Friedhelm Padberg

Subtraktionsstrategien von Erstkläßlern – eine empirische Untersuchung

Nach amerikanischen Untersuchungsbefunden (vgl. Hendrickson in Padberg (1992)) können schon überraschend viele Schulanfänger geeignet formulierte Subtraktionsaufgaben – zum Teil mit, zum Teil sogar schon ohne Materialbenutzung – richtig lösen. So kommen praktisch alle untersuchten amerikanischen Schulanfänger (98 %) sowohl bei der Aufgabe 8 – 5 wie auch bei der recht anspruchsvollen Aufgabe 14 – 6 (in der Formulierung: Lege 14 von deinen Klötzchen vor dich hin. Wenn du mir 6 von deinen Klötzchen gibst, wieviele Klötzchen hast du dann noch?) zu dem richtigen Ergebnis – und zwar sofort oder spätestens nach dem – bei ursprünglich zögerlicher oder falscher Antwort gegebenen – Hinweis: „Benutze die Klötzchen." Beide Aufgaben werden weit überwiegend mit Hilfe von Material gelöst. Die nicht geringe Quote von Schulanfängern, die hierauf schon verzichten kann (33 % bei der Aufgabe 8 – 5, immerhin noch 11 % bei der Aufgabe 14 – 6!), ist jedoch beachtlich. Nach Untersuchungen von Carpenter / Moser (1984), Fuson (1984) und Baroody (1984) benutzen Schüler zur Lösung derartiger Subtraktionsaufgaben verschiedene Zählstrategien – und zwar nicht nur zu Schulbeginn, sondern vielfach auch noch in höheren Schuljahren der Grundschule. In diesem Zusammenhang kann man folgende Zählstrategien unterscheiden (für genauere Details vergleiche Padberg (1992)):

- Wegnehmen (mit Material)
- Ergänzen (mit Material)
- Rückwärtszählen um eine gegebene Zahl von Schritten
- Rückwärtszählen bis zu einer gegebenen Zahl
- Vorwärtszählen

Eine von Carpenter / Moser (1984) in den USA durchgeführte Längsschnittuntersuchung gibt Hinweise auf die Entwicklung der Subtraktionsstrategien während der ersten drei Schuljahre: So nimmt bei dem – in alltäglichen Situationen wichtigsten – Aufgabentyp des Wegnehmens die Strategie des Wegnehmens mit Material vom ersten bis zum dritten Schuljahr stark ab, während gleichzeitig der Einsatz von auswendig beherrschten Zahlenfakten sowie von hierauf basierenden heuristischen Strategien[1] ständig zunimmt. Daneben spielen die Zählstrategien des Vorwärtszählens und des Rückwärtszählens eine untergeordnete Rolle, wobei die Vorwärtszählstrategie zu den meisten Untersuchungszeitpunkten häufiger eingesetzt wurde. Letzteres wirkt in Anbetracht des Aufgabentyps „Wegnehmen" auf den ersten Blick überraschend. Sieht man sich allerdings die benutzten Aufgaben genauer an, so fällt auf, daß Minuend und Subtrahend jeweils dicht beeinander liegen (Beispiel: 7 – 5, 9 – 6, 11 – 8, 13 – 9) und daß daher bei diesen Aufgaben das Vorwärtszählen weniger Schritte erfordert als das Rückwärtszählen (um eine gegebene Zahl von Schritten) und daher naheliegender ist. Am Ende des ersten Schuljahres (bzw. zu Beginn des zweiten Schuljahres) setzt jedoch der überwiegende Teil (55 %) der untersuchten amerikanischen Schüler

1 In der Darstellung dieser Untersuchung wird dieser Bereich nur global und nicht genauer getrennt nach auswendig beherrschten Zahlenfakten bzw. hierauf basierenden heuristischen Strategien ausgewiesen.

beim Aufgabentyp des Wegnehmens immer noch die Strategie des Wegnehmens mit Material ein, nur 20 % der Schüler setzen Zahlenfakten / heuristische Strategien ein und weniger als 10 % benutzen reine Zählstrategien.

