

2. La migration d'adjuvants d'un film en contact sur un côté avec la matière emballée. Conforme au stockage usuel des graisses liquides dans des containers en plastique, on a prévu une durée de l'essai de 60 jours à la température de 20° C et une humidité relative de 65 %.
3. Migration d'adjuvants de films en contact sur deux côtés avec la matière emballée.

Pour les méthodes 2 et 3 on a construit des cellules de migration ayant une surface constante de migration et un volume déterminé. Des formules sont indiquées pour calculer les pourcentages de migration corrigés en fonction du temps sur la base des mesures de la radioactivité.

#### LITERATUR

- 1) Vom Bruck, C. G., K. Figge u. V. Wolf, I. Mitteilung. Dtsch. Lebensmittel-Rdsch. **66**, 253 (1970).
- 2) Figge, K., u. J. Schoene, II. Mitteilung. Dtsch. Lebensmittel-Rdsch. **66**, 281 (1970).
- 3) Empfehlungen der Kunststoff-Kommission des Bundesgesundheitsamtes (BGA) 1. Mitteilung, Bundesgesundheitsblatt **4**, 189 (1961) und **10**, 204 (1967); Frank, R., Kunststoffe im Lebensmittelverkehr (Köln, Berlin, Bonn, München, ab 1962), Teil B, 7. Lfg., August 1967, S. 6.

- 4) Van der Heide, R. F., Packaging **1966**, 54.
- 5) a) Food and Drug Administration (FDA) Recommendations, Amendment published in the Federal Register, § 121.2514, page 13.4 of 13th March 1963, § 121.2526, page 28.6 of 25th February 1965.  
b) Extract from the Italian Legislation, published in 'Food and Cosmetic Toxicology' **1**, 237 (1963), vgl. Gazzetta Ufficiale **64**, 22 (1963).
- 6) '2nd Report on Toxicity' by the British Plastics Federation, 1962, S. 6.
- 7) Van der Heide, R. F., 'The Safety for Health of Plastic Food Packaging Material' (Utrecht 1964), S. 32.
- 8) Pfab, W., Z. Lebensmittel-Untersuch. u. -Forsch. **115**, 428 (1961); Nagy, F., u. V. Cielezsky, Ernährungsforschung **11**, 471 (1966).
- 9) Strodz, N. H., u. R. E. Henry, Industrial Methods of the Analysis of Food Additives (New York 1961), S. 85.
- 10) Phillips, J., u. G. C. Marks, Brit. Plastics **34**, 319, 385 (1961).
- 11) a) American Society for Testing Materials (ASTM) Methoden Nr. F. 34-63 T; Pfab, W., Dtsch. Lebensmittel-Rdsch. **64**, 281 (1968), vgl. auch J. Assoc. off. agric. Chemists **47**, 177 (1964).  
b) Flückiger, E., u. E. Heuscher, Dtsch. Molkerei-Ztg. **90**, 848 (1969).
- 12) Vom Bruck, C. G., H. W. Finck u. V. Wolf, unveröffentlicht.

## Zur Bestimmung des Umfanges von einfachen Zufallsstichproben

Von P. Naeve und P. Rögner

### Einleitung

Bei der Schätzung von Parametern (z. B. Mittelwert  $\mu$ , Streuung\*)  $\sigma^2$ ) einer Grundgesamtheit mit Hilfe der Werte einer Stichprobe ergibt sich die Frage nach dem Umfang der Stichprobe (Anzahl der Untersuchungseinheiten pro Stichprobe), damit die Schätzung der Parameter von einer bestimmten Güte ist. Dabei ist die Güte der Schätzung durch die Breite des Konfidenzintervalls für den geschätzten Parameter bestimmt. Sie ist um so besser, je schmaler das Konfidenzintervall<sup>1)</sup> ist.

Dazu sei vorausgesetzt, daß die Probeentnahme dem Modell der einfachen Zufallsstichprobe gehorcht; jede Untersuchungseinheit in der Grundgesamtheit hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, in die Stichprobe aufgenommen zu werden. Weiterhin werden wir uns auf die Schätzung des Mittelwertes  $\mu$  eines quantitativen Merkmals (z. B. Gehalte von Lebensmittelbestandteilen) beschränken. Es sei ferner vorausgesetzt, daß die Verteilung der Werte in der Grundgesamtheit durch eine Normalverteilung approximiert werden kann<sup>2)</sup>.

