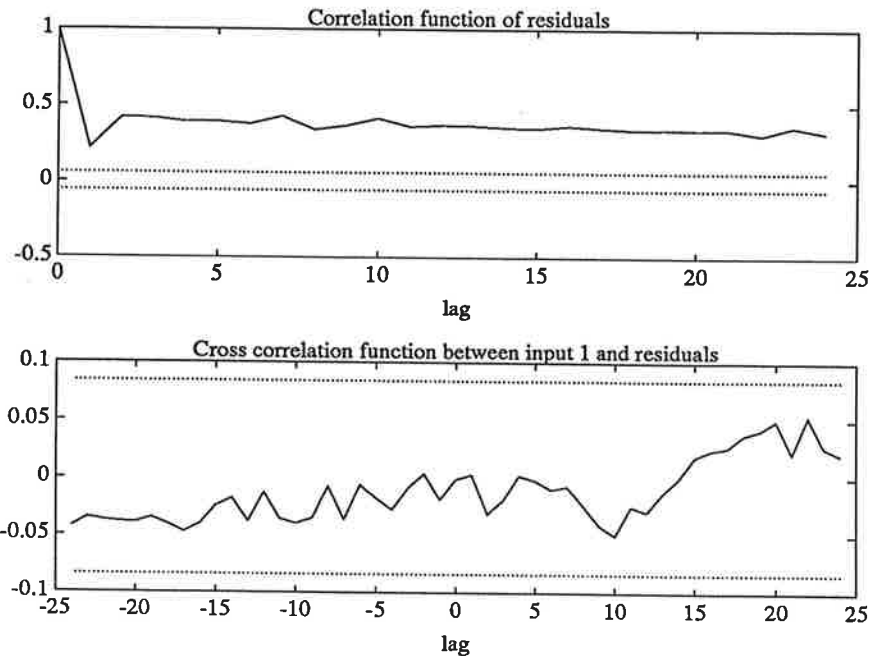


Figure 20: Residualer för  $n_A = 2$ ,  $n_B = 2$ ,  $n_C = 1$  och  $k=2$

luften att ta sig fram till termogivaren. En bra *ARMAX*-modell visade sig vara den med  $n_A = n_B = 3$ ,  $n_C = 2$  och  $k=4$ . Modellens pol-nolställediagram ges av figur 21.

När vi provade *ARMAX*-modeller med lägre ordning på polynomen fick vi komplexa poler, vilket inte var önskvärt, ty enligt vår mening finns det ingen fysikalisk motivering till att processen skulle ha komplexa poler. Högre ordning på polynomen gav ingen nämnvärd förbättring. Korsvalidering gav resultatet som visas i figur 22.

Slutligen ges residualerna av figur 23.

Fenomenet med en "likspänning" i autokorrelation som finns i de två andra processerna syns det här ingenting av. För  $90^\circ$ -inställningen blev vi tvingade att ta till en något mera komplex modell som ges av

$$y(t) = \frac{0.0111 + 0.0295q^{-1} + 0.0099q^{-2}}{1 - 1.6003q^{-1} + 0.7879q^{-2} - 0.1156q^{-3}}u(t-4) + \frac{1 - 0.4563q^{-1} + 0.0725q^{-2}}{1 - 1.6003q^{-1} + 0.7879q^{-2} - 0.1156q^{-3}}e(t)$$

vilken gav en god överensstämmelse med mätdata.

#### 4.3.1 Balancerad reduktion av modell för $0^\circ$ -inställningen

Vi var dock inte nöjda med ordningen på modellen som givits ovan, så vi provade att se om det gick att få fram en mindre modell med hjälp av balancerad re-

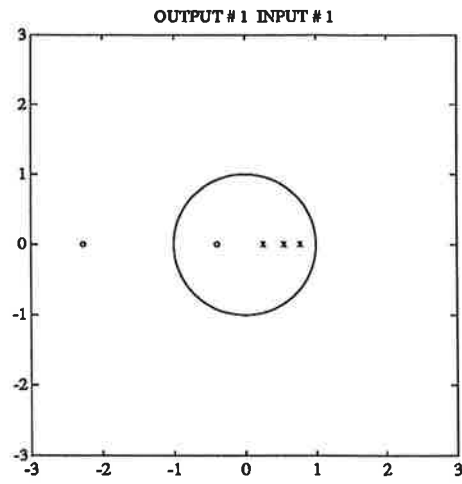


Figure 21: Pol-nollställe diagram för  $n_A = n_B = 3$ ,  $n_C = 2$  och  $k=4$ .

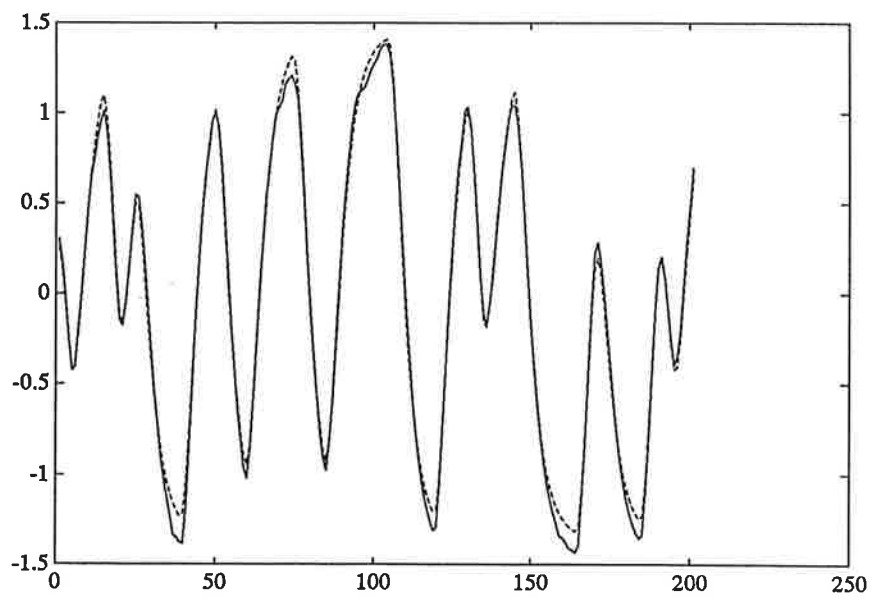


Figure 22: Korsvalidering för  $n_A = n_B = 3$ ,  $n_C = 2$  och  $k=4$ .

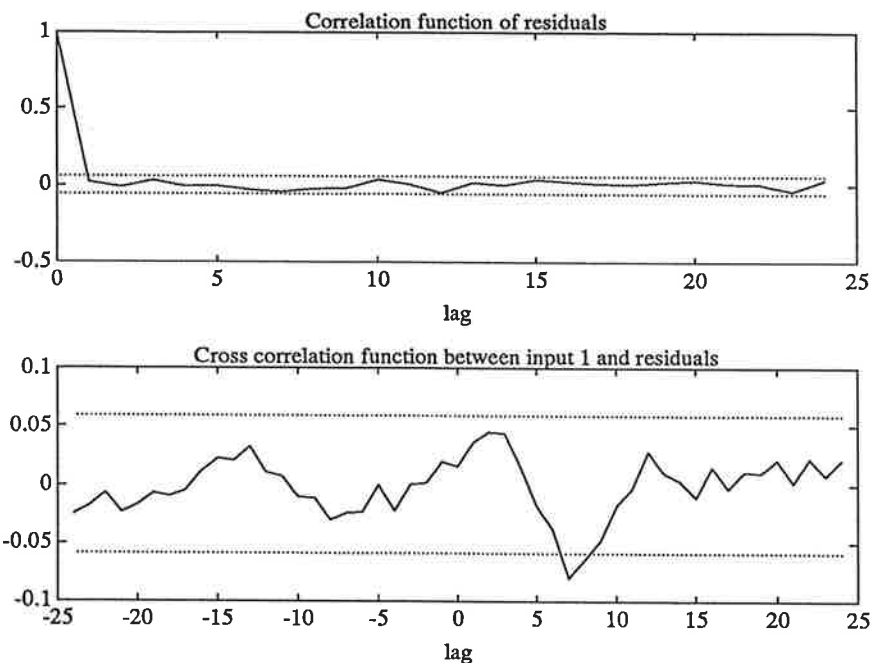


Figure 23: Residualer för  $n_A = n_B = 3$ ,  $n_C = 2$  och  $k=4$ .

duktion. Gramianen hade utseendet

$$\begin{pmatrix} 0.4233 & 0.0736 & 0.0022 \end{pmatrix}^T$$

Det verkade således tryggt att reducera modellen till av ordning 2. Den balancerade modellen fick utseendet

$$y(t) = \frac{0.0117 + 0.0289q^{-1} + 0.0226q^{-2}}{1 - 1.3730q^{-1} + 0.4631q^{-2}} u(t-4)$$

I figur 24 visas resultatet av korsvalidering för den balancerade modellen och den verkar klara av att följa mätdata lika väl som den ursprungliga modellen. Således väljer vi den enklare modellen för 0°-inställningen.

## 5 Slutsatser

Processen identifierade vi med tre olika inställningar på insuget:

- Fullt öppet - 180°-inställning.
- Halvt öppet - 90°-inställning.
- Näst intill stängt - 0°-inställning.

Till dessa tre processer fick vi nedanstående polynom:

$$y(t) = \frac{0.0266 + 0.0133q^{-1}}{1 - 1.0632q^{-1} + 0.2598q^{-2}} u(t-2) +$$



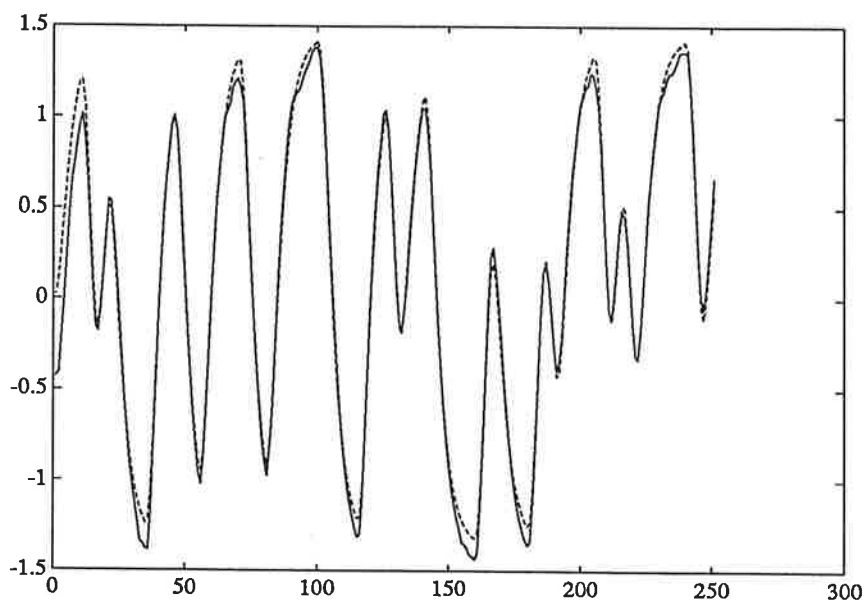


Figure 24: Korsvalidering för den reducerade modellen

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1 - 0.4655q^{-1}}{1 - 1.0632q^{-1} + 0.2598q^{-2}} e(t) \\
 y(t) &= \frac{0.0169 + 0.0240q^{-1}}{1 - 1.1765q^{-1} + 0.3348q^{-2}} u(t - 2) + \\
 & + \frac{1 - 0.4527q^{-1}}{1 - 1.1765q^{-1} + 0.3348q^{-2}} e(t) \\
 y(t) &= \frac{0.0117 + 0.0289q^{-1} + 0.0226q^{-2}}{1 - 1.3730q^{-1} + 0.4631q^{-2}} u(t - 4)
 \end{aligned}$$

Om man överför modellernas poler till kontinuerlig tid så får vi en uppfattning om hur systemets tidskonstanter ändras med olika inställningar på luftintaget.

Figur 25 visar polernas läge för de olika modellerna. Cirkel motsvarar 180°-inställningen, triangel är 90°-inställningen och kryss motsvarar 0°-inställningen. Vi ger nedan i tabellen polernas numeriska värden samt den statiska förstärkningen för respektive inställning.

Process	Pol 1	Pol 2	K
0°	0.7767	0.5963	0.7014
90°	0.6943	0.4822	0.2584
180°	0.6826	0.3806	0.2030

Att den statiska förstärkningen ökar markant för 180°-inställningen stämmer väl med vår teori om att när luftintaget är helt stängt så stannar luften kvar längre i röret. Luften i röret värms då upp mer, vilket får till följd att givaren

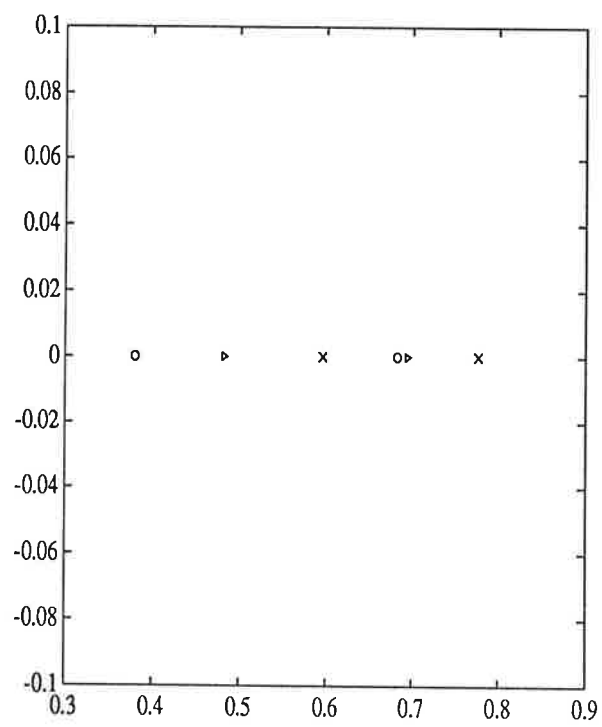


Figure 25: Polernas läge för de olika processerna

värms upp mer än när luftintaget är öppet eller halvöppet. Vi får en kraftig ökning av den statiska förstärkningen. Ur tabellen kan man också se att pol 2 blir långsammare ju större luftintag vi har till fläkten.



# Process med remdrift

Projekt i Processidentifiering

Greg Johnstone, specialstuderande

Handledare: Henrik Olsson  
Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola

Dec 1991

*Den här rapporten beskriver utförandet och resultaten av ett projekt som gjordes i samband med kursen Processidentifiering. Uppgiften under projektet var att bygga en modell och skatta parametrar för en verklig process.*

*Jag skulle vilja tacka Rolf Johansson för en mycket intressant kurs, och Henrik Olsson för hans hjälp och tålamod.*

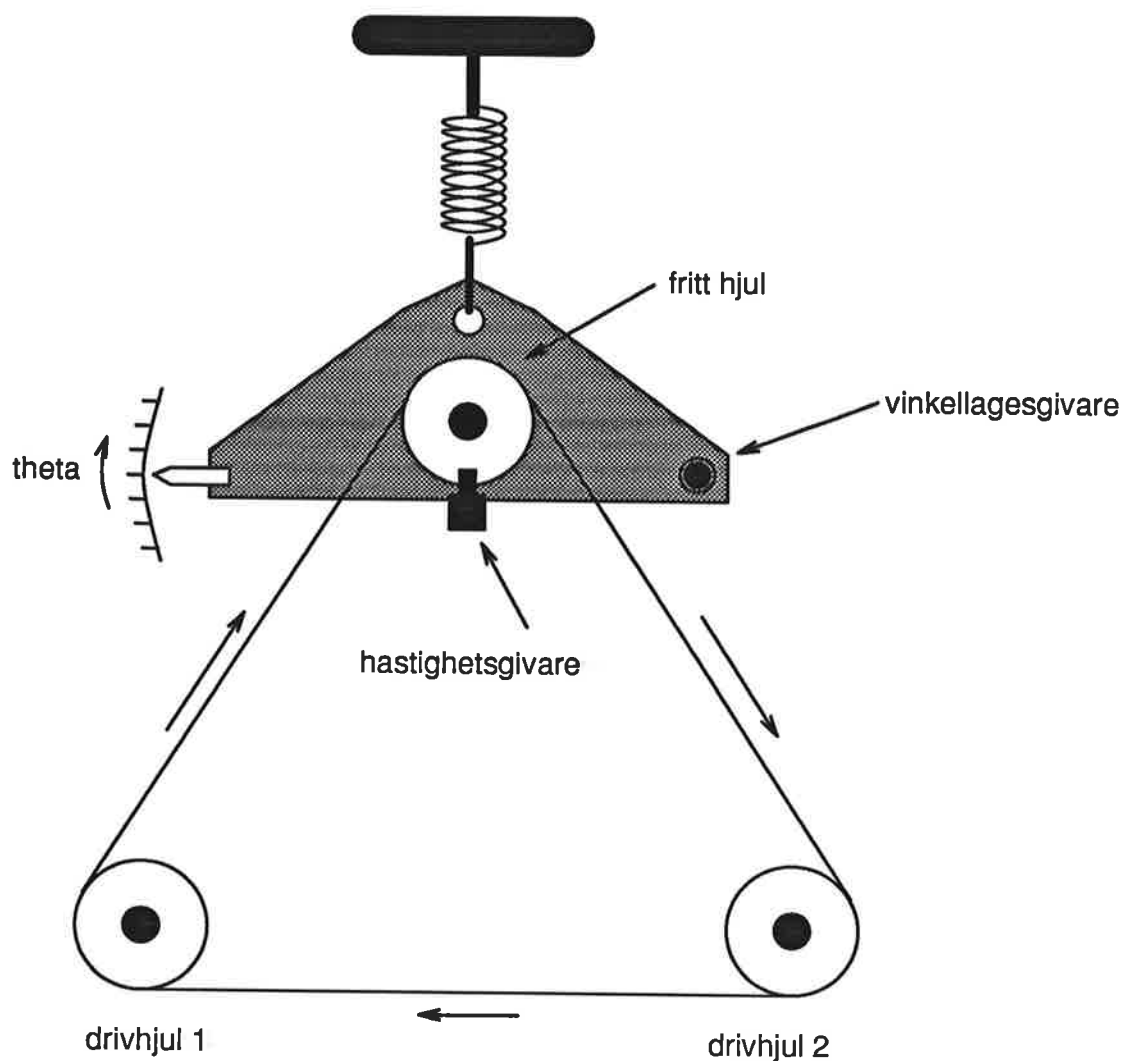


# Innehåll

<b>1</b>	<b>Processen</b>	<b>1</b>
1.1	Hur vi tror den fungerar . . . . .	2
1.2	Modellbygge . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Experiment</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Identifiering</b>	<b>8</b>
3.1	Principen . . . . .	8
3.2	Filtrering . . . . .	8
3.3	Att skatta parametrarna . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Validering</b>	<b>11</b>
4.1	Förlustfunktioner . . . . .	12
4.2	Simulering . . . . .	12
4.3	Bode-diagram . . . . .	14
4.4	Residualerna . . . . .	16
4.5	En tillbakablick . . . . .	17
4.6	Den slutliga modellen . . . . .	19
<b>5</b>	<b>Referenser</b>	<b>19</b>







Figur 1: Processen.

## 1 Processen

Det första steg som bör göras under identifiering av en process har inte att göra med Bodediagram, modellekvationer, eller förlustfunktioner, i stället handlar det om kvalitativ observation av den aktuella processen för att svara på frågorna: Vad är det för process och hur beter den sig? Vidare kan man fråga sig vad den har för in- och utsignaler och vilka begränsningar den har.

Först efter ovanstående observation kan ett experiment planeras och rimliga val av olika experimentparametrar göras. Dessutom kan man få fram förväntad form för den slutliga processmodellen och eventuellt vissa polers läge.

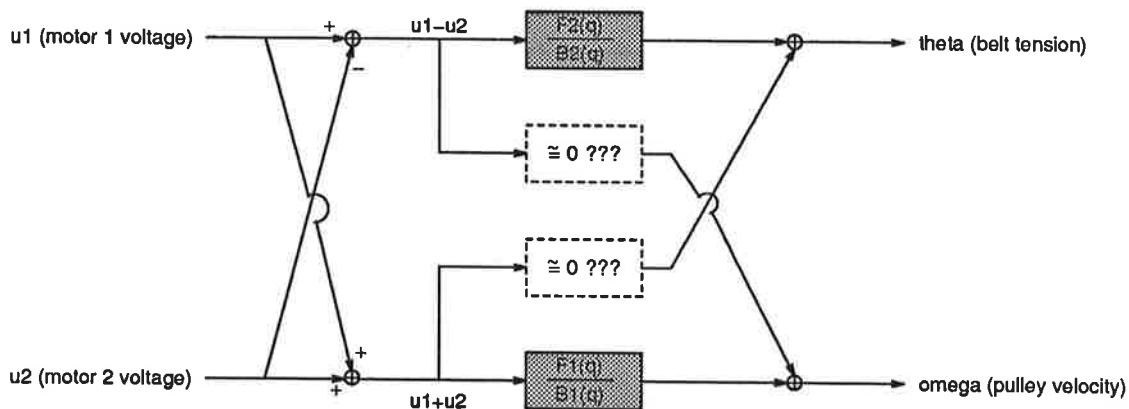
Den här rapporten beskriver en undersökning av en huvudsakligen mekanisk process som visas i figur 1. Den består av tre hjul, varav två är fasta och kopplade till var sin elmotor och ett

är upphängt via en fjäder. En gummirem är spänd runt alla tre hjul så att det tredje (fria) roterar när de två drivhjul roterar. Två stycken givare mäter det fria hjulets axelposition  $\theta$  resp hjulets rotationshastighet  $\omega$ .

Positionsmätningen utförs egentligen av en vinkellägesgivare, men i det aktuella arbetsområdet kan vinkelläget  $\theta$  betraktas som proportionellt mot den linjära positionen. Det finns alltså två insignaler  $u_1$  och  $u_2$  (matningsspänning hos motorerna) och två utsignaler  $\omega$  och  $\theta$  (rotationshastighet och axelposition). Det finns också möjlighet att mäta hastighet hos båda drivhjul,  $\omega_1$  resp  $\omega_2$ .

## 1.1 Hur vi tror den fungerar

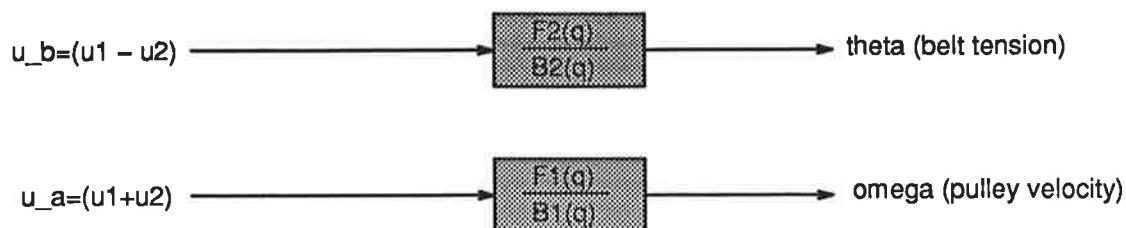
Tänker man efter så anar man att det måste finnas något samband mellan  $\omega$  och medelvärdet av  $\omega_1$  och  $\omega_2$ . Ju snabbare drivhjul snurrar runt, desto snabbare måste mätthjulet snurra. Om drivhjul har olika hastigheter och om vi glömmer dynamiska egenskaper, så borde mätthjulets hastighet vara medelvärdet av  $\omega_1$  och  $\omega_2$ . Det går inte att försumma processens dynamiska egenskaper, men ett starkt samband mellan  $\omega$  och  $(\omega_1 + \omega_2)$  kan rimligen väntas i alla fall.



Figur 2: Blockschema för systemet. Länkarna  $(u_1 + u_2) \rightarrow \omega$  och  $(u_1 - u_2) \rightarrow \theta$  förmodas vara betydelsefulla. Däremot förväntas korslänkarna  $(u_1 + u_2) \rightarrow \theta$  och  $(u_1 - u_2) \rightarrow \omega$  vara ganska ointressanta.

På samma sätt kan man observera att det bör finnas ett samband mellan  $\theta$  och  $(\omega_1 - \omega_2)$ . Om drivhjul 2 roterar fortare än drivhjul 1 så spänns gummibandet hårdare och mätthjulet dras ner. Och om  $(\omega_1 + \omega_2)$  resp  $(\omega_1 - \omega_2)$  är funktioner av  $(u_1 + u_2)$  resp  $(u_1 - u_2)$  så kan  $\omega$  betraktas som funktion av  $(u_1 + u_2)$  och  $\theta$  som funktion av  $(u_1 - u_2)$ .

I figur 2 finns ett blockschema som visar hur processen kan betraktas signalmässigt. Enligt ovan väntas de funktioner som representeras av skuggade rutor vara viktiga medan de streckade rutorna representerar de funktioner som väntas vara mindre viktiga. Processen är alltså ett Multiple Input, Multiple Output (MIMO) system vars in-/utsignal förhållanden verkar mycket speciella. En tänkbar förenkling av signalmodellen är alltså att betrakta den som två olika Single Input, Single Output (SISO) processer, se figur 3.



Figur 3: Förenkad signalmodell. "Korslänkarna" har tagits bort, så att maskinen betraktas som två olika SISO processer.

## 1.2 Modellbygge

I det här avsnittet beräknas, från fysiska grundlagar, vad processens överföringsfunktioner teoretiskt sett bör vara. Vi börjar med axelpositionen  $\theta$ . Vi antar att, som ovan,  $\theta$  är proportionell mot den linjära position av mät hjulets axel. Vidare antar vi att fjädern och drivremmen fungerar tillsammans som *ett* fjädersystem med en massa. Vi erhåller då följande samband:

$$\ddot{\theta}(t) + 2\omega_0\zeta\dot{\theta}(t) + \omega_0^2\theta(t) = -f(t) \quad (1)$$

där

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}, \quad \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt},$$

och där  $\omega_0$  är fjädersystemets egenfrekvens,  $\zeta$  dess dämpning, och  $f(t)$  remmens kraft neråt på mät hjulet.<sup>1</sup>

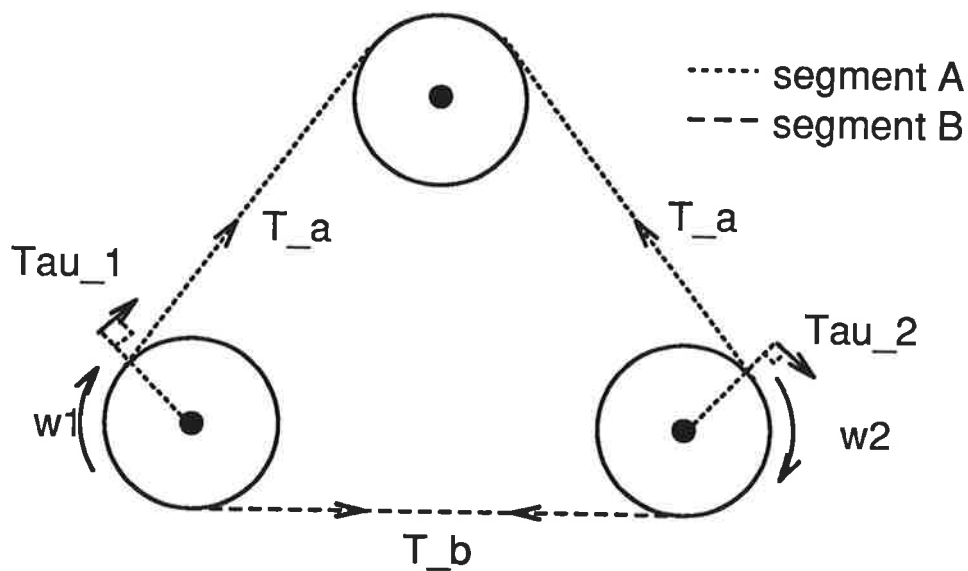
Om remmen betraktas som en enkel fjäder får vi

$$f(t) = \frac{Kr}{Q} \int_0^t (\omega_2(\tau) - \omega_1(\tau)) d\tau \quad (2)$$

där  $K$  är remmens fjäderkonstant [N/m],  $r$  är hjulens radie, och  $Q$  är en geometrisk konstant. Om (1) och (2) sätts ihop och Laplace-transformeras fås:

$$\Theta(s) = \frac{Kr}{Qs(s^2 + 2\omega_0\zeta s + \omega_0^2)} (\mathcal{W}_1(s) - \mathcal{W}_2(s)) \quad (3)$$

<sup>1</sup>Rättare sagt är  $f(t) = \hat{f}(t) - f_0$  där  $\hat{f}(t)$  är remmens kraft på mät hjulet (som är alltid större än noll) och  $f_0$  är den kraften remmen har på mät hjulet när systemet är i vila.



Figur 4: Momentmodell. Remmen betraktas som om den består av två segment med var sin spänning.

Nu återstår problemet att hitta sambandet mellan  $u_1$ ,  $u_2$  och  $\omega_1$  och  $\omega_2$ . Tyvärr blir räkningen komplicerad, så den har förkortats här. Vi utgår från att motorerna kan beskrivas av vridmomentekvationer:

$$\mathcal{T}_1(t) = J_1 \dot{\omega}_1(t) = \beta_1 u_1(t) - \rho_1 \omega_1(t) + r(T_A(t) - T_B(t)) \quad (4)$$

$$\mathcal{T}_2(t) = J_2 \dot{\omega}_2(t) = \beta_2 u_2(t) - \rho_2 \omega_2(t) + r(T_B(t) - T_A(t)) \quad (5)$$

där  $\mathcal{T}_1$  är vridmomentet som verkar på hjul 1:s axel,  $J_1$  hjulets tröghetsmoment,  $\beta_1$  en motor konstant [ $\text{N} \cdot \text{m}/\text{s}$ ], och  $\rho_1$  en dämpningskonstant [ $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ ].  $\mathcal{T}_2$ ,  $J_2$ ,  $\beta_2$ , och  $\rho_2$  är motsvarande värden för hjul 2.  $T_A$  och  $T_B$  är spänningen i olika segment av remmen (se figur 4). Observera att vi antar här att gummiremmen inte halkar på hjulen och att spänning är lika i höger och vänster del av segment A.<sup>2</sup>

Med samma logik som för (2) och med tanke på att segment A är två gånger så lång som segment B:

$$T_A(s) = \frac{Kr}{s}(\mathcal{W}_2(s) - \mathcal{W}_1(s)) \quad (6)$$

$$T_B(s) = \frac{2Kr}{s}(\mathcal{W}_1(s) - \mathcal{W}_2(s)) \quad (7)$$

<sup>2</sup>Idéen med att räkna från fysiska grundprinciper är bara att få en grund för att kunna kontrollera att den empiriska modellen som fås senare stämmer någorlunda väl med hur man resonerar att den borde se ut.

Då fås:

$$\mathcal{W}_1(s) = \frac{\beta_1 U_1(s)}{sJ_1 + \rho_1} + \frac{3Kr^2}{s(sJ_1 + \rho_1)}(\mathcal{W}_2(s) - \mathcal{W}_1(s)) \quad (8)$$

$$\mathcal{W}_2(s) = \frac{\beta_2 U_2(s)}{sJ_2 + \rho_2} + \frac{3Kr^2}{s(sJ_2 + \rho_2)}(\mathcal{W}_1(s) - \mathcal{W}_2(s)) \quad (9)$$

Observera att om det inte finns något externt vridmoment verkande på hjulen (dvs, om  $(\mathcal{W}_1(s) = \mathcal{W}_2(s))$ ) förenklas rotationshastighet till den kända formen

$$\mathcal{W}(s) = \frac{A}{1 + T_s} U(s)$$

(8) och (9) kan kombineras och ordnas om för att få

$$\mathcal{W}_1(s) = \frac{\beta}{(J_d s + \rho_d)(J_d s^2 + \rho_d s + 6Kr^2)} [(J_d s^2 + \rho_d s + 3Kr^2)U_1(s) + 3Kr^2 U_2(s)] \quad (10)$$

$$\mathcal{W}_2(s) = \frac{\beta}{(J_d s + \rho_d)(J_d s^2 + \rho_d s + 6Kr^2)} [(J_d s^2 + \rho_d s + 3Kr^2)U_2(s) + 3Kr^2 U_1(s)] \quad (11)$$

Eftersom drivhjulen är lika eller åtminstone nästan lika används beteckningen  $\beta = \beta_1 = \beta_2$ ,  $J_d = J_1 = J_2$ , och  $\rho_d = \rho_1 = \rho_2$ . Nu kan (10) och (11) kombineras med (3).

$$\Theta(s) = \frac{Kr\beta}{Q(s^2 + 2\omega_0\zeta s + \omega_0^2)(Js^2 + \rho s + 6Kr^2)}(U_1(s) - U_2(s)) \quad (12)$$

För beräkning av  $\omega$  kan vi skriva en vridmomentekvation som i (4) och (5).

$$T_m(t) = J_m \dot{\omega}(t) = -\rho_m \omega(t) + r(T_H(t) - T_V(t)) \quad (13)$$

där  $T_m$  är vridmomentet som verkar på mät hjulets axel,  $J_m$  mät hjulets tröghetsmoment, och  $\rho_m$  en dämpningsskonstant.  $T_H$  och  $T_V$  är spänningen i den högra resp den vänstra delen av remmen.

Och, liknande (6) och (7)

$$T_H(s) = \frac{2Kr}{s}(\mathcal{W}_2(s) - \mathcal{W}(s))$$

$$T_V(s) = \frac{2Kr}{s}(\mathcal{W}(s) - \mathcal{W}_1(s))$$

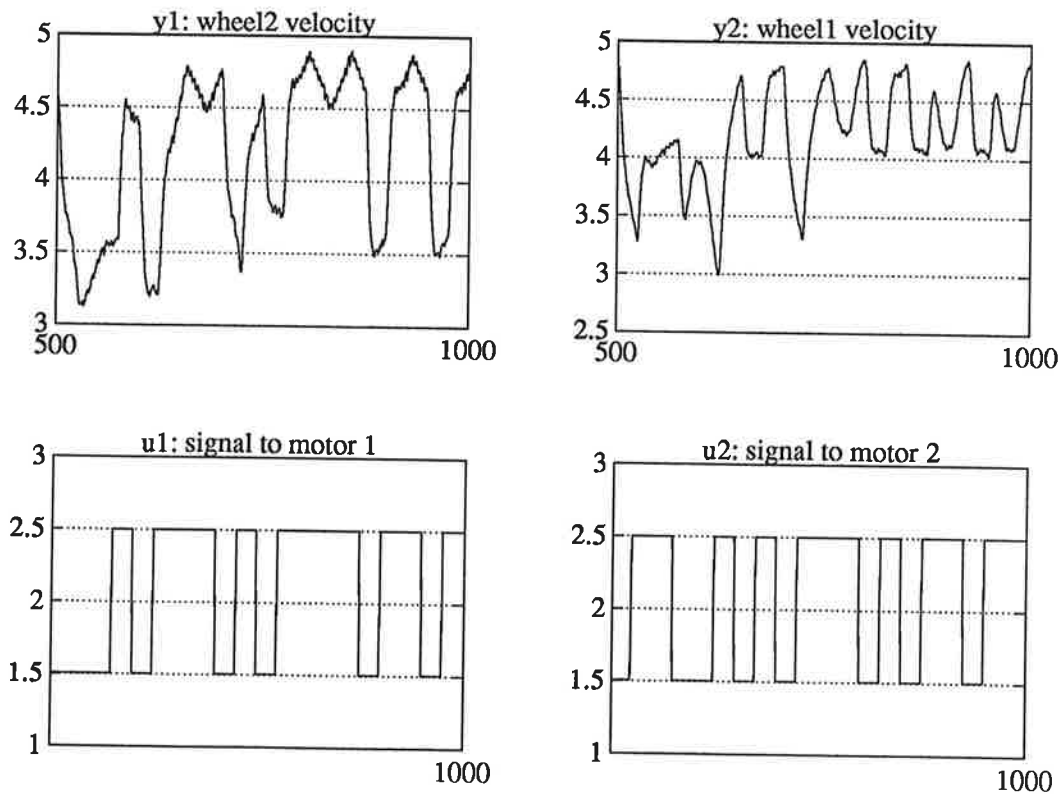
Då får vi

$$\mathcal{W}(s) = \frac{2Kr^2}{J_ms^2 + \rho_ms + 4Kr^2}(\mathcal{W}_1(s) + \mathcal{W}_2(s)) \quad (14)$$

Om (10) och (11) kombineras med (14) fås

$$\mathcal{W}(s) = \frac{2\beta Kr^2}{(J_d s + \rho_d)(J_m s^2 + \rho_m s + 4Kr^2)}(U_1(s) + U_2(s)) \quad (15)$$

I (12) och (15) har vi alltså modeller för både axelposition och vinkelhastighet.  $\Theta(s)$  är funktion av  $(U_1(s) - U_2(s))$  och  $\mathcal{W}(s)$  är funktion av  $(U_1(s) + U_2(s))$ , så det förenklade blockschemat (figur 3) verkar teoretiskt sett vara en bra beskrivning av systemet. Lägg också märke till ordningen hos överföringsfunktionerna, som antyder att  $\omega$ -processen är en 3:e ordningens process och att  $\theta$ -processen är en 4:e ordningens process. Modellerna ska inte accepteras blint, därför att vissa antaganden och eventuella tankefel och förbiseende har gjorts i beräkningen, men vi har fått en ledtråd som kan användas under de följande stegen av identifieringen.



Figur 5: PRBS insignaler och resulterande drivhjulshastighet.

## 2 Experiment

Det första steget i den empiriska fasen av identifiering är att driva den aktuella processen med lämpliga insignaler och registrera både in- och utsignalerna. I det här fallet bestod mätdata av insignalerna  $u_1$  resp  $u_2$  och utsignalerna  $\omega$  och  $\theta$ . PRBS (Pseudo-Random Binary Sequence) signaler användes för att excitera systemet över ett tillräckligt stort frekvensområde. För att undvika olinjärt beteende hos motorerna kördes de med insignaler med ett medelvärde skilt från noll.

$$u_1(t) = U_{DC} + S_1(t)$$

$$u_2(t) = U_{DC} + S_2(t)$$

där

$$S_1(t) = \pm \hat{U}$$

$$S_2(t) = \pm \hat{U}$$

Ett medvetet beslut gjordes att använda en metod så generell som möjligt för experimentuppställningen, med idén att förenklingar kunde göras under identifieringsfasen. Det innebär att  $u_1$  och  $u_2$  skapades oberoende av varandra, med två olika skift-register. Alternativet, som figur 3 tyder på, är att göra experimentet i två omgångar, först med insignalen  $u_a = u_1 + u_2$  ( $u_1 - u_2 = 0$ ) och registrera utsignalen  $\omega$  och sedan med insignalen  $u_b = u_1 - u_2$  ( $u_1 + u_2 = 0$ ) och registrera utsignalen  $\theta$ . D.v.s.

$$u_1(t) = U_{DC} + S(t)$$

$$u_2(t) = U_{DC} + S(t)$$

för mätning av  $\omega$  och

$$u_1(t) = U_{DC} + S(t)$$

$$u_2(t) = U_{DC} - S(t)$$

för mätning av  $\theta$ . Dock blir under mätning av  $\theta$  insignalen

$$u_b = u_1 - u_2$$

$$= (U_{DC} + S(t)) - (U_{DC} - S(t))$$

$$= 2S(t)$$

Men under samma mätning blir

$$\begin{aligned}u_b &= u_1 + u_2 = (U_{DC} + S(t)) + (U_{DC} - S(t)) \\ &= 2U_{DC} = \textit{konstant}\end{aligned}$$

”Korslänken” ( $u_1 + u_2$ )  $\rightarrow \theta$  får bara en konstant insignal, som är dåligt exciterande. Faran med det är att även om det finns någon korrelation mellan ( $u_1 + u_2$ ) och  $\theta$  så kommer inte den att upptäckas under identifieringen.<sup>3</sup>

Datainsamling gjordes med programmet `logger` av Kjell Gustafsson, modifierat för att hantera en extra insignal. Samplingsintervallet 10ms användes, och olika värden provades för PRBS period, insignalamplitud  $S(t)$  och insignalmedelvärde  $U_{DC}$ .

### 3 Identifiering

#### 3.1 Principen

Experimentfasen av projektet utfördes på ett så generellt sätt som möjligt. Däremot betraktades systemet som två skilda processer med olika in- och utsignaler under identifieringsfasen.<sup>4</sup> Box-Jenkins modeller användes för identifiering av både  $\omega$  och  $\theta$ . Anledning till att Box-Jenkins användes var att de är enklare än generella PEM-modeller men mer generella än ARMAX-modeller.

$$\omega(t) = \frac{B_1(q)}{F_1(q)}(u_1(t-k) + u_2(t-k)) + \frac{C_1(q)}{D_1(q)}e_1(t) \quad (16)$$

$$\theta(t) = \frac{B_2(q)}{F_2(q)}(u_1(t-k) - u_2(t-k)) + \frac{C_2(q)}{D_2(q)}e_2(t) \quad (17)$$

där  $e_1(t)$  och  $e_2(t)$  är vitt brus. Det var svårt att ana hur systemet reagerade på brus, så Box-Jenkins verkade vara ett bra val p.g.a. att den har olika nämnarpolynom för insignal och för brus. Tanken var att det inte var säkert att systemets insignalpoler var desamma som dessa bruspoler, eftersom insignalerna och bruset inte kommer in i processen på samma sätt. Det är exempelvis troligt att det mesta av ”bruset” som kommer in i systemet är mekaniskt brus eller modellfel orsakade av olinjäriteter i processen.

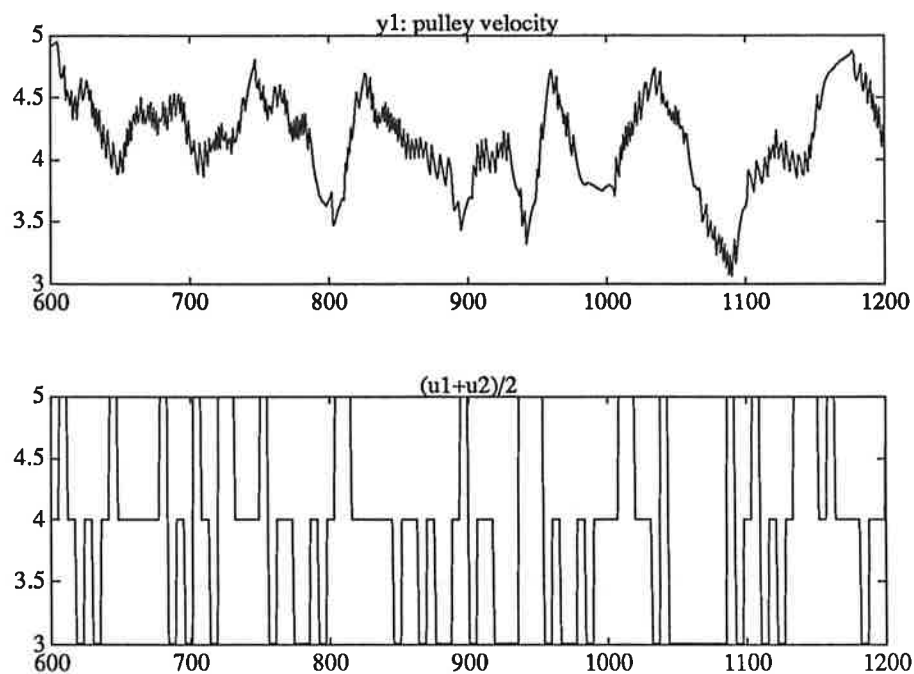
#### 3.2 Filtrering

Efter att data hade samlats in kontrollerades de. Det mest märkliga var att data för mätthjulets hastighet  $\omega$  såg brusigt ut. (Se figur 6.) Om man tittar närmare ser man att signalen lider

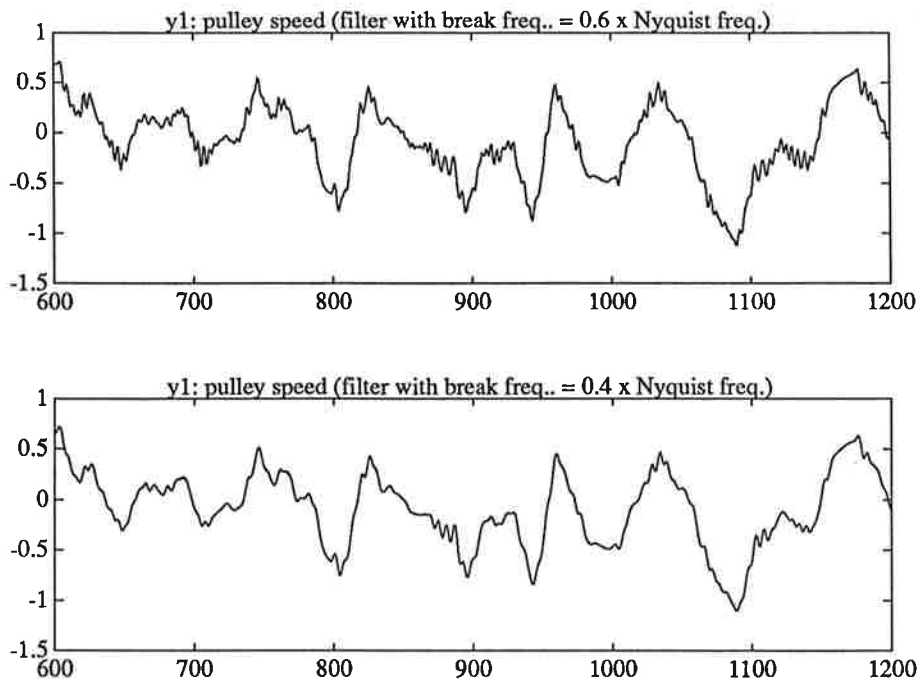
<sup>3</sup>Det är en sanning med modifikation. Om man utför experimentet som beskrivet men mäter båda utsignaler för båda fallen, så kan man skatta alla fyra överföringsfunktionerna.

<sup>4</sup>Under de första dagarna av projektet provades MIMO modeller utan framgång. Det kan emellertid ha mer att göra med studentens brist på erfarenhet än med att det finns någonting fel med att tillämpa en generell 2x2 modell med fyra överföringsfunktioner.

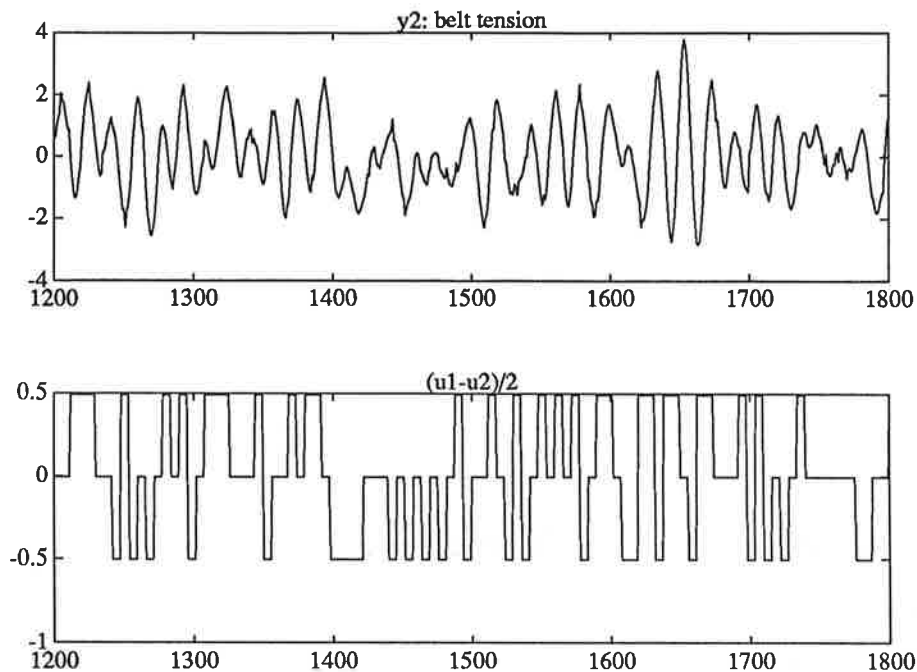




Figur 6: Ofilterade in- och utsignaldata för vinkelhastigheten  $\omega$ .



Figur 7: Utsignaldata för  $\omega$  efter filtrering vid olika val av bryffrekvens



Figur 8: Utsignalen remspänning  $\theta$  och insignal  $(u_1 - u_2)/2$

inte av vanligt brus utan att signalen stiger precis vartannat samplingsintervall och faller det nästa. En möjlig förklaring har att göra med den optiska hastighetsgivaren som används. Det finns många spår på mät hjulets kant, och givaren räknar hur många som passerar förbi medan hjulet roterar. Om man samplar fort kan man få problem med noggrannheten, t.ex. om hjulet snurrar vid en viss hastighet så att nio spår passerar givaren under två samplingsintervaller så mäter givaren inte 4.5 varje samplingsintervall utan den mäter fyra det ena och fem det andra, o.s.v.

Problemet löstes genom att lågpasfiltrera  $\omega$ -data (tillsammans med insignaldata) med ett 4:e ordningens Butterworth-filter. Brytfrekvensen valdes så att grafen av det filtrerade  $\omega$  såg jämn ut (figur 7).

Ingen filtrering av data för  $\theta$  var nödvändig (se figur 8).

Alla data normaliserades också genom att ta bort medelvärdet från varje signal.

### 3.3 Att skatta parametrarna

Uppgiften var då att skatta parametrarna

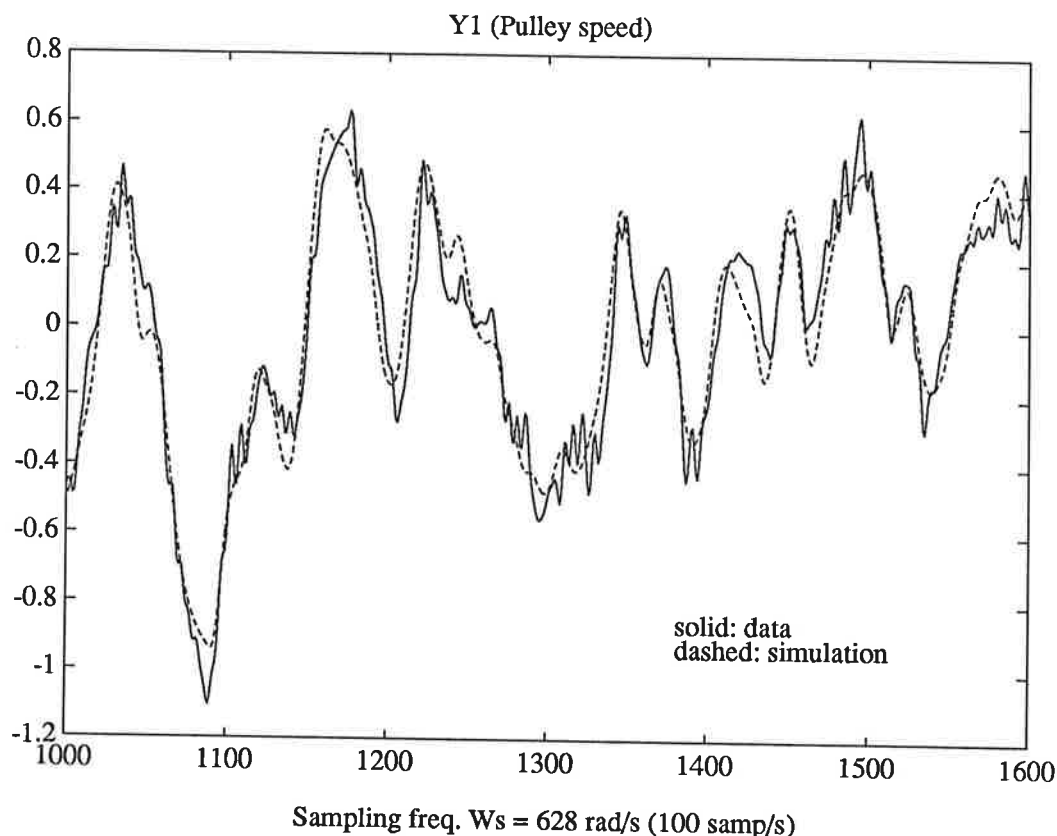
$$b_{11}, \dots, b_{1n_{B1}}, f_{11}, \dots, f_{1n_{F1}}, c_{11}, \dots, c_{1n_{C1}}, d_{11}, \dots, d_{1n_{D1}}$$

och

$$b_{21}, \dots, b_{2n_{B2}}, f_{21}, \dots, f_{2n_{F2}}, c_{21}, \dots, c_{2n_{C2}}, d_{21}, \dots, d_{2n_{D2}}$$

for polynomen

$$\begin{aligned}
 B_1(q) &= b_{11} + \dots + b_{1n_{B1}} q^{-(n_{B1}-1)} & B_2(q) &= b_{21} + \dots + b_{2n_{B2}} q^{-(n_{B2}-1)} \\
 F_1(q) &= 1 + f_{11} q^{-1} + \dots + f_{1n_{F1}} q^{-n_{F1}} & F_2(q) &= 1 + f_{21} q^{-1} + \dots + f_{2n_{F2}} q^{-n_{F2}} \\
 C_1(q) &= 1 + c_{11} q^{-1} + \dots + c_{1n_{C1}} q^{-n_{C1}} & C_2(q) &= 1 + c_{21} q^{-1} + \dots + c_{2n_{C2}} q^{-n_{C2}} \\
 D_1(q) &= 1 + d_{11} q^{-1} + \dots + d_{1n_{D1}} q^{-n_{D1}} & D_2(q) &= 1 + d_{21} q^{-1} + \dots + d_{2n_{D2}} q^{-n_{D2}}
 \end{aligned}$$

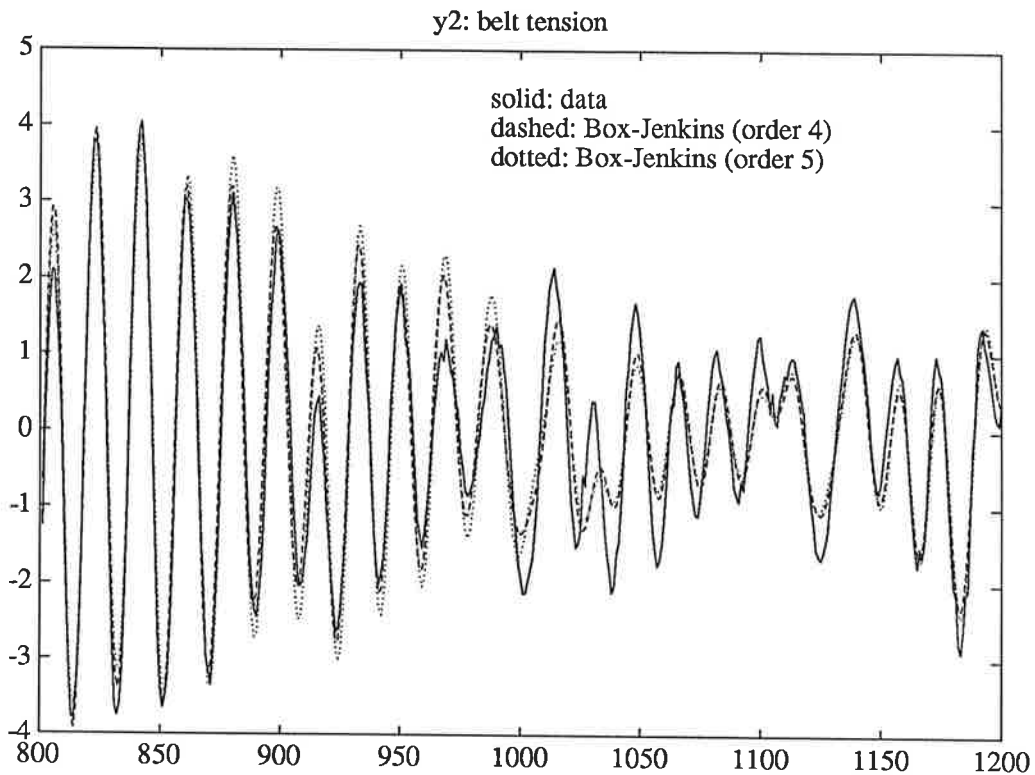


Figur 9: Jämförelse mellan mätdata och simulering för  $\omega$ . Heldragen linje är data och streckad linje är från simulering (3:e ordningens modell)

Detta gjordes med hjälp av MATLAB-funktionen `bj` som skattar Box-Jenkins parametrar med en prediktionfelsesmetod för givna gradtal  $n_B$ ,  $n_F$ ,  $n_C$  och  $n_D$ , samt tidsfördröjningen  $k$ . Första valet av gradtalen på  $B(q)$  och  $F(q)$  kunde baseras på resultaten från avsnitt 1.2. Gradtalen för  $C(q)$  och  $D(q)$  provades fram.

## 4 Validering

Att skilja mellan det här avsnittet och det förgående är lite svårt, eftersom det inte är så enkelt att man skattar parametrar först och sedan bara bekräftar att de är bra. I stället skattar man parametrar för en modell och gör sedan validering och upptäcker att modellen inte alls fungerar bra, sedan gör man om skattning med andra val av gradtalen, verifierar igen, o.s.v. Till sist hittar man en modell som passar behovet.



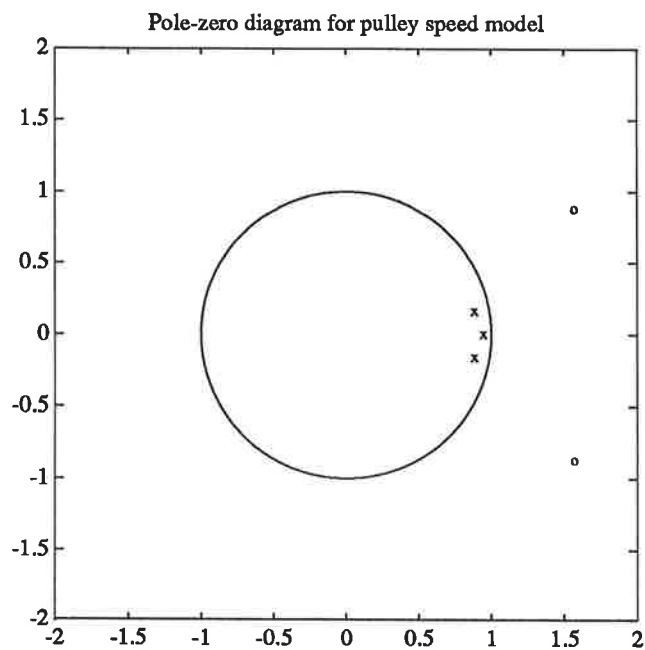
Figur 10: Jämförelse mellan mätdata och simulering för  $\theta$ . Helt dragen linje är data, streckad linje och prickad linje är från simulering (4:e resp 5:e ordningens modell)

#### 4.1 Förlustfunktioner

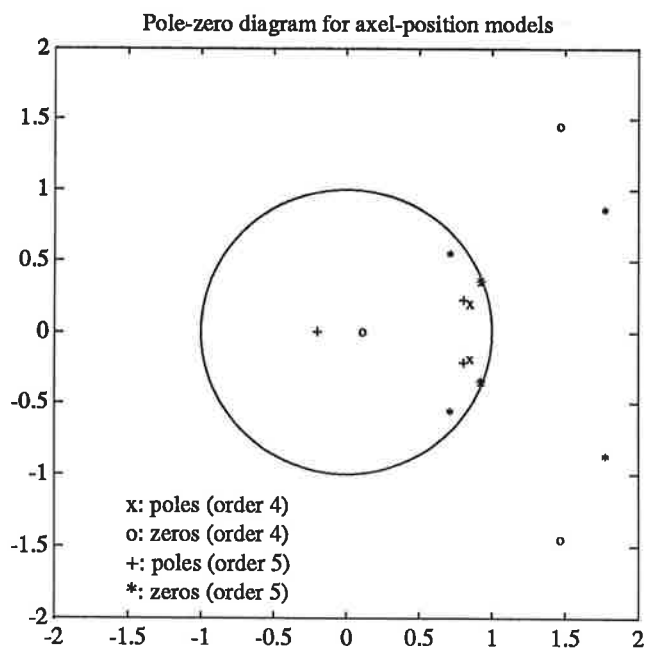
Efter att modellens parametrar skattats med funktionen `bj` erhålles förlustfunktionen och Akaikes FPE (Final Prediction Error criteria). De användes för att göra en snabb bedömning av olika modeller. Både förlustfunktionen och FPE straffar ettstegs-prediktionsfelet, dessutom straffar FPE också hög modellordning. Idéen med FPE är att det ofta är meningslöst att höja gradtalet för modell över en viss gräns fast att det alltid är möjligt att få modellen att stämma bättre med data genom att höja modellordningen. Skillnaden mellan modeller av olika gradtal blir då inte så mycket skillnaden i hur de anpassar sig till processens riktiga egenskaper utan i stället hur de anpassar sig till oegentligheter i precis de data som används för parameterskattningen. FPE är emellertid inget absolut mått och skall inte litas på för mycket.

