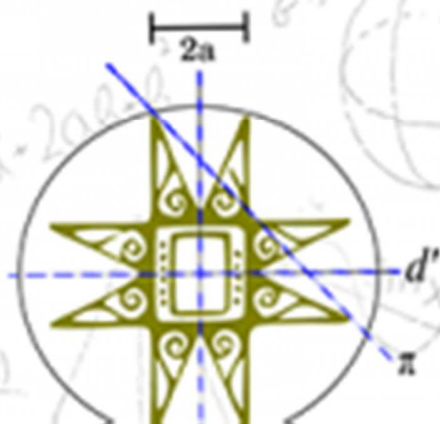


XIV COLOQUIO REGIONAL DE MATEMÁTICAS

IV SIMPOSIO DE ESTADÍSTICA

9, 10 y 11 de Mayo
de 2018



Universidad de Nariño

MEMORIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

San Juan de Pasto | 2018

Prologo

El presente documento recoge los resúmenes de las propuestas que tendrán lugar en el XIV coloquio de matemáticas y IV Simposio de estadística organizado por la Universidad de Nariño, con el único fin de compartir cada una de las investigaciones que se llevan a cabo en las diferentes regiones del país y del mundo entero.

Dentro de cada sección se presentan los autores, las universidades y contenido de comunicaciones breves, experiencias de aula, talleres y conferencias.

Tabla de contenido

1. CONFERENCIAS PLENARIAS	1
1.1. PLENARIA 1	2
<i>Desafíos y Oportunidades en Epidemiología y Salud Pública</i>	2
1.2. PLENARIA 2	3
Trayectoria de los indicadores del Sistema Universitario Estatal y sus relaciones con el Modelo de los indicadores del Desempeño de la Educación Superior	3
Resumen.	3
1.3. PLENARIA 3	4
<i>La Historia de las Matemáticas como vector en la formación de profesores de Matemáticas</i>	4
Resumen.	4
2. Talleres	10
2.1. TALLER A1	11
Problemas de control óptimo aplicados a	11
Biología.....	11
2.2. TALLER A2	13
TÉCNICAS DE REGRESIÓN PARA DATOS DE RECUESTO	13
2.3. TALLER A3	18
<i>La yupana</i>	18
Resumen.	18
2.4. TALLER A4	20
<i>Problemas profesionales de la práctica docente en el aula de matemáticas</i>	20
Resumen.	20
2.5. TALLER B5	23
<i>¿Es la creatividad al educador de matemáticas, como el azar a la vida misma?</i>	23
Resumen.	23
2.6. TALLER B6	27
<i>¿Confía en sus conocimientos matemáticos sobre la inconmensurabilidad y la irracionalidad?</i>	27
Resumen.	27
2.7. TALLER B7	30
El Álgebra en la Escuela: Algunas perspectivas de trabajo desde la investigación y la enseñanza	30

Resumen.	30
2.8. TALLER B8	34
<i>ESTADISTICA DESCRIPTIVA MULTIVARIADA</i>	34
Resumen.	34
3. CONFERENCIAS PARALELAS	35
3.1. CONFERENCIA PARALELA 1	36
<i>Optimización Multi-objetivo, aplicando Análisis de Componentes Principales</i>	36
Resumen.	36
3.2. CONFERENCIA PARALELA 2	40
Apartes del proyecto de incorporación de la Historia de las Matemáticas en Colombia al currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño	40
Resumen.	40
3.3. CONFERENCIA PARALELA 3	43
<i>EL PROBLEMA DE REGIOMONTANO</i>	43
Resumen.	43
3.4. CONFERENCIA PARALELA 4	46
<i>Recursos para enseñar geometría: un tema crítico en el trabajo del profesor</i>	46
Resumen.	46
3.5. CONFERENCIA PARALELA 5	49
<i>Identificación de las características que inciden en el rendimiento académico de los estudiantes de pregrado de la universidad de Nariño usando minería de datos.</i>	49
3.6. CONFERENCIA PARALELA 6	54
<i>REGRESIÓN LINEAL BIVARIADA CON RESIDUALES NO VERTICALES</i>	54
Resumen.	54
3.7. CONFERENCIA PARALELA 7	66
Optimización para procesos de Multi-respuesta a partir de Redes Neuronales Artificiales RNA	66
(Mejoramiento de la calidad de agua el departamento de Nariño).....	66
Resumen.	66
3.8. CONFERENCIA PARALELA 8	68
<i>Práctica docente y conocimiento profesional del profesor de matemáticas.</i>	68
Resumen.	68
3.9. CONFERENCIA PARALELA 9	72
<i>Comprensión de las Homotecias: un Estudio Didáctico de Complementariedad entre Pantógrafo y Cabri.</i>	72

Resumen.	72
3.10. CONFERENCIA PARALELA 10	76
<i>¿Es la creatividad al educador de matemáticas, como el azar a la vida misma?</i>	76
Resumen.	76
3.11. CONFERENCIA PARALELA 11	80
Algunas experiencias sobre la formación de profesores de matemáticas en ejercicio, a través del diseño e implementación de Secuencias Didácticas.	80
Resumen.	80
3.12. CONFERENCIA PARALELA 12	87
<i>Aplicaciones de las Matemáticas en la solución de problemas de la Astronomía</i>	87
Resumen.	87
4.COMUNICACIONES BREVES/ EXPERIENCIAS DE AULA	91
4.1. COMUNICACIÓN BREVE 1	92
Un recurso digital para el aprendizaje de la función lineal mediado por Geogebra en grado noveno de Educación básica.....	92
4.2. COMUNICACIÓN BREVE 2	98
DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PÁGINA WEB COMO UN RECURSO EDUCATIVO DIGITAL QUE HACE USO DE GEOGEBRA PARA DAR CUENTA DE LA NOCIÓN DE ÁNGULO EN GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA	98
Resumen.	98
4.3. COMUNICACIÓN BREVE 3	102
SITUACIÓN ADIDÁCTICA EN ENTORNOS INFORMÁTICOS SOBRE.....	102
SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL	102
4.4. COMUNICACIÓN BREVE 4	106
<i>Modelo multiparache para la dinámica del mosquito transmisor de la malaria</i>	106
Resumen.	106
4.5. COMUNICACIÓN BREVE 5	109
IMPLEMENTACIÓN DE INDICADORES DE CALIDAD EN LOS SERVICIOS ACADÉMICOS OFRECIDOS POR EL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS BASADO EN CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS SPC	109
Resumen.	109
4.6. COMUNICACIÓN BREVE 6	112
Aprendiendo a construir la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular recto	112
4.7. COMUNICACIÓN BREVE 7	116

	<i>Modelamiento matemático de la dinámica de dos poblaciones bacterianas termófilas y amilolíticas aisladas del volcán Chiles.....</i>	116
	Resumen.	116
4.8.	COMUNICACIÓN BREVE 8.....	119
	<i>La probabilidad en los textos escolares de grado undécimo de la Educación Colombiana.....</i>	119
	Resumen.	119
4.9.	COMUNICACIÓN BREVE 9.....	122
	<i>La Influencia de los Principia de Newton en el pensamiento científico-matemático de José Celestino Mutis, como base para el desarrollo de la Ciencia Nacional.....</i>	122
	Resumen.	122
4.10.	COMUNICACIÓN BREVE 10.....	124
	ASPECTOS DE LA RECEPCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN COLOMBIA.....	124
	Resumen.	124
4.11.	COMUNICACIÓN BREVE 11.....	127
	MODELAMIENTO DE DIVERSOS FACTORES QUE INCIDEN EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO EN EL SEMESTRE A-2017.....	127
4.12.	COMUNICACIÓN BREVE 12.....	134
	Modelamiento para el numero muones en función de la energía y el ángulo de entrada del protón incidente.....	134
	Resumen.	134
4.13.	COMUNICACIÓN BREVE 13.....	137
	Incidencia de los ambientes de aprendizaje mediados por TIC para mejorar los procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas.....	137
4.14.	COMUNICACIÓN BREVE 14.....	141
	<i>Diseño de una secuencia didáctica para el aprendizaje de la orientación espacial a través de la coordinación de registros de representación semiótico en GeoGebra 3D en grado tercero de primaria.....</i>	141
	Resumen.	141
4.15.	COMUNICACIÓN BREVE 15.....	144
	<i>“Creando la casa de mis sueños”.....</i>	144
	Resumen.	144
4.16.	COMUNICACIÓN BREVE 16.....	147
	La Enseñanza de la Esperanza Matemática desde una perspectiva Histórica, Curricular y Didáctica.....	147
4.17.	COMUNICACIÓN BREVE 17.....	150

<i>Políticas de la información para la Educación Virtual y la Seguridad de la información: Una mirada desde las plataformas virtuales educativas de las Universidades del Valle del Cauca</i>	150
Resumen.	150
Campus virtual- Brightspace Learning Environment	153
http://www.ucc.edu.co/monteria/prensa/2016/Paginas/nueva-plataforma-de-cursos-virtuales.aspx ..	153
Plataforma Coursera	153
4.18. COMUNICACIÓN BREVE 18	155
<i>Uma aproximação às crenças e concepções dos professores de matemáticas sobre o uso das TICs</i> .	155
Resumo:.....	155
4.19. COMUNICACIÓN BREVE 19	162
Incorporación de vídeos como material de apoyo para el desarrollo de habilidades de visualización espacial 3D en los estudiantes de cálculo vectorial de la Universidad del Quindío.	162
4.20. COMUNICACIÓN BREVE 20	165
Un instrumento de análisis para caracterizar el aprendizaje de la relación perímetro-área desde una perspectiva visual	165
4.21. COMUNICACIÓN BREVE 21	167
Modelos Matemáticos y Análisis de Sensibilidad.....	167
En modelos matemáticos, es común desconocer la magnitud de los parámetros involucrados en el modelo. Por lo tanto es una ventaja tener conocimiento sobre la relación sobre estos con el modelo, por ejemplo, qué parámetro contribuye más a la la variabilidad del modelo, cuál de ellos requiere investigación adicional o cuales son insignificantes. Estas preguntas pueden ser respondidas usando análisis de sensibilidad, el cual será discutido mediante ejemplos.	167
4.22. COMUNICACIÓN BREVE 22	168
<i>Un modelo matemático para el negocio de los cultivos ilícitos</i>	168
Resumen.	168
4.23. COMUNICACIÓN BREVE 23	172
ALINEACIÓN ENTRE LAS GUÍAS DE ORIENTACIÓN DE LAS PRUEBAS SABER PRO Y SABER ONCE. EL CASO DEL RAZONAMIENTO CUANTITATIVO	172
4.24. COMUNICACIÓN BREVE 24	175
Tareas Matemáticas Para El Desarrollo De Competencias Matemáticas En Estudiantes De Educación Básica Secundaria Y Media	175
Resumen.	175
4.25. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 25	178
MOLDEAMIENTO DE LA COMPRESIÓN Y PROFUNDIZACIÓN DE UN CONCEPTO	178
Resumen.	178
4.26. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 26	181

Las actitudes de los estudiantes frente al estudio de las matemáticas, en los programas de Administración de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, Centro Regional Pasto	181
Resumen.	181
4.27. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 27	184
TÉCNICAS DE MOTIVACIÓN PARA ESTUDIANTES DE SECUNDARIA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA	184
4.28. COMUNICACIÓN BREVE 28	188
APRENDIENDO A ESTUDIAR LAS CLASES EN EL CLUB DE APOYO MATEMATICO DEL HUILA	188
Resumen.	188
4.29. COMUNICACIÓN BREVE 29	191
<i>ESTRATEGIAS PARA LA INTEGRACIÓN DE LAS TICS EN EL CURRÍCULO</i>	191
Resumen.	191
4.30. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 30	194
ENSEÑANZA DE LA GEOMETRIA ANALITICA 3D MEDIADA CON RECURSOS DIGITALES	194
Resumen.	194
4.31. COMUNICACIÓN BREVE 31	197
Una Aproximación al Sistema de Numeración Decimal en Transición	197
Resumen.	197
4.32. COMUNICACIÓN BREVE 32	201
Efectos de la aplicación de secuencias didácticas en el aprendizaje del concepto de función bajo la teoría de las representaciones semióticas con docentes en formación	201
4.33. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 33	208
<i>Cómo determinar los Parámetros de la Ecuación General de una Cuádrica a través de la Visualización</i>	208
Resumen.	208
4.34. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 34	212
EXPERIENCIA DE AULA- Reflexiones en torno al uso de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las fracciones.	212
4.35. COMUNICACIÓN BREVE 35	215
<i>DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD CLASICA EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO</i>	215
Resumen.	215
4.36. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 36	219

	<i>Caracterización de la presentación del concepto de distribución de frecuencias en libros de texto de grado sexto en el municipio de Florencia-Caquetá</i>	219
	Resumen.	219
4.37.	COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 37	223
	<i>ACTIVIDAD DE DESCUBRIMIENTO DE UN NÚMERO MISTERIOSO</i>	223
	Resumen.	223
4.38.	COMUNICACIÓN BREVE 38	227
	<i>¿POR RESOLVER PROBLEMAS ES TAN COMPLEJO PARA LOS ESTUDIANTES?</i>	227
4.39.	COMUNICACIÓN BREVE 39	229
	<i>Las situaciones problemas en el desarrollo de pensamiento espacial para abordar el círculo en R^2</i>	229
	Resumen.	229
4.40.	COMUNICACIÓN BREVE 40	233
	<i>Intuiciones, visualizaciones y formalizaciones en el desarrollo histórico-epistemológico de los números irracionales</i>	233
4.41.	COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 41	237
	<i>Uso del Software “CalMay” como herramienta de apoyo en el aprendizaje del Sistema Numérico Maya</i>	237
	Resumen.	237
4.42.	COMUNICACIÓN BREVE 42	241
	<i>La Yupana, propuesta etnoeducativa, para el desarrollo de competencias matemáticas, relacionadas con operaciones básicas de números enteros</i>	241
	Resumen.	241
4.43.	COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 43	245
	<i>Experiencia De Aula: El Minicomputador De Papy En La Enseñanza Aprendizaje De Las Cuatro Operaciones Básicas</i>	245
	Resumen.	245
4.44.	COMUNICACIÓN BREVE 44	248
	<i>Un Criterio de Estabilidad Para Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias no lineales Basado en el Teorema de los Círculos de Gershgorin</i>	248
	Resumen.	248
4.45.	COMUNICACIÓN BREVE 45	251
	ESTUDIO DE LA INTERRELACIÓN DE ALGUNAS VARIABLES FÍSICO Y/O QUÍMICAS EN LA TORREFACCIÓN DEL CAFÉ A TRAVÉS DE SERIES DE TIEMPO	251

4.46.	COMUNICACIÓN BREVE 46	254
	<i>CATEGORIZACIÓN DE ERRORES TÍPICOS EN EJERCICIOS MATEMÁTICOS COMETIDOS POR ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO.....</i>	254

1. CONFERENCIAS PLENARIAS

1.1. PLENARIA 1

Desafíos y Oportunidades en Epidemiología y Salud Pública

Prof. Carlos Castillo-Chávez, ccchavez@asu.edu, Arizona State University

Resumen. Esta plática tratará sobre el papel de las matemáticas aplicadas en la epidemiología y en la salud pública. Incluye el trabajo de pioneros en epidemiología y la labor de estudiantes de pregrado y posgrado en investigación y formación académica.

Palabras claves. Epidemiología, Matemáticas aplicadas, Salud pública

1. Presentación.

Históricamente, los grandes desafíos que agobian a nuestra sociedad son resultados directos o indirectos de la desigualdad social. Asimismo, la innovación es uno de los principales mecanismos para resolverla y a la vez, lograr una sociedad con mayor igualdad. Tomando la perspectiva holística de Sir Ronald Ross en su estudio de la dinámica de la malaria, la investigación matemática e interdisciplinaria nos ha demostrado en varias ocasiones que sus aportes llegan a tener un impacto considerable en el desarrollo e implementación de políticas en salud pública. En los casos más complejos, la investigación matemática sirve para evidenciar desigualdades. Y aún más importante, la investigación matemática permite que los jóvenes aporten sus curiosidades y perspectivas para resolver problemas que los afectan directamente o que son de interés para sus comunidades. En esta plática, se presentarán algunos ejemplos donde la investigación matemática, primordialmente modelos matemáticos, han mostrado cómo la desigualdad exagera la transmisión de enfermedades infecciosas. Muchos de estos modelos fueron concebidos por jóvenes provenientes de comunidades con oportunidades muy limitadas, y además durante un corto, pero riguroso programa de verano llamado MTBI.

2. Desarrollo de la temática.

- Introducción
- Pioneros en el estudio de las epidemias
- Incorporación de las matemáticas aplicadas
- Simulaciones computacionales aplicadas a epidemias
- Estudios de casos de epidemias
- Conclusiones

3. Conclusiones.

Los grandes desafíos requieren de estrategias que involucran la colaboración interdisciplinaria enlazada con el uso de experimentos computacionales. Asimismo, los científicos del futuro necesitan desarrollar estas cualidades para poder resolver retos científicos como la dinámica de enfermedades mortíferas como las epidemias de Ébola.

4. Referencias bibliográficas.

Castillo-Chavez, C., Bichara, D., & Morin, B. R. (2016). Perspectives on the role of mobility, behavior, and time scales in the spread of diseases. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(51), 14582-14588.

Castillo-Chavez, C., Barley, K., Bichara, D., Chowell, D., Herrera, E. D., Espinoza, B., ... & Yong, K. E. (2016). Modeling ebola at the mathematical and theoretical biology institute (MTBI). *Notices of the AMS*, 63(4).

1.2. PLENARIA 2

Trayectoria de los indicadores del Sistema Universitario Estatal y sus relaciones con el Modelo de los indicadores del Desempeño de la Educación Superior

Jimmy A. Corzo S., jacorzos@unal.edu.co, Universidad Nacional de Colombia.

Resumen. Los indicadores de un Modelo de Gestión usado por el Ministerio de Educación para evaluar el desempeño y asignar recursos a las universidades públicas colombianas se encuentran publicadas para el periodo 2003 a 2012. Este modelo fue reemplazado en 2015 por el Modelo de Indicadores de Desempeño de Educación Superior (MIDE) que clasifica a las universidades públicas y privadas. Se analizan y describen las trayectorias de las universidades públicas en el periodo, a lo largo de tres factores latentes de evolución. Con estos se construyeron tres clases dinámicas, las cuales se distinguen entre sí porque las trayectorias de las universidades que las conforman son indicadores de su grado de desarrollo en el período. Después se construyen una tipologías o enfoques desarrollados por las universidades en el período, se reconstruyen empíricamente los enfoques del MIDE y se comparan y establecen cercanías entre estos. Los factores fueron construidos con Análisis de Componentes principales aplicados a una reestructura de la matriz de indicadores, cuyas coordenadas sobre los factores contienen información sobre las trayectorias y sobre las variables que la describen y facilita la representación gráfica de tales trayectorias. Los enfoques se reconstruyeron con un Análisis de Correspondencias sobre una tabla de Contingencias de Universidades por niveles de formación

1.3. PLENARIA 3

La Historia de las Matemáticas como vector en la formación de profesores de Matemáticas

Edgar Alberto Guacaneme Suárez, guacaneme@pedagogica.edu.co, Universidad Pedagógica Nacional

Resumen. Se ofrece una visión sobre la formación de profesores de Matemáticas que revela algunos importantes problemas de los procesos y resultados de esta y se postula la Historia de las Matemáticas como un componente fundamental a favor de la organización y construcción del conocimiento del profesor de Matemáticas. Particularmente se evidencia el lugar de la Historia de las Matemáticas como contexto para precisar decisiones sobre el conocimiento matemático, plato fuerte en la formación del profesor, organizador del conocimiento didáctico del contenido matemático, instrumento para establecer nexos entre la formación y el ejercicio profesional, y posibilidad para reconstituir las versiones proto y para-matemáticas del conocimiento.

Palabras claves. Historia de las Matemáticas; Formación de profesores de Matemáticas.

1. Presentación

El vínculo profesional con la formación de profesores de Matemáticas y el estudio del conocimiento del profesor de Matemáticas ha constituido el ambiente propicio para identificar, de manera crítica, algunos problemas en los programas y procesos que se ocupan de esta. Esta visión implica la necesidad de proponer alternativas que procuren aportar a la solución de tales problemas. En esta dirección, la incorporación de la Historia de las Matemáticas como vector organizador de la formación de profesores de Matemáticas se postula como una contribución fundamental, basada en el potencial que ella posee y que ha sido explicitado desde la investigación en los campos de la Educación Matemática y la Educación del Profesor de Matemáticas.

A continuación, y con la intención de proponer maneras alternas de pensar la formación de profesores de Matemáticas sobre las cuales se sustenten nuevas estrategias de promover tal formación, presentamos un prefacio, una polémica visión de los problemas referidos antes y algunos aspectos sobre la potencialidad de la Historia de las Matemáticas en pro de la formación de profesores de Matemáticas.

2. Desarrollo de la temática

2.1 Prefacio

Dos de los libros escritos por Morris Kline (1973, 1977) constituyen una muestra invaluable de la crítica que este polémico matemático hace a la educación en matemáticas en la escuela y la universidad, respectivamente. En efecto, en su famoso libro conocido más por su subtítulo “¿Por qué Juanito no sabe sumar?”, critica la apuesta por la Matemática Moderna para la enseñanza escolar de las Matemáticas; entre tanto, en su no tan conocido libro, titulado “*Why the professor can't teach?*” y subtítulado “*Mathematics and the dilemma of university education*”, más que criticar al profesor de Matemáticas, critica el sistema de educación en matemáticas en las universidades a través del cual se forman tales profesores.

Desde la mirada de Kline puede interpretarse entonces que lo que se hace y se logra en cuanto a la formación de los profesores de Matemáticas en las instituciones a cargo de ello, puede y debe ser objeto de revisión para procurar mejoras en la formación y acción docente en las aulas de las escuelas. Asumimos entonces ello como una invitación.

2.2 Una visión sobre la formación de profesores de Matemáticas

La mirada a la historia de la formación de profesores de Matemáticas en Colombia en los últimos cincuenta años devela la existencia de un paradigma de formación centrado en las Matemáticas y hasta organizada curricularmente por estas. En torno a este paradigma ha habido, en general, transformaciones no sustanciales, como aquellas que le han asignado un lugar a los discursos provenientes de la Didáctica de las Matemáticas o de la Educación Matemática, auspiciadas por reformas normativas estatales y por el estado de desarrollo de estos ámbitos académicos.

Este paradigma está anclado en una manera de organización de las matemáticas que data de poco más de un sesquisiglo y que se corresponde con subdisciplinas de las Matemáticas (v.g., Álgebra, Geometría, Cálculo, Estadística, etc.). Esta dependencia tan poco actualizada amerita una seria y profunda reflexión pues puede no ser la más adecuada para las necesidades actuales de la formación matemática de los profesores del siglo XXI ni corresponderse con las organizaciones deseables para las matemáticas escolares.

Detrás de esa preponderancia de las Matemáticas y de su organización, hay una aserción que si bien es verdadera, ha sido mal interpretada: “hay que saber Matemáticas para poder enseñar Matemáticas”. “Saber Matemáticas” se ha interpretado bajo la siguiente cadena de afirmaciones: “saber matemáticas es hacer matemáticas”, “hacer matemáticas es demostrar”, por tanto, hay que “saber demostrar”, y en consecuencia, “hay que saber Matemáticas hipotético deductivas o teóricas”, así, “hay que saber teorías matemáticas”. Esto ha llevado a desconocer que las Matemáticas son mucho más que teorías; por ejemplo,

son formas de pensar o razonar, son modos heurísticos de identificar y abordar problemas, tienen ámbitos externos de surgimiento y uso; no proceden solo de modo hipotético-deductivo, son falibles, etc. La segunda parte de la aserción también podría ser objeto de cuestionamiento, pues “enseñar Matemáticas” puede ser interpretado de diversas maneras y dependiendo de cada interpretación se impondrían condiciones respectivas a los programas de formación.

Volviendo a las interpretaciones de “saber Matemáticas” es recomendable recordar que Kline (1977, pp. 122-123) señalaba la existencia de un problema referido a la creencia errónea, de algunos formadores de profesores de Matemáticas, que reseña que el aprendizaje de temas abstractos de las Matemáticas (como la Teoría de grupos) permite a los futuros profesores una visión especializada sobre temas escolares (como la suma de fracciones); como consecuencia de ello se sigue que los profesores deben conocer es la versión más abstracta y generalizada posible de las Matemáticas, asunto cuestionado por el mismo Kline.

Un problema adicional, que fue tan solo nombrado antes, refiere a que la apuesta de formación matemática está de espaldas a la organización curricular de las matemáticas escolares y no logra establecer diálogo con esta. Se hace, así, una formación matemática a-cultural, a-social, a-temporal y a-histórica. Para validar ello basta comparar los cambios curriculares en matemáticas en nuestro país en las dos recientes décadas con las exiguas, si al caso existentes, transformaciones de un curso de matemáticas de un programa de formación inicial.

Este problema se vincula con otro señalado por Félix Klein (1924) bajo la expresión “doble discontinuidad”, problema vigente casi un siglo después de ser enunciado. De manera sintética lo que el autor está planteando es que el futuro profesor ha estudiado una matemática en la escuela, y luego otra matemática en su formación universitaria, presentándose una primera discontinuidad; luego enfrenta una segunda discontinuidad cuando comienza a ejercer la docencia, porque no identifica nexos entre las matemáticas universitarias que aprendió y las de la escuela que debe enseñar.

El listado de problemas incorpora otros relacionados de manera indirecta con las Matemáticas, o si se prefiere, de manera directa con las metamatemáticas. Uno de ellos refiere al lugar y expresión de la Didáctica de las Matemáticas en la formación de profesores. Este problema tiene diversas manifestaciones, tales como la necesidad de una transposición didáctica de teorías surgidas en aquella (*v.g.*, la teoría de las situaciones didácticas o la teoría de los campos conceptuales) para procurar una incidencia directa en el quehacer docente (que trascienda el uso instrumental, por supuesto). Otra manifestación alude a la exigua apropiación y uso en la formación del profesor de Matemáticas, de resultados investigativos del campo de investigación de la Educación Matemática, asunto evidenciado a través de trabajos de investigación del campo de la Educación del Profesor de Matemáticas (Rojas, 2014; Muñoz & Amado, 2015). Una tercera manifestación refiere a la necesidad de reivindicación de la trascendencia de la Didáctica de las

Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas, particularmente en la configuración del conocimiento didáctico del contenido matemático y del conocimiento curricular de las matemáticas.

Este marco de problemas debería ser discutido y atendido de manera urgente y denodada por la comunidad de académicos vinculada a la formación de profesores de Matemáticas. Bajo este supuesto presentamos a continuación la aproximación lograda y una apuesta de solución.

2.3 Potencial de la Historia de las Matemáticas a favor del conocimiento del profesor de Matemáticas

En esta parte se intentará mostrar el potencial de la Historia de las Matemáticas para abordar los problemas enunciados antes y, eventualmente, para participar de su solución. En este sentido argumentaremos a favor del lugar de la Historia de las Matemáticas como contexto para precisar decisiones sobre el conocimiento matemático, plato fuerte en la formación del profesor, organizador del conocimiento didáctico del contenido matemático, instrumento para establecer nexos entre la formación y el ejercicio profesional, y posibilidad para reconstituir las versiones proto y para-matemáticas del conocimiento. Veamos de manera general cada uno de estos.

En el capítulo titulado “Conflictos para precisar el conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas” (Guacaneme, 2013) se logra presentar una fina argumentación acerca de las dificultades que se tendrían para establecer de manera única el conocimiento disciplinar (*Subject Matter Knowledge*) del profesor de matemáticas, entendido este como una conjunción de tres elementos, a saber: el conocimiento del contenido, de las estructuras sustantivas y de las estructuras sintácticas. Los conflictos allí señalados, correspondiéndose con sendos elementos, son: la imposibilidad de definir de manera única los conceptos y hechos matemáticos principales, la existencia de ambigüedad en el establecimiento de los paradigmas en el desarrollo de las Matemáticas y, la falta de precisión sobre asuntos como la verdad, el rigor y la demostración en Matemáticas. Estas dificultades emergen al examinar minuciosamente cada una de estas dimensiones desde perspectivas históricas y filosóficas de las Matemáticas; sin tal aproximación, difícilmente los problemas y opciones para la toma de decisiones sobre el conocimiento disciplinar se harían ostensibles.

La idea de Historia de las Matemáticas como plato fuerte en la cena que deguste el futuro profesor de Matemáticas está contenida y desarrollada en un artículo (Torres, Guacaneme y Arboleda, 2015) y una comunicación (Torres & Guacaneme, 2013) presentada en un evento académico internacional. Esta idea implica considerar la posibilidad que la Historia de las Matemáticas constituya una línea fundamental para la formación del profesor de Matemáticas, quizá con el mismo nivel de protagonismo de las Matemáticas o de la Didáctica de las Matemáticas. En este sentido el reto sería precisar las intenciones de la formación histórica, el tipo de Historia deseable, las estrategias metodológicas pertinentes, etc. En relación con ello,

se reconoce un importante avance en la tesis doctoral de Guacaneme (2016). En esta, por ejemplo, con respecto a las intenciones se señala que el estudio de la Historia de las Matemáticas se realizaría para dotar al profesor de visiones de la actividad matemática, de las Matemáticas, del conocimiento matemático y de los objetos matemáticos, así como para dotarlo de miradas epistemológicas y del pensamiento matemático, maneras de enseñar e insumos para el aula y el currículo, y de competencias personales y profesionales. Bajo esta metáfora gastronómica se reconoce también un lugar para la Historia como entrada o como postre. En estas usualmente se le asigna a la Historia de las Matemáticas un valor utilitario básico y no logra concretarse una conexión del discurso histórico aprendido con las prácticas pedagógicas profesionales del profesor de Matemáticas.

La Historia de las Matemáticas tiene también el potencial de constituirse en organizador del conocimiento didáctico del contenido matemático. Esto se evidenció al mirar sistemáticamente el desarrollo de un curso de didáctica de la Aritmética y el Álgebra de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (Mora & Guacaneme, 2014).

Asimismo, se ha verificado que la Historia establece nexos entre la formación y el ejercicio profesional (Furinghetti, 2004), constituyéndose en una herramienta para encarar el problema de la doble discontinuidad reseñado antes. En (Li, Huang & Shin, 2008) se describe que esta opción también fue considerada para enfrentar dicho problema en Corea.

Ahora bien, el trabajo de Paolo Boero (1989) exhibe un potencial adicional de la Historia de las Matemáticas, pues esta ofrece un camino para reconstituir las matemáticas en su versión protomatemática y paramatemática, para a partir de ello desarrollar con niños experiencias de aprendizaje matemático.

3. Conclusiones

Lo anteriormente expuesto ofrece no solo un marco de problemas, sino sobre todo una apuesta por una posible alternativa de solución en la que la Historia de las Matemáticas se constituye en vector fundamental que oriente una reforma curricular para formar profesores de Matemáticas para el siglo XXI; una apuesta por el pasado para un futuro posible. O Como sabiamente dicen los indígenas nasca: “el futuro está atrás”.

4. Referencias bibliográficas

- Boero, P. (1989). Utilización de la Historia de las Matemáticas en clase con alumnos de 6 a 13 años. *SUMA*, 3, 17-28.
- Furinghetti, F. (2000). The history of mathematics as a coupling link between secondary and university teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 43-51.

- Guacaneme, E. A. (2013). Conflictos para precisar el conocimiento disciplinar del profesor de Matemáticas. En: C. Dolores, M.d.S. García, J. Hernández y L. Sosa. (Eds). *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 77-95). México: Ediciones Díaz de Santos S.A.
- Guacaneme, E. A. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Tesis no publicada del Doctorado Interinstitucional en Educación – Énfasis en Educación Matemática. Cali: Universidad del Valle.
- Klein, F. (1924). *Matemática Elemental desde un punto de vista superior*. Nivola Libros y Ediciones, S.L.
- Li, S., Huang R. & Shin, H. (2008). Discipline Knowledge Preparation for Prospective Secondary Mathematics Teachers: An East Asian Perspective. En P. Sullivan and T. Wood (eds.), *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development*, (pp. 63–86). Sense Publishers.
- Mora, L. C. & Guacaneme, E. A. (2014) La Historia de las Matemáticas como organizador curricular a favor del Conocimiento Didáctico del Contenido. Conferencias presentada en el *XII Coloquio Regional de Matemáticas y II Simposio de Estadística*. Universidad de Nariño. San Juan de Pasto.
- Morris, K. (1973). *Why Johnny can't add: the failure of the new math*. New York: St. Martin's Press.
- Morris, K. (1977). *Why the professor can't teach?: Mathematics and the dilemma of university education*. New York: St. Martin's Press.
- Muñoz, J. M. & Amado, A. (2015). *Caracterización del conocimiento que debería poseer el profesor de matemáticas respecto a razón, proporción y proporcionalidad*. Tesis no publicada de Maestría en Docencia de la Matemática. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Rojas, C. (2014). *¿Enseñamos a los profesores de Matemáticas aquello que nos enseña la investigación en didáctica de la derivada?* Tesis no publicada de Maestría en Docencia de la Matemática. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Torres, L. A. & Guacaneme, E. A. (2013) La Historia de las Matemáticas en la formación inicial de profesores de Matemáticas en Colombia. Comunicación presentada en el *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. (Montevideo, Uruguay).
- Torres, L. A., Guacaneme, E. A. & Arboleda, L. C. (2015). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas, *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 16(2), 203-233.

2. Talleres

2.1. TALLER A1

Problemas de control óptimo aplicados a Biología

Jhoana Patricia Romero L., jromero@yachaytech.edu.ec, Universidad de Investigación y Tecnología Experimental Yachay Tech,

Eduardo Ibargüen Mondragón, edbargun@udenar.edu.co, Universidad de Nariño

Palabras claves. Control óptimo, biología, sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias

1. Temática y objetivos del taller o cursillo.

- Introducción a la teoría de control óptimo.
- El Principio del Máximo de Pontriagyn.
- Método del barrido hacia adelante y hacia atrás.
- Ejemplos teórico prácticos de problemeas aplicados a la biología.

2. Metodología.

- Exposición teórica de la teoría de control óptimo
- Presentación del Principio del Máximo de Pontriagyn
- Selección de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias aplicados a problemas epidemiológicos, ecológicos, entre otros
- Cálculo de puntos de equilibrio de los sistemas
- Formulación del problema de control óptimo para los sistemas
- Cálculo del Hamiltoniano y las ecuaciones adjuntas para los sistemas
- Explicación numérica del método del barrido hacia adelante y hacia atrás
- Implementación del método para los sistemas escogidos
- Interpretación de resultados

3. Descripción general del taller.

Se busca hacer una revisión teórica y numérica de problemas de control óptimo aplicados a problemas biológicos.

4. Resultados esperados.

1. Se espera motivar a los estudiantes en la investigación en biología matemática, particularmente en la línea de control óptimo de sistemas dinámicos usando ecuaciones diferenciales ordinarias.

Referencias

Lenhart S. and Worman J., *Optimal Control Applied to Biological Models*, Chapman & Hall/CRC Mathematical and Computational Biology Series, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2007.

2.2. TALLER A2

TÉCNICAS DE REGRESIÓN PARA DATOS DE RECuento

MSc: Euclides Díaz MSc: Andrés Jaramillo

Facultad de Ingeniería Industrial

Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira Risaralda, Colombia

e-mail: edarcos52@hotmail.com Andresjaramillo32@gmail.com

XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística

Universidad de Nariño, Pasto Colombia

9 al 11 de mayo de 2018

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio sobre la evaluación de Modelos de Regresión: Poisson, Binomial Negativo, Poisson Inflado con Ceros y Binomial Negativo Inflado con Ceros. Las variables explicativas consideradas para realizar el ajuste de los modelos son: sexo, rango de edad, región del hecho y temporada. La variable observada Y es el número de denuncias de violencia sexual que ocurren en una determinada población de un vector $N_{m \times 1}$, donde $N_{m \times 1}$ es la variable de control o variable de exposición, de esta forma lo que se modela en este caso no es el conteo, sino la tasa que se expresa como y_i/N_i . Se logró establecer que las variables que mejor explican la variable respuesta son: rango de edad, región del hecho y sexo de la víctima. Se calcularon las tasas de incidencia IRR y se mostró que los las mujeres son aproximadamente 10 veces más vulnerables que los hombres a estos sucesos. De las cinco regiones en las que se categorizó la población de estudio, la región con mayor riesgo es la central, además con respecto a la edad, el grupo que se encuentra entre 10 y 19 años son los de mayor riesgo. En cuanto a la temporada, la tasa de delitos sexuales fue levemente decreciendo conforme pasa el tiempo. Haciendo uso de las pruebas de bondad de ajuste y tomando en cuenta los criterios de selección AIC y BIC, se logra seleccionar el modelo de regresión binomial negativo (MRBN) como el mejor modelo que se acerca a la representación de los datos.

Palabras claves

Modelo lineal generalizado, Modelo inflado con ceros, Datos de recuento, Función de enlace, Variable *offset*.

1. Objetivo y presentación

El propósito del taller es presentar la teoría de los modelos de regresión Poisson, Binomial Negativo, Poisson Inflado con Ceros y Binomial Negativo Inflado con Ceros, para utilizarlos en el ajuste de datos tipo recuento. Los datos se relacionan con el número de denuncias de violencia sexual presentadas en el departamento de Nariño en una determinada temporada.

Los recuentos se definen como el número de sucesos o eventos que ocurren en una misma unidad de observación durante un intervalo temporal o espacial definido (ver [2]). Para nuestro estudio la unidad de observación es el tamaño de una población específica de $N_{m \times 1}$, siendo $N_{m \times 1}$ un vector con tamaños de individuos. Las variables de recuento se caracterizan por su naturaleza discreta y no negativa. Es decir, si Y es una variable aleatoria de recuento entonces los valores que toma son $0, 1, 2, \dots$.

Generalmente las variables de recuento acumulan una gran cantidad de ceros en las observaciones, por tal motivo es importante recurrir en estos casos a modelos de regresión que consideren este fenómeno. De igual manera, en sucesos reales muchas veces se presenta sobredispersión en los datos, es decir, cuando la varianza supera el valor esperado en la variable respuesta. Este acontecimiento mas general que el primero y que muchas veces conlleva a exceso de ceros, se puede modelar con distribuciones de probabilidad que consideran esta coyuntura. Uno de los modelos de regresión que consideran este asunto es el Modelo de Regresión Binomial Negativo, en el cual la variable respuesta Y sigue una distribución binomial negativa (BN).

Mientras que en los modelos lineales (ML) se produce una relación de identidad entre los valores ajustados y el predictor lineal, $\mu = \eta$, en los MLG la linealidad se establece en la escala del predictor lineal pero no en la escala de los valores ajustados. No se da, por tanto, la identidad entre valores ajustados y valores predichos, sino que entre ellos media una función que los relaciona, *la función de enlace* (ver [1, 2, 6, 8–11]):

$$g(\lambda) = \ln(\lambda) = \eta = X\beta,$$

donde η es el predictor lineal, X es una matriz con p variables explicativas y β es un vector columna con p coeficientes de regresión, los cuales se asocian con su respectiva variable independiente. El valor λ se encuentra en la escala de la variable respuesta.

Los modelos de regresión de Poisson y Binomial Negativo, a diferencia del Modelos Inflados con Ceros, pertenecen a la familia de los modelos lineales generalizados (ver [6, 7]).

2. Contenido

Los modelos de regresión Poisson y Binomial Negativo tanto estándar como inflados con ceros, no solamente se utilizan para modelar conteos, sino también tasas, es decir, cuando existe una unidad de exposición $N = N_{m \times 1}$, denominada variable *Offset* y definida como:

$$Offset = \ln N.$$

Esta variable permite establecer la población a riesgo en cada observación. La tasa se define como el recuento y_i dividido por alguna unidad exposición N_i , y_i/N_i .

Los modelos lineales generalizados (ver [6, 7]) presentan tres componentes:

Componente sistemático; Componente aleatorio y Función de enlace.

La función de enlace transforma el valor esperado a la escala del predictor lineal.

2.1. Modelo de regresión de Poisson

El Modelo de Regresión de Poisson (MRP) es adecuado cuando se cumple la propiedad $Var(Y) = E(Y) = \lambda$. Su formulación para la tasa es:

$$\ln(\lambda_i) = \ln(N_i) + \beta_1 + \sum_{j=2}^p \beta_j x_{ij} \quad (1)$$

La estimación de los parámetros β_j se realiza por el método de máxima verosimilitud.

2.2. Modelo de regresión binomial negativo

El MRBN se utiliza cuando $Var(Y) > E(Y)$. La formulación e interpretación del modelo es similar al MRP. La media y la varianza son, respectivamente:

$$E(Y) = \lambda \quad Var(Y) = \lambda + \alpha\lambda^2,$$

donde α es el parámetro de dispersión. La estimación de los parámetros β_j se realiza por el método de máxima verosimilitud o el método de Newton Raphson.

2.3. Modelos inflados con ceros

Cuando la variable respuesta es un conteo los datos observados se deben modelar estadísticamente con distribuciones discretas como la Poisson y la Binomial Negativa. Sin embargo, no es raro que el número de ceros observados en la variable respuesta exceda a la frecuencia que se espera observar bajo la distribución que se ajusta o que la variable respuesta presente exceso de ceros y sobredispersión.

Por tal motivo, se han desarrollado modelos con inflado de ceros que consideran diversos escenarios, es decir, tanto exceso de ceros como exceso de ceros y sobredispersión en la variable respuesta. Entre estos modelos, el Modelo de Regresión de Poisson Inflado con Ceros, conocido como modelo ZIP y propuesto por Lambert en [10], el cual presenta un mejor ajuste a los datos que el MRP cuando la variable explicada presenta un número elevado de ceros. Sin embargo, el modelo ZIP no es apropiado cuando la parte no nula de la distribución esta sobredispersa con respecto a la distribución de Poisson. Entonces cuando la variable respuesta en un modelado presenta exceso de ceros y sobredispersión, el modelo mas apropiado que recomiendan algunos autores es el Modelo de Regresión Binomial Negativo Inflado con Ceros, denominado en esta literatura como modelo ZINB (ver [9, 11, 13]).

2.4. Pruebas de sobredispersión y bondad de ajuste

Las pruebas que permiten evaluar sobredispersión de los datos en los MLG se pueden consultar en [1, 6, 7]. De igual manera, las pruebas de bondad de ajuste para los modelos: MRP, MRBN, ZIP y ZINB se pueden observar en [1, 6, 7, 12]. Finalmente los criterios de selección AIC y BIC se pueden consultar en cualquiera de las fuentes anteriormente mencionadas.

Referencias

- [1] A. Agresti, *Categorical data analysis*, New York, Wiley, 2002.
- [2] J.K. Lindsey, *Modelling frequency and count data*, Oxford science publications, Clarendon Press, 1995.
- [3] R.B. Christopher and M.L. Thomas, *Analysis of categorical data with R*, Texts in Statistical Science, 2015.
- [4] A.C. Cameron and P.K. Trivedi, *Microeconometrics using stata*, Stata Press, 2009.
- [5] A.C. Cameron and P.K. Trivedi, *Econometric models based on count data. comparisons and applications of some estimators and tests*, *Journal of Applied Econometrics* 1 (1986), no. 1, Pages 29-53, Cited By :862.
- [6] P. McCullagh and J.A. Nelder, *Generalized linear models*, Chapman and Hall, 1989.

- [7] J.A. Nelder and R.W.M. Wedderburn, Generalized linear models, *Journal of the Royal Statistical Society* 135 (1972), no. 3, Pages 370-384.
- [8] F. Felix and S.P. Karan, Zero-inflated generalized poisson regression model with an application to domestic violence data, *Journal of Data Science* 4 (2006), no. 1, Pages 117-130.
- [9] J.M. Hilbe, *Negative binomial regression*, Cambridge University Press, 2011.
- [10] D. Lambert, Zero-inflated poisson regression, with an application to defects in manufacturing, *Technometrics* 34 (1992), no. 1, Pages 1-14, cited By 1414.

- [11] S.M. Mwalili, E. Lesaffre, and D. Declerck, The zero-inflated negative binomial regression model with correction for misclassification: An example in caries research, *Statistical methods in medical research* 17 (2008), no. 2, Pages 123-139, Cited By 44.
- [12] Q.H. Vuong, Likelihood ratio tests for model selection and non-nested hypotheses, *Econometrica* 57 (1989), no. 2, Pages 307-333, cited By 2188.
- [13] O.B. Yusuf, T. Bello, and O. Gureje, Zero inflated poisson and zero inflated negative binomial models with application to number of falls in the elderly, 1 (2017), no. 4, Pages 1-7.

2.3. TALLER A3

La yupana

Blanca María Peralta, blancaperalta@ustadistancia.edu.co,
Universidad Santo Tomás.

Resumen. Tradicionalmente la yupana ha sido utilizada como instrumento de cálculo en la escuela. Sin embargo, en el desarrollo de clases de matemáticas para mujeres adultas en formación de bachillerato, identificamos cómo el uso de la yupana propicia un contexto comprensible en el aprendizaje de la adición y la multiplicación de polinomios algebraicos con coeficientes enteros. El punto de partida de esta experiencia fue la ejecución de las operaciones básicas con polinomios numéricos finalizando en la práctica de la adición y la multiplicación de los polinomios antes mencionados.

Palabras claves. Etnomatemática; yupana

1. Temática y objetivos del taller o cursillo.

Es mi interés para este coloquio, desarrollar sesiones de trabajo en donde los participantes tengan la posibilidad de realizar operaciones básicas con números haciendo uso de la yupana y siguiendo la metodología Muiskanoba. Ya que es importante fomentar en nuestros profesores la inquietud por explorar los conocimientos ancestrales para darle corazón y sentido a las matemáticas del aula.

2. Metodología.

Este trabajo tiene como fundamento una aproximación pedagógica (Muiskanoba) aprendida del mismo territorio latinoamericano y que procura la educación intercultural en el aula. La propuesta pedagógica Muiskanoba, propicia el reconocimiento, comprensión y valoración de todo el territorio (Entendemos territorio como las tierras, personas y las relaciones entre estos) que hace parte de una institución escolar. En esta propuesta existen dos fuertes principios contemplar y describir. Desde allí es posible lograr el estudio matemático de la cotidianidad de los estudiantes. Contemplar no sólo con los ojos sino con cada uno de los sentidos, haciendo una “recorrido” sistemático del territorio. Describir como la posibilidad de comunicar las contemplaciones realizadas.

Así las cosas, cada sesión tiene dos momentos diferentes para que los participantes los transiten y en ese movimiento haya intercambio de ideas y experiencias. Al cabo de la totalidad de sesiones cada uno de los participantes debe haber construido su forma de ser y estar en una clase de matemáticas donde lo importante es el movimiento, pues consideramos que el movimiento de los cuerpos puede generar movimiento de las ideas pues las situaciones se ven desde diversas perspectivas.

3. Descripción general del taller.

El taller está dividido en dos sesiones cada una de dos horas. En la primera sesión abordaremos la escritura de números naturales y sus reglas generales. Además, abordaremos la adición y la sustracción con números naturales. Como operaciones a realizar usando las reglas vistas.

En la segunda sesión abordaremos la multiplicación y la división.

Estas operaciones son lo suficientemente complejas como para abarcar las dos horas.

4. Resultados esperados.

Espero que abordar este otro método de pensar y realizar operaciones con números naturales, les permitan a los asistentes pensarse otras maneras de abordar estas situaciones con sus estudiantes

Referencias

Pacheco, O. (2003). *La yupana mi computador incaico*. Santa cruz de la sierra: CEPDI

Peralta, B. Panqueba, J. (2009). Itinerancias territoriales y patrimonios pedagógicos para la escuela intercultural. En Instituto para la investigación educativa y el desarrollo pedagógico (Comp). *Premio a la investigación e innovación educativa y pedagógica 2009*. (pp 161-179) Bogotá: En Instituto para la investigación educativa y el desarrollo pedagógico, IDEP.

2.4. TALLER A4

Problemas profesionales de la práctica docente en el aula de matemáticas

María Teresa Castellanos, mcastellanos@unillanos.edu.co, Universidad de los Llanos.

Resumen. A través de situaciones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se busca que los profesores participantes en el taller logren identificar y plantear problemáticas que son objeto de preocupación durante su práctica docente. Con este propósito y siguiendo principios del enfoque de la formación realista (Melief, Tigchelaar, Korthagen & Van-Rijswijk, 2010), se planifica una secuencia de actividades formativas para promover un ciclo reflexivo bajo el modelo ALaCT (Korthagen, 2001). Al tiempo que los participantes llevan a cabo las fases de reflexión, se facilitan referentes para definir el problema profesional. Durante el desarrollo del taller nos interesa percibir cómo va evolucionando el problema profesional que plantean y, cómo colaboramos en su comprensión

Palabras claves. Problema profesional, práctica docente, reflexión

1. Temática y objetivos del taller o cursillo.

Eje temático del taller

Un problema profesional se remonta a la idea de un problema educativo o de los problemas de la práctica, en tal caso, se aluden a una dificultad (profesor o estudiante) la cual, no puede resolverse automáticamente sino que, requiere una profundización conceptual o empírica. En otros escenarios educativos, se usa este término para hacer referencia al origen de cuestiones de la práctica y para manifestar los focos de reflexión en torno a las tareas profesionales. En la formación de profesores de matemáticas, entendemos el problema profesional de forma semejante como se emplea el término incidente crítico, para referir a las condiciones de incertidumbre que requieren de la reflexión; dicha condición, se reconoce como punto de atención para realizar cambios en la percepción del éxito de la enseñanza o para conducir a decisiones producto de reflexión.

Los problemas profesionales son aquellas situaciones (cuestiones o hechos) de la práctica docente del profesor en la cuales, pueden ser reconocidos y analizados sus conocimientos y experiencias, son el inicio de un proceso reflexivo y el punto de partida para entablar un diálogo de saberes entre diversos sujetos y fuentes (Castellanos, Flores, Moreno, 2017). En este sentido, los problemas profesionales, no encajan en estructuras organizadas, son situaciones que requieren estructuración; para ello, el profesor requiere seleccionar puntos de atención, organizarlos por el sentido de la situación y buscar coherencia guiada por el conocimiento. El problema profesional lo configura un marco que involucra diversos elementos (e.g. sujetos, objeto, artefactos, dinámicas, normas, comunidad, tipo de análisis)

Objetivos del taller

Orientar a los participantes para identificar y plantear una problemática derivada de sus preocupaciones y/o experiencias de enseñanza a través de la promoción la reflexión

Cubrir las acciones reflexivas previstas para un ciclo de reflexión basado en los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

2. Metodología.

El taller se desarrolla bajo uno los principios que fundamentan el modelo de formación realista que trata de la reflexión sistemática. La promoción de la reflexión se orienta llevando a cabo un ciclo reflexivo ALaCT (korthagen, 2001).

La metodología que seguimos se corresponde con la experiencia lograda en una investigación más amplia (Castellanos, Flores y Moreno, 2018). La secuencia se cubre en dos sesiones y se conduce a través de tareas formativas que acompañan a los participantes en la ejecución de las acciones de “describir, examinar, analizar, evaluar y buscar alternativas a una situación escolar dada; dichas acciones permiten llevar a cabo las cinco fases del ciclo reflexivo a saber:

La fase A (Action), comprende la identificación de situaciones problemáticas en su práctica. La descripción sistemática de dichas situaciones que le generan interés o preocupación.

La fase L (Looking back on the action), exige distanciamiento de la situación, *mirando hacia atrás*. Se procura una comprensión de la situación, examinando los eventos involucrados en la actuación e identificando factores que condicionan su propia la visión de la misma.

En la fase a (awareness of essential aspects), se analiza las razones de la actuación, identificando dilemas. Esto le permite tomar conciencia de aspectos de la situación que son susceptibles de experimentar cambios. Esto lleva a relacionar el conocimiento teórico con el derivado de la práctica.

En la fase C (Creating alternative methods of action), se deriva de evaluar y buscar alternativas para afrontar la situación, relacionándola con otras recogidas en el su formación teórica, con las que comparte alguna característica, para crear nuevos métodos de acción que puedan conducir a resolver la situación planteada.

La fase T (Trial) supone la aplicación consciente de estos nuevos métodos y la evaluación de los resultados.

3. Descripción general del taller.

La sesión uno, se inicia solicitando el planteamiento de situaciones problema que los participantes han detectado en un evento de la enseñanza de las matemáticas y que son objeto de preocupación o interés. A través de la descripción de hechos se procura la representación activa de la realidad que incluye la mirada retrospectiva sobre las acciones en la práctica. Se solicita definir las situaciones problemas en forma de interrogante, indicando el contexto en que aparece, el sujeto al que afecta, y la acción a la que corresponde, finalizando con un interrogante de la siguiente estructura: ¿Cómo/Qué... el sujeto...la acción...el tópico? (Fase A).

Posteriormente, se realiza la consolidación pública de los interrogantes; de manera seguida, se abre el espacio para que los participantes planteen interrogantes que inviten a sus colegas a reconsiderar sus ideas y a redefinir la problemática. A través de la intervención de la formadora se solicita a cada uno de los participantes expresar las creencias respecto a las cuestiones planteados por sus colegas. Con la explicitación de creencias, se busca poner en tensión las ideas y creencias de los participantes respecto a las situaciones identificadas; procurar el reconocimiento de las concepciones que en ellas están implicadas (Fase L)

Posterior a la sesión uno y previo a la siguiente, se solicita a los participantes de manera individual y en privado examinar los conceptos involucrados en la definición de las problemáticas,

relacionar y conectan las ideas que enuncian el objeto (tema) de la situación, identificando las concepciones empleadas hasta el momento y toma en consideración de las consecuencias de tales acciones.

La sesión dos, se continúa con la confrontación y argumentación entre pares y, posteriormente, puesta en común con el gran grupo. El propósito es que les ayuden a analizar los aspectos importantes de los objetos de reflexión para conocerlos con profundidad. Confrontar implica a cada participante hacer explícita su propia visión de la naturaleza y origen del problema profesional y comenzar a transformar sus conocimientos (Fase a).

Finalmente, Los participantes, de forma consciente, exponen una posible alternativa que delimita su propuesta de acción para afrontar su problemática a ser desarrollada posteriormente en la práctica (Fase C).

Se propone al participante la aplicación de las alternativas y la evaluación de los resultados.

4. Resultados esperados.

Consideramos obtener información relevante respecto a las decisiones y problemáticas formuladas por los profesores participantes, así como de sus producciones, con las que podemos ahondar en las situaciones problemáticas, conocimientos y experiencias que les fueron necesarias para definir el problema profesional. Además, recopilar expresiones que aportan al marco explicativo de las argumentaciones y producciones de los participantes con miras a la divulgación de la experiencia.

Referencias

- Castellanos, M. T., Flores, P & Moreno, A. (2017). Reflections on future mathematics teachers about professional issues related to the teaching of school algebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 408-429.
- Castellanos, M.T., Flores, P. y Moreno, A. (2018). The reflection on practicum: A teaching experiment with Colombian students. *Revista Profesorado*, 22(1), 413-439.
- Korthagen, F. (2001). *Linking Practice and Theory. The Pedagogy of Realistic Teacher Education*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates.
- Melief, K., Tigchelaar, A., Korthagen, F. y Van Rijswijk, M. (2010). Aprender de la práctica. En O. Esteve, K. Melief y A. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión: una propuesta para el desarrollo del profesorado* (pp. 39-64). Barcelona: Editorial Octaedro.

2.5.TALLER B5

¿Es la creatividad al educador de matemáticas, como el azar a la vida misma?

Sandra Peña Alonso, sandrapena@ustadistancia.edu.co, Universidad Santo Tomás.

Resumen. Comparto en este comunicado una reflexión que he venido elaborando desde la experiencia de formar educadores de matemáticas a nivel de pregrado y posgrado. Presentaré retos de la educación, particularmente de la educación matemática y luego haré una integración de lo teórico y lo práctico en la sistematización del desarrollo de un seminario con estudiantes de maestría. Compongo para esta conversación una visión de la educación como fenómeno complejo, luego presento una visión interdisciplinar del azar como escenario para el fomento y potencialidad del pensamiento aleatorio, en procesos de formación profesional. Finalmente propongo la *creatividad en interdependencia con el azar* como un aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas, y en este contexto, integro la recursividad como un elemento interdependiente y autogenerativo de dinámicas necesarias para la transformación del aprendizaje en el aula.

Palabras claves. Formación de educadores, creatividad, interdisciplinariedad, azar

1. Presentación.

Quiero compartir a la Comunidad Académica de la Universidad de Nariño y a sus invitados al XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística, una reflexión pedagógica derivada de la experiencia elaborada en un escenario de formación de maestros a nivel posgradual. La experiencia integra aspectos teóricos relacionados con la formación de los docentes y otros, asociados al aprendizaje y estudio del azar, con finalidades de transformación en el aula.

Aspectos para la problematización

- ¿Permite la formación de educadores la constitución de comunidades aprendientes?
- ¿Son La creatividad y la recursividad aspectos de consideración en la formación de educadores?
- ¿Cómo potenciar el pensamiento aleatorio en el aula?

2. Desarrollo de la temática.

La complejidad y la formación de maestros

La educación en el marco de la globalización – localización requiere como bien lo menciona Denise Najmanovich (s.f.) de otras estéticas para su comprensión, pero de manera urgente, de la configuración de nuevas morfogénesis. Con lo anterior, no es mi pretensión desvirtuar lo existente en el campo de la educación en tanto a problemáticas asociadas a las ciencias sociales, por el contrario, es mi intención llamar la atención sobre otros elementos posibles y, por lo tanto, susceptibles de ser creados, generados, elaborados para la renovación y transformación de la formación de los educadores en relación con la constitución del conocimiento matemático y con la generación de estrategias para acercar a otros, a algunos aprendizajes desde este referente de pensamiento.

El fenómeno del azar: Una visión interdisciplinar

Si pregunto a un colectivo o a una persona, de manera desprevenida ¿Qué es el azar?, son varios los aspectos a considerar en dichas respuestas. El azar como fenómeno de estudio y escenario para el fomento del pensamiento aleatorio en la educación básica, media y profesional, trae consigo diversas perspectivas que ameritan ser reflexionadas en consonancia con lo que se ha investigado y con la práctica del educador. A la vez, el azar puede ser estimado en sus múltiples acepciones como contexto de estudio interdisciplinar que amplía la visión del pensamiento aleatorio y lo pone en juego con otras aristas del conocimiento científico, filosófico y matemático.

La creatividad como aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas

Aspecto que considero en vínculo con la noción de orden que propone Bohm y Peat (1987:122) al reconocer lo fundamental de la misma, y su trascendencia, en los cambios radicales que de esta derivan. El orden, anclado a la educación como elemento generador de cambio, y de manera particular en la formación de los educadores, puede acarrear crisis en las estructuras, las ideas y las prácticas. Por ende, se asume, este orden desde su dimensión temporal, pero de igual manera se reconoce "... que no existe un orden único que cubra la totalidad de la experiencia humana, y, a medida que los contextos cambian, los órdenes deber ser constantemente creados y modificados"

Pondré a consideración del público, ideas de varios autores, que fundamentan la conexión entre la noción de orden vinculado a la creatividad como elemento disruptivo, y la formación de educadores de matemáticas:

- **Creatividad como proceso de aprendizaje:** Al respecto, Assmann (2004:21) señala, que es el aprendizaje un proceso creativo que se autoorganiza (orden generativo). Y en dicho, proceso, la sensibilidad, el goce, la comunicación, la expresión, la solidaridad y el cuerpo son manifestaciones vivas de la presencia humana y biológica de la vida, pero a la vez, constituyentes esenciales para el sostenimiento y reproductibilidad de los sistemas vivos.
- **Creatividad como proyecto:** Otra comprensión, es ampliada por Marina (1993) en su capítulo dedicado al estudio y desarrollo de la inteligencia creadora donde el autor, le pone otro matiz a la creatividad, y al acto creativo en sí. Con este autor, se trasciende de la realidad vital y biológica (antes mencionada) a encarnar una vida mental e intrínseca en la persona. Así, la creatividad se bosqueja como la capacidad mental para establecer asociaciones, conexiones, relaciones, mínimo entre dos elementos. Es la creatividad entonces, el acto generativo de nuevas relaciones entre las ideas y los objetos.

La creatividad también, puede ser entendida como un proyecto, con una meta a donde arribar. En el camino a dicha meta, está el vacío o el camino no transitado. Dicho recorrido es susceptible de ser generado por diversas vías (acto creador). En este transcurrir que está marcado por el azar y la incertidumbre es el creador un guía, que se impone un ritmo de avance, marcado por su carácter y convicción (motivo, atractor, móvil). Esa actitud de ejercitación del guía le será útil en la medida que se dinamice a sí mismo, y tal vez se interroge:

¿Qué es crear? – Es el acto de materialización de una idea, corresponde a una transición de la idea envuelta en el plano mental a su representación física.

¿Qué incentiva el acto creativo? – Ausencia de soluciones a problemas emergentes

¿Implica la creatividad la expansión del deseo? – Es el deseo el móvil que se opone a la inhibición. El deseo moviliza la idea a la expresión. El deseo incubaba la idea, le da forma, la trae a la vida física.

¿Es la creación una experiencia estética? - En este sentido es la estética un soporte de la comprensión de la experiencia de goce que produce el acto creativo. Lo expresa mejor Cerdas (2006: 16) “La estética es un acto volitivo de creatividad de la vida, un acto cognitivo que aporta complejidad, y con ello fertilidad a la existencia”

Entonces, el acto creativo alberga sensaciones de goce, disfrute y sentimientos que constituyen

- **Orden y creatividad:** Es otra la postura que propone Bohm y Peat (1987:255) en el estudio de la creatividad. Al respecto se entiende el acto creador como un potencial humano por explorar. Dicho potencial habita las dimensiones de las personas y su espacio mental como escenario prolifero para la creación. La relación orden y creatividad se encuentran, cuando las estructuras sociales y de los contextos cercanos a la persona imponen o regulan el acto creativo mediante formas previamente establecidas. Los autores dejan suponer, que la creatividad implica un orden sin orden, es decir, no jerarquías o estructuras previstas que condicionen externamente el proceder de la persona. El acto creativo integra movimientos internos de sensación, sentimiento, expresión y libertad.

Así, la creatividad en su potencial no explorado, implica escenarios limpios de estímulos que condicionen el proceder de la persona y por el contrario, se desplaza hacia la búsqueda de adecuaciones necesarias para otorgar al acto creativo un lienzo llamado vida para pintar en él lo que se siente, experimenta y aprende. A diferencia de la postura de Marina, los autores Bohm y Peat, excluyen la meta como elemento integrador de la creatividad, pues entienden, que es este un condicionamiento que niega el potencial humano y por ende le conduce a un estado de insatisfacción y aburrimiento.

3. Conclusiones.

La formación de educadores de matemáticas puede asumir como soporte el aspecto de la creatividad, siendo este un factor que determine la integración curricular, el fomento de la investigación y el aprendizaje.

Sigue siendo una necesidad expresa en política educativa el fortalecimiento tanto de la formación de los educadores y con ello, del favorecimiento de escenarios para el aprendizaje en conexión con la vida y las problemáticas de la sociedad.

Resignificar la labor del educador de matemáticas es una tarea diaria de los programas de formación. Lo anterior implica dialogo e interrogación de la realidad (en todas sus dimensiones); fomento del aprendizaje en los educadores y a sus vez, en sus contextos particulares; la constitución de objetos de estudio en el aula de matemáticas construidos desde la cultura y la vida diaria; tal vez la solidaridad y la constitución de las comunidades aprendientes nos vislumbren otros panoramas de ruptura disciplinar y nos pongan en sintonía con formas holísticas de integrar y comprender el conocimiento matemático.