Dieser geringe Anteil der weiterführenden Strategien am Ende des ersten Schuljahres sowie auch noch weithin im zweiten Schuljahr in der genannten amerikanischen Untersuchung veranlaßte uns, eine eigene Untersuchung über den Einsatz verschiedener Subtraktionsstrategien am Ende des ersten Schuljahres durchzuführen. Uns interessierten in diesem Zusammenhang insbesondere auch die verschiedenen benutzten heuristischen Strategien sowie ihre eventuelle Abhängigkeit von der Leistungsfähigkeit der Schüler und von verschiedenen Aufgabentypen. Interessant wäre zweifelsohne auch noch eine entsprechende Untersuchung bei Schulanfängern. Allerdings scheinen uns die einleitend genannten Untersuchungsbefunde von Hendrickson über die Subtraktionsleistungen von Schulanfängern – aufgrund der von R. Schmidt (1982) nachgewiesenen hohen Zählkompetenz der Schulanfänger – der Tendenz nach auch für Deutschland plausibel zu sein.

1 Bemerkungen zur Untersuchung

Mit Einzelinterviews von jeweils etwa 20 bis 25 Minuten Dauer untersuchten wir gegen Ende des ersten Schuljahres 31 Schüler aus 8 Klassen von drei Grundschulen in drei verschiedenen Städten Westfalens.[2 3] Wir interviewten jeweils pro Klasse einen leistungsstarken, zwei durchschnittliche und einen leistungsschwachen Schüler und somit insgesamt 8 leistungsstarke, 16 durchschnittliche und 7 schwache Schüler.[4]

Die Einzelinterviews führten wir jeweils in einem eigenen Raum außerhalb des Klassenzimmers durch. Bei der Lösung der Testaufgaben lagen jeweils – den Schülern aus dem Unterricht vertraute – Plättchen auf dem Tisch, die bei Bedarf eingesetzt werden konnten. Wegen der besseren Konzentration der Schüler führten wir sämtliche Interviews während der ersten, zweiten und dritten Unterrichtsstunde durch. Ferner testeten wir alle Schüler einer Klasse an einem Vormittag, um so einen unerwünschten Informationsaustausch möglichst weitgehend zu vermeiden.

Der selbst erstellte Subtraktionstest[5] besteht aus 12 Subtraktionsaufgaben mit verschiedener Zielsetzung. Bei jeder Aufgabe können verschiedene Lösungsstrategien eingesetzt werden. Im folgenden Abschnitt stellen wir exemplarisch die Lösungsstrategien dar von

- zwei Aufgaben im vertrauen Zahlenraum (19 – 8 =; 17 – 9 =),
- drei Aufgaben (etwas) außerhalb des vertrauten Zahlenraums (25 – 7 =; 22 – 4 =; 29 – 4 =),
- einer Subtraktionsaufgabe mit einer Variablen (12 – □ = 5),
- einer kombinierten Additions- und Subtraktionsaufgabe (Sonderfall) (4 – 5 + 2 =).

Wir ließen die Schüler die – schriftlich gegebenen – Aufgaben der Reihe nach lösen und stellten nach jeder Aufgabenlösung direkt die Frage nach der Art der Berechnung, sofern nicht unsere Beobachtungen schon

2 Für die Durchführung der Einzelinterviews bin ich Frau Lucia Schmidt, Werl, zu Dank verpflichtet.

3 Untersuchungszeit: Ende Mai bis Mitte Juni 1991 (Schuljahresende 1991 in Nordrhein-Westfalen: Mitte Juli)

4 Maßstab für die Einordnung war das Urteil des betreffenden Klassenlehrers. In einer Klasse konnten wir aus Zeitgründen nur einen durchschnittlichen Schüler testen. Ferner erwies sich die ursprüngliche Einschätzung eines Schülers als schwach als nicht zutreffend. (Seine Leistungen waren vielmehr durchschnittlich.) Diese Fehleinschätzung beruhte darauf, daß der Klassenlehrer diesen Schüler erst seit einigen Wochen unterrichtete.

