

## PETRÓCZY DÓRA GRÉTA

---

### Egy életminőség-rangsor a hazautalások alapján

#### Kivonat

A hazautalások a vendégmunkások és az őket küldő országok közötti kapcsolat egyik fontos mérőszámát jelentik. Ez egyben számszerűsített mutatója lehet annak is, hogy a saját hazájukhoz képest mely országokat részesítik előnyben az emberek, így egy életminőség jellegű rangsort állíthatunk fel azok között. Az elemzéshez a Világbank adatait használtuk 2010-től 2015-ig, az adatbázis a nemzetközi munkabér, illetve a személyek közötti bilaterális utalásokat tartalmazza. A javasolt mérőszám független az országok méretétől, és figyelembe veszi a teljes hálózat felépítését, azt feltételezve, hogy minden egységnyi átutalás felfogható egy preferenciaként a két érintett ország között.

#### 1 Bevezetés

Az országok rangsorolása különböző szempontok szerint igen elterjedt, ha egy ország teljesítményének értékeléséről van szó. A rangsoroknak közvetlen gazdaságpolitikai hatásuk is van, például a Maláj Iparfejlesztési Hatóság 2007-ben kijelentette, célja, hogy Malajzia a 24. helyről az első tízbe kerüljön a Világbank Doing Business rangsorában. A kirgiz gazdasági fejlesztési miniszter 2008-ban abbéli reményét fejezte ki, hogy országa három éven belül az első 20 közé kerül (Høyland és szerzőtársai, 2012).

Az előbbi példából is látható, hogy a hasonló rangsorok nagy jelentőséggel bírnak. Ugyanakkor összeállításukkor többnyire csak néhány kiragadott szempontot vesznek figyelembe, amelyre az adott országok akár kiemelt figyelmet is fordíthatnak, ha csupán az előkelőbb helyezés elérésére törekszenek, és nem a valós fejlődésre. Høyland és szerzőtársai (2012) a Doing Business, a Freedom in the World és a Human Development Index rangsorokról belátták, hogy a tényezőkben lévő bizonytalanság ezeket a mutatókat is bizonytalanná teszi. Seth és McGillivray (2018) bizonyította, hogy a kompozit indexekben a súlyok kismértékű megváltoztatása komoly eltéréseket eredményezhet.

Tanulmányunkban egy új rangsorolási megközelítést javasunk. Alapfelvetésünk, hogy az emberek az anyaországukból az általuk jobbnak gondolt országokba vándorolnak.

Így a hazautalásokat tekinthetjük egyfajta kifejezett preferenciának: a kivándorlók a fogadó országot jobbnak ítélik saját hazájuknál. Ezzel egy olyan életminőség-rangsort kapunk, ami nem tetszőlegesen kiválasztott mutatószámok önkényes súlyozásából adódik. Az általunk javasolt legkisebb négyzetek módszere független a mérethatástól és az összetételhatástól.

A 2. fejezetben bemutatjuk a felhasznált adatokat, a 3. fejezetben a módszer matematikai hátterét. Az általunk kapott rangsorokat a 4. fejezet tartalmazza.

## 2 Felhasznált adatok

Elemzésünkhöz a Világbank migrációs szakirodalomban is elfogadott (magyarul lásd Kajdi, 2015; Kapitány, Rohr, 2014) bilaterális átutalási adatbázisát használtuk. Az adatok a külföldről érkező munkabér utalásokat és a magánszemélyek közötti átutalásokat tartalmazzák, Ratha és Shaw (2007) módszertana alapján korrigálva. A kiigazítás a beérkező utalásokból indul ki, ezt bontja szét azok között az országok között, ahová az adott államból vándoroltak. Ez a módszer részben kompenzálja, hogy egyes helyeken egyáltalán nem jelentik be hivatalosan a vendégmunkásokat, illetve az utalások egy része nagy bankokon keresztül, a szegényebb országokból közvetlenül bankközpontokba történik, azonban nem azok a célországok.

