

**Robert Szarota**

*Mgr, Wyższa Szkoła Biznesu-National-Louis University w Nowym Sączu,  
Wydział Nauk Społecznych i Informatyki*

## **NIEPARAMETRYCZNA METODA DEA I OBSZARY JEJ ZASTOSOWANIA**

### **Wprowadzenie i zarys metody**

Wprowadzone przez Debreu i Farella pojęcie produktywności w przypadku jednowymiarowym oznacza iloraz wielkości pojedynczego efektu do nakładu. Tak zdefiniowane pojęcie staje się przydatne tylko wtedy, gdy jasno sprecyzowana jest zależność funkcyjna pomiędzy tymi czynnikami, co wielokrotnie czynimy modelując analizę mikroekonomiczną badanego procesu. Zasadnym wydaje się być zatem uogólnienie tego pojęcia na przypadek wielowymiarowy tzn. wielu nakładów i efektów, co dobrze wpisuje się w naturę problemu i jego otoczenia.

Poniżej prezentujemy tak rozumianą efektywność wielowymiarową jako iloraz ważonych efektów do nakładów.

$$\frac{\sum_{i=1}^k \alpha_i * Y_i}{\sum_{j=1}^n \beta_j * X_j}$$

gdzie,  $\alpha_i$  oraz  $\beta_j$  oznaczają wagi dla odpowiednio k efektów

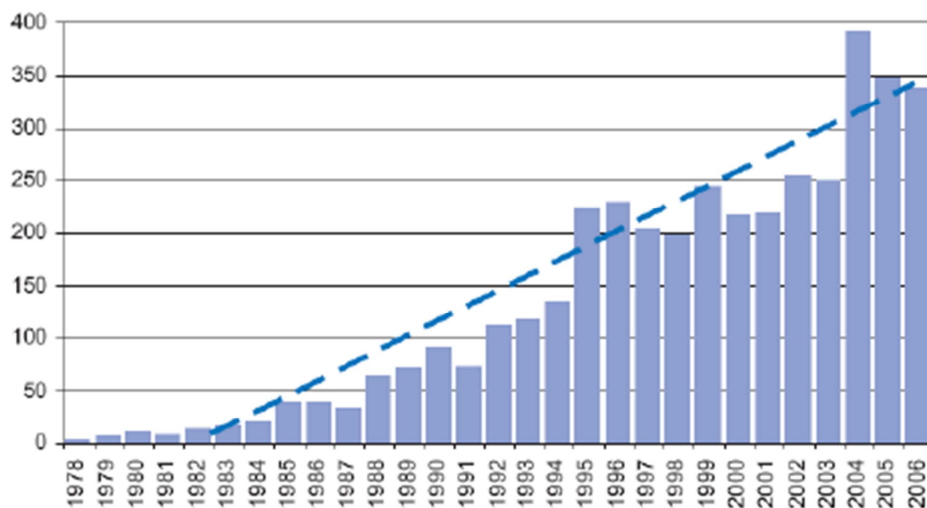
$Y_i$  oraz n nakładów  $X_j$

Taki uogólniony pomiar efektywności był podstawą do stworzenia metody DEA (data envelopment analysis), zapoczątkowanej w roku 1978 przez A. Charnes, W.W. Cooper i E. Rhodes. W metodzie tej nie występuje żaden składnik losowy oraz nie ma potrzeby określenia postaci funkcyjnej pomiędzy czynnikami, co było dużą wadą w przypadku jednowymiarowym. Powstały model CCR (inicjały od nazwisk autorów metody) przy użyciu programowania ilorazowego z rachunku optymalizacyjnego jest w stanie wyznaczyć stosowne wagi maksymalizujące efektywność jednostek DMU (decision making units). Obecnie metoda DEA jako metoda nieparametryczna co jest jej dużym atutem, jest podstawową metodą w analizach badania i poszukiwania jednostek najbardziej efektywnych. W praktyce dysponujemy wieloma pochodnymi modelami klasy DEA, których różni podejście dotyczące orientacji modelu oraz rodzaju efektów działalności. Takie naukowe podejście po mimo drobnych wad, które można ograniczyć, sprawiło że lawinowo w postępie wykładniczym pojawiały się liczne opracowania i artykuły pokazujące różnorodność zastosowań tej metody. Jednostkami decyzyjnymi (DMU's) mogą być jednostki prowadzące usługi, handel, produkcję oraz sektor publiczny, w praktyce wystarczą tylko aby dana jednostka była w stanie przekształcić nakład w efekt

końcowy. Do wielu jednostek, w jakich wykorzystano metodę DEA, zaliczamy szpitale, szkoły, uczelnie, jednostki samorządowe, sądy, spółki komunalne, branże lotniczą, regiony administracyjne, państwa, banki, sektor energetyczny i wiele innych. Dzięki wyraźnemu rozwojowi tej metody pojawiły się również liczne wsparcia informatyczne stricte poświęcone tej metodzie. Umożliwia to pełną i szybką analizę oraz wizualizację dotyczącą obwiedni jednostek i ich efektywności relatywnej. Do najbardziej popularnych zaliczamy DEA\_Solver, DEAP, DEA Frontier.