4. Referencias bibliográficas.

- Assmann, H. (2002). Placer y ternura en la educación. Madrid: Narcea.
- Najmanovich, D. (2008). Mirar con nuevos ojos. Biblos Sin Fronteras.
- Najmanovich, P. S. (25 de 03 de 2018). Obtenido de <http://convivir-comprendertransformar.com/wp-content/uploads/2014/09/Clase-1-para-imprimir.pdf>
- Peat, D. B. (1987). Ciencia, orden y creatividad. Barcelona: Kairós.
- Wagensberg, J. (1987). Ideas sobre la complejidad del mundo. Barcelona: Fabula Tusquets.
- Wagensberg, J. (2004). La rebelión de las formas. Tusquets: Barcelona.
- Wagensberg, J. (2007). El gozo intelectual. Tusquets: Barcelona.

2.6. TALLER B6

¿Confía en sus conocimientos matemáticos sobre la inconmensurabilidad y la irracionalidad?

Edgar Alberto Guacaneme Suárez, guacaneme@pedagogica.edu.co,
Universidad Pedagógica Nacional.

Resumen. La inconmensurabilidad y la irracionalidad constituyen dos objetos matemáticos fundamentales en la historia de las Matemáticas, aunque es posible que este carácter no sea compartido en las matemáticas escolares o que la relación entre estos logre ocultar las diferencias epistémicas y conceptuales existentes entre estos. Una aproximación a la expresión de estos en los currículos de matemáticas, seguida de una discusión sobre estos objetos desde un punto de vista histórico y matemático, ofrece una oportunidad para re-conocerlos, ponderar el conocimiento docente sobre estos y visionar potenciales prácticas pedagógicas a favor de su aprendizaje en ambientes escolares.

Palabras claves. Inconmensurabilidad, irracionalidad, razón, proporción.

1. Temática y objetivos del taller o cursillo

Los dos objetos matemáticos fundamentales del taller son inconmensurabilidad e irracionalidad. De manera natural, ligado a estos emergen otros objetos matemáticos (v.g., magnitud, número, tamaño, medida, racional, razón, proporción) cuya comprensión aporta a una reconceptualización de aquéllos. Ahora bien, el tratamiento escolar de estos objetos así como su tratamiento histórico, constituyen las dos dimensiones de aproximación del taller.

Así, en relación con estos objetos y bajo estas dimensiones, se pretende desarrollar un trabajo para procurar:

- Explicitar el lugar y tratamiento que de estos se propone en el currículo escolar colombiano.
- Reconocer y analizar críticamente prácticas pedagógicas que se desarrollan en el aula que pretenden promover el aprendizaje de estos objetos.
- Reconstruir, desde la perspectiva histórica, algunas prácticas y objetos matemáticos que recontextualizan y reconceptualizan los objetos en cuestión.
- Reflexionar sobre el conocimiento docente que se posee y requiere en torno a estos objetos.
- Prever algunas tareas matemáticas que, en relación con estos objetos, promuevan el desarrollo del pensamiento matemático.

2. Metodología

En cuanto taller, se prevé la formulación de algunas consignas de tareas que orienten actividades de los asistentes, a través de las cuales se manifiesten sus conocimientos, inquietudes y experiencias, en torno de las ideas de irracionalidad e inconmensurabilidad, y especialmente de su tratamiento escolar e histórico.

En sesiones colectivas, orientadas por el tallerista, se discutirán los aportes de los asistentes para reconocer el conocimiento implicado, así como para exhibir ámbitos donde este requiere de profundización o fortalecimiento.

3. Descripción general del taller

A continuación se presentan las tareas que se proponen a los asistentes:

Taller 1:

1. Identifique y explicita qué elementos (v.g., objetivos, temáticas, estándares, competencias) del plan de estudios de matemáticas de la institución donde labora o de donde se graduó de bachiller, refieren a la inconmensurabilidad o a la irracionalidad.
2. Refiera una tarea matemática que proponga como profesor o que le hayan propuesto como aprendiz de matemáticas, en relación con el estudio de la inconmensurabilidad.
3. Refiera una tarea matemática que proponga como profesor o que le hayan propuesto como aprendiz de matemáticas, en relación con el estudio de la irracionalidad.

Taller 2:

1. Establezca algunas condiciones que definen que una pareja de magnitudes geométricas es conmensurable.
2. Establezca algunas condiciones que definen que una pareja de magnitudes geométricas es inconmensurable.
3. Establezca algunas condiciones que definen que un número es racional.
4. Establezca algunas condiciones que definen que un número es irracional.
5. Refiera una demostración sobre la irracionalidad de $\sqrt{2}$.
6. Refiera una demostración sobre la inconmensurabilidad de la diagonal de un cuadrado y su lado.
7. Compare las dos demostraciones anteriores y establezca semejanzas, diferencias y conexiones.

Taller 3:

1. A partir de lo planteado en los dos anteriores talleres esboce una tarea matemática que le propondría a unos estudiantes para promover el aprendizaje de algún conocimiento relacionado con la inconmensurabilidad o la irracionalidad.
2. Establezca, en relación con el currículo de matemáticas colombiano, con cuál de los tipos de pensamiento matemático se relaciona la actividad de los estudiantes al abordar la tarea, cuál de los procesos matemáticos está ampliamente vinculado con la dicha actividad y qué contexto incorpora la tarea?

4. Resultados esperados

Con el Taller 1 se espera que los asistentes reconozcan aspectos como los referidos en las siguientes afirmaciones:

- La inconmensurabilidad es un tema asociado al pensamiento métrico, pero de manera extraña (o equívoca) se vincula con el pensamiento aritmético o tiene un exiguo tratamiento en las matemáticas escolares.
- El tratamiento de la medida de las magnitudes geométricas se da desde una perspectiva cuantitativa numérica que la asocia a lo numérico, más que a lo métrico.
- La conmensurabilidad de las magnitudes, cuando se aborda escolarmente, refiere casi exclusivamente a las longitudes de segmentos y normalmente incorpora la inconmensurabilidad de la diagonal y el lado de un cuadrado o de la circunferencia y su diámetro.
- La irracionalidad se trata como negación de la racionalidad, fundamentalmente para construir el conjunto numérico de los reales.
- Una tarea usual es demostrar que $\sqrt{2}$ es irracional; otra es que la razón entre la circunferencia y su diámetro es la constante π .

Entre tanto, con el Taller 2 se espera que los asistentes se apropien de aspectos como los referidos en las siguientes afirmaciones:

- La existencia de una tercera magnitud, bien sea como máximo común divisor o mínimo común múltiplo, garantiza la conmensurabilidad.
- La naturaleza finita o infinita de la antanairesis de dos magnitudes geométricas homogéneas determina la conmensurabilidad o inconmensurabilidad de estas.
- La búsqueda de la relación entre la diagonal y el lado de un cuadrado puede conllevar una aproximación a la convergencia de sucesiones.
- Es usual establecer la racionalidad o la irracionalidad a través de condiciones sobre las representaciones del número y no como característica esencial de este.
- Si bien se conoce una demostración de la irracionalidad de $\sqrt{2}$, no se suele conocer una para la inconmensurabilidad de la diagonal y el lado de un cuadrado. En consecuencia, no es probable identificar que ambas proceden por reducción al absurdo.

Entre tanto, con el Taller 3 se espera que los asistentes se apropien de aspectos como los referidos en las siguientes afirmaciones:

- Tareas que relacionen las longitudes de las diagonales y los lados de los polígonos regulares pueden conllevar trabajos sobre la conmensurabilidad y la inconmensurabilidad de pares de magnitudes.
- El trabajo con la antanairesis podría constituir un marco para la innovación curricular en el tratamiento de la inconmensurabilidad.
- Tareas que involucren las relaciones entre cadenas de cuadrados construidos mediante sumas o restas reiteradas de las longitudes de los lados o diagonales, puede conllevar una aproximación intuitiva a la convergencia de una sucesión racional a un irracional.
- Las ideas de inconmensurabilidad y la irracionalidad están asociadas a diversos tipos de pensamiento matemático y pueden incorporar varios procesos matemáticos, en el contexto de las matemáticas.

Referencias

- Gómez, H. A. (2014). *La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores: un ejemplo de su transposición didáctica*. Tesis de Maestría en Docencia de la Matemática. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Guacaneme, E. A. (2016) Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas. Tesis del Doctorado Interinstitucional en Educación – Énfasis en Educación Matemática. Cali: Universidad del Valle.
- Parra, E. Y. & Vargas, E. S. (2012). *¿Puede la conmensurabilidad cerrar el cerco a la inconmensurabilidad?* Trabajo de grado de la Licenciatura en Matemáticas. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Ríos, G. Y. & Sandoval, R. A. (2016). *Una aproximación al Libro X de Elementos de Euclides*. Trabajo de grado de la Licenciatura en Matemáticas. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Zafra, E. L. (2012). *¿Euclides es a proporción como Dedekind es a cortaduras?* Trabajo de grado de la Licenciatura en Matemáticas. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

2.7.TALLER B7

El Álgebra en la Escuela: Algunas perspectivas de trabajo desde la investigación y la enseñanza

Ligia Amparo Torres R., ligia.torres@correounivalle.edu.co,
Instituto de Educación y Pedagogía - Universidad del Valle.

Resumen.

En este taller se presentan algunas perspectivas de investigación y enseñanza para la introducción y desarrollo del álgebra en la escuela, mancomunadas con el desarrollo del pensamiento variacional. Estas perspectivas se han venido construyendo y desarrollando en las Licenciaturas y Maestría del Área de Educación Matemática y los programas de extensión y proyección social con profesores en ejercicio, de la Universidad del Valle. Tienen su origen en los resultados de investigaciones compiladas por Kieran (1996), las propuestas curriculares nacionales en matemáticas como los Lineamientos curriculares (1998) y los Estándares Básicos de Competencias (2006) y fundamentadas en los desarrollos investigativos del área y la Educación Matemática en general. En esta dirección en el taller inicialmente se presentará un panorama general de la investigación en este campo y luego se abordarán, con los participantes, las propuestas desde la perspectiva de las situaciones problema y actividades y los resultados de formación que se han venido logando y construyendo. Estas perspectivas aluden a la generalización de patrones numéricos y geométricos, a la Resolución de problemas, a la Modelación de fenómenos de distinta naturaleza, a La historia de las ideas algebraicas y la perspectiva Funcional.

Palabras claves. Álgebra escolar, generalización de patrones, modelación matemática, historia del álgebra, perspectiva funcional y resolución de problemas.

1. Temática y objetivos del taller o cursillo.

La investigación en didáctica del álgebra, la experiencia pedagógica personal, los análisis preliminares de propuestas curriculares nacionales e internacionales y los resultados de pruebas internas y externas en la instituciones educativas, evidencian, dificultades u obstáculos que se oponen a la comprensión y al aprendizaje del álgebra escolar. Entre estas dificultades sobresalen las experimentadas por los alumnos cuando se avanza a un sistema de representación más abstracto, en el cual aumenta tanto el poder del lenguaje simbólico como el grado de generalización. Tal circunstancia se da, por ejemplo, cuando las letras comienzan a sustituir a los números, como elementos concretos que han sido básicos en el trabajo matemático, hasta el momento y pasan a ser representados por letras como incógnitas, números generalizados, parámetros o variables. Estas dificultades se manifiestan, entre otras, en errores usuales de sintaxis cuando se trabaja operativamente con las expresiones algebraicas, errores de conversión cuando se utiliza el álgebra para resolver problemas escritos en el lenguaje cotidiano, e interpretaciones erróneas de expresiones algebraicas, dados los diferentes contextos en que ellas aparecen y los diversos fenómenos que organizan asociados, por ejemplo, a la variación y al cambio.

La investigación en las últimas décadas se ha centrado ya no en caracterizar, estos problemas, sino en proponer alternativas que permitan la continuidad o cierren la brecha, o superen los obstáculos ya caracterizados. Estas alternativas y aproximaciones al álgebra en la escuela, parten del hecho de que el álgebra elemental por su carácter más abstracto y en la cual las habilidades sintácticas requieren de un buen grado de competencia, requieren de la presencia de conceptos provenientes de la semiótica y análisis cercanos a la historia de las ideas algebraicas, entre otras (Fillooy 1998). Las diferentes aproximaciones han estado dirigidas a hacer este aprendizaje significativo para los estudiantes a quienes les haya sido propuesto: generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que rigen las relaciones numéricas, resolución de problemas, resolución de ecuaciones apoyada en el uso de modelos concretos, introducción de situaciones funcionales y de la modelación de fenómenos físicos y matemáticos (Kieran 1998).

El análisis de estas perspectivas ofrece una reflexión profunda sobre importantes características del pensamiento algebraico, sobre las dificultades que los estudiantes encuentran en el paso al álgebra y sobre las situaciones que puedan facilitar su desarrollo.

Se trata por lo tanto de presentar la validación de estas perspectivas de investigación y enseñanza a partir del estudio y análisis, con los participantes del taller, de algunas propuestas diseñadas e implementadas en trabajos de grado de pregrado, maestría y programas de formación de maestros de matemáticas en ejercicio, del Área de Educación Matemática de la Universidad del Valle.

2. Metodología.

El taller que se propone aquí, tiene como propósito fundamental compartir la experiencia investigativa y de enseñanza de varios trabajos de grado dirigidos por la proponente del taller, con algunos participantes del Coloquio regional de Matemáticas, a través de tres actividades:

- Presentación de una problemática particular con relación al paso de la aritmética al álgebra, sobre el desarrollo del pensamiento variacional y el razonamiento algebraico en la y algunos fundamentos teóricos o perspectivas para su tratamiento que sustentan las situaciones y actividades propuestas en algunos trabajos de grado de pregrado y maestría y de secuencias diseñadas en programas de formación de profesores en ejercicio para potenciar un acercamiento significativo a los conceptos y procedimientos del álgebra escolar y al pensamiento variacional y razonamiento algebraico.
- Explorar con los participantes del taller problemáticas similares en sus instituciones en torno a estos conceptos y poner en juego algunas de las situaciones y actividades de las propuestas de aula, desde las perspectivas de Generalización, Modelación, de Resolución de problemas, Funcional e Histórica. Este análisis se hará desde elementos curriculares, didácticos, matemáticos y de recursos.
- Compartir en una plenaria las observaciones, opiniones y análisis hechos por los participantes sobre las propuestas desde las dimensiones antes anotadas.

3. Descripción general del taller.

El taller pone en juego dos propuestas de aula diseñadas para la investigación o la enseñanza en algunos trabajos de grado. Dos propuestas desde cada una de las perspectivas de investigación y enseñanza.

Desde la perspectiva de generalización, se concibe el álgebra como el lenguaje para la expresión y manipulación de generalidades (Mason 1985, 1988 y 1998) y por lo tanto las tareas y actividades escolares para involucrar a los alumnos en el álgebra está relacionado con la expresión de la generalidad de patrones numéricos y geométricos y cuyo propósito es el tránsito de lo particular a lo general y viceversa. Esta perspectiva se presenta como una manera de pensar y actuar sobre los objetos algebraicos, donde en el proceso de constitución de éstos. Estos trabajos centran la atención en el proceso inductivo, como estrategia heurística para resolver problemas matemáticos. Llegan a conclusiones como las siguientes: La generalización depende tanto de la detención de un patrón, como de la identificación de un patrón apropiado. Así mismo considerar que el lenguaje numérico es una herramienta fundamental para la identificación de patrones y la forma de expresión de la generalidad se hace generalmente en forma retórica, el paso o la expresión algebraica es complejo. El uso de símbolos permite presentar el razonamiento de una manera concisa y así pueden tratarse a la vez grupos completos de ejemplos. Buena parte de la potencia que presentan los símbolos en matemáticas radica en su capacidad para expresar hechos generales. Sin embargo, explotar esta capacidad de los símbolos no resulta tan sencillo, sino que depende de que los símbolos se conviertan en algo tan familiar y significativo como los números a los que sustituyen.

Desde la perspectiva de modelación, se asume tal como Janvier (1996) enmarca la modelación en el trabajo de construcción del lenguaje algebraico y la define como un proceso que comprende dos fases: la fase de formulación y la fase de validación. En la fase de formulación se establecen las relaciones claves entre las variables del problema, lo cual puede hacerse a partir de medidas o conjeturas; posteriormente, se ejecutan una serie de transformaciones de tipo matemático que conducen a expresar el modelo en una expresión simbólica. La fase de validación comprende la constatación de la validez del modelo, a partir de la comparación con la situación que lo origina. Esta validación puede hacerse a través de mediciones, cálculos, etc, lo cual conduce a realizar ajustes en el modelo. Desde este enfoque, la fase de formulación es vital ya que en ella, desde la identificación de las relaciones claves entre las variables del problema, se deduce la regla que hace pertenecer esa relación a una familia de relaciones más general y que en últimas constituirían el modelo.

Desde la perspectiva histórica, los trabajos a presentar, después de una revisión inicial de documentos históricos (Euclides, Apolonio, Al-Khwarizmi, Cardano, Descartes) y de estudio de esos documentos (Gardies 2000, Rashed 1984, 1986 Hoyrup 1991, Vasco 1985, Acevedo 1997, Charbonneau 1996, Álvarez 2000, Puig 1998, 2006), permiten valorar que el estudio del desarrollo histórico de los objetos algebraicos devela la actividad y el pensamiento matemático en estado de evolución y cómo el desarrollo de algoritmos para solucionar ecuaciones abrió caminos hacia la construcción del significado de ecuación y hacia la generalidad. Además, como un estudio de la solución de ecuaciones por aproximación desemboca, como es natural, en la generación de métodos numéricos, estableciéndose una relación entre álgebra y teoría de números. Así mismo, cómo los sistemas numéricos han condicionado la posibilidad de resolver cierto tipo de ecuaciones.

Además, una perspectiva de introducción al álgebra y al estudio de las ecuaciones se refiere a la propuesta de hacerlo a través de la resolución de problemas, esta se nutre de una mirada a la historia de las ideas algebraicas para determinar la importancia que ha tenido la resolución de problemas en su desarrollo y valorarla en los procesos de enseñanza.

4. Resultados esperados.

Se espera con este taller lograr una reflexión, con los asistentes, sobre, el estado actual de la investigación en didáctica del álgebra, sobre situaciones problema, tareas y actividades que se pueden diseñar tanto para a investigación como para la enseñanza, desde propuestas particulares reportadas por la investigación a nivel internacional y validadas a nivel nacional en trabajos de grado de pregrado y maestría y puestas en juego en el aula de profesores en ejercicio en el marco de algunos programas de cualificación y formación. Así mismo, interactuar con los asistentes sobre sus experiencias sobre las temáticas tratadas en el taller y sus visiones de las mismas. Todo ello con el fin de fortalecer la comunidad de educación matemática en nuestro país.

Referencias

Lee, Lesley. (1996). An initiation into algebraic cultural through generalization activities. En: Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching. By A. J. Bishop et al (eds). Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands.

Mason, J. (1999). Rutas y Raíces del álgebra. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Traducción y Edición: Cecilia Agudelo Valderrama.

Heid, Kathleen. (1996). Reflections on mathematical modeling and the redefinition of algebraic thinking. En: Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching. By A. J. Bishop et al (eds). Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands.

Janvier, Claude. (1996). Modeling and the initiation into algebra. En: Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching. By A.J. Bishop et al (eds). Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands. p. 225-239

Janvier, C Claude, Charbonneau, L. et de Cotret, Sophie. (1989). Obstacles épistémologiques à la notion de variable: perspectives historiques. En: Bednarz, N. et Garnier, C. (Eds.). Construction des savoirs. Obstacles & Conflits. Ottawa: CIRADE. p. 64-75.

Torres, L., Valoyes, E. Y Malagón, R. (2002). Situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación al álgebra escolar. Bogotá. En: Revista EMA Vol.7, No. 2 pp 227-246

Rojano, T. y Sutherland, R., (1991). La sintaxis algebraica en el proyecto viético. En: Historia de las ideas algebraicas. Memorias del tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. Rojano et al (eds.) p.117-130.

Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números, revista de didáctica de las matemáticas*, 77, 5-34.

Pérez, A., Pérez, A. & Pérez, H. (2013). Secuencia didáctica para facilitar la transición entre la aritmética y el álgebra. En R. Flores (Ed.), *Acta latinoamericana de matemática educativa* (861-869). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

2.8.TALLER B8

ESTADISTICA DESCRIPTIVA MULTIVARIADA

Hernán Abdón García, habgarcia@gmail.com,
Universidad de Nariño.

Resumen. .Dado un conjunto de datos de varias variables: se analizará la estructura de los datos y de acuerdo a esto se realizarán los siguientes procedimientos estadísticos: análisis descriptivo Univariado, análisis simultaneo de todas las variables o un conjunto de éstas teniendo en cuenta el vector de medias, y las matrices de varianzas-covarianzas y correlación, apoyados en el Paquete estadístico Statgraphics

Palabras claves... Análisis Multivariado, Matriz de datos, varianza, correlación, Statgraphics.

1. Temática y objetivos del taller o cursillo.

Temática:

Análisis multivariado

Estructura y notación de los datos

Vector de Medias

Matriz de varianzas covarianzas

Matriz de Correlación

Varianza Generalizada

Representaciones gráficas

Aplicaciones con el Paquete Estadístico Statgraphics

Objetivo:

Utilizar algunas técnicas multivariadas elementales para el análisis de datos con el apoyo del Paquete Estadístico Statgraphics.

2. Metodología.

Se expondrá brevemente la temática y se resolverán ejercicios prácticos con apoyo del Paquete estadístico Statgraphics

3. Descripción general del taller.

Se analizarán casos prácticos utilizando algunas técnicas elementales multivariadas que nos permitan estudiar simultáneamente todas las variables o conjuntos de éstas con el apoyo del Paquete estadístico Statgraphics.

4. Resultados esperados.

Que los asistentes puedan aplicar estas técnicas en el análisis de casos prácticos.

Referencias

Díaz L. "Estadística Multivariada". Ed. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá. 2002.

Hair J., Anderson R., Tatham R., y Black W. "Análisis Multivariante". Ed. Prentice Hall, España 1999.

Peña D., "Análisis de datos multivariantes". Ed. McGraw-Hill. España 2002

3. CONFERENCIAS PARALELAS

3.1. CONFERENCIA PARALELA 1

Optimización Multi-objetivo, aplicando Análisis de Componentes Principales

Leonel Delgado Eraso, lederudenar@hotmail.com, Universidad de Nariño.

Resumen. El siguiente escrito contiene la definición, objetivos y propiedades de la técnica de reducción de variables mediante el análisis de componentes principales. Se define el MGI (Multivariante Global index) como una combinación lineal de los componentes principales obteniendo una función para optimizarla mediante alguna técnica mono-objetivo. Se aplicará otras técnicas como la distancia generalizada, la función de deseabilidad y el análisis envolvente de datos (DEA) a un diseño central compuesto rotatable 2^k para aplicar el GPE (Global Porcentaje Error) y comparar con la técnica del análisis de componentes principales.

Palabras claves. Optimización multi-objetivo, Optimización multi-respuesta, componentes principales, Análisis multi-respuesta.

1. Presentación.

Para la optimización mono-objetivo se han desarrollado varios métodos entre ellos: La Superficie de Respuesta, el método simplex de Nelder.Mead, el método de Programación cuadrática, el método de las direcciones factibles. El estudio de la optimización multi-objetivo tiene gran aplicación en todas las áreas del conocimiento, en la industria, en el comercio, en la ingeniería y en todas las investigaciones donde se tenga k factores y m respuestas. Varios métodos existen para la optimización multi-objetivo, la función de densidad, la función de Distancia Generalizada, el análisis envolvente de datos y métodos meta heurísticos como el algoritmo genético y las redes neuronales. Cuando el número de respuestas es muy grande los anteriores métodos se vuelven inmanejables y se recomienda usar el análisis de componentes principales como técnica de reducción de las respuestas a unas pocas que explican la mayor variabilidad, logrando con ello otras nuevas variables llamadas componentes que tienen como principal característica ser ortogonales y no están correlacionadas. Los componentes principales aplican como herramienta fundamental que son los valores propios y los vectores propios de la matriz de correlación de las respuestas, y mediante una combinación lineal de los valores propios y los componentes principales seleccionados se construye el Índice Global Multivariante (MGI, por sus sigla en inglés) para luego aplicar los métodos mono-objetivos y determinar el punto óptimo.

Se aplicaron las otras técnicas multivariantes y mediante el GPE se comparó con los resultados de componentes principales.

2. Desarrollo de la temática.

OBJETIVOS DEL PCA.

Los objetivos más importantes de todo análisis por componentes principales son:

- ✓ Generar nuevas variables que puedan expresar la información contenida en el conjunto original de datos.
- ✓ Reducir la dimensionalidad el problema que se está tratando.
- ✓ Eliminar, cuando sea posible, algunas de las variables originales ya sea porque ellas aportan poca información o porque una variable contiene en parte información ya suministrada por otra variable.

DEFINICION DEL PCA

Las nuevas variables generadas se denominan componentes principales que son combinaciones lineales de las variables originales y no están correlacionadas entre ellas. El estudio se centra en las componentes que sintetizan la mayor variabilidad del sistema de puntos.

PROPIEDADES DE LOS COMPONENTES

- 1.) Conservan la misma variabilidad inicial: La suma de las varianzas de los componentes es igual a la suma de las varianzas de las variables originales

$$\text{Var}(z_j) = \lambda_j$$

Sabemos que la suma de las varianzas en \mathbf{S} es la suma de la traza de la matriz \mathbf{S} , entonces

$$\text{traza}(\mathbf{S}) = \text{var}(x_1) + \text{var}(x_2) + \dots + \text{var}(x_p) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p$$

- 2.) La proporción de variabilidad explicada por un componente es el cociente entre su varianza (valor propio asociado al vector propio que lo define), y la suma de los valores propios de la matriz.

La proporción de la variabilidad total explicada por el componente j es:

$$\frac{\lambda_j}{\sum \lambda_j}$$

Considerando los valores propios de la matriz de correlación como un conjunto de pesos de los puntajes de PC más representativos, Paiva [12] estableció un índice global multivariado (MGI), obtenido con la suma de los productos de componentes significativos ponderados por sus respectivos valores propios. Al crear y modelar la superficie de respuesta MGI, se puede aplicar una estrategia de programación no lineal restringida, como se describe en la Ec. (12):

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } MGI &= \sum_{i=1}^l [\lambda_i(PC_{si})] \\ \text{Sujeto a: } x^T x &\leq \rho^2 \end{aligned} \quad (12)$$

donde l es el número de componentes principales seleccionados, λ_i es el i -ésimo autovalor más grande y PC_{si} es el i th mayor PC_{score} .

Para comparar la adecuación de los modelos, se calculó el error porcentual global (GPE) para los resultados de cada método, utilizando la ecuación

$$GPE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{\theta_i} - 1 \right|$$

donde: y_i^* son valores de las respuestas óptimas, θ_i , objetivos definidos, m , número de respuestas..

Ejemplo: Se trabajó el ejercicio 7.5 propuesto en el libro de Khuri-Cornell y se obtuvo los siguientes resultados:

	DGF	DESEABILIDAD	DEA	PCA
GPE	0,02572	0,025499	0,05527	0,027566
X_1	-0,4446	-0,4822	-0,02308	-0,3514
X_2	1,4434	1,3560	0,0783	0,8895
X_3	0,7399	0,8701	0,1658	0,6194

3. Conclusiones.

Aplicado Análisis de Componentes Principales los problemas de optimización multi-objetivo bajan la dimensionalidad en las variables respuestas.

Las aplicaciones que se han desarrollado se hicieron con diseños central compuesto rotatable 2^k pero es aplicado a cualquier otro diseño y a cualquier campos de las ciencias, donde se tenga k factores y m respuestas.

El análisis de componentes principales comparado mediante el GPE, y la distancia generalizada, la función de deseabilidad y el Análisis envolvente de datos se obtienen porcentajes similares.

4. Referencias bibliográficas.

[1] Derringer, G. y R. Suich. (3) "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", Journal of Quality Technology, vol. 12, pp. 214-219]

[2] Montgomery, Douglas. "Diseño y análisis de experimentos". Editorial Limusa Wiley. 2004

[3] Khuri, A. I. y J. A. Cornell. Response Surfaces: Designed and Analyses. 2ª. Edición, Dekker, Nueva York.

[4] Gutierrez, Humberto. Y De La Vara Salzar, Román. "Análisis y Diseño de Experimentos" Segunda Edición.

[5] De la Vara, R. y Domínguez, J. (1998). "Metología de Superficie de Respuesta". Comunicación Técnica, I-90-08, CIMAT.

[6] Del Castillo, E.; Montgomery, D. C. and McCarville, D. R. (1996). "Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization". Journal of Quality Technology.

[7] Bolch, B.W., Huang, C.T., 1974. Métodos Estadísticos Multivariados para Negocios y Economía. Prentice-Hall, Acantilados de Englewood, Nueva Jersey.

[8] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., 1978. Medición de la eficiencia de las unidades de toma de decisiones. Revista Europea de Investigación Operativa 2, 429-444.

[9] Charnes, A. Cooper, W.W., Li, S., 1989. Utilizando el análisis de envoltura de datos para evaluar la eficiencia en el desempeño económico de las ciudades chinas. Planificación Socio-Económica 23, 325-344.

3.2. CONFERENCIA PARALELA 2

Apartes del proyecto de incorporación de la Historia de las Matemáticas en Colombia al currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño

Vicente Erdulfo Ortega Patiño, veortegap@hotmail.com, Universidad de Nariño.
Andrés Chaves Beltrán, ancbel@yahoo.es, Universidad de Nariño.

Resumen. Se presenta apartes del proyecto que denominado Historia de las Matemáticas en Colombia: una innovación al currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño.¹ Con este proyecto se apuesta a llenar un vacío que caracteriza los programas universitarios de Matemáticas y de Licenciatura en Matemáticas del país, relacionado con la falta de incorporación de la Historia de la Matemática en Colombia en sus currículos

Palabras claves. Historia de las matemáticas en Colombia, Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Nariño.

1. Presentación y desarrollo de la temática.

La historia de las matemáticas en los programas de Licenciaturas en Matemáticas en Colombia, ha tomado como referente principal la matemática occidental, originada en la civilización griega y derivada del eurocentrismo. Este hecho se explica, debido a que, normalmente, estos programas cuentan con una sola asignatura de historia de las matemáticas, y el abarcar un contenido amplio de ésta, incita y condiciona a los profesores a plantear una historiografía de los conceptos, cuyo propósito se reduce a visualizar el camino que ha tenido que atravesar una ciencia, como las matemáticas, hasta llegar a un grado de formalización como el de la actualidad.

La Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño cuenta con la línea denominada Historia y Epistemología de la Evolución del Pensamiento Matemático. Esta línea se apoya con cuatro asignaturas obligatorias y algunas más de carácter electivo. En ese sentido, el programa cuenta con una fortaleza, en la formación de los estudiantes, en cuanto a contenidos de Historia de las Matemáticas, sin embargo, los mismos se han centrado en un enfoque internalista sobre las matemáticas occidentales.

De otro lado, el V Encuentro Nacional de Historia y Educación Matemática (ENHEM V), desarrollado en noviembre de 2015 en Bogotá, hizo énfasis en promover ponencias sobre la historia de las matemáticas en Colombia, a partir de lo cual se pudo evidenciar el interés de diversos ponentes y asistentes en iniciar y/o profundizar en las indagaciones sobre esta materia. De hecho, una observación que se hizo, en el marco del evento, y a manera de tarea para la comunidad de historiadores de las matemáticas en Colombia, fue la siguiente: *sin olvidar la historia occidental de las matemáticas y, teniendo en cuenta las matemáticas orientales, debemos comprometernos con el reconocimiento de nuestra propia historia.*

Lo anterior refleja la necesidad de una comunidad académica, en este caso la de historiadores colombianos de las matemáticas, de comprometerse en proyectos encaminados a plantear historiografías de las matemáticas en Colombia, reconociendo que se trata de un campo amplio y con enfoques diversos, que pueden servir para reconocernos en un mundo globalizado y que también permitiría fortalecer, desde lo epistémico, las diversas vertientes que han tomado las matemáticas en nuestro territorio.

A nivel de Colombia, a mediados de la década de 1970, el proyecto del profesor Víctor Albis surgió como una apuesta que se ha ido consolidando y que, en años posteriores, la asumió como propia la profesora Clara Helena Sánchez. También es de reconocer los esfuerzos iniciados por el profesor Luis Carlos Arboleda de la Universidad del Valle, quien, desde los años 1980, ha realizado una labor pionera que actualmente tiene el reconocimiento de haber creado Escuela en Historia de las Matemáticas.

Con este proyecto no se pretende abordar toda la complejidad del problema enunciado; simplemente se apuesta a llenar un vacío característico de los programas universitarios de Matemáticas y de Licenciatura en Matemáticas del país, relacionado con la falta de incorporación de la Historia de la Matemática en Colombia en sus currículos.

Así el objetivo general de este proyecto es incorporar el estudio de la Historia de las Matemáticas en Colombia, como línea de investigación articulada con los demás campos de formación, en el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño. Para tal efecto, se tratará de esclarecer las condiciones y procesos mediante los cuales se llegó a la recepción de teorías y enfoques que propiciaron el desarrollo de procesos investigativos, lo mismo que las causas y circunstancias ideológicas, epistemológicas y sociales que posibilitaron o constituyeron obstáculo para la aceptación y/o el avance de dichas teorías y enfoques, en el desarrollo de las matemáticas y de su historia, en Colombia.

Para abordar estas cuestiones, se ha propuesto, en una primera etapa, dirigir trabajos de grado, a manera de monografía, encaminados a estudiar, entre otros contenidos, los referidos a la bibliografía propuesta. En el momento se trabajan las siguientes temáticas: geometrías no euclidianas en Colombia, Recepción del ideario de Newton en la Nueva Granada a partir de la traducción de Mutis de los *Principia*, Comparativa de la recepción entre el cálculo de Newton y el de Leibniz en Colombia, Aspectos del proceso de internacionalización de la matemática polaca del periodo Entreguerras y su adaptación a Colombia. Una segunda etapa, es incorporación, a manera de exposición, de estos temas en las asignaturas Época Moderna y Época Contemporánea, correspondientes a séptimo y octavo semestre, respectivamente, de la Licenciatura; en este caso, a los estudiantes se les propone una lectura de uno de los apartados, en la clase se presenta ideas generales y metodología de elaboración de este apartado. Se espera que a partir de estas exposiciones, se genere la conveniencia y la necesidad de profundizar cada vez más en el desarrollo de las indagaciones histórico epistemológicas, de tal forma que se pueda originar propuestas de trabajo de grado y proyectos de investigación de mayor profundidad y alcance.

Como se trata de un proyecto relacionado con un programa de Licenciatura en Matemáticas, se propone, en primera instancia, desarrollar un proceso de investigación formativa que fortalezca el aporte de la componente en Historia y Epistemología de las Matemáticas, en la formación de los licenciados, y en segunda instancia, robustezca esta componente, de manera progresiva, para abordar proyectos de investigación propiamente dicha.

Se reitera el propósito de que el proyecto contribuya a fortalecer la línea de investigación en Historia y Epistemología de las Matemáticas, como componente de formación del licenciado en matemáticas, y de la misma genere mayores expectativas e interés sobre el estudio del desarrollo histórico de las matemáticas en Colombia.

2. Conclusiones.

Al ser un proyecto en desarrollo, no se presenta conclusiones finales.

3. Referencias bibliográficas.

Albis, V., & Sanchez, C. H. (1997). Conservación del patrimonio matemático nacional. *Lecturas Matemáticas*, 18, nº 1, 83-93.

Arbeláez, G. (2011). *Proceso de instauración del análisis matemático en Colombia: 1850-1950*. Tesis de doctorado en Educación Matemática. Universidad del Valle.

Arbeláez, G., & Recalde, L. C. (2012). El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950). *Quipu*, vol. 14, núm. 3 septiembre-diciembre de 2012, 363-394.

Anacona, M. & Arboleda, L.C. (1996). Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito Armero (1865-1920). *Quipu* 11, nº 1 (1996): 7-24.

Chaves, A. (2014). *La teoría de conjuntos en el periodo Entreguerras: la internacionalización de la matemática polaca a través de Fundamenta Mathematicae y Sierpinski*. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.

Guacaneme, E. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad del Valle.

Obregon, D., Osorio, L. E., & Vasco, C. E. (1993). *Historia social de la ciencia en Colombia*. Tomo I. Fundamentos Teorico-Methodologicos. Vol. 1. Bogotá.: Colciencias.

Poveda, G. (2012). *Historia de las matemáticas en Colombia*. Editorial: U. Autónoma Latinoamericana - UNAULA.

Sánchez, C. H. (1999). Matemáticas en Colombia en el Siglo XIX. *LLULL*, vol. 22, 1999, 687-705

Schubring, Gert. (2005). *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition*. New York: Springer Verlag.

Grupo Proclo. Historia Mathematica Colombiana. Disponible en web: <http://accefyn.org.co/historia-matematica/mathematica/bibliografias.htm#paghistoria>

3.3. CONFERENCIA PARALELA 3

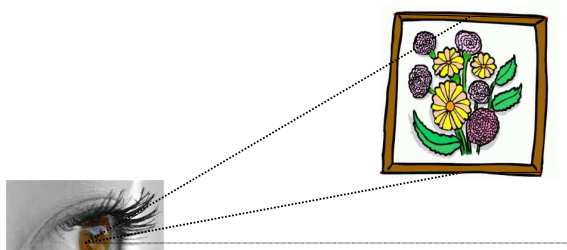
EL PROBLEMA DE REGIOMONTANO

Óscar Fernando Soto Ágreda, fsoto@udenar.edu.co, Universidad de Nariño.

Resumen. Johann Müller Regiomontano fue un astrónomo y matemático alemán del siglo XV. Su nombre real es Johann Müller y el apodo "Regiomontano" proviene de la traducción latina del nombre de la ciudad alemana donde nació: Königsberg. Resultó un niño prodigio y como tal propuso varios problemas, uno entre tantos, se conoce como el PROBLEMA DE REGIOMONTANO que es un problema de optimización que se resuelve por métodos analíticos, algebraicos y geométricos. La solución geométrica se alcanza al resolver uno de los casos del famoso problema de Apolonio.

Palabras claves. Problema, Optimización, Arco Capaz.

1. Presentación.



El problema en cuestión, señala el encontrar el punto en que la línea de visión horizontal alcanza a tomar el máximo valor para el ángulo formado entre el borde superior y el inferior de un cuadro colgado en una pared vertical, si el punto de visión se desplaza por ese eje, siendo que al alejarse, tal ángulo adopta valores pequeños al igual que si el observador se acerca a la pared.

El problema, es uno de los primeros que se convierte en problema de optimización y se puede resolver por diferentes caminos. En la conferencia, se muestran, tres vías particulares, la utilización del cálculo diferencial como una aplicación de la derivada, un camino esencialmente algebraico y otro geométrico que lo asocia con el problema de tangentes de Apolonio. En la solución, aparecen conceptos como el de arco capaz, potencia de un punto respecto de una circunferencia, punto de tangencia y otros inherentes a la solución.

2. Desarrollo de la temática.

La conferencia presenta el modelo creado en el asistente geométrico CABRI GEOMETRE para lograr la comprensión total del problema y evidenciar que en efecto, la función descrita por la distancia del punto de

visión respecto de la pared donde cuelga el cuadro, alcanza un máximo valor entre cero y el infinito, siendo que en los extremos del intervalo de definición de la función, los valores del ángulo se acercan a cero.

Fijada la evidencia que persigue la comprensión del problema, se presentan una a una cada solución, comenzando con la analítica, seguida de la algebraica y se finaliza con la solución geométrica que recuerda el problema de Apolonio, allí se hará una explicación de la forma de llegar a la solución y la comprensión del problema de Apolonio.

3. Conclusiones.

Los problemas que tienen varias vías de solución, incluso caminos que se alejan de los tradicionales, siempre resultan atractivos y suelen atrapar a novatos, despertando la vocación por el estudio de la matemática de manera profesional.

El empleo de la modelación en los problemas, lejos de ser un recurso innovador, facilita su comprensión y brinda pautas que redireccionan el trabajo del profesional e ilustrar e inspiran el del aprendiz.

Problemas sencillos, como el que se presenta en la conferencia, son ilustrativos y motivan el quehacer docente y estudiantil.

4. Referencias bibliográficas.

- SMITH T., ROBERT & MINTON, R. Cálculo. Tomo 1. MacGraw-Hill. México. 2000.
- LARSON – HOSTETLER. Cálculo y Geometría Analítica. McGraw-Hill. México. 2001.
- LEITHOLD, Louis. El Cálculo con Geometría analítica. Editorial Harla. México, 1999.
- EDWARDS Y PENNEY. Cálculo con Geometría Analítica. Prentice-Hall Hispanoamericana. México. 1994.
- STEWART, James. CALCULO: Conceptos y contextos. Internacional Thomson Editores. México, 2002.
- LARSON-HOSTETLER. Cálculo y Geometría Analítica. McGraw-Hill México, 2002.
- MARTIN, G. (1998). Geometric Construction. Editorial Springer-Verlag. Nueva York.
- MOISE, E. (1980). Geometría elemental desde un punto de vista avanzado. Compañía editorial Continental S.A., México.
- MOISE, E y DOWNS, F. (1986). Geometría Moderna. Addison Wesley Iberoamericana Editores. México.

- PASTOR, R. y ADAM, P. (1965). Geometría Racional. Tomo 1: Geometría Plana. Editorial San Agustín. Madrid.

3.4. CONFERENCIA PARALELA 4

Recursos para enseñar geometría: un tema crítico en el trabajo del profesor

Marisol Santacruz Rodríguez, msantacruzr@convestav.mx, Cinvestav-IPN.

Resumen. Presento algunos resultados de una investigación reflexiva del trabajo documental de un profesor de primaria para enseñar geometría usando distinto tipo de recursos. Priorizo la identificación del universo de recursos para la clase como una de las actividades críticas para el profesor; en la cuales pone en juego sus conocimientos sobre el objeto de enseñanza, los recursos y las maneras de usarlos en clase. El análisis realizado permite evidenciar la existencia de ciertos conocimientos (sobre los recursos y sus usos) en el trabajo del profesor que se pudo representar como un mapa de recursos. También tenemos evidencia del papel de la reflexión, como análisis de la práctica, en el desarrollo profesional del profesor.

Palabras claves. Recursos, trabajo documental, enseñanza de la geometría, primaria.

1. Presentación.

La problemática que me interesa indagar radica en que sabemos muy poco sobre qué recursos realmente usan los profesores y con qué propósitos los usan para esto, presento un estudio de caso en el cual logro dar cuenta de la importancia que tiene para el profesor el identificar el universo de recursos a los cuales tiene acceso y que constituye una actividad crítica (en el sentido de prioritaria) en su trabajo documental (Gueudet & Trouche, 2009). También incluyo en el análisis la idea de paradigma geométrico propuesto por Kuzniak (2011).

2. Desarrollo de la temática.

Para Gueudet y Trouche (2009) un recurso es todo aquello que proyecta el trabajo del profesor, es decir, lo que los profesores usan para trabajar. Por su parte, un documento es una entidad mixta compuesta entre un recurso (o varios de ellos) más ciertos conocimientos sobre los recursos y cómo usarlos. Finalmente, un sistema de recursos corresponde a un conjunto estructurado de recursos disponibles para ser usados por el profesor.

Este marco permite estudiar el trabajo documental del profesor, sin embargo, me interesa agregar la idea de paradigma geométrico en el análisis. Kuzniak (2011) reconoce que un paradigma constituye una manera de interpretar la realidad a partir de acuerdos teóricos y metodológicos compartidos por una comunidad, de manera que orienta la acción de quienes pertenecen a esa comunidad particular. En ese sentido, se distinguen varios paradigmas geométricos en la enseñanza: geometría natural (técnica y práctica); geometría axiomática natural (modelizante), y geometría axiomática verbal (Kuzniak, 2011).

Miguel (seudónimo) es el participante en el estudio de caso (profesor de escuela pública, ingresa al servicio por concurso docente, 23 años de experiencia) . En una de sus últimas representaciones de su sistema de recursos (para enseñar geometría), Miguel reconoce algunos aspectos de la variedad de los recursos de los que dispone y su organización (ver Figura 1):

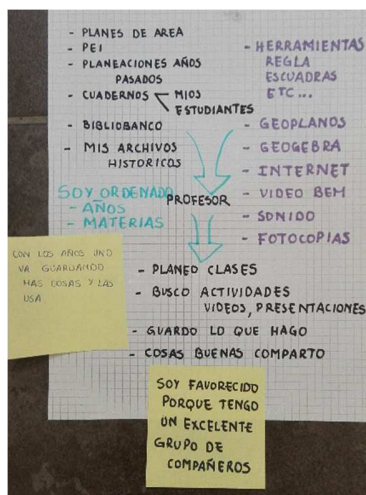


Figura 1. Sistema de recursos de Miguel (diciembre de 2017)

Para llegar a esta representación de su sistema de recursos Miguel realizó una reflexión durante varios días sobre qué recursos usa para sus clases. Miguel reconoce que es trabajo del profesor diseñar recursos, irlos mejorando, adaptando. Que son recursos perfectibles y re-utilizables. También expresa estrategias para acceder a los recursos. Algunos elementos interesantes del sistema de recursos de Miguel es la existencia de dos grandes categorías de recursos: recursos para planear la clase y recursos para hacer geometría durante la clase (énfasis en herramientas para construir como regla, escuadras o GeoGebra).

En otras entrevistas, es posible reconocer que Miguel enfatiza en actividades propias del paradigma de la geometría natural (Kuzniak, 2011). En este paradigma, la actividad está estrechamente ligada con el mundo real, donde la fuente de validación es lo sensible, donde es posible el juego de ir y volver entre el modelo y la realidad y es muy importante la aproximación y la medida. El uso de instrumentos es esencial en esta geometría y una de la actividades priorizadas por Miguel con la intervención de distintos recursos.

Efectivamente, Miguel propone un uso intensivo de gráficos (en papel, digitales, en el tablero, etc.), de actividades como recortar, plegar, calcar, medir y otras. En las reflexiones de Miguel aún

no se hace un tránsito explícito hacia la geometría axiomática natural, aunque el profesor reconoce su insistencia en lo que el llama conceptualización. Por ejemplo, en una de las clases preparada por Miguel (al final del año escolar) pone en juego un recurso que usa Geogebra para profundizar en la conceptualización de ideas geométricas (traslaciones, rotaciones, simetrías y teselaciones) con el fin de que los estudiantes sigan instrucciones para construir figuras y realicen pruebas empíricas de algunas propiedades (sobre todo a través de la medición).

3. Conclusiones.

Mis comentarios finales tiene que ver con la importancia del estudio de las interacciones profesor-recursos. Evidentemente, analizar el trabajo del profesor a partir de reconocer qué recursos usa, por qué, cómo los dispone para la clase, cómo los prioriza, son preguntas que nos permiten comprender al profesor, el contexto en que realiza su trabajo y los conocimientos que pone en juego. Todo esto a partir de propiciar la reflexión del profesor como una estrategia que le permite analizar su práctica y retroalimentarla. Esta investigación me permitió profundizar un poco más en temas muy específicos del trabajo documental del profesor relacionados con su sistema de recursos pero deja abiertas preguntas mucho puntuales, por ejemplo, sobre la selección de los recursos.

4. Referencias bibliográficas.

- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.
- Kuhn, T. (1995). *Estructura de las Revoluciones Científicas*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Kuzniak A. (2011). L'Espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 16, 9–24.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Collaborative work with resources and teacher professional development. En Pepin, B. (Ed.). *Re-sourcing mathematics teacher work and knowledge: new perspectives on resource design, use and teacher collaboration*. San Francisco, United States: AERA 2013. Retrieved from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01567270>

3.5. CONFERENCIA PARALELA 5

Identificación de las características que inciden en el rendimiento académico de los estudiantes de pregrado de la universidad de Nariño usando minería de datos.

Sandra Viviana Escobar Madroñero, Jaime Harvey Enríquez Tulcán,
sandraescobar2008@hotmail.com, j.enriquez@utp.edu.co, Universidad de Nariño.

Resumen: El rendimiento académico en colegios y universidades es un tema de investigación de interés continuo; se aprovecha cualquier técnica, metodología o herramienta nueva para estudiarlo. Aquí, se abordó el problema de identificar características de rendimiento académico en estudiantes de pregrado entre los años 2010 y 2014 de la universidad de Nariño usando minería de datos. Interesa predecir el promedio académico acumulado y determinar qué variables influyen más en la predicción a través de técnicas cuya variable objetivo sea numérica, se selecciona la mejor de ellas, para este caso máquina de vectores de soporte (SMV-R); y se continúa el estudio usando la metodología CRISP-DM. Adicionalmente, se ejecuta un análisis de clustering para tratar de encontrar patrones en los datos y se obtienen conclusiones.

Palabras claves. Rendimiento, académico, minería, datos

1. Presentación.

La Minería de Datos es un campo interdisciplinario, que en términos generales; organiza, procesa, analiza y genera reportes de grandes volúmenes de datos con el objetivo de descubrir información útil en la forma de relaciones, tendencias y patrones significativos y nuevos que pueden ayudar en la toma de decisiones y mejoramiento de procesos para organizaciones o empresas de diferente tipo.

(Pérez López and Santín Gonzalez) mencionan respecto de la minería de datos “Las técnicas de minería de datos persiguen el descubrimiento automático del conocimiento contenido en la información almacenada de modo ordenado en grandes bases de datos. Estas técnicas tienen como objetivo descubrir patrones, perfiles, y tendencias a través del análisis de los datos utilizando tecnologías de reconocimiento de patrones, redes neuronales, lógica difusa, algoritmos genéticos y otras técnicas avanzadas de análisis de datos”, a esta lista de técnicas se puede agregar: clustering, predicción y otras técnicas de análisis multivariado.

En los últimos años ha habido un interés creciente en utilizar la Minería de Datos en la educación, en colegios y especialmente en universidades; para analizar el rendimiento académico estudiantil y en función de los resultados tomar decisiones que beneficien a los estudiantes y a las instituciones.

En la actualidad existe una elevada preocupación en torno al bajo nivel de aprovechamiento estudiantil reflejado en altos índices de mortalidad académica, deserción, entre otros y los factores que pueden influir en este, por lo que varios centros educativos muestran especial interés en investigar este tema con el fin de establecer políticas institucionales que permitan actuar de manera preventiva frente a situaciones que puedan afectar el rendimiento académico de un estudiante y no de una manera recuperadora como sucede actualmente.

El rendimiento académico es un factor que se ve influenciado tanto por las condiciones internas de las instituciones educativas, como por la labor docente llevada a cabo por cada uno de sus maestros, sin embargo no se puede desconocer cómo las características propias de los estudiantes influyen de manera positiva o negativa en el rendimiento académico. Por lo tanto existen muchos factores que intervienen o condicionan este rendimiento, de ahí que este trabajo centre su interés en determinar las características relacionadas con las condiciones de vida, situación socioeconómico, características demográficas, antecedentes escolares y el rendimiento académico de los estudiantes de pregrado de la Universidad de Nariño, definiendo; en esta investigación, el rendimiento académico como el promedio acumulado resultado de las valoraciones cuantitativas emitidas por semestre académico.

2. Desarrollo de la temática.

1. Introducción Minería de datos y Rendimiento Académico
2. Definición del problema
3. Antecedentes
4. Objetivos
5. Diseño metodológico
6. Datasets
7. Correlación
8. Importancia de las variables
9. Máquinas de vectores de soporte
10. K-Means
11. Entendimiento y organización de los datos
12. Modelamiento
13. Evaluación
14. Resultados
15. Conclusiones
16. Recomendaciones

3. Conclusiones.

1. De los modelos de minería de datos para predicción, el mejor de todos fue las máquinas de vectores de soporte, esta misma situación se presenta en los antecedentes revisados que utilizaron esta técnica y que de verdad la recomiendan para problemas de rendimiento académico.
2. Como están provistos los datos, el modelo de segmentación no permite identificar claramente un clúster para el rendimiento académico bajo.
3. Luego de haber analizado los modelos de predicción, se puede ver que el rendimiento es más bajo en los 2 primeros semestres. Esta situación se evidencia en el análisis de las variables para el problema de predicción en ambos repositorios de las carreras técnicas y las humanísticas.
4. Las variables de los puntajes del examen ICFES si influyen en el rendimiento académico.
5. El sexo, la situación socioeconómica y la demográfica del estudiante afectan su rendimiento académico.
6. De los resultados se puede ver que si un estudiante tiene un promedio ponderado alto para el ingreso a la universidad, no garantiza que su rendimiento académico sea el mejor.

7. El rendimiento medio es compartido por hombres y mujeres, el rendimiento muy bajo es una característica mayoritariamente masculina y las mujeres tienen mejor rendimiento académico que los hombres, se puede evidenciar en los modelos de predicción y segmentación.

4. Referencias bibliográficas.

- Alcover, R., et al. *Análisis Del Rendimiento Académico En Los Estudios de Informática de La Universidad Politécnica de Valencia Aplicando Técnicas de Minería de Datos*.
- Álvarez, María Teresa, and Hernán García. *Factores Que Predicen El Rendimiento Universitario*. Universidad de Nariño, 1996.
- Bramer, Max A. *Principles of Data Mining*. 2007, doi:10.1007/978-1-84628-766-4.
- Carvajal Olaya, Patricia, et al. *MODELOS DE PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICAS I EN LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA*. 2009, <http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/download/2323/1237>.
- Chapman, Pete, et al. "Crisp-Dm 1.0." *CRISP-DM Consortium*, 2000, p. 76, doi:10.1109/ICETET.2008.239.
- Deng, Naiyang, et al. *Support Vector Machines Optimization Based Theory, Algorithms, and Extensions*. 2013.
- Harwati, et al. "Mapping Student's Performance Based on Data Mining Approach (A Case Study)." *Agriculture and Agricultural Science Procedia*, vol. 3, 2015, pp. 173–177, doi:10.1016/j.aaspro.2015.01.034.
- Hastie, Trevor, et al. "The Elements of Statistical Learning." *Elements*, vol. 1, 2009, pp. 337–387, doi:10.1007/b94608.
- IBM, Corp. *Nodos de Modelado de IBM SPSS Modeler 18.0*. 2016.
- Kantardzic, Mehmed. *Data Mining Concepts, Models, Methods, and Algorithms*. Vol. 12, IEEE Press, 2011, doi:10.1007/978-3-642-19721-5.
- Ktona, Ana, et al. "Extracting Relationships between Students' Academic Performance and Their Area of Interest Using Data Mining Techniques." *2014 Sixth International Conference on Computational Intelligence, Communication Systems and Networks*, 2014, pp. 6–11, doi:10.1109/CICSyN.2014.18.
- Lanzarini, Laura, et al. *Academic Performance of University Students and Its Relation with Employment*. 2015.
- Merchán, S. M., and J. A. Duarte. "Analysis of Data Mining Techniques for Constructing a Predictive Model

- for Academic Performance." *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 6, 2016, pp. 2783–2788, doi:10.1109/TLA.2016.7555255.
- Nariño, Universidad de. *ESTATUTO ESTUDIANTIL DE PREGRADO DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO*. 1998, p. 60, <http://www2.udenar.edu.co/recursos/wp-content/uploads/2017/08/document-est.pdf>.
- Orallo, Jose Hernandez, et al. "Introducción a La Minería De Datos." *Introduccion a La Minería de Datos*, 2004, <http://users.dsic.upv.es/~flip/LibroMD/>.
- Pérez López, César. *MODELOS PREDICTIVOS, REDES NEURONALES Y TECNICAS DE SEGMENTACION Con IBM SPSS MODELER*. 2016.
- Pérez López, César, and Daniel Santín Gonzalez. *Minería de Datos. Técnicas Y Herramientas*. Paraninfo, 2007.
- Perez Marqués, Maria. *Minería de Datos a Través de Ejemplos*. 2015.
- Poh, Norman, and Ian Smythe. "To What Extend Can We Predict Students' Performance? A Case Study in Colleges in South Africa." *IEEE SSCI 2014 - 2014 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence - CIDM 2014: 2014 IEEE Symposium on Computational Intelligence and Data Mining, Proceedings*, 2015, pp. 416–421, doi:10.1109/CIDM.2014.7008698.
- Porcel, Eduardo Adolfo; Dapozo, Gladys Noemí;, and Maria Victoria Lopéz. *Predicción Del Rendimiento Académico de Alumnos de Primer Año de La FACENA (UNNE) En Función de Su Caracterización Socioeducativa*. Aug. 2010, <https://redie.uabc.mx/redie/article/view/264/730>.
- Saltelli, Andrea, et al. *Sensitivity Analysis*. Wiley, 2009.
- Slim, Ahmad, et al. "Predicting Student Success Based on Prior Performance." *IEEE SSCI 2014 - 2014 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence - CIDM 2014: 2014 IEEE Symposium on Computational Intelligence and Data Mining, Proceedings*, 2015, pp. 410–415, doi:10.1109/CIDM.2014.7008697.
- Sorour, Shaymaa E., et al. "Comments Data Mining for Evaluating Student's Performance." *Proceedings - 2014 IIAI 3rd International Conference on Advanced Applied Informatics, IIAI-AAI 2014*, 2014, pp. 25–30, doi:10.1109/IIAI-AAI.2014.17.
- SPSS Modeler. *Algorithms Guide*. 2016.
- Tobergte, David R., and Shirley Curtis. "Machine Learning with R." *Journal of Chemical Information and Modeling*, vol. 53, no. 9, 2013, doi:10.1017/CBO9781107415324.004.
- Vialardi, César, et al. "A Data Mining Approach to Guide Students through the Enrollment Process Based on

Academic Performance.” *User Modeling and User-Adapted Interaction*, vol. 21, no. 1–2, 2011, pp. 217–248, doi:10.1007/s11257-011-9098-4.

Wendler, Tilo, and Sören Gröttrup. *Data Mining with SPSS Modeler*. 2016, doi:10.1007/978-3-319-28709-6.

3.6. CONFERENCIA PARALELA 6

REGRESIÓN LINEAL BIVARIADA CON RESIDUALES NO VERTICALES

Álvaro de Jesús Villota Viveros, vvvillota@live.com, Universidad Cooperativa de Colombia – Academia Nacional de Medicina.

Resumen. Tradicionalmente, la regresión lineal bivariada recurre a los residuales en la variable dependiente “Y” para definir parámetros, sin embargo las distancias de los puntos a la Recta de Mínimos Cuadrados deben estar medidas en una orientación diferente dependiendo de la relación entre las varianzas de los errores de las dos variables. Esto sucede cuando se practican mediciones en ambas variables. Si las varianzas en los errores son iguales, las distancias entre los puntos y la recta se medirán sobre trayectorias perpendiculares a la misma. Pero si la relación de varianzas tiene otro valor, las orientaciones de las distancias pueden tomar cualquier ángulo en el intervalo (0 - π). En el presente trabajo se indica el proceso para obtener los parámetros bajo cualquier relación de varianzas y se expone un método inédito creación del autor, que generaliza todos los casos y se coteja con la Regresión de Deming que aborda también este tópico.

Palabras claves. Regresión lineal bivariada, relación de varianzas de errores, Recta de Mínimos Cuadrados

4. Presentación del problema.

La relación de varianzas de errores en la Regresión Lineal Bivariada, es un factor que no se aplica con frecuencia en la solución de problemas teórico prácticos, por lo tanto los resultados de los proyectos que emplean la Recta de Mínimos Cuadrados se privan de su importante instrumentación. El estudio que se presenta enfatiza en la importancia del mencionado cociente y suministra las herramientas conceptuales necesarias para su aplicación

5. Desarrollo de la temática.

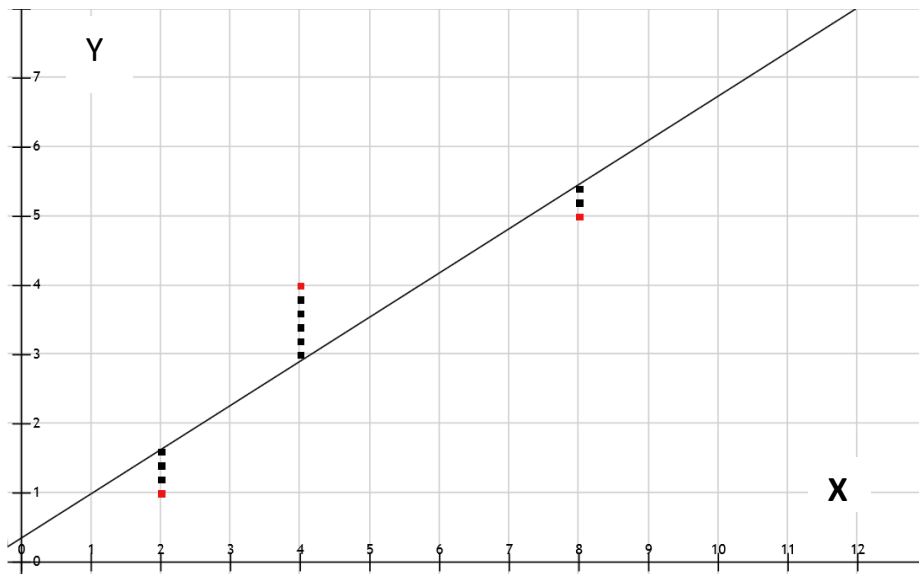
1.- RECTA DE MINIMOS CUADRADOS TRADICIONAL (RESIDUALES VERTICALES)

En regresión lineal bivariada tradicionalmente se considera una sola variable susceptible de presentar error, justamente la variable dependiente, en este caso es justificable que los residuales se midan solo en la dirección de dicha variable.

La determinación de los parámetros de corte (a) y de pendiente (b) en la recta:

$$y = a + bx$$

Se realiza minimizando la suma de cuadrados de distancias verticales a la recta



Gráfica 1: Residuales o distancias verticales que elevadas al cuadrado se sumaran para luego minimizar dicho resultado.

El resultado de esa labores el siguiente:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{Cov(x, y)}{V(x)}$$

Si se llama δ a la razón de varianzas:

$$\delta = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}$$

En este caso:

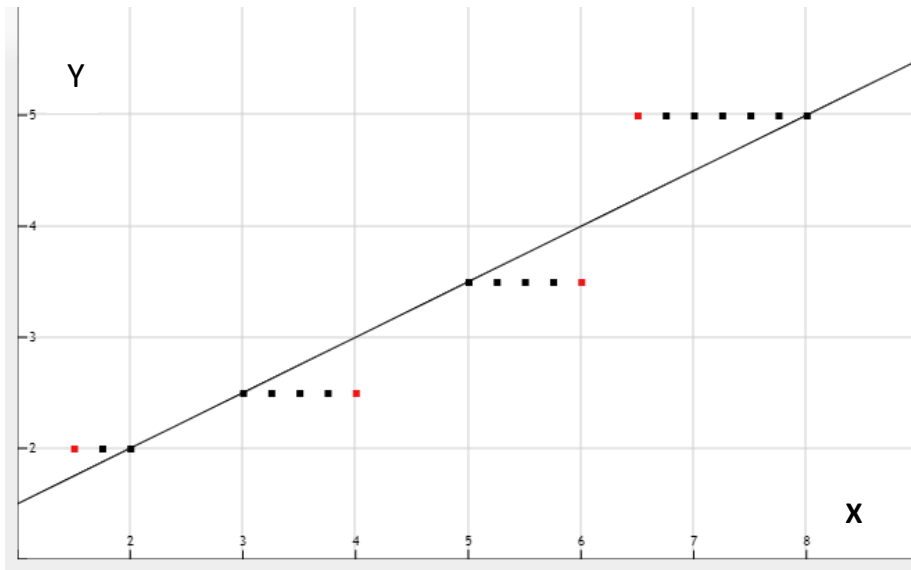
$$\delta = \frac{\sigma_y^2}{0}$$

$$\delta \rightarrow \infty$$

2.- RECTA DE MÍNIMOS CUADRADOS HORIZONTALES

Podría suceder que la variable que tiene error es X y no Y.