#### 4.2 Simulering

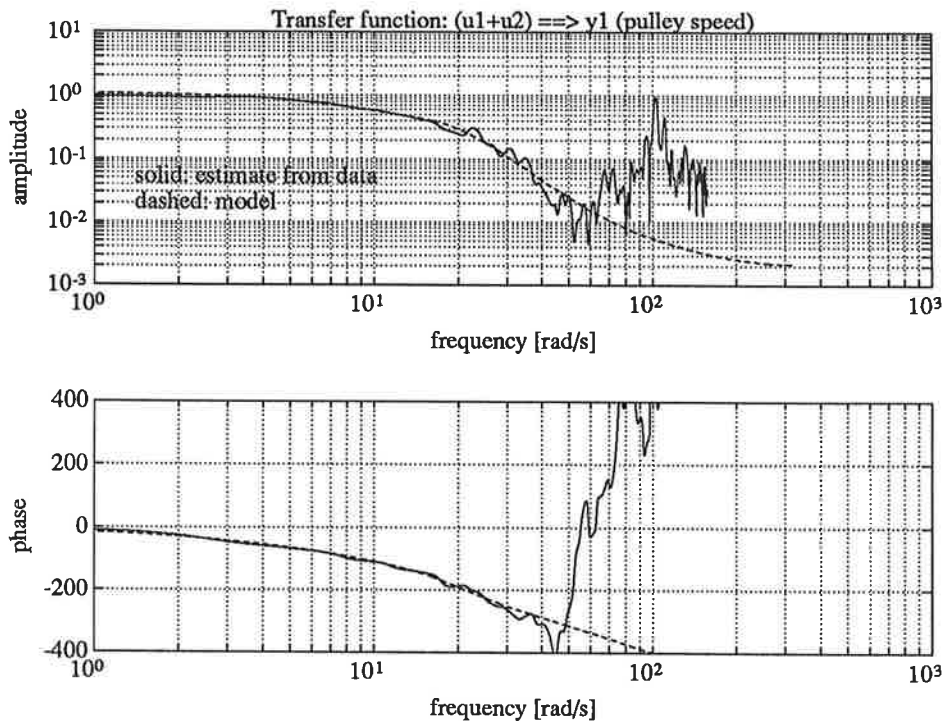
Den andra metoden som brukades var simulering. Man kan jämföra hur modellen svarar på de mätta insignalerna med hur systemet gjorde det i verkligheten. Att man gör det är speciellt viktigt när man använder en skattningsmetod som minimerar prediktionsfelet för bara ett



Figur 11: Pol-nollställe diagram för 3:e ordningens Box-Jenkins modell för överföringsfunktionen  $B_1(q)/F_1(q)$  för rotations hastigheten  $\omega$ .



Figur 12: Pol-nollställe diagram för både 4:e och 5:e ordningens Box-Jenkins modell för överföringsfunktionen  $B_2(q)/F_2(q)$  för axelposition  $\theta$ .



Figur 13: Bode-plot för överföringsfunktion  $B_1(q)/F_1(q)$ . Heldragen linje är processen (skattad från spektral analys) och streckad linje är modellen.

(eller få) steg. Man kan då få modeller som har lågt prediktionsfel men är instabila även om processen själv är stabil.<sup>5</sup> I det fallet visar simulering tydligt att modellens simulerade utsignal växer oändligt i amplitud fast systemets svar är ändligt.

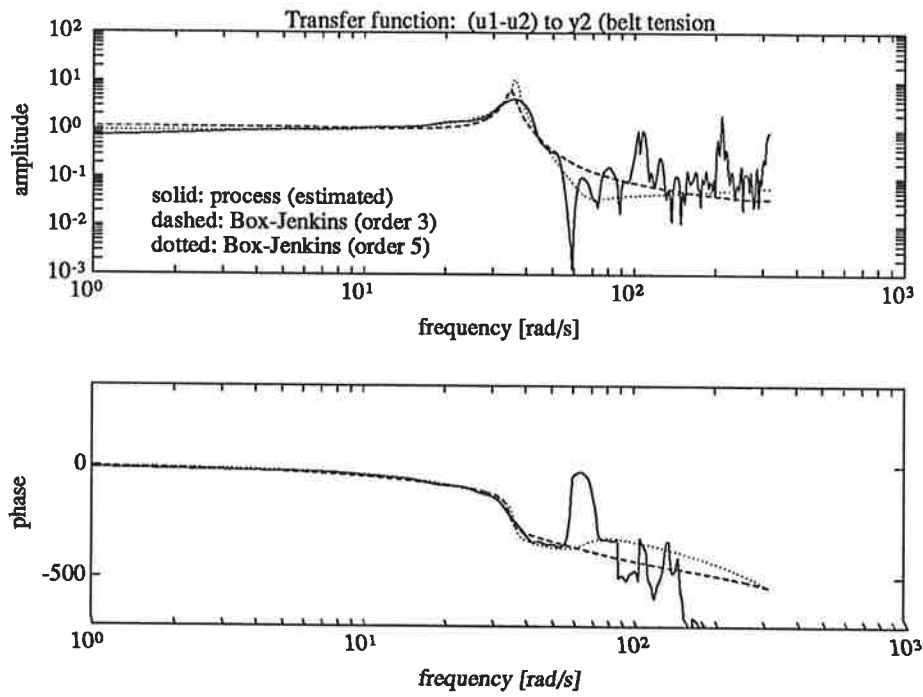
En 3:e ordningens modell visade sig bäst för simulering av  $\omega$ . (Se figur 9). För  $\theta$  gav 4:e och 5:e ordningens modeller bra resultat. (Figur 10) Ytterligare verifiering gjordes för att bestämma vilken av dem som var den bästa samt för att bekräfta att modellen för  $\omega$  är tillräcklig. Simuleringarna gjordes med data som inte användes för parameterskattning.

Pol-nollställe diagram finns i figur 11 och 12.

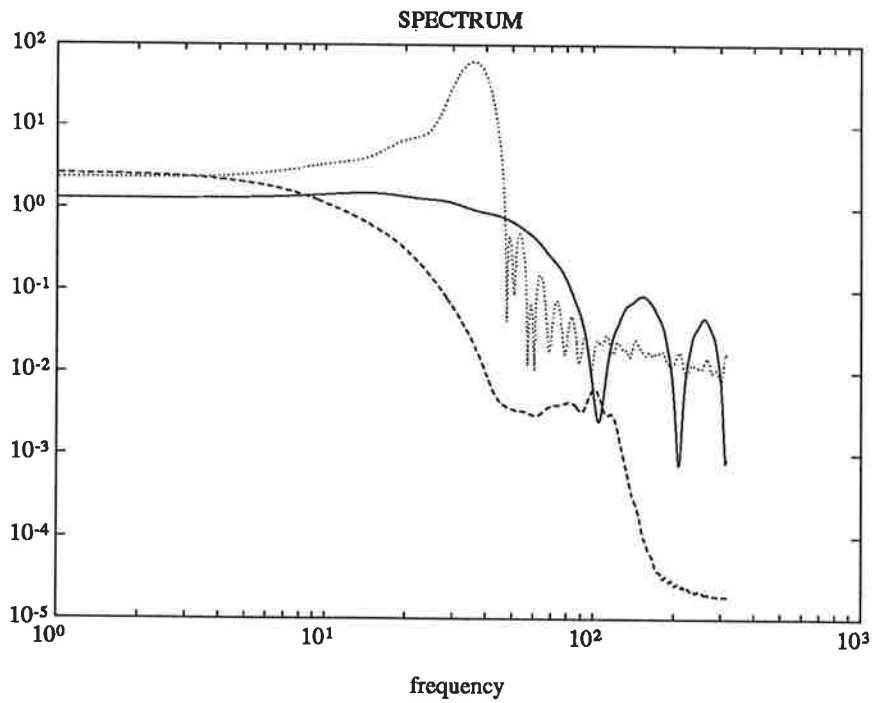
### 4.3 Bode-diagram

Ett annat ganska enkelt sätt att kontrollera modeller är att titta på överföringsfunktioner i frekvensplanet m.h.a. Bode-diagram. I MATLAB kan man beräkna överföringsfunktioner från diskreta modeller med funktionen `trf`. Bode-diagrammet av den "verkliga" överföringsfunktionen fås med funktionen `spa`. Det finns dock ett problem med att fastställa hur det "verkliga" diagrammet skall se ut. Val av fönsterstorlek och antalet frekvenspunkter att plotta

<sup>5</sup>Anledning till detta har att göra med att för beräkning av prediktionsfel den skattade utsignalen  $\hat{y}_k$  är baserad på den riktiga utsignalen ett steg före,  $y_{k-1}$ , och  $u_{k-1}$ . För simulering, däremot, beror  $\hat{y}_k$  på den skattade utsignalen ett steg före,  $\hat{y}_{k-1}$ , och  $u_{k-1}$ , d.v.s. felet i  $\hat{y}_k$  får bidrag av alla tidigare fel i skattning. Så om modellen är instabil blir prediktionen sämre med tiden.

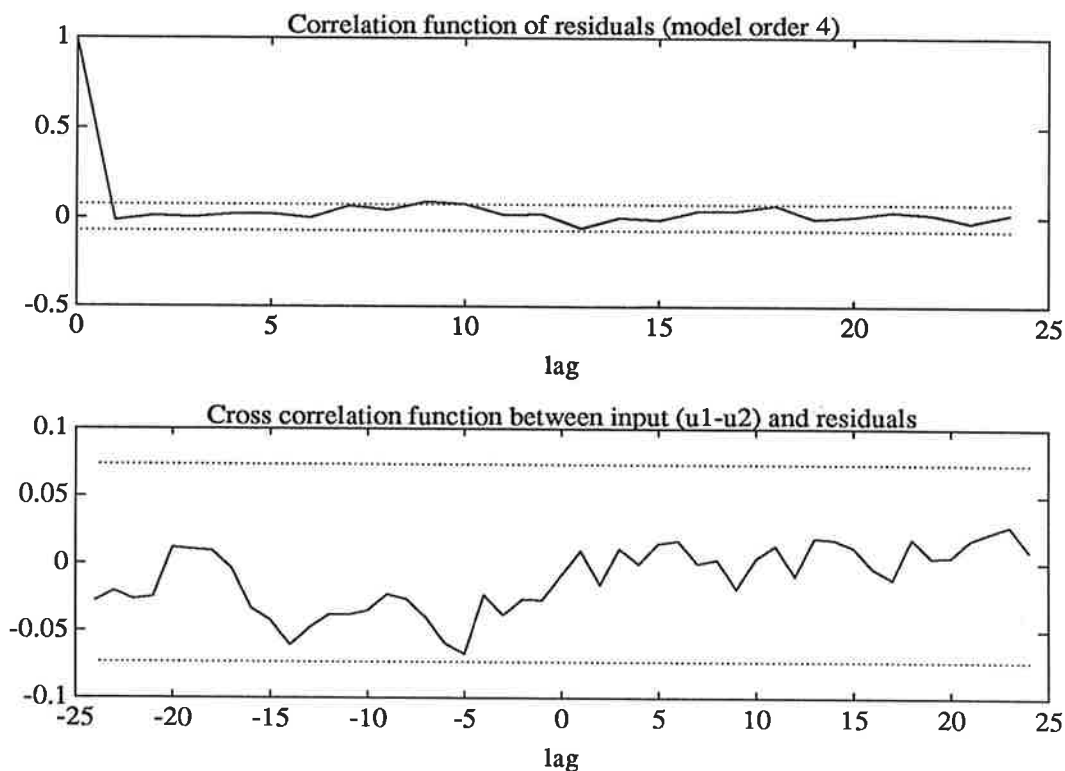


Figur 14: Bode-plot för överföringsfunktion  $B_2(q)/F_2(q)$ .



Figur 15: Spektrum av insignalerna (heldragen),  $\omega$  (streckad), och  $\theta$  (prickad).

påverkar diagrammets utseende. Det syns i figurer 4.2 och 14 att modellerna har frekvensegenskaper mycket lika processens fram till ungefär 60 rad/s. Att modellerna och processen inte verkar stämma överens vid högre frekvenser kan ha att göra med att det knappt finns någon energi i in- och ut signaler vid dessa frekvenser. (Se figur 15).



Figur 16: Autokorrelation för residualerna och korskorrelation mellan residualerna och insignal, för  $\theta$  (4:e ordningens modell). Bilden visar att 4:e ordningen är tillräcklig.

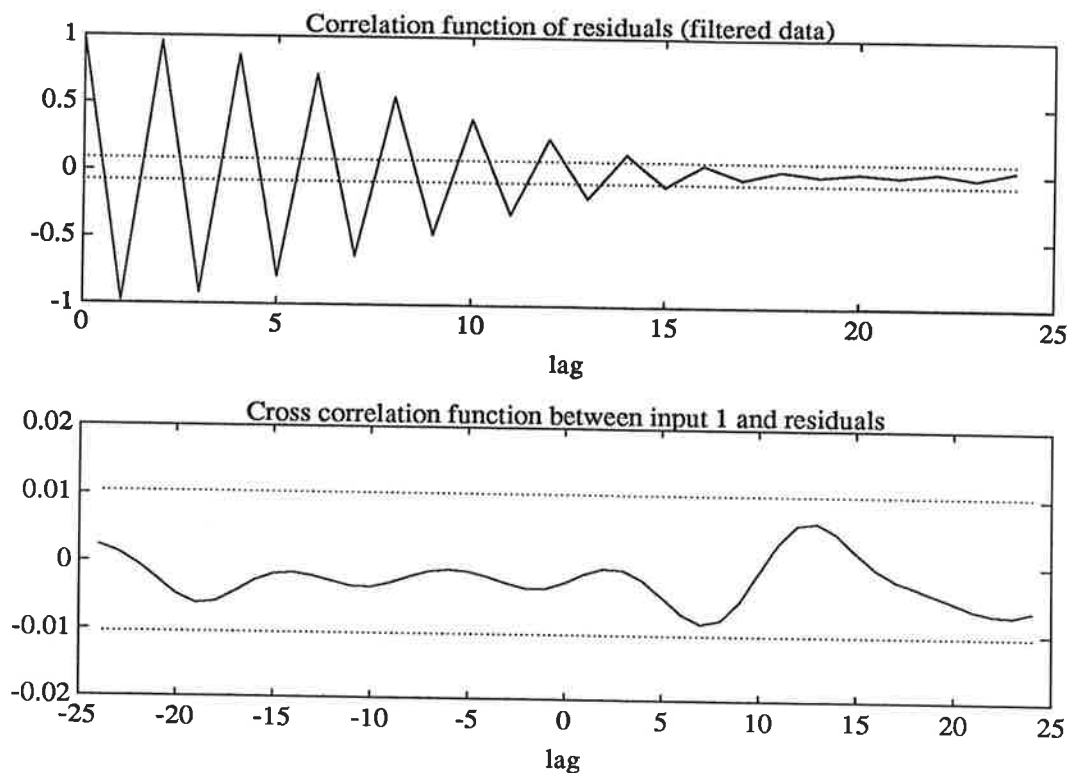
#### 4.4 Residualerna

Ett sätt att bestämma om modellordningen räcker till är att kontrollera residualerna vid simulering. Om autokorrelationen är lika med 1 för fördröjning 0 men väldigt liten för övrigt vet man att residualerna har egenskaper som vitt brus och att det inte går att skatta brusöverföringspolynomen  $C(q)$  och  $D(q)$  bättre. Om korskorrelation mellan residualerna och insignalerna är tillräckligt liten betyder det att det inte finns mer information att hämta hos insignalerna, d.v.s. att man inte kan skatta  $B(q)$  och  $F(q)$  bättre.

Figur 16 visar residual-proven för den 4:e ordningens  $\theta$ -modellen, som tyder på att den är av tillräcklig ordning.<sup>6</sup> Figur 17 visar residual-proven för  $\omega$ -modellen. Det märkliga utseendet av autokorrelationen, som inte gick att få bort trots att många olika gradtal för bruspolynomen

<sup>6</sup>Gramianen vid balanserad realisering kontrollerades också för både 4:e och 5:e ordningens modeller. Det visade sig att 5:e ordningens modell kunde reduceras, men att den 4:e ordningens modell inte kunde reduceras.





Figur 17: Autokorrelation för residualerna och korskorrelation mellan residualerna och insignal, för  $\omega$  (4:e ordningens modell). Det märkliga utseendet av autokorrelationen är oroande, men residualerna för simuleringen av  $\omega$  var mycket små. Autokorrelationsfunktionen såg ungefär samma ut även när simulering gjordes men ofiltrerade data.

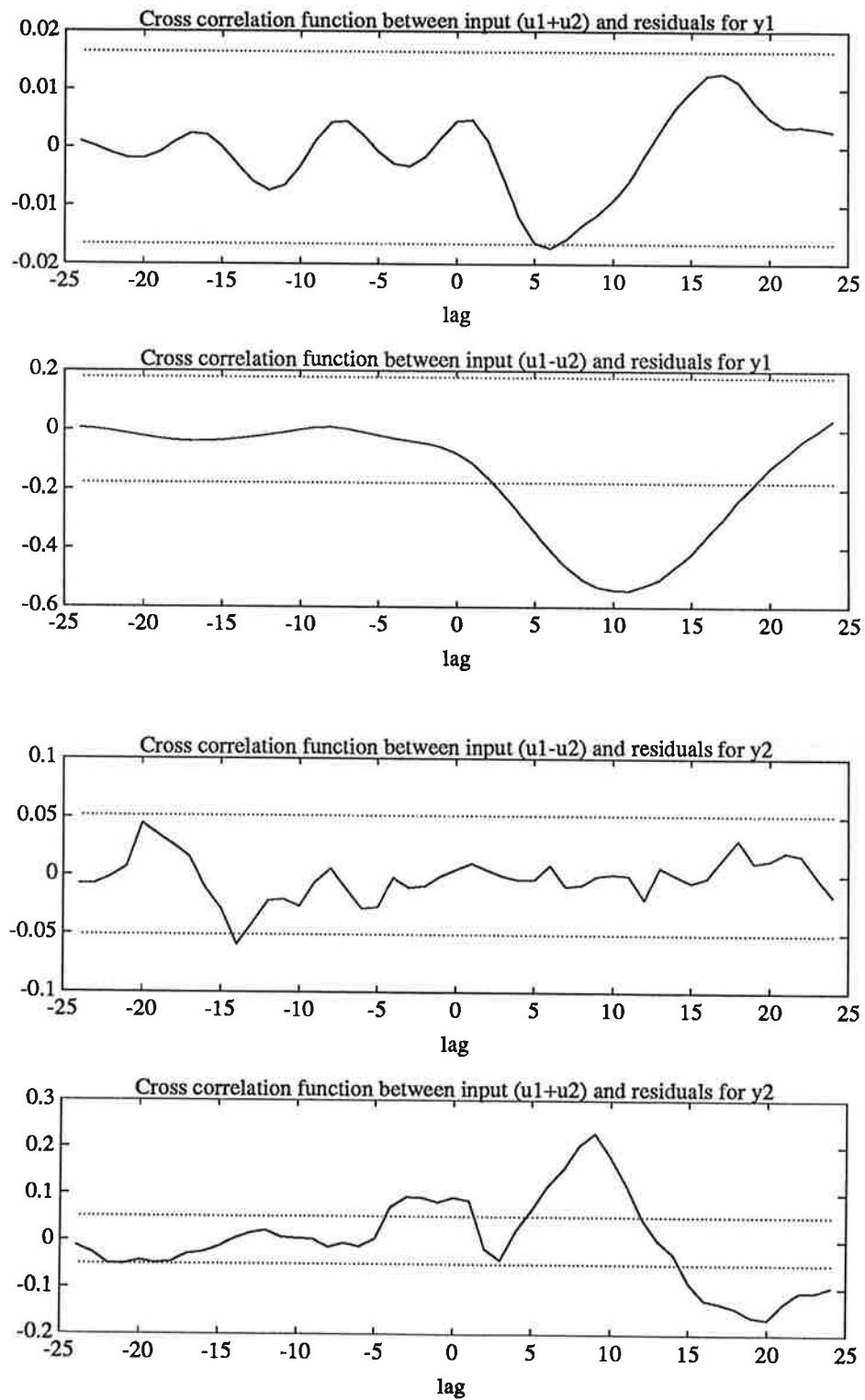
$C(q)$  och  $D(q)$  provades, är något oroande. Å andra sidan är residualerna från simulering av  $\omega$  mycket små, och de andra valideringsmetoderna visar att vår modell fungerar bra.

#### 4.5 En tillbakablick

Under identifierings- och valideringsstegen gjorde vi antagandet att processen fungerar som två skilda SISO processer (figur 3, s. 3). Vi har också sett att modellerna verkar fungera bra, men är de *tillräckligt* bra? Det beror på vad man ska använda dem till. Det är kanske mer intressant att ställa frågan: Kan modellerna bli bättre?

Ett sätt att veta om modellerna kan göras bättre är att veta om vi kan få fram mer information att använda vid parameterskattningen. Som vi sett tidigare kan korskorrelationen vara ett bra mått på hur mycket information en signal innehåller om en annan, så varför inte titta på korskorrelationen mellan  $(u_1 - u_2)$  och residualerna hos modellen för  $\omega$ , samt mellan  $(u_1 + u_2)$  och residualerna hos  $\theta$ -modellen. Det är ju sambanden  $(u_1 - u_2) \rightarrow \omega$  och  $(u_1 + u_2) \rightarrow \theta$  som försummas i figur 3.

I figur 18 visas olika korskorrelationsdiagram. Att korskorrelationen blir betydligt större än



Figur 18: Korskorrelation mellan insignalerna och residualerna kan användas för att bedöma om modell struktur ordning är tillräckliga.  $y_1$  betecknar hastigheten  $\omega$  och  $y_2$  betecknar positionen  $\theta$ .

de prickade linjer som visar de accepterade gränserna betyder att det finns faktiskt någon slags överföring i korslänkarna i figur 2, så om man skulle göra den bästa möjliga modellen för systemet som helhet skulle man behöva bygga en MIMO modell. Å andra sidan är det sannolikt att SISO modellerna som utvecklades i det här projektet räcker för de flesta syften.

#### 4.6 Den slutliga modellen

Sammanfattningsvis valdes följande modeller:

$$\begin{aligned}\omega(k) &= \frac{0.005q^{-1} - 0.012q^{-2} + 0.010q^{-3}}{1 - 2.720q^{-1} + 2.488q^{-2} - 0.767q^{-3}}(u_1(k) + u_2(k)) \\ &\quad + \frac{1 + 2.646q^{-1} + 2.417q^{-2} + 0.761q^{-3}}{1 - 1.412q^{-1} + 0.945q^{-2} - 0.425q^{-3}}e_1(k)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta(k) &= \frac{0.003q^{-1} - 0.010q^{-2} + 0.015q^{-3} - 0.002q^{-4}}{1 - 3.560q^{-1} + 4.910q^{-2} - 3.095q^{-3} + 0.752q^{-4}}(u_1(k) - u_2(k)) \\ &\quad + \frac{1 - 0.920q^{-1} + 0.135q^{-2} + 0.206q^{-3}}{1 - 1.699q^{-1} + 0.717q^{-2} + 0.115q^{-3}}e_2(k)\end{aligned}$$

## 5 Referenser

Rolf Johansson, *Modeling and Identification*, 1991

*Prisma's Modern Swedish-English and English-Swedish Dictionary*, University of Minnesota Press, 1976



# **Motordrift med drivrem**

Projekt i processidentifiering

Jan Johansson F-87 och Mats Wennberg F-87

Handledare: Anders Hansson

Utförd vid institutionen för reglerteknik vid  
Lunds tekniska högskola under november 1991.



# 1. Inledning

Vi skulle göra identifiering och reglering av en process kallad motordrift med drivrem. Denna process har två insignaler och två utsignaler och är därför vad man brukar kalla en *MIMO*-process. Insignalerna var spänningarna till de drivande motorerna. Utsignalerna var vinkelhastigheten och läget för ett frikopplat hjul upphängt i en fjäder. För att lättare kunna göra identifieringen och regleringen delade vi upp *MIMO*-systemet i två system med en insignal och en utsignal respektive, d.v.s. i två *SISO*-system. Det ena har vinkelhastigheten som utsignal, och det andra har läget som utsignal. För att kunna hantera och bearbeta mätdata använde vi oss av programpaketet MATLAB. Efter det att vi hade tagit upp mätdata för de båda systemen, kontrollerade vi att processen hade blivit tillräckligt exciterad. Vid identifieringen bestämde vi oss för att använda en Box-Jenkins-modell. Med hjälp av statistiska kriterier och balanserad realisering kom vi fram till de modeller vi var nöjda med. Efter identifieringen följde sedan regulator-design, där vi använde oss av pol-placering. Vi fann för båda processerna vars en regulator, som ej innehöll någon integratordel. Dessa regulatorer gav det bästa uppförandet.

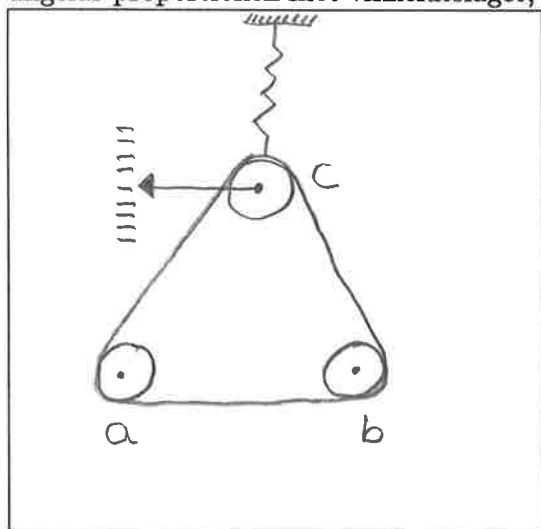
I kapitel 2 behandlas problemformuleringen. I kapitel 3 tas experimentplaneringen upp samt bestämning av PRBS och samplingstid. Kapitel 4 omfattar själva identifieringen m.h.a en parametrisk modell, bestämning av modellordning samt verifiering. Ett andra identifieringssätt användes också, nämligen spektralanalys. I kapitel 5 gjordes själva regulator-designen i form av en rst-regulator med hjälp av polplacering. Kapitel 6 bestod av testning av de framtagna regulatorerna. Slutsatser finns redovisade i kapitel 7. I kapitel 8 finns en referenslista över använd litteratur.

## 2. Problemformulering

Problemet bestod i att för processen, coupled electric drives apparatus CE8, se figur 2.1, konstruera fram en bra modell med hjälp av processidentifiering. Därefter skulle en regulator konstrueras.

Processen är uppbyggd så att hjulen i punkterna a och b, se figur 2.1, drives av två likströmsmotorer, och det tredje hjulet i punkt c är fjäderupphängt och frikopplat. Ett rågummiband är anbringat kring de tre hjulen. På så sätt kommer det tredje hjulet att drivas indirekt av motorerna via bandet. Vid det frikopplade hjulet är det möjligt att mäta hjulets vinkelhastighet  $\omega$ . Det är även möjligt att mäta vinkelutslaget  $\theta$  i punkten c.

Man kan huvudsakligen urskilja två signaler som är av intresse att reglera. Dessa är dels vinkelhastigheten,  $\omega$ , och dels bandspänningen. Den senare är ungefär proportionell mot vinkelutslaget,  $\theta$ .



Figur 2.1 Motordrift med drivrem.

Om man tittar på processen, så är den en *MIMO*-process med två in-sig-naler  $u_1$  och  $u_2$ , där  $u_1$  och  $u_2$  är spänningarna som driver motorerna. Utsignalerna från processen är  $\omega$  och  $\theta$ . Detta kan skrivas

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Emellertid kan man intuitivt anta att  $\omega$  huvudsakligen beror på

$$\bar{u}_1 = u_1 + u_2 \quad (2.1)$$

och att  $\theta$  huvudsakligen beror på

$$\bar{u}_2 = u_1 - u_2 \quad (2.2)$$

Då erhålles två *SISO*-system

$$\begin{aligned} \omega &= G_\omega \bar{u}_1 \\ \theta &= G_\theta \bar{u}_2 \end{aligned} \quad (2.3)$$



### 3. Experimentplanering

I detta kapitel redogöres för experimenten, som kommer att ligga till grund för identifieringen av de två *SISO*-systemen. Insignalerna valdes så att god excitation erhöles i det frekvensområde för vilket en god modell önskades.

Ett lämpligt val av insignaler är PRBS-sekvenser. Dessa har approximativt ett konstant spektrum upp till en viss frekvens, d.v.s. de är nästan vitt brus. Om  $u_1$  och  $u_2$  väljes enligt

$$\begin{aligned}u_1 &= u_{off} + e \\u_2 &= u_{off} + e\end{aligned}\tag{3.1}$$

där  $u_{off}$  är en offset och  $e$  är en PRBS-sekvens, så blir  $\bar{u}_1 = 2(u_{off} + e)$ , d.v.s. en PRBS-sekvens med en viss offset. Detta torde vara ett lämpligt val av insignal för identifiering av  $G_\omega$  i (2.3). Om  $u_1$  och  $u_2$  istället väljes enligt

$$\begin{aligned}u_1 &= u_{off} + e \\u_2 &= u_{off} - e\end{aligned}\tag{3.2}$$

där  $u_{off}$  är en offset och  $e$  är en PRBS-sekvens, så blir  $\bar{u}_2 = 2e$ , d.v.s. också en PRBS-sekvens. Detta torde vara ett lämpligt val av insignal för identifiering av  $G_\theta$  i (2.3). Det var inte helt enkelt att generera dessa signaler med den bristfälliga mjukvara vi hade till vårt förfogande. Därför skrev vi om densamma så att  $u_1$  och  $u_2$  enligt ekvationerna ovan gick att generera.

Den nästan vita PRBS-sekvensen, genererad i datorn, filtreras via en sample-and-hold-krets som har en överföringsfunktion enligt

$$\frac{1 - \exp(-sT_p)}{s}$$

där  $2T_p$  är PRBS-sekvensens minsta period. Den funktion av frekvensen  $f$  som PRBS-sekvensens spektrum ändras med då den filtreras via sample-and-hold-kretsen blir alltså

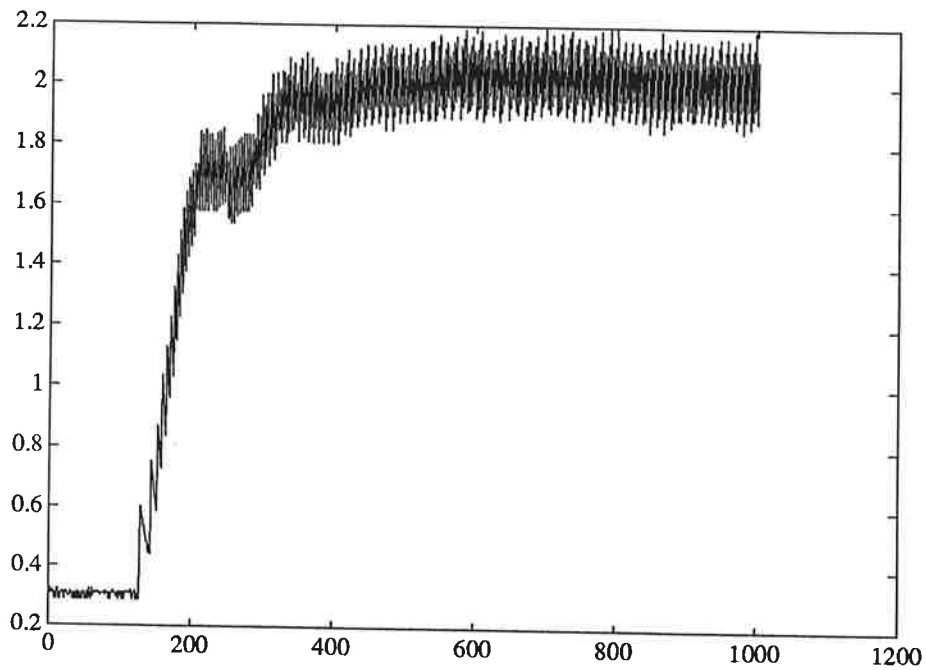
$$\left| \frac{1 - \exp(-i2\pi f T_p)}{i2\pi f} \right|^2 = \frac{\sin^2 \pi f T_p}{(\pi f)^2}$$

Notera att denna funktion är lokalt avtagande för små frekvenser. Genom att välja  $T_p$  som den strikt positiva lösningen till

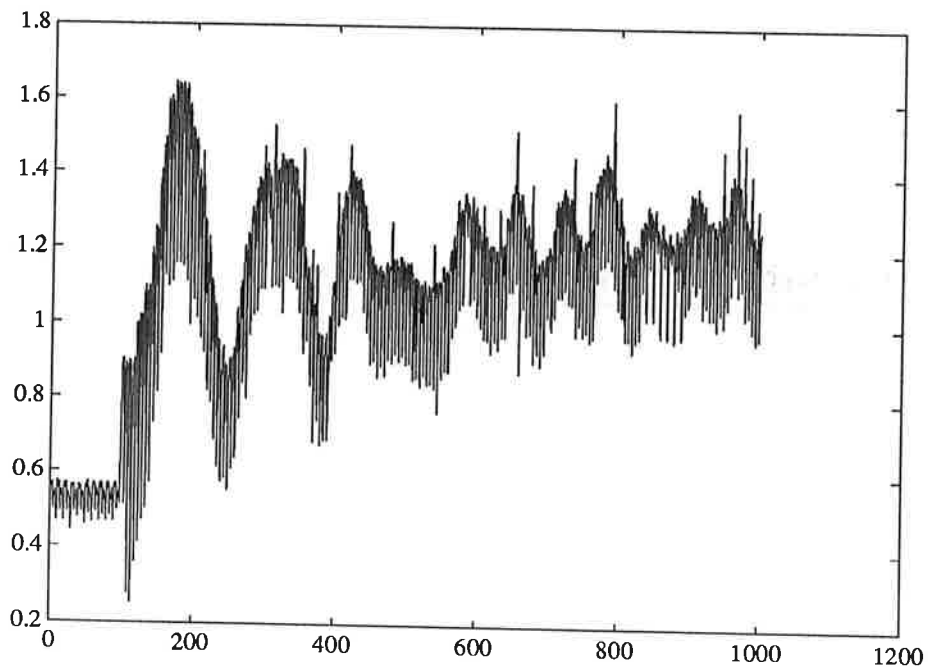
$$\frac{\sin(\pi f_c T_p)}{\pi f_c} = \frac{T_p}{\sqrt{2}}$$

kommer filtreringen för alla frekvenser lägre än  $f_c$  att vara större än  $1/2$ . Eftersom fjäderns svängningfrekvens är ungefär 6 Hz, kan det tyckas vara lämpligt att excitera processen upp till ca 20 Hz. Med  $f_c = 20$  Hz i ekvationen ovan erhålles  $T_p = 22$  ms.

För att kunna bestämma samplingsintervallet togs stegsvar upp, se figurerna 3.1 och 3.2. Enligt Åström och Wittenmark, 1990, bör man välja antalet



Figur 3.1 Stegsvaret för  $G_\omega$ , samplat med 2 ms



Figur 3.2 Stegsvaret för  $G_\theta$ , samplat med 2 ms

sampel till mellan 4 och 10 per stigtid. Ur stegsvaren bestämdes att en samlingstid på 20 ms borde vara tillräcklig. Vid plottning av stegsvaret för  $\omega$  och  $\theta$  såg vi att det låg en överlagrad störning på mätsignalerna. Denna störnings amplitud var dock liten i förhållande till våra mätsignaler, och därför bortsåg vi ifrån denna störning i fortsättningen.

Det bedömdes att 1500 mätvärden skulle vara tillräckligt. Av dessa användes 1200 till att identifiera fram modellerna och resterande för att validera desamma.

## 4. Identifiering

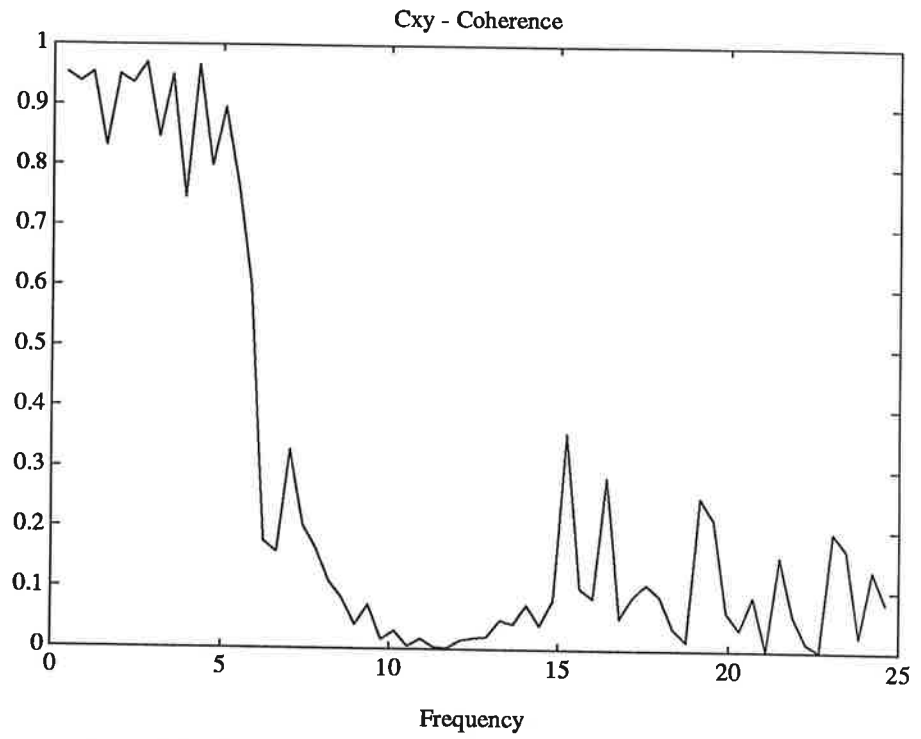
Identifieringen av överföringsfunktionen skulle göras med minst två "oberoende" metoder. Vi valde att göra dels en parametrisk skattning med en Box-Jenkin-modell, dels en ickeparametrisk skattning via spektralskattning.

### 4.1 Kontroll av excitation

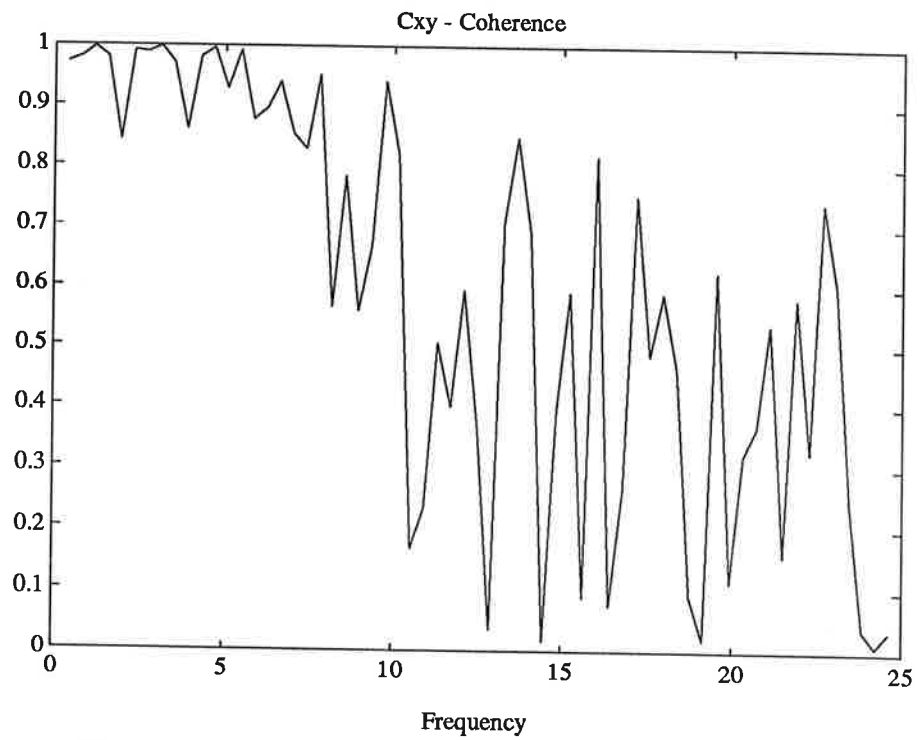
Det första man skulle göra var att undersöka om man hade tillräcklig excitation av processen. Ett bra sätt att se hur högt upp i frekvens man har excitation, är att titta på koherensfunktionen.

Definitionsmässigt ligger denna mellan 0 och 1. Om man har ett värde över 0.9 kan det anses, att man har tillräcklig excitation och relativt stark koherens mellan in-ut-signalerna. I MATLAB kan koherensen undersökas med hjälp av funktionen *spectrum*. I vårt fall kunde koherensen för  $\bar{u}_1$  och  $\omega$  anses vara bra upp till 6 Hz, se figur 4.1. I fallet för  $\bar{u}_2$  och  $\theta$  kunde koherensen anses vara bra upp till 7 Hz, se figur 4.2. Vi var således nöjda, ty vi hade bra koherens upp till och med fjäderns egenfrekvens vid c:a 6Hz.

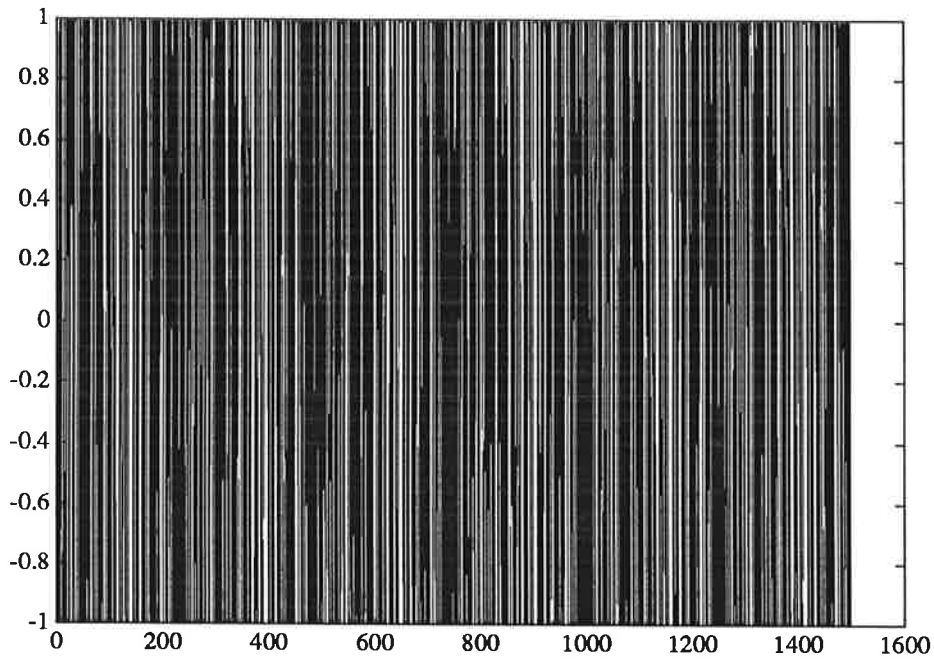
I fallet för  $\bar{u}_1, G_\omega$  där  $\bar{u}_1$  är givet enligt 2.1 och 3.1, valde vi  $u_{off} = 1$  V, amplituden på e till 0.5 V, antalet samplingsintervall mellan uppdatering av PRBS-skiftregistret till 1 och samplingstiden till 20 ms. Insignalen enligt 2.1, 2.3 och 3.1, se figur 4.3 gav utsignalen enligt figurer 4.4. I fallet för  $\bar{u}_2, G_\theta$  där  $\bar{u}_2$  är givet enligt 2.2 och 3.2 valde vi  $u_{off} = 0$  V, amplituden till 0.5 V, antalet samplingsintervall mellan uppdatering av PRBS-skiftregistret till 1 och samplingstiden till 20 ms. Insignalen enligt 2.2, 2.3 och 3.2 se figur 4.5, gav utsignalen enligt figur 4.6.



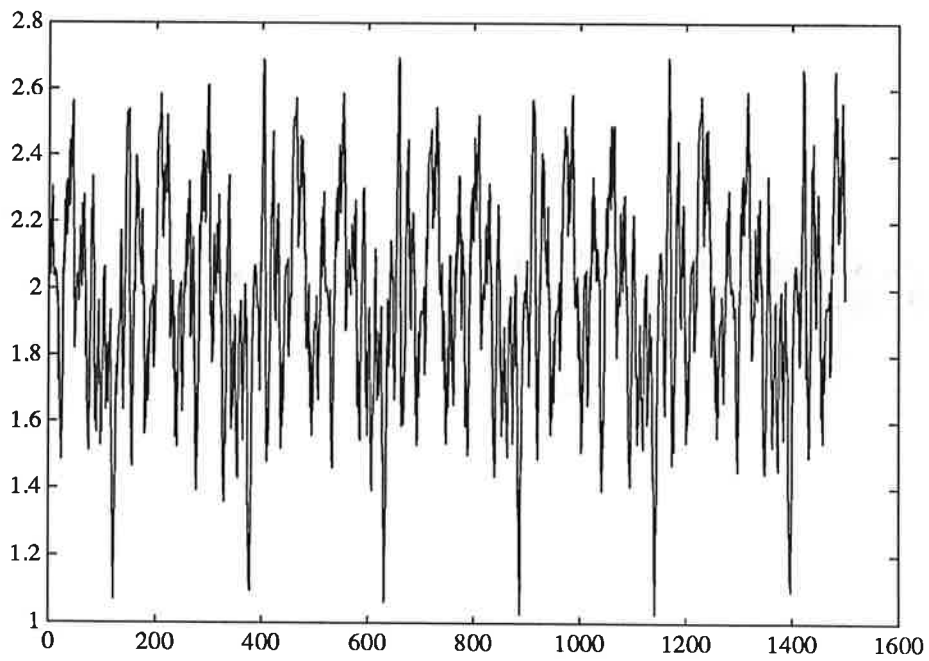
Figur 4.1 Koherensen mellan  $\omega$  och  $\bar{u}_1$  upp till Nyqvistfrekvensen



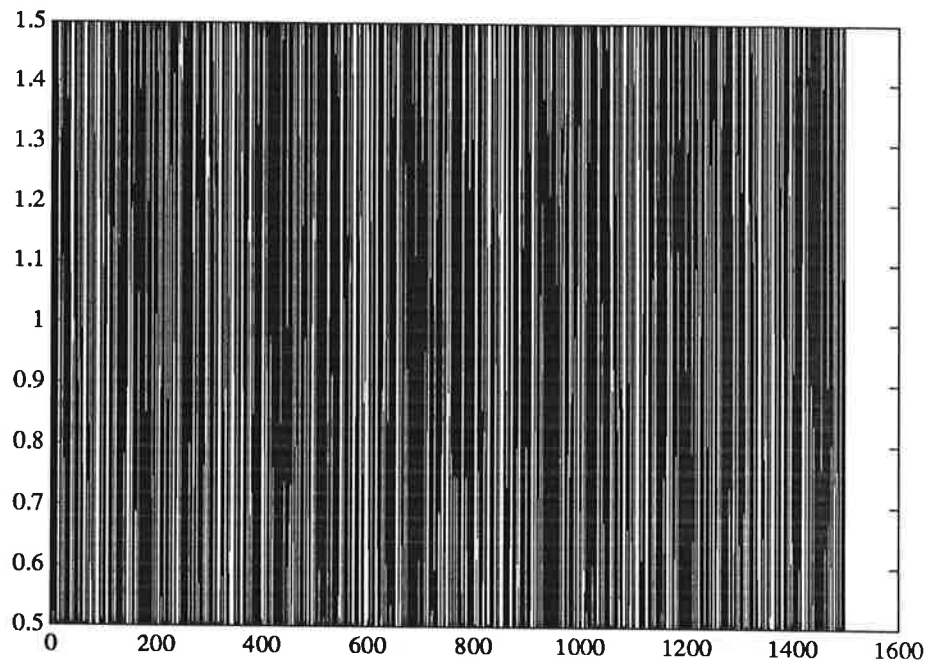
Figur 4.2 Koherensen mellan  $\theta$  och  $\bar{u}_2$  upp till Nyqvistfrekvensen



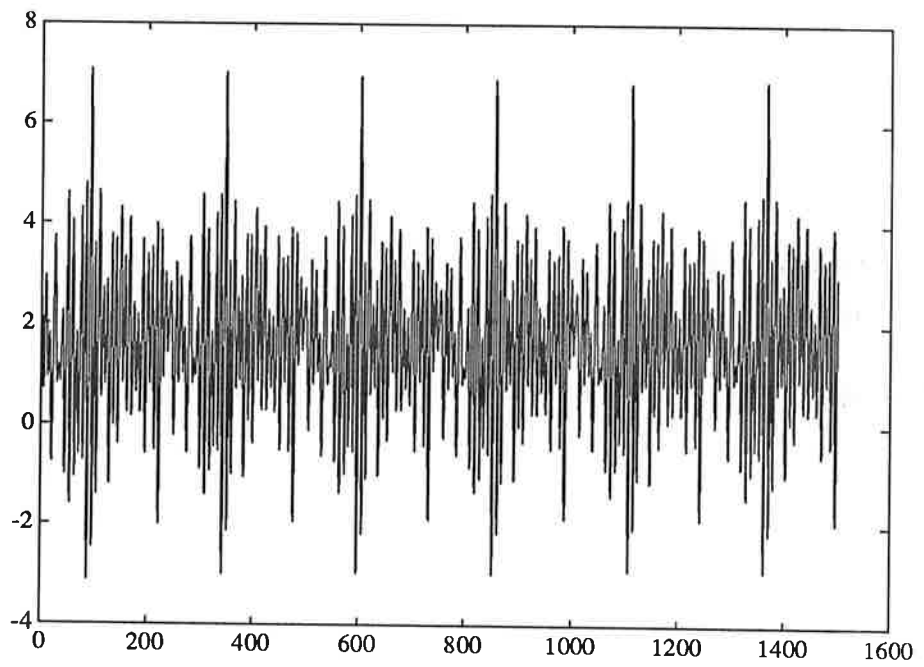
Figur 4.3 Insignalen till processen för excitation av  $\omega$ .



Figur 4.4 Utsignalen  $\omega$  från processen



Figur 4.5 Insignalen till processen för excitation av  $\theta$ .



Figur 4.6 Utsignalen  $\theta$  från processen

## 4.2 Modellbestämning

När nu mätningarna var klara påbörjades själva identifieringen. Som nämnts tidigare användes vid modell-identifieringen de 1200 första mätvärdena. För att få bort eventuella trender och medelvärden  $\neq 0$  i mätserien användes i MATLAB kommandot *detrend*. Vi hade bestämt oss för att använda en Box-Jenkins modell

$$y_k = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})}u(t - n_k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}w_k$$

därför att den är mer allmän än en ARMAX-modell

$$A(z^{-1})y_k = z^{-d}B(z^{-1})u_k + C(z^{-1})w_k$$

Fördelen med Box-Jenkins-modellen är att man har separata beskrivningar av insignal-utsignal-relationen och brusspektrat.

I MATLAB finns en färdig rutin för att beräkna polynomen i Box-Jenkins-modellen och kommandot för detta är *bj*. När man använde sig av *bj*, fick man en uppskattning av hur bra modellen var, genom att man jämförde olika gradtalskombinationers förlustfunktioner och AIC (Akaike information criterion). När förlustfunktionen och AIC var så små som möjligt, kunde man anse sig ha hittat en bra modell. För fallen  $G_\omega$  och  $G_\theta$  erhöles en modellordning på fem respektive fyra.

För att undersöka om man ändå kunde använda sig av en modell med lägre modellordning, kunde man dels göra ett så kallat F-test och dels en balanserad realisering.

### F-test

Ett F-test, se Johansson, 1991, är ett hypotestest av modellordningen. Testkvantiteten är

$$\tau(p_1, p_2) = \frac{(V_1 - V_2)(N - p_2)}{V_2(p_2 - p_1)}$$

där  $V_i$  är förlustfunktionen för Box-Jenkin modell nr  $i$ . Storheten  $p_i$  är antalet skattade parametrar hos polynomen i Box-Jenkin-modellen och där  $p_2$  är den större modellordningens antal parametrar.  $N$  är antal mätpunkter, i detta fall 1200.  $\tau$  är en F-fördelad variabel med frihetsgraderna  $N - p_2$  och  $p_2 - p_1$  under nollhypotesen  $H_0$ . Kriteriet för att förkasta nollhypotesen  $H_0$  är

$$\tau > F_\alpha(N - p_2, p_2 - p_1)$$

där  $\alpha$  är sannolikheten att nollhypotesen  $H_0$  förkastas när den är sann. Nollhypotesen  $H_0$  består i att vi antar att vår modell  $M_1$  har samma varians som en modell  $M_2$  med högre modellordning. Den alternativa hypotesen är att  $M_1$  är en delmängd av  $M_2$  och att  $M_1$  ej är av tillräcklig ordning.  $F_\alpha(N - p_2, p_2 - p_1)$  fås ur en statistisk tabell, se Blom, 1984.

F-testet utfört på olika Box-Jenkins modeller, för systemet  $G_\omega$ ,  $\bar{u}_1$ , visar att en modell med



$$\begin{aligned}n_B &= 1 \\n_C &= 1 \\n_D &= 2 \\n_F &= 3 \\n_k &= 3\end{aligned}$$

räcker på signifikansnivå 0.01.

I fallet för systemet  $G_\theta$ ,  $\bar{u}_2$  så visade det sig att följande gradtal räckte på signifikansnivå 0.01.

$$\begin{aligned}n_B &= 1 \\n_C &= 1 \\n_D &= 3 \\n_F &= 3 \\n_k &= 3\end{aligned}$$

För att se om dessa modeller är bra göres en balanserad realisering.

### Balanserad realisering

Här kommer ej att ges någon härledning av balanserad realisering utan vi hänvisar till Johansson, 1991. Balanserad realisering går i grova drag ut på att man utvecklar ett kvalitativt mått på observerbarhet och reachability. Det som är intressant är egenvärdena hos den så kallade Grammianen. Man ser på den relativa skillnaden hos egenvärdena, och om något eller några egenvärde är ett par procent av de övriga kan modellreducering ske.

I MATLAB använder man kommandot *dbalreal* (diskret tid) för att erhålla de intressanta egenvärdena i Grammianen.

Mätvärdesserien för  $G_\omega$  med insignal  $\bar{u}_1$  erhöles följande egenvärden.

$$\lambda = 0.6201; 0.2351; 0.1274; 0.0116; 0.0068$$

Härur kan man se att en tredje ordningens modell bör räcka. Mätvärdesserien för  $G_\theta$  med insignal  $\bar{u}_2$  blir motsvarande egenvärde.

$$\lambda = 5.3998; 5.1327; 0.6606; 0.4678; 0.0001$$

Här ses att man bör välja en fjärde ordningens modell. Således valdes till slut följande modeller

$$\begin{aligned}G_\omega \\n_B &= 1 \\n_C &= 1 \\n_D &= 2 \\n_F &= 3 \\n_k &= 3\end{aligned}$$

och detta gav följande polynom:

$$\begin{aligned}B &= 0.0193 \\F &= 1 - 2.5308q^{-1} + 2.2773q^{-2} - 0.7287q^{-3} \\C &= 1 - 0.2566q^{-1} \\D &= 1 - 0.4515q^{-1} - 0.0508q^{-2}\end{aligned}$$

och

$$\begin{aligned}
 &G_\theta \\
 n_B &= 1 \\
 n_C &= 1 \\
 n_D &= 3 \\
 n_F &= 4 \\
 n_k &= 3
 \end{aligned}$$

och detta gav följande polynom:

$$B = 0.0983$$

$$F = 1 - 2.9319q^{-1} + 3.8069q^{-2} - 2.4421q^{-3} + 0.6718q^{-4}$$

$$C = 1 - 0.3944q^{-1}$$

$$D = 1 - 1.0247q^{-1} + 0.3946q^{-2} + 0.3160q^{-3}$$

### Kommentarer till modellbestämning

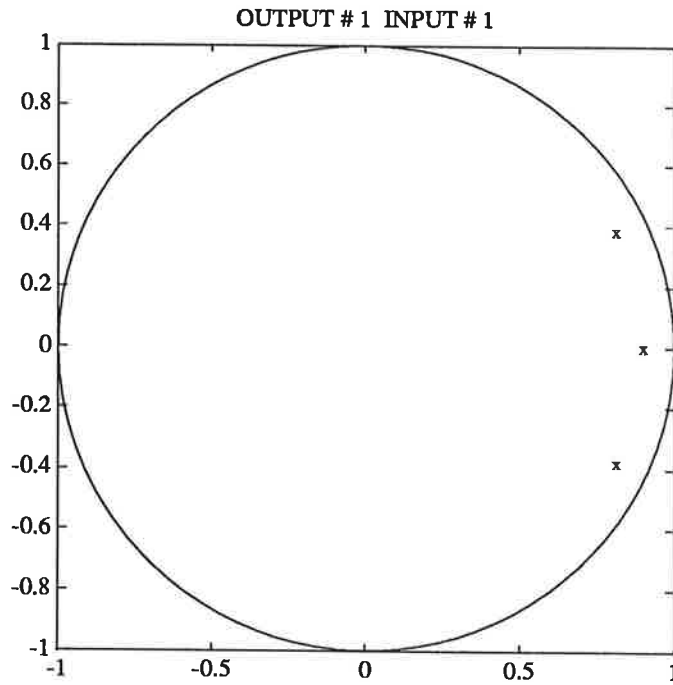
För att se att pol-nollställena låg innanför enhetscirkeln gjordes en pol-nollställes plot i diskret tid. Dessa plottar kan ses i figur 4.7 för systemet  $G_\omega$  med signalen  $\bar{u}_1$  och figur 4.8 för systemet  $G_\theta$  med signalen  $\bar{u}_2$ . Här kan ses att polerna ligger innanför enhetscirkeln och ej på negativa reella axeln, vilket innebär att de är stabila och fysikaliskt riktiga, d.v.s de motsvarande kontinuerliga polerna existerar.

### 4.3 Ickeparametrisk identifiering

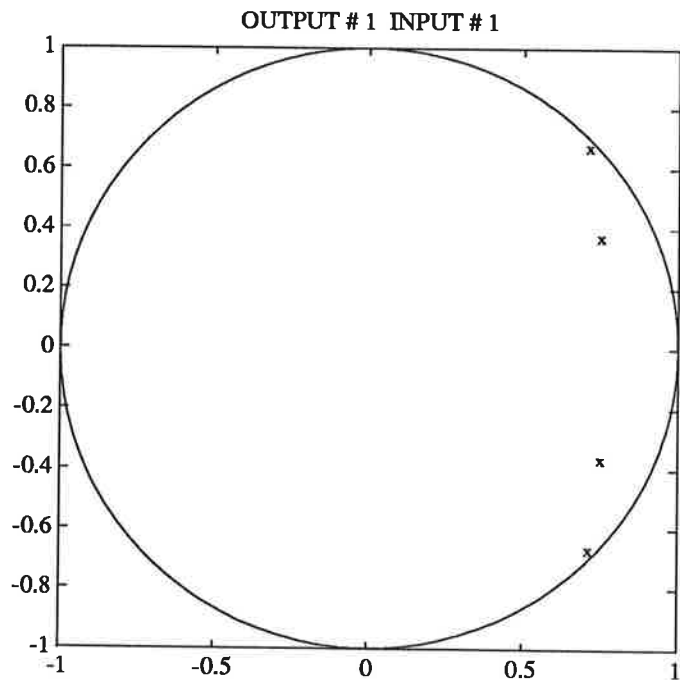
Den identifiering vi nu har gjort bygger på en parametrisk modell. För att göra ytterligare en oberoende identifiering gjordes det en frekvensanalys av våra mätvärden. Kommandot för detta heter i MATLAB *spa*. På denna frekvensanalys gjordes det en *bodeplot* och den jämfördes med bodeplotten för Box-Jenkins modellen, se figur 4.9 och 4.10. Då dessa plottar stämde bra överens ansåg vi att vi hade fått fram en bra modell för både  $G_\omega$  och  $G_\theta$ .

### 4.4 Validering

När modellordningen var bestämd började valideringen. Vi började med att göra en simulering på de 300 resterande mätvärdena, och denna simulering jämfördes med den riktiga mätserien. Kommandot för detta är i MATLAB *idsim*.