### 1. Die Berechnung des Stichprobenumfanges bei bekannter Streuung

Aus jedem Stichprobenbefund läßt sich ein Konfidenzintervall  $x_u \leq \mu \leq x_o$  berechnen, das mit der Wahrscheinlichkeit  $1-\alpha$  den unbekanntem Parameter  $\mu$  überdeckt, d. h.

$$(1) \quad P(x_u \leq \mu \leq x_o) = 1-\alpha.$$

Dabei gibt  $\alpha$  die Wahrscheinlichkeit an, daß  $\mu$  nicht vom Konfidenzintervall überdeckt wird (Überschreitungswahrscheinlichkeit). Für das Folgende sei eine Liste der auftretenden Symbole zusammengestellt:

\*) An Stelle der in der Statistik üblichen Bezeichnung Varianz wird hier Streuung gebraucht, da erstere gelegentlich mit dem Variationskoeffizienten verwechselt wird.

$$x_v = v\text{-tes} = \text{Element (hier Untersuchungseinheit) der Stichprobe; } v = 1, \dots, n$$

$$\bar{x} = (\sum_v x_v) / n = \text{Stichprobenmittel}$$

$\mu$  = Arithmetisches Mittel der Grundgesamtheit

$\sigma^2$  = Streuung (Varianz) der Grundgesamtheit

$\sigma$  = Standardabweichung der Grundgesamtheit

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{1-A} = \text{Standardabweichung von } \bar{x}$$

$n$  = Umfang der Stichprobe

$A = n/N$  = Auswahlsatz der Stichprobe

$N$  = Umfang der Grundgesamtheit

$$x_u = \bar{x} - \lambda_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

$$x_o = \bar{x} + \lambda_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

$\lambda_{1-\alpha/2}$  = Der  $(1-\alpha/2)$ -te Prozentpunkt der standardisierten Normalverteilung

Betrachten wir vorerst den Fall einer unendlich großen Grundgesamtheit ( $N = \infty$ ; bei einer endlichen Lieferung durch Ziehen der Elemente mit Zurücklegen zu realisieren), dann ist  $A = 0$ . Den Ausdruck (1) können wir dann schreiben als

$$(2) \quad P(\bar{x} - \lambda_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + \lambda_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n}) = 1-\alpha.$$

Ist die Streuung  $\sigma^2$  der Grundgesamtheit bekannt, so ergibt sich nach vorstehender Gleichung ein Mindestumfang  $n$  der Stichprobe<sup>3)</sup> von

$$(3) \quad n = (\lambda_{1-\alpha/2} \cdot \sigma)^2 / (\bar{x} - \mu)^2$$

Ist auch der Unterschied  $d = |\bar{x} - \mu|$  vorgegeben, dann kann man mit Hilfe der Prüfgröße

$$(4) \quad Q = d^2 / \sigma^2 = (\lambda_{1-\alpha/2})^2 / n$$

den benötigten Stichprobenumfang  $n$  aus Tabelle 1 für ausgewählte  $\alpha$  ablesen.

Tabelle 1

Der Tabellenrumpf enthält die Quotienten  $(\lambda_{1-\alpha/2})^2/n$ .  
 $\alpha = 0.04555$  entspricht dem  $2\sigma$ -Bereich,  
 $\alpha = 0.0027$  dem  $3\sigma$ -Bereich

$\alpha$ n	0.05	0.04555	0.01	0.0027
2	1.921	2.000	3.317	4.500
3	1.281	1.333	2.212	3.000
4	0.960	1.000	1.659	2.250
5	0.768	0.800	1.327	1.800
6	0.640	0.667	1.106	1.500
7	0.549	0.571	0.948	1.286
8	0.480	0.500	0.829	1.125
9	0.427	0.444	0.737	1.000
10	0.384	0.400	0.663	0.900
11	0.349	0.364	0.603	0.818
12	0.320	0.333	0.553	0.750
13	0.296	0.308	0.510	0.692
14	0.274	0.286	0.474	0.643
15	0.256	0.267	0.442	0.600
16	0.240	0.250	0.415	0.563
17	0.226	0.235	0.390	0.529
18	0.213	0.222	0.369	0.500
19	0.202	0.211	0.349	0.474
20	0.192	0.200	0.332	0.450
21	0.183	0.190	0.316	0.429
22	0.175	0.182	0.302	0.409
23	0.167	0.174	0.288	0.391
24	0.160	0.167	0.276	0.375
25	0.154	0.160	0.265	0.360
26	0.148	0.154	0.255	0.346
27	0.142	0.148	0.246	0.333
28	0.137	0.143	0.237	0.321
29	0.132	0.138	0.229	0.310
30	0.128	0.133	0.221	0.300
31	0.124	0.129	0.214	0.290
32	0.120	0.125	0.207	0.281
33	0.116	0.121	0.201	0.273
34	0.113	0.118	0.195	0.265
35	0.110	0.114	0.190	0.257
36	0.107	0.111	0.184	0.250
37	0.104	0.108	0.179	0.243
38	0.101	0.105	0.175	0.237
39	0.099	0.103	0.170	0.231
40	0.096	0.100	0.166	0.225
41	0.094	0.098	0.162	0.220
42	0.091	0.095	0.158	0.214
43	0.089	0.093	0.154	0.209
44	0.087	0.091	0.151	0.205
45	0.085	0.089	0.147	0.200
46	0.084	0.087	0.144	0.196
47	0.082	0.085	0.141	0.191
48	0.080	0.083	0.138	0.188
49	0.078	0.082	0.135	0.184
50	0.077	0.080	0.133	0.180