Los parámetros se determinan minimizando la suma de cuadrados de distancias horizontales.



Grafica 2.- Recta de Mínimos Cuadrados Horizontales

El resultado es el siguiente:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{V(y)}{Cov(x, y)}$$

En este caso:

$$\delta = \frac{0}{\infty}$$

$$\delta = 0$$

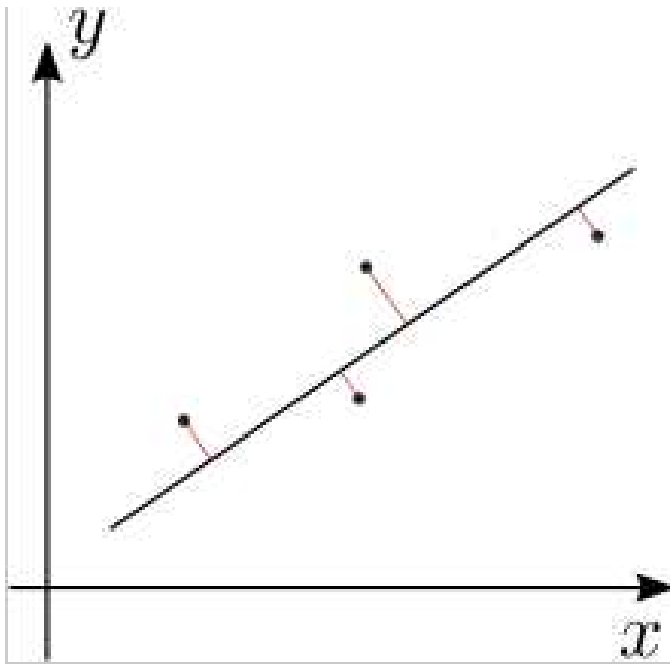
3.- RECTA DE MÍNIMOS CUADRADOS ORTOGONALES

Sin embargo si en algunas circunstancias se admiten errores en las dos variables, y además se considera que las varianzas en esos errores son iguales:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2$$

$$\delta = 1$$

Las distancias desde cada punto a la recta no pueden ser verticales sino ortogonales.



Gráfica 3. Distancias ortogonales consideradas desde cada punto hasta la recta de regresión.

La expresión que define la distancia cuadrada desde un punto cualquiera i a la recta $y=a+bx$ es:

$$d^2 = \frac{(bx_i - y_i + a)^2}{b^2 + 1}$$

Y la suma de distancias cuadradas ortogonales:

$$S = \frac{1}{b^2 + 1} \sum (bx_i - y_i + a)^2$$

Al realizar:

$$\frac{\delta S}{\delta a} = 0$$

Se obtiene:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Reemplazando este valor en S :

$$S = \frac{1}{b^2 + 1} \sum (b(x_i - \bar{x}) - (y_i - \bar{y}))^2$$

$$S = n \left(\frac{b^2 V(x) - 2b \cdot Cov(x, y) + V(y)}{b^2 + 1} \right)$$

Derivando ahora S con respecto a b e igualando a cero:

$$\frac{\delta S}{\delta b} = 0$$

Se obtiene:

$$b^2 Cov(x, y) + b(V(x) - V(y)) - Cov(x, y) = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$b = \frac{-(V(x) - V(y)) \pm \sqrt{(V(x) - V(y))^2 + 4(Cov(x, y))^2}}{2.Cov(x, y)}$$

Con el criterio de la segunda derivada, puede demostrarse que el valor de la pendiente para la recta de los mínimos cuadrados ortogonales es:

$$b = \frac{-(V(x) - V(y)) + \sqrt{(V(x) - V(y))^2 + 4(Cov(x, y))^2}}{2.Cov(x, y)}$$

4. RECTA DE MINIMOS CUADRADOS CON ORIENTACIÓN DE DISTANCIAS DIFERENTES.

Cuando δ toma valores diferentes a los estudiados, es obvio que la pendiente de los segmentos sobre los cuales se mide las distancias a la recta de regresión no es horizontal, vertical ni perpendicular a dicha recta.

En el caso de la regresión ortogonal la pendiente de los segmentos necesariamente es:

$$m_0 = \frac{2Cov(x, y)}{V(x) - V(y) - \sqrt{(V(x) - V(y))^2 + 4(Cov(x, y))^2}}$$

Pero para cualquier valor de δ se propone el siguiente valor de pendiente para el segmento:

$$m = \frac{2.\delta.Cov(x, y)}{(V(x) - V(y))^2 - \sqrt{(V(x) - V(y))^2 + 4(Cov(x, y))^2}}$$

O también:

$$m = \delta.m_0$$

Nótese que cuando:

$$\delta \rightarrow \infty \quad m \rightarrow \infty$$

$$\delta = 0 \quad m = 0$$

$$\delta = 1 \quad m = m_0$$

Con la pendiente m de los segmentos entre los puntos y la recta, se procede a calcular la recta de mínimos cuadrados.

La recta de mínimos cuadrados tiene la forma:

$$y = a + bx$$

Y la recta que contiene el segmento sobre el cual se miden las distancias a partir del punto P_i de coordenadas (x_i, y_i) tiene la siguiente forma:

$$y - y_i = m(x - x_i)$$

La solución de este sistema entrega la siguiente respuesta para x :

$$x = \frac{-mx_i - a + y_i}{b - m}$$

Pero para todas las rectas de mínimos cuadrados es demostrable que:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Reemplazando en el valor de x :

$$x = \frac{-mx_i + y_i - \bar{y} + b\bar{x}}{b - m}$$

$$x - x_i = \frac{(y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x})}{b - m}$$

$$y - y_i = m \left(\frac{(y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x})}{b - m} \right)$$

La distancia cuadrada del punto i a la recta de regresión será:

$$d^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2$$

En otros términos:

$$d^2 = (1 + m^2) \left(\frac{((y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x}))^2}{(b - m)^2} \right)$$

La Suma de todas las distancias cuadradas tiene la forma:

$$S = \frac{n(1 + m^2)}{(b - m)^2} (b^2 V(x) - 2b.Cov(x, y) + V(y))$$

Si se practica:

$$\frac{\delta S}{\delta b} = 0$$

Se obtiene:

$$b = \frac{m.Cov(x, y) - V(y)}{m.V(x) - Cov(x, y)}$$

$$b = \frac{\delta.m_0.Cov(x, y) - V(y)}{\delta.m_0.V(x) - Cov(x, y)}$$

La aplicación de la segunda derivada a la expresión de suma de cuadrados de distancias, permitirá afirmar dicha pendiente (b) corresponde al valor mínimo.

Un rápido chequeo de la expresión permite concluir que cuando

$$\delta = 0$$

$$b = \frac{V(y)}{Cov(x, y)}$$

Y cuando

$$\delta \rightarrow \infty$$

$$b = \frac{Cov(x, y)}{V(x)}$$

También puede comprobarse que cuando

$$\delta = 1$$

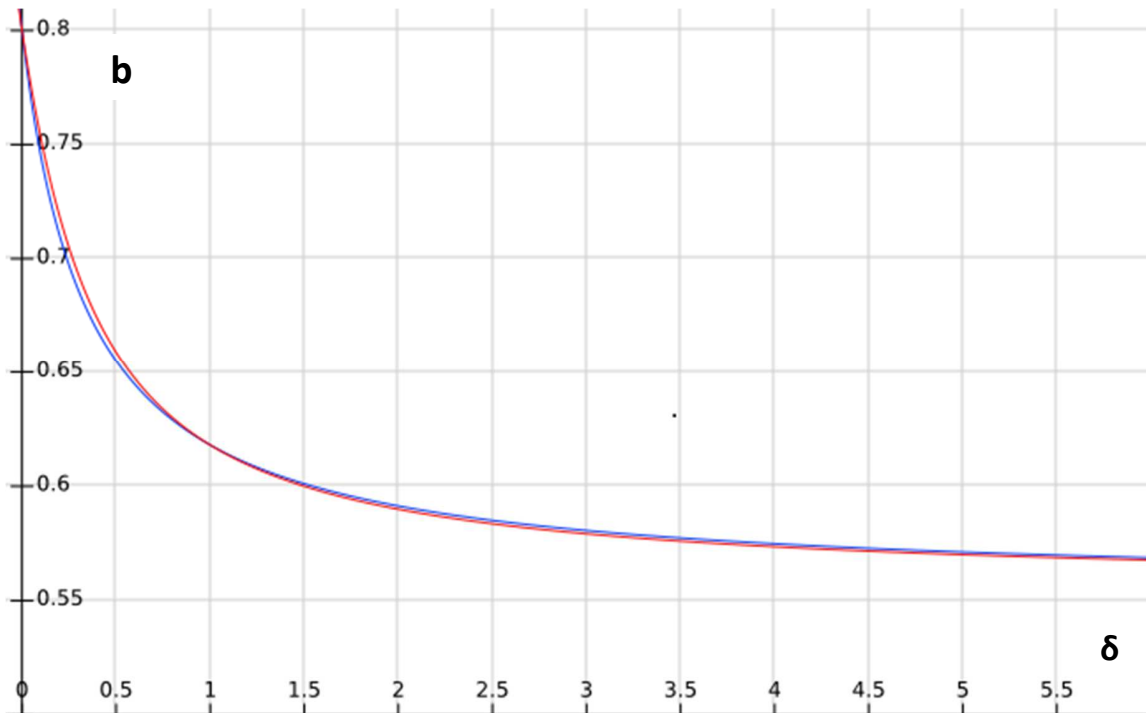
El valor de la pendiente (b) es justamente la correspondiente a la Recta de Mínimos Cuadrados Ortogonales.

WILLIAM EDWARDS DEMING, fue un estadístico norteamericano (1900 -1993) propuso la regresión que lleva su nombre y que considera la relación de varianzas δ .

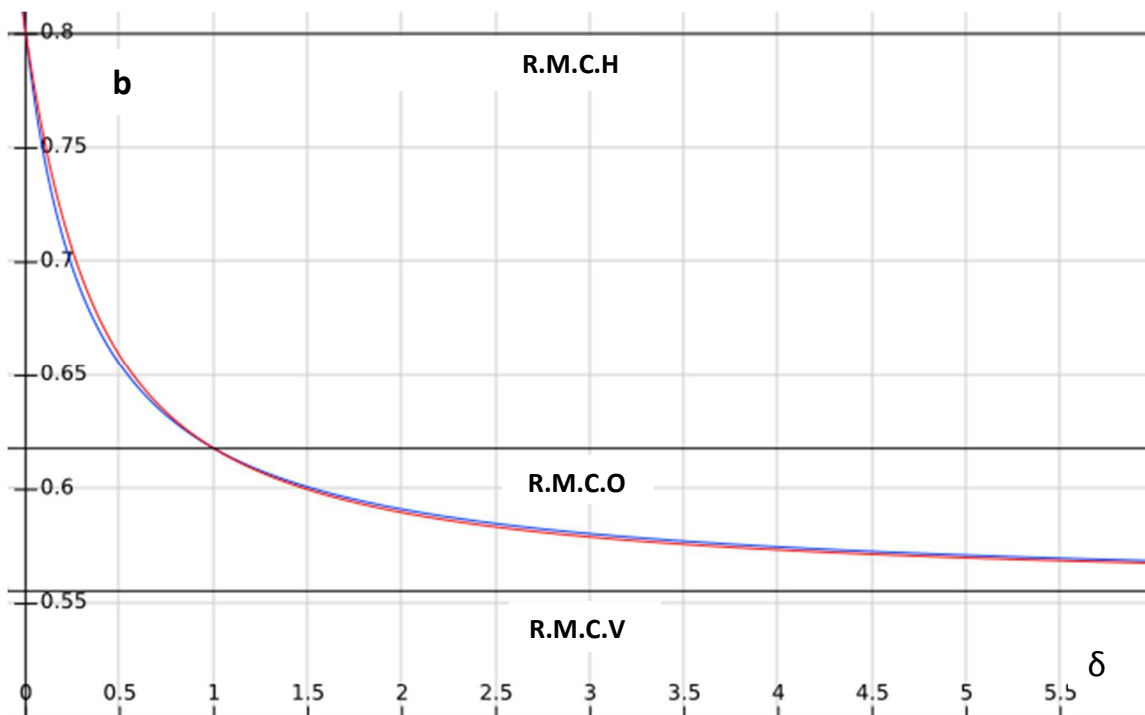
La expresión que estableció para calcular el parámetro de pendiente fue la siguiente:

$$b = \frac{-(\delta.V(x) - V(y)) + \sqrt{(\delta.V(x) - V(y))^2 + 4.\delta.(Cov(x,y))^2}}{2.Cov(x,y)}$$

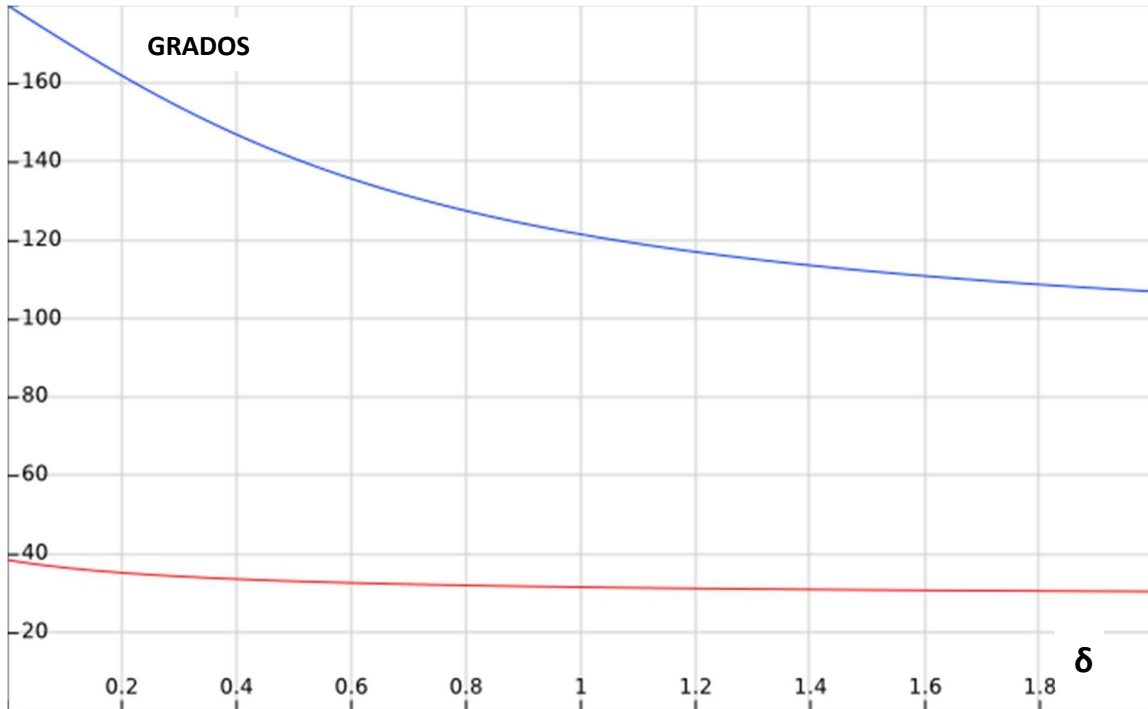
A continuación, y con un ejemplo, se comparan gráficamente los resultados obtenidos por el autor del presente artículo y los logrados aplicando la fórmula de Deming



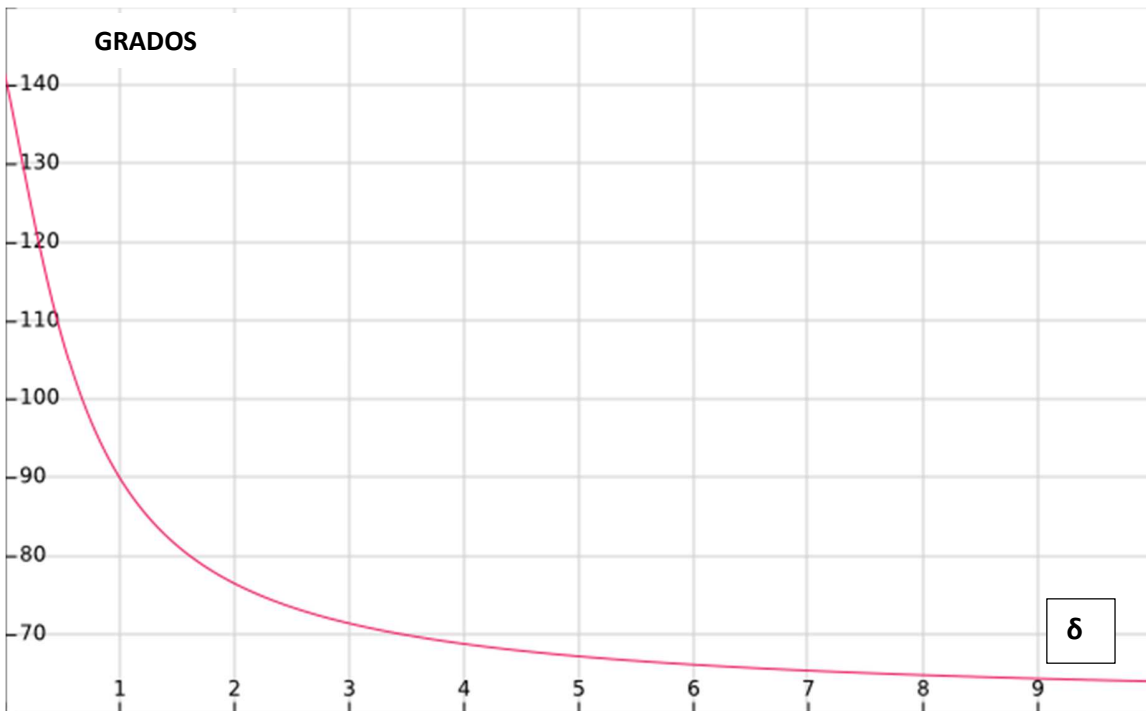
Grafica 4. Sea $V(x)=9$, $V(y)=4$, $Cov(x,y) = 5$ Se obtienen las pendientes de la Recta de Regresión de Mínimos Cuadrados: Línea azul: Regresión del autor. Línea Roja: Regresión de Deming.



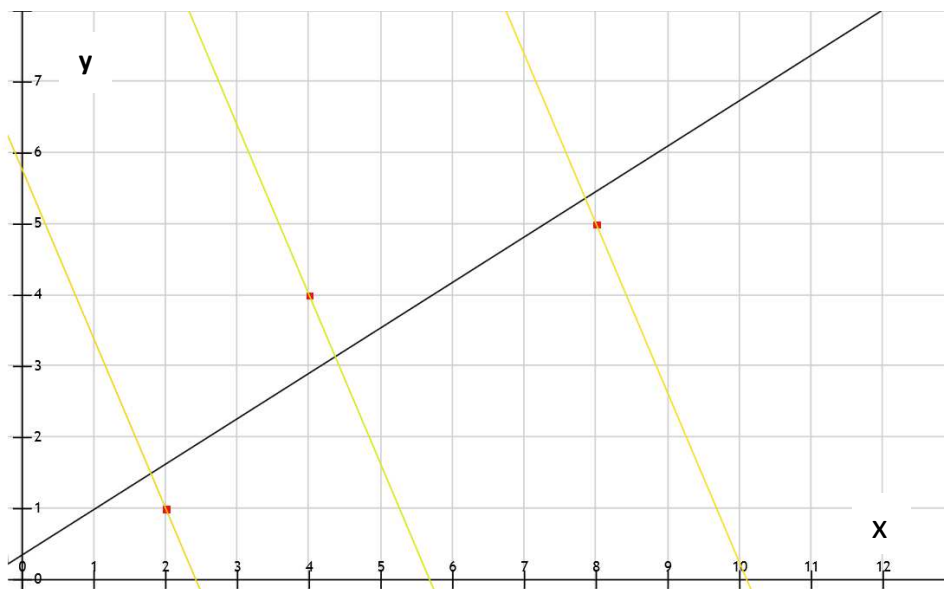
Gráfica 5: Muestra la Regresión del Autor y la Regresión de Deming, marcándose con líneas horizontales las pendientes para la Recta de Mínimos Cuadrados Horizontales (superior), Recta de Mínimos Cuadrados Ortogonales (línea media) y Recta de Mínimos Cuadrados Ortogonales, para los datos: $V(x)=9$, $V(y)=4$, $Cov(x,y)=5$



Gráfica 6. Para los datos: $V(x)=9$, $V(y)=4$, $Cov(x,y) =5$, se aprecia con línea roja los ángulos formados por la recta de regresión de mínimos cuadrados con la horizontal para los valores de δ , en línea azul los ángulos que forman con la horizontal, los segmentos de recta que se dirigen desde los puntos hasta a recta.



Gráfica 7: Para los datos $V(x)=9$, $V(y)=4$, $Cov(x,y)=5$ se observa la diferencia de ángulo entre la Recta de Regresión de Mínimos Cuadrados y los segmentos dirigidos desde el conjunto de puntos a dicha recta para distintos valores de δ .



Gráfica 8. Para el conjunto de puntos: $(2;1)$, $(4;4)$, $(8,5)$ se grafica la Recta de Mínimos Cuadrados y la dirección de los segmentos de que se dirigen desde los puntos, para la condición $\delta=2$. Ecuación de la recta: $y=0,6391267x + 0,35074206$. Pendiente de los segmentos $m = -2,38384429$.

6. CONCLUSIONES

- 1.- Se expuso la importancia de la relación de varianzas de errores en la Regresión Lineal Bivariada.
- 2.- Se indicaron los métodos para determinar parámetros usando rectas de mínimos cuadrados
- 3.- Se entregaron los resultados analíticos que definen los parámetros bajo todas las circunstancias
- 4.- Se puso a consideración un método novedoso general que se puede aplicar a todos los casos para determinar parámetros.
- 5.- Se cotejaron los resultados del método inédito con los entregados por la Regresión de Deming.

7. Referencias bibliográficas.

Canavos G.C. Probabilidad y Estadística. Editorial Mc Graw Hill. Mexico.

Adcock R.J. A Problem in Least Squares. Annals of Mathematics. Vol 5 No 2 . 1878.

Abdus Sattar Gazdar. Distance from a point to a plane. The College Mathematics Journal. Vol 23 No.5

J. Vicente de Julián Ortiz. Lionello Pioglani. Emili Besalú. Two-Variable Linear Regression: Modeling with Orthogonal Least-Squares Analysis. Journal of Chemical Education. (ACS Publications 2010)

Deming W. E. *Statistical adjustment of data*. Wiley, NY (Dover Publications edition, 1985).

Walpole, Myers, Myers, Ye, Probabilidad y Estadística, Octava Edición, Pearson, Prentice Hall, 2007.

Lehmann, Geometría Analítica. Edit. Limusa, 1989

3.7. CONFERENCIA PARALELA 7

Optimización para procesos de Multi-respuesta a partir de Redes Neuronales Artificiales RNA

(Mejoramiento de la calidad de agua el departamento de Nariño)

Adrian Hidalgo Erazo,: adrian.hidalgo@utp.edu.co,Universidad Tecnológica de Pereira.

Resumen. Con el fin de mejorar los sistemas de tratamiento en la producción de agua para el consumo humano en el Departamento de Nariño la tecnología peroxidación catalítica de fase húmeda PCFH presenta como una sus las principales ventajas la baja selectividad de ataque, es decir alto poder de eliminación de un amplio espectro de sustancias orgánicas, lo que permitiría eliminar al mismo tiempo materia orgánica color orgánico e incluso patógenos. Si bien la PCFH con catalizadores Al/Fe PILC han mostrado alta eficiencia en la eliminación de materia orgánica natural y sintética, hace falta evaluar el efecto simultaneo de los factores que más influyen sobre la eficiencia de la reacción (pH, concentración de agente oxidante, cantidad de catalizador, concentración de sustrato, etc.), con el fin de optimizar su respuesta más apropiada. De acuerdo con lo anterior se hace necesario contar con un análisis de optimización multiobjetivo que permita obtener los mejores resultados para el mejoramiento de la calidad en cada efluente en particular. Por tanto, el trabajo tiene por objetivo revisar las metodologías existentes sobre optimización multirespuesta. Un enfoque clásico es aplicar el Diseño de Experimentos (DOE), modelos de regresión múltiple para estimar las relaciones entre las respuestas y factores controlables; luego se combinan las diferentes respuestas con una función de deseabilidad y, finalmente, se optimizan los factores controlables. Puede ocurrir que la relación entre respuestas y factores controlables sea demasiado compleja para estimar la relación con estos métodos; por ejemplo, una relación altamente no lineal por esta razón se propone también un enfoque alternativo mediante el uso de redes neuronales artificiales RNA para estimar funciones de respuesta; de cada técnica de evaluará la eficiencia con el fin de determinar el conjunto de valores de los factores controlables que permitan la mejor combinación de respuestas para el mejoramiento de la calidad de agua

Palabras claves. Diseño de Experimentos, superficie de respuesta, optimización multiobjetivo mejora de la calidad, redes neuronales artificiales, peroxidación catalítica de fase húmeda (PCFH)

1. Presentación.

El presente trabajo tiene por objetivo revisar las metodologías existentes sobre optimización multirespuesta. Un enfoque clásico es aplicar el Diseño de Experimentos (DOE), modelos de regresión múltiple para estimar las relaciones entre las respuestas y factores controlables; luego se combinan las diferentes respuestas con una función de deseabilidad y se propone también un enfoque alternativo mediante el uso de redes neuronales artificiales RNA para estimar funciones de respuesta

2. Desarrollo de la temática.

1. Revisar las metodologías existentes, enfoque clásico y redes neuronales
2. Analizar los resultados de cada método
3. Comparar las metodologías clásicas, redes neuronales.
4. De cada técnica se evaluará la eficiencia con el fin de determinar el conjunto de valores de los factores controlables.

3. Conclusiones.

Se concluye que existe una gran ventaja de la metodología de redes neuronales propuesta por Tong y Hsieh en lo que se refiere a trabajar con la Red Neuronal Inversa y luego con la Directa. Asimismo, la ventaja que tiene de trabajar con Redes Neuronales frente a los métodos de regresión múltiple ajustados, la función de deseabilidad en donde puede ocurrir que la relación entre respuestas y factores controlables sea demasiado compleja para estimar la relación con estos métodos; por ejemplo, una relación altamente no lineal, metodología que fue desarrollada por Harrington y mejorada por Del Castillo et al. (1996) y sobre otros métodos convencionales, para la solución de Problemas de Optimización Multirespuesta.

4. Referencias bibliográficas.

- [1] Cornell, J.A. How to apply response Surface methodology. American Society for quality control 1990.
- [2] Luz Vanessa Bacio Parra "Optimización Multi-Objetivo en el Problema de Metodología de Superficie Multi-Respuesta" Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias con Especialidad en Probabilidad y Estadística, Guanajuato, Gto., México, mayo de 2007
- [3] Derringer, G. y R. Suich. (3) "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", Journal of Quality Technology, vol. 12, pp. 214-219]
- [4] [Redes neuronales artificiales y sus aplicaciones, Xabier Basogain Olabe, Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao, EHU]
- [5] Peroxidación catalítica de contaminantes orgánicos en medio acuoso utilizando una bentonita modificada con Al y Fe, Cu o Mn, LUIS ALEJANDRO GALEANO Salamanca, 2011]
- [6] Montgomery, Douglas. "Diseño y análisis de experimentos". Editorial Limusa Wiley. 2004
- [7] Khuri, A. I. y J. A. Cornell. Response Surfaces: Designed and Analyses. 2ª. Edición, Dekker, Nueva York.
- [8] Gutiérrez, Humberto. Y De La Vara Salazar, Román. "Análisis y Diseño de Experimentos" Segunda Edición.
- [9] Cevallos, Juan. Artículo "Aplicación de Redes Neuronales para Optimizar Problemas Multirespuesta en Mejora de la Calidad", publicado en Industrial Data, Volumen 7 N° 2. 2004.

3.8. CONFERENCIA PARALELA 8

Práctica docente y conocimiento profesional del profesor de matemáticas.

María Teresa Castellanos Sánchez, mcastellanos@unillanos.edu.co, Universidad de los Llanos.

Resumen. Informes asocian la calidad de la educación con la formación de los profesores; en ellos, el profesor es responsable de incorporar y significar el conocimiento en la práctica profesional (UNESCO, 2014) y la investigación sobre la formación de profesores otorga importancia a la reflexión sistemática sobre la práctica (Kieran, Krainer & Shaughnessy, 2013), cuestionando la manera en que los profesores deberían ser formados. Abordamos resultados de una investigación con profesores en formación, relacionada con dos aspectos que convergen: el conocimiento profesional y la reflexión. Los resultados revelan que los profesores pueden significar su conocimiento profesional, a partir de la reflexión, en tanto que, lo considera útil para resolver problemas percibidos en la práctica docente y que además, favorecen la comprensión de la práctica.

Palabras claves. Práctica docente, conocimiento profesional, formación de profesores

1. Presentación.

La mayoría de los programas de formación, buscan incorporar dinámicas formativas para enfrentar la separación de la teoría y la práctica, hacen apuestas entorno a la reflexión “en” y “sobre” la práctica; el reto es, procurar la reflexión que implique en el desarrollo profesional. Conjeturamos que, profesores en formación se relacionan con su conocimiento (didáctico y matemático) cuando reflexionan durante la práctica docente; de igual modo, le otorgan significado a este conocimiento para entender la complejidad de la práctica a partir de Problemas Profesionales.

Los Problemas Profesionales son aquellas situaciones (cuestiones o hechos) de la propia experiencia en las que pueden ser reconocidos y analizados el conocimiento del profesor. De este modo, los Problemas Profesionales son entendidos como el inicio de un proceso reflexivo, son el punto de partida para entablar un diálogo de saberes, entre diversos sujetos, pares, fuentes y formadores o profesores expertos y además, (Castellanos, Flores, Moreno, 2017).

Entendemos la práctica docente, como el escenario que se configura con múltiples y variados Problemas Profesionales. Este sentido, la reflexión exige del profesor disposición para percibir la práctica docente como problemática, identificar situaciones problemáticas en su actuación docente, tomar distancia de sus concepciones para explicitar y eliminar elementos que le condicionan, y observar otras fuentes de conocimiento para comprender y responder a la problemática.

El estudio que informamos se orienta en la premisa anterior y sigue el enfoque de la formación realista (Melief, Tigchelaar, Korthagen y Van-Rijswijk, 2010); se asume la práctica docente como un conjunto de situaciones (o cuestiones) donde puede ser reconocida y analizada la propia experiencia y el conocimiento del profesor. En consecuencia, los problemas de la práctica son el punto de partida para entablar un proceso de reflexión a partir del dialogo de saberes. Ejemplificamos el sentido que Futuros Profesores de Matemáticas (FPM) otorgan a su conocimiento en un proceso reflexivo sobre los problemas profesionales de la práctica docente.

2. Desarrollo de la temática.

Marco de Referencia

Para abarcar la problemática de la relación entre conocimiento teórico y práctico, nos posicionamos en la perspectiva formativa del enfoque realista. El modelo de formación realista

busca que los profesores puedan fundamentar desde la teoría las situaciones surgidas en la práctica, busca la alternancia entre “acción” y “reflexión” Los principios de este enfoque apuestan de manera implícita a la reconstrucción del conocimiento profesional del profesor, este conocimiento, lo conforma un conjunto de saberes y dominios que otorgan sentido a la propia práctica, es un saber reflexivo que permite abordar nuevas situaciones (problemas o intereses).

En este enfoque, el profesor es protagonista de las situaciones de aprendizaje escolar a partir de su propia realidad práctica y de las decisiones que conllevan a profundizar en ella. El profesor se relaciona críticamente con sus concepciones de la problemática, confronta con nuevo conocimiento y aprecia aspectos para comprender la problemática de manera más precisa. En la práctica el profesor contrasta para co-construir un nuevo saber ante las situaciones de su aula.

El conocimiento profesional es esencialmente conocimiento en acción, basado en la integración consciente entre saberes; el conocimiento teórico se desarrolla (activa y elabora) durante la propia intervención práctica al abordar Problemas Profesionales y la reflexión es uno de los medios a través del cual se posibilita y sustenta el avance del conocimiento profesional.

La investigación en Educación Matemática, ha coincidido en que la naturaleza del conocimiento profesional del profesor de matemáticas no es único, monolítico o fácil de determinar. Abordamos la postura centrada en los conocimientos que le son necesarios al profesor de matemáticas y que deben ser desarrollados en la formación. Esta perspectiva reconoce en los modelos previos dos campos de conocimiento: el conocimiento del contenido matemático escolar y el conocimiento didáctico de las matemáticas escolares (Rico, 2015). El primer campo, se entiende como el dominio de los significados matemáticos básicos de un contenido, necesarios para el trabajo profesional, responden a la terna: definición-representación-sentido. El segundo campo, refiere aquellos conocimientos teóricos, técnicos y prácticos, sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares; es el conjunto de saberes relativos al aprendizaje, la enseñanza y la evaluación de un contenido matemático; es el conocimiento puesto de manifiesto por el profesor al diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje.

Estudio Empírico.

El estudio empírico fue orientado por el modelo reflexivo ALaCT en el cual, se abordaron Problemas Profesionales sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares durante un curso de práctica docente profesional. Durante el ciclo reflexivo se proporcionaron contenidos y dinámicas para definir y estructurar los problemas (Castellanos, Flores & Moreno, 2018).

Resultados

El estudio mostró que las situaciones planteadas inicialmente por FPM, en su mayoría, proceden de realidades poco definidas. Los FPM perciben conflictos con foco en el ámbito pedagógico, social o psicológico; prestan atención a situaciones de la práctica desde la visión técnica, describen el problema como déficit metodológico para enseñar, con origen en un fenómeno relativo a eficiencia de la enseñanza. En tal evento, el proceso reflexivo conduce a los FPM a concretar el fenómeno que causa la problemática, el interés avanza hasta formular una necesidad profesional en términos de la profundización de conocimientos. Finalmente, la cuestión evoluciona de un planteamiento sobre las limitaciones del aprendizaje de los escolares, a una formulación que implica la responsabilidad profesional para dar sentido al aprendizaje de las matemáticas.

Determinamos que a medida que se van incorporando y organizando los conocimientos teóricos (matemáticos y didácticos) con relevancia a la situación problemática, el foco y los elementos de la naturaleza del Problema Profesional se delimitan y particularizan. Por ejemplo; analizan el contenido matemático, examinan la naturaleza y foco conceptual y profundizan en las relaciones matemáticas para enfrentar el dilema procedimental-conceptual de la enseñanza.

Los FPM se apoyan en sus conocimientos didácticos del contenido para describir hechos de los que tratan el Problema Profesional y manifiestan claridad para reconocer dificultades del

aprendizaje, en tanto que, tienen dominio de los significados matemáticos del contenido. Se percibe una mayor conciencia de la gestión del error como oportunidad de aprendizaje. El nuevo conocimiento didáctico, se aprecian en la planeación de clase, en las que es más clara la descripción de las expectativas de aprendizaje, precisando las capacidades de aprendizaje de los escolares.

En el Problema Profesional sobre el sentido estructural, los FPM se comprometen con nuevos constructos y referentes (descriptores del sentido estructural); además, analizan la existencia de equivalencias entre subestructuras que definen una expresión algebraica y precisan las transformaciones sintácticas involucradas, dan significado a la definición de estructura interna y externa de una expresión. En el caso, los FPM mejoran el dominio de su conocimiento profesional

3. Conclusiones.

Consideramos acertado promover en la formación de profesores de matemáticas, cierto tipo de intervención directa y explícita, a través de acciones reflexivas. Las acciones de analizar y confrontar desarrolladas entre pares y expertos, favorecen la construcción colectiva de conocimiento profesional. Estas acciones promovidas a través de la reflexión son ámbitos de mayor influencia para el desarrollo del conocimiento profesional del FPM, pues la toma de conciencia de su conocimiento promueve la significación de nuevos saberes para dar sentido a su práctica.

Concluimos que los FPM han evolucionado en su conocimiento; en primera instancia se aproximan organizando los conceptos involucrados en los contenidos y progresivamente van apreciando estructuras conceptuales y relacionándolos con los sistemas de representación. Durante esta evolución han tenido más dificultades para caracterizar la fenomenología del contenido algebraico. En especial, notamos aumentó y uso del vocabulario específico, en la acción de verbalizar los fundamentos que definen el objeto del problema profesional y evidenciamos que la puesta en común convocó la precisión de la terminología específica y el uso de los convenios. Es notable el interés por fundamentar epistemológicamente algunas nociones matemáticas.

Las acciones del proceso de reflexión, provocan en los FPM la reorganización de su conocimiento profesional. El distanciamiento y la toma de conciencia conllevan apreciar nuevas forma de verla la problemática, dándole mayor significado al conocimiento. El conocimiento didáctico del contenido cobra sentido para la enseñanza, abordando una perspectiva más profunda (distante de la mirada técnica).

4. Referencias bibliográficas.

- Castellanos, M. T., Flores, P & Moreno, A. (2017). Reflections on future mathematics teachers about professional issues related to the teaching of school algebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 408-429
- Castellanos, M.T., Flores, P. y Moreno, A. (2018). The reflection on practicum: A teaching experiment with Colombian students. *Revista Profesorado*, 22(1), 413-439.
- Kieran, C., Krainer, K. & Shaughnessy, J.M. (2013). *Third International Handbook of Mathematics Education*. New York: Springer
- Melief, K., Tigchelaar, A., Korthagen, F. y Van Rijswijk, M. (2010). Aprender de la práctica. En O. Esteve, K. Melief y A. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión: una propuesta para el desarrollo del profesorado* (pp. 39-64). Barcelona: Editorial Octaedro.
- UNESCO. (2014). *Enseñanza y aprendizaje: lograr la calidad para todos. Informe de seguimiento de EPT en el mundo*. Paris: Autor.
- Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En L. Rico, P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 21-40). Madrid: Pirámide

3.9. CONFERENCIA PARALELA 9

Comprensión de las Homotecias: un Estudio Didáctico de Complementariedad entre Pantógrafo y Cabri.

Jhonatan Ortega Betancourt, estivenortega@hotmail.com, Universidad de Nariño.
Edinsson Fernández Mosquera, edi454@yahoo.com, Universidad de Nariño.

Resumen. Se presentan los resultados y las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de un Trabajo de Grado de pregrado desarrollado en el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, donde se colocó a prueba la *complementariedad* entre artefactos *físicos* y *virtuales* tales como el Ambiente de Geometría Dinámica *Cabri II Plus* y el *Pantógrafo*, con relación a la enseñanza y aprendizaje del concepto de *Homotecia* para estudiantes de *noveno grado* de la Educación Básica Secundaria de Colombia; bajo el diseño e implementación de una *secuencia de situaciones didácticas* que involucraron el uso de dichos artefactos. Así mismo, se presentan algunas preguntas que emergieron durante la investigación, las cuales pretenden suscitar futuras investigaciones al respecto sobre ésta transformación geométrica, o la complementariedad de artefactos (físicos y virtuales).

Palabras claves. Homotecia, complementariedad, artefactos físicos, artefactos virtuales.

5. Presentación.

Se presentan los resultados obtenidos en un Trabajo de Grado de pregrado denominado: *Complementariedad para la enseñanza del concepto de homotecia con artefactos como Cabri II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las representaciones homotéticas cotidianas.* El cual fue desarrollado por uno de los autores de esta conferencia en la Universidad de Nariño, para optar al título de Licenciado en Matemáticas (en diciembre del 2017).

Según Ortiz y Ángulo (2010), las diferentes *Transformaciones Geométricas* (en particular el concepto de *Homotecia*) y el uso de tecnologías son temas aislados y poco conocidos en las clases de Matemáticas. Y dado que en Matemáticas los materiales didácticos (como las tecnologías digitales) promueven la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos matemáticos, entonces se diseñó e implementó una propuesta didáctica que integró un artefacto virtual como el Ambiente de Geometría Dinámica (AGD) *Cabri II Plus*, y otro físico articulado como el *Pantógrafo*, bajo un uso complementario que involucrara la enseñanza y aprendizaje del concepto de Homotecia para estudiantes de noveno grado en Colombia, involucrando también las Representaciones Homotéticas Cotidianas (RHC).

En éste sentido, y con el fin de entender el contexto particular donde se desarrolló la investigación, (Ortega, J. & Fernández, E., 2017), se procedió a desarrollar e implementar una encuesta tipo Likert, la cual fue dirigida a 13 profesores en ejercicio, de Matemáticas, de diferentes instituciones educativas públicas del departamento de Nariño, y 30 profesores en formación del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño; con el fin de indagar respecto al uso e interés sobre las tecnologías digitales en el aula, y el conocimiento y la importancia dada por los docentes al concepto de homotecia en el desarrollo de sus clases. Una de

las conclusiones contundentes de esta encuesta fue: el concepto de *homotecia* se pasa de modo ligero o no se estudia.

Esta conclusión fue una de las razones más para justificar esta investigación y a partir de ahí, se diseñó todo un dispositivo y estudio didáctico que fomentó complementariedad de artefactos didácticos en las clases de Matemáticas con el fin de garantizar un aprendizaje significativo de las propiedades geométricas de la homotecia acorde a RHC y a la resolución de problemas matemáticos.

En este estudio, se comprendió el concepto de complementariedad, según Hoyos (2006), como:

las características que tiene cierto artefacto que le permiten mejorar las de otro, o aquellas que tiene un grupo de artefactos que hacen enriquecerse mutuamente, donde cada artefacto posibilita la construcción de un conocimiento diferente. (p. 8)

Y siendo consecuentes con la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (2007), y la micro-ingeniería didáctica, según Artigue (1995), como metodología adoptada, se diseñó una secuencia de enseñanza, la cual comprometió el uso complementario de artefactos físicos y virtuales tales como *Cabri II Plus* y el *Pantógrafo*, con el fin de que los estudiantes comprendieran las propiedades geométricas intrínsecas de homotecia. La secuencia didáctica fue desarrollada por cinco estudiantes de noveno grado del colegio Liceo de la Universidad de Nariño (Pasto – Nariño), y se encuentra conformada por cuatro *situaciones a-didácticas*, las cuales hicieron un uso equilibrado de los artefactos durante el desarrollo de la investigación.

El registro de la información durante el desarrollo de la investigación, se efectuó haciendo uso de cámaras fotográficas, de video, y los desarrollos (físicos o virtuales) realizados por los estudiantes durante cada situación, los cuales incluyeron respuestas a cada pregunta realizada en cada actividad. Posteriormente, con los resultados a mano, se procedió a realizar el análisis *a posteriori*, al confrontar lo obtenido con lo que se esperaba en cada actividad (el análisis *a priori*), resaltando que se cumplieron a cabalidad los objetivos planteados, y se pudo dar respuesta la pregunta sobre cómo fue posible generar un uso complementario de los artefactos utilizados. Finalmente, se presentan las conclusiones respectivas, y se incluyen algunas preguntas abiertas que pueden generar nuevas investigaciones respecto al concepto de homotecia, y la complementariedad de artefactos físicos y virtuales en el campo de la Educación Matemática.

6. Desarrollo de la temática.

Á continuación, se presentará el siguiente orden de ideas principales de esta disertación:

- **Los Aspectos Generales, donde se abordarán:** los Antecedentes, la Justificación, Planteamiento del problema, y los objetivos.
- **Análisis Preliminares:** donde se presentarán las tres dimensiones de análisis: *Histórico – Epistemológica, Cognitiva y Didáctica*. que permitieron dar elementos conceptuales, metodológicos y teóricos para el diseño de las situaciones didácticas.
- **Metodología y diseño de las situaciones didácticas:** Aquí se presentará los fundamentos de la *micro-ingeniería didáctica* realizada como metodología de investigación. Asimismo, se presenta una rejilla de análisis que tuvo en cuenta los *Análisis Preliminares*.

- **Las Situaciones Didácticas (Análisis a posteriori):** donde se presentan las situaciones didácticas puestas en acto con sus respectivos análisis *a posteriori*.
- **Conclusiones:** Aquí se presentan las respectivas conclusiones y preguntas abiertas que deja esta investigación para futuras investigaciones en este campo.

7. Conclusiones.

- Se presenta a la **comunidad académica** la Secuencia Didáctica diseñada como uno de los productos finales de esta investigación, que permitió comprender la homotecia bajo una nueva **propuesta didáctica**. A su vez, abre la posibilidad para que esta comunidad **no deje** de lado el estudio de este concepto, o lo estudien en forma ligera. Así mismo, les permita sortear las dificultades que presentan los estudiantes al estudiar este concepto, y fortalecer las **primeras ideas** de los estudiantes hacia este concepto, pues según los **Estándares Básicos de Competencias** (Ministerio de Educación Nacional, 2006), este concepto deberá ser estudiado en los grados 6° o 7°, y aquí se abre la posibilidad de estudiarlo en el grado 9°.
- Se dio protagonismo al pantógrafo, un artefacto poco conocido, pero que sirvió para promover el estudio del concepto de homotecia. Dando evidencia de la existencia de artefactos que pueden ser llevados a las **clases de matemáticas**, los cuales deberán ser indagados e incorporados por el **docente**, con el fin de crear un **ambiente más rico para el aprendizaje**.
- Se enriqueció las prácticas pedagógicas de un docente, en la medida en que se muestra que **es posible** incorporar un nuevo artefacto al aula de **clases**, sin quitar protagonismo a los materiales didácticos tradicionales, y además se observó que al trabajarlos en conjunto y en complementariedad con tecnologías digitales, se favorecen la adquisición de **conocimiento matemático** en los estudiantes.
- La complementariedad entre el pantógrafo y el AGD Cabri II Plus se manifestó en los **procesos de instrumentalización** diferentes que se dan en cada **artefacto**, pues, durante el desarrollo de la **Secuencia didáctica** se pudo ver qué:

Complementariedad entre Cabri II Plus y Pantógrafo	
Qué ofreció Cabri II Plus	Qué ofreció el pantógrafo
A través de la herramienta Homotecia de este AGD , se promueve al concepto de homotecia como una acción inmediata , la cual es basada en un proceso macro incorporado en el software de este AGD .	Promovió la homotecia como un proceso de construcción geométrico generado por un punto que sigue una trayectoria asociada directamente con una ley establecida implícitamente en este artefacto ; que se asocia directamente con el concepto de homotecia . Permitiendo entre otras cosas entender las propiedades de este concepto .
Trabajar con razones K tales que: $0 < K < 1$.	Trabajar con razones k tales $1 < K < P$, donde P es establecido por la fisonomía de cada pantógrafo.
Generó un comportamiento dinámico del concepto de homotecia.	Es una ambiente estático .

8. Referencias bibliográficas.

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno & P. Gómez (Eds.). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (pp. 33-59). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas* (Primera Ed.). (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Hoyos, V. (2006). Funciones complementarias de los artefactos en el aprendizaje de las transformaciones geométricas en la escuela secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*. 24 (1), 31-42.
- Ibarguen, Y. y Realpe, J. (2012). *La enseñanza de la simetría axial a partir de la complementariedad de artefactos*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia. Recuperado el 28 de Enero de 2015 en <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/3858>
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas: Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ortega, J. y Fernández, E. (2017). *Complementariedad para la enseñanza del concepto de homotecia con artefactos como Cabri II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las representaciones homotéticas cotidianas*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.
- Ortíz, J. y Angulo, J. (2010). *La homotecia, un tema casi olvidado en la enseñanza de la educación matemática en Buenaventura: una propuesta desde el punto de vista algebraico*. Comunicación presentada en 11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa (7 al 9 de Octubre de 2010). Bogotá, Colombia

3.10. CONFERENCIA PARALELA 10

¿Es la creatividad al educador de matemáticas, como el azar a la vida misma?

Sandra Peña Alonso, sandrapena@ustadistancia.edu.co, Universidad Santo Tomás.

Resumen. Comparto en este comunicado una reflexión que he venido elaborando desde la experiencia de formar educadores de matemáticas a nivel de pregrado y posgrado. Presentaré retos de la educación, particularmente de la educación matemática y luego haré una integración de lo teórico y lo práctico en la sistematización del desarrollo de un seminario con estudiantes de maestría. Compongo para esta conversación una visión de la educación como fenómeno complejo, luego presento una visión interdisciplinar del azar como escenario para el fomento y potencialidad del pensamiento aleatorio, en procesos de formación profesional. Finalmente propongo la *creatividad en interdependencia con el azar* como un aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas, y en este contexto, integro la recursividad como un elemento interdependiente y autogenerativo de dinámicas necesarias para la transformación del aprendizaje en el aula.

Palabras claves. Formación de educadores, creatividad, interdisciplinariedad, azar

1. Presentación.

Quiero compartir a la Comunidad Académica de la Universidad de Nariño y a sus invitados al XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística, una reflexión pedagógica derivada de la experiencia elaborada en un escenario de formación de maestros a nivel posgradual. La experiencia integra aspectos teóricos relacionados con la formación de los docentes y otros, asociados al aprendizaje y estudio del azar, con finalidades de transformación en el aula.

Aspectos para la problematización

- ¿Permite la formación de educadores la constitución de comunidades aprendientes?
- ¿Son La creatividad y la recursividad aspectos de consideración en la formación de educadores?
- ¿Cómo potenciar el pensamiento aleatorio en el aula?

2. Desarrollo de la temática.

La complejidad y la formación de maestros

La educación en el marco de la globalización – localización requiere como bien lo menciona Denise Najmanovich (s.f.) de otras estéticas para su comprensión, pero de manera urgente, de la configuración de nuevas morfogénesis. Con lo anterior, no es mi pretensión desvirtuar lo existente en el campo de la educación en tanto a problemáticas asociadas a las ciencias sociales, por el contrario, es mi intención llamar la atención sobre otros elementos posibles y, por lo tanto, susceptibles de ser creados, generados, elaborados para la renovación y transformación de la formación de los educadores en relación con la constitución del

conocimiento matemático y con la generación de estrategias para acercarse a otros, a algunos aprendizajes desde este referente de pensamiento.

El fenómeno del azar: Una visión interdisciplinar

Si pregunto a un colectivo o a una persona, de manera desprevenida ¿Qué es el azar?, son varios los aspectos a considerar en dichas respuestas. El azar como fenómeno de estudio y escenario para el fomento del pensamiento aleatorio en la educación básica, media y profesional, trae consigo diversas perspectivas que ameritan ser reflexionadas en consonancia con lo que se ha investigado y con la práctica del educador. A la vez, el azar puede ser estimado en sus múltiples acepciones como contexto de estudio interdisciplinar que amplía la visión del pensamiento aleatorio y lo pone en juego con otras aristas del conocimiento científico, filosófico y matemático.

La creatividad como aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas

Aspecto que considero en vínculo con la noción de orden que propone Bohm y Peat (1987:122) al reconocer lo fundamental de la misma, y su trascendencia, en los cambios radicales que de esta derivan. El orden, anclado a la educación como elemento generador de cambio, y de manera particular en la formación de los educadores, puede acarrear crisis en las estructuras, las ideas y las prácticas. Por ende, se asume, este orden desde su dimensión temporal, pero de igual manera se reconoce "... que no existe un orden único que cubra la totalidad de la experiencia humana, y, a medida que los contextos cambian, los órdenes deben ser constantemente creados y modificados"

Pondré a consideración del público, ideas de varios autores, que fundamentan la conexión entre la noción de orden vinculado a la creatividad como elemento disruptivo, y la formación de educadores de matemáticas:

- **Creatividad como proceso de aprendizaje:** Al respecto, Assmann (2004:21) señala, que es el aprendizaje un proceso creativo que se autoorganiza (orden generativo). Y en dicho, proceso, la sensibilidad, el goce, la comunicación, la expresión, la solidaridad y el cuerpo son manifestaciones vivas de la presencia humana y biológica de la vida, pero a la vez, constituyentes esenciales para el sostenimiento y reproductibilidad de los sistemas vivos.
- **Creatividad como proyecto:** Otra comprensión, es ampliada por Marina (1993) en su capítulo dedicado al estudio y desarrollo de la inteligencia creadora donde el autor, le pone otro matiz a la creatividad, y al acto creativo en sí. Con este autor, se trasciende de la realidad vital y biológica (antes mencionada) a encarnar una vida mental e intrínseca en la persona. Así, la creatividad se bosqueja como la capacidad mental para establecer asociaciones, conexiones, relaciones, mínimo entre dos elementos. Es la creatividad entonces, el acto generativo de nuevas relaciones entre las ideas y los objetos.

La creatividad también, puede ser entendida como un proyecto, con una meta a donde arribar. En el camino a dicha meta, está el vacío o el camino no transitado. Dicho recorrido es susceptible de ser generado por diversas vías (acto creador). En este transcurrir que está marcado por el azar y la incertidumbre es el creador un guía, que se impone un ritmo de avance, marcado por su carácter y

convicción (motivo, atractor, móvil). Esa actitud de ejercitación del guía le será útil en la medida que se dinamice a sí mismo, y tal vez se interrogue:

¿Qué es crear? – Es el acto de materialización de una idea, corresponde a una transición de la idea envuelta en el plano mental a su representación física.

¿Qué incentiva el acto creativo? – Ausencia de soluciones a problemas emergentes

¿Implica la creatividad la expansión del deseo? – Es el deseo el móvil que se opone a la inhibición. El deseo moviliza la idea a la expresión. El deseo incubaba la idea, le da forma, la trae a la vida física.

¿Es la creación una experiencia estética? - En este sentido es la estética un soporte de la comprensión de la experiencia de goce que produce el acto creativo. Lo expresa mejor Cerdas (2006: 16) “La estética es un acto volitivo de creatividad de la vida, un acto cognitivo que aporta complejidad, y con ello fertilidad a la existencia”

Entonces, el acto creativo alberga sensaciones de goce, disfrute y sentimientos que constituyen

- **Orden y creatividad:** Es otra la postura que propone Bohm y Peat (1987:255) en el estudio de la creatividad. Al respecto se entiende el acto creador como un potencial humano por explorar. Dicho potencial habita las dimensiones de las personas y su espacio mental como escenario prolifero para la creación. La relación orden y creatividad se encuentran, cuando las estructuras sociales y de los contextos cercanos a la persona imponen o regulan el acto creativo mediante formas previamente establecidas. Los autores dejan suponer, que la creatividad implica un orden sin orden, es decir, no jerarquías o estructuras previstas que condicionen externamente el proceder de la persona. El acto creativo integra movimientos internos de sensación, sentimiento, expresión y libertad.

Así, la creatividad en su potencial no explorado, implica escenarios limpios de estímulos que condicionen el proceder de la persona y por el contrario, se desplaza hacia la búsqueda de adecuaciones necesarias para otorgar al acto creativo un lienzo llamado vida para pintar en él lo que se siente, experimenta y aprende. A diferencia de la postura de Marina, los autores Bohm y Peat, excluyen la meta como elemento integrador de la creatividad, pues entienden, que es este un condicionamiento que niega el potencial humano y por ende le conduce a un estado de insatisfacción y aburrimiento.

3. Conclusiones.

La formación de educadores de matemáticas puede asumir como soporte el aspecto de la creatividad, siendo este un factor que determine la integración curricular, el fomento de la investigación y el aprendizaje.

Sigue siendo una necesidad expresa en política educativa el fortalecimiento tanto de la formación de los educadores y con ello, del favorecimiento de escenarios para el aprendizaje en conexión con la vida y las problemáticas de la sociedad.

Resignificar la labor del educador de matemáticas es una tarea diaria de los programas de formación. Lo anterior implica dialogo e interrogación de la realidad (en todas sus dimensiones); fomento del aprendizaje en los educadores y a sus vez, en sus contextos particulares; la constitución de objetos de estudio en el aula de matemáticas construidos desde la cultura y la vida diaria; tal vez la solidaridad y la constitución de las comunidades aprendientes

nos vislumbren otros panoramas de ruptura disciplinar y nos pongan en sintonía con formas holísticas de integrar y comprender el conocimiento matemático.

4. Referencias bibliográficas.

Assmann, H. (2002). Placer y ternura en la educación. Madrid: Narcea.

Najmanovich, D. (2008). Mirar con nuevos ojos. Biblos Sin Fronteras.

Najmanovich, P. S. (25 de 03 de 2018). Obtenido de <http://convivir-comprendertransformar.com/wp-content/uploads/2014/09/Clase-1-para-imprimir.pdf>

Peat, D. B. (1987). Ciencia, orden y creatividad. Barcelona: Kairós.

Wagensberg, J. (1987). Ideas sobre la complejidad del mundo. Barcelona: Fabula Tusquets.

Wagensberg, J. (2004). La rebelión de las formas. Tusquets: Barcelona.

Wagensberg, J. (2007). El gozo intelectual. Tusquets: Barcelona.

3.11. CONFERENCIA PARALELA 11

Algunas experiencias sobre la formación de profesores de matemáticas en ejercicio, a través del diseño e implementación de Secuencias Didácticas.

Ligia Amparo Torres R., ligia.torres@correounivalle.edu.co, Universidad del Valle.

Resumen. En esta conferencia se presentan dos experiencias sobre la formación de profesores de Matemáticas en ejercicio, en relación con la problemática, el marco de referencia y las actividades propuestas organizadas en fases. Una de ellas se viene desarrollando en el marco de un convenio entre la Universidad del Valle y la Fundación de Energía del Pacífico - EPSA, desde el 2014 mediante una propuesta de trabajo denominada “Programa de cualificación y acompañamiento a docentes de los municipios de Guacarí, Roldanillo, Restepo, La Unión, Tuluá, Darién y Jamundí en el diseño de secuencias didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en sus estudiantes” y la otra corresponde a una investigación desarrollada en los años del 2014 al 2016, denominada “Recursos pedagógicos en ambientes de aprendizaje mediados por TIC para la enseñanza de la geometría en educación básica: El caso de las Instituciones Educativas del CIER Sur”. Se trata de compartir, además, algunos resultados y reflexiones sobre la formación de profesores de matemáticas en ejercicio y su articulación con la perspectiva de formación inicial y laboral actual.

Palabras claves. Formación de profesores de matemáticas, Secuencias Didácticas, Recursos pedagógicos, TIC.

1. Presentación.

El Programa de cualificación y acompañamiento a docentes de los municipios de Guacarí, Roldanillo, Restepo, La Unión, Tuluá, Darién y Jamundí en el diseño de secuencias didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en sus estudiantes y el Proyecto Recursos pedagógicos en ambientes de aprendizaje mediados por TIC para la enseñanza de la geometría en educación básica: El caso de las Instituciones Educativas del CIER Sur, parten de reconocer que la formación matemática de un ciudadano es fundamental para el desarrollo de una vida democrática en sociedad y de la valoración de formas particulares de hacer matemáticas en las culturas, lo cual permite que se amplíen espacios donde se considera la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde perspectivas que resaltan su conexión con muchos otros fenómenos y problemas socioculturales y políticos en los cuales se enmarca la escuela. Sin embargo, esto está en contraposición a una realidad escolar, pues cada vez se hace más evidente una problemática general sobre el aprendizaje de las matemáticas que alude directamente a la adquisición de competencias básicas en esta área del conocimiento. Esto se debe quizá a la complejidad misma de la construcción de pensamiento matemático. Los problemas en este aprendizaje se manifiestan, en particular, en dificultades para la comprensión de conceptos y procedimientos propios de esta disciplina y en errores en la aplicación de esos saberes matemáticos en contextos matemáticos y no matemáticos. De otra parte, a pesar de que en las últimas décadas se han estudiado, tratado y evaluado un sin número de problemas relativos al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas, los estudios evaluativos de amplio espectro como el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS), Las pruebas del Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (Pisa) y las pruebas Saber y las Saber 11, de reciente aplicación nacional, muestran que dichos problemas siguen apareciendo recurrentemente en el sistema educativo colombiano. Esta situación da cuenta de la complejidad del asunto en cuestión y permite preguntarse sobre la pertinencia o validez de las perspectivas académicas y prácticas desde las cuales los maestros orientan su enseñanza; así mismo, cuestiona sobre las orientaciones de los programas de formación de docentes.

De una parte, las sedes de Buga, Tuluá, Zarzal y Cali, de la Universidad del Valle y la Fundación EPSA conscientes de la gravedad de este diagnóstico, con el concurso de algunos profesores del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía y estudiantes y egresados de la maestría en Educación, énfasis en Educación Matemática ha venido estudiando los factores asociados a dichos resultados y creando

estrategias que permitan ampliar las posibilidades de tratamiento de estas dificultades encontradas en la educación matemática de los estudiantes. Esto se ha puesto como experiencia en los municipios de Guacarí, Roldanillo, Restrepo, Tuluá y La Unión, Jamundí y Calima Darién, a través de la articulación de las metodologías y de las vías de interpretación que aportan la fundamentación en estudios socioculturales, didácticos, curriculares, histórico-epistemológicos, matemáticos, cognitivos y de interacción con tecnologías y que hace que se puedan proponer alternativas de solución mucho más integradoras en donde los educadores puedan abordar con mayor seguridad y pertinencia los fenómenos y problemas presentes en la construcción de conocimiento matemático y, en general, en el desarrollo de pensamiento matemático.

Y de otra parte, para estudiar esta problemática el proyecto de investigación, caracteriza, desde una perspectiva interdisciplinaria que contempla una aproximación didáctica, matemática, comunicacional e instrumental, las condiciones que determinan el diseño, desarrollo, experimentación y las interacciones de los profesores con los recursos pedagógicos para dar cuenta de sus prácticas en la gestión de situaciones en ambientes de aprendizaje mediados por TIC, para la enseñanza de la geometría en grados 4° y 5° de educación básica en Colombia. Para ello, se retoma un enfoque metodológico devenido de los estudios de caso, en términos de investigación reflexiva, la cual permite dar cuenta de las prácticas de los profesores cuando desarrollan su actividad profesional en el marco de una comunidad de práctica interesada en procesos de integración de TIC en la enseñanza de las matemáticas. Es decir, que aquí, se presentan los resultados una investigación interdisciplinaria en la cual a través de una metodología, desde la perspectiva del trabajo colaborativo de comunidades de práctica entre investigadores, de las universidades participantes en el proyecto, personal de apoyo y asesoría, y los docentes de matemáticas, de la educación básica y media de dos instituciones educativas adscritas al CIER, la institución Educativa Mayor de Yumbo y la Ana Josefa Morales Duque de Santander de Quilichao, se da cuenta de los desarrollos en la formación de los docentes cuando se diseñan y experimentan ambientes de aprendizajes mediados por TIC. Estos trabajos, se realizaron, el programa de formación, a través de varios talleres, jornadas plenarias, visitas in situ etc. para diseñar, rediseñar, implementar y analizar los resultados de una secuencia didáctica por grupos de maestros adscritos al programa y, en la investigación, a través de varios talleres y encuentros presenciales y virtuales para construir una secuencia didáctica como recurso pedagógico en ambientes de aprendizaje mediados por TIC para la enseñanza de los polígonos en grados 4° y 5° de la educación básica en Colombia. Esta interacción formativa dio como resultado la estructuración de redes de aprendizaje a partir del semillero de investigación con maestros de estas instituciones. De otra parte, se logró una aplicación informática Web que permite plasmar los objetivos del programa y a luz de éstos evaluar el proceso formativo de los maestros.

2. Desarrollo de la temática.

La propuesta de formación se desarrolla a través de 4 fases. En la Fase I, se realiza un diplomado sobre fundamentos teóricos y metodológicos para el diseño de secuencias didácticas en matemáticas. En la Fase II, se implementan las secuencias didácticas diseñadas o rediseñadas en el diplomado y se analiza la propuesta pedagógica de laboratorio de matemáticas, en la Fase III, se implementa una nueva propuesta de aula y se sistematiza el proceso en una publicación, y en la Fase IV, se plantea un plan de acción por institución educativa donde se articulen actividades, tiempos y responsables, para incluir la propuesta de formación tratada en este programa en las propuestas curriculares en matemáticas de las instituciones que impacta el programa.