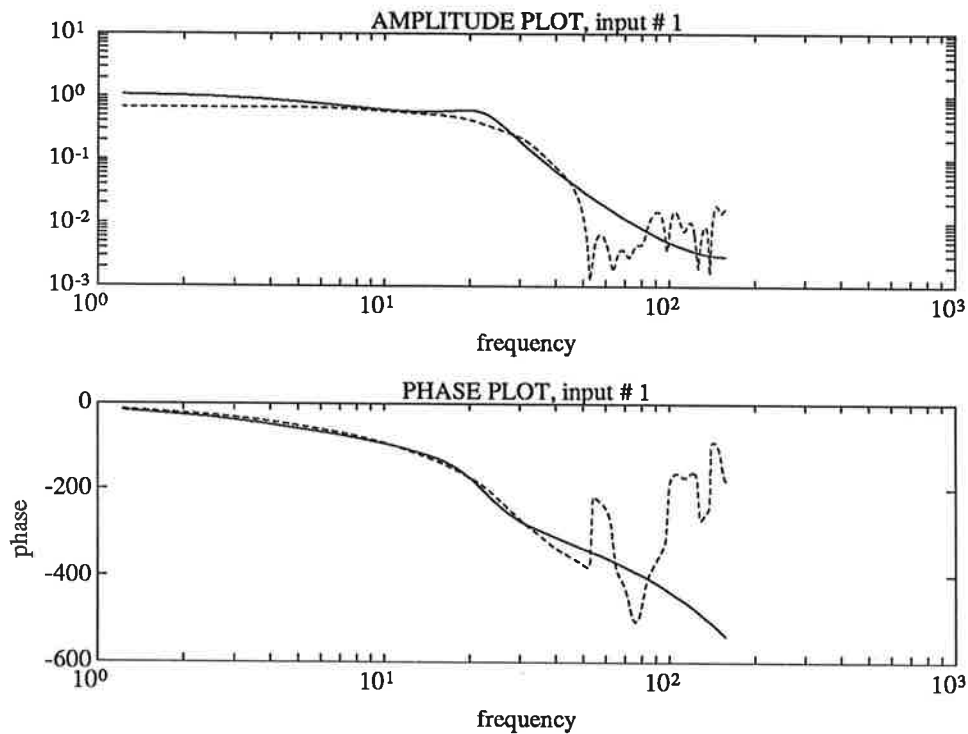
Figur 4.7 Pol-noll-ställena för systemet med  $\omega$ ,  $\bar{u}_1$ , poler kryss



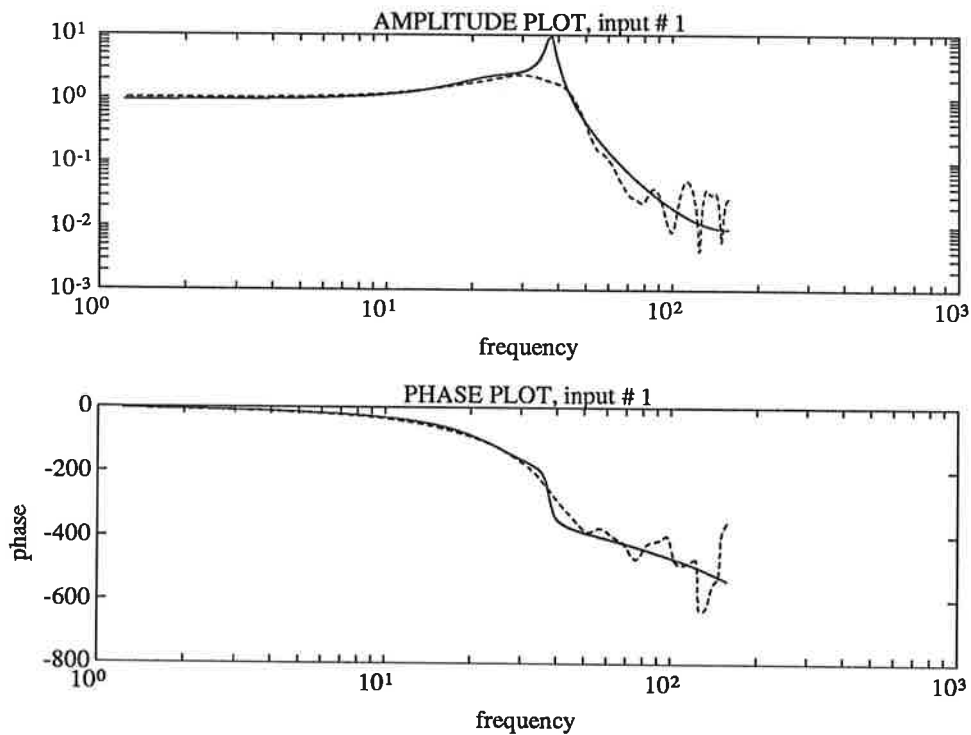
Figur 4.8 Pol-noll-ställena för systemet med  $\theta$ ,  $\bar{u}_2$ , poler kryss

Denna simulering kan ses i figur 4.11 för  $G_\omega$ -fallet och figur 4.12 för  $G_\theta$ -fallet. Det kan ses att överensstämmelsen är mycket god, vilket ytterligare bekräftar att våra modeller är bra.

Vi tog också upp hur korrelationsfunktionen för felet mellan mätvärdena och modellen såg ut, samt korskorrelationen mellan insignalen och felet. De

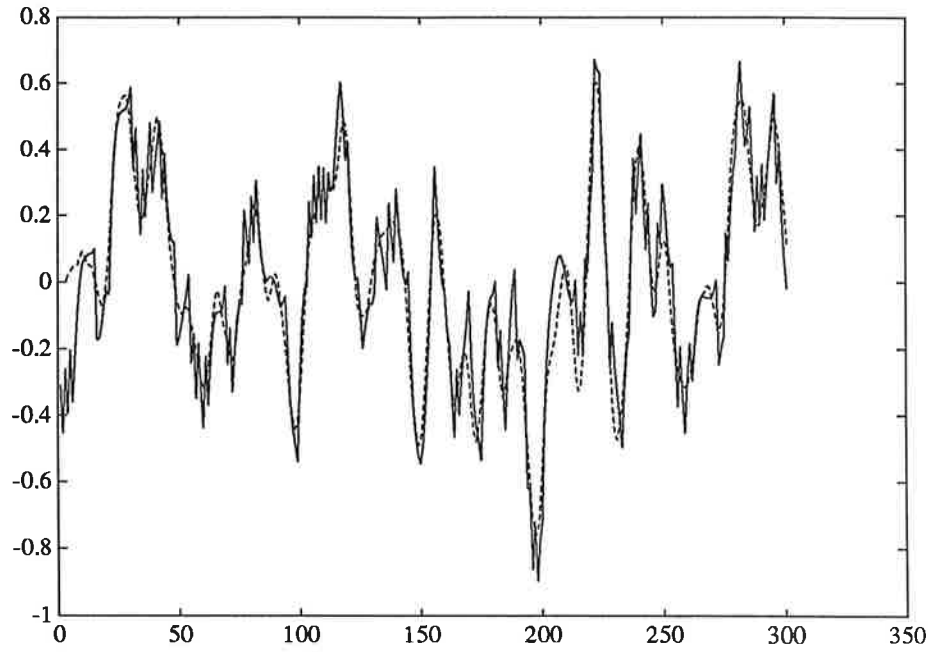


Figur 4.9 Bodeplottarna från frekvensanalysen och Box-Jenkins-modellen i  $\omega$ -fallet, heldragen är Box-Jenkins.

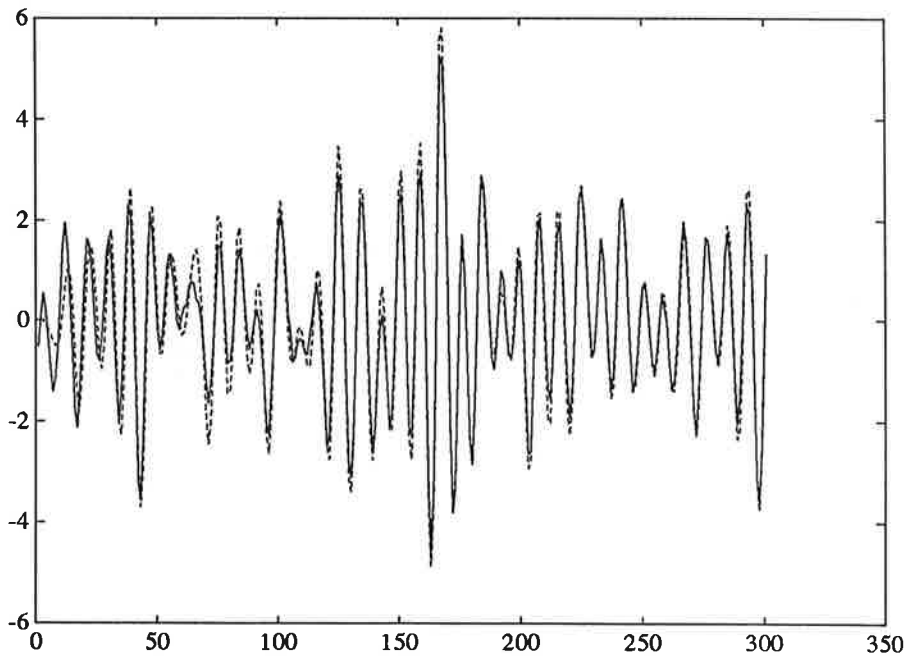


Figur 4.10 Bodeplottarna från frekvensanalysen och Box-Jenkins-modellen i  $\theta$ -fallet, heldragen är Box-Jenkins.

kan ses i figur 4.13, för  $G_\omega$ -fallet, och figur 4.14, för  $G_\theta$ -fallet. De såg bra ut, då de i fallet för autokorrelationen mellan residualerna inte överskred  $3\sigma$ -gränsen för ofta. I fallet för korskorrelation syns också att korrelationen inte är särskilt



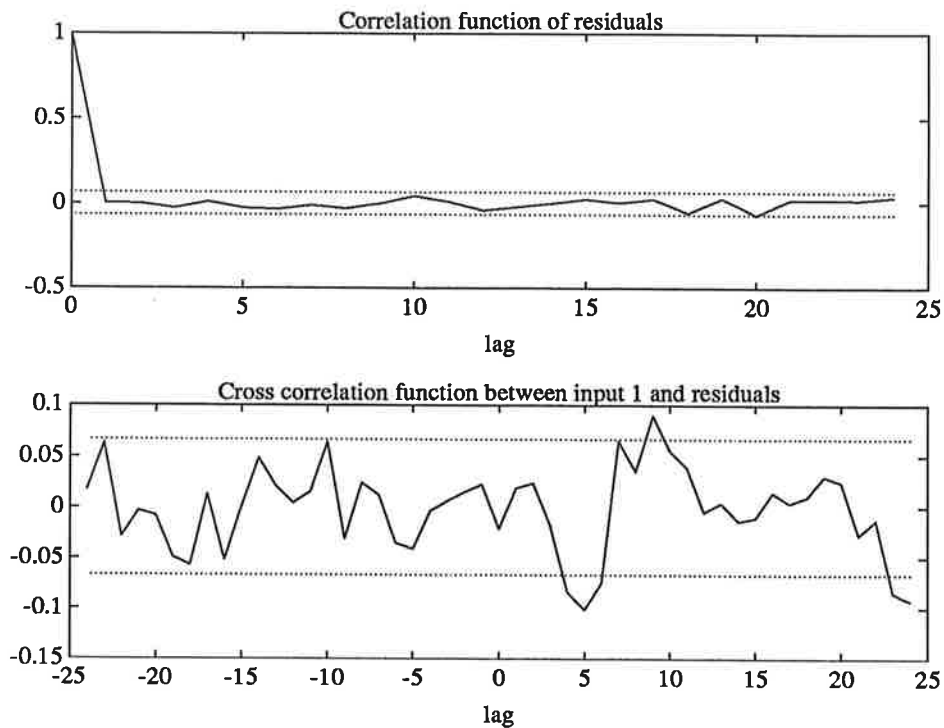
Figur 4.11 Simulering av processens vinkelhastighet,  $\omega$ , jämfört med det riktiga uppförandet, streckad simulerad.



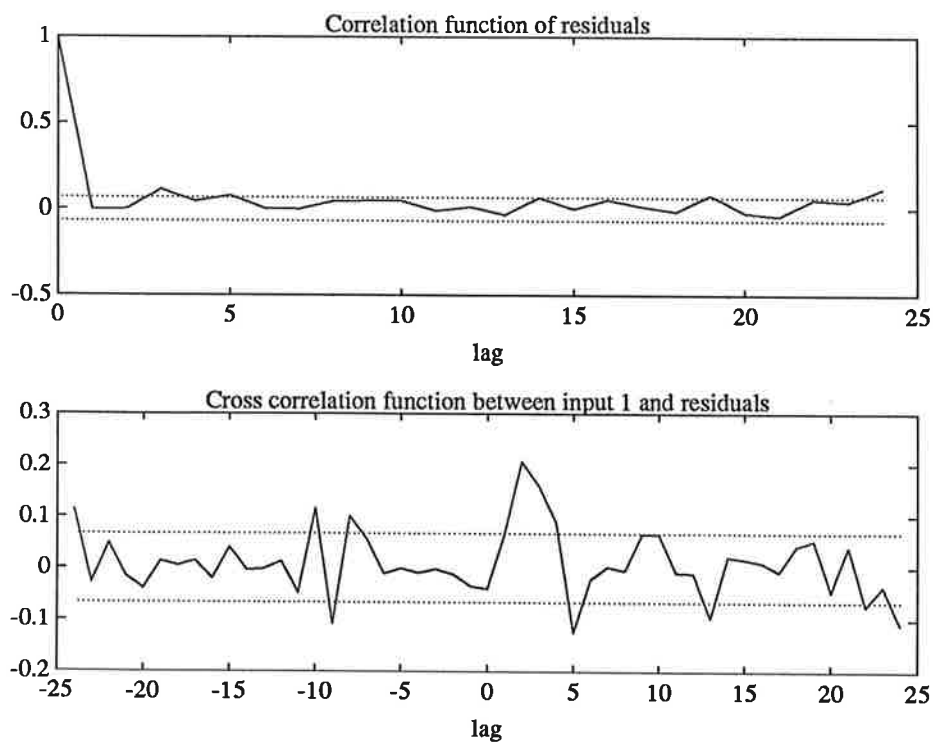
Figur 4.12 Simulering av processens vinkelutslag,  $\theta$ , jämfört med det riktiga uppförandet, streckad simulerad.

stor. I figur 4.15 är residualerna uppritade för  $G_\omega$ -fallet och i figur 4.16 kan  $G_\theta$ -fallet ses. I MATLAB erhålles denna kontroll m.h.a kommandot *resid*.

En ytterligare kontroll av modellen kan göras genom att jämföra stegs-

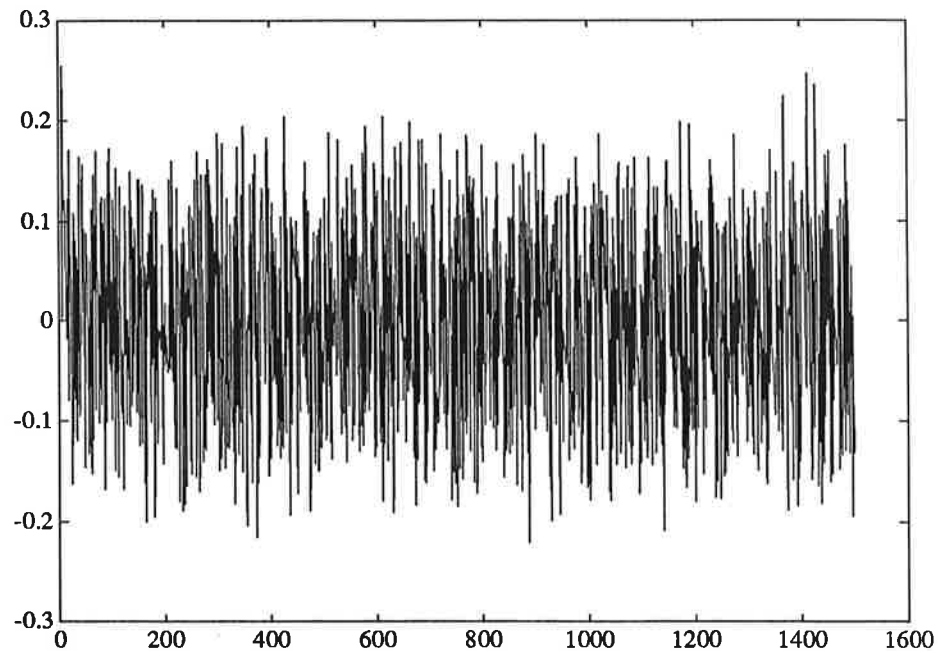


Figur 4.13 Korrelationsfunktionen och korskorrelationen för  $\omega$ -fallet.

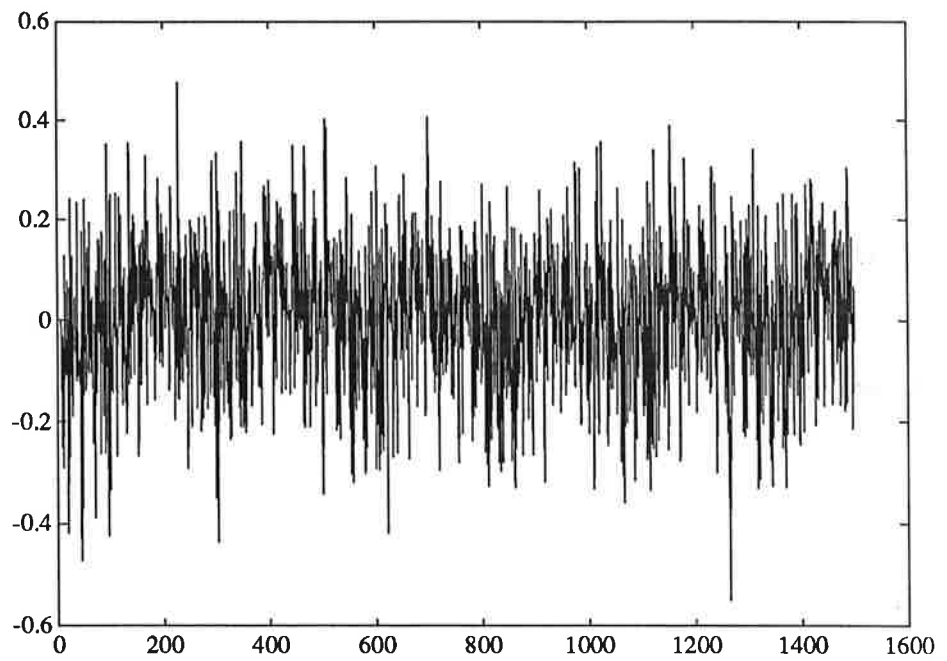


Figur 4.14 Korrelationsfunktionen och korskorrelationen för felet i  $\theta$ -fallet.

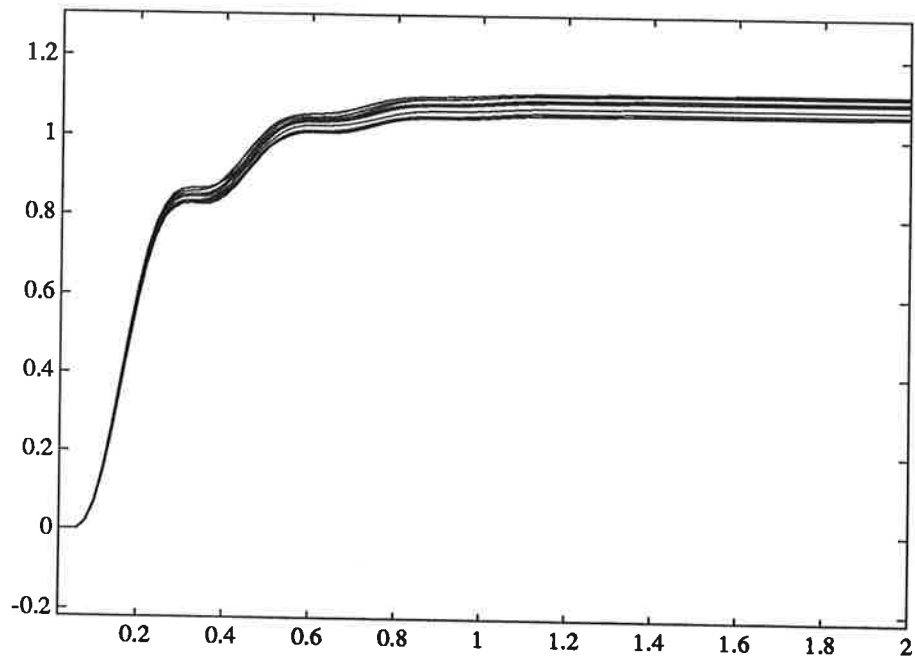
varet för modellen med det riktiga stegsvaret. Modellens stegsvar fås med kommandona *idsimsd* och *ones*. Dessa kurvor finnes i figur 4.17 för  $G_\omega$ -fallet och figur 4.18 för  $G_\theta$ -fallet. De skall jämföras med figur 3.1 och figur 3.2, och de stämde ganska bra överens.



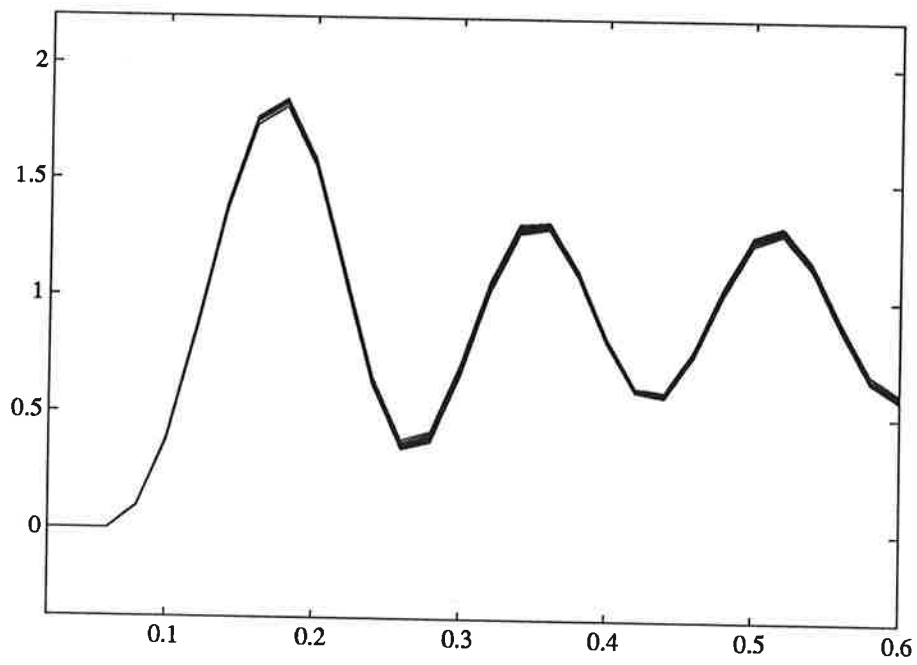
**Figur 4.15** Residualerna för  $\omega$ -fallet.



**Figur 4.16** Residualerna för  $\theta$ -fallet.



Figur 4.17 Modellens stegsvar för vinkelhastigheten  $\omega$ .



Figur 4.18 Modellens stegsvar för vinkelutslaget  $\theta$ .

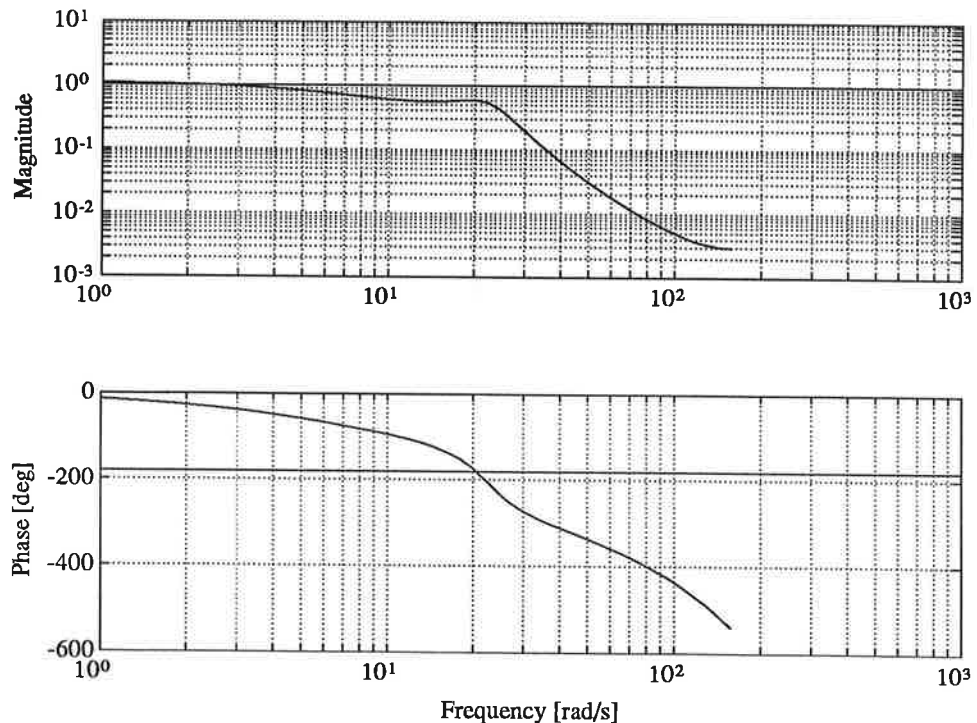


## 5. Styrlagsdesign

Vid design av styrlag betämde vi oss för att använda polplacering, (Åström and Wittenmark, 1990). Det är svårt att veta var man skall lägga polerna, så för enkelhets skull valde vi en specifik dämpning på polerna och varierade sedan endast deras avstånd till origo. Detta motsvarar att ge tidssvaret (time-response) för det slutna systemet en särskild form och sedan endast variera dess snabbhet. Vi varierade den önskade snabbheten och undersökte robustheten för det resulterande slutna systemet.

### 5.1 Regulatordesign

För att kunna använda våra polynom, som vi fått från Box-Jenkins algoritmen, var vi tvungna att ha dem på framåtskiftform. Box-Jenkins gav dem på bakåtskiftform. Med kommandot *polyform* togs polynomen ur sitt thetaformat och sedan lades det till rätt antal nollor i polynomen för att få dem på framåtskiftform. Vid själva styrlagsdesignen börjar vi med att titta på frekvenssvaret för modellerna för att få en idé om hur mycket det var möjligt att kräva av det slutna systemet. Frekvenssvaret beräknades med hjälp av kommandot *frd*. Polynomen som användes i *frd* var  $B$ - och  $F$ -polynomen,  $y = \frac{B}{F}u$ , det vill säga endast insignal-utsignalförhållandet. Med kommandot *bopl* plottades bodediagrammen för  $G_\omega$ -fallet och  $G_\theta$ -fallet. Dessa återfinnes i figur 5.1 och figur 5.2. Som vi ser i Bodeplottarna, har vi en resonanstopp,



Figur 5.1 Modellens frekvenssvar,  $B/F$ , i  $\omega$ -fallet

som beror på fjädern i processen. Frekvensen för denna resonans talar om den "naturliga" snabbheten för det öppna systemet och ger en ledtråd om vad vi kan förvänta oss av det slutna systemet. Vår styrlag bör ta hand om resonansen och dämpa den. För att få en bandbredd, som skiljer sig mycket från resonansfrekvensen i det slutna systemet, krävs det en stor styrsignal och en väldigt bra modell. Vi börjar med att göra en regulatordesign för en regulator utan integrator. Det karakteristiska polynomet,  $A_m(q)$ , vi ville ha samt observerarepolynomet,  $A_0(q)$ , måste specificeras. För att få en kausal styrlag gäller.

$$\text{deg}A_0 \geq \text{deg}A - \text{deg}A_m - \text{deg}B^+ - 1$$

$B^+$  är en stabil del av  $B$ . I vårt fall är  $B^+ = 1$ ,  $A = F$ ,  $B^- = B$  och vi valde  $\text{deg}A_m = \text{deg}A = n$ , där  $n$  är modellordningen. Det gäller att

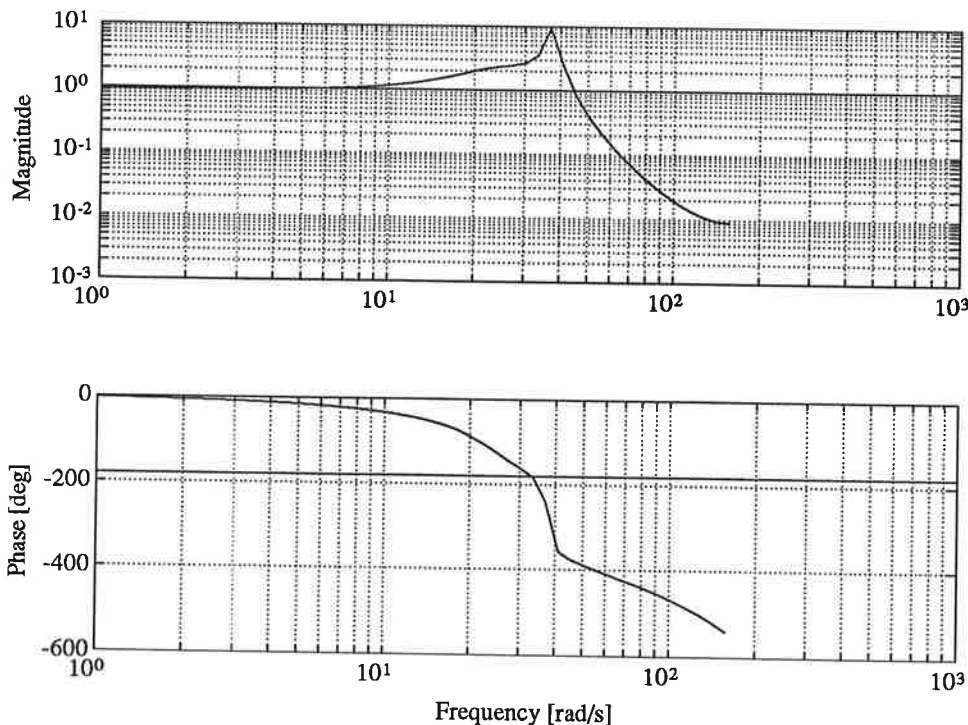
$$\text{deg}A_0 \geq n - 1$$

Vi valde

$$\text{deg}A_0 = n$$

Om styrlagen skall innehålla en integrator måste  $\text{deg}A_0$  ökas med ett.

Vi valde  $A_m$  och  $A_0$  i kontinuerlig tid. För enkelhets skull valde vi polerna jämt utspridda på ett cirkelsegment i vänster halv-plan i  $s$ -planet. Cirkelns radie är  $\omega_b$  och halva öppningsvinkeln är  $\zeta$ . Observerarepolynomet valdes på samma sätt men på dubbelt så långt avstånd från origo, det vill säga  $\omega_0 = 2\omega_b$ . MATLAB-kommandot vi använde oss av var *polybutt*. För att översätta dessa poler i kontinuerlig tid till poler i diskret tid användes MATLAB-kommandot *polyc*.



Figur 5.2 Modellens frekvenssvar,  $B/F$ , i  $\theta$ -fallet

Styrlagen beräknades genom att lösa DAB-ekvationen.

$$AR_1 + B^- S = A_m A_0$$

med  $B = B^- B^+$ ,  $B_m = B'_m B^-$  Styrlagen ges av där

$$R = R_1 B^+$$

$$S = S$$

$$T = t_0 A_0 B'_m$$

där  $t_0$  är till för att justera statiska förstärkningen i det slutna systemet till ett.

### Robusthetskontroll

När vi hade fått fram en regulator behövdes den kontrolleras med avseende på robusthet. Detta gjordes genom att plotta Nyquistkurvan för kretsöverföringen

$$G_0(q) = \frac{B(q)S(q)}{A(q)R(q)}$$

Om Nyquistkurvan passerar nära -1 är designen troligtvis ej bra. Då modellen inte beskriver den verkliga processen exakt kan det vara så att det verkliga systemet blir instabilt. Vi försöker därför att hitta ett  $\omega_b$  som ger en tillräckligt bra bandbredd för det slutna systemet, men utan att passera nära -1. Detta betyder att styrlagen kommer att uppföra sig väl även om den verkliga processen kommer att skilja sig litet från vår modell. Tolkningen av i närheten av -1, gjordes i form av förstärkningsmarginal och amplitudmarginal. Vi försökte få en förstärkningsmarginal på ca 2 och en fasmarginal på ca 60°.

### Styrlagspolynom för $G_\omega$

I detta fall är  $\deg A = \deg F = 3$ ,  $\deg A_0 = 3$ .

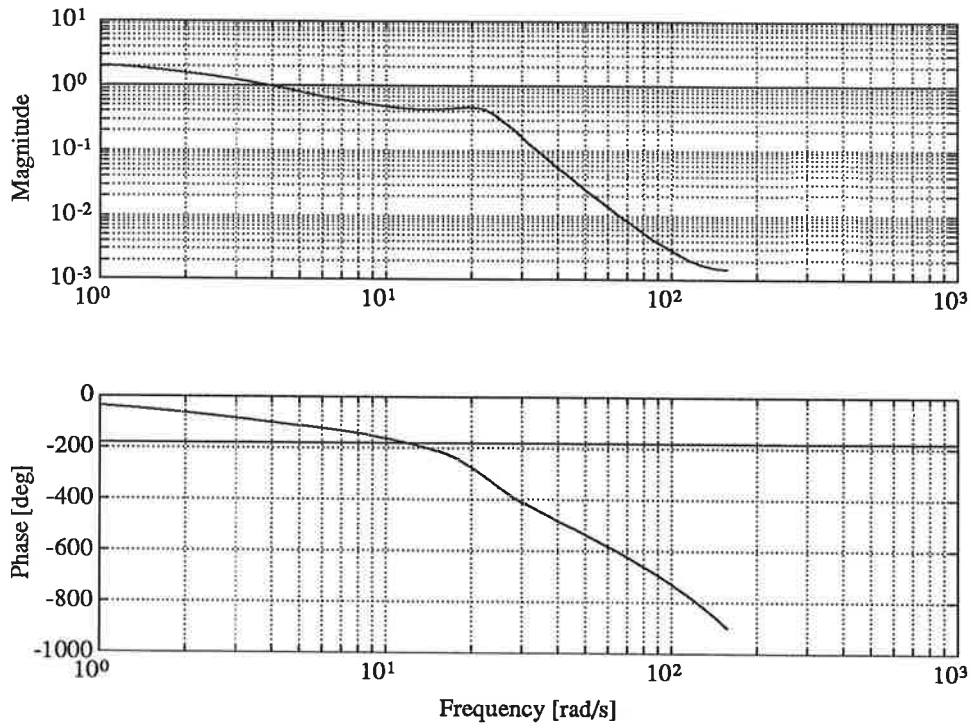
Vi satte vårt  $\zeta = 45^\circ$  och varierade vårt  $\omega_b$  tills våra uppställda kriterier var uppfyllda.

För  $\omega_b = 13$  var vi nöjda, bodeplottarna för kretsöverföringsfunktionen, modellen och S/R finns i figurerna 5.3, 5.5 och 5.6. I figuren 5.4 finns Nyquist-plotten för kretsöverföringen. Regulatorpolynomen blev

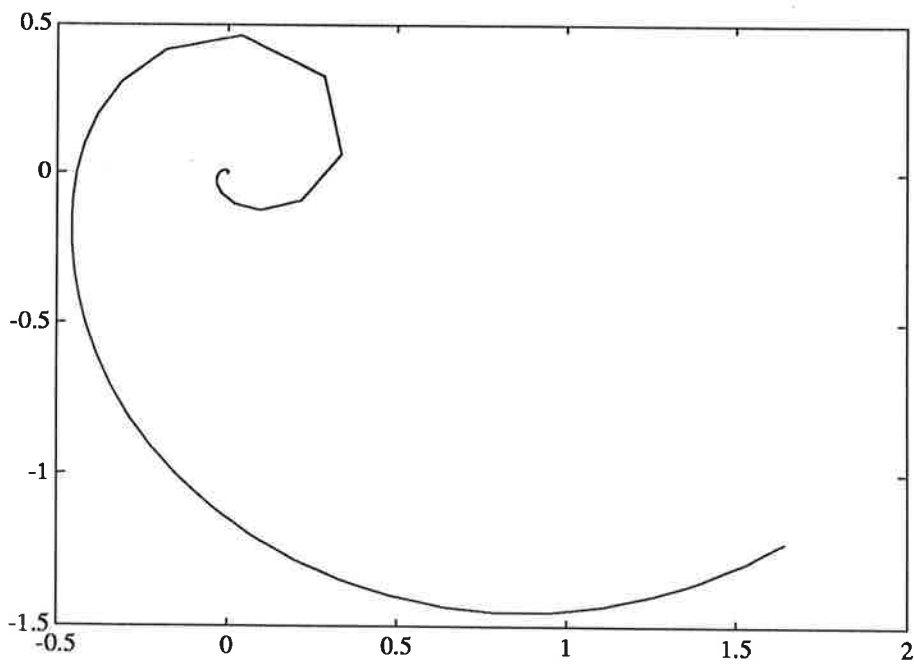
$$R = q^3 - 1.7629q^2 + 1.0037q - 0.2241$$

$$S = -0.3758q^2 + 0.9915q - 0.5804$$

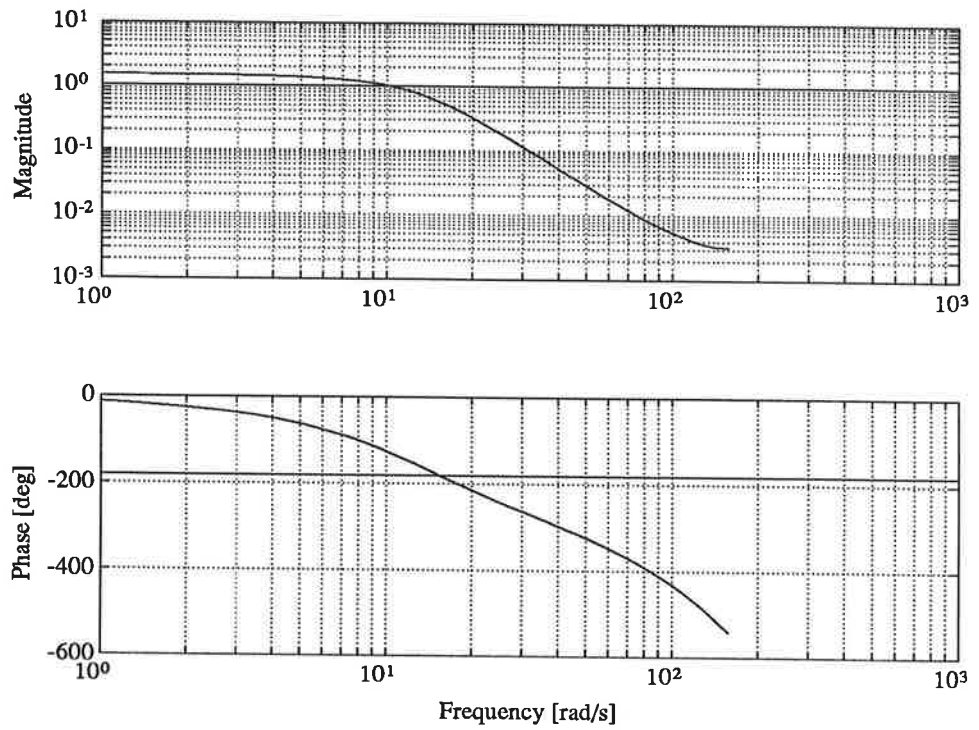
$$T = 0.6666q^3 - 1.2576q^2 + 0.8316q - 0.1900$$



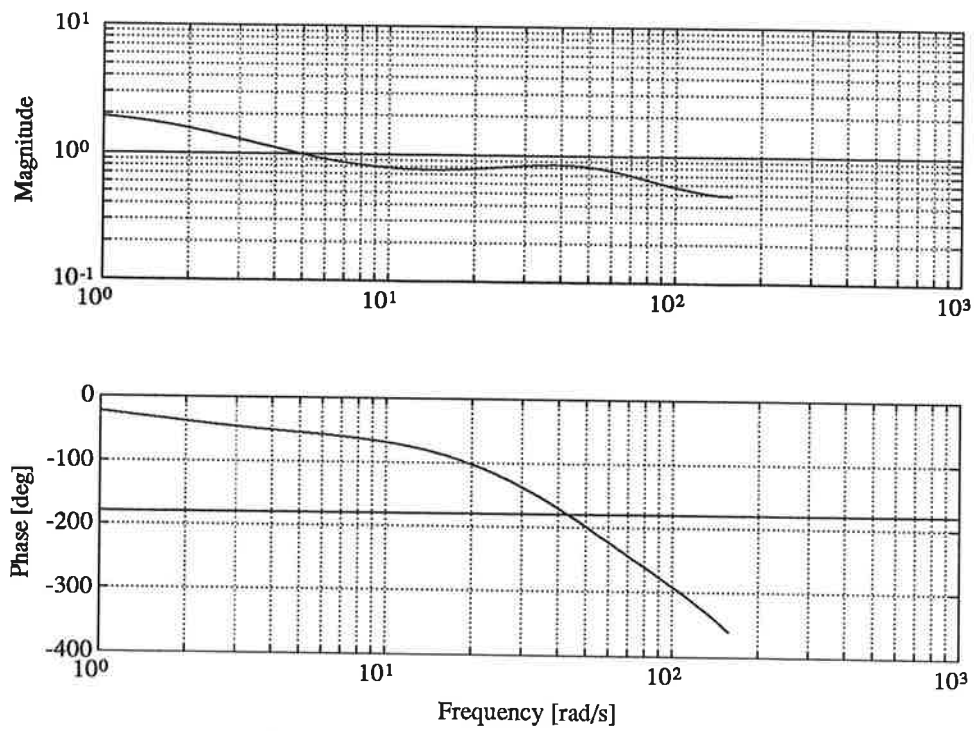
Figur 5.3 Kretsöverföringens bodeplot för  $G_\omega$ -fallet



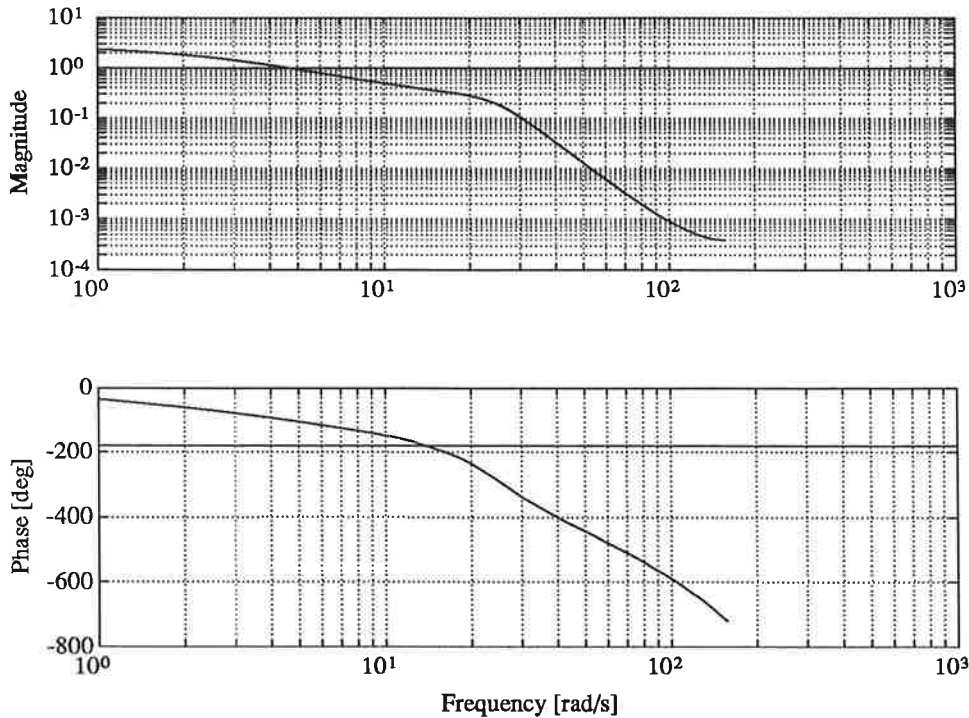
Figur 5.4 Nyquist-plotten för kretsöverföringen för  $G_\omega$ -fallet



Figur 5.5 Önskade modellens,  $B/A_m$ , bodeplot för  $G_\omega$ -fallet



Figur 5.6 Bodeplotten för S/R för  $G_\omega$ -fallet



Figur 5.7 Kretsöverföringens bodeplot för  $G_\theta$ -fallet

### Styrlagspolynom för $G_\theta$

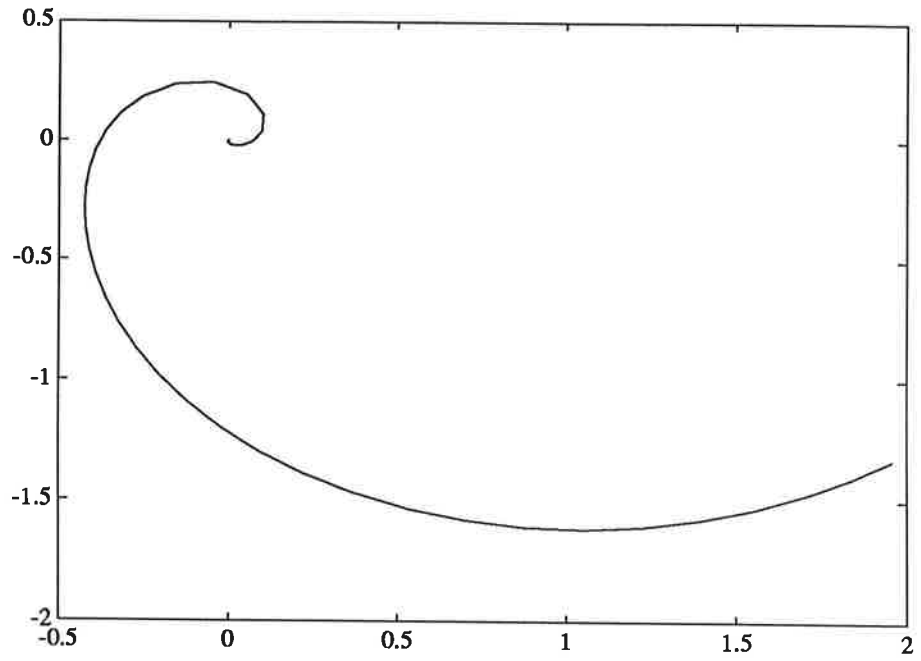
I detta fall är  $\deg A = \deg F = 4$ ,  $\deg A_0 = 4$ .

Vi lät nu de poler som låg närmast enhetscirkeln ligga kvar vid specifikationen av  $A_m$ . De två andra komplexkonjugerade polerna flyttades med specificerat  $\omega_b$  och  $\zeta = 45^\circ$ . Observerarepolynomet valdes dock som tidigare beskrivits med  $\omega_0 = 2\omega_b$  och  $\zeta$  enligt ovan. Vi varierade här  $\omega_b$  tills våra kriterier var uppfyllda. För  $\omega_b = 12$  var vi nöjda. Bodeplottarna för kretsöverföringsfunktionen, modellen och S/R finns i figurerna 5.7, 5.9 och 5.10. I figur 5.8 finns Nyquistplotten för kretsöverföringsfunktionen. Regulatorpolynomen blev

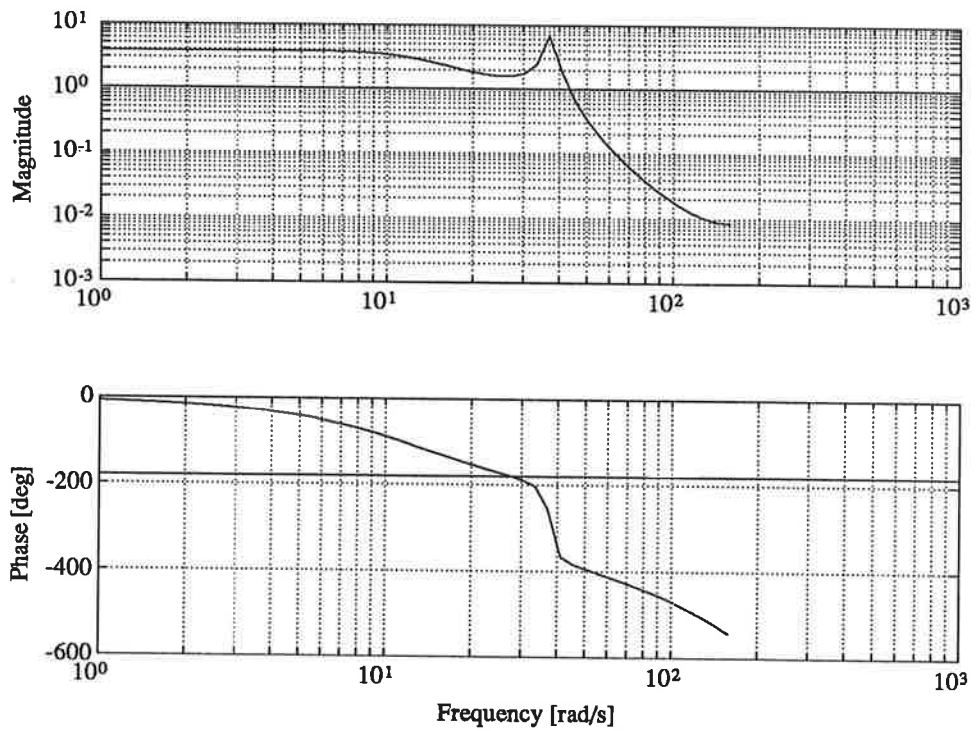
$$R = q^4 - 2.7518q^3 + 2.7653q^2 - 1.2157q + 0.2039$$

$$S = 0.0552q^3 - 0.1254q^2 + 0.1194q - 0.0446$$

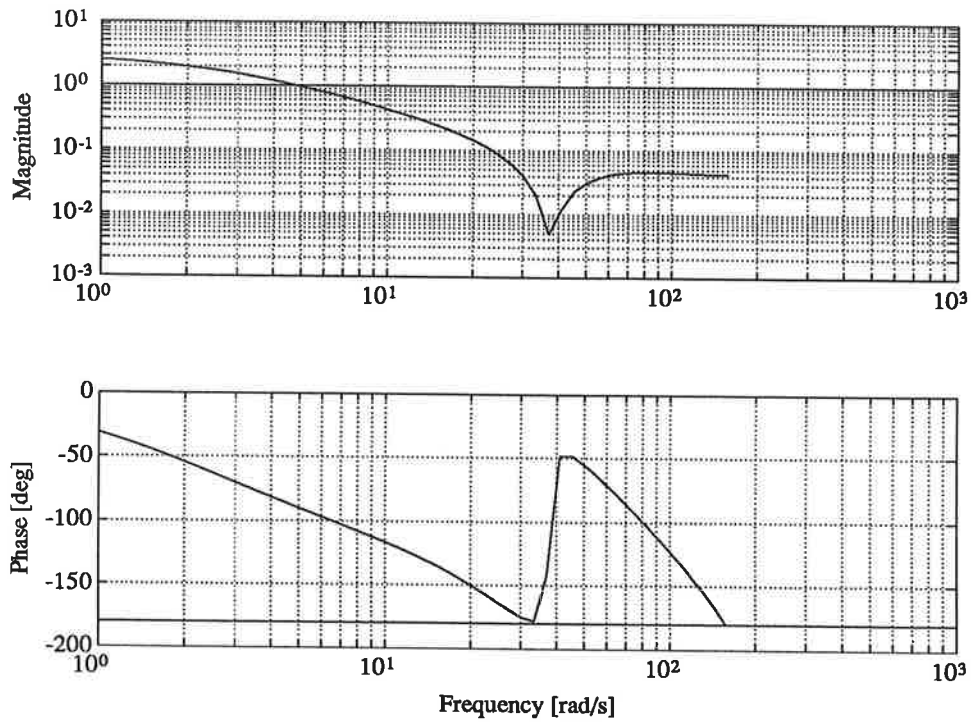
$$T = 0.2619q^4 - 0.6788q^3 + 0.6756q^2 - 0.3050q + 0.0526$$



Figur 5.8 Nyquist-plotten för kretsöverföringen för  $G_\theta$ -fallet



Figur 5.9 Önskade modellens,  $B/A_m$ , bodeplot för  $G_\theta$ -fallet



**Figur 5.10** Bodeplotten för S/R för  $G_0$ -fallet



## 6. Testning av regulator

För att testa regulatorn använder vi oss av ett program som heter *toolbox*. Detta program implementerar en styrslag av RST-typ.

För att få den rätta regulatorn, som vi enligt vår modell har gjort design för, var vi tvungna att multiplicera vårt R-polynom med en faktor 2. Ekvation 2.1 och 3.1 gav oss att för reglering av  $\omega$  blev

$$\bar{u}_1 = 2u_1 \quad (6.1)$$

ekvation 2.2 och 3.2 gav oss att för reglering av  $\theta$  blev

$$\bar{u}_2 = 2e \quad (6.2)$$

Vi vet också att följande samband för styrslagspolynomen gäller

$$Ru = -Sy + Tu_c$$

M.h.a 6.1 ses att för reglering av  $\omega$  fås

$$2Ru_1 + -Sy + Tu_c$$

och m.h.a 6.2 ses att för reglering av  $\theta$  fås

$$2Re = -Sy + Tu_c$$

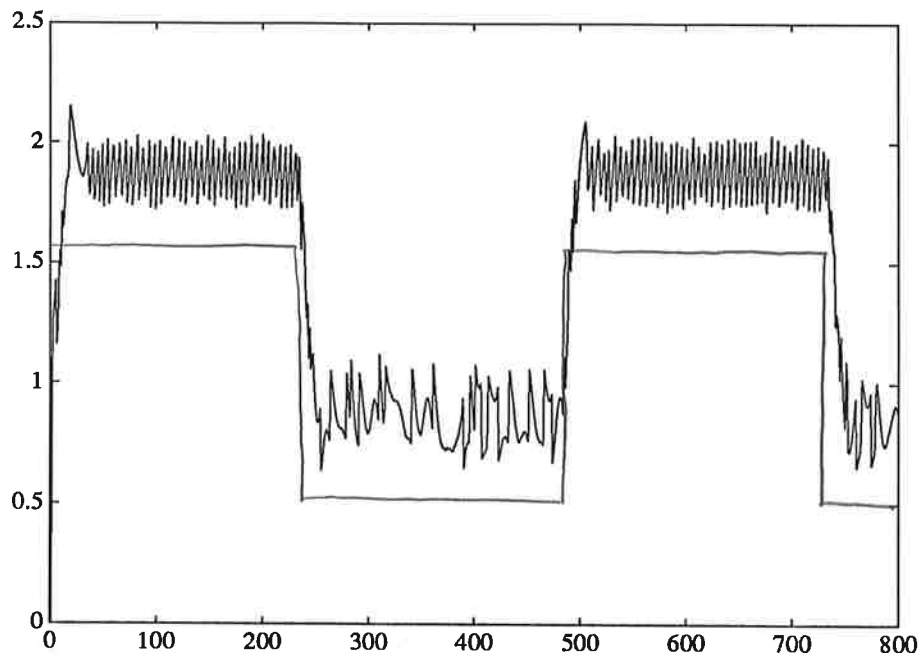
Samplingstiden var samma som vid identifieringen, 20 ms.

### 6.1 Reglering av $\omega$

Referenssignalen valdes i toolbox till squarewave med  $u_{off} = 0.1$  (motsvarar 1 V) och *amplituden* = 0.05 (motsvarar 0.5 V) och en period på 10 s, det vill säga samma värde på  $u_{off}$  och amplitud som då vi gjorde identifieringen. När man startade regleringen så följde vinkelhastigheten,  $\omega$ , referensvärdet fint frånsett ett konstant mätfel, vilket berodde på att givaren ej låg på noll volt vid vinkelhastighet noll. Regulatorn följde snabbt ändringar på referensvärdet, dock hade vi som synes små snabba överlagrade variationer på vår mätsignal. Dessa tror vi bl.a. härör från fjädern i systemet samt mätbrus. Vi ser att då hjulet snurrar fortare, svänger det också fortare, vilket medför att hastigheten kommer att oscillera lite. På samma sätt blir perioden på hastighetens oscillationer mindre då vinkelhastigheten är lägre. Signalerna ses i figur 6.1.

### 6.2 Reglering av $\theta$

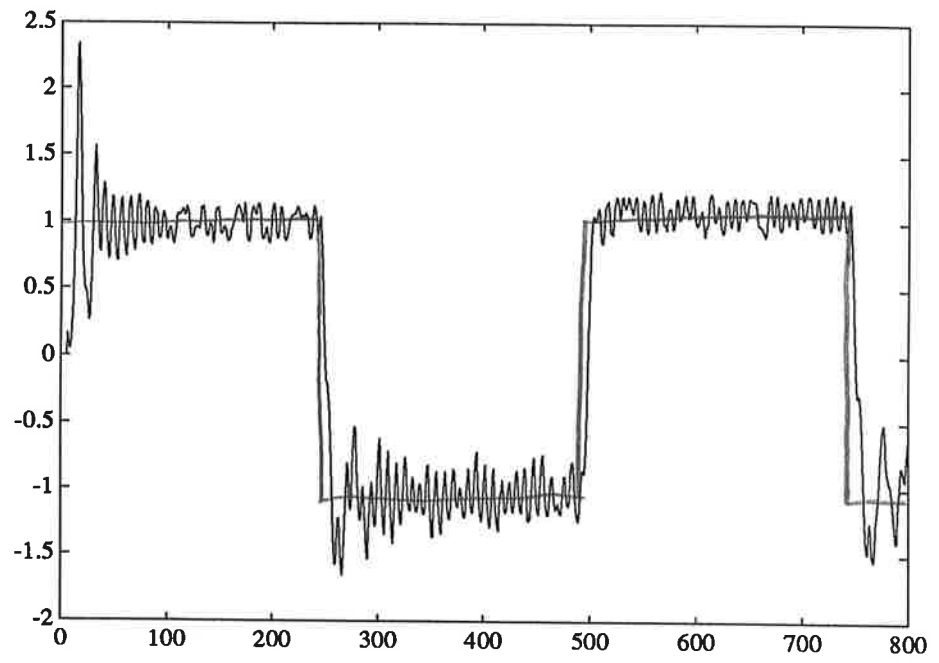
Referenssignalen valdes i toolbox till squarewave med  $u_{off} = 0$ , *amplitud* = 0.1, perioden 10 s. Även här var förhållandena desamma som vid identifieringen.



Figur 6.1 Vinkelhastighetens,  $\omega$ , följning av referensvärde

När regulatorn startades följde den referensvärdet mycket bra och snabbt. Dock var svaret något svängigt vilket troligtvis berodde på att polerna närmast enhetscirkeln låg kvar vid polplaceringen. Signalerna ses i figur 6.2.

Tilläggas skall att vi även gjorde regulatordesign för en regulator med integrator både i fallet för  $\theta$  och  $\omega$ . Dessa regulatorer var dock mycket sämre än de vi tidigare tagit fram. De reglerade väldigt dåligt och tas därför inte med i denna rapport.



**Figur 6.2** Vinkelutslaget,  $\theta$ , följning av referensvärde

## 7. Slutsatser

Polplacering var något arbetsam, då den gav en svårare tolkning. Man borde kanske arbetat i frekvensplanet istället, då det blir lättare att få en överblick över det hela. Vi skulle troligtvis använt oss av ett anti-aliasingfilter för att få ner inverkan av mätbrus. Vi lyckades få fram två stycken regulatorer, en för reglering av  $\omega$  och en för  $\theta$ . Dessa båda regulatorer innehöll dock ingen integratordel. Vid försök att få fram en regulator med integrator-del erhöles så dålig reglering att vi avstod från vidare försök. För att få en bättre reglering kunde vi t.ex. förfiltrerat referensvärdet.

## 8. Referenser

ÅSTRÖM, K. J and B. WITTENMARK (1990): *Computer Controlled Systems*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.

JOHANSSON, R (1991): *Processidentifiering*, KF-sigma, Lund, Sverige.

BLOM, G (1984): *Statistikteori med tillämpningar*, Studentlitteratur, Lund, Sverige.

MOLER, C, J. LITTLE and S. BANGERT (1987): *User's Guide for Pro-Matlab*, The MathWorks, Inc, Sherborn, MA, USA.



# EKORRHJULET

ETT PROJEKT I PROCESSIDENTIFIERING

Kolbjörn Gripne E87

Lars Hermanson F87

ht 1991

## Innehållsförteckning:

### 1 Inledning

### 2 Identifiering

#### 2.1 Processen

#### 2.2 En första analys

#### 2.3 PRBS som insignal

#### 2.4 ARMAX-identifiering

#### 2.5 Frekvensanalys

### 3 Reglering

#### 3.1 Polplacering med polynommetoden

#### 3.2 Validering

### 4 Sammanfattning och utblick

#### 4.1 Resultat

#### 4.2 Vad vi lärde oss

### 5 Referenser

### Appendix A: Några Matlabfunktioner

### Appendix B: Identifierings- och regulatorpolynom

### Appendix C: Figurbilaga



## Referat

Rapporten beskriver ett projekt i kursen processidentifiering november 1991. Det är ofta svårt att sätta upp en giltig matematisk modell för en elektromekanisk process som innehåller olinjäriteter i form av växellådor, friktion etc. Genom lämpliga experiment och teoretiska kunskaper kan man få fram en bra modell för processen och med utgångspunkt i denna modell designa en regulator.

Processen vi studerade var en metallkulas rörelse i ett roterande hjul, det så kallade ekorrhjulet.

# 1 Inledning

Vi har i det här arbetet gripit oss an en olinjär process som vi identifierat med två oberoende identifieringsmetoder. Den teoretiska grunden för identifieringen finns först och främst beskriven i (2). Rapportens avsnitt och kapitel är i stort upplagda enligt följande:

Kapitel 2 beskriver processen och själva identifieringsförfarandet. Identifieringen består av en första uppskattning av processparametrar, val av insignal, ARMAX- och frekvensanalysidentifiering, och en efterföljande validering.

Kapitel 3 beskriver regleringen av processen. Här beräknas en uppsättning RST-regulatorer för processen. Vi diskuterar också regulatorns utseende beroende på polplaceringen och slutligen presenteras resultatet av regleringen.

Kapitel 4 innehåller en sammanfattning av resultaten och en diskussion om våra erfarenheter av projektet.

## 2 Identifiering

I det här kapitlet ligger tyngdpunkten av arbetet. Vi analyserar processen och identifierar med hjälp av bland annat Matlab. I avsnitt 2.1 beskriver vi processen och diskuterar dess fysikaliska egenskaper. I avsnitt 2.2 görs en första enkel betraktelse av processens beteende. I avsnitt 2.3 görs experiment med en PRBS som insignal, och 2.4 innehåller analysen av detta experiment där vi anpassar en ARMAX-modell till våra mätdata. Ett nytt experiment görs i 2.5 där vi gör en frekvensanalys som identifierar parametrar med hjälp av minstakvadratmetoden. I 2.6 görs slutligen en validering för att bekräfta att resultaten är giltiga. Sammanfattning av hela kapitel 2 finns i avsnitt 2.7.

