

Mastro Articulado para Aplicações Espaciais - estudo cinemático e físico.

Roberto Carlos da Silva Estêvão

Dissertação de Mestrado

Orientador na FEUP: Prof. Francisco Pires.

Orientador na HPS: Eng. Osmano Morais.



Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Junho 2015

Dedicado à tia Bernardina e ao tio Marcos;

*Dedicado aos meus pais,
pelos princípios que me transmitiram
durante a infância, fazem de mim, o homem que hoje sou.*

*Ao meu irmão, pelo apoio, por acreditar em mim,
por estar sempre presente.*

À virgem de Fátima, por me acompanhar nos meus estudos.

Agradecimentos

A execução deste trabalho não seria possível sem o apoio do Eng. Osmano Morais, da *High Performance Structures, Gestão e Engenharia LDA*; que me orientou, ajudou e encorajou a trabalhar de forma independente. A ele agradeço o tempo dispendido para as reuniões semanais e a paciência durante as várias fases do trabalho.

Quero agradecer também ao Prof. Francisco Pires que, como orientador da FEUP, mostrou-se sempre interessado no desenvolvimento do trabalho, apoiando-me no esclarecimento de dúvidas de teor académico, que durante o trabalho surgiram.

Quero ainda agradecer à Carla Monteiro, pelo espaço de trabalho disponibilizado. Para mim, foi importante esta oportunidade de desenvolver um estudo em ambiente empresarial com uma aplicação do meu interesse, por isso, agradeço à direção da *High Performance Structures, Gestão e Engenharia LDA*, por esta oportunidade. Ainda, à direção da FEUP por garantir formação de qualidade.

Resumo

O presente trabalho pretende expor o funcionamento de uma estrutura espacial do tipo mastro articulado. O interesse em estudar este tipo de estrutura surge devido à boa precisão de posicionamento, elevado comprimento e ainda, reduzido peso relativamente ao comprimento da estrutura. A sua utilização é frequente quando se requer estabilidade de posição (tolerância de poucos *mm*) e reduzido volume de armazenamento.

Estuda-se a cinemática, isto é, as relações geométricas de movimento, e a dinâmica, que corresponde à análise das grandezas físicas (forças e binários) associadas ao sistema em movimento, neste caso, o sistema é um módulo da estrutura. Inicia-se a análise de um módulo sem o sistema de cabos, seguindo depois, um estudo análogo para o módulo incluindo o sistema de cabos. Decidiu-se incluir uma secção para revisão dos conceitos cinemáticos úteis para este trabalho (secção 7).

O estudo consistiu na determinação de equações de movimento analiticamente, recorrendo ao Teorema dos Trabalhos Virtuais, com implementação através do *MATLAB*. A validação desta análise foi realizada com recurso ao software de análise cinemática *MSC-ADAMS*. Como simplificação, foi imposto movimento angular na armação superior.

Realizou-se ainda uma comparação de dois módulos específicos da estrutura, o módulo ligado à carga e o módulo ligado à nave espacial.

Abstract

Following, the study of a space deployable structure, more specifically, a deployable mast is proposed. Good accuracy, low weight and high length make this an interesting space structure to study. It is frequently used when position stability and low volume is required.

Kinematic and dynamic analysis of a structure's module (without cable system) is accomplished, following a similar analysis for a module and its cable system. Before starting kinematic analysis a review of kinematic concepts, useful during this study, is proposed in section 7.

In this study, the equations of motion were graphically represented in *MATLAB*, using the Theorem of Virtual Work. This analysis was validated by a kinematic analysis software, *MSC-ADAMS*. As simplification, an angular displacement is imposed.

A review of two specific modules is shown, one, the module connected to structure's payload, second, module connected to its spacecraft. This let us to arrive to interesting conclusions that validate the study proposed.

Índice.

Índice de Figuras.	viii
Índice de tabelas.	xi
Simbologia e notação.	xii
1. Introdução.	14
Revisão Bibliográfica.	15
2. Estruturas espaciais.	15
2.1. Classificação de estruturas espaciais.	15
2.2. Mastro Articulado.	25
2.2.1. Elementos e Nomenclatura.	27
2.2.2. Movimento de um módulo.	29
2.3. Comparação de estruturas desdobráveis.	31
2.3.1. Comparação quanto à rigidez.	31
2.3.2. Comparação de estruturas desdobráveis em função do comprimento.	32
3. Materiais.	34
4. Rigidez de mastros articulados.	36
5. Fatores que Influenciam a abertura da estrutura.	37
5.1. Atrito nas juntas de ligação.	38
5.2. Pré-tensão do sistema de cabos.	41
5.3. Mecanismo de bloqueio – <i>Latch</i>	43
5.4. Conclusão dos fatores que Influenciam a abertura da estrutura.	47
6. Fatores que afetam as frequências naturais.	48
Análise Cinemática.	49
7. Revisão de conceitos cinemáticos.	49
7.1. Matriz transformação.	49
7.2. Teorema das derivadas.	50
7.3. Equações de <i>Mozzi</i>	51
8. Cinemática do módulo.	52
8.1. Relações geométricas e cinemáticas.	52
8.2. Campo de velocidades.	58
8.3. Campo de acelerações.	61
9. Equação de movimento.	62
9.1. Determinação de ∂GAS	63
9.2. Determinação de ∂GJ	63
9.3. Determinação de $\partial GI S0$	63

9.5.	Determinação da quantidade de aceleração da Armação Superior QAS	64
9.6.	Determinação da quantidade de aceleração dos <i>longeron</i> Ql	64
9.7.	Determinação da quantidade de aceleração das Juntas de ligação QJ	64
9.8.	Determinação do momento dinâmico $KGAS$	65
9.9.	Determinação do momento dinâmico KGl	65
10.	Comparação de resultados.....	68
10.1.	Cálculos Preliminares.	68
10.2.	Cinemática.....	71
10.3.	Equação de movimento - Módulo.....	75
10.4.	Sistema de cabos; Pré-tensão.	76
10.4.1.	Determinação de h a partir do qual ocorre tração dos cabos.	76
10.4.2.	Equação de movimento – Módulo + Cabos.	88
10.4.3.	Conclusões do sistema de cabos.....	90
10.4.4.	Sistema de cabos, análise considerando uma Estrutura.....	91
11.	Sumário de Simplificações admitidas.....	98
12.	Conclusão final.	99
	Referências.....	100

Índice de Figuras.

FIGURA 1 - JUNTA DE LIGAÇÃO DESDOBRÁVEL PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS (PELISCHECK 1984).	15
FIGURA 2 - BANCO DESDOBRÁVEL, APOLLO (PAINE 1971).	15
FIGURA 3 - RADIADOR DESDOBRÁVEL (SEBATA 2006).	15
FIGURA 4 – ECHO I, PRIMEIRA ESTRUTURA DESDOBRÁVEL DESENVOLVIDA PELA NASA (T. MURPHEY ,2008).	17
FIGURA 5 - STEM (T. MURPHEY ,2008).	17
FIGURA 6 - STEM, INTERIOR (T. MURPHEY ,2008).	17
FIGURA 7 - BI-STEM (T. MURPHEY ,2008).	18
FIGURA 8 - BI-STEM, INTERIOR (T. MURPHEY ,2008).	18
FIGURA 9 - MASTRO COILABLE DURANTE A ABERTURA E TOTALMENTE ABERTO (THOMAS W. MURPHEY E CHRISTOPHER H. M. JENKINS, 2006).	18
FIGURA 10 - MASTRO COILABLE (T. MURPHEY ,2008).	18
FIGURA 11 - JPL/L'GARDE ANTENA INSUFLÁVEL.....	18
FIGURA 12 - MASTRO ARTICULADO - ADAM (T. MURPHEY ,2008).	19
FIGURA 13 - BRAÇO ARTICULADO, CANADARM2 (CBCNEWS S.D.).	20
FIGURA 14 - ESTRUTURA TELESCÓPICA (INFLATABLE SUNSHIELD IN SPACE - ISIS) (L. PUIG ET AL, 2010).	21
FIGURA 15 - ANTENA COM ESTRUTURA DESDOBRÁVEL “DOUBLE LAYER GRID” (GÖKHAN KIPER E ERES SÖYLEMEZ, 2009). ..	21
FIGURA 16 - PAINEL SOLAR FECHADO (T. MURPHEY ,2008).	22
FIGURA 17 - ABERTURA DE PAINEL SOLAR, UTILIZANDO "SINGLE LAYER GRID" (T. MURPHEY ,2008).	22
FIGURA 18 - ESTRUTURA DE SISTEMA CONTÍNUO, PARA ANTENA (YAN XU ET AL, 2012).	22
FIGURA 19 - ANTENA DA ESTRUTURA MOSTRADA NA FIGURA ANTERIOR (YAN XU ET AL, 2012).	22
FIGURA 20 - ESTRUTURA TENSEGRITY (TIBERT 2002).	23
FIGURA 21 - LIGAÇÕES DOS ELEMENTOS DE UMA ESTRUTURA TENSEGRITY (TIBERT 2002).	23
FIGURA 22 - ESTRUTURA TENSEGRITY FECHADA, VISTA SUPERIOR (TIBERT 2002).	23
FIGURA 23 - ESTRUTURA TENSEGRITY FECHADA, VISTA LATERAL (TIBERT 2002).	23
FIGURA 24 - IMAGEM DA ESTRUTURA ADAM MAST, EM ÓRBITA, TOTALMENTE ABERTA (JET PROPULSION LABORATORY-NASA S.D.).	25
FIGURA 25 - FUNCIONAMENTO, EM ÓRBITA, DA ESTRUTURA ADAM MAST (JET PROPULSION LABORATORY-NASA S.D.). ...	26
FIGURA 26 - MASTRO DA MISSÃO NUSTAR, COMPLETAMENTE ABERTO (NUSTAR S.D.).	26
FIGURA 27 - ELEMENTOS CONSTITUINTES DE UM MASTRO ARTICULADO (STOHLMAN 2011).	27
FIGURA 28 - FACE DO MÓDULO (STOHLMAN 2011).	27
FIGURA 29 - ESFERA DO LONGERON E JUNTA DE LIGAÇÃO (STOHLMAN 2011).	28
FIGURA 30 - FACE E MECANISMO DE BLOQUEIO (STOHLMAN 2011).	28
FIGURA 31 – MASTRO ARTICULADO DO PROGRAMA WSOA (STOHLMAN 2011).	28
FIGURA 32 - ABERTURA DE UM MÓDULO (OLIVER R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2010).	29
FIGURA 33 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS FREQUENTEMENTE USADOS EM DEPLOYABLE STRUCTURES (THOMAS W. MURPHEY, 2009).	35

FIGURA 34 - IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS PARA A RIGIDEZ (THOMAS W. MURPHEY E CHRISTOPHER H. M. JENKINS, 2006).....	36
FIGURA 35 - ESTRUTURA COM DOIS MÓDULOS E 4 LONGERONS (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).	37
FIGURA 36 - MEDIÇÃO DE DESLOCAMENTOS E FORÇA DE SOLICITAÇÃO (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).	38
FIGURA 37 – MODELO TEÓRICO POR MEF E RESULTADO EXPERIMENTAL DO COEFICIENTE DE ATRITO (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).....	39
FIGURA 38 – DISPERSÃO DE VALORES DE COEFICIENTE DE ATRITO (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).	40
FIGURA 39 - EFEITO DO ATRITO NO MECANISMO LATCH, SOBRE A HISTERESE EXISTENTE NA ESTRUTURA (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).....	41
FIGURA 40 - EFEITO DO PRÉ-CARREGAMENTO DOS CABOS DE LIGAÇÃO, SOBRE O DESLOCAMENTO DA ESTRUTURA (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).....	42
FIGURA 41 - COMPORTAMENTO CARGA VS DESLOCAMENTO QUANTO À DISPERSÃO DE VALORES DE PRÉ-TENSÃO (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).....	43
FIGURA 42 - MODELO DO MECANISMO DE BLOQUEIO (OLIVER R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2010).	43
FIGURA 43 – MOVIMENTO DA ESFERA DO MECANISMO DE BLOQUEIO (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).....	44
FIGURA 44 - COMPORTAMENTO DO MECANISMO DE BLOQUEIO (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).....	45
FIGURA 45 – CURVAS CARGA VS DESCOLAMENTO PARA OS DADOS DO MECANISMO DE BLOQUEIO (O. R. STOHLMAN E S. PELLEGRINO, 2011).....	46
FIGURA 46 - FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL VS EXTENSÃO DE ESTRUTURA (H. GUO ET AL, 2011).	48
FIGURA 47 - FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL VS MASSA TRANSPORTADA (H. GUO ET AL, 2011).	48
FIGURA 48 - SISTEMA DE EIXOS SA E SB	49
FIGURA 49 – PROJEÇÃO DO VETOR yA SOBRE SB	49
FIGURA 50 - PROJEÇÃO DO VETOR ZA SOBRE SB	49
FIGURA 51 -VISTA SUPERIOR DE UM MÓDULO DO MASTRO, NA POSIÇÃO DE ARMAZENAMENTO.	52
FIGURA 52 - VISTA SUPERIOR DE UM MÓDULO DO MASTRO, IDENTIFICAÇÃO DO PARÂMETRO φ	53
FIGURA 53 - VISTA EM PERSPECTIVA DE UM LONGERON, IDENTIFICAÇÃO DE α	53
FIGURA 54 - VISTA EM PERSPECTIVA DA ABERTURA DE UM MÓDULO, IDENTIFICAÇÃO DE H.	54
FIGURA 55 - VISTA SUPERIOR DE UM MÓDULO.	55
FIGURA 56 - VISTA SUPERIOR DE UM MÓDULO, RELAÇÃO R E COMPRIMENTO DO BATTEN.....	55
FIGURA 57 - VISTA EM PERSPECTIVA DE UM MÓDULO, IDENTIFICAÇÃO DE REFERENCIAIS.	59
FIGURA 58 -VISTA SUPERIOR DE UM MÓDULO FECHADO.	69
FIGURA 59 - VISTA ISOMÉTRICA DO MÓDULO FECHADO.	70
FIGURA 60 - APROXIMAÇÃO NA ZONA INDICADA NA FIGURA ANTERIOR.....	70
FIGURA 61 - RELAÇÃO DO ÂNGULO θ COM O TEMPO.	71
FIGURA 62 - RELAÇÃO DA POSIÇÃO DO CENTRO DE MASSA DA ARMAÇÃO SUPERIOR (H), COM O TEMPO.	72
FIGURA 63 - REPRESENTAÇÃO DA VELOCIDADE DE TRANSLAÇÃO DO CENTRO DE MASSA DA ARMAÇÃO SUPERIOR, h	72
FIGURA 64 - REPRESENTAÇÃO DA ACELERAÇÃO DE TRANSLAÇÃO DO CENTRO DE MASSA DA ARMAÇÃO SUPERIOR, h	73
FIGURA 65 - RELAÇÃO H - θ	74

FIGURA 66 – APROXIMAÇÃO DE VISUALIZAÇÃO (ZOOM) DA ACELERAÇÃO DO CENTRO DE MASSA DA ARMAÇÃO SUPERIOR. ...	75
FIGURA 67 - VISTA ISOMÉTRICA DO MÓDULO COM CABOS.....	76
FIGURA 68 -AÇÃO DOS CABOS SOBRE AS ARMAÇÕES.	77
FIGURA 69 - PERFIL DA ROLDANA.	78
FIGURA 70 - PARÂMETROS DO SISTEMA DE CABOS.	78
FIGURA 71 - ÂNGULO Γ	79
FIGURA 72 - DISTÂNCIA ENTRE AS ROLDANAS.....	79
FIGURA 73 - FORÇA NO LONGERON.	80
FIGURA 74 - CABO INFERIOR DA ESTRUTURA.....	81
FIGURA 75 - VISTA EM PERSPECTIVA DO MÓDULO, PARA IDENTIFICAÇÃO DE ÂNCORAS.	83
FIGURA 76 - VISTA SUPERIOR DO MÓDULO, A PARTIR DO INSTANTE EM QUE SE INICIA A TRAÇÃO DOS CABOS.	84
FIGURA 77 - INÍCIO DE TRAÇÃO DOS CABOS.	84
FIGURA 78 - VETORES DA CINEMÁTICA DO CABO SUPERIOR.....	85
FIGURA 79 – BINÁRIO APLICADO PARA ABERTURA DO MÓDULO, DURANTE A TRAÇÃO DOS CABOS.....	89
FIGURA 80 - MÓDULO DA EXTREMIDADE DO MASTRO OU “MÓDULO+CARGA”, COM CARGA DE EQUIPAMENTO DE 1TON, VISTA LATERAL.	92
FIGURA 81 - MÓDULO DA EXTREMIDADE DO MASTRO, VISTA EM PERSPETIVA.	92
FIGURA 82 – MÓDULO DA BASE DO MASTRO OU “MÓDULO+ESTRT+CARGA”, VISTA LATERAL.....	92
FIGURA 83 - MÓDULO DA BASE DO MASTRO, VISTA EM PERSPETIVA.	92
FIGURA 84 – BINÁRIO APLICADO PARA ABERTURA DO MÓDULO.....	93
FIGURA 85 – APROXIMAÇÃO DE VISUALIZAÇÃO (ZOOM) PARA OS INSTANTES INICIAIS DA APLICAÇÃO DE TORQUE.	93
FIGURA 86 - APROXIMAÇÃO DE VISUALIZAÇÃO (ZOOM), SEMELHANTE À FIGURA ANTERIOR, AGORA NOTANDO A DIFERENÇA O MÓDULO EXTREMO E O DE BASE.....	94
FIGURA 87 – RELAÇÃO DO DESLOCAMENTO ANGULAR θ COM O TEMPO, CONSIDERANDO ABERTURA DO MÓDULO.	95
FIGURA 88 - BINÁRIO APLICADO DURANTE O FECHO E ABERTURA DE UM MÓDULO, CONSIDERANDO APENAS O INTERVALO DE TEMPO EM QUE OCORRE A DEFORMAÇÃO DOS CABOS.	96
FIGURA 89 – APROXIMAÇÃO DE VISUALIZAÇÃO (ZOOM) DA CURVA DE ABERTURA DA FIGURA 88.	97

Índice de tabelas.

TABELA 1 – COMPRIMENTO MÁXIMO DE ESTRUTURAS DESDOBRÁVEIS, UTILIZADAS COM SUCESSO EM MISSÕES ASTROFÍSICAS.	32
TABELA 2 – VALORES TÍPICOS DE MASSA PARA ESTRUTURAS DESDOBRÁVEIS.	33
TABELA 3 - GRANDEZA DE PRECISÃO DE POSICIONAMENTO DE ESTRUTURAS.	33

Simbologia e notação.

θ : parâmetro angular de posição da armação superior em relação à armação inferior (ver Figura 51);

$\dot{\theta}$: velocidade angular do parâmetro θ ;

$\ddot{\theta}$: aceleração angular do parâmetro θ ;

φ : parâmetro auxiliar para o movimento de rotação do *longeron*, $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$ (ver Figura 52);

$\dot{\varphi}$: velocidade angular do parâmetro φ ;

$\ddot{\varphi}$: aceleração angular do parâmetro φ ;

α : ângulo entre o eixo do *longeron* e o plano da armação inferior (ver Figura 53);

$\dot{\alpha}$: velocidade angular de α ;

$\ddot{\alpha}$: aceleração de translação da armação superior;

ξ : ângulo entre o cabo e a direção longitudinal (ver Figura 70 e Figura 73);

γ : ângulo entre o ponto de contacto no ponto de tangência T e a direção longitudinal (ver Figura 71);

h : altura do módulo, que corresponde à distância entre o plano da armação inferior e o plano da armação superior (ver Figura 54);

\dot{h} : velocidade de translação da armação superior (ver Figura 63);

\ddot{h} : aceleração de translação da armação superior (ver Figura 64);

R : raio da estrutura (ver Figura 34; Figura 51);

b : comprimento do *batten*;

l : comprimento do *longeron*;

d_1 : comprimento entre a extremidade do cabo (fixa) e a extremidade do *batten* (ver Figura 73);

d_2 : metade do comprimento que separa o centro de rotação das roldanas (ver Figura 70 e Figura 72);

\emptyset_{batten} : diâmetro da secção transversal do *batten*;

T : ponto de tangência entre o cabo e a superfície da roldana (ver Figura 71);

R_p : raio médio entre o centro da roldana e o centro geométrico do cabo (ver Figura 69 e Figura 71);

σ : tensão axial;

E : módulo de elasticidade;

ε : deformação axial;

Δl : incremento axial do comprimento do cabo;

l_n : comprimento não tracionado do cabo, também tratado como comprimento natural;

$\tau_{O_2}^2$: torsor da armação superior (corpo 2) no centro geométrico da armação, (O_2); equação (8.24);

$\vec{\omega}_{20}$: vetor velocidade angular no movimento da armação superior relativamente à armação inferior (fixa); vetor principal do torsor $\tau_{O_2}^2$;

\vec{v}_{O_2} : vetor instantâneo do torsor ; vetor velocidade instantânea da armação superior (corpo 2), no centro geométrico da armação (ponto O_2);

$\vec{\alpha}_{20}$: vetor principal do campo de acelerações; vetor aceleração angular da armação superior (corpo 2 - S_2) relativamente à armação inferior (corpo 1 - S_0);

$\vec{a}_{A_{20}}$: vetor aceleração instantânea absoluta de um vértice da armação superior;

∂w^e : trabalho virtual das forças exteriores;

∂w^i : trabalho virtual das forças interiores;

∂w^j : trabalho virtual das forças de inércia;

∂G : deslocamento virtual do centro de massa;

$\partial \omega$: deslocamento virtual do vetor velocidade angular de rotação;

$\partial \theta$: deslocamento virtual angular;

$[T_{S_1 S_0}]$: matriz transformação do referencial local do *longeron* para o referencial fixo da armação inferior;

$[T_{20}]$: matriz transformação do referencial móvel, solidário à armação superior (S_2), em relação à armação inferior fixa (S_0);

1. Introdução.

A natureza própria do ser humano tem-no levado, desde a sua existência, à admiração do espaço e ao estudo astronómico. Nas últimas décadas, o desenvolvimento de novas tecnologias e estudo de materiais permitiu ao Homem levar a exploração científica do espaço, a um nível que até então, só com a imaginação era realizada. A tecnologia 'GPS' ou a rápida comunicação de informação, é possível no quotidiano, graças ao desenvolvimento de equipamentos espaciais. Neste trabalho pretende-se estudar uma estrutura espacial utilizada para posicionamento de carga, um telescópio, por exemplo, com o fim de garantir estabilidade de posição. Este estudo incide sobre o movimento da estrutura para esta adquirir a posição de funcionamento, não sobre a precisão de posição ou vibração da estrutura. Será estudado um mastro articulado.

Vários foram os objetivos estabelecidos no início da realização deste trabalho. Destacam-se o estudo cinemático e dinâmico de apenas um módulo, e estudo do atrito no elemento de ligação. Por limitações de tempo, não foi possível validar o estudo do atrito, por isto, não será apresentado neste trabalho.

De seguida, destacam-se as secções mais importantes para este trabalho. Inicia-se o estudo fazendo um enquadramento do tipo de estruturas em que se insere o mastro, na secção 0. Realiza-se, nas secções 2.3.1 e 2.3.2, a comparação de estruturas espaciais, útil para identificar o contexto da aplicação de cada estrutura. Estas secções nos permitirão perceber as principais vantagens de utilização da estrutura em estudo. A identificação dos elementos da estrutura, de acordo com a nomenclatura utilizada durante o trabalho, é apresentada na secção 2.2.1. Segue-se a exposição do movimento de um módulo e funcionamento da estrutura, na secção 2.2.2. Numa secção posterior (secção 5), expõem-se os fatores que influenciam a abertura de um módulo da estrutura. Na secção 3, apresentam-se os materiais de uso comum para o tipo de estruturas em que se insere a estrutura em análise. O estudo cinemático e dinâmico iniciar-se-á nas secções 9 e 10.4. A validação e interpretação destes estudos será realizada ao longo da secção 10. Na secção 10.4.4 realiza-se a comparação de dois módulos específicos da estrutura, o módulo ligado à carga de equipamento e módulo ligado ao veículo espacial.

Revisão Bibliográfica.

2. Estruturas espaciais.

2.1. Classificação de estruturas espaciais.

Em aplicações espaciais é preferível a utilização de dispositivos desdobráveis (“*deployable assemblies*”), isto é, dispositivos integrados em objetos de uso comum em missões astrofísicas, com o propósito de fazer variar o volume destes objetos. A aplicação é vasta, desde objetos simples como bancos usados pelos astronautas no interior da nave espacial, até estruturas integradas para abertura de antenas, painéis solares ou para suporte de equipamentos. Esta última aplicação identifica-se com o objeto de estudo deste trabalho.

Na Figura 1, Figura 2 e Figura 3 apresentam-se alguns equipamentos com dispositivos desdobráveis integrados, utilizados em missões astrofísicas.

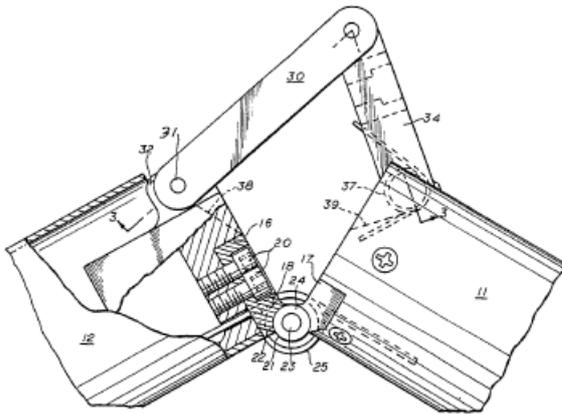


Figura 1 - Junta de ligação desdobrável para aplicações espaciais (Pelischek 1984).

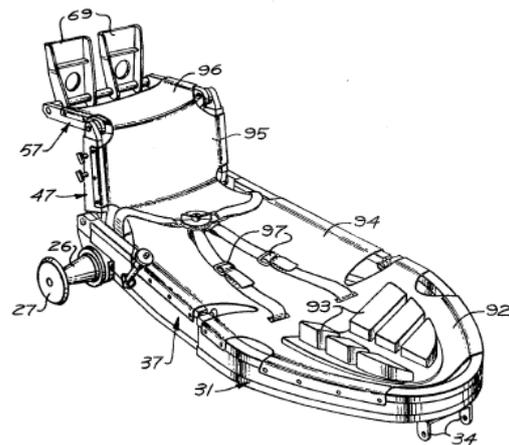


Figura 2 - Banco desdobrável, Apollo (Paine 1971).

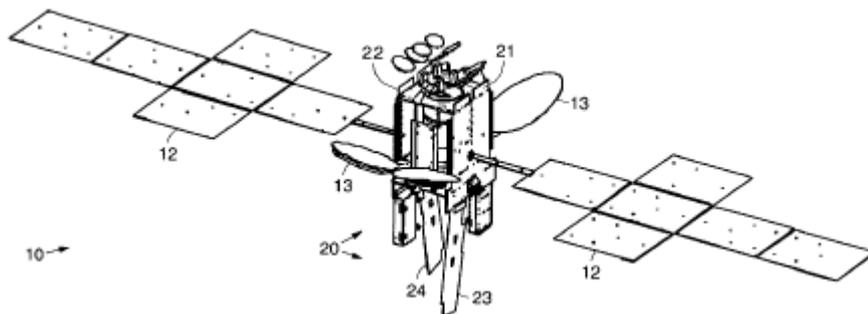


Figura 3 - Radiador desdobrável (Sebata 2006).

Investigadores do Departamento de Engenharia Mecânica da *Middle East Technical University*, Ankara, Turquia, (Gökhan Kiper e Eres Söylemez, 2009), destacam que a construção em ambiente de baixa gravidade é difícil. O transporte de estruturas com o volume de

funcionamento é ineficiente. Por isto, as estruturas são projetadas para minimizar o espaço ocupado durante o lançamento do veículo espacial. Estruturas capazes de variar o seu volume são designadas na literatura anglo-saxónica por *'deployable structures'* ou *'Booms'*, que em português podemos interpretar como “estruturas desdobráveis”. A classificação destas estruturas pode variar, dependendo do autor e do objeto de estudo. Quanto à definição, há concordância entre os autores. Uma estrutura desdobrável estável é um dispositivo desdobrável projetado para garantir estabilidade de posição, não para impor movimento, isto é, geralmente, uma estrutura desdobrável **não é** projetada para ser manipulada durante o funcionamento e assim poder adquirir múltiplas posições, de acordo com a necessidade da situação, como os braços articulados, por exemplo.

O Dr. Thomas W. Murphey, investigador da “*Jet Propulsion Laboratory*” – JPL e da Força Aérea norte americana *Air Force Research Laboratory* – AFRL, expõem que a primeira estrutura desdobrável desenvolvida pela NASA (*National Aeronautic Space Agency*, agência espacial dos EE.UU) e utilizada com sucesso para comunicação de ondas radio, telefone e televisão entre continentes, foi o balão insuflável *'Echo I'* (ver Figura 4), em 1960, construído com uma fina película de poliéster e metal (T. Murphey, 2008). Em 1963 e 1965 utilizaram-se chapas metálicas para formar dispositivos desdobráveis cilíndricos, atualmente usados para abertura de estruturas desdobráveis como antenas e mastros telescópicos (Northrop Grumman s.d.). Estes dispositivos são conhecidos por *'Storable Tubular Extendable Member'* ou STEM e BI-STEM, apresentados na Figura 5, Figura 6, Figura 7 e Figura 8. Em 1969 iniciou-se a aplicação de estruturas *'coilable'* (ver Figura 9 e Figura 10), caracterizadas por elementos longitudinais contínuos, deformados elasticamente para armazenamento. Esta energia de deformação elástica é aproveitada para abertura da estrutura. São as estruturas de maior comprimento, podendo atingir até cerca de 100m (L. Puig et al, 2010), mas com rigidez baixa relativamente aos mastros articulados. Mais tarde, em 1996, é lançada uma antena insuflável com 15m de diâmetro e 30m de comprimento dos respetivos elementos longitudinais (ver Figura 11), desenvolvida pela NASA na JPL (“*Jet Propulsion Laboratory*”), em conjunto com a empresa L’GARDE. Em 2000 utiliza-se com sucesso, pela primeira vez, um mastro articulado para suporte de equipamento de medição topográfica. Desenvolvido pela empresa ATK – ABLE, o mastro chamado *'ADAM mast'* (das siglas *'Able Deployable Articulated Mast'*), foi projetado com o comprimento de 60m, para a missão *'Space Radar Topography Mission'* – SRTM (ver Figura 12). Será uma estrutura deste tipo o objeto de análise neste trabalho.

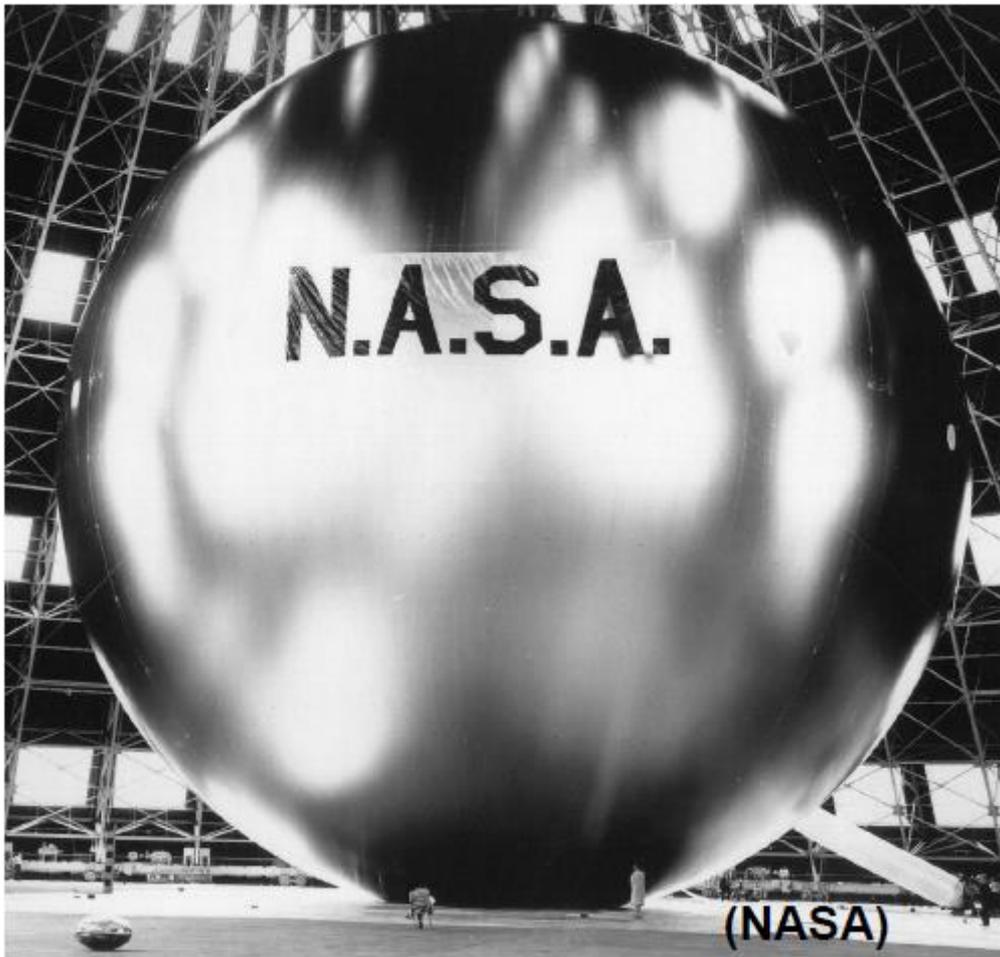


Figura 4 – ECHO I, primeira estrutura desdobrável desenvolvida pela NASA (T. Murphey, 2008).

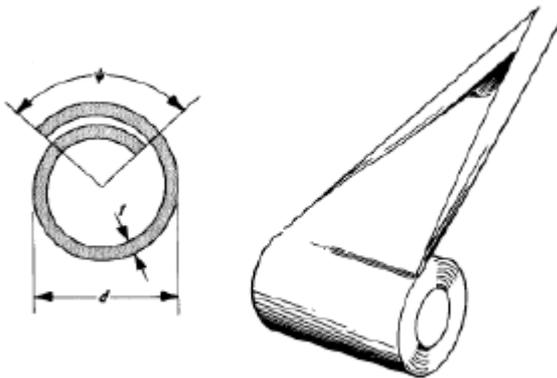


Figura 5 - STEM (T. Murphey, 2008).



© Northrop Grumman

Figura 6 - STEM, interior (T. Murphey, 2008).

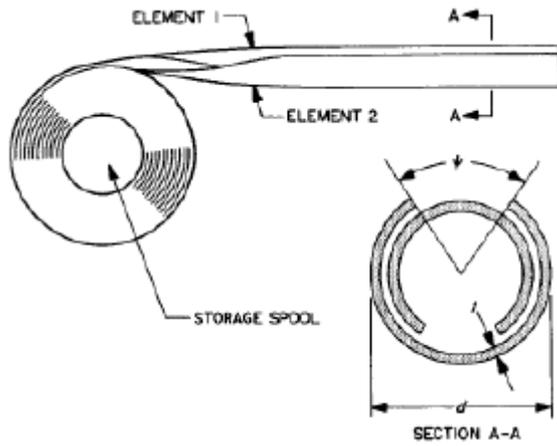


Figura 7 - Bi-STEM (T. Murphey ,2008).



© Northrop Grumman

Figura 8 - Bi-STEM, interior (T. Murphey ,2008).

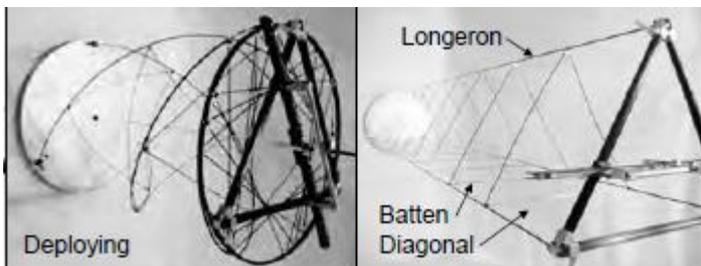


Figura 9 - Mastro coilable durante a abertura e totalmente aberto (Thomas W. Murphey e Christopher H. M. Jenkins, 2006).