Fase 1: diplomado. En esta fase se Caracteriza la población de docentes y sus problemáticas en relación con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en un nivel o grado particular y en un trabajo mancomunado se aportan elementos conceptuales y metodológicos, desde las perspectivas didáctica, curricular, matemática y de mediaciones instrumentales para el análisis, diseño o rediseño de secuencias didácticas en los temas o problemas identificados por los maestros. Para lograr esto, se caracterizan de los docentes en términos de su nivel de formación, tipo de trabajo que realiza en matemáticas, aspectos personales generales, entre otros. Y algunos aspectos de las instituciones educativas, relacionados con el tipo de espacios académicos y físicos disponibles para la planeación y la actividad matemática de sus estudiantes. Todo esto con el propósito de levantar una línea de base para el trabajo con los maestros y estudiantes. Esto se hace a través de una encuesta estructurada y se realizan 6 talleres presenciales de 5 horas cada uno. En el Taller 1: Línea de base y

Problematización de una temática matemática de enseñanza, se presenta la propuesta de cualificación, se aplica la encuesta para el levantamiento de la línea de base y se identifican algunos contenidos matemáticos, objeto de estudio en la escuela, en un curso o nivel particular, con el objeto de problematizarlo, desde la experiencia pedagógica de los maestros, los resultados de investigación en Educación Matemática sobre el asunto y la experiencia de los docentes que coordinan el programa, esto con el propósito de seleccionar y caracterizar problemáticas de formación en sus estudiantes. En el Taller 2: Problematización de una temática matemática de enseñanza, se organizaran los maestros en grupos de trabajo según las problemáticas identificadas, por niveles o temáticas particulares. Se trata de fundamentar estas problemáticas desde la perspectiva de la conceptualización sobre obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Los maestros socializarán sus trabajos al resto del grupo de maestros. En el Taller 3: Documentar la problemática – Perspectiva curricular se presentarán y analizarán algunos aspectos de los documentos oficiales como los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas (MEN, 2006) y las propuestas institucionales, en relación con la problemática de formación matemática, identificada en cada grupo de docentes. Se trata de fundamentar la problemática a la luz de las propuestas curriculares desde la perspectiva de la identificación de los conceptos y procedimientos matemáticos involucrados, los procesos de pensamiento a desarrollar y el contexto en el cual se debe abordar el problema para su posible tratamiento. Todo ello en la perspectiva de la formulación de una propuesta de aula para su acometida. En el Taller 4: Documentar la problemática – Perspectiva de recursos, se aborda la noción de recurso pedagógico, desde la cual se sustenta que los materiales manipulativos, tecnológicos y audiovisuales, pueden convertirse en auténticos recursos siempre y cuando se haga todo un trabajo matemático-didáctico de mediación que implica, por un lado, una reflexión sobre cómo se van a usar, y por el otro, una reflexión sobre sus potencialidades y limitaciones dilucidando en lo posible hasta dónde podrían impactar el trabajo en el aula. Es decir, que se tratan las problemáticas de la medición instrumental, el papel de lo lúdico y el juego en la actividad matemática y el tipo de desempeños y habilidades que se pueden desarrollar según el uso de estos materiales y herramientas. En este taller, se entrega una secuencia didáctica a cada grupo, diseñada por otros docentes, sobre la problemática seleccionada, y se analiza desde la perspectiva matemática; es decir, desde los conceptos, procedimientos, representaciones etc. involucrados en esta. De tal manera que permita reconocer las fortalezas sobre el tema, tienen los maestros y sus falencias, para que a través de la reflexión y discusión se puedan aportar fundamentos matemáticos para la posible reformulación de la secuencia o proponer un nuevo diseño, desde esta perspectiva. Además, en este taller, se ponen en juego varios ejemplos de actividades mediadas por materiales manipulativos o tecnológicos y se determina como estos u otros serán incorporados en los diseños o rediseños de la secuencia didáctica que están analizando los maestros. En los talleres 5 y 6: Selección y articulación de las situaciones, actividades y preguntas en una propuesta de aula, se desarrollan en un día y medio de trabajo, en las cuales se tomaran como referencia textos escolares, la secuencia entregada sobre el tema o problema, diseños de los maestros realizados antes, etc., y se determinaran ámbitos o situaciones y actividades que permitan movilizar conceptos y procedimientos en los estudiantes usuarios de esta propuesta para el desarrollo de algunos aspectos del pensamiento matemático. Lo que significa, que se organizan y articulan las situaciones propuestas con sus actividades o tareas y las preguntas o consignas que esta generan, teniendo en cuenta el contexto y los alcances de aprendizaje. Se determina, los propósitos de la secuencia, se explicitan los contenidos y procedimientos matemáticos involucrados y las expectativas de desempeño de los estudiantes; es decir, se hace un análisis *a priori* de la secuencia.

Fase 2: Implementación de secuencias didácticas y laboratorio de matemáticas. En esta fase se aportan elementos conceptuales y metodológicos, desde resultados de la investigación en didáctica de las matemáticas, para la implementación y gestión de una secuencia didáctica por cada grupo de docentes y para el análisis de los resultados de este proceso y se identifican y caracterizan las potencialidades de un Laboratorio de Matemáticas como espacio y estrategia de formación de pensamiento matemático para los estudiantes. Además, se reafirman estrategias para el diseño de una nueva secuencia didáctica. Para lograr esto, en esta fase se realizan varias actividades. Una prueba diagnóstica a los estudiantes con los cuales se trabaja la secuencia didáctica diseñada en la fase anterior, 5 asesorías *in situ*, con el propósito de acompañar la implementación de la secuencia didáctica y el análisis de los resultados de este proceso, un encuentro en pleno de día y medio, con todos los docentes, en el cual se entrega un de Kit de laboratorio de matemáticas,

por sede de cada institución que participa en el proyecto y se formula una ampliación de la propuesta aplicada o una nueva propuesta de aula.

Fase 3: Implementación de nueva secuencias didácticas y sistematización de la experiencia. En esta fase, se trata de reafirmar estrategias para la implementación de una nueva secuencia didáctica y para el análisis de las actuaciones y registros de los estudiantes, promover la escritura de relatos, crónicas y documento de secuencia didáctica para una publicación como sistematización del proceso de formación y contrastar los resultados de la prueba diagnóstica y los de la prueba de salida como elemento en la formación matemática de los estudiantes. En esta fase, de este proceso de formación y cualificación de maestros de matemáticas, se desarrollan actividades relacionadas con el logro de los objetivos, es así como, se realizan 4 asesorías *in situ*, 2 en la misma jornada en la cual laboran los docentes del programa con el propósito de apoyar la implementación de la secuencia didáctica; aplicación, liderada por los tutores de cada grupo de docentes y, 2 asesorías en contra jornada en las cuales se analizan los registros de los estudiantes sobre las actividades propuestas en la implementación y las actuaciones de maestros y estudiantes. Esta actividad está centrada en valorar los conocimientos y desempeños de los estudiantes con los cuales se trabajó en cada secuencia didáctica en las fases II y III, mediante una prueba escrita, en los aspectos determinados según lo tratado en estas secuencias. A partir de los resultados obtenidos con este instrumento de evaluación se hace un contraste con los resultados con la prueba diagnóstica y se aportan conclusiones para la toma de decisiones en cada institución educativa.

Fase 4: Sostenibilidad. En esta fase, se determinan las características, en términos de fortalezas y debilidades de la propuesta curricular en matemáticas de las instituciones que participan en este trabajo, a través de la revisión documentada, que hagan los tutores y docentes del programa, de estas propuestas (PEI, propuesta curricular de matemáticas, plan de aula etc.) y se propone un plan de acción para incorporar perspectivas que favorezcan la formación de los estudiantes en matemáticas a través de la reformulación de las propuesta curricular de la instituciones educativas que participan en el programa, desde la perspectiva de la incorporación de los laboratorios de matemáticas como espacios de formación, la incorporación de Tecnología de la Información y Comunicación, la formación permanente de docentes, entre otros aspectos.

De otra parte, en el proyecto de investigación, los criterios metodológicos que articulan la propuesta en su conjunto están fundamentados en los desarrollos investigativos de la Educación Matemática y tuvieron los siguientes escenarios de acción:

Un seminario permanente del equipo de trabajo: Espacio de reunión cada quince o veinte días, durante la duración de cerca de dos años, del desarrollo del proyecto y cuyas actas reposan en el archivo de este proyecto. Tuvo como propósito fundamental la planeación de la acciones, desde la perspectiva conceptual y metodológica, que se abordaron con los maestros en sus sitios de trabajo, el seguimiento de toda la propuesta metodológica de formación y la interacción entre los distintos actores del proyecto (investigadores, equipo de apoyo, asesores y maestros). Todo esto se desarrolló a través de exposiciones de documentos teóricos, preparación de talleres, conversatorios sobre el seguimiento al proceso, presentación de avances en términos de las secuencia didáctica (personajes, actividades de geogebra etc.) y de la aplicación web para la evaluación del proceso formativo de los maestros de la instituciones que intervinieron en este trabajo (competencias, descriptores, aspectos de la ingeniería etc.)

Talleres y acompañamiento *in situ*: Espacio de cualificación y formación docente, en el cual se trabajaron 10 talleres (algunos con dos apartados) con los maestros en sus sitios de trabajo, es decir en Yumbo (Valle) y en Santander de Quilichao (Cauca). Estos talleres giraron alrededor de las temáticas y problemáticas, como, las prácticas en la enseñanza de la Geometría en la escuela, los recursos pedagógicos en la escuela, aspectos curriculares relacionados con el desarrollo de pensamiento espacial y geométrico en la escuela, exploración de concepciones respecto a los recursos pedagógicos mediados por TIC, análisis de secuencias didácticas desde la perspectiva de los recursos pedagógicos para la enseñanza de la Geometría en la escuela, la metáfora, interfaz y metáfora gráfica en el diseño de un recurso pedagógico, el diseño de la secuencia didáctica sobre polígonos para los grados 4° y 5° de la educación básica, la construcción de personajes para la introducción de una narrativa orientadora de la secuencia didáctica, aspectos matemáticos involucrados en

la secuencia, los paralelogramos en Geogebra, exploración de propiedades geométricas de los triángulos con lápiz y papel, exploración de propiedades geométricas de algunos polígonos en GeoGebra, interrelaciones entre la secuencia narrativa, el Geogebra y actividades en geometría, análisis de algunas actividades de la secuencia didáctica (Situación 1, 2 y 3) y las TIC, más allá del aula de Matemáticas. En este espacio se interactuó con los maestros de las instituciones del proyecto, para lograr determinar aspectos fundamentales de la secuencia didáctica en términos de su contextualización y narrativa (ámbito, personajes etc.) y en aspectos didácticos, curriculares, matemáticos y de recursos, relacionados con el desarrollo del pensamiento espacial y métrico en la escuela, en el uso de geogebra, en repositorios de recursos etc. para la cualificación y formación de los maestros y que fue desarrollando el semillero de investigación como comunidad de práctica.

Trabajo independiente de los maestros del semillero: Este trabajo consistió en algunas tareas, búsquedas bibliográficas, lecturas e interacciones de los maestros con sus estudiantes, para dar cuenta de algunas reflexiones en los talleres presenciales.

Trabajo en subgrupos: El equipo de trabajo del proyecto, investigadores, equipo de apoyo y asesores conformó dos subgrupos de trabajo, uno para direccionar el diseño de la secuencia didáctica y el otro para trabajar sobre la aplicación web de evaluación. Los avances de este trabajo se presentaban en el seminario del proyecto. Esto permitió avanzar en cada uno de estos productos del proyecto de manera más eficiente.

Espacios de experimentación – Implementación de la secuencia didáctica: Este espacio consistió en el trabajo con las actividades y situaciones de la secuencia didáctica con un grupo de estudiantes de grado 4° de la institución educativa Mayor de Yumbo.

Espacio de interacción entre las instituciones del programa: En las instalaciones del Cier Sur se realizaron dos jornadas de encuentro entre los dos grupos de maestros de las instituciones de Yumbo y Santander de Quilichao. En estas sesiones de trabajo, se dieron a conocer las instalaciones del Cier, los recursos que disponían desde lo tecnológico y la página web del Cier, como estrategia de comunicación para el trabajo en redes. Además, se trabajó sobre el diseño de un espacio personal virtual y se compartieron experiencias de trabajo.

Seminario del programa de investigación: Este espacio académico del programa irradió a todos los proyectos y todos los docentes de las instituciones del Cier Sur. Espacio de cualificación y formación en donde se centró la atención a la integración de TIC en la educación.

Diseño colaborativo de recurso pedagógico: En el espacio de los talleres, en el de trabajo independiente de los maestros y en el trabajo por subgrupos, se fue desarrollando el diseño y las pautas de implementación de la secuencia didáctica, como recurso pedagógico mediado por TIC.

Jornadas de Socialización de avances: Al interior de las instituciones educativas se abrieron espacios para la socialización del trabajo de los maestros de matemáticas a los demás docentes de las instituciones y en el caso particular de la institución educativa Mayor de Yumbo, se socializó el proyecto y sus avances en el municipio, en un foro educativo convocado por la Secretaría de Educación de ese municipio, en el 2015.

Seminario inter-proyectos de investigación: Este espacio académico, surge después de la primera visita de Colciencias y el MEN, al programa de investigación, donde se cuestionan algunas acciones hacia el trabajo interdisciplinario. En este sentido, este espacio se constituye en el lugar donde se socializan los avances de cada proyecto y se discuten aspectos transversales, desde las perspectivas metodológica y teórica que sustentan los proyectos.

3. Conclusiones.

- En el programa de formación, se reconoce la estrategia metodológica organizada en fases, talleres, visitas in situ, acompañamiento institucional y las jornadas plenarias, como espacios importantes para el trabajo colaborativo y la apropiación de elementos conceptuales y metodológicos para el diseño, implementación y análisis de resultados de las secuencias didácticas. Como también, la idea de secuencia didáctica, donde se reconoce el papel del contexto sociocultural y los propios para el desarrollo de la actividad matemática en el aula. En estos momentos se cuenta con más de 50 propuestas de aula, diseñadas, reformuladas y adaptadas por los maestros del programa.
- Se valora la articulación de los elementos curriculares, matemáticos, didácticos y de recursos en el diseño de las secuencias didácticas y los elementos de la gestión del maestro en los procesos de implementación, como también la propuesta de laboratorio de matemática como estrategia pedagógica en la actividad de formación de pensamiento matemático que lidera la formación de los profesores en ejercicio, en el marco de esta propuesta.
- La investigación elaborada permitió abordar una perspectiva de las prácticas profesionales de los profesores en el contexto de la clase, a través de una estrategia colaborativa de formación de profesores y un modelo de análisis local, estructurado en torno a la articulación de enfoques procedentes de la investigación en Educación Matemática. La investigación enfatiza en una mirada de la formación de profesores, enmarcada en los acuerdos de una comunidad de práctica, la cual se consolida en la medida en que se decanta las interacciones entre recursos pedagógicos – práctica profesional. Igualmente le otorga importancia a la selección y diseño de las tareas, y su adaptación y transformación en el contexto de la comunidad a partir de aprender a observar y valorar algunas manifestaciones de la orquestación instrumental. En cuanto a la estrategia de formación se destaca como aspecto central el protagonismo que le otorgan los profesores a la selección, adaptación y diseño de tareas que integran tecnologías digitales. En este sentido la concepción de recurso se potencializa cuando los profesores acuerdan que las tareas que van a proponer en sus aulas pueden ser utilizadas, e incluso mejoradas por otros profesores. Por otro lado, el modelo de análisis elaborado aporta una perspectiva compleja de los recursos pedagógicos digitales en relación con la dinámica que impone una comunidad de práctica. La dimensión social queda impresa en los recursos y hace posible repensar la formación de profesores desde una perspectiva que toma la clase como unidad de análisis fundamental.
- Los maestros se apropiaron de elementos conceptuales y procedimentales relacionados con lo curricular, matemático, didáctico y sobre todo con las mediaciones tecnológicas para el diseño e implementación de un ambiente de aprendizaje para la geometría y a través de este proceso consolidaron un semillero de investigación como una comunidad de práctica. Se dispone de un recurso pedagógico que como recurso pedagógico puede ser utilizado, reorganizado y transformado por maestros en el ámbito nacional para la enseñanza de los polígonos en la educación básica, mediados por el uso de geogebra. La implementación de la secuencia muestra que los estudiantes se apropiaron de los conceptos y procedimientos asociados a las propiedades de los triángulos y cuadriláteros, a través de la interacción con el recurso virtual de aprendizaje y en un ambiente significativo, donde el aula es un ambiente sensible a estos estudiantes.
- Con relación a las dificultades identificadas en el proceso, una de ellas es que con el poco tiempo institucional dedicado al trabajo colaborativo es una de las dificultades para la consolidación de comunidades de práctica de profesores. En esta dirección, los profesores se perciben excluidos de las dinámicas institucionales, e incluso, factores organizativos pueden impactar sus prácticas tal como la ausencia de la organización por áreas académicas. De otra parte, los maestros, inicialmente, privilegian una concepción de recurso centrada en la materialidad de los mismos. Aspecto que se moviliza hacia una concepción mucho más integral y dinámica de los materiales y herramientas tecnológicas.

4. Referencias bibliográficas.

Garzón, D. & Vega M. (2011). Los recursos pedagógicos en la enseñanza de la geometría. XIII Comité Interamericano de Educación Matemática. Brasil: CIAEM
 MEN (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: Editorial Magisterio.

- MEN (2006). Estándares básicos de competencias. Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.
- Gueudeut, G., Pepin, B., & Trouche L. (2013). Collective work with resources: an essential dimension for teacher documentation. *ZDM Mathematics education*, s.v. 17 de Agosto del 2013, 14p. doi: 10.1007/s11858-013-0527-1.
- ICFES (2010) Resultados de Colombia en TIMSS 2007. Resumen ejecutivo. Bogotá: Ed. Cadena.
- Rabardel, P. (1999) *Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques*. En: BailleulM. (Ed) *Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques: rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques*. Caen: IUFM de Caen.
- Pepin, B, Gueudeut G, & Trouche L. Resourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM Mathematics Education*, s.v. 24 de Agosto de 2013, 15p. doi: 10.1007/s1158-013-0534-2
- Rabardel, P. (2011) *Los hombres y las tecnologías*. Traducido por Martín Acosta. Bucaramanga: Publicaciones Universidad Industrial de Santander. Sanabria, F. (2011) *Vínculos virtuales*. Bogotá: CES.
- Trouche (2002) *Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs*. En: Guin, D. & Trouche, D. (Ed) *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: Un problème didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Trgalova, J. & Jahn, A. P. (2013). Quality issue in the design and use of resources by mathematics teachers. *ZDM Mathematics Education*. P. 1-14

3.12. CONFERENCIA PARALELA 12

Aplicaciones de las Matemáticas en la solución de problemas de la Astronomía

Alberto Quijano Vodniza, aquijanov@gmail.com, Observatorio Universidad de Nariño.

Resumen. Mediante esta conferencia se pretende visualizar a los Profesores del bachillerato y de la universidad, cómo se pueden solucionar problemas interesantes en el campo de la Astronomía, empleando técnicas algebraicas, geométricas, de trigonometría esférica, ecuaciones diferenciales y métodos numéricos.

Palabras claves. Métodos numéricos, trigonometría esférica, astronomía.

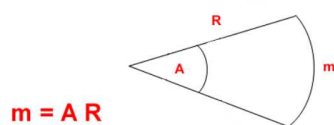
1. Presentación.

Mediante la aplicación de conceptos elementales de álgebra y geometría se puede calcular el diámetro real de un cuerpo celeste, la distancia recorrida por un asteroide o cometa, y su velocidad. Estos cálculos están al alcance de un alumno de educación secundaria. Otros problemas más complicados requieren de la trigonometría esférica y de los métodos numéricos, cuya solución está evidentemente a nivel universitario.

2. Desarrollo de la temática.

Un ejercicio muy interesante es la estimación de la velocidad del satélite Io de Júpiter empleando fotografías capturadas desde el Observatorio Astronómico de la Universidad de Nariño. Para realizar estos cálculos se emplea el siguiente gráfico:

$$A = m / R$$



$$m = A R$$

A = Angulo medido en radianes
m = Longitud del arco (kms)
R = Radio (kms)

Donde el ángulo A se obtiene mediante fotografías y R es la distancia existente entre el cuerpo celeste y nuestro planeta.

Nota importante: Este proyecto fue realizado con alumnos del colegio Javeriano del grado sexto de la ciudad de Pasto.

Cálculo de la velocidad de Io alrededor de Júpiter

Coordenadas de Io en la foto inicial : (142,195)

Coordenadas de Ganímedes: (343,412)

Distancia experimental entre los dos satélites: $=\sqrt{(343-142)^2+(412-195)^2}=295.78$ (en pixeles)

Nota: La distancia verdadera según el programa SKY es de 305 segundos de arco.

Por tanto la escala de esta foto es: $305/295.78 = 1.031171817$ segundos de arco por pixel

Coordenadas de Io en la foto final : (175,236)

Coordenadas de Ganímedes: (370,442)

Distancia experimental entre los dos satélites: $=\sqrt{(370-175)^2+(442-236)^2}=283.66$ (en pixeles)

Nota: La distancia verdadera según SKY es de 288 segundos de arco.

Por tanto la escala de esta foto es: $288/283.66 = 1.015300007$ segundos de arco por pixel

Promedio en la escala: $(1.031171817+1.015300007) / 2 = 1.023235912$ segundos/pixel.

Io se ha movilizado un espacio igual a: $295.78 - 283.6 = 12.12$ pixeles. Aplicando el promedio tenemos que

la distancia verdadera recorrida en el espacio es: $(12.12 \text{ pixeles}) \cdot (1.023235912) = \text{segundos de arco/pixel} =$

13 segundos de arco. Por consiguiente:

$$A = A_{\text{segundos de arco}}/3600 = 13 / 3600 = 0.004 \text{ grados} = 0.00007 \text{ radianes}$$

$$A_{\text{radianes}} = (A_{\text{grados}} \cdot \pi) / 180 = (0.004) \pi / 180 \quad R = \text{Distancia Júpiter - Tierra} = 651567612.6 \text{ kms ,}$$

$$m = A \cdot R = (0.00007)(651567612.6) = 45610 \text{ kms}$$

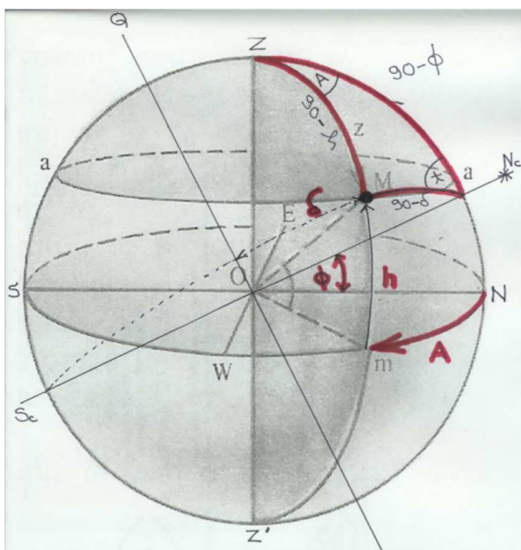
$$t = (21^{\text{H}} 30' 28'') - (20^{\text{H}} 40' 03'') = 50' 25'' = 3025 \text{ segundos}$$

Por tanto la velocidad de lo es: $V = m / t = 45610 \text{ (kms)} / 3025 \text{ (seg)} = 15.1 \text{ kms / seg.}$

OTROS PROBLEMAS INTERESANTES

1. Cómo determinar el azimut de salida del sol durante un año ?

Se emplea para ello el triángulo esférico fundamental y el teorema de los cosenos. Se encuentra que el sol sale por el oriente únicamente en los equinoccios; un resultado “sorprendente” para la mayoría de las personas, pues es común escuchar que el sol siempre sale por el oriente.



$$\text{sen } \delta = \text{sen } \phi \text{ sen } h + \text{cos } \phi \text{ cos } h \text{ cos } A$$

2. Cómo encontrar el valor de E en la ecuación de Kepler : $M = E - e \text{ sen } E$
3. Planteamiento de solución de problemas complejos mediante Métodos Numéricos.
4. **Conclusiones.**

Empleando técnicas matemáticas estudiadas en el bachillerato es posible estimar los diámetros de cuerpos celestes y medir su velocidad a través de la esfera celeste. A nivel universitario, la mayor parte de las ecuaciones diferenciales que aparecen en la Astronomía se deben resolver aproximadamente mediante métodos numéricos. Se ha observado mucho interés en alumnos de bachillerato y de las universidades, el estudio de este tipo de problemas ,ya que se convierten en cierta forma en un reto académico.

5. **Referencias bibliográficas.**

Bakulin P.I, Kononovich E.V. Curso de Astronomía General. Editorial MIR, Moscú.

1. Zeilik M, Smith P. *Introductory Astronomy & Astrophysics*. Saunders Publishing. N.Y
2. Quijano Vodniza, Alberto. Determinación experimental de la velocidad de translación del satélite Io alrededor de Júpiter. XXI Congreso Nacional de Física. Barranquilla. Octubre 2005.

4.COMUNICACIONES BREVES/ EXPERIENCIAS DE AULA

4.1. COMUNICACIÓN BREVE 1

Un recurso digital para el aprendizaje de la función lineal mediado por Geogebra en grado noveno de Educación básica

Lilian Estefania Maradiago Correa.

lilian.maradiago@correounivalle.edu.co Universidad del Valle.

Resumen.

Se propone realizar un análisis de carácter didáctico con el fin de determinar posibles aportes de una propuesta para la enseñanza y el aprendizaje de algunos aspectos fundamentales de la función lineal, que consiste en el diseño, implementación, análisis y evaluación de un “recurso pedagógico”, basado en situaciones problema con el uso de Geogebra concebido como herramienta computacional dinámica y de mediación de múltiples representaciones. El recurso está dirigido a estudiantes de grado noveno de educación básica, este trabajo en general se está realizando en el marco de la metodología de “micro-ingeniería didáctica”, la cual contempla cuatro momentos de análisis, por razones de tiempo se presentará una de las actividades. Esta propuesta forma parte de las actividades realizadas en el marco del Trabajo de Grado que se está realizando como requisito para optar al título en la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle.

Palabras claves. Función lineal, situación problema, Geogebra, recurso pedagógico .

1. Presentación del problema.

Pruebas nacionales aplicadas periódicamente a los estudiantes (Prueba Saber 9°), así como resultados de investigaciones en Didáctica de las Matemáticas (Ruiz, 1994; Rey, Boubée, Sastre & Cañibano, 2009), dan cuenta que la enseñanza y la comprensión del concepto de función lineal presenta muchas dificultades y obstáculos a estudiantes de educación básica secundaria.

El concepto de función lineal relaciona representaciones en diferentes registros y su comprensión radica en la capacidad de articular estos registros. En algunos estudios se ha evidenciado que “la articulación entre el registro gráfico y algebraico resulta en general la más difícil para los alumnos” (Rey, Boubée, Sastre & Cañibano, 2009, p. 159), pues el paso de la representación gráfica a la representación simbólica requiere un mayor nivel de abstracción que el proceso contrario. Por ejemplo, Ruiz (1994), retoma aspectos importantes de la comprensión de esta noción, afirmando que “nuestros alumnos de secundaria manifiestan en general una concepción de la noción de función como un procedimiento algorítmico de cálculo

(...)” (Ruiz Higuera, 1994, citado por Rey & Boubée, 2009, p.2), este hecho reafirma la rigidez evidenciada en la articulación de los diferentes registros de representación.

Buscando constatar lo anterior, se recurrió a la página del ICFES, en donde se encuentra una gráfica de la Prueba Saber 9° del área de matemáticas hasta el año 2015. En esta prueba se evalúan aspectos que dan cuenta de diferentes tipos de representaciones, el manejo de la letra como número generalizado, incógnita y variable, construcción de relaciones métricas y conceptualización de funciones lineales, entre otros; dicha gráfica muestra que más del 50% de los resultados se encuentran en niveles insuficiente y mínimo, lo cual confirma los argumentos presentados anteriormente.

Estas referencias justifican la necesidad de realizar más trabajos locales de investigación enfocados en el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal. De acuerdo con esto, en este trabajo se propone realizar un análisis de carácter didáctico con el fin de determina

posibles aportes de una propuesta para la enseñanza y el aprendizaje de algunos aspectos fundamentales de la función lineal, que consiste en el diseño, implementación, análisis y evaluación de un “recurso pedagógico”, basado en el uso de Geogebra concebido como herramienta computacional de mediación dinámica y de múltiples representaciones, dirigido a estudiantes de grado noveno de educación básica. Para ello, como guía para la realización del proceso investigativo, se planteó la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué caracteriza la configuración de un recurso digital para el aprendizaje de la función lineal mediado por AGD como Geogebra en grado noveno de educación básica?

2. Marco de referencia conceptual.

Esta apartado comprende un conjunto de análisis preliminares en donde se toman como referencia tres dimensiones:

La dimensión epistemológica en esta se hará una descripción de los aspectos históricos más relevantes de la función, tratando de mostrar los primeros acercamientos que tuvieron nuestros antepasados con este y la evolución que ha tenido el concepto para llegar a la forma como se define en la actualidad.

La dimensión cognitiva debido a que en este trabajo se ponen a disposición algunos instrumentos para el aprendizaje de la función lineal, se hace necesario analizar el papel que estos desempeñan en este proceso, puntualmente, el papel de la mediación instrumental en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Por último, en la dimensión didáctica se destaca la caracterización del concepto de recurso pedagógico debido a la influencia que estos pueden tener en el aprendizaje de cualquier concepto matemático. Para ello, se retomarán las ideas que Trouche y su equipo de trabajo presentan en sus investigaciones.

3. Metodología.

La estrategia metodológica de investigación adoptada se basó en la ingeniería didáctica, caracterizada por Artigue (1995) como “un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza” (p.36). Esta estrategia se concreta en dos niveles, uno de micro- ingeniería y otro de macro-ingeniería.

En este caso, se centrará en el primer nivel correspondiente a la micro-ingeniera didáctica, que para Artigue (1995), resultan “más fáciles de llevar a la práctica” (p.36), ya que, esta tiene como objeto de estudio un tema determinado, es decir, es de carácter local, como corresponde a los intereses de este trabajo. En particular, en esta comunicación, se presentan algunos aspectos y resultados experimentales referidos a las dos primeras fases - Fase 1: Análisis preliminar; Fase 2:

Concepción y análisis a priori-, de las cuatro fases que se proponen en la metodología general de ingeniería didáctica1.

4. Análisis de datos.

A lo largo de la situación se observó que los estudiantes presentaban algunos vacíos en el concepto de función lineal ya que les costaba reconocer la correspondencia de dos variables como relación funcional, también presentaban dificultades al concebir los diferentes registros de representación como representantes de un mismo objeto, además se presentó una dificultad recurrente cuando se debía modelar una situación por medio de expresiones algebraicas, lo cual nos indica que no se tenía claro el concepto de variable ni de variación, además de estas dificultades también se pudo identificar que el uso de situaciones problema de contexto favoreció en la mayoría de los casos la mejora de estas falencias.

5. Conclusiones.

En principio se ha podido constatar que el concepto de función lineal en distintos componentes que lo constituyen como sistema o estructura conceptual presentan dificultades para estudiantes de 9° grado, sin embargo, se ha podido observar que la introducción del recurso pedagógico implementado con la incorporación de Geogebra como herramienta de mediación dinámica y de múltiples representaciones permite observar importantes aportes a la comprensión significativa del concepto de función lineal, como por ejemplo, dar sentido al concepto mismo de función, volviendo así más asequible su carácter abstracto.

Bibliografía.

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.) (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática, pp. 33-59. México: Grupo Editorial Iberoamérica*
- Duarte J. L., Guerrero K. L. (2016). Prueba Saber 3°, 5° y 9°: Resultados 2015. Boletín saber en breve, (4), p-03. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co>.*
- Garzón, D., Vega, M., Arce, J., Castrillón, G. & Pabón, O. (2013). Recursos pedagógicos y enseñanza de la geometría: una perspectiva al estudio del desarrollo profesional del profesor de matemáticas, bajo contrato #1106-489-25213. Universidad del Valle-COLCIENCIAS.*
- MEN (1998). Matemáticas: Lineamientos Curriculares. Série Lineamientos Curriculares. Bogotá.*
- Rabardel P. (1995), « Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains », Paris : Armand Colin.*
- Rey, G & Boubée, C & Sastre, P & Cañibano, A. (2009). Ideas para enseñar: aportes didácticos para abordar el concepto de función. Unión, (20), 153-162.*

Ruiz Higuera, L. (1994) Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre la noción de función. Análisis epistemológico y didáctico. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada.

Trouche, L. (2005). Instrumental genesis, individual and social aspects. The didactical challenge of symbolic calculators. New York: Springer. 197-230.

¹Las cuatro fases de la metodología de ingeniería didáctica: Fase 1: Análisis preliminar; Fase 2: Concepción y análisis a priori; Fase 3: Experimentación y/o ejecución; Fase 4: Análisis a posteriori y evaluación

4.2. COMUNICACIÓN BREVE 2

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PÁGINA WEB COMO UN RECURSO EDUCATIVO DIGITAL QUE HACE USO DE GEOGEBRA PARA DAR CUENTA DE LA NOCIÓN DE ÁNGULO EN GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Jaramillo Galindez Manuel Alejandro, Rodríguez Chocue Lesdy Marlly ,
al-ejo92@hotmail.com, marllyje@hotmail.com, Universidad del valle.

Resumen. Este trabajo se orienta en la concepción, el diseño, la puesta en acto y evaluación de una secuencia didáctica (SD) mediado por un software interactivo como lo es Geogebra, desde una perspectiva instrumental, con la finalidad de acompañar los procesos de Génesis instrumental en los estudiantes, para favorecer y proporcionar elementos que ayuden a la integración de instrumentos en la actividad matemática. Para tal fin, se fundamenta el diseño desde la Teoría de situaciones didácticas (TSD).

Palabras claves. Orquestación Instrumental, Teoría de Situaciones Didácticas, Ángulo, Ambiente de Geometría Dinámico, Geogebra.

1. Presentación.

Este proyecto fue propuesto para optar por el título de la Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, el cual se desarrolla en el contexto de la línea de formación en Tecnologías de la Información y la Comunicación y Educación Matemática (TICEM).

El concepto de ángulo ha sido objeto de numerosas investigaciones entre ellas las de: Bosh, Ferrari, Marván y Rodríguez (2003), donde se han mostrado la importancia de esta noción en la estructuración y desarrollo del pensamiento geométrico y métrico, pero a su vez se muestra que hay dificultades por parte de los estudiantes en su comprensión.

Como en el caso de los ángulos y sus tipologías, la enseñanza de la geometría se ha aludido a la memoraría, llevando al estudiante al aprendizaje de las definiciones, sin estar ligado a un contexto, o al desarrollo de un proceso. Esta noción matemática, requiere del manejo de unas simbologías (\angle , \sphericalangle , \sphericalangle , α), las cuales representan para el estudiante una dificultad, dado que no le encuentra significado y por ende, no comprende la tarea. Así mismo, el manejo del transportador representa para el alumno un conflicto y se hace más evidente cuando debe dar cuenta de aspectos prácticos aludiendo solo a la memorización.

A partir de esto, se debe reconocer que la noción de ángulos se requiere para dar paso a otras nociones matemáticas, como es el caso de; rotación, semejanza y congruencia de figuras, trigonometría entre otros.

Por ende, se tiene como objetivo la caracterización de un diseño e implementación de una secuencia didáctica desde la perspectiva de la orquestación instrumental, que aborde la mediación de instrumentos, en el aprendizaje de la noción de ángulo, en la cual se integra un

software Dinámico como Geogebra. Esto con el fin de fortalecer las investigaciones en la línea de formación de tecnologías y promover el intercambio de ideas en la concepción, uso, alcance y limitación de la integración de Tecnologías en la clase de matemáticas.

El trabajo contempla una propuesta desde la Teoría de Situaciones Didácticas (En adelante TSD), donde se toman algunos aspectos considerados en la secuencia didáctica como lo son: el contrato didáctico, el medio, la situación didáctica, situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización. De esta forma, se decide por un marco metodológico que toma como referencia la micro-ingeniería didáctica, con el fin de abordar la noción de ángulo.

2. Desarrollo de la temática.

El presente trabajo tendrá como marco metodológico la ingeniería didáctica, más específicamente la microingeniería, por ende el trabajo estará contemplado por la siguiente fase:

Fase: Análisis Preliminares

En esta primera fase se tendrán en cuenta las siguientes dimensiones.

- **Dimensión Epistemológica:** vinculado a la noción matemática que se pretende que el estudiante conciba desde las matemáticas experimentales, en este caso la noción de ángulo. En el siguiente apartado se presentará un relato histórico del desarrollo del concepto de ángulo, considerado que durante más de dos mil años se realiza un fuerte debate sobre la naturaleza del concepto de ángulo. Tratando de hacer un esfuerzo por comprender las formas en que era concebido el concepto por los matemáticos, las diferentes definiciones en que el concepto fue asumido por los antiguos matemáticos, con el fin de ayudar a la labor docente considerando que una investigación histórica sobre los orígenes del concepto de ángulo es fructífera para desarrollar una perspectiva pedagógica.

- **Dimensión Cognitiva:** Asociada a las características cognitivas del público al cual se dirige la enseñanza. En donde se anexan las potencialidades de desarrollar actividades integrando instrumentos en la clase, en este caso Geogebra como instrumento principal y actividades con los Esquemas sociales, para lo que es indispensable la Orquestación Instrumental y gestión didáctica de sistemas de instrumentos.

Partiendo del hecho de que “todo aprendizaje de una noción matemática está moderado por un instrumento” tal y como lo afirman Lupiáñez y Moreno (2002). Rabardel (1995) plantea un enfoque teórico donde se pretende mostrar la complejidad del instrumento, la génesis del instrumento en el sujeto enfatizando en la relación de éste con la actividad humana, pues se plantea que los instrumentos por ser desarrollos de la historia social y cultural, presentan una fuerte influencia en el sujeto, por tanto, constituyen estructuras cognitivas que median la construcción del conocimiento.

La teoría de la OI, permite la estructuración particular de la clase, en este caso una situación Matemática que tiene como finalidad movilizar el concepto de ángulo, en el cual se integran un conjunto de instrumentos que se configuran de acuerdo a los propósitos de la actividad que realiza el sujeto, lo que requiere que el docente participe como director u orquestador de la clase logrando así un equilibrio entre los sistemas de

instrumentos y el sujeto, con el fin de desarrollar procesos de razonamiento en los estudiantes.

- **Dimensión Didáctica:** Artigue (1995) señala que esta dimensión está asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza, es decir, está ligada a la TSD que sustenta el diseño de la SD, ya que propone al estudiante diferentes situaciones como: acción, formulación, y validación a partir de la interacción con el medio.

Por ende, se trata de una teoría de la enseñanza que busca condicionar un ambiente artificial de los conocimientos matemáticos, ya que se parte de la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea. Según Acosta (2010) la TSD se fundamenta desde un enfoque constructivista y esto debido a lo que Piaget llamo aprendizaje por adaptación. Esta teoría aportará elementos que permite comprender a priori los posibles comportamientos y a posteriori la significación de los comportamientos observados en la relación entre estudiante y saber que se dan en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

3. Referencias bibliográficas.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. P. Gómez. (ed.), Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. (pp. 33-59). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>

Brousseau G. (1986): Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

Brousseau G. (1994): “Los diferentes roles del maestro” en Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, C. Parra; I. Saiz (comp.) Buenos Aires, Paidós Educador.

Brousseau G. (1998): Théorie des Situations Didactiques, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Brousseau G. (1999): “Educación y Didáctica de las matemáticas”, en Educación Matemática, México.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires. Libros del Zorzal

Margolinas, C. (2009) La importancia de lo verdadero y lo falso en la clase de matemáticas. Bucaramanga: Ediciones Universidad Industrial de Santander.

Matos, J. (1990). The historical development of the concept of angle. The mathematics Educator 1(1), pp.4 – 11.

MEN. Estándares Curriculares de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 2003.

MEN. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 1998. (Version electronica).

Rabardel, P. (1995) Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Collins

Rabardel, P. (2007). Los hombres y las tecnologías, visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos. Ediciones Universidad industrial Santander.

Trouche, L. (2002) Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs. En: GUIN, D. y Trouche, L. (Ed) Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

4.3. COMUNICACIÓN BREVE 3

SITUACIÓN ADIDÁCTICA EN ENTORNOS INFORMÁTICOS SOBRE SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Saidy Gabriela Vásquez Lobo , Karen Estefani Ospina Suarez & Lesdy Marlly Rodriguez Chocue saidy.vasquez@correounivalle.edu.co, ospina.karen@correounivalle.edu.co & marllyje@hotmail.com Universidad del Valle.

Resumen. Esta conferencia recoge alguno de los avances del trabajo de grado que se viene adelantando como prerrequisito para optar por el título de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad de Valle, donde se propone un diseño, implementación, análisis y evaluación de una secuencia didáctica mediante una serie de actividades en Geogebra, que conducen a la apropiación, por parte del estudiante, del concepto de sistema de numeración decimal. De esta manera propiciar al estudiante una situación de aprendizaje didáctica y darle la oportunidad de construir sus propios conocimientos del concepto referente al sistema de numeración decimal, mediante el análisis, la exploración, y una gestión didáctica. Además, que el estudiante pueda mediante la experimentación con las matemáticas, visualizar conceptos abstractos mediante una constante conexión conceptual con el nuevo concepto asimilado y los conocimientos previos.

Palabras claves. Sistema de numeración decimal, contar, secuencia didáctica.

1. Presentación.

En el presente trabajo se desarrolla un método para introducir la noción del sistema de numeración decimal en segundo grado de la educación primaria, para ello se llevará a cabo una serie de actividades didácticas en Applet haciendo uso del software dinámico Geogebra presentadas en un Blog. Estas actividades deben permitirle al estudiante un primer acercamiento al concepto reconociendo que el sistema de numeración que él utiliza está formado por diez símbolos llamados dígitos: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9**. Con estos dígitos se representan todos los números de nuestro sistema decimal, además que mediante la práctica, el estudiante, observe que a veces se utilizan dos, tres o cuatro cifras que al combinarse simbolizan un número, y que estos números son los que él utiliza usualmente para contar y ordenar.

Esto será posible ya que Geogebra proporciona las herramientas necesarias para que el estudiante se familiarice con este concepto mediante la exploración, el reconocimiento, y el desarrollo de sus propias conjeturas y suposiciones logrando así construir el conocimiento mediado por un Blog interactivo para lograr un aprendizaje más dinámico en la educación matemática.

2. Desarrollo de la temática.

Para este trabajo de se toman aspectos de la teoría de la Orquestación Instrumental desarrollada por Trouche, debido a que permite la organización particular de la clase; para la configuración didáctica, se considera la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), en particular

desde el punto de vista desarrollado por Margolinas (1993) sobre la TSD enfocada en la validación, pues aporta elementos para la concepción de una secuencia didáctica a partir de la situación adidáctica, donde se podrá movilizar esté conocimientos matemáticos, en este caso una situación adidáctica que tiene como finalidad introducir la noción del sistema de numeración decimal, donde se integran sistemas de instrumentos que se organizan de acuerdo a la actividad que realiza el sujeto según el contexto. Dentro de este proceso se considera importante el proceso de mediación debido a que, es de interés ver cómo se medía el aprendizaje a través de una situación adidáctica.

Ahora bien, en complemento con lo anterior se tiene en cuenta que el foco del trabajo es destacar algunas potencialidades, no tan “populares”, que puede ofrecer el software tales la visualización y el arrastre como herramientas potentes que contribuyen en el aprendizaje del Sistema de Numeración decimal, acompañadas por otro elemento llamado retroacciones por ende, se dará una serie de indicaciones al software para que genere algunas retroacciones a medida que el estudiante va evolucionando, como por ejemplo, que el estudiante pueda validar si su respuesta es correcta o incorrecta, y a partir de esto llevarlo a que analice bien, por sí mismo, el enunciado para que tome las decisiones convenientes.

Nombre del recurso: Diversión Bob Esponja (Sistema de numeración decimal)

Grado de escolaridad: 2º de la educación básica primaria

A continuación, se muestran las actividades que componen el diseño, las cuales podrían ser entregadas a cada estudiante bajo un formato de ficha²:

Actividad 1: El estudiante debe responder una serie de preguntas, de tal manera que pueda entender que, una decena es igual a 10 unidades. En las applet³ que respaldan esta actividad, demandan una serie de acciones que el estudiante debe realizar, tales como: agrupar una cantidad dada de unidades; agrupar cien unidades para formar diez decenas y luego, obtener una centena.

Actividad 2: El estudiante debe responder una serie de preguntas, de tal manera que pueda entender que, cien unidades conforman una centena. En la última parte de las applet⁴ que respaldan esta actividad, requiere que el estudiante obtenga una centena a partir de diez decenas.

Actividad 3: El estudiante podrá reconocer las unidades, decenas y centenas y luego identificar la relación que existe entre estas. En las applet⁵ que respaldan esta actividad, requiere que el estudiante realice un conteo de unidades a partir de las diferentes representaciones gráficas de las unidades, decenas y centenas.

Actividad 4: Por medio del arrastre y el conteo el estudiante podrá aplicar lo aprendido en las actividades anteriores, para reforzar así el aprendizaje del concepto matemático en cuestión. En

² Ver anexo 1, ficha del estudiante.

³ Ver anexo 2, enlace 1 y enlace 2.

⁴ Ver anexo 2, enlace 1 y enlace 2.

⁵ Ver anexo 2, enlace 3.

las applet⁶ que respaldan esta actividad, demandan una serie de acciones que el estudiante debe realizar, tales como: escribir los dígitos de un número de tres cifras, de forma secuencial para otorgarle un valor distinto según su lugar en la secuencia, esto es, la estrategia de posición; sumar el total de unidades que componen las decenas y las centenas de un mismo número de tres cifras.

3. Referencias bibliográficas.

- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., y Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)* 34(3), 66-72.
- Brousseau (1986) *La Teoría de Situaciones Didácticas A. La modelización de las situaciones didácticas 1. Las situaciones 2. Una primera aproximación a la clasificación de las situaciones didácticas 3. Tipologías de las situaciones didácticas*
- Margolinas, C (1993) *La importancia de lo verdadero y lo falso. Capítulo 1. Validación 1.2*
- Olivero, F. (2003). *The proving process within a dynamic geometry environment. Tesis de doctorado no publicada, University of Bristol, Graduate School of Education, Inglaterra.*
- Trouche, L., Drijvers, P. (Agostos de 2014) *Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education. Teaching Mathemayics and its Applications*, 1-17. Doi::10.1093/teamat/hru014

ANEXOS

Estas son las elaboraciones hechas hasta el momento, las cuales están sujetas a cambios y mejoras:

Anexo 1

Ficha del estudiante:

https://docs.wixstatic.com/ugd/51308b_b9f88662bd2b4c34a98087265e86205e.pdf

Anexo 2

Enlace 1: <https://www.geogebra.org/m/j6du7MMk>

Enlace 2: <https://www.geogebra.org/m/futXxYvf>

⁶ Ver anexo 2, enlace 4 y enlace 5.

Enlace 3: <https://www.geogebra.org/m/NWND4d7W>

Enlace 4: <https://www.geogebra.org/m/FhgEPPMY>

Enlace 5: <https://www.geogebra.org/m/fqWuyDeG>

Anexo 3

Ver Blog: <https://saidyvasquez.wixsite.com/misitio>

4.4. COMUNICACIÓN BREVE 4

Modelo multiparche para la dinámica del mosquito transmisor de la malaria

Enith Amanda Gómez Hernández.

eagomezh@uqvirtual.edu.co Universidad del Quindío.

Eduardo Ibargüen Mondragón.

edbargun@gmail.com Universidad de Nariño.

Resumen.

La malaria es una enfermedad potencialmente mortal causada por parásitos que se transmiten al ser humano por la picadura de mosquitos hembra del género *anopheles*. El control se debe en gran medida a la lucha sobre los insectos y a entender como la movilidad (inmigración y migración) puede incrementar la población de mosquitos infectados, por lo cual se estudia un modelo multiparche (diferentes lugares o sitios) para la dinámica de mosquitos susceptibles e infectados. Se realiza un análisis de estabilidad de los modelos, determinando que la inmigración y emigración tienen un efecto en la dinámica de las poblaciones.

Palabras claves. Malaria, *anopheles*, modelo multiparche.

- **Presentación del problema.**

La malaria es considerada una de las enfermedades más antiguas de la humanidad y en la actualidad la mitad de la población mundial está en riesgo, lo que la convierte en un problema de salud pública. En 2016 hubo 216 millones de casos de la enfermedad en 91 países, que según las estimaciones costaron la vida a 445 mil personas. En América del Sur, los países más afectados son Brasil y Colombia que reportan el mayor número de casos anuales, con un porcentaje de infectados del 68% respecto a todos los casos de la región (Organization, 2017).

En Colombia, durante el periodo comprendido entre 1990 y 2016, se registran 5.360.134 casos de enfermedades transmitidas por vectores, de los cuales 3.079.472 corresponden a malaria, provocando 1891 muertes (Padilla, 2017). En el país, los departamentos más afectados por la malaria son: Chocó, Cauca, Nariño y Valle del Cauca, que agrupan el 82% de todos los notificados (Javier, 2009); particularmente, Nariño aporta el 10% de los casos totales en el país y concretamente en el 2014 el Departamento presenta 5.175 casos de morbilidad, de los cuales el 99% corresponden a la zona del Pacífico Nariñense (Nariño, 2015).

Las regiones con casos de malaria, son precisamente los lugares donde hay presencia de *anopheles*, entonces determinar la especie de mosquito presente en un lugar específico y el comportamiento, es esencial para determinar las estrategias que permitan el control de la malaria. Además, en la Zona del Pacífico Nariñense los desplazamientos humanos y el comercio ha traído consigo el transporte no intencionado de *anopheles* de unas partes a otras (parches). Estos transportes no serían un motivo tan grave de preocupación si no fuera porque los mosquitos que llegan al nuevo hábitat muchas veces encuentran las condiciones propicias para su desarrollo (Tatem A, 2006).

- **Marco de referencia conceptual.**

La teoría necesaria para la comprensión de los modelos matemáticos planteados en éste trabajo está desarrollada en el libro (Perko, 2013), el cual tiene como objetivo principal describir el

comportamiento cualitativo del conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales, incluidos los conjuntos invariantes y el comportamiento del flujo dinámico

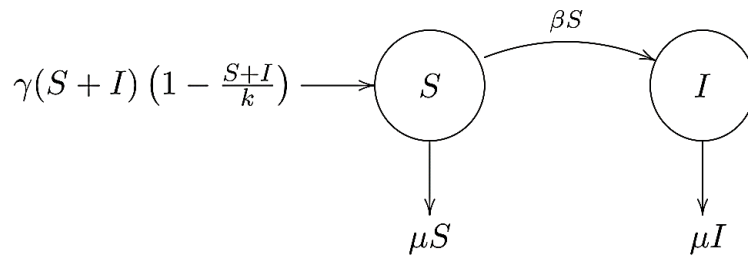
- **Metodología.**

Para determinar el efecto de la inmigración y emigración de mosquitos *anopheles* se propone realizar tres fases

Fase 1: Planteamiento del modelo en un parche.

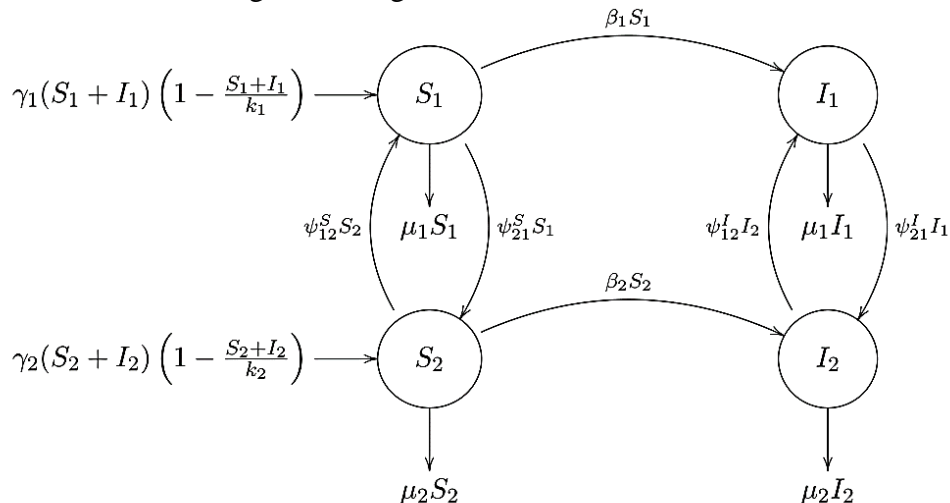
Para la primera fase se considera el ciclo de vida del parásito *plasmodium* con el cual se plantean los siguientes supuestos.

Sean $S(t)$ y $I(t)$ el número promedio de mosquitos *Anopheles* susceptibles (no portadores) e infectados (portadores) en un tiempo t respectivamente, sean además γ la tasa intrínseca de crecimiento, β la tasa de transformación de mosquito no portador a portador, μ la tasa de muerte natural y k la capacidad de carga. La dinámica del crecimiento del mosquito en un parche del relacionando las variables y parámetros anteriormente expuestos, se muestra en el siguiente diagrama de flujo



Fase 2: El modelo en dos parches

Se considera la dinámica en dos lugares, teniendo en cuenta la movilidad de los mosquitos entre esos sitios, para lo cual se emplea el subíndice 1 y 2 para diferenciar las variables y parámetros en cada uno de los parches y además se consideran las tasas de movilidad: $\psi_{12}^S, \psi_{21}^S, \psi_{12}^I$ y ψ_{21}^I . La dinámica se muestra en el siguiente diagrama.



Fase 3: Generalización-El modelo multiparche.

Siguiendo la idea de las fases anteriores el modelo en n parches está dado por el siguientes sistemas de ecuaciones

$$\frac{dS_i}{dt} = \gamma_i(S_i + I_i) \left(1 - \frac{S_i + I_i}{k_i}\right) - (\beta_i + \mu_i)S_i + \sum_{j=1}^n \psi_{ij}^S S_j$$

$$\frac{dI_i}{dt} = \beta_i S_i - \mu_i I_i + \sum_{j=1}^n \psi_{ij}^I I_j$$

- **Análisis de datos.**

Se realizó el análisis cualitativo de los modelos anteriores en los cuales se determinó la estabilidad asintótica global de las soluciones de equilibrio dependientes de un umbral de crecimiento.

- **Conclusiones.**

Realizando la comparación de los resultados del análisis de cada modelo se determinó que la inmigración y migración influyen en la dinámica del *anopheles*, aumentando los casos de malaria.

Además, el análisis cualitativo de los modelos evidencia que se puede controlar el mosquito cuando se aumenta la tasa de muerte, por lo cual se podría proponer a las entidades de salud que inviertan, por ejemplo, en insecticidas para mejorar la problemática.

Bibliografía.

- Javier, R. (2009). Dinámica probabilista temporal de la epidemia de malaria en Colombia. *Revista Med*, 214-221.
- Nariño, I. D. (2015). Boletín epidemiológico: Situación de las Enfermedades Transmitidas por Vectores ETV en el Departamento de Nariño, año 2014. 1-14.
- Organization, W. H. (2017). *World malaria report 2016*.
- Padilla, J. C. (2017). Epidemiología de las principales enfermedades transmitidas por vectores en Colombia, 1990-2016. *Biomédica*, 27-40.
- Perko, L. (2013). *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer Science & Business Media.
- Tatem A, H. S. (2006). Global traffic and disease vector dispersal. *PNAS*, 6242-6247.

4.5. COMUNICACIÓN BREVE 5

IMPLEMENTACIÓN DE INDICADORES DE CALIDAD EN LOS SERVICIOS ACADÉMICOS OFRECIDOS POR EL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS BASADO EN CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS SPC.

Carlos Eduardo Gómez Zúñiga, Marili Gómez Zuluaga, Manuel Antonio García
gomez.carlos@fuac.edu.co, marili.gomez@fuac.edu.co, manuelgarcial@usantotomas.edu.co
Universidad Autónoma de Colombia, Universidad Santo Tomás, Bogotá.

Resumen.

Se presentan resultados parciales relacionados con la investigación, en su fase 2, en la que se implementarán indicadores de calidad, usando herramientas del Control Estadístico de Procesos, SPC, que permitan medir y evaluar algunos de los servicios académicos ofrecidos por el Departamento de Ciencias Naturales y Exactas (DCNE), de la Fundación Universidad Autónoma de Colombia (FUAC). La información necesaria para alimentar las bases de datos, depende de las variables seleccionadas en el estudio, estas son: Realización curso de Matemática Introductoria, Seguimiento académico a los estudiantes que recibe la FUAC, y Evaluación final de las asignaturas mediante la aplicación de una prueba final conjunta (PFC). Esta información se genera en el programa Excel y es llevada al software estadístico R-studio para sus respectivos análisis e interpretación. Se presentan las fichas técnicas de los indicadores propuestos, las respectivas tablas y el análisis estadístico respectivo.

Palabras claves. Indicadores, Servicios Académicos, Control Estadístico de Procesos, R.-studio

- **Presentación del problema.**

En la Fundación Universidad Autónoma de Colombia (FUAC), a través del DCNE, surge la idea de establecer “Indicadores de Calidad” para evaluar los servicios que éste presta a los programas de las facultades de Ingeniería y Ciencias Económico-Administrativas y Contables (FACEAC). Para llevarla a cabo se planteó el desarrollo del proyecto de investigación, de carácter descriptivo, se realizó tomando como base, tres de las seis variables analizadas en una primera fase y que corresponden a las actividades más representativas desarrolladas en el DCNE, se generaron un total de 5 indicadores utilizando inicialmente las herramientas que proporciona Excel y posteriormente las del software R-Studio.

- **Marco de referencia conceptual.**

Indicador: Es la medida cuantitativa o la observación cualitativa que permite identificar cambios y cuyo objetivo es determinar qué tan bien está funcionando un sistema. (Londoño, J.

(2010). Metodología de la Investigación Epidemiológica. Cuarta edición. Bogotá: Manual Moderno).

Indicadores de gestión en la educación superior: La calidad definida por el CNA y adoptada por el CESU en el Artículo 5 del Acuerdo 03 de 2014, menciona: “*El concepto de **calidad** aplicado a la **educación superior**, hace referencia a la síntesis de **características que permiten reconocer un programa académico o una institución de educación superior**, y hacer un juicio sobre la **distancia relativa** entre el **modo** como en esa institución o programa académico se **presta dicho servicio** y el **óptimo** que corresponde a su naturaleza*”.
(<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/w3-propertyname-3214.html>)


Software Estadístico R: R es un software de libre uso y distribución bajo Licencia Pública General de GNU, para programar análisis estadístico y gráfico. R fue creado en 1993 por Robert Gentleman y Ross Ihaka del Departamento de Estadística de la Universidad de Auckland-Nueva Zelanda y desde 1997 se desarrolla con aportes de diversas partes del mundo, bajo la coordinación del equipo principal de desarrollo de R (R Core Team Development) (R Project). El paquete de instalación de **R**, permite realizar análisis estadísticos y gráficos básicos; para realizar otros más complejos es necesario instalar paquetes adicionales. Esencialmente **R** funciona como un lenguaje de programación, es decir, para realizar una acción, hay que escribir una secuencia de instrucciones que luego serán ejecutadas, sin embargo, en una sesión de **R**, se puede instalar y cargar una Interfaz Gráfica de Usuario (GUI), creada por John Fox: el paquete **R Commander**, con el cual es posible programar usando ventanas. (https://cran.r-project.org/doc/contrib/Chicana-Introduccion_al_uso_de_R.pdf).

- **Metodología.**

La metodología consistió en recolectar información relacionada con las variables, organizarla en bases de datos, elaborar la ficha de indicador, el indicador y la tabla de indicador, para

posteriormente concluir sobre el cumplimiento o no de la meta propuesta en cada uno de ellos. Lo que se espera es que la información arrojada por los Indicadores se ponga en práctica y de acuerdo a los resultados que se obtengan, se tomen medidas correctivas y preventivas.

- **Análisis de datos.**

		TABLA DE INDICADORES DE CALIDAD EN LOS SERVICIOS ACADEMICOS						Código:					
								2do Semestre 2017			1er Semestre 2018		
Variable	Nombre del Indicador	Fórmula	Responsable	Rango			META	Núm.	Den.	Resultado	Núm.	Den.	Resultado
				No cumple	Cumple parcialmente	Cumple							
Realización Curso Matemática Introdutoria	Porcentaje de Estudiantes asistentes al curso de Matemáticas Introdutoria	Número de estudiantes que realizaron el curso de Matemática Introdutoria / Total de estudiantes matriculados en primer semestre en las facultades de Ingeniería y FACEAC * 100	Docentes a cargo de cada curso, Dirección departamento de Ciencias Naturales y Exactas	< 60	60-80	> 80	100%	94	277	34%	64	214	30%

- **Conclusiones.**

Con los indicadores obtenidos se pueden concluir entre otras: bajo nivel matemático recibido durante la educación básica y media, falta de definición en la elección de programa a estudiar.

Bibliografía.

Colombia Aprende. (s.f.) Recuperado de:

<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/w3-propertyname-3214.html>.

Londoño, J. (2010). Metodología de la Investigación Epidemiológica. Cuarta Edición. Bogotá: Manual Moderno Editores.

The R Project. (s.f.) recuperado de https://cran.r-project.org/doc/contrib/Chicana-Introduccion_al_uso_de_R.pdf.

4.6. COMUNICACIÓN BREVE 6

COLOQUIO MATEMÁTICAS UDENAR 2018

Aprendiendo a construir la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular recto

Gustavo Adolfo Marmolejo Avenia

Profesor Universidad de Nariño-San Juan de Pasto-Colombia.

Doctor en Educación Matemática.

Alejandro García Ramírez

Estudiante de Maestría en Educación matemática de la universidad del Valle

e-mail para correspondencia electrónica y trámite del manuscrito:

usalgamav.investigación@gmail.com

Teléfono: 57 3105026988

Resumen: La presente comunicación breve aporta elementos de reflexión acerca del rol de la visualización y el control en la construcción de la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular recto. El estudio reportado se realizó desde una perspectiva cualitativa enmarcada en un estudio de casos. Los casos estudiados fueron 10 estudiantes de noveno grado de Educación básica secundaria de una Institución Educativa de carácter oficial. Los datos recolectados para el análisis se obtuvieron a partir de los procedimientos de los estudiantes al resolver las tareas propuestas en una propuesta de enseñanza. El instrumento de análisis considerado está constituido por cuatro categorías, a saber: Dinamismos visuales, Elementos de control visual, Procedimientos y Acciones sobre el soporte. A manera de conclusiones, se establecen parámetros para el diseño de propuestas de enseñanza que susciten la construcción de la fórmula aquí reseñada.

Presentación: la comunicación corta se desarrollará en seis momentos. Mientras que en el primero y segundo de los momentos, respectivamente, se definirá el concepto de visualización tridimensional

contemplado en la investigación y se establecerán las dificultades que enfrenta la construcción de fórmulas para calcular el volumen de figuras tridimensionales, en el tercero de los momentos, por su parte, se expondrán las tareas aplicadas en la investigación asimismo se determinará el rol que desempeña la visualización en la construcción de la fórmula para calcular la medida del volumen de un prisma rectangular recto. Ya en un cuarto momento, la atención recae por completo en las categorías que constituyen el instrumento de análisis diseñado en el estudio. A continuación, se establece cómo los casos estudiados reaccionaron a las tareas propuestas, puntualmente, se identifican dificultades y posibilidades. Para terminar, se reseñan pautas a considerar en el diseño de propuestas de enseñanza que susciten el estudio del volumen de figuras tridimensionales.