### 2.1 Processen

Vår process består av en metallkula som rullar i ett roterande hjul. Hjulet drivs av en kraftfull elmotor försedd med en växellåda. Kulan hänger fritt i en vinkelsensor som mäter vinklar upp till  $45^\circ$  åt bägge håll. Hjulet roterar såväl medsols som motsols. Vi har även möjlighet att mäta hjulets hastighet och dess läge. Vår uppgift är att identifiera processen och därefter bygga en regulator för att styra ned kulan till

bottenläget, dvs  $\alpha=0^\circ$ , se bild 1 nedan. Att bottenläget är det naturliga valet av mål för regleringen framgår av den fysikaliska beskrivningen nedan.

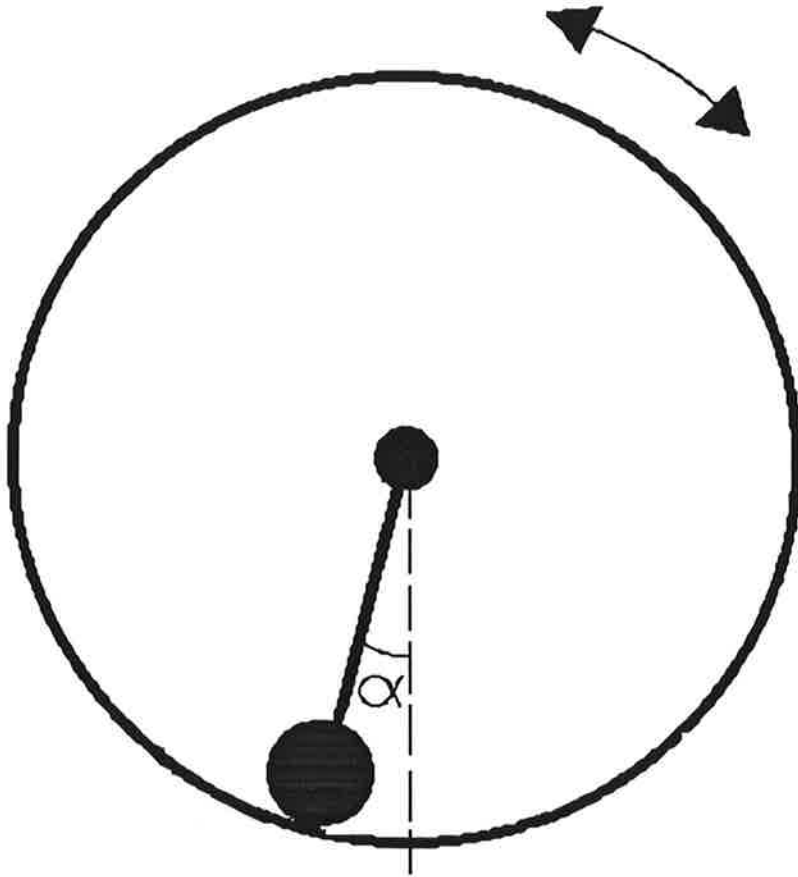


Bild 1. Beskrivning av processen

Här nedan följer en enkel fysikalisk beskrivning av processen.

På kulan verkar gravitationskraften (längs vertikalriktningen) och friktionskraften från underlaget (längs tangentens riktning). Friktionskraftens storlek beror av normalkraften från underlaget (dvs i praktiken av utslagsvinkeln  $\alpha$ ) och hjulets rörelse. När hjulet accelererar induceras en friktionsberoende impuls på kulan vars rörelse därmed påverkas. Genom att lägga på en lagom stor insignal till motorn kan man alltså styra ned kulan till läget  $\alpha=0$  (i fortsättningen kallat nollläget) snabbare än i fallet utan styrsignal. Eftersom hjulet ej kan accelereras i all oändlighet är nollläget det enda läge i vilket vi kan uppnå stationaritet, varför det verkar naturligt att reglera till detta läge. Detta är den kortfattade principen vi kommer att använda för vår reglering av processen.

## 2.2 En första analys

För att få en första inblick i vår process gjorde vi några inledande betraktelser. Till att börja med konstaterade vi att det är svårt att sätta upp någon bra matematisk modell för processen då vi har olinjäriteter dels i motorns växellåda, dels friktionen mellan hjul och kula, vilken i enklaste fall kommer att bero av  $\sin(\alpha)$ . Vi tittade därefter på kulans dämpning. Genom att räkna antal svängningar innan kulan uppnår stationaritet och jämföra i figur 2.7 s. 36 i (1) uppskattade vi dämpningen till ca 0.3. Motorn har en tidskonstant som vi via ett stegsvar i programmet Toolbox uppskattade till ca 0.8s.

## 2.3 PRBS som insignal

PRBS-signalen (Pseudo-Random Binary Sequence, se (2) s. 154) kan med lämpligt val av parametrar få en spektraltäthet liknande den för vitt brus i ett begränsat frekvensintervall. En insignal med konstant spektraltäthet är en fördel eftersom alla svängningsmoder då exciteras. Efter att man skaffat sig en uppfattning om processens överföringsfunktion och dess bandbredd väljes parametrarna så att man får vitt brus upp till processens bandbredd.

Kovariansfunktionen för den diskreta PRBS-signalen,  $p_d(t)$ , blir då medelvärden är noll

$$r_p(s) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{\infty} p_d(t+s) \cdot p_d(t)$$

$$r_p(s) = 1 - \left(\frac{1}{M}\right)^2 \text{ för } s=M^k, \text{ där } k \text{ är ett heltal}$$

$$r_p(s) = -\frac{1}{M} - \left(\frac{1}{M}\right)^2 \text{ för övriga } s$$

där perioden  $M=2^{L-1}$ , där  $L$  är skiftregistrets längd. Den diskreta PRBS-signalens spektraltäthet är

$$R_{pd}(\omega) = T_p \cdot \sum_{s=-\infty}^{\infty} r_p(s) \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot s \cdot T_p} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot \delta\left(f - \frac{k \cdot f_p}{M}\right)$$

där  $f_p=1/T_p$ ,  $T_p=N_p \cdot T_s$  och  $N_p$  är ett heltal.  $T_p$  motsvarar minsta pulsbredden för PRBS-signalen. För långa perioder  $M$  får man

$$c_k = \frac{1}{M^2} \approx 0 \quad \text{för } k=n \cdot M, \text{ där } n \text{ är heltal}$$

$$c_k = \frac{1}{M} + \frac{1}{M^2} \approx \frac{1}{M} \quad \text{fö } k$$

Insignalen är begränsad i tiden, från  $t=0$  till  $T_m=N \cdot T_s$  sek, vilket kan ses som en multiplikation med ett rektangulärt tidsfönster.  $N$  är antalet diskreta tidpunkter för PRBS-signalen. En multiplikation i tidsplanet är detsamma som en faltning i frekvensplanet. Den trunkerade signalen får en spektraltäthet

$$\begin{aligned} R_{pm}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{pd}(\omega) \cdot e^{-i\omega T_m/2} \cdot \frac{T_m \sin(f \cdot T_m \cdot P)}{f \cdot T_m \cdot P} df = \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} c_k \cdot T_m \cdot \frac{\sin(\Pi \cdot T_m (f - \frac{k \cdot f_p}{M}))}{\Pi \cdot T_m (f - \frac{k \cdot f_p}{M})} \cdot e^{-i \cdot 2\Pi \cdot (f - \frac{k \cdot f_p}{M}) \cdot T_m/2} \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} c_k \cdot T_m \cdot \text{sinc}(T_m \cdot f - \frac{k \cdot f_s}{M \cdot N_p}) \cdot e^{-i \cdot \Pi \cdot T_m \cdot (f - \frac{k \cdot f_s}{M \cdot N_p})} \end{aligned}$$

Spektraltätheten  $R_{pm}(\omega)$  består alltså av en summa överlagrade sinc-funktioner med ett inbördes avstånd på  $f_s/(M \cdot N_p)$ . För  $f=f_s \cdot n \cdot M/(M \cdot N_p)=f_p \cdot n$  saknas dock en sinc. Sinc-funktionerna har sina första nollställen på avståndet  $1/T_m$  från sina maximala värden. För stora värden på nämnaren blir spektrat nästan vitt med undantag för frekvenser som är en multipel av  $f_p$ ,  $f_p=f_s/N_p$ . Överföringsfunktionen har för dessa frekvenser ett kraftigt fall i amplitud.

Den diskreta PRBS-signalen omvandlas till en tidskontinuerlig signal genom en DA-omvandlare. Detta är liktydigt med att den diskreta signalen faltas med AD-omvandlarens impulssvar  $h(t)$ . AD-omvandlarens impulssvar,  $h(t)$ , och överföringsfunktion,  $H(f)$ , är

$$\begin{aligned} h(t) &= 1 \quad \text{för } 0 < t < T_s \\ h(t) &= 0 \quad \text{fö } t \end{aligned}$$

$$H(f) = e^{-i\omega T_s/2} \frac{T_s \sin(\Pi \cdot f \cdot T_s)}{\Pi \cdot f \cdot T_s} = e^{-i\Pi \cdot f \cdot T_s} \cdot \text{sinc}(f \cdot T_s)$$

Den tidskontinuerliga signalen från AD-omvandlaren får då en spektraltäthet

$$R_{pk}(\omega) = |H(i\omega)|^2 \cdot R_{pm}(\omega) = R_{pm}(\omega) \cdot \text{sinc}^2(f \cdot T_s)$$

Insignalspektret har alltså nollställen i  $f=f_s$  och "dippar" i  $f=f_p$

Frekvensanalysen gav att efter en resonans i ca 1.5 Hz så avtar processens amplitudfunktion kraftigt. En samplingsfrekvens på 20 Hz är tillräcklig för att AD-omvandlarens och insignalspektrats amplitudfunktion ska vara stor för de intressanta frekvenserna. Om sedan  $N_p$  väljes till 2 fås den första "dippen" i 10 Hz. Ett värde för  $N$  på 1000 ger en mättid på 50 sek. Nedanstående tabell visar de olika val av parametrar, som använts för de olika PRBS-sekvenser vars spektra visas i figur 1.

Figur 1	$T_s$ (ms)	$N_p$	$N$
överst	50	2	1000
nederst	50	8	1000
mitten	100	5	1000

## 2.4 ARMAX-identifiering

Själva identifieringen inleddes med en serie experiment med en PRBS som insignal och kulans utslagsvinkel som utsignal. Experimentet utfördes med programmet Logger som genererar signalen, registrerar mätvärdena och skriver dessa på en fil. Vi gjorde experiment för olika samplingsintervall och olika PRBS-perioder och höll amplituden konstant. Efter att jämfört en mätserie med 10 000 mätpunkter och en med 1000 utan att märkt några betydande skillnader höll vi hädanefter antalet mätpunkter konstant till 1000.

Mätserierna analyserades i Matlab med bland annat funktionen **treatall** (skriven av oss, subtraherar medelvärde, se Appendix A) följt av **armax** som identifierar en ARMAX-modell till mätvärdena. Som inparametrar till ARMAX ger man modellens ordning och tidsfördröjning. Väljes modellordningen för hög får man en mycket exakt anpassning till just denna serie mätvärden, men alltså ingen allmängiltig förbättring av modellen. ARMAX beräknar koefficienterna till modellen enligt en prediktionsfelsmetod. En sådan metod försöker minimera kvadratsumman av residualerna.

Den PRBS-signal som legat till grund för den slutliga modellen framgår av figur 1, se

även avsnitt 2.3. Detta är den mest lämpliga insignalen då den saknar "dippar" varför den borde ge upphov till en bra identifiering.

För att avgöra om modellen är realistisk beräknade vi koherensfunktionen med Matlab-rutinen `coher` (skriven av oss, se Appendix A). Som framgår av figur 4 så ser koherensfunktionen bra ut; den ligger runt 0.9 i stort sett hela tiden.

Vi modifierade Matlab-rutinen `spa` något (se Appendix A) och beräknade med denna överföringsfunktionen för våra modeller och jämförde med de mätseerier som låg till grund för identifieringen, se figur 2. Vi tog också ut ett pol-nollställes-diagram för att kunna jämföra detta med det förväntade, se figur 3.

## 2.5 Frekvensanalys

Frekvensanalys är ett annat sätt att identifiera en process där man tar fram processens uppförande för insignaler med varierande frekvenser. Som resultat får man i praktiken ut processens överföringsfunktion ur vilken man sedan kan arbeta vidare med (se t.ex (2) s. 23-32).

I vårt experiment använde vi en frekvensanalysator av fabrikat Solartron som genererar en serie insignaler med logritmiskt separerade frekvenser.

Frekvensanalysatorn programmeras genom att använda PC-programmet PCFRA.

Resultatet av mätningen skrivs på en fil som sedan överförs till Matlab. I Matlab tar vi sedan ut ett diagram för processens överföringsfunktion som jämförs med överföringsfunktionen vi fick fram med ARMAX-identifiering. Som framgår av figur 5 så överensstämmer dessa båda identifieringar väl med varandra, varför vi litar även på denna metod. Lagg märke till att frekvensaxlarna är olika skalade i figur 2 och 5. Dock ligger resonansstopparna vid samma frekvens, ca 1.5 Hz. För att komma vidare med identifieringen gör vi en uppskattning av modellparametrarna med hjälp av minstakvadratmetoden (se (2) s. 86-89), detta utförs av Matlab-macrot `kglsf` (skriven av oss, se appendix A), vilken anropar `lsbad`, som ger amplitud och fas som utparametrar. Frekvensanalysen utfördes för frekvenser upp till 50 Hz. Vi provade dels utan viktning av frekvenserna och dels med vikterna 1 för frekvenser upp till 1.9 Hz och vikten 0.1 för resterande frekvenser. Bodediagram för de båda fallen finns i figur 6 respektive 7. Lagg märke till att faskurvorna avviker med  $180^\circ$  från varandra, den med störst amplitudtopp vid resonansfrekvensen, den med viktning, har för höga frekvenser  $180^\circ$  större negativ fas. Detta kan tydas så att beräkningsprogrammet har infört ytterligare ett komplexkonjugerat polpar vid resonansfrekvensen då vi viktar frekvenserna. Jämför pol-nollställes-diagrammen i figur 6 och 7 med pol-nollställes-diagram för vår ARMAX-identifiering. Koefficientpolynomen framgår av Appendix B. Även dessa resultat verkar överensstämma med våra tidigare, och vi kan alltså misstänka att identifiering med frekvensanalys också fungerar bra.

## 2.6 Validering

En jämförelse mellan vår anpassade ARMAX-modell med den verkliga processen fick vi genom att simulera modellen 3244 med olika insignaler. Simuleringen utfördes med kommandot `idsim`. Utsignalspektret då vi använde insignalen som legat till grund för identifieringen framgår av figur 8. Av figur 9, som visar den uppmätta och den simulerade utsignalens spektraltäthet och tidsfunktion, framgår att utsignalens beroende av insignalen verkar realistiskt. Heldragen linje betecknar verklig utsignal och streckad linje simulerad. Spektraltätheternas liknande form tyder på god överensstämmelse mellan modell och process. Vi simulerade modeller för flera insignaler, se tabell nedan.

Figur	$T_s$ (ms)	$N_p$	$N$
9	50	2	1000
10	50	8	1000
11	50	20	1000

På dessa grunder tror vi oss ha hittat en ARMAX-modell som stämmer bra överens med processen, varför vi känner oss nöjda med vår ARMAX-identifiering, se figur 8. Den konstanta förstärkningsfaktorn överensstämmer dock inte helt, vilket framgår av figur 9 och 10. Detta kommer troligtvis att påverka regleringen negativt.

Vi har testat ARMAX-modeller för olika tidsfördröjningar och olika antal B-polynomparametrar. De två vi kommit fram till är 3244 och 3343 (de tre första siffrorna anger ABC-polynomens gradtal eller antal koefficienter och den fjärde tidsfördröjningen). 3244 överensstämmer i fråga om form men inte amplitud, se figur 10. 3343 ger bättre överensstämmelse i amplitud kring resonansfrekvensen, se figur 12. Processen har ett nollställe i origo, det vill säga liten amplitud för låga frekvenser, och vi har inte använt 3343 eftersom den uppvisar en stor amplitudfunktion för låga frekvenser. Simulerade utsignalen och pol-nollställesdiagram för 3343 framgår av figur 13 och 14. För 3244 och 3343 är AIC-värdet (ges av  $g$ -vektorn i `armax`-iterationen) lågt. För andra kombinationer av parameterintervall vi provat är AIC-värdet högre.

Vi gjorde även en residualtest. Residualernas medelvärden beräknades till -0.12 respektive 0.02. De låga medelvärdena tyder på att identifieringarna är riktiga. Se figur 15. Autokorrelationen för residualerna finns i figur 17. Lägg märke till att nollpunkten återfinns i mitten av figuren och där finns också en spik.

## 3 Reglering

Kapitlet innehåller ett försök att göra en enkel regulator för processen. I avsnitt 3.1



beskrivs hur vi beräknar en polplacerare för processen och i avsnitt 3.2 testas regulatorm på processen.

### 3.1 Polplacering med polynommetoden

För att kröna vårt verk försökte vi designa en regulator för processen. Vi valde en metod bekant från laborationerna: polplacering med RST-polynom som finns beskriven i tex (3) avsnitt 10.5. Till vår hjälp finns i Matlab funktionen **orst4** som använder sig av **rstpoly** (se appendix A) som beräknar en regulator utgående från de av oss specificerade polynomen. Vi specificerade det slutna systemets nämnarpolynom till gradtal 3. En pol placerades i en av modellens poler, de andra valdes komplexkonjugerade. De senare motsvaras av polerna till

$$s^2 + 2 \cdot s \cdot \zeta \cdot \omega_0 + \omega_0^2$$

$\omega_0$  väljes till  $2 \cdot \Pi \cdot 1.5$  (där 1.5 är systemets resonansfrekvens) och dämpningen varieras. Vi undersökte först kritisk dämpning svarande mot  $\zeta=1$  och sedan några andra värden på  $\zeta$ . Vi fann att regleringen blev tillfredsställande för  $\zeta=1/9.5$ . Vårt beräknade RST-polynom framgår av Appendix B. Vi testade även andra typer av regulatorer, men ingen av dessa fungerade tillfredsställande.

### 3.2 Realisering av regulatorn

De regulatorer vi kom fram till är kanske inte så lysande, men de förkortar ändå tiden det tar innan kulan uppnår stationaritet (dvs ligger stilla i nolläget) . Den snabbaste regleringen uppnås med en Deadbeat-regulator, se (3), varför vi försökte med en sådan. Problemet med Deadbeat-regulatorn är att det krävs en orimligt stor styrsignal som vi inte kan uppnå i vår process (bland annat på grund av begränsningar i motorns prestanda). Genom en del ytterligare försök att snabba upp beteendet fick vi en rad instabila regulatorer som förstärker kulans egensvängningar så till den grad att kulan gör "loopingar" i hjulet. Detta tror vi beror på att regulatorn underskattar storleken på processens insignalrespons. Jämför med våra slutsatser i avsnitt 2.6.

Till slut kom vi fram till en regulator som är både stabil och acceptabelt snabb, och därmed anser vi oss ha uppnått målet för regleringen. I figur 16 finns överst kulans läge och underst styrsignalen till motorn, regulatorn har realiserats enligt avsnitt 3.1. Vid varje svängningsförlopp har vi för hand flyttat kulan till en vinkel skild från noll, och sedan låtit regulatorn återföra kulan till det stationära läget.

## 4 Sammanfattning och utblick

Avsnitt 4.1 innehåller en kort repetition av de erhållna resultaten, medan avsnitt 4.2 innehåller en diskussion om våra erfarenheter av projektet, lite saker som varit nytt för oss etc.

### 4.1 Resultat

Vi har gjort en enkel fysikalisk modell där vi diskuterar inverkan av svårigheter med friktion och växellådans olinjäriteter, samt konstaterar att någon korrekt matematisk modell ligger utanför vårt kunnande. Vi har därefter planerat och genomfört en serie experiment, först några mycket enkla och därefter de experiment som ligger till grund för identifieringen. Resultaten av experimenten har analyserats i Matlab varvid vi fått fram en modell som granskats kritiskt. Vi har genomfört två oberoende identifieringar, den ena med prediktionsfelsmetod och den andra med frekvensanalys. Resultaten har validerats varvid vi noterat att våra bägge identifieringar nog är korrekta. Avslutningsvis har vi designat ett par uppsättningar av RST-regulatorer. Våra regulatorer fungerar inte perfekt, men det är ändå ett resultat vi ändå tycker är acceptabelt.

### 4.2 Vad vi lärde oss

När vi började med projektet hade vi läst hela teoridelen av kursen samt gjort alla laborationerna och tyckte vi hade ett ganska bra grepp om det mesta av teorin. När teorin skulle tillämpas på ett verkligt problem insåg vi dock snart att vi behövde tänka igenom en del moment lite mer noggrant. Till exempel fick vi sitta ett tag med resonansen kring spektrumanalysen som redovisas i avsnitt 1.3 och 1.4 av denna rapport. Vidare krävdes ytterligare en genomgång av minstakvadratmetoden i samband med beräkningarna vid frekvensanalysen i avsnitt 1.5. I samband med att vi skrev funktionen `kglsf` läste vi avsnitt 2.3 i (4) för att öka förståelsen för minstakvadratmetoden. Därmed fick vi även lite träning i att läsa vetenskapliga rapporter. Dessutom har vi fått mycket träning på att använda Matlab och känner oss mycket säkrare på detta nu. Ett synligt bevis på de nyvunna erfarenheterna är vår förfinade rapportskrivning (vi har dock tyvärr inte lyckats överföra våra Postscript-filer till Macintosh utan har lagt figurerna i bilagor). Den främsta vinsten med projektet är dock den ökade förståelsen av teorin samt tillfredsställelsen av att kunna tillämpa sina teoretiska kunskaper i praktiken (en erfarenhet för framtiden kanske?). Den

tillfredsställelsen är ju större när, som i det här projektet, problemet löses från den första problemställningen och hela vägen fram till färdig tillämpning, i vårt fall den fungerande regulatorn.

Sammanfattningsvis tycker vi (förhoppningsvis utan att ställa oss in för mycket) att det varit ett givande arbete som gett en god insikt i de praktiska problem som ofelbart uppstår då en teori ska tillämpas på den fantasilösa verkligheten.

## 5 Referenser

- (1) Glad, T och Ljung, L (1989): *Reglerteknik Grundläggande teori*, Studentlitteratur, Lund
- (2) Johansson, R (1991): *Processidentifiering*, Reglerteknik LTH, Lund
- (3) Åström, K.J och Wittenmark, B (1990): *Computer-controlled systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- (4) Lilja, M (1989), *Controller Design by Frequency Domain Approximation*, Studentlitteratur, Lund

# Appendix A: Några matlabfunktioner

```

%
%   Makes a pole-placement regulator of experiment PRBS4
%
load          prbs4abc;

h             = 0.050;           % sampling period
%bminus      = b(5:6);           % split the b-polynomial
%bplus       = [ 1 b(1:4)];

bminus       = b(5:6);
bplus        = 1;

zeta         = 1/11;             % desired damping factor
w            = 1.5*2*pi;         % desired closed loop bandwidth(1.5 Hz)
%amc         = conv([1 1.25],[1 2*zeta*w w*w]); % form desired cont
amc          = [1 2*zeta*w w*w]; % form desired cont
amcr         = roots(amc);       % calculate the roots
amr          = exp(amcr.*h);     % convert to discrete time
am           = [ 1 ];

for k=1:(length(amr)),
    am=conv(am,[1 -amr(k)]);
end
am4          = conv([1 -0.6090],am); % specify in discrete time instead

bml          = 1;               % desired numerator except bminus

aocr         = [-3 -3];         % desired observer poles
aor          = exp(aocr.*h);     % convert to discrete time
ao           = [ 1 ];

for k=1:(length(aor)),
    ao=conv(ao,[1 -aor(k)]);
end

ar           = 1;               % no integrator
%%ar        = [1 -1]           % force an integrator into regulator

[r4,s4,t4]   = rstpoly(a,bplus,bminus,am4,bml,ao,ar,1);

```

```

% The polynomial Ar consists of factors to be forced into R
% (e.g. Ar(s) = s introduces integration in the controller)
% An optional 8th argument indicates that the normalisation
% constant t0 is calculated wrt discrete time.
a1 = conv(a,ar);
c = conv(am,ao);
bm = conv(bminus,bm1);
nam = size(am)*[0;1];
nbm = size(bm)*[0;1];
if nargin == 7,
    t0 = am(nam)/bm(nbm);
else,
    t0 = sum(am)/sum(bm);
end;
t = t0*conv(ao,bm1);
[r1,s]=dab(a1,bminus,c);
r = conv(conv(r1,ar),bplus);
s = s/r(1);
t = t/r(1);
r = r/r(1);

```

```

%
%      treatall.m
%
%      Extracts y1, y2, u and z1, z2 and z3
%      and detrends them from the variable data
%
y1 = data(:,1);
y2 = data(:,2);
u = data(:,3);
y1 = detrend(y1,0);
y2 = detrend(y2,0);
u = detrend(u,0);
z1 = [y1 u];
z2 = [y2 u];
z3 = [y1 y2];

```

```

function cf = coher(z,W,T);
%
%      coher(z,W,T)
%
%      Calculates the coherence function
%
u = z(:,2);
y = z(:,1);

echo on;
phiu = spa2(u,W,T)*[0;1;0];
phiy = spa2(y,W,T)*[0;1;0];
Gsp = spa2(z,W,T);
echo off;
absphiyu = Gsp(:,2).*phiu;
cohuy = absphiyu./sqrt(phiu)./sqrt(phiy);
semilogx(Gsp(:,1),cohuy);

```

## Appendix B:

### Identifierings- och regulatorpolynom

>> rot

r4 =

1.0000 -1.7021 0.7203

s4 =

-0.0143 0.0538 -0.0275

t4 =

9.4096 -16.1978 6.9708

ans =

0.8565 + 0.4313i  
0.8565 - 0.4313i  
0.6090

ans =

1.0871

ans =

0.8468 + 0.4284i  
0.8468 - 0.4284i  
0.6090

amcr =

-1.0472 + 9.3664i  
-1.0472 - 9.3664i



appbi Thu Nov 28 02:34:09 1991 1

ARMAX: [na nb nc k]

[ 3 2 4 4]

a4 =

1.0000 -2.3219 1.9627 -0.5600

b4 =

0 0 0 0 -0.0987 0.1073

c4 =

1.0000 -0.0064 -0.6840 -0.3237 0.2071

>>

>>

>>

> [3 3 4 3]

a3 =

1.0000 -2.4298 2.1396 -0.6609

b3 =

0 0 0 0.4628 -0.0970 0.1120

c3 =

1.0000 0.3898 0.4532 0.2599 0.2456

>>

>>

>>

FREKVENSANALYS

>>

Med viktning

>>

af

af =

1.0000 -2.6531 2.5552 -0.8749

>> bf

bf =

-0.0859 0.1101

>>

>>

Utan viktning

>>

>>

af

appbi

Thu Nov 28 02:34:09 1991

2

af =

1.0000 -2.4622 2.2178 -0.6869

>> bf

bf =

0.0182 -0.0348

lsfab01.tra  
af =

1.0000 -2.6531 2.5552 -0.8749  
bf =  
-0.0859 0.1101

lsfab1.tra  
af =

1.0000 -2.4622 2.2178 -0.6869  
bf =  
0.0182 -0.0348

exp2abc.tra  
a2 =

1.0000 -1.9466 1.8182 -0.7127  
b2 =  
0 0 -0.4209 0.3295  
c2 =  
1.0000 0.3155 0.2244

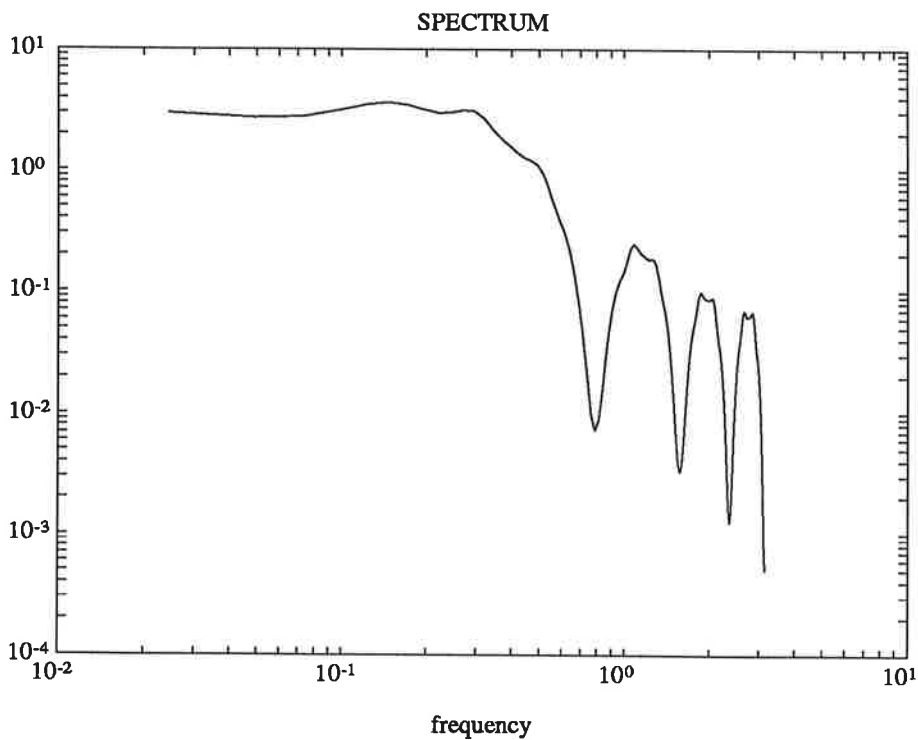
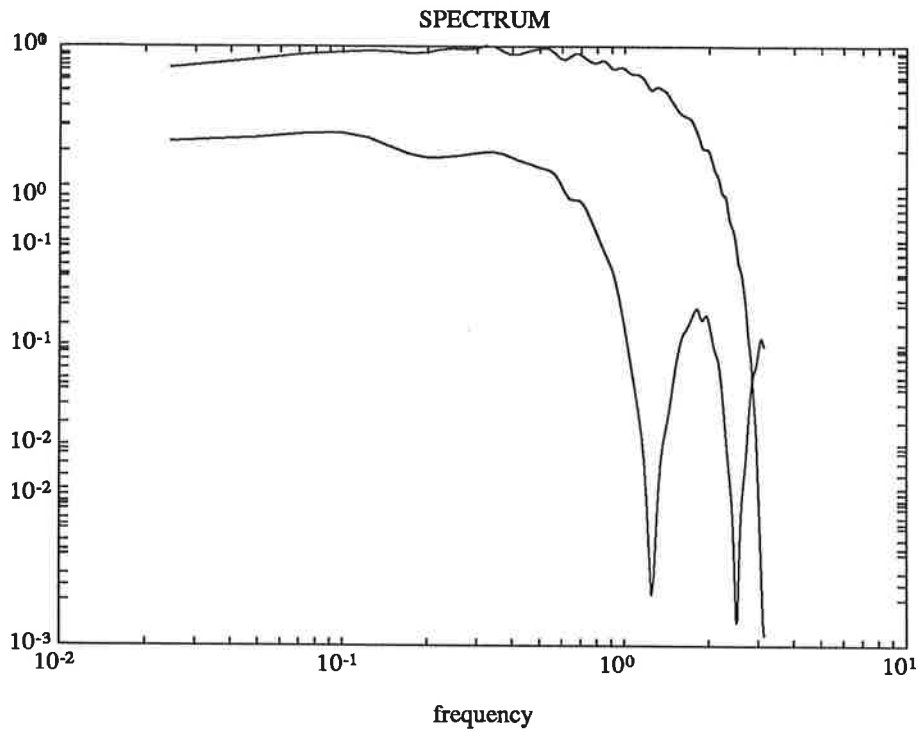
prbs3abc.tra  
a3 =

1.0000 -2.5445 2.3517 -0.7649  
b3 =  
0 0 0 0 0.0698 -0.0306  
c3 =  
1.0000 -0.2727 -0.0512 0.0052 0.1193

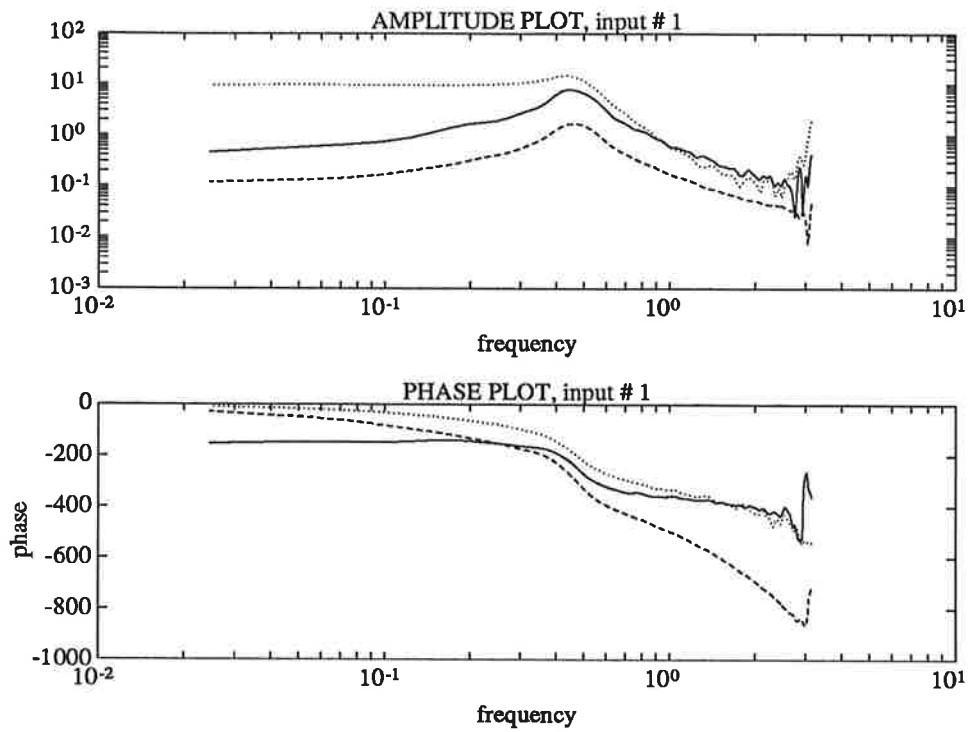
prbs4abc.tra  
a =

1.0000 -2.3219 1.9627 -0.5600  
b =  
0 0 0 0 -0.0987 0.1073  
c =  
1.0000 -0.0064 -0.6840 -0.3237 0.2071

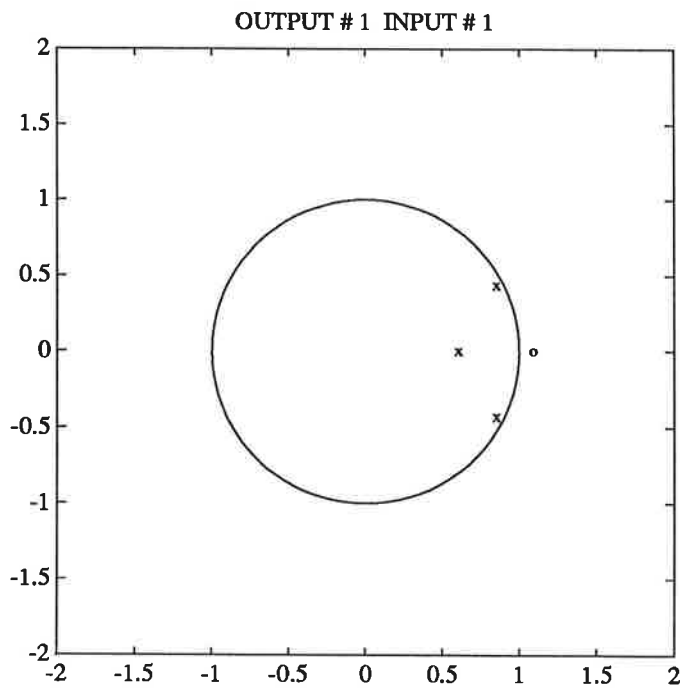
## Appendix C: Figurbilaga



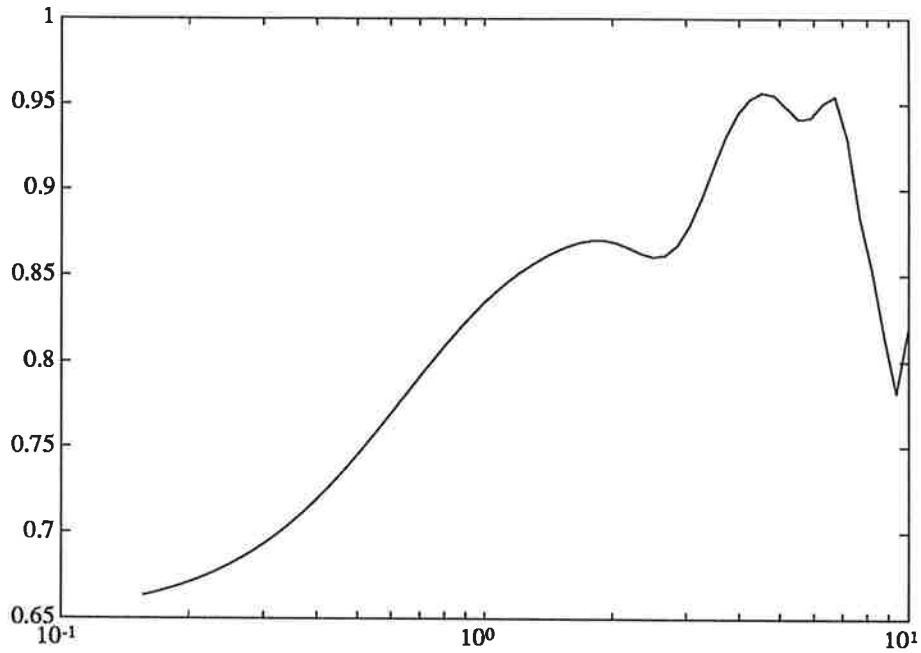
Figur 1. Spektrum för tre PRBS-signaler med olika samplingsfrekvens. Lägga märke till variationen i antalet "dippar". Vi har vid identifieringen använt oss av det översta spektret (det med bara en "dipp").



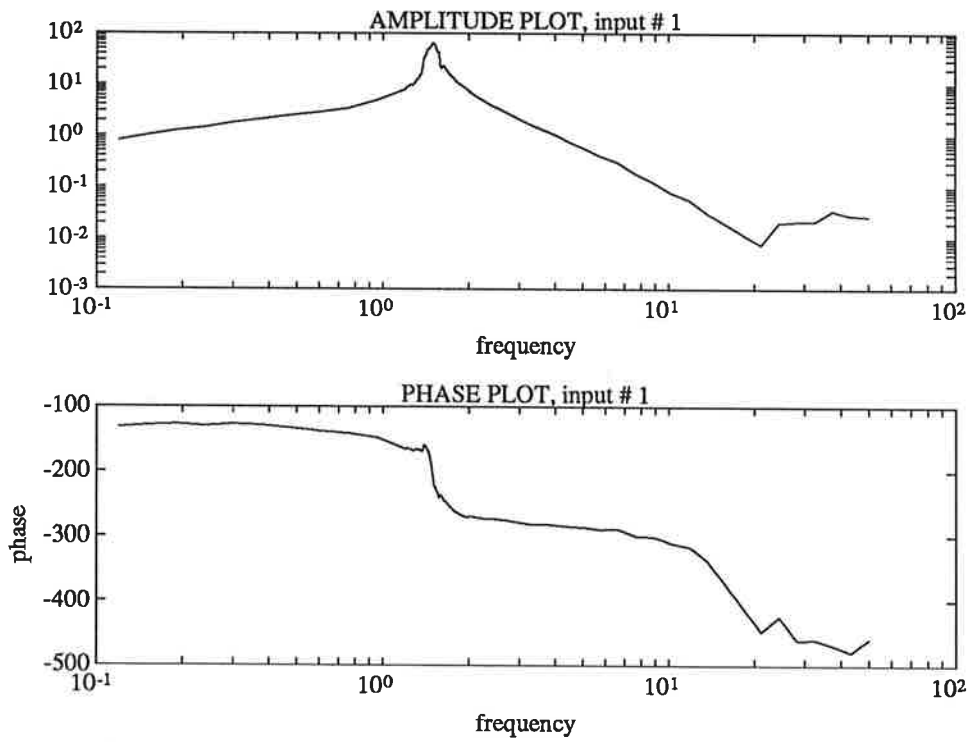
Figur 2. Bodediagram för uppmätta värden heldragen. Bodediagram för 3244 streckad. Bodediagram för 3343 prickat.



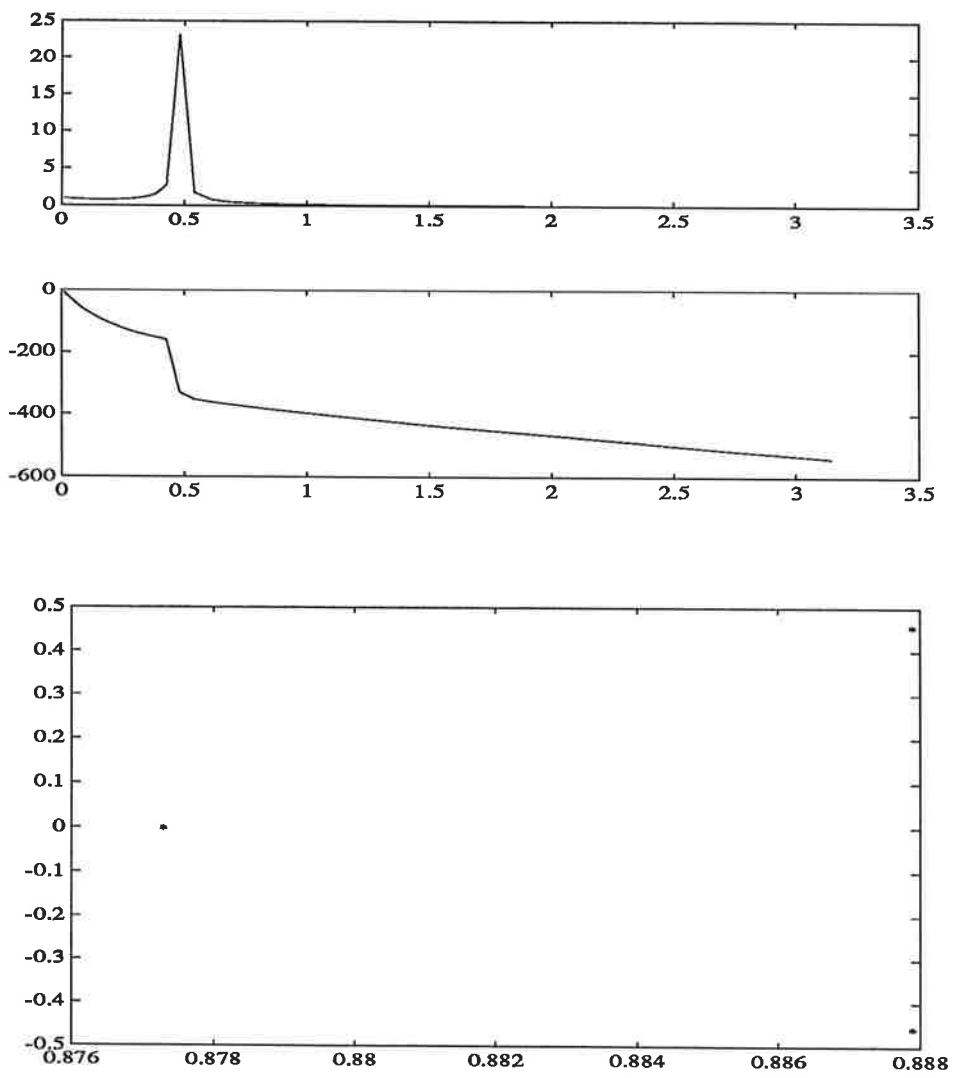
Figur 3. 3244 ARMAX-modellens pol-nollställesdiagram



Figur 4. Koherensfunktionen för våra data från PRBS-experimentet.

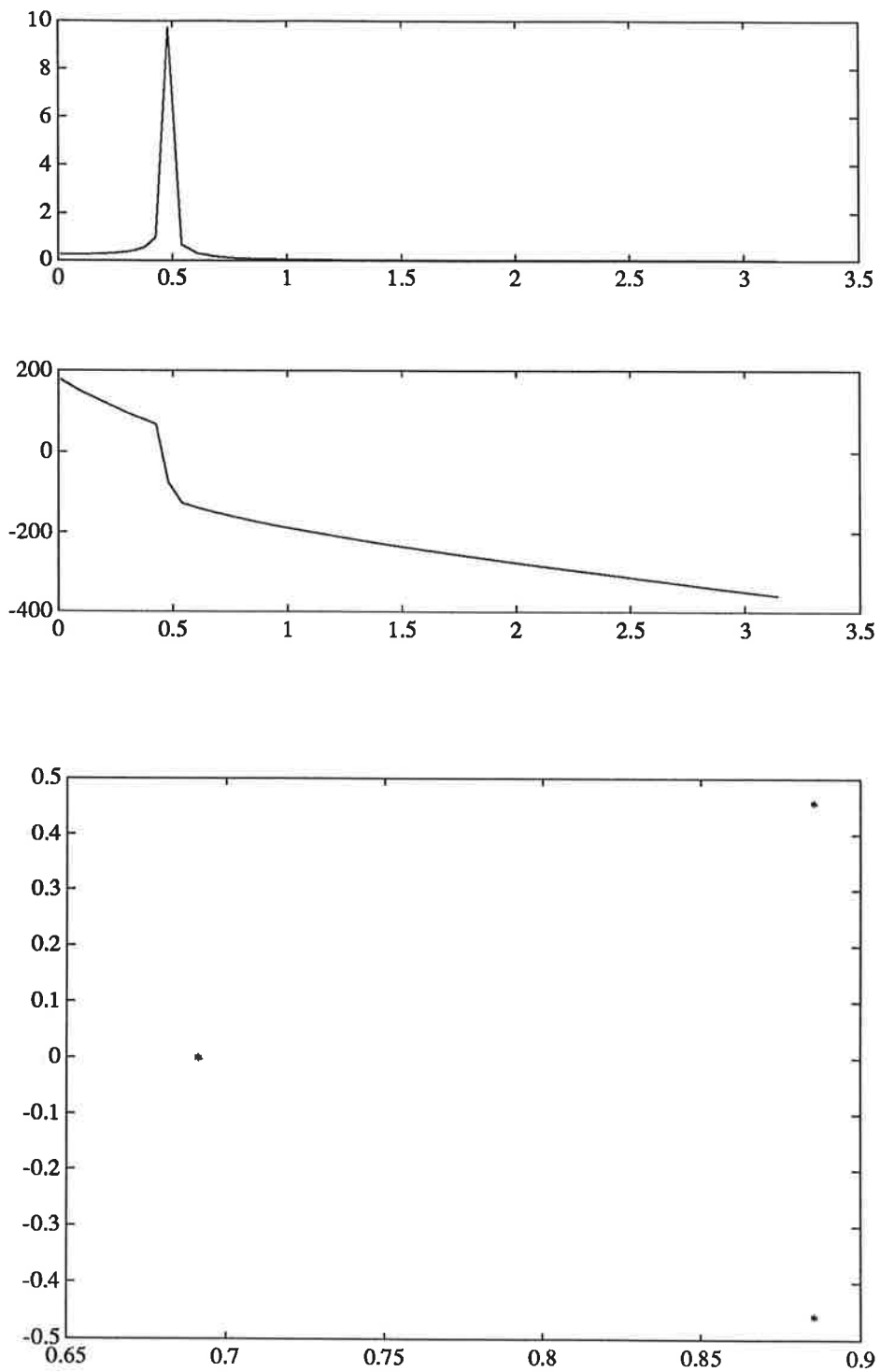


Figur 5. Bodediagram för överföringsfunktionen vid frekvensanalys

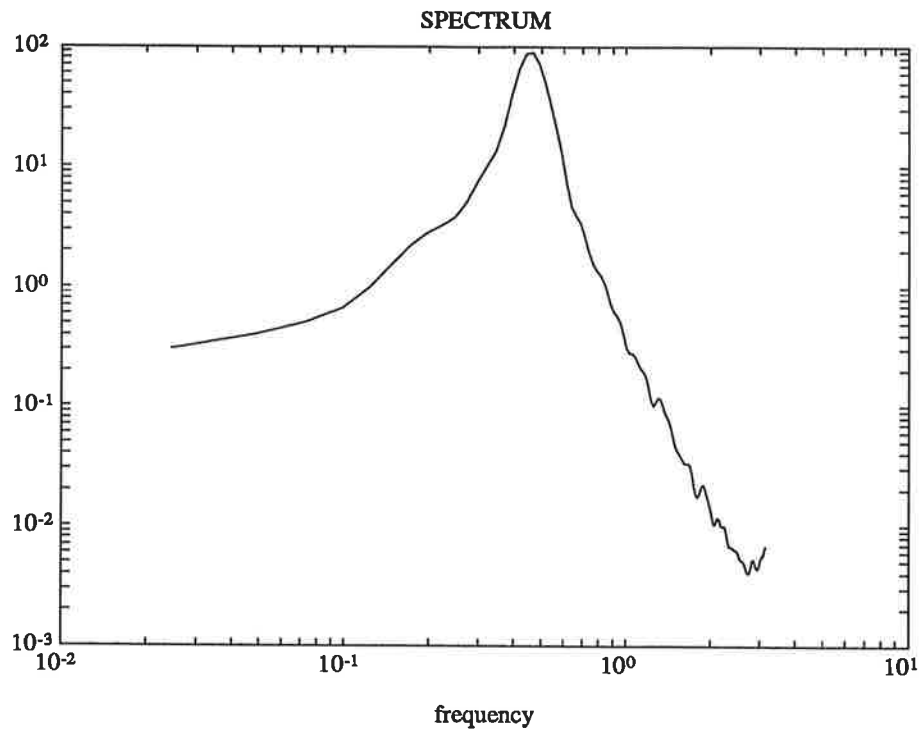


Figur 6. Bode-diagram för frekvensanalys utan viktning. Pol-nollställesdiagram för frekvensanalys utan viktning.

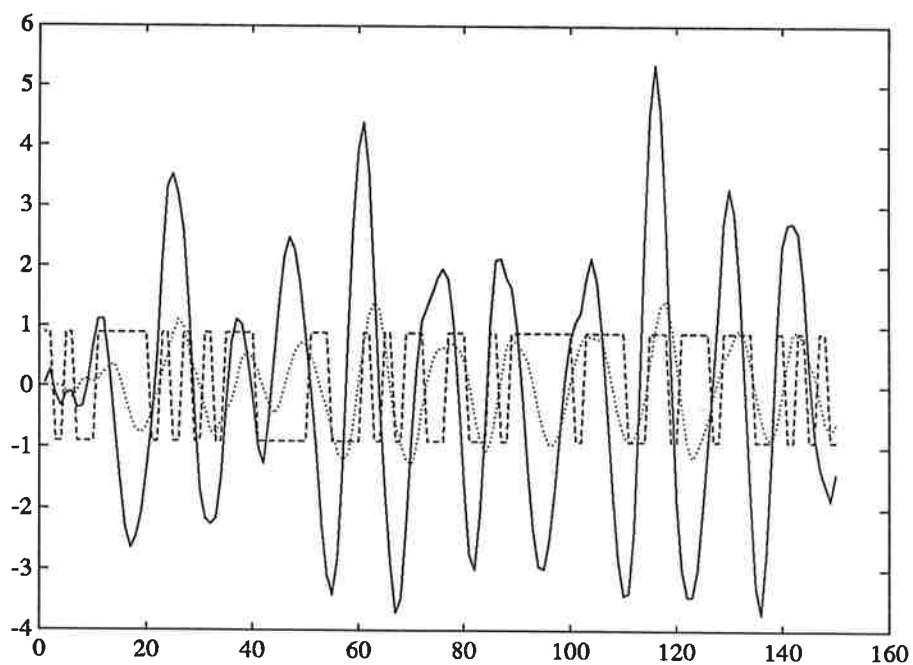
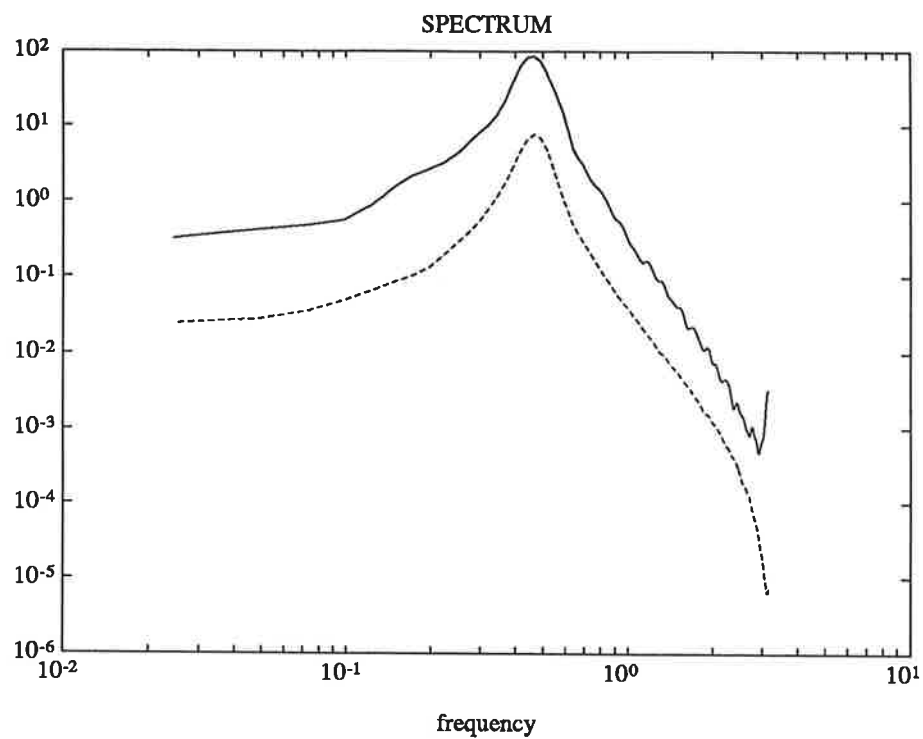




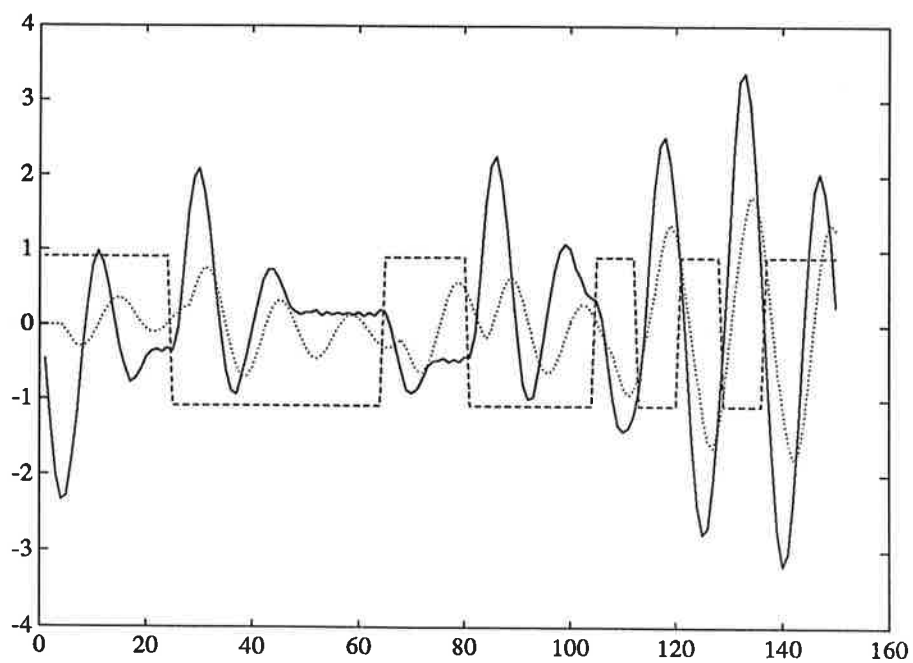
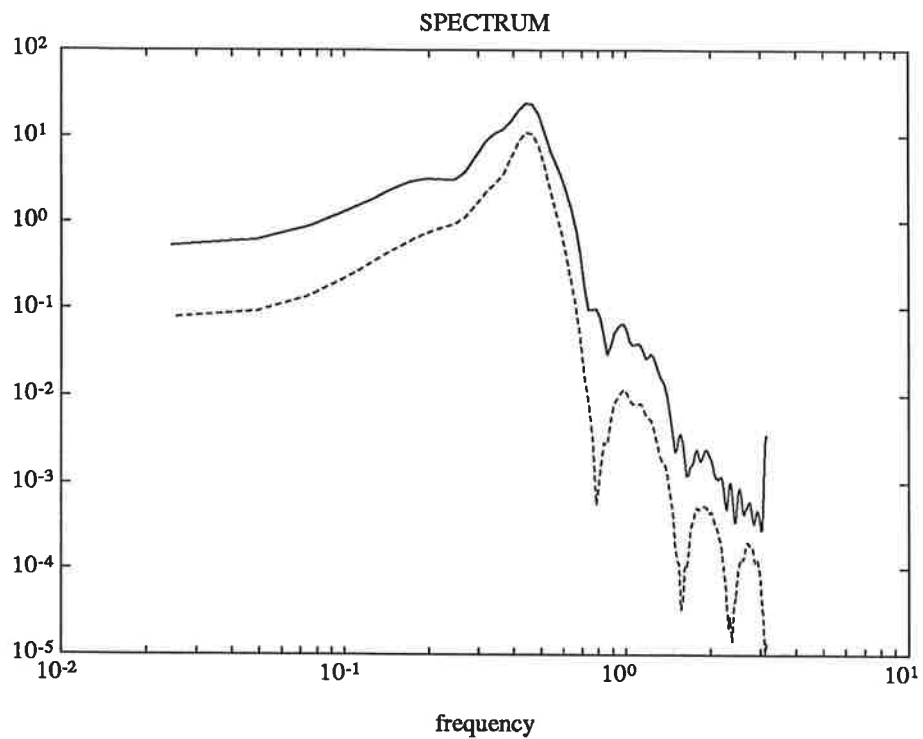
Figur 7. Bode-diagram för frekvensanalys med viktning . Pol-nollställesdiagram för frekvensanalys med viktning.



