

2.7.TALLER B7

El Álgebra en la Escuela: Algunas perspectivas de trabajo desde la investigación y la enseñanza

Ligia Amparo Torres R., ligia.torres@correounivalle.edu.co,
Instituto de Educación y Pedagogía - Universidad del Valle.

Resumen.

En este taller se presentan algunas perspectivas de investigación y enseñanza para la introducción y desarrollo del álgebra en la escuela, mancomunadas con el desarrollo del pensamiento variacional. Estas perspectivas se han venido construyendo y desarrollando en las Licenciaturas y Maestría del Área de Educación Matemática y los programas de extensión y proyección social con profesores en ejercicio, de la Universidad del Valle. Tienen su origen en los resultados de investigaciones compiladas por Kieran (1996), las propuestas curriculares nacionales en matemáticas como los Lineamientos curriculares (1998) y los Estándares Básicos de Competencias (2006) y fundamentadas en los desarrollos investigativos del área y la Educación Matemática en general. En esta dirección en el taller inicialmente se presentará un panorama general de la investigación en este campo y luego se abordarán, con los participantes, las propuestas desde la perspectiva de las situaciones problema y actividades y los resultados de formación que se han venido logando y construyendo. Estas perspectivas aluden a la la generalización de patrones numéricos y geométricos, a la Resolución de problemas, a la Modelación de fenómenos de distinta naturaleza, a La historia de las ideas algebraicas y la perspectiva Funcional.

Palabras claves. Álgebra escolar, generalización de patrones, modelación matemática, historia del álgebra, perspectiva funcional y resolución de problemas.

1. Temática y objetivos del taller o cursillo.

La investigación en didáctica del álgebra, la experiencia pedagógica personal, los análisis preliminares de propuestas curriculares nacionales e internacionales y los resultados de pruebas internas y externas en la instituciones educativas, evidencian, dificultades u obstáculos que se oponen a la comprensión y al aprendizaje del álgebra escolar. Entre estas dificultades sobresalen las experimentadas por los alumnos cuando se avanza a un sistema de representación más abstracto, en el cual aumenta tanto el poder del lenguaje simbólico como el grado de generalización. Tal circunstancia se da, por ejemplo, cuando las letras comienzan a sustituir a los números, como elementos concretos que han sido básicos en el trabajo matemático, hasta el momento y pasan a ser representados por letras como incógnitas, números generalizados, parámetros o variables. Estas dificultades se manifiestan, entre otras, en errores usuales de sintaxis cuando se trabaja operativamente con las expresiones algebraicas, errores de conversión cuando se utiliza el álgebra para resolver problemas escritos en el lenguaje cotidiano, e interpretaciones erróneas de expresiones algebraicas, dados los diferentes contextos en que ellas aparecen y los diversos fenómenos que organizan asociados, por ejemplo, a la variación y al cambio.

La investigación en las últimas décadas se ha centrado ya no en caracterizar, estos problemas, sino en proponer alternativas que permitan la continuidad o cierren la brecha, o superen los obstáculos ya caracterizados. Estas alternativas y aproximaciones al álgebra en la escuela, parten del hecho de que el álgebra elemental por su carácter más abstracto y en la cual las habilidades sintácticas requieren de un buen grado de competencia, requieren de la presencia de conceptos provenientes de la semiótica y análisis cercanos a la historia de las ideas algebraicas, entre otras (Fillooy 1998). Las diferentes aproximaciones han estado dirigidas a hacer este aprendizaje significativo para los estudiantes a quienes les haya sido propuesto: generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que rigen las relaciones numéricas, resolución de problemas, resolución de ecuaciones apoyada en el uso de modelos concretos, introducción de situaciones funcionales y de la modelación de fenómenos físicos y matemáticos (Kieran 1998).

El análisis de estas perspectivas ofrece una reflexión profunda sobre importantes características del pensamiento algebraico, sobre las dificultades que los estudiantes encuentran en el paso al álgebra y sobre las situaciones que puedan facilitar su desarrollo.