Bibliografía:

Agudelo, M. Y., & García, C. L. (2016). Desarrollo de la estimación de cantidades continuas en la magnitud volumen a través de la implementación de la modelación como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *UNO, Revista Iberoamericana de educación Matemática, Numero 46*, 139-158.

Alzate, S. M. (2015). *Intervención didáctica mediada por las TIC para la generalización del volumen de los cuerpos redondos en grado noveno. Estudio de caso en la Institución Educativa Monseñor Francisco Cristóbal del Municipio de Medellín*. Tesis de Grado de maestría, Universidad Nacional, Antioquia, Medellín.

Barrantes, L. M., Balletbo, F. I., & Fernández, L. M. (2014). Enseñar Geometría en Secundaria. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, innovación y Educación*, 1-14.

Calderón, D., & León, O. (2012). *La ingeniería didáctica como metodología de investigación del discurso en el aula*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

De Faria, E. (2006). Ingeniería Didáctica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1-9.

Del Olmo, M., Moreno, M., & Gil, F. (1993). *SUPERFICIE Y VOLUMEN ¿algo más que el trabajo con fórmulas?* Vallehermoso, Madrid: Síntesis.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros Semióticos Y Aprendizajes Intelectuales. Traducción realizada por Myriam Vega restrepo*. Santiago de Cali, Colombia: Artes gráficas UNIVALLE.

Duval, R. (2003). "Voir en mathématiques". (C. d. Estudios, Ed.) *Matemática educativa. Aspectos de la investigación actual*, 41-76.

Duval, R. (2004). Como hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas cuatro entradas y ... una quinta. En D. Raymond, *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño* (págs. 159-188). Ministerio de Educación Cultura y Deporte, Subdirección General de Información y Publicaciones.

Estrada, W. (2002). De la generación espontánea de las fórmulas de volumen a su construcción. En C. J. Luque, *Memorias XIII Encuentro de Geometría y I encuentro de Aritmética* (págs. 167-181). Bogotá, Colombia.

- Fernández, M. E., & Marmolejo, A. G. (Octubre de 2013). Volumen y capacidad en grado quinto de primaria. Desarrollo de procesos aditivos y multiplicativos en mediciones directas e indirectas. *Revista científica, Educación científica y Tecnológica*, 601-605.
- Flavell, J. (1976). *Metacognitive aspects of problem solving*, en Resnick, L.B. *The nature of intelligence* (231-236). Hillsdale, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum.
- García, M., & Guillén, G. (2010). Aplicación de un modelo elaborado para categorizar la geometría de los sólidos en la ESO a libros de texto de tres editoriales. *Investigación en Educación Matemática XIV*, 327-340.
- Gómez, C. I. (2014). Visualización y razonamiento. Creando imágenes para comprender las matemáticas. *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática*, (págs. 5-28).
- Gonzato, M., D Godino, J., & Contreras, J. M. (2010). *Análisis de los conocimientos puestos en juego en la resolución de tareas de visualización y orientación*. Thales. Córdoba: Jornadas de la S.A.E.M Thales.
- Guerrero, S., & Flores, P. (2015). Obtención del volumen del tetraedro por alumnos con talento matemático, sin emplear fórmulas. *Epsilon- Revista De Educación Matemática, vol 32(2). No 90*, 21-30.
- Gutiérrez, Á. (1988). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Revista EMA VOL,3 No 3*, 193-220.
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C. C., & Baptista, L. M. (2010). *Metodología de la Investigación*. México D.F: McGraw Hill.
- Hoyos, S. E., & Acosta, M. A. (2014). Mejoramiento de habilidades de visualización espacial mediante el uso de un ambiente informático. *XV Encuentro Virtual Educa Perú 2014*, (pág. 16).
- Marmolejo, G. A., & González, M. (2017). Dinamismos visuales en el estudio del área. Un estudio comparativo de textos escolares colombianos y españoles. No publicado.
- Marmolejo, G. A. Guzmán, L. Y., & Insuaty, A. L. (2015). Introducción a las fracciones en textos escolares de educación básica ¿figuras representaciones estáticas o dinámicas? *Revista Científica*, 43-56.
- Marmolejo, G. & Gonzalez, T. (2015). Control visual en la construcción del área de superficies planas en los textos escolares. Una metodología de análisis. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 18 (3)*, 301-328.
- Marmolejo, G. (2014). *Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles*. Salamanca.
- Marmolejo, G. A., & González, M. T. (2013). Visualización en el área de regiones poligonales. Una metodología de análisis de textos escolares. *Educación Matemática*, 61-102.
- Marmolejo, G., & Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 7-32.

- Marmolejo, G. A., & Vega, M. (2005). Geometría desde una perspectiva semiótica: visualización figuras y áreas. *Memorias XV Encuentro de Geometría y Aritmética*, (págs. 661- 693). Bogotá, Colombia.
- MEN. (2009). Decreto 1290. *decreto 1290*. Santafé de Bogotá, Colombia.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencia en Lenguaje, Matemáticas Ciencias y Ciudadanas*. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de matemáticas. En MEN, *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Monteagudo, N. Y., & Rivero, M. M. (mayo de 2016). Material didáctico para la resolución de problemas sobre cálculo de volumen de cuerpos geométricos en la educación preuniversitaria. *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*. Obtenido de <http://www.eumed.net/rev/atlante/2016/05/geometria.html>
- Montecino, A., & Andrad, M. (2013). Análisis del discurso escolar. *La visualización espacial como herramienta en el entendimiento de lo tridimensional* (págs. 481-488). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Moreno, I. (2004). Obtenido de <http://webs.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>
- Ortiz, S., & Valencia, A. (2017). *Conocimiento cognitivo en estudiantes de básica primaria*. Manizalez: Tesis de Grado de Magister en Educación Y Desarrollo Humano. Centro de estudios avanzados en Niñez y Juventud. Universidad de Manizalez.
- Padilla, S. (1992). *L'influence d'une acquisition de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des Mathématiques*. Thèse U.L.P. Strasbourg, Francia.: Université Louis Pasteur, Institut de Recherche Mathématique Avancée ISSN 0755-3390.
- Sainz, L. O. (2014). *La visualización en geometría: un estudio en 3º ESO*. Cantabria: Facultad de Educación, Universidad de Cantabria.
- Soto, S. M., Herrera, N. E., & Nappa, N. R. (2013). Aplicación de una estrategia para el aprendizaje de geometría tridimensional usando un recurso educativo abierto. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en ciencias y Tecnología, volumen 4, número 3*, 50-76.
- Stake, R. (1988). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- Taylor, S., & Bogdan, R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós.

4.7. COMUNICACIÓN BREVE 7

Modelamiento matemático de la dinámica de dos poblaciones bacterianas termófilas y amilolíticas aisladas del volcán Chiles.

Eduardo Ibarguen, Miller Ceron, María Alejandra Mármol, Edith Mariela Burbano, Ariana Reina, Mario Pantoja
edbargun@gmail.com Universidad de Nariño.

Resumen.

Se desarrolló un estudio que evalúa la dinámica de dos aislados bacterianos termófilos amilolíticos de una fuente termal del volcán Chiles, Nariño, midiendo su crecimiento y la hidrólisis de almidón en el tiempo. Se propusieron dos medios de cultivo para el aislamiento, Luria Bertani y otro medio adicionado con peptona y glucosa. En este trabajo se formula y analiza un modelo matemático ajustado a presa-predador, con respuesta funcional tipo logístico adaptado, para el predador, éste describe la dinámica de crecimiento poblacional de las bacterias termófilas amilolíticas en un medio específico con almidón, seleccionando dos aislados y evaluando el crecimiento a intervalos de 8 horas durante cuarenta horas, por medio de espectrofotometría. Para el ajuste y validación del modelo se tiene en cuenta que la dinámica poblacional de la presa no presenta respuesta funcional debido a la naturaleza de la misma y que el modelo admite una capacidad de carga variable.

Palabras claves. Modelo, Dinámica, Capacidad de Carga, Termófilos

- **Presentación del problema.**

A pesar que existen varios métodos respaldados matemática y estadísticamente empleados para el estudio de la ecología microbiana estos no son suficientes para establecer conclusiones contundentes respecto a la interacción de los organismos con el medio, interfiriendo con el desarrollo de la ecología microbiana como ciencia cuantitativa.

La relación de los microorganismos con el ambiente termófilo cobra gran importancia debido a las diferencias físicas y químicas en comparación a ambientes en los cuáles la vida se hace más favorable. En el volcán Chiles, Cabrera, A., Díaz, R. (2003), realizaron un estudio de aislamiento y caracterización parcial de bacterias termófilas asociadas a aguas termales, sin embargo, aún no está bien documentada la dinámica poblacional de los microorganismos adaptados a este ambiente y su asociación con la actividad amilolítica.

El ajuste de un modelo matemático a la dinámica poblacional posibilita el uso potencial biotecnológico e industrial de los microorganismos extremófilos, por ende el desarrollo del departamento de Nariño, caracterizado por su geografía diversa y ser plataforma de ambientes de vida extremas en zonas volcánicas.

- **Marco de referencia conceptual.**

Modelo matemático: Un modelo matemático se define como un conjunto de ecuaciones que expresan las características esenciales del fenómeno en términos matemáticos, se caracteriza por su universalidad, empleo de un lenguaje preciso, sin ambigüedades, todo modelo posee una estructura y parámetros. (Ribas, Hurtado et al, 2011)

Modelo Presa Predador: Cuando las especies interactúan, la dinámica poblacional de cada especie se ve afectada, si la tasa de crecimiento de una población disminuye y la otra aumenta las poblaciones están en una situación de predador presa. (Murray, 2001)

Modelo logístico: Sugiere que la población no crece ilimitadamente, sino que sigue un crecimiento hasta alcanzar una capacidad de carga máxima K simulando una curva logística según variaciones de tiempo.

- **Metodología.**

Se tomaron 3 muestras de agua en 2 puntos seleccionados de las fuentes termales “Baños Chiles” en los cuales se registraron parámetros fisicoquímicos como temperatura y pH y sus respectivas coordenadas geográficas. Las muestras se procesan en los laboratorios de la Universidad de Nariño, estas fueron filtradas a través de gasa estéril y 100 uL, de cada muestra fueron inoculados por triplicado en medios sólidos Luria Bertani y un medio adicionado con fuente de carbono, se ajustó pH 6,0, se realizó la técnica de siembra masiva y se incubó a temperatura de 42 °C durante 24 horas (Rivas, 2017). La actividad amilolítica de los aislados se determinó por un test de lugol. Posteriormente se realiza la revisión bibliográfica de modelos matemáticos analizando los modelos matemáticos relevantes que puedan ajustarse al fenómeno estudiado, se tiene en cuenta las variables que intervienen en el proceso analizando su dependencia y su interacción con el sistema, para ahorrar esfuerzos computacionales. Al final se contrasta la teoría con los resultados experimentales estableciendo algunas limitaciones con el objetivo de ajustarse a los modelos preestablecidos, esto se logra identificando las variables convenientes en el proceso y descartando factores no relevantes, posibilitando la construcción de la ecuación o sistemas de ecuaciones que describan el fenómeno. Se pretende determinar los parámetros del modelo a partir de la simulación y aproximarse aún más a la realidad del fenómeno.

- **Análisis de datos.**

En la curva de crecimiento se observa que la dinámica poblacional de los dos aislados es semejante, en ambas; la primera y segunda generación de bacterias crece acorde a la cantidad de sustrato en el medio, la diferencia radica en el pico de crecimiento.

El sustrato determina la capacidad de sustento del medio, en particular se estableció que esta variaba en función del crecimiento poblacional, haciendo que la capacidad de carga tiende a cero.

Teniendo en cuenta lo mencionado, para la construcción del modelo se realizó una variación al modelo logístico.

- **Conclusiones.**

Los aislados del estudio presentaron un rápido crecimiento, en un tiempo aproximado de 8 horas ambos aislados alcanzaron el punto máximo de crecimiento poblacional.

La dinámica de crecimiento permite plantear que los aislados bacterianos tienen una gran capacidad de adaptación en cuanto a utilización de recursos debido a los nuevos medios impuestos en los cuales tuvieron que desarrollarse.

El modelado matemático describe la dinámica de crecimiento poblacional de las bacterias termófilas el sustrato que contiene el almidón.

Los datos experimentales fueron ajustados al modelo, lo cual permitió determinar las diferentes tasas que intervienen en el mismo.

Bibliografía.

Alfonso, M., Coca, A., Ramírez, W., Carvajal, L., 2008. Aproximación a la dinámica poblacional de los microorganismos en diferentes sustratos empleados en los cultivos de rosa (*Rosa spp.* var. Charlotte) en la Sabana de Bogotá. *Revista Colombiana de Ciencias Hortícolas*. Vol. 2 pp. 98-109.

Dennis G. Zill, *ECUACIONES DIFERENCIALES CON APLICACIONES DE MODELADO*, International Thomson Editores, México, 1997.

J.D. Murray ,*Mathematical Biology: I. An Introduction*, Third Edition, Springer, New York, 2001.

Miranda, Ileana. (2014). Modelación matemática de la dinámica de poblaciones: desarrollo histórico y uso práctico en Cuba. *Revista de Protección Vegetal*, 29(3), 157-167. Recuperado en 14 de abril de 2018, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-27522014000300001&lng=es&tlng=es.

Ribas-García, M., & Hurtado-Vargas, R., & Garrido-Carralero, N., & Domenech-López, F., & Sabadí-Díaz, R. (2011). Metodología para la modelación matemática de procesos. Caso de estudio, fermentación alcohólica. *ICIDCA. Sobre los Derivados de la Caña de Azúcar*, 45 (1), 37-47.

4.8. COMUNICACIÓN BREVE 8

La probabilidad en los textos escolares de grado undécimo de la Educación Colombiana

Diana Marcela Vélez Gómez, diana.marcela.velez@correounivalle.edu.co, Universidad del Valle.

Resumen. En este documento se expone una propuesta para analizar el contenido probabilístico presente en los textos escolares de matemáticas de grado undécimo de la Educación Colombiana, particularmente en dos de ellos. Para ello, se delimita la problemática desde el uso de libros de texto por parte de los profesores de matemáticas y la probabilidad como objeto de estudio en el aula. Para la definición del marco conceptual, se espera establecer cuatro dimensiones (histórica, matemática, didáctica y curricular), que permitan establecer una rejilla de análisis. Un análisis preliminar revela que los dos textos escolares seleccionados se centran en la presentación de fórmulas y aplicaciones insuficientes de la probabilidad, lo cual puede limitar la comprensión este concepto por parte de los estudiantes.

Palabras claves. Probabilidad, textos escolares, undécimo

5. Presentación.

Este documento surge del Trabajo de Grado que se viene realizando para culminar la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, en la Universidad del Valle. El interés por analizar la forma en que se presenta la probabilidad en los textos escolares de matemáticas de grado undécimo de la Educación Colombiana, se debe a la formación recibida en Estadística y Probabilidad durante los últimos cursos de la carrera. Así mismo, la participación en algunos congresos sobre la enseñanza y aprendizaje de la Estocástica y la Probabilidad, permitió acotar el tema de interés y definir la respectiva problemática.

Paralelo a este proceso, también se contempló la selección de los dos textos escolares de matemáticas que consideren la probabilidad dentro de sus ejes conceptuales, a partir de los siguientes criterios: 1) Que en la propuesta educativa se evidencien los referentes curriculares propuestos por el MEN, a saber, los aspectos organizadores de los currículos de matemáticas en Colombia (conocimientos básicos, procesos y contextos) y, explicitación de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas tanto de manera general, como para el tema particular de probabilidad; 2) Los textos escolares deben tener la mayor cantidad de contenido probabilístico con respecto a otros; 3) Los textos escolares deben responder a la editorial de preferencia de cinco profesores de matemáticas encuestados, que tienen a su cargo la enseñanza de la probabilidad en grado undécimo.

6. Desarrollo de la temática.

Los textos escolares, como uno de los recursos que ha y siguen utilizando los profesores para la planeación, desarrollo y evaluación de sus clases, son una fuente importante de investigación, pues estos no están acabados, es decir, siguen presentando falencias y dificultades tanto en la organización de los ejes conceptuales, como en el tratamiento de los mismos (Tosi, 2012). Ante esto, desde la Educación Matemática resulta necesario indagar y analizar el contenido de los textos escolares de matemáticas, pues los objetos de estudio propios de esta disciplina –debido a su carácter abstracto- son aún más complejos de enseñar a través de los libros de texto, debido a que, en ocasiones, los docentes de matemáticas los seleccionan y llevan al aula, sin un análisis crítico previo de su contenido o propuesta de enseñanza (Arbeláez, Arce, Guacaneme y Sánchez, 1999).

Así lo reconocen Marmolejo y González (2013), al señalar que el libro de texto hace parte del currículo formal que circula en las aulas de clase, en tanto contribuye en las decisiones que toma el docente, cuando se enfrenta al diseño de su plan de trabajo en el aula. Luego, es factible decir que las definiciones, actividades, evaluaciones, entre otros elementos que construye el profesor, en particular de matemáticas, tienen influencia de los textos escolares de matemáticas que éstos previamente han revisado. Así pues, los libros de texto de matemáticas tienen un rol importante en el panorama de la Educación Matemática, debido a la marcada incidencia que tienen en el currículo escolar de matemáticas, lo cual se despliega a los ejes conceptuales que se reúnen y presentan en los distintos textos escolares de matemáticas. Lo anterior conlleva a plantear que el análisis de textos escolares de matemáticas se convierte en un elemento significativo de investigación, al aportar al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Ahora bien, un segundo aspecto desde el cual se fundamenta la realización de este trabajo, tiene que ver con el concepto matemático que se analiza en los textos escolares de matemáticas, a saber, la probabilidad, pues en la Educación Matemática se han producido distintas investigaciones sobre la importancia del desarrollo del razonamiento probabilístico por parte de los estudiantes, en particular, cuando se encuentran en el nivel de secundaria (Batanero, 2006).

Al respecto, Jiménez y Jiménez (2005) señalan que la importancia de la enseñanza de la probabilidad en la escuela, radica en que los estudiantes deben poseer -como parte de su cultura- un buen manejo de las nociones de incertidumbre y probabilidad, pues ellas hacen parte del ejercicio de la ciudadanía que empiezan a enfrentar los alumnos, debido a las múltiples situaciones que aunque no se pueden controlar -debido a su grado de incertidumbre- se pueden analizar a través de la probabilidad, y así tomar decisiones con mayor fundamento matemático. Luego, es factible afirmar que la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en la escuela, específicamente en secundaria, ha sido y sigue siendo origen de múltiples dificultades tanto para profesores como para estudiantes, pues el estudio de este objeto matemático (probabilidad), aún se sigue centrando sólo en el cálculo de probabilidades de distintos sucesos.

Por otro lado, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) también se resalta la trascendencia de la enseñanza de la probabilidad. En el primer documento se menciona que la probabilidad permite explicar distintas situaciones cotidianas que no son del todo deterministas, y, por tanto, requieren de un conocimiento aleatorio para interpretarlas y tomar decisiones frente a ellas. Por su parte, en el segundo documento se resalta que el desarrollo del pensamiento aleatorio en los estudiantes, contribuye a que busquen respuestas a situaciones en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar y planteen soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara.

Por otro lado, resulta interesante el hecho de que distintas investigaciones se han centrado en el análisis de textos escolares en torno al tratamiento de la probabilidad; entre ellas se encuentran, por ejemplo, Serradó, Cardeñoso y Azcárate (2005) y Gómez, Contreras y Batanero (2015).

De manera particular, se resalta la investigación de Serradó, Cardeñoso y Azcárate (2005), quienes realizaron un estudio de los obstáculos que pueden surgir, a partir del estudio de las diferentes nociones teóricas que se introducen en los libros de texto de cuatro editoriales reconocidas en España. Para ello, discriminan entre obstáculos de tipo epistemológico, ontogénico y didáctico, haciendo referencia tanto a las nociones de azar, aleatoriedad y probabilidad, como a la cuantificación de la probabilidad, que se presentan en dichos textos escolares.

Dentro de sus conclusiones, Serradó et al (2005) señalan que dos de las editoriales, organizan los ejes temáticos de manera fragmentada, acumulativa y lineal (mediante una estructura de desarrollo de unidades deductiva), lo cual indica una prioridad por la introducción del modelo laplaciano de la probabilidad, en lugar de favorecer los distintos significados de esta. Por su parte, en los textos escolares de las otras dos editoriales, se favorece la introducción de la noción frecuencial de la probabilidad, lo cual alude al reconocimiento –por parte de las editoriales- de la importancia que merece atender a este significado de la probabilidad.

7. Referencias bibliográficas.

- Arbeláez, G., Arce, J., Guacaneme, E. & Sánchez, G. (1999). Análisis de textos escolares de Matemáticas. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROM.*
- Gómez Torres, E., Contreras, J. M., & Batanero, C. (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para Educación Primaria en Andalucía.
- Jiménez, L., & Jimenez, R. (2005). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria. ¿Para qué y por qué? *Revista Digital Matemática*, 6(1), 1-10.
- Marmolejo, G. A., & González, M. T. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Una metodología de análisis y su aplicación a un libro de texto. *Revista Integración*, 31(1).
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares: Matemáticas. Bogotá: Magisterio
- Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: Magisterio.
- Serradó, A., Cardeñoso, J. M., & Azcárate, P. I. L. A. R. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 4(2), 59-81.
- Tosi, C. (2012). El texto escolar como objeto de análisis. Un recorrido a través de los estudios ideológicos, didácticos, editoriales y lingüísticos. *Lenguaje*, 39(2).

4.9. COMUNICACIÓN BREVE 9

La Influencia de los Principia de Newton en el pensamiento científico-matemático de José Celestino Mutis, como base para el desarrollo de la Ciencia Nacional

María Fernanda Gomajoa López.
mafegolo@gmail.com Universidad de Nariño .

Resumen.

En la historia de la ciencia es notable la influencia de los logros matemáticos de los siglos XVII y XVIII. En particular, se destaca la obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Newton, por lo que se presentará un análisis a la traducción inédita realizada por José Celestino Mutis. Este último introdujo avances científicos en la América Colonial con su primera cátedra de matemáticas y asesoró las reformas curriculares adelantadas por el Virrey Caballero y Góngora, Eloy Valenzuela y el fiscal Moreno y Escandón. Con este trabajo también se pretende mostrar la labor científica que desarrollaban algunos intelectuales criollos y su relación con la ilustración europea. Con lo anterior se reforzará la idea de que el desarrollo de la ciencia y las matemáticas en Colombia presupone un proceso histórico, cuya base, sobre la cual se erige la naciente educación científica neogranadina es bajo el aporte newtoniano.

Palabras claves. Newton, los *Principia*, Mutis, Escolástica

- **Presentación del problema.**

Se sabe que el desarrollo de Ciencia Nacional, tiene su origen hace más doscientos años con la llegada de José Celestino Mutis a la Nueva Granada, con él se asentaron las ideas renovadoras y revolucionarias en cuanto a ciencia. La Expedición Botánica se convirtió en un referente de cómo comprender el mundo, se abandona la escolástica y predomina la experimentación y la razón como las fuentes para acceder a la verdad. Todo lo que hoy existe en Colombia, los institutos científicos, los observatorios astronómicos, las universidades, las asociaciones de matemáticas y de ciencias naturales, las bibliotecas, entre otros nacieron de las necesidades de la época.

Transformar el país y poder lograr el desarrollo eran los anhelos de esa generación, pero la única forma de lograrlo era mediante el avance científico y la liberación de nuestro país de la corona española. Los países de occidente eran el ejemplo, la revolución francesa, la inglesa y la norteamericana se convertían en el objetivo a alcanzar para el bienestar de la mayoría del pueblo neogranadino. Pero todo esto se logró comprender solo cuando llegaron las ideas sobre los estudios de física y del movimiento de los planetas, cuando la experimentación se imponía sobre la especulación, cuando los fenómenos de la naturaleza se pudieron interpretar matemáticamente, solo hasta entonces el hombre llegó a conocer y acceder a la verdad y ese fue el motor de todos los cambios sociales de esa época. De tal forma que se hace necesario analizar y comprender ese periodo de la historia que nos muestra los orígenes del pensamiento científico-matemático y las bases del desarrollo de la ciencia nacional.

- **Marco de referencia conceptual.**

Esta propuesta se enmarca en abordar la inquietud principal emanada de la V Escuela Nacional de Historia y Educación Matemática (ENHEM V), llevada a cabo en noviembre

de 2015, la cual subraya la urgencia, para la comunidad de matemáticos y educadores matemáticos de Colombia, de reconocer la importancia del estudio de la historia de las matemáticas en nuestra nación, como parte esencial del proceso educativo ya que sin el conocimiento y reconocimiento del proceso histórico y su desarrollo podemos caer en falsas apreciaciones de los conceptos matemáticos.

- **Metodología.**

Se hará un recorrido histórico desde la llegada de Mutis a la Nueva Granada hasta su muerte, analizando la documentación existente sobre la influencia de las nuevas teorías pregonadas en occidente y, en especial, las desarrolladas por Newton en su libro *Los Principia*, en las ideas que defendió Mutis como director de la primera cátedra de matemáticas.

Además señalar las concepciones de José Celestino Mutis y su vínculo directo con las teorías formuladas en *Los Principia* de Newton; y comprender el panorama de la labor científica que desarrollaban los intelectuales criollos y que significó el cambio de las concepciones matemáticas basadas en la especulación, como lo determinaba la escolástica, hacia la nueva filosofía útil donde se basaba en la experimentación y la demostración.

- **Análisis de datos.**

De acuerdo a las fuentes documentales se mostrará el vínculo entre Newton y Mutis para el desarrollo del pensamiento científico-matemático en la Nueva granada

- **Conclusiones.**

La formación matemática en Colombia para estudios superiores tiene origen con la Primera Cátedra de matemáticas impartida por José Celestino Mutis, suceso que llevó a Mutis una defensa de las teorías de Newton las cuales se publicaron en su obra los *Principia* y que se enseñaron en nuestro territorio.

Bibliografía.

Albis, V. (1986). Los Principia de Newton y sus relaciones con el desarrollo de las ciencias naturales. Revista de Universidad de Colombia, 3

Arango, D. S. (1991). La cátedra de filosofía en los planes ilustrados del Virreinato de la Nueva Granada. Revista Colombiana De Educación, 111-138

Arboleda, L. C. (1987). Sobre una traducción inédita de los Principia al castellano hecha por Mutis en la Nueva Granada CIRCA 1770. Revista Latinoamericana De Historia De Las Ciencias Y La Tecnología, 291-313.

Londoño, M. I., & Uribe López, D. M. (2009). Los aportes de Mutis a los estudios superiores de la Nueva Granada. Medellín: ASPROUDEA

Wussing, H. (1989). Lecciones de Historia de las Matemáticas. . Madrid: Siglo veintiuno editores S.A.

4.10. COMUNICACIÓN BREVE 10

ASPECTOS DE LA RECEPCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN COLOMBIA

Jair Soto Enríquez.

jairdarkdie@hotmail.com Universidad de Nariño.

Resumen.

Se presentará un capítulo de la investigación del trabajo de grado llamado UNA COMPARATIVA HISTORICA EN EL SURGIMIENTO DEL CÁLCULO INFINITESIMAL: ENFOQUES, MOTIVACIONES Y RECEPCION DE LA OBRA DE NEWTON Y LEIBNIZ, en el cual se consideró en una parte de este trabajo un enfoque histórico en Colombia, donde se ven aspectos específicamente en lo relacionado con el cálculo infinitesimal, en cómo fue la llegada de la obra de Newton y Leibniz y la trascendencia que ha tenido la misma en el desarrollo científico-matemático en Colombia. Es así que esta presentación pretende motivar a la comunidad matemática tanto de docentes como de estudiantes a la investigación de la historia de las matemáticas en Colombia.

Palabras claves. Newton, Leibniz, cálculo infinitesimal, Historia de la matemática en Colombia

- **Presentación del problema.**

La matemática se puede estudiar desde diferentes enfoques, es decir desde el mismo logicismo de la matemática, como también desde otros enfoques que la misma abre, como lo es la misma educación matemática e incluso la historia de la matemática,

En cuanto a lo relacionado con la historia de la matemática y según el artículo (Anacona, 2013), esta puede abordarse desde dos tipos de enfoques históricos como son el internalista y el externalista, en lo relacionado a esta presentación se mostrara un enfoque más externalista, puesto que se presentan aspectos de cómo se dio la recepción del cálculo infinitesimal desarrollado por Newton y Leibniz en Colombia.

- **Marco de referencia conceptual.**

Esta investigación se desarrolló enmarcada en el proyecto Historia de las Matemáticas en Colombia: una innovación en el currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño. Y teniendo en cuenta la necesidad de la comunidad de historiadores de la matemática en Colombia, de promover la historia de la matemática de nuestro país, para ello es pertinente citar las palabras del profesor Edgar Guacaneme de la Universidad Pedagógica Nacional, en el marco del V Encuentro Nacional de Historia y Educación Matemática (ENHEM V): "sin olvidar la historia occidental y mirando a las orientales hay que reconocer nuestra propia historia".

- **Metodología.**

Esta presentación se realizara a manera de socialización, presentando inicialmente la importancia de estudiar la Historia de las matemáticas en Colombia, posteriormente se dará a conocer mediante el uso de diapositivas parte de los resultados obtenidos en esta investigación.

Se pretende de esta manera incentivar y generar preguntas que motiven la investigación de matemáticos y los lleven de cierta forma a abrir la matemática a la historia.

- **Análisis de datos.**

Es importante señalar que la profesionalización de las matemáticas en Colombia tuvo su comienzo en 1950, tiempo en el cual también se modernizó el modelo educativo en Latinoamérica, en lo concerniente a Colombia es pionera la cátedra de matemáticas en el Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario en Santafé, este hecho trajo gran nivel de progreso para las ciencias y el surgimiento de nuevos pensadores preocupados por solventar las necesidades educativas de la época en este territorio, lo que despertó un gran interés por las ciencias, en especial por las matemáticas, resaltándose los aportes de José Celestino Mutis un iniciador del conocimiento científico en la Nueva Granada, quien también dirigió la llamada Expedición Botánica, proceso de gran trascendencia para las ciencias en Colombia considerada la mayor empresa científica del periodo colonial que marcó un gran cambio que favoreció el desarrollo de las matemáticas en nuestra nación, dicha expedición persiguió muchos fines tales como el estudio de los recursos naturales y el adecuado uso de los mismos, pero también se enfocó en la formación de jóvenes encargados de divulgar el conocimiento en Colombia. Mutis ha sido un personaje muy importante no solamente en el ámbito científico sino también en las matemáticas esto lo llevó a mantenerse como titular de la cátedra hasta su muerte. Cabe mencionar que existió el Colegio militar, el cual se dedicaba a la formación de ingenieros civiles y militares que obviamente requerían de las matemáticas en su oficio y fundamentalmente del cálculo infinitesimal, Aimé Bergueron fue uno de los primeros docentes en impartir la cátedra relacionada con el cálculo infinitesimal por lo que nuevamente a manera de conjetura se puede decir que pudo haber sido mayor la influencia de Newton por su carácter naturalista y su aplicabilidad a la ingeniería.

- **Conclusiones.**

Finalmente se puede afirmar que Colombia recibió grandes influencias de Newton más que de Leibniz y especialmente por obra su *Los Principia* y el carácter naturalista propio de este y generalmente por las aplicaciones que en si se le dio al cálculo desde épocas atrás en el territorio colombiano, resulta más complicado pensar que tuvo mayor acogida la obra de Leibniz puesto que este se caracterizó por ser de carácter logicista.

Bibliografía.

- Albis, V., & Sánchez, C. (Marzo de 1999). Descripción del curso de cálculo diferencial de Aimé Bergeron en el Colejio Militar. *Revista Academia Colombiana de Ciencias*, Vol. XXIII, 73-79.
- Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *Revista EMA*, 30-46.
- Arbeláez, G. (2011). *Proceso de instauración del análisis matemático en Colombia: 1850-1950*. Cali, Colombia: Tesis de doctorado en Educación Matemática. Universidad del Valle.
- Arbeláez, G., & Recalde, L. (Septiembre - Diciembre de 2012). El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950). *Revista Quipu*, Vol. 14, 363 - 394.
- Díaz, S. (diciembre 2009). La Real Expedición Botánica. Septiembre 6, 2016, de *Revista Credencial* [online] Sitio web:
<http://www.banrepcultural.org/blaavirtual/revistas/credencial/diciembre2009/botanica.htm>
[Última entrada 6 Sep. 2016]
- Herrera, M. (1993). Historia de la educación en Colombia. La República Liberal y la modernización de la educación: 1930-1946. *Revista colombiana de educación*, Vol. 22, 97-124.
- Poveda, G. (2012). *Historia de las matemáticas en Colombia*. Poveda, Gabriel. (2012). (Uanula, Ed.) Medellín, Colombia: Editorial: U. Autónoma Latinoamericana.
- Recalde, L. (2015). *Lecturas de historia de las matemáticas*. Colombia: Editorial Univalle.
- Sánchez Botero, C. (2002). Cien años de la matemática en Colombia: 1848-1948. *Acad. Colomb. Cienc.*, Vol. 26(99), 239-360.
- Sánchez, C. (4 de Mayo de 1999). Matemáticas en Colombia en el siglo XIX. *Revista Llull*, Vol. 22, 687-705.
- Sánchez, C., & Albis, V. (Abril de 2012). Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI. *Revista Quipu*, Vol. 14, 109-157.

4.11. COMUNICACIÓN BREVE 11

MODELAMIENTO DE DIVERSOS FACTORES QUE INCIDEN EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO EN EL SEMESTRE A-2017

Andrés Esteban Chaves Burbano

deazero23@gmail.com

RESUMEN Este trabajo tiene como objetivo identificar factores relacionados con el desempeño académico de los estudiantes de Física de la Universidad de Nariño, y hacer uso de estos, mediante métodos estadísticos para buscar relaciones entre dichas variables y así proponer un modelo que explique en buena medida el desempeño académico de la población mencionada. El estudio incluye breves antecedentes tomados de anteriores investigaciones afines; algunas de las cuales fueron realizadas también en la Universidad de Nariño, otros trabajos realizados en el exterior y dan una idea de la problemática que guarda esta situación en varias naciones, posteriormente se presenta la metodología seguida en la investigación, los resultados estadísticos obtenidos, su discusión y las conclusiones del presente, para finalmente listar las referencias bibliográficas utilizadas en el estudio.

PALABRAS CLAVE Modelamiento, factores, rendimiento, estudiantes.

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA Me he preguntado ¿Cómo y hasta que medida puede una nota ser fiel testigo del aprendizaje o el conocimiento de un estudiante? Una cuestión interesante y muy complicada, ya que hay diversos factores que afectan la calificación de un estudiante, por lo que he llegado a pensar que una nota puede llegar a reflejar el conocimiento adquirido pero solo hasta cierto punto; una nota es solo una forma de caracterizar a los estudiantes, en base a un modelo que ya tiene bastante tiempo, y que necesita una reformulación (*otro tema en el que no vamos a entrar en detalle*); pero discusiones como estas me han llevado a preguntar: A nivel general, como y cuales factores afectan las calificaciones obtenidas por los estudiantes de Física de la facultad de ciencias exactas y naturales de la Universidad de Nariño.

En vista de que física es una carrera con un alto índice de deserción es pertinente buscar las causas que llevan a los estudiantes a tener un bajo rendimiento, que es uno de los principales motivos que lleva a los estudiantes a abandonar sus estudios o tardar mucho tiempo en

finalizarlos; y de esta forma buscar las variables más significativas a tomarse en cuenta por el departamento para que tome las medidas pertinentes.

MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL Se han realizado numerosos estudios en este campo, ya que es de gran interés para las instituciones. Dentro de las teorías que describen el rendimiento académico, son dos las que toman fuerza en un gran número de investigaciones, siendo la base fundamental a un campo que aún requiere un análisis más exhaustivo.

Las investigaciones han establecido que la capacidad cognitiva es un determinante importante en logros académicos (Ackerman y Heggestad, 1997). Pero los factores de la capacidad por sí solos no son suficientes para entender plenamente las diferencias individuales en el éxito académico (Chamorro - Premuzic y Furnham, 2006). Por lo tanto, los investigadores han tratado de identificar los factores predictivos no cognitivos del rendimiento académico, incluyendo variables relacionadas con las disposiciones de personalidad. Un grupo de variables de predicción que ha generado una cantidad considerable

de interés son las cinco grandes dimensiones de la personalidad “The Big Five Personality Traits”.

El modelo de cinco factores de la personalidad (McCrae y Costa, 1997) representa la conceptualización dominante de la estructura de la personalidad. Este modelo postula que los cinco grandes factores de la personalidad que son; Neuroticismo, Extraversión, Apertura a la Experiencia, Amabilidad y Estado consciente residen en el más alto nivel de la jerarquía de la personalidad. Estos factores están pensados para abarcar todo el dominio de los rasgos de personalidad.

La Extroversión se manifiesta en personas enérgicas y que gustan de la compañía de los demás. La Amabilidad se describe en las personas cooperativas y confiables. El Estado consciente retrata a las personas organizadas y que persiguen sus objetivos. Por otro lado Abierto a la experiencia representa a personas activas, de sensibilidad estética con curiosidad intelectual e independencia de juicio. Y por último el rasgo de inestabilidad emocional o Neuroticismo con lleva a las personas a un nivel de sobre stress, poca sociabilidad, percepción sesgada hacia situaciones negativas entre otras.

Otras de las teorías altamente ocupadas en las distintas investigaciones sobre las causas del rendimiento académico es el sentido del enfoque individual a las tareas que se desarrollan en el programa de estudio. Un trabajo altamente citado (Marton y de Säljö, 1976) identifica dos niveles de enfoque: Profundo y Superficial. El enfoque profundo implica buscar significados de la materia tratada y relacionarlos con otras experiencias e ideas de una manera crítica, así los alumnos comprenden el tema y están intrínsecamente interesados en él, obteniendo disfrute al desarrollarla. Un enfoque superficial es una dependencia al aprendizaje por memorización y de forma aislada a otras ideas, por lo cual los estudiantes estas motivados solo por factores externos. Según Marton el enfoque no es del todo una característica del alumno, sino que se genera por una respuesta a la percepción del ambiente donde está inmerso.

Entre otros estudios Durón, T. L. & Oropeza, T. R. (1999) en su artículo llamado “Actividades de estudio: análisis predictivo a partir de la interacción familiar y escolar de estudiantes de nivel superior” señalan cuatro grandes factores: Factores Fisiológicos, Factores Pedagógicos, Factores Psicológicos, Factores Sociológicos.

METODOLOGÍA En la búsqueda de un modelo que relacione los factores que influyen de manera significativa en el rendimiento académico de los estudiantes del departamento de física de la Universidad de Nariño, es necesario conocer todos los factores que pueden influir en el rendimiento de los estudiantes, pero hay un número bastante grande de factores que están relacionados con el rendimiento académico, algunos de los cuales incluso inmensurables ya que el proceso de aprendizaje es integral con un sinnúmero de variables que ningún modelo podría explicar en su totalidad, pero podemos hacer una aproximación tomando los factores que se considera tienen una influencia más significativa para el modelo.

Estudios previos, como los mencionados anteriormente, han demostrado que factores como los rasgos de personalidad y el enfoque de aprendizaje, han resultado poco significativos para un modelo que intente explicar el aprovechamiento académico en el área de la Física; así que en el desarrollo de esta investigación se consideraron otros factores a estudiar, que también relevantes y relacionados con el aprovechamiento académico.

La investigación fue de carácter tanto cuantitativo como cualitativo, cuyos datos a tratar se recolectaron a través de dos fuentes diferentes, una parte mediante encuestas de 16 preguntas, aplicadas a los estudiantes y otra accediendo a la información que suministra la página de la universidad de Nariño; Además las respuestas obtenidas por los estudiantes encuestados no fueron manipuladas mediante condiciones o estímulos a ninguno de ellos ni de ninguna otra manera.

La población de estudio consta de los estudiantes de física de la Universidad del semestre B-2017 de segundo semestre en adelante. Un total de 80 individuos. Para la recolección de la información se procedió a buscar aleatoriamente a los estudiantes para encuestarlos una sola vez para no generar duplicidad de datos. Se logró recolectar la información de 50 estudiantes, lo que corresponde a un 62,5% de la población total, un porcentaje significativo. Una vez recopilada la información fue necesario depurarla para eliminar algunos datos incorrectos o innecesarios, para obtener una tabla de información lista para ser utilizada en el análisis.

Los datos obtenidos fueron procesados vía EXCEL y STATGRAPHICS para la generación de tablas y gráficos.

ANÁLISIS DE DATOS Una vez recolectada la información se procede a realizar una descripción estadística de la misma.

A continuación se presenta un resumen estadístico de las variables cuantitativas, donde la variable “Promedio” se refiere al promedio de notas del estudiante encuestado, la variable “N. Materias” al número de materias cursadas en el periodo A-2017, la variable “Edad” a la edad (en años) de cada encuestado, la variable “Tiem. Deporte” al tiempo (en horas) que cada encuestado considera que realiza deportes semanalmente, y la variable “N. Personas Vive” se refiere al número de personas con las que el encuestado convive directamente en su lugar de residencia.

ESTADÍSTICOS	VARIABLES				
	Promedio	N. Materias	Edad	Tiem. Deporte	N. Personas Vive
Promedio	3.74	4.14	23.00	3.59	3.40
Desviación Estándar	0.44	1.73	3.20	3.54	2.15
Coficiente de Variación	11.84%	41.70%	13.92%	98.67%	63.17%
Mínimo	2.68	1	18	0	0
Máximo	4.52	8	30	12	10
Rango	1.84	7	12	12	10

Entre los resultados de las variables cuantitativas analizadas se destaca que de la población encuestada: el 88% no tiene hijos, en comparación con el 12% que si los tiene, el 94% termino su educación secundaria en una institución pública y el 6% lo hizo en una privada, para 70% inscribirse al programa de Física fue su primera opción al matricularse a la Universidad de Nariño, para el 30% no lo fue, el 62% considera que su rendimiento académico va de la mano con su situación económica y el 38% no está de acuerdo con ello, el 64% realiza otras actividades extra académicas como el deporte y el 36% no realiza otras actividades extra

académicas, el 66% utiliza un método de estudio individual y el 34% un método de estudio grupal.

Se encontró que las variables que explican en mayor porcentaje el rendimiento académico de los estudiantes son:

Semestre

Tie. Estudio (dedica tiempo suficiente para estudiar)

N. Materias Tiem.

Deporte

Finalmente se obtiene que la ecuación del modelo lineal ajustado para la variable promedio es:

Donde

si Semestre=3,-1 si Semestre=9,0 de lo contrario

si Semestre=5,-1 si Semestre=9,0 de lo contrario

si Semestre=7,-1 si Semestre=9,0 de lo contrario

si Tie. Estudio =0,-1 si Tie. Estudio =1,0 de lo contrario

CONCLUSIONES

Es posible obtener un modelo estadísticamente significativo, que relacione el promedio de los estudiantes de Física de la Universidad de Nariño para el periodo A-2017.

Se ha obtenido un modelo con un R-cuadrado ajustado (por GL) igual a 74.76%, lo que explica en buena medida la variabilidad de la variable de respuesta “Promedio”

El tiempo de deporte dedicado semanalmente por el estudiante resulto ser una variable altamente significativa para el modelo, y está relacionada directamente con el desempeño del estudiante.

El número de materias matriculadas por el estudiante resulto ser una variable altamente significativa para el modelo, y esta afecta inversamente al promedio del estudiante, entre mayor sea el número de materias matriculadas por este, el modelo predice un menor promedio.

BIBLIOGRAFÍA

- Ackerman, P. L., & Heggestad, E. D. (1997). Intelligence, personality, and interests: Evidence for overlapping traits. *Psychological Bulletin*, 121, 219–245.
- Chamorro-Premuzic, T., & Furnham, A. (2006). Intellectual competence and the intelligent personality: A third way in differential psychology. *Review of General Psychology*, 10, 251–267.
- McCrae, R. R., & Costa, P. T., Jr. (1997). Personality trait structure as a human universal.

American Psychologist, 52, 509–516

- Marton, F. y Säljö, R. (1976). “On qualitative Differences in Learning: I Outcome and Process”, *British Journal of Educational Psychology* 46: 4-11.
- Durón, T. L. & Oropeza, T. R. (1999). “Actividades de estudio: análisis predictivo a partir de la interacción familiar y escolar de estudiantes de nivel superior”. Facultad de Psicología, Universidad Nacional Autónoma de México.

4.12. COMUNICACIÓN BREVE 12

Modelamiento para el numero muones en función de la energía y el ángulo de entrada del protón incidente.

Gabriel Ortega – Jhon Revelo.

gabrielortega550@gmail.com - jhonrevelo22@gmail.com Universidad de Nariño.

Resumen.

En este trabajo se presenta el resultado del análisis estadístico generado por la simulación realizada en el programa CORSIKA, el cual, simula cascadas atmosféricas extendidas que son producto de la interacción de rayos cósmicos con las partículas que componen la atmosfera. Se modificó la simulación, de tal forma que contabilice el número de muones que se generan en cada cascada atmosférica, variando la energía y el ángulo de incidencia del rayo cósmico primario.

Palabras claves. Muones, rayos cósmicos, CORSIKA.

- **Presentación del problema.**

En el presente trabajo se pretende realizar un modelo de regresión para ver la dependencia del número de muones generados en cada cascada atmosférica, variando la energía y el ángulo de incidencia.

- **Marco de referencia conceptual.**

Se denominan rayos cósmicos primarios a las partículas que inciden en la atmósfera terrestre procedente del espacio, compuestos principalmente de protones. La energía con la que llegan estas partículas es muy variada, va desde energías inferiores a los TeV, a grandes energías superiores a los 10^{20} eV las cuales, superan a la energía de las partículas producidas por cualquier acelerador en el mundo. Tras interactuar con un núcleo atmosférico, producen una cascada de partículas compuesta por rayos γ , electrones, muones, neutrinos, hadrones, etc, que son los llamados rayos cósmicos secundarios. Las partículas secundarias colisionan con partículas de la atmosfera, dando origen a nuevas partículas. Este proceso se repite generando una cascada, en la cual se pierde energía con cada interacción, hasta que alcanza una energía límite que impide nuevas interacciones. En cada cascada puede generarse alrededor de 10^{11} partículas. La mayoría de las partículas que alcanzan la superficie terrestre son muones procedentes de interacciones nucleares.

- **Metodología.**

Para la realización de este proyecto se utilizaran los datos de muones generados a partir de una simulación que se realizó en el programa CORSIKA el cual se especializa en simular cascadas atmosféricas extendidas, producto de la interacción de rayos cósmicos en la atmosfera.

Para obtener un modelo significativo que explique los datos se hará uso del paquete estadístico STATGRAPHICS que nos facilita las herramientas para la generación del modelo, en el cual se tiene como variable dependiente el NUMERO DE MUONES GENERADOS y como variables independientes el ANGULO DE INCIDENCIA del protón y la ENERGIA de entrada del mismo.

- **Análisis de datos.**

Haciendo un análisis descriptivo de los datos encontramos que existen diferencias significativas entre el Número de muones y la variable Energía, el resultado es el siguiente.

Modelo para la variable ENERGÍA.

Para la creación de un modelo de regresión se utilizó el programa de STATGRAPHICS y la herramienta relacionar, esta herramienta nos brinda la posibilidad de escoger entre varios modelos alternativos en función del R-cuadrada

TABLA 1

Tabla de modelos alternos		
Modelo	Correlación	R-Cuadrada
Multiplicativa	0,9224	85,07%
Logarítmico-Y Raíz Cuadrada-X	0,9197	84,59%
Exponencial	0,9132	83,39%
Log-Y Cuadrado-X	0,9071	82,29%
Curva S	-0,8628	74,44%

Tabla 1: tabla de modelos alternos para número de muones en función de la energía.

Los modelos para energía tienen valores de R-Cuadrado superiores al 80%, por lo que se puede crear un modelo que exprese significativamente la variabilidad de los datos, dado que el modelo “Multiplicativo” tiene el mayor valor R-Cuadrado se seleccionó este y se obtuvo el siguiente modelo:

$$\# \text{ de muones} = \exp(2,0566 + 1,63174 * \ln(\text{ENERGÍA}))$$

Con los siguientes parámetros

- Coefficiente de Correlación = 0,922359
- R-cuadrada = 85,0745 por ciento
- R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 85,0683 por ciento
- Error estándar del est. = 0,875526
- Error absoluto medio = 0,711073
- Estadístico Durbin-Watson = 0,720284 (P=0,0000)
- Autocorrelación de residuos en retraso 1 = 0,639129

De estos parámetros es importante resaltar el valor “R-cuadrada” que nos dice el porcentaje de variabilidad de los datos explicada por el modelo, dado que este parámetro tiene un valor de 85.0745% se concluye que el modelo obtenido es estadísticamente significativo y puede utilizarse para realizar predicciones entre la variable número de muones y la variable energía.

También se hizo un modelo de regresión múltiple el cual no logra representar de manera adecuada todos los datos, por tal razón hemos optado por usar un modelo de regresión de Poisson, esto con el fin de obtener un modelo de dos variables que pueda explicar una buena parte de la variabilidad de los datos, para esto se usó la herramienta relacionar del programa STATGRAPHICS, usando un modelo de Poisson de primer orden con las 2 variables se obtuvo el siguiente modelo:

$$\# \text{ de muones} = \exp(5,99484 + 0,0478233 * \text{ENERGÍA} - 0,0264657 * \text{ÁNGULO})$$

Con los siguientes parámetros:

Porcentaje de desviación explicado por el modelo = 84,789

Porcentaje ajustado = 84,789

El estadístico porcentaje de desviación explicado por el modelo es similar al valor R-cuadrada habitual que hemos venido trabajando, por lo tanto se puede decir que este modelo explica el **84,78%** de la variabilidad de los datos y puede considerarse como un modelo estadísticamente significativo y usarse para realizar predicciones.

- **Conclusiones.**

- Se concluye del análisis que el número de muones varía significativamente con respecto a la variación de la energía.
- Se encontró que no es posible crear un modelo de regresión lineal múltiple significativo que nos diga a variación del número de muones en función del ángulo y la energía
- El modelo de regresión de Poisson explica satisfactoriamente un 84% por ciento de la variabilidad de los datos y podría ser usado en futuras investigaciones y para realizar predicciones acerca del número de muones encontrados.

Bibliografía.

1. THOMAS K. GAISSER, TODOR STANEV. High-energy Cosmic Rays. arXiv:astroph/ 0510321. 2005.
2. R. A. MILLIKAN AND G. H. CAMERON. High frequency rays of cosmic origin iii measurements in snow-fed lakes at high altitudes. Physical Review, 28(5):851-868 1926.
3. J. RODRIGUEZ. Simulación de un detector de partículas segmentado para muones atmosféricos. **2016**

4.13. COMUNICACIÓN BREVE 13

Incidencia de los ambientes de aprendizaje mediados por TIC para mejorar los procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas

Jorge Hernán Aristizábal Zapata, jhaz@uniquindio.edu.co, Universidad del Quindío
Heiller Gutiérrez Zuluaga, hgutierrez@uniquindio.edu.co, Universidad del Quindío
Efraín Alberto Hoyos S, eahoyos@uniquindio.edu.co, Universidad del Quindío
Angie Johanna Osorio Rodríguez, ajosorio@uqvirtual.edu.co, Universidad del Quindío

Resumen.

Los Pruebas Saber de grado 3° y 5° evidencian graves dificultades en matemáticas, debido a la resolución de problemas, un aspecto que influye, es la poca trascendencia en ciertos procesos, como la visualización, Zimmermann y Cunningham señalan (2013, citado por Martinovic, Freiman y Karadag p. 213) la visualización en los procesos de aprendizaje de la matemática contribuye al desarrollo de una comprensión más profunda y significativa tanto de las ideas matemáticas y las relaciones entre los conceptos matemáticos. Por ello se planteó una estrategia de intervención que potencia los procesos de visualización mediados por TIC, bajo una metodología cualitativa de tipo interpretativa (Sampiere, Fernandez y Batista 2010) que permitió la descripción de los aspectos relevantes a medida que se daban las diferentes interacciones en el trabajo de campo, evidenciando que estas dificultades se ven aminoradas en la medida que los estudiantes interactúan con las situaciones didácticas diseñadas mediada por tic.

Palabras claves. Procesos de visualización en matemáticas, resolución de problemas matemáticos, ambientes de aprendizaje mediados por el uso de TIC

1. Presentación del problema.

En los últimos años los resultados de las pruebas saber en el departamento del Quindío han reportado bajos nivel en el desempeño en matemáticas, lo que hace evidente que los estudiantes no han desarrollado las competencias básicas requeridas, uno de los factores al que se alude es la falta de recursos didácticos y el deficiente empleo de las TIC como uso didáctico para fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje propios del área, lo que conlleva a que las clases tengan modelos tradicionales, donde solo se favorezca la memorización y mecanización de conceptos.

El aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria está íntimamente vinculado con la resolución de problemas y la didáctica utilizada por el docente, a lo que Cancino (2008) alude la estrategia didáctica es la planificación del proceso enseñanza aprendizaje para la cual el docente elige las técnicas y actividades que pueden utilizar a fin de alcanzar los objetivos, propiciando que los niños aprenden interactuando en sus entornos, entonces la necesidad de un acompañamiento, mediante una estrategia adecuada, incorporando materiales didácticos y recursos tecnológicos se hace imperante para potenciar el aprendizaje en el estudiante.

El otro aspecto determinante en el aprendizaje de las matemáticas es resolución de problemas, el cual está relacionado con los procesos de visualización, lo que Godino, J; Gonzato, M; Cajaraville, J. y Fernandez, T. (2012). Afirma que La visualización en matemáticas no se reduce a ver, sino que también conlleva interpretación, acción y relación, por ello nuestro interés en indagar acerca de los procesos de visualización en la resolución de problemas de matemáticas en ambientes de aprendizaje, mediante el uso de TICS.

2. Marco de referencia conceptual.

A pesar de las diferentes metodologías y herramientas existentes hasta el momento, se sigue evidenciando que los estudiantes presentan graves dificultades en esta disciplina; prueba de ello, los resultados de las Pruebas Saber de grado 3° y 5°, en los/as cuales los/as estudiantes presentan bajo rendimiento en esta por su dificultad al enfrentarse a la resolución de operaciones y situaciones problemáticas. Esto se debe que, en ocasiones se le da poca trascendencia a ciertos procesos como sucede en los de visualización, lo señala Zimmermann y Cunningham (2013, citado por Martinovic, Freiman y Karadag p. 213) que la visualización en los procesos de aprendizaje de la matemática contribuye al desarrollo de una comprensión más profunda y significativa tanto de las ideas matemáticas y las relaciones entre los conceptos matemáticos hecho que complementa Marmolejo, E. y Gonzales, M. (2013) Manifestando que

“En el estudio y enseñanza de las matemáticas la visualización desempeña distintos tipos de función, es decir, son variadas las maneras en que esta actividad cognitiva tiende a soportar o guiar el desarrollo de un problema planteado o permitir la comprensión del despliegue de un procedimiento dado”

Por otra parte, Sepúlveda, A., Medina, C. y Sepúlveda, D. I. (2009) donde citando a Polya manifiestan que las acciones físicas o mentales contribuyen a encontrar pistas o ideas que aporten a la resolución de un problema son a través de procesos heurísticos; como son trazos, toma de valores extremos, aplicación de resultados conocidos, comparaciones, visualizaciones, descarte de posibilidades, los cuales necesariamente se combinan con los procesos de reflexión (autorreflexión), lo cual evidencia que la visualización es un factor importante para la resolución de problemas y este se puede mejorar a través de la exploración visual, debido a que en la mayoría de espacios académicos le dan mal uso al concepto, desconfían o desconocen la función que este puede ofrecer en el desarrollo de las matemáticas, en los planes de estudios es poco el desarrollo de este, desde su uso en diversos elementos tanto en lo empírico (hojas) como en lo más actual (software) o en la integración de ambas, lo que puede logra potenciar las estructuras cognitivas de los/as estudiantes, en particular de educación básica primaria.

3. Metodología.

El trabajo de campo se realizó en tres Instituciones Educativas del departamento del Quindío con estudiantes de grado tercero y quinto, en dos se desarrollaron actividades con y sin software educativo y en la tercera solo se con software educativo, el proceso de investigación se enmarcó en una metodología cualitativa de tipo interpretativa (Sampiere, Fernandez y Batista 2010), la cual permite la descripción de los aspectos relevantes que se presentan en la medida en que se dan las diferentes interacciones en el trabajo de campo en las situaciones didácticas diseñadas por el grupo de investigación., durante el proceso de investigación se refinan los materiales, los procedimientos y se identifican las características de las variables a investigar, para el desarrollo metodológico se contemplan 4 fases.

Fase diagnóstica: Actividades dirigidas a conocer los estilos de resolución de los problemas que utilizan los niños, y la forma como el profesor desarrolla la clase, la concepción teórica frente a la enseñanza de la matemáticas, los recursos didácticos utilizados y la evaluación que aplica.

Fase de planificación: Se proponen un conjunto de actividades con el propósito de refinar o transformar la práctica pedagógica desarrollada por el docente, para identificar la incidencia de los procesos de visualización utilizando software cuando los estudiantes solucionan problemas.

Fase de ejecución (Trabajo de campo): Trabajo realizado en el salón de clase, se enfoca a descubrir las incidencias que tienen los procesos de visualización en la resolución de los problemas por parte de los estudiantes, utilizando diferentes software de matemáticas diseñados por el grupo GEDES de la universidad

del Quindío. De igual se observan los cambios significativos que introduce la tecnología como apoyo a los procesos de visualización.

Fase de evaluación: Esta fase permitirá hacer el análisis e interpretación de la información obtenida en las fases 1, 2 y 3.

4. Análisis de datos.

De acuerdo a la metodología planteada y a las tareas de visualización, estudiadas por algunos teóricos, se hizo una categorización de las tareas que se pueden privilegiar al trabajar con software educativo, las cuales son: Hacer construcciones, transformaciones y conteo, Vistas, Hacer composiciones, Gestos, Demostraciones sin palabras y usar sistemas de representación.

Conclusiones.

En las diferentes actividades planteadas, se evidenció según los resultados obtenidos, que la visualización juega un papel muy importante en cuanto a los estilos de resolución de problemas de los estudiantes; de acuerdo a la categorización de las tareas con la utilización de ambientes mediados por TIC.

En la resolución de problemas de matemáticas mediados por TIC, se observó un mayor interés en el trabajo en el aula, evidenciado en actitudes tales como: participación activa en clase, desarrollo de todas las actividades propuestas en cada clase, búsqueda permanente de alternativas de solución a los problemas planteados.

El uso de software para resolver problemas genera un impacto positivo en tanto que permite a los estudiantes comprobar de manera inmediata las respuestas a los mismos, reflexionar sobre los errores cometidos y retroalimentar permanentemente sus procesos cognitivos. Además, de una mayor ejercitación, al resolver un mayor número de problemas utilizando el software, que sin el.

Bibliografía.

Cancino, M. (2008). Técnicas y estrategias didácticas, antología de didáctica del nivel superior. Instituto de estudios universitarios. A.C.

Godino, J; Gonzato, M; Cajaraville, J. y Fernandez, T. (2012). una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. Revista de investigación y experiencias didácticas. Núm. 30.

Marmolejo, E. y Gonzales, M. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Revista Integración Escuela de Matemáticas Universidad Industrial de Santander. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/rein/v31n1/v31n1a08.pdf>.

Martinovic, D., Freiman, V. y Karadag Z. (2013). Visual Mathematics and cyberlearning. Springer. Canada.

Sampiere, R., Fernandez, C. y Batista, P. (2010). Metodología de Investigación. Mc Graw Hill. México.

Sepúlveda, A., Medina, C. y Sepúlveda, D. I. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Educación Matemática , 21 (2), pp. 79-115. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf>

4.14. COMUNICACIÓN BREVE 14

Diseño de una secuencia didáctica para el aprendizaje de la orientación espacial a través de la coordinación de registros de representación semiótico en GeoGebra 3D en grado tercero de primaria

Autor: Cristhian Andrés Erazo Araujo, erazo.cristhian@correounivalle.edu.co, Universidad del Valle.

Coautor: Diana Ximena Ortiz Collazos, diana.ximena.ortiz@gmail.com, Universidad del Valle.

Resumen.

Esta propuesta tiene por finalidad ayudar al aprendizaje de la orientación espacial en estudiantes de tercero de primaria a través de una secuencia didáctica, inscrita en la problemática de calles y carreras y puntos cardinales, que moviliza la coordinación entre el registro de representación discursivo (lenguaje natural) y el no discurso (lenguaje gráfico) en el software GeoGebra (vista 3D), por medio de situaciones que buscan movilizar el proceso de conversión⁷ entre estos registros. Además, de plantearse una aproximación a la programación en el mencionado software.

Palabras claves. Orientación espacial; GeoGebra 3D; Registros de representación semiótica; Duval, Raymod.

1. Presentación.

En las aulas de clases, como lo argumentan Isaza, M. & López, A. (2012), se cree que la orientación espacial es un tema netamente intuitivo e innato en los educandos, lo que ha conllevado que no se le dé importancia dentro de los contenidos matemáticos a enseñar; sin embargo, como lo explican estas autoras:

El aprendizaje del pensamiento espacial en lo que emerge en la noción de espacio no es nada fácil, no se aprende de la noche a la mañana, para esto se requiere un desarrollo lógico del niño, tal como lo postula Piaget “Para que los niños aprendan a localizar su cuerpo con relación al medio que los rodea, necesita de un desarrollo lógico, en donde el niño construye el conocimiento lógico matemático coordinando las relaciones simples que previamente ha creado entre los objetos”. (p.10).

De esta manera, en pro de facilitar el aprendizaje, desde el enfoque constructivista, de la orientación espacial se ha diseñado una secuencia didáctica en el software GeoGebra 3D, basada en el

⁷ Se entiende por conversión como lo explica Duval, R. (1999): “Una conversión es una transformación de la presentación de un objeto en un registro P en otra representación del mismo objeto en un registro L. La característica de la conversión es conservar la referencia al mismo objeto (objeto estricto, situación...), pero sin conservar la explicitación de las mismas propiedades de ese objeto”. (p.45).

contexto cotidiano de calles y carreras y utilización de puntos cardinales, en la cual tendrán que dirigir, a través de sus acciones, a un robot diseñado en 3D con el fin de desarrollar las actividades propuestas.

2. Desarrollo de la temática.

Esta secuencia didáctica, sobre orientación espacial para grado tercero de primaria, tiene para cada una de sus situaciones los siguientes propósitos:

1. **En las situaciones de acción y formulación:** Realización, por parte de los estudiantes, del proceso de conversión y coordinación entre el lenguaje discursivo y el lenguaje no discursivo.

Esto se considera importante, porque según Duval, R. (1996):

La actividad matemática actualiza procesos cognitivos del sujeto humano. A este título implica, pues, una movilización de los registros de representación semiótica. Se puede decir, incluso, que estos registros son más manifiestos en el caso de las matemáticas que en el caso de otros dominios del conocimiento, como las ciencias naturales, por ejemplo, puesto que en aquellos no hay acceso (perceptivo o instrumental) a los objetos por fuera de la utilización de los sistemas semióticos. Esto llega a ser primordial en el caso del aprendizaje de las matemáticas, ya que este aprendizaje requiere un desarrollo de funcionamiento cognitivo en el sentido que hemos llamado como diferenciación funcional de los registros de representación. (p.13).

Por ende, se identifica que la adquisición de conocimientos en matemáticas es diferente a otras ciencias, debido a que los objetos matemáticos no son accesibles mediante la percepción en comparación, por ejemplo, a las ciencias naturales (como la botánica, la geología, entre otras.) en las cuales sus objetos de estudio son tangibles. De este modo, esta secuencia didáctica, pretende que los estudiantes utilicen representaciones semióticas⁸ concernientes a los dos registros de representación semiótico indicados.