Beispiel:

Ein Hersteller liefert eine Brühwurst, deren Gehalt an Kjeldahl-Stickstoff bestimmt werden soll. Es ist bekannt, daß die Standardabweichung  $\sigma = 0,245\%$  Stickstoff beträgt. Diesen Wert von  $\sigma$  legt der Abnehmer bei der Prüfung von  $\mu$  zugrunde. Den Unterschied  $d = |\bar{x} - \mu|$  legt er mit  $\sigma/2 = 0,1225\%$  Stickstoff fest. Er will mit einer statistischen Sicherheit von  $1-\alpha = 0,95$  erreichen, daß das Intervall  $(\bar{x} \pm d)$  den Gehalt  $\mu$  überdeckt, bzw. den Gehalt  $\mu$  mit der durch dieses Intervall bedingten Güte oder Genauigkeit bestimmen.

Mit  $d^2/\sigma^2 = \frac{(\sigma/2)^2}{\sigma^2} = 1/4 \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 0,25$  und  $\alpha = 0,05$

ergibt sich nach Tabelle 1 ein Stichprobenumfang von  $n = 16$  Untersuchungseinheiten. (Die Festlegung eines größeren oder kleineren  $d$  bedingt einen kleineren oder größeren Stichprobenumfang  $n$ .) Erfolgt bei endlicher Grundgesamtheit die Ziehung der Stichprobenelemente ohne Zurücklegen, so berechnet sich der dann benötigte Umfang  $n_N$  zu <sup>5)</sup>

$$(5) \quad n_N = n/(1 + A)$$

Bei einem kleinen Auswahlsatz  $A = n/N$  kann man kaum einen Unterschied zwischen  $n$  und  $n_N$  erwarten vgl. vorstehendes Beispiel mit  $A = 0$ ).

Bei einem Lieferumfang von 200 Würsten (Untersuchungseinheiten) ergibt sich für den Stichprobenumfang

$$n_N = 16/(1 + 16/200) = 14,8 \approx 15.$$

Die bisherigen Überlegungen gingen davon aus, daß die Streuung der Grundgesamtheit bekannt ist. Diese Annahme ist jedoch in der Praxis kaum erfüllt. Für diesen Fall bieten sich mehrere Verfahren an:

II. Die Berechnung des Stichprobenumfangs bei Kenntnis der Obergrenze für die Streuung der Grundgesamtheit

Ein unverzerrter Schätzwert für die Streuung in der Grundgesamtheit errechnet sich aus den  $n$  Elementen  $x_\nu$  der Stichprobe zu

$$(6) \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{\nu=1}^n (x_\nu - \bar{x})^2$$

Die Größe  $(n-1) \cdot s^2/\sigma^2$  genügt einer  $\chi^2$ -Verteilung mit  $f = n-1$  Freiheitsgraden. Dann ist durch

$$(7) \quad \sigma^2_0 = \frac{f \cdot s^2}{\chi^2_{f, 1-\alpha}} = \chi^2_0 \cdot s^2$$

eine Obergrenze <sup>4)</sup> für die Streuung der Grundgesamtheit gegeben, die mit der Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  nicht überschritten wird.  $\chi^2_{f, 1-\alpha}$  ist der  $(1-\alpha)$ -te Prozentpunkt der  $\chi^2$ -Verteilung mit  $f$  Freiheitsgraden. Die Werte von  $\chi^2_0$  sind für ausgewählte  $1-\alpha$  in Tabelle 2 abzulesen.

Mit der so ermittelten Obergrenze für  $\sigma^2$  durchläuft man das in Abschnitt I geschilderte Verfahren. Der Wert von  $s^2$  entstammt einer Voruntersuchung vom Umfang  $n_p$  (entweder einer „pilot study“ aus der betrachteten Stichprobe oder einer früheren Stichprobe).

Beispiel:

Für die folgenden Berechnungen legen wir uns einen Daten-Pool für die Stickstoffgehalte mit Hilfe standardisierter normalverteilter Zufallszahlen an (dieses Verfahren der Datengewinnung ist bei Wetzels, Jöhnik und Naeve beschrieben <sup>6)</sup>).