Az elemzéshez a 2010 és 2015 év közötti bilaterális átutalás mátrixokat használtuk. 2010 és 2012 között a 2010-es év migrációs adataival kerültek korrigálásra az átutalások, a 2013-2015-ös években pedig a 2013-as adatokkal.

Az adatbázisban a világ 214 országa szerepel, azonban vizsgálatunkat az európai államokra szűkítettük, a kontinensen kívüli országokat egyetlen entitásként kezeltük. Európához tartozónak azokat az országokat tekintettük, amelyeket az ENSZ idesorol, adathiány miatt kimaradt Andorra, Liechtenstein, Monaco, San Marino és Vatikán, Európai Unió tagja miatt viszont betettük Ciprust.

## 3 Módszertan

Az átutalásokra tekinthetünk úgy, mint az országok között kifejezett preferenciákra: egy-ségnyi átutalás az  $i$  országból a  $j$  országba azt jelenti, hogy egy „döntéshozó” előbbi jobbnak gondolja az utóbbit. Ekkor a bilaterális átutalások egy  $A$  aggregált páros összehasonlítási mátrixot határoznak meg (Jiang és szerzőtársai, 2011; González-Díaz és szerzőtársai, 2014; Csató, 2015a).

### 3.1 Matematikai háttér

Az országok rangsorolására a legkisebb négyzetek módszerét használjuk. Jelöljük a bilaterális átutalások mátrixát az  $A$  szimbólummal. Ebből megkapható az  $R = A - A^T$  ferdén szimmetrikus eredménymátrix és az  $M = A + A^T$  szimmetrikus mérkőzésmátrix (Csató, 2015a). Az eredménymátrix elemei a két ország közötti nettó, a mérkőzésmátrix elemei pedig összes átutalások. Az  $R$  eredménymátrix sorösszegei adják az országok  $s(R, M)$  pontszámvektorát, az összes ki- és beutalás különbségét. A legkisebb négyzetek módszere a következő optimalizálási feladat  $q(R, M)$  megoldásvektorát adja eredményül:

$$\min_{q \in \mathbb{R}^n} \sum_{1 \leq i, j \leq n} m_{ij} \left( \frac{r_{ij}}{m_{ij}} - q_i + q_j \right)^2.$$

Az optimalitás elsőrendű feltételei egy lineáris egyenletet eredményeznek minden  $i$  országra:

$$\left( \sum_{j=1, j \neq i}^n m_{ij} \right) q_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n m_{ij} q_j = s_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n r_{ij}$$

A célfüggvény konvexitása miatt ezek teljesülése elegendő is a minimalitáshoz.

A fenti optimalizálási feladatnak végtelen sok megoldása van, mert a célfüggvény értéke minden  $q + \varepsilon \mathbf{1}$  esetén azonos, ahol  $\mathbf{1}$  a csupa 1-esből álló egységvektor. Ez az országok rangsorát értelemszerűen nem befolyásolja. A  $\sum_{i=1}^n q_i = 0$  normalizálással a feladat megoldása már egyértelmű, feltéve, hogy bilaterális átutalások által meghatározott súlyozott irányított gráf gyengén összefüggő (ami minden esetben teljesült).

A módszer motivációjához induljunk ki a következőből. Ha egy  $i$  ország esetén minden olyan  $q_j$  nulla, amire  $m_{ij} > 0$ , tehát az összes átutalásokkal hozzá kapcsolódó ország átlagos értékelésű (idézzük fel, hogy az értékelések összege nulla), akkor  $q_i = p_i = s_i / \sum_{j=1, j \neq i}^n m_{ij}$ , ami éppen a nettó átutalások és az összes átutalás hányadosa, egy normalizált,  $-1$  és  $1$  közötti érték. Ha a vele „összehasonlított” országok az átlagosnál jobbak (gyengébbek), akkor ennél nagyobb (kisebb) értéket kapunk. Az optimalizálási feladat megoldása mátrixinvertálást igényel, könnyen és hatékonyan elvégezhető, sőt, a számításnak egy végtelen mértani soros gráf interpretációja is létezik (Csató, 2015b).