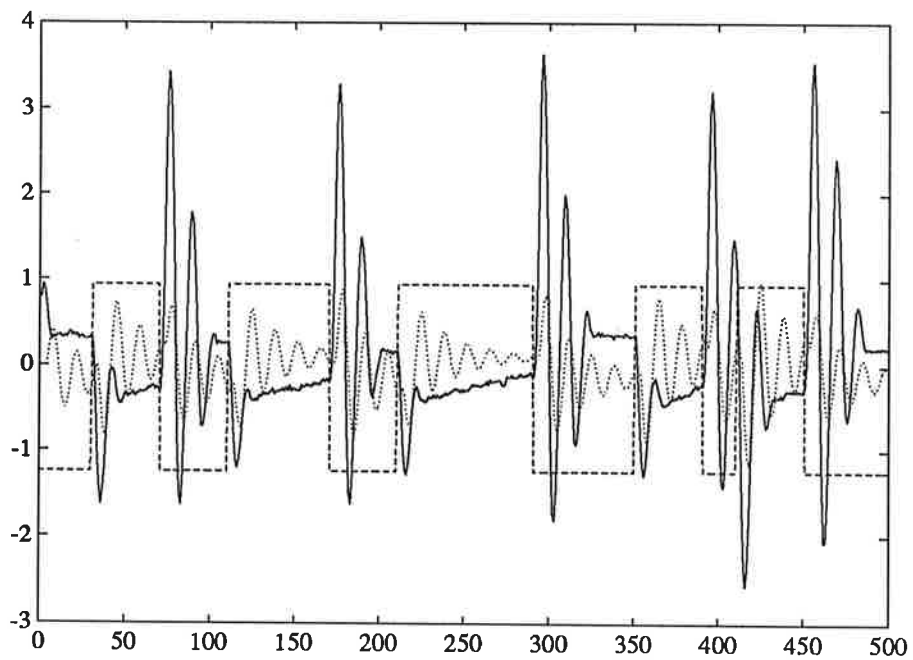
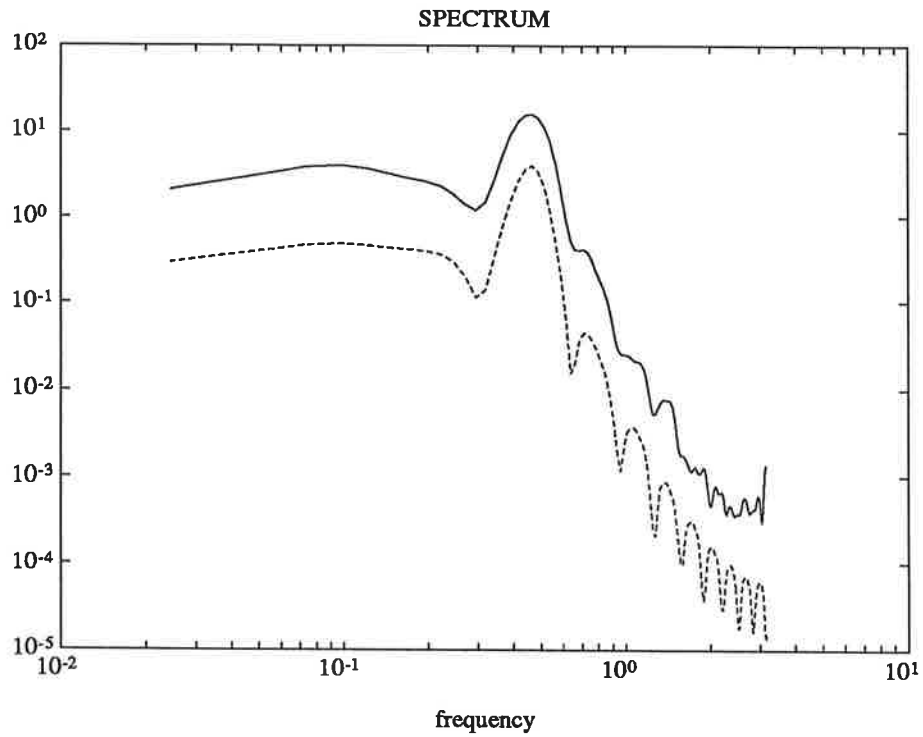
**Figur 8.** . Spektret för utsignalen som legat till grund för identifieringen



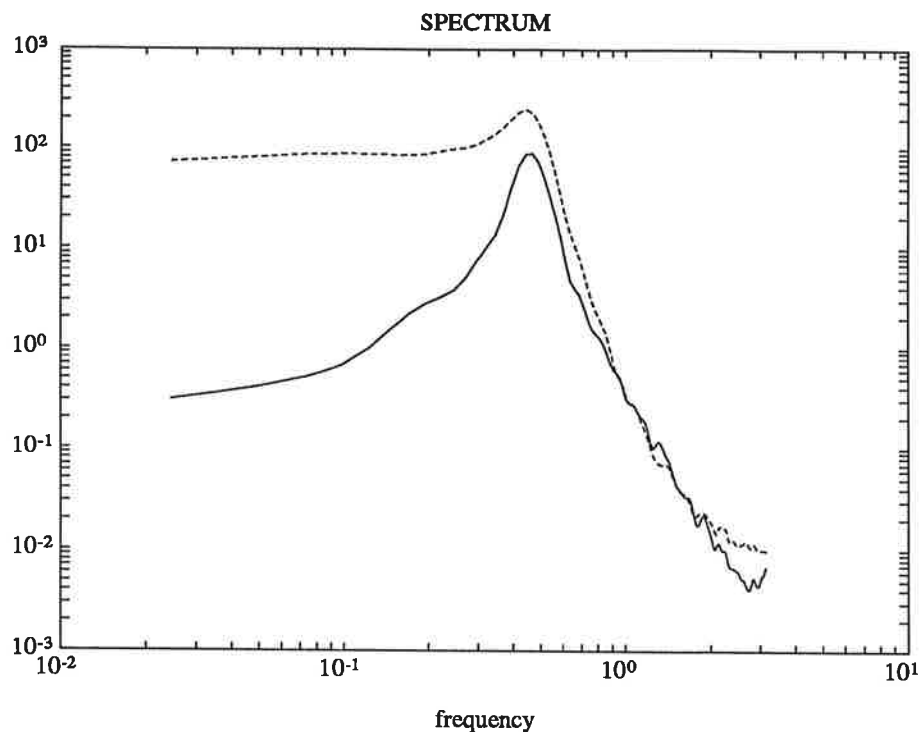
Figur 9. Validering med  $N_p=2$ . Den övre figuren visar utsignalspektret, den verkliga signalen heldragen och den simulerade streckad. Den undre figuren visar in-utsignalförhållandet i tidsplanet. Den simulerade signalen är prickad medan den verkliga är heldragen.



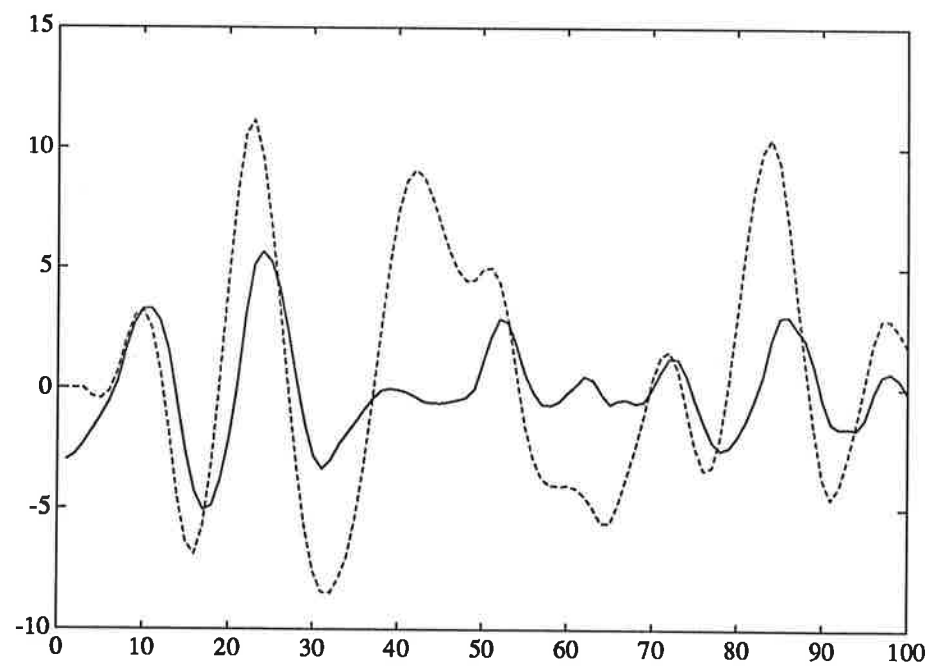
Figur 10. Validering med  $N_p=8$ . Den övre figuren visar utsignalspektret, den verkliga signalen heldragen och den simulerade streckad. Den undre figuren visar in-utsignalförhållandet i tidsplanet. Den simulerade signalen är prickad medan den verkliga är heldragen.



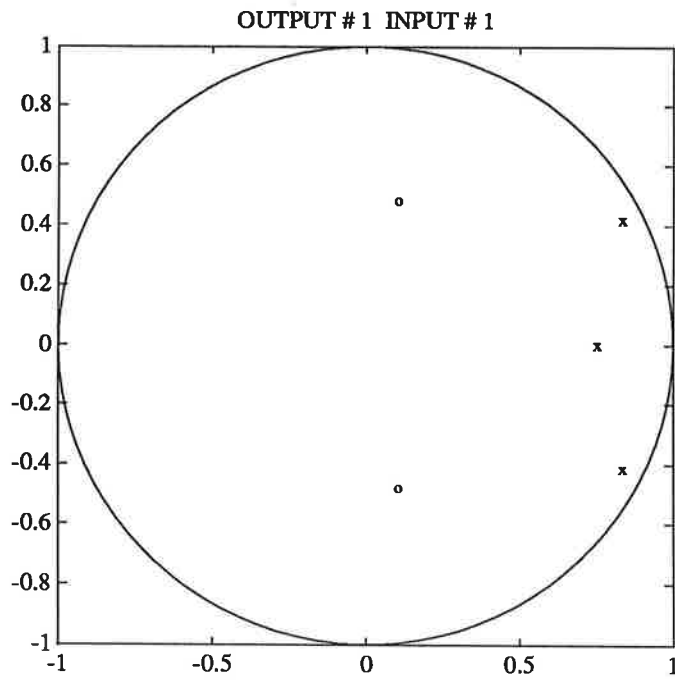
**Figur 11.** Validering med  $N_p=20$ . Den övre figuren visar utsignalspektret, den verkliga signalen heldragen och den simulerade streckad. Den undre figuren visar in-utsignalförhållandet i tidsplanet. Den simulerade signalen är prickad medan den verkliga är heldragen.



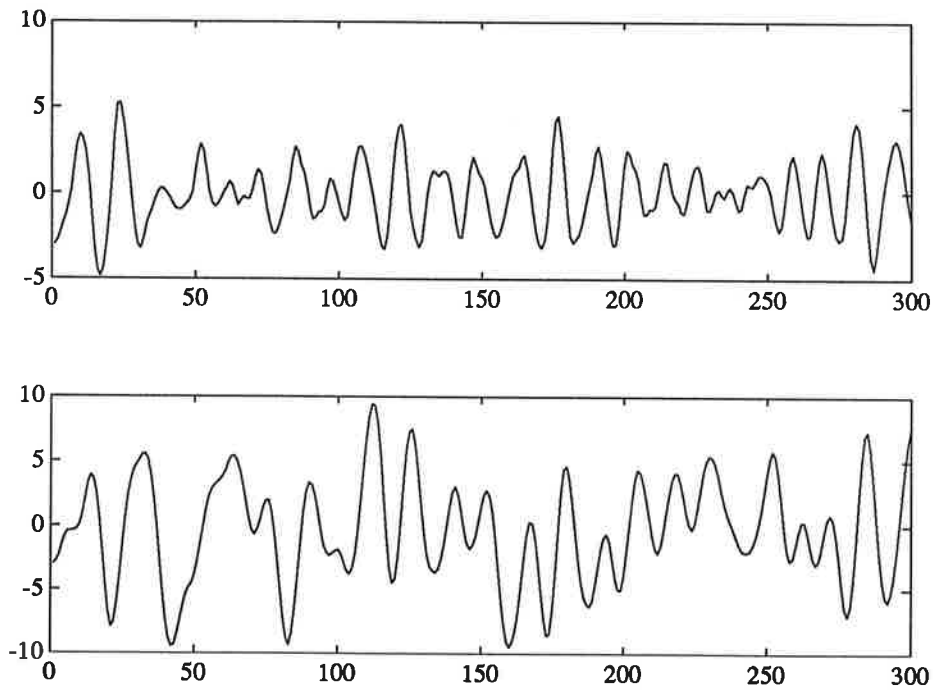
**Figur 12.** Utsignalspektrer för simulerade utsignalen från modell 3343, streckad, och för den uppmätta, heldragen.



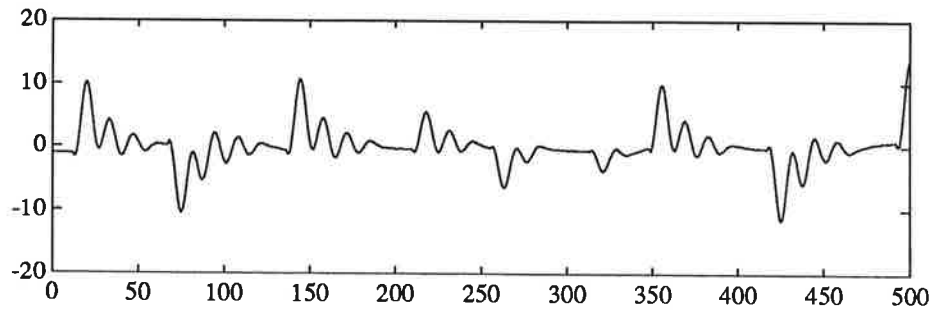
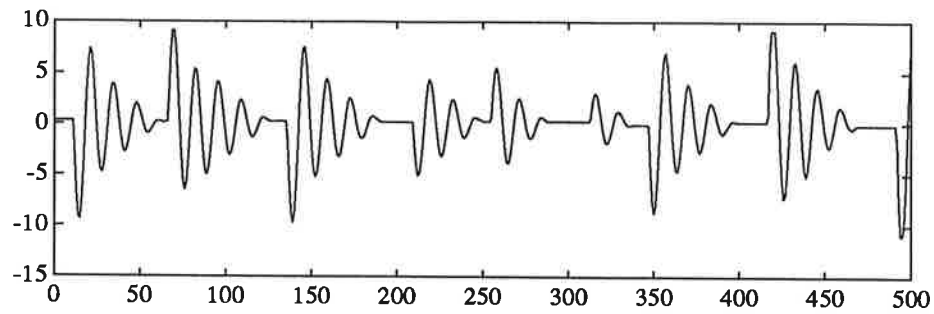
**Figur 13.** Simulerade utsignalen i tidsplanet för modell 3343, streckad, och uppmätt utsignal, heldragen.



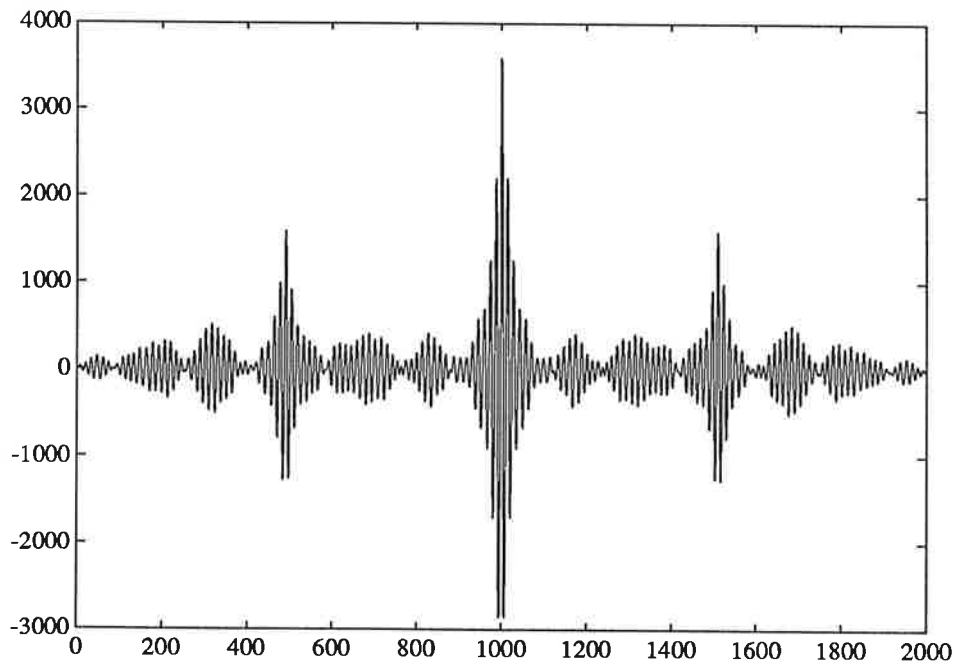
Figur 14. Pol-nollställesdiagram för modell 3343.



Figur 15. Residualtest. Överst 3244, medelvärde -0.012. Nederst 3343, medelvärde 0.02. ■



**Figur 16.** Regulatorn testas. Övre figuren visar kulan, nedre styrsignalen. Som man ser så verkar styrsignalen ligga i motfas med kulans läge. Detta är ju också precis vad man förväntar sig av en regulator som ska reglera till nolläget.



**Figur 17.** Residualtest. Notera att siffrorna i skalan är felaktiga. Nollan ligger i mitten. Vi har en "spik" i nollan precis som man vill ha.



# Identifiering av Bandprocess Projekt HT-91

Ola Bernersson  
Rikard Berglund

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
November 1991

# Referat.

Denna rapport beskriver identifiering och reglering av en bandprocess. Processen i sig är ett MIMO-system som vi reducerat till två SISO-system. Den första av de två överföringsfunktionerna som identifierats beskriver sambandet mellan inspänning och rotationshastighet medan den andra är överföringen från inspänning till ett vinkelläge.

För rotationshastigheten gjorde vi en modell av ordning tre och för vinkelutslaget en modell av ordning fyra. De metoder för identifiering som vi använde var i huvudsak ARMAX och spektralanalys. Simuleringar av våra modeller gav resultat som stämde väl överens med beteendet hos den verkliga processen.

Efter identifieringen provade vi även att reglera processen. Regulatorn dimensionerades enligt polplaceringsmetoden. För att inte få alltför stora styr-signaler måste polerna placeras med omsorg. Speciellt fallet vinkelstyrning gav upphov till stora styrsignaler, varför ett mindre väl dämpat system måste accepteras vid regleringen.

# 1. Inledning

Denna rapport beskriver ett projekt i processidentifiering som genomfördes vid institutionen för reglerteknik under höstterminen 1991. Vi redogör här för hur vi gick till väga och för de resultat vi fick både vad gäller identifiering och reglering av processen. Vårt projektarbete kan delas upp i fyra faser

- Modellbygge
- Identifiering
- Validering
- Regulatordesign

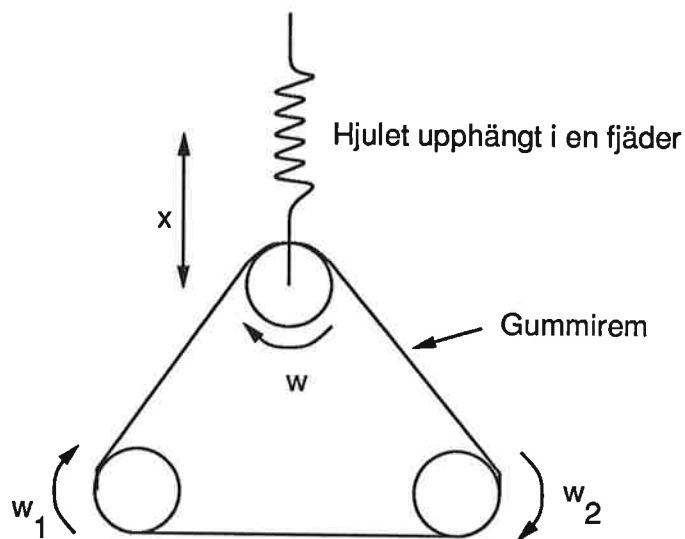
I figur 1.1 visas en schematisk skiss av den process som skulle identifieras och därefter regleras. Processen består av två DC-motorer, som via ett gummi-band driver det övre hjulet. Systemet har två insignaler och två utsignaler. Utsignalerna är övre hjulets varvtal respektive övre hjulets vertikala läge. Insignalerna är  $u_1$  och  $u_2$ , som är spänningen till respektive motor. För att få SISO-system valde vi att identifiera två system. För det första systemet gick vårt resonemang ut på att bandets hastighet beror på en insignal som utgörs av summan av de båda inspänningarna.

I fallet med övre hjulets vertikala läge fordras det en spännkraft i gummi-bandet. Denna kraft kan bara uppstå om de nedre hjulen har olika rotationshastighet. Vi valde därför att betrakta skillnaden mellan de båda inspänningarna som insignal till det andra systemet. Efter dessa förenklingar kom våra systembeskrivningar att se ut som

$$\omega(s) = G_1(s)k_1[u_1(s) + u_2(s)]$$

$$\theta(s) = G_2(s)k_2[u_1(s) - u_2(s)]$$

där  $G_1(s)$  är överföringsfunktionen från insignal (summan av inspänningarna) till övre hjulets rotationshastighet och  $G_2(s)$  beskriver sambandet mellan insignal (spänningsdifferens) och övre hjulets vertikala läge.



Figur 1.1 Schematisk skiss över hela det fysikaliska systemet.

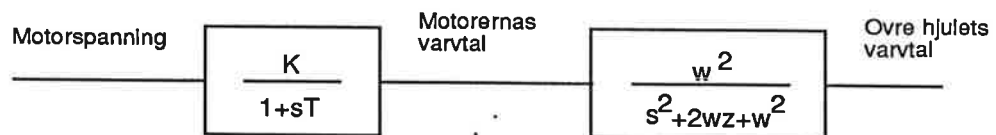
Modelleringen beskrivs i kapitel 2, identifiering och validering i kapitel 3. Vi har begränsat oss till en parametrisk och en icke parametrisk skattning. De metoder vi använt är ARMAX-modell och spektralanalys. Kapitel 4 behandlar regleringen av de estimerade processerna. Här har vi begränsat oss till en regulatordesign med polplacering (Åström och Wittenmark, 1990). Rapporten avslutas med en referenslista.

## 2. Modellbygge

I detta kapitel redogör vi för det resonemang som ligger till grund för de modeller vi satte upp innan processerna identifierades. De båda överföringsfunktionerna behandlas var för sig. Sist i kapitlet görs en summering.

### 2.1 Process 1

Vi tänkte oss att denna process kunde delas upp i två separata delar. Uppdelningen framgår av figur 2.1.



Figur 2.1 Schematisk skiss över vårt första system.

Om motorns elektriska dynamik försummas, kan den mekaniska momentekvationen skrivas

$$J \frac{d\omega_{DC}}{dt} + d\omega_{DC} - ku = 0 \quad (2.1)$$

Detta ger en överföringsfunktion, som i frekvensplanet kan skrivas som

$$\omega(s) = \frac{k}{Js + d} u = \frac{K_{DC}}{1 + Ts} u(s) \quad (2.2)$$

Eftersom hjulet, vars rotationshastighet vi ska reglera, drivs via en fjädrande rem, antog vi att överföringen från motorernas rotation till hjulets rotation ser ut som

$$\omega_{hjul} = G(s) \cdot \frac{1}{2} \cdot (\omega_1 + \omega_2) \quad (2.3)$$

där  $\omega_1$  och  $\omega_2$  betecknar motorernas respektive varvtal, och överföringsfunktionen  $G(s)$  är av andra ordningen med komplexa poler

$$G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (2.4)$$

Sammantaget ger detta

$$\omega(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \cdot \frac{K_{DC}}{1 + sT_{DC}} \cdot \frac{1}{2}(u_1 + u_2) \quad (2.5)$$

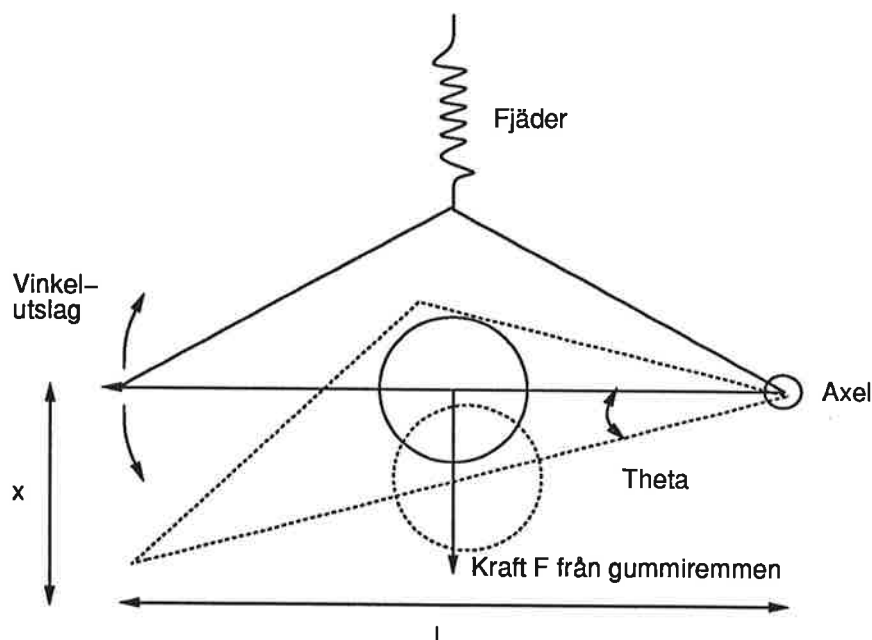
I diskret tid blir motsvarande överföringsfunktion

$$\omega(q) = \frac{b_0 q^2 + b_1 q + b_2}{q^3 + a_1 q^2 + a_2 q + a_3} \quad (2.6)$$

Detta blev den modell vi ansatte vid identifieringen.

## 2.2 Process 2

Vi illustrerar process 2 m h a figur 2.2.



Figur 2.2 Skiss över upphängningen av övre hjulet.

När motorerna roterar med olika varvtal, överförs via gummiremmen en kraft i vertikalled till det övre hjulet som får detta att röra sig sträckan  $x$ . Vinkelvisaren befinner sig sträckan  $l$  från upphängningsaxeln. Vinkeln förhåller sig till läget  $x$  som

$$\tan \theta = \frac{x}{l} \quad (2.7)$$

För små vinklar gäller att  $\theta \approx x$ . Kraften på hjulet är

$$F_u = K_f \int_{-\infty}^t (\omega_1 - \omega_2) dt \quad (2.8)$$

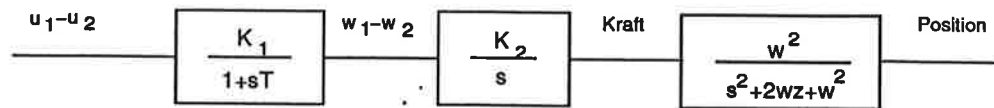
där  $K_f$  är sammantagna fjäderkonstanten från upphängningsfjäders och gummiremmen. Storheten  $\int_{-\infty}^t (\omega_1 - \omega_2) dt$  är vinkelskillnaden mellan de båda motorerna med antagandet att remmen inte kan slira. Från det att vinkelskillnaden hos de båda motorerna gett upphov till en kraft kan resten av systemet beskrivas m h a jämviktsekvationerna för en massa upphängd i en fjäder. Överföringsfunktionen för detta delsystem blir

$$\theta(s) = \frac{K_2 \omega_0^2}{s^2 + 2\xi \omega_0 s + \omega_0^2} F_u \quad (2.9)$$

vilket sammantaget ger oss följande processmodell

$$\theta = \frac{K_f K_2 \omega_0^2}{s^2 + 2\xi \omega_0 s + \omega_0^2} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{K_{DC}}{1 + sT_{DC}} (u_1 - u_2) \quad (2.10)$$

Ett blockschema över vår modell visas i figur 2.3.



Figur 2.3 Blockschema över process 2.

Som framgår av figuren är det modellerade systemet av fjärde ordningen. I den fortsatta rapporten kallar vi denna överföringsfunktion för  $G_2$  och överföringsfunktionen från spänning till övre hjulets varvtal för  $G_1$ .

## 2.3 Summering

Vi har delat upp processen i två processer, en med summan av inspänningarna till rotation på det övre hjulet och en med differensen mellan inspänningarna till vinkelläget på upphängningen. Den förstnämnda har vi funnit är av ordning tre och den sistnämnda av ordning fyra.

### 3. Identifiering

Identifiering gjordes med två metoder, dels en parametrisk och dels en icke-parametrisk. För båda processerna valde vi följande identifieringsmetoder

- Parametrisk: ARMAX-modell
- Icke-parametrisk: Spektralanalys

Vi provade även Box-Jenkins, men resultatet blev inte bättre än vad vi fick med ovan nämnda metoder.

I avsnitt 3.1 behandlas hur mätningarna gick till. I avsnitt 3.2 och 3.3 beskrivs sedan identifieringen av process 1 respektive process 2. Slutligen ges en kort summering.

#### 3.1 Insamling av mätdata

Vi uppskattade att systemet hade en resonansfrekvens vid 6 Hz. För att fånga denna krävs en sampelfrekvens på minst 12 Hz. Vi ansåg att en rimlig sampelfrekvens var 50 Hz, vilket innebär en sampeltid på 20 ms.

För att undersöka systemens beteende över ett stort frekvensintervall användes en så kallad PRBS-signal (Pseudo-Random-Binary-Sequence), vars spektrum är vitt upp till en viss frekvens. Signalen genereras med hjälp av ett återkopplat skiftregister (8 bitar).

För processen  $G_1$  är insignalen en summa av de båda motorspänningarna.

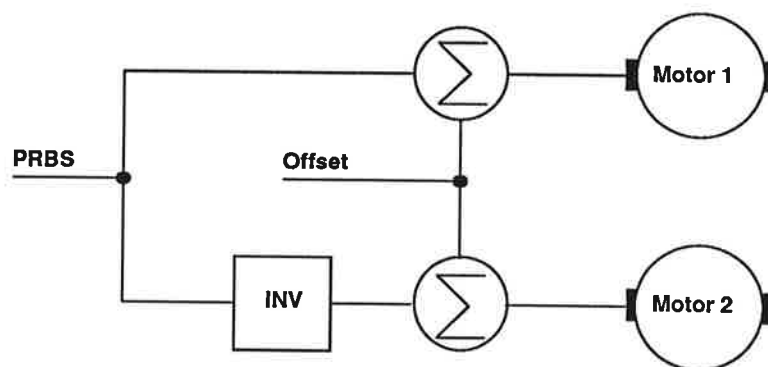
$$\omega(s) = G_1(s)k_1[u_1(s) + u_2(s)]$$

och för den andra processen har vi

$$\theta(s) = G_2(s)k_2[u_1(s) - u_2(s)]$$

Man vill att  $u_1 + u_2$  respektive  $u_1 - u_2$  ska vara en PRBS-signal. För processen  $G_2$  kan detta erhållas såsom illustreras i figur 3.1 där också en offset är pålagd för att komma ifrån friktionsinverkan. Man ser att insignalen  $u = u_1 - u_2$  till  $G_2$  blir

$$u = 2 \cdot PRBS + 2 \cdot offset$$



Figur 3.1 Excitation av processen  $G_2$ .

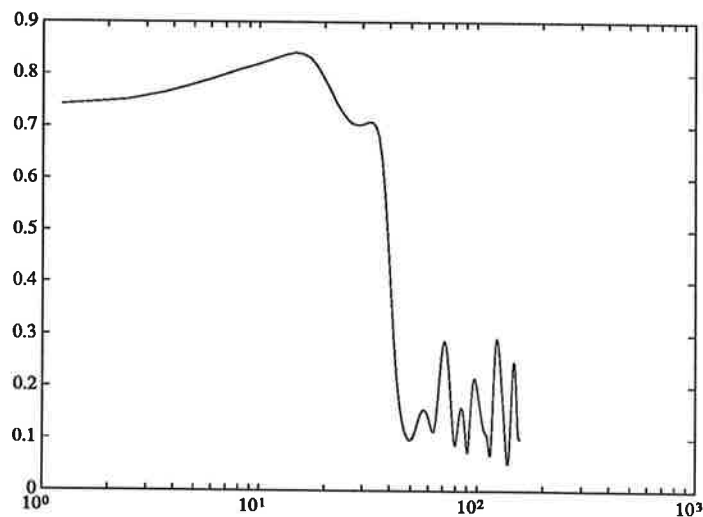


Innan identifiering måste därför den loggade insignalen multipliceras med 2. Offseten togs bort före identifieringen genom att medelvärdet subtraherades från mätserierna.

## 3.2 Identifiering av process 1

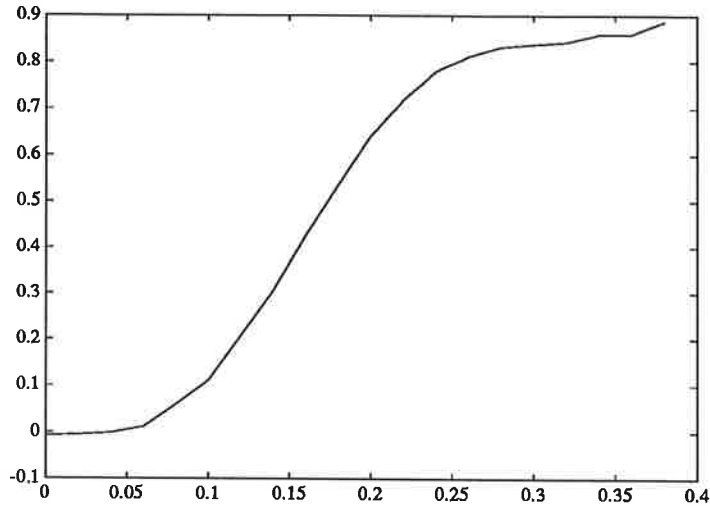
### Parametrisk skattning

Vi valde enligt kapitel 2 att modellera denna process med ett tredje ordningens system. Vår första tanke var att systemet var fritt från dödtid. Det visade sig dock att skattningarna blev bättre om vi modellerade en dödtid på ett sampel. Ett sätt att avgöra om det finns ett linjärt samband mellan in- och utsignal är att titta på den skattade koherensfunktionen. Denna skall vara nära 1 om det finns ett linjärt samband. I figur 3.2 visas denna funktion, där vi ser att systemet är linjärt upp till 30-40 rad/s.



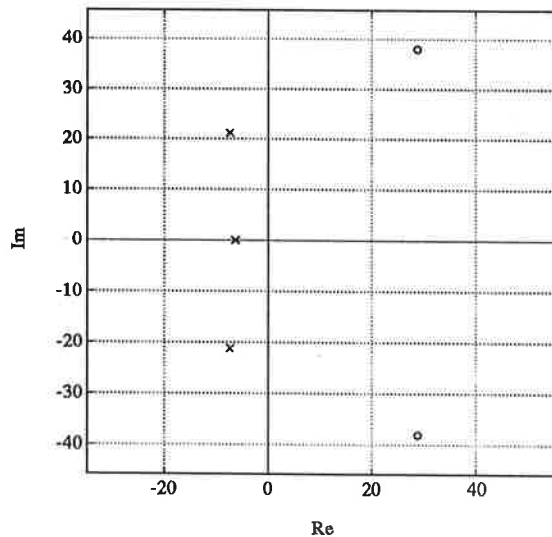
Figur 3.2 Estimerad koherensfunktion.

Figur 3.3 visar ett estimerat stegsvar för processen  $G_1(s)$ . Det framgår att det är svårt att avgöra om systemet innehåller dödtid eller smyger igång p g a det höga ordningstalet.



Figur 3.3 Estimerat stegsvar för processen  $G_1$ .

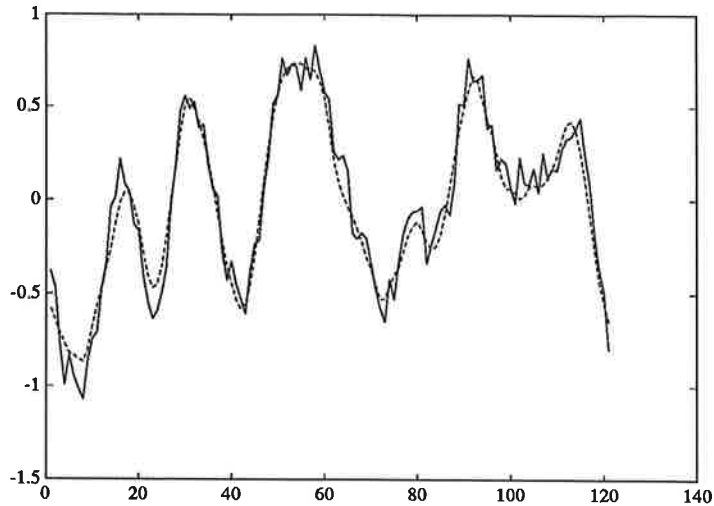
ARMAX gav den bästa modellen, när vi ansatte 3 A-, 3 B- och 3 C-parametrar och en dödtid på ett sampel. Variansen i parameterskattningen blev som mest ca  $1/8$  av parameterens absoluta värde. En pol-nollställesplot visar att de kontinuerliga polerna hamnade ungefär som vi hade tänkt oss (se figur 3.4).



Figur 3.4 Kontinuerlig pol-nollställesplot för processen  $G_1$ . Systemet är relativt väl dämpat. Den dominerande polen kommer från motordynamiken.

### Validering genom simulering

För att validera vår modell simulerade vi och jämförde med den verkliga processens utsignal vid samma insignalsekvens. Denna sekvens valdes så att det inte var samma data från vilka processmodellen estimerats. Resultatet framgår av figur 3.5.

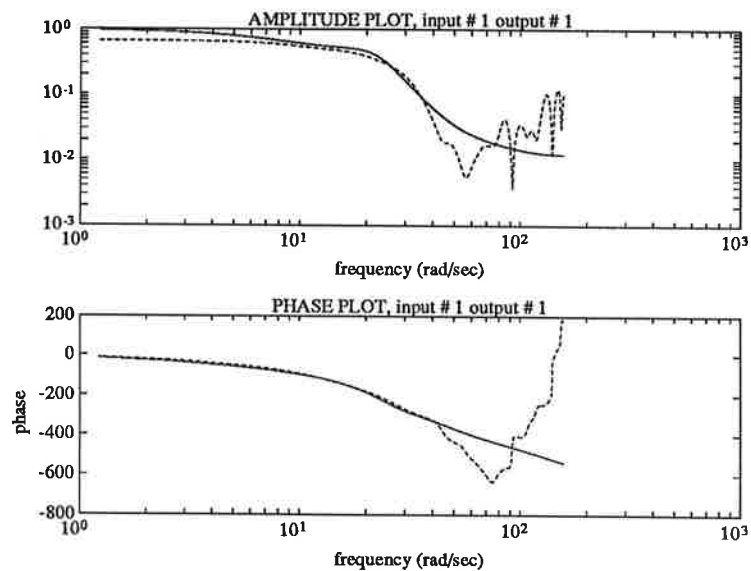


Figur 3.5 Validering av skattningen av processen  $G_1$ . Den streckade kurvan är modellens utsignal och den heldragna den verkliga utsignalen. Tidsskalan är graderad i sampel. Sampeltiden är 0.02 sekunder.

De båda kurvorna stämmer väl överens. Hacken i topparna på verkliga utsignalen kan bero på mätbrus eller på dynamik som vi ej lyckats fånga i vår modell.

### Spektralanalys

Här nöjde vi oss med att estimerade överföringsfunktionen med hjälp av spektralskattning och sedan jämföra med den överföringsfunktion vi fick med den parametriska skattningen. Jämförelsen ser vi i figur 3.6.

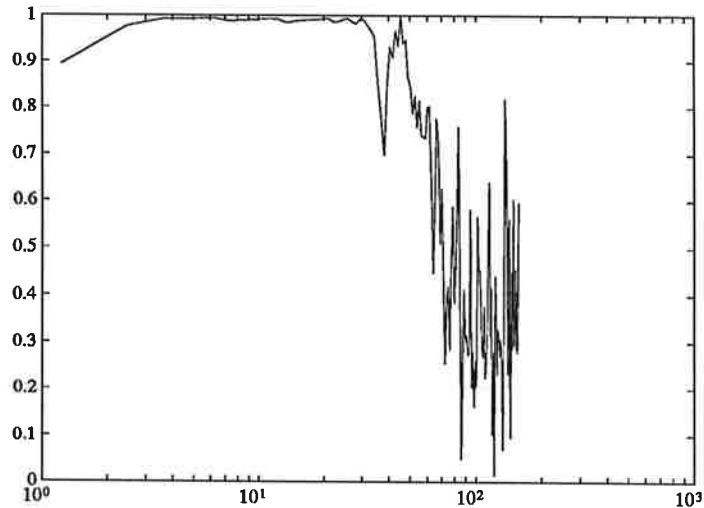


Figur 3.6 Bodediagram för de båda överföringsfunktionerna. Den heldragna kurvan härrör från den parametriska modellen och den streckade från spektralskattningen.

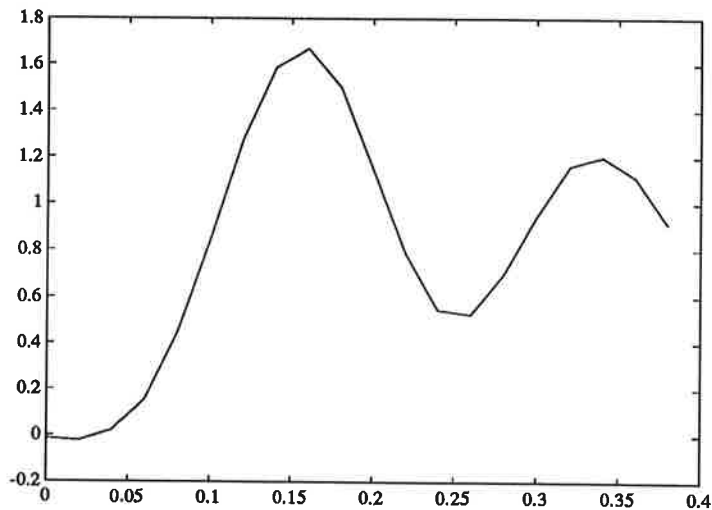
Som vi ser stämmer bodediagrammen väl överens upp till den frekvens där koherensfunktionen minskar (jämför figur 3.1).

### 3.3 Identifiering av process 2

Som vi beskrivit i kapitel 2 modellerade vi i detta fall med en process av ordning 4, där vi antog att processen hade ett komplexkonjugerat polpar och två reella poler. Det visade sig dock att processen innehöll 2 komplexkonjugerade polpar. För att vara säkra på att vi valt rätt ordning på vår modell provade vi även skattningar med andra ordningstal, men skattningen med  $n_a=4$ ,  $n_b=3$  var den som gav den minsta varianserna på de skattade parametrarna. I figur 3.7 ser vi att koherensfunktionen ligger nära 1 för frekvenser upp till ca 50 rad/s. Vi uppskattade systemets egenfrekvens till  $6 \cdot 2\pi \approx 37$  rad/s.



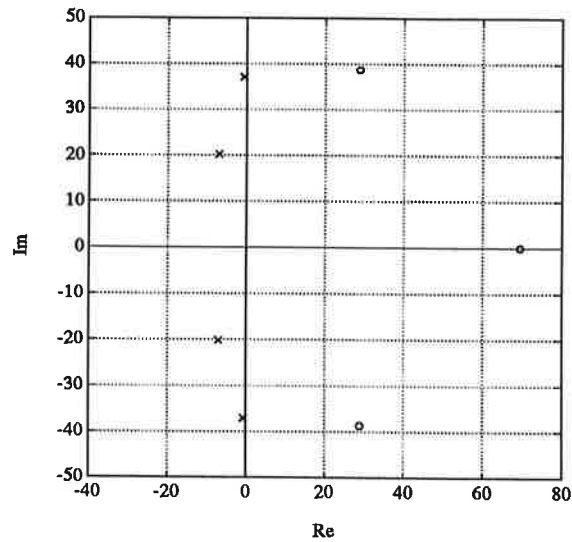
Figur 3.7 Koherensfunktion mellan in- och utsignal för processen  $G_2$ .



Figur 3.8 Skattat stegsvar för processen  $G_2$ .

Det skattade stegsvaret ser ut som i figur 3.8. Det framgår klart att systemet är mycket dåligt dämpat, vilket vi fick belegg för, då vi plottade poler och nollställen för den skattade överföringsfunktionen (se figur 3.9). Ur figurerna

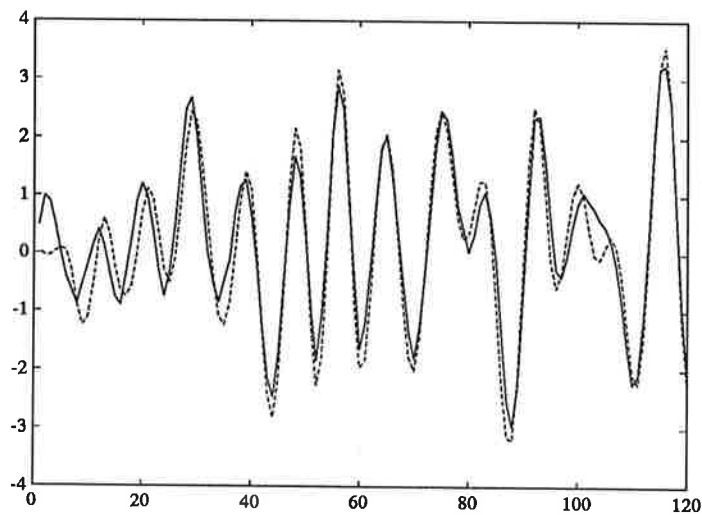
3.8 och 3.9 kan man också utläsa  $\omega$  för det öppna systemet. Detta stämmer väl överrens med vad vi uppskattat.



Figur 3.9 Kontinuerlig pol-nollställesplot för skattningen av processen  $G_2$ .

### Validering genom simulering

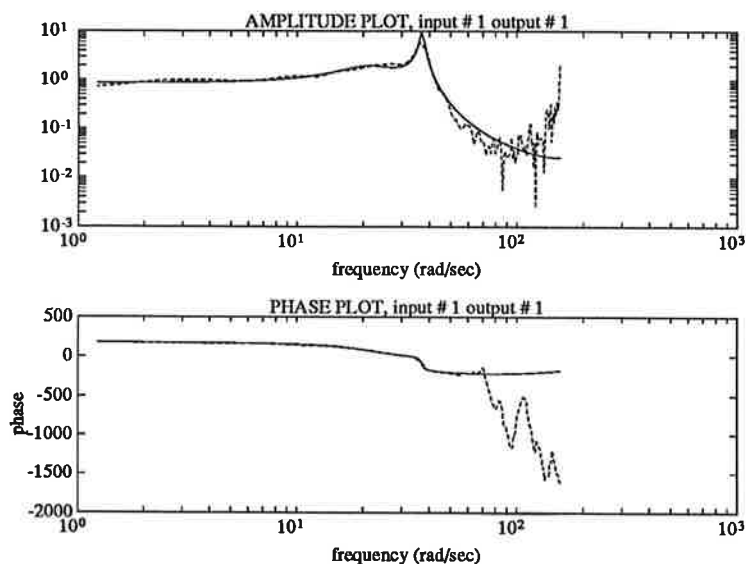
En korsvalidering av den skattade processen  $G_2$  gav ett tillfredställande resultat. Att överensstämmelsen under de första samplen är mindre bra beror på att modellens tillstånd är 0 då vi startar simuleringen (se figur 3.10).



Figur 3.10 Korsvalidering av processmodellen  $G_2$ . Den streckade kurvan är modellens utsignal och den heldragna den verkliga utsignalen. Tidsskalan är graderad i sampel. Sampeltiden är 0.02 sekunder.

## Spektralanalys

Även här jämförde vi bodediagrammet som erhöles vid spektralanalys med det bodediagram som ARMAX-modellen gav. Överensstämmelsen är god upp till 50-60 rad/s. Som vi ser i figur 3.11 hamnar resonanstoppen på ca 37 rad/s.



Figur 3.11 Bodediagram för överföringsfunktionen  $G_2$ . Den heldragna kurvan är skattad med spektralanalys och den streckade härrör från den parametriska skattningen.

## 3.4 Summering

För processen  $G_1$  gav skattningarna det resultat vi förväntat oss. Vid validering genom simulering fick vi god överensstämmelse med den verkliga processen. Processen  $G_2$  visade sig ha två komplexkonjugerade polpar vilket vi inte tidigare antagit. Emellertid var vår antagna modellordning (4) rätt och skattningarna stämde väl med den verkliga processen.

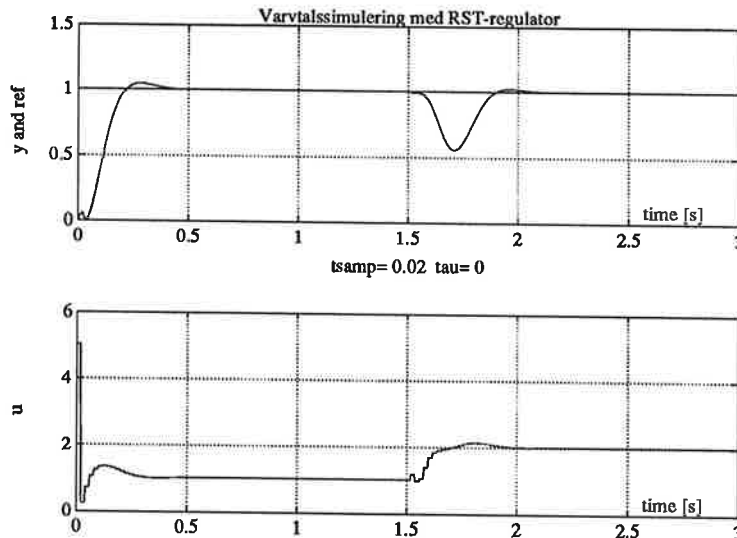
## 4. Reglering av processerna

I detta kapitel behandlar vi regleringen av de båda processerna. Vi ville prova om våra skattningar fungerade direkt på en tillämpning. Därför försökte vi att reglera de båda processerna med en RST-regulator på formen  $Ru = Tu_c - Sy$ . Vi beräknade regulatorn m h a en direkt användning av den dimensioneringsalgoritm som beskrivs i Computer Controlled Systems (Åström och Wittenmark, 1990).

Avsnitt 4.1 behandlar regleringen av processen spänning till rotationshastighet, och i avsnitt 4.2 diskuteras hur man kan göra en regulator för styrning av vinkelläget. Slutligen ges i avsnitt 4.3 en summering av regleringen av processerna.

### 4.1 Reglering av processen $G_1$

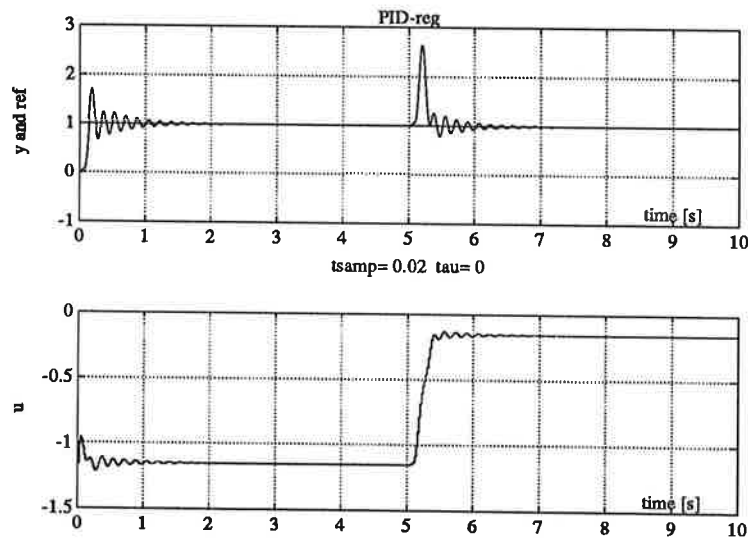
Denna process har två nollställen utanför enhetscirkeln, varför vi satte  $B^-$  till  $B$  och  $B^+ = 1$ . Vid val av önskad överföringsfunktion utgick vi från var polerna låg i kontinuerlig tid och gjorde därefter en bedömning av hur snabbt system som var rimligt att kräva. Denna dimensionering visade sig fungera bra även på den verkliga processen. En simnonsimulering av den reglerade processen visas i figur 4.1. Vid ungefär halva simuleringstiden har en laststörning lagts på systemet.



Figur 4.1 Simnonsimulering av den reglerade processen. Det övre hjulets vinkelhastighet styrs.

## 4.2 Reglering av processen $G_2$

Reglering av vinkelläget visade sig vara betydligt svårare än reglering av varvtalet. Processen i sig är mycket dåligt dämpad, varför man måste vara försiktig vid design av önskat beteende av den reglerade processen. Är kravet på dämpning alltför stort, måste man designa regulatorn så att den är instabil. Detta kan vara riskabelt, om man inte har god processkänedom. Vi designade ett antal regulatorer, som fungerade bra vid simnonsimuleringar men som inte gick lika bra i verkligheten. En simnonsimulering med en regulator som fungerar i praktiken visas i figur 4.2.



Figur 4.2 Simnonsimulering av den reglerade processen  $G_2$ . Det övre hjulets vertikala läge styrs.

Som framgår av figuren är systemet dåligt dämpat. Vi provade att dämpa det bättre, men styrsignalerna blev så stora, att drivbandet hoppade av innan processen hann stabilisera sig.

## 4.3 Summering

Att reglera processen, spänning till varvtal, medförde inga större problem, om kraven på snabbhet sattes rimliga. Reglering av vinkelutslaget visade sig betydligt svårare, då styrsignalerna blev väldigt stora, om vi inte accepterade ett dåligt dämpat system.



## 5. Slutsatser

Genom att göra vissa förenklingar har vi omvandlat ett MIMO-system till två separata SISO-system. De båda processerna har sedan behandlats var för sig.

Den bästa skattningen av processerna fick vi då rätt modellordning ansattes varför man före en identifiering bör skaffa sig en god uppfattning om processens ordningstal. Före valet av sampeltid bör man fundera över vilka frekvenser man är intresserad av, samt skaffa sig en uppfattning om hur snabb processdynamiken är. Vid reglering av ett dåligt dämpat system kan man inte kräva ett system med god dämpning utan att styrsignalerna blir stora om inte till exempel anti-windup införs. Vi har inte fördjupat oss i detta utan har istället acceperat ett dåligt dämpat system.

## 6. Referenser

JOHANSSON, R. (1991): *Process Identifiering*, Institutionen för reglerteknik, Lunds Tekniska Högskola.

ÅSTRÖM, K. J. och B. WITTENMARK (1990): *Computer Controlled Systems, 2nd ed*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

THE MATH WORKS (1990): *Pro-Matlab User's Guide..*

GUSTAFSSON, K, M. LILJA, och M. LUNDH (1990): *A Collection of Matlab Routines for Control Systems Analysis and Synthesis*, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology.

KNUTH, D. E. (1984): *The T<sub>E</sub>Xbook*, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Mass.

# Projekt i processidentifiering ht 91

## Identifiering av en robots axelled

Utfört av: Kristín Cecilsdóttir

Handledt av: Henrik Olsson

9 december 1991

## Processen

Syftet med identifieringen är att hitta en överföringsfunktion för en industrirobots axelled. Roboten kan modelleras som ett linjärt elastiskt servo, där en drivmotoraxel är belastad med två tröghetsmoment förbundna genom fjäder och dämpning. Drivmotorn är DC motorn i robotens bottenplatta som vid inspänning  $u$  ger drivmoment  $M = k_u u$ , som driver motorns eget tröghetsmoment  $J_1$ , friktion och glapp i axelleden representeras av dämpkoefficienten  $d_1$ . Utsignalen på motorns drivaxel är vinkelhastigheten  $y = k_\omega \omega_1$ , eller vinkeln  $\theta_1$ . Ovanför axelleden modelleras roboten av fjäderkonstanten  $k$ , dämpningskoefficienten  $d$ , och tröghetsmomentet  $J_2$ . En starkt förenklad linjär överföringsfunktion mellan motorns drivspänning och vinkelhastigheten på motoraxeln är

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_\omega k_u (J_2 s^2 + ds + k)}{J_1 J_2 s^3 + (J_2(d_1 + d) + J_1 d)s^2 + (k(J_1 + J_2) + d_1 d)s + d_1 k}$$

som beskriver en kontinuerlig modell för det system som identifieringen avser. Det finns en långsam pol på negativa reella axeln som motsvarar robotens stelkroppsdyamik.

$$s = -\frac{d_1}{J_1 + J_2}$$

och två snabba komplexkonjugerade poler som ger resonans motsvarande egenfrekvensen

$$\omega_o^2 = \frac{k(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}$$

## Experimentet

Spänningen till drivmotorn är systemets insignal. Vid experimentet väljs denna att vara en PRBS(Pseudo random binary signal). Det frekvensområde som är av intresse i utsignalen skall ligga inom insignalspektrats huvudlob, där större delen av insignalenergin finns. Sampelperioden väljs till 1ms vilket är något snabbt med tanke på att det skall finnas identifierbara förändringar mellan varje sampel. För hög sampelfrekvens kan åtgärdas i efterbehandling av upptagna mätdata genom decimering. Amplituden valdes till omkring  $4V_{pp}$ , vilket gav lämpligt utslag i robotnosens svängning. Två mätomgångar görs, dels då insignalen har minsta periodtid 35ms, dvs grundfrekvens omkring 30Hz och dels då minsta periodtiden är 50ms, motsvarande 20Hz grundton. Som utsignal valdes drivmotorns varvtal motsvarande vinkelhastigheten på motoraxeln. En signal för motoraxelns position fanns även att tillgå, men förkastades som utsignal för identifiering. I varje mätomgång upptogs 10000 mätvärden för tre olika lägen på robotens armar: bakåt, framåt och mittläge. I rapporten behandlas mätserierna för PRBS 35ms, arm bakåt och framåt. Enbart mätserie PRBS 50ms finns att tillgå för mittläget. För generering av PRBS och insamling av utsignaler från processen och tillhörande insignal användes programmet `logger`. Experimentet utfördes vid PC ansluten till mätdon för drivmotorn. Insamlad data fördes sedan över till arbetsstation via Ethernet för behandling i Matlab.

## En första titt på insamlad data

Plottar för mätserierna finns samlade i bilaga för figurer och presenteras parallellt för de tre armlägena. Utsignalsekvenserna, som finns i figur 1, är de som kommer att användas vid modelleringen. Då en del av mätserien skall användas för korsvalidering av erhållen modell är det viktigt att notera att medelvärdet ej förefaller konstant för hela sekvensen. Plot av processens utsignal, tillsammans med insignalen, för en del av mätserien, finns i figur 2. Där framgår att AD omvandlaren för varvtalsmätaren haft problem att följa den snabba samplingen. Detta ger outliers

i mätsekvensen för varvtalet. Det finns en tidskonstant för följningen av PRBS omslaget och en överlagrad svängning. Tidskonstanten är tydligast i utsignalen för PRBS 50ms. Den kan förklaras av procesens stelkroppsdyamik, som i den kontinuerliga modellen beskrivs av en långsam pol på negativa reella axeln. Den överlagrade svängningen visar att processen är oscillativ, vilket beskrivs av de två snabba komplexkonjugerade polerna i den kontinuerliga modellen. Det finns således en betryggande överensstämmelse mellan upptagna data och den presenterade kontinuerliga modellen för processen.

Skattning av insignalens spektrum visar att denna kan approximeras med vitt brus upp till sin grundton. Figur 3 visar spektralskattningar för insignal och utsignal för de tre armlägena. Skattning av koherensspektrum mellan in och utsignal, finns i figur 4 och visar att för frekvenser under 30Hz kan en överföringsfunktion skattas ur korsspektrat mellan in och utsignal. Skattning av korsspektrum finns plottad i figur 5. Det finns en lutning för låga frekvenser som troligen härrör från den pol som bestämmer tidskonstanten för processen. Omkring 20Hz finns ett komplexkonjugerat nollställe. Det kan finnas växelverkan med ett polpar. Förändringen i korsspektra kring denna frekvens för de olika armlägena är intressant. Skattning av korsspektra kan betraktas som en icke parametrisk modell av processen och får utgöra bas för bedömning av de parametriska modellernas resultat i frekvensplanet. En diskret parametrisk modell för axelleden bör ha en överföringsfunktion med minst två nollställen och tre poler.

## Modellering 1

In och utsignal lågpasfilteras med digitalt Butterworthfilter av ordning 10, med passband upp till 50Hz Dämpningen i spärrbandet är 20dB. Filtringen sker framåt och sedan bakåt vilket ger noll fasvrängning av sekvenserna. Förutom att skära bort oanvändbart frekvensinnehåll i data tas även outliers om hand av filtret. Det visar sig senare i modelleringsarbetet att filtrering borde ha skett för passband upp till 30Hz med brantare övergång till spärrband och mer spärrbandsdämpning.

Olika modeller provas och utvärderas mot standardavvikelse i koefficienter, residualernas kovariansfunktion, korrelation mellan residualer och insignal, korsvalidering i tidsplanet, följning av skattade korsspektrat och rimliga lägen för poler och nollställen. Output-Errormetoden (OE) förkastas direkt, dålig följning i frekvensplanet och tidsplanet motiverar detta. Auto Regressivt filter med insignal (ARX) och instrumentvariabelmetoden (IV) förkastas också. Resultaten för dessa visar att modellbruset troligen ej är vitt, och därmed måste modelleras med eget polynom i överföringsfunktionen. Den modell som förefaller lämplig att fortsätta med är Box-Jenkins modell som ger möjlighet till separation av överföringsfunktionen för signal och brus,

$$BJ : y(t) = \frac{B^*(q^{-1})}{F^*(q^{-1})}u(t - k) + \frac{C^*(q^{-1})}{D^*(q^{-1})}e(t)$$

Nackdelen med Box-Jenkins modellen är att antalet parametrar att skatta blir stort jämfört med ARMAX modellen där överföringsfunktionen för insignal och brus har samma nämnarpolynom,

$$ARMAX : A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t - k) + C^*(q^{-1})e(t)$$

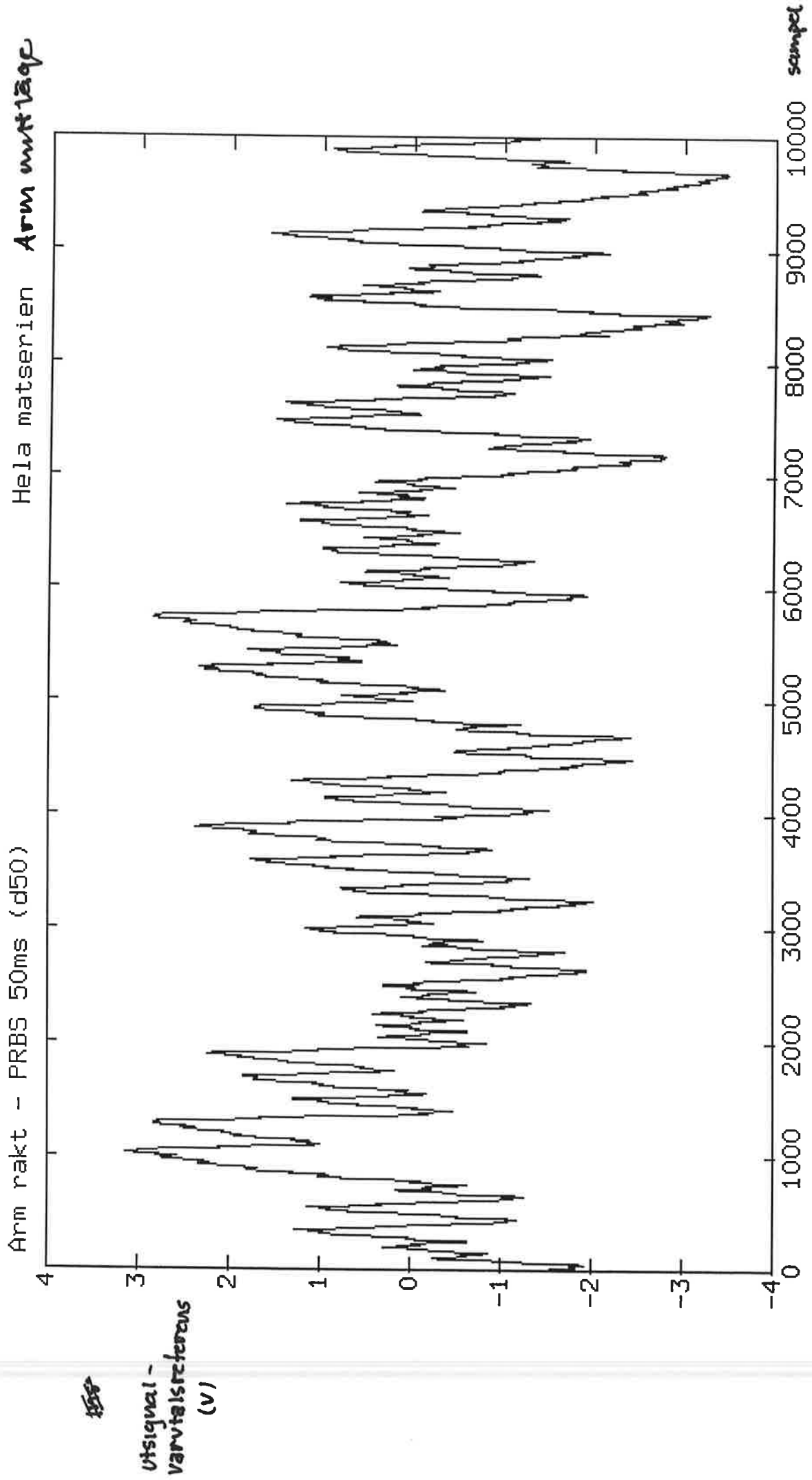
Försök till modellering med de filtrerade sekvenserna ger för de lägre modellordningarna enbart anpassning av parametrar med avseende på tidskonstanten. Modeller av högre ordning ger numeriska problem. Det uppstår matriser som är nästan singulära. Noggrannheten i parameterskattningarna blir mycket dålig. För att få en anpassning till resonansen och bättre konditionering av matriserna måste det hända mer mellan varje sampel. Enklast är att decimera, ta bort sampel i data sekvenserna och på så sätt fiktivt öka sampeltiden vid mätillfället. Alternativet är att göra nya mätningar med lägre sampelfrekvens.