Figura 10 - Mastro Coilable (T. Murphey ,2008).



Figura 11 - JPL/L'Garde antena insuflável.

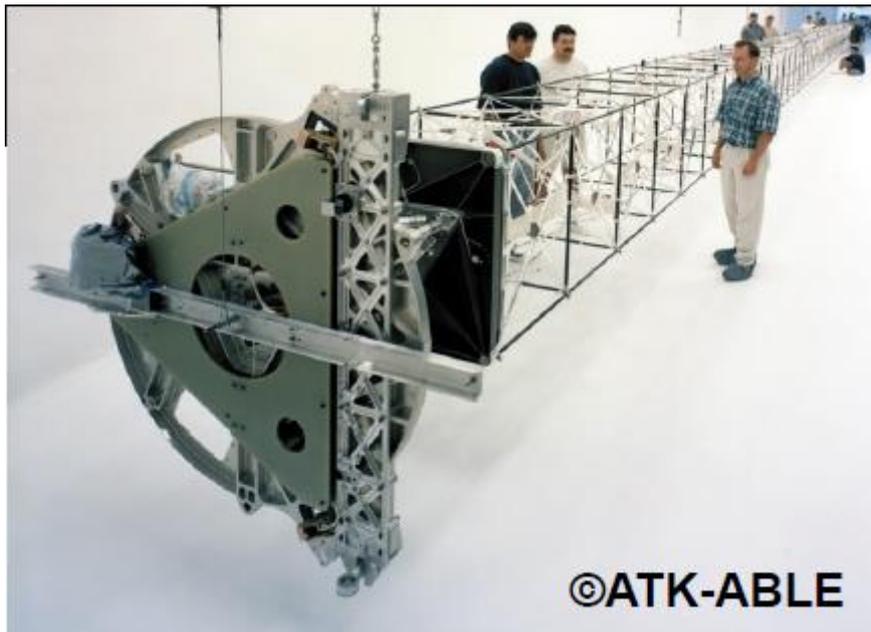


Figura 12 - mastro articulado - ADAM (T. Murphey, 2008).

A análise geral de estruturas desdobráveis permite concluir que, à exceção de braços articulados (ver Figura 13), estas estruturas têm uma característica comum de funcionamento, apresentam duas configurações particulares: 1) a configuração de funcionamento, posição completamente aberto (*'deployed configuration'*) como mostrado na Figura 9 e Figura 12; 2) completamente fechado (armazenado – *'stored'* ou *'stowed configuration'*), ver Figura 10. Configurações intermédias não são possíveis. Parece ser esta a razão por que alguns investigadores não consideram os braços articulados como estruturas desdobráveis, pois, podem ser manipulados para adquirir múltiplas posições.

A classificação que será apresentada no seguinte esquema, corresponde ao estudo realizado por Kiper e Söylemez (Gökhan Kiper e Eres Söylemez, 2009) para classificação de estruturas desdobráveis quanto à geometria. Esta permite-nos conhecer e diferenciar estruturas espaciais facilmente.

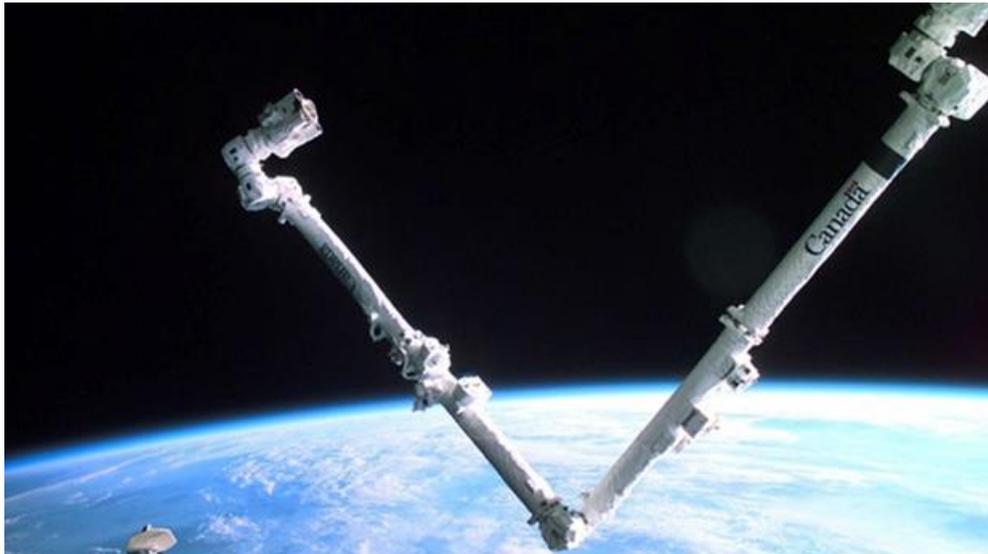
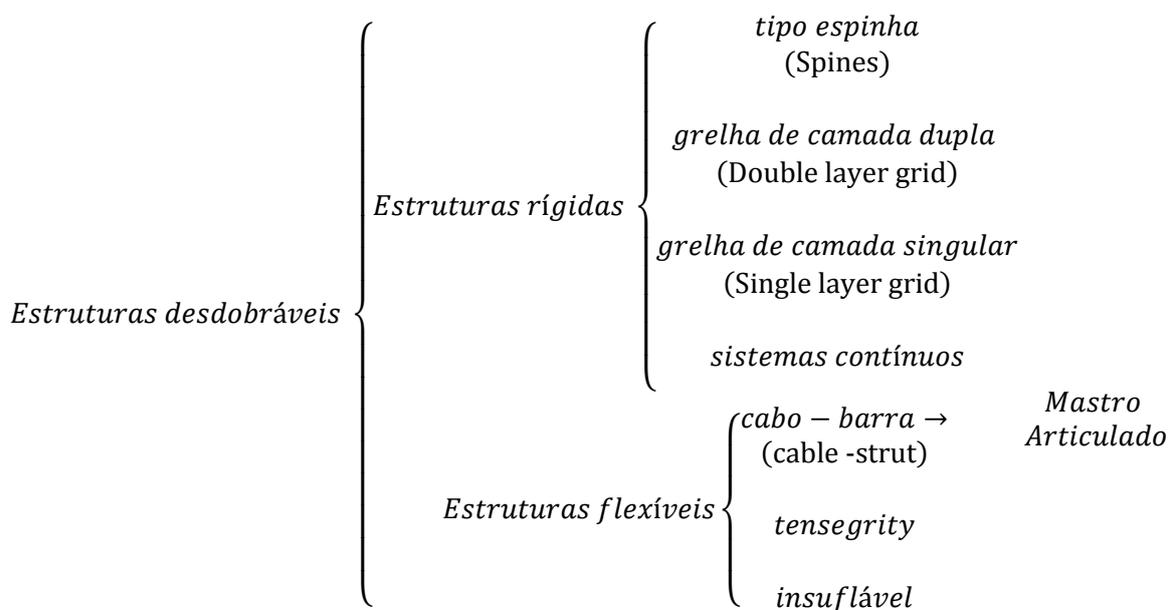


Figura 13 - Braço articulado, Canadarm2 (CBCNews s.d.).



Estruturas Rígidas podem ser telescópicas ou com juntas que ligam os elementos constituintes. De acordo com (L. Puig et al, 2010), investigadores da *ESA - "European Space Agency"*, as estruturas telescópicas são precisas e estáveis devido à elevada rigidez que possuem. No entanto, são pesadas (aprox. 50kg a 100kg de massa) se considerarmos os comprimentos que tipicamente atingem, que são, de facto, comprimentos relativamente curtos, com máximo cerca de 10m. Na Figura 14 apresenta-se uma estrutura telescópica. Exemplo de estruturas tipo espinha (*Spines*) são as estruturas telescópicas e as estruturas STEM (*'Storable Tubular Extendable Member'*, ver Figura 5 e Figura 7), usadas frequentemente para abertura de mastros (Gökhan Kiper e Eres Söylemez, 2009). Na Figura 15, observa-se uma antena refletora cuja abertura é realizada utilizando uma estrutura desdobrável com grelha de camada dupla (*"double layer grid"*). De forma análoga, a Figura 16 e Figura 17 mostram a utilização de uma grelha de camada singular (*"single layer grid"*) para a abertura de painéis solares. Por último, os

sistemas contínuos definem uma área fechada quando a estrutura é aberta. A Figura 18 e Figura 19 mostram uma antena cuja abertura é realizada recorrendo a uma estrutura do tipo, sistema contínuo.



Figura 14 - Estrutura telescópica (Inflatable Sunshield in Space - ISIS) (L. Puig et al, 2010).

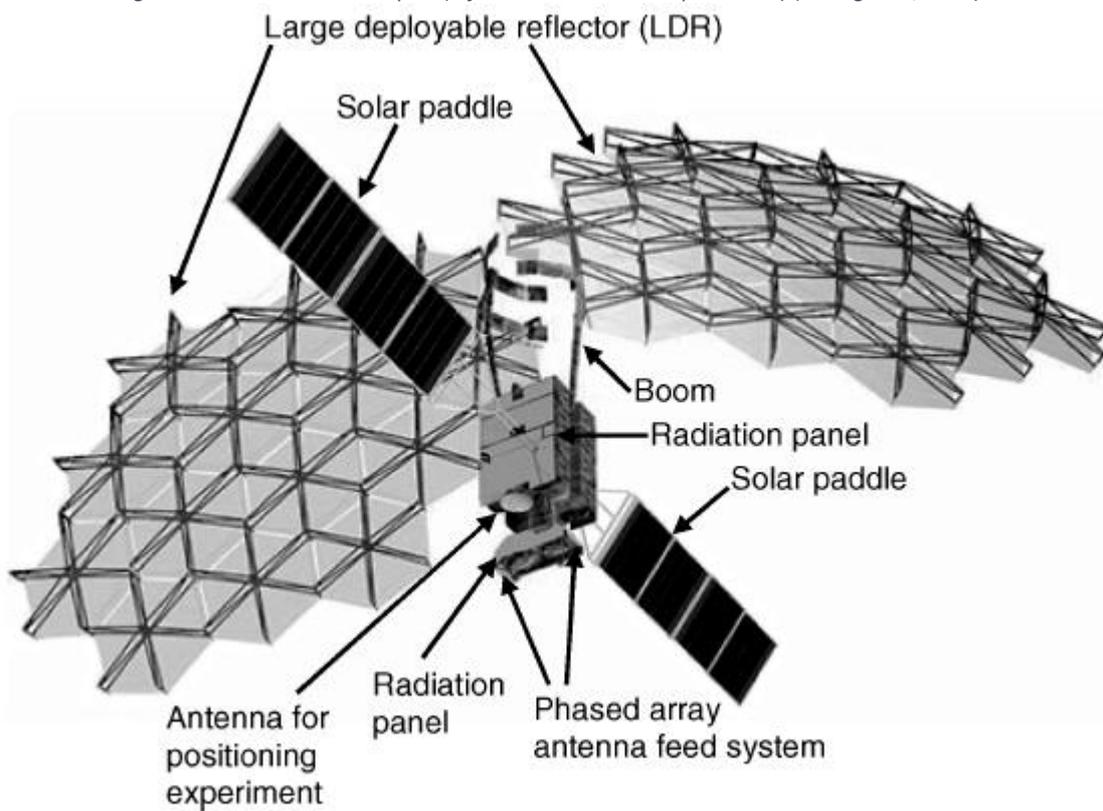


Figura 15 - Antena com estrutura desdobrável "double layer grid" (Gökhan Kiper e Eres Söylemez, 2009).

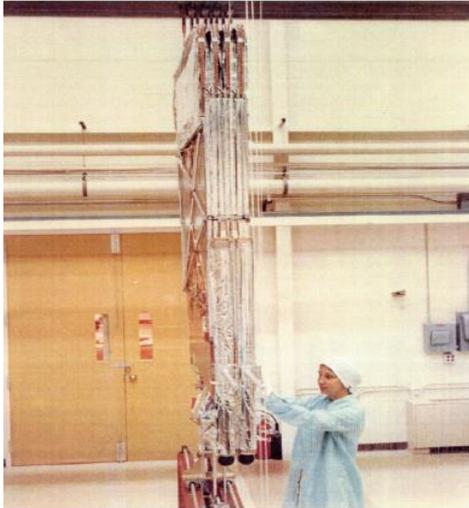


Figura 16 - painel solar fechado (T. Murphey, 2008).



Figura 17 - abertura de painel solar, utilizando "single layer grid" (T. Murphey, 2008).

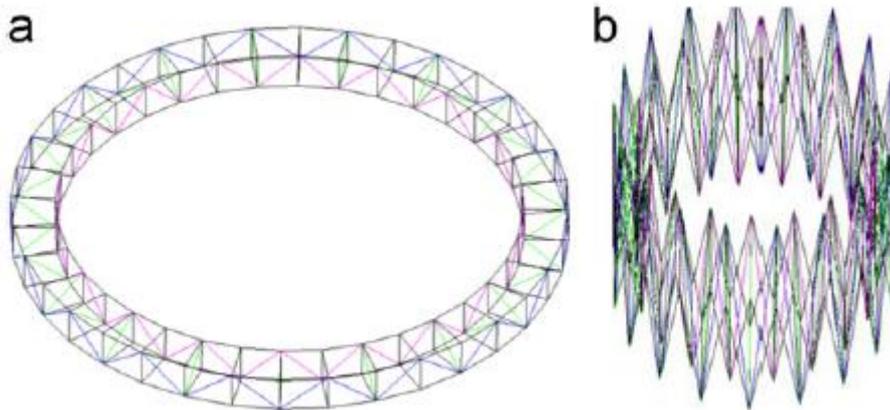


Figura 18 - Estrutura de sistema contínuo, para antena (Yan Xu et al, 2012).



Figura 19 - Antena da estrutura mostrada na figura anterior (Yan Xu et al, 2012).

Estruturas flexíveis podem apresentar elementos rígidos. Estruturas cabo – barra ('*cable-strut*') e '*Tensegrity*' ('*Tensile Integrity*'), caracterizam-se por utilizar cabos pré-tensionados para conferir rigidez e estabilidade à estrutura. Diferenciam-se na ligação entre os elementos rígidos. Estruturas do tipo cabo – barra usam ligações de material rígido (rótulas, por exemplo) com múltiplos graus de liberdade entre cada par de elementos ligados. Estruturas *Tensegrity* usam corpos flexíveis para ligação entre os elementos rígidos da estrutura. Utilizam pinos de ligação, tal que, apenas o movimento de rotação entre o par de elementos é permitida, como mostra a Figura 21. Na Figura 20, apresenta-se uma estrutura *Tensegrity* totalmente aberta, enquanto na Figura 22 e Figura 23 mostra-se a mesma estrutura na posição de armazenamento. Propriedades atrativas de estruturas cabo – barra e *Tensegrity* são o reduzido peso, boa rigidez e reduzido volume de armazenamento, cerca de 5% do comprimento da estrutura (L. Puig et al, 2010). O mastro articulado para aplicações espaciais que será objeto de estudo, de acordo com a classificação apresentada, insere-se no grupo de estruturas do tipo cabo – barra. Destaca-se, ainda, que alguns autores não fazem distinção entre estes dois tipos de estrutura (cabo – barra e *Tensegrity*), consideram as estruturas cabo – barra um caso particular das *Tensegrity*.



Figura 20 - Estrutura *Tensegrity* (Tibert 2002).

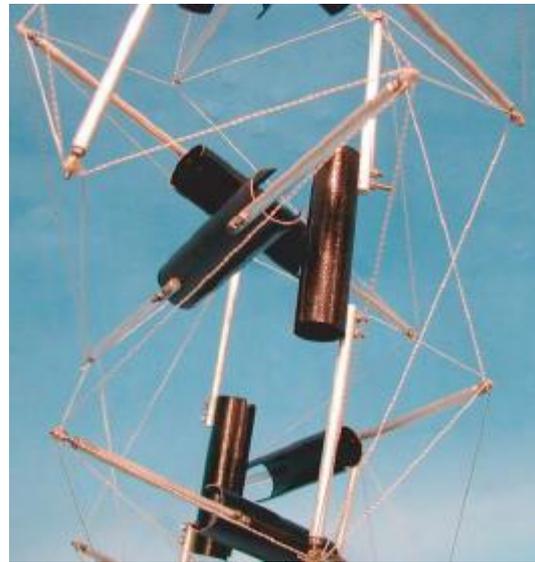


Figura 21 - ligações dos elementos de uma estrutura *Tensegrity* (Tibert 2002).



Figura 22 - Estrutura *Tensegrity* fechada, vista superior (Tibert 2002).

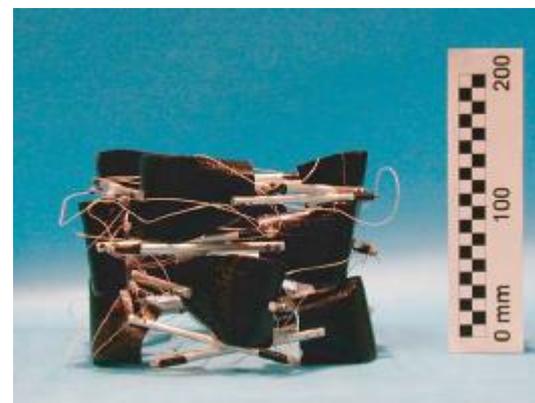


Figura 23 - Estrutura *Tensegrity* fechada, vista lateral (Tibert 2002).

Por último, de acordo com (Gökhan Kiper e Eres Söylemez, 2009), estruturas insufláveis são usadas pelo reduzido peso, custo e volume de armazenamento, boas propriedades térmicas e de amortecimento. No entanto, a sua sensibilidade a danos provocados por meteoritos, além do processo de enchimento ser incontroável, tornam este tipo de estruturas pouco fiável. Um exemplo deste tipo de estrutura é a antena apresentada na Figura 11 e Figura 4.

2.2. Mastro Articulado.

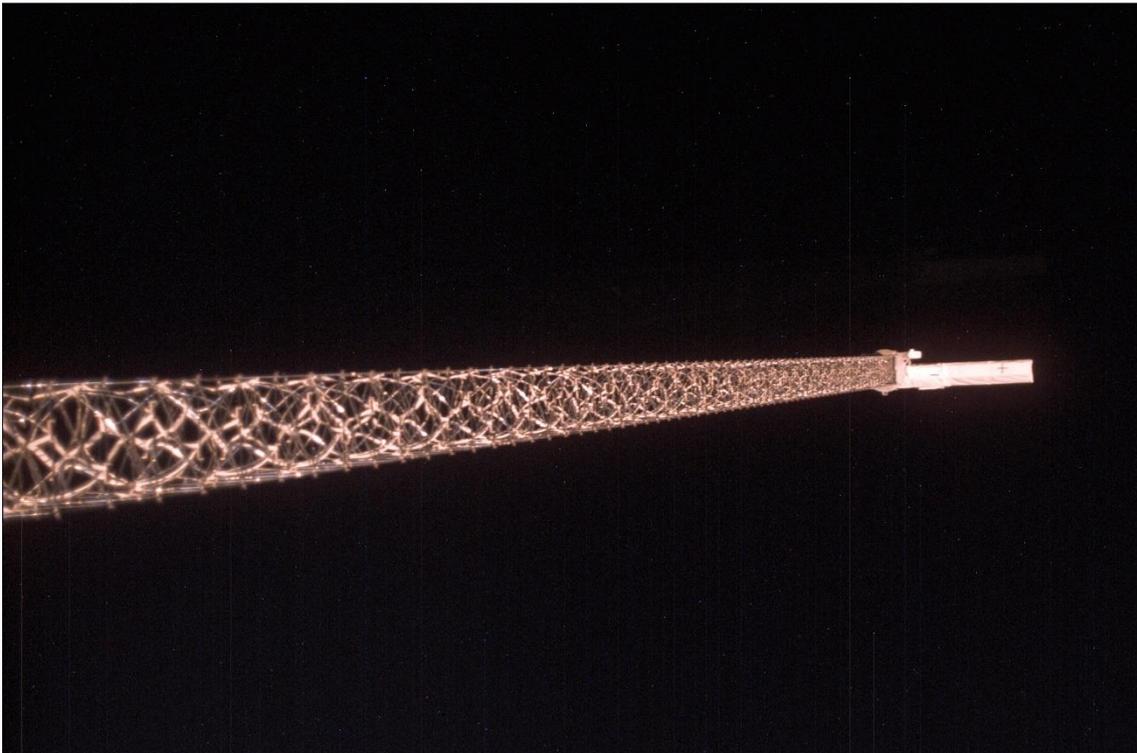
Estruturas desdobráveis do tipo mastro articulado, inicialmente do género ‘*FAST mast*’ (Benton 1985), mais tarde foi desenvolvido pela empresa ‘*ATK Space Systems*’ o ‘*ADAM mast*’ (Douglas 1993) que, até o momento da realização deste trabalho, é o mastro com maior extensão alguma vez projetado e utilizado com sucesso.

Um mastro articulado é composto pela repetição sucessiva de módulos. Nesta secção pretende-se expor os elementos constituintes do módulo e compreender o movimento de abertura de um módulo.

A Missão *Nuclear Spectroscopic Telescope Array – NuSTAR* iniciada em Junho de 2012, com vida útil de 10 anos, utiliza uma estrutura do tipo *mastro articulado* para suporte de detetores óticos. A extensão funcional da estrutura é de 10m e 57 módulos (Fiona A. Harrison et al, 2013).

A estrutura *ADAM mast* foi utilizada, em fevereiro de 2000, na missão espacial designada por *SRTM – Space Radar Topography Mission*. Nesta missão, utilizou-se o mastro articulado, com extensão funcional de 60m, para suporte de uma antena.

Na Figura 24, Figura 25 e Figura 26 são apresentadas algumas imagens publicadas acerca destas missões.



S99E5546 2000:02:16 23:05:11

Figura 24 - Imagem da estrutura ADAM mast, em órbita, totalmente aberta (Jet Propulsion Laboratory-NASA s.d.).



S99E5475 2000:02:16 06:07:15

Figura 25 - Funcionamento, em órbita, da estrutura ADAM mast (Jet Propulsion Laboratory-NASA s.d.).

A Figura 25 mostra um mastro articulado ligado ao veículo espacial. Visualizam-se 5 módulos completamente abertos, sendo que, o primeiro módulo a contar da esquerda para a direita, está ligado ao veículo e é o último módulo em realizar a abertura.



Figura 26 - Mastro da missão NuSTAR, completamente aberto (NuSTAR s.d.).

Imagens detalhadas dos componentes de mastros articulados utilizados em missões espaciais, não têm sido reveladas pelos fabricantes que projetam estas estruturas. No entanto, imagens dos componentes do mastro utilizado no programa WSOA – Wide Swath Ocean Altimeter, são apresentadas por Stohlman e Pellegrino, investigadores na universidade Caltech – California Institute of Technology, no departamento Graduate Aerospace Laboratories, (Stohlman 2011), apresentadas na seguinte secção.

2.2.1. Elementos e Nomenclatura

Na Figura 27, apresentam-se os diferentes elementos que constituem a estrutura. Vamos referir-nos ao conjunto de *battens* que caracterizam a secção reta da estrutura como, armação, identificada pelo número 4, na seguinte figura. De seguida, apresentam-se os componentes com identificação da nomenclatura utilizada ao longo deste trabalho.

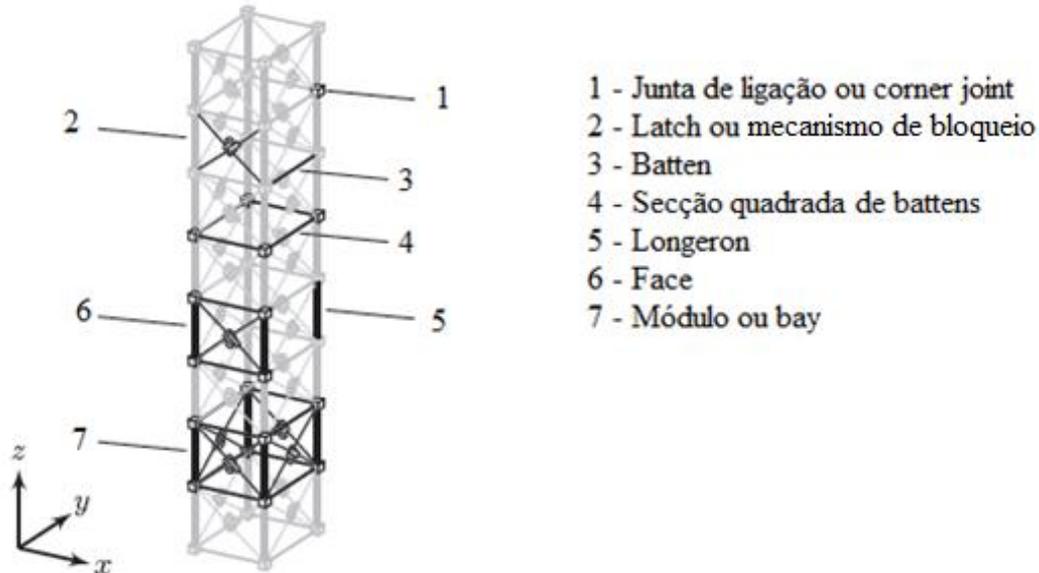


Figura 27 - Elementos constituintes de um mastro articulado (Stohlman 2011).

A junta de ligação garante a constituição da armação sem movimento relativo dos *battens*, como se de um corpo rígido se tratasse, e estabelece a ligação com o *longeron*. O *longeron* possui uma esfera na extremidade, como mostra a Figura 28 e Figura 32, permitindo o movimento relativo entre a junta de ligação e o *longeron*. O módulo é constituído por dois armações, uma superior e uma inferior, os respetivos *longeron* e sistema de cabos.

- 1 - Esfera do *longeron* ou ball-end
- 2 - Roldana
- 3 - Esfera do mecanismo de bloqueio

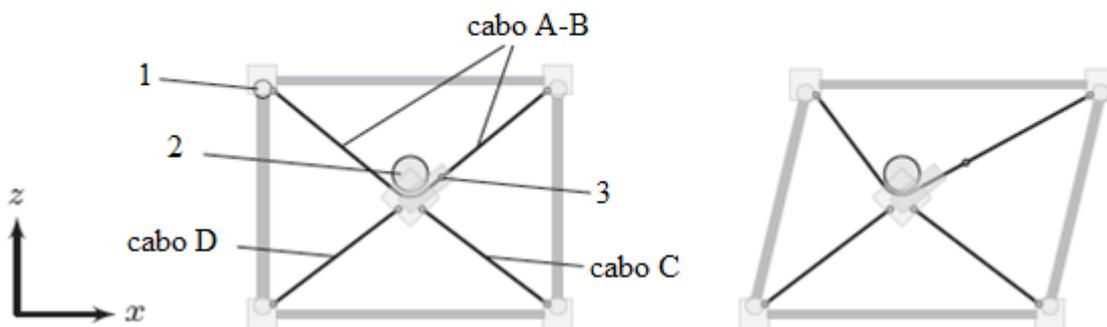


Figura 28 - Face do módulo (Stohlman 2011).

Na Figura 28, a figura à esquerda corresponde à configuração de uma face do módulo totalmente aberta; à direita, a deformação de corte de uma face, sem tensão nos cabos.



Figura 29 - Esfera do Longeron e junta de ligação (Stohlman 2011).

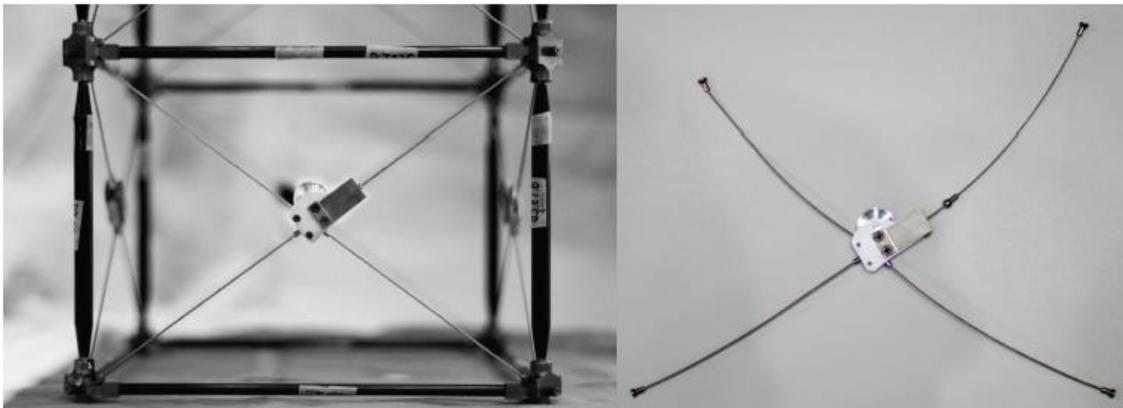


Figura 30 - Face e mecanismo de bloqueio (Stohlman 2011).

A Figura 30 pretende evidenciar o sistema de cabos e o mecanismo de bloqueio integrado. Este mecanismo será exposto na secção 5.3.

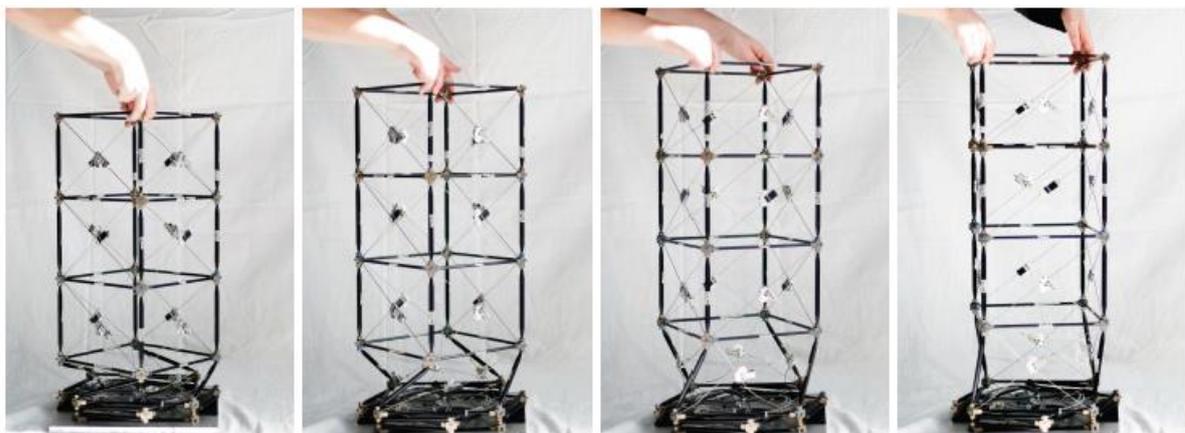


Figura 31 – Mastro articulado do programa WSOA (Stohlman 2011).

Da Figura 31 evidencia-se que a abertura da estrutura ocorre por abertura sucessiva e individual dos módulos.

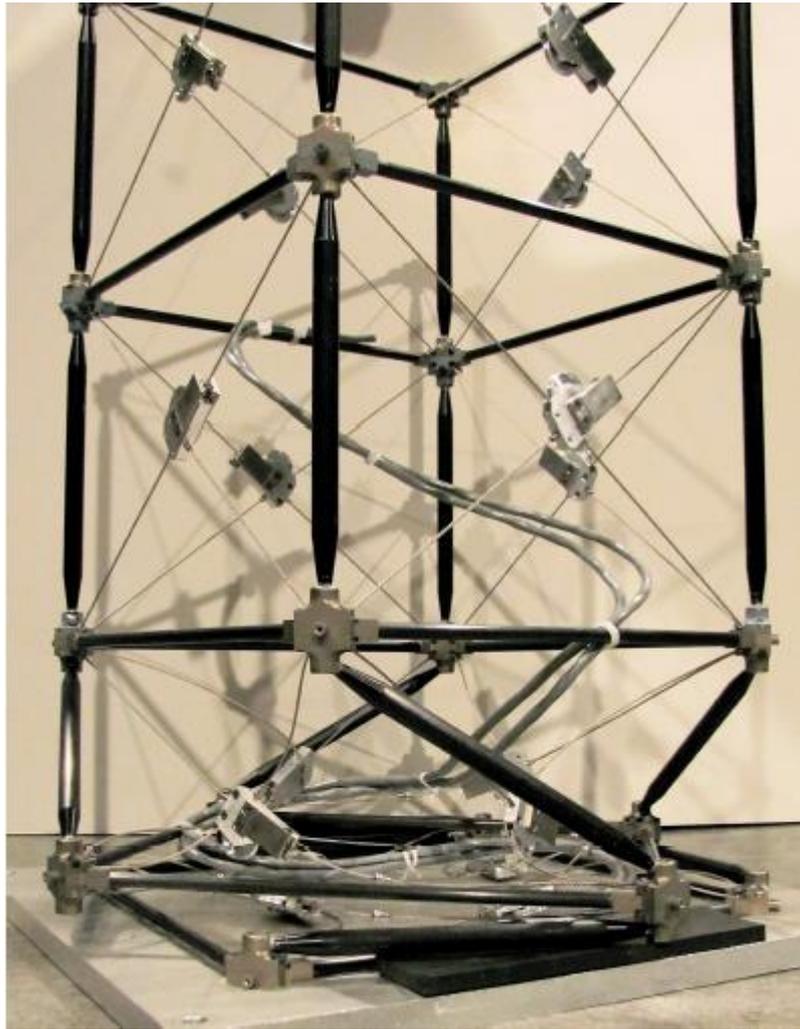


Figura 32 - Abertura de um módulo (Oliver R. Stohlman e S. Pellegrino, 2010).

Notar a posição alternada dos mecanismos de bloqueio entre os módulos **abertos**, na Figura 32, que depende do sentido de rotação do respetivo módulo.

2.2.2. Movimento de um módulo.

Os autores (Oliver R. Stohlman e S. Pellegrino, 2010) expõem o movimento de um mastro articulado. A estrutura é aberta por abertura sequencial dos módulos, isto é, não existem dois módulos em abertura no mesmo instante. Um motor exerce uma força na direção longitudinal da estrutura, distribuída entre as juntas de ligação. Os *batten* estão rigidamente ligados pelas juntas de ligação. Devido à ligação do tipo rótula entre os *longeron* e as juntas de ligação, a abertura do módulo é realizada por dois movimentos, um de rotação e outro de translação, como mostra a Figura 31 e Figura 32. Também da Figura 32, note-se que a armação superior roda ao mesmo tempo que translada em relação à armação inferior do mesmo módulo. A abertura do módulo é concluída quando o mecanismo de bloqueio é ativado (este mecanismo será estudado na secção 5.3). Iniciar-se-á então a abertura do módulo que o precede. Destaca-se, ainda, que módulos adjacentes têm sentidos de rotação contrários, como se pode verificar pela disposição do *longeron* do módulo armazenado e adjacente ao módulo em abertura (Figura 32). Considerando como instante inicial o momento imediatamente antes de realizar a abertura

do mastro (Figura 23), a abertura da estrutura inicia-se com o módulo ligado à carga de equipamento. Os módulos são sequencialmente abertos até a estrutura estar totalmente aberta, Figura 24. De forma análoga, o armazenamento da estrutura inicia-se com o fecho do módulo ligado à carga de equipamento.

2.3. Comparação de estruturas desdobráveis.

2.3.1. Comparação quanto à rigidez.

Os autores (Thomas W. Murphey e Christopher H. M. Jenkins, 2006), expõem um método para estudo da eficiência de estruturas desdobráveis, considerando como eficiência a razão entre a resistência à solicitação e a massa por unidade de comprimento da estrutura. O estudo exposto pelos autores é extenso e os resultados devem ser analisados com atenção, pois, os valores obtidos são frequentemente ambíguos e os parâmetros utilizados afastam-se da realidade, dependendo da complexidade da estrutura. No entanto, apresentam também valores de rigidez de diferentes estruturas desdobráveis, donde se constata que o mastro articulado, construído pela 'ATK-ABLE' para a missão *SRTM*, é pelo menos, 10 vezes mais rígido à flexão que qualquer outra das estruturas, e 9 vezes mais rígido na direção longitudinal (axial). Com exceção de uma das estruturas analisadas pelos autores (a estrutura *TriLok*), o mastro é a estrutura de maior comprimento, com cerca de 80m. Em contrapartida, é também a estrutura com maior peso por unidade de comprimento, cerca de 5Kg/m, que corresponde ao peso de um módulo, aproximadamente.