### 3.2 A módszertan korábbi alkalmazásai

A legkisebb négyzetek módszerét Horst (1932) és Mosteller (1951) javasolta körmérkőzéses problémákra (amikor  $m_{ij} = 1$  minden  $i \neq j$  esetén), Morrissey (1955) és Gulliksen (1956) terjesztette ki az általános esetre, Kaiser és Serlin (1978), valamint Bozóki és szerzőtársai (2010) pedig az egyértelmű megoldhatóság kérdésével foglalkozott.

A körmérkőzéses esetben az eredménymátrix azonos a multiplikatív páros összehasonlítás mátrixszal (Saaty, 1980), amennyiben az utóbbi elemenkénti logaritmusait vesszük, míg a legkisebb négyzetek módszere ekvivalens az LLSM (logarithmic least squares) eljárással (Crawford és Williams, 1980; De Graan, 1980; Crawford és Williams, 1985). Nem teljesen kitöltött páros összehasonlítás mátrixok (Harker, 1987) esetén ugyanez érvényes az LLSM módszer Kwiesielewicz (1996) és Bozóki és szerzőtársai (2010) által javasolt kiterjesztésével. A nemzetközi vásárlóerő-paritás számításában – kidolgozói nevéből – az eljárás az EKS-módszer néven ismert (Éltető és Köves, 1964; Szulc, 1964).

A választott módszert számos hasonló probléma megoldására alkalmazták:

- Bozóki és szerzőtársai (2016) a világranglista-vezető teniszezők összehasonlítására;
- Chao és szerzőtársai (2018) go-játékosok rangsorolására;
- Csató (2013) és Csató (2017) svájci rendszerű sakk csapatversenyek eredményének meghatározására;
- Csató (2016) a magyarországi egyetemek karainak rangsorolására;
- Jiang és szerzőtársai (2011) filmek összehasonlítására a nézők értékelései alapján.

### 3.3 A módszer tulajdonságai

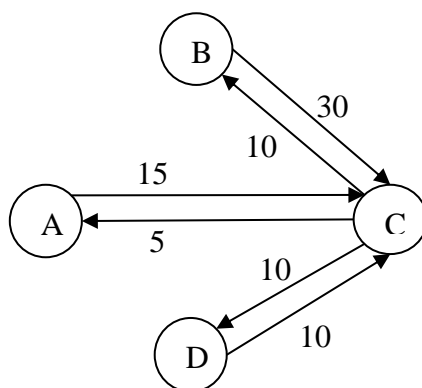
A legkisebb négyzetek módszerét axiomatikus szempontból González-Díaz és szerzőtársai (2014), illetve Csató (2015a) tárgyalja, többnyire pozitív következtetésekkel, Csató és Rónyai (2016) azonban rámutat egy kritikus jellemzőjére. Számunkra két tulajdonság lesz fontos: a *mérethatástól való függetlenség* és az *összetételhatás kiszűrése*.

A mérethatástól való függetlenség azt követeli meg, hogy olyan  $i$  és  $j$  országok esetén, melyek teljesen azonosak, de az utóbbi  $\alpha$ -szor nagyobb, azaz  $\alpha a_{ik} = a_{jk}$  minden  $k \neq i, j$ -re és  $a_{ij} = a_{ji}$ , azok értékelése azonos legyen. Ezt a feltételt nem teljesíti az  $s_i$  pontszám, az összes ki- és beutalás különbsége,  $p_i = s_i / \sum_{j=1, j \neq i}^n m_{ij}$  normalizált nettó átutalás és a  $q_i$  legkisebb négyzetes értékelés azonban igen.