### Wybrane przykłady zastosowań metody DEA

Popularność metody DEA najlepiej obrazuje ogromny przekrój jej zastosowań do różnych obszarów życia z całego świata oraz liczba artykułów naukowych z jej wykorzystaniem. Poniżej tempo wzrostu liczby artykułów w czasopismach recenzowanych z wykorzystaniem DEA, na podstawie [7].



**Rysunek 1. Tempo wzrostu liczby artykułów w czasopismach recenzowanych z wykorzystaniem DEA**

Metoda DEA wykorzystywana jest jako metoda badawcza oraz jako metoda decyzyjna w różnych organizacjach i firmach wielu sektorów. Metodę DEA do badania efektywności funkcjonowania uczelni wyższych stosowali, Jones (2006), Afonso i Santos (2005), Kao i Hung (2006), Pasewicz i Świtłyk (2009). W służbie zdrowia i szpitalach metoda DEA opisywana była min. przez Nazarko (2008). Efektywność kosztowa bibliotek z zastosowaniem DEA prezentowana jest w opracowaniu Pasewicz i Świtłyk (2010). Czarnecki, Szarota i Woźniak zastosowali ją do analizy efektywności regionów (2010) oraz gmin (2015). Wykorzystano ją również do badania efektywności chińskich miast jak i spójności obszarów w Grecji. Pojawiły się również opracowania dotyczące współzawodnictwa pomiędzy uniwersytetami i szkołami w Anglii oraz Australii i Chile. W celu zbadania jakości życia w najbogatszych 20

miastach świata magazynu Fortune również wykorzystana została ta metoda. W Chicago metodę tę wykorzystano do badania efektywności pracy policji oraz transportu publicznego, a w Turcji transportu lotniczego.

## Zakończenie

Zauważalny jest bardzo duży odsetek zastosowań praktycznych metody DEA. Wynika to głównie z niemożności zastosowania wielu modeli ekonometrycznych, statystycznych i stochastycznych, a to z racji wymogów stawianym tym metodom oraz braku spełnienia założeń. Dla naukowców z kolei DEA jest bardzo ważnym narzędziem do prowadzenia badań naukowych, często jedynym możliwym do wykorzystania. Znaczący rozwój i wzrost zainteresowania metodą DEA jest więc nieunikniony.

## Spis literatury

- [1] Abbott, M. & Doucouliagos, C. (2003). The Efficiency of Australian Universities: a Data Envelopment Analysis. *Economics of Education Review*, Vol. 22, 89-97.
- [2] Al-Tamimi, H. A. H. & Al-Amiri A. (2003). Analyzing Service Quality in the UAE Islamic Banks. *Journal of Financial Services Marketing* (2): 119-132.
- [3] Charnes, A., Cooper, W.W. & Rhodes, E.L. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, pp. 429–444.
- [4] Czarnecki, P., Szarota, R., & Woźniak, D. (2010). Measuring the Relative Efficiency of Economic Sectors: Advices for Policy Makers in Poland.
- [5] Czarnecki, P., Szarota, R., & Woźniak, D. (2015). The Study of the Relative Efficiency of Selected Commune Offices Located in Nowy Sacz, Limanowa and Gorlice Poviats.
- [6] Cook, W.D. & Seiford, L.M. (2009). Data envelopment analysis (DEA) – Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192, s. 1–17.
- [7] Emrouznejad, A., Parker B.R., & Tavares G. (2008). *Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the 30 years of scholarly literature in DEA*, Socio-Economic Planning Sciences, 42, s. 151–157.
- [8] Guzik, B. (2009). *Podstawowe modele DEA w badaniu efektywności gospodarczej i społecznej*, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Poznań.
- [9] Johnes, J. (2006). Data Envelopment Analysis and its Application to the Measurement of Efficiency in Higher Education. *Economics of Education Review*, vol. 25, 273-288,
- [10] Nazarko, J., Komuda, M., Kuźmicz, K., Szubzda, E. & Urban, J. (2008). Metoda DEA w badaniu efektywności instytucji sektora publicznego na przykładzie szkół wyższych. *Badania Operacyjne i Decyzje*, Nr 4.

- [12] Pasewicz, W., Świtłyk, M. (2010). Zastosowanie DEA do oceny efektywności technicznej działalności dydaktycznej uczelni publicznych w 2005 roku. *Folia Pomeranae Universitatis Technologiae Stetinensis, Oeconomica* 280 (59).
- [13] Rogowski, G. (1996). Analiza i ocena działalności banków z wykorzystaniem metody DEA. *Bank i Kredyt*, 8, NBP, Warszawa.
- [14] Sathye, M. (2003). Efficiency of Banks in a Developing Economy: the Case of India. *European Journal of Operational Research*, 148 (3): 662-71.
- [15] Seiford, L.M., Thrall, R.M. (1990). Recent developments in DEA: the mathematical programming approach to frontier analysis. *Journal of Econometrics*, 46.