Für die Stickstoffgehalte aus einer Grundgesamtheit mit  $\mu = 1,970\%$  und  $\sigma = 0,245\%$  ergeben sich für eine Stichprobe folgende Stickstoffgehalte (%):

1,590	1,723	2,190	2,037
1,802	1,473	2,247	1,880
2,044	2,063	1,735	1,984
1,707	1,939	2,289	1,787
2,118	1,527	2,010	2,202
			1,809

Benutzen wir für die pilot study 8 Werte (spaltenweise gelesen), so resultiert nach Gleichung (6) der Schätzwert der Streuung  $s^2 = 0,0562$  (%<sup>2</sup>) Stickstoff. Bei  $n_p - 1 = 7$  Freiheitsgraden und der Überschreitungswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,05$  ergibt sich für  $\chi^2_0 = 3,23$  (siehe Tabelle 2) und nach Gleichung (7) ein  $\sigma^2_0$  von  $0,1815$  (%<sup>2</sup>) Stickstoff. Mit  $d = 0,1225\%$  Stickstoff folgt für die Prüfgröße

$$Q = \frac{d^2}{\sigma^2_0} = \frac{0,01500625}{0,1815} = 0,0827.$$

Tabelle 2  
Der Tabellenrumpf enthält den Quotienten  $f/\chi^2_{f,1-\alpha}$

$f \backslash 1-\alpha$	0.995	0.99	0.975	0.95
1	25452.695	6366.061	1018.235	254.318
2	199.493	99.502	39.498	19.496
3	41.828	26.126	13.902	8.526
4	19.324	13.463	8.257	5.628
5	12.143	9.020	6.015	4.365
6	8.879	6.880	4.849	3.669
7	7.076	5.650	4.142	3.230
8	5.951	4.859	3.670	2.928
9	5.188	4.311	3.333	2.707
10	4.639	3.909	3.080	2.538
11	4.226	3.602	2.883	2.404
12	3.904	3.361	2.725	2.296
13	3.647	3.165	2.595	2.206
14	3.436	3.004	2.487	2.131
15	3.260	2.868	2.395	2.066
16	3.112	2.753	2.316	2.010
17	2.984	2.653	2.247	1.960
18	2.873	2.566	2.187	1.917
19	2.776	2.489	2.133	1.878
20	2.690	2.421	2.085	1.843
21	2.614	2.360	2.042	1.812
22	2.546	2.305	2.003	1.783
23	2.484	2.256	1.968	1.757
24	2.428	2.211	1.935	1.733
25	2.376	2.169	1.905	1.711

Wir finden in Tabelle 1 bei  $\alpha = 0,05$  einen Stichprobenumfang von 47 Untersuchungseinheiten zur Schätzung des Mittelwertes.

Der so berechnete Stichprobenumfang ist vergleichsweise (siehe das Ergebnis des Beispiels in Abschnitt I) groß. Die pilot study sollte möglichst viele Werte enthalten, um zu einem kleineren  $\kappa^2_0$ ,  $\sigma^2_0$  und damit zu einem kleineren Stichprobenumfang zu gelangen.

### III. Berechnung des Stichprobenumfanges mit Hilfe eines Schätzwertes für die Streuung der Grundgesamtheit

Die Größe  $(\bar{x} - \mu) \cdot \sqrt{n}/s$  ist t-verteilt mit  $f = n-1$  Freiheitsgraden. Man kann dann zur Überschreitungswahrscheinlichkeit  $\alpha$  ein Konfidenzintervall für  $\mu$  mit Hilfe des Schätzwertes der Streuung angeben. Es gilt

$$(8) \quad P(\bar{x} - t_{f,1-\alpha/2} \cdot s/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{f,1-\alpha/2} \cdot s/\sqrt{n}) = 1-\alpha.$$

Dabei ist  $t_{f,1-\alpha/2}$  der  $(1-\alpha/2)$ -te Prozentpunkt der t-Verteilung mit  $f$  Freiheitsgraden. Aus vorstehender Gleichung ergibt sich für den Mindestumfang  $n$  einer Stichprobe

$$(9) \quad n = t^2_{f,1-\alpha/2} \cdot s^2/(\bar{x}-\mu)^2 = t^2_{f,1-\alpha/2} \cdot s^2/d^2.$$

Die Schwierigkeit bei der Verwendung von Gleichung (9) liegt darin, daß das unbekannte  $n$  auch als Parameter über den Freiheitsgrad  $f = n-1$  in die t-Verteilung eingeht. Dieses Problem kann man auf folgende Arten zu lösen versuchen:

a) Man ermittelt  $s^2$  mit Hilfe der schon erwähnten pilot study und wählt für die Zahl der Freiheitsgrade den um eins verringerten Umfang der pilot study ( $n_p-1$ ). Bei gegebenem  $s^2$  und  $d^2$  benötigt man nur noch die in Tabelle 3 für ausgewählte  $\alpha$