Vegyük az  $i$  és  $j$  országokat, melyekre  $m_{jk} = 0$  bármely harmadik  $k$  ország esetén, tehát a  $j$  és  $k$  országok között egyik irányba sem történt átutalás. Az összetételhatás kiszűrése azt jelenti, hogy az  $i$  és  $j$  ország relatív sorrendje csak az egymás közötti utalások  $a_{ij}$  és  $a_{ji}$  nagyságától függ, mégpedig az  $i$  ország értékelése legalább akkora, mint a  $j$  országé, ha  $a_{ij} \geq a_{ji}$ , és fordítva. Ezt a követelményt az  $s_i$  pontszám és az  $p_i = s_i / \sum_{j=1, j \neq i}^n m_{ij}$  normalizált nettó átutalás sem teljesíti, a  $q_i$  legkisebb négyzetes értékelés viszont igen.

Végezetül, illusztrációként tekintsünk egy négy országból álló egyszerű példát. Az országok közötti átutalások az 1. ábrán láthatóak. A és B országnak is csak C-vel van kapcsolata, a B országba érkező és induló utalások éppen kétszer akkorák, mint A országé (méréthatás). C és D ország között pedig ugyanannyi a be- és a kimenő utalás (összetételthatás). Ezek alapján az átutalási mátrix az 1. táblázatban látható. A 2. és 3. táblázatban található a mérkőzés- és az eredménymátrix, a 4. táblázatban a háromféle értékelő vektor.

1. ábra Átutalások a négy ország között



1. táblázat Átutalási mátrix (A)

	A	B	C	D
A	0	0	15	0
B	0	0	30	0
C	5	10	0	10
D	0	0	10	0

2. táblázat Mérkőzésmátrix (M)

	A	B	C	D
A	0	0	20	0
B	0	0	40	0
C	20	40	0	20
D	0	0	20	0

### 3. táblázat Eredménymátrix (R)

	A	B	C	D
A	0	0	10	0
B	0	0	20	0
C	-10	-20	0	0
D	0	0	0	0

### 4. táblázat Értékelővektorok

	$s(R,M)$	$p(R,M)$	$q(R,M)$
A	10	0,5	0,25
B	20	0,5	0,25
C	-30	-0,375	-0,25
D	0	0	-0,25

Ha kiszűrjük a mérethatást, az A és B országnak ugyanolyan értékelésűnek kell lennie. Az  $s_i$  pontszám nem teljesíti ezt a feltételt, a  $p_i$  normalizált nettó átutalás és a  $q_i$  legkisebb négyzetes értékelés azonban igen.

A C és D ország viszonya egymással szemben szimmetrikus, ezért az összetételhatás kiszűrése után az értékelésüknek meg kell egyezniük, függetlenül attól, hogy C országot A-val és B-vel szemben hogyan rangsoroljuk. Ezt a fentiek közül csak a legkisebb négyzetek módszere teljesíti.

## 4 Eredmények

A legkisebb négyzetek módszerével kapott rangsorok az egyes évekre az 5. táblázatban láthatók. Az országok elnevezéseit az ISO szabvány szerinti alpha-2 kétbetűs rövidítéssel jelöltük. Az Európán kívüli országokat egyben kezeltük, a rájuk vonatkozó eredmények az egyéb sorban találhatóak. A világos szín jelöli a legmagasabbra értékelt országokat, az árnyalat a rangsorban hátrébb haladva egyre sötétedik. A helyezések nagyjából megfelelnek előzetes várakozásainknak, Albánia, Bosznia-Hercegovina, Bulgária, Montenegró és Szerbia a lista végén helyezkedik el, Ciprus, Egyesült Királyság, Hollandia, Írország, Norvégia és Svájc pedig az elején. Az eredmények 2010 és 2012, illetve 2013 és 2015 között robusztusak, 2012 és 2013 között azonban észrevehető egy törés. Különösen látványos ez Izland esetében, amely ország sokáig a legjobbként szerepel, majd a 19. helyre csúszik vissza. Az adatok alapján 2012-ben 35 milliárd USD utalás érkezett be, míg 2013-ban már

175 milliárd, változatlan nagyságrendű kiutalás mellett. Hasonló jelenség figyelhető meg Svédországra is.