Den större sampeltiden innebär att sampelfrekvensen  $f_s$  för mätserien minskar och därmed Nyqvist-frekvensen  $f_n = 0.5f_s$ . För att undvika alltför kraftig vinkningsdistorsion i det intressanta frekvensområdet måste signalspektrat vara försumbart vid halva sampelfrekvensen. Att ta bort vart 5:e sampel ger  $f_n = 100\text{Hz}$ . Spektralskattning av den filtrerade utsignalen för de olika armlägena visar att den har försumbart frekvensinnehåll kring och över  $100\text{Hz}$ . För data tillhörande mätningar med PRBS period  $35\text{ms}$  innebär decimeringen att PRBS perioden är 7 sampel, detta visar sig avhjälpa de numeriska problemen. Sekvensen tillhörande PRBS period  $50\text{ms}$  får decimeras med 8 sampel för numerisk stabilitet vid modellering. Det ger  $f_n = 62.5\text{Hz}$ . Figur 8 visar att decimeringen ger vinkningsdistorsion av korsspektrat. Detta kunde ha åtgärdats med snävare och brantare filter med bättre dämpning i spärrbandet vid förfiltreringen.

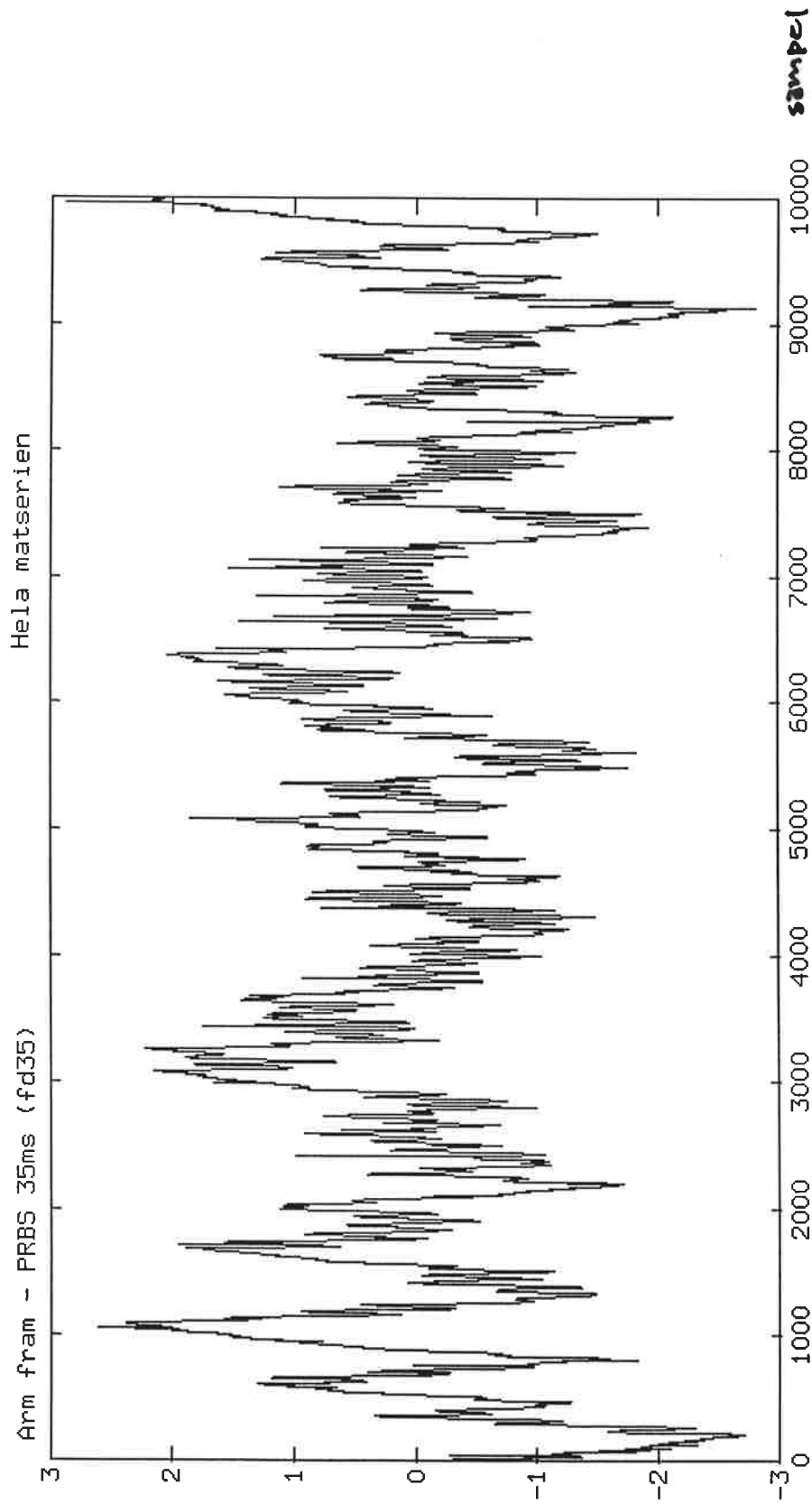
## Modellering 2

De datasekvenser som används vid modelleringen är filtrerade och decimerade. Plott av en delsekvens av dessa finns i figur 6. I andra omgången ansätts Box-Jenkins modeller av så hög ordning att överföringsfunktionen för signaldelen ger bra följning i frekvensplanet och korskorrelationen mellan insignal och residualer är inom  $3\sigma$ -gränsen. Antalet koefficienter i bruspolynomen väljs så att kovariansfunktionen för residualerna liknar den för vitt brus. Modeller med bruspolynom av ordning 7 och signalpolynom av grad 15 ger bra resultat. De erhållna överföringsfunktionerna för signaldel och brusdel kan reduceras. Reducerad modell redovisas för enbart armlägena framåt och bakåt.

Övergång till framåtskiftade polynom och därifrån till tillståndsform görs. Erhållna systemmatriser har samtliga egenvärden innanför enhetscirkeln. Styrbarhetsmatriser och observerbarhetsmatriser har full rang. Därmed är det möjligt att söka balanserad realisering. Grammianen för varje realisering ger mått på tillståndens styrbarhet och observerbarhet. Rimlig trunkering av tillstånd och övergång till polynom i bakåtskift ger de sökta överföringsfunktionerna i diskret tid. För armläge fram ger grammianen att för signaldelen är modellordning 4 nödvändig, eventuellt skall tillstånd upp till ordning 7 tas med. För brusdelen är motsvarande modellordningar 3 respektive 4. För arm bakåt fås modellordningar 3 eller 4 för signaldelen och 2 eller 3 för brusdelen. Grammianer och polynomkoefficienter för de erhållna reducerade diskreta överföringsfunktionerna finns redovisade i bland figurerna tillsammans med plottar av valideringsresultaten i tids och frekvensplanet för tillhörande modell. Detta är figurerna 9 till 12. För armläge bakåt finns även resultat från pol nollställesberäkningar för motsvarande kontinuerliga modeller.

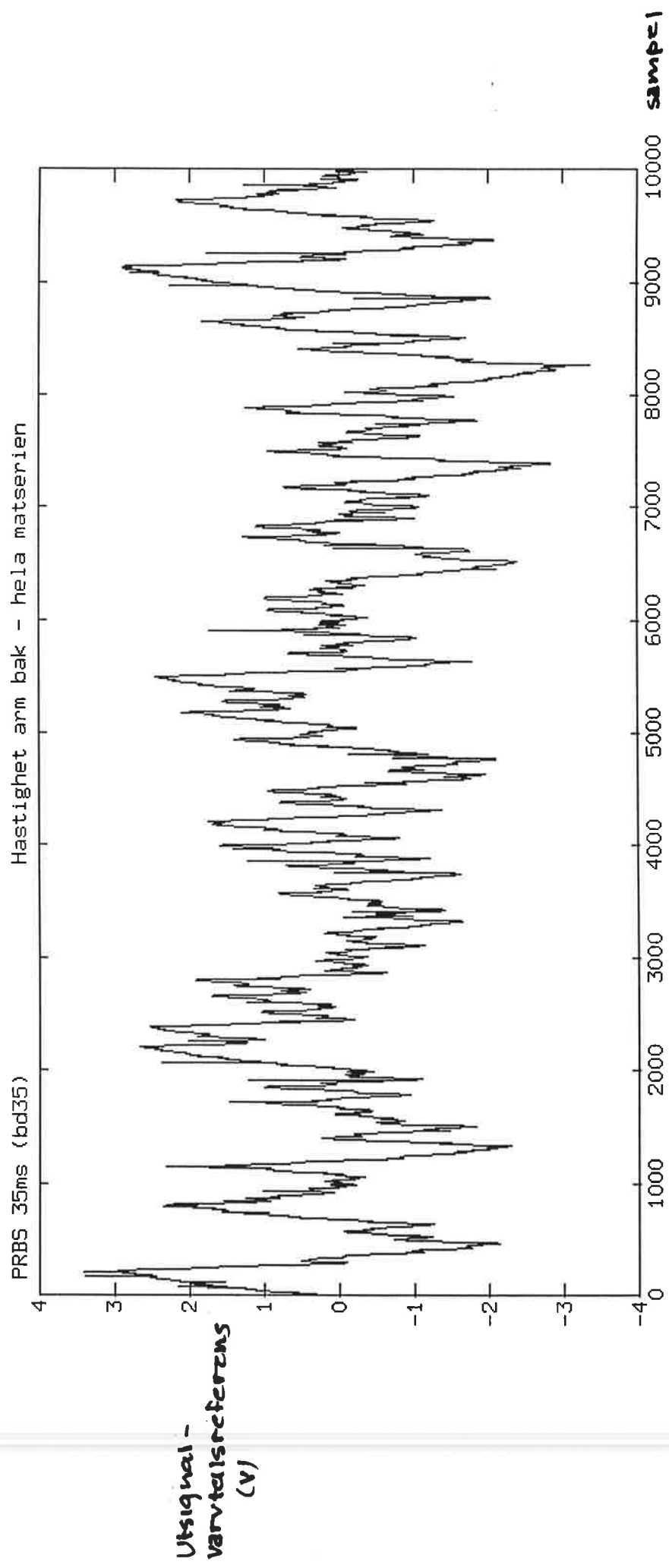


Figur 1a



Unsigned -  
varvtotal srek for ens  
(V)

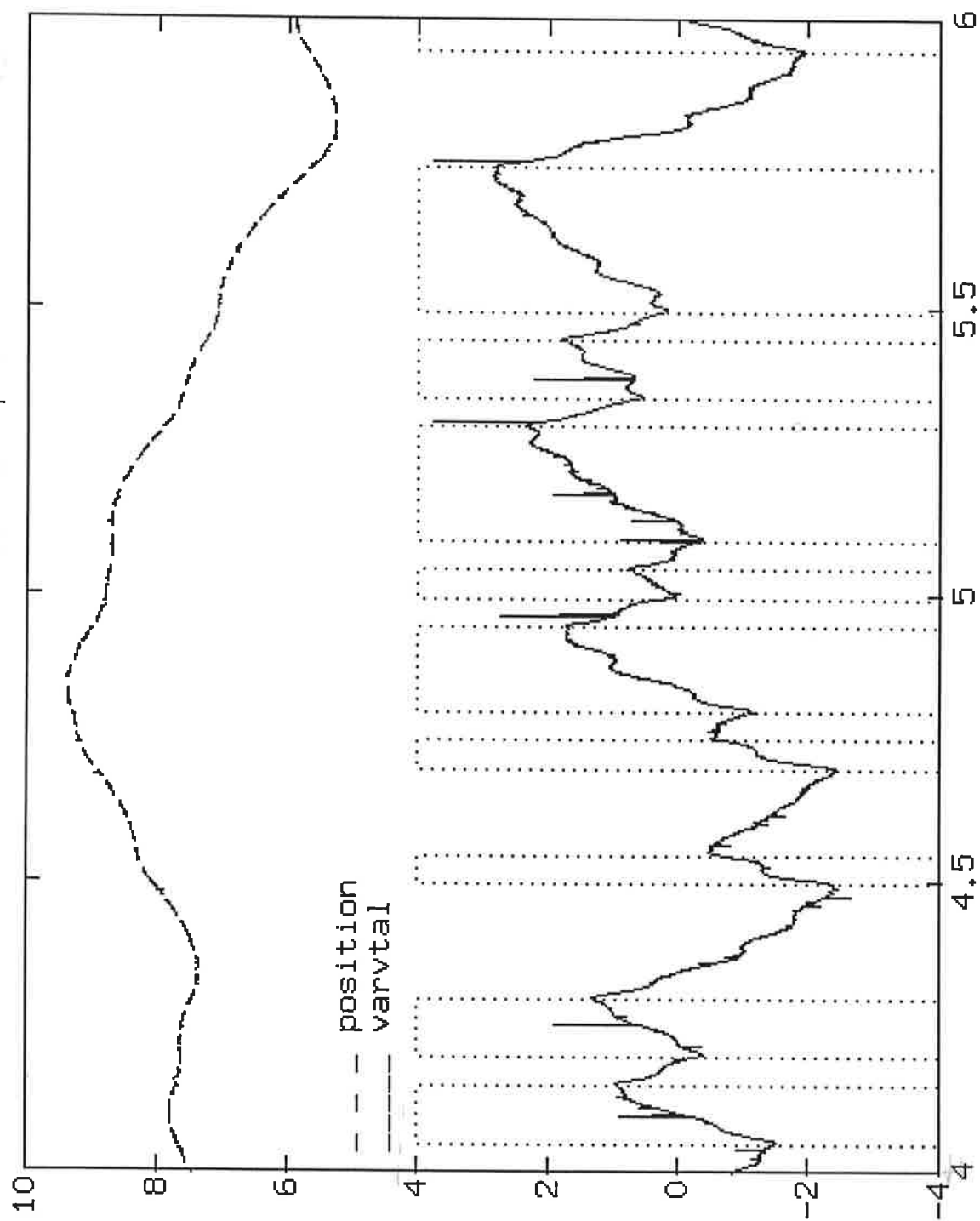
Figur 1b



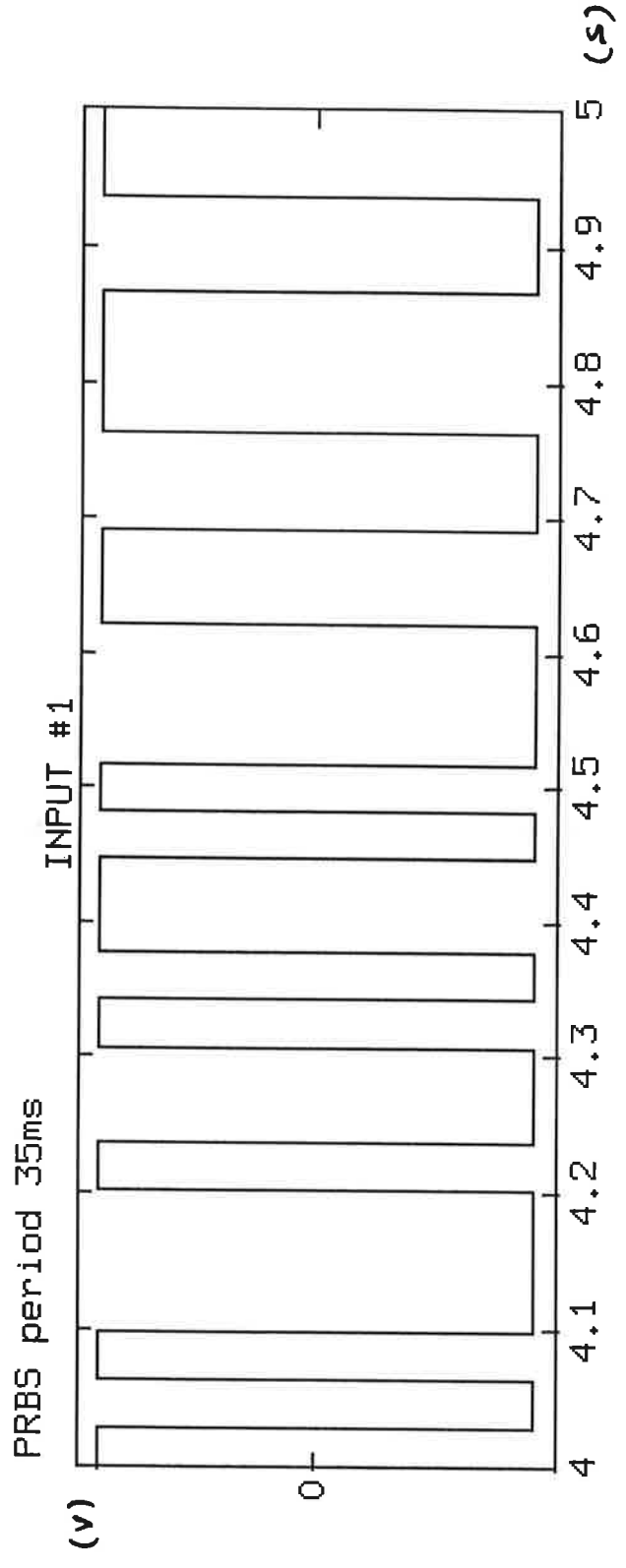
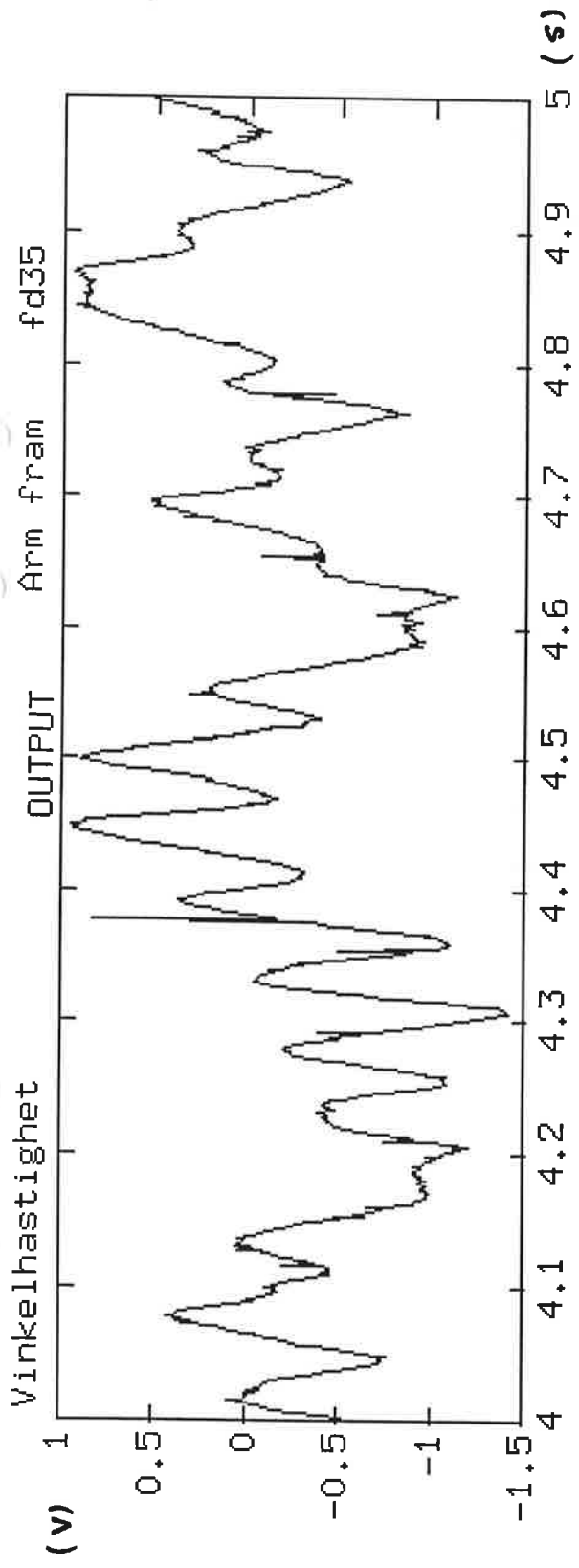
figur 1c



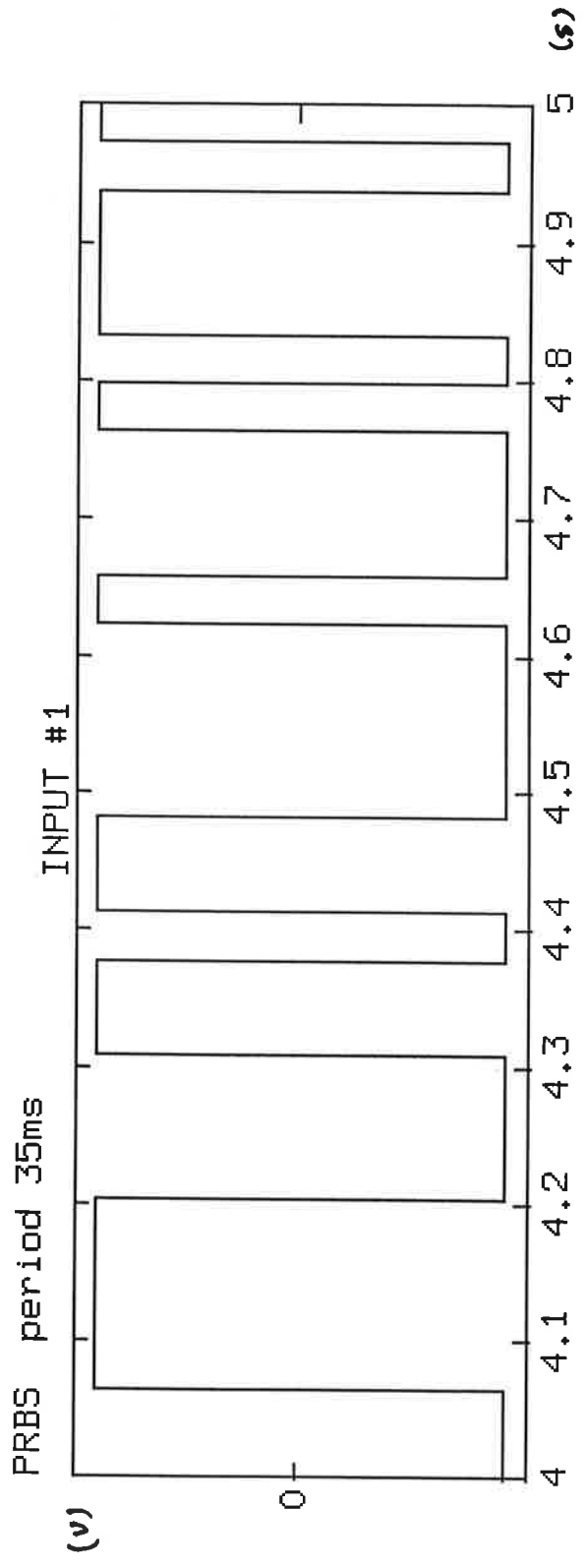
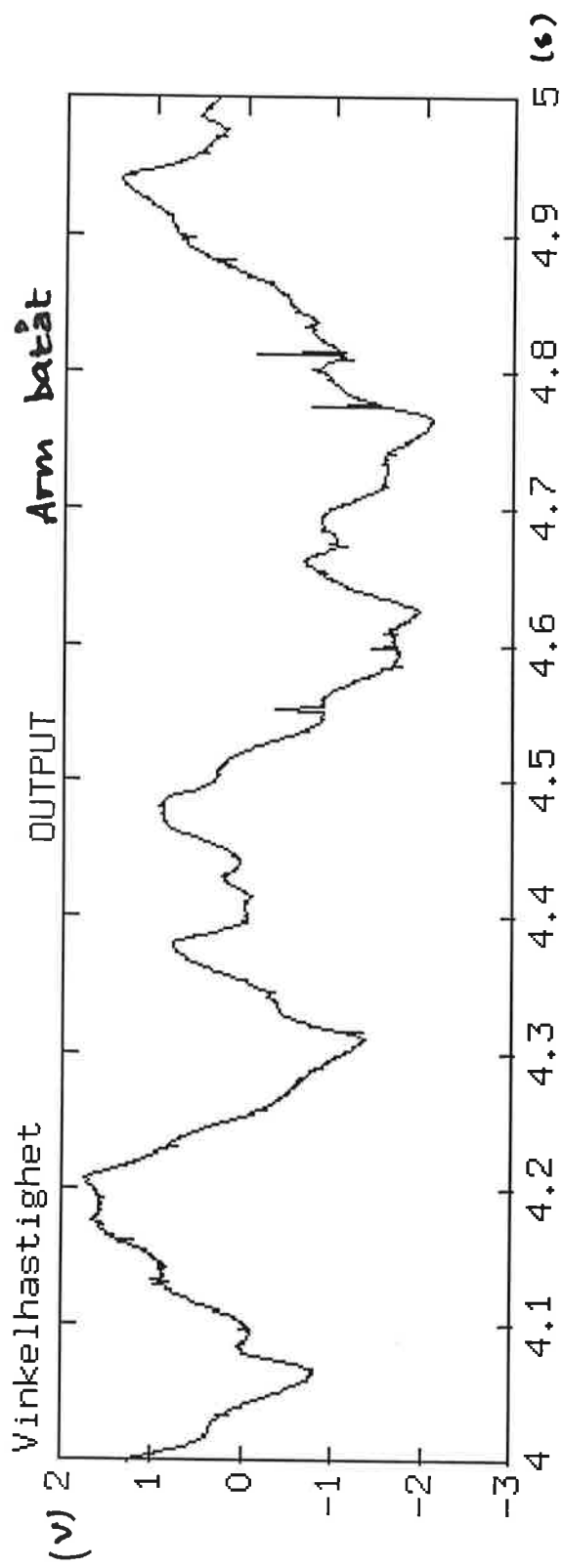
Position och varvtal för PRBS period=50ms Arm mitten



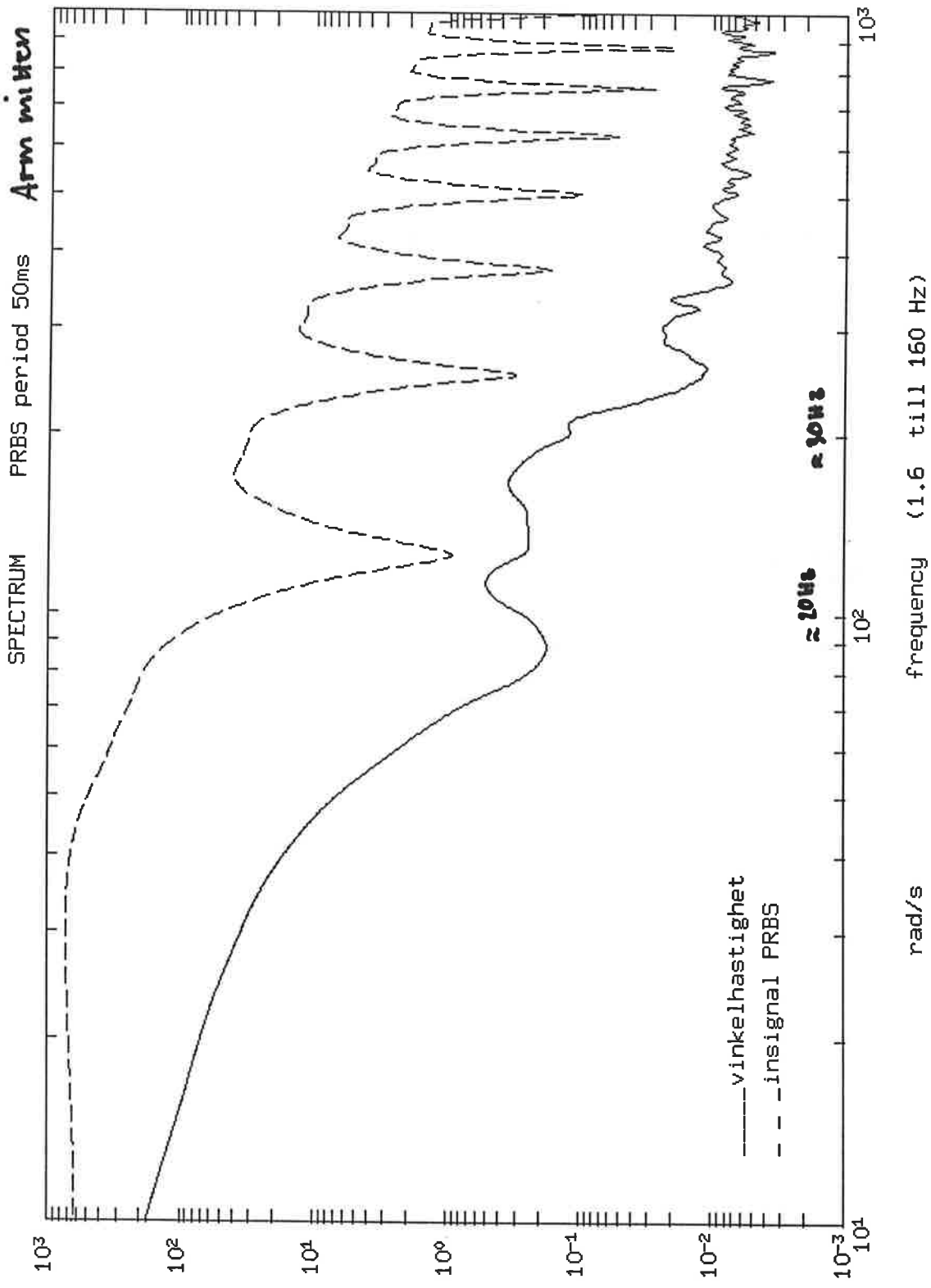
tidsintervall i sekunder



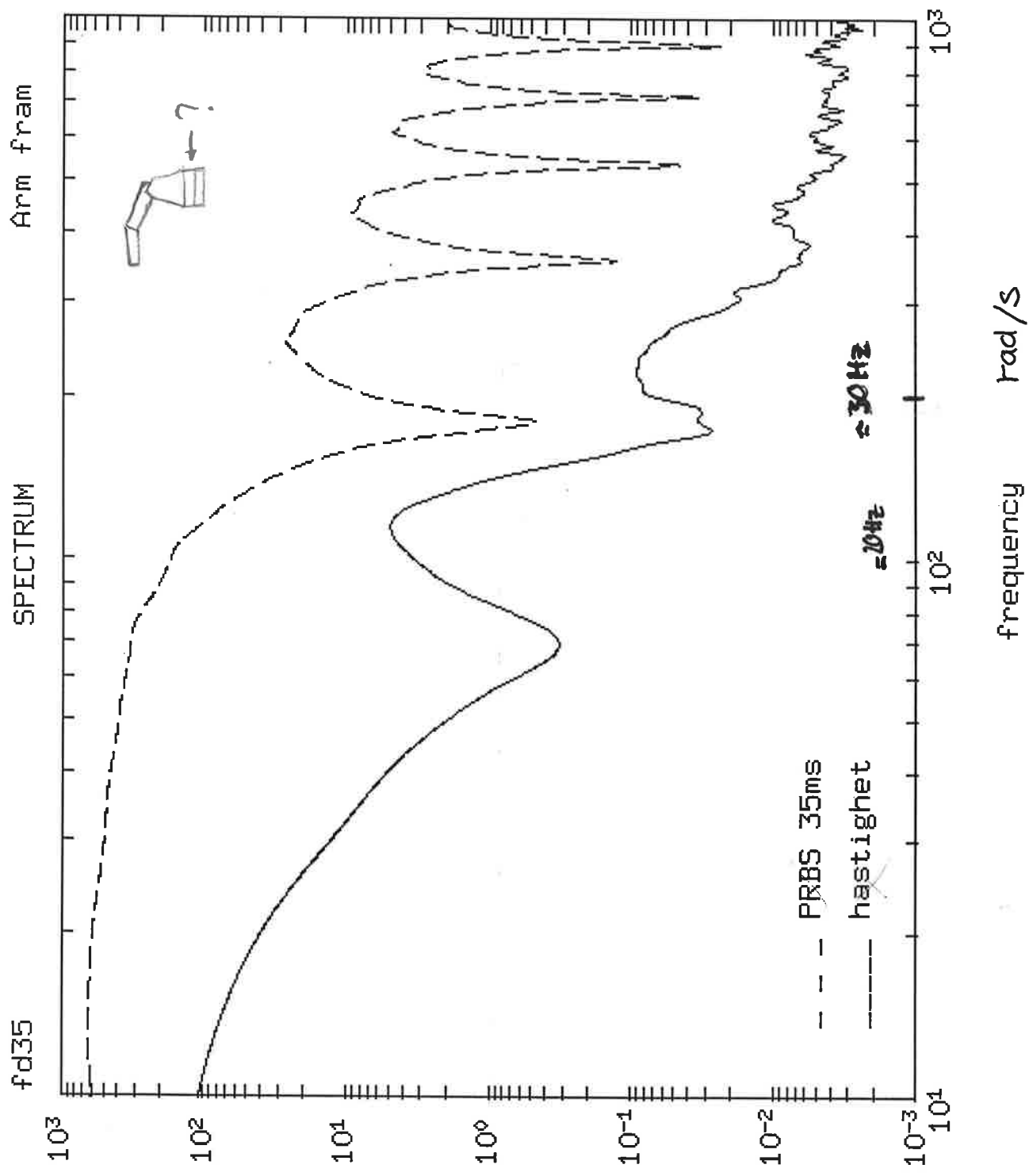
figur 2A



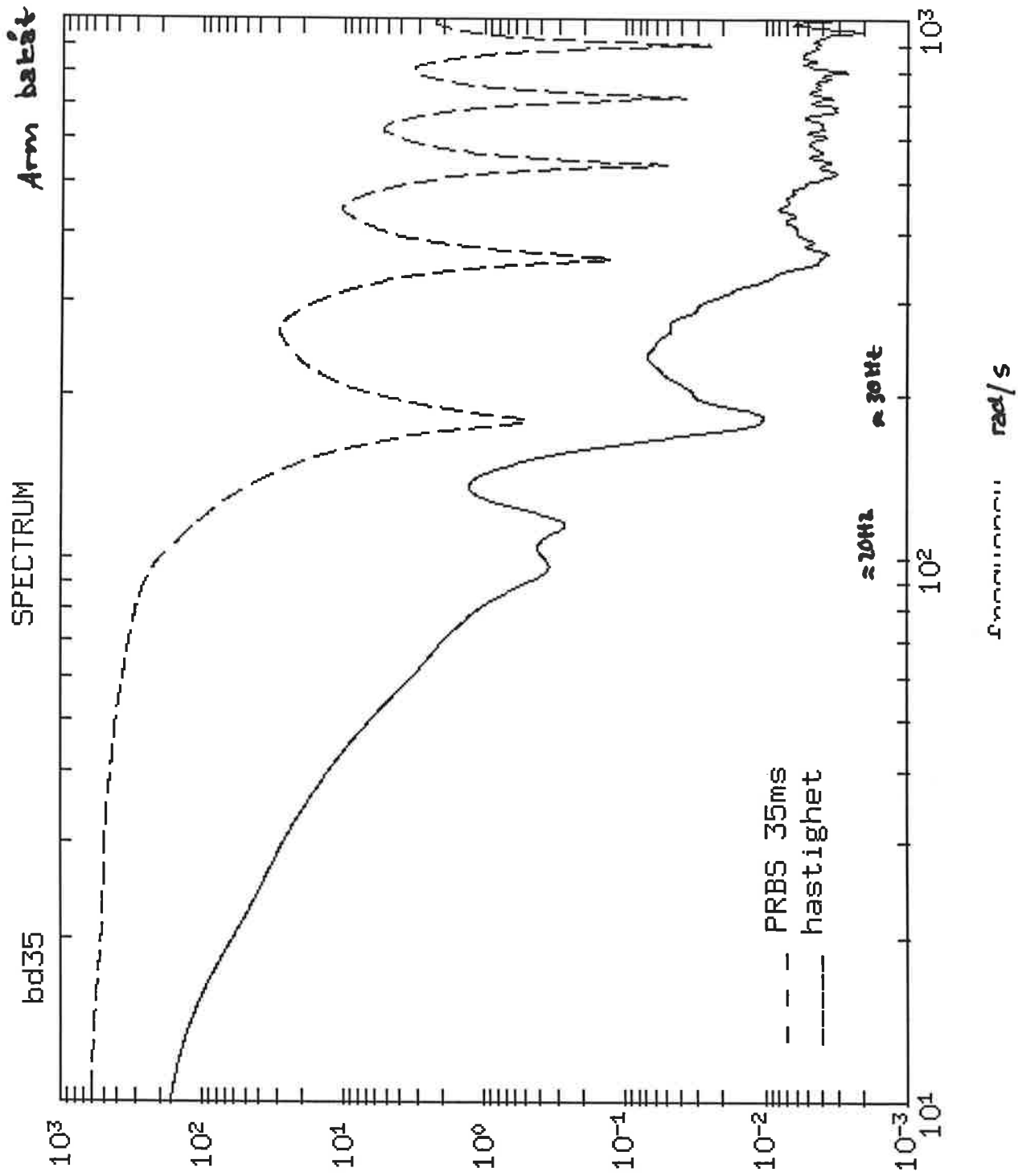
figur 2c



figur 32

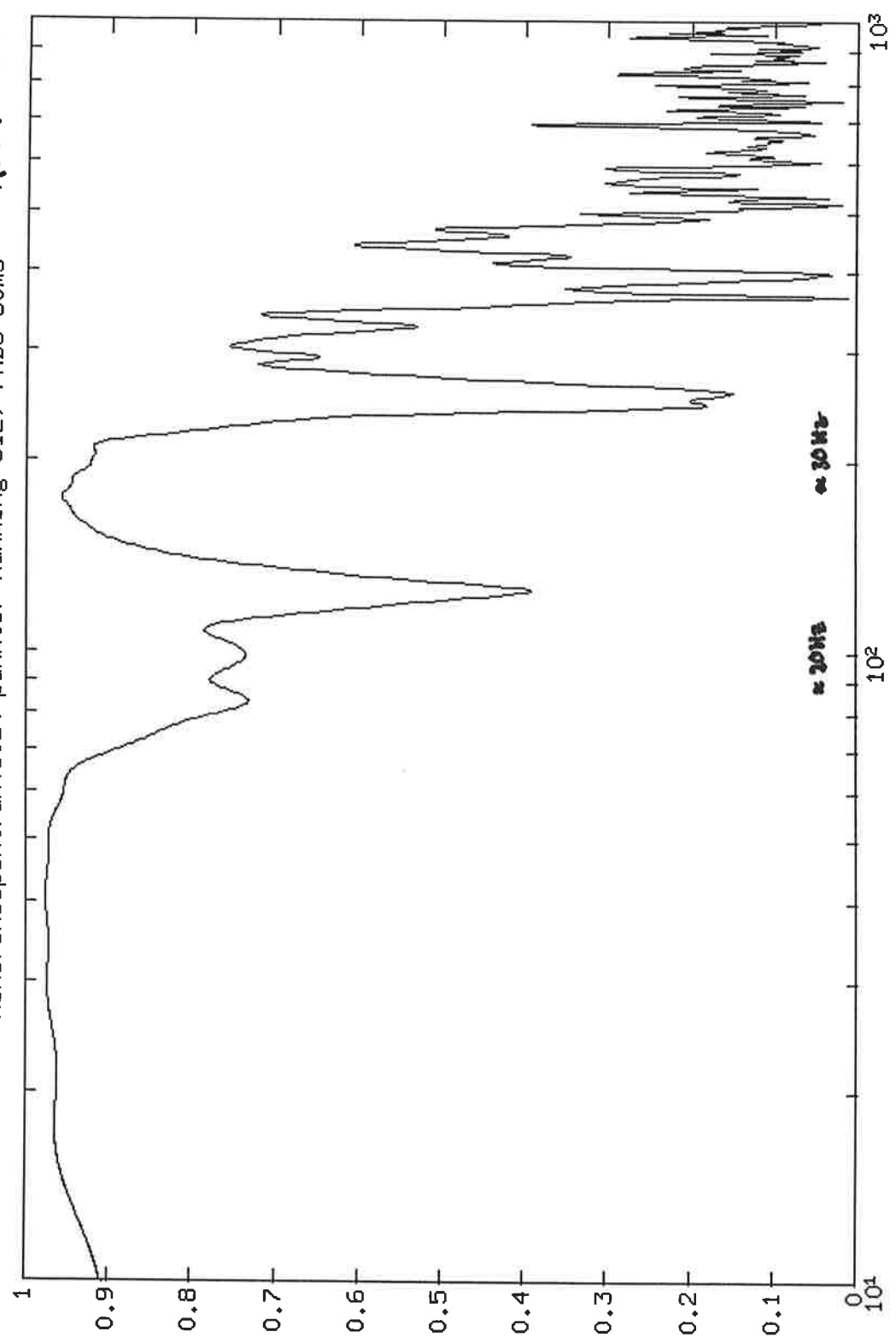


figur 3A



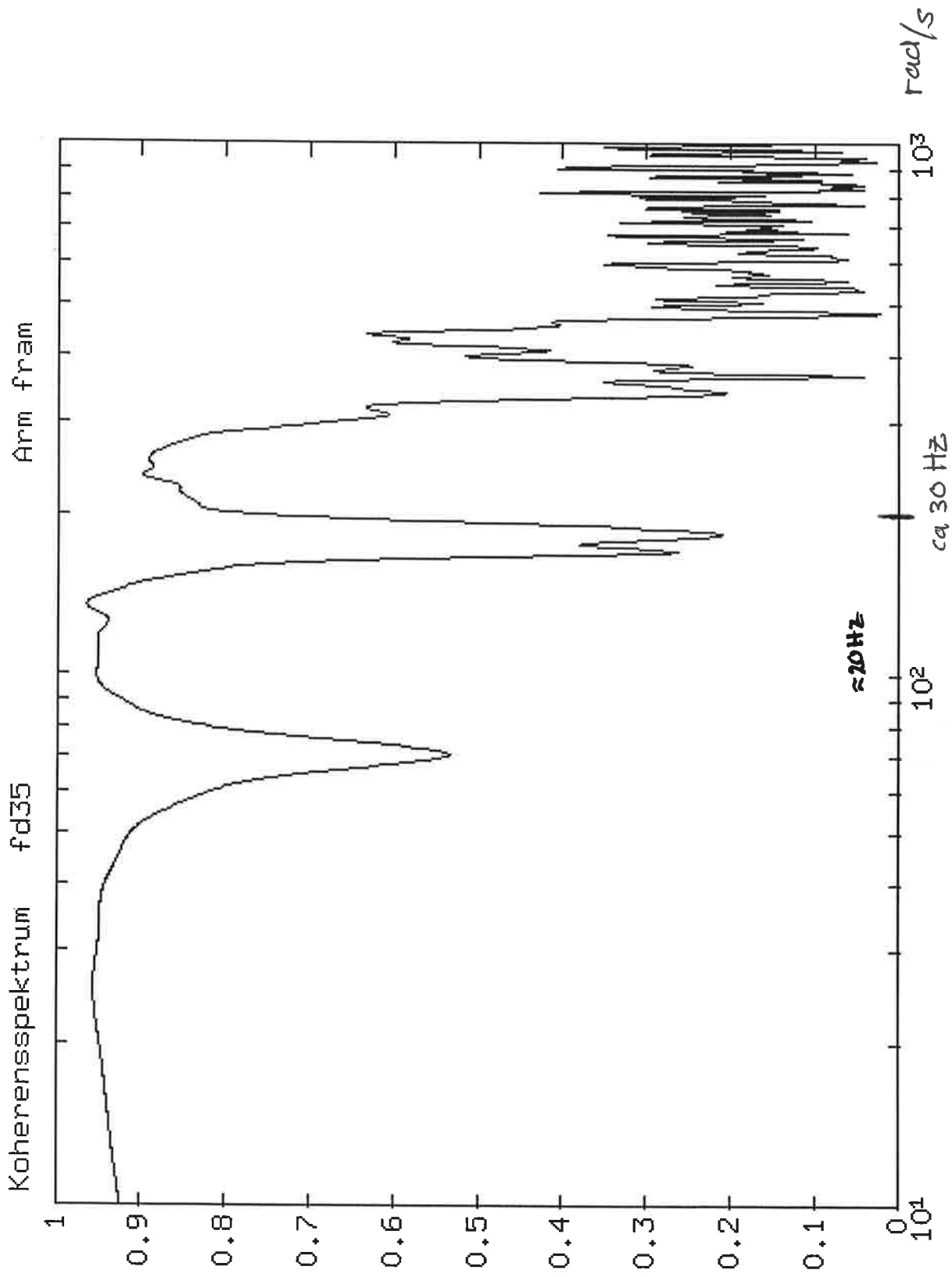
figur 3c

Koherensspektrum(1024 punkter Hamming 512) PRBS 50ms *Arv m HEN*



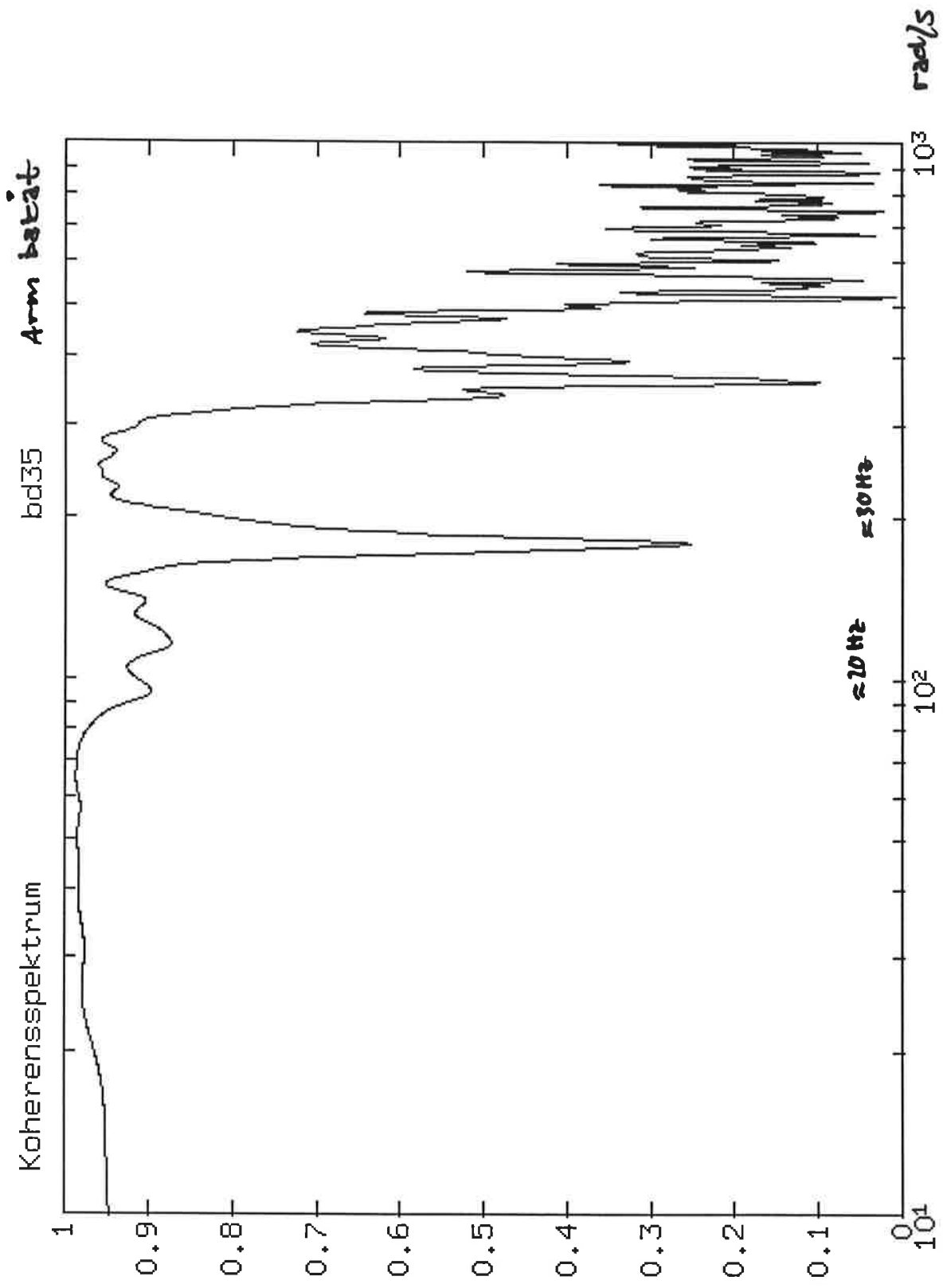
rad/s ( motsvarar 1.6 till 160 Hz)

*Figur 43*

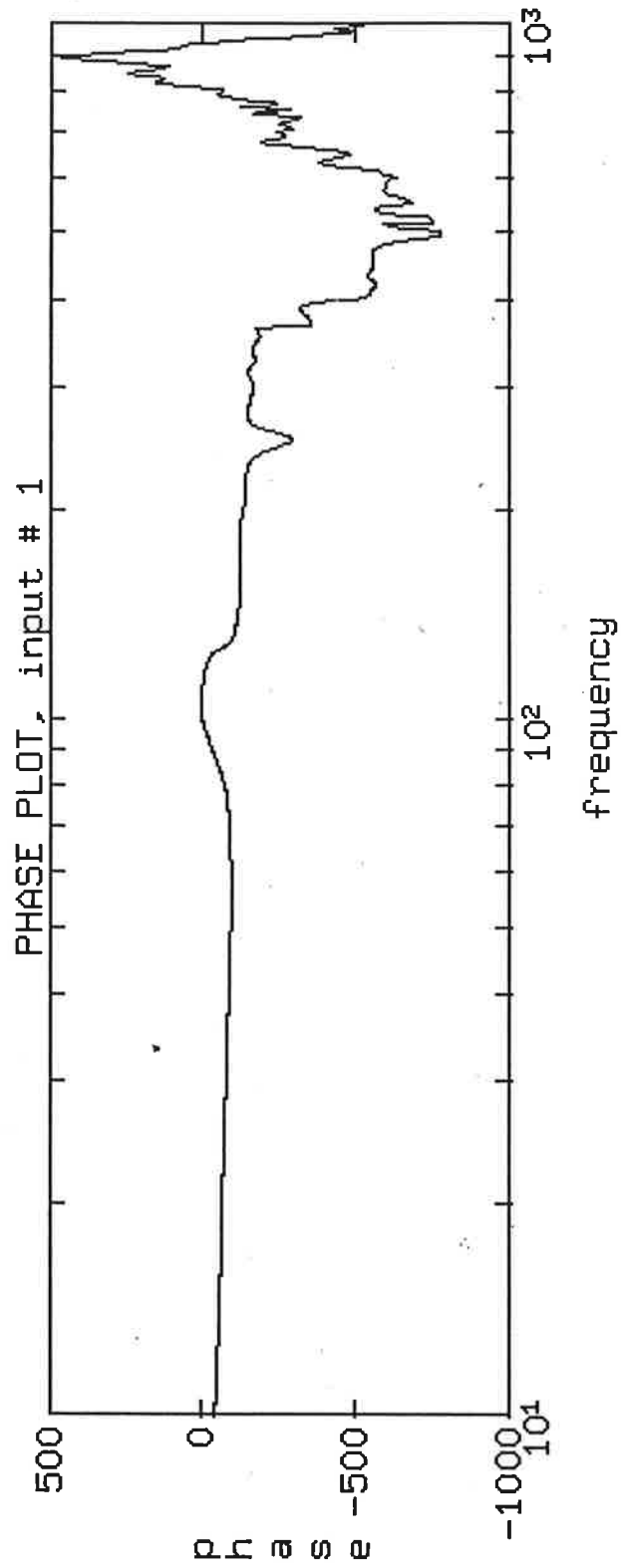
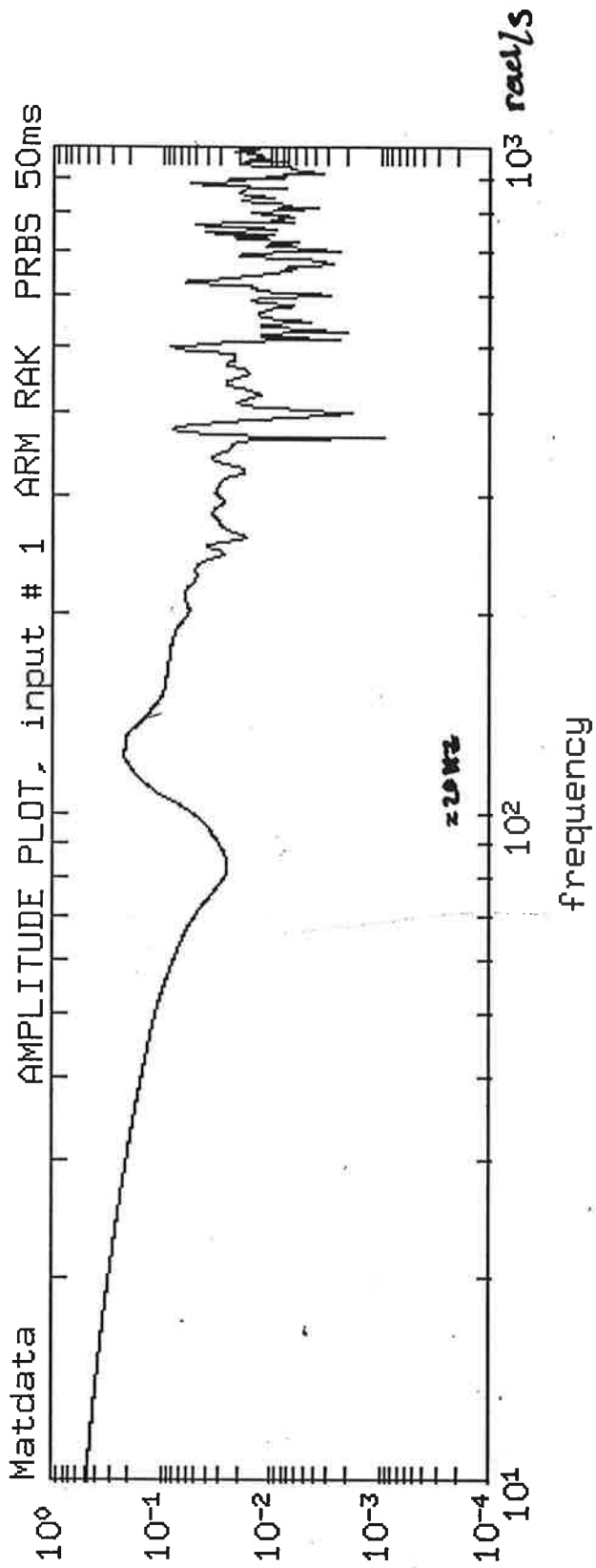


figur 4b

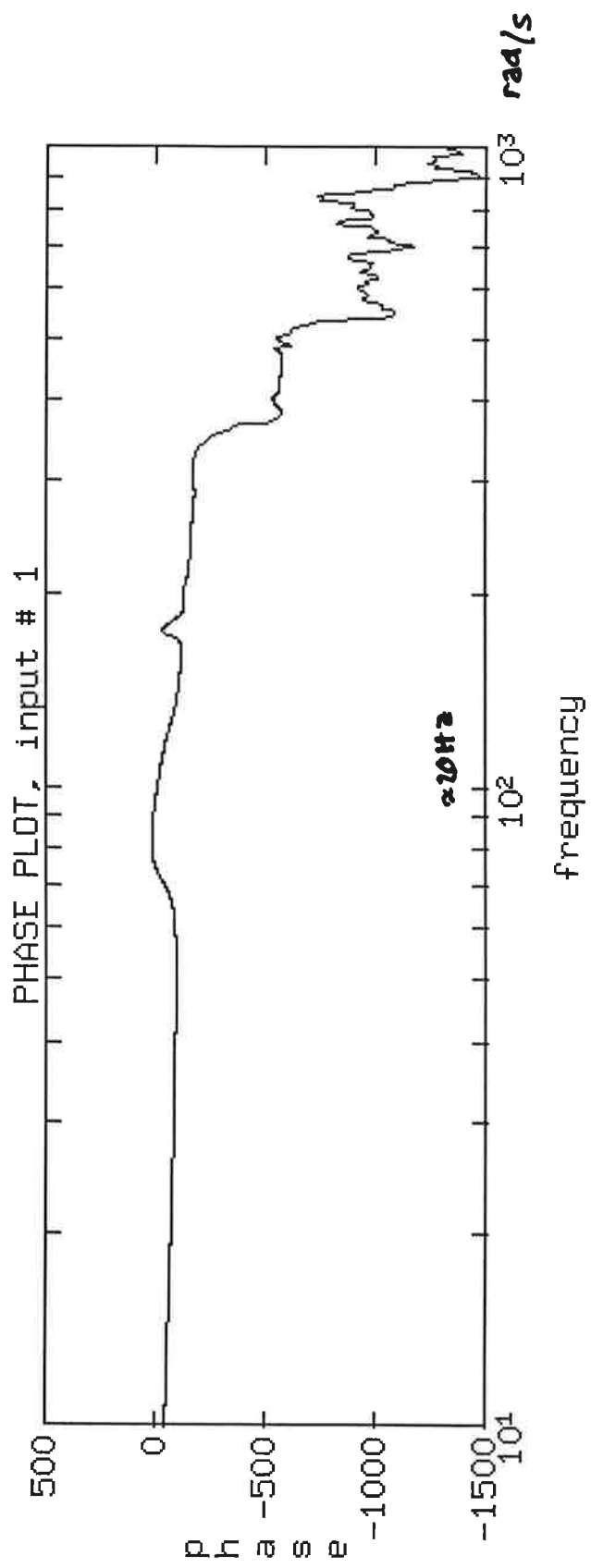
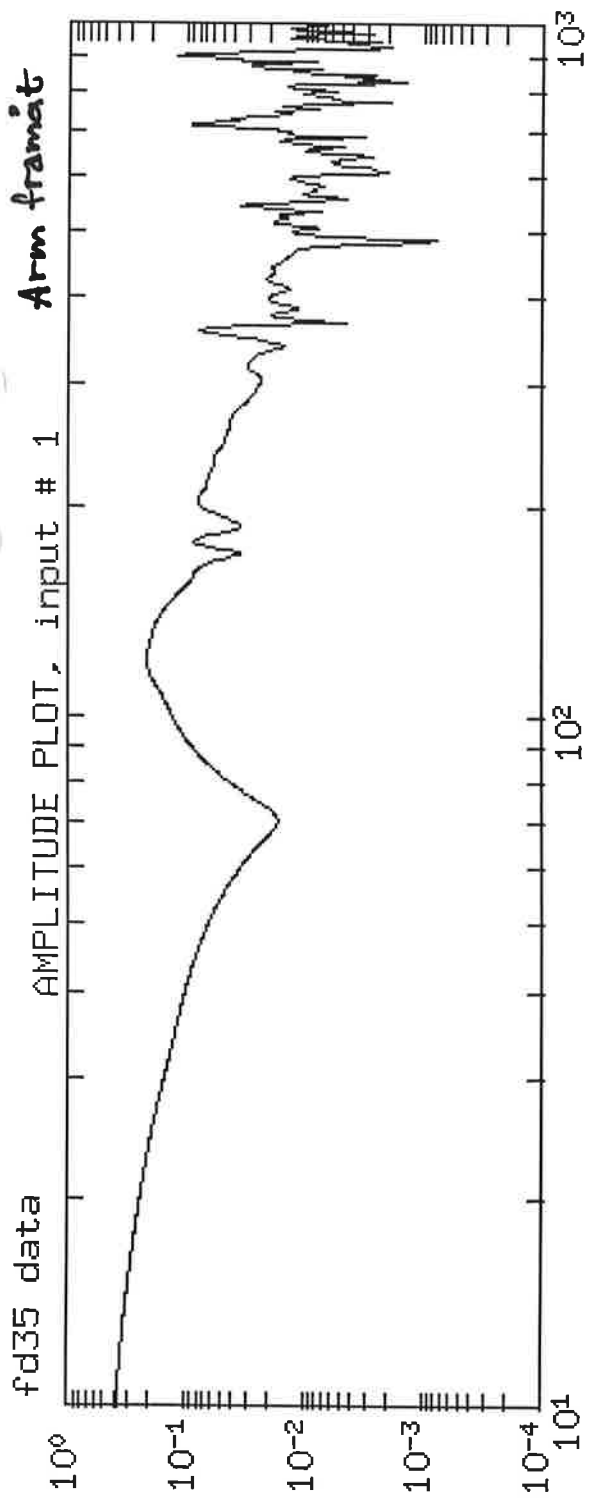