Tabelle 3  
Der Tabellenrumpf enthält die Quadrate der Werte  $t_{f,1-\alpha/2}$ .  
 $\alpha = 0.04555$  entspricht dem  $2\sigma$ -Bereich,  
 $\alpha = 0.0027$  dem  $3\sigma$ -Bereich

$f \backslash \alpha$	0.05	0.4555	0.01	0.0027
1	161.448	195.100	4052.188	55594.283
2	18.513	20.490	98.503	368.870
3	10.128	10.935	34.116	84.985
4	7.709	8.233	21.198	43.825
5	6.608	7.015	16.258	30.327
6	5.987	6.333	13.745	24.049
7	5.591	5.899	12.246	20.520
8	5.318	5.600	11.259	18.289
9	5.117	5.382	10.561	16.763
10	4.965	5.215	10.044	15.657
11	4.844	5.084	9.646	14.822
12	4.747	4.979	9.330	14.169
13	4.667	4.892	9.074	13.647
14	4.600	4.819	8.862	13.219
15	4.543	4.757	8.683	12.862
16	4.494	4.704	8.531	12.561
17	4.451	4.658	8.400	12.302
18	4.414	4.618	8.285	12.079
19	4.381	4.582	8.185	11.883
20	4.351	4.550	8.096	11.711
21	4.325	4.521	8.017	11.558
22	4.301	4.495	7.945	11.421
23	4.279	4.472	7.881	11.298
24	4.260	4.451	7.823	11.187
25	4.242	4.431	7.770	11.086
26	4.225	4.414	7.721	10.994
27	4.210	4.397	7.677	10.910
28	4.196	4.382	7.636	10.832
29	4.183	4.368	7.598	10.761
30	4.171	4.355	7.562	10.695
31	4.160	4.343	7.530	10.634
32	4.149	4.331	7.499	10.577
33	4.139	4.321	7.471	10.523
34	4.130	4.311	7.444	10.474
35	4.121	4.301	7.419	10.427
36	4.113	4.293	7.396	10.383
37	4.105	4.284	7.373	10.342
38	4.098	4.276	7.353	10.303
39	4.091	4.269	7.333	10.267
40	4.085	4.262	7.314	10.232
41	4.079	4.255	7.296	10.199
42	4.073	4.249	7.280	10.168
43	4.067	4.243	7.264	10.139
44	4.062	4.237	7.248	10.111
45	4.057	4.232	7.234	10.084
46	4.052	4.226	7.220	10.059
47	4.047	4.221	7.207	10.034
48	4.043	4.217	7.194	10.011
49	4.038	4.212	7.182	9.989

aufgeführten  $t^2_{f,1-\alpha/2}$ . Für große  $f$  kann man auch die entsprechenden Prozentpunkte der standardisierten Normalverteilung benutzen.

Beispiel:

Mit der pilot study von 8 Werten ergab sich ein  $s^2 = 0,0562$  (‰)<sup>2</sup> Stickstoff. Nach Tabelle 3 ist  $t^2 = 5,591$  (mit  $f = 7$  und  $\alpha = 0,05$ ).  $d^2$  war mit  $0,01500625$  (‰)<sup>2</sup> festgelegt ( $d = 0,1225$  ‰). Dann ist

$$n = \frac{5,591 \cdot 0,0562}{0,01500625} = 21$$

Tabelle 4

Der Tabellenrumpf enthält den Quotienten  $t^2_{f; 1-\alpha/2/n}$ .  
 $\alpha = 0.04555$  entspricht dem  $2\sigma$ -Bereich,  
 $\alpha = 0.0027$  dem  $3\sigma$ -Bereich

$\alpha$	0.05	0.04555	0.01	0.0027
2	80.724	97.550	2026.094	27797.142
3	6.171	6.830	32.834	122.957
4	2.532	2.734	8.529	21.246
5	1.542	1.647	4.240	8.765
6	1.101	1.169	2.710	5.054
7	0.855	0.905	1.964	3.436
8	0.699	0.737	1.531	2.565
9	0.591	0.622	1.251	2.032
10	0.512	0.538	1.056	1.676
11	0.451	0.474	0.913	1.423
12	0.404	0.424	0.804	1.235
13	0.365	0.383	0.718	1.090
14	0.333	0.349	0.648	0.975
15	0.307	0.321	0.591	0.881
16	0.284	0.297	0.543	0.804
17	0.264	0.277	0.502	0.739
18	0.247	0.259	0.467	0.683
19	0.232	0.243	0.436	0.636
20	0.219	0.229	0.409	0.594
21	0.207	0.217	0.386	0.558
22	0.197	0.206	0.364	0.525
23	0.187	0.195	0.345	0.497
24	0.178	0.186	0.328	0.471
25	0.170	0.178	0.313	0.447
26	0.163	0.170	0.299	0.426
27	0.156	0.163	0.286	0.407
28	0.150	0.157	0.274	0.390
29	0.145	0.151	0.263	0.374
30	0.139	0.146	0.253	0.359
31	0.135	0.140	0.244	0.345
32	0.130	0.136	0.235	0.332
33	0.126	0.131	0.227	0.321
34	0.122	0.127	0.220	0.310
35	0.118	0.123	0.213	0.299
36	0.114	0.119	0.206	0.290
37	0.111	0.116	0.200	0.281
38	0.108	0.113	0.194	0.272
39	0.105	0.110	0.189	0.264
40	1.102	0.107	0.183	0.257
41	0.100	0.104	0.178	0.250
42	0.097	0.101	0.174	0.243
43	0.095	0.099	0.169	0.236
44	0.092	0.096	0.165	0.230
45	0.090	0.094	0.161	0.225
46	0.088	0.092	0.157	0.219
47	0.086	0.090	0.154	0.214
48	0.084	0.088	0.150	0.209
49	0.083	0.086	0.147	0.204
50	0.081	0.084	0.144	0.200

