

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS**

**PROYECTO DE GRADO**

**HERRAMIENTA PARA LA MEDICIÓN DE LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS  
SENO Y COSENO**

**MAURICIO GIL PINEDA**

**DIRECTOR: CARLOS ALBERTO RODRÍGUEZ VARELA**

**05 DICIEMBRE DE 2017**

## **INDICE DE CONTENIDO**

### **1. INTRODUCCION**

### **2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACION**

### **3. OBJETIVO**

**3.1 Objetivo General**

**3.2 Objetivos Específicos**

### **4. MARCO TEORICO**

**4.1 Definición de Trigonometría**

**4.2 Historia**

**4.3 Herramienta Didáctica**

## **1. INTRODUCCIÓN**

La geometría como una rama de las matemáticas necesita para el aprendizaje de sus conceptos una base sólida en su fundamentación teórica, lo cual permite que el docente genere en los estudiantes motivación e interés por esta asignatura. En este sentido, una estrategia didáctica es una herramienta efectiva que permite que el estudiante se enfrente al aprendizaje de la geometría relacionando la teoría con la práctica, la cual es el trabajo experimental. La observación permite analizar el comportamiento de graficas propias de un triángulo, pero se pueden incluir sus características que infieren en respuestas básicas. Con la ayuda de esta herramienta se estudian las proyecciones de los lados del triángulo de una manera más detallada, aislando aquellos factores que pueden mostrar un desinterés sobre el manejo y análisis de esta herramienta. El presente trabajo pretende desarrollar una herramienta que permita a los estudiantes de geometría, tener una mejor idea sobre lo que es realmente las relaciones trigonométricas seno y coseno, donde se llevara a cabo actividades pertinentes para el buen uso de la herramienta didáctica.

Crear una herramienta didáctica que permiten a los estudiantes llevar a cabo la asimilación de temas geométricos por medio de la interacción que comprueban los diversos aprendizajes de la matemática en lo que se refiere a la trigonometría.

La práctica didáctica permitirá el buen desarrollo y la funcionalidad de esta herramienta de tal manera que el estudiante salga de un método empírico y que llegue a resultados con mas precisión e interpretación en su análisis.

- **Fundamentar un plan indispensable en el área de matemáticas para la asignatura de geometría en el análisis e interpretación correcta de las relaciones trigonométricas seno y coseno.**

## **2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN**

La necesidad de comprobar o demostrar los resultados en una estructura geométrica para la naturaleza del entendimiento de un estudiante, es necesario que el aprendiz identifique y comprenda a fondo el tema a estudiar.

El esquema básico del triángulo que muestra las relaciones trigonométricas seno y coseno es muy estático, la misma grafica de siempre del triángulo en un tablero no permite que el estudiante profundice más de la terminología trivial de lado opuesto sobre hipotenusa para el seno o lado adyacente sobre hipotenusa para el coseno, esta grafica debe ir mas allá de una interacción dinámica donde el estudiante y el docente usen una herramienta que incentive el aprendizaje y las aplicaciones del mismo puedan transversalizar en otras áreas

El ser más interactivo, más didáctico permite que el estudiante tenga un conocimiento más claro con respecto a la utilización e interpretación de estas relaciones trigonométricas seno y coseno.

Al realizar un proceso de medida, los estudiantes deben analizar y comparar los patrones de longitud y que los instrumentos deben tener las condiciones necesarias para realizar el trabajo, por eso se debe conocer las condiciones iniciales de la herramienta para trabajar y así poder aplicar un fundamento teórico.

El poder utilizar herramientas didácticas, permite desarrollar el pensamiento donde se aclaren dudas y el dominio de lo que se está analizando sea bastante claro al momento de dar sus aplicaciones en otras áreas.

Es por eso que la propuesta de este trabajo busca aclarar las dudas respecto a las relaciones trigonométricas seno y coseno, donde se responder preguntas como:

- ¿Qué es la relación seno y coseno cómo se comportan sus ángulos para un ángulo alfa?
- ¿Cuál es el verdadero significado de las relaciones trigonométricas seno y coseno?
- ¿Para qué sirven estas relaciones trigonométricas?
- ¿Cómo se utiliza la herramienta que permite medir dichas relaciones trigonométricas?
- ¿Cuál es su finalidad en la geometría?
- ¿Qué moderaciones se deben tener en cuenta al medir?
- ¿Qué temas de la geometría se ven en esta práctica?