**5. táblázat** A legkisebb négyzetek szerinti életminőség-rangsor

	2010	2011	2012	2013	2014	2015		2010	2011	2012	2013	2014	2015
AL	38	38	37	37	36	35	IS	1	1	2	19	21	19
AT	18	18	20	12	13	16	IT	11	10	12	8	8	9
BA	41	41	41	41	41	41	LT	36	36	35	32	31	31
BE	22	22	22	26	25	22	LU	23	23	23	23	23	21
BG	39	39	39	39	39	39	LV	24	24	25	20	22	28
BY	15	15	15	15	14	13	MD	34	34	34	31	30	33
CH	8	8	8	3	2	2	ME	37	37	38	40	40	40
CY	5	4	4	2	7	6	MK	32	32	31	36	35	30
CZ	27	26	26	21	20	25	MT	19	19	18	29	34	23
DE	10	11	11	11	11	12	NL	7	7	6	5	3	5
DK	12	12	13	10	10	10	NO	6	6	7	7	5	4
EE	26	27	27	25	27	27	PL	28	28	28	28	28	29
ES	9	9	9	9	9	11	PT	20	21	21	27	24	24
FI	17	17	17	16	18	14	RO	35	35	36	35	33	34
FR	13	14	16	17	17	17	RS	40	40	40	38	38	37
GB	4	5	5	1	1	1	RU	14	13	10	6	6	8
GR	21	20	14	13	12	7	SE	3	3	3	14	15	15
HR	29	29	29	30	29	38	SI	30	31	32	22	26	26
HU	31	30	30	34	32	32	SK	33	33	33	33	37	36
IE	2	2	1	4	4	3	UA	25	25	24	24	19	20
							Egyéb	16	16	19	18	16	18

## 5 Összefoglalás

Tanulmányunkban bilaterális átutalási adatok alapján, a legkisebb négyzetek módszerével rangsoroltuk az európai országokat. A javasolt mérőszám nem igényli szempontsúlyok önkényes megválasztását, független országok méretétől, valamint figyelembe veszi az átutalási hálózat felépítését. Eredményeink alapján a mutató robusztus, azonban a rangsort nagymértékben befolyásolhatják a migrációs politikák.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatást a Pallas Athéné Domus Educationis Alapítvány támogatta.

## Hivatkozások

Bozóki, S., Fülöp, J., Rónyai, L. (2010): On optimal completions of incomplete pairwise comparison matrices, *Mathematical and Computer Modelling*, 52(1-2), pp. 318–333.

Bozóki, S., Csató, L., Temesi, J. (2016): An application of incomplete pairwise comparison matrices for ranking top tennis players, *European Journal of Operational Research*, 248(1), pp. 211–218.

Chao, X., Kou, G., Li, T., Peng, Y. (2018): Jie Ke versus AlphaGo: A ranking approach using decision making method for large-scale data with incomplete information, *European Journal of Operational Research*, 265(1), pp. 239–247.

Crawford, G., Williams, C. (1980): *Analysis of subjective judgment matrices*. Interim report R-2572-AF, Rand Corporation, Santa Monica.

Crawford, G., Williams, C. (1985): A note on the analysis of subjective judgment matrices, *Journal of Mathematical Psychology*, 29(4), pp. 387–405.

Csató, L. (2013): Ranking by pairwise comparisons for Swiss-system tournaments, *Central European Journal of Operations Research*, 21(4), pp. 783–803.

Csató, L. (2015a): A páros összehasonlításokon alapuló rangsorolás módszertani és alkalmazási kérdései, Doktori (PhD) disszertáció, Budapesti Corvinus Egyetem.

Csató, L. (2015b): A graph interpretation of the least squares ranking method, *Social Choice and Welfare*, 44(1), pp. 51–69.