2.3.2. Comparação de estruturas desdobráveis em função do comprimento.

Os autores (L. Puig et al, 2010), investigadores da *ESA*, fizeram um estudo de diferentes estruturas desdobráveis, utilizadas para posicionamento de cargas. Para esta aplicação, o comprimento da estrutura é um requisito de projeto, por isto, os autores tomaram como referência este parâmetro da estrutura para comparar com quatro características importantes:

- Diâmetro da estrutura;
- Rácio de armazenamento;
- Massa da estrutura;
- Rigidez à flexão;

Consideraram valores de estruturas já utilizadas com sucesso ou testadas para futuras aplicações espaciais.

Atendendo a este estudo, valores típicos da extensão de estruturas telescópicas não ultrapassam os *10m*; estruturas insufláveis, até cerca de *28m*; braços articulados e estruturas com memória de forma – “*SMC booms (Shape Memory Composite)*”, até *20m*. As maiores extensões são conseguidas recorrendo a mastros articulados e estruturas *coilable*, com extensão funcional máxima de cerca de *60m* e *100m*, respetivamente.

Tabela 1 – Comprimento máximo de estruturas desdobráveis, utilizadas com sucesso em missões astrofísicas.

Estrutura	Comprimentos máximos
Insuflável	28m
Telescópica	10m
SMC	20m
Braço articulado	25m
Mastro	60m
Coilable	100m

Os dados analisados mostram flexibilidade na construção de uma estrutura, uma vez que, para o mesmo comprimento funcional, corresponde um intervalo de valores de diâmetro possíveis para a secção transversal da estrutura. Quanto maior for o diâmetro, maior a distribuição de massa e conseqüentemente a rigidez à flexão. No entanto, maior a massa e o volume de armazenamento. Valores típicos variam até o máximo de *600mm*, para todas as estruturas, exceto para os mastros articulados, com valores entre até *1500mm*.

São expostos valores da **razão de armazenamento**, isto é, a razão entre o comprimento da estrutura totalmente fechada e o comprimento quando totalmente aberta. As estruturas insufláveis e estruturas *coilable*, são as que apresentam menor razão de armazenamento (máximo de 3%), enquanto mastros articulados apresentam valores entre **4% e 10%**. Uma vez definido o diâmetro da secção transversal e conhecida a razão de armazenamento, é possível determinar de forma aproximada o volume ocupado pela estrutura no veículo espacial, como se de um cilindro se tratasse.

Estruturas insufláveis, estruturas com memória de forma (*SMS booms*) e estruturas *coilable* são as estruturas de menor massa, na ordem de $10Kg$. Estruturas telescópicas são de reduzida extensão e elevada massa, cerca de $100Kg$ para $10m$ de comprimento. Braços articulados e mastros articulados são as estruturas mais pesadas, entre $50Kg$ e $200Kg$. Os autores destacam que, estruturas mais complexas e com requisitos de projeto para resistência à flexão, mais exigentes, como o *Canadarm2* (ver Figura 13), podem apresentar massa mais elevada (no caso do *Canadarm2*, cerca de $1Ton = 1000Kg$).

Tabela 2 – Valores típicos de massa para estruturas desdobráveis.

<i>Estrutura</i>	<i>Massa</i>
<i>Insuflável</i>	$10Kg$
<i>Telescópica</i>	$100Kg$
SMC	$10Kg$
<i>Braço articulado</i>	$50Kg$ a $200Kg$
<i>Mastro</i>	$50Kg$ a $200Kg$
<i>Coilable</i>	$10Kg$

De acordo com os autores (L. Puig et al, 2010), estruturas desdobráveis são, geralmente, menos rígidas à flexão do que são à torção e a solicitações axiais, por isto, realizaram a análise da rigidez à flexão (EI). Se a massa da estrutura for desprezável em relação à massa de carga de equipamentos na extremidade da estrutura (cerca de 10 vezes inferior), então será possível considerar o modelo teórico de viga de Euler para determinar a flecha (deslocamento transversal) da extremidade da estrutura. Os mesmos autores apresentam a ordem de grandeza na precisão de posicionamento para as diferentes estruturas analisadas.

Tabela 3 - Grandeza de precisão de posicionamento de estruturas.

<i>Estrutura</i>	<i>Precisão de posicionamento</i>
<i>Insuflável</i>	mm a cm
<i>Telescópica</i>	μm a mm
SMC	mm a cm
<i>Braço articulado</i>	μm a mm
<i>Mastro</i>	mm
<i>Coilable</i>	mm a cm

Para concluir esta secção, o estudo considerado permite conhecer de forma rápida mas conservadora, as características de uma estrutura desdobrável. Estruturas *coilable* e mastros articulados são as únicas capazes de atingir comprimentos superiores a $30m$. No entanto, os mastros articulados garantem melhor precisão de posicionamento para comprimentos superiores a $20m$, em relação a qualquer outra estrutura. Daí que, de acordo com (Oliver R. Stohman e S. Pellegrino, 2010), são o tipo de estruturas de uso preferencial para suporte de telescópios.

3. Materiais.

Estruturas espaciais são tipicamente constituídas por elementos esbeltos cujo modo de ruína ocorre por encurvadura (Thomas W. Murphey e Christopher H. M. Jenkins, 2006). A propriedade material relevante, nestes casos, é o módulo de elasticidade (E). Esta propriedade define também a rigidez e conseqüentemente o alongamento dos componentes e modos de vibração da estrutura. O módulo de elasticidade e a massa específica do material são importantes na eficiência da estrutura para a configuração de funcionamento. Para estruturas do tipo *coilable* e estruturas com memória de forma (*SMC* ou *rigidizable*), deve considerar-se uma solução de compromisso entre o módulo de elasticidade e a capacidade do material se deformar elasticamente, uma vez que, na configuração de armazenamento é preferível um material com baixo módulo de elasticidade, pois é menor a energia de deformação elástica armazenada. A seleção de materiais para este tipo de estrutura é mais complexa. Deve ser tomado em consideração tanto o módulo de elasticidade, para boa rigidez estrutural, como a flexibilidade no armazenamento. Em contraste, para estruturas articuladas, como é o caso do mastro articulado em estudo, apenas o módulo de elasticidade e a massa específica são relevantes.

Tanto para estruturas flexíveis como para estruturas articuladas, (Thomas W. Murphey, 2009) apresenta um método gráfico de análise das propriedades relevantes dos materiais. Para este trabalho, apresentar-se-á apenas os dados referentes a estruturas articuladas.

Na Figura 33 mostra-se um gráfico apresentado em (Thomas W. Murphey, 2009) onde as propriedades de materiais frequentemente usados em aplicações espaciais, são expostas.

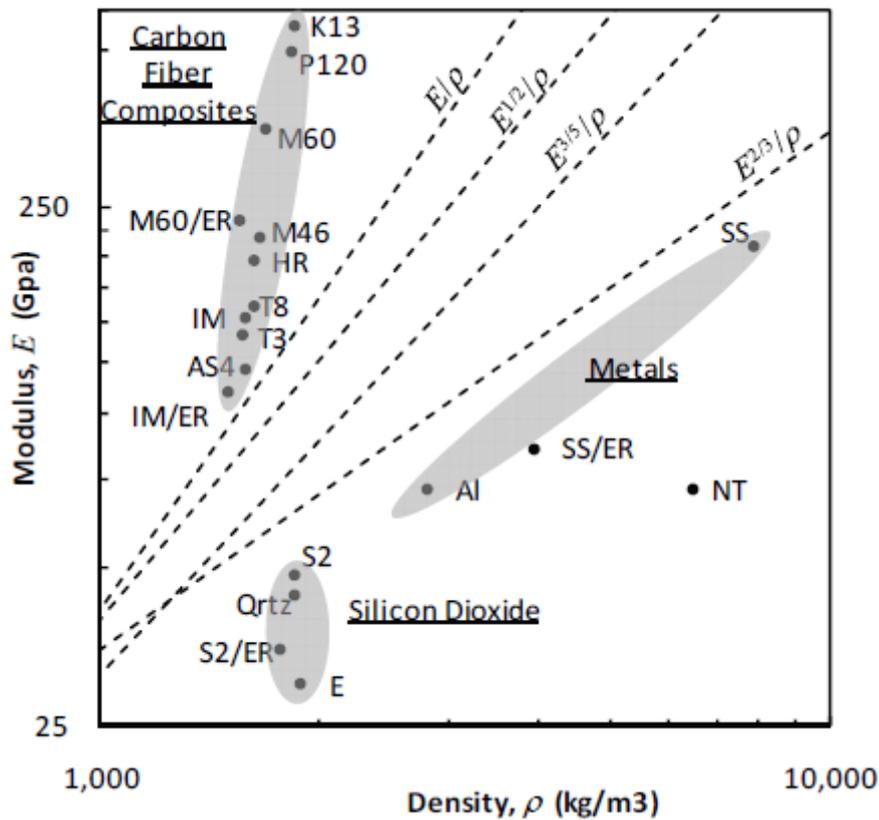


Figura 33 – Representação gráfica das propriedades mecânicas de materiais frequentemente usados em deployable structures (Thomas W. Murphey, 2009).

Da Figura 33 constata-se que, os materiais de uso mais recorrente em mastros articulados são materiais compósitos em fibra de carbono, pelo elevado módulo de elasticidade e, conseqüentemente, rigidez, assim como massa específica reduzida, relativamente às ligas metálicas.

4. Rigidez de mastros articulados.

A determinação da rigidez estrutural para um mastro articulado é apresentada por (T. W. Murphey 2006) para diferentes configurações estruturais, dependendo do número de *longerons* e de elementos de ligação diagonais. Apresentam-se as equações de rigidez estrutural para solicitações de tração, flexão, corte e torção. Estas equações são válidas para cada módulo, sendo que a rigidez da estrutura resulta da soma da rigidez dos módulos que formam a estrutura. É importante salientar que as seguintes relações são válidas, apenas quando a rigidez axial dos cabos diagonais é muito inferior comparativamente aos *longeron* e *batten*.

$$\begin{cases} EA = nE_l A_l \\ EI = \frac{n}{2} E_l A_l R^2 \\ GA = \eta \frac{n}{2} E_d A_d \cos^2 \theta \sin \theta \\ GJ = \eta n E_d A_d R^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \cos^2 \theta \sin \theta \end{cases}$$

Em que:

- n : é o número de *longerons*;
- η : o número de diagonais;
- E : é o módulo de elasticidade, cuja unidade é o Pascal (Pa);
- G : módulo de rigidez transversal, tendo o Pascal (Pa) como unidade de grandeza;
- I : momento de segunda ordem da secção reta, relativamente ao eixo de flexão.
- J : momento de segunda ordem da secção reta, relativamente ao eixo longitudinal.
- A : área da secção reta do elemento;
- Índices d e l referem-se a diagonal e *longeron*, respetivamente;
- R : é o raio do círculo que contém os *longeron* na secção transversal da estrutura;
- θ : é o angulo da diagonal, a partir do *batten*;

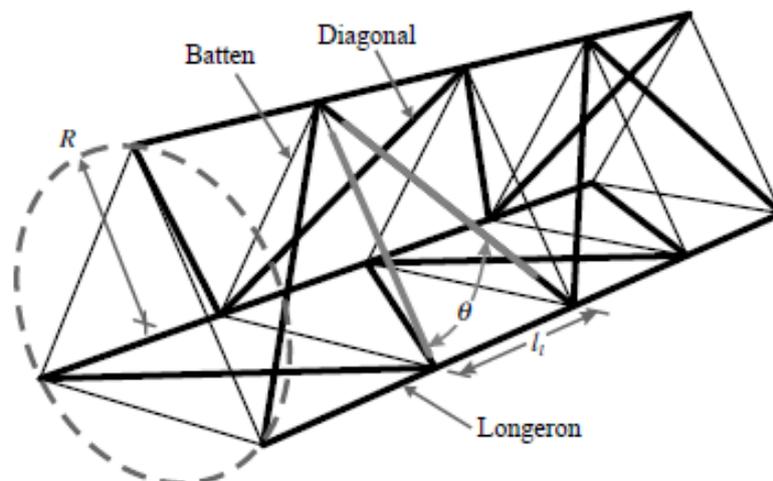


Figura 34 - Identificação dos parâmetros para a rigidez (Thomas W. Murphey e Christopher H. M. Jenkins, 2006).

5. Fatores que Influenciam a abertura da estrutura.

De acordo com (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011), investigadores da universidade *Caltech – California Institute of Technology*, o desvio de posição transversal da extremidade de um mastro articulado é principalmente influenciado por efeitos de carácter dinâmico e térmico. Os erros de posição de origem mecânica, provocados pelo contacto entre componentes estruturais, embora com menor influência, não são desprezáveis e serão nesta secção analisados.

Pretende-se compreender a influência de propriedades que caracterizam a estrutura sobre o comportamento (*carga vs deslocamento*) da mesma, especificamente, a pré-tensão necessária para o sistema de cabos e definida durante projeto da estrutura, por consequência, o atrito nas juntas de ligação. Este estudo foi elaborado por (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011), considerando os seguintes fatores:

- Atrito entre os *longeron* e as juntas de ligação;
- Pré-tensão dos cabos: tensões nos cabos quando a estrutura se encontra totalmente aberta e sem carregamento exterior;
- Mecanismo de bloqueio (*latch*)

Os componentes da estrutura repetem-se para constituição dos módulos. Os autores destacam que, naturalmente, existe uma ligeira dispersão nas propriedades dos componentes, mas esta é desprezável quanto ao efeito no comportamento da estrutura. No entanto, não é possível concluir o mesmo de outras propriedades estocásticas. Por isto, os autores decidiram analisar os efeitos da dispersão dos três fatores em análise.

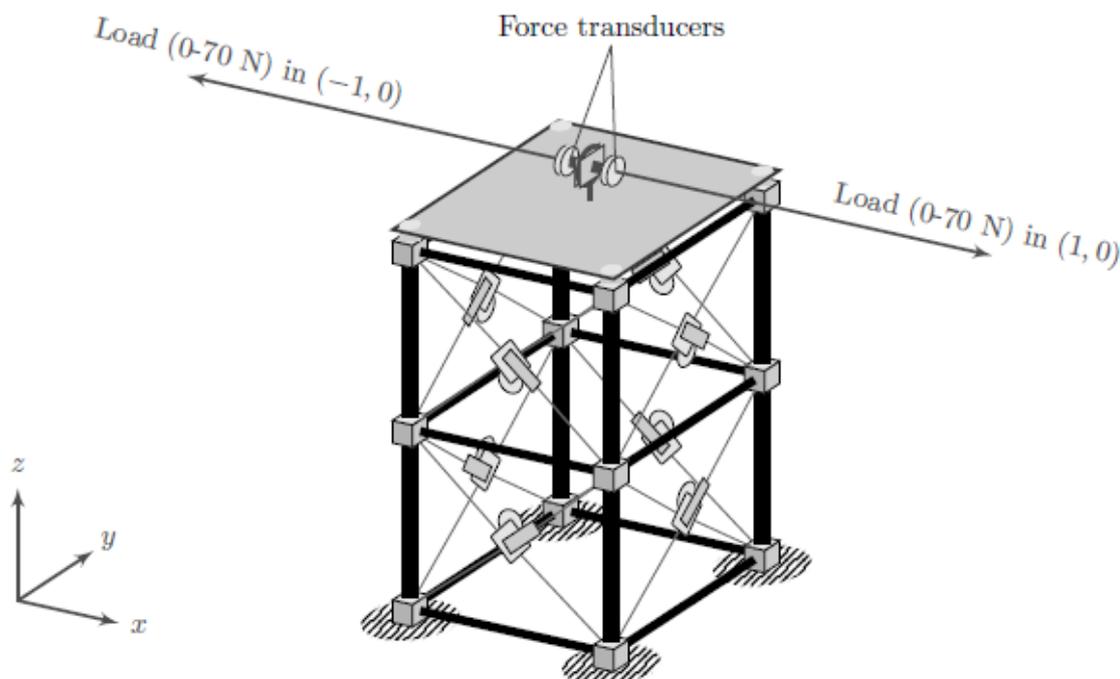


Figura 35 - Estrutura com dois módulos e 4 longérons (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

A estrutura analisada é composta por dois módulos, solicitada ao corte por carregamento exercido através de cabos posicionados 57.5mm acima do centro geométrico da armação superior. O carregamento é efetuado na direção x , com amplitude de 70N. Sabe-se ainda que ocorre o colapso da estrutura por *unlatching*, entre 80N até 130N para solicitação ao corte.

Para medição dos deslocamentos da armação superior, os autores (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) recorreram a um sistema *laser* com 6 graus de liberdade, com origem no centro geométrico da armação superior, para medição de movimentos de translação e rotação. Para condições fronteira do problema, assumiu-se que a base é fixa e a armação superior tem movimento de corpo rígido. A solicitação aplicada é de corte, com variação linear no tempo. Os resultados são apresentados na Figura 36.

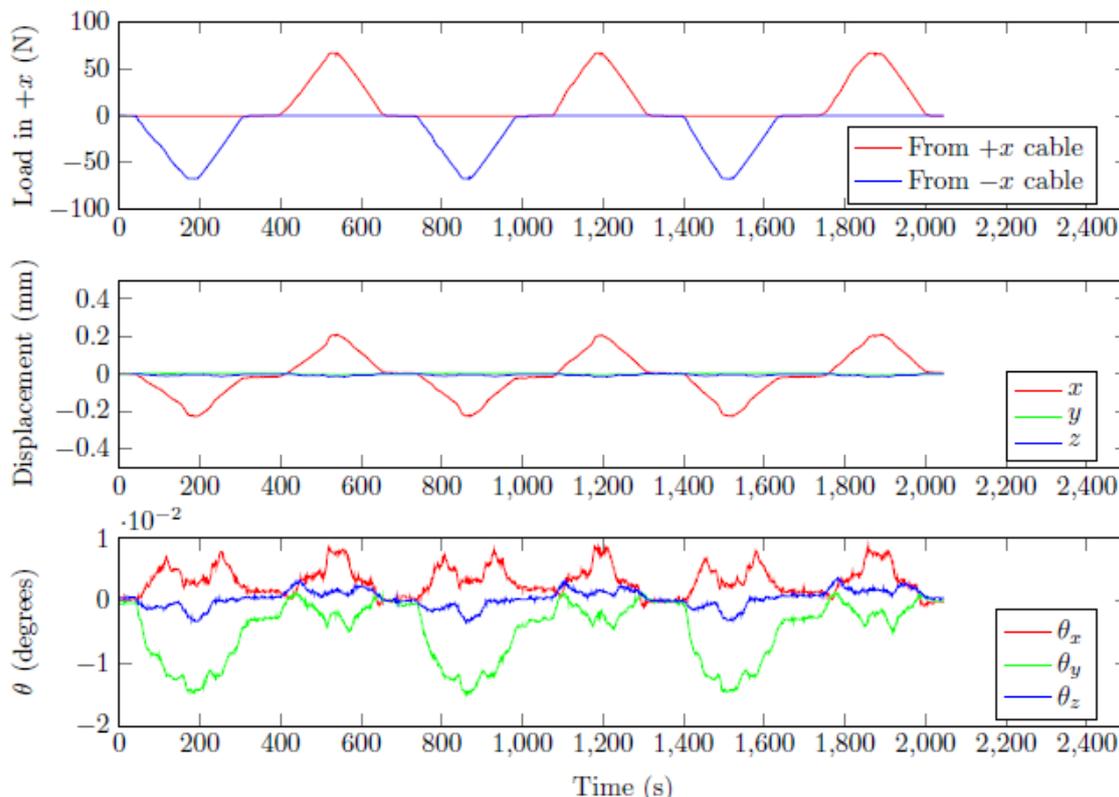


Figura 36 - Medição de deslocamentos e força de solicitação (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

Da Figura 36 torna-se evidente que o deslocamento de translação nas direções y, z , são desprezáveis em relação ao deslocamento na direção de carregamento x . O mesmo não sucede com o movimento de rotação, sendo θ_x e θ_y da mesma ordem de grandeza.

5.1. Atrito nas juntas de ligação.

Os autores (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011), apontam vários fatores para variação do atrito nas juntas de ligação:

- Grande variação do atrito relativamente a ensaios na superfície terrestre e à utilização em órbita;

- Juntas de ligação podem ser projetadas para existir pré-carregamento (esta hipótese não foi considerada neste caso);
- Pré-carregamento dos cabos de ligação pode ser aumentado.

O efeito do coeficiente de atrito (μ) no comportamento da estrutura é apresentado na Figura 37. Os resultados experimentais, representado a vermelho, mostram comportamento não linear da estrutura **para cargas elevadas**. Isto será analisado na secção de análise do mecanismo de bloqueio.

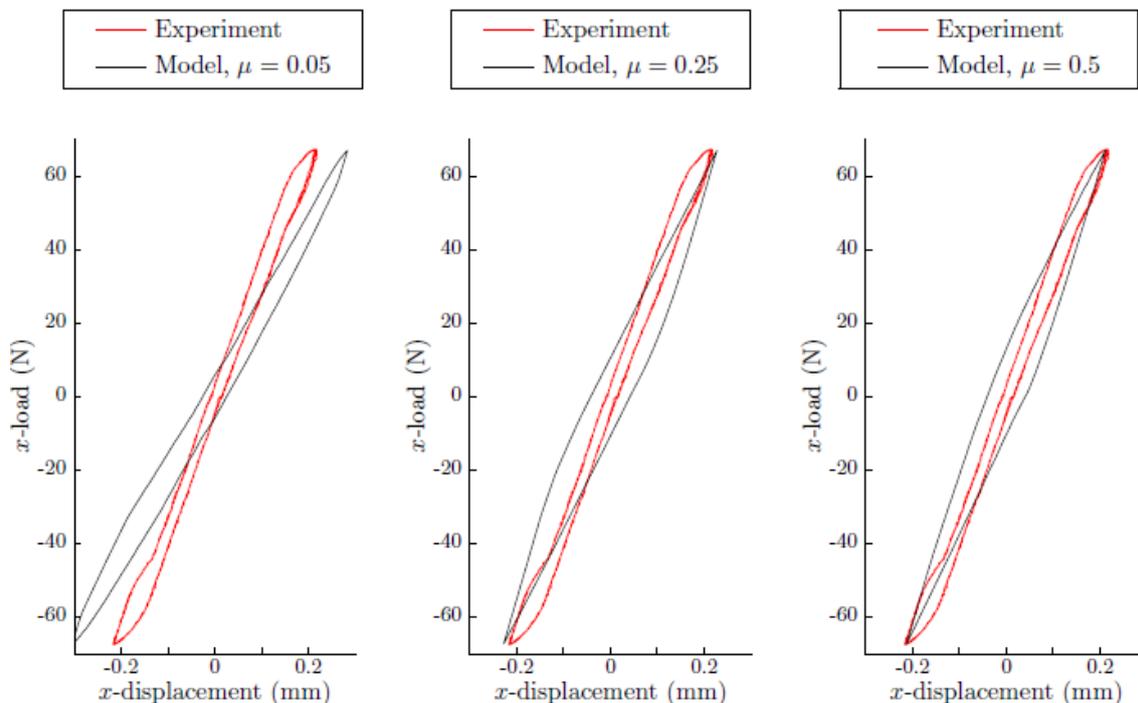


Figura 37 – Modelo teórico por MEF e resultado experimental do coeficiente de atrito (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

Da Figura 37 torna-se evidente que existe histerese de posição, isto é, para carga nula a posição x é diferente da posição inicial $x = 0$, podendo tomar dois valores. O modelo teórico obtido da análise por elementos finitos mostra que a amplitude de valores de deslocamento x , quando a carga da estrutura é nula, aumenta com o valor de coeficiente de atrito (μ) nas juntas de ligação.

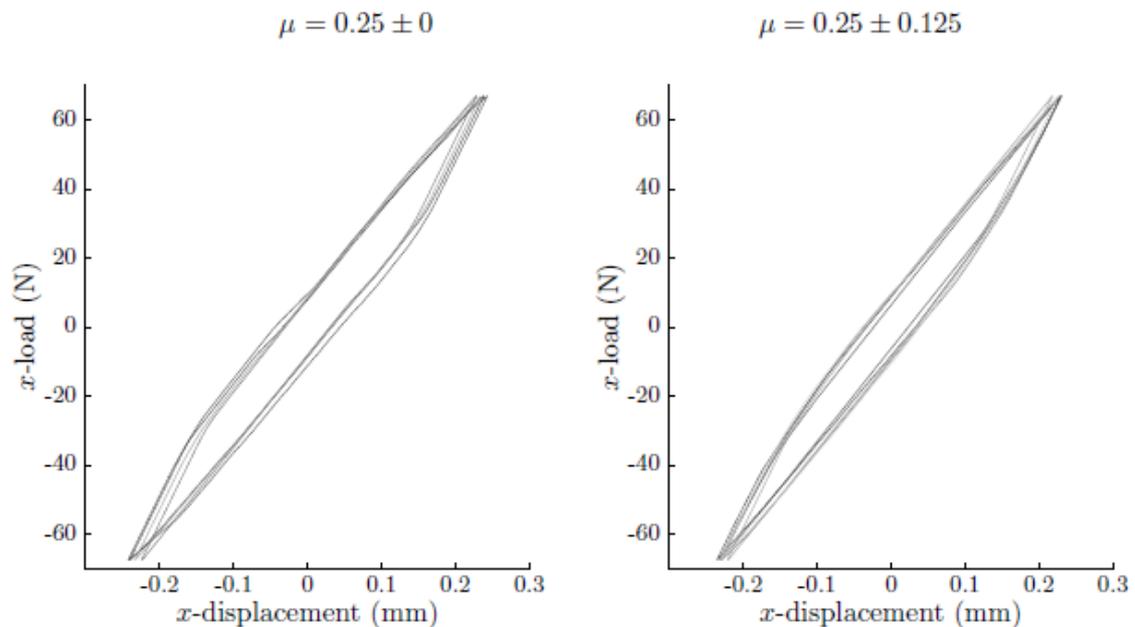


Figura 38 – Dispersão de valores de coeficiente de atrito (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

Considerando que a variação do coeficiente de atrito segue uma distribuição normal com desvio de 50%, a influência no comportamento da estrutura é mostrada na Figura 38. Os resultados apresentados correspondem ao modelo teórico, com e sem distribuição do coeficiente de atrito. Fica claro que o efeito de dispersão de μ no comportamento da estrutura é desprezável. Esta conclusão será percebida melhor na secção seguinte, devido à dependência entre o atrito e a pré-tensão do sistema de cabos.

Outra possibilidade de influência na histerese verificada na estrutura, é o atrito no mecanismo de bloqueio. Para análise deste efeito, os autores consideraram duas hipóteses:

- $\mu = 0$ na junta de ligação;
- $\mu = 2.5$ impossibilidade de escorregamento da esfera do *longeron* (*longeron ball-end*, Figura 29) na junta de ligação.

O modelo analisado por elementos finitos (cor negro nos gráficos, Figura 39) mostra para o caso de $\mu = 0$, a ocorrência de histerese na ordem de alguns microns, o que permitiu a (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) concluir que o atrito nas juntas de ligação é o principal responsável por ocorrência de histerese no posicionamento da estrutura, após um ciclo de carga.

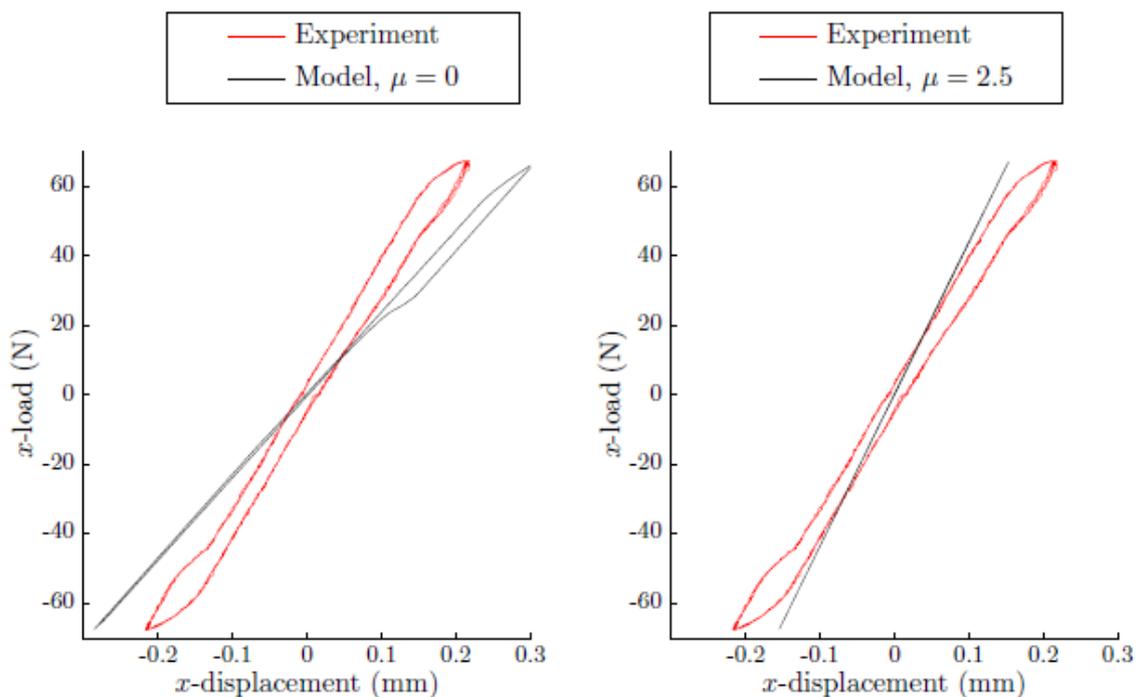


Figura 39 - Efeito do atrito no mecanismo latch, sobre a histerese existente na estrutura (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

As condições experimentais não foram alteradas, por isso as curvas a vermelho repetem-se nos gráficos da Figura 37 e Figura 39. Apenas o modelo teórico aproximado, com base na análise em elementos finitos, permitiu interpretar a influência do atrito nas juntas de ligação. Por observação da Figura 37, pode-se concluir que o coeficiente de atrito nas juntas de ligação, para o caso em estudo de (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011), deverá estar compreendido entre 0.25 e 0.5.

5.2. Pré-tensão do sistema de cabos.

A pré-tensão média dos cabos e o atrito nas juntas de ligação são propriedades que estão interligadas, consequentemente, com importante influência na rigidez e histerese. Nesta secção perceberemos a interação destas propriedades.

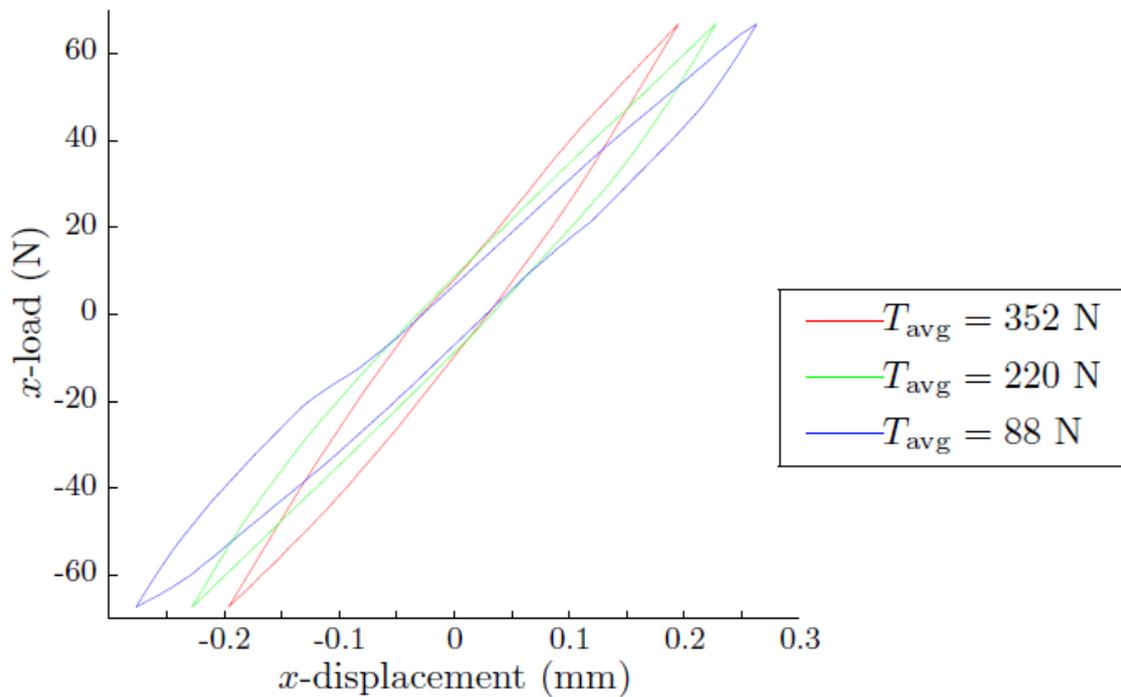


Figura 40 - Efeito do pré-carregamento dos cabos de ligação, sobre o deslocamento da estrutura (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

Na Figura 40 mostram-se três curvas da *força de solicitação vs deslocamento* da extremidade da estrutura, para a estrutura e solicitação representadas na Figura 35, considerando três valores diferentes de pré-carregamento dos cabos. Os autores (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) concluíram que baixos valores de pré-tensão dos cabos é equivalente a baixos valores de coeficiente de atrito nas juntas de ligação.

Como mostra Figura 40, o intervalo de deslocamento num ciclo de carga varia entre -0.2 e 0.2mm quando a pré-tensão média dos cabos é 352N . Em contraste, quando a pré-tensão nos cabos é 88N , o intervalo de deslocamento varia entre -0.27 e 0.27mm . Portanto, o incremento da pré-tensão permitiu uma redução de 26% na amplitude de deslocamento. Comparando a Figura 39 com a Figura 40, torna-se claro que o atrito nas juntas de ligação aumenta com a tensão nos cabos e consequentemente é maior a rigidez da estrutura, pois menor a amplitude de deslocamento.

Os autores (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) notaram a existência de dispersão de valores de pré-tensão dos cabos nos ensaios experimentais, entre diferentes faces de um módulo e entre módulos. Por isto, consideraram no modelo teórico, uma variação em torno de $\pm 100\mu\text{m}$ do comprimento dos cabos a fim interpretar o efeito da dispersão de valores em relação à pré-tensão média aplicada. O intervalo de variação de comprimento dos cabos ($\pm 100\mu\text{m}$) corresponde à dispersão de $\pm 50\text{N}$ em torno dos 220N de pré-tensão nos ensaios. Os resultados são apresentados na Figura 41.

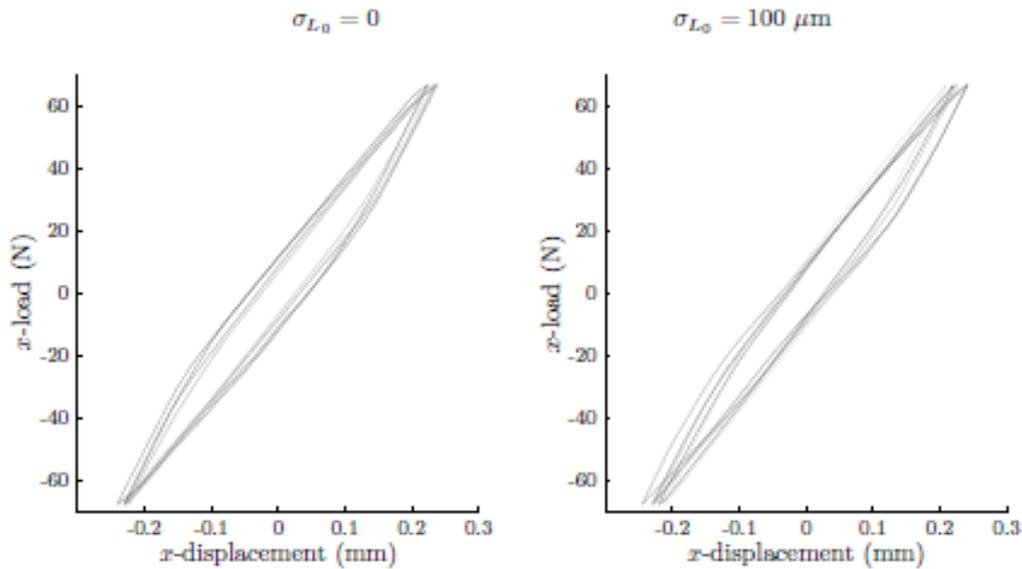


Figura 41 - Comportamento carga vs deslocamento quanto à dispersão de valores de pré-tensão (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

Representaram-se 5 simulações em diferentes tonalidades de cinzento. O gráfico à esquerda, na Figura 41, mostra o comportamento da estrutura sem considerar a dispersão de valores de pré-tensão, enquanto o gráfico à direita mostra os resultados considerando a dispersão de valores de pré-tensão. De forma análoga à dispersão de valores do atrito, com base nos resultados da Figura 41, (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) concluem que a dispersão de valores de pré-tensão dos cabos (entre cabos de faces diferentes), pouco afetou o comportamento da estrutura. Dos resultados apresentados na Figura 41, podemos notar que será na histerese de posição para cargas elevadas, onde se poderá atribuir a ligeira influência da dispersão de pré-tensão dos cabos.