Se trata por lo tanto de presentar la validación de estas perspectivas de investigación y enseñanza a partir del estudio y análisis, con los participantes del taller, de algunas propuestas diseñadas e implementadas en trabajos de grado de pregrado, maestría y programas de formación de maestros de matemáticas en ejercicio, del Área de Educación Matemática de la Universidad del Valle.

2. Metodología.

El taller que se propone aquí, tiene como propósito fundamental compartir la experiencia investigativa y de enseñanza de varios trabajos de grado dirigidos por la proponente del taller, con algunos participantes del Coloquio regional de Matemáticas, a través de tres actividades:

- Presentación de una problemática particular con relación al paso de la aritmética al álgebra, sobre el desarrollo del pensamiento variacional y el razonamiento algebraico en la y algunos fundamentos teóricos o perspectivas para su tratamiento que sustentan las situaciones y actividades propuestas en algunos trabajos de grado de pregrado y maestría y de secuencias diseñadas en programas de formación de profesores en ejercicio para potenciar un acercamiento significativo a los conceptos y procedimientos del álgebra escolar y al pensamiento variacional y razonamiento algebraico.
- Explorar con los participantes del taller problemáticas similares en sus instituciones en torno a estos conceptos y poner en juego algunas de las situaciones y actividades de las propuestas de aula, desde las perspectivas de Generalización, Modelación, de Resolución de problemas, Funcional e Histórica. Este análisis se hará desde elementos curriculares, didácticos, matemáticos y de recursos.
- Compartir en una plenaria las observaciones, opiniones y análisis hechos por los participantes sobre las propuestas desde las dimensiones antes anotadas.

3. Descripción general del taller.

El taller pone en juego dos propuestas de aula diseñadas para la investigación o la enseñanza en algunos trabajos de grado. Dos propuestas desde cada una de las perspectivas de investigación y enseñanza.

Desde la perspectiva de generalización, se concibe el álgebra como el lenguaje para la expresión y manipulación de generalidades (Mason 1985, 1988 y 1998) y por lo tanto las tareas y actividades escolares para involucrar a los alumnos en el álgebra está relacionado con la expresión de la generalidad de patrones numéricos y geométricos y cuyo propósito es el tránsito de lo particular a lo general y viceversa. Esta perspectiva se presenta como una manera de pensar y actuar sobre los objetos algebraicos, donde en el proceso de constitución de éstos. Estos trabajos centran la atención en el proceso inductivo, como estrategia heurística para resolver problemas matemáticos. Llegan a conclusiones como las siguientes: La generalización depende tanto de la detención de un patrón, como de la identificación de un patrón apropiado. Así mismo considerar que el lenguaje numérico es una herramienta fundamental para la identificación de patrones y la forma de expresión de la generalidad se hace generalmente en forma retórica, el paso o la expresión algebraica es complejo. El uso de símbolos permite presentar el razonamiento de una manera concisa y así pueden tratarse a la vez grupos completos de ejemplos. Buena parte de la potencia que presentan los símbolos en matemáticas radica en su capacidad para expresar hechos generales. Sin embargo, explotar esta capacidad de los símbolos no resulta tan sencillo, sino que depende de que los símbolos se conviertan en algo tan familiar y significativo como los números a los que sustituyen.

Desde la perspectiva de modelación, se asume tal como Janvier (1996) enmarca la modelación en el trabajo de construcción del lenguaje algebraico y la define como un proceso que comprende dos fases: la fase de formulación y la fase de validación. En la fase de formulación se establecen las relaciones claves entre las variables del problema, lo cual puede hacerse a partir de medidas o conjeturas; posteriormente, se ejecutan una serie de transformaciones de tipo matemático que conducen a expresar el modelo en una expresión simbólica. La fase de validación comprende la constatación de la validez del modelo, a partir de la comparación con la situación que lo origina. Esta validación puede hacerse a través de mediciones, cálculos, etc, lo cual conduce a realizar ajustes en el modelo. Desde este enfoque, la fase de formulación es vital ya que en ella, desde la identificación de las relaciones claves entre las variables del problema, se deduce la regla que hace pertenecer esa relación a una familia de relaciones más general y que en últimas constituirían el modelo.