2. Crear un acercamiento al tema de la programación, entendiéndose por programación como lo explica Hernández, L. (2013): “Especificar la estructura y el comportamiento de un programa, así como probar que el programa realiza su tarea adecuadamente y con rendimiento aceptable”. (p.25). De este modo, en la fase de validación se contempla que el educando introduzca el punto cardinal (por ejemplo, norte, sur, este u oeste) y la magnitud a recorrer, para posteriormente la construcción en 3D, la de un robot, permita a los educandos, a través de la

⁸ Se entiende por *representación semiótica* como lo explica Duval, R. (1996): “Las representaciones semióticas son representaciones cuya producción no puede hacerse sin la movilización de un sistema semiótico, las representaciones semióticas pueden ser producciones discursivas (en lenguaje natural, en lenguaje formal), o no discursivas (figuras, gráficos, esquemas, entre otras)”. (p.3).

visualización, observar como sus acciones e ideas, además de cobrar vida en una pantalla, los fomente a reflexionar sobre sus acciones y percibir sus propios aprendizajes.

De acuerdo a todo lo anterior, esta propuesta tiene por propósito ofrecer al campo educativo una manera lúdica, participativa e interesante para aprender el tema orientación espacial por medio de una secuencia didáctica, que como se mencionó anteriormente, posibilite en los educandos la metacognición y la construcción del conocimiento.

4. Referencias bibliográficas.

- Duval, R. (1996). *¿Con cuál aproximación cognitiva quedarse en didáctica de las matemáticas?* En Recherches en Didactique des mathématiques. Vol 6. (M. V. Restrepo, Trad.). Cali: Universidad del Valle. pp. 1-16.
- Duval, R. (1999). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo.* (M. V. Restrepo, Trad.). Cali: Universidad del Valle.
- Hernández, L. (2013). Apuntes de clase de la asignatura de fundamentos de la programación. Madrid: Universidad Complutense.
- Isaza, M. & López, A. (2012). *Propuesta didáctica según Van Hiele para el desarrollo de la noción de espacio en los niños y niñas de primero de primaria del Liceo Cuba de la ciudad de Pereira-Risaralda.* Trabajo de grado. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

4.15. COMUNICACIÓN BREVE 15

“Creando la casa de mis sueños”

Laura Catalina Moreno Ospina; Julián Meléndez Cruz; Daniel Alejandro Leguizamo Moreno, laura.catalina.moreno@correounivalle.edu.co, julian.melendez@correounivalle.edu.co, daniel.leguizamo@correounivalle.edu.co, Universidad Del Valle Norte Del Cauca.

Resumen. El tema a desarrollar busca afianzar el aprendizaje por medio de un recurso en el cual se trabajan nociones como "Área y volumen" a partir de la construcción de una casa por medio de un software que permite diseñar figuras en un plano 2D junto a una vista 3D que facilita "Sweet Home 3D". Lo que se quiere lograr, es promover en los estudiantes un nuevo medio de visualización del espacio a través de un recurso arquitectónico, el cual permita ver las definiciones de áreas y volumen; también que el estudiante institucionalice aquellas propiedades que se ven inmersas en objetos característicos que se encuentran en su entorno como lo son la construcción de inmuebles.

Palabras claves. Propuesta pedagógica, modos de explotación, Sweet Home 3D, Orquestación instrumental.

1. Presentación.

El interés de esta propuesta es articular un software el cual se ha articulado como un recurso pedagógico, conviene decir que "Sweet Home 3D" es diseñado para construcciones arquitectónicas, para la creación de inmuebles; sin embargo, lo hemos usado intencionalmente para la enseñanza de las matemáticas, específicamente para desarrollar la noción de área y volumen, ya que son temas que particularmente en la cotidianidad se trabajan mucho, como para medir espacio de casas, lotes, cultivos u otros, y aunque en el aula de clase se trabaje esta noción ejemplificando con ejercicios contextualizados a este tipo de situaciones, resulta algo complicado y tedioso por parte de los estudiantes, pues sigue pensándose que son métodos algorítmicos. La propuesta que se quiere llevar a cabo por medio de este software es ver estas nociones desde otra perspectiva y que ellos mismos permitan construir un plano de una casa en 2D que Sweet Home automáticamente hará la visualización en 3D desarrollando unas actividades planeadas para este fin, llevando al estudiante a ver este concepto más aplicable y con más sentido.

2. Desarrollo de la temática.

La temática que se pretende desarrollar es la noción de área y volumen por medio de un software arquitectónico donde se articula de forma didáctica estos conceptos. De este modo, los Ambientes de Geometría Dinámica son estrategias didácticas importantes que proporcionan ventajas en la enseñanza de la geometría, pues el software mencionado (Sweet Home 3D) cuenta con herramientas que le permiten al estudiante explorar y verificar propiedades por medio de las medidas de las construcciones que realice; teniendo en cuenta lo anterior, el MEN (2004) menciona el valor que tienen las nuevas tecnologías en la

enseñanza de la geometría a diferencia de la enseñanza tradicional (papel y lápiz), en el cual las nuevas tecnologías propician un aprendizaje positivo enfocado en el dinamismo, pues las construcciones que realizan los estudiantes no serían estáticas, al contrario, esto le permitirá visualizar las propiedades y la noción del espacio encontrándole en sentido de las mismas.

La intención de este ejercicio pretende tener una mirada en la teoría de orquestación instrumental, la cual permite articular la concepción, el diseño, realización, observación y análisis de la secuencia didáctica concebida desde una mirada instrumental para la movilización de conocimientos matemáticos TROUCHE (2003). Por esta razón, la orquestación instrumental es importante para los propósitos de esta actividad, pues centra su atención en las decisiones que el profesor va a tomar en la realización de la clase y de modo que esta sea didáctica y se articulen artefactos, en este caso Sweet Home 3D, utilizándolo como recurso pedagógico en la enseñanza de áreas y volúmenes de una manera didáctica. Con relación a lo anterior, se ha realizado una secuencia de actividades con el fin de desarrollar la noción mencionada y se estructura así:

En primer lugar, la primera actividad da a conocer un enunciado en el cual afirma que se quiere construir un plano cuyas dimensiones sean doce metros de ancho por diez metros de largo; en la que se espera que los estudiantes logren identificar la importancia y utilidad que se le da a la plantilla que se anexa y puedan por medio de las opciones “plano” que ofrece el software acoplar de manera exitosa al plano 2d, permitiendo poder visualizar un buen manejo del programa por parte del estudiante. Por otro lado, la segunda actividad proporciona al estudiante seis posibles subdivisiones con sus respectivas ubicaciones en donde el estudiante por medio de la herramienta “crear polilíneas” desarrollara lo anterior. Lo que se espera con ello es en analizar como el estudiante interioriza la noción de espacio siendo evidenciado cuando (él) o (ella) realiza las subdivisiones en el plano poniendo en evidencia posibles habilidades que posee el estudiante en la interpretación de un enunciado y su desarrollo.

En esta tercera actividad, se realiza la construcción por parte del estudiante en el plano 2d de la estructura de la casa “paredes” a partir de la subdivisión realizada en el plano, lo cual conlleva a que el estudiante asimile y comprenda la noción del espacio mediante la distribución del mismo. Se espera que el estudiante por medio de esta construcción conceptualice la definición de área a partir de las subdivisiones y que a partir de la elaboración de dos preguntas, se pueda comprender desde una situación problema que va direccionada en este caso al alfombrar una parte de la casa.

Esta actividad tiene como enfoque la exploración que realizan los estudiantes a otras de las opciones que incluye el software, las cuales permite insertar interiores (muebles, mesas, sofás, asientos, camas, entre otros), para que el estudiante decore su casa ideal. Se espera que los estudiantes comprendan el espacio que han de ocupar los interiores dentro de la casa y así mismo establecer sus cualidades o dimensiones que caracteriza a cada objeto.

En esta quinta pregunta, se lleva a cabo la construcción por parte del estudiante de un jacuzzi de forma cilíndrica, donde la intención de esta construcción se centra hacia el desarrollo de las habilidades del estudiante frente al software y hacia el desarrollo e interiorización que desempeña esta construcción en la definición de volumen. Se espera que el estudiante comprenda la noción de volumen y adquiera una visión diferente de su aplicabilidad y pueda reforzar otras nociones elementales como lo es: ángulos, diámetro, radio entre otros.

Para esta última actividad se llevara a cabo una construcción de un nuevo nivel en el plano 2d, en que se debe a partir de allí edificar un techo con el que el estudiante comprenderá a partir de su construcción y por medio de la realización de dos preguntas la noción de volumen aplicado a un contexto diferente al habitual en clase. Se espera que el estudiante sea capaz de llevar a cabo la construcción y en poder darle respuesta aquellas preguntas que se dan con la necesidad en analizar y verificar que capacidades posee en identificar objetos geométricos en su entorno y así poder clasificarlos por medio de sus propiedades.

3. Referencias bibliográficas.

MEN. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Celia Fasce, S. P. (s.f.). Orquestación Instrumental Como Referente para una Reflexión Didáctica. Argentina.

Trouche, L. (2002) Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs. En: GUIN, D. y Trouche, L. (Ed) Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

4.16. COMUNICACIÓN BREVE 16

La Enseñanza de la Esperanza Matemática desde una perspectiva Histórica, Curricular y Didáctica.

José Miguel León, jose.leon@correounivalle.edu.co, Universidad del Valle.

Resumen. Este documento pretende presentar el trabajo de grado “caracterización de elementos para la enseñanza de la Esperanza Matemática asociada a juegos equitativos”. Se propone entonces una síntesis de las principales conclusiones y aportes encontrados luego de la caracterización de elementos históricos, curriculares y didácticos relacionados con la enseñanza de la esperanza matemática y juegos de azar. Inicialmente, se hace un recorrido histórico-epistemológico que data el surgimiento, establecimiento y consolidación de la EM. Luego, se realiza un rastreo de los elementos curriculares nacionales e internacionales relacionados con la EM. Por último, se diseña y aplica un cuestionario a estudiantes de maestría en educación, esto con el fin de reconocer algunos errores, sesgos y dificultades en la enseñanza de la EM.

Palabras claves. Esperanza Matemática, Probabilidad, Juegos de azar, Enseñanza.

1. Presentación.

Históricamente los juegos de azar han sido y son una de las principales formas de recreación que posee el ser humano, motivado por el riesgo y la incertidumbre, el sujeto guarda gran expectativa en los juegos de azar para que su apuesta salga favorecida y ganar grandes sumas de dinero.

La revisión de los antecedentes ha permitido inferir que el ser humano desde su niñez posee ideas intuitivas sobre probabilidad y juegos de azar, dada su vasta experiencia en fenómenos aleatorios que están a su alrededor; esto ha posibilitado afirmar a investigadores que incluso sin una formación en contenidos en estadística y probabilidad un apostador puede establecer de manera intuitiva, si un juego de azar es justo o no (Batanero, Ortiz y Serrano; 2007). Sin embargo, se reconoce que estudiantes presentan sesgos, errores y dificultades en torno a fenómenos aleatorios, debido a que algunos de sus razonamientos están basados en principios y creencias triviales que no tienen una base teórica en la estadística y probabilidad.

Al escudriñar en investigaciones acerca de la introducción de contenidos en estadística y probabilidad, se ha encontrado que los profesores y estudiantes de licenciatura poseen dificultades en la adquisición del conocimiento base para la enseñanza de contenidos en estadística y probabilidad, así como problemas en el reconocimiento de estructuras y estrategias metodológicas para la transformación de dichos contenidos (Bolívar, 2005; Guerrero, 2015).

En concordancia a lo anterior, se identificó también que en diversas investigaciones que el aprendizaje de estadística y probabilidad es parte fundamental en la formación del ciudadano promedio, debido que la inclusión de éste tipo de contenidos⁹ contribuye notablemente a la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Sin embargo, a partir de la indagación de los antecedentes anteriormente mencionados, se ha encontrado que la formación de los profesores en la construcción y significación de contenidos en estadística y probabilidad posee deficiencias y limitantes para la atención de las necesidades del estudiantado en los niveles básico, medio y superior.

⁹ Es importante resaltar, que la instrucción de contenidos en estadística y probabilidad no garantiza el desarrollo de un pensamiento aleatorio o una alfabetización estadística.

En virtud de las diversas dificultades y la problemática expuesta en torno a la enseñanza de la Esperanza Matemática, se presenta una propuesta para caracterizar alguno de los elementos más importantes para potenciar su enseñanza significativa. De esta manera, la pregunta de investigación que guía el trabajo de grado, del cual se resume esta ponencia es:

¿Qué elementos históricos, curriculares y didácticos pueden ser caracterizados en el abordaje de la esperanza matemática a través de los juegos de azar?

2. Desarrollo de la temática

En virtud de algunos aspectos relacionados con la problemática la problemática expuesta en torno a la enseñanza de la Esperanza Matemática, en esta ponencia se presenta un resumen de la propuesta de trabajo de grado, el cual busca caracterizar algunos de los elementos más importantes para potenciar su enseñanza significativa.

Con respecto a los marcos teóricos y de referencia para el trabajo de grado, se tiene que: El marco de referencia histórico y epistemológico propuesto por Díaz (2013), permite identificar y caracterizar los elementos que guardan relación con el surgimiento, establecimiento e institucionalización la esperanza matemática asociada a los juegos de azar; El marco curricular propuesto por Guerrero (2015) permite analizar y comparar los currículos y proyectos internacionales (ESO, NCTM y Project GAISE) con respecto al currículo nacional propuesto por el MEN; El marco teórico propuesto por Shulman et al (1986) permite diseñar y analizar un instrumento de investigación, así como delimita las categorías de conocimiento necesarias para determinar el Conocimiento Didáctico del Contenido Específico.

La propuesta del trabajo de grado se basa en caracterizar los elementos históricos, curriculares y didácticos, relacionados con la enseñanza de la esperanza matemática y juegos equitativos; para ello la metodología del trabajo de grado se organizó en 3 momentos principales, que a su vez hicieron de capítulos: La Historia de la Probabilidad y Esperanza Matemática; La Enseñanza de la Esperanza Matemática en relación con el currículo de matemáticas Nacional e Internacional; Perspectiva Didáctica en la enseñanza de la Esperanza Matemática y juegos equitativos.

El primer capítulo presenta algunos de los elementos históricos y epistemológicos relacionados con el surgimiento, establecimiento y consolidación de la esperanza matemática en los siglos XVII, XVIII y XIX. En este sentido, se comienza con la delimitación de los primeros utensilios, cuestiones y escritos que dieron pie al surgimiento de la Esperanza Matemática y Probabilidad. Luego, se realiza un recorrido histórico sobre el establecimiento de la EM, en donde se reconoce el papel de la filosofía, la jurisprudencia y las paradojas asociadas a los juegos de azar, en los procesos de significación y conceptualización de la probabilidad como disciplina de estudio. Por último, se presenta una síntesis del proceso de institucionalización y consolidación de la EM como método alternativo para la resolución de problemas que involucren variables aleatorias; este tipo de razonamientos surgen de la mano de Christian Huygens y Daniel Bernoulli durante los siglos XVII y XVIII.

En el segundo capítulo hace alusión a los elementos relacionados con la Esperanza Matemática y juegos equitativos en currículos nacionales e internacionales. En este orden de ideas, primeramente, se presenta al lector un extenso rastreo del currículo nacional, entre los cuales se toma en consideración los Lineamientos Curriculares en Matemáticas, los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas y los Derechos básicos de aprendizaje propuestos por el Ministerio de Educación Nacional propuestos en el 1998, 2003 y 2013 respectivamente. En contraste a lo anterior, se presenta un rastreo de los elementos que guardan relación con la enseñanza y el aprendizaje de la esperanza matemática en dos currículos internacionales (ESO y NCTM) y un proyecto internacional (GAISE); cabe aclarar que dichos currículos y proyectos son

considerados por expertos como Batanero y Díaz (2011), Guerrero (2015), Cañizales y Ortiz (2012) como los más completos en lo referente a los contenidos, metodologías y estándares en estadística y probabilidad.

En el tercer capítulo se presenta el diseño, análisis a priori del cuestionario titulado “Evaluación de conocimientos sobre Esperanza Matemática y juegos equitativos”, el cual fue aplicado a 7 estudiantes de Maestría en Educación de la Universidad del Valle; posteriormente, se presenta a modo de síntesis los resultados, así como el análisis de los resultados en donde se explicitan primordialmente los errores, sesgos y dificultades asociados con la EM y conceptos y objetos estadísticos que le subyacen. Por último, con base al marco de referencia de Shulman et al (1986) se presentan la descripción de las categorías de conocimiento necesarias para determinar el Conocimiento Didáctico del Contenido en relación con la enseñanza de la esperanza matemática, así como la delimitación y caracterización de cada uno de los elementos que componen las categorías de conocimiento.

3. Referencias Bibliográficas

- Batanero, C. Ortiz, J. Serrano, L. (2007). Investigación en Didáctica de la Probabilidad. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada
- Ortiz, J., Batanero, C. y Contreras, C. (2012). Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(1), 64-91.
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento Didáctico del Contenido y Didácticas Específicas. *Revista currículum y formación del profesorado*, 9, 5. Universidad de Granada.
- Díaz. D. (2013). Análisis Histórico-Epistemológico del surgimiento de la Esperanza Matemática. Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.
- Díaz. D. (2010). Del Valor del Juego a la Esperanza Matemática: Una Mirada Alrededor de 1650. Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.
- Guerrero, H. (2015). Evaluación de Conocimientos sobre Esperanza Matemática y juegos equitativos en alumnos de Bachillerato. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

4.17. COMUNICACIÓN BREVE 17

Políticas de la información para la Educación Virtual y la Seguridad de la información: Una mirada desde las plataformas virtuales educativas de las Universidades del Valle del Cauca

Jakeline Amparo Villota Enríquez, javillota@hotmail.com, Universidad Santiago de Cali.
Maribel Deicy Villota Enríquez, mares;696@hotmail.com, Universidad Santiago de Cali.
Heriberto González Valencia, hery77@hotmail.com, Universidad Santiago de Cali.

Resumen. Este proyecto de investigación consiste en estudiar la producción científica del Departamento del Valle del Cauca, sobre las Políticas de la Información para la Educación Virtual y la seguridad de la Información, en los últimos cinco años, en los periódicos científicos en, por los menos, A3, según la evaluados del ministerio de la Educación superior. Será realizado a través de un estudio bibliométrico de los temas relacionados en los periódicos online de las Universidades del Departamento del Valle del Cauca. Los resultados intentan mostrar la transversalidad a nivel nacional e internacional sobre las políticas de la información para la educación virtual y la seguridad de la información mediante las plataformas virtuales educativas.

Palabras claves. Políticas de la información, Seguridad de la información, Educación Virtual, Plataformas Virtual Educativa, Producción Científica, Análisis bibliométrico.

1. Presentación.

Esta investigación tiene como premisa reconocer que para lograr un desarrollo pleno de una nación o estado; la información es un recurso transcendental y necesario. Así, con el propósito de hacer más democrático tanto su uso como su acceso, no necesitamos solo la utilidad de las TICs, sino también de un marco regulatorio moderno y eficaz, de actores y usuarios accesibles a los individuos y que estén dispuestos a adaptarse al uso de nuevas tecnologías.

Dentro del rol democrático del uso y acceso de la información; es innegable que la educación juega un papel importante en la manipulación de dicha información. Particularmente, la educación virtual y las plataformas virtuales educativas trascienden el campo de la educación, dado que su finalidad es fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, mediante el acceso a las informaciones, como, por ejemplo; tesis, trabajos de investigación, artículos científicos entre otros.

Es importante reconocer entonces, que tanto la educación virtual como las plataformas virtuales educativas están estrechamente relacionadas con una gama de políticas referentes a las informaciones y a la seguridad. Es decir; las políticas de la información y la seguridad de las mismas que se establecen en las diferentes plataformas virtuales educativas y en la educación virtual influyen en su uso al ser manipuladas y exploradas por el profesor y/o estudiante como herramienta didáctica.

En este sentido, no podemos desconocer que actualmente es una necesidad el uso de plataformas virtuales educativas; la cuales están estrechamente relacionadas con la educación virtual, dentro del proceso de

enseñanza y aprendizaje en el que pretenden fortalecer la transposición de los distintos contenidos curriculares establecidos en cada uno de los planes curriculares de la Educación Básica, Media y Superior.

En consecuencia, las políticas de la información en la educación virtual esta inherentes en la seguridad de las plataformas virtuales educativas, lo que conllevan a estudiar la estructuración y caracterización de las mismas en el campo de la educación. Por ejemplo, Chamilo es una plataforma virtual educativa utilizada en diferentes universidades mundiales como: Universidad Santiago de Cali, Universidad del Valle, Universidade Federal de São Paulo, University of Cambridge entre otras; la cual, directamente trae consigo una serie de políticas y seguridades de la información que están conectadas en la educación virtual.

Dado lo anterior, surgen la siguiente pregunta que tiene como propósito direccionar esta investigación, la cual se enuncia a continuación: ¿Cuáles son las políticas de la información para la Educación Virtual y la Seguridad de la Información en las plataformas virtuales vigentes en el departamento del Valle del Cauca?

2. Desarrollo de la temática.

Actualmente, vivimos en una sociedad donde el papel central del conocimiento en los procesos de producción es la información. Supuestamente, estamos asistiendo a un escenario en el que el paradigma económico y productivo de emergencia no se refleja en la disponibilidad de capital, obras de trabajo, materias primas o energía, pero el uso intensivo de la información es innegable.

En instancias más próximas, observamos que la estructura del conocimiento científico, se construyen bajo un mosaico de interpretaciones e reflexiones que hacen pensar a las personas en un mundo moderno, donde la era de la virtualización y de la reproducción técnica como hablaba Schaff (1992), Lévy (1996), Benjamin (1987), son pautas para pensar el principio de igualdad, donde los medios nos exponen al panóptico como ejemplo mismo de conocimiento.

Las políticas de la información, observadas como el centro del campo científico por su complejidad y dinámica interdisciplinar, siempre se preocupado por buscar una definición para el concepto de la información. Así, Braman (1998) citado por Capurro (2007, p. 152) argumenta que: “Es importante para la política informacional definir información adecuadamente, aplicando, este principio pragmático de definición a la política practica”. Braman (1998) citado por Capurro (2007) genera una discusión de distintos enfoques como: Información como recurso, información como mercadeo, información como percepción de padrones e informaciones como fuerza constitutiva en la sociedad.

Así, se hace necesario establecer una Política Nacional de Información explícita, con el fin de disminuir las barreras existentes en los procesos de desarrollo científico y tecnológico. En este sentido, esta fuerza imbatible y omnipresente que constituye la información capacita cada vez más su importancia nuclear en las relaciones Estado-Sociedad y provoca su campo cognitivo con la ciencia en constante bosquejo de la innovación a través del saber, así, igualmente como se evoca en el libro verde de la seguridad cibernética de 2010:

“Los avances científicos e tecnológicos de los últimos 30 años promoverán un aumento sustantivo por productos e servicios basados en tecnología, especialmente los relacionados con computación,

telecomunicaciones, automatización, robótica, bioinformática, mecatrónica, nanotecnología, entre otras. Toda e cualquier reflexión sobre el porvenir de la Sociedad de la Información debe apoyarse en un análisis de la mutación contemporánea de la relación con el saber, en que la velocidad del surgimiento y de la renovación de los saberes e del know-How es abrumador”.

De este modo, es fundamental reconocer que dentro de la educación virtual existe sin duda una gana de políticas que rigen toda la información que encontramos en las mismas. Es decir, la educación virtual está relacionada con las políticas de la información y por ende con la seguridad de la información en el ciberespacio; lo que genera, interés es analizar cómo se comparta tanto las políticas y la seguridad de la información dentro de la educación virtual, particularmente en las plataformas virtuales educativas en aras de fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Las políticas de la información y la seguridad en el ciberespacio, particularmente en las plataformas virtuales educativas en la educación virtual es un tema aún reciente en Latino América y el Caribe especialmente en Colombia. De este modo, más del 50%, las universidades en América latina ya cuentan con una plataforma virtual. En Colombia, el gobierno y las instituciones educativas vienen trabajando conjuntamente para liderar una campaña de integración tecnológica en la educación del país (Villota, et al., 2017).

Sin embargo, existen distintos estudios referentes a las plataformas virtuales educativas enfocados en al proceso de enseñanza y aprendizaje en la educación virtual como herramientas didácticas útiles al momento de ser implementadas y exploradas tanto por el profesor como el estudiante; pero pocos son los estudios referentes a las políticas y seguridad de la información de los mismos.

Por lo tanto, a continuación, presentaremos algunos datos preliminares relacionados con el estudio bibliométrico.

Universidad	Plataforma virtual educativa
Universidad del Valle	Moodle https://campusvirtual.univalle.edu.co/moodle/
Universidad Santiago de Cali	Chamilo http://virtual3.usc.edu.co/
Universidad Nacional de Colombia	Moodle https://campus.virtual.unal.edu.co/
Institución Universitaria José Antonio Camacho	Academusoft http://www.uniajc.edu.co/index.php/14-sample-data-articles/394-acceso-campus-virtual
Universidad Autónoma de Occidente	Moodle y Blackboard http://www.uao.edu.co/noticias/vivir-la-uao-a-la-distancia-proyecto-de-realidad-virtual
Universidad de San Buena Aventura	Moodle http://uvirtual-t.usbbog.edu.co:8080/campusvirtual2015/
Universidad Icesi	Moodle http://www.icesi.edu.co/servicios/syri/tea/e-learning/moodle-para-educacion-formal/
Pontificia Universidad Javeriana	Blackbard Learn http://www.javeriana.edu.co/educon/educacion-virtual
Universidad Central del	Moodle

Valle del Cauca No se si es la misma universidad del Valle solo que esta es una sede.	http://www.uceva.edu.co/
Fundación Universitaria Luis Amigo CAMBIO DE NOMBRE Universidad Católica Luis Amigo	DICOM http://virtual.funlam.edu.co/
Universidad Pontificia Bolivariana	Moodle http://virtual.upb.edu.co/portal/page?_pageid=954,47111077&_dad=portal&_schema=PORTAL
Universidad Cooperativa de Colombia	Campus virtual- Brightspace Learning Environment http://www.ucc.edu.co/monteria/prensa/2016/Paginas/nueva-plataforma-de-cursos-virtuales.aspx
Corporación Universitaria de los Andes	Plataforma Coursera

Cada una de las universidades tiene inmersa diferentes revistas vinculadas a las mismas., tal como se muestra a continuación

Universidades	Repositorio
Universidad del Valle	Revista Virtual EDUCyT http://revistalenguaje.univalle.edu.co/index.php/educyt Revista Científica PROSPECTIVA http://revistalenguaje.univalle.edu.co/index.php/educyt
Universidad Nacional de Colombia (UNAL)	Revistas Análisis políticos (C) http://www.analisispolitico.edu.co/
Institución Universitaria Antonio José Camacho	Boletín Educación y desarrollo http://www.uniajc.edu.co/index.php/publicaciones
Universidad Autónoma de Occidente	Revista el hombre y la maquina http://ingenieria.uao.edu.co/hombreymaquina/index.php/ediciones
Universidad de San Buenaventura (USB)	Revista Guillermo de Ockham http://revistas.usb.edu.co/index.php/GuillermoOckham
Universidad Icesi	Revista Trans-pasando fronteras https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/trans-pasando_fronteras
Universidad Santiago de Cali	Revistas contextos http://revistas.usc.edu.co/
Pontificia Universidad Javeriana	Revista internacional de educación Magis http://revistas.javeriana.edu.co/index.php/MAGIS/index

Universidad Central del Valle del Cauca	Revista mundos interactivos http://facultades.uceva.edu.co/ojs/index.php/distancia
Fundación Universitaria Luis Amigo	Revista Funlam http://www.funlam.edu.co/revistas/index.php/RFunlam
Universidad Pontificia Bolivariana (UPB)	Revista Universidad Pontificia Bolivariana https://revistas.upb.edu.co/index.php/upb
Universidad Cooperativa de Colombia (UCC)	Revista Cooperativismo & Desarrollo https://revistas.ucc.edu.co/index.php/co Revista DIXI https://revistas.ucc.edu.co/index.php/di Revista Memorias https://revistas.ucc.edu.co/index.php/me
Corporación Universitaria de los Andes	Revista de derechos y comunicaciones y nuevas tecnologías https://derechoytics.uniandes.edu.co/ Revista Voces y Silenciosos. Revista latinoamericano de Educación https://vocesysilencios.uniandes.edu.co/index.php/vys

3. Referencias bibliográficas.

Lévy, P. A. (1996). Inteligência Coletiva. Pour une anthropologie do ciberespaço. São Paulo: Editora 34.

Schaff, A. (1992). El futuro del trabajo y del socialismo. El socialismo del futuro: revista de debate político, No. 6, (p. 11-23).

Villota, J. E. et al. (2017). **Para uma política de informação no ciberespaço: avanços, perspectivas e desafios.** Revista Digital de Biblioteconomia e Ciências da Informação. V. 15. N. 3. P.p 736;757.

4.18. COMUNICACIÓN BREVE 18

Uma aproximação às crenças e concepções dos professores de matemáticas sobre o uso das TICs

Jakeline Amparo Villota Enríquez, javillota@hotmail.com, Universidad Santiago de Cali.
María Teresa González Astudillo, maite@usal.es, Universidad de Salamanca.

Resumo: Este estudo aborda as crenças e concepções dos professores de matemática para o uso das TICs. As crenças e concepções dos professores de matemática influenciam diferentes aspectos cognitivos, condutais, experiência, prática pedagógica, implementação das TICs entre outros; e onde cada um deles tem uma funcionalidade no processo de construção da mesma. Neste trabalho, foi realizada uma revisão da literatura de pesquisa sobre a temática: teses, artigos, livros, capítulos de livros, entre outros. Esta revisão mostra um contraste entre os diferentes pesquisadores sobre a conceituação das noções de crenças e concepções, com diversidades de posturas antes as relações entre esses conceitos. Em relação com a implementação das TICs, considera-se que induz mudanças e/ou desestabiliza em certos momentos as crenças e concepções dos professores de matemática. .

Palabras claves. Crenças. Concepções. Formação de professores. Implementação das TICs

1. Introdução

Atualmente, as concepções dos professores é um dos temas de grande interesse no campo da Educação Matemática. Os pesquisadores consideram que elas têm uma grande influência no processo de aprendizagem da matemática (Pajares, 1992, Defez, 2005, Bohorquez, 2014, De la Pienda, 1992, Ponte, 1999, Furtado, 2014). As concepções dos professores estão relacionadas às suas crenças, pelo que, muitas vezes os pesquisadores em Educação Matemática tendem a usar ambos termos como sinônimos. Portanto, faz-se necessária uma caracterização de ambos conceitos com o propósito de estabelecer relacionamentos através das semelhanças / diferenças entre ambos.

A pesquisa educativa, particularmente a Educação Matemática, centrou seu interesse na pesquisa sobre o conhecimento, as concepções e as crenças dos professores como fatores determinantes de sua prática profissional (Houston, 1990, Thompson, 1992, García, 1997; Rico, 2003; Conteras, 1998). As concepções dos professores constituem um tema interessante, pois influenciam na sua prática pedagógica e, portanto, no processo de aprendizagem do estudante.

Os pesquisadores que estudaram as concepções dos professores em geral (Hofer & Pintrich, 2002, Koulaidis & Ogborn, 1995, Porlan et al., 1998, Norton et al., 2005, Samuelowicz & Bain, 1992, Hativa,

2000) assim como nas matemáticas, em particular (Thompson, 1992, Gil & Rico, 2003, D'Amore & Fandiño, 2004, Hudson, 1999) mostram que foram abordados nos últimos anos a partir de diferentes linhas de pesquisa. No entanto, esta temática quase não foi contemplada no nível universitário, pelo que de grande interesse estudá-lo.

As concepções dos professores de matemática estão relacionadas com a prática pedagógica e sua experiência (Zapata e Blanco, 2007, Vilanova, Sanz e Basilisa, 2014, Arancibia e Badia, 2015). Esses dois aspectos influenciam nas estratégias de ensino utilizada o professor na sala de aula (Villota, Oliveira e González, 2018).

No entanto, hoje é necessário que os professores introduzam diferentes ferramentas tecnológicas nas salas de aula, como telefones celulares, tablets, computadores, entre outros, com o objetivo de integrá-los no campo do Ensino das Matemáticas para ajudar ao estudante na apropriação dos distintos conteúdos.

O uso das novas tecnologias na sala de aula implica mudanças na prática pedagógica que os professores devem incorporar, mas que são mediadas por suas concepções sobre o ensino. É importante que existam distintos processos de apoio aos professores para que se encontrem mais à vontade com dita incorporação e veja as vantagens dessas novas ferramentas para promover e/ou fortalecer a aprendizagem no estudante.

É importante, portanto, analisar as concepções dos professores universitários de matemática sobre a implementação das TICs no ensino, assim como investigar e/ou investigar sobre diferentes elementos que integrem estas concepções, bem sejam do campo disciplinar (conteúdo matemático) as experiências anteriores (afetivo-emocional-acadêmico), componentes comportamentais, entre outros.

2. Concepções e crenças sobre o ensino das matemáticas.

O interesse acerca das crenças surgiu principalmente na década de 1970 (Abelson, 1979, citado por Furinghetti & Pehkonen, 2002). Desde o final do século XX, o conceito de crença foi incorporado na pesquisa sobre a formação de professores e suas atuações na sala de aula (Díaz et al, 2010, Moreno et al, 2010). Autores como Pajares (1992), Defez (2005), Bohorquez (2014), De la Pienda (1999), Moreno (2000), Ponte (1999), Furtado (2014), entre outros, estabeleceram elementos de análise do conceito de crença. No entanto, a pesquisa sobre as crenças tem sido discutida há muito tempo, posto que é uma questão presente na vida cotidiana do ser humano.

De forma geral, as crenças condicionam as formas de atuação das pessoas; no entanto, não se pode afirmar que as crenças influem totalmente nas ações e/ou fatos. Não é trivial então questionar-nos sobre as ações que estão ligadas ou relacionadas às crenças do sujeito. De fato, vários filósofos pragmatistas, entre eles

temos Peirce (1974) e James (2002), afirmam que as ações são reguladas pelas crenças e, sem crenças simplesmente é impossível que haja ações; pelo que não pode-se atuar sem crenças e, portanto, é impossível que haja assuntos céticos.

No campo da Educação Matemática, Cross (2009) abordou uma investigação sobre a relação entre as crenças¹⁰ dos professores de matemáticas e suas práticas na sala de aula. Neste estudo, a onipresença de suas crenças foi examinada diante de esforços para incorporar materiais de classe orientados à reforma e a inovação. As crenças influenciaram as decisões pedagógicas cotidianas dos professores. Além disso, suas crenças sobre a natureza das matemáticas influenciaram suas crenças sobre pedagogia e aprendizado do estudante. Essas crenças são de origem diversa: de natureza cognitiva ou baseadas em experiências anteriores, o que gera uma estrutura sobre as crenças. Em suma, as crenças dos professores sobre as matemáticas não só influenciam na forma como eles criam e executam suas lições, mas também fornecem novos conhecimentos que têm implicações para sua formação e para o seu desenvolvimento profissional.

Na tentativa de desvendar as diferenças entre crenças e concepções, Pehkonen (2006) definiu as concepções como aquelas crenças consistentes; ou seja, as concepções formam parte do conjunto de crenças. É importante destacar que as crenças são assumidas como o conhecimento subjetivo de um sujeito, que é influenciado por diferentes elementos como: experiência, emoções, entre outros. Em outras palavras, as concepções são um tipo de crença consistente; ou seja, têm uma estrutura composta por diferentes elementos, como por exemplo; conhecimento, conceitos, teorias entre outros que fortalecem a consistência da concepção.

Neste sentido, Garcia Azcarate & Moreno (2006) realizaram um estudo onde descreveram as concepções de professores universitários de um curso de cálculo diferencial com estudantes de ciências economia, gerando uma análise com diferentes categorias estabelecidas a través de redes sistêmicas e mostrando que os professores seguem uma linha de ensino tradicional do conceito de derivada concentrando sua atenção principalmente no conteúdo disciplinar (matemático) e deixando de lado o conteúdo aplicado à economia. Quanto ao uso das TIC na sala de aula de matemática, todos os países, através das diferentes reformas curriculares, valorizam sua integração no processo de ensino e aprendizagem. No caso da Colômbia, através de programas como "Colômbia digital", procura-se integrar as TIC no processo de aprendizagem do estudante através de "Kioscos Digitais". No entanto, a ligação das TIC no processo de ensino e

¹⁰ Cross (2009, p. 326) assume as crenças como ideias corporais consistentes e pensamentos inconscientes sobre si mesmo, o mundo e a posição de um mesmo, desenvolvimento através da adesão em vários grupos sociais; estas ideias são consideradas pelo indivíduo como verdadeiras (ver Pajares 1992, Thompson 1992, Green 1971 para descrições destas perspectivas

aprendizagem muitas vezes entra em conflito com as crenças construídas pelos professores, por isso é essencial que se produza um processo de mudança das mesmas.

Essas crenças desempenham um papel importante na integração das TICs no processo de ensino, já que, é necessário que o professor além de ter o domínio de um determinado conteúdo curricular, realize um processo de reflexão sobre a utilidade, implementação e intencionalidade da integração das TIC no processo de ensino, gerando assim um compromisso sobre o manejo e/ou gestão das mesmas e levando em consideração as necessidades do estudante. Atualmente, o Ministério da Educação Nacional tenta alfabetizar aos professores no uso das TICs na sala de aula com o fim de promover o processo de ensino e aprendizagem.

Por outro lado, é importante ressaltar que a mudança curricular exige a inclusão de novas tecnologias também está associada às concepções dos professores Arancibia & Badia (2015, p.63):

A pesquisa educativa, assim como reconhecer o rol fundamental dos professores na renovação educacional, também propõe a importância de seu papel na incorporação curricular de tecnologias (Suárez, Almerich, Gargallo e Aliaga, 2013). A inter-relação dessas reflexões mostra que é necessário aprofundar no estudo das concepções sobre aprendizagem e ensino e sua relação com a integração das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na sala de aula da escola.

Estamos em um momento de mudanças nos currículos, particularmente no campo das matemáticas, que envolvem a utilização de novas ferramentas tecnológicas, como por exemplo, plataformas educativas virtuais, software educativo, para fortalecer e/ou favorecer a aprendizagem das matemáticas. Isso implica uma mudança integral que de acordo com Moreno & Azcarate (2003, p.278) implica "[...] a necessidade de um debate e reflexão sérios sobre a utilidade, interesse e importância dos conteúdos atuais para aprendizagem e ensino mediados por novas tecnologias e condicionadas por demandas sociais".

3. Referências bibliográficas.

Arancibia, M. M. & Badia, A. (2015). Concepciones de profesores de secundaria sobre enseñar y aprender Historia con TIC. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 17(2), 62-76. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol17no2/contenido-arancibia.html>

Bohorquez, L. (2014). Las creencias vs las concepciones de los profesores de matemáticas y sus cambios. ISBN: 978-84-7666-210-6. Artículo 1611. *Memorias del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Buenos Aires, Argentina.

Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' beliefs structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(12), 325-346.

Contreras, L. (1998). *Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Tesis doctoral Huelva: Universidad de Huelva.

Defez, A. (2005). ¿Qué es una creencia? *Logos: Anales del Seminario de Metafísica*. 38(38), 199-221. Universidad Complutense de Madrid.

De la Pienda, J. A. (1999). Filosofía de las creencias. *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, 92, 239-48.

Díaz, C., Martínez, P., Roa, I., & Sanhueza, M. G. (2010). Los docentes en la sociedad actual: sus creencias y cogniciones pedagógicas respecto al proceso didáctico. *Polis (Santiago)*, 9(25), 421-436.

D'Amore, B. & Fandiño Pinilla M. I. (2004). Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior. *Epsilon*. 20 (1), 25 - 43.

Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 39-57). Springer, Dordrecht.

Furtado, M. R. (2014). Uma Discussão Acerca do Conceito de Crença (*Teses de mestrado*). Universidade de Lisboa.

García, L., Azcárate, C., & Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [RELIME]*, 9(1), 85-116.

García, M. (1997). *Análisis del conocimiento profesional del profesor de matemáticas de enseñanza secundaria y el concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje. Aportaciones metodológicas*. Tesis doctoral Sevilla: Universidad de Sevilla.

Gil Cuadra, F. y Rico Romero, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias*, 21(1), 27-47.

Hativa, Nira (2000), Teacher thinking, belief, and knowledge in higher education: an introduction *Instructional Science*, 28 (5) 331-334.

Hudson et al. (1999). Didaktik/fachdidaktik as science(-s) of the teaching profession?. *Thematic Network of Teacher Education Europe*, 2(1).

Houston, R. (ed.) (1990): *Handbook of Research on Teacher Education*. Nueva York: McMillan.

James, W. 2002. *The Varieties of Religious Experience: A Study of Human Nature*. Nova Iorque: Prometheus Books.

Koulaidis, Vasilis y Jon Ogborn (1995), "Science teachers' philosophical assumptions: how well do we understand them?", *International Journal of Science Education*, 17(3), 273-283.

Moreno, M. (2000). *El profesor universitario de matemáticas: estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona.

Moreno, M. M., & Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 21(2), 265-280.

Norton, Lin, John Richardson y John Hartley (2005), "Teachers' beliefs and intentions concerning teaching in higher education". *Higher Education*, 50(4). 537-571.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Peirce, Ch. S. (1974). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Charles Hartshorne e Paul Weiss ed., Cambridge, Massachusetts: The Belknap Press of Harvard University Press.

Ponte, J. P. (1994). Mathematics teacher's professional knowledge. En J. P. Ponte y J. F. Matos (Eds.), *Proceedings PME XVIII* (vol 1, pp. 195 – 210). Lisboa, Portugal.

Ponte, J. (1999). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros. En: K. Krainer, K. y F. Gorffree (Eds.), *On research in teacher education: From a study of teaching practices to issues in teacher education*. Osnabrück: Forschungsintitut für Mathematikdidaktik. Traducción (resumida) de Casimira López, 43-50. Recuperado el 29 de abril de 2015, de: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-sp/Las%20creencias.doc>

Pehkonen, E. (2006). What Do We Know about Teacher Change in Mathematics?. In L. Häggblom, L. Burman & A-S. Røj-Lindberg (Eds.), *Kunskapens och lärandets villkor. Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist Vol 1*. (pp. 77–87). Vasa: Åbo Akademi, Pedagogiska fakulteten, Specialutgåva.

Porlán, R., Rivero, A. Martín, R. (1998), Conocimiento profesional y epistemología de los profesores, II: estudios empíricos y conclusiones. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(2), 271-288.

Samuelowicz, K. y Bain, J. (1992), Conceptions of teaching held by academic teachers. *Higher Education*, 24, 93-111.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of research. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). Nueva York: Macmillan.

Vilanova, S. L.; Mateos, S. M. & Basilisa, G. M. (2011). Las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje en docentes universitarios de ciencias. *Revista Iberoamericano de Educación Superior*, 2(3), 53-75. Disponible en: <http://ries.universia.net>. Fecha de acceso: 17 de enero de 2018.

Villota, J. ; Oliveira, A. ; González H. (2018). What Mathematic Teachers Say about the Teaching Strategies in the Implementation of Tasks. *English Language Teaching*; Vol. 11, No. 1; pp. 65-79. Canada.

Zapata, M. & Blanco, J. (2007). Las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje de matemáticas en formación. *Campo Abierto*, 26(2), 83-108.

4.19. COMUNICACIÓN BREVE 19

Incorporación de vídeos como material de apoyo para el desarrollo de habilidades de visualización espacial 3D en los estudiantes de cálculo vectorial de la Universidad del Quindío.

Daniel S. Arcila N, dsarcilan@uqvirtual.edu.co, Universidad del Quindío.

Oswaldo A. Vargas V., osvargasv@uqvirtual.edu.co, Universidad del Quindío.

Angie Johanna Osorio R, ajosorior@uqvirtual.edu.co, Universidad del Quindío.

Mónica Paola de la Cruz C, paoladelacruz23@gmail.com, Universidad del Quindío.

Resumen.

El objetivo de este estudio es evaluar el impacto que tiene la incorporación de videos como material de apoyo para el desarrollo de habilidades de visualización espacial 3D, con la utilización de un software educativo, en estudiantes que cursan la asignatura de cálculo vectorial en la Universidad del Quindío. Cabe resaltar que los estudiantes se están acoplando a la información transmitida en medios digitales. Para cumplir este propósito se pretende explorar las experiencias de los estudiantes frente a este tipo de recursos y describir las diferentes estrategias que los mismos utilizan para resolver los problemas de visualización tanto cuantitativa como cualitativamente, así se analizará la asimilación de contenidos por parte de los estudiantes. Como resultado se espera que los estudiantes tengan una mejora en sus habilidades de visualización espacial, lo que permitirá mejorar el aprendizaje en las prácticas de aula de la Universidad del Quindío

Palabras claves. Visualización, vídeo, intervención, enseñanza.

1. Presentación del problema.

Las tendencias de los estudiantes del siglo XXI es utilizar vídeos como recurso de apoyo, ya lo manifiestan Hueros, A, & Aliaño, Á. (2014), los videoclips son un buen recurso a utilizar en cualquier nivel, del inicial a universitario y, área educativa desde la música hasta las matemáticas, debido a su formato interesante y útil en todos los ámbitos entre ello el de formación, lo que evidencia que los estudiantes prefieren recurrir a ellos, antes que a los libros. A través de una búsqueda exploratoria en las plataformas de video se evidencio que a medida que la matemática va avanzando de nivel (formalizándose) hay menos recursos videográficos de apoyo. Esta problemática la pretendemos contrarrestar al plantear una serie de vídeos como recurso educativo de aprendizaje para apoyar y mejorar la habilidad de visualización en la geometría 3D en la enseñanza.

2. Marco de referencia conceptual.

La era digital pone en evidencia la necesidad de una nueva definición de roles, especialmente, para los estudiantes y los docentes, a la vez que implica replantear el proceso educativo en torno a la forma en que los estudiantes procesan la información y no sólo en torno a las herramientas o recursos TIC. En los últimos años, los estudiantes han cambiado radicalmente – no son las mismas personas para las que nuestro

sistema educativo fue diseñado para enseñar – debido a la rápida diseminación de la tecnología digital. Las TIC están propiciando en los estudiantes una visión de mundo distinta, generando nuevas habilidades y/o competencias, e impactando su vida social y académica. Los cambios en la percepción de espacio y tiempo, las nuevas estrategias cognitivas y la interacción permanente con dispositivos tecnológicos son características propias de los estudiantes. (Echenique, Junio 2012).

Un vídeo educativo es un medio didáctico, motivador que facilita el descubrimiento y la asimilación de conocimientos para el estudiante, que integra imágenes y sonido permitiendo la imagen en movimiento y el sonido pueden captar la atención. El uso pedagógico del vídeo digital en la educación es una herramienta que contribuye al proceso de aprendizaje, generando potencial de expresión y comunicación, donde los jóvenes se sienten muy cómodos y motivados con la implantación de la tecnología en el aula de clase. (Montero, 2013)

3. Metodología.

Para el desarrollo de la propuesta se toma como población a los estudiantes de la Universidad del Quindío y que actualmente cursan la asignatura de cálculo vectorial. En cada grupo de la asignatura se realizó una prueba en la cual se evaluaron las habilidades de visualización de geometría 3D y luego se publicaron los vídeos como material de apoyo. Posteriormente pasado un promedio de quince días, a través de una prueba equivalente a la anterior, se midió la asimilación de los contenidos visuales con el objeto de establecer si existe una diferencia significativa en la asimilación respecto de la utilización o no del uso del vídeo como estrategia de apoyo en la asignatura de cálculo vectorial.

Creación de vídeos educativos.

Elegir la temática que se va transmitir es el primer paso, la creación del guion será de ayuda para definir el discurso a transmitir, seleccionar el escenario, practicar antes de grabar el vídeo, revisión y prueba del vídeo, prueba de luz, cámaras y micrófonos, calidad de audio e imagen, la duración juega un papel importante así que no fueron extensos, edición de vídeo para mejorarlo en las diferentes etapas y por último la publicación de los mismos.

4. Análisis de datos.

El análisis estadístico suministra evidencias para afirmar que existen diferencias entre la segunda prueba en la que tuvieron asimilación de los videos educativos y la primera prueba que solo tenían su conocimiento adquirido hasta ese momento, esta diferencia se presenta a favor del uso del video como recurso de apoyo en la asignatura de cálculo vectorial. Así se permite validar la alternativa planteada de analizar los procesos de asimilación apoyados por el recurso del vídeo obteniendo un mejor desempeño hacia habilidades de visualización espacial 3D.

Por otra parte el análisis cualitativo por medio de entrevistas y preguntas abiertas en ambas pruebas, se evidencio que están conformes con las intervenciones y nuevos recursos de apoyo, ya que se les facilita para la asimilación de los contenidos, por las razones de que los videos los podrán observar en casa mucho más cómodos que en las aulas de clase.

5. Conclusiones.

La utilización de vídeos como recurso de apoyo para el mejoramiento de los procesos de visualización en la geometría 3D en los estudiantes que cursan la asignatura de cálculo vectorial de la Universidad del Quindío, facilita la construcción del conocimiento, ejerciendo como un proceso efectivo dado que las imágenes, sonidos y palabras permiten mayor captación de información.

Este estudio nos ayudó a reflexionar sobre el efecto que pueden tener los medios audiovisuales en general y el uso educativo que de ellos se puede hacer, no sólo en la creación de audiovisuales, tarea ciertamente compleja, sino para colaborar en el análisis de los vídeos que todos los días se incorporan al aula, dado que, en ocasiones, podemos no ser conscientes de los mensajes que sustentan o generan.

Es pertinente aclarar que tan solo con la herramienta de vídeo como apoyo para los procesos de mejoramiento de la visualización del espacio 3D, no es suficiente para tener una apropiada asimilación de contenidos, para esto es indispensable que el estudiante deba tener una estructura cognitiva adecuada (pre saberes) y una motivación respecto al aprendizaje.

Bibliografía.

- Echenique, E. E. (junio 2012). Hablemos de estudiantes digitales y no de nativos digitales. *UT. Revistas de ciencias de educación.*, Tarragona.
- Montero, E. L. (2013). El video: herramienta de asimilación de contenidos en el aula de clase. *Journal Technology. Volumen 12*, 66-72.
- Hueros, A. D., & Aliaño, Á. M. (2014). El vídeo educativo (Educlip) como recurso para la alfabetización mediática. *Comunicación y pedagogía: Nuevas tecnologías y recursos didácticos*, (273), 93-98.

4.20. COMUNICACIÓN BREVE 20

COLOQUIO MATEMÁTICAS UDENAR 2018

Un instrumento de análisis para caracterizar el aprendizaje de la relación perímetro-área desde una perspectiva visual

Gustavo Adolfo Marmolejo Avenia
Profesor Universidad de Nariño-San Juan de Pasto-Colombia.
Doctor en Educación Matemática.

Claudia Ximena Bustamante Puertas
Profesora de la Institución Educativa José María Córdoba- Yumbo- Valle del Cauca-Colombia
Licenciada en Matemáticas.

Marylin Córdoba Castillo
Profesora de la Institución Educativa Francisco José Lloreda-Saladito-Valle del Cauca-Colombia
Licenciada en Matemática

e-mail para correspondencia electrónica y trámite del manuscrito:

usalgamav.investigación@gmail.com

Teléfono: 57 3105026988

Resumen

La confusión entre magnitudes de naturaleza distinta constituye uno de los pilares problemáticos en el estudio de la medida. La falta de espacios que susciten la reflexión sobre relaciones entre magnitudes y el tratamiento de la medida desde una perspectiva netamente aritmética, y no cualitativa, son aspectos, entre otros, que explican tal deficiencia. En esta comunicación corta, la atención recae en las magnitudes área y perímetro. Por objetivo, se tiene, presentar un instrumento de análisis que caracterice cómo los estudiantes de grado quinto de primaria de dos instituciones educativas caleñas reaccionan ante la resolución de tareas que, desde una perspectiva visual (cualitativa), suscitan el estudio de la relación perímetro-área. En este orden de ideas, son cinco las categorías de análisis a discutir: operaciones, control, acciones, uso de elementos de control y dificultades. A manera de ejemplificación se caracteriza, según el modelo reseñado, el proceso de aprendizaje de uno de los estudiantes que participaron en la investigación.

Presentación:

La presente comunicación corta se desarrolla en cinco momentos. En una primera instancia, se define el término visualización, se establece las distintas relaciones posibles entre el área y el perímetro, asimismo, se discrimina su complejidad, y se establece los tipos de relación entre área y perímetro que se contemplaron en la investigación a reportar. A continuación, se presenta la propuesta de enseñanza aplicada

en la investigación y, de forma breve, se reseña la sinergia visualización-área-perímetro que subyace en su diseño. Luego, se definen las categorías de análisis que conforman el instrumento de análisis reportado. Posteriormente, considerando las producciones de uno de los estudiantes que participaron en la investigación, se establece las dificultades que enfrentó, la forma cómo las superó, o los intentos que realizó para tal fin, y las posibilidades que desarrolló. Finalmente, a manera de conclusiones, se establecen parámetros a considerar en el diseño de propuestas de enseñanza que susciten el estudio de la relación en cuestión

Referencias

- Duval, R. (2004a). Cómo hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y ... una quinta. *Números, fórmulas y volúmenes en el entorno del niño*, 159-188.
- Duval, R. (2004b). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Fandiño, M.I. y D'Amore, B. (2007). Relaciones entre Área y perímetro: Convicciones de maestros y de estudiantes. *Relime*, 10(1), pp. 39-68.
- Marmolejo, G. A. & González, M. T. (2013). Visualización en el área de regiones poligonales. Una metodología de análisis de textos escolares. *Educación Matemática*, 25(3), pp. 61-102.
- Marmolejo, G. A., & González, M. T. (2015). Control visual en la construcción del área de superficies planas en los textos escolares. Una metodología de análisis. *Revista latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 18(3), pp. 301-328.
- Marmolejo, G. A. & González, M. T. (2015). El área de superficies planas en el campo de la Educación Matemática. Estado de la cuestión. *REIEC*, 10(1), pp. 45-57.
- Marmolejo, G. A., Sánchez, N., & Londoño, S. (2017). Conocimiento visual de los educadores al promover el estudio de la relación perímetro-área. *REIEC*, 12(2), pp. 18-28
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencia en Lenguaje, Matemáticas Ciencias y Ciudadanas*. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de matemáticas. En MEN, *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

4.21. COMUNICACIÓN BREVE 21

Modelos Matemáticos y Análisis de Sensibilidad

Miller Cerón Gómez.
millercg@udenar.edu.co.

Resumen.

En modelos matemáticos, es común desconocer la magnitud de los parámetros involucrados en el modelo. Por lo tanto es una ventaja tener conocimiento sobre la relación sobre estos con el modelo, por ejemplo, qué parámetro contribuye más a la variabilidad del modelo, cuál de ellos requiere investigación adicional o cuales son insignificantes. Estas preguntas pueden ser respondidas usando análisis de sensibilidad, el cual será discutido mediante ejemplos.

Palabras claves. Análisis de sensibilidad, modelos matemáticos, global.

Bibliografía.

- [1] MARINO , SIMEONE , ET AL . , A methodology for performing global uncertainty and sensitivity analysis in systems biology. Journal of theoretical biology 254.1 (2008): 178-196.
- [2] INGALLS , B RIAN . , Sensitivity analysis: from model parameters to system behaviour. Essays in biochemistry 45 (2008): 177-194.

4.22. COMUNICACIÓN BREVE 22

Un modelo matemático para el negocio de los cultivos ilícitos

Alvaro Raúl Córdoba Belalcazar.

arcordoba@iucsmag.edu.co Institución Universitaria CESMAG.

Resumen.

En esta investigación se plantea un modelo matemático que representa la dinámica entre la población humana y el recurso natural *Erythroxylum coca* mediante un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, utilizando para la construcción del modelo la dinámica de sistemas. Se presentan simulaciones en las que se analiza el comportamiento del control gubernamental en la erradicación, concluyendo que es la causa del desplazamiento de la población que participa en el negocio de la coca.

Palabras claves. *Sistema dinámico, dinámica de sistemas, bucle de realimentación y diagrama de niveles y flujos.*

1. Presentación del problema.

El negocio de los cultivos ilícitos es una de las más importantes problemáticas en Colombia. Sus efectos sociales, económicos y ambientales, forman parte de la agenda política nacional y de las naciones que se ven afectadas.

Desde comienzos de los años 80 se fue conformando en Colombia un sector de la economía ilegal basada en los cultivos ilícitos, en particular en el departamento del Putumayo, el cultivo de hoja de coca se inscribe como parte de un proceso histórico, caracterizado por la dinámica económica de apropiación selectiva de recursos naturales a través de sistemas de bajo costo, para beneficio de grupos ajenos a la región (Ramírez. 2001) , de esta manera se empieza a cultivar la hoja de coca, la rentabilidad de este negocio atrae personas ajenas a la región, es decir, se presenta inmigración, estas personas junto con las de la región gran mayoría se dedican al cultivo y cosecha, un pequeño grupo a la elaboración de la pasta o base. La economía del dinero fácil, crea en la región una problemática y a raíz de esto grupos al margen de la ley se apoderan de los territorios cultivados para sacar fruto de este negocio, causando en la región el incremento de la tasa de homicidio; para contrarrestar esto el gobierno crea el plan de política antidrogas y viene la aspersión de herbicidas sobre el follaje de los cultivos, cambiando la dinámica de la población, ahora las personas que inmigraron emigran y la economía de la región decrece, porque la mayor parte de las personas estaban dedicadas a este negocio. Así, la problemática de los cultivos ilícitos es un círculo vicioso que se presenta en determinado tiempo en regiones diferentes del país; por esta razón es pertinente e importante plantear un modelo matemático que explique la dinámica entre la población humana y este recurso natural que permita la toma de decisiones y plantear políticas gubernamentales para controlar esta problemática.

2. Marco de referencia conceptual.

El planteamiento del modelo matemático se hace usando Dinámica de Sistemas, esta técnica fue desarrollada por el profesor Jay Forrester en la década de los 50's en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT). Esta metodología se basa en la construcción de sistemas mediante grafos dirigidos bivaluados llamados bucles de realimentación, que pueden ser transformados en representaciones denominadas diagramas de niveles y flujos (García. 2017), por medio de los cuales se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden dependientes del tiempo, con las que se dice haber obtenido el modelo matemático del sistema que se estudia.

3. Metodología.

La problemática del negocio de los cultivos ilícitos es analizada sistémicamente utilizando la Dinámica de Sistemas, se plantea el diagrama causal. El conjunto de relaciones entre los atributos del sistema es representado mediante un bucle de realimentación positiva y dos bucles de realimentación negativa para formular el diagrama de niveles y flujos representado en la **Figura 1**. Para nuestro modelo, las variables de estado son las hectáreas de coca cultivada R y la población P . De este modo, y siguiendo el diagrama de niveles y flujos las ecuaciones de nivel están dadas por:

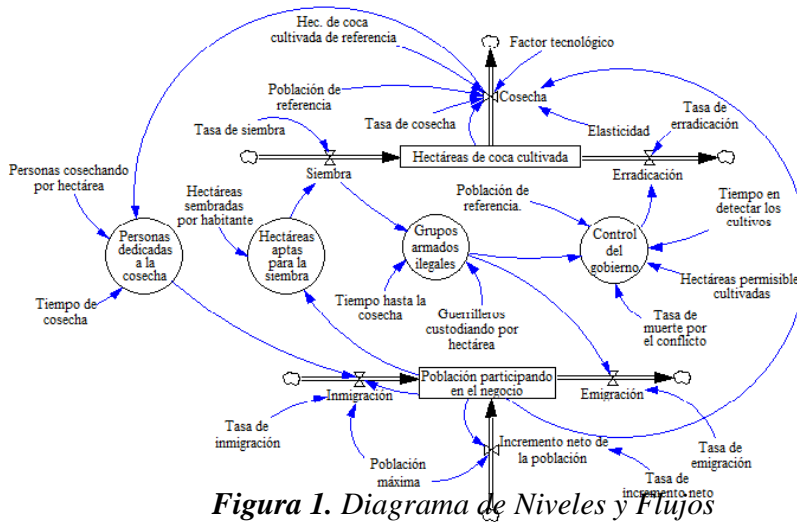


Figura 1. Diagrama de Niveles y Flujos

$$\frac{dR}{dt} = S - C - E_r, \quad \frac{dP}{dt} = I + N - E$$

Donde, S es la siembra, C es la cosecha, E_r es la erradicación, I es la inmigración, N es el incremento neto de la población y E es la emigración. Se definen las funciones para los flujos y las ecuaciones auxiliares sistema y se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales.

$$\frac{dR}{dP} = \alpha b P - \beta f \frac{R^\delta}{\bar{R}} \cdot \frac{P^{1-\delta}}{\bar{P}} - \theta l e l n d a b P$$

$$\frac{dP}{dt} = \left(\phi a m \beta f \frac{R^\delta}{\bar{R}} \cdot \frac{P^{1-\delta}}{\bar{P}} + \gamma P \right) \left(1 - \frac{P}{K} \right) - \varphi n d a b P$$

Donde, α representa la tasa de siembra, b las hectáreas sembradas por habitante, β la tasa de cosecha, f el factor tecnológico, δ un factor adimensional de productividad, \bar{R} las hectáreas de coca cultivada de referencia, \bar{P} la población de referencia, θ la tasa de erradicación, λ la tasa de muerte por el conflicto, e el tiempo en detectar los cultivos, l las hectáreas permisibles cultivadas n , el tiempo hasta la cosecha d , los guerrilleros custodiando por hectárea, ϕ la tasa de inmigración, a las personas cosechando por hectárea, m el tiempo de cosecha, γ la tasa de incremento neto de la población, K la capacidad de soporte de la población y φ la tasa de emigración.

4. Análisis de datos.

La simulación del modelo fue elaborada con el software Vensim, los valores de los parámetros se estimaron de los censos hechos en Colombia con el apoyo de distintas entidades gubernamentales como: La Dirección Nacional de Estupefacientes (DNE), La Policía Antinarcóticos de Colombia (DIRAN), Oficina

de Naciones Unidas contra la Droga y el Delito (UNODC), Programa de Monitoreo de Cultivos Ilícitos (PMCI), Sistema Integrado de Monitoreo de Cultivos Ilícitos (SIMCI) entre otras. Los valores de parámetros demográficos son tomados del censo hecho por el DANE.

En la **Figura 2a** se observa la evolución de las variables de estado del sistema sin tener en cuenta la erradicación. En ella se observa que al transcurrir el tiempo tanto la población como los recursos crecen de manera natural.

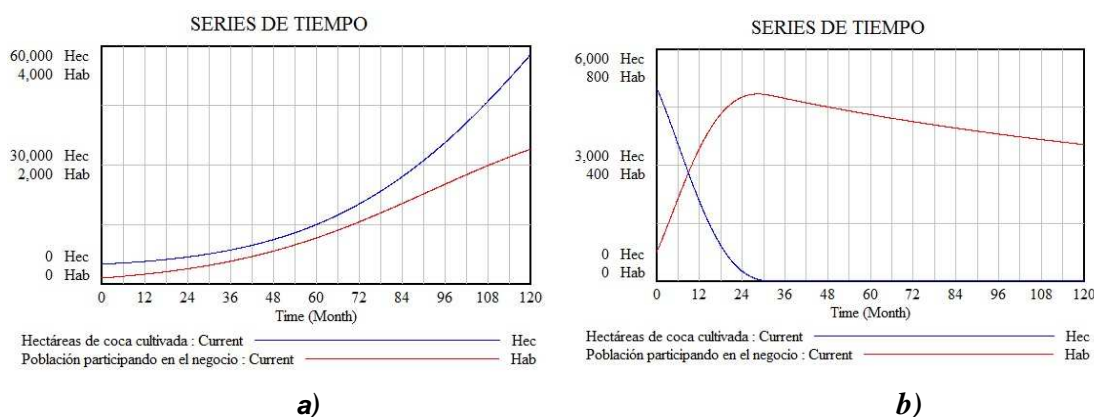


Figura 3. Evolución de las variables de estado

En la **Figura 2b** se observa la evolución de las variables de estado teniendo en cuenta la erradicación. Esta política hace que el recurso reduzca exponencialmente hasta desaparecer mientras que la población crece. Sin embargo, cuando el recurso se extingue la población empieza a decrecer.