5 Wir führten gleichzeitig einen Additions- und Subtraktionstest durch. Die Ergebnisse des Additionstests sind in der Zeitschrift „Mathematische Unterrichtspraxis" im Heft 4/1993 erschienen.

eindeutige Schlüsse ermöglichten. Diese Antworten sowie unsere Beobachtungen bei der Lösung gaben uns gut brauchbare Hinweise auf die benutzten Subtraktionsstrategien. Zur besseren Dokumentation zeichneten wir die Gespräche mit einem Cassettenrecorder auf. Die Schüler bemühten sich intensiv, sämtliche Aufgaben richtig zu lösen, und griffen ggf. ganz selbstverständlich auf die bereitliegenden Plättchen zurück.

Wir vermuteten, daß im Unterricht behandelte Lösungsstrategien von erheblichem Einfluß auf das Lösungsverhalten der Schüler sind. In diesem Zusammenhang spielt das eingeführte Schulbuch zweifelsohne eine äußerst wichtige Rolle. Zwischen den beiden – an den untersuchten Schulen eingeführten – Schulbüchern[6] lassen sich in diesem Bereich keine größeren Unterschiede feststellen. Beide Schulbücher behandeln zunächst während eines großen Teils des ersten Schuljahres gründlich den Zahlenraum bis 10. Erst in der zweiten Schuljahreshälfte erfolgt der Übergang zum Zahlenraum bis 20 (ab Seite 73 bzw. 72 bei insgesamt 111 bzw. 112 Seiten). Zum Untersuchungszeitpunkt war man in zwei Schulen (6 Klassen, 24 untersuchte Schüler) auf den Seiten 88/89 bzw. 94 des betreffenden Schulbuches. Im Verlauf des Schuljahres hatten diese Schüler bislang mehr oder weniger ausführlich folgende Lösungsstrategien bei der Subtraktion kennengelernt (für genauere Details bezüglich dieser Lösungsstrategien vgl. gegebenenfalls Padberg (1992)):

- Wegnehmen
- Nachbaraufgaben
- Analogieaufgaben
- Zerlegung einer Aufgabe bei Zehnerüberschreitung in zwei leichtere Teilaufgaben mit 10 als Bezugsbasis
- Zusammenhang von Addition und Subtraktion (Umkehraufgabe)

Die Schüler einer Schule (2 Klassen, 7 untersuchte Schüler) waren dagegen in ihrem Schulbuch – trotz unserer Testdurchführung dort erst am Ende des Untersuchungszeitraumes – nur bis zur Seite 79 bzw. 81 vorgedrungen. Sie hatten so nur relativ wenige und einfache Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 kennengelernt, die Zerlegung einer Aufgabe bei Zehnerüberschreitung in zwei leichtere Teilaufgaben mit 10 als Bezugspunkt war noch nicht, die Analogiebildung erst in einer der beiden Klassen gerade behandelt worden. Ursache für den deutlichen Rückstand dieser Schule gegenüber den beiden anderen Schulen war der sehr hohe Anteil von Schülern mit potentiellen Sprachproblemen: Während hier rund 50 % der Schüler Aussiedler- oder Ausländerkinder waren, lag der entsprechende Anteil bei den übrigen Schülern nur um 10 %.

Bei der Darstellung der Untersuchungsergebnisse im folgenden Abschnitt unterscheiden wir nach

- dem allgemeinen Leistungsstand im Mathematikunterricht (leistungsstark, durchschnittlich, schwach)
- Typen von Subtraktionsaufgaben und Vertrautheit mit dem Zahlenraum (Aufgaben im vertrauten Zahlenraum, Aufgaben (etwas) außerhalb des vertrauten Zahlenraumes, Aufgaben mit Variablen, Sonderfall einer kombinierten Additions- und Subtraktionsaufgabe)
- dem Aussiedler- und Ausländeranteil (niedrig (um 10 %), hoch (um 50 %)).

6 Zwei Schulen benutzten das Schulbuch Die Welt der Zahl, Ausgabe Nordrhein-Westfalen (1990), eine das Schulbuch Denken und Rechnen, Ausgabe Nordrhein-Westfalen (1984).

Wir vermuten, daß in Abhängigkeit von diesen drei Gesichtspunkten Unterschiede im Einsatz von Subtraktionsstrategien festzustellen sind.