**Para estas preguntas, es necesario emplear una metodología donde surja la necesidad que lleve al estudiante a practicar en un proceso experimental con la herramienta didáctica, donde los resultados sean los más comprensibles.**

**Es de vital importancia que los estudiantes vean el proceso como parte de un aprendizaje hereditario, es decir que lo puedan transmitir a otros estudiantes donde se vuelvan parte del proceso de la enseñanza y el aprendizaje; siempre y cuando se involucren la observación, el análisis, el desarrollo de actividades y la participación de todo un grupo de estudiantes.**

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

- **Crear un instrumento que nos permita una mejor comprensión de la medida, donde el estudiante interactúe con las proyecciones de las relaciones trigonométricas seno y coseno.**
- **Desarrollar actividades con las cuales los estudiantes puedan asociar las mediaciones y sean aplicadas a la vida cotidiana.**
- **Diseñar una guía que sirva de herramienta para el proceso aplicativo y didáctico; donde se evidencie los resultados y el análisis de las prácticas.**

#### **3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- **Realizar un registro que permita ver los niveles de conocimiento interpretativo y de componente geométrico al inicio de cada práctica.**
- **Realizar pruebas interpretativas en problemas aplicativos a al uso del triángulo y su relación con las relaciones seno y coseno.**
- **Realizar diagnósticos periódicos que permitan localizar los principales problemas de conceptos, interpretación, solución y orientación en las relaciones seno y coseno para lo cual se podría apreciar los problemas de la vida cotidiana.**
- **Filtrar el direccionamiento a la transversalización con otras asignaturas.**
- **Presentar un informe con las posibles soluciones indicadas para problemas encontrados en la asignatura o en la transversalización.**
- **Explicar las normas de uso de la herramienta didáctica con el fin de que obtengan**

## **4. MARCO TEORICO**

### **4.1 Definición**

La palabra trigonometría proviene del griego “trígonos” que significa triángulo y “metros” que significa medida, es decir “medida del triángulo”

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo.

La trigonometría se presenta en dos aspectos muy importantes

- a) La Trigonometría Esférica: La cual estudia los triángulos que forman parte de la superficie esférica o en tres D (3D).
- b) La trigonometría Plana: Estudia los triángulos contenidos en un plano bidimensional.

La trigonometría permite solucionar problemas o situaciones de la vida cotidiana, como calculo de distancias, proyecciones de sombras, ángulos y áreas.

### **4.2 Historia**

Desde la antigüedad se uso en la astronomía, la construcción de las pirámides de Egipto, la navegación y la geografía, donde su principal característica fue la de poder medir o calcular grandes distancias.

La trigonometría también esta asociada a la

- Física,
- Ingeniería civil
- Ondas
- Electrónica
- Acústica
- Sismología
- Meteorología
- Oceanografía
- Economía
- Cartografía
- Topografía
- Ingeniería mecánica
- Navegación aérea, marítima y terrestre
- Los GPS.
- La Medicina
- Las Telecomunicaciones.
- La Arquitectura

Desde nuestros antepasados las matemáticas ha evolucionado, pasando de una cultura a otra, los grandes matemáticos, físicos entre otros trabajaron para darle un mejor desarrollo e interpretación a los procedimientos y resultados.

Formar a los estudiantes actuales en aspectos históricos favorecería el proceso crítico en los problemas que los rodean; pero esto depende en gran parte del maestro, quien es el guía de los procesos y los objetivos que pretende lograr con el estudiante.

Hacer un enfoque que permita crear la necesidad del estudiante en estudiar la historia de las matemáticas, recorrer en el tiempo, cuales fueron los conflictos políticos y sociales que tuvieron que vivir los grandes pensadores en la matemática según su época.

La trigonometría es nuestro punto de estudio en especial las relaciones Seno y Coseno, aquí algunos pueblos que la aplicaron en la historia

#### **A. Egipto – Babilonia**

Usaban los ángulos y los lados del triángulo para la agricultura en especial en las inundaciones que sufrían por el río Nilo, y la construcción de las pirámides, sin dejar a un lado el uso a la astronomía lo cual los ayudo a realizar cálculos para sus propios calendarios, con lo que predecían el tiempo de la posición de varias estrellas y las rutas de navegación.

En la actualidad se usa el sistema sexagesimal de los egipcios que utilizaron la medida de grados, minutos y segundos.

#### **B. Grecia**

El señor Hiparco de Nicea en el II AC, le dio un importante avance a la trigonometría con la construcción de sus tablas de “cuerdas” y donde gracias a estas se trabajan las relaciones trigonométricas en la actualidad.

La tabla del Seno y el Coseno las pudo diseñar recorriendo una circunferencia desde  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$  y apuntaba las longitudes de las cuerdas limitadas por las líneas del ángulo central.

El ALMAGESTO de Tolomeo fue un libro de gran importancia en el desarrollo de la astronomía, en este libro dio bases para calcular lados o ángulos desconocidos para un triángulo. Tolomeo también planteo el teorema de Menelao para triángulos esféricos.



### **C. Arabia**

Los árabes tomando las bases de trigonometría de Grecia, trabajaron la función Seno, lo cual fue de gran importancia, pues a partir de esta relación pudieron llegar a las otras relaciones.

Ellos dieron el valor de radio 1, lo cual los llevo a dar valores de la trigonometría actual.

### **D. En Occidente**

La trigonometría llega entre el siglo XII y XIII por medio de las traducciones de los libros de Arabia. El astrónomo alemán Johann Müller trabajo en su libro "Triangulis".

El alemán Georege Joachim, formulo un nuevo concepto de función trigonométrica usando las proporciones entre líneas.

### **E. Tiempos Modernos**

John Napier introdujo los logaritmos, las reglas para triángulos esféricos.