5.3. Mecanismo de bloqueio – *Latch*.

O mecanismo de bloqueio é responsável por bloquear o módulo do mastro na posição completamente aberto do módulo. Na literatura consultada, este mecanismo é identificado em inglês por "*latch mechanism*". De acordo com (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011), é o mecanismo mais complexo da estrutura e o menos rígido (recomenda-se ver Figura 30).

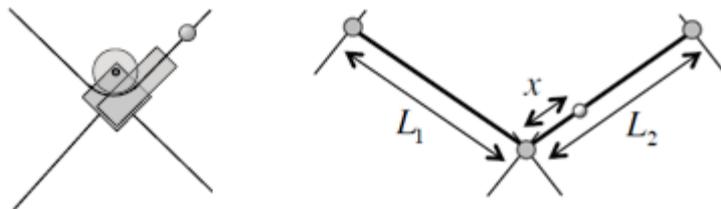


Figura 42 - Modelo do mecanismo de bloqueio (Oliver R. Stohlman e S. Pellegrino, 2010).

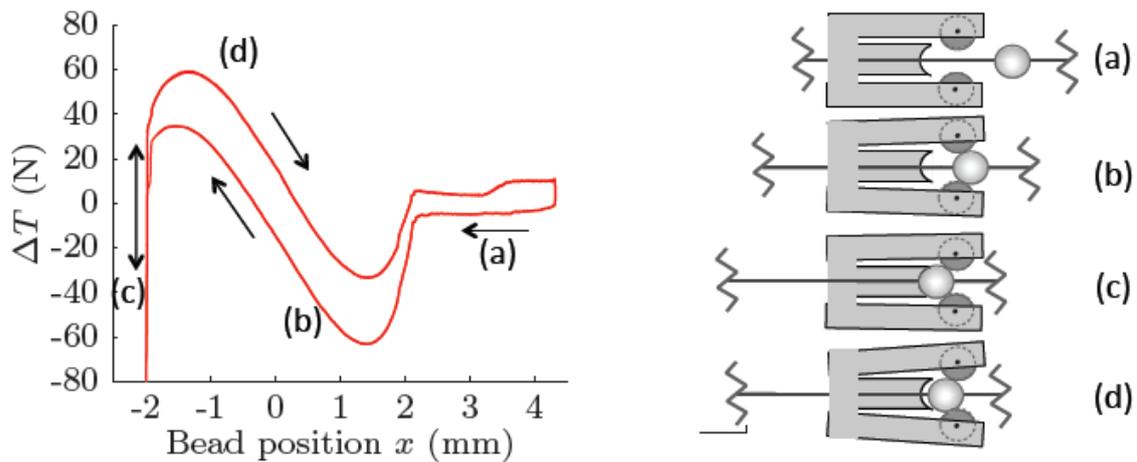


Figura 43 – Movimento da esfera do mecanismo de bloqueio (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

Na Figura 42 apresenta-se o mecanismo de bloqueio. Na Figura 43 mostra-se a curva do movimento da esfera do mecanismo de bloqueio, em relação à posição em que o centro da esfera e o centro das curvaturas de bloqueio estão alinhados. A curva inferior da Figura 43 corresponde à abertura do módulo. Atendendo à Figura 42, a diferença de tensão entre as extremidades do cabo ($\Delta T = T_2 - T_1$) provoca a rotação da roldana, por contacto com o cabo, e movimento da esfera de bloqueio do mecanismo. Observando a Figura 42 e Figura 43 notamos que durante a abertura do módulo $T_1 > T_2$, a esfera de bloqueio aproxima-se das curvaturas de bloqueio (a); quando a esfera contacta com as curvaturas de bloqueio, a tensão no cabo aumenta até afastar as curvaturas (b); ao contactar o *backstop* (c) estabelece-se a pré-tensão dos cabos por deformação. Referir-nos-emos a esta situação como ativação do mecanismo de bloqueio, instante em que o módulo está totalmente aberto.

Vários ensaios experimentais foram realizados por (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) para análise da curva de comportamento do mecanismo de bloqueio. Na Figura 44 são apresentadas as curvas para dois mecanismos de bloqueio de faces diferentes da estrutura. Note-se que a cor, os autores apresentam uma curva de aproximação.

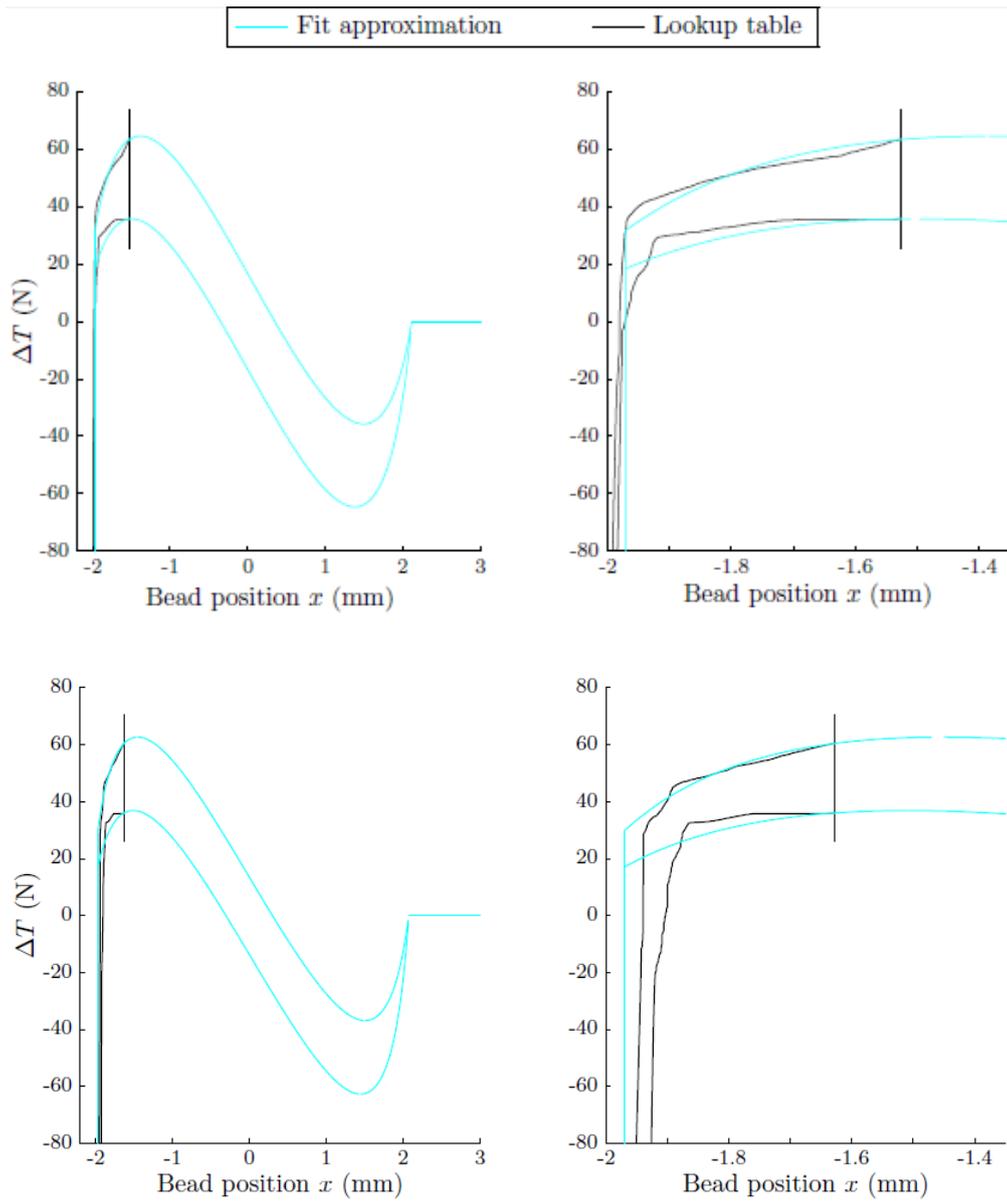


Figura 44 - Comportamento do mecanismo de bloqueio (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

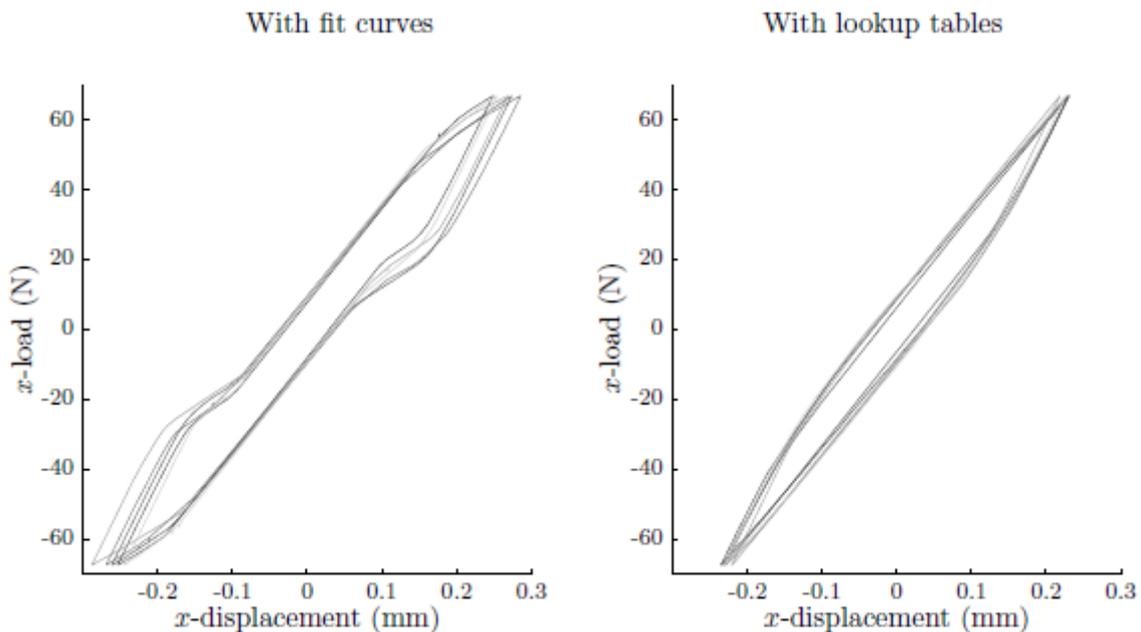


Figura 45 – Curvas carga vs deslocamento para os dados do mecanismo de bloqueio (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011).

Os autores consideraram 5 simulações, cada uma associada ao comportamento de um mecanismo de bloqueio. A Figura 45 mostra as curvas *carga vs deslocamento* da estrutura. O gráfico à esquerda considera apenas as curvas de aproximação, considerado comportamento ideal. O gráfico à direita considera a os dados experimentais do comportamento do mecanismo de bloqueio. Os autores apontam como causa para a diferença entre as duas representações gráficas, o desvio entre os comportamentos dos sistemas de bloqueio na zona próxima do *backstop*, como mostra a Figura 44. Destacam ainda:

- Não linearidade no comportamento da estrutura para cargas elevadas; A distorção da estrutura causa o afastamento da esfera de bloqueio no contacto com o *backstop* do mecanismo de bloqueio, em um ou mais mecanismos de bloqueio (ver Figura 43), consequentemente, a relação *carga vs deslocamento* altera-se.
- Antecipação do comportamento não linear da estrutura (*carga vs deslocamento*) para o comportamento ideal do mecanismo de bloqueio (gráfico à esquerda).
- Anisotropia do comportamento dos mecanismos de bloqueio pois, em solicitação, a carga não é igualmente distribuída entre os mecanismos de bloqueio e cargas em direções diferentes solicitam mecanismos de bloqueio diferentes.
- Para cargas elevadas existe a possibilidade de ocorrer desativação do mecanismo de bloqueio (*unlatching*), isto é, a esfera de bloqueio sai do mecanismo de bloqueio (ver Figura 43 (d)). A estrutura perde rigidez, sucede o colapso. De acordo com os autores, o armazenamento do módulo sucede por solicitação na armação superior, até ocorrer a desativação do mecanismo de bloqueio.

5.4. Conclusão dos fatores que Influenciam a abertura da estrutura.

Várias conclusões importantes podemos contar dos três fatores que influenciam o movimento de abertura de um módulo, analisados nesta secção. Histerese de posição para carga nula, provocado pelo atrito nas juntas de ligação. Da Figura 37, o modelo teórico obtido da análise por elementos finitos mostra que a amplitude de valores de deslocamento x , quando a carga da estrutura é nula, aumenta com o valor de coeficiente de atrito (μ) nas juntas de ligação. O carregamento nas juntas de ligação provocado pelos cabos, é o responsável pelo atrito. Por isto, baixos valores de pré-tensão dos cabos é equivalente a baixos valores de coeficiente de atrito nas juntas de ligação, como se verifica por observação da Figura 37 e Figura 40. Comparando a Figura 37 com a Figura 40, conclui-se que o atrito nas juntas de ligação aumenta com a tensão nos cabos e, conseqüentemente, maior a rigidez da estrutura, pois é menor a amplitude de deslocamento.

A dispersão de valores de pré-carregamento dos cabos e do atrito tem pouca influência no desvio de posição da estrutura. O mesmo não é verdade em relação à distribuição da tensão nos cabos durante o carregamento. A carga não é igualmente distribuída entre os mecanismos de bloqueio e cargas em direções diferentes solicitam mecanismos de bloqueio diferentes. Por consequência existirá anisotropia no comportamento dos mecanismos de bloqueio. Nos mecanismos de bloqueio mais solicitados sucede afastamento da esfera de bloqueio (ver Figura 43 (d)), provocando não linearidade no comportamento *Carga vs. Deslocamento* da estrutura (Figura 45). Por isto, a possibilidade de saída da esfera de bloqueio do mecanismo, ocorre, verificando-se a perda de tensão súbita dos cabos, a perda de rigidez da estrutura e, conseqüentemente, a possibilidade de ocorrer colapso.

Por último cabe destacar que, de acordo com a Figura 39, o atrito no mecanismo de bloqueio, portanto, entre a roldana e o cabo, é desprezável.

Destaca-se ainda outro facto visível dos resultados de (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) que não foram mencionados pelos autores. Atendendo à Figura 36, a rotação em torno da direção y (θ_y) é de maior magnitude para aplicação da carga no sentido negativo. Uma possível explicação é a disposição dos mecanismos de bloqueio do módulo superior. Como mostra a Figura 35, será mais fácil a saída da esfera do mecanismo de bloqueio do módulo superior para solicitações de corte negativas, em relação a solicitações positivas.

De acordo com os autores (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011), a missão NuSTAR faz uso de um mastro articulado com um mecanismo de ajuste no módulo da extremidade do mastro (junto à carga) para ajuste de posicionamento, e assim minimizar erros causados pelos três fatores analisados nesta secção.

6. Fatores que afetam as frequências naturais.

A frequência fundamental de vibração varia com a extensão máxima funcional da estrutura e com a massa transportada na extremidade. Uma análise, recorrendo a elementos finitos e à formulação teórica de viga de Euler, assumindo a estrutura como uma viga encastrada numa extremidade, permitiu concluir que a frequência fundamental diminui, quer com o aumento da extensão, quer com aumento da massa transportada, como representado na Figura 46 e Figura 47, de acordo com (H. Guo et al, 2011), investigadores da *School of Mechatronics Engineering – Harbin Institute of Technology*, Harbin, China. Considerando a carga de equipamentos, os autores (L. Puig et al, 2010), investigadores da *ESA*, indicam 0.1Hz como valor típico da frequência fundamental de vibração de mastros articulados.

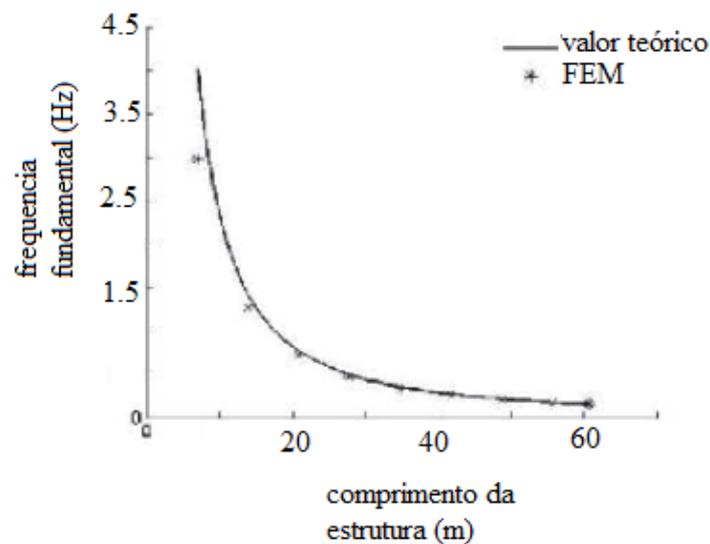


Figura 46 - frequência fundamental vs extensão de estrutura (H. Guo et al, 2011).

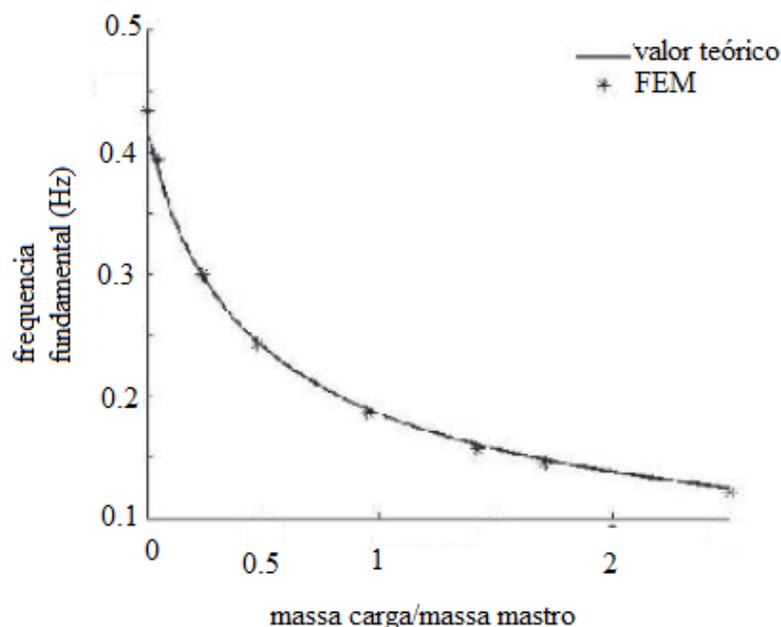


Figura 47 - Frequência fundamental vs massa transportada (H. Guo et al, 2011).

Análise Cinemática.

7. Revisão de conceitos cinemáticos.

Este anexo tem por objetivo recordar a teoria cinemática que permitiu a realização do trabalho. Não é um texto extensivo. Será recordado a construção da matriz transformação, o teorema das derivadas e as equações de *Mozzi*.

7.1. Matriz transformação

A projeção de vetores de um referencial para outro é útil para facilitar os cálculos, além de que, a operação entre vetores deve ser realizada estando projetados no mesmo referencial. De seguida, apresenta-se a construção de uma matriz transformação considerando os sistemas referenciais $S_A (X_A, Y_A, Z_A)$ e $S_B (X_B, Y_B, Z_B)$ da Figura 48.

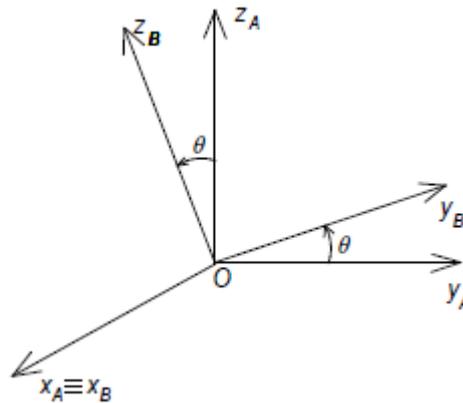


Figura 48 - Sistema de eixos S_A e S_B

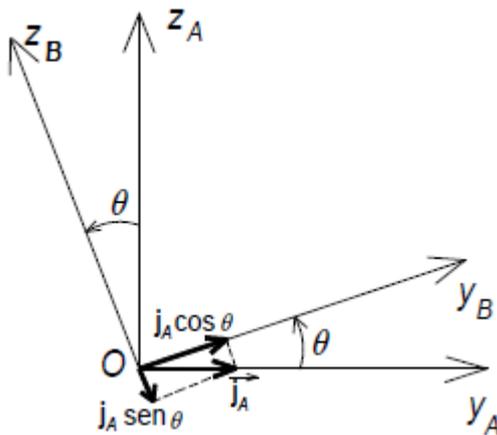


Figura 49 – Projeção do versor y_A sobre S_B .

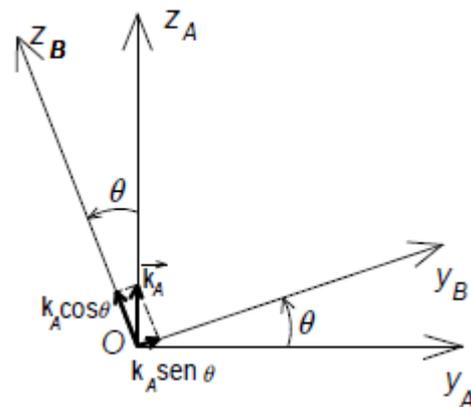


Figura 50 - Projeção do versor Z_A sobre S_B .

Vamos projetar os vetores de S_A para S_B , portanto a matriz transformação $[T_{AB}]$ será construída.

O versor X_A projeta-se de igual modo em S_B , o que corresponde à primeira linha e primeira coluna da matriz da seguinte maneira;

$$[T_{AB}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & & \\ 0 & & \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

O versor de y_A projeta-se em S_B de acordo com a Figura 49, que corresponde na matriz transformação ao seguinte;

$$[T_{AB}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \\ 0 & -\sin(\theta) & \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

De forma análoga, a projeção do versor Z_A sobre S_B (Figura 50);

$$[T_{AB}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

A projeção de um vetor sobre um dado referencial não afeta a quantidade que este representa, isto é, um vetor pode ser projetado no referencial que preferirmos, a quantidade física que este representa é a mesma, apenas muda sua representação matemática; o equivalente a vermos de uma perspectiva diferente.

7.2. Teorema das derivadas.

Este teorema é útil quando se pretende a derivada de um vetor em relação a um referencial S_A , mas mantendo o vetor projetado em S_B . Define-se da seguinte maneira;

$$\dot{\overrightarrow{AB}}|_{S_A}|_{S_B} = \dot{\overrightarrow{AB}}|_{S_B}|_{S_B} + \overrightarrow{\omega_{BA}}|_{S_B} \times \overrightarrow{AB}|_{S_B} \quad (7.4)$$

$\dot{\overrightarrow{AB}}|_{S_A}|_{S_B}$ é a derivada do vetor \overrightarrow{AB} , projetado em S_B mas em relação ao referencial S_A . Um exemplo de aplicação frequente é a determinação da velocidade absoluta de um ponto, quando o respetivo vetor posição está projetado num referencial móvel.

O primeiro termo $\dot{\overrightarrow{AB}}|_{S_B}|_{S_B}$, corresponde à derivada do vetor \overrightarrow{AB} projetado em S_B , isto é, $\overrightarrow{AB}|_{S_B}$. Por este vetor estar projetado em S_B , a sua derivada é também relativamente ao referencial S_B , daí $\dot{\overrightarrow{AB}}|_{S_B}|_{S_B}$.

O segundo termo $\overrightarrow{\omega_{BA}}|_{S_B} \times \overrightarrow{AB}|_{S_B}$, corresponde à velocidade com que o vetor \overrightarrow{AB} muda de direção. Aqui, $\overrightarrow{\omega_{BA}}|_{S_B}$ é a velocidade angular de rotação do referencial S_B em relação ao referencial S_A

7.3. Equações de *Mozzi*.

As equações de *Mozzi* são duas, uma para a velocidade e outra para a aceleração. São apresentadas seguidamente. São úteis para determinar a velocidade ou aceleração de um ponto (p) de um corpo, quando já é conhecida a velocidade ou aceleração, respetivamente, de um ponto (o) do mesmo corpo.

1ª equação de *Mozzi*;

$$\vec{v}_p = \vec{v}_o + (\vec{\omega} \times \overrightarrow{OP}) \quad (7.5)$$

Esta equação permite-nos determinar a velocidade de um ponto p do sólido (\vec{v}_p), se for conhecido o torsor das velocidades, isto é, o vetor velocidade de um outro ponto, ponto O , do mesmo sólido e o vetor velocidade angular (ω) do sólido. Assim, o vetor $(\vec{\omega} \times \overrightarrow{OP})$ corresponde à velocidade que o ponto p teria, se estivesse animado de um movimento de rotação em torno de O .

2ª equação de *Mozzi*;

$$\vec{a}_p = \vec{a}_o + (\vec{\alpha} \times \overrightarrow{OP}) + (\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overrightarrow{OP})) \quad (7.6)$$

De forma análoga à primeira equação, com a segunda determina-se a aceleração de um ponto p de um sólido, conhecido o torsor aceleração. \vec{a}_o é a aceleração do ponto O . $\vec{\alpha}$ é o vetor aceleração angular do sólido.

$(\vec{\alpha} \times \overrightarrow{OP})$ é o vetor aceleração tangencial; enquanto $(\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overrightarrow{OP}))$ o vetor aceleração normal. Estes vetores correspondem à aceleração que o ponto p teria se estivesse animado de movimento de rotação em torno de O .

8. Cinemática do módulo.

Nesta secção, pretende-se estabelecer e compreender as relações geométricas do movimento de um módulo estrutural (*bay*). Para isto, analisar-se-á detalhadamente a geometria do movimento de um módulo, com o fim de relacionar o movimento de rotação com o de translação. O movimento do módulo foi exposto com detalhe na secção 2.2.2, enquanto a identificação dos elementos, na secção 2.2.1. No entanto, espera-se que a exposição do estudo geométrico seja suficientemente clara para o leitor apenas consultar secções anteriores, em caso de dúvida. O Estudo cinemático é importante por que estabelece as relações geométricas de movimento que são necessárias para a definição do campo de velocidades e de acelerações e consequentemente, dos vetores utilizados na análise dinâmica, isto é, na determinação da equação de movimento.

8.1. Relações geométricas e cinemáticas.

Começemos por estabelecer um parâmetro angular que identifique o movimento de rotação entre a armação superior e a armação inferior de um módulo. Chamemos a este parâmetro θ .

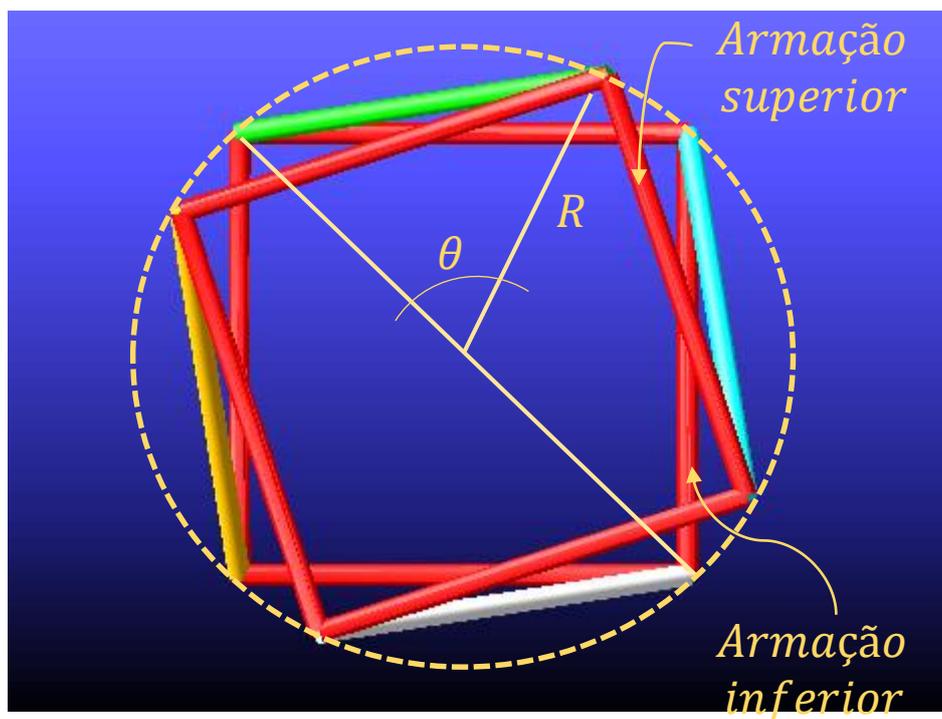


Figura 51 -Vista superior de um módulo do mastro, na posição de armazenamento.

Na Figura 51 identifica-se o parâmetro angular θ , o raio do círculo descrito pelos vértices da armação superior e inferior (R), e os elementos constituintes do módulo. Para simplificar, não foram representadas as juntas de ligação, nem os cabos. A vermelho identificam-se as armações, enquanto os *longeron* foram representados com cores diferentes. Cada cor representa um corpo rígido. Decidiu-se utilizar a mesma cor tanto para a armação superior como a inferior, por visualização mais agradável, apesar de serem corpos rígidos diferentes com movimento relativo.

O movimento do elemento longitudinal, *longeron*, é composto por duas rotações identificadas com os parâmetros angulares α e φ , mostrados na Figura 52 e Figura 53. Veremos que φ é apenas um parâmetro auxiliar, considerado neste trabalho, para facilitar os cálculos.

A distância entre a armação superior e inferior, ou altura do módulo, será identificado com a variável h , identificada na Figura 54.

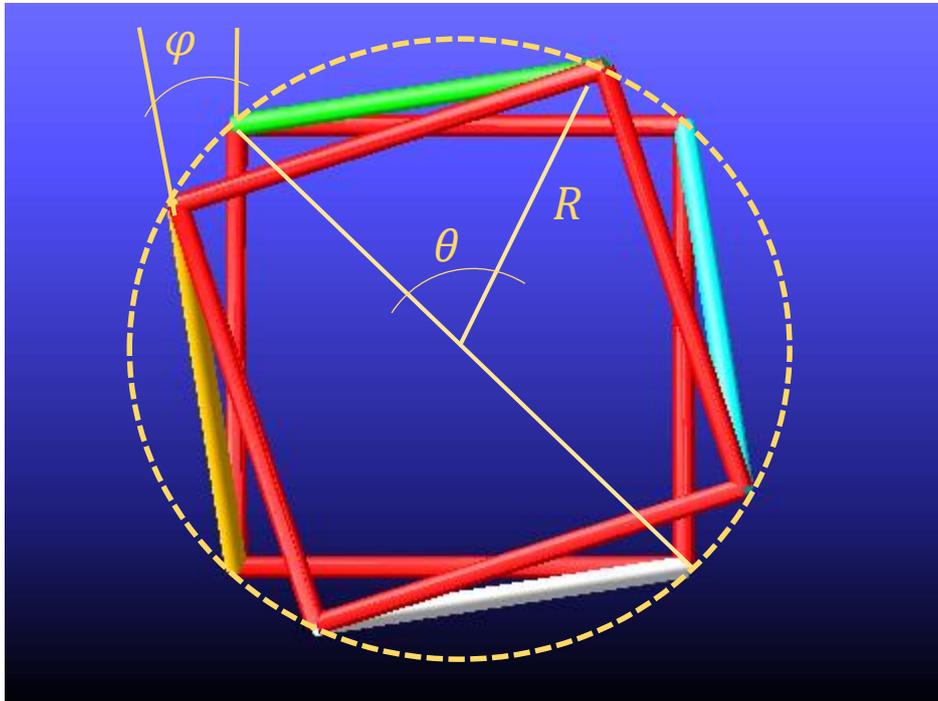


Figura 52 - Vista superior de um módulo do mastro, identificação do parâmetro φ .

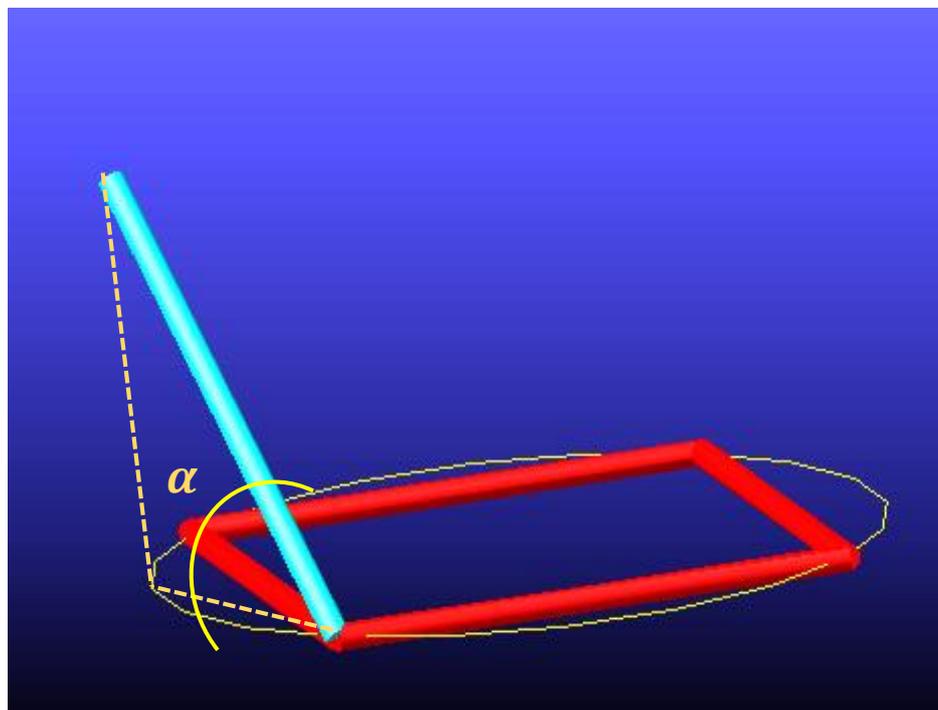


Figura 53 - Vista em perspectiva de um longeron, identificação de α .