2 Ergebnisse der Untersuchung

Die von den Schülern benutzten Lösungsstrategien stellen wir in den Abschnitten 2.1 bis 2.4 differenziert nach verschiedenen Typen von Subtraktionsaufgaben und nach der Vertrautheit mit dem betreffenden Zahlenraum dar. Innerhalb dieser vier Abschnitte differenzieren wir jeweils noch nach der Leistungsstärke der Schüler und dem Aussiedler-/ Ausländeranteil. Wir leiten jeden Abschnitt (bis auf 2.4) durch eine knappe Darstellung möglicher Lösungsstrategien[7] für die betreffende(n) Aufgabe(n) ein. Bei der Darstellung der von den Schülern benutzten Lösungsstrategien verwenden wir GA als Abkürzung für die Schüler aus Klassen mit geringem Aussiedler-/ Ausländeranteil, HA als Abkürzung für die Schüler aus Klassen mit hohem Aussiedler-/ Ausländeranteil.

2.1 Aufgaben im vertrauten Zahlenraum

Aufgaben: 19 – 8 =
17 – 9 =

Mögliche Lösungsstrategien:

- (1) Wegnehmen (mit Material)
- (2) Rückwärtszählen um 8 bzw. 9 Schritte
- (3) Rückwärtszählen bis 8 bzw. 9
- (4) Vorwärtszählen
- (5) Analogie
  (9 – 8 = 1 → 19 – 8 = 11)
- (6) gleichsinniges Verändern → leichtere Aufgabe (18 – 10)
  (17 – 9 → 18 – 10)
- (7) Übergang zu leichteren Nachbaraufgaben (19 – 9, 17 – 10)
  (19 – 9 = 10 → 19 – 8 = 11
  17 – 10 = 7 → 17 – 9 = 8)
- (8) Zerlegung in zwei leichtere Teilaufgaben mit 10 als Bezugszahl
  (17 – 9 → 17 – 7 = 10, 10 – 2 = 8)
- (9) Zusammenhang von Subtraktion und Addition
- (9 a) Addition, gegensinniges Verändern
  (10 + 9 = 19 → 11 + 8 = 19, daher 19 – 8 = 11)

Benutzte Lösungsstrategien

	Aufgabe 19 – 8 =		Aufgabe 17 – 9 =	
	GA	HA	GA	HA
leistungsstarke Schüler				
– (5)	5	–	–	–
– (7)	1	–	–	–
– (8)	–	–	6	–
– (2) ohne Finger	–	2	–	2

7 Diese Auflistung umfaßt nicht alle theoretisch denkbaren Lösungsstrategien, sondern nur von uns vorher vermutete bzw. bei der Untersuchung beobachtete Lösungsstrategien.

durchschnittliche Schüler				
– (5)	6	–	–	–
– (7)	2	–	–	–
– (8)	–	–	7	–
– (9 a)	–	1	–	–
– (2) mit Finger	1	1	–	2
– (2) ohne Finger	2	–	4	–
– (1) mit Material	2	1	2	1
schwache Schüler				
– (5)	1	–	–	–
– (8)	–	-	2	-
– (2) mit Finger	4	–	3	1
– (1) mit Material	–	2	–	1
	24	7	24	7

2.2 Aufgaben (etwas) außerhalb des vertrauten Zahlenraumes

Aufgaben: 25 – 7 =
22 – 4 =
29 – 4 =

Mögliche Lösungsstrategien

- (1) Wegnehmen (mit Material)
- (2) Rückwärtszählen um 7 bzw. 4 Schritte
- (3) Rückwärtszählen bis 7 bzw. 4
- (4) Vorwärtszählen
- (5) Analogie
  (9 – 4 = 5 → 29 – 4 = 25)
- (6) gleichsinniges Verändern → leichtere Aufgabe (28 – 10)
  (25 – 7 → 28 – 10)
- (7) Zerlegung in zwei leichtere Teilaufgaben
  (Zehnerzahl als Bezugszahl)
  (25 – 7 → 25 – 5 = 20, 20 – 2 = 18
  22 – 4 → 22 – 2 = 20, 20 – 2 = 18)