b) Ein anderer Weg, die Schwierigkeit bezüglich  $t^2_{f; n-1; 1-\alpha/2}$  zu umgehen, ergibt sich durch Umformung von Gleichung (9):

$$(10) \quad R = d^2/s^2 = t^2_{f; 1-\alpha/2/n}$$

Die Werte von  $R = d^2/s^2$  sind bekannt, da  $d^2$  vorgegeben und  $s^2$  durch eine pilot study ermittelt wird. Tabelle 4 bringt für ausgewählte Werte von  $\alpha$  die Quotienten  $t^2_{f; 1-\alpha/2/n}$ . Bei vorgegebenem  $d^2/s^2$  läßt sich aus dieser Tabelle der Mindestumfang  $n$  der Stichprobe ablesen.

## Beispiel:

Der Schätzwert der Streuung des Kjeldahlstickstoffgehaltes sei  $s^2 = 0,060025$  ( $\%$ )<sup>2</sup>, dann ist

$$R = \frac{0,01500625}{0,060025} = 0,25$$

In Tabelle 4 lesen wir bei  $\alpha = 0,05$  einen Stichprobenumfang von  $n = 18$  ab (vergleiche dagegen das umständlichere, iterative Verfahren z. B. bei Winne <sup>6)</sup>),

Hätten wir mit dem Schätzwert der Streuung aus der schon betrachteten pilot study ( $s^2 = 0,0562$  ( $\%$ )<sup>2</sup> Stickstoff) gerechnet, dann hätte sich bei der Überschreitungswahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,05$  ein Stichprobenumfang von

$$R = d^2/s^2 = 0,01500625/0,0562 = 0,267 \longrightarrow n = 17$$

IV. Berechnung des Stichprobenumfanges in 2 Schritten <sup>7)</sup>

Liegen vor Ziehen einer Stichprobe nur wenig Informationen über die Streuung der Grundgesamtheit vor, dann kann man wie folgt vorgehen:

Aus dem gewünschten  $d$  und einer für wahrscheinlich gehaltenen Obergrenze  $\sigma^2_w$  der unbekanntenen Streuung der Grundgesamtheit bildet man die Prüfgröße  $Q = d^2/\sigma^2_w$ . Tabelle 1 liefert dann einen Stichprobenumfang  $n'$ . Man zieht aus der Lieferung eine Stichprobe vom Umfang  $n_1 \geq 0,5 n'$ ; daraus ermittelt man den Schätzwert  $s^2_{n_1}$ . Prüfgröße  $R = d^2/s^2_{n_1}$  mit

Hilfe der Tabelle 4 zur Festlegung des benötigten Mindeststichprobenumfanges  $n$ . In einem zweiten Schritt wird dann eine Stichprobe vom Umfang  $n_2 = n - n_1$  gezogen. Aus den  $n$  insgesamt erhaltenen Werten wird dann der Mittelwert  $\bar{x}_n$  und das Intervall  $(\bar{x}_n \mp d)$  berechnet.

## Beispiel:

In Abschnitt I ergab sich mit  $Q = d^2/\sigma^2$  ein Stichprobenumfang von 16 Untersuchungseinheiten. Es werden nach dem Zufallsprinzip mindestens 8 Elemente ( $n_1$ ) aus der Lieferung entnommen. Hier die schon benutzte pilot study. Daraus folgt für  $s^2_{n_1} = 0,0562$  ( $\%$ )<sup>2</sup> Kjeldahlstickstoff. Mit der Prüfgröße  $R$  wird  $n = 17$  ermittelt, so daß noch  $n - n_1 = 17 - 8 = 9$  Elemente zufällig entnommen werden müssen (keinesfalls ist es zulässig, wenn sich auf Grund der  $n_1$  Daten ein  $d$  gefunden  $\leq d$  festgelegt ergibt, die Probeentnahme abzubrechen).