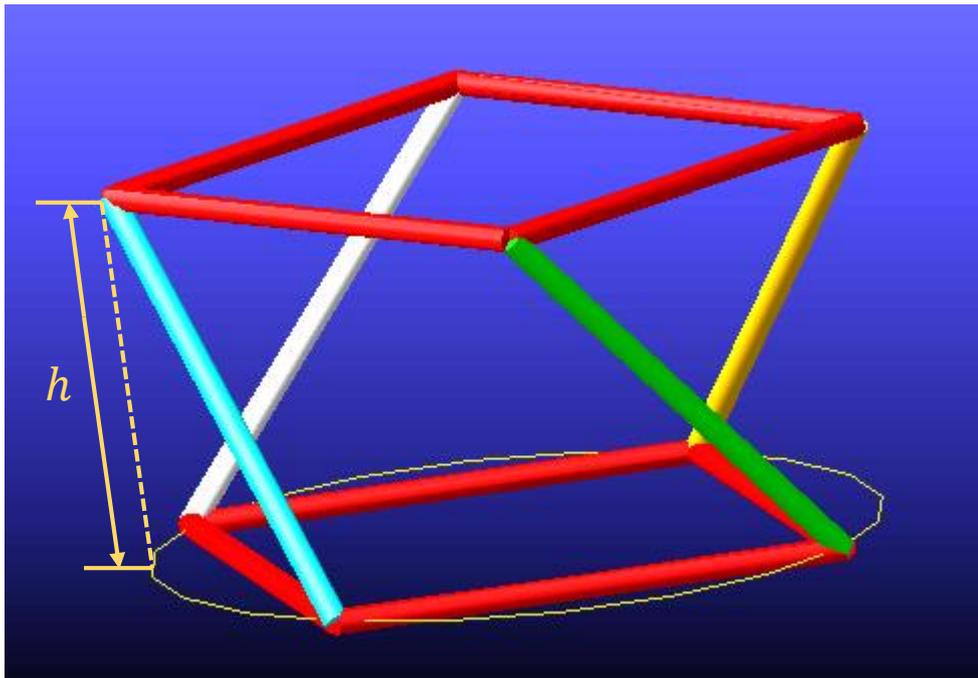


Figura 54 - Vista em perspectiva da abertura de um módulo, identificação de h .

Da análise do movimento de um módulo conclui-se que se trata de um sistema com um único grau de liberdade θ , cuja relação com os parâmetros α , φ e h deverá ser determinada. Isto significa que, partindo da posição de armazenamento (Figura 51), à medida que a armação superior roda θ graus, ocorrerá também translação em relação à armação inferior. Começa-se por determinar a relação com a altura do módulo (h). Considerem-se as seguintes relações geométricas, de acordo com a Figura 53 e Figura 55:

$$l \sin(\alpha) = h \quad (8.1)$$

$$l \cos(\alpha) = 2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8.2)$$

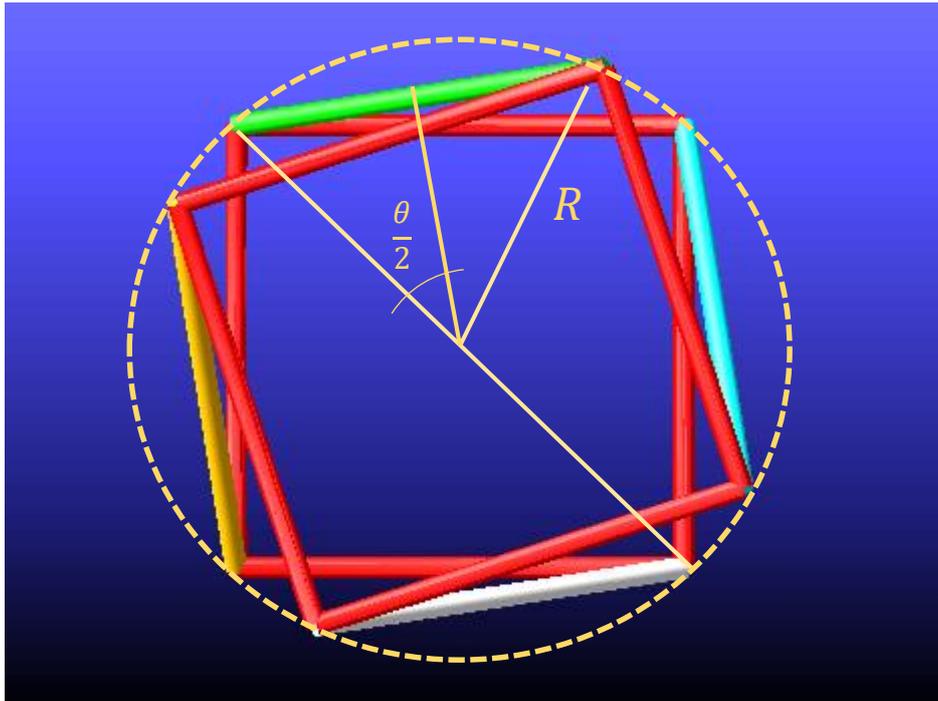


Figura 55 - Vista superior de um módulo.

O raio (R) é uma propriedade da estrutura que se relaciona com o comprimento do *batten* (b). Considerando a Figura 56 e, como consequência da forma quadrada da armação, resulta um triângulo retângulo e isósceles cuja hipotenusa é o comprimento do *batten* (b), e os catetos correspondem ao raio R da estrutura. A soma dos ângulos interiores de um triângulo totaliza 180° e, de acordo com a simetria da armação, os ângulos agudos são iguais e de valor $\gamma = 45^\circ$.

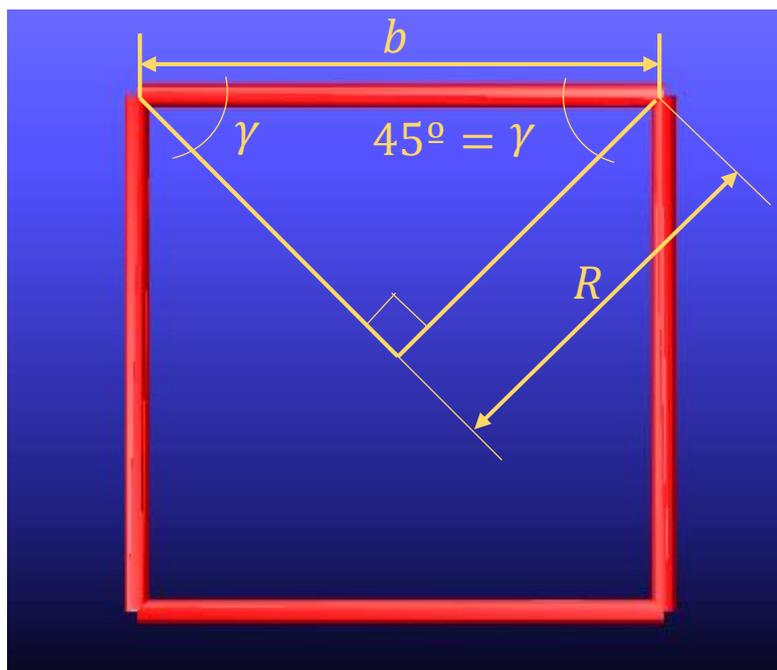


Figura 56 - Vista superior de um módulo, relação R e comprimento do *batten*.

Assim é possível afirmar

$$b \sin(45) = R \quad (=) \quad b \frac{\sqrt{2}}{2} = R \quad (8.3)$$

Recordando a relação geométrica do $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ com o $\cos(\theta)$

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(\theta)}{2}} \quad (8.4)$$

Substituindo (8.3) e (8.4) na equação (8.2) tem-se

$$l \cos(\alpha) = 2 \frac{b\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{1 - \cos(\theta)}{2}} \quad (8.5)$$

Simplificando resulta

$$l \cos(\alpha) = b \sqrt{1 - \cos(\theta)} \quad (8.6)$$

Elevando ambos os membros ao quadrado

$$l^2 \cos^2(\alpha) = b^2 (1 - \cos(\theta)) \quad (8.7)$$

Para simplificar a equação (8.7) retomemos a equação (8.1), elevando ambos membros ao quadrado,

$$\sin^2(\alpha) = \frac{h^2}{l^2} \quad (8.8)$$

Substituindo (8.8) em (8.7) e recordando $1 - \sin^2(\alpha) = \cos^2(\alpha)$ temos;

$$l^2 \left(1 - \frac{h^2}{l^2}\right) = b^2 (1 - \cos(\theta)) \quad (8.9)$$

Resolvendo

$$l^2 - h^2 = b^2 - b^2 \cos(\theta) \quad (8.10)$$

$$h^2 = l^2 - b^2 + b^2 \cos(\theta) \quad (8.11)$$

Reordenando a equação (8.11)

$$h^2 = b^2 \cos(\theta) - (b^2 - l^2) \quad (8.12)$$

A equação (8.12) é também apresentada por (Oliver R. Stohlman e S. Pellegrino, 2010). Vamos agora determinar a velocidade e aceleração de translação, \dot{h} e \ddot{h} respetivamente, que

nos serão úteis em secções posteriores deste trabalho. Derivando em ordem ao tempo a equação (8.12), temos

$$2 h \dot{h} = -b^2 \dot{\theta} \sin(\theta) \quad (8.13)$$

$$\dot{h} = \frac{-b^2 \dot{\theta} \sin(\theta)}{2 h} \quad (8.14)$$

Derivando novamente (8.12) a partir da equação (8.13),

$$2(\dot{h}^2 + h \ddot{h}) = -b^2(\ddot{\theta} \sin(\theta) + \dot{\theta}^2 \cos(\theta)) \quad (8.15)$$

$$\ddot{h} = \left[-\frac{b^2}{2}(\ddot{\theta} \sin(\theta) + \dot{\theta}^2 \cos(\theta)) - \dot{h}^2 \right] \left(\frac{1}{h} \right) \quad (8.16)$$

A relação de α com θ vem da equação (8.2). Derivando,

$$-l \dot{\alpha} \sin(\alpha) = 2R \frac{\dot{\theta}}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8.17)$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{R \dot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{l \sin(\alpha)} \quad (8.18)$$

Derivando (8.17),

$$-l \ddot{\alpha} \sin(\alpha) - l \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha) = R \ddot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - R \frac{\dot{\theta}^2}{2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8.19)$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{R \left(\ddot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{\dot{\theta}^2}{2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) + l \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha)}{l \sin(\alpha)} \quad (8.20)$$

Vamos agora determinar a relação do parâmetro φ com θ . Recordemos a Figura 52.

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (8.21)$$

Note-se que o parâmetro φ é o complemento do parâmetro θ , daí considerar-se φ um parâmetro auxiliar. Derivando (8.21) relacionam-se as respetivas derivadas

$$\dot{\varphi} = -\dot{\theta} \quad (8.22)$$

$$\ddot{\varphi} = -\ddot{\theta} \quad (8.23)$$

8.2. Campo de velocidades

$$\tau_{O_2}^2 = (\overline{\omega}_{20}|_{S_0} + \overline{v}_{O_2 20}|_{S_0}) \quad (8.24)$$

Atendendo à Figura 57 e à equação (8.24), onde $\tau_{O_2}^2$ representa o torsor do corpo 2 no ponto O_2 (centro geométrico da armação superior); o vetor principal corresponde à velocidade angular no movimento 20, isto é, do corpo 2 em relação ao referencial fixo S_0 , estando o vetor projetado em S_0 , e toma o mesmo valor em qualquer ponto do corpo. O vetor velocidade instantânea do movimento 20 corresponde à velocidade do ponto O_2 do corpo 2 em relação ao referencial fixo S_0 , isto é, a velocidade absoluta, sendo o vetor projetado em S_0 .

$$\overline{\omega}_{20}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (8.25)$$

$$\overline{v}_{O_2 20}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{h} \end{Bmatrix} \quad (8.26)$$

Os vetores anteriores definem o campo de velocidades do corpo 2 e permitem a determinação da velocidade absoluta de qualquer ponto do corpo 2. Como exemplo determinaremos a velocidade do ponto A, do corpo 2.

Recorrendo à 1ª equação de *Mozzi*

$$\overline{v}_{A 20}|_{S_0} = \overline{v}_{O_2 20}|_{S_0} + \overline{\omega}_{20}|_{S_0} \times \overline{O_2 A}|_{S_0} \quad (8.27)$$

Para determinação do vetor posição $\overline{O_2 A}|_{S_0}$ consideremos o referencial fixo $S_0 (x_0, y_0, Z_0)$ e o referencial móvel $S_2 (x_2, y_2, Z_2)$ solidário com a armação superior (*top frame* - corpo 2), sendo o ponto A um vértice da armação superior e O_2 a origem do referencial S_2 , como mostra a Figura 57.

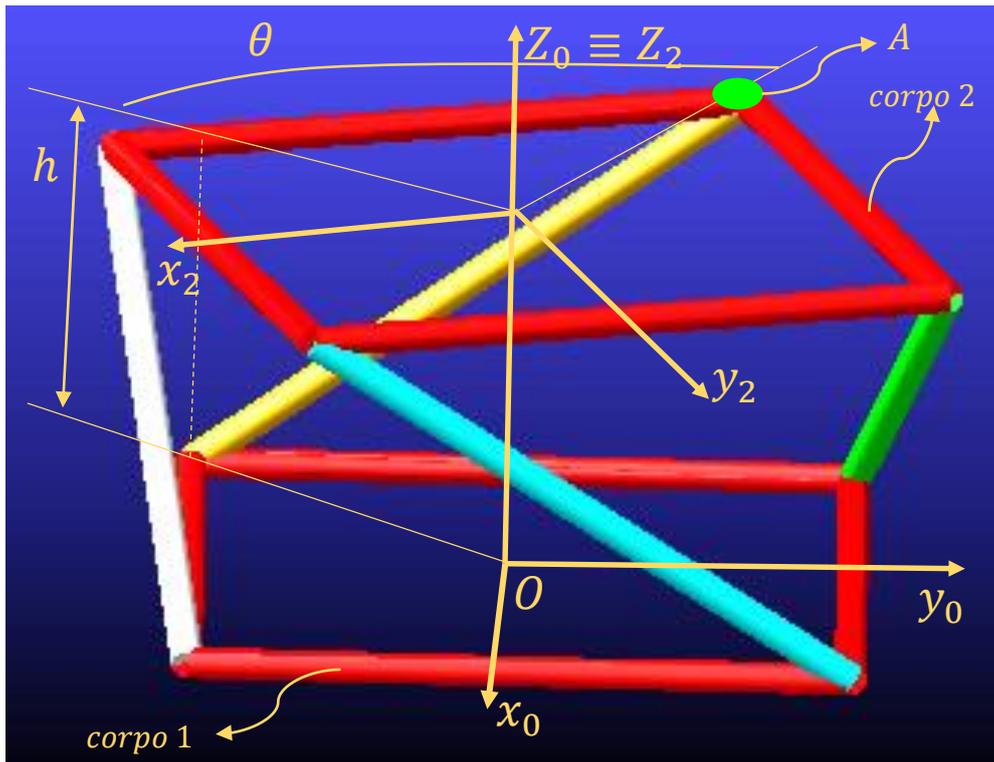


Figura 57 - Vista em perspectiva de um módulo, identificação de referenciais.

O vetor posição projetado em S_2 ,

$$\overrightarrow{O_2A}|_{S_2} = \begin{Bmatrix} b \\ -\frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.28)$$

Recorrendo à matriz transformação $[T_{20}]$ obtém-se o vetor posição projetado em S_0

$$\overrightarrow{O_2A}|_{S_0} = [T_{20}]\overrightarrow{O_2A}|_{S_2} \quad (8.29)$$

$$\overrightarrow{O_2A}|_{S_0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b \\ -\frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.30)$$

$$\overrightarrow{O_2A}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} \frac{b}{2}(\sin(\theta) - \cos(\theta)) \\ -\frac{b}{2}(\sin(\theta) + \cos(\theta)) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.31)$$

A matriz transformação apresentada em (8.30) corresponde ao sentido de rotação $(-\theta)$ para o movimento de abertura, e não ao sentido $(+\theta)$, como mostrado na Figura 57. Isto porque a modelação do módulo com o sistema de cabos foi realizado com o sentido $(-\theta)$, para o movimento de abertura. Assim estes cálculos são válidos para a secção 10.4.2. Se se considerasse o sentido $(+\theta)$ em (8.30), de acordo com a Figura 57, a única diferença seria a matriz transformação, em que o primeiro termo da segunda linha seria negativo e o segundo termo da primeira linha seria positivo.

Estamos agora em condições de determinar a velocidade absoluta do ponto A , projetado em S_0 . Retomando a equação (8.27), tem-se

$$\overrightarrow{v_{A_{20}}}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{h} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \frac{b}{2}(\sin(\theta) - \cos(\theta)) \\ -\frac{b}{2}(\sin(\theta) + \cos(\theta)) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8.32)$$

$$\overrightarrow{v_{A_{20}}}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} \frac{b}{2}\dot{\theta}(\sin(\theta) + \cos(\theta)) \\ \frac{b}{2}\dot{\theta}(\sin(\theta) - \cos(\theta)) \\ \dot{h} \end{Bmatrix} \quad (8.33)$$

8.3. Campo de acelerações

O campo de acelerações é definido pelos vetores: $\overline{\alpha}_{20}|_{S_0}$, $\overline{\omega}_{20}|_{S_0}$, \overline{a}_{A20} , aceleração angular, velocidade angular e aceleração instantânea no ponto A , respetivamente, estando todos projetados em S_0 .

O vetor aceleração angular

$$\overline{\alpha}_{20}|_{S_0} = \overline{\dot{\omega}}_{20}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (8.34)$$

Recordando a 2ª equação de *Mozzi*

$$\overline{a}_{A20}|_{S_0} = \overline{a}_{O_220}|_{S_0} + \overline{\alpha}_{20}|_{S_0} \times \overline{O_2A}|_{S_0} + \overline{\omega}_{20}|_{S_0} \times (\overline{\omega}_{20}|_{S_0} \times \overline{O_2A}|_{S_0}) \quad (8.35)$$

A aceleração absoluta de O_2 é intuitiva de calcular pois a origem do referencial S_2 apenas translada

$$\overline{a}_{O_220}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{h} \end{Bmatrix} \quad (8.36)$$

Substituindo os vetores em (8.35) e resolvendo, obtém-se

$$\overline{a}_{A20}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} \frac{b}{2} \ddot{\theta} (\sin(\theta) + \cos(\theta)) - \frac{b}{2} \dot{\theta}^2 (\sin(\theta) - \cos(\theta)) \\ \frac{b}{2} \ddot{\theta} (\sin(\theta) - \cos(\theta)) + \frac{b}{2} \dot{\theta}^2 (\sin(\theta) + \cos(\theta)) \\ \ddot{h} \end{Bmatrix} \quad (8.37)$$

9. Equação de movimento

Nesta secção será determinada a equação de movimento de um módulo estrutural. Esta análise é realizada considerando o funcionamento em órbita da estrutura, por consequência, a ação do peso é desprezada. Numa fase inicial será determinada a equação de movimento sem considerar a ação dos cabos nem do atrito, considerando apenas o movimento do módulo. Depois, analisar-se-á a ação dos cabos.

Recorrer-se-á ao Teorema dos Trabalhos Virtuais (TTV) para determinação da equação de movimento. Considera-se um deslocamento virtual infinitesimal $\partial\theta$ provocado por um momento motor (M_{motor}) ao longo do eixo longitudinal da estrutura. A equação (9.1) expressa o princípio do TTV, a soma dos trabalhos virtuais realizado pelas forças exteriores (∂w^e), forças internas (∂w^i) e forças de inércia (∂w^j) é nulo. Consideram-se todos os vetores projetados no referencial fixo S_0 .

$$\partial w^e + \partial w^i + \partial w^j = 0 \quad (9.1)$$

$$\partial w^e = \overrightarrow{M}_{motor} \cdot \overrightarrow{\partial\theta} \quad (9.2)$$

$$\partial w^i = 0 \quad (9.3)$$

$$\partial w^j = 4 \left(-\overrightarrow{Q}_l \cdot \overrightarrow{\partial G}_l - \overrightarrow{K}_{G_l} \cdot \overrightarrow{\partial\omega}_l \right) - 4 \left(\overrightarrow{Q}_J \cdot \overrightarrow{\partial G}_J \right) - \overrightarrow{Q}_{AS} \cdot \overrightarrow{\partial G}_{AS} - \overrightarrow{K}_{G_{AS}} \cdot \overrightarrow{\partial\theta} \quad (9.4)$$

Na equação (9.4) os vetores

- \overrightarrow{Q} corresponde à quantidade de aceleração;
- $\overrightarrow{\partial G}$ deslocamento virtual do centro de massa;
- \overrightarrow{K}_G momento dinâmico no centro de massa;
- $\overrightarrow{\partial\omega}$ deslocamento virtual da velocidade angular de rotação;
- $\overrightarrow{\partial\theta}$ deslocamento virtual angular do parâmetro θ ;

Os índices:

- l refere-se a longeron;
- J à Junta de ligação (conner joints);
- AS à Armação Superior;

Por sobreposição de efeitos e disposição simétrica das juntas de ligação e *longerons*, adicionam-se os respetivos efeitos, daí o escalar 4 na equação (9.4). Nesta fase inicial não se considera o efeito do atrito pelo que o trabalho da forças interiores (∂w^i) é nulo.

Vamos começar por determinar os deslocamentos virtuais. Depois determinar-se-ão os vetores momento dinâmico e quantidade de aceleração.

9.1. Determinação de $\overrightarrow{\partial G_{AS}}$

$$\overrightarrow{\partial G_{AS}}|_{S0} = \overrightarrow{\partial O_2}|_{S0} \quad (9.5)$$

$\overrightarrow{\partial G_{AS}}|_{S0}$ corresponde ao deslocamento virtual do centro de massa da armação superior, projetado em S0. O centro de massa da armação superior coincide com a origem do referencial solidário a este corpo.

$$\overrightarrow{\partial O_2}|_{S0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \partial h \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{b^2 \partial \theta \sin(\theta)}{2h} \end{Bmatrix} \quad (9.6)$$

9.2. Determinação de $\overrightarrow{\partial G_J}$

$\overrightarrow{\partial G_J}$ é o deslocamento virtual do centro de massa da junta de ligação. Recordando o campo de velocidade da armação superior.

$$\overrightarrow{\partial G_J}|_{S0} = \overrightarrow{v_{G_J}}|_{S0} \partial t = \overrightarrow{v_{A_{120}}}|_{S0} \partial t \quad (9.7)$$

$$\overrightarrow{\partial G_J}|_{S0} = \begin{Bmatrix} -\frac{b}{2} \frac{\partial \theta}{\partial t} (\sin(\theta) + \cos(\theta)) \\ \frac{b}{2} \frac{\partial \theta}{\partial t} (\cos(\theta) - \sin(\theta)) \\ \frac{\partial h}{\partial t} \end{Bmatrix} \partial t \quad (9.8)$$

$$\overrightarrow{\partial G_J}|_{S0} = \begin{Bmatrix} -\frac{b}{2} \partial \theta (\sin(\theta) + \cos(\theta)) \\ \frac{b}{2} \partial \theta (\cos(\theta) - \sin(\theta)) \\ \partial h \end{Bmatrix} \quad (9.9)$$

9.3. Determinação de $\overrightarrow{\partial G_l}|_{S0}$

$\overrightarrow{\partial G_l}|_{S0}$ é o deslocamento virtual do centro de massa do *longeron*, projetado em S0.

$$\overrightarrow{\partial G_l}|_{S0} = \overrightarrow{v_{G_l}}|_{S0} \partial t \quad (9.10)$$

$$\overrightarrow{\partial G_l}|_{S0} = \frac{l}{2} \begin{Bmatrix} \partial \alpha \sin(\alpha) \cos(\varphi) + \partial \varphi \cos(\alpha) \sin(\varphi) \\ -\partial \alpha \sin(\alpha) \sin(\varphi) + \partial \varphi \cos(\alpha) \cos(\varphi) \\ \partial \alpha \cos(\alpha) \end{Bmatrix} \quad (9.11)$$

$$\partial \alpha = -\frac{\partial \theta R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{l \sin(\alpha)} \quad (9.12)$$

$$\partial \varphi = -\partial \theta \quad (9.13)$$

9.4. Determinação de $\overrightarrow{\partial\omega_l}$

$\overrightarrow{\partial\omega_l}|_{S_0}$ refere-se ao deslocamento virtual da velocidade angular do *longeron*, projetado em S_0 . A matriz transformação do referencial local do *longeron*, no respetivo centro de massa, para o referencial fixo, da armação inferior é $[T_{Sl S_0}]$.

$$\overrightarrow{\partial\omega_l}|_{S_0} = \overrightarrow{\omega_l}|_{S_0} \partial t \quad (9.14)$$

$$\overrightarrow{\omega_l}|_{S_0} = [T_{Sl S_0}] \overrightarrow{\omega_l}|_{Sl} \quad (9.15)$$

$$\overrightarrow{\omega_l}|_{S_0} = \begin{bmatrix} \sin(\alpha) \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & \cos(\alpha) (-\cos(\varphi)) \\ \sin(\alpha) (-\sin(\varphi)) & \cos(\varphi) & \cos(\alpha) \sin(\varphi) \\ \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varphi} \cos(\alpha) \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\varphi} \sin(\alpha) \end{Bmatrix} \quad (9.16)$$

9.5. Determinação da quantidade de aceleração da Armação Superior $\overrightarrow{Q_{AS}}$

$$\overrightarrow{Q_{AS}}|_{S_0} = m_{AS} \overrightarrow{a_{G_{AS}}}|_{S_0} \quad (9.17)$$

$$\overrightarrow{a_{G_{AS}}}|_{S_0} = \overrightarrow{a_{O_{220}}}|_{S_0} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{h} \end{Bmatrix} \quad (9.18)$$

9.6. Determinação da quantidade de aceleração dos *longeron* $\overrightarrow{Q_l}$

$$\overrightarrow{Q_l}|_{S_0} = m_l \overrightarrow{a_{G_l}}|_{S_0} \quad (9.19)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a_{G_l}}|_{S_0} &= \overrightarrow{\ddot{O}G_l}|_{S_0} \\ &= \frac{l}{2} \begin{Bmatrix} (\ddot{\alpha} \sin(\alpha) + \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha)) \cos(\varphi) - 2\dot{\varphi} \dot{\alpha} \sin(\alpha) \sin(\varphi) + (\ddot{\varphi} \sin(\varphi) + \dot{\varphi}^2 \cos(\varphi)) \cos(\alpha) \\ -(\ddot{\alpha} \sin(\alpha) + \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha)) \sin(\varphi) - 2\dot{\varphi} \dot{\alpha} \sin(\alpha) \cos(\varphi) + (\ddot{\varphi} \sin(\varphi) + \dot{\varphi}^2 \cos(\varphi)) \sin(\alpha) \\ \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (9.20)$$

9.7. Determinação da quantidade de aceleração das Juntas de ligação $\overrightarrow{Q_J}$

$$\overrightarrow{Q_J}|_{S_0} = m_J \overrightarrow{a_{G_J}}|_{S_0} \quad (9.21)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a_{G_J}}|_{S_0} &= \overrightarrow{a_{A_3}}|_{S_0} \\ &= \begin{Bmatrix} \frac{b}{2} \ddot{\theta} (\sin(\theta) + \cos(\theta)) - \frac{b}{2} \dot{\theta}^2 (\cos(\theta) - \sin(\theta)) \\ -\frac{b}{2} \ddot{\theta} (\cos(\theta) - \sin(\theta)) - \frac{b}{2} \dot{\theta}^2 (\sin(\theta) + \cos(\theta)) \\ \ddot{h} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (9.22)$$

9.8. Determinação do momento dinâmico $\overrightarrow{K_{G_{AS}}}$

$$\overrightarrow{K_{G_{AS}}}|_{S0} = \begin{bmatrix} I_{xx_{AS}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_{AS}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_{AS}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ddot{\theta} \end{pmatrix} \quad (9.23)$$

$$\overrightarrow{K_{G_{AS}}}|_{S0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_{zz_{AS}} \ddot{\theta} \end{pmatrix} \quad (9.24)$$

9.9. Determinação do momento dinâmico $\overrightarrow{K_{G_l}}$

Por simplificação, vamos considerar o momento dinâmico do *longeron* projetado no referencial local (*Sl*), com origem no respetivo centro de massa. Uma vez determinado utilizar-se-á a matriz transformação $[T_{SlS0}]$ para obter o vetor projetado no referencial S0.

$$\overrightarrow{K_{G_l}}|_{Sl} = [Inércia]|_{Sl} \cdot \dot{\overrightarrow{\omega}}_{l_{S0}}|_{Sl} \quad (9.25)$$

$[Inércia]|_{Sl}$ é a matriz de inércia do *longeron* projetada no referencial local (*Sl*) no respetivo centro de massa. $\dot{\overrightarrow{\omega}}_{l_{S0}}|_{Sl}$ é a derivada do vetor velocidade angular do *longeron* em relação ao referencial S0, mas projetado no referencial local *Sl*.

A determinação de $\dot{\overrightarrow{\omega}}_{l_{S0}}|_{Sl}$ faz-se recorrendo ao teorema das derivadas,

$$\dot{\overrightarrow{\omega}}_{l_{S0}}|_{Sl} = \dot{\overrightarrow{\omega}}_{l_{Sl}}|_{Sl} + (\overrightarrow{\omega}_{SlS0}|_{Sl} \times \overrightarrow{\omega}_l|_{Sl}) \quad (9.26)$$

$\overrightarrow{\omega}_{SlS0}|_{Sl}$ é o vetor velocidade angular do referencial *Sl* em relação ao referencial S0;

$$\overrightarrow{\omega}_{SlS0}|_{Sl} = \overrightarrow{\omega}_l|_{Sl} \quad (9.27)$$

Consequentemente;

$$\overrightarrow{\omega}_{SlS0}|_{Sl} \times \overrightarrow{\omega}_l|_{Sl} = \vec{0} \quad (9.28)$$

A equação (9.26) simplifica-se;

$$\dot{\overrightarrow{\omega}}_{l_{S0}}|_{Sl} = \dot{\overrightarrow{\omega}}_{l_{Sl}}|_{Sl} = \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \cos(\alpha) - \dot{\varphi} \dot{\alpha} \sin(\alpha) \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\varphi} \sin(\alpha) + \dot{\alpha} \dot{\varphi} \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (9.29)$$

Retomando novamente a equação (9.25)

$$\overrightarrow{K_{G_l}}|_{Sl} = \begin{bmatrix} I_{xx_l} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_l} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_l} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \cos(\alpha) - \dot{\varphi} \dot{\alpha} \sin(\alpha) \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\varphi} \sin(\alpha) + \dot{\alpha} \dot{\varphi} \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad (9.30)$$

$$\overrightarrow{K_{G_l}}|_{S_l} = \begin{pmatrix} I_{xx_l}(\ddot{\varphi} \cos(\alpha) - \dot{\varphi}\dot{\alpha} \sin(\alpha)) \\ I_{yy_l}\ddot{\alpha} \\ I_{zz_l}(\ddot{\varphi} \sin(\alpha) + \dot{\alpha}\dot{\varphi} \cos(\alpha)) \end{pmatrix} \quad (9.31)$$

Uma vez que na equação de movimento todos os vetores estão projetados em S_0 , vamos utilizar agora a matriz transformação $[T_{S_l S_0}]$ para obter o vetor momento dinâmico do *longeron* projetado em S_0 .

$$\overrightarrow{K_{G_l}}|_{S_0} = [T_{S_l S_0}] \overrightarrow{K_{G_l}}|_{S_l} \quad (9.32)$$

Substituindo os vetores determinados entre as secções 9.1 e 9.9 na equação (9.4), obtém-se a equação de movimento do módulo da estrutura. A expressão é, de seguida, apresentada. Os momentos de inércia foram determinados considerando os *batten* e *longeron* como cilindros maciços. Embora esta não seja a realidade, pois tratam-se de cilindros ocos, a modelação em *software* de análise dinâmica (*MSC-ADAMS*) é mais fácil e rápida.

$$M_{motor} = \left(\frac{(e(t) + l * (f(t)) * (\sin(\alpha))^2 * \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) * R - i(t))}{l^3 * (\sin(\alpha))^4} \right) \quad (9.33)$$

$$e(t) = (l^2 * m_l + 4 * I_{yl}) * \dot{\theta}^2 * \cos(\alpha) * \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^3 * R^3 \quad (9.34)$$

$$f(t) = \left(l^3 * (\ddot{\theta} * \sin(\varphi) - \dot{\theta}^2 * \cos(\varphi)) * m_l * (\sin(\alpha))^2 \right) \quad (9.35)$$

$$\begin{aligned} & * \cos(\alpha) * (\cos(\varphi) - \sin(\varphi)) + l^2 \\ & * R \left(\ddot{\theta} * \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{\dot{\theta}^2}{2} * \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) * m_l + 4 * I_{yl} \\ & * R \left(\ddot{\theta} * \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{\dot{\theta}^2}{2} * \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \end{aligned}$$

$$i(t) = 2 * l^2 * (g(t) * \sin(\alpha)) * (\sin(\alpha))^3 \quad (9.36)$$

$$\begin{aligned}
 g(t) = b^2 * & \left(l * \ddot{\theta} * m_j * \sin(\alpha) + \ddot{h} * \left(m_j + \frac{m_{tf}}{4} \right) * \sin(\theta) \right) - \frac{l}{2} \quad (9.37) \\
 & * \left(l^2 \right. \\
 & * \left(\ddot{\theta} * \cos(\alpha) * \sin(\varphi) * (\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) + 2 \right. \\
 & * \left(\dot{\alpha} * \sin(\alpha) + \frac{\dot{\theta}}{2} * \cos(\alpha) * \cos(\varphi) \right. \\
 & * \left. \left. (\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) \right) * (-\dot{\theta}) \right) * m_l * \cos(\alpha) + 4 \\
 & * \left(\ddot{\theta} * \left(I_{xl} * (\cos(\alpha))^2 + I_{zl} * (\sin(\alpha))^2 - \frac{I_{ztf}}{4} \right) \right. \\
 & \left. \left. + \dot{\alpha} * (-\dot{\theta}) * (I_{xl} - I_{zl}) * \sin(\alpha) * \cos(\alpha) \right) \right)
 \end{aligned}$$

10. Comparação de resultados.

Nesta secção verificar-se-á, não só os cálculos de velocidade e aceleração de translação da armação superior, mas também a equação de movimento de um módulo. Para este efeito recorreram-se aos *softwares*:

- *MATLAB*, para representações gráficas de cálculos analíticos;
- *MSC-ADAMS*, *software* de análise cinemática;

As representações gráficas apresentadas foram realizadas considerando valores absolutos, assim, a análise será válida para os dois sentidos de rotação da armação superior ($-\theta$ ou θ). O material considerado foi o compósito de fibra de carbono *M60J/epoxi* proposto por (Thomas W. Murphey, 2009), como material de uso frequente neste tipo de estruturas. Possui massa específica de $\rho = 1682\text{Kg}/\text{m}^3$ e módulo elástico de $E = 354\text{GPa}$. Para o sistema de cabos e juntas de ligação, considerou-se o aço pré-definido pelo *MSC-ADAMS*, com $\rho = 7801\text{Kg}/\text{m}^3$ e $E = 207\text{GPa}$. Embora as juntas de ligação foram consideradas nos cálculos da equação de movimento em *MATLAB*, notou-se que a sua influência é desprezável.

10.1. Cálculos Preliminares.

Considera-se o movimento de abertura de um módulo da estrutura. Será realizada a análise para um módulo com o objetivo de estudar o movimento e a ação dos cabos. Para começar estabelecem-se as propriedades do módulo:

- *Batten* $b = 1\text{m}$;
- *Longeron* $l = 0.95 * b = 950\text{mm}$
- Raio dos elementos, $r = 10\text{mm}$;

Dado que os *longeron* têm comprimento diferente dos *batten*, o parâmetro θ na posição de módulo fechado (valor máximo de θ), é inferior a $\frac{\pi}{2}$. Se considerarmos que no instante inicial (com o módulo fechado) a altura h corresponde à soma do raio do *batten* da armação superior com o raio do *batten* da armação inferior (ver Figura 59 e Figura 60) então, retomando as equações (8.1) e (8.2), determina-se o valor inicial do parâmetro θ .