5. Conclusiones.

Se formula un modelo matemático con la ayuda de la dinámica de sistemas, teniendo en cuenta los factores y actores más relevantes involucrados en el conflicto de los cultivos ilícitos, el sistema de ecuaciones diferenciales obtenido será un punto de partida para un estudio más profundo de esta problemática desde la perspectiva de los sistemas dinámicos.

Las simulaciones numéricas muestran que si no hay erradicación de los cultivos ilícitos, la población crece naturalmente hasta su capacidad de soporte y el recurso natural *Erythroxylum coca* lo hace hasta que se erradique (ver Figura 2a).

La erradicación cambia la dinámica del sistema, puesto que no es posible acabar de manera inmediata el recurso natural, entonces la población crecerá, es decir, la existencia de cultivos ilícitos es causa de inmigración hasta que el recurso se agote y la inexistencia del cultivo implica decrecimiento de la población, es decir, hay emigración (ver Figura 2b).

Los resultados numéricos corresponden a la dinámica real de esta problemática.

Bibliografía.

García, J. M. (2017). *Teoría y ejercicios prácticos de Dinámica de Sistemas: para Vensim PLE*. Juan Martín García.

- Ramírez, M. C. (2001). *Entre el estado y la guerrilla: identidad y ciudadanía en el movimiento de los campesinos cocaleros del Putumayo*. Instituto Colombiano de Antropología e Historia, Colciencias.
- Flórez, G. R. (2005). Los desafíos del Estado en Putumayo. *Revista Foro*, (55), 79-87.
- Vargas Manrique, C. E. (2004). Cultivos ilícitos y erradicación forzosa en Colombia. *Cuadernos de Economía*, 23(41), 109-141.
- Las Drogas, I. M. S. (2013). Naciones Unidas. Oficina contra la Droga y el Delito.
- Ceballos, M. (2003). Plan Colombia: Contraproducos y Crisis Humanitaria. Fumigaciones y desplazamiento en la frontera con Ecuador. *Bogotá: codhes*.
- Vargas, R. (1999). *Fumigación y Conflicto: políticas antidrogas y deslegitimación del Estado en Colombia*. Transnational Institute.
- DANE, Conciliación Censal 1985-2005 y Proyecciones de Población 2005-2020.
- Wiggins, S. (1990). Springer-Verlag (Ed.): *Introduction to Applied Non Linear Dynamical Systems and Chaos*. New York.

4.23. COMUNICACIÓN BREVE 23

ALINEACIÓN ENTRE LAS GUÍAS DE ORIENTACIÓN DE LAS PRUEBAS SABER PRO Y SABER ONCE. EL CASO DEL RAZONAMIENTO CUANTITATIVO

Lic. Johana Jackeline Ceballos Mora¹¹

Lic. Ivana Fernanda Urbano Urbano¹²

Dr. Gustavo Adolfo Marmolejo¹³

Resumen.

Esta investigación tiene como objetivo determinar el nivel de alineación estructural de las preguntas incluidas en las Guías de orientación de las Pruebas Saber Once (segundo periodo de 2014-segundo periodo de 2017) y Saber Pro (primer periodo de 2012-segundo periodo de 2017). En este trabajo, se consideró una metodología cualitativa donde el diseño metodológico responde a una investigación documental. El material empírico utilizado se compuso de catorce (14) Guías de Orientación. El instrumento de análisis utilizado contempló tres categorías emergentes: Ubicación de Datos, Ítems, y Representación. Los resultados evidencian cuatro tipos de estructura de las preguntas: compleja Superior, compleja alta, compleja media y compleja baja, como el nombre de cada una de estas preguntas lo indica, cada una está asociada a niveles de complejidad distintos. A manera de conclusión, el estudio establece que existe alineación entre las dos pruebas reseñadas para el caso de preguntas cuya estructura está vinculada al máximo y mínimo nivel de complejidad, caso contrario sucede, en las preguntas cuya estructuras promueven complejidades intermedias.

Palabras claves. Alineación; Prueba Saber Pro; Prueba Saber Once; Estructura de las preguntas.

1. Desarrollo de la temática.

La presente comunicación corta se realizará en cuatro momentos. Inicialmente, se presentará el concepto de alineación y su importancia para la comunidad educativa. Posteriormente, se reseñarán los tipos de tipos de preguntas considerados en la investigación y se expondrá el instrumento de análisis considerado en el estudio. Luego, se presentarán los resultados de la investigación y, finalmente, se determinan las principales conclusiones del estudio.

2. Marco de referencia conceptual.

• **Alineación**

Por “alineación” una prueba se entiende, modificar su estructura de manera que los resultados que arroje sean directamente comparables con los de otras pruebas. Dos o más pruebas se encuentran alineadas cuando hay una conexión entre ellas.

• **Tipos de preguntas**

¹¹ Universidad de Nariño, Colombia, Nariño, San Juan de Pasto, Tel. 3126605122, e-mail: johanaes314@gmail.com

¹² Universidad de Nariño, Colombia, Nariño, San Juan de Pasto, Tel. 3216502300, e-mail: uivanafer@gmail.com

¹³ Universidad de Nariño, Colombia, Nariño, San Juan de Pasto, Tel. 3215026988, e-mail: usalgamav@gmail.com

Corresponde a la forma en la cual se estructuran las preguntas. En esta investigación se privilegia las preguntas de Selección Múltiple con Única Respuesta (Tipo I) y Selección Múltiple con Múltiple Respuesta (Tipo IV) por ser unos de los más utilizados universalmente para formular ítems en las evaluaciones educativas externas. Ahora bien, todos los exámenes del SNEE (Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada) se encuentran alineados en cuanto a contenido, siendo las competencias genéricas de Saber Pro los eslabones finales de esta serie de pruebas que se aplican desde la educación básica.

3. Metodología.

Como unidades de análisis se consideraron el encabezado, la consigna, afirmaciones, y opciones de respuesta de las preguntas de Razonamiento Cuantitativo tomadas de las Guías de Orientación Saber Once y Saber Pro. Se consideraron los cuadernillos de la Prueba Saber Once publicados a partir del segundo semestre del año 2014, y a partir del primer semestre del 2012, los correspondientes a la Prueba Saber Pro. Así un total de 50 preguntas fueron analizadas: 17 de Saber Once y 33 de Saber Pro. El instrumento de análisis se compuso de tres categorías emergentes: Ubicación de Datos, Ítems, y Representación.

4. Análisis de datos.

Fue posible identificar cuatro tipos de estructuras de preguntas, a saber: Compleja Baja (UDI, IS, RD) Compleja Media (UDI, IS, RD+RV), Compleja Alta (UDD, IS, RD+RV) y Compleja Superior (UDF, IC, RD+RV). Finalmente, se encontró una pregunta atípica que no fue posible clasificar en los tipos de preguntas encontrados. Esta investigación demuestra que en el caso de las preguntas cuya estructura es Compleja Superior y Compleja Baja existe alineación entre las dos pruebas analizadas, y en cuanto a las preguntas de estructuras Compleja Media y Compleja Alta se observa que la alineación en este sentido no existe

5. Conclusiones.

La investigación concluye que caracterizar las estructuras de las preguntas de pruebas distintas permite establecer el nivel de alineación entre ellas, asimismo que al considerar la proporción de preguntas que, con un tipo y otro de estructura, son incluidas en las Guías de Orientación, la alineación entre las preguntas de las Pruebas Saber Once y Saber pro es de naturaleza parcial. En este sentido, una de las cuestiones más significativas que se desprenden de esta investigación, es que la estructura menos considerada es la asociada al mayor nivel complejidad (en cuanto a discriminar información relevante para resolver la problemática planteada).

Bibliografía.

- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona: Grupo Editorial CEAC, SA.
- Gil, A. (1999). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (5a Ed.). São Paulo: Atlas.
- ICFES. (2013). *Alineación del examen Saber 11*. Recuperado de: <http://www.icfes.gov.co/docman/instituciones-educativas-y-secretarias/saber-11/novedades/651-alineacion-examen-saber-11/file?force-download=1>.

- Rocha, M., & Pardo, C. (2007). *Reglas para elaborar ítems de selección múltiple con única respuesta*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articulos-156625_archivo.unknown
- Vargas, G. (2016). ¿Qué es la alineación de las pruebas Saber 11 con las pruebas Saber 3, 5 y 9?. Bogotá: *Magisterio*. Recuperado de <https://www.magisterio.com.co/articulo/que-es-la-alineacion-de-las-pruebas-saber-11o-con-las-pruebas-saber-3o-5o-y-9o>

4.24. COMUNICACIÓN BREVE 24

Tareas Matemáticas Para El Desarrollo De Competencias Matemáticas En Estudiantes De Educación Básica Secundaria Y Media

Edna Roció Trujillo Alarcón y Karina Tello Oviedo, ednatrujillo@gmail.com y karinatello15@gmail.com, Universidad Surcolombiana.

Resumen. La investigación realizada por el semillero COMAT¹⁴, Tiene como objetivo principal diseñar y validar Tareas Matemáticas para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas, principalmente la competencia matemática Formular y Resolver Problemas, desligándose de las teorías tradicionales en la Educación Matemática y vinculando un enfoque por competencias que permita unir una serie de decisiones, estrategias, actividades, tareas, recursos e instrumentos contextualizados que contribuya en la superación de una problemática presente en el campo de la Educación Matemática, relacionada con la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos en el aula de clase tradicional.

Palabras claves. Tareas matemáticas, formulación y resolución de problemas, Competencias matemáticas.

1. Presentación.

Desde la perspectiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, se aprecia una problemática relacionada con el desligamiento que se tiene entre el objeto matemático y los contextos reales, en los cuales se desenvuelven los estudiantes en su vida diaria. Esta situación conlleva a la búsqueda de estrategias pedagógicas que permitan dar giro a las formas en que la Matemática es impartida, teniendo en cuenta los diversos cambios dados en la sociedad.

En relación con lo anterior, esta investigación pretende contribuir en el campo de la enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos en el aula de clase tradicional, teniendo en cuenta los enfoques científicos e investigativos de la Educación Matemática inmersos a los nuevos retos educativos. En este sentido, como referente teórico se opta por el Modelo Didáctico de Competencias Matemáticas, establecido por Solar (2009), el cual expone tres fases: Tareas matemáticas, procesos cognitivos y niveles de complejidad creciente, de modo que permitan el desarrollo de competencias matemáticas. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la Competencia Matemática.

Desde esta misma perspectiva, García (2013) sustenta que “es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo” (p.187), por tanto dentro de este contexto, una apropiada visualización por parte del profesor, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será un paso de gran envergadura en el desarrollo de competencias matemáticas por parte de los estudiantes.

¹⁴COMAT: Semillero de investigación “Competencias Matemáticas”, adscrito al grupo de investigación E.MAT.H “Educación Matemática en el Huila” del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana.

Asimismo, se propone diseñar, implementar y evaluar Tareas Matemáticas para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas, para ello se establece una metodología cualitativa desde la concepción dada por Denzin & Lincoln (2000) cuyo interés es para el desarrollo de Competencias Matemáticas y el proceso de contextualización, que se encuentra ligado en describir, interpretar, comprender las relaciones y el significado de los fenómenos sociales, intentando darle sentido desde el significado que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos. Es así, que para desarrollar la investigación se decide por el estudio de caso y para la recolección de la información se utiliza la observación participante, hojas de trabajo, grabaciones en audio y video, entrevistas semiestructuradas, diarios de campo y guías de observación. De esta manera, y a través de una rejilla evaluar el desarrollo de competencias matemáticas de manera longitudinal.

2. Desarrollo de la temática.

La investigación que está desarrollando el semillero de investigación COMAT, posee algunos aspectos primordiales como todo proceso de investigación. Desde esta perspectiva, coincidimos con Bisquerra (2004) en relación a que todo investigador, al aproximarse a la realidad, reflexiona sobre qué observar, cómo y cuándo proceder, cómo obtener información relevante, qué instrumentos de recolección de información son más adecuados y cómo analizar la información obtenida.

Dentro de este marco, mediante estrategias, actividades, tareas, recursos e instrumentos se pretende fortalecer los aprendizajes en los estudiantes dando sentido educativo a las Competencias Matemáticas, en la medida en que los elementos o razonamientos matemáticos se utilicen para enfrentarse a situaciones cotidianas diversas. Ello requiere la detección y análisis de tales situaciones, la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar a partir de la información disponible y la aplicación de estrategias de resolución de problemas. Además, el énfasis tendrá que estar en los elementos matemáticos básicos y en los procesos de razonamiento que llevan a los estudiantes a la solución de los problemas o a la obtención de la información en una amplia variedad de situaciones de modo consciente, crítico, y reflexivo.

Para tal efecto, se realizaron lecturas y socializaciones de manera presenciales, con el fin de conceptualizar la “Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas”. De igual manera se llevó a cabo la búsqueda sistemática en diferentes fuentes de información para la elaboración de la tarea matemática, la cual es el eje articulador para la caracterización de dicha competencia. Cabe resaltar, que para establecer la tarea matemática se trabajó con los estudiantes de noveno de la Institución Educativa José Hilario López del municipio de Campoalegre Huila, con el objetivo de evidenciar y contrastar empíricamente la caracterización establecida desde la teoría.

Durante las sesiones de trabajo con los estudiantes de noveno y producto de un enfoque diferente desde la enseñanza de las matemáticas escolares se permeo la cristalización de una situación matemática contextualizada la cual fue gestionada desde el contexto escolar inmediato. Producto de ello se consolida la siguiente tarea matemática:

El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva. Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de \$70.000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta a doña

Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de \$50.000

La aplicación de la tarea matemática se realizó a cabalidad, siendo así la obtención de análisis con los cuales se ejecutó la debida contrastación para la caracterización de la “Competencia Formular y Resolver Problemas”. A su vez, esta actividad permitió conocer otras facetas de la cotidianidad de los estudiantes y reconocer diversos aspectos sociales, económicos, políticos, culturales del entorno en que ellos emergen.

3. Referencias bibliográficas.

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso*. (Tesis de Doctorado), Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.

García, B. Q. (2013). Componentes de un modelo teórico para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes. *Amazonia Investiga*, 2(2).

Denzin, & Lincoln. (2000). *The discipline and practice of qualitative research*. (Denzin, & Lincoln, Edits.) Sage publications.

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.

4.25. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 25

MOLDEAMIENTO DE LA COMPRENSIÓN Y PROFUNDIZACIÓN DE UN CONCEPTO

Víctor Aguilar, Jorge Guachamín, Nicole Serrano,victor1905a@gmail.com, nicopekeserrano@gmail.com, caront77741@gmail.com.,
UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR.

Resumen.

La matemática tradicional se ha enfocado en enseñar números, formulas y procesos mecánicos, los mismos que no tienen necesariamente una relación con los problemas del diario vivir de las personas; es por eso que este estudio se fundamenta en relacionar problemas reales o situaciones cotidianas, que permitan al estudiante generar un conocimiento propio a partir de una experiencia de la vida real.

El propósito de la aplicación de este modelamiento matemático busca generar un concepto propio o interpretación de la relación del fenómeno natural con el fenómeno matemático mediante la proporcionalidad mayor a 1 y menor a 1.

Palabras claves. Modelación, matemáticas, educación, proporcionalidad

● **Contextualización.**

Este proyecto fue realizado con estudiantes de edades comprendidas entre los 10 a 13 años, en una unidad educativa del sur de Quito, a los cuales se les planteo una situación de la vida cotidiana con dos jóvenes, siendo el insumo que nos permitirá evaluar y desarrollar nuestro modelamiento, partiendo del hecho didáctico de relacionar el aprendizaje con las experiencias y manipulación de elementos didácticos que conduzcan a interiorizar la aprehensión por medio del discernimiento, la actitud crítica y una coordinación dialéctica entre los saberes previos y los saberes por aprender.

Esta guía se desarrollará con el objetivo de descubrir ciertas propiedades de las proporciones y relaciones que permitan la interpretación cuantitativa de los fenómenos naturales.

REQUISITOS:

El estudiante deberá tener los siguientes conocimientos previos:

- Aritmética Elemental
- **Referentes teórico-prácticos básicos.**
- Ayhan Kursat Erbas, Mahmut Kertil “Mathematical modeling in mathematics education: basic concept and approaches” Educational sciences:Theory and practices, 14(4), (2014), 1621-1627.
- Nelson,T, Mathematical education: “A summary of research theories, and practice.(2002, august)”
- Reston,VA, “principles and standards for school mathematics” National council of teachers of mathematics (2001).
- Kang O.K., “A study on modeling process for fitting mathematical modeling”, Journal of the Korean Society of research in Mathematics,(2010),20(1), 73-84

● **Descripción general de la experiencia de aula.**

La aplicación de este estudio e implantación de este modelo se lo realizo durante una semana la misma que distribuimos en tres etapas:

- Acercamiento
- Desarrollo de conceptos de relación y proporción
- Aplicación de conceptos para la resolución de un problema cualquiera de la vida cotidiana.

Después de una semana de aplicación y desarrollo de conceptos se propuso a los estudiantes el siguiente problema:

Carlos y Elena son dos jóvenes que deciden correr una carrera de 100 metros; Elena resulta ser muy rápida y en la primera carrera le gana a Carlos con 5 metros de distancia, es decir llega a la meta de los 100 metros en el instante en que Carlos completa 95. Sin embargo Elena es muy justa y le propone a Carlos repetir la carrera una segunda vez, en esta ocasión, le dice a su compañero: “como yo te aventajé con 5 metros en la primera carrera, ahora voy a salir 5 metros antes de la línea de partida, para equilibrar la competencia, ¿qué te parece?”, Carlos acepta gustoso y corren otra vez.

Bajo esas premisas es lógico preguntar: ¿Si en la segunda carrera corren con las mismas velocidades que tuvieron en la primera, ¿quién ganará esta vez?

I.- ACTIVIDADES DE CÁLCULO

PRIMERA CARRERA

Datos de conocimiento previo:

dc (distancia que recorrió Carlos)= 95 de (distancia que recorrió Elena)= 100 tc = te	$V = \frac{d}{T}$ (formula deducida de la velocidad)
--	--

Si despejamos de la fórmula de la velocidad sabemos entonces que $t = d/V$

Dos ecuaciones: $.tc = dc / Vc$ $te = de / Ve$	Igualamos las ecuaciones $\frac{dc}{Vc} = \frac{de}{Ve}$	Relacionamos $\frac{Vc}{Ve} = \frac{dc}{de} = \frac{95}{100} = 0,95$ Ve mayor Vc
---	---	---

SEGUNDA CARRERA

.dc = 100

.de = 105

Vamos a buscar cual tiempo es mayor para saber quién llega primero.

Recordemos que tenemos la condicionante que recorren con la misma velocidad que en la primera carrera

Entonces:

$\frac{Vc}{Ve} = \frac{\frac{dc}{tc}}{\frac{de}{te}} = \frac{95}{100} = \frac{dc}{tc} \frac{te}{de}$	$\frac{95}{100} = \frac{100 te}{105 tc}$	$\frac{te}{tc} = \frac{95 * 105}{100 * 100} = 0,9975$
--	--	---

Aplicando la relación aprendida

.tc es mayor que te

En otras palabras el tiempo de Carlos en la segunda carrera es mayor al tiempo de Elena, lo que significa que Elena gana nuevamente.

II.- ACTIVIDADES DE APLICACIÓN:

Les dejamos como tarea responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto tiempo se demoran en llegar a su casa?
- ¿Cuántas cuadras hay hasta su casa?

Estas preguntas fueron utilizadas para que infieran el concepto de velocidad, donde sus respuestas permitieron dar un claro ejemplo de cómo, esta, funciona en nuestro diario vivir.

Para el ejemplo utilizamos la respuesta dada por Sebastián, quien nos contó que el camina 5 cuadras hacia su casa y se demora 15 minutos en llegar, con esto demostramos que ya existen dos datos para resolver el problema pues tenemos distancia y tenemos tiempo los mismos con los cuales utilizamos como recurso para deducir la fórmula de la velocidad y sus diferentes variaciones.

III.- ACTIVIDADES DE COMUNICACIÓN

- Crear grupos de estudio a través de redes sociales
- Utilización de las TIC's para investigación

- Actividades participativas en aula individuales y grupales
- **Logros y dificultades evidenciadas.**

Logros. Desarrollo de un conocimiento propio con una forma diferente de ver la matemática, aplicando situaciones de la vida cotidiana. Además de ampliar la capacidad de razonamiento y relación de las cosas, rompiendo el método tradicional conductista y mecánico de entender la matemática, lograr desarrollar en los niños un deseo por resolver problemas de la vida real, que implican aspectos matemáticos, capacidad para actuar con autonomía y criterio en la resolución de un problema planteado.

Dificultades. Uno de las principales dificultades que encontramos para esta investigación fue la poca apertura de los centros de educación para realizar el proyecto. El afianzamiento de del método ejercicista en los niños que en primera instancia estaban un poco reacios a ver de una manera diferente al problema, como por ejemplo decir que con los datos entregados no se podían hacer ningún cálculo. El tiempo fue un factor esencial para nosotros ya que disponíamos únicamente alrededor de 40 minutos diarios para desarrollar los temas. Desconocimiento de relaciones y proporciones matemáticas.

- **Reflexión final.**

Al realizar este estudio en estudiantes de 10 a 13 años, encontramos que la metodología utilizada es del tipo ejercicista, con algoritmos repetitivos donde los estudiantes tienden a efectuar las operaciones matemáticas de manera mecánica y al plantearles un problema o situación de la vida real, con información limitada, observamos un sin número de respuestas que nos demuestran que a pesar del método utilizado para enseñar la matemática, a esta edad todavía encontramos una gran creatividad basada en la imaginación de los niños, lo que nos permitió desarrollar con eficacia esta nueva estrategia metodológica.

Este estudio nos permitió comprender que es posible cambiar el paradigma tradicionalista que se le está inculcando a nuestros niños y lograr desarrollar en los niños una nueva forma de aprender la matemática, convirtiendo a esta materia ya no en el cuco en que se ha convertido a las anteriores generaciones de estudiantes, sino en algo agradable que no necesariamente se trata solo de números, sino de la cotidianidad en la que ellos se desenvuelven.

Referencias bibliográficas.

Saxena, R. & Shrivastava, K. & Bhardwaj, R (2011). *Teaching Mathematical Modeling in Mathematics Education*. AISECT University, Bhopal, Department of Mathematics, TIT group of Institutions Bhopal.

Borromeo, R (2016). *Modelación Matemática como un impedimento deseable en la Educación matemática*, University of Kassel. Germany.

Llinares, S (2012). *Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas*, Universidad de Alicante. España.

4.26. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 26

Las actitudes de los estudiantes frente al estudio de las matemáticas, en los programas de Administración de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, Centro Regional Pasto

Ana Lucy Gómez Tulcán, agomeztulca@uniminuto.edu.co,
Javier Alberto Ramírez Forero, jramirezfo1@uniminuto.edu.co
Corporación Universitaria Minuto de Dios.

Resumen.

A continuación se describe la experiencia de los investigadores, quienes en su revisión bibliografía pertinente, encuentran que las creencias y actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas tienen relación con el proceso de enseñanza de esta ciencia. Por lo cual, recurren a la herramienta Mapa de Empatía, conocida en el ámbito empresarial y articulada con el contexto pedagógico mediante el trabajo de Inés María Gómez Chacón, que se adapta y valida con el apoyo de profesionales de psicología del área de Bienestar Universitario de la institución. Este recurso se aplica a una muestra de estudiantes de tercer semestre de los tres programas de Administración y se identifican creencias, habilidades, aspectos culturales, motivacionales y de frustración con los que viven los estudiantes de Uniminuto, no solo en la etapa universitaria y en el rol de aprendices, sino también en etapas de formación previas y en los espacios propios de su cotidianidad.

Palabras claves. Matemáticas, creencias, actitudes, administración, aprendizaje

- Contextualización.

El presente documento es el resultado del proyecto de investigación denominado “Propuesta didáctica para el aprendizaje de las matemáticas en los programas de Administración de Uniminuto Centro Regional Pasto” desarrollado en el año 2017 y en el cual uno de sus objetivos era realizar la clasificación de las competencias en matemáticas de los estudiantes que ingresan a los programas de administración. Para su cumplimiento se tomó como población objetivo a los estudiantes de los tres primeros semestres académicos de los programas de administración de la Corporación Universitaria Minuto de Dios Centro Regional Pasto, los cuales son: Administración de Empresas (identificado con la abreviatura AEMD), Administración en Salud Ocupacional (cuya abreviatura es ASOD) y Administración Financiera (su abreviatura es ADFU).

- Referentes teórico-prácticos básicos.

En el caso de las matemáticas, Matos (2009) se refiere a la definición que McLeod (1993) realiza sobre el término actitud, identificándola como respuestas afectivas que incluyen sentimientos positivos o negativos de intensidad moderada y estabilidad razonable. Por ejemplo, que gusten las matemáticas o que resulten aburridas. En este sentido, las investigaciones adelantadas muestran que existe una “barrera psicológica” entre el estudiante y la asignatura (Nimier, 1977 y Truttschel, 2002, citados por Matos 2009), en la que se observa que, muchos estudiantes muestran temor y odio hacia la matemática.

Bajo esta perspectiva en las últimas décadas los docentes de matemáticas buscan modificar, de alguna manera, la actitud de los estudiantes frente a ésta ciencia, para contrarrestar los bloqueos afectivos en la resolución de problemas dentro de la actividad matemática y en la descripción de factores emocionales de los estudiantes. Se destaca el caso de Inés María Gómez Chacón quien expone que la dimensión afectiva en matemáticas se compone de las creencias, las actitudes, los valores y las apreciaciones; concebida ésta como “un extenso rango de sentimientos y humores que son generalmente considerados como algo diferente a la pura cognición”. Además, presenta la inseparabilidad de afecto y cognición en el aprendizaje, retoma la realidad social y el contexto cultural de los

estudiantes y la significación del conocimiento y del aprendizaje de las matemáticas, con su trabajo centrado totalmente en emociones y creencias.

Gómez-Chacón (2000), realiza la adaptación a las matemáticas de la categorización propuesta por Aiken y Aiken (1969) sobre la aproximación que tiene el estudiante hacia las ciencias. Estos autores la dividieron en dos categorías:

- *Actitudes hacia la ciencia:* se da cuando el objeto de la actitud es la propia ciencia.
- *Actitudes científicas:* si el objeto de la actitud son los procesos y actividades de la ciencia, esto es, la epistemología científica.

A partir de estos postulados se definen las actitudes matemáticas y las actitudes hacia las matemáticas.

- **Actitudes hacia las matemáticas:** se refieren a la valoración y al aprecio de esta disciplina y el interés por esta materia y su aprendizaje, y subrayan más la componente afectiva que la cognitiva; aquella se manifiesta en términos de interés, satisfacción, curiosidad, valoración, etcétera. (Gómez-Chacón, 2009)
- **Actitudes matemáticas:** tienen un carácter cognitivo y se refieren al modo de utilizar capacidades generales, como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc. qué son importantes en el trabajo en matemáticas. (Gómez-Chacón, 2009)

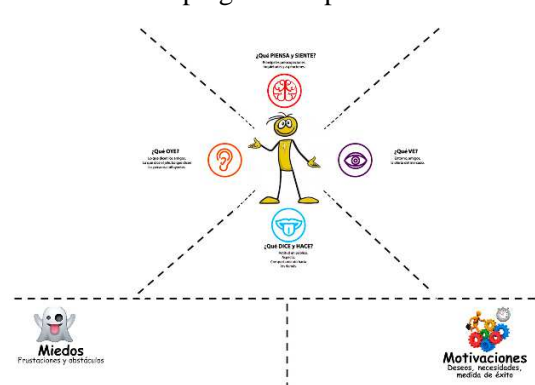
Es importante identificar las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, dado que, como se ha venido explicando en los párrafos anteriores “las actitudes pueden estar relacionadas con sentimientos positivos o negativos, que resultan de experiencias previas con las Matemáticas a lo largo del proceso de aprendizaje” (Estrada, 2004). Estudios realizados han demostrado que cuando el estudiante no se siente en capacidad de aprender matemáticas, desarrolla una actitud negativa hacia su aprendizaje y eso repercute en una dificultad manifiesta de aprendizaje.

- Descripción general de la experiencia de aula.

En el desarrollo de la investigación se aplicó la herramienta denominada mapa de empatía, empleada principalmente en el campo de los negocios, cuyo objetivo es ir más allá de lo que aparentemente quiere el cliente, puesto que no solo se enfoca en lo que este dice sino en lo que piensa, siente, oye, sus miedos y frustraciones. Dicho de otra manera, permite identificar lo que realmente quiere el cliente. Para articularlo con el contexto pedagógico, se redactaron las preguntas orientadoras de acuerdo a Inés María Gómez Chacón, completando así el diseño de esta herramienta.

Posteriormente, se validó el mapa de empatía con dos psicólogas de Bienestar Universitario, quienes enriquecieron la herramienta con sus aportes y ajustes. De esta manera, se procedió a la aplicación. Se hizo la invitación a estudiantes de tercer semestre de los programas de administración, sin embargo la asistencia fue escasa, por lo cual fue necesario realizarla en los espacios de tutoría propios de los investigadores y solicitar el apoyo otros tutores. Así se aplicó a 74 estudiantes. Cuando se dieron las indicaciones de la actividad no demostraron algún tipo de prevención, situación que cambió un poco cuando se hizo referencia a las matemáticas. Pese a esto no hubo mayores dificultades y se finalizó de la mejor manera.

A través de preguntas específicas se busca conocer las siguientes dimensiones en el estudiante:



Fuente: Elaboración propia

A partir de la aplicación del mapa de empatía, fue posible evidenciar que los estudiantes reconocen la importancia que tienen las matemáticas en cada uno de los ambientes de su panorama social, laboral y familiar e identificaron algunas dificultades que se evidencian en los desempeños, sentimientos de impotencia, desesperación y en el tedio que tienen en el aprendizaje de las matemáticas.

Al finalizar la actividad, los estudiantes expresaron su agradecimiento no solo por hacer parte de este proceso, sino también por considerar y darle importancia a sus aportes personales. Manifestaron que hace falta humanizar el aprendizaje de áreas del conocimiento que necesitan cierto grado de rigor y abstracción, como es el caso de las matemáticas, más aún en la etapa universitaria.

- Logros y dificultades evidenciadas.

Logros. Concienciar a los estudiantes de la importancia de las matemáticas en sus diferentes roles, a través del compartir de sentimientos e ideas con sus pares académicos. Reconocer en los estudiantes los potenciales tanto favorables como no, en el aprendizaje de las matemáticas. Acercar los roles del estudiante y del tutor que permiten humanizar el proceso de enseñanza - aprendizaje. Facilitar el espacio para que el estudiante pueda expresar sus emociones y actitudes frente a las matemáticas de manera libre y espontánea

Dificultades. Baja o casi nula participación autónoma de los estudiantes a partir de la invitación que se realizó, pese a que fue en espacios acordes a su disponibilidad de acuerdo a sus horarios de clase. El posible sesgo que se puede presentar en las participaciones de los estudiantes, dado que al hacerlo de manera colectiva, puede primar el punto de vista de algunos sobre el de otros.

- Reflexión final.

Gracias a los aportes de los participantes en el mapa de empatía, fue posible identificar que los estudiantes reconocen la importancia de las matemáticas, no solo en su rol como administradores sino en otros aspectos de sus vidas. De igual manera, se evidencia que es necesario favorecer la motivación de su estudio mediante un acercamiento adecuado y la articulación con su campo profesional, dado que en ocasiones las temáticas explicadas y su aplicación no se relacionan al tratar un determinado tema, lo cual afecta negativamente la disposición y motivación de aprender o mejorar sus habilidades de pensamiento en esta ciencia.

Sumado a lo anterior, se infiere que a la par, es importante revisar la formación profesional de los docentes encargados de las cátedras de matemáticas, tanto sus competencias en esta ciencia como las habilidades pedagógicas para que el estudiante comprenda y aplique sus conocimientos en el ámbito empresarial.

“Nadie aprende lo que no quiere o, al menos, necesita aprender y Nadie puede enseñar lo que no conoce bien”
Recamán (2004)

Referencias bibliográficas.

- Carrillo Avila, A; Mota Macias, S. (2011). La asesoría en la enseñanza de las matemáticas en la educación a distancia, utilizando la plataforma web CT. Revista Didasc@lia: D&E, 63-72
- Esquivel, E. (2008). Creencias de los estudiantes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Universidad Nacional, Costa Rica.
- Estrada, Ana Luisa, Castillo Márquez, Dalia Imelda Marco Antonio Chávez La influencia de las emociones y creencias en el aprendizaje de las matemáticas., Primer congreso de la enseñanza de las ciencias Memorias 2013
- Gómez Chacón Inés María. Matemática emocional: los afectos del aprendizaje matemático. Narcea Ediciones; 2000. p. 22
- Gómez Chacón, Inés Ma. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. Educación matemática, 21(3), 05-32. Recuperado en 23 de octubre de 2017, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000300002&lng=es&tlng=es.
- Hernández Salazar Genaro. Estado del arte de creencias y actitudes hacia las matemáticas. UVM Hermosillo, Sonora. México; 2011. p. 2
- Matos Vázquez, M. D., de la Torre Fernández, E. (2009). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIII (pp. 285-300). Santander: SEIEM.
- Recamán, B. (2004). Ciencia Explicada Matemáticas. Santa Fe de Bogotá, D.C. Colombia. Intermedio Editores

4.27. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 27

TÉCNICAS DE MOTIVACIÓN PARA ESTUDIANTES DE SECUNDARIA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA

Castellanos Pamela, Melo Xavier, p.am199629@gmail.com, mxmelo@uce.edu.ec
Universidad Central del Ecuador.

Resumen.

La motivación es parte fundamental para el proceso de aprendizaje, un estudiante no motivado representa un problema dentro del ambiente educativo. El en presente trabajo se potencia las cualidades del docente, de esta manera ayuda a la motivación del estudiante. Tomando en cuenta que mucho del proceso de enseñanza depende de las capacidades y habilidades del profesor, es necesario que el docente esté al tanto de las nuevas estrategias y pueda adaptarlas a su estilo de enseñanza para llegar a un aprendizaje significativo.

Palabras Claves.

Técnica, Potencializar, Carencias, Estímulos.

6. Contextualización.

TÉCNICAS DE MOTIVACIÓN PARA ESTUDIANTES DE SECUNDARIA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA

La palabra motivación para la filosofía y en especial para la psicología se define como un impulso que ayuda a cumplir objetivos planteados por el individuo. Motivar a un individuo, en este caso estudiantes, puede ser esencial para que los procesos de enseñanza se lleven a cabo de una manera eficiente y lograr lo que se conoce como aprendizaje significativo

Las competencias esenciales para la enseñanza que puede desarrollar un docente según Angélica Yolanda Rodríguez Gutiérrez (2017) a través de estos métodos son:

- Implicar a los alumnos en sus aprendizajes y en su trabajo.
- Trabajar en equipo.
- Participar en la gestión de la escuela.
- Utilizar las nuevas tecnologías.
- Afrontar los deberes y los dilemas éticos de la profesión.
- Organizar la propia formación continua.

Proceso de motivación

Como su nombre lo dice la motivación hacia los estudiantes conlleva a un proceso en el que pasamos del estudiante poco motivado al estudiante motivador, el que a su vez ayuda a la motivación del aula de clases en general ya que no todos los estudiantes pueden reaccionar de la misma manera y principalmente porque se trabaja en un ambiente de colaboración en grupo o comunidad.

Estudiante poco motivado

Se puede identificar al estudiante “poco motivado” ya que sus calificaciones reflejaran falta de interés y se mantendrá al margen de las clases. Estos estudiantes son los que necesitan más atención de los docentes ya que podrían necesitar un tratamiento especializado con el área de psicología, pero no significa que el profesor se desvincule del

estudiante, significa que requerirá de una mayor creatividad por parte del docente para lograr que pueda avanzar al siguiente nivel y se integre de manera eficaz al grupo de trabajo.

Técnicas para estudiantes: “poco motivado “

Para un estudiante poco motivado, el profesor debe mostrar interés por las actividades a las que el estudiante tenga inclinación, además las evaluaciones para este tipo de estudiante llegan a ser muy tediosas y optan por no llenarlas. Jaime Martín Fernández (2011), determina que una encuesta al estudiante cambia la relación de aprendizaje ya que permite expresar al educando sus ideales sin temor al rechazo. Por esta razón la técnica de la encuesta mediante cuestionarios, permite ver los resultados de aprendizaje del estudiante y si la explicación está fallando es necesario mejorar e ir direccionando los métodos manera adecuada para que el estudiante no sienta apatía.

Estudiante motivado

Este es el estudiante “común” por identificarlo de una manera ya que se mantiene al margen de las clases mantiene un promedio estable de notas y no destaca mucho en clases, si bien se adapta al ambiente educativo, se limita a lo que el docente le pide y no interactúa por lo que no podría considerar que tuvo un aprendizaje significativo. En este caso del docente debe trabajar para que el estudiante aporte en el aula de clases.

Técnicas para estudiantes: “motivados “

Natalia Herrera Eslava (2017), considera que el estudiante motivado existe por falta de guía y orientación del maestro, para que un estudiante motivado logre salir de su zona de confort hay que fijarse en sus cualidades y capacidades. El profesor debe permitir que un alumno motivado trabaje en clase y transmita su opinión de lo tratado, exigir un poco más que al resto para que no decaigan en la rutina y puedan convertirse en estudiantes motivadores, mediante problemas reales, trabajos grupales, presentaciones, etc. los estudiantes realizan un aprendizaje colectivo permitiéndoles salir del hábito de ser oyentes.

Estudiante motivador

Los estudiantes motivadores son el tipo de estudiante que se quiere alcanzar al final de estas técnicas ya que son líderes en el aula de clases, demuestra un mayor interés a la hora de recibir clases, participa activamente, apoya a sus compañeros y demuestra autonomía además de un aprendizaje significativo pero esto no significa que el trabajo del docente llegó a su fin, si bien este es estudiante es lo que se quiere lograr el docente debe actuar como guía para que el estudiante continúe como estudiante motivador.

Técnicas para estudiantes: “motivador “

El estudiante motivador es lo que todo profesor desea para sus estudiantes, sin embargo hay que tener cuidado de no dejarlos solos, estos estudiantes ya tienen la guía pero el profesor debe seguir alentándolos, una manera de lograrlo es dar al estudiante un problema para resolver, este problema tiene un grado de dificultad que aún no están capacitados para resolver, esto permitirá que el estudiante tenga necesidad de seguir aprendiendo e investigando por cuenta propia, de esta forma creará su propio conocimiento, el profesor actúa como orientador para que tome el camino correcto.

7. Referentes teórico-prácticos básicos.

Según García Bacete en 1991 describe que los estudiantes tienen el potencial para ser alumnos motivadores la razón de que no desarrolle este potencial depende de cómo son tratados en sus niveles básicos. De tal forma que si a un estudiante se le enseña de manera memorística y sin una realidad aparente llegaran a desmotivarse. Al motivar a un estudiante se le da la oportunidad y una guía para abrir su mente de que piense en su futuro. Todo comienza con creer que un estudiante puede llegar a lograr sus metas para que este sienta la confianza y crea en sí mismo.

La motivación, según VALLE y col. (1997) es lo que origina que un individuo decida cursar estudios universitarios y se mantenga en las aulas, y está dada por la persecución de determinadas metas académicas y personales. La

motivación significa movimiento hacia la consecución de esas metas, y según González (2005) ese movimiento está condicionado por las actitudes, a las que define como las capacidades de responder favorablemente o no ante determinados estímulos, en este caso relacionados con el aprendizaje, el éxito académico y la aceptación por parte de profesores y condiscípulos.

8. Descripción general de la experiencia de aula.

Se decidió trabajar con dos de segundo de bachillerato que reciben la asignatura de matemáticas, el primer grupo "Clase A" trabajó con técnicas de motivación por otro lado el segundo grupo "Clase B" siguió con las clases normales para tomarlo como grupo de control.

Para poder trabajar con los distintos tipos de estudiantes que encontramos en la clase A utilizamos las mismas técnicas para todos los estudiantes, los cuales reciben 4 horas a la semana de la asignatura de Matemáticas. para trabajar en 3 etapas durante 6 semanas.

9. Logros y dificultades evidenciadas.

Logros

- Aumento de atención al dar clases por parte de la mayoría de estudiantes.
- Mejora del ambiente educativo y fortalecimiento del compañerismo por parte de los estudiantes y hacia el docente.

Dificultades

- No todos los estudiantes reaccionan de la misma manera, si bien es cierto que los estudiantes tuvieron una mejoría se presentaron estudiantes a los cuales se les dificulta la asignatura.
- El tiempo para la ejecución fue muy corto, aunque se evidencian resultados se pudo seguir interactuando de otras formas con los estudiantes si se hubiera prolongado el tiempo de ejecución.

10. Reflexión final.

- Si bien la motivación es importante en el proceso de enseñanza el profesor es el actor fundamental de este proceso ya que por parte de él depende la utilización y la creatividad al momento de ocupar dichas técnicas.
- Cada profesor debe adaptarse a una técnica adecuada para motivar a los diferentes tipos de estudiantes, cuando esto suceda el escolar no tomará el aprendizaje como una obligación, más bien como una oportunidad construir su aprendizaje significativo.

Referencias bibliográficas.

- Orozco Moret, C., & Ángel Díaz, M. (2009). Atribuciones de la motivación al logro y sus implicaciones en la formación del pensamiento lógico-matemático en la Universidad. *Interciencia*, 34(9), 630-636
- VALLE, A.; GONZÁLEZ, R. y CUEVAS, R. M. (1997). Patrones motivacionales en estudiantes universitarios: características diferenciales. *Revista de Integración Educativa* 15 (1) Pág. 125-146.
- D`ANGELO, O. (2002). El desarrollo profesional creador (DCP) como dimensión del proyecto de vida en el ámbito profesional. *Revista Cubana de Psicología* 19 (2) Pág. 106.
- HERRERA, NATALIA (2017). Lleve A Todos Sus Estudiantes A La Excelencia. Estrategias Para Ayudar Al Estudiante "Promedio". Colombia-Bogotá.
- ANGÉLICA YOLANDA RODRÍGUEZ GUTIÉRREZ (2017), Egresada del Doctorado en Innovación y Administración Educativa en la Universidad Gestalt.

4.28. COMUNICACIÓN BREVE 28

APRENDIENDO A ESTUDIAR LAS CLASES EN EL CLUB DE APOYO MATEMATICO DEL HUILA

Martha Cecilia Mosquera (tutora) y Alexander Cabezas González (Investigador).
u20151133287@usco.edu.co---Universidad Surcolombiana

Resumen.

Tradicionalmente ha sido el interés de muchos investigadores conocer las causas de los problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y el bajo rendimiento de los estudiantes en esta área; entre las principales se encuentran: los problemas en la formación de los profesores, la desmotivación y falta de interés hacia la matemática, la falta de recursos, la escasa relación entre lo que se enseña y los resultados recientes de investigación, los inconvenientes laborales de los docentes y los problemas socioculturales de los aprendientes, viendo esta situación nos tomamos en la tarea de investigar y poder ayudar con este problema implementando un modelo de clases diferente, usando el modelo de los japoneses, ellos usan tres pasos muy importantes que es la planificación de la clase, la implementación y lo más importante la evaluación, ya que esta nos indica si fue un éxito la clase.

Palabras claves. Planificada, aplicada y evaluada.

- **Presentación del problema.**

2.1 Planteamiento de la pregunta o problema de investigación y su justificación: La problemática que orienta esta investigación, es la necesidad que tienen los docentes de enseñar matemáticas a los estudiantes de la educación básica y media o universitaria en carreras diferentes a las de matemáticas, esto porque “enseñar matemáticas” en estos contextos plantea un desafío, que generalmente se ignora, en el sentido de la tendencia que se tiene de desarrollar los contenidos de la matemática como si los aprendientes fueran potenciales matemáticos o por lo menos compartieran el gusto que tienen los matemáticos por este tipo de conocimientos; en ese orden de ideas, lo que se plantea es el compromiso que el docente debe tener en la búsqueda de metodologías alternativas, que mantengan los beneficios de la educación matemática en el desarrollo de un pensamiento lógico riguroso y al mismo tiempo aprovechen la riqueza de los modelos matemáticos en la resolución de problemas en su área de interés.

La Educación Matemática en el Huila plantea en la actualidad tres desafíos al Programa de Licenciatura en Matemáticas y en particular al grupo E.MAT.H y sus semilleros adscritos: en primer lugar los estudiantes presentan una apatía generalizada a la clase de matemáticas, no aprecian ni respetan a los docentes y los resultados académicos y en las pruebas externas y de ingreso a la universidad son deficientes. En ese sentido lo que se propone es interactuar con los estudiantes y docentes interesados en espacios diferentes al aula, con el fin de planificar, implementar y evaluar clases en ambientes propicios para la implementación, de las estrategias de mediación pedagógico-didácticas para el desarrollo del pensamiento matemático y la capacidad para investigar en el aula.

En ese orden de ideas la investigación pretende responder las siguientes preguntas:

- ¿Al implementar las estrategias de mediación pedagógico-didácticas para el desarrollo del pensamiento matemático y la capacidad para investigar en el aula, se logra un cambio de actitud de los estudiantes hacia las clases de matemáticas, mejorar los niveles de comunicación entre estudiantes y docentes y actitudes de liderazgo de los participantes en sus aulas de clase?
- ¿A través del estudio de clases se logrará mejorar el conocimiento didáctico del contenido?

- **Marco de referencia conceptual.**

Metodología Propuesta: el marco metodológico que se propone es el del estudio de clases, el estudio de clases es una metodología japonesa mediante a través de la cual los profesores trabajan de modo cooperativo para mejorar progresivamente sus métodos pedagógicos, a través de la observación y discusión de las técnicas de enseñanza (Isoda, M., Mena, A. y Arcavi, A. 2007),

El Estudio de la clase involucra tres fases:

- Planificación de la clase
- Implementación de la clase (siendo observado por otros y por quienes participaron en la preparación)
- Discusión del éxito de la clase (en función del plan de clases, para su mejoramiento y nueva implementación)

- **Metodología.**

Metodología japonesa

- **Análisis de datos.**

Se evalúa los resultados obtenidos de las clases propuestas, mirando los posibles errores que podrían cometer cada uno, luego se modifica la clase y se lleva al aula de nuevo para seguir deduciendo resultados.

- **Conclusiones.**

Se logra con los estudiantes un mejor aprendizaje en la asignatura y una mejor atención en las distintas clases, logrando un mejor pensamiento abstracto de los contenidos matemáticos.

Bibliografía.

- Aliaga, H, Bressan, A & Sadovsky, P. (2005). Reflexiones teóricas para la educación matemática. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. Epsilon, 42(14), 3.
- D'Amore, B. (2006). Didáctica de la Matemática. Bogotá: Magisterio
- Font, V, Planas, N & Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. Rev. Infancia y aprendizaje #33. pp89-105
- González, A, Weinstein, E. (2011). La enseñanza de la matemática en el jardín de infantes a través de secuencias didácticas. Rosario: Homo Sapiens Ediciones. 1a. ed. 6a. reimp.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). El enfoque en la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Valparaíso: Ediciones Universitarias de la Pontificia Universidad católica de Valparaíso.
- MEN (2003). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, D.C.
- Mosquera, M. (2003). Modelo de mediación pedagógica para el desarrollo del pensamiento matemático. Tesis de grado de especialización en pedagogía para el desarrollo del aprendizaje autónomo. Bogotá. UNAD-CAFAM.

- Mosquera, M. (2012). Una experiencia de Aprendizaje Basado en Problemas, en didáctica de la matemática. En C. Gaita. (Ed.), VI Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas. Didáctica de las Matemáticas: Avances y desafíos actuales. (pp. 321-327). Perú: PUCP. <http://www.pucp.edu.pe/irem/index.html>
- Olfos. R. Soto. D. & Silva. H. (2007). Renovación de la enseñanza del algebra elemental: un aporte desde la didáctica. Estudios pedagógicos (Valdivia), 33(2), 81-100. Recuperado en 27 de agosto de 2016, de http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07052007000200005&lng=es&tlng=es.10.4067/S0718-07052007000200005
- Parraguez, M. & Bozt, J. (2012). Conexiones entre los conceptos de dependencia e independencia lineal de vectores y el de solución de sistemas de ecuaciones lineales en R^2 y R^3 desde el punto de vista de los modos de pensamiento. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias (Publicación en Julio 2012).
- Ramírez, Margarita, & Block, David. (2009). La razón y la fracción: un vínculo difícil en las matemáticas escolares. Educación matemática, 21(1), 63-90. Recuperado en 26 de marzo de 2016, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100004&lng=es&tlng=es.
- Uzuriaga, V. y Mosquera, M. (2012). Aprendizaje Basado en Problemas en Didáctica de la Matemática, caso: el teorema de Pitágoras y algunas extensiones mediado por Cabri Geometre II Plus. En F Ugarte (Ed.), VI Congreso Iberoamericano de Cabri. IBEROCABRI-2012. (pp. 231- 236). Perú: PUCP. <http://www.congreso.pucp.edu.pe/iberocabri/>

4.29. COMUNICACIÓN BREVE 29

ESTRATEGIAS PARA LA INTEGRACIÓN DE LAS TICS EN EL CURRÍCULO

Jorge Andrés Castro Lara.

jacastro@umariana.edu.co Universidad Mariana.

Resumen.

El presente trabajo analiza las dificultades presentadas cuando se pretende realizar una integración de las tecnologías al currículo, y una alternativa de solución para dar respuesta a estas. Como a través metodología clara, basada en la programación y evaluación continua se puede sortear los problemas propios de esta implementación, desde el levantamiento de una línea base identificando el contexto posibilidades y limitantes, estableciendo contingencias, programando estratégicamente las actividades realizando su seguimiento y control, analizando la coherencia e impacto en la vida académica de los estudiantes a partir del diseño de instrumentos pertinentes que evidencien su impacto y funcionalidad, como consecuencia de esta metodología generar un enlace entre las prácticas de aula, la planeación, la evaluación, la programación curricular y el horizonte institucional. Aunque este proceso de integración es complejo debido a las mismas interacciones particulares de cada institución se puede trabajar desde algunas áreas como plataforma de acceso al currículo.

Palabras claves. Tecnologías, Currículo, Evaluación

● **Presentación del problema.**

A pesar que existen muchos estudios sobre la implementación e integración de las tecnologías a los currículos escolares y el ministerio de educación en repetidas ocasiones ha lanzado proyectos encaminados a la implementación de las tecnologías en los procesos de enseñanza, existe una brecha entre lo que se pretende y la realidad de las instituciones. Ya sea por infraestructura, conocimiento o compromiso docente, los obstáculos persisten y la articulación entre las tecnologías y los desarrollos curriculares aun esta distante. Esta realidad es más evidente cuando se trata de la evaluación, ya que los procesos evaluativos en muchos casos son acciones aisladas que no están ligadas a las demás actividades realizadas por los docentes, uno de los factores que inciden en este panorama es la forma como las tecnologías se implementan sin tener en cuenta las necesidades reales de los estudiantes, es decir, se aplican acorde a las creencias o imaginarios del docente y no existe un diagnóstico previo respecto a fortalezas o debilidades de los estudiantes. Sin lugar a dudas las tecnologías presentan grandes beneficios, pero implementándolos de forma irreflexiva pueden también crear una serie de problemáticas que afectaran ostensiblemente en el alcance de las competencias. De aquí se hace necesario crear una serie de herramientas que faciliten a los docentes la articulación sostenible de las tecnologías, además de minimizar los posibles efectos negativos en la población.

● **Marco de referencia conceptual.**

Currículo: Aunque existen varias definiciones para este trabajo se tendrá en cuenta la definición dada por el MEN “Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.”

Tecnologías en educación: Para Tejedor (1996) La tecnología educativa en un sentido más amplio supone el diseño pedagógico enfatizado en presentar, estructurar y optimizar la información medios y programas de intervención didáctica con objetivos educativos, luego esta tecnología educativa consta de varios elementos como hardware y el software

- **Metodología.**

Diagnóstico Establecer las posibilidades y limitantes del contexto. Contingencias para solucionar posibles problemáticas se hace necesario realizar planeación anticipada es decir levantar una un mapa de contingencias.

Implementación un software debe tenerse en cuenta que el docente a tener suficiencia sobre el manejo del mismo. **Programación** de actividades en el momento que se eligen las actividades estas deben ser estratégicamente diseñadas de tal manera cumpla con algunas premisas que aseguraran el éxito de las mismas; maximizar el tiempo, permitir el desarrollo de habilidades en los estudiantes, posibilitar el pensamiento lateral y la inferencia, estas han de estar estructuradas de manera progresiva y articuladas entre sí para que realmente se conviertan en estrategia. **Seguimiento y evaluación** medir el impacto de la misma en el desarrollo de habilidades además de la evaluación de la actividad en sí misma, es decir que posibilidades presento, qué impacto anímico causo en los estudiantes, entre otros factores a tener en cuenta, para este efecto se formulan instrumento pertinentes que permitan obtener resultados significativos de dicha aplicación. **Articulación Curricular** para hablar de una verdadera articulación en el currículo la implementación de estas herramientas tienen que estar enfocada hacia el alcance de las metas del área, apuntando al horizonte institucional por ende aportarle al perfil del estudiante, esto es posible a través de la sostenibilidad de los proyectos su seguimiento y evaluación.

- **Análisis de datos.**

De manera preliminar se puede establecer que:

Al levantar una línea de base inicial se encuentra que los docentes de trabajan de manera esporádica las tecnologías sin que exista una planeación intencionadas de las actividades.

Aunque se emplean algunos softwares específicos en área como castellano y matemáticas no hay un grado de profundidad en el manejo de los mismos, por lo tanto las actividades desarrolladas no permiten el desarrollo de habilidades de exploración e indagación.

En el diseño curricular es nula la integración de las actividades que tiene como base la utilización de las tecnologías. Inicialmente los docentes de matemáticas empiezan a realizar un uso sistemático de las tecnologías en el desarrollo de sus actividades.

- **Conclusiones.**

El seguimiento y evaluación de las actividades es la fase que más genera rechazo en los docentes ya que no está cimentada una mentalidad de mejora continua.

El tiempo es un factor que incide negativamente en la implementación de los proyectos y programas.

Los esfuerzos docentes se encuentran aislados, no hay una integración curricular plena en torno al empleo de las tecnologías, en la mayoría de los casos las áreas trabajan de forma independiente y no presentan esfuerzos mancomunados por tanto se hace difícil una real articulación curricular.

La articulación es paulatina implementado inicialmente desde algunas áreas como elementos focales, he implementado en algunos planes de aula para luego implementarlos en los planes de área.

Bibliografía.

Fernández, I. M. B., Pires, D. M., & Delgado-Iglesias, J. (2018). What improvements have been archived regarding science education from environment-science-technology-society approach in the new spanish official curriculum of primary education? [¿Qué mejoras se han alcanzado respecto a la Educación Científica desde el enfoque Ciencia-Tecnología-Sociedad-Ambiente en el nuevo Currículo Oficial de la LOMCE de 5° y 6° curso de Primaria en España?] *Revista Eureka*, 15(1) doi:10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2018.v15.i1.1101

Fallas, J. G., Aguilar, A. G., & Sancho, G. M. (2014). Skills assessment and an innovative curriculum modules: The case of the bachelor of design and development of educational facilities ICT university of costa rica. [Evaluación de competencias y módulos en un currículo innovador: El caso de la licenciatura en diseño y desarrollo de espacios educativos con TIC de la universidad de Costa Rica] *Perfiles Educativos*, 36(143), 67-85. doi:10.1016/S0185-2698(14)70610-5

López, S. U. (2016). Levels of integration of ict in the curriculum: Atheoretical approach dimensions de l'intégration des tic dans le programme d'études: Une approche théorique. [Dimensiones de la inclusión de las tic en el currículo educativo: Una aproximación teórica] *Teoría De La Educación*, 28(1), 209-223. doi:10.14201/teoredu2016281209223

Vivanco, Georgina, & Gorostiaga, Jorge. (2017). Cultura digital y diversidad: perspectivas de discursos de políticas TIC-Educación. *Cadernos de Pesquisa*, 47(165), 1016-1043. <https://dx.doi.org/10.1590/198053144261>

4.30. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 30

ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA 3D MEDIADA CON RECURSOS DIGITALES

Efraín Aálberto Hoyos S, eahoyos@uniquindio.edu.co, Universidad del Quindío

Jorge Hernan Aristizabal Z. jhaz@uniquindio.edu.co, Universidad del Quindío

Oswaldo Alexis Vargas V. oavargas@uqvirtual.edu.co, Universidad del Quindío

Daniel Salvador Arcila N. dsarcila@uqvirtual.edu.co, Universidad del Quindío

Resumen.

Esta experiencia de aula esta apoyada en el uso de ambientes educativos computarizados, cuyo propósito es mejorar habilidades de visualización en el tema de geometría analítica 3D. Es preferible que los estudiantes participantes hayan cursado el espacio de geometría analítica en R2 para que mediante la utilización de un software 3D, puedan responder una serie de preguntas, sobre los conceptos básicos de superficies cuádricas las cuales son presentadas y evaluadas por el mismo software educativo. Las preguntas abordan temas tales como: punto, distancia entre dos puntos, planos, elipsoides, paraboloides, hiperboloides y conos.

Palabras claves. Geometría analítica 3D, software educativo, superficies cuádricas, geometría analítica 3D

✓ **Contextualización.**

Los estudiantes en ocasiones necesitan calcular medidas utilizando integrales, por ejemplo, al calcular del volumen entre varias superficies, se encuentran con algunas dificultades que no son la resolución de la integral, si no el planteamiento de la misma, para lo cual necesitan de la visualización de los objetos en tres dimensiones, lo que permite determinar los límites para realizar dicha integración. Para sortear este obstáculo se propone la experiencia de aula la cual incorpora el uso de el software educativo “GAnalíticaB3D” y se desarrolló en dos etapas, la formación de profesores y de estudiantes en este tema, desde un enfoque donde se pone en relevancia los procesos de visualización de las superficies en el espacio 3D, buscando precisar las gráficas de las superficies a partir de su ecuación y en forma inversa, encontrar la ecuación a partir de la visualización de la gráfica correspondiente, lo que plantea Krutetskii (1976, p315). como pensamiento de tipo armónico.

✓ **Referentes teórico-prácticos básicos.**

La construcción de la propuesta esta fundamentada desde el mejoramiento de las habilidades de visualización y el uso de un recurso educativo digital, para lo cual se tomaron como referentes a Gonzato, M., Blanco, T., y Godino, J. (2011) los cuales plantean unas tareas para desarrollar las habilidades de visualización de objetos tridimensionales como: reconocer y cambiar puntos de vista (cambio de perspectivas), interpretar perspectivas de objetos, rotar mentalmente objetos, interpretar diferentes

representaciones planas de objetos tridimensional (perspectivas, vistas), convertir una representación plana en otra, construir objetos a partir de una o más representaciones plana, dichas tarea ayudaron a plantear las tareas par desarrollar las habilidades de visualización en 3D, por otro lado tenemos a Ceron, M. Hoyos, E. y Aristizábal, J. (2012). Quienes plantean que el mejoramiento del manejo de la perspectiva producido por el uso del software educativo y el producido por el uso de recursos didácticos concretos es significativamente diferente, hecho que da sustento al uso del software educativo “GAnalíticaB3D” debido a los elementos y superficies que se pueden visualizar mejor en un software que en un papel simulando el efecto tridimensional en un dibujo bidimensional, postura que reafirma Mota, J. & Laudares (2013) aluciendo que con el software fue posible analizar las figuras sobre las ecuaciones. Observar los mínimos detalles posibles de las figuras en el espacio, por otro lado para plantear las diferentes actividades, se tuvo en cuenta los niveles de demanda cognitiva Smith, M. y Stein, M. (1998) quienes plantean el nivel de dificultad que requiere un estudiante para resolver una actividad de manera exitosa.

✓ **Descripción general de la experiencia de aula.**

La metodología utiliza un ambiente computarizado empleando el software educativo “GAnalíticaB3D” complementado con una cartilla en formato digital que contempla los aspectos algebraicos que permiten relacionar las diferentes representaciones de los respectivos objetos geométricos 3D.

Utilizando este software el estudiante debe realizar 25 tareas diferentes las cuales son propuestas y evaluadas automáticamente por el software educativo. Estas tareas abordan temas como: Puntos en 3D, Planos en 3D, Cilindros, Elipsoide, Paraboloide elíptico, Paraboloide hiperbólico, Hiperboloide de una hoja, Hiperboloide de dos hojas y Cono.

Cada tarea se centra en identificar y ubicar las figuras geométricas a partir de su ecuación canónica y viceversa, es decir que a partir de la gráfica presentada por el software, el estudiante pueda inferir los parámetros de la ecuación correspondiente. Es de anotar que las tareas tienen diferentes niveles de demanda y además es fundamental que el estudiante realice las tareas planteadas en la cartilla complementaria al software educativo para potenciar las habilidades de visualización de los objetos de la geometría analítica en el espacio 3D.

El sistema de evaluación de la experiencia de aula considera la realización de cada una de las actividades, las cuales tiene un peso relativo a su demanda cognitiva. Esto significa que el estudiante escoge las actividades propuestas por el software y responde a cada una de ellas teniendo en cuenta que las preguntas más difíciles tienen el mayor peso y que el trabajo de ejercitación debe realizarse abarcando todos los temas que presenta el software educativo.

✓ **Logros y dificultades evidenciadas.**

Logros. El uso del software fomenta la exploración y el trabajo autónomo, permitiendo que el estudiantes pueda reflexionar a cerca su proceso cognitivo de tal manera que pueda corregir su error, además de permitir la rotación de las superficies para determinar sus elementos y realizar el cambio de representación de lo abstracto a lo gráfico, es decir un trabajo de tipo armónico.

Dificultades. La falta de recursos tecnológicos como el computador, aunque el software es de uso libre, para la implementación de la estrategia el trabajo se hace más productivo en la medida de que cada estudiante pueda explorar el software y relizar sus propios ejercicios.

✓ **Reflexión final.**

Para obtener mejores resultados a la hora de mejorar las habilidades de visualización, se debe trabajar con una estrategia que involucre de manera articula parte teórica-formal con el uso de software educativo que involucre la experimentación en un plano 3D como recurso para el proceso de enseñanza.

Referencias bibliográficas.

Ceron, M. Hoyos, E. y Aristizábal, J. (2012). Influencia de un software educativo en el mejoramiento del manejo de la perspectiva mediante la representación geométrica de sólidos y figuras. *Revista de Investigaciones. Universidad del Quindío.*

Gonzato, M., Blanco, T., y Godino, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Revista números pp. 99-117* Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Articulos_05.pdf

Krutetskii, V. (1976). *The psychology of mathematical adilities in schoolchildren.* Chicago, U.S.A.

Smith, M. y Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, pp. 344-350.

Mota, J. F., & Laudares, J. B. (2013). Um Estudo de Planos, Cilindros e Quádricas, na Perspectiva da Habilidade de Visualização, com o Software Winplot/A Study of Planes, Cylinders and Quadrics, from the Perspective of Visualization Ability, with the Software Winplot. *Bolema*, 27(46), 497.