Csató, L. (2016): Felsőoktatási rangsorok jelentkezői preferenciák alapján, *Közgazdasági Szemle*, LXIII(1), pp. 27–61.

Csató, L. (2017): On the ranking of a Swiss system chess team tournament, *Annals of Operations Research*, 254(1-2), pp. 17–36.

Csató, L., Rónyai, L. (2016): Incomplete pairwise comparison matrices and weighting methods, *Fundamenta Informaticae*, 144(3-4), pp. 309–320.

De Graan, J. G. (1980): *Extensions of the multiple criteria analysis method of T. L. Saaty*, National Institute for Water Supply, Voorburg.

Éltető Ö., Köves P. (1964): Egy nemzetközi összehasonlításoknál fellépő indexszámítási problémáról, *Statisztikai Szemle*, 42(5), pp. 507–518.



- González-Díaz, J., Hendrickx, R., Lohmann, E. (2014): Paired comparisons analysis: an axiomatic approach to ranking methods, *Social Choice and Welfare*, 42(1), pp. 139–169.
- Gulliksen, H. (1956): A least squares solution for paired comparisons with incomplete data, *Psychometrika*, 21(2), pp. 125–134.
- Harker, P. T. (1987): Incomplete pairwise comparisons in the analytic hierarchy process, *Mathematical Modelling*, 9(11), pp. 837–848.
- Horst, P. (1932): A method for determining the absolute affective value of a series of stimulus situations, *Journal of Educational Psychology*, 23(6), pp. 418–440.
- Høyland B., Moene K., Willumsen F. (2012): The tyranny of international index rankings, *Journal of Development Economics*, 97(1), pp. 1–14.
- Jiang, X., Lim, L.-H., Yao, Y., Ye, Y. (2011): Statistical ranking and combinatorial Hodge theory, *Mathematical Programming*, 127(1), pp. 203–244.
- Kaiser, H. F., Serlin, R. C. (1978): Contributions to the method of paired comparisons, *Applied Psychological Measurement*, 2(3), pp. 423–432.
- Kajdi, L. (2015): Hazautalt pénzek – nemzetközi áttekintés és a főbb mérési nehézségek, *Statisztikai Szemle*, 93(4), pp. 353–375.
- Kapitány, B., Rohr, A. (2014): Kivándorlás Magyarországról – egy új becslési eljárás eredményei. In Spéder, Zs. (ed.): *A család vonzásában – Tanulmányok Pongrácz Tiborné tiszteletére*, KSH Népeségstudományi Kutatóintézet, Budapest, pp. 67–87.
- Kwiesielewicz, M. (1996): The logarithmic least squares and the generalized pseudoinverse in estimating ratios, *European Journal of Operational Research*, 93(3), pp. 611–619.
- Morrissey, J. H. (1955): New method for the assignment of psychometric scale values from incomplete paired comparisons, *Journal of the Optical Society of America*, 45(5), pp. 373–378.
- Mosteller, F. (1951): Remarks on the method of paired comparisons: I. The least squares solution assuming equal standard deviations and equal correlations, *Psychometrika*, 16(1), pp. 3–9.
- Ratha, D, Shaw, W. (2007): *South-south migration and remittances*, World Bank Working Paper No. 102., The World Bank, Washington
- Saaty, T. L. (1980): *The Analytic Hierarchy Process: planning, priority setting, resource allocation*, McGraw-Hill, New York.
- Seth, S., McGillivray, M. (2018): *Composite Indices, Alternative Weights, and Comparison Robustness*, Leeds University Business School Working Paper No. 18-06.

Szulc, B. (1964): Indeksy dla porównań wieloregionalnych, *Przegląd Statystyczny*, 3, pp. 239–254.

World Bank (2018): *Bilateral Remittances Matrices*,  
<http://www.worldbank.org/en/topic/migrationremittancesdiasporaissues/brief/migration-remittances-data>