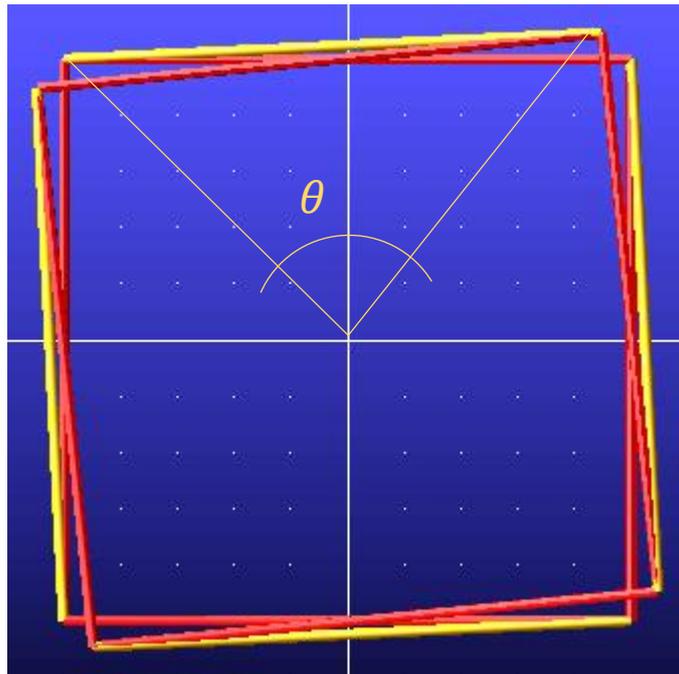


Figura 58 -Vista superior de um módulo fechado.

$$l \sin(\alpha_i) = h_i \quad (10.1)$$

$$l \cos(\alpha_i) = 2R \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right) \quad (10.2)$$

Em que o índice i utiliza-se para fazer referência ao instante inicial;

- l Comprimento do longeron (mm);
- α_i valor inicial do angulo do longeron com o plano da armação inferior (ver Figura 53);
- $h_i = \Phi_{batten} = 20mm$
- R raio da estrutura (ver Figura 51 e equação (8.3));
- θ_i Valor inicial do parâmetro angular θ ;

Determinação do raio da estrutura;

$$R = b \frac{\sqrt{2}}{2} = 707.107 \text{ mm} \quad (10.3)$$

Substituindo em (10.1) e (10.2) vem;

$$\alpha_i = 0.02105rad \quad (10.4)$$

$$\theta_i = 1.47274rad = 84.4^\circ \quad (10.5)$$

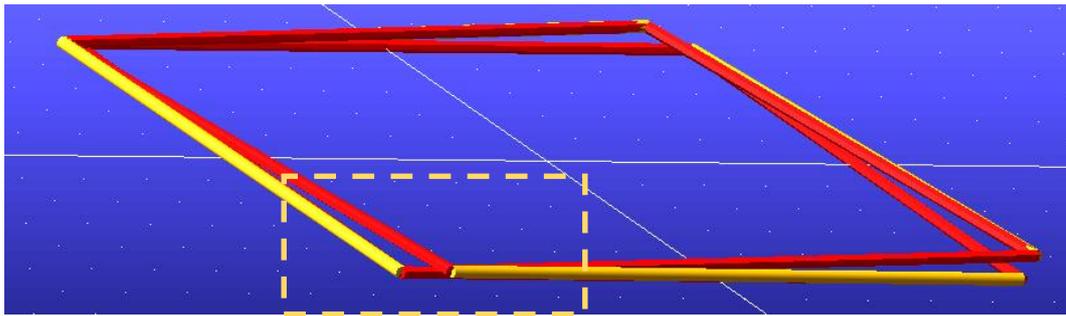


Figura 59 - Vista isométrica do módulo fechado.

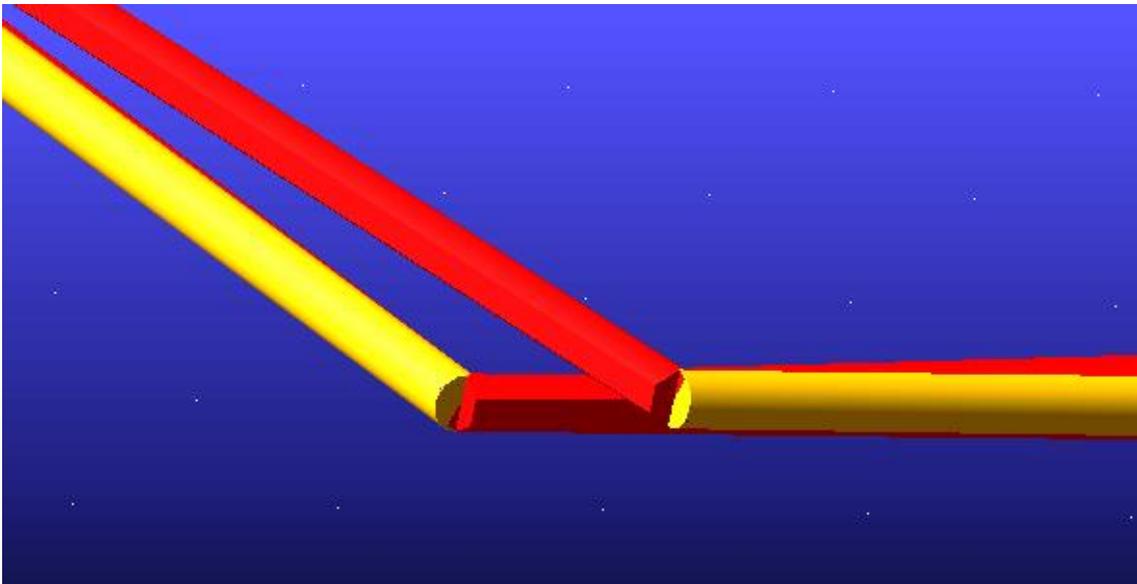


Figura 60 - aproximação na zona indicada na figura anterior.

Para realizar a análise do movimento do módulo, assumiu-se que a relação do ângulo θ com o tempo é linear, como mostra a Figura 61.

$$\theta(t) = \theta_i - \frac{\theta_i}{\Delta t} t \quad (10.6)$$

Onde Δt é o intervalo de tempo para abertura do módulo.

Estamos agora em condições de iniciar a análise do movimento e validação das relações determinadas. Começaremos por analisar a relação da altura do módulo com o tempo, h , e respetiva variação \dot{h} , \ddot{h} , estabelecidas nas equações (8.12); (8.14); (8.16), respetivamente.

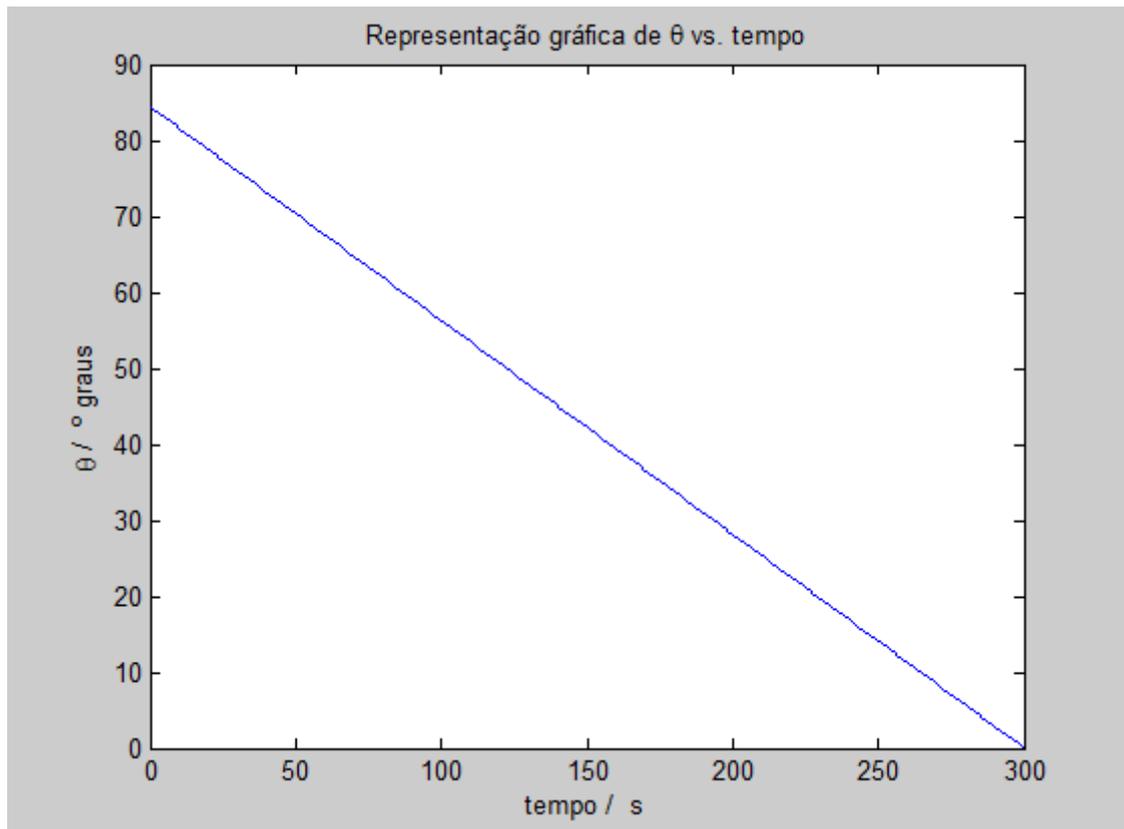


Figura 61 - relação do ângulo θ com o tempo.

10.2. Cinemática.

Nas seguintes figuras, Figura 62, Figura 63 e Figura 64 mostra-se a representação gráfica das relações h , \dot{h} , \ddot{h} , utilizando o *MATLAB* e o *MSC-ADAMS*. Tanto a Figura 62 como a Figura 63 têm a tendência esperada, expressa nas equações (8.12) e (8.14). A Figura 64, referente a \ddot{h} , mostra concordância entre os cálculos realizados e os resultados obtidos do *MSC-ADAMS*. Conclui-se, das representações gráficas desta secção que, as relações determinadas nas secções anteriores são válidas.

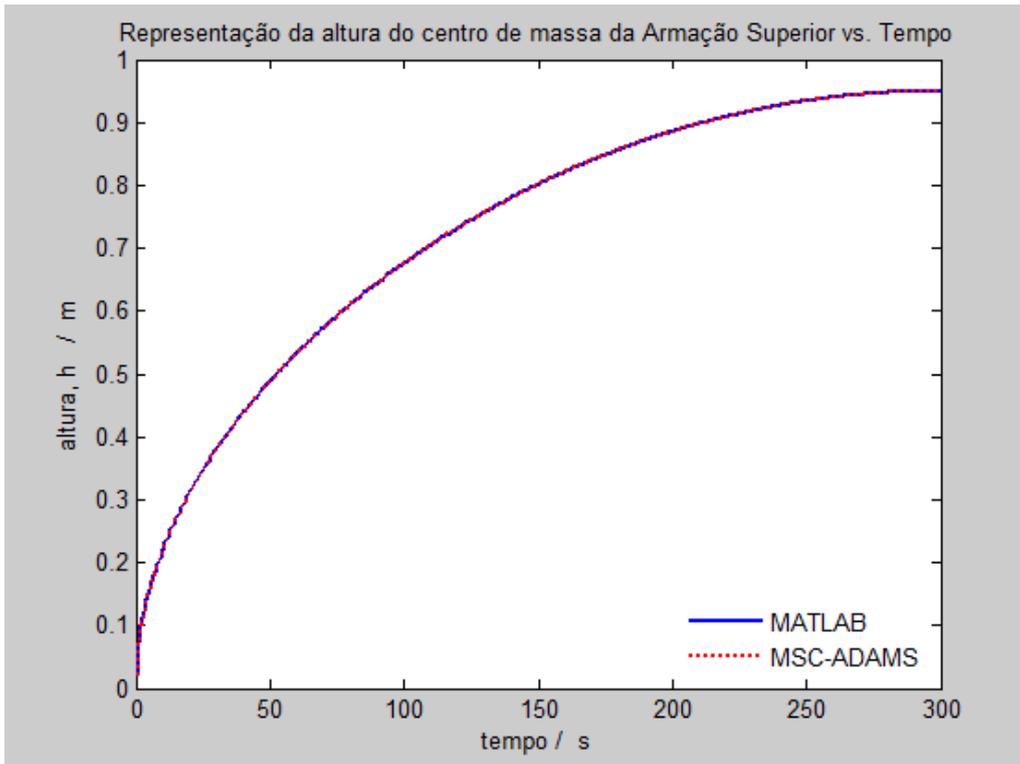


Figura 62 - Relação da posição do centro de massa da armação superior (h), com o tempo.

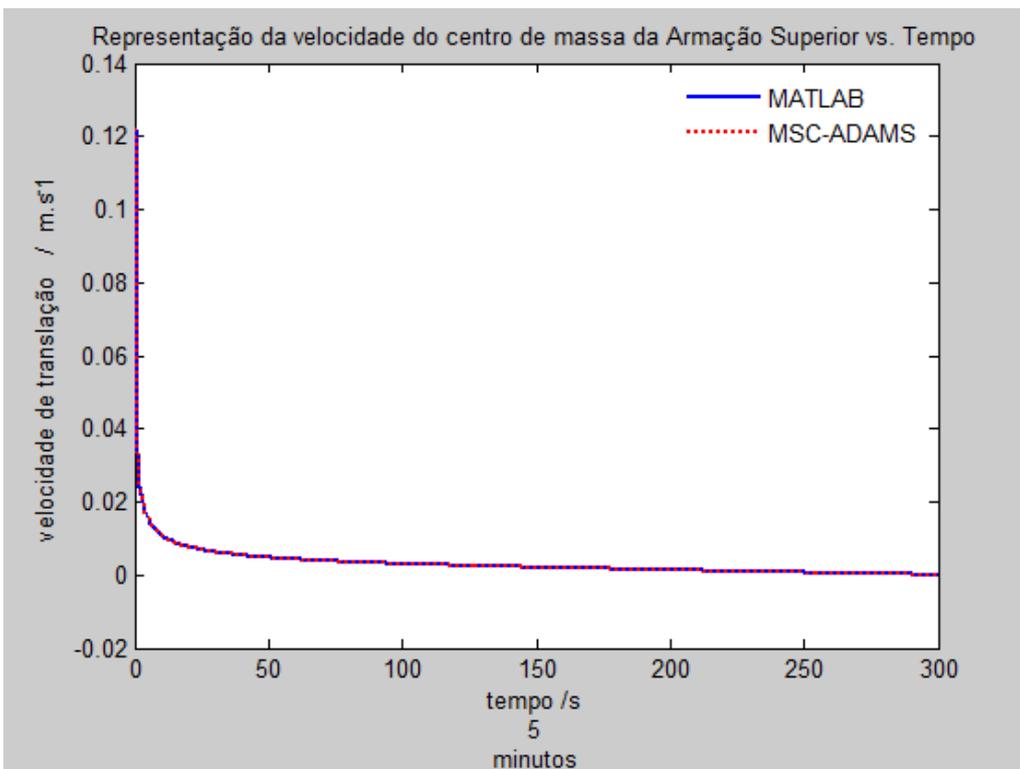


Figura 63 - Representação da velocidade de translação do centro de massa da armação superior, \dot{h} .

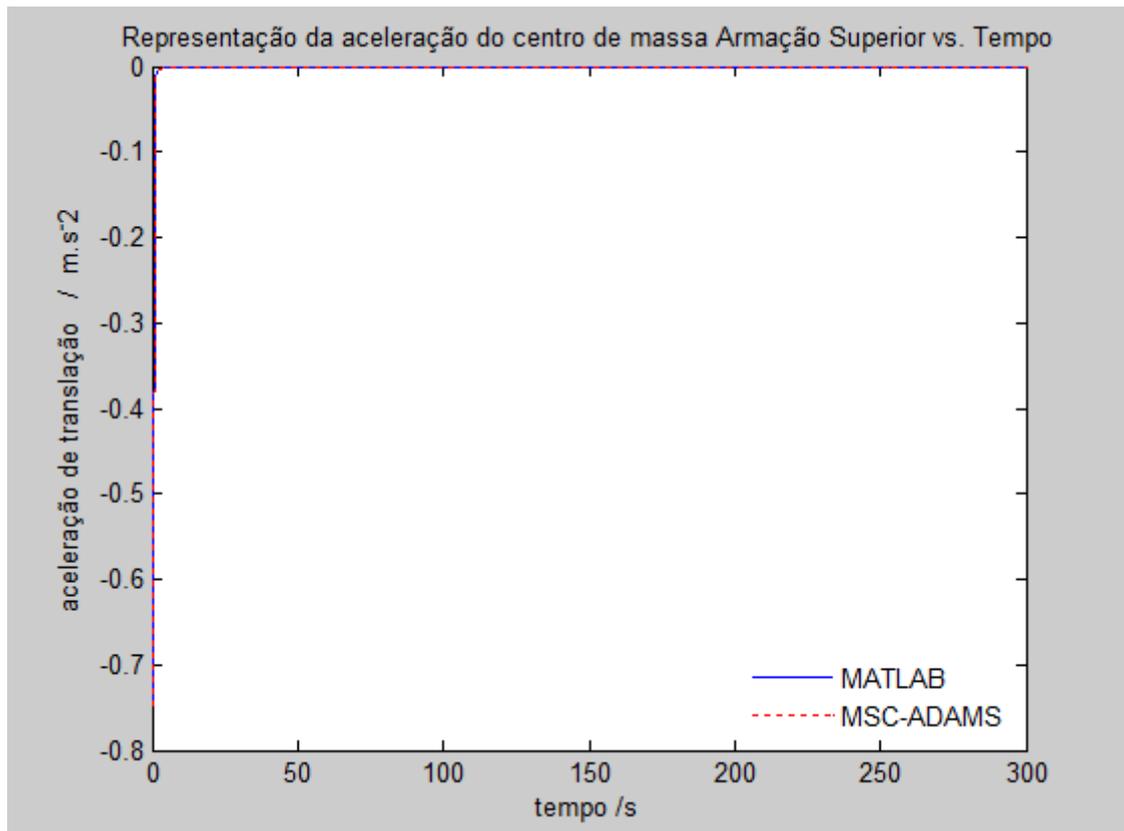


Figura 64 - Representação da aceleração de translação do centro de massa da armação superior, \ddot{h} .

Notar que a análise cinemática executada pelo *MSC-ADAMS* está em concordância com as relações determinadas nas secções anteriores deste trabalho, representadas recorrendo ao *MATLAB*.

Atendendo à Figura 62 pode-se verificar que o movimento de translação (h) é reduzido na finalização do movimento de abertura do módulo. Isto levanta a dúvida, o que sucede com o movimento de rotação (θ)?. A representação gráfica da altura h com o angulo θ , na Figura 65, esclarece-nos. Na Figura 65, nota-se que para valores reduzidos de θ (finalização da abertura do módulo), o incremento em altura do módulo h é reduzido. Pode-se concluir, então, que o movimento de translação (h) predomina durante a maior parte do movimento do módulo, mas na finalização da abertura é o movimento de rotação (θ) que predomina.

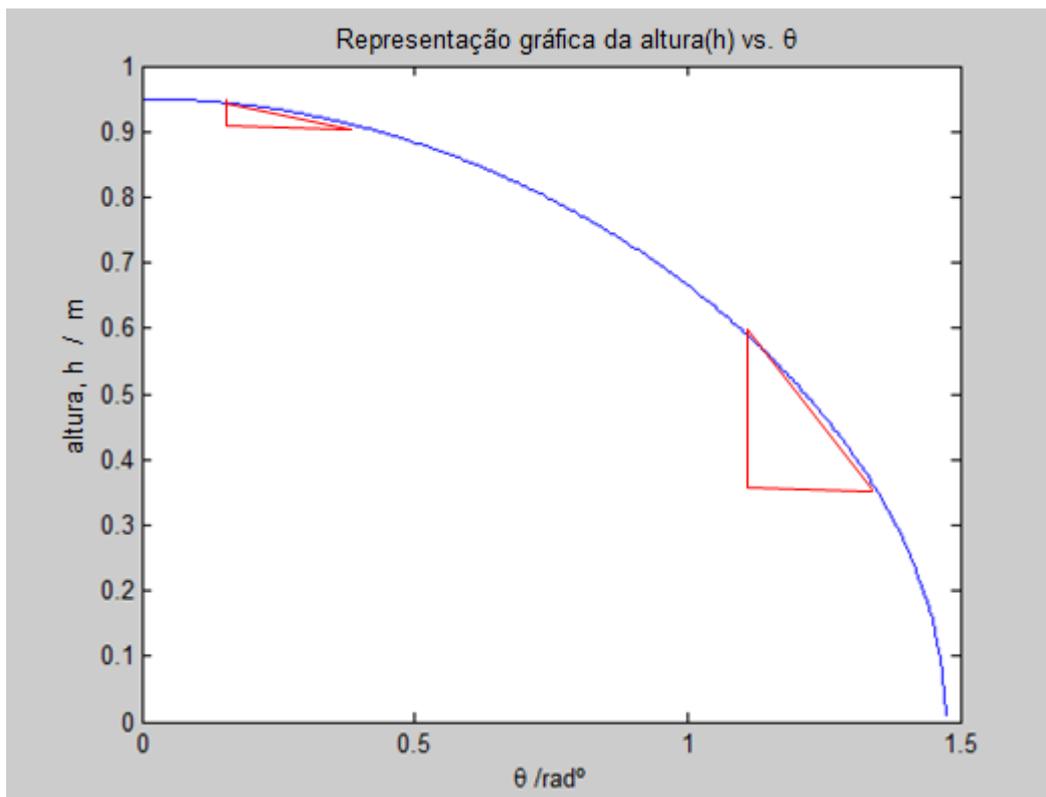


Figura 65 - Relação $h - \theta$.

Quanto à Figura 64 é difícil identificar as curvas, por isso apresenta-se na Figura 66 uma aproximação (zoom) do gráfico.

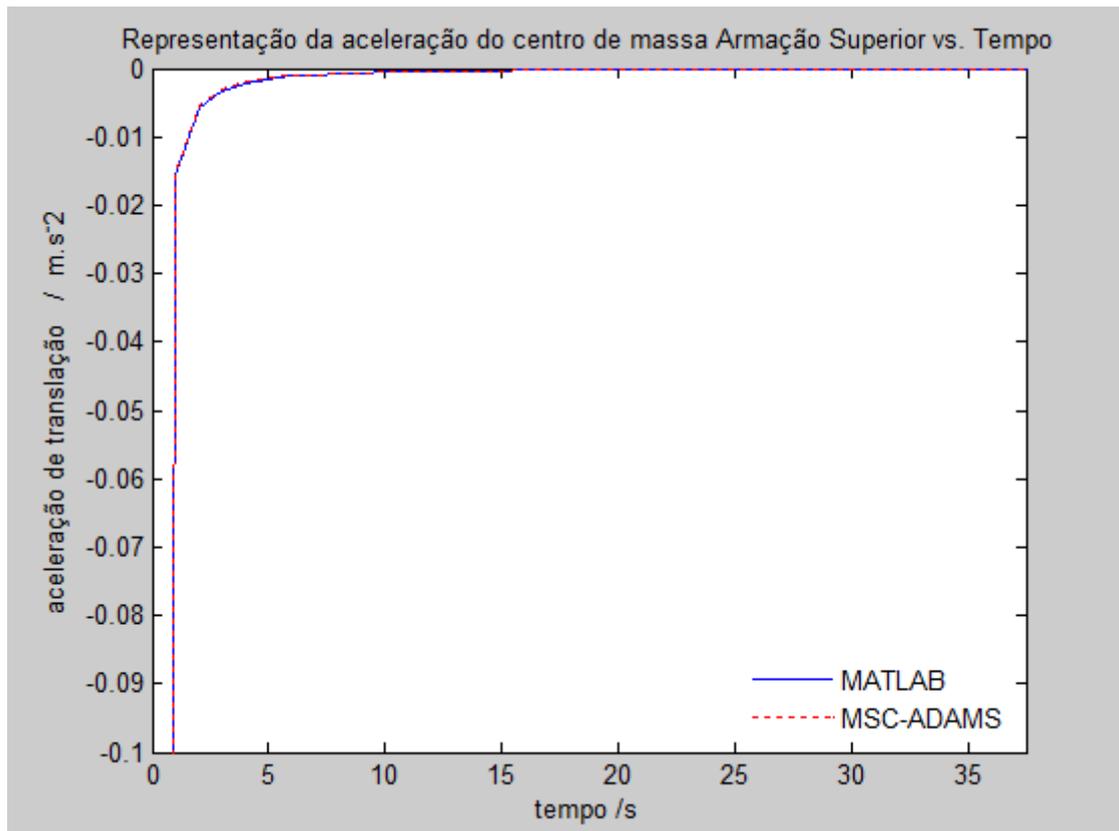


Figura 66 – Aproximação de visualização (zoom) da aceleração do centro de massa da armação superior.

10.3. Equação de movimento - Módulo.

Os vetores determinados na secção 9 foram substituídos na equação (9.4), para determinação do binário necessário para abertura do módulo.

Por se considerar a variação linear de θ com o tempo (Figura 61), $\ddot{\theta}$ será nulo, logo, o vetor $\overrightarrow{K}_{G_{AS}}|_{S_0}$ será também nulo (equação (9.24)). Isto significa que é necessário aplicar um torque ou binário, na direção longitudinal da estrutura, para iniciar o movimento de abertura do módulo, mas uma vez iniciado este movimento, a inércia leva o corpo a adquirir movimento uniforme não acelerado. Veremos nas secções 10.4.2 e 10.4.4 que, à medida que se aumenta a complexidade de análise, com o fim de aproximar-nos de uma situação real, conclusões mais interessantes da equação de movimento poderão ser destacadas.

10.4. Sistema de cabos; Pré-tensão.

Nesta secção analisa-se o sistema de cabos de um módulo. O sistema de cabos considerado neste estudo, consiste em duas roldanas e dois cabos, cujas extremidades estão fixas na armação superior e inferior, como mostra a Figura 67. Vamos referir-nos como âncora, à extremidade fixa do cabo. As âncoras estão ligadas à respetiva armação e distanciadas da extremidade do *batten*. Primeiro, determinar-se-á o alongamento dos cabos para garantir um valor de força de compressão nos *longeron*. De seguida, o estudo da geometria do movimento dos cabos nos permitirá determinar a altura do módulo (h) a partir da qual ocorre tração dos cabos. Por último, vamos comparar o binário necessário para abertura do módulo com o resultado da análise dinâmica realizada pelo *MSC-ADAMS*. O mecanismo de bloqueio, exposto na secção 5.3, não será objeto de estudo. Trata-se de um mecanismo complexo de modelar, que exige mais tempo que o que se tem disponível para este trabalho.

10.4.1. Determinação de h a partir do qual ocorre tração dos cabos.

O sistema de cabos tem por objetivo exercer compressão sobre os *longeron* e garantir a existência de atrito no contacto entre a junta de ligação e a esfera do *longeron*. Para este efeito, os cabos atuam sobre a armação superior e inferior, como identificado na Figura 68.

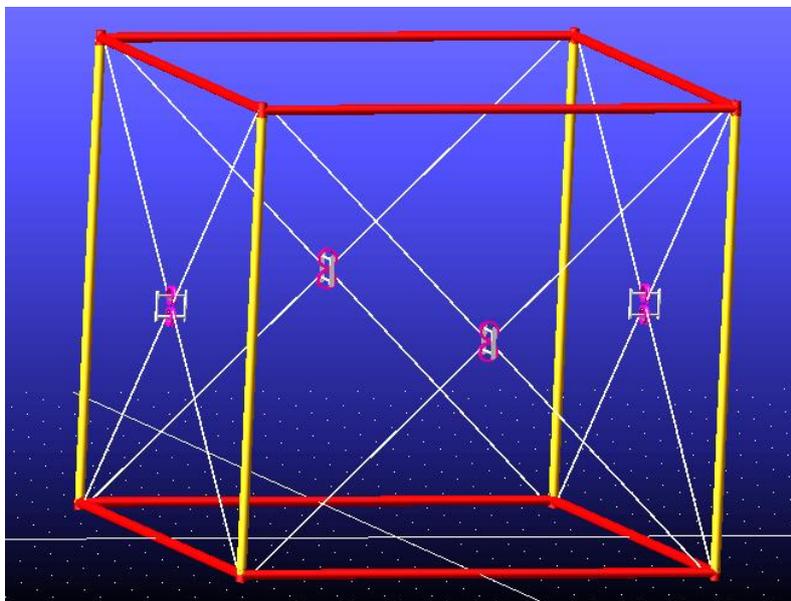


Figura 67 - Vista isométrica do módulo com cabos.

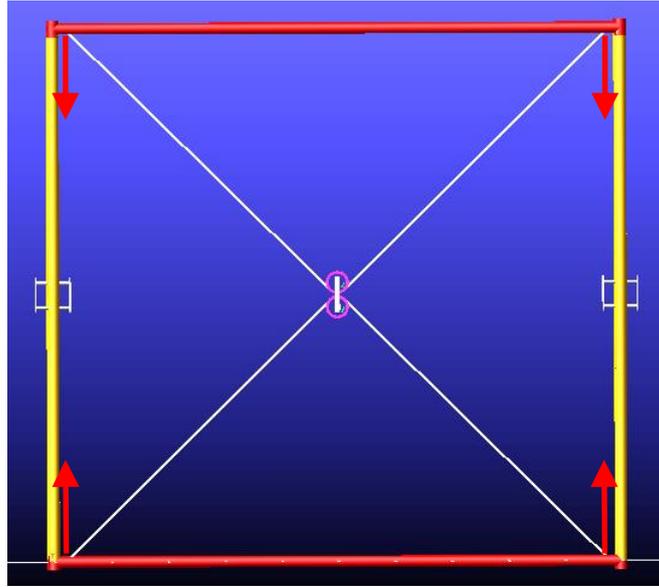


Figura 68 -Ação dos cabos sobre as armações.

Na Figura 68, mostra-se uma das faces do módulo completamente aberto da Figura 67. Vamos admitir que, quando o módulo está completamente aberto, pretende-se 100N de compressão nos *longeron*. Consideram-se as dimensões do módulo, apresentadas na secção 10 (comprimento dos *batten* e *longerons*). Pretende-se determinar o alongamento do cabo para garantir a imposição de 100N de força de compressão nos *longeron*.

Admitindo que o material dos cabos é um aço com comportamento isotrópico e que, a secção reta do cabo é circular, as seguintes relações são válidas:

$$\sigma_{cabo} = \frac{F_{cabo}}{A_{secção\ do\ cabo}} \quad (10.7)$$

$$\sigma_{cabo} = E_{cabo} \varepsilon_{cabo} \quad (10.8)$$

$$\varepsilon_{cabo} = \frac{\Delta l}{l_n} \quad (10.9)$$

Em que

- σ_{cabo} é a tensão nos cabos (N/mm^2);
- F_{cabo} é a força no cabo (N);
- $A_{secção\ do\ cabo}$ a área da secção reta do cabo, $\phi_{cabo} = 2mm$;
- E_{cabo} módulo de elasticidade do material dos cabos, aço com $E = 207\ GPa$;
- ε_{cabo} a deformação do cabo;
- Δl incremento de comprimento dos cabos;
- l_n comprimento natural (não tracionado) dos cabos (mm);

Considerando o cabo de ligação à armação superior, na posição completamente aberta do módulo, os parâmetros geométricos para o sistema de cabos são apresentados na Figura 70 e Figura 71.

- $d_1 = 20mm$; distância entre o ponto de fixação da extremidade do cabo (âncora) e a extremidade do *batten* (que coincide com o eixo do *longeron*);
 - d_2 é metade da distância entre os centros de rotação das roldanas;
 - ξ ângulo entre o cabo e a direção longitudinal do módulo;
 - γ ângulo entre o raio de contacto no ponto de tangência T e a direção longitudinal;
 - T ponto de tangência da entre o cabo e a roldana;
 - R_p raio medido entre o centro de rotação da roldana e o centro geométrico do cabo
- $$R_p = R_{\text{exterior roldana}} - \text{Profundidade}_{\text{roldana}} + \frac{\phi_{\text{cabo}}}{2} = 20.5 - 3 + 1 = 18.5mm$$
- Na Figura 69, mostra-se o perfil da roldana com a respetivas medidas consideradas para modelação em MSC-ADAMS;

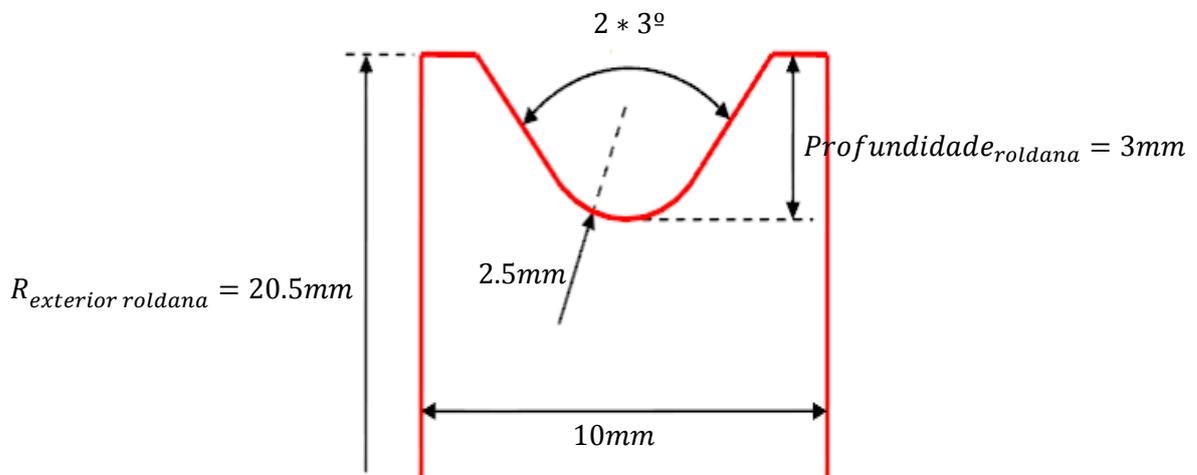


Figura 69 - Perfil da roldana.

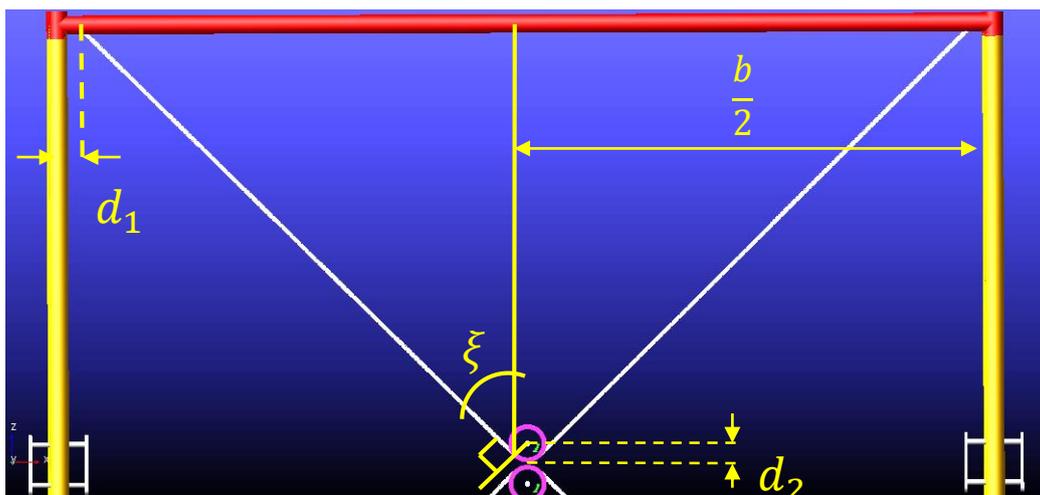


Figura 70 - Parâmetros do sistema de cabos.

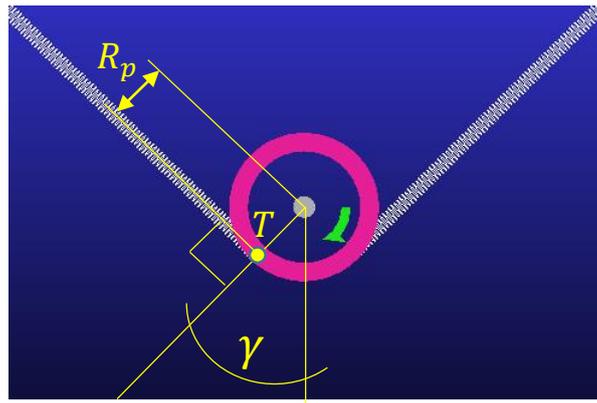


Figura 71 - ângulo γ .

Para determinação da distância entre as roldanas ($2 * d_2$) vamos impôr a seguinte condição. Para a posição completamente aberta do módulo, as roldanas estão separadas a uma distância tal, que se verifica continuidade na direção do eixo dos cabos em tração, como mostra a Figura 72, isto é, como se de um cabo a ligar âncoras opostas se tratasse. Para a mesma posição do módulo, a interseção entre estas direções coincide com o centro da face do módulo e o centro entre a distância que separa as roldanas.