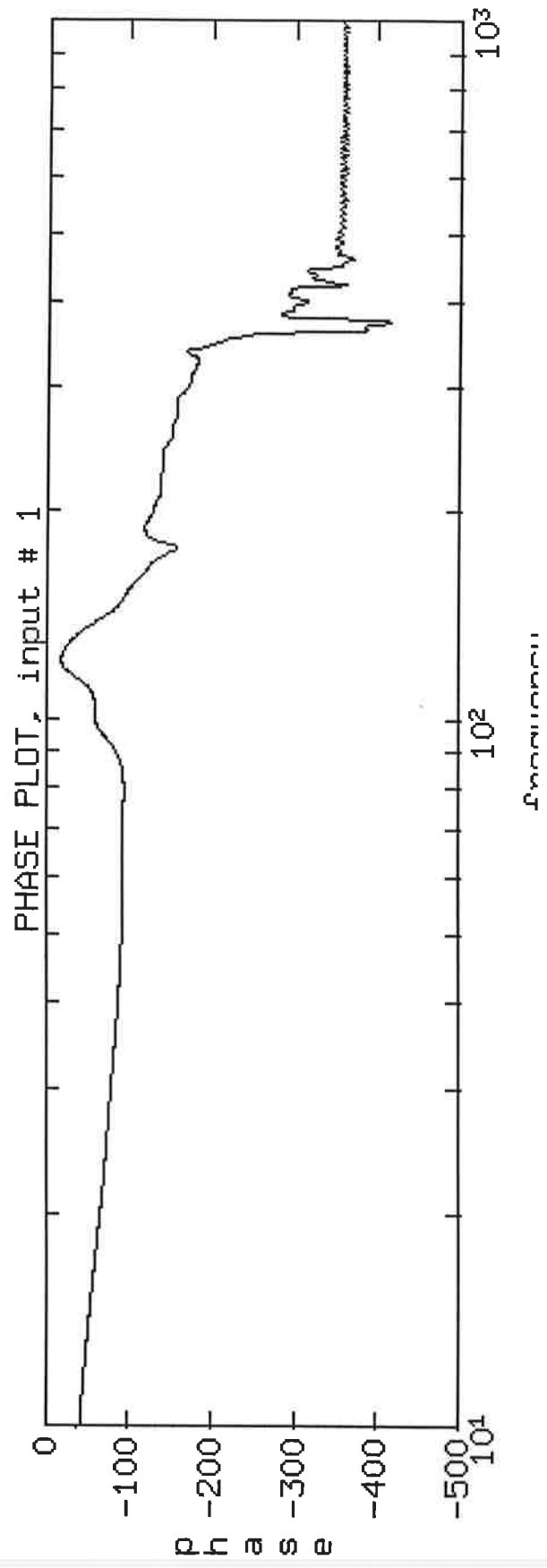
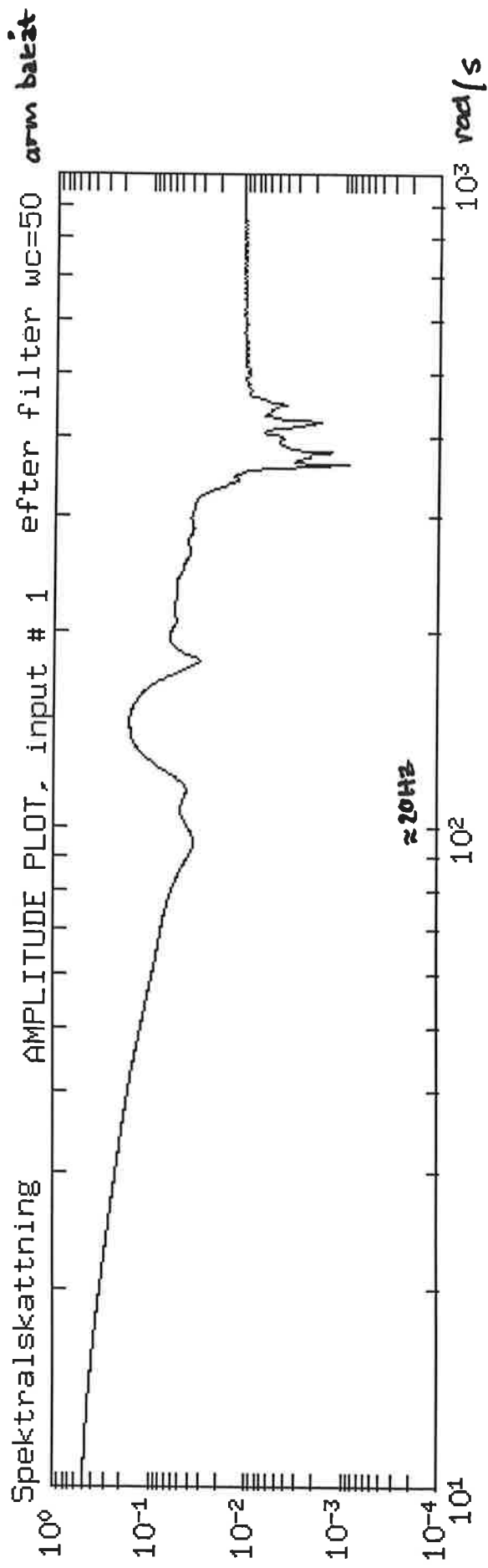
figur 4c



figur 5a

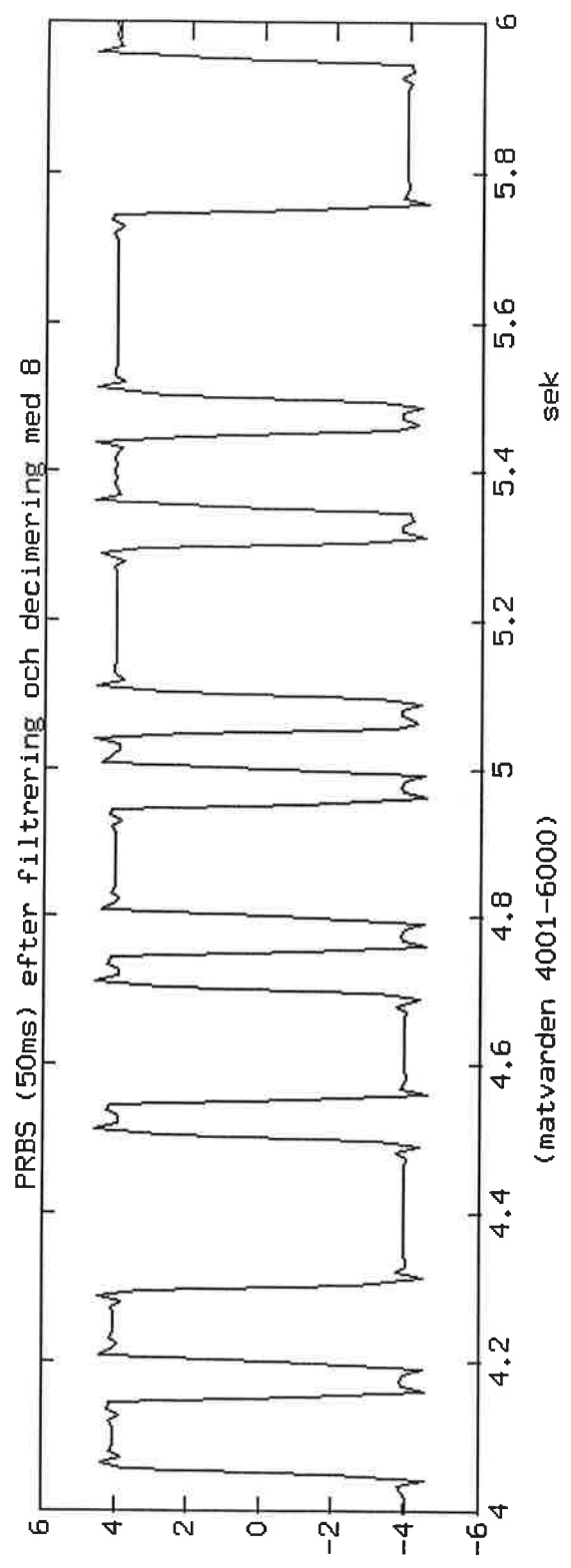
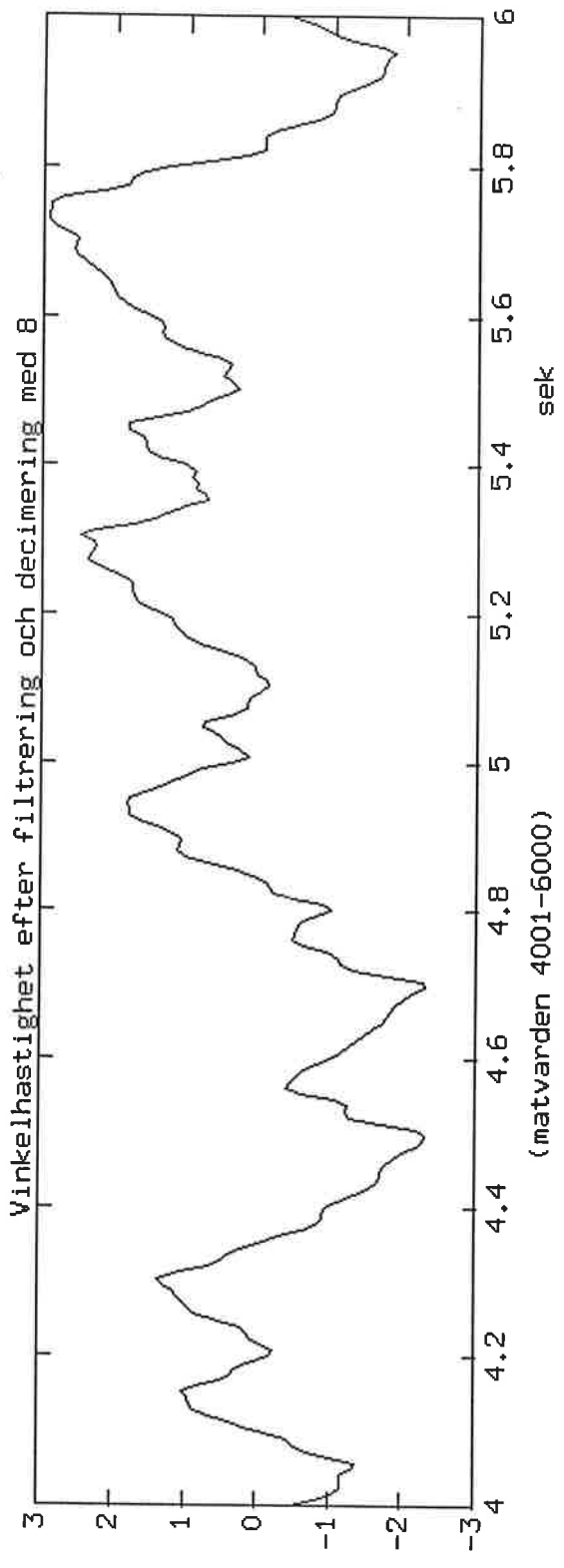


figur 5b



Figur 5c

Arm ~~test~~ mitten



figur 6a

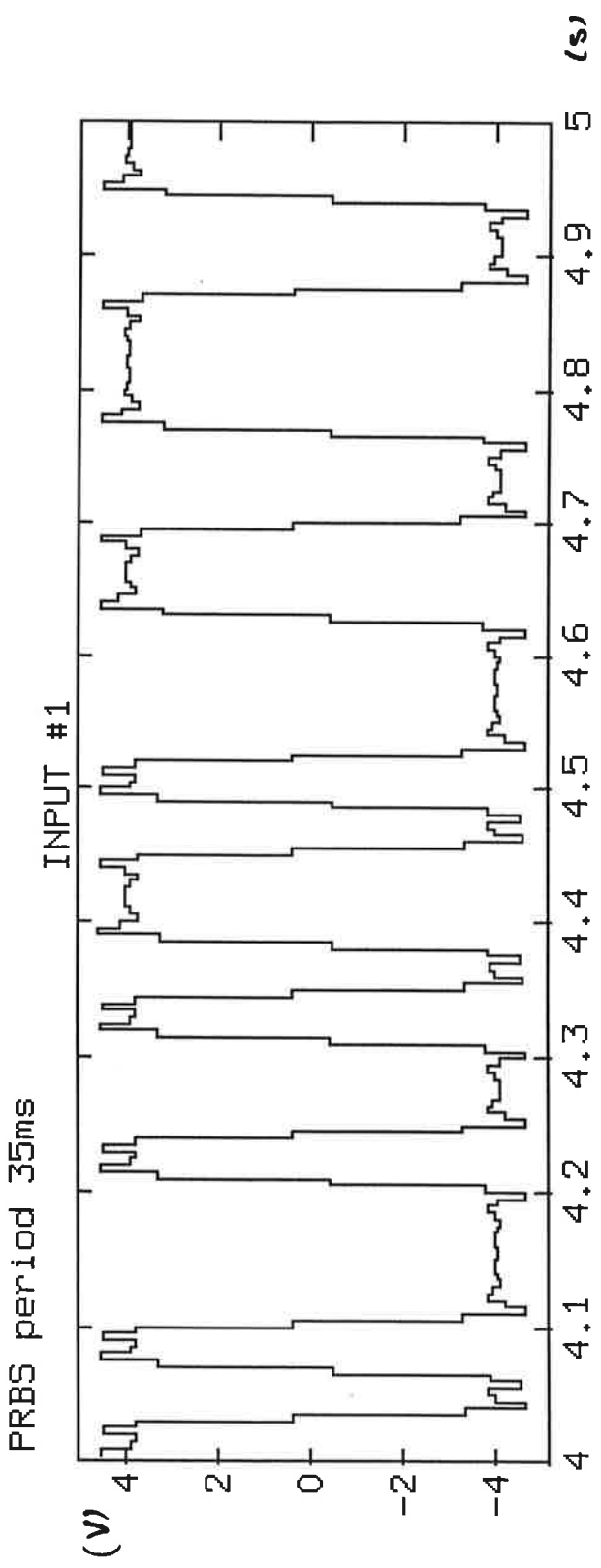
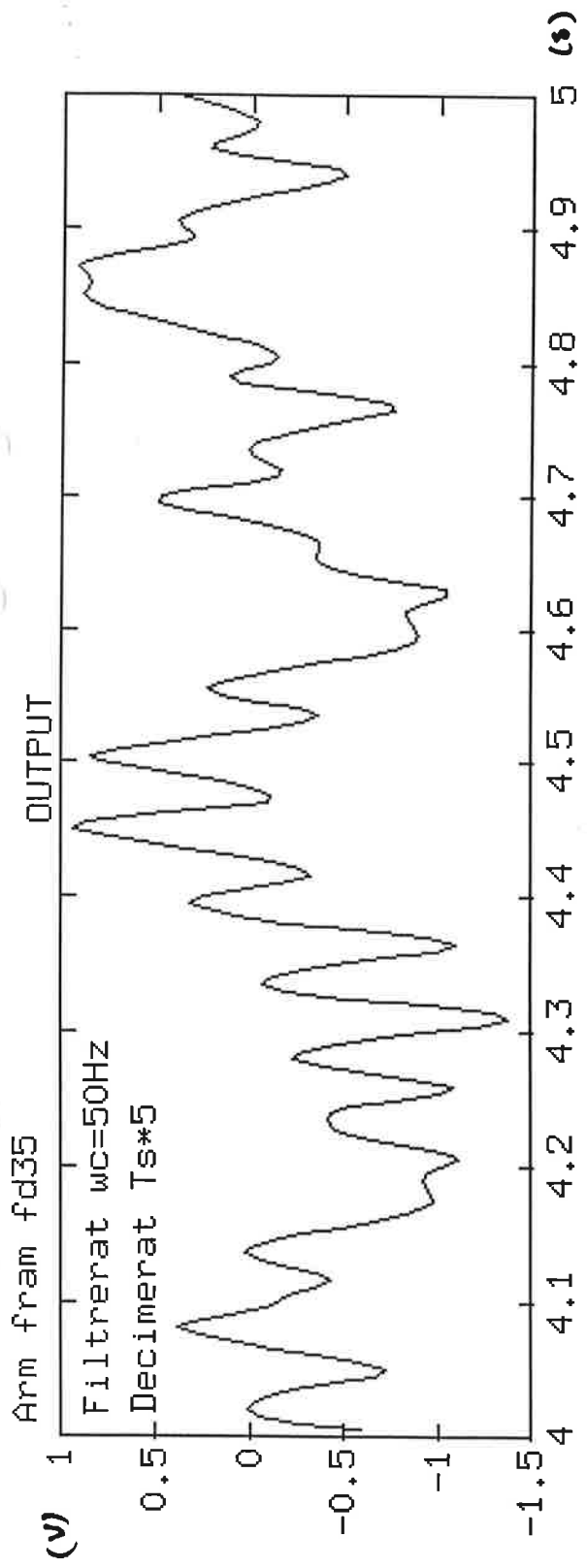
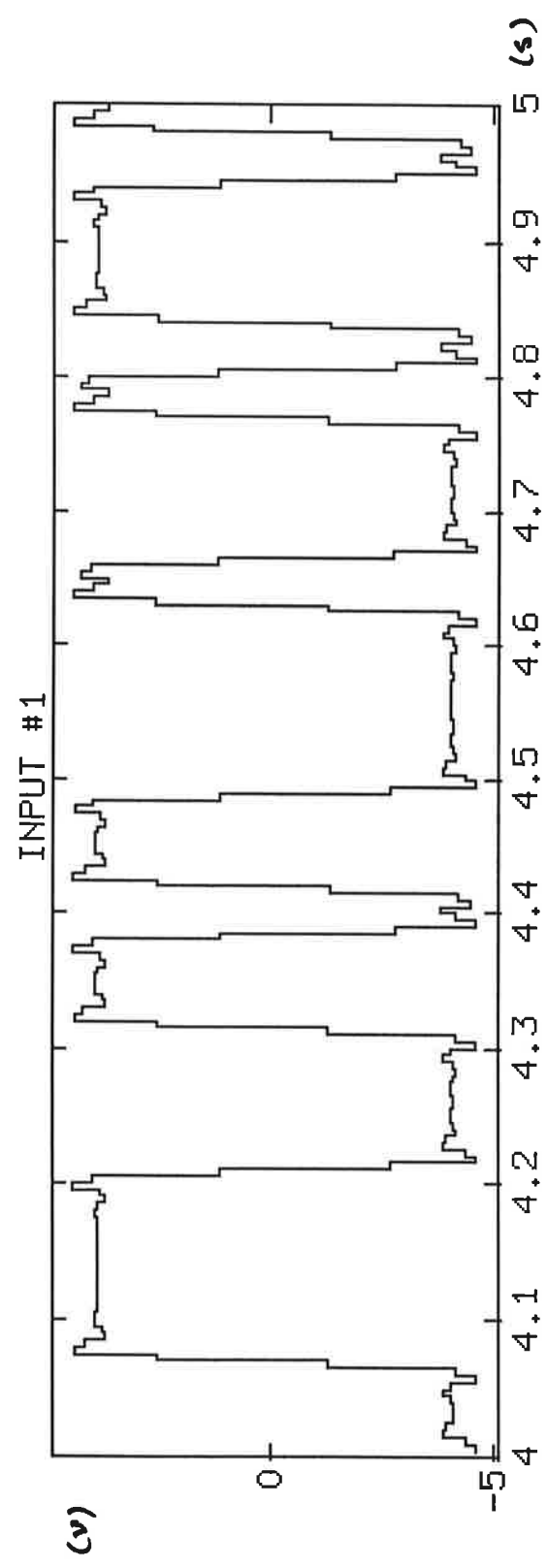
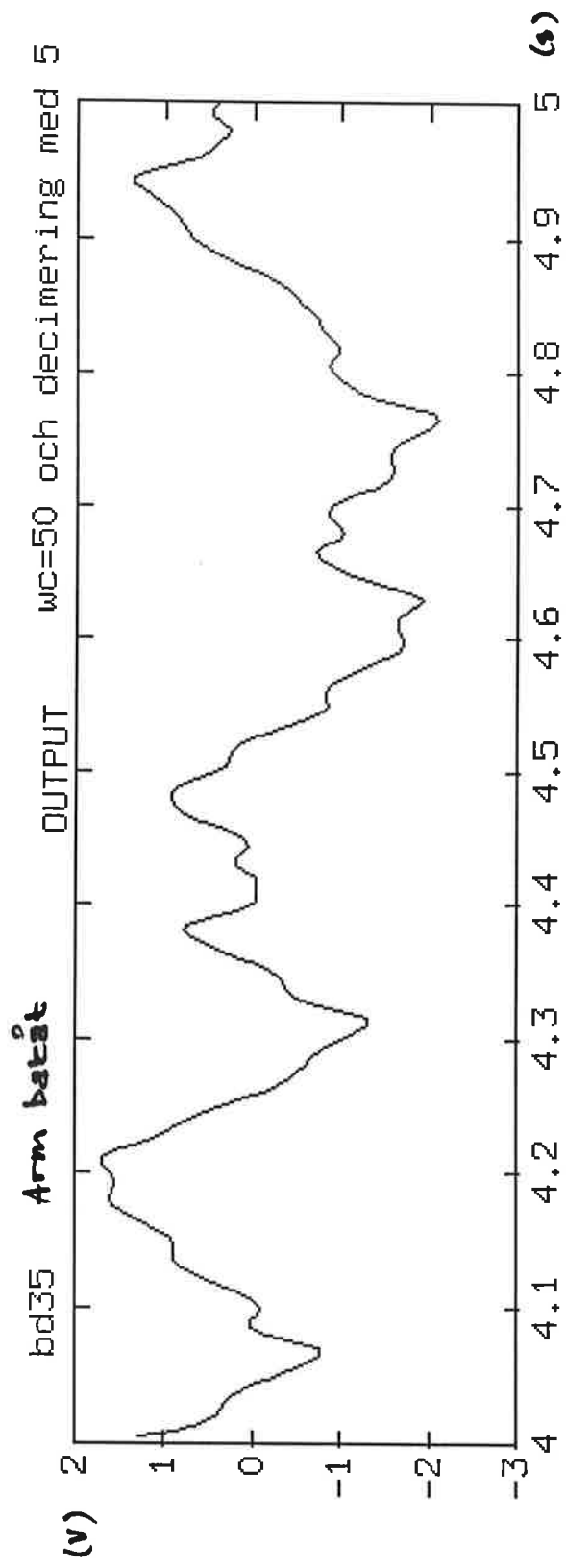
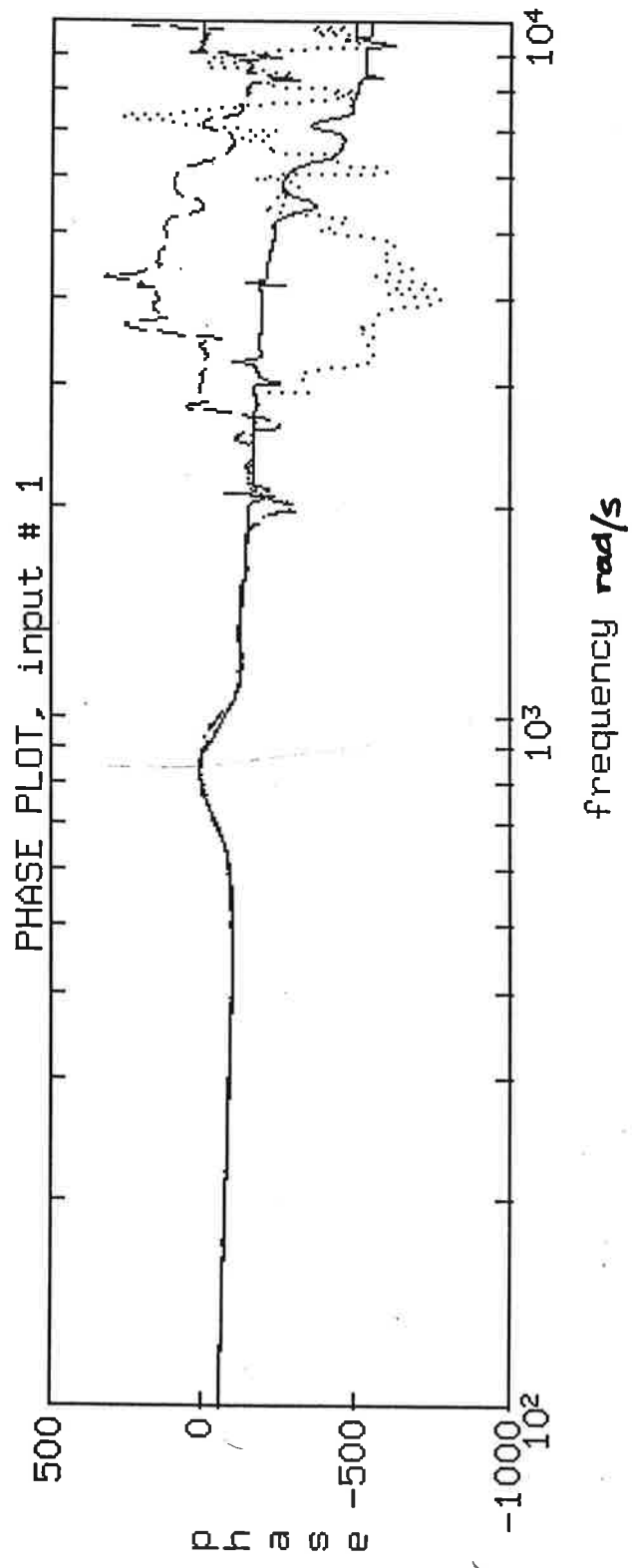
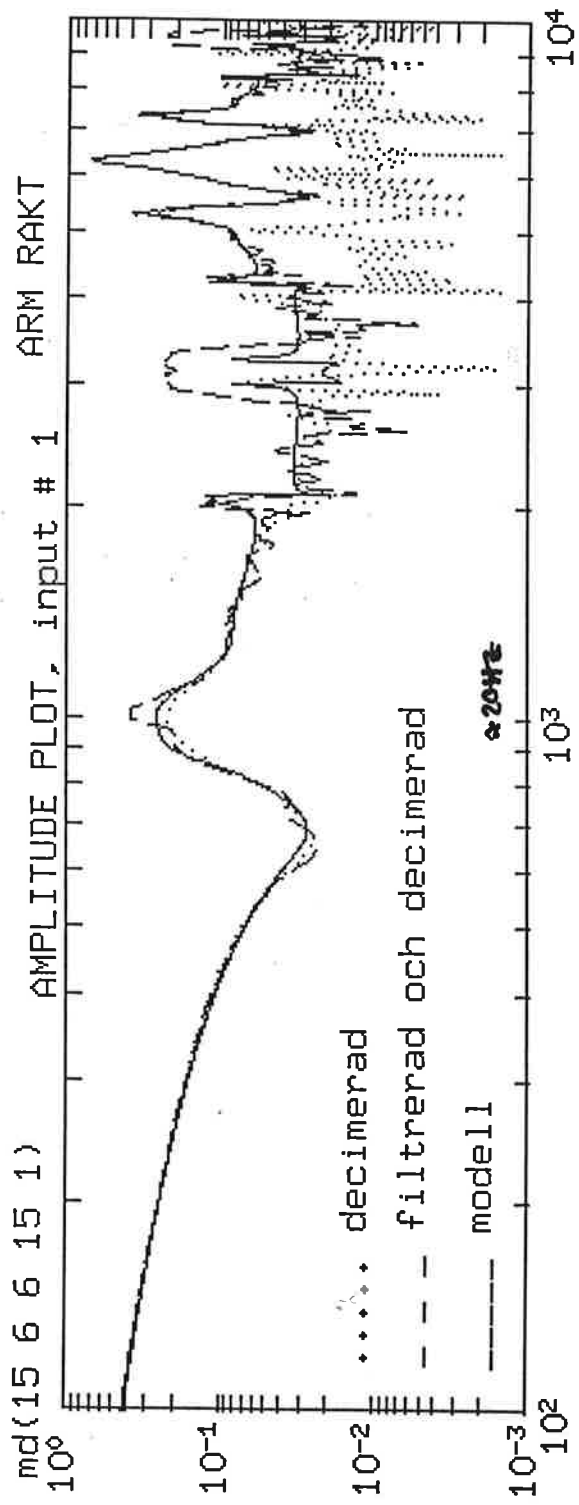


figure 6b



figur 6c



figur 8



# Arm framåt -

## Balanserad realisering och reducering

Signal avf  $\frac{B}{F}$

```
>> g
g =
Columns 1 through 7
    0.3052    0.1172    0.1023    0.0294    0.0135    0.0133    0.0131
Columns 8 through 14
    0.0067    0.0058    0.0046    0.0044    0.0028    0.0025    0.0022
Column 15
    0.0020
>> sr=[5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
numr =
   -0.0046    0.0566   -0.1200    0.0956   -0.0263
denr =
    1.0000   -3.3622    4.5016   -2.8563    0.7193
>> sr=[8 9 10 11 12 13 14 15];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
numr =
Columns 1 through 7
    0.0001    0.0278   -0.0898    0.0842    0.0388   -0.1329    0.0970
Column 8
   -0.0250
denr =
Columns 1 through 7
    1.0000   -4.9765   10.7090  -12.6726    8.5739   -3.0075    0.3054
Column 8
    0.0684
>> █
```

reducerad  
modellorden

n=4

n=7

Brus svf  $\Delta C$

```
>> g
g =
138.8016 18.8917 16.4168 7.7999 1.0153 0.8641
```

n=5

```
>> sr=[4 5 6];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
```

```
numr =
-9.3302 37.3726 -46.3027 19.3670
```

```
denr =
1.0000 -2.5681 2.3276 -0.7553
```

n=4

```
>> sr=[5 6];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
```

```
numr =
-0.1692 5.0982 -7.8426 2.5566 0.7839
```

```
denr =
1.0000 -3.2426 4.1526 -2.4988 0.5904
```

```
>> █
```

Reducerad modell , arm framåt

$\frac{B}{F}, n=4$   $\frac{C}{D}, n=3$

This matrix was created by the command MKTHET on 11/27 1991 at 16:47  
Loss fcn: 1 Akaike's FPE: 0 Sampling interval 0.001  
The polynomial coefficients and their standard deviations are

B =

-0.0046	0.0566	-0.1200	0.0956	-0.0263
0	0	0	0	0

F =

1.0000	-3.3622	4.5016	-2.8563	0.7193
0	0	0	0	0

C =

1.0000	37.3726	-46.3027	19.3670
0	0	0	0

D =

1.0000	-2.5681	2.3276	-0.7553
0	0	0	0

>> [zpm,km]=zp(m)

zpm =

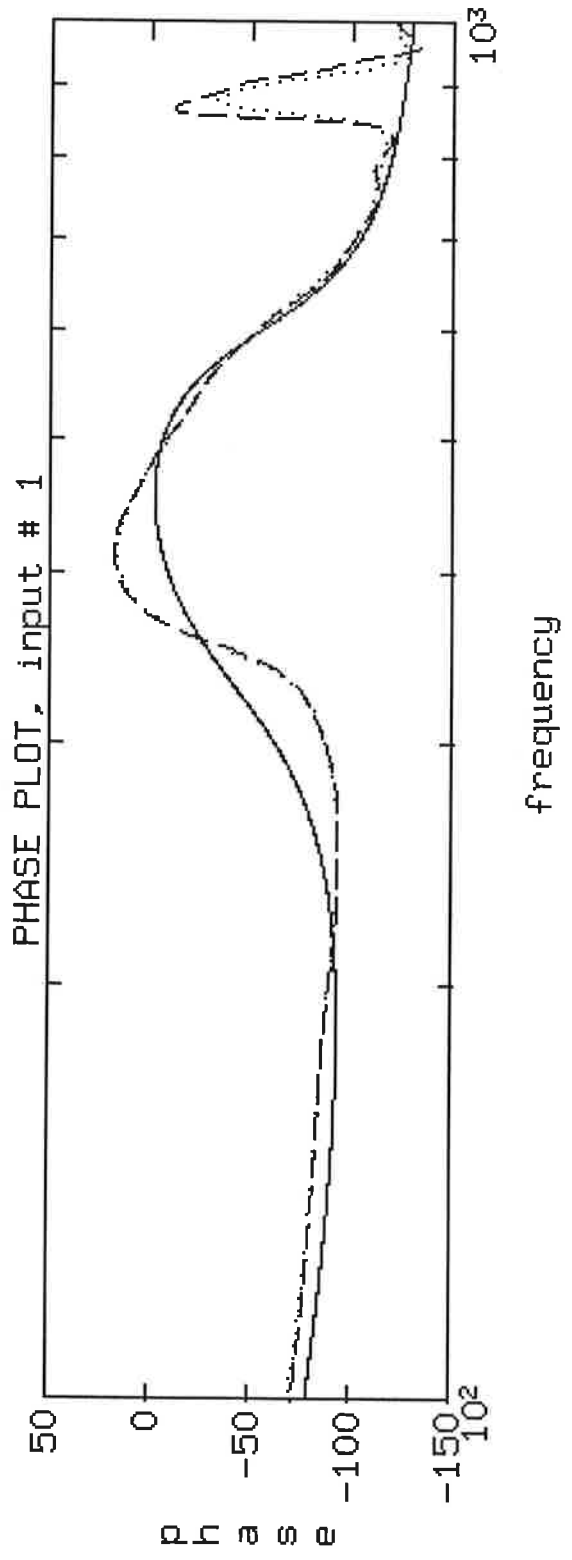
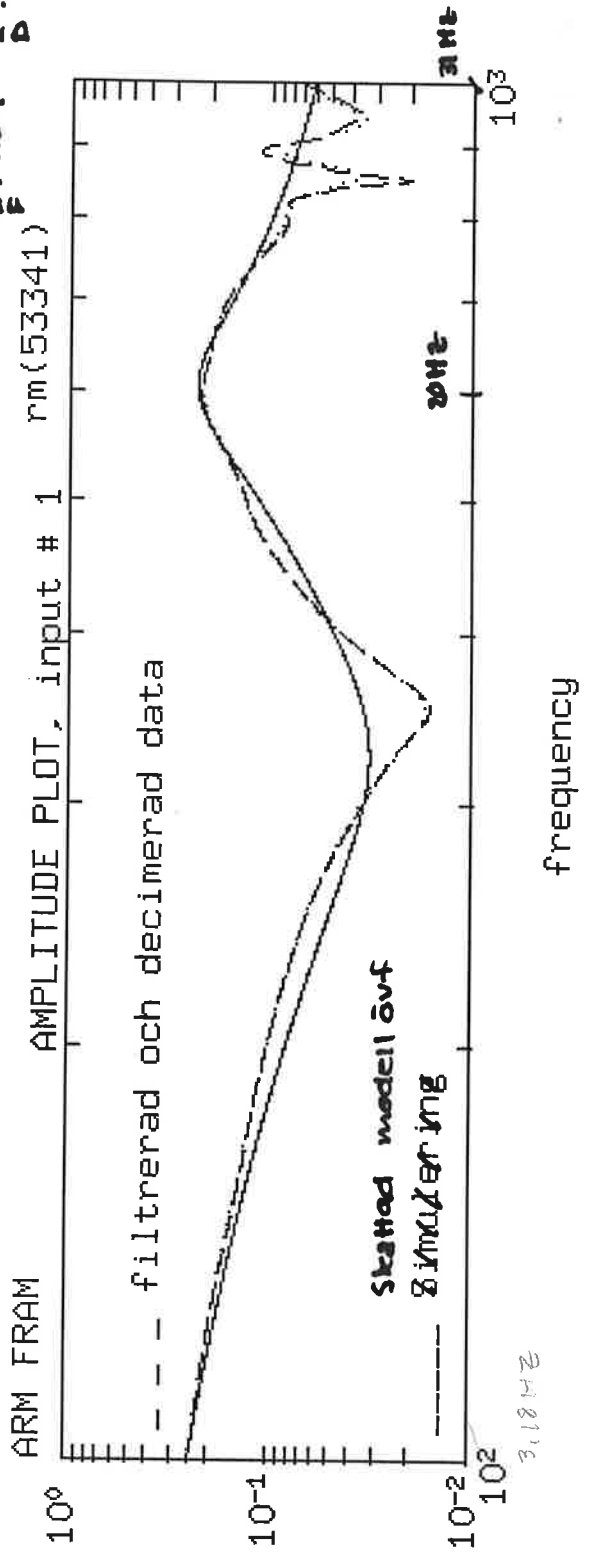
1.0000	21.0000
9.9963	0.7683 + 0.5226i
0.8809 + 0.2944i	0.7683 - 0.5226i
0.8809 - 0.2944i	0.9229
0.6695	0.9027

km =

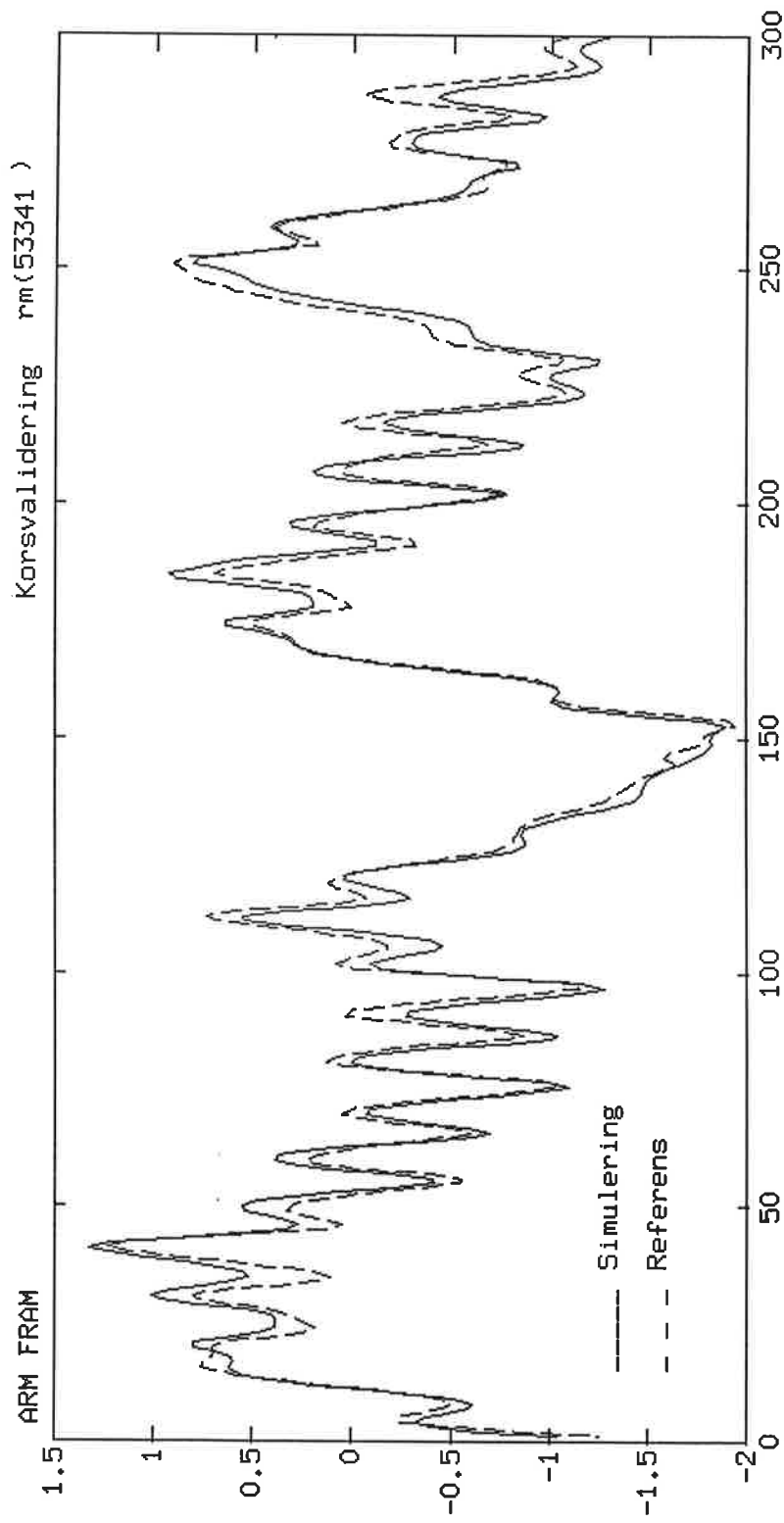
1.0000
0.5570

>> ■

Reducerad modell ordn  
 $\xi: n=4$   $\zeta: n=3$   
 D



figur 9a



figur 9b

Reducerad modell , arm framåt

$\frac{B}{D} : n=7$     $\frac{C}{D} : n=4$

This matrix was created by the command MKTHET on 11/27 1991 at 16:47  
Loss fcn: 1 Akaike's FPE: 0 Sampling interval 0,001  
The polynomial coefficients and their standard deviations are

B =

Columns 1 through 7

0.0001	0.0278	-0.0898	0.0842	0.0388	-0.1329	0.0970
0	0	0	0	0	0	0

Column 8

-0.0250
0

F =

Columns 1 through 7

1.0000	-4.9765	10.7090	-12.6726	8.5739	-3.0075	0.3054
0	0	0	0	0	0	0

Column 8

0.0684
0

C =

1.0000	5.0982	-7.8426	2.5566	0.7839
0	0	0	0	0

D =

1.0000	-3.2426	4.1526	-2.4988	0.5904
0	0	0	0	0

>> ■

ARM FRAM

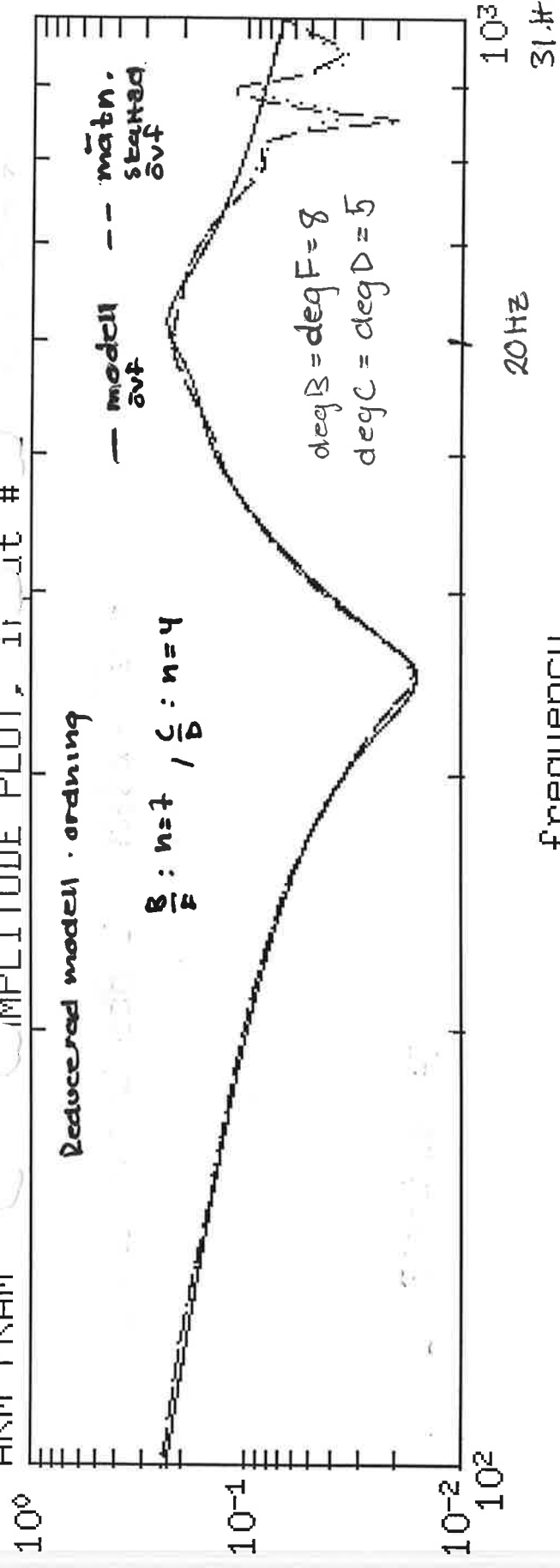
AMPLITUDE PLOT, input #

Reduced model - ordering

$\frac{B}{F} : n=7 / \frac{C}{D} : n=4$

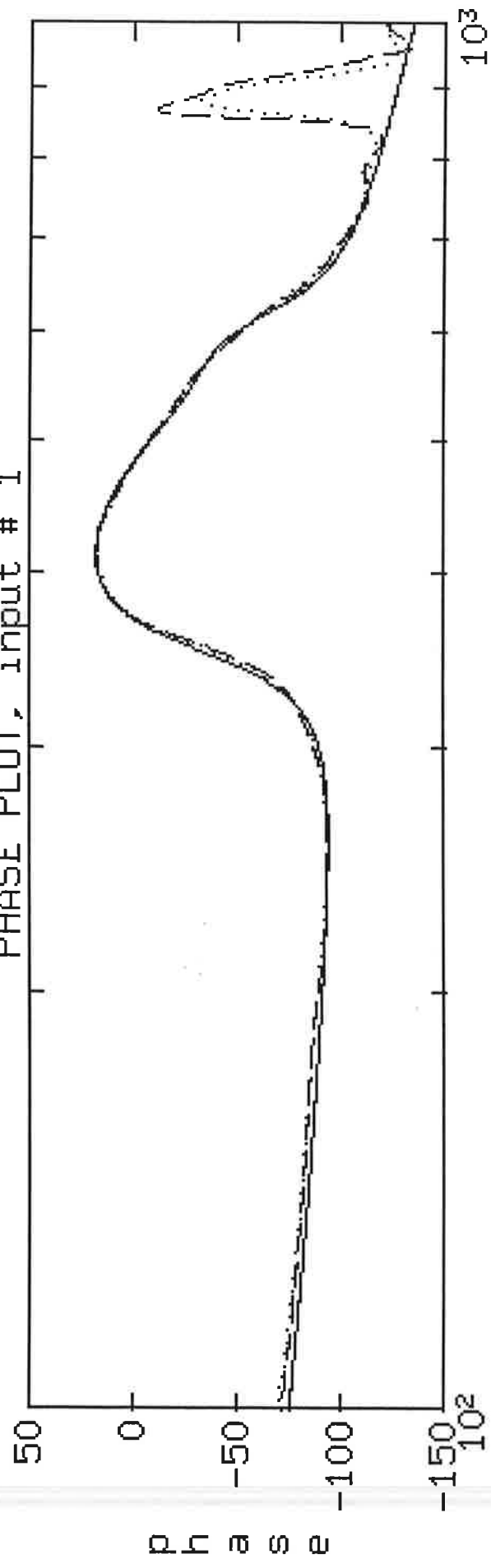
— model  
-- math. started

deg B = deg F = 8  
deg C = deg D = 5



frequency

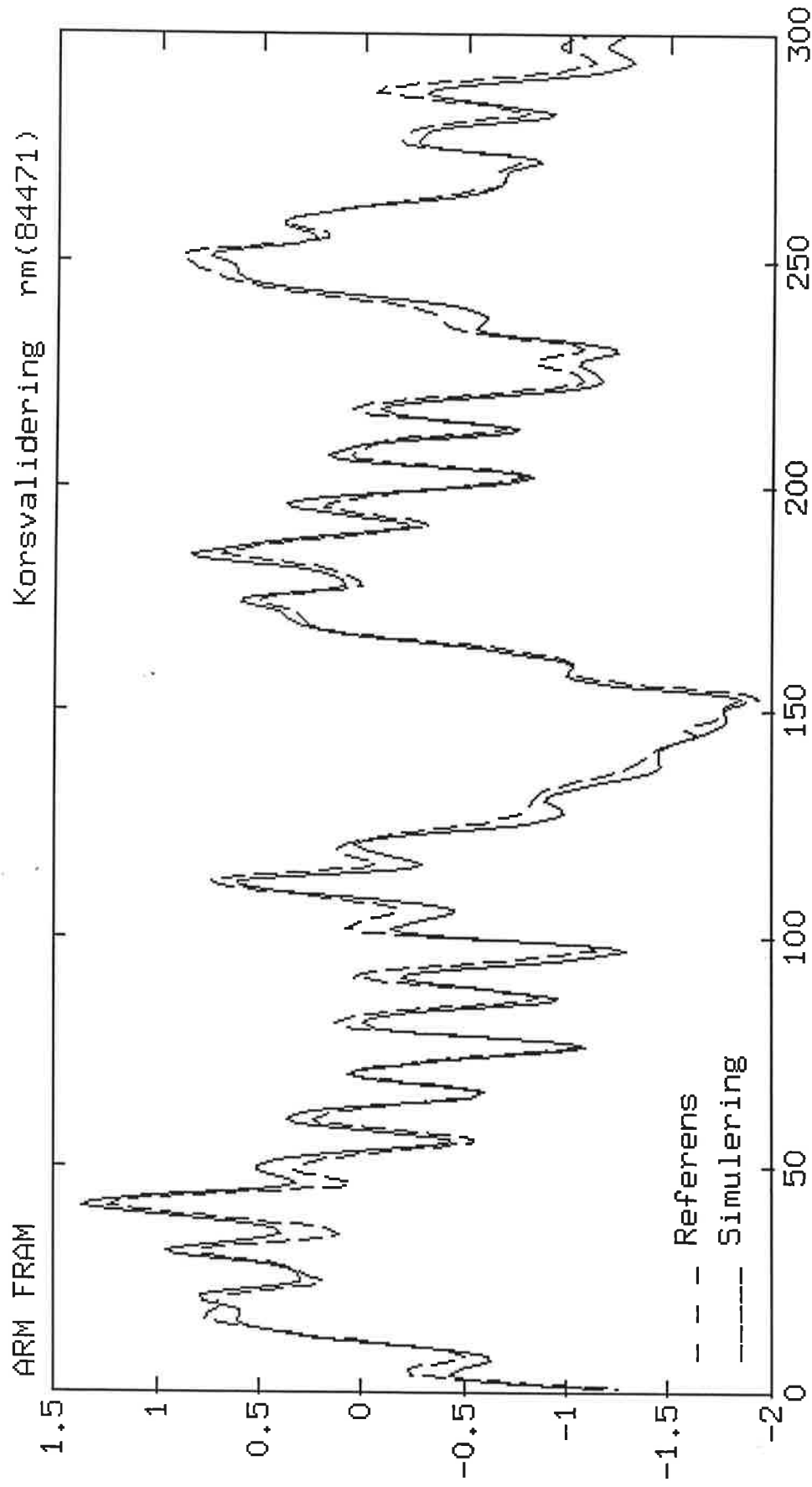
PHASE PLOT, input # 1



Phase

frequency

Figure 108



figur 10b



Arm bakåt - Balanserad  
realisering  
och modellreduktion

signal öv B/F

>> %%%%%%%%% B/F reduktion ARM BAKAT

>> num

num =

Columns 1 through 7

0.0292 -0.0744 0.0966 -0.1014 0.0936 -0.0643 0.0315

Columns 8 through 14

-0.0015 -0.0259 0.0447 -0.0476 0.0440 -0.0414 0.0306

Column 15

-0.0103

>> den

den =

Columns 1 through 7

1.0000 -4.1997 9.1657 -14.7476 20.0054 -23.9059 25.7297

Columns 8 through 14

-25.4347 23.1725 -19.2516 14.5250 -9.7966 5.4995 -2.1985

Columns 15 through 16

0.4418 0

>> g

g =

Columns 1 through 7

0.3500 0.0861 0.0780 0.0222 0.0101 0.0074 0.0066

Columns 8 through 14

0.0066 0.0064 0.0064 0.0050 0.0049 0.0046 0.0043

Column 15

0.0020

>> █

```
>> ***** B/F reduktion ARM BAKAT forts
>> sr=[4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
```

redoccrad  
modellordn  
n=3

numr =

-0.0237 0.1133 -0.1458 0.0709

denr =

1.0000 -2.4294 2.2862 -0.8346

```
>> bmr1=numr;
>> fmr1=denr;
>> sr=[5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
```

n=4

numr =

0.0003 0.0298 -0.0457 0.0206 0.0034

denr =

1.0000 -2.8640 3.3812 -1.9070 0.4025

```
>> bmrh=numr;
>> fmrh=denr;
>> █
```

# Brus avf $\frac{C}{D}$

```
>> %%%%%%%%%%%%%% C/P reduktion          ARM BAKAT
>> g
g =
    106.7183    15.1095    10.2867    7.3930    1.0511    0.7764
```

```
>> sr=[3 4 5 6];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
```

reducerad  
modellordning  
n=2

```
numr =
    5.1187   -6.7121    3.4018
```

```
denr =
    1.0000   -1.7898    0.7994
```

```
>> cmr1=numr;
>> dmr1=denr;
>> sr=[4 5 6];
>> [ar,br,cr,dr]=dmodred(aB,bB,cB,0,sr);
>> [numr,denr]=ss2tf(ar,br,cr,dr,1)
```

n=3

```
numr =
   -6.3533   29.3623  -36.8360   14.9558
```

```
denr =
    1.0000   -2.2739    1.6825   -0.4025
```

```
>> cmrh=numr;
>> dmrh=denr;
>> █
```

# Reducerad modell , arm bakåt

ARM

n = 3

ORD

m = 2

This matrix was created by the command MKTHET on 11/27 1991 at 18:55  
 Loss fcn: 1 Akaike's FPE: 0 Sampling interval 0.001  
 The polynomial coefficients and their standard deviations are

B =

-0.0237	0.1133	-0.1458	0.0709
0	0	0	0

F =

1.0000	-2.4294	2.2862	-0.8346
0	0	0	0

C =

1.0000	-6.7121	3.4018
0	0	0

D =

1.0000	-1.7898	0.7994
0	0	0

```
>> %%%%%% reducerad modell mrl=rm(42231)
>> [zpm,km]=zp(m)
```

zpm =

1.0000	21.0000
3.1182	0.9442
0.8330 + 0.5154i	0.7426 + 0.5766i
0.8330 - 0.5154i	0.7426 - 0.5766i

km =

1.0000
0.6622

>> █

```
>> %%%%%%%%% ARM BAKAT kontinuerligt   rm(42231)
>> [Bc,Fc]=contin(m);
>> [as,bs,cs,ds]=tf2ss(Bc,Fc);
>> [zc,pc,kc]=tf2zp(Bc,Fc)
```

zc =

1.0e+03 \*

2.3759 + 0.0000i  
-0.0144 - 0.5447i  
-0.0144 + 0.5447i

*Motsvarande kontinuerliga  
poler och nollställen*

pc =

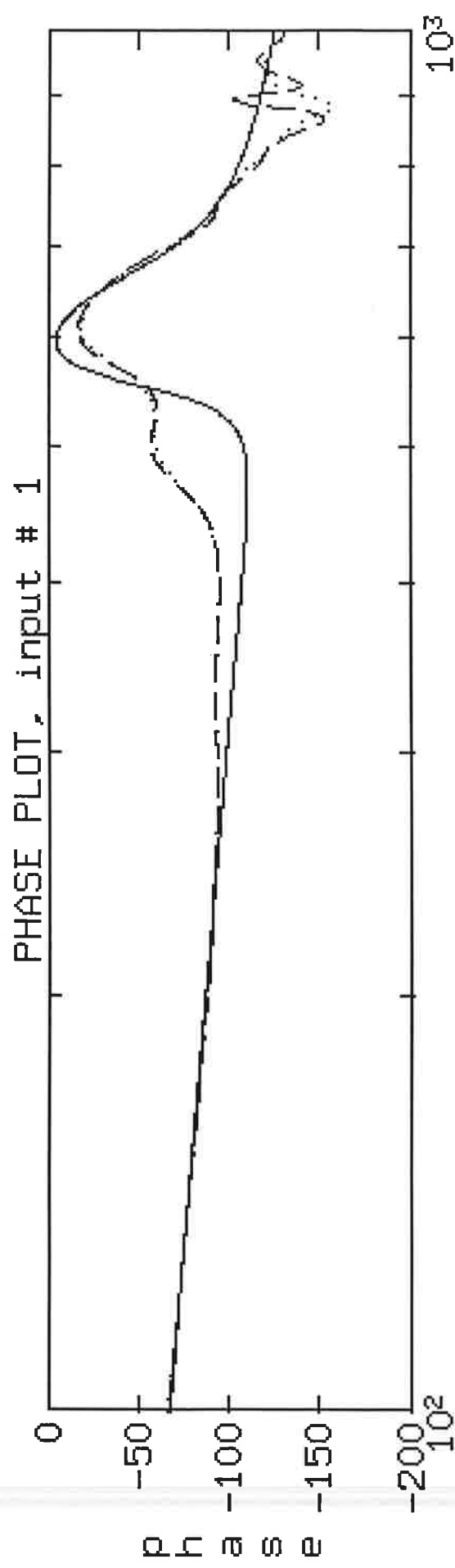
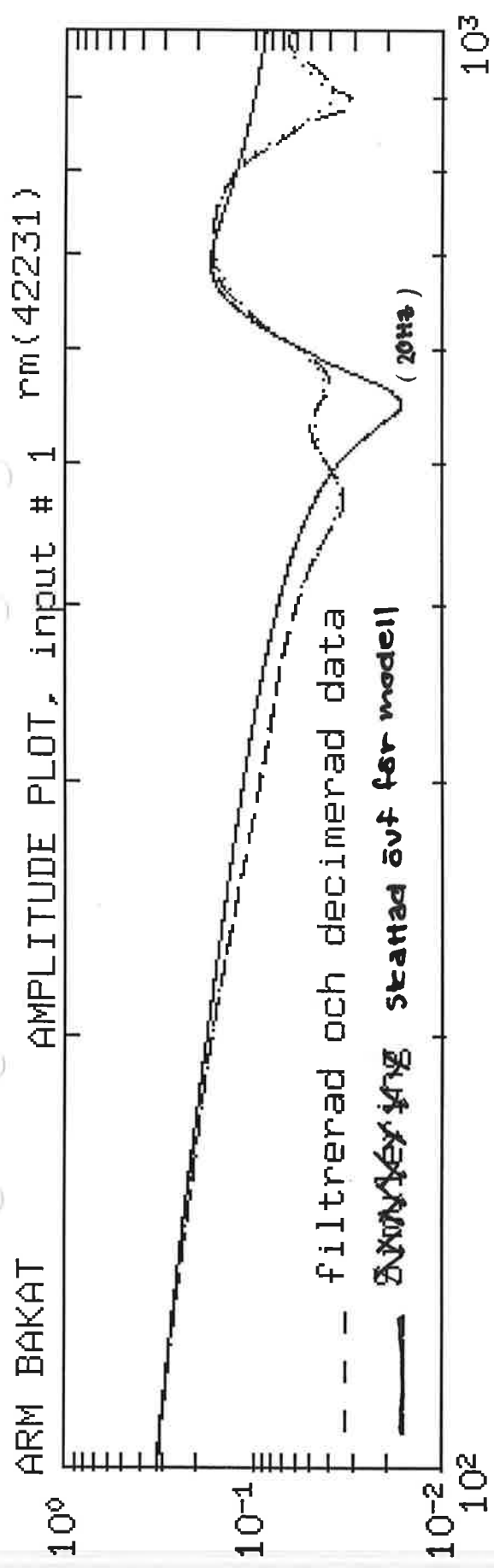
1.0e+02 \*