Desde la perspectiva histórica, los trabajos a presentar, después de una revisión inicial de documentos históricos (Euclides, Apolonio, Al-Khwarizmi, Cardano, Descartes) y de estudio de esos documentos (Gardies 2000, Rashed 1984, 1986 Hoyrup 1991, Vasco 1985, Acevedo 1997, Charbonneau 1996, Álvarez 2000, Puig 1998, 2006), permiten valorar que el estudio del desarrollo histórico de los objetos algebraicos devela la actividad y el pensamiento matemático en estado de evolución y cómo el desarrollo de algoritmos para solucionar ecuaciones abrió caminos hacia la construcción del significado de ecuación y hacia la generalidad. Además, como un estudio de la solución de ecuaciones por aproximación desemboca, como es natural, en la generación de métodos numéricos, estableciéndose una relación entre álgebra y teoría de números. Así mismo, cómo los sistemas numéricos han condicionado la posibilidad de resolver cierto tipo de ecuaciones.

Además, una perspectiva de introducción al álgebra y al estudio de las ecuaciones se refiere a la propuesta de hacerlo a través de la resolución de problemas, esta se nutre de una mirada a la historia de las ideas algebraicas para determinar la importancia que ha tenido la resolución de problemas en su desarrollo y valorarla en los procesos de enseñanza.

4. Resultados esperados.

Se espera con este taller lograr una reflexión, con los asistentes, sobre, el estado actual de la investigación en didáctica del álgebra, sobre situaciones problema, tareas y actividades que se pueden diseñar tanto para a investigación como para la enseñanza, desde propuestas particulares reportadas por la investigación a nivel internacional y validadas a nivel nacional en trabajos de grado de pregrado y maestría y puestas en juego en el aula de profesores en ejercicio en el marco de algunos programas de cualificación y formación. Así mismo, interactuar con los asistentes sobre sus experiencias sobre las temáticas tratadas en el taller y sus visiones de las mismas. Todo ello con el fin de fortalecer la comunidad de educación matemática en nuestro país.

Referencias

- Lee, Lesley. (1996). An initiation into algebraic cultural through generalization activities. En: Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching. By A. J. Bishop et al (eds). Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands.
- Mason, J. (1999). Rutas y Raíces del álgebra. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Traducción y Edición: Cecilia Agudelo Valderrama.

Heid, Kathleen. (1996). Reflections on mathematical modeling and the redefinition of algebraic thinking. En: Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching. By A. J. Bishop et al (eds). Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands.

Janvier, Claude. (1996). Modeling and the initiation into algebra. En: Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching. By A.J. Bishop et al (eds). Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands. p. 225-239

Janvier, C Claude, Charbonneau, L. et de Cotret, Sophie. (1989). Obstacles épistémologiques à la notion de variable: perspectives historiques. En: Bednarz, N. et Garnier, C. (Eds.). Construction des savoirs. Obstacles & Conflits. Ottawa: CIRADE. p. 64-75.

Torres, L., Valoyes, E. Y Malagón, R. (2002). Situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación al álgebra escolar. Bogotá. En: Revista EMA Vol.7, No. 2 pp 227-246

Rojano, T. y Sutherland, R., (1991). La sintaxis algebraica en el proyecto viético. En: Historia de las ideas algebraicas. Memorias del tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. Rojano et al (eds.) p.117-130.

Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números, revista de didáctica de las matemáticas*, 77, 5-34.

Pérez, A., Pérez, A. & Pérez, H. (2013). Secuencia didáctica para facilitar la transición entre la aritmética y el álgebra. En R. Flores (Ed.), *Acta latinoamericana de matemática educativa* (861-869). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.