Benutzte Lösungsstrategien

	Aufgabe 25 – 7 =		Aufgabe 22 – 4 =		Aufgabe 29 – 4 =	
	GA	HA	GA	HA	GA	HA
leistungsstarke Schüler						
– (5)	–	–	–	–	6	–
– (7)	6	–	6	–	–	–
– 2 ohne Finger	–	2	–	2	–	2
durchschnittliche Schüler						
– (5)	–	–	–	–	9	–
– (7)	6	–	9	–	–	–
– (2) ohne Finger	4	–	2	1	2	–
– (2) mit Finger	1	2	2	–	1	1
– (1) mit Material	2	1	–	2	1	2

schwache Schüler						
– (2) ohne Finger	–	–	–	–	–	–
– (2) mit Finger	4	–	5	–	4	–
– (1) mit Material	1	2	–	2	1	2
	24	7	24	7	24	7

2.3 Subtraktionsaufgabe mit einer Variablen

Aufgabe: 12 – □ = 5

Mögliche Lösungsstrategien

- (1) Wegnehmen (mit Material)
- (2) Rückwärtszählen bis 5
- (3) Vorwärtszählen
- (4) Zerlegung in zwei leichtere Teilaufgaben mit 10 als Bezugszahl
  (12 – 2 = 10, 10 – 5 = 5 → 12 – 7 = 5)
- (5) Gleichsinniges Verändern / Vertraute Aufgabe
  10 – 5 = 5 → 12 – 7 = 5

Benutzte Lösungsstrategien

	GA	HA
leistungsstarke Schüler		
– (4)	6	–
– (2) ohne Finger	–	2
durchschnittliche Schüler		
– (4)	7	–
– (5)	1	–
– (2) ohne Finger	3	–
– (2) mit Finger	–	2
– (1) mit Material	2	–
– (k. L.)	–	1
schwache Schüler		
– (2) mit Finger	3	1
– (k. L.)	2	1
	24	7

2.4 Kombinierte Additions- und Subtraktionsaufgabe (Sonderfall)

Aufgabe: 4 – 5 + 2 =

Benutzte Lösungsstrategien

leistungsstarke Schüler	insgesamt
– 4 + 2 – 5 = 1	1
– (- 1) + 2 = 1	1
– 4 – 5 = 0, 0 + 2 = 2	6
durchschnittliche Schüler	
– 4 – 5 = 0, 0 + 2 = 2	14
– 5 – 4 = 1, 1 + 2 = 3	2

schwache Schüler	insgesamt
– 4 – 5 = 0, 0 + 2 = 2	2
– keine Lösungsvorstellung	5

3. Schlußfolgerungen

Den im zweiten Abschnitt dargestellten Untersuchungsergebnissen können wir entnehmen:

- Die von uns untersuchten Schüler „normaler" Klassen (GA) benutzten je nach ihrer allgemeinen Leistungsfähigkeit im Mathematikunterricht äußerst unterschiedliche Lösungsstrategien: Während die leistungsstarken Schüler die Testaufgaben in den Abschnitten 2.1 bis 2.3 schon ausnahmslos mit heuristischen Strategien fehlerfrei lösen, benutzen die schwachen Schüler hier noch weit überwiegend bei 2.1 oder sogar ausschließlich (bei 2.2 und 2.3) Zählstrategien – und zwar in diesen Fällen ausnahmslos unter Rückgriff auf die Finger oder die Plättchen. Die durchschnittlich leistungsstarken Schüler verwenden teils heuristische Strategien, teils Zählstrategien, wobei allerdings bei den meisten Subtraktionsaufgaben die heuristischen Strategien klar überwiegen und die Zählstrategien oft schon ohne Einsatz von Fingern oder Material eingesetzt werden. Rechnen wir diese Anteile auf vollständige Klassen um, so benutzen in unserer Untersuchung (auch unter Berücksichtigung der HA-Klassen) wesentlich mehr Schüler am Ende des ersten Schuljahres weiterführende Strategien (Zählstrategien, heuristische Strategien) als bei der eingangs beschriebenen amerikanischen Untersuchung von Carpenter / Moser (1984), während nur ein sehr geringer Anteil der Schüler selbst bei diesen relativ großen Zahlen in den Subtraktionsaufgaben noch auf die Strategie des Wegnehmens mit Material zurückgreifen muß. Genauer gilt für die GA-Klassen: Im Mittel lösen 60 % der Schüler die Aufgaben mit heuristischen Strategien, wobei der Wert nur zwischen 49 % bei der schwierigsten Aufgabe 25 – 7 und 65 % bei der leichtesten Aufgabe 29 – 4 schwankt. 30 % der Schüler setzen noch Zählstrategien ein (38 % bei der Aufgabe 25 – 7, 27 % bei der Aufgabe 29 – 4) und nur 9 % der Schüler lösen im Mittel die Aufgaben unter Einsatz von Material (14 % bei 25 – 7, 8 % bei 29 – 4). Beim Vergleich mit den Ergebnissen der amerikanischen Untersuchung muß zusätzlich noch beachtet werden, daß die benutzten Zahlen in unserer Untersuchung für die Schüler meist am Rande oder sogar etwas außerhalb des vertrauten Zahlenraumes liegen, während Carpenter/Moser mit sehr viel kleineren Zahlen arbeiten, die alle vollständig im gut vertrauten Zahlenraum liegen. Bei der Analyse der benutzten Zählstrategien fallen weitere deutliche Unterschiede zur amerikanischen Untersuchung auf: Werden in unserer Untersuchung Zählstrategien eingesetzt, so wird an keiner Stelle mit Vorwärtszählstrategien gearbeitet, sondern es kommen nur Rückwärtszählstrategien zum Tragen, und zwar nicht nur bei den Aufgaben, wo dies von den benutzten Zahlen her naheliegt (Beispiel: 25 – 7, 22 – 4, 29 – 4), sondern auch bei Aufgaben wie 17 – 9. Von den beiden möglichen Rückwärtszählstrategien (um eine gegebene Zahl von Schritten; bis zu einer gegebenen Zahl) setzen die Schüler ausschließlich die erstere Strategie ein. Dies ist bei den in 2.2 beschriebenen Aufgaben – wegen der sonst größeren Anzahl von Schritten – naheliegend, aber auch beispielsweise bei der Aufgabe 17 – 9 wird so verfahren. Dies stützt die Vermutung – die auch durch vielfältige Beobachtungen bei unseren Seminaren zur Didaktik der Arithmetik mit Studenten unterstützt wird -, daß für die Schüler die erstere Rückwärtszählstrategie die „natürlichere" ist.

- Der in den Aufgaben benutzte Zahlenraum (vertrauter Zahlenraum; (etwas) außerhalb des vertrauten Zahlenraumes) wirkt sich je nach Leistungsvermögen der Schüler (GA) unterschiedlich aus: Während bei den leistungsstarken Schülern bei diesen Aufgaben keine Effekte feststellbar sind – sie lösen sämtliche Aufgaben, wie erwähnt, mit heuristischen Strategien -, können wir bei den schwachen Schülern deutliche Effekte feststellen: Während bei den Aufgaben im vertrauten Zahlenbereich teilweise noch heuristische Strategien eingesetzt werden, fällt man bei den Aufgaben (etwas) außerhalb des vertrauten Zahlenbereichs ausnahmslos auf die leichteren Zählstrategien zurück. Bei den durchschnittlichen Schülern läßt sich dieser Effekt nur bei der schwierigsten Aufgabe (25 – 7) beobachten. Die bei den Additionsaufgaben dieses Tests gemachte Beobachtung, daß die Variationsbreite der benutzten heuristischen Strategien innerhalb des vertrauten Zahlenraumes i. a. weitaus größer ist als außerhalb läßt sich bei den Subtraktionsaufgaben dagegen nicht bestätigen. Sowohl innerhalb wie außerhalb des vertrauten Zahlenraumes setzen die Schüler im wesentlichen nur jeweils eine heuristische Strategie ein.
- Der Aufgabentyp beeinflußt ebenfalls die eingesetzten heuristischen Strategien. Während bei den Aufgaben 19 – 8 und 29 – 4 die Strategie der Analogie stark eingesetzt wird, dominiert bei den übrigen Aufgaben der Abschnitte 2.1 bis 2.3 die Strategie des Zerlegens der gegebenen Aufgabe in zwei leichtere Teilaufgaben mit einer Zehnerzahl als Bezugszahl. Andere heuristische Strategien spielen daneben nur eine sehr untergeordnete Rolle.
- Die kombinierte Additions- und Subtraktionsaufgabe 4 – 5 + 2 im Abschnitt 2.4 dient dazu abzutesten, wieweit die Schüler die gegebene Aufgabe ausschließlich und konsequent schrittweise von links nach rechts lösen – und wie sie in diesem Fall das Problem der für sie unlösbaren Aufgabe 4 – 5 anpacken – oder ob sie spontan die Reihenfolge der Glieder in der gegebenen algebraischen Summe vertauschen und so zu einer Lösung der Aufgabe gelangen. Letzteres gelingt nur einem der untersuchten Schüler, ein weiterer Schüler arbeitet zu unserer Überraschung sogar schon mit negativen Zahlen. Alle übrigen Schüler gelangen zu einer falschen Lösung oder können die Aufgabe überhaupt nicht lösen. Bei den falschen Lösungen dominiert sowohl bei den leistungsstarken, bei den durchschnittlichen wie auch bei den schwachen Schülern die Teillösung 4 – 5 = 0, die bei der anschaulichen Vorstellung des Subtrahierens als Wegnehmen durchaus plausibel ist. Zwei Schüler lösen die für sie unlösbare Aufgabe 4 – 5 durch Unterschiedsbildung – eine Strategie, die auch bei der schriftlichen Subtraktion häufiger als systematischer Fehler vorkommt (vgl. Padberg (1992)).
- Die Untersuchungsergebnisse belegen auch den starken Einfluß des Unterrichts – bzw. indirekt des Schulbuchs – auf die Auswahl von Lösungsstrategien. So dominiert bei den Aufgaben 19 – 8 und 29 – 4 die Strategie der Analogie, bei den Aufgaben 17 – 9, 25 – 7, 22 – 4 und