## Zusammenfassung

Unter der Voraussetzung, daß sich die Verteilung in der Grundgesamtheit durch eine Normalverteilung approximieren läßt, werden aus Konfidenzintervallen für den Mittelwert bei bekannter und unbekannter Streuung der Grundgesamtheit Berechnungsformeln für notwendige Stichprobenumfänge abgeleitet. Es werden Prüfgrößen und Faktoren gebildet, deren Werte für eine vereinfachte Berechnung der Stichprobenumfänge tabelliert sind. Die Verfahren werden an Beispielen erläutert.

## Summary

If the distribution in the population is approximately normal, expressions for calculation of necessary sample sizes are derived from confidence intervals for mean in case of known and unknown variance.

Test values and factors are formed and tabulated for simplified determination of sample sizes.

The methods are explained by arithmetical examples.

## Résumé

Si la distribution de l'ensemble peut être approximativement retenue comme repondant a une distribution normale des formules seront dérivées des marges de sécurité pour la valeur moyenne quand l'indice de dispersion est connu ou inconnu pour le choix des échantillons. Des paramètres et des facteurs seront établis et dont les valeurs sont tabellées en vue de la simplification des calculs et de la détermination du volume des échantillons. Les méthodes seront étayées par les exemples.

## LITERATUR

- Allgemein**  
Cochran, W. G., *Sampling Techniques*. John Wiley & Sons, New York, London, 1964.
- Speziell**  
1) Pfanzagl, J., *Allgemeine Methodenlehre der Statistik II. Sammlung Göschen*, Berlin, 1966.  
2) Lilliefors, H. W., *Journal of the American Statistical Association* **62**, S. 399-402, 1967.
- 3) Kellerer, H., *Theorie und Technik des Stichprobenverfahrens*. (Einzelschriften der Deutschen Statistischen Gesellschaft, Nr. 5, München), 1963.  
4) Mahling, A., und P. Rögner, *Mitteilungsblatt der GDCh-Fachgruppe Lebensmittelchemie und gerichtliche Chemie* **22**, S. 233-236 (1968).  
5) Wetzel, W., M.-D. Jöhnk, P. Naeve, *Statistische Tabellen*. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1967.  
6) Winne, D., *Arzneimittelforschung* **18** (12), 1613, 1968.  
7) Gibbons Natrella, M., *Experimental Statistics*. National Bureau of Standards Handbook 91, Washington, 1963.

## Tagung der Bäckerei-Technologie

der Arbeitsgemeinschaft Getreideforschung e. V. in Verbindung mit der Bundesforschungsanstalt für Getreideverarbeitung Berlin und Detmold vom 8. bis 10. September 1970 in Detmold\*).

Wiss. Direktor Dr. E. Drews, Berlin:

### „Die Roggenbackfähigkeit in neuer Sicht“.

Das Backverhalten von Roggenmehlen hängt nicht nur von dem Verhältnis Quellstoff- : Stärkemenge ab, sondern auch von der Beschaffenheit dieser beiden Mehlbestandteile und von ihren Beziehungen zueinander. Menge und Beschaffenheit der Quellstoffe bestimmen die Dosierung des Zugusses bei der Teigbereitung sowie die Merkmale der Teigbeschaffenheit. Ein gutes Backergebnis ist zu erzielen, wenn in jeder Phase des Prozesses der Brotherstellung die viskosen Verhältnisse — ob im Teig oder beim Abbacken — den Triebverhältnissen und den technologischen Gegebenheiten angepaßt sind. Desgleichen muß genügend Stärke in ausreichender Beschaffenheit vorhanden sein, um die von dem Quellstoff geschaffenen Verhältnisse durch Ausbildung eines Krümengerüsts genügender Festigkeit zu stabilisieren. Der Beschaffenheit der Quellstoffe des Roggenmehles lassen sich aus Quellungsdiagrammen, die im Amylographen aufgenommen werden, erkennen. Zur Auswertung der Quellkurven kann die Ausgangsviskosität (A), die Viskosität bei Erreichen einer Temperatur von 42° C (B) und die Viskosität der Suspension nach weiteren 30 Minuten (C) herangezogen werden. Die Höhe der Werte bildet ein Maß für die Abnahme der Viskosität der Teigkolloide unter enzymatischem Einfluß.