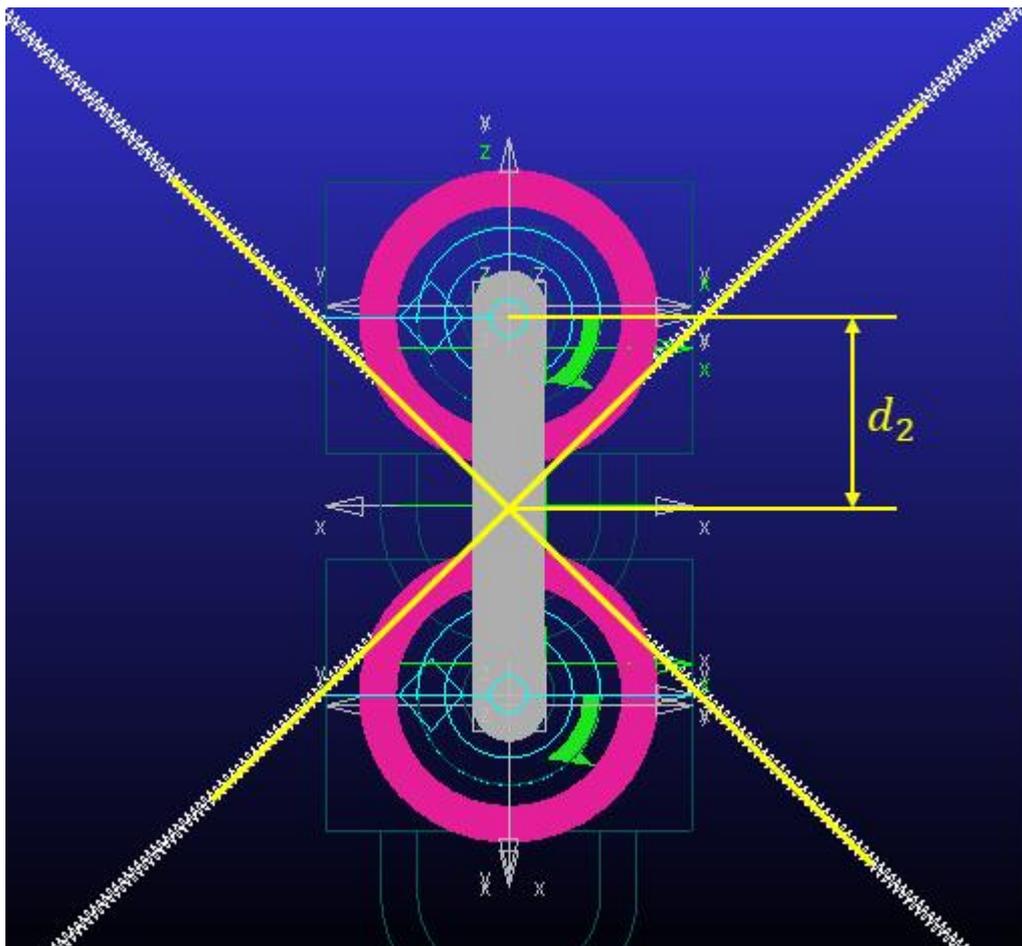


Figura 72 - Distância entre as roldanas.

Recordando o comprimento do *batten* ($b = 1000mm$) e o comprimento do *longeron* ($l = 950mm$) determinam-se γ e d_2 , equações (10.14) e (10.15), a partir das relações (10.12) e (10.13);

$$\xi = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad (10.10) \quad R_p = 18.5mm \quad (10.11)$$

$$\frac{b}{2} - d_1 = R_p \sin(\gamma) + \left(\frac{l}{2} - d_2 + R_p \cos(\gamma) \right) \tan(\xi) \quad (10.12)$$

$$\cos(\gamma) = \frac{R_p}{d_2} \quad (10.13)$$

$$\gamma = 0.7801rad = 44.7^\circ \quad (10.14) \quad d_2 = 26.027mm \quad (10.15)$$

A determinação do comprimento do cabo quando o módulo está totalmente aberto ($l_{módulo\ aberto}$) é apresentada na relação (10.16), de acordo com a Figura 70 e Figura 71;

$$l_{módulo\ aberto} = 2 \left[\frac{1}{\cos(\xi)} \left(\frac{l}{2} - d_2 + R_p \cos(\gamma) \right) + R_p \gamma \right] \quad (10.16)$$

$$l_{módulo\ aberto} = 1342.84mm \quad (10.17)$$

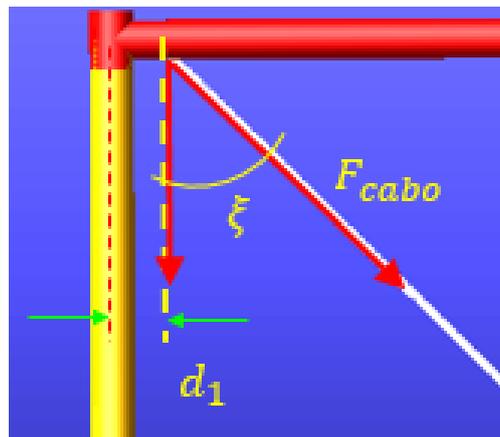


Figura 73 - Força no longoeron.

Estamos agora em condições de determinar o alongamento do cabo. A ação sobre cada extremidade do *longeron* resulta dos esforços nas âncoras. A armação superior apenas roda em torno do eixo longitudinal da estrutura, por isto, a deformação dos cabos sucede uniformemente. Por consequência e de acordo com o princípio de sobreposição de efeitos, as duas âncoras próximas do respetivo *longeron*, exercem a força de compressão nos *longeron* na mesma quantidade e no mesmo sentido. Na posição completamente aberto do módulo, cada cabo exerce 50N sobre o *longeron*. De forma sequencial, apresentam-se os cálculos.

Determinação da tensão no cabo (10.18);

$$\sigma_{cabo} = \frac{F_l}{\frac{\pi \phi_{cabo}^2}{4}} = \frac{50}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 0.7801\right) \frac{\pi 2^2}{4}} = 22,627 N/mm^2 \quad (10.18)$$

Determinação da deformação do cabo, equação (10.19), retomando a equação (10.8);

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{cabo}}{E_{cabo}} = \frac{22.627}{207000} = 109E - 6 \quad (10.19)$$

Retomando a equação (10.9)

$$109E - 6 = \frac{l_{módulo\ aberto} - l_n}{l_n} = \frac{1342.840 - l_n}{l_n} \quad (10.20)$$

$$l_n = 1342.6932mm \quad (10.21)$$

Finalmente o alongamento dos cabos (10.22);

$$\Delta l = l_{módulo\ aberto} - l_n = 1342.840 - 1342.6932 = 0.1468mm \quad (10.22)$$

Vamos dar início ao estudo da geometria de movimento dos cabos para determinação da altura do módulo (h), a partir da qual ocorre tração dos cabos. Será estudado tanto a geometria de movimento do cabo inferior como do cabo superior. Admitem-se algumas simplificações para facilitar os cálculos:

- O atrito de contacto entre o cabo e a roldana é desprezado, como na secção 5.1, os autores (O. R. Stohlman e S. Pellegrino, 2011) demonstraram ser válida esta aproximação;
- As roldanas apenas se deslocam na direção axial da estrutura e sobre o respetivo plano da face do módulo completamente aberto;
- Durante o movimento da armação superior, o comprimento do cabo em contacto com a roldana não varia com o tempo, isto é, o ângulo γ é constante e igual ao valor determinado nas relações anteriores e apresentado na equação (10.14), para a posição do módulo completamente aberto. Esta condição foi considerada tanto para o cabo ligado à armação superior (cabo superior), como para o cabo ligado à armação inferior (cabo inferior);

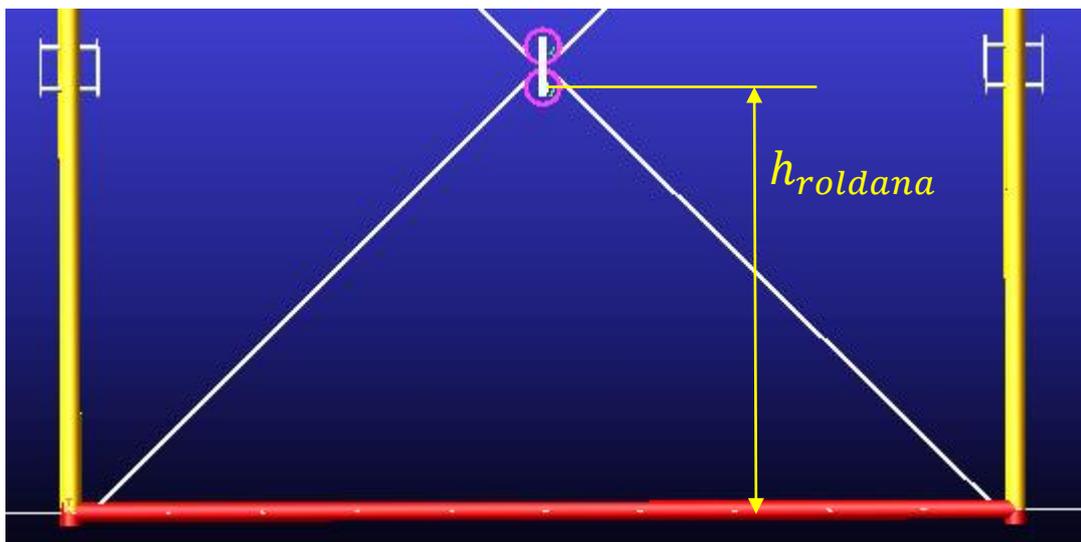


Figura 74 - Cabo inferior da estrutura.

De acordo com as aproximações admitidas, considerando os parâmetros geométricos apresentados entre a Figura 70 até a Figura 73, e a altura da roldana inferior em relação à

armação inferior, como mostra a Figura 74, podemos determinar o comprimento do cabo em cada instante através da relação (10.23);

$$l_{cabo}^{inferior}(t) = 2 \left[\sqrt{\left(\frac{b}{2} - d_1 - R_p \sin(\gamma)\right)^2 + \left(h_{roldana}^{inferior}(t) + R_p \cos(\gamma)\right)^2} + R_p \gamma \right] \quad (10.23)$$

Da relação anterior, dado que se considera γ constante e o comprimento não tracionado do cabo é conhecido, equação (10.21), assim como as restantes dimensões (apresentadas para a equação (10.12)), é possível determinar a altura da roldana inferior a partir da qual ocorre tração do cabo inferior. De seguida, apresenta-se em (10.24) a substituição de valores em (10.23);

$$1342.6932 = 2 \left[\sqrt{\left(\frac{1000}{2} - 20 - 18.5 \sin(0.7801)\right)^2 + \left(h_{roldana}^{inferior}(t) + 18.5 \cos(0.7801)\right)^2} + (18.5 * 0.7801) \right] \quad (10.24)$$

$$h_{roldana}^{inferior}(t) = 448.866 \text{ mm} \quad (10.25)$$

A equação (10.25) dá-nos o valor da altura da roldana inferior, para o instante em que se inicia a tração dos cabos. Vamos agora estudar a cinemática do cabo superior, para determinação do comprimento em cada instante.

Neste momento é importante salientar que, devido ao movimento uniforme de translação da armação superior (rotação apenas em torno do eixo da estrutura), e para existir equilíbrio de forças resultante da tração dos cabos, a tensão no cabo inferior é de valor igual à tensão no cabo superior, para o mesmo instante de tempo. Significa que, para o mesmo instante, a deformação dos cabos é igual.

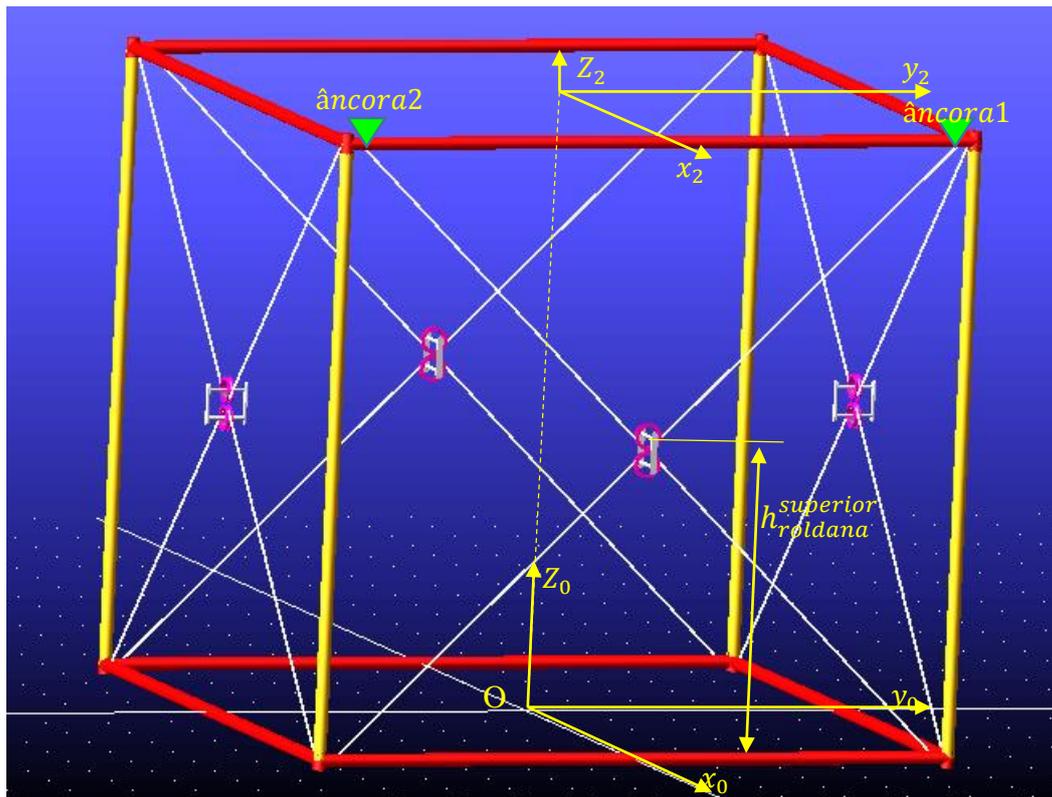


Figura 75 - Vista em perspectiva do módulo, para identificação de âncoras.

A Figura 75 mostra o sistema de eixos fixo S_0 , o sistema de eixos móvel solidário à armação superior, S_2 , e as âncoras ou extremidades fixas de um cabo superior. O módulo apresentado está completamente aberto. Na Figura 77, apresenta-se o módulo na posição a partir da qual se inicia a tração dos cabos, no movimento de abertura. Atendendo ao triângulo retângulo formado pelos catetos, âncora - ponto de tangência do cabo à roldana (T), e R_p (ver Figura 71 e Figura 78), cuja hipotenusa é a distância entre a respetiva âncora e o centro de rotação da roldana superior, será possível determinar o comprimento do cabo para cada instante, uma vez que a cinemática do módulo é já conhecida (secção 8.1).

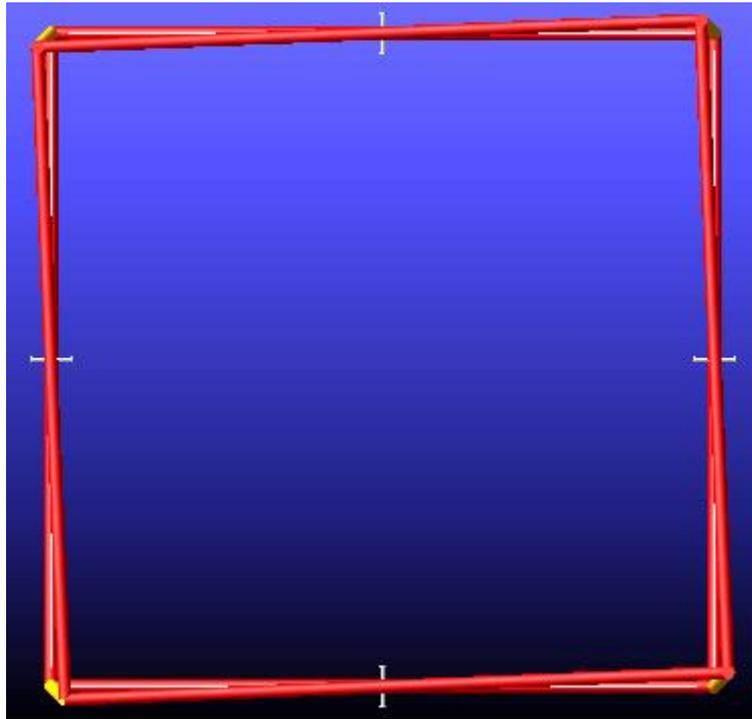


Figura 76 - Vista superior do módulo, a partir do instante em que se inicia a tração dos cabos.

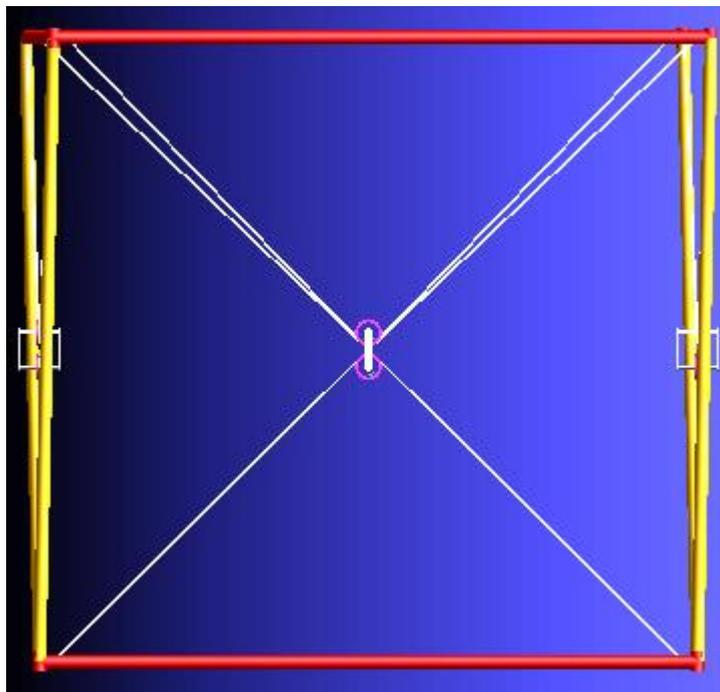


Figura 77 - Início de tração dos cabos.

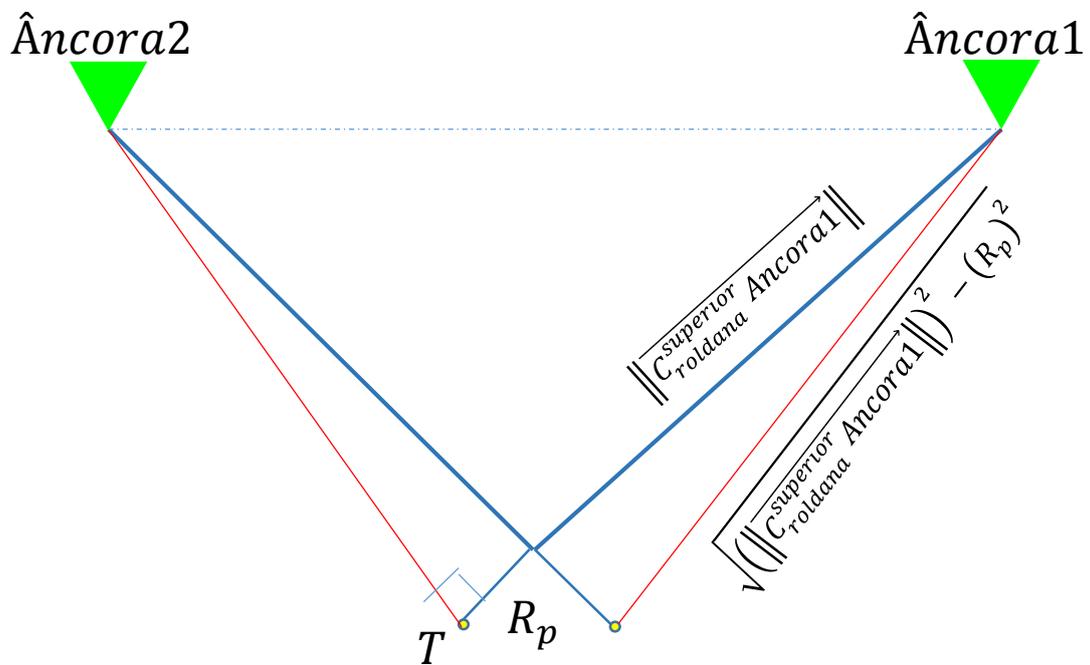
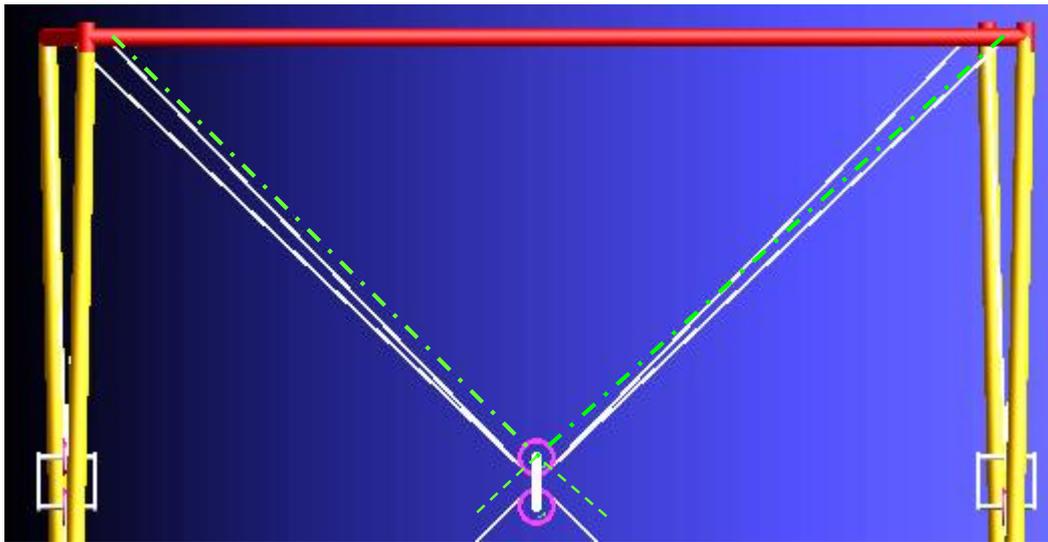


Figura 78 - Vetores da cinemática do cabo superior.

De seguida estabelecem-se os vetores posição instantânea de cada âncora e do centro de rotação da roldana, de acordo com a Figura 75 e Figura 78;

$$\overrightarrow{OAncora1}|_{S_0} = [T_{20}] \overrightarrow{OAncora1}|_{S_2} \quad (10.26)$$

$$\overrightarrow{OAncora1}|_{S_0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} - d_1 \\ h(t) \end{Bmatrix} \quad (10.27)$$

$$\overrightarrow{OAncora1} | S_0 = \begin{pmatrix} \frac{b}{2} \cos(\theta) - \left(\frac{b}{2} - d_1\right) \sin(\theta) \\ \frac{b}{2} \sin(\theta) + \left(\frac{b}{2} - d_1\right) \cos(\theta) \\ h(t) \end{pmatrix} \quad (10.28)$$

Em que;

- $b = 1000mm$; é o comprimento do *batten*;
- $d_1 = 20mm$; é a distância entre a âncora e a extremidade do *batten* (ver Figura 70);
- $h(t)$ é a altura do módulo, isto é, a distância entre a armação superior e a armação inferior, num instante t , dado em função de θ pela relação (8.12);
- $[T_{20}]$ é a matriz transformação do referencial S_2 para S_0 , determinada através da Figura 57 e apresentada na equação (8.30);
- $\overrightarrow{OAncora1} | S_0$ é o vetor posição instantânea da âncora1, projetado em S_0 ; de forma análoga, $\overrightarrow{OAncora1} | S_2$ é o mesmo vetor, mas projetado em S_2 ;
- θ é o parâmetro angular da estrutura, cuja relação com o tempo é apresentada na equação (10.7) e representada na Figura 61;

De forma análoga determina-se o vetor posição instantânea da âncora2;

$$\overrightarrow{OAncora2} | S_0 = [T_{S_2S_0}] \overrightarrow{OAncora2} | S_2 \quad (10.29)$$

$$\overrightarrow{OAncora2} | S_0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{b}{2} \\ -\frac{b}{2} + d_1 \\ h(t) \end{pmatrix} \quad (10.30)$$

$$\overrightarrow{OAncora2} | S_0 = \begin{pmatrix} \frac{b}{2} \cos(\theta) - \left(-\frac{b}{2} + d_1\right) \sin(\theta) \\ \frac{b}{2} \sin(\theta) + \left(-\frac{b}{2} + d_1\right) \cos(\theta) \\ h(t) \end{pmatrix} \quad (10.31)$$

O vetor posição instantânea da roldana superior, $\overrightarrow{OC_{roldana}^{superior}} | S_0$, pode ser determinado atendendo à Figura 75;

$$\overrightarrow{OC_{roldana}^{superior}} | S_0 = \begin{pmatrix} \frac{b}{2} \\ 0 \\ h_{roldana}^{superior}(t) \end{pmatrix} \quad (10.32)$$

A partir dos vetores de posição absoluta da âncora e do centro de rotação da roldana, determina-se o vetor posição relativa, da âncora ao centro de rotação da roldana superior $\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora1} | S_0$;

$$\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora1} | S_0 = \overrightarrow{OAncora1} | S_0 - \overrightarrow{OC_{roldana}^{superior}} | S_0 \quad (10.33)$$

$$\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora1} | S_0 = \begin{cases} \frac{b}{2} \cos(\theta) - \left(\frac{b}{2} - d_1\right) \sin(\theta) - \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} \sin(\theta) + \left(\frac{b}{2} - d_1\right) \cos(\theta) \\ h(t) - h_{roldana}^{superior}(t) \end{cases} \quad (10.34)$$

Procedendo da mesma maneira para a âncora2, $\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora2} | S_0$;

$$\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora2} | S_0 = \overrightarrow{O Ancora2} | S_0 - \overrightarrow{OC_{roldana}^{superior}} | S_0 \quad (10.35)$$

$$\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora2} | S_0 = \begin{cases} \frac{b}{2} \cos(\theta) - \left(-\frac{b}{2} + d_1\right) \sin(\theta) - \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} \sin(\theta) + \left(-\frac{b}{2} + d_1\right) \cos(\theta) \\ h(t) - h_{roldana}^{superior}(t) \end{cases} \quad (10.36)$$

De acordo com as aproximações consideradas no início do estudo da cinemática do cabo superior, e aos triângulos retângulos representados na Figura 78, estabelece-se a relação geométrica entre o comprimento do cabo superior e o tempo (10.37);

$$l_{cabo}^{superior}(t) = R_p * (2\gamma) + \sqrt{\left(\left\|\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora1}\right\|\right)^2 - (R_p)^2} + \sqrt{\left(\left\|\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora2}\right\|\right)^2 - (R_p)^2} \quad (10.37)$$

Onde

- $\left\|\overrightarrow{C_{roldana}^{superior} Ancora1}\right\|$ é a norma do vetor posição relativa da âncora ao centro de rotação da roldana superior;

A determinação da altura do módulo ($h(t)$), em que se inicia a atração dos cabos, será finalmente realizada por substituição em (10.37) dos seguintes valores;

- $l_{cabo}^{superior}(t) = l_n = 1342.6932mm$; isto é, o comprimento do cabo superior para o instante imediatamente antes do início de tração, corresponde ao comprimento natural do cabo (comprimento não tracionado);
- $h_{roldana}^{superior}(t) = h_{roldana}^{inferior}(t) + (2 * d_2) = 448.866 + (2 * 26.027) = 500.92mm$; altura da roldana superior no instante imediatamente antes de se iniciar a tração dos cabos;
- $h(t)$ relaciona-se com θ como apresentado na equação (8.12);
- $\gamma = 0.7801$ (ver equação (10.14) de acordo com as aproximações consideradas);
- $R_p = 18.5mm$;
- $b = 1000mm$; comprimento do *batten*;
- $d_1 = 20mm$; distância entre âncora e a extremidade do *batten*;

A substituição dos valores acima apresentados, na equação (10.37), foi realizada em *MATLAB*, donde resultou um valor de $\theta = 2.34^\circ$, que corresponde à altura do módulo $h = 949.5707mm$, de acordo com a relação $h - \theta$ apresentada na equação (8.12). Na Figura 76 apresenta-se a vista superior do módulo para o ângulo $\theta = 2.34^\circ$.

10.4.2. Equação de movimento – Módulo + Cabos.

Nesta secção será representada a curva do binário aplicado para abertura do módulo, considerando a ação dos cabos, determinado através da equação de movimento. Para começar, recordaremos os termos do Teorema dos Trabalhos Virtuais estabelecidos na secção 9, mas agora considerando o trabalho virtual realizado pelos cabos. Depois será discutida a diferença entre o momento motor (binário), determinado através da equação de movimento e o mesmo binário determinado pelo *software* de modelação, *MSC-ADAMS*.

$$\partial w^e + \partial w^i + \partial w^j = 0 \quad (10.38)$$

$$\partial w^e = \overrightarrow{M}_{motor} \cdot \partial \overrightarrow{\theta} + 4 \left(\left| \overrightarrow{F}_{roldana}^{superior} \right| + \left| \overrightarrow{F}_{roldana}^{inferior} \right| \right) \cdot \partial \overrightarrow{G}_{AS} \quad (10.39)$$

$$\partial w^i = 0 \quad (10.40)$$

$$\partial w^j = 4 \left(-\dot{\overrightarrow{Q}}_l \cdot \partial \overrightarrow{G}_l - \overrightarrow{K}_{G_l} \cdot \partial \overrightarrow{\omega}_l \right) - 4 \left(\dot{\overrightarrow{Q}}_j \cdot \partial \overrightarrow{G}_j \right) - \dot{\overrightarrow{Q}}_{AS} \cdot \partial \overrightarrow{G}_{AS} - \overrightarrow{K}_{G_{AS}} \cdot \partial \overrightarrow{\theta} \quad (10.41)$$

$\left| \overrightarrow{F}_{roldana}^{superior} \right|$ é o módulo da componente do vetor da força que atua na roldana superior, durante a tração dos cabos. O escalar 4, corresponde à deformação dos cabos das 4 faces. Como mostra a Figura 73, a força resultante da tensão nos cabos atua com uma componente sobre o *batten* e outra sobre o *longeron*, na direção longitudinal da estrutura. A componente que atua sobre o *batten*, é de valor igual e sentido contrário à componente homóloga da outra âncora, no mesmo *batten* (ver Figura 75). Deste modo, esta componente não provocará binário que resulte em movimento da estrutura, mas apenas exerce compressão sobre o respetivo *batten* da armação. A componente longitudinal que atua sobre o *batten* em cada âncora, e que exercerá trabalho sobre a armação superior, terá o sentido contrário no centro da roldana, resultando então, uma força de igual magnitude que a força de solitação sobre os *longeron*, na roldana. Por isto, considerou-se o valor absoluto das forças nas roldanas, para contar com a deformação dos dois cabos.

O trabalho realizado pelos cabos apenas surge, a partir do momento em que ocorre tração (deformação) dos cabos. Por isto, apresenta-se a curva do binário aplicado para abertura do módulo, apenas para os instantes finais (Figura 79). Para o restante intervalo de tempo, o binário será desprezável.

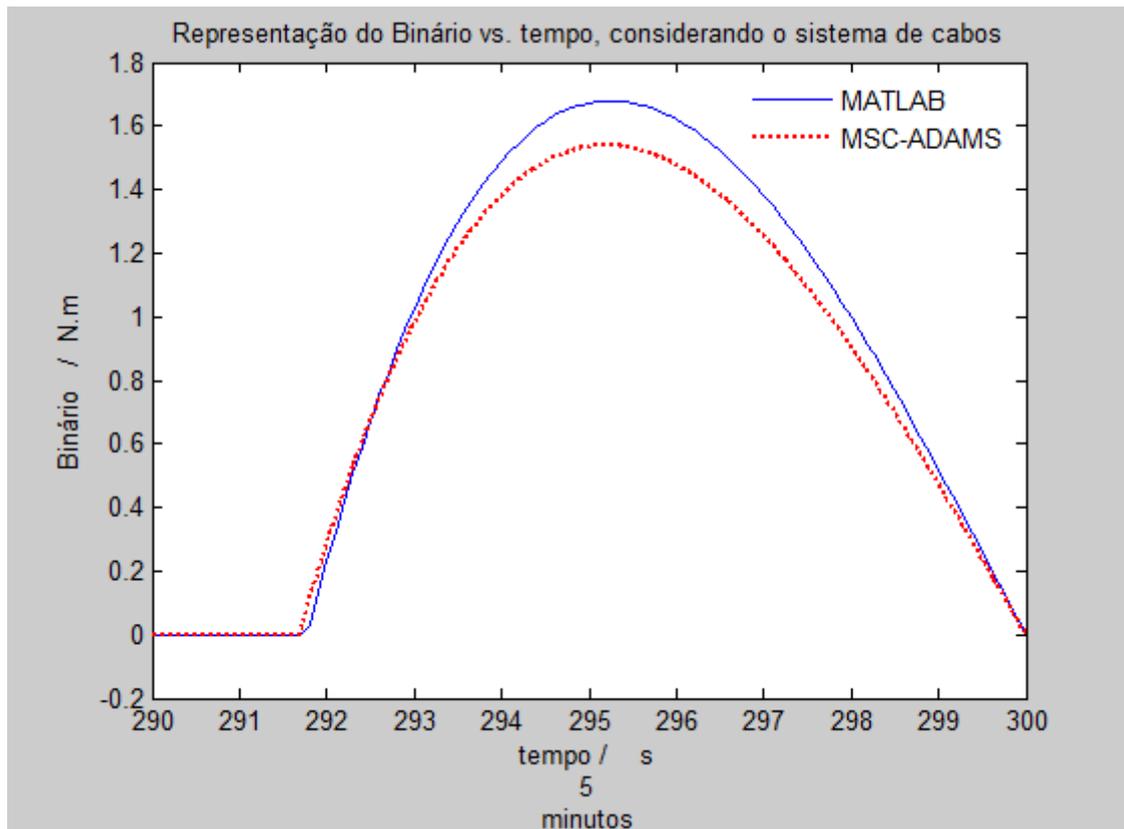


Figura 79 – Binário aplicado para abertura do módulo, durante a tração dos cabos.

Da Figura 79, notam-se duas fases da curva do binário aplicado para abertura do módulo, durante a tração dos cabos. Inicialmente a deformação dos cabos é reduzida, por consequência, a força de compressão sobre os *longeron* também será reduzida. Nesta fase, caso se deixe de aplicar o binário para abertura, o módulo tenderá a adquirir o movimento de fecho. Pode-se interpretar esta fase como, a força de tração dos cabos predominando sobre a geometria, ou posição da armação superior. Distingue-se uma segunda fase em que, o binário aplicado para abertura diminui com o tempo. Nesta fase, a força sobre os *longeron* é cada vez mais elevada e a posição da armação superior é favorável para conclusão da abertura do módulo, mesmo que o binário deixe de ser aplicado. Vamos referir-nos a esta fase como, a geometria do módulo predominando sobre a deformação dos cabos.

10.4.3. Conclusões do sistema de cabos.

Nas últimas secções (10.4.1 e 10.4.2), analisou-se o sistema de cabos. Foi determinado o alongamento dos cabos, equação (10.22), para a imposição de $100N$ de força de compressão, sobre os *longeron*. Note-se então que, cabos mais curtos é equivalente a maior deformação, maior tensão nos cabos, maiores valores de pré-tensão.

O início de tração dos cabos sucede nos últimos instantes de abertura do módulo, quando $\theta < 2.34^\circ$; que embora possa parecer um valor reduzido, de acordo com a Figura 65, o movimento de rotação é predominante e não pode ser desprezado. Analisou-se, então, a geometria de movimento (cinemática) dos cabos, admitindo algumas aproximações à situação real, que embora simplifiquem a análise, não comprometem os resultados.