12 – $\square$ = 5 die Strategie des Zerlegens der Aufgabe in zwei leichtere Aufgaben mit einer Zehnerzahl jeweils als Bezugszahl – Strategien, die relativ kurze Zeit vor dem Test in den „normalen" Klassen (GA) für den vertrauten Zahlenraum bis 20 thematisiert wurden. Dagegen setzen selbst die leistungsstarken Schüler der HA-Klassen keine dieser Strategien ein – vermutlich weil sie in diesen Klassen bis zum Untersuchungszeitpunkt noch nicht bzw. bei einer Strategie und einer Klasse kaum behandelt wurden. Dies legt die Frage nahe, wieweit die Schüler zur Lösung von Additions- und Subtraktionsaufgaben den Stützpunkt der Zehnerzahlen selbständig ansteuern oder wieweit dies erst das Ergebnis eines entsprechenden Unterrichts ist.

- Eine Analyse der in den HA-Klassen benutzten Strategien zeigt, daß diese Schüler bei keiner der untersuchten Aufgaben – bis auf eine Ausnahme – heuristische Strategien einsetzen. Die leistungsstarken und die übrigen Schüler unterscheiden sich jedoch darin, daß die leistungsstarken Schüler Zählstrategien ohne Fingerbenutzung einsetzen, während die schwachen Schüler fast ausnahmslos auf Material zurückgreifen müssen. Ein Vergleich der GA- und HA-Klassen legt die Vermutung nahe, daß die Zählstrategien keineswegs im Verlauf des ersten Schuljahres von selbst in heuristische Strategien übergeben, sondern daß hierzu vielmehr eine gezielte Behandlung heuristischer Strategien im Unterricht erforderlich ist. Allerdings ist die HA-Gruppe in unserer Untersuchung zahlenmäßig relativ klein. Weitere Untersuchungen sind daher wünschenswert.

Literatur

Baroody, A. J.: Children's Difficulties in Subtraction: Some Causes and Questions. In: Journal for Research in Mathematics Education (JRME) 3/1984, S. 203 – 213

Carpenter, TH. / Moser, J.: The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades one through three. In: JRME, 3/1984, S. 179 – 202

Fuson, K.: More Complexities in Subtraction. In: JRME, 3/1984, S. 214 – 225

Padberg, F.: Didaktik der Arithmetik. Mannheim 2 1992

Padberg, F.: Additionsstrategien von Erstkläßlern – eine empirische Untersuchung. In: Mathematische Unterrichtspraxis, 4/1993, S. 1– 8

Schmidt, R.: Die Zählfähigkeit der Schulanfänger. Ergebnisse einer Untersuchung. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 10/1982, S. 371 – 376