H. Stephan, Detmold:

### „Die Aussagekraft von Laborergebnissen über den Verarbeitungswert von Mehl und Schrot“.

Bei der Prüfung der Backeigenschaften von Weizenmehlen stehen Methoden im Vordergrund, die die Klebermenge und -qualität erfassen. Weitere aufschlußreiche Hinweise vermögen die Befunde teigphysikalischer Untersuchungen (Farinogramm, Extensogramm) zu vermitteln. Zur Qualitätsprüfung von Roggenmehlen wird insbesondere der Enzymaktivität nachgegangen. Als Maßstab für die Backfähigkeit gilt in der Regel die Höhe des Amylogramms (Maximum der Stärkeverkleisterung). Um die Aussagefähigkeit der Amylogrammkurve voll auszuschöpfen wird empfohlen, das Amylogramm bis zu 10 Minuten nach Erreichen des Verkleisterungsmaximums aufzuzeichnen und sodann den gesamten Kurvenverlauf auszuwerten. Als Anhalt für die Enzymaktivität dient der Verflüssigungswert, der sich aus der Anfangs-, der Maximum- und der Endtemperatur errechnet. Aufgrund dieser Auswertung ergab sich zu erkennen, daß Amylogrammhöhe und Enzymaktivität nicht immer parallel verlaufen. Infolge anders ablaufender Quellungsvorgänge können sich bei gleicher Amylogrammhöhe stark voneinander abweichende Kurvenformen ergeben, die für die Beurteilung des Verarbeitungswertes von Bedeutung sind. Das aufschlußreichste Bild über den Gebrauchswert eines Mehles vermittelt jedoch der Backversuch. Er kann ausgeführt werden als Kastenbackversuch oder Brötchenbackversuch (Rapid-Mix-Test) für die Prüfung von Weizenmehlen und

\* Wortlaut der Vorträge in „Bäckerei-Technologie 1970“, Granum-Verlag Detmold. Preis 25.— DM.

als Hefe-Backversuch, Säure-Backversuch oder Sauerteig-Backversuch zur Prüfung von Roggenmehlen.

B. Pagenstedt, Villingen:

### „Die Produktionsüberwachung zur Verhütung bzw. Beseitigung von Betriebsfehlern“.

Um Produktionspannen weitgehend vorzubeugen, darf die Überwachung der Produktion industrieller Backbetriebe sich nicht nur auf die üblichen technologisch-backtechnischen Kontrollen des Produktionsablaufes beschränken, sondern sie muß die technische Überwachung, den Reparaturdienst und die regelmäßige Inspektion aller Maschinen und Produktionsanlagen einschließen. Da Brotfehler und deren Behebung auch heute noch zu den größten Problem-Komplexen der Brotproduktion gehören, sollte dem Produktionsleiter gleichfalls ein Labor zur Kontrolle der Qualität der zu verarbeitenden Mehle und Rohstoffe zur Verfügung stehen.

Ing. W. Labude, Hamburg:

### „Regulierung der Luftfeuchte in Bäckereien“.

Beim gegenwärtigen Stand der Technik und der Ertragslage, ist die Vollklimatisierung von Bäckereien recht unrentabel. In einigen Betrieben ist eine Teilklimatisierung z. B. der Bereich der Schnittbrotherstellung und der Verpackung, eingerichtet worden, jedoch liegt das Schwerkraft bei der Keimfreimachung der Luft. Als Zwischenlösung bieten sich Lüftungsanlagen an, aber auch sie sind nicht ohne beträchtliche Kosten zu erwerben und zu betreiben. Es bestehen jedoch in den Betrieben noch viele Möglichkeiten, mit einfachen Mitteln ein Backstubenklima zu schaffen, in dem sich angenehm arbeiten läßt und die Produkte unter ausgeglicheneren Bedingungen hergestellt werden können. So ist insbesondere auf den Einbau ausreichend großer Schwadenhauben mit regulierbarer Zugleistung, die Beseitigung von Fensterstürzen durch Einbau von Zwischendecken, den Einbau einer zusätzlichen Backstubeheizung und die direkte Zufuhr der Frischluft für den Öl- oder Gasbrenner über einen Frischluftkanal hinzuweisen.

B. Lauter, Hannover:

### „Der Einfluß der Knetwirkung auf die maschinelle Verarbeitung und das Gärverhalten von Weizen- und Mischbrotteigen“.

Teige, die maschinell verarbeitet werden sollen, bedürfen ein intensiveres Kneten als es die manuelle Aufarbeitung erfordert. Bei Einsatz der maschinellen Aufarbeitung zur Fertigung von Brötchen sind wärmere Teige erforderlich. Es war nicht zu bestätigen, daß hohe Knetgeschwindigkeiten eine Veränderung der Teigaussbeute bedingen. Eine höhere Knetgeschwindigkeit verbessert allerdings die Dehnbarkeit und vermindert den Dehnwiderstand bei Weizenteigen gegenüber langen Knetzeiten. Die damit verbundene Teigerwärmung ist für die maschinelle Aufarbeitung nur positiv zu bewerten. Die zur Verfügung stehenden Mehlqualitäten sind in der Regel so gut, daß ein Verschneiden nicht erforderlich ist, nur bei gewissen Stö-