A Figura 79, mostra boa concordância entre os resultados do estudo exposto e representado através do *MATLAB*, com o binário determinado pela análise dinâmica executada recorrendo ao *MSC-ADAMS*. Como aproximação, desprezou-se a variação de γ (Figura 71). Verificou-se alguma diferença entre os valores do *MSC-ADAMS* e do *MATLAB*. Por exemplo, a altura a partir da qual ocorre tração dos cabos no *MSC-ADAMS*, é cerca de $949.5611mm$, enquanto o *MATLAB* calcula um valor de $949.5707mm$. Tanto a consideração de γ constante, como as aproximações de cálculos entre o *MATLAB* e o *MSC-ADAMS*, são razões para a diferença entre os binários da Figura 79. A interpretação das duas fases da curva (primeiro, binário crescente e depois, binário decrescente), foi exposto no último parágrafo de 10.4.2.

Por último, cabe referir que o início de tração dos cabos depende apenas do valor de pré-tensão imposto. A geometria imposta para os cabos não tem influência. Apenas nos permite determinar o alongamento dos cabos, isto é, para uma dada geometria imposta, esta afetará o valor de comprimento não tracionado do cabo, mas o alongamento deverá ser o mesmo que para qualquer outra geometria.

10.4.4. Sistema de cabos, análise considerando uma Estrutura.

Nesta secção pretende-se estudar a ação dos cabos para uma estrutura. Um mastro desdobrável consiste na sucessão de módulos semelhantes, como o que está a ser objeto de estudo neste trabalho. Vamos agora considerar dois módulos específicos da estrutura. Primeiro, o módulo que está ligado à carga de equipamento, portanto, o módulo da extremidade do mastro (Figura 80 e Figura 81), que vamos designar por “**módulo+carga**”. Segundo, o último módulo em realizar a abertura, isto é, o módulo ligado ao veículo espacial (Figura 82 e Figura 83), que vamos referir-nos como “**módulo+estr+ carga**”. Como carga de equipamento considerou-se um cilindro, cujo eixo de simetria coincide com o eixo longitudinal da estrutura, como apresentado nas figuras. O cilindro foi dimensionado para uma tonelada de massa ($1ton = 1000Kg$). Nesta secção consideram-se três módulos: módulo da extremidade do mastro (Figura 80), módulo da base do mastro (Figura 82) e o módulo que foi até agora analisado, isto é, sem considerar carga nem estrutura (“**módulo**”).

A estrutura considerada é constituída por 12 módulos, cerca de $11,5m$ de comprimento e $50Kg$ de massa.

Primeiro, comparar-se-á o binário necessário para iniciar o movimento de abertura dos três módulos (Figura 84, Figura 85 e Figura 86). Depois, será analisado o binário que é necessário aplicar em cada módulo, durante o intervalo de tempo em que os cabos atuam. Neste último caso, não vamos considerar a mesma função de deslocamento angular utilizada nas seções anteriores, isto porque, verificou-se que a diferença entre os binários aplicados era muito reduzida. Em vez dessa função (Figura 61), vamos considerar que, o deslocamento angular θ , varia de forma sinusoidal com o tempo, como mostra a Figura 87. Desta maneira, garantimos que $\ddot{\theta}$ seja diferente de zero.

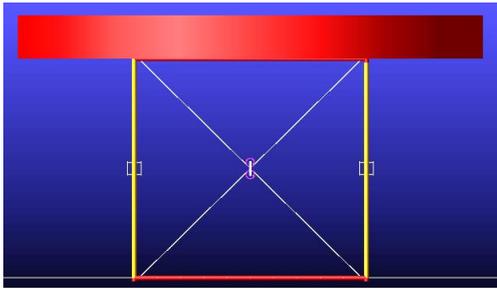


Figura 80 - Módulo da extremidade do mastro ou "módulo+carga", com carga de equipamento de 1ton, vista lateral.

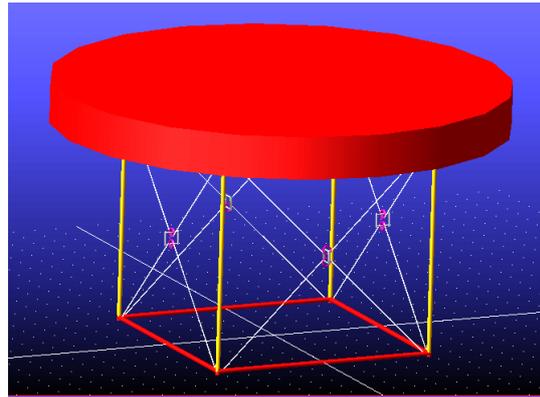


Figura 81 - Módulo da extremidade do mastro, vista em perspectiva.

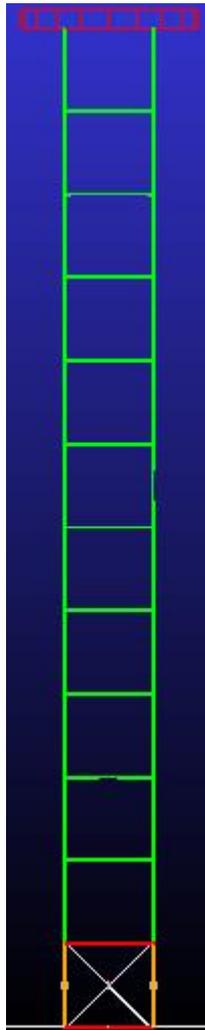


Figura 82 - Módulo da base do mastro ou "módulo+estr+carga", vista lateral.

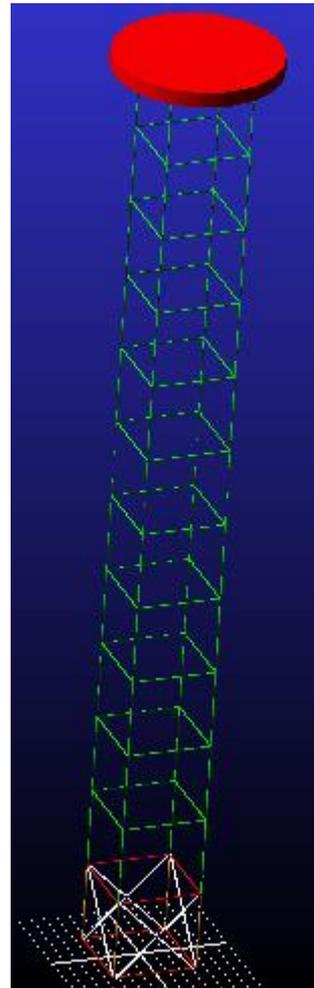


Figura 83 - Módulo da base do mastro, vista em perspectiva.

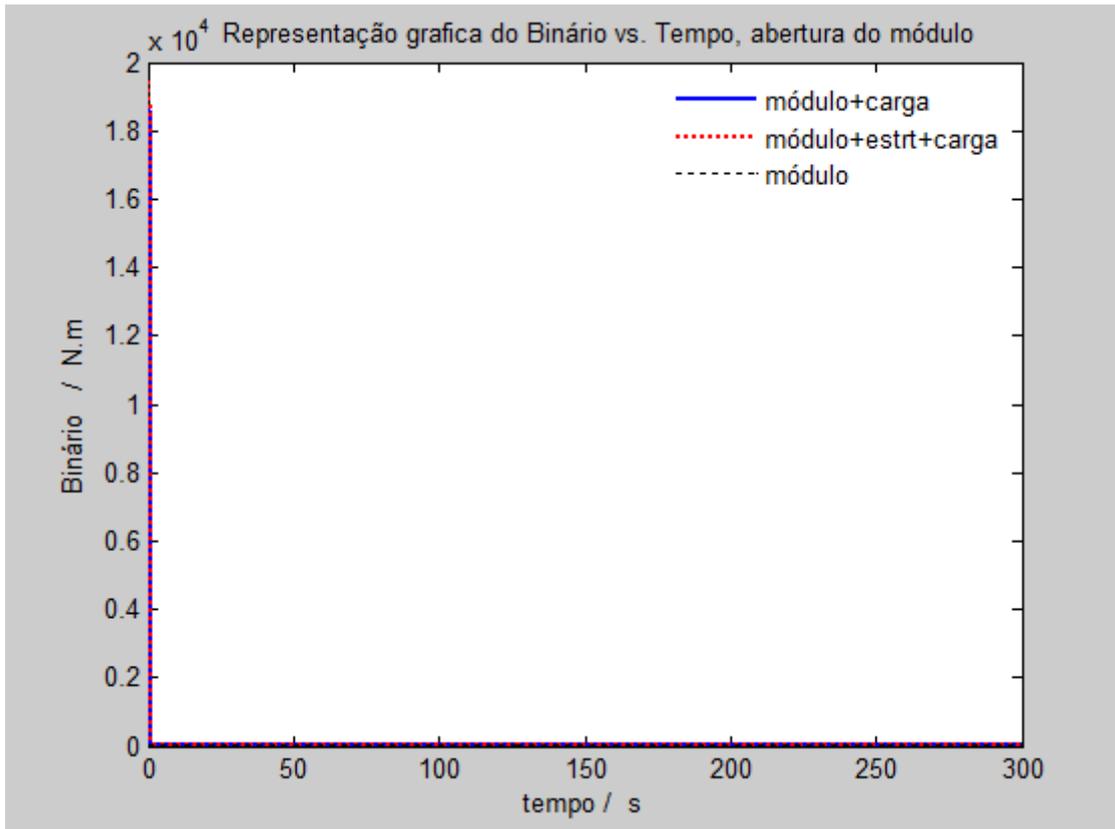


Figura 84 – Binário aplicado para abertura do módulo.

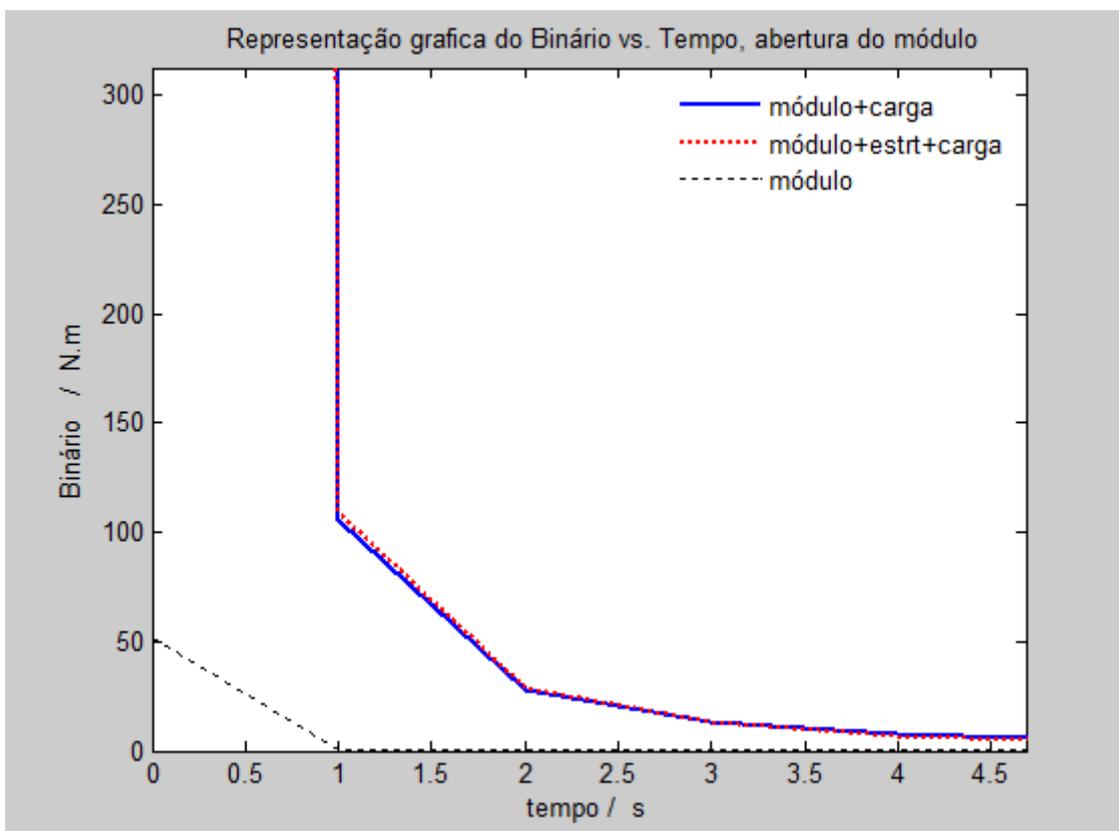


Figura 85 – Aproximação de visualização (zoom) para os instantes iniciais da aplicação de torque.

Na Figura 84, Figura 85 e Figura 86, foi imposta a mesma função de deslocamento angular (θ), considerada na análise cinemática e na equação de movimento do módulo, apresentada na Figura 61. Por consequência disto, é de esperar que o deslocamento da armação superior, h , a velocidade, \dot{h} e a aceleração, \ddot{h} , coincidam para os três módulos considerados nesta secção, o que foi verificado através do *MSC-ADAMS*. O mesmo não se pode afirmar da inércia a considerar no movimento dos módulos. Comparando na Figura 85, verifica-se que o binário necessário para abertura do módulo é desprezável, caso não exista massa associada ao deslocamento do módulo. De forma análoga, espera-se que o binário que inicialmente é aplicado para abertura do “módulo+estrut+carga”, seja maior que o mesmo binário para o módulo da extremidade do mastro (“módulo+carga”), como se verifica na aproximação de visualização ao gráfico da Figura 84, apresentada na Figura 86.

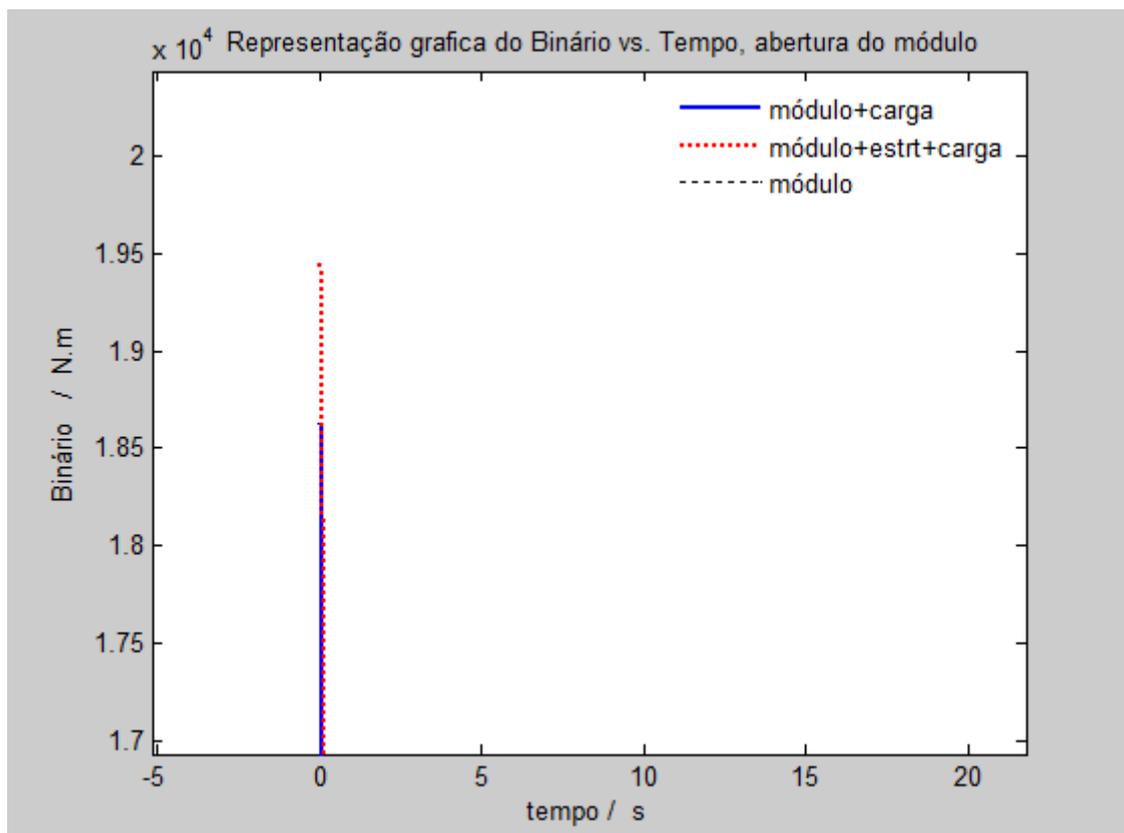


Figura 86 - Aproximação de visualização (zoom), semelhante à figura anterior, agora notando a diferença o módulo extremo e o de base.

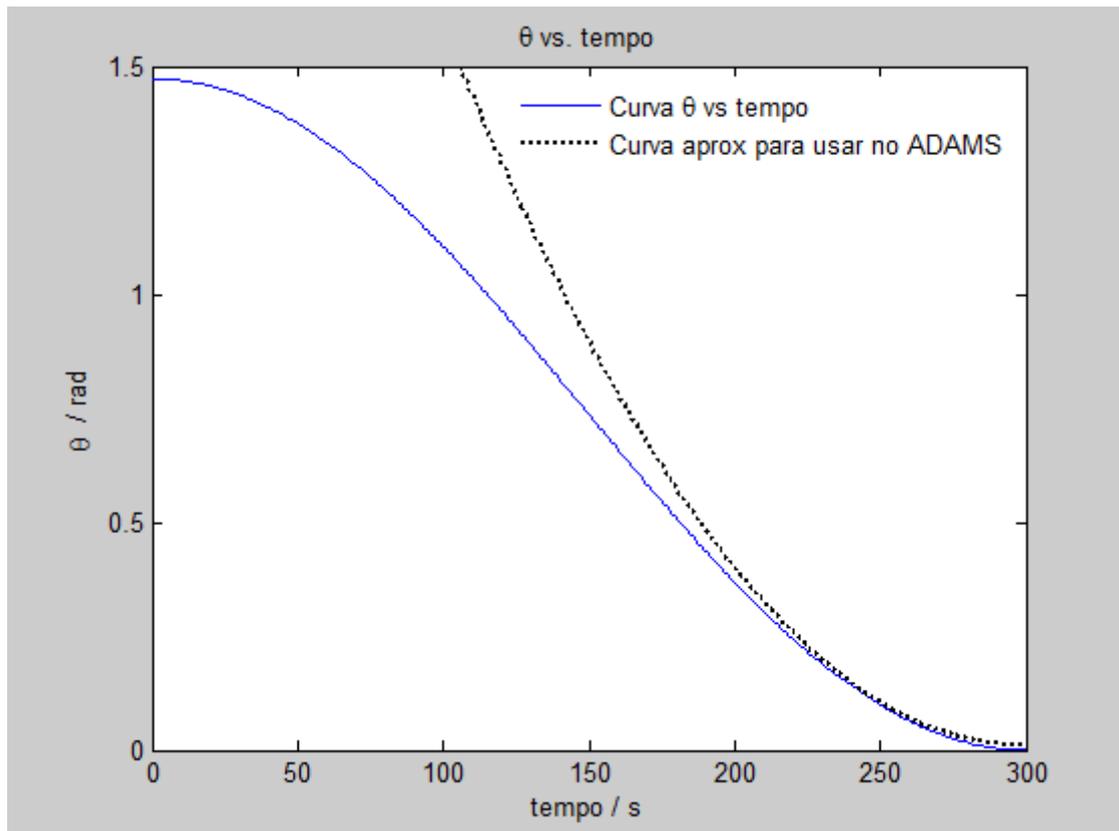


Figura 87 – Relação do deslocamento angular θ com o tempo, considerando abertura do módulo.

A Figura 87, mostra a relação do deslocamento angular θ com o tempo, considerado para construção das curvas de binário da Figura 88 e Figura 89, onde se considera o intervalo de tempo em que existe deformação dos cabos. Na figura acima, apresenta-se a negro, a curva utilizada em *MSC-ADAMS*, para imposição do deslocamento, porque o *software* não permite a imposição da função exata.

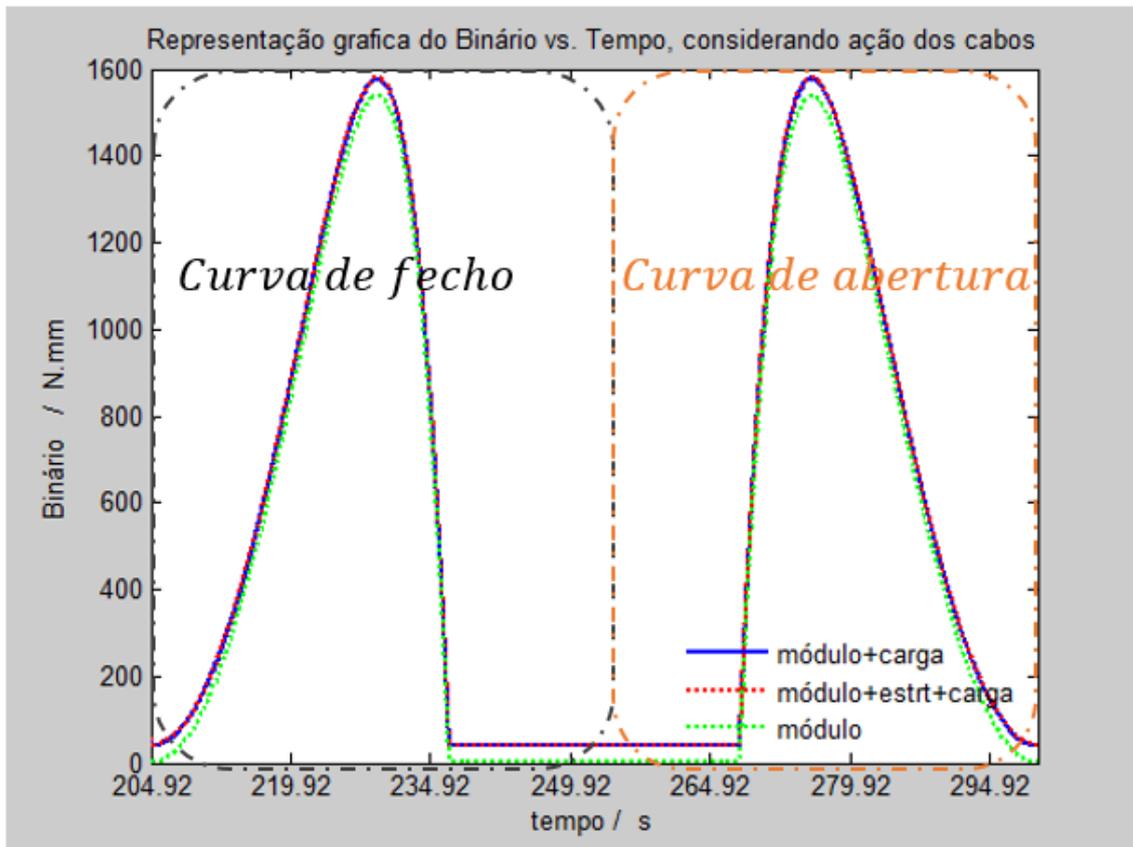


Figura 88 - Binário aplicado durante o fecho e abertura de um módulo, considerando apenas o intervalo de tempo em que ocorre a deformação dos cabos.

A modelação realizada em *MSC-ADAMS*, considera que o módulo em análise parte da posição completamente aberto, inicia o movimento de fecho até perder a tensão nos cabos, curva à esquerda na Figura 88 (curva de fecho), e inverte o sentido de movimento até retomar a posição de módulo completamente aberto (curva à direita, na mesma figura; curva de abertura). No entanto, o intervalo de tempo foi ajustado para corresponder aos últimos instantes no movimento de abertura, pois foi o movimento exposto nas figuras anteriores. Isto significa que, para a curva de fecho, o intervalo de tempo para perder a ação dos cabos é correto, mas não os valores de tempo apresentados.

A imposição de deslocamento angular da Figura 87, permite-nos evidenciar a influência da massa associada ao módulo, no movimento. Verifica-se da Figura 88 e Figura 89, que o binário aplicado é tanto maior quanto maior a massa.

Mais ainda, da Figura 88, verifica-se simetria das curvas no tempo, pois, correspondem à mesma posição do centro de massa da armação superior, isto é, no movimento de fecho, o valor do binário toma o mesmo valor para a mesma posição do movimento de abertura (a deformação dos cabos é a mesma), para cada fase da relação geometria do módulo – deformação dos cabos (ver secção 10.4.2).

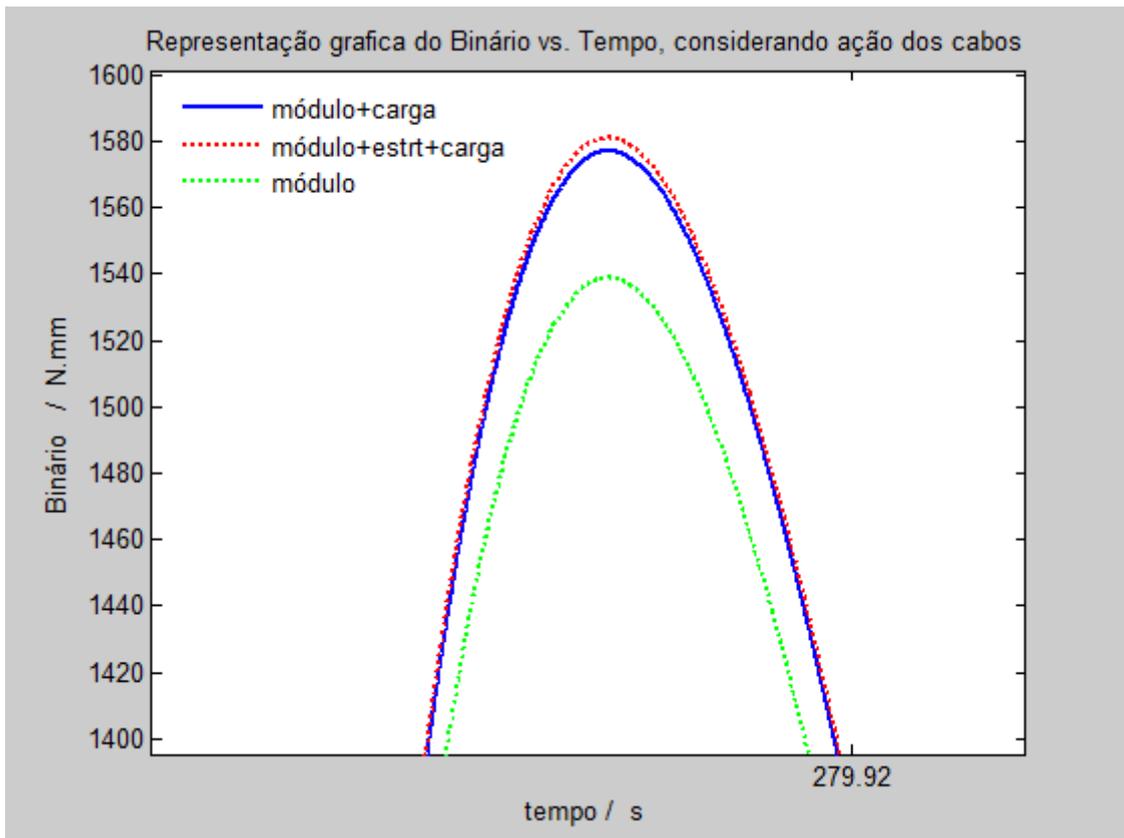


Figura 89 – Aproximação de visualização (zoom) da curva de abertura da Figura 88.

Dos resultados obtidos através do *MSC-ADAMS*, apresentados na Figura 89, pode-se concluir que a massa da estrutura tem pouca influência, pois, é muito reduzida em relação à carga ($50kg \ll 1000kg$). No entanto, para manter esta massa em movimento é necessário um binário de cerca de $41N.mm$, considerando a massa “*módulo+estrut+carga*”, e $39N.mm$ para a massa “*módulo+carga*”, (zona horizontal, sem deformação dos cabos, nas curvas da Figura 88).

Cabe destacar ainda, que a resolução de medição utilizada para a Figura 88, não nos permitiu captar o momento em que é aplicado o binário para inversão de movimento. Utilizando um intervalo de medição de $0.01s$, os valores de binário para inversão de movimento apresentados pelo *MSC-ADAMS*, são $3.44e5 N.mm$, $3.57e5 N.mm$ e $716 N.mm$ para o “*módulo+carga*”, “*módulo+estrut+carga*” e “*módulo*”, respetivamente.

11. Sumário de Simplificações admitidas.

Ao longo da execução deste trabalho foram assumidas algumas simplificações que, embora mencionadas durante as secções anteriores de forma explícita e algumas de forma implícita, pretende-se agora expor.

- Simetria entre movimento de abertura e movimento de fecho;
- Não foi modelado um mecanismo de bloqueio, por isto, não se verifica a aplicação de um binário para fazer parar a massa em movimento quando a posição completamente aberto do módulo é atingida.
- Não foi possível na modelação em *MSC-ADAMS* a construção de um único modelo de um módulo com cabos, tal que, o movimento completo de abertura ou fecho do módulo fosse realizado. Por isto, criaram-se dois modelos: 1) para um módulo sem cabos, para análise do movimento completo de abertura; 2) outro para um módulo com cabos, partindo da posição completamente aberto, inicia-se o movimento de fecho até perder a tensão nos cabos, inverte-se o movimento para retomar a posição completamente aberto.
- Imposição de geometria dos cabos tal que, na posição completamente aberto do módulo, existe continuidade entre os eixos dos cabos (ver Figura 72).
- O comprimento do cabo em contacto com a roldana não varia com o tempo.
- As roldanas movem-se apenas na face do módulo, com movimento de translação na direção longitudinal da estrutura.

Dos resultados obtidos conclui-se que o estudo cinemático permite-nos, com boa aproximação, interpretar os fenómenos físicos no movimento de abertura de um módulo de um mastro articulado, pois está em concordância com os resultados determinados com o *software*, *MSC-ADAMS*.

12. Conclusão final.

Concluiu-se que os mastros articulados são estrutura desdobráveis utilizadas em aplicações em que boa estabilidade é requerida e comprimentos relativamente elevados são necessários. Verificou-se que acima de $30m$, são as únicas estruturas espaciais que garantem boa estabilidade de posicionamento.

Neste estudo, considerou-se a imposição de deslocamento para analisar o movimento de um módulo de uma estrutura. Durante o estudo da cinemática e dinâmica do mastro articulado, várias conclusões foram determinadas. Da secção 10.4.2 concluiu-se que, para imposição de compressão sobre o contacto juntas de ligação e *longeron*, tanto os *batten* como os *longeron* estão sob esforço de compressão. Da mesma secção, verificou-se duas fases da curva de binário aplicado para imposição de deslocamento. Considerando o movimento de abertura do módulo, uma primeira fase em que a deformação dos cabos predomina sobre o movimento, pois, se deixa de ser aplicado o binário, o módulo tende a adquirir o movimento de fecho. Durante uma segunda fase, a geometria do módulo predomina sobre a deformação dos cabos, pois, se se deixar de aplicar o binário, o módulo adquire o movimento de abertura.

Da secção 10.4.3 vimos que cabos mais curtos é equivalente a um valor maior de pré-tensão dos cabos, conseqüentemente, de maior força de compressão sobre os *longeron*. A geometria imposta para os cabos permite-nos determinar o alongamento dos cabos, por determinação do comprimento não tracionado do cabo. Isto significa que, a geometria imposta aos cabos afeta l_n , mas não Δl . Em 10.4.4 vimos que o binário, aplicado para garantir a condição de deslocamento angular imposta, aumenta com a massa e a sua distribuição.

Para finalizar, considerando um balanço dos objetivos impostos, pode-se dizer que, à exceção do atrito, os objetivos foram logrados. O atrito entre as juntas de ligação e os *longeron*, embora tenha sido realizada uma abordagem inicial, os resultados obtidos não se validavam com o *MSC-ADAMS*, e por limitação de tempo, não foi possível apresentar uma abordagem válida ao estudo do mesmo. Mais ainda, sentiu-se durante a realização deste estudo que, uma análise mais aprofundada de comparação de resultados tornaria este estudo mais atrativo. Por exemplo, a imposição de uma força na direção longitudinal da estrutura em vez de deslocamento angular, sendo $\ddot{\theta}$ não nulo. Seguindo-se, então, uma comparação com os resultados atuais.

Foi para mim de grande satisfação a realização deste estudo, pois trata-se de um tema do meu interesse. Uma importante aplicação de conceitos estudados durante o curso e que dificilmente notámos no quotidiano.

Referências

- n.d. http://airandspace.si.edu/collections/artifact.cfm?object=nasm_A20040261000 (accessed março 2015).
- n.d. <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/mast.html> (accessed março 2015).
- n.d. <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/> (accessed março 2015).
- n.d. http://www.nustar.caltech.edu/image/nustar_instrument03 (accessed março 2015).
- n.d. <http://www.nustar.caltech.edu/page/mast> (accessed março 2015).
- n.d. http://www.nustar.caltech.edu/image/nustar_at_osc02 (accessed março 2015).
- Benton, Max D. e Robbins, William M.,. Extendible Structures. US Patent 4599832. Julho 15, 1985.
- CBCNews*. n.d. <http://www.cbc.ca/news/technology/canadarm2-turns-10-1.1093132> (accessed Junho 8, 2015).
- Douglas, Mark V.,. Module for an Articulated Stowable and Deployable Mast. US Patent 5267424. Dezembro 7, 1993.
- Fiona A. Harrison et al, . "The Nuclear Spectroscopic Telescope Array (NuSTAR) high-energy X-Ray Mission." *The Astrophysical Journal - The American Astronomical Society*, 2013.
- Gökhan Kiper e Eres Söylemez, . "Deployable Space Structures." *IEEE*, 2009.
- H. Guo et al, . "Dynamic characteristic Analysis of Large Space Deployable Articulated Mast." *SciVerse ScienceDirect - Procedia Engineering; ELSEVIER*, 2011.
- Jeffrey W. Umland e Howard Eisen, . "SRTM on-orbit Structural Dynamics." *AIAA*, 2001.
- Koorosh Guidanean e David Lichodziejewski, . "An Inflatable Rigidizable Truss Structure Based on New Sub-Tg Polyurethane Composites; L'Garde, Inc." 2002: 1 e 9.
- L. Puig et al, . "A review on large structures for astrophysics missions." *Acta Astronautica - Elsevier*, março 19, 2010.
- Murphey, Thomas W.,. "Symbolic Equations for the Stiffness and Strength of Straight Longeron Trusses." *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, maio 1-4, 2006.
- Murphey, Thomas., "Overview of deployable structures." *AIAA*, 2008.
- Northrop Grumman*. n.d. (accessed Junho 8, 2015).
- O. R. Stohlman e S. Pellegrino, . "Effectcs of Component Properties on the Accuracy of a Joint-Dominated Deployable Mast." *American Institute of Aeronautics and Astronomy (AIAA)*, 2011: 5-11.
- Oliver R. Stohlman e S. Pellegrino, . "Shape accuracy of a joint-dominated deployable mast." *American Institute of Aeronautics and Astronautics - AIAA*, 2010.
- Paine, T.O. et al.,. Collapsible apollo couch. US Patent 3592505. 1971.
- Pelischek, Timothy E.,. Foldable Self-erecting Joint. US Patent 4615637. 1984.

- Pryor, Mark K. e Newlin, Jeremy O.,. Deployable structural assemblies, systems for deploying such structural assemblies and related methods. USA Patent US 20060207189 A1. setembro 21, 2006.
- Sebata, Susan e Low, Lenny. Two-sided deployable thermal radiator system and method. US Patent 7028953. 2006.
- Stohlman, Olive R.,. *Repeatibility of Joint-dominated deployable mast - Thesis for Degree of Doctor of Philosophy*. California Institute of Technology, 2011, 13, 14.
- Thomas W. Murphey e Christopher H. M. Jenkins, . *Recent Advances in Gossamer Spacecraft*. Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- Thomas W. Murphey, . "Large Strain Composite Materials in Deployable Space Structures." *INTERNATIONAL COMMITTEE ON COMPOSITE MATERIALS*, 2009.
- Tibert, Gunnar. *Doctoral Thesis - Deployable Tensegrity Structures for Space Applications*. Stockholm, 2002.
- Yan Xu et al, . "Structural design and static analysis of a double-ring deployable truss for mesh antennas." *Acta Astronautica*, 2012.