Newton aporto el cálculo diferencial e integral

Leonhard Euler estableció la trigonometría moderna usando los números complejos.

### **4.3 Herramienta Didáctica**

En la actualidad hay estudiantes activos y no activos en lo relacionado al manejo de software educativos o avances tecnológicos, el proceso del aprendizaje de los estudiantes se ve marcado en la conducta con que el maestro dirige la clase y que recursos didácticos utiliza para motivar el aprendizaje, donde los software han marcado una pauta no muy activa debido a que hay maestros que solo se limitan al manejo del tablero y dejan a un lado la idea de las TIC.

La enseñanza de hoy día es mas competitiva donde las demostraciones marcan un punto aparte entre lo teórico a lo practico; cada aprendizaje debe ser significativo para el estudiante, es decir que el estudiante cree o diseñe propuestas de su propio conocimiento, lo cual seria una ayuda pedagógica que la permita construir sus propias ideas y de igual forma las domine para el resto de su vida.

El uso de herramientas didácticas para la enseñanza de la trigonometría está diseñado en software como Cabri – Geogebra entre otros. Pero todo esta basado en recursos informáticos, que ayudan al estudiante a ver de forma más dinámica el comportamiento de una función.

La idea de diseñar una herramienta didáctica que el estudiante pueda manipular es profundizar en la construcción del aprendizaje y donde se le puede dar un verdadero significado tanto para el maestro como para futuras generaciones en lo relacionado a la geometría, trigonometría y la misma matemática en general.

La necesidad de diseñar esta herramienta didáctica para ver el verdadero valor y significado numérico de las relaciones trigonométricas Seno y Coseno, parten de la idea que el estudiante solo maneja el concepto de que el Seno es igual al cateto opuesto partido la hipotenusa y esto arroja un valor que el mismo estudiante no sabe donde esta ubicado en un triangulo y pocos profesores dan el espacio de explicarlo o en tal caso que ni ellos mismos saben, pues se cerraron en el concepto mas nunca lo demostraron o se los demostraron, para tal condición podríamos decir que todo se vuelve una cadena donde el aprendizaje se da en relación a lo aprendido y no a lo demostrado; lo mismo seria para la aplicación de la función Coseno, Tangente y sus funciones reciprocas.

**El uso de esta herramienta didáctica es operar la geometría, y la trigonometría en una idea creativa para el estudiante donde ofrezca varios objetivos o metas para si mismo y en como profundizar la interpretación del trabajo que esta realizando.**

**A partir de este proceso el estudiante podrá calcular las relaciones Seno y Coseno sin uso de la calculadora en una circunferencia unitaria, pues la idea de la calculadora seria para verificar que sus cálculos de manera visual están bien hechos o en tal caso que obtenga un valor muy aproximado.**

**Manipular las cosas y en especial esta herramienta, permite un razonamiento matemático donde cada estudiante podrá avanzar en el desarrollo de la trigonometría de una forma más real y dinámica y como ya lo dije antes es llevar al estudiante al aprendizaje significativo. La libertad de manipulación de esta herramienta es libre donde el estudiante podrá ir indagando, o añadiendo nuevas rutas que le permitan construir su propio concepto.**

**Muchas herramientas presentan una serie de requisitos o de conocimientos avanzados para su manipulación, nuestra herramienta solo necesita de unos conocimientos muy básicos para ser conducido y esta misma, permite hallar errores de forma directa.**

**Diríamos que el uso repetitivo o frecuente permitirá**

- 1. Usar menos la calculadora.**
- 2. Comprender mejor la relación entre líneas y ángulos de un triángulo rectángulo.**
- 3. Que el docente se salga de la rutina del tablero y dinamice más su clase de trigonometría, presentando mejor los conceptos y los procedimientos queden abiertos para el estudiante como para el mismo docente.**

**Sabemos que la variedad de software existente en el mercado de la Internet son muchos que muestran de manera visual y dinámica el comportamiento de muchas funciones, pero manipular una herramienta lleva al estudiante a ver el comportamiento de forma mucho más directa.**

**“Uno de los objetivos de la enseñanza de la geometría y la trigonometría es favorecer el pensamiento visual, pero no en opción del pensamiento analítico, sino integrando ambos en un plan de colaboración para obtener una simbiosis que, de forma global, favorezca el desarrollo del pensamiento matemático”**

**(Ibáñez, M. Y Ortega, T, 1998)**

## CONCLUSIONES

- **Mejorar la interacción de los estudiantes entendiendo los conceptos.**
- **Los conceptos y los procedimientos son más abiertos tanto para el estudiante como para el mismo docente.**
- **El diseño de la herramienta didáctica es muy dinámica, es decir se puede construir a diferentes escalas.**
- **Manipular esta herramienta lleva al estudiante a ver el comportamiento de la relación Seno y Coseno más directa.**
  - **Diríamos que el uso repetitivo o frecuente permitirá :**
    - ✓ **Favorecer el pensamiento visual, para fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático”**
    - ✓ **Usar menos la calculadora.**
    - ✓ **Que el docente se salga de la rutina del tablero y dinamice más su clase.**