-0.6173 + 6.6019i  
-0.6173 - 6.6019i  
-0.5741

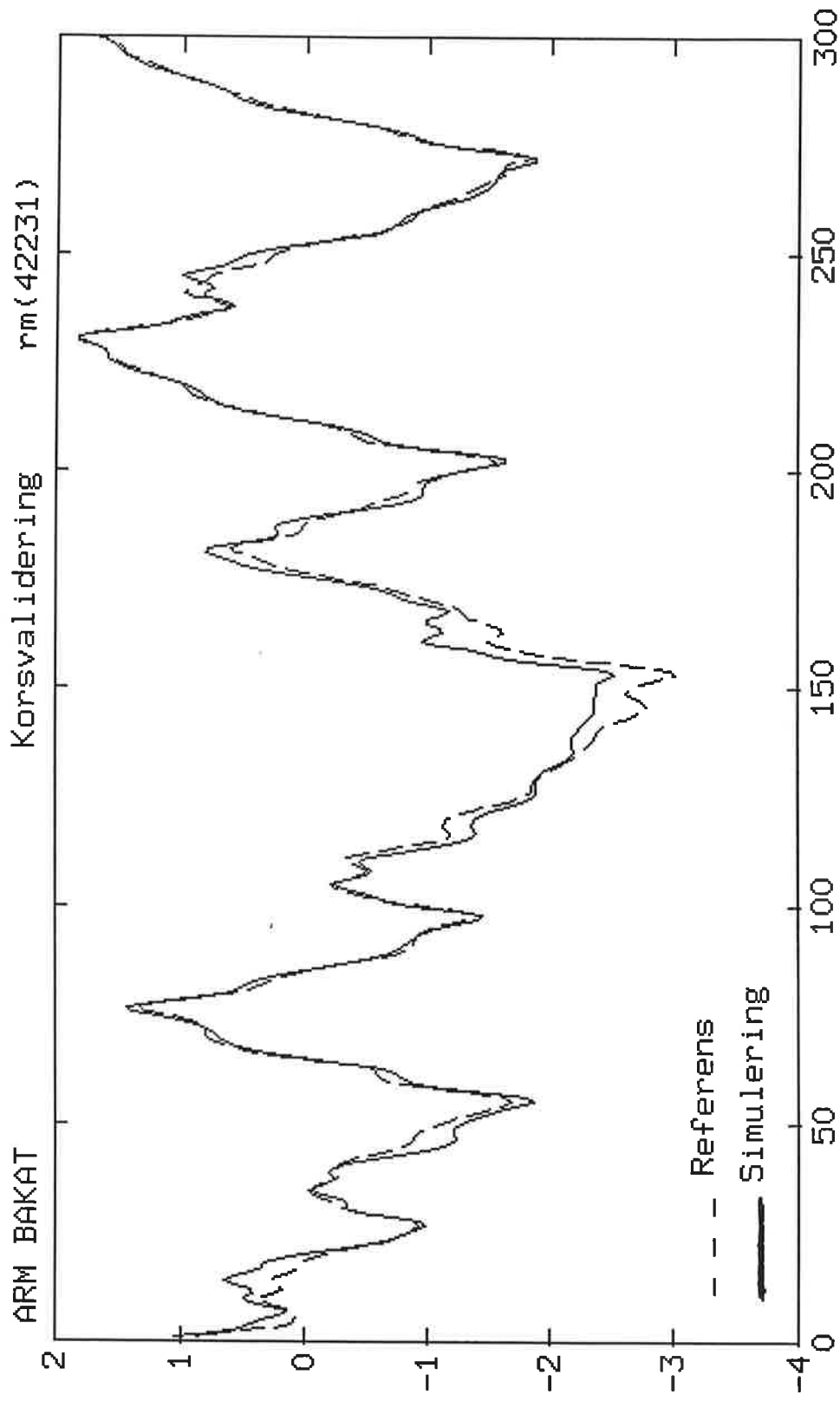
kc =

-0.0237

>> █



figur 11a



figur 11b

# Reducerad modell, Arm batät

$$\frac{B}{F}, n=4 \quad \frac{C}{D}, n=3$$

This matrix was created by the command MKTHET on 11/27 1991 at 18:55  
Loss fcn: 1 Akaike's FPE: 0 Sampling interval 0.001  
The polynomial coefficients and their standard deviations are

B =

0.0003	0.0298	-0.0457	0.0206	0.0034
0	0	0	0	0

F =

1.0000	-2.8640	3.3812	-1.9070	0.4025
0	0	0	0	0

C =

1.0000	29.3623	-36.8360	14.9558
0	0	0	0

D =

1.0000	-2.2739	1.6825	-0.4025
0	0	0	0

```
>> %%%%%%%%%% reducerad modell rm(53341)
>> [zpm,km]=zp(m)
```

zpm =

*Distributa poler & nollställen*

1.0e+02 \*

0.0100	0.2100
-1.0737	0.0071 + 0.0060i
0.0082 + 0.0046i	0.0071 - 0.0060i
0.0082 - 0.0046i	0.0094
-0.0013	0.0049

km =

1.0000
0.6622

```
>> █
```



```
>> ##### ARM BAKAT kontinuerligt rm(53341)
>> [Bc,Fc]=contin(m);
>> [as,bs,cs,ds]=tf2ss(Bc,Fc);
>> [zc,pc,kc]=tf2zp(Bc,Fc)
```

zc =

1.0e+04 \*

-5.8241 + 0.0000i  
-0.3118 + 0.0000i  
-0.0059 - 0.0509i  
-0.0059 + 0.0509i

pc =

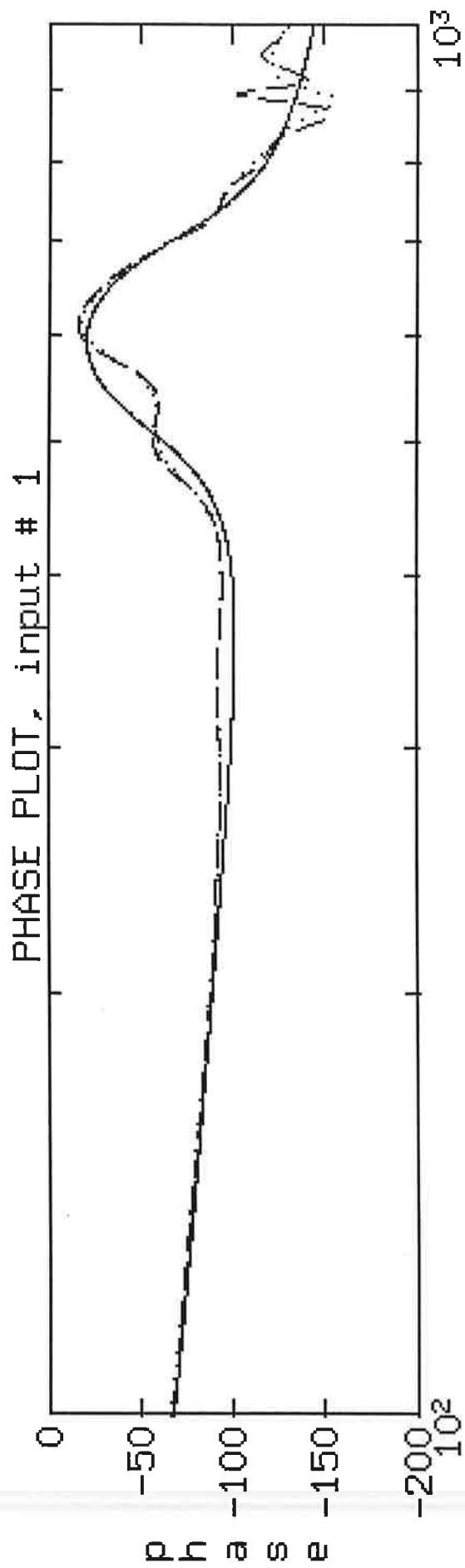
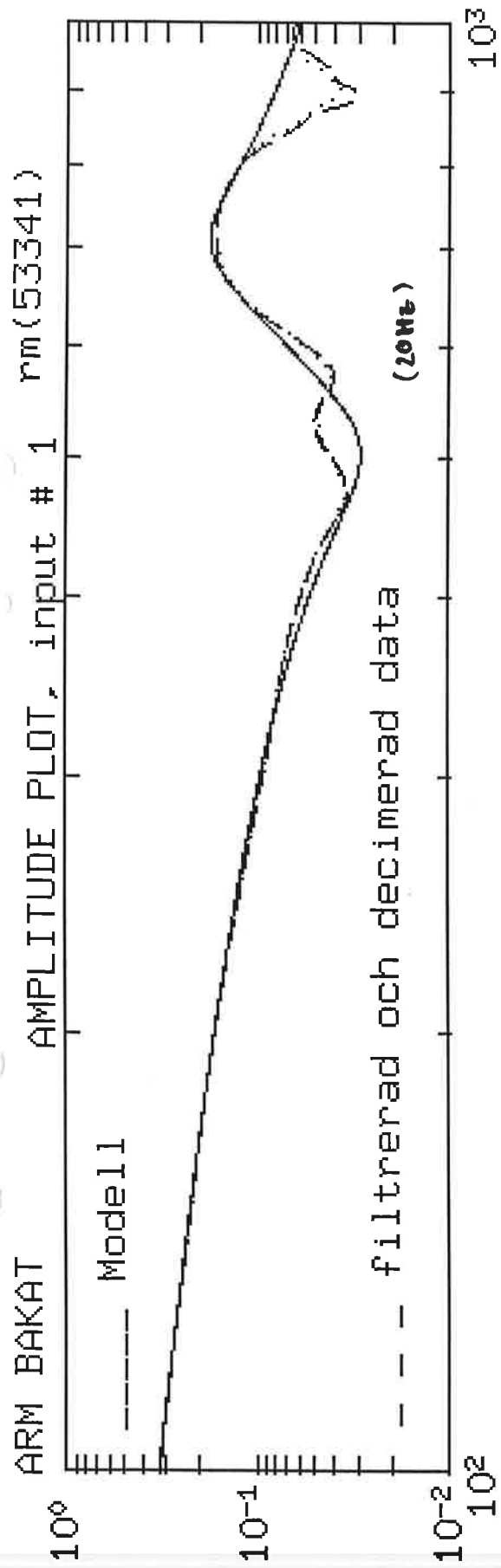
1.0e+02 \*

-0.7220 + 6.9598i  
-0.7220 - 6.9598i  
-7.0710  
-0.5866

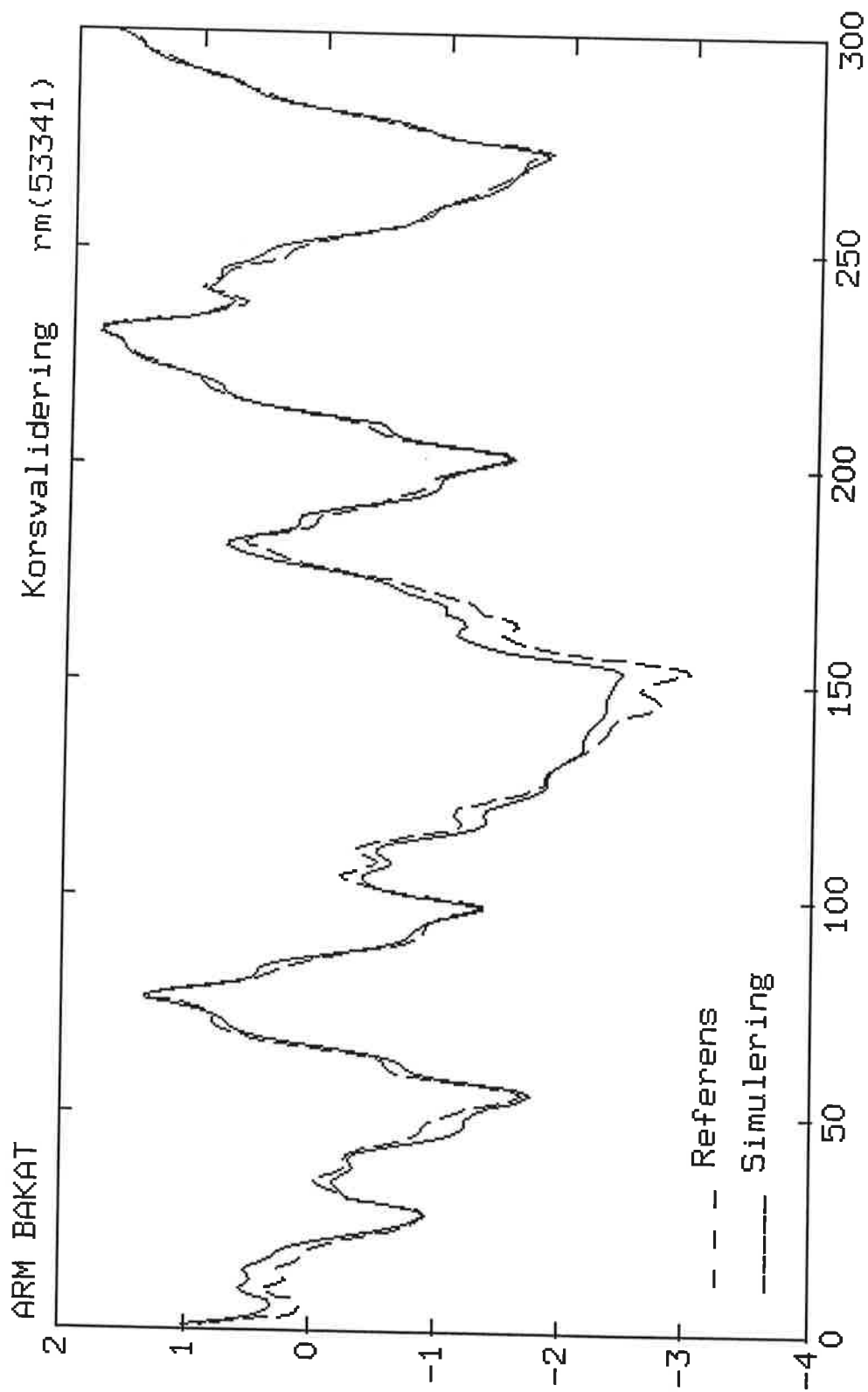
kc =

2.8155e-04

>> ■



figur 12a



figur 12b

# Identifiering av robotarm

Anders Kristenson D-88

Magnus Wiklund E-88

Svein Helgesson E-87

Handledare: Anders Hansson

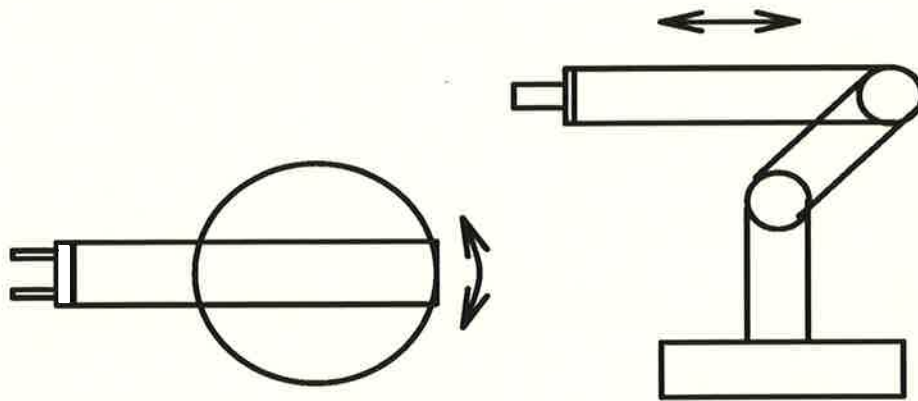
30 januari 1992

### Sammanfattning

I denna rapport redovisas vårt projekt i kursen *Processidentifiering*, som ges vid institutionen för reglerteknik, LTH. Vi utförde ett antal experiment på den nedersta leden av en industrirobot, med den övre armen ihoptryckt, i mittläge respektive utsträckt. Detta resulterade i ett par modeller för respektive läge på översta armen. Vi redovisar även hur vi förbehandlade mätdata, så att de skulle bli lämpliga att identifiera en modell från.

## Innehåll

<b>1 Inledning</b>	<b>1</b>
1.1 Problembeskrivning . . . . .	1
1.2 Tidigare utfört arbete . . . . .	1
1.3 Inskränkningar . . . . .	1
1.4 Rapportens indelning . . . . .	2
<b>2 Experiment</b>	<b>3</b>
2.1 Experimentvillkor . . . . .	3
2.2 Utrustning . . . . .	3
2.3 Genomförande . . . . .	3
<b>3 Identifiering</b>	<b>5</b>
3.1 Konditionering av data . . . . .	5
3.2 Ickeparametrisk identifiering . . . . .	8
3.3 Parametrisk identifiering . . . . .	8
3.3.1 Överföringsfunktioner . . . . .	8
3.4 Validering . . . . .	14
3.4.1 Hypotestest. . . . .	15
3.4.2 Residualtest . . . . .	16
3.5 Sammanfattning . . . . .	17
<b>4 Slutsatser</b>	<b>20</b>



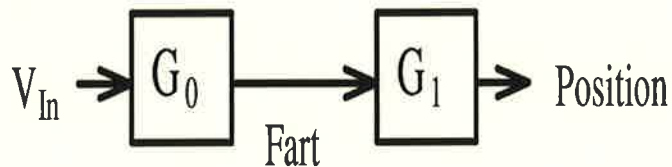
Figur 1: Principskiss av roboten. Till vänster i toppvy och till höger i sidovy.

## 1 Inledning

### 1.1 Problembeskrivning

Vår uppgift var att identifiera den nedersta leden på en industrirobot. Då dynamiken hos nedre leden är beroende av hur långt armen är utsträckt, krävs att identifiering utföres med armen i flera olika lägen, se figur 1.

Det finns från systemet två olika utsignaler, fart och hastighet, som identifiering kan utföras mot. Apriori kunskap ger att de har ett samband enligt figur 2.



Figur 2: Blockschema för processen.

Storheten  $V_{in}$  är direkt proportionell mot strömmen till motorn och därigenom momentet.

### 1.2 Tidigare utfört arbete

Genom kurslitteraturen blev vi bekanta med robot-processen. Några andra arbeten på området har vi ej gått igenom i våra förstudier. Om identifiering skall utföras ur den fysikaliska bakgrunden, så kan processen modelleras som en DC-motor med last enligt exempel 7.6 i [1].

### 1.3 Inskränkningar

Den robot som identifieringen avsåg består av fem leder. I vårt arbete ingick endast att identifiera den nedre leden. Detta medför att fart i vårt fall avser rotationshastighet. Dock har identifiering skett för armen i de tre lägena ihoptryckt, i mittläge upp och utsträckt.

## 1.4 Rapportens indelning

Denna rapport följer tämligen väl våran arbetsgång. Detta medför en kapitelindelning enligt:

Experimentvillkor och hur vi har samlat in våra mätvärden beskrivs i kapitel 2 *Experiment*. Kapitel 3 *Identifiering* beskriver hur vi har analyserat och anpassat modeller till våra mätserier. Kort redovisning av de resultat som vi i våran undersökning kommit fram till, samt en del kommentarer om diverse överaskningar som vi stött på under arbetets gång redovisas i kapitel 4 *Slutsats*.



## 2 Experiment

I detta kapitel beskrivs hur vi har tagit upp mätserier till den analys som följer i kapitlet *3 Identifiering*.

### 2.1 Experimentvillkor

Som insignal användes en PRBS för att exitera systemet. Detta därför att den är enkel att skapa i en dator och har goda statistiska egenskaper, som liknar vitt brus, samt begränsad signalamplitud. För en teoretisk beskrivning av PRBS hänvisas till kapitlet om insignaler i [2]. Vid mättillfället fanns ingen regulator inkopplad så identifiering kunde ske direkt på det öppna systemet.

### 2.2 Utrustning

För själva datainsamlingen användes programmet Logger kört på en PC. Dataserierna laddades därefter med Kermit över till Sun-arbetsstationerna. I denna datormiljö använde vi Matlab som identifieringsverktyg.

### 2.3 Genomförande

Data insamlingen skedde vid tre olika tidpunkter. Detta efterhand som vi upptäckte att de gamla mätserierna var otillräckliga.

1. Vid första mättillfället användes följande parametrar till att styra Logger.
  - Amplitude 4V.
  - Mean 0V.
  - Tsamp 4 ms.
  - Per 15 samp.
  - N 6000 st.
2. Vid andra mättillfället användes följande parametrar till att styra Logger.
  - Amplitude 4V.
  - Mean 0V.
  - Tsamp 2 ms.
  - Per 10 samp.
  - N 6000 st.
3. Vid tredje mättillfället användes följande parametrar till att styra Logger.
  - Amplitude 4V.
  - Mean 0V.
  - Tsamp 2 ms.
  - Per 2 samp.
  - N 6000 st.

Dessa parametrar påverkar Logger så att "Tsamp" är tiden mellan mätvärdena och "Per" är antalet perioder som PRBS signalen minst kvarstannat hög och låg. "Amplitude" är amplituden hos PRBS signalen och "Mean" anger vad medelvärdet skall vara.

Vid varje tillfälle registrerades tre signaler:

- PRBS (insignal).
- fart.
- position.

Datalängden N på in och ut signaler begränsades till 6000 mätvärden, varav de 5000 första användes för identifiering och de resterande till validering.

### 3 Identifiering

I kap 3.1 beskriver vi hur vi behandlade data så att de blev lämpliga för att i kap 3.3 ta fram modeller för roboten. I kap 3.1 visar det sig att det endast är hastigheten som duger som utsignal, samt att de bästa modellerna erhålls, om man decimerar data med en faktor 4.

#### 3.1 Konditionering av data

Bland de tre dataserierna vi mätt upp valde vi mätserie nr 2, eftersom denna hade en tillfredsställande excitation av insignalen för de frekvenser som vi önskade identifiera. Mätserie nr 1 hade till exempel alldeles för lite excitation av höga frekvenser, och mätserie nr 3 lade mycket mer energi i högre frekvenser än vad som var nödvändigt.

I mätserie nr 2 samplade vi med frekvensen 500 Hz, och som insignal hade vi en PRBS-signal med en minsta periodtid på 20 mätvärden. De utsignaler vi hade att tillgå var en för positionen samt en för hastigheten.

För att kunna modellera signalerna måste man kunna betrakta dem som stationära tidsserier. Den modelltyp som vi använde oss av, ARMAX, kräver att tidsserien är stationär. Det vill säga väntevärdet är konstant, och att kovariansfunktionen är tidsinvariant.

Som man kan se i figur 3 har våra mätdata ett utseende man kan förvänta sig av stationära tidsserier, d v s vi har inga ickestationära beteenden såsom varierande varians, trend eller säsongvariationer. Det vi behövde göra var att dra ifrån medelvärdet från respektive signal samt korrigera för outliers. De outliers vi fann ersatte vi med medelvärdet av de två omgivande datavärdena. Nu när våra data kan betraktas som stationära tidsserier återstår det att transformera dessa så att identifieringen resulterar i en bra modell.

För att erhålla en god modell av roboten måste koherensfunktionen mellan robotens insignal och utsignal vara nära ett. I figur 6 ser vi att koherensen mellan insignal och position är mycket dålig, vilket innebär att vi vid identifieringen inte kan använda oss av positionen som utsignal. Samma förhållande visade sig gälla i alla armlägen. Koherensen mellan insignal och hastighet är däremot som vi ser i figur 5 mycket bra för signaler upp till 40 Hz. Spektralskattningen av överföringsfunktionen mellan insignal och position, se figur 4, har en tydlig dämpning vid 18 Hz samt en tydlig resonans vid 25 Hz, vilket medverkade till att vi bedömde att det skulle vara av intresse att hitta modeller för signaler upp till 30 Hz. Eftersom koherensen mellan insignal och hastighet är hög för de frekvenser vi är intresserade av, kommer vi i identifieringen att använda oss av hastigheten som utsignal.

Som vi ser i figur 5 så utgör det intressanta frekvensområdet endast en bråkdel av vårt totala frekvensområde. Vi kan också se att för höga frekvenser har vi dålig koherens och dessutom mycket "skröp" i den ickeparametriska överföringsfunktionen. Detta innebär att vi kommer att få problem med skattningen av modellens parametrar. Ett sätt att komma undan detta problem är att lågpasfiltrera våra data samt att utföra en decimering (nersampling).

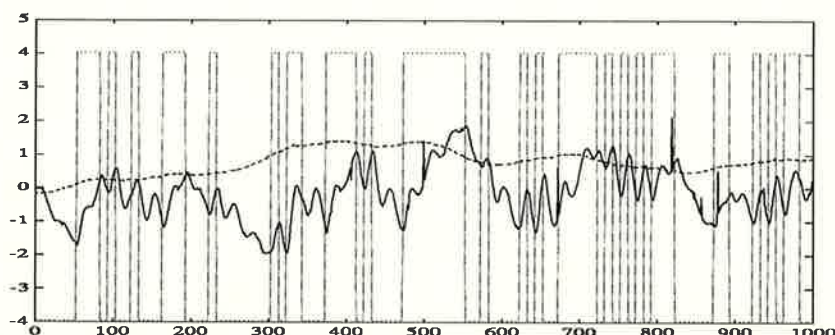
Decimering med en faktor  $N$  innebär att man erhåller utsignalen  $y(k)$  genom att från insignalen  $u(k)$  plocka vart  $N$ -te sampel enligt följande relation

$$y(k) = u(kN)$$

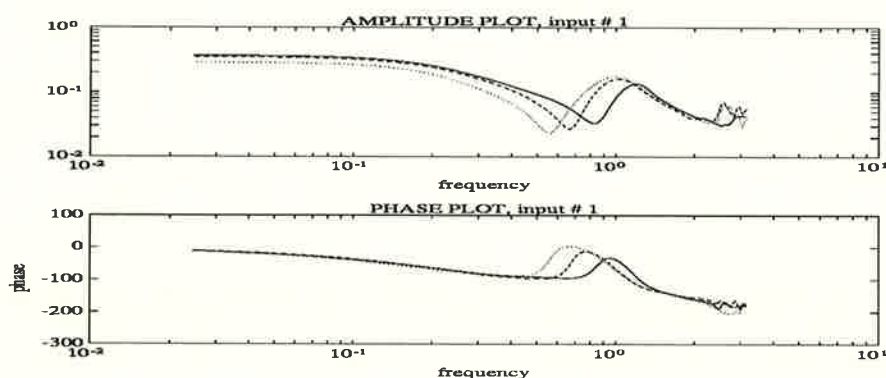
Denna hoptryckning av signalen i tidsplanet innebär att man ökar signalens utsträckning i frekvensplanet enligt

$$Y(w) = \frac{1}{N} U\left(\frac{w}{N}\right)$$

vilket är precis det vi behöver för att transformera vårt intressanta frekvensområde till ett större frekvensområde.



Figur 3: Rådata för mätserie 2. De data som registrerades var position (heldragen), fart (streckad) samt insignal (prickad).



Figur 4: Icke parametrisk överföringsfunktion mellan insignal och fart för de olika lägena. De lägen som här avses är ihoptryckt (heldragen), i mittläge (streckad) och utsträckt (prickad).

Genom att anpassa ARMAX-modeller för olika faktorer på decimeringen valde vi att decimera våra data med en faktor 4, eftersom vi då erhöll de bästa modellerna. Koherensen mellan insignal och position är då bra över ett stort frekvensintervall, vilket vi ser i figur 7.

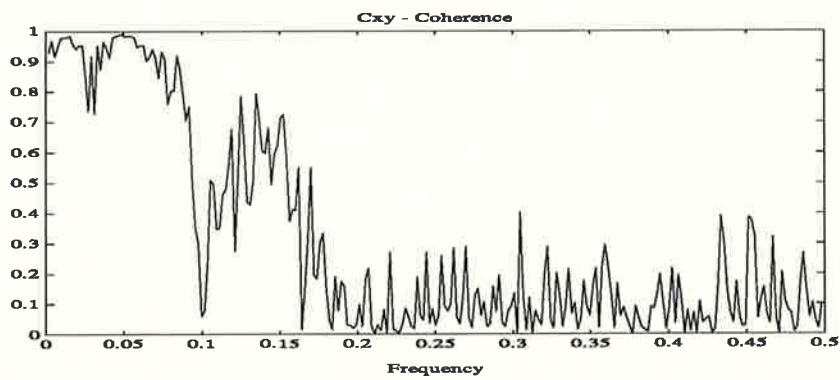
För att den modell som vi kommit fram till skall vara användbar, måste utsignalen interpoleras med en faktor 4, samt korrigeras för det medelvärde som vi subtraherat bort.

Interpolering med en faktor  $M$  av insignalen  $u(k)$  kan ses som en invers operation till decimering. Mellan varje mätvärde i  $u(k)$  lägger man till  $M-1$  mätvärden och bildar därmed utsignalen  $y(k)$  på följande sätt

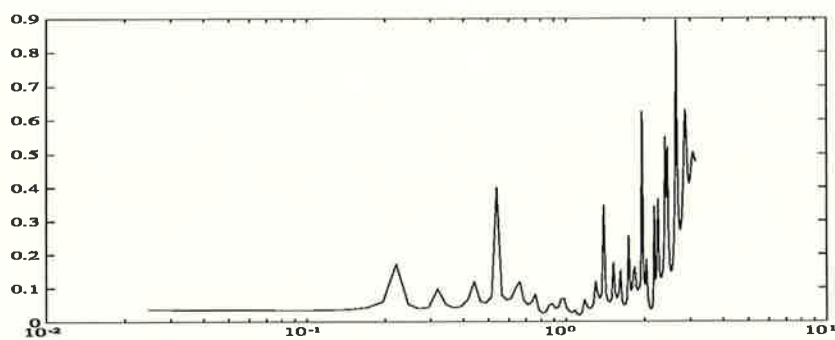
$$\begin{cases} y(k) = u\left(\frac{k}{M}\right) \text{ då } k = \pm nM \text{ där } n = 0, 1, 2, \dots \\ y(k) = 0 \text{ f.ö.} \end{cases}$$

Detta innebär en expansion i tidsplanet vilket motsvarar en komprimering i frekvensplanet enligt

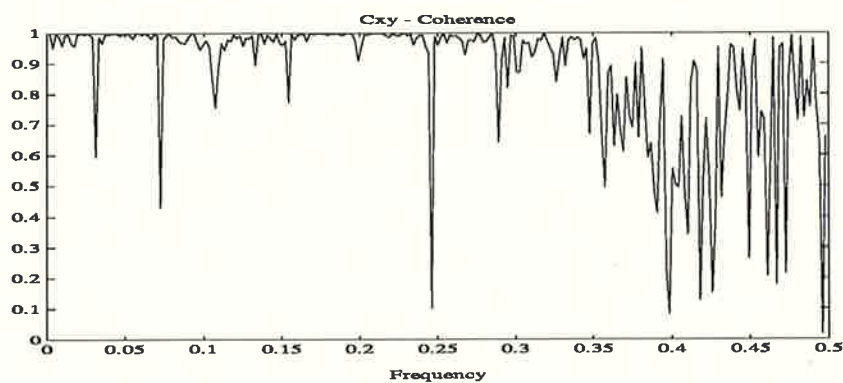
$$Y(w) = U(wM)$$



Figur 5: Koherens mellan insignal och fart för mätserie 2 då armen är i mittläget.



Figur 6: Koherens mellan insignal och position för mätserie 2 då armen är i mittläget.



Figur 7: Koherens mellan insignal och fart för mätserie 2 då armen är i mittläget, efter att man decimerat insignal och fart med en faktor 4.

### 3.2 Ickeparametrisk identifiering

För att få en uppfattning om dynamiken för armen i de tre armlägena skattade vi med hjälp av funktionen SPECTRUM i Matlab överföringsfunktionerna H1,H2 och H3. En jämförelse mellan dessa kan ses i figur 4. Att dömma av figur 4 verkade det röra sig om ett tredje eller eventuellt högre ordningens system. Skillnaden är att resonnasfrekvenserna ändras lite beroende på vilket läge robotarmen befinner sig i.

### 3.3 Parametrisk identifiering

Den parametriska identifiering gjordes med hjälp av funktionen ARMAX i Matlab. Vi tog fram flera olika modeller och ordningar för de olika armlägena, varav de bästa redovisas. För två av armlägena har vi tagit med två parametriska modeller, där vi tror att de lägre ordningens modeller borde fungera men där valideringstest, se kap 3.4 validering, indikerar en högre modellordning.

#### 3.3.1 Överföringsfunktioner

Modeller för armen ihop

ARMA(3,2,1) :

$$y(t) = \frac{(0.0688 - 0.0732q^{-1} + 0.0546q^{-2})q^{-1}u(t) + (1 - 0.2555q^{-1})e(t)}{1 - 1.7462q^{-1} + 1.6222q^{-2} - 0.7920q^{-3}}$$

ARMA(5,3,3) :

$$y(t) = \frac{(0.0621 - 0.0261q^{-1} - 0.0037q^{-2} + 0.0408q^{-3})q^{-1}u(t) + (1 + 0.2202q^{-1} - 0.1390q^{-2} + 0.6291q^{-3})e(t)}{1 - 1.2437q^{-1} + 0.6529q^{-2} + 0.1626q^{-3} - 0.4991q^{-4} + 0.0641q^{-5}}$$

Modeller för armen i mittläge

ARMA(5,4,3) :

$$y(t) = \frac{(0.0662 - 0.0466q^{-1} - 0.005q^{-2} + 0.0299q^{-3} + 0.0109q^{-4})q^{-1}u(t)}{1 - 1.4083q^{-1} + 0.5665q^{-2} + 0.4721q^{-3} - 0.6205q^{-4} + 0.0996q^{-5}} + \frac{(1 - 0.2396q^{-1} - 0.5117q^{-2} + 0.6948q^{-3})e(t)}{1 - 1.4083q^{-1} + 0.5665q^{-2} + 0.4721q^{-3} - 0.6205q^{-4} + 0.0996q^{-5}}$$

ARMA(5,3,2) :

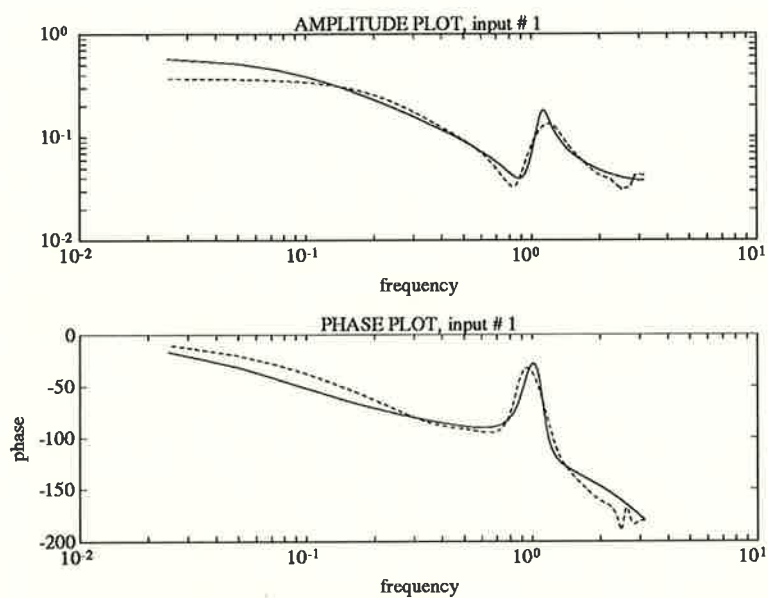
$$y(t) = \frac{(0.0625 - 0.0346q^{-1} - 0.0285q^{-2} + 0.0512q^{-3})q^{-1}u(t) + (1 + 0.2405q^{-1} - 0.7351q^{-2})e(t)}{1 - 1.3522q^{-1} + 0.3026q^{-2} + 0.8529q^{-3} - 0.9247q^{-4} + 0.223q^{-5}}$$

Modell för armen utsträckt

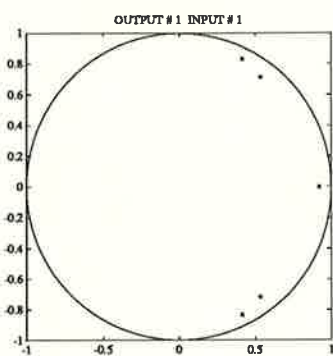
ARMA(6,3,2) :

$$y(t) = \frac{(0.0577 - 0.0406q^{-1} - 0.030q^{-2} + 0.0440q^{-3})q^{-1}u(t) + (1 + 0.1572q^{-1} - 0.8211q^{-2})e(t)}{1 - 1.5832q^{-1} + 0.8273q^{-2} - 0.0753q^{-3} - 0.1814q^{-4} - 0.2250q^{-5} + 0.1542q^{-6}}$$

Bodeplott och polnollställediagram av överföringsfunktionerna för de tre olika armlägena relaterat till de ickeparametriskamodellerna kan studeras i figurerna 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 och 17. Som man ser i figurerna överensstämmer de parametriskamodellerna ganska väl med de ickeparametriska-modellerna.

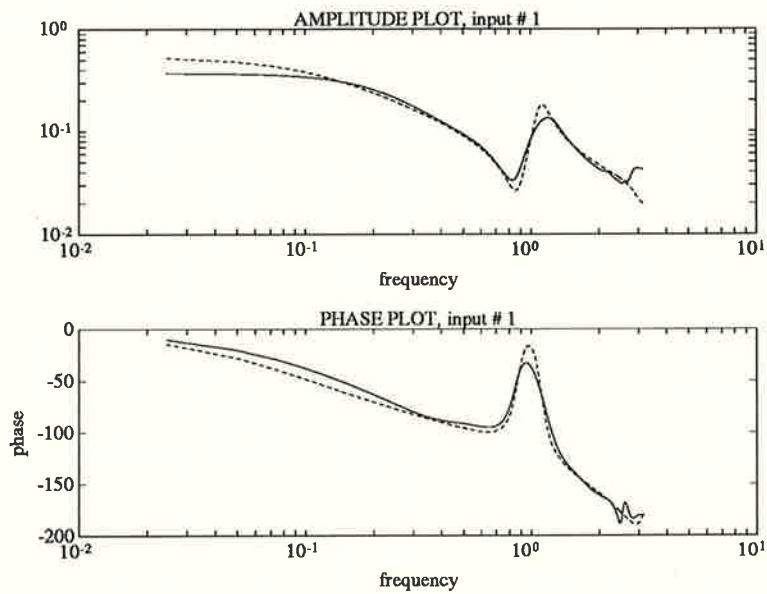


Figur 8: Bodeplot för ARMA(3,2,1)-modell, när armen är ihoptryckt. Här den parametriska överföringsfunktionen (heldragen) tillsammans med den ickeparametriska överföringsfunktionen (streckad).

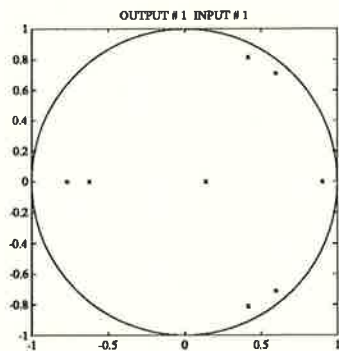


Figur 9: Pol-nollställediagram för den ARMA(3,2,1)-modell, som vi ansåg var bäst för armen ihoptryckt.



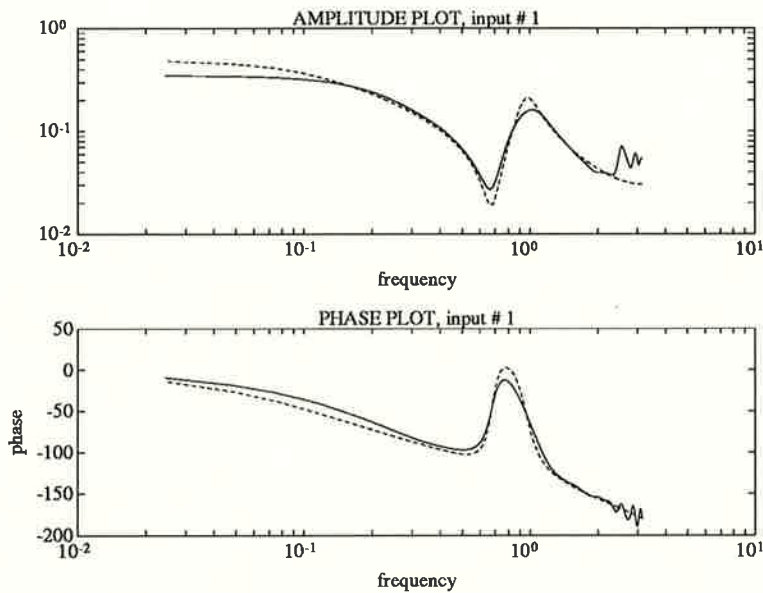


Figur 10: Bodeplot för den ARMA(5,3,3)-modell som vi ansåg var bäst, då armen är ihoptryckt. Här den parametriska överföringsfunktionen (streckad) tillsammans med den ickeparametriska överföringsfunktionen (heldragen).

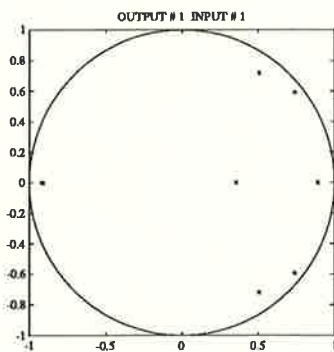


Figur 11: Pol-nollställediagram för ARMA(5,3,3)-modellen, då armen är ihoptryckt.

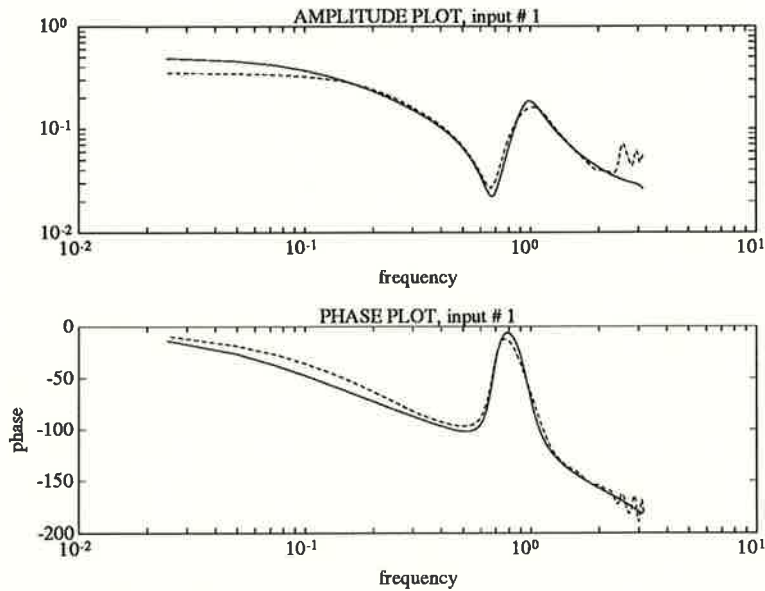




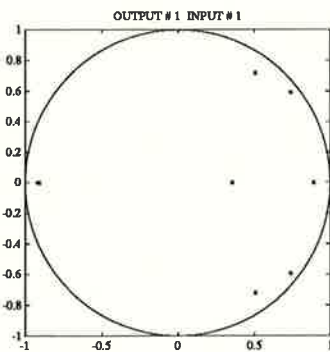
Figur 12: Bodeplot för ARMA(5,4,3)-modell, när armen är i mittläge. Här den parametriska överföringsfunktionen (streckad) tillsammans med den ickeparametriska överföringsfunktionen (heldragen).



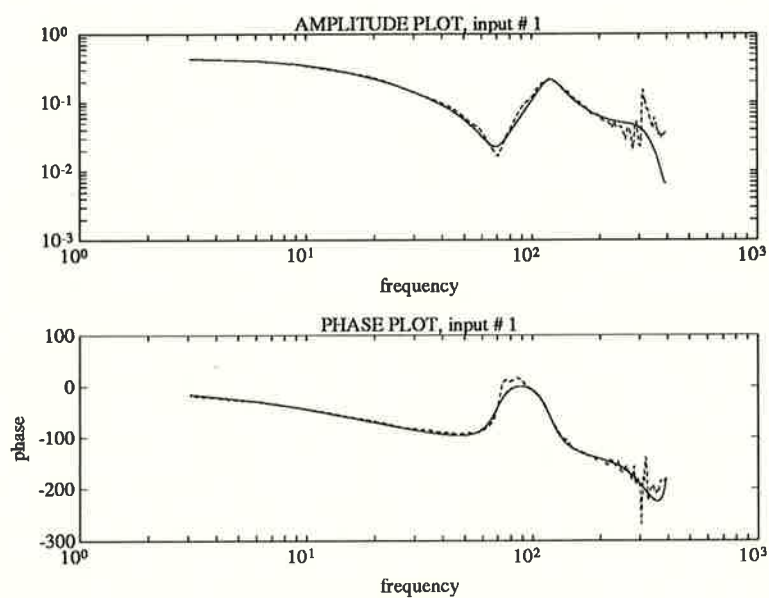
Figur 13: Pol-nollställediagram för ARMA(5,4,3)-modell, då armen är i mittläge.



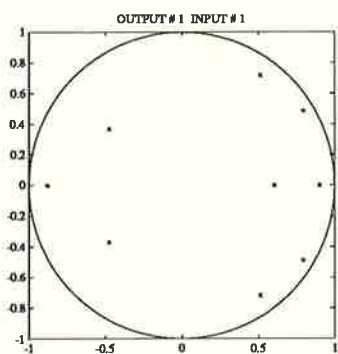
Figur 14: Bodeplot för ARMA(5,3,2)-modell, när armen är i mittläge. Här den parametriska överföringsfunktionen (heldragen) tillsammans med den ickeparametriska överföringsfunktionen (streckad).



Figur 15: Pol-nollställediagram för ARMA(5,3,2)-modellen, då armen är i mittläge.



Figur 16: Bodeplot för ARMA(6,3,2)-modell, när armen är utsträckt. Här den parametriska överföringsfunktionen (heldragen) tillsammans med den ickeparametriska överföringsfunktionen (streckad).



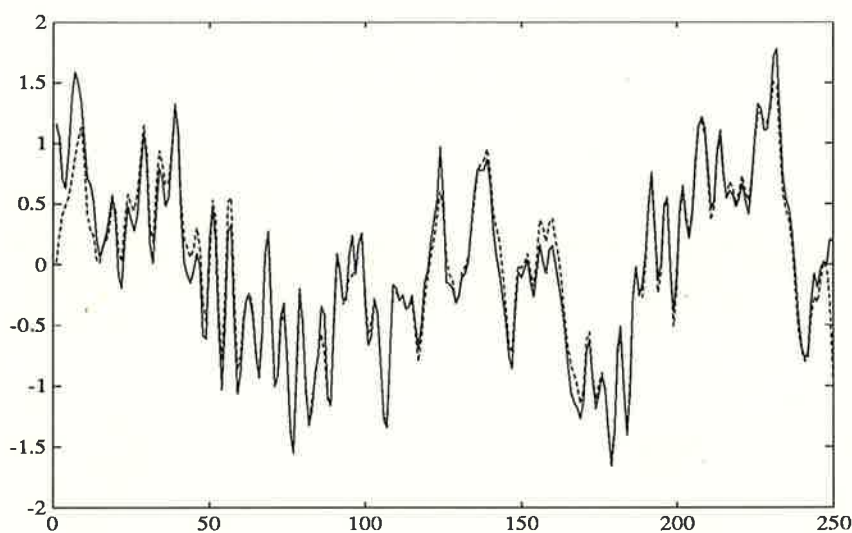
Figur 17: Pol-nollställediagram för den ARMA(6,3,2)-modell, som vi ansåg var bäst för armen utsträckt.

### 3.4 Validering

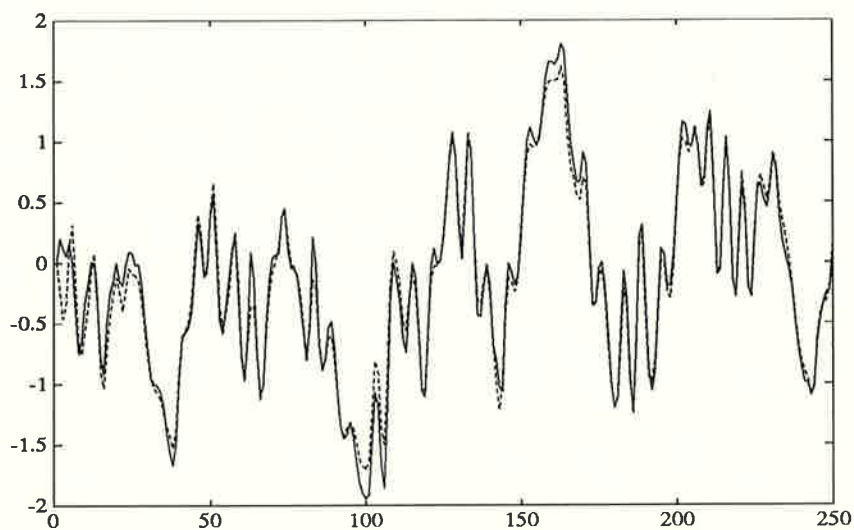
Som grund för modellvalideringen använde vi oss av

- Simulering av parametriskmodell, som jämförs med verkliga data.
- Bodediagram av parametriskmodell, som jämförs med ickeparametriskt spektrum.
- F-test
- Residualanalys.

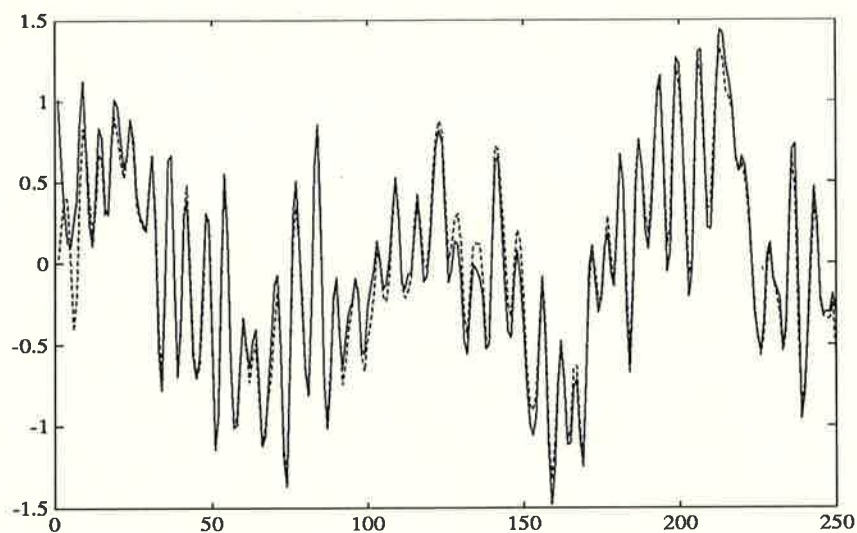
Simulering av modellerna gjordes för att se hur väl utsignalerna från modellerna överensstämde med de verkliga utsignalerna. Simuleringarna, för de modeller som vi ansåg vara bäst, kan studeras i figurerna 18, 19 och 20 . Bodediagram för dessa modeller kan studeras i figurerna 10, 12 och 16



Figur 18: Simulering av ARMA(5,3,3)-modellen då armen är ihoptryckt, (heldraget är verkliga data).



Figur 19: Simulering av ARMA(5,4,3)-modellen då armen är i mittläge, (heldraget är verkliga data).



Figur 20: Simulering av ARMA(6,3,2)-modellen då armen är utsträckt, (heldraget är verkliga data).

#### 3.4.1 Hypotestest.

Vi utformar hypotestesten så att resultatet av den ger en anvisning om vilken modell som bör väljas av Modell1 och Modell2, där Modell1 är av lägre ordning än Modell2.

**Nollhypotes:**

- Modell1 lika bra som Modell2

Moithypotes:

- Modell2 bäst.

Som testvariabel används

$$t = \frac{V_1 - V_2}{V_2} \frac{N - p_2}{p_2 - p_1} \in F(N - p_2, p_2 - p_1) \quad (1)$$

där  $p_2 - p_1$  och  $N - p_2$  är frihetsgraden se kap 16.4 i [3].

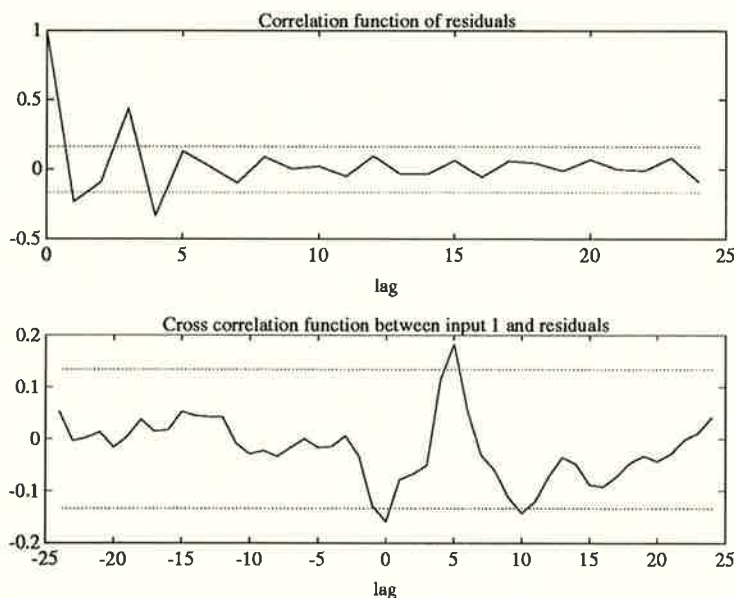
För armen ihoptryckt gäller:  $N=5000/4=1250$ ,  $p_2=12$ ,  $p_1=7$ ,  $V_2=0.001532$ ,  $V_1=0.003041$ . Detta ger  $t=243$  och  $F(1250-12,12-7)=4.36$ . Eftersom  $t > F(1250-12, 12-7)$ , så förkastas nollhypotesen, och ARMA(5,3,3)-modellen är bäst.

För armen i mittläge gäller:  $N=5000/4=1250$ ,  $p_2=13$ ,  $p_1=11$ ,  $V_2=0.001411$ ,  $V_1=0.002274$ . Detta ger  $t=378$  och  $F(1250-13,13-11)=19.5$ . Eftersom  $t > F(1250 - 13, 13 - 11)$ , så förkastas nollhypotesen, och ARMA(5,4,3)-modellen är bäst.

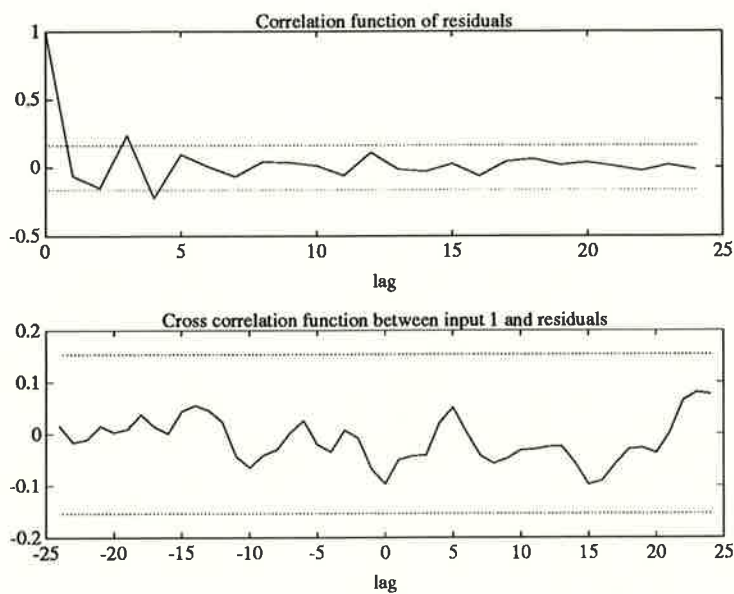
Vi fann för samtliga armlägen, att en högre ordnings modell var att föredra.

### 3.4.2 Residualtest

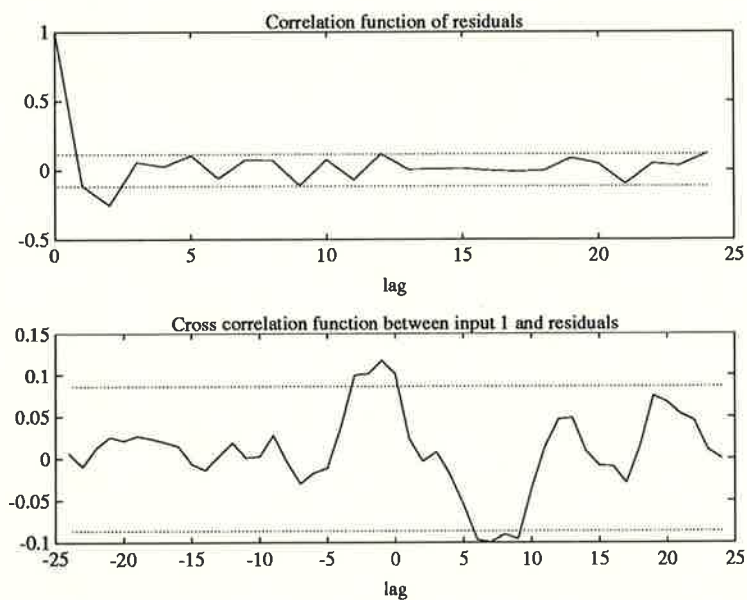
Med residualtestet vill vi undersöka om det fortfarande finns någon korrelation kvar mellan residualerna, samt korskorrelation mellan residualer och insignal. Detta ger en uppfattning om det finns mer information att hämta ur mätserien, med en högre ordning på modellen. Plottning av korrelation och korskorrelation för residualerna, hos de bästa modellerna, kan studeras i figurerna 21, 22, 23, 24 och 25.



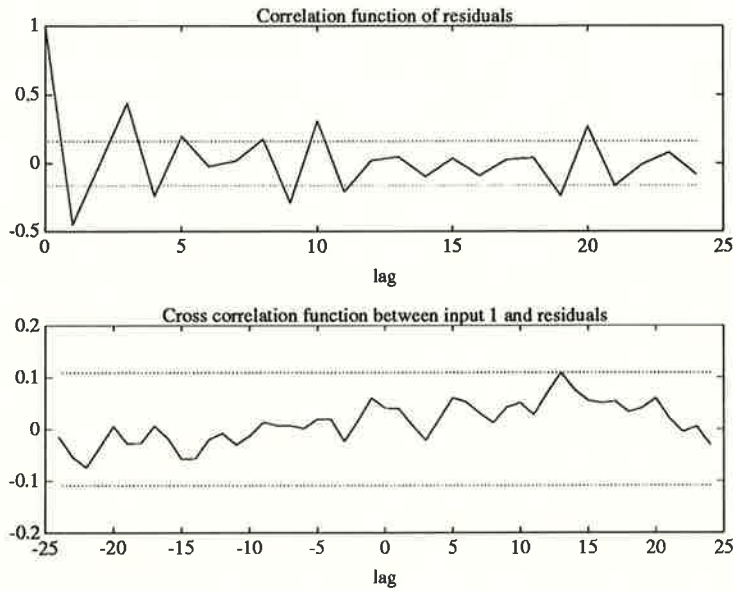
Figur 21: Residualernas korrelation och korskorrelation, för ARMA(3,2,1)-modellen då armen är ihoptryckt.



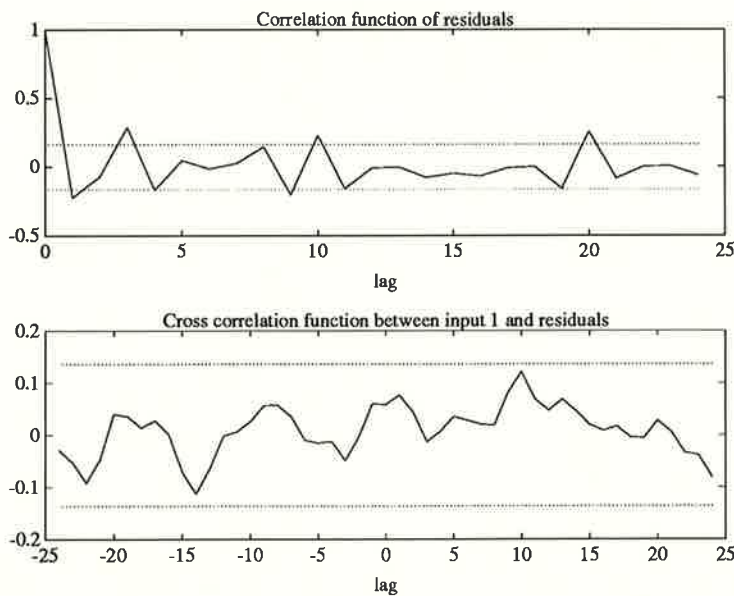
Figur 22: Residualernas korrelation och korskorrelation, för ARMA(5,3)-modellen, då armen är ihoptryckt.



Figur 23: Residualernas korrelation och korskorrelation, för ARMA(5,4,3)-modellen, då armen är i mittläge.



Figur 24: Residualernas korrelation och korskorrelation, för ARMA(5,3,2)-modellen, då armen är i mittläge.



Figur 25: Residualernas korrelation och korskorrelation, för ARMA(6,3,2)-modellen, då armen är utsträckt.

Även denna test visar att de högre ordningens modeller är de bättre.

### 3.5 Sammanfattning

Vid konditionering av data visade det sig nödvändigt att lågpasfiltrera våra data för att kunna identifiera fram en bra modell. Det visade sig också att vi fick bättre modeller när vi decimerade data med en faktor 4.



Vid korsvalidering mot tidigare ej använda data, visade det sig att våra modeller väl kunde återskapa utsignal ur insignal.

Både F-test och residualtest pekade på att man skulle välja högre ordningens modeller. Vi anser dock att de högre modellordningarna inte är motiverade eftersom simuleringsresultaten är såpass goda för de lägre modellordningarna.

## 4 Slutsatser

De metoder kursen *Processidentifiering* lärde ut, visade sig vara väl lämpade för att identifiera dynamiken hos en robot av den typ som vi studerat. De modeller vi kom fram till hade goda "följande" egenskaper. Dock var det svårt att ur de tester vi gjorde säkerställa lämplig modellordning.

Vi fann ett antal resultat som vi inte förväntade oss. Ett av dem var att det inte skilde mer mellan de tre olika lägena på armen enligt bodeplott. Dessutom fann vi att de modellordningar som vi kom fram till, var cirka två ordningar större än vi förväntade oss. Ytterligare en sak som överraskade oss var att MDL skattningen av parameterantalet grovt överskattade modellens ordning med 2-3 ggr.

## Referenser

- [1] Rolf Johansson. *Processidentifierring*. KF sigma 1991
- [2] Torsten Söderström, Petre Stoica. *System Identification*. Prentice Hall 1989.
- [3] Lennart Ljung. *System Identification, theory for the user*. Prentice Hall 1987.  
Mer om allmänna tidsserier kan studeras i:
- [4] Lennart Olbjer. *Tidsserieanalys*. KF sigma, tredje upplagan 1986.