4.31. COMUNICACIÓN BREVE 31

Una Aproximación al Sistema de Numeración Decimal en Transición¹⁵

Lina Vanessa Gutierrez Vecca, Ligia Amparo Torres Rengifo.

gutty.gu@gmail.com; ligia.torres@correounivalle.edu.co Universidad del Valle.

Resumen.

Esta comunicación está basada en los resultados del trabajo de investigación enfocado en caracterizar elementos conceptuales y procedimentales sobre la construcción del Sistema de Numeración Decimal (SND) en Transición, mediante una propuesta de aula que involucra los conceptos de Orden, Cardinalidad y Agrupación. Esta propuesta se fundamenta en el marco teórico y metodológico de los Modelos Teóricos Locales (Filloy, 1999), a través de cuatro componentes interrelacionados (Cognición, Comunicación, Enseñanza y Formal), los cuales, se consolidan en la realización de la propuesta de aula y en la realización de un estudio de casos. La implementación y el análisis de los resultados muestran que los estudiantes se apropian de diferentes conceptos relacionados con el SND como la correspondencia uno a uno, el cardinal, las agrupaciones de diez, la composición y descomposición de cantidades, la realización de cambios con unidades de orden inferior a unidades de orden superior y las relaciones de orden.

Palabras claves. Número Natural, Sistema de Numeración Decimal, Transición, Modelo Teórico Local

● **Presentación del problema.**

Respecto a la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración decimal en los primeros años de la escolaridad, diversas investigaciones a nivel nacional (Vásquez, 2010) e internacional (Castro, Rico y Castro, 1988; Lerner y Sadovsky, 1994; y Castaño, 1997) muestran que existen algunas dificultades relacionadas con los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de este saber matemático, entre ellas, la enseñanza del SND desvinculada de los conocimientos previos del estudiante, la práctica de enseñanza que privilegia la escritura de los símbolos numéricos por encima de la comprensión de los diferentes significados del número (cardinal, ordinal, medida, entre otros), las actividades que se reducen al uso de las reglas sintácticas para escribir números de dos o más dígitos y la enseñanza que deja de lado la construcción del Concepto de Número Natural (CNN) para dar lugar a la enseñanza del algoritmo de las operaciones básicas. Estas dificultades dejan ver que existe una problemática relacionada con los procesos de enseñanza y aprendizaje del SND en la escuela; por tanto, en el trabajo de investigación se intentó dar respuesta a la siguiente pregunta

¿Qué aspectos conceptuales y procedimentales relacionados con el SND se pueden identificar y caracterizar en estudiantes de Transición a través de una propuesta de aula con situaciones problema sobre los conceptos de orden, cardinal y agrupación?

● **Marco de referencia conceptual.**

Los Modelos Teóricos Locales (MTL) son denominados por Filloy (1999) como un marco teórico y metodológico para la observación experimental en matemática educativa. De acuerdo al autor para poder observar experimentalmente los fenómenos que se dan alrededor de un objeto de estudio, es necesario consolidar un marco teórico de referencia que permita interpretar todos estos fenómenos y

¹⁵ Documento realizado en base al trabajo de Grado titulado “Una Aproximación al Sistema de Numeración Decimal en Transición: Una Propuesta de Aula que involucra los conceptos de Orden, Cardinal y Agrupación” (Gutierrez, 2017). Directora de Trabajo de Grado: Ligia Amparo Torres Rengifo. Universidad del Valle (Colombia)

poder plantear nuevas observaciones que demuestren las relaciones entre los cuatro componentes teóricos que entran en juego: el Modelo de enseñanza; el Modelo para los procesos cognitivos; el Modelo de competencia formal y el Modelo de comunicación.

Desde el modelo de enseñanza, se tienen en cuenta disposiciones legales (Ley 115 de 1994, Constitución política de Colombia, Ley 1098 de 2006, Decreto 2247 de 1997), curriculares (MEN, 1998a; MEN 1998b; MEN, 2006; MEN 2009a, entre otros) e investigaciones de algunos autores a nivel nacional e internacional (Castaño, 1997; Fuson, 1990; González y Weinstein, 2008; Lerner y Sadovsky, 1994; Saxton y Cakir, 2006, entre otros) las cuales si bien brindan orientaciones sobre la enseñanza del CNN y el SND en los primeros grados de la escolaridad, no se ven reflejadas de manera directa en los textos escolares o en el currículo de la institución

En cuanto al modelo de competencia formal, la fenomenología histórica (Conant, 1994; Gerdes, 2008; Ifrah, 1987; Blanco, 2009; Bishop 1999; Ortiz, 2014; Dedekind, 1998; entre otros) deja ver que los fundamentos para la construcción del CNN y el SND obedecen a la comprensión de la correspondencia uno a uno, la función biyectiva, la secuencia, la agrupación, la posicionalidad y la conceptualización de cero como número, la noción de sucesor, las relaciones de orden, las operaciones aditivas, las operaciones multiplicativas, y el teorema fundamental de la numeración.

En el modelo cognitivo y de comunicación se estudia la comprensión que tienen los estudiantes sobre el CNN y el SND, las actuaciones de los estudiantes en términos de las estrategias que usan (correctas o incorrectas), las dificultades que presenta y la manera en que lo comunican (Gelman, 1978; Wynn, 1992; Fuson, 1988; Le Corre y Carey, 2007; Chamorro 2005; Castro, et al. 1999, y Gonzalez y Weinstein 2008, entre otros).

Los componentes del MTL se articulan en un plan de trabajo coherente y organizado a través de situaciones problemáticas relacionadas con la construcción del CNN y el SND en lo concerniente a la cardinalidad, ordinalidad y la agrupación.

- **Metodología.**

El desarrollo del trabajo de investigación se diseñó y estructuró en el marco metodológico de los MTL propuestos por Filloy (1999). Al indagar sobre la construcción de SND en el grado Transición a partir de una secuencia de tareas que tiene en cuenta los componentes del MTL, esta investigación toma datos cualitativos y cuantitativos dentro de un enfoque descriptivo, lo que permite detallar procesos, conceptos y actitudes de los estudiantes al desarrollar las tareas propuestas.

La primera fase se inicia con la revisión y análisis del enfoque teórico y metodológico de los MTL y posteriormente se fundamentan los modelos que componen este enfoque: el modelo de enseñanza, el modelo de competencia formal, el modelo para procesos cognitivos y el modelo comunicativo. En la segunda fase se articulan los aspectos antes mencionados por medio del diseño de la propuesta de aula que consta de tres situaciones problema, dichas situaciones se enfocan en los conceptos de cardinalidad, ordinalidad y agrupación. En esta fase se implementa la propuesta de aula con algunos estudiantes de Transición de la I.E.D. Ciudad de Bogotá, a partir de los resultados obtenidos se realiza la categorización de las actuaciones de los estudiantes y se escoge un subgrupo de ellos para realizar el estudio de casos implementando una entrevista. En la fase final, se concretan las conclusiones generales y reflexiones didácticas con base a la problemática, los referentes teóricos y los resultados obtenidos de la implementación de la propuesta de aula y la entrevista.

- **Análisis de datos.**

A partir de los resultados de la implementación de la propuesta de aula y del estudio de casos en el que se abordan las tres situaciones: situación 1: “Cincuenta fichas, la cardinalidad y la correspondencia uno a uno”, situación 2: “Pepa y la Ordinalidad”, y Situación 3 “La Tienda y la Agrupación” se realizaron los siguientes análisis

En la situación 1 se evidencia el avance de los estudiantes con relación a la correspondencia uno a uno, el principio de orden estable y el uso del conteo para identificar el cardinal. La intervención de la docente, el desarrollo de las tareas, y la comunicación de ideas entre pares, le permitieron a los estudiantes reconocer la necesidad de realizar el conteo. Tener en cuenta lo anterior es muy importante pues incide en el progreso de los estudiantes en la representación simbólica del cardinal, en la totalización de cantidades, en la composición y descomposición de cantidades; y por tanto en la comprensión del CNN y del SND. Con las tareas de la situación 2 los estudiantes avanzan en la comprensión del establecimiento de las relaciones de orden. En el desarrollo de la propuesta de aula los estudiantes usan diferentes estrategias para establecer relaciones de orden: el conteo, la correspondencia uno a uno y la secuencia numérica convencional (colección de objetos) y el principio de posicionalidad. Con el desarrollo de las tareas propuestas en la situación 3 se destaca el hecho de que los estudiantes pueden hacer agrupaciones de diez, además presentan un avance en el uso de las representaciones simbólicas del 0 al 10, en la composición y descomposición de cantidades usando sucesión de dieces y unos; y en los cambios de un agrupamiento de 10 unidades de orden inferior a una unidad de orden superior.

● Conclusiones.

La propuesta de aula presentada en este trabajo permitió caracterizar aspectos conceptuales y procedimentales del SND en estudiantes de Transición de la I.E. D. Ciudad de Bogotá, en lo correspondiente a los conceptos de ordinalidad, cardinalidad y agrupación, caracterizar tales aspectos implicó reconocer las estrategias utilizadas por los estudiantes al realizar las tareas, identificar los conceptos que pusieron en práctica y las dificultades a las que se enfrentaron.

Los resultados de la propuesta de aula permitieron que los estudiantes comprendieran que el concepto de agrupación está asociado con la noción de la base 10, el concepto de cardinal está asociado con la cantidad que representa la notación indo-arábica, y la comprensión del ordinal está asociada al valor posicional; así, agrupación, cardinal y ordinal son conceptos claves en la comprensión del SND. El desempeño de los estudiantes al desarrollar las tareas dan a conocer que se apropian de los conceptos de cardinalidad, ordinalidad y agrupación lo cual les permite acercarse al conteo, al concepto de cero, al valor posicional, a la composición y descomposición de cantidades, a la adición, a los cambios, a la simbolización, a la identificación de las regularidades en la secuencia numérica de diez en diez y de cien en cien, los cuales son fundamentales en la construcción del SND.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se considera pertinente y posible desde grado Transición enseñar los conceptos de cardinalidad, ordinalidad y agrupación para aproximarse a la construcción del SND.

Bibliografía.

- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona, España: Paidós.
- Blanco, H., (2009). *Del número a los sistemas de numeración* (Trabajo de investigación de maestría) Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Castaño, J. (1997) Hojas pedagógicas 6. Colección: matemáticas serie lo numérico. Proyecto: Descubro las Matemáticas Fundación Restrepo Barco. Bogotá, Colombia.

- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1988). *Números y operaciones: fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid, España: Síntesis.
- Gutiérrez, L. (2017). Una Aproximación al Sistema de Numeración Decimal en Transición: Una Propuesta de Aula que involucra los conceptos de Orden, Cardinal y Agrupación. (Trabajo de Maestría). Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid, España: Pearson Educación.
- Conant, L. (1994). El arte de contar. En: J. Newman. *El mundo de las matemáticas*, (p. 134). Tomo 4. Barcelona, España: Editorial Grijalbo.
- Congreso de Colombia. (11 de septiembre de 1997). Normas relativas a la prestación del servicio educativo del nivel preescolar. [Decreto 2247 de 1997]. DO: 43.131.
- Congreso de Colombia. (8 de febrero de 1994) Ley General de Educación. [Ley 115 de 1994]. DO: 41.214.
- Congreso de Colombia. (8 de noviembre de 2006). Código de la infancia y la adolescencia. [Ley 1098 de 2006]. DO: 46.446.
- Constitución política de Colombia [Const.] (1991) 2da Ed. Legis.
- Dedekind, R. (1998). *¿Qué son y para qué sirven los números?* y otros escritos, Madrid, Alianza Editorial.
- Filloy, E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa. Investigaciones en Matemática Educativa*. México D.F., México: Iberoamericana.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York, Estados Unidos: Springer-Verlag.
- Fuson, K. C. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition and Instruction*, 7(4), 343-403.
- Gelman, R. (1978). Counting in the preschooler: What does and does not develop. En Siegler, R. *Children's thinking: What develops*, (pp 213-242). Estados Unidos: Lawrence.
- Gerdes, P. (2008). *A numeração em Moçambique. Contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*. USA y London, Reino Unido: Lulu.
- González, A. y Weinstein, E. (2008). *¿Cómo enseñar matemáticas en el jardín de infantes?* Buenos Aires, Argentina: Colihue.
- Ifrah, G. (1987). *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid, España: Alianza.
- Le Corre, M. y Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105(2), 395-438.
- Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comps.): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- MEN (1998a). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santafé de Bogotá, Colombia: Magisterio.
- MEN (1998b). *Lineamientos Curriculares de Preescolar*. Santafé de Bogotá, Colombia: Magisterio.
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Santafé De Bogotá, Colombia: Magisterio.
- MEN (2009a). *Documento No 10: Desarrollo infantil y competencias en la primera infancia*. Santafé de Bogotá, Colombia.
- Ortiz, G. (2014). *Los números naturales*. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Saxton, M., & Cakir, K. (2006). Counting-On, Trading and Partitioning: Effects of Training and Prior Knowledge on Performance on Base-10 Tasks. *Child development*, 77 (3), 767-785.
- Vásquez, N. (2010). *Un Ejercicio de Transposición Didáctica en Torno al Concepto de Número Natural en el Preescolar y el Primer Grado de Educación Básica* (Trabajo de Maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24(2), 220-251.

4.32. COMUNICACIÓN BREVE 32

Efectos de la aplicación de secuencias didácticas en el aprendizaje del concepto de función bajo la teoría de las representaciones semióticas con docentes en formación

Ashley Gallo Silva, ashleymiyerethgs@ufps.edu.co Jeriserth

Manrique Jaimes, nelcyjeriserthmj@ufps.edu.co Raúl Prada

Núñez, raulprada@ufps.edu.co

Universidad Francisco de Paula Santander

Resumen.

El concepto matemático más importante en la transición de la educación media a la educación superior, es el de *función*. Al ingresar a la universidad los estudiantes inician con el curso de cálculo diferencial donde este concepto se hace imprescindible para el desarrollo de los contenidos. Investigaciones precedidas a esta permitieron identificar debilidades en los estudiantes recurrentes en los últimos cuatro semestres, por ello, se propone una serie de secuencias didácticas con el fin de mejorar el aprendizaje de la temática a abordar. Partiendo desde las investigaciones que afirman que el estudiante tiene total apropiación del concepto cuando hace transformaciones coherentes entre los diferentes registros de representación, se definen las secuencias didácticas bajo la teoría de las representaciones semióticas. Para esta investigación se tomó como población a los docentes en formación del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander matriculados en el I semestre de 2018.

Palabras claves. Concepto de función, secuencia didáctica, docentes en formación

1. Presentación del problema.

El concepto de función es uno de los esenciales en el estudio del cálculo en la Educación Superior (Farfán y García, 2005). El estudiante inicia el aprendizaje del concepto desde la educación básica secundaria, llegando así a la educación superior con apropiación total del mismo o esto es lo que se espera, sin embargo no sucede. En la mayor parte de los casos al iniciar el primer curso de cálculo los estudiantes tienen dificultades en el momento de abordar contenidos como límite, derivada, entre otros, y esto sucede debido a que no tienen claro el concepto de función. Eisenberg (1991) en su trabajo considera que el concepto de función es uno de los más difíciles para su enseñanza y aprendizaje, de esta forma afirma que es imposible que un estudiante se apropie del concepto a partir de una clase tradicional. Y ese es el caso de la mayoría de docentes que caen en la recurrencia de enseñar funciones como un proceso mecanicista, donde se le otorga al estudiante un proceso de solución llevándolo a la operación de datos que al final no tiene ningún tipo de significado para él. Tal como lo afirma Hitt (1998) al

restringirse los docentes y estudiantes a una simple manipulación algebraica del concepto, producen una limitación en su comprensión y por lo tanto una dificultad para desarrollar un entendimiento profundo del concepto. Entendido de esta forma, así el estudiante realice un proceso mecánico sin ningún tipo de error no quiere decir que tenga total apropiación y comprensión del concepto, puesto que este tipo de ejercicios estandarizados solo delimita y no genera ningún entendimiento en el aprendizaje del concepto de función en el estudiante. En el aula de clase se sigue limitando en proporcionar al estudiante de técnicas que le permiten resolver problemas y ejercicios estandarizados, dejando por completo la representación de funciones como un simple trazado de la gráfica de una función a partir de un ejercicio mecánico para la elaboración de una tabla de valores utilizando una representación algebraica.

Teniendo en cuenta lo anterior mencionado se enfocó este estudio en mejorar el aprendizaje de los estudiantes alrededor del concepto de función, para esto se propone una serie de secuencias didácticas que se encuentran bajo la teoría de las representaciones semióticas. Afirmado por Duval (1998) lograr que un estudiante haga transformaciones coherentes entre los diferentes registros de representación hace que se apropie del concepto. Por consiguiente las secuencias didácticas están diseñadas de tal forma que el estudiante reconozca el concepto de función sin importar el registro que se le presente.

2. Marco de referencia conceptual.

Función: El concepto de función está presente en toda la matemática. No sólo es central en las áreas propias de la matemática (llamada teórica o pura), sino que es la herramienta por excelencia en las áreas que buscan modelar o describir las actividades cotidianas y los fenómenos que se perciben (matemática aplicada). Esta universalidad además de enriquecer el concepto, le otorga una importancia relevante a su correcto entendimiento. Como tal, es fundamental comprender que el concepto de función, como tantos otros conceptos de la matemática, no debe enseñarse como un ente abstracto, sino que debe tenerse presente que lo que le dio vida fue precisamente el entendimiento de fenómenos naturales y situaciones cotidianas alrededor del hombre. (Ugalde, 2013, p.2)

El concepto de función es casi tan fundamental y primitivo como el concepto de conjunto. Una relación funcional está formada por pares de elementos, al igual que un conjunto está formado por elementos individuales. Hausdorff (citado en Ugalde, 2013).

A través de las funciones podemos modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real, describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo. (Hitt, 2000)

Secuencia didáctica: La estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí, intencionales, que se organizan para alcanzar un aprendizaje. (Pérez, 2005, p.52)

Representaciones semióticas: En el conocimiento de los procesos de construcción y transformación de representaciones intervienen diferentes tipos de actividades, dentro de las que se destacan las de formación, como aquellas representaciones de algo a partir de un conjunto de caracteres e intencionalidades; las de tratamiento, cuando una transformación produce otra dentro de un mismo registro; y las de conversión, cuando la transformación produce otra representación en un registro distinto al de la representación inicial, por ejemplo, la transformación analógica a la digital. (Duval, 1999).

La transformación de una representación semiótica en otra exige poner en relación el dominio del conocimiento de las ciencias cognitivas y el de las relaciones entre la ciencia y su enseñanza, y muy particularmente, el concepto transposición didáctica. Chevallard (citado en Alzate, 2005)

3. Metodología.

Para la investigación se desarrollan unas actividades pre-instruccionales que consistieron en el planteamiento y aplicación de un instrumento diagnóstico a fin de identificar los conocimientos previos alrededor del concepto de función en futuros docentes. Los estudiantes cuestionados

fueron inmersos en la aplicación de secuencias didácticas con el fin de poder estudiar los efectos de la aplicación de estas en el aprendizaje del concepto de función.

En el instrumento diagnóstico requirieron conectar los diferentes sistemas de representación semiótica. Los cuestionamientos incluidos en este instrumento consistieron en la determinación del concepto de par ordenado, coordenadas de un punto, ubicación en el plano cartesiano, estudio de los cuadrantes, reconocimiento de ejes. La aplicación del instrumento fue sin previo aviso y la duración fue de hora y media, en donde contestaron sin el uso de fuentes o bibliografía, las valoraciones fueron analizadas bajo la metodología cuantitativa debido a que se indagó la cantidad de estudiantes que manipulan estas concepciones.

La investigación se llevó a cabo durante el curso de cálculo diferencial a un grupo de primer semestre de licenciatura en matemáticas de la universidad Francisco de Paula Santander a un total de 25 estudiantes.

4. Análisis de datos.

Para dar inicio a la elaboración de secuencias didácticas se analizó la prueba diagnóstica que consistió en una revisión de conocimientos previos para el desarrollo del aprendizaje del concepto de función, esta fue aplicada a 25 estudiantes de primer semestre del programa de Licenciatura en Matemáticas. La prueba inicia con el reconocimiento de los ejes del plano cartesiano, se evidencia un desconocimiento por parte del 44% de estudiantes cuando son llamados como “abscisa y ordenada”, desconociendo la relación del eje de la “x” y del eje de la “y” con sus respectivos nombres, aspecto que dificultó el desarrollo de tareas cuando se utilizaban dichos nombres. Se evidenció que el 52% de los estudiantes, cuando se le preguntó por la posición de la primera y la segunda coordenada del par ordenado en los ejes del plano, debido a que no lo conocen con la determinación usada no lograron indicar la posición de las coordenadas del par ordenado. Lo mismo sucede con el 36% de los estudiantes cuando se le solicita ubicar pares ordenados en el plano cartesiano, al denominar los ejes como “x” y “y” respectivamente, logran ubicar los pares ordenados de forma correcta, pero cuando se le cambiaba los términos presentaron dificultades en la ubicación.

Se pudo evidenciar que presentan inconvenientes en la ubicación gráfica en el plano cartesiano a partir de una indicación en lenguaje natural, además de un problema de reconocimiento de los ejes, sin embargo, cabe resaltar que el 88% de los estudiantes interpretan de forma correcta la información que se presenta en el plano cartesiano. Finalizando la prueba se le presenta al estudiante un problema contextualizado para introducirlo al concepto de función estando en representación de lenguaje cotidiano se le solicita pasarlo al registro tabular obteniendo que el 84% de estudiantes hacen un proceso correcto, pero solo el 48% logra darle sentido al problema y trabajar los datos de la forma como este se lo indica y dando respuesta a la pregunta generada.

Al momento de elaboración de éste informe ya se han desarrollado en el aula la totalidad de secuencias apoyados en el aprendizaje cooperativo como fase inicial de trabajo y luego se abre el espacio a la socialización general, siempre partiendo del aporte de cada grupo.

5. Conclusiones.

Se espera analizar el efecto de la implementación de las secuencias a través de la aplicación de una prueba tipo test que se acompañará de entrevistas a tres estudiantes seleccionados intencionalmente

con el fin de conocer sus razonamientos y argumentos. Este trabajo aporta información de utilidad para el mejoramiento de los recursos didácticos que llevan los docentes al aula, de forma que garanticen el correcto entendimiento de los diversos conceptos matemáticos.

Con éste trabajo se sigue fortaleciendo la línea de investigación de Enseñanza del Cálculo del Semillero de Investigación en Educación Matemática del programa de Licenciatura en Matemáticas.

Bibliografía.

- Alzate, Ó. E. T. (2009). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista educación y pedagogía*, 18(45), 37-49.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento, *Investigaciones en Matemática Educativa II*, Université Louis Pasteur de Strasbourg, France. Ed. Hitt F. Editorial Iberoamérica, p. 173-201.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes.*
- Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 140-152). Springer Netherlands.
- Farfán, R. & García, M. (2005). El concepto de Función: Un breve recorrido epistemológico. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 18.
- Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 123-134.
- Pérez, M. (2005) Un marco para pensar configuraciones didácticas en el campo del lenguaje, en la educación básica. *La didáctica de la lengua materna. Estado de la discusión en Colombia.* (p. 47-65) Cali Colombia: Icfes-Univalle.
- Ugalde, W. J. (2013). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 14(1).

4.33. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 33

Cómo determinar los Parámetros de la Ecuación General de una Cuádrica a través de la Visualización

Efraín Alberto Hoyos Salcedo, eahoyos@uniquindio.edu.co,
Universidad del Quindío.

Julián Andrés Rincón Penagos, jarincon@uniquindio.edu.co,
Universidad del Quindío.

Resumen.

Las ecuaciones generales de las cuádricas en su forma general presentan un grado de dificultad al momento de determinar a qué tipo de cuádrica pertenece. En este sentido, la visualización juega un papel importante en la determinación y relación de la ecuación con su respectiva gráfica, dado que, al realizar una manipulación algebraica sobre la ecuación canónica de la superficie para transformarla a su forma general, se puede determinar por medio de la simple inspección de la ecuación general, no solamente a qué tipo de cuádrica pertenece, sino también se pueden determinar sus parámetros principales.
Palabras claves.. Superficie Cuádrica, Visualización

- **Contextualización.**

Esta propuesta pertenece al proyecto de investigación 900 de Colciencias.

El propósito de este estudio, es evaluar el impacto que tiene la incorporación de recursos tecnológicos y contenidos educativos digitales mediante una estrategia de intervención pedagógica para el desarrollo de habilidades de visualización espacial en estudiantes que cursan la asignatura de cálculo vectorial de la Universidad del Quindío. Igualmente se pretende explorar las experiencias de los estudiantes frente a este tipo de recursos y describir las diferentes estrategias que los mismos utilizan para resolver los problemas de visualización del espacio propuestos por un grupo de expertos cuando se involucra para su resolución el uso de tecnología.

- **Referentes teórico-prácticos básicos.**

Visualización

La visualización se caracteriza por complejos procesos de interacción entre las representaciones pictóricas externas (gráficas, figuras, etc) y la formación de imágenes mentales en el individuo. Ahora bien, la capacidad de visualizar cualquier concepto matemático requiere de la habilidad de interpretar y entender la información figurativa sobre el concepto mismo, manipularla mentalmente y expresarla mediante un soporte material (Có, P etal 2011).

De modo que al realizar la actividad de visualización se requiere de la utilización de nociones matemáticas asociadas a los ámbitos numéricos, gráficos, algebraicos o verbales, pero exige también del uso del lenguaje común para explicar ciertos fenómenos e incluso para describir experiencias vivenciales, se requiere del ámbito de lo gestual.

También (Moreno, 2002) describe que la visualización ha sido un tema estudiado intencionalmente por la didáctica, desde el arribo de las máquinas con capacidades de graficación a los sistemas educativos. Se abre así la una oportunidad para el aprendizaje ya que los alumnos pueden comparar las distintas soluciones a un mismo problema (encontrar un código que corresponda a una figura dada) y llegan al entendimiento que los problemas de matemáticas no tiene solución única y que la decisión sobre la elección de la mejor solución deberá hacerse sobre criterios que puedan discutirse en el salón de clases.

- **Descripción general de la experiencia de aula.**

Se ha desarrollado una guía con las ecuaciones de las cuádricas y su respectivo desarrollo a través de la ecuación general, con el fin de presentarlo a los estudiantes y poder determinar a qué tipo de cuádrica pertenece, así como la visualización de los parámetros de cada ecuación.

- **Logros y dificultades evidenciadas.**

Logros. Se ha evidenciado que al mostrar el desarrollo de las ecuaciones canónicas a generales a los estudiantes, realizan con mayor rapidez mental el cálculo de los parámetros de las ecuaciones sin llegar a usar el método de completación de cuadrados para determinar el tipo de cuádrica a la que pertenece la ecuación.

Dificultades. Algunos de los estudiantes que están repitiendo la materia de cálculo vectorial, y que ya habían visto el tema con otro profesor, les parecía más fácil completar cuadrados, dejando lugar al proceso mecánico y no al aprovechamiento de los recursos mentales de la visualización.

- **Reflexión final.**

Sin lugar a duda a través de esta experiencia se ha determinado que el uso de la visualización juega un papel importante en el desarrollo de los contenidos de las matemáticas, no solamente como se ha venido trabajando por diferentes autores referente a al entorno geométrico y gráfico, si no también en el entorno algebraico, pues la visualización permite realizar una manipulación de las ecuaciones mentalmente y determinar de dónde provienen y cuáles son sus diferentes registros de representación, tanto algebraico como gráfico.

Referencias bibliográficas.

- Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de Investigación*. Mc Graw Hill. México.
- Colectivo Educación Infantil y TIC. (2014), *Recursos educativos digitales para la educación infantil (REDEI)*. Revista Zona Próxima. Vol 20, pp 1-21.
- Gonzato, M., Fernández, T., Godino J. (2011), Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*. ISSN:1887-1984, Volumen 77, Julio de 2011, páginas 99-117. <http://www.sinewton.org/numeros>.
- Quirós, E. (2009). Recursos didácticos digitales: medios innovadores para el trabajo colaborativo en línea. *Revista ELección Educare*. Vol XIII, No 2 pp 47-62.
- Maris, S. y Noriega, M. (2012). La competencia espacial: Evaluación en alumnos de nuevo ingreso a la universidad. *Educación Matemática*, 22:65-91.
- MEN,(1998). *Ministerio de Educación Nacional: Matemáticas Serie Lineamientos Curriculares*. Cooperativa Editorial Magisterio SantaFé de Bogotá.
- Olkun, S. (2003). *Making connections: improving spatial abilities with engineering drawing activities*. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*.
- Gardner, H. (2001). *Estructuras de la mente*. Fondo de Cultura Económica.
- Acevedo, J.P. (2009). *Visualización en geometría: la rotación y la traslación en el videojuego, como práctica socialmente compartida*. X encuentro colombiano de matemática educativa ASOCOLME.
- Korakakis, G., Pavlatou, E. Palyvos, J. y Spyrellis, N. (2009). *3d visualization types in multimedia applications for science learning: a case study for 8th grade students in Greece*. *Computers and Education*, 52:390-401.
- Gutierrez, A. Pegg, J. y Lawrie, C. (2004). *Characterization of Students' reasoning and proof abilities in 3-dimensional geometry*. In *Proceedings of the 28th conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Pitallis, M. Mousoulides, N. y Christou, C. (2009). *Students' 3d geometry thinking profiles*. In *proceedings of CERME 6, January 28th-February 1st 2009, Lyon France, INRP 2010*.
- Vasco, C. (2001). *Sistemas geométricos*. Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas, 2:53-54.

Garay, H. (2008). *Sugerencias para una integración curricular de la tecnología educativa*. Quehacer educativo, 88.

Weigel, M., Straughn C. y Gardner H. (2010). *New digital media and their potential cognitive impact in youth learning*. Springer Science+Business Media, LLC.

4.34. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 34

EXPERIENCIA DE AULA- Reflexiones en torno al uso de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las fracciones.

María Fernanda Mejía Palomino
Escuela Normal Superior Farallones de Cali
mariamejia1216@gmail.com

Resumen

En la formación de los normalistas superiores se considera pertinente la reflexión del uso de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas, por lo cual se cuenta con un espacio denominado laboratorio de matemáticas (Arce, 2004). Teniendo en cuenta estas posibilidades en el ambiente escolar y en el marco del programa del CIER Sur, se creó una unidad didáctica, con el uso de applets propuestos en tube.geogebra.org y algunos materiales didácticos, que permitieron complementar las discusiones didácticas de la enseñanza de las fracciones teniendo presente el libro de Llinares y Sánchez (1997). Particularmente se abordaron las diferentes interpretaciones de la fracción y los algoritmos para realizar operaciones con fracciones, por lo cual los normalistas profundizan sobre esta temática de enseñanza, propia de los grados de cuarto y quinto de primaria, con el propósito de mejorar sus futuras prácticas pedagógicas.

Presentación

En el inicio de los cursos de educación matemática, usualmente realizamos una prueba diagnóstico sobre los conocimientos matemáticos de los normalistas, en dicha prueba es frecuente que manifiesten dificultades con las fracciones. Los maestros en ejercicio de nuestra institución, manifiestan que las fracciones es una de las temáticas de mayor dificultad de aprendizaje por parte de los estudiantes de primaria. En relación a estas consideraciones, se considera pertinente propiciar las discusiones didácticas sobre esta temática. Por otra parte, y en relación a los nuevos desarrollos tecnológicos, es necesario que los maestros en formación conozcan desde su experiencia como estudiantes diversos materiales y recursos didácticos, de modo que a futuro sean ellos los que posiblemente también los usen.

Desarrollo de la temática

Teniendo que el MEN (2013) ha planteado unos niveles y tipos de competencias tecnológicas para la profesión docente, las escuelas Normales no deben ser ajenas a estos propósitos. Por lo cual, es pertinente que los maestros inicien esta labor, para que los normalistas tengan la experiencia de ambientes de aprendizaje enriquecidos por las TIC. Por otra, la experiencia también posibilita profundizar en temáticas de dificultad en el aprendizaje de las matemáticas, como las fracciones, permitiendo reflexionar sobre el objeto matemático y sus diversas representaciones e interpretaciones.

En el desarrollo de la unidad didáctica también fue pertinente la reflexión y análisis de los diversos materiales y recursos didácticos, entre ellos Geogebra, el hexágono y los dominós de fracciones. En el uso de cada uno de éstos es necesario hacer la revisión de sus potencialidades y limitaciones, de manera que los estudiantes normalistas tengan presente sus implicaciones en la construcción del conocimiento matemático (Coriat, 1997; Arce, 2004).

El diseño de la Unidad didáctica sigue los planteamientos de Llinares y Sánchez (1997), quienes plantean diversas interpretaciones de las fracciones, tales como: parte todo, medida, cociente, razón y operador. En cada una de estas interpretaciones se debe establecer sus relaciones y posibilitar los cambios de representaciones de la fracción. En cuanto a los algoritmos de las fracciones, se muestran las diversas maneras para realizar una operación en relación a diferentes registros de representación, recursos y materiales didácticos. Las reflexiones didácticas deben posibilitar enriquecer los conocimientos matemáticos y didácticos de las fracciones de los estudiantes normalistas, además de promover el desarrollo de sus competencias tecnológicas.

La experiencia de aula se realizó en dos semanas estudiantes de quinto semestre del programa de formación complementaria de la Escuela Normal Superior Farallones de Cali en agosto de 2014 y 2015 en el curso de Didáctica de las matemáticas. La temática central son las diversas interpretaciones y algoritmos de las fracciones teniendo en cuenta diversos materiales y recursos didácticos, entre los tecnológicos se usan applets disponibles en tube.geogebra.org. Unas de las tareas que se les propuso a los estudiantes normalistas fue la creación de sus propios libros de GeoGebra, algunos de ellos son:

<http://www.geogebra.org/b/166340>

<http://www.geogebra.org/b/189215>

<http://www.geogebra.org/material/show/id/189918>

Por lo cual la experiencia además de propiciar competencias matemáticas desarrolló competencias tecnológicas en los estudiantes normalistas, que posiblemente los llevaron a ejecución en sus prácticas pedagógicas.

A continuación se hace el listado de recursos utilizados: hexágonos, dominós de fracciones, blog, <http://cursos2014b.blogspot.com/p/didactica-de-las-matematicas.html>, <https://normalpfc2015.blogspot.com.co/p/didactica-de-las-matematicas.html>

donde van a encontrar los siguientes enlaces

Video motivacional: <https://www.youtube.com/watch?v=LIMYLvwUph4>

Libro de GeoGebra: <http://tube.geogebra.org/book/title/id/149755#> -

<https://www.geogebra.org/m/d7ZXByVK>

Taller en relación a su exploración en el libro de GeoGebra:

<https://docs.google.com/document/d/1JiEsUfUGUrac2XOrmT7vaoKQXjpiWWDB7hY6Ib6qyR0/pub>

Es gratificante observar el interés de los normalistas por aprender, por lo cual este ejercicio de diseño y planeación fue provechoso. Es necesario resaltar que esta unidad didáctica por tener el propósito de enseñar la didáctica de las matemáticas, permitió generar procesos de reflexión frente al saber y el aprendizaje, por lo cual los normalistas además de

reforzar sus conocimientos matemáticos reconocieron algunos usos de las TIC para la enseñanza de las matemáticas.

Actualmente GeoGebra es uno de los ambientes de geometría dinámica que ofrece mayores posibilidades de interacción con su comunidad de usuarios. Por lo cual tenemos a disposición diferentes applets, los cuales podemos modificar, adaptar a nuevos diseños y compartir. Esto abre el camino para que los profesores de matemáticas con un nivel de competencia tecnológica exploradora (MEN, 2013) incursionen con el uso de TIC.

Referencias Bibliográficas

Arce, J. (2004). El Laboratorio de Matemáticas en la Escuela Normal Superior Farallones de Cali. Colombia: Universidad del Valle.

Coriat, M. (1997). Materiales, recursos y actividades un panorama. En L. Rico, Educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona: Horsori.

Ministerio de Educación Nacional (2013). Competencias TIC para el desarrollo profesional docente. Bogotá: Imprenta Nacional. Disponible en:

https://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-318264_recurso_tic.pdf

Linares, S. & Sánchez, V. (1997). Las fracciones. Madrid: Editorial Síntesis.

4.35. COMUNICACIÓN BREVE 35

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD CLASICA EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO

Ferney Anturi Vargas-Alirio Quesada Salazar-Lynda Yulieth López-Ronaldo Rodríguez Cuellar-Mayerly Artunduaga Romero.

f.antury@udla.edu.co-a.quesada@udla.edu.co-ly.lopez@udla.edu.co-
ronal.rodriquez@udla.edu.co- May.artunduaga@udla.edu.co Universidad de la Amazonia.

Resumen.

En este estudio se identifican y se analizan las dificultades que presentan los estudiantes del grado octavo, cuando aprenden lo relacionado con la probabilidad clásica en cuanto a referentes históricos-culturales que han influido en el desarrollo de la probabilidad. A partir de estos referentes teóricos se diseña y aplica una tarea contextualizada a partir de la cual se analizan los resultados obtenidos se determinan las dificultades que se presentan y posteriormente se plantean las conclusiones y se proponen posibles soluciones a las problemáticas encontradas.

Palabras claves. Probabilidad clásica, estocástico, aleatorio, espacio muestral

- **Presentación del problema.**

En la época actual los conceptos relacionados con la estadística y probabilidad se han incorporado, paulatinamente en las estructuras curriculares de la enseñanza básica, media y de los diferentes programas profesionales en todos los países, lo que ha modificado las formas de enfrentar la enseñanza - aprendizaje de esta área en los diferentes niveles educativos. Sin embargo el proceso enseñanza - aprendizaje de los conceptos básicos relacionados con esta área ha presentado, fundamentalmente en la enseñanza básica, ciertas dificultades que es necesario, además de contextualizar, buscar la forma de enfrentarlas y superarlas. Este es el propósito de esta comunicación, presentar a los participantes los resultados obtenidos en un esfuerzo por enfrentar una problemática en esta dirección.

- **Marco de referencia conceptual.**

En el contexto de la enseñanza, se han evidenciado dificultades que presentan los estudiantes en el manejo de la Estadística y la probabilidad, específicamente en lo relacionado con el espacio muestral y los sucesos de un evento aleatorio; se busca identificar las dificultades que se presentan en el aprendizaje del concepto de la probabilidad clásica en estudiantes de grado octavo, para lo cual se ha diseñado y aplicado una tarea a un grupo de estudiantes del grado octavo; dicha tarea se enmarca en el contexto de la vida diaria del estudiante, mediante una actividad en la que se plantea una situación aleatoria. Partimos del hecho de que la **teoría de probabilidades** se ocupa de **asignar** un cierto **número** a cada **posible resultado** que pueda ocurrir en

un **experimento aleatorio**, con el fin de cuantificar dichos resultados y saber si un suceso es más probable que otro: suceso posible, seguro, imposible. Con base en esta teoría se diseñó la tarea y se analizaron los resultados obtenidos para lo cual se determinaron unos criterios en los que se plasman los conocimientos que tienen los estudiantes del grado octavo sobre eventos aleatorios; en ellos se puede evidenciar la dificultad que tiene la mayoría en cuanto al pensamiento estocástico.

- **Metodología.**

Con el fin de determinar las debilidades y dificultades de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones cotidianas, en las que requieren el uso de la probabilidad clásica, se ha diseñado una tarea constituida por actividades que permiten al estudiante mostrar lo aprendido sobre conceptos relacionados con espacio muestral, sucesos de un evento. La tarea se enmarca en contextos que le son familiares a los estudiantes. Para la aplicación de la tarea se utilizaron los siguientes elementos:

- 4 balotas blancas
- 1 balota rosada
- 1 dado con los números (1, 2, 3)

Diseño de la tarea:

1. El profesor da a conocer el nombre del juego “Encuentra el pollo” y explica en qué consiste el mismo: “El juego consiste en lanzar un dado; el número obtenido será el número de opciones que se tendrán para sacar balotas de la bolsa; en la bolsa tendremos 5 balotas, 4 de ellas blancas y una rosada, el objetivo será sacar la balota rosada, quien la obtenga ganará el pollo, para lo cual cada grupo tendrá la oportunidad de lanzar una vez el dado, el número que se obtenga, representará la cantidad de veces que pueda sacar una balota de la bolsa.

- **Análisis de datos.**

La tarea diseñada se aplicó a un grupo de 34 estudiantes del grado octavo en la institución educativa Instituto Técnico Industrial en la ciudad de Florencia-Caquetá. Donde obtuvimos los siguientes resultados:

- La capacidad 1 se puede evidenciar que solo el 17% de los estudiantes demostró mediante la tarea que es capaz de determinar el espacio muestral de un experimento aleatorio, contra un 34% que no comprende el concepto. Un 49% de los estudiantes tiene una idea del concepto, pero presenta dificultades porque no posee los argumentos matemáticos suficientes para contextualizarlo.
- La capacidad 2 se puede deducir que solo el 25% de los estudiantes encuestados es capaz de calcular la probabilidad de un evento aleatorio, el 30% de ellos no halla la probabilidad de un evento y el 45% de los estudiantes tiene una idea del tema, pero presenta dificultades al momento de aplicarlo o contextualizarlo.

- La capacidad 3 se puede inferir que el 24% de los estudiantes encuestados compara la probabilidad de los sucesos en diferentes situaciones contra un 29% que no es capaz de realizar este tipo de comparación. El 47% de los estudiantes presenta algunas dificultades al momento de realizar la comparación de la probabilidad en diferentes situaciones.
- La capacidad 4 se puede analizar que, de los estudiantes encuestados, el 28% interpreta los posibles resultados de un evento aleatorio, el 32% presenta dificultades y el 40% no es capaz de deducir e interpretar los posibles resultados de un evento aleatorio.
- la capacidad 5 se puede observar que el 24% de los estudiantes encuestados es capaz de identificar cuando un suceso es posible, el 29% presenta dificultades y el 47% de los estudiantes no es capaz de identificarlo.
- la capacidad 6 se puede inferir que el 71% de los estudiantes es capaz de determinar e identificar cuando un suceso es imposible, mientras que el 29% restante no es capaz de identificarlo.
- la capacidad 7 se puede deducir que el 41% de los estudiantes es capaz de determinar cuándo es mayor o menor la probabilidad de un suceso, el 41% presenta dificultades para hacerlo y el 18% no es capaz de realizarlo
- De los estudiantes encuestados, el 15% es capaz de representar gráficamente el espacio muestral de un evento, el 50% presenta dificultades para hacerlo y el 35% no es capaz de representarlo. la capacidad 9, se puede inferir que el 24% de los estudiantes encuestados es capaz de justificar la probabilidad de los posibles resultados de un evento, el 47% presenta dificultades para justificar y el 29% no es capaz de hacerlo.
- **Conclusiones.**
 - ✓ En la enseñanza de las matemáticas, donde de algún modo todo lo abarca un sentido determinista, es muy importante introducir el pensamiento de incertidumbre, lo que conlleva al estudiante tomar una posición crítica frente a los fenómenos en los que se aplica el pensamiento aleatorio.
 - ✓ Se encontró que los estudiantes de la básica secundaria, se encuentran en un nivel muy bajo de comprensión en lo relacionado con el pensamiento aleatorio y sistemas de datos; así mismo, se evidencia la falta de relación entre el contenido matemático y el contexto de la realidad donde vive, lo que hace más complejo el proceso de aprendizaje.
 - ✓ En cuanto a los resultados obtenidos se establece que unas posibles causas al problema que se evidencia con el tema probabilidad y el desarrollo del pensamiento aleatorio, está la poca importancia que se le da al tema en los colegios, pues no se le dedica el tiempo requerido para la enseñanza del tema, y si se aborda no se profundiza, dado que es el último tema que se trabaja en el año.

Bibliografía.

Godino Juan D. (1996) UN ENFOQUE ONTOLÓGICO Y SEMIÓTICO DE LA COGNICIÓN MATEMÁTICA. http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf.

Barragués Fuentes, José Ignacio¹ y Guisasola Aranzábal, Jenaro enseñanza de las ciencias, (2006). La introducción de los conceptos relativos al azar y la probabilidad en libros de texto universitarios. <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/75829/96333>.

Rodríguez María Inés. Dificultades en el significado y la comprensión de conceptos estadísticos elementales y de probabilidad. Universidad Nacional de Río Cuarto Río Cuarto. Provincia de Córdoba (Argentina) <http://www.soarem.org.ar/Documentos/22%20Rodriguez.pdf>.

4.36. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 36

Caracterización de la presentación del concepto de distribución de frecuencias en libros de texto de grado sexto en el municipio de Florencia-Caquetá

Javier Martínez Plazas, ja.martinez@udla.edu.co,

Universidad de la Amazonia.

Ferney Anturí Vargas, f.anturi@udla.edu.co,

Universidad de la Amazonia

Resumen.

La presente ponencia se deriva de la investigación realizada durante el segundo semestre de 2017 con sexto semestre de la Licenciatura en Matemáticas y Física, en el espacio académico Estadística y Probabilidad, en el cual se identificaron falencias en la conceptualización e interpretación de distribución de frecuencias, generado posiblemente por la presentación en los libros de texto que conlleva a la réplica de esta misma forma por parte de los profesores. La pregunta de investigación giró en torno a cómo presentan los libros de texto del grado sexto el tema Distribución de Frecuencias en las instituciones educativas urbanas del municipio de Florencia-Caquetá. La investigación se ubica en la teoría de Transposición Didáctica y el análisis de contenido. Se realizaron encuestas a docentes y estudiantes del grado sexto. La triangulación de la información fue el método de análisis. Se encontró que los profesores dan relevancia a los temas relacionados con las distribuciones de frecuencia pero no a este, y le dedican poco tiempo a su orientación, los libros de texto abordan de manera aritmética el concepto de distribución de frecuencias y la enmarcan más en la concepción matemática.

Palabras claves. Distribución de frecuencias, análisis de libros de texto, transposición didáctica, análisis de contenido y pensamiento aleatorio.

- **Contextualización.**

La influencia de los libros de texto en la forma como se enseña estadística tiene interés particular en la Licenciatura en Matemáticas y Física, una vez elaborado el estado del arte, arrojó:

- Se reconoce la recolección y análisis de datos, el estudio y análisis de las tablas, los gráficos... como contenidos para fomentar la cultura estadística (Arteaga, Batanero y Cañadas, 2011).
- “la formación de los docentes en esta área es casi inexistente..., ven la estadística como una técnica de recopilación y representación de datos o como un cálculo matemático y mecánico...” (Estrada, 2002).

- Un porcentaje elevado de profesores reconoce que reduce a lo mínimo el programa de estadística y dan más importancia a los contenidos que son evaluados en las pruebas finales (Gattuso y Pannone, 2002).

A raíz de estos resultados, el problema de investigación fue:

¿Cómo presentan los libros de texto del grado sexto el tema Distribución de Frecuencias en las instituciones educativas urbanas del municipio de Florencia-Caquetá?

- **Referentes teórico-prácticos básicos.**

La investigación se ubica en la didáctica desde la postura de Brousseau, la Didáctica de las Matemáticas y sus didácticas más especializadas, la Transposición Didáctica (TD) de Chevallard la cual se fundamenta en el *saber sabio o científico*, el *saber a enseñar* y el *saber enseñado* (Mora & Torres, 2004).

Por otro lado, el referente conceptual se ubica desde el concepto de distribución de frecuencias, según Wayne (2005) se le llama *distribución de frecuencias* a la agrupación de datos en categorías mutuamente excluyentes que indican el número de observaciones en cada categoría. En general hay tres formas de representar una distribución de frecuencias, tabular, gráfica y algébrica (función).

- **Descripción general de la experiencia de aula.**

La investigación está enmarcada en la investigación de la Didáctica de las matemáticas, en la línea del análisis de libro de texto, es de naturaleza cualitativa con características de orden descriptivo-interpretativo. Según Best (1982). La línea de análisis de libro de texto, es *a priori*, es decir sin la pretensión de dar cuenta de la forma en que tales libros de texto han sido utilizados, (Howson, 1995). Esta investigación se inscribe en la perspectiva metodológica de Choppin (2000) y Weinbrenner (1986).

Se definieron dos categorías: los conceptos a ser enseñados y las herramientas de apoyo a los procesos de aprendizaje de dichos conceptos. En cuanto a los conceptos, se seleccionó la *distribución de frecuencia* y, en relación con las herramientas de apoyo, los *textos escolares de matemáticas de sexto grado* de 21 docentes de instituciones educativas urbanas del municipio de Florencia. Las dimensiones de análisis, son: *Dimensión conceptual* y *dimensión didáctico cognitiva*, con sus respectivas *categorías* de análisis e *indicadores*.

- **Logros y dificultades evidenciadas.**

Logros.

- En cuanto a la introducción del concepto, el concepto previo al que más recurren los libros de texto en cuanto a distribución de frecuencia está referido directamente a la estadística, es decir exalta la importancia del tema general sin tener en cuenta los conceptos de los temas del segundo plano, aun sabiendo que son de vital importancia para llegar a una concepción total del tema central.

- Son muy pocos los capítulos referidos en los libros a al tema distribución de frecuencia, por lo tanto es muy poca la información que se obtiene para que un docente o lector se ubique en el objetivo principal del tema.
- Una limitante es la estructura del libro que presenta el pensamiento aleatorio al finalizar, lo que hace que muchos docentes por falta de tiempo escolar no recurra a dicha información de manera pertinente para los estudiantes.
- En cuanto al contenido, no todos los libros poseen la información completa en lo que refiere a distribución de frecuencia, se limitan a los temas más básicos dejando muchas dudas al interesado.
- En más de la mitad de los libros de textos analizados, los autores centran sus objetivos e intenciones en el conocimiento matemático, llevando a la idea de una matemática ya terminada, que el estudiante debe memorizar y practicar; en contraste con los autores de los otros textos, que tienden a mostrarla como una ciencia falible, en constante construcción.

Dificultades.

- La desactualización de los planes de estudio institucionales en los que no se tienen en cuenta los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.
- La falta de tiempo para la enseñanza del tema y para el desarrollo de la investigación.
- Pocos referentes investigativos específicos del tema.
- **Reflexión final.**

La selección de los libros de texto que se realice para orientar un tema específico de Matemáticas o Estadística es importante, debe considerar aspectos más relevantes que el solo hecho de contener el tema. De igual manera, se hace necesario extrapolar esta investigación a los textos universitarios que abordan este mismo tema.

En este sentido, hay que construir una propuesta de cómo debe ser la forma óptima de presentar dicho tema en los libros de texto de Matemáticas con el propósito de aportar al mejoramiento del aprendizaje de la estadística.

La presente investigación reconoce la disposición de los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física, como también de los profesores colaboradores de las instituciones educativas donde se desarrolló la investigación.

Referencias bibliográficas.

Arteaga, P., Batanero, C. y Cañadas G. (2011), Investigaciones actuales en Educación Estadística y formación de profesores. España: Universidad de Granada.

Best, J. (1982). *Cómo investigar en educación* (9a ed.). Madrid: Morata.

Brousseau, G. (1990). "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte)". *Revista Enseñanza de las Ciencias*. 8(3).

Choppin, A. (2001). Pasado y presente de los manuales escolares". *Revista Educación y Pedagogía*. 13(1).

Estrada C., P. M. (2008). Influencia del nivel de capacitación docente en el rendimiento académico de los estudiantes del Instituto Superior Pedagógico Público de Puno: caso de la Especialidad de Educación Primaria IX Semestre-2008. Tesis de maestría.

Gattuso, L. y Pannone, M. A. (2002). Teachers' training in a statistics teaching experiment, In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*.

Guacaneme S., E. A. (2000). Matemáticas escolares y tecnología. *Alegría De Enseñar*. 43(2).

Howson, G. (195). *Mathematics Textbooks: A comparative Study of Grade 8 texts*. Vancouver: Pacific Educational Press.

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Colombia: serie lineamientos curriculares.

Wayne, D. (2005). *Bioestadística: Base para el análisis de las ciencias de la salud*. México: Editorial Limusa.

4.37. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 37

ACTIVIDAD DE DESCUBRIMIENTO DE UN NÚMERO MISTERIOSO

Yajaira Llangari, yajairallangari@gmail.com

Javier Collaguazo, javi7jcjc@gmail.com

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR.

Resumen.

El presente trabajo se estructura en base a una propuesta de descubrimiento, en la metodología heurística, tomando en cuenta la realización de actividades, reflexiones y conclusiones que realiza el estudiante con una guía sistemática que permite descubrir el número φ desde las perspectivas: algebraica, geométrica y analítica. Las actividades propuestas permiten además visualizar la aplicabilidad de dicho descubrimiento en diversas facetas, como la naturaleza, el arte y la vida cotidiana. La construcción del conocimiento matemático a través del desarrollo de acciones que permitan encontrar relaciones entre la naturaleza y su lenguaje con la semiótica de la matemática, permiten que el estudiante considere la parte real de la matemática, a manera de un acercamiento con el entorno.

Palabras claves. Matemática, áureo, irracional, phi, heurística.

● **Contextualización.**

Partiendo del hecho didáctico de relacionar el aprendizaje con las experiencias y manipulación de elementos didácticos en el aula, que conduzcan a interiorizar la comprensión por medio del discernimiento, la actitud crítica y una coordinación dialéctica entre los saberes previos y los saberes por aprender. Descubrir relaciones que se repiten en procesos, fenómenos y comprobar estas relaciones por medio de algoritmos algebraicos y aritméticos.

Para poder entender y desarrollar las actividades propuestas, el estudiante deberá tener los siguientes conocimientos previos:

- Aritmética Elemental
- Álgebra básica de polinomios
- Ecuaciones cuadráticas
- Gráficos de funciones elementales
- Nociones básicas de Geometría Plana

Este número aparece en diferentes facetas de la vida real; en las ramas de los árboles, en los girasoles, en las espirales de los caracoles, en las telarañas, en las galaxias, en las tarjetas de crédito, en los copos de nieve. En manifestaciones artísticas como las pinturas de Leonardo Da Vinci, de Dalí, de Velásquez, etc. Esta introducción teórica ha sido deliberadamente sintética, con el fin de prepararte para que tú mismo descubras este número mágico, oculto por ahí, de tal manera que, cuando lo encuentres entiendas que la naturaleza utiliza un lenguaje para comunicarse con nosotros y ese lenguaje lo podemos descifrar.

● **Referentes teórico-prácticos básicos.**

El presente trabajo tiene como referencia teórica varias fuentes:

El descubrimiento del número Phi, a través del desarrollo histórico de las distintas civilizaciones y su contacto con la naturaleza, lo cual implica condiciones diversas en cuanto a conceptualización de la medida, de las dimensiones y la forma de los objetos reales. Este proceso se cuantifica a través de la idea de número, asociado al fenómeno natural.

En cuanto al referente práctico, utilizamos la praxis de la manipulación de objetos reales, como: caracoles, flores, tarjetas, pinturas, etc.

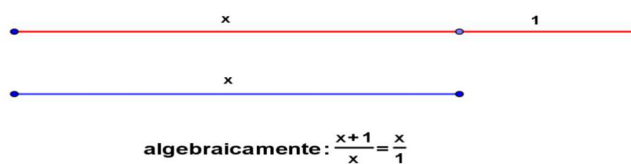
Esta conjugación teórica - práctica conlleva a un proceso de contextualización en lo referente a la realidad +objetiva con la descontextualización, es decir la utilización de elementos geométricos y algebraicos, lo cual conduce a la complementariedad del hecho educativo.

● Descripción general de la experiencia de aula.

El encontrar el número en cuestión tiene dos perspectivas

1. Desde un punto de vista geométrico y algebraico:

Vamos a dividir un segmento en dos partes, de tal manera que: al dividir la parte mayor para la parte menor, nos dé el mismo resultado que al dividir la parte mayor para todo el segmento, visto gráficamente:



De donde se deduce la siguiente ecuación cuadrática:

$$x^2 - x - 1 = 0$$

La solución positiva de esta ecuación es el número que buscamos.

2. Desde un punto de vista analítico y aritmético:

El matemático italiano Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci (1170 -1250), fue quien logró introducir la numeración árabe - hindú en Europa.

A Fibonacci también se le atribuye la famosa sucesión que lleva su nombre:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...

Esta sucesión tiene muchas aplicaciones en la vida real. Pero hay una propiedad que nos interesa mucho: si dividimos cada número para su anterior a partir del tercer elemento, es decir:

$$3/2 = 1.5$$

$$5/3 = 1.66666...$$

$$8/5 = 1.6$$

$$21/13 = 1.61538...$$

Tomemos unos más grandes:

$$6725/4181 = 1.608466...$$

Mientras más grandes sean los números, la división entre dos elementos consecutivos (el más grande para el más pequeño) de la sucesión de Fibonacci, esta división se acerca al misterioso número que buscamos.

Este proyecto tiene una duración de 10 días entre todas las actividades, tanto en el aula como en casa

I.- ACTIVIDADES DE CÁLCULO E INVESTIGACIÓN:

Cada grupo responderá las siguientes preguntas por separado:

1. Encuentra la raíz positiva de la ecuación:

$$x^2 - x - 1 = 0$$

2.- A ese número (raíz positiva) se le llama con la letra griega: _____

3.- Se le puso esta letra en honor a: _____

4.- Este número pertenece al conjunto de los números _____

5.- ¿Qué es la divina proporción? (explica brevemente)

6.- ¿Por qué se le llamará a este número: el número áureo?

7.- ¿Qué es la sección áurea?

8.- ¿Quién mismo era el tal Fibonacci? (una biografía corta)

9.- ¿Cuál es la mecánica para encontrar los números de la sucesión de Fibonacci? Encuentra los 12 primeros términos (manualmente, sin calculadora)

10.- ¿Puedes encontrar el término 100 de la sucesión de Fibonacci?

II.- ACTIVIDADES DE APLICACIÓN:

1.- Cada grupo escogerá un elemento concreto de cada una de las siguientes categorías para explicar la aparición de este número en la vida cotidiana.

Las categorías son:

- En la naturaleza (frutas, flores, árboles, animales, etc.)
- En el Arte (pinturas, esculturas, dibujos, etc.)
- En la vida moderna (tarjetas de crédito, billetes, carnés, etc.)

Cada grupo presentará su ponencia en el aula. Disponen de 15 minutos para hacerlo. Cada grupo utilizará la herramienta que juzgue conveniente para la exposición.

Habrán preguntas del resto de la clase

III.- ACTIVIDADES DE COMUNICACIÓN

Para culminar con nuestro proceso de búsqueda e información, es necesario que compartamos los conocimientos adquiridos. Para lo cual se abrirá un foro en el que debes participar independientemente de tu grupo. Es decir, esta es una tarea individual.

La consigna principal del foro es: ¿HAY MATEMÁTICAS EN LA NATURALEZA?

De esta consigna se desprenden los siguientes hilos conductores:

- ¿Para qué sirven las matemáticas?
- ¿Por qué las matemáticas se hacen difíciles?
- ¿Los animales utilizan las matemáticas?

Vas a participar en los tres hilos conductores con 2 intervenciones como mínimo.

• Logros y dificultades evidenciadas.

Logros. Como logros obtenidos tenemos la comprensión de la historia algebraica y aritmética del número misterioso; un conocimiento aceptable sobre la posibilidad de cuantificar ciertos fenómenos de la naturaleza a través de la manipulación de objetos, mediciones dimensionales y comparaciones cuantitativas también asimila conceptos formales por medio de las interactividades propuestas. Generar situaciones didácticas a partir de los conocimientos adquiridos y a partir de esto se generen nuevas situaciones de aprendizaje.

Dificultades. La mayor dificultad que tenemos con los estudiantes es el desconocimiento de la historia de teoría de números, para esto también tenemos el factor agregado como lo son las habilidades numéricas, la falta de comprensión y lo más importante la escasa cultura científica, lo cual sabemos hoy en día es lo principal en nuestra educación. Las matemáticas no son asimiladas correctamente por muchos estudiantes. Con las actividades propuestas se observaron también fallos en lo que responde a cálculos básicos.

- **Reflexión final.**

Por medio de estas actividades en las cuales se utilizó el método heurístico, los estudiantes logran discernir y tener una actitud crítica frente a los problemas planteados, construyendo mediante actividades de la vida diaria su propio conocimiento. Fomentando así el aprendizaje significativo y logrando establecer nuevas situaciones de aprendizaje.

Referencias bibliográficas.

Ibáñez, P & García, G. (2011). *Matemáticas y vida cotidiana con enfoque en competencias*. Cengage Editores. México.

Linares, S. (2012). *Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea*. AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática. España.

Martínez, R & Pistonesi, M. (2010). *Dinamización matemática. El hacer matemático en el aula*. Revista iberoamericana de educación matemática.

Godino, J (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada. Esp.

4.38. COMUNICACIÓN BREVE 38

¿POR RESOLVER PROBLEMAS ES TAN COMPLEJO PARA LOS ESTUDIANTES? EDUCACION MATEMATICA

Dr. Gustavo Adolfo Marmolejo¹⁶
Oscar Dario Torres Guzmán¹⁷

Resumen

La resolución de problemas cumple un papel importante dentro del aprendizaje de las matemáticas (Duval, 2002). Esta actividad, permite poner en juego los conocimientos necesarios para solucionar y comprender tareas matemáticas fortaleciendo su aprendizaje. Pero, la resolución de problemas matemáticos implica la aplicación de conversiones entre registros semióticos de naturaleza distinta, cuestión que condiciona la forma de asumir los objetos matemáticos, en consecuencia, su aprendizaje. En este sentido, la presente comunicación corta expone la complejidad subyacente a la aplicación de conversiones en la resolución de problemas matemáticos, para ello, se caracteriza semiótica y cognitivamente ejemplos de las guías de las Pruebas Saber Once y Saber Pro.

Presentación

Las matemáticas juegan un papel importante en la educación y el desarrollo cognitivo de los estudiantes, pues, promueve, entre otros aspectos, el desarrollo de razonamientos, la abstracción y el rigor. Siendo, el proceso de resolución de problemas un importante soporte al aplicar y reforzar el aprendizaje de los conocimientos. Pero, en matemáticas “no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación” (Duval, 1999, p. 25). En este sentido, quien recurre a las representaciones debe considerar la operación cognitiva de conversión, es decir, transformar una representación que proviene

¹⁶ Universidad de Nariño, Colombia, Nariño, San Juan de Pasto, Tel. 3215026988, e-mail: usalgamav@gmail.com

¹⁷ Universidad de Nariño, Colombia, Nariño, San Juan de Pasto, Tel. 3215717912, e-mail: oscar.torres314@hotmail.com

de un registro semiótico en otra de otro registro de naturaleza distinta. Cuestión que exige la capacidad de reconocer los elementos que son relevantes (unidades de significado) en las representaciones de cada uno de los registros involucrados y establecer su articulación, lo cual no es objeto de enseñanza y representa para la mayoría de los estudiantes, una alta complejidad, en muchos casos, imposible de sobrepasar (Duval, 1999).

Desarrollo de la temática.

La presente comunicación corta se realizará en tres momentos: inicialmente, se presentará las definiciones de representación semiótica y conversión (Duval, 1999). A continuación, se describirán las unidades de significado que determinan algunos registros semióticos y se establecerán distintos criterios de congruencia entre las unidades de significado pertenecientes a distintos registros semióticos. Finalmente, se determina la complejidad cognitiva-semiótica que subyace a la resolución de problemas planteados en los Cuadernillos Guía de las Pruebas Saber Once y Saber Pro.

Referencias.

Duval, R. (1999) *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* (trad. M, Vega). Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, 25-78

ICFES (2012) **MÓDULOS DE COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS DISPONIBLES EVALUACIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR,** obtenido de http://cic.javerianacali.edu.co/wiki/lib/exe/fetch.php?media=abet:modulos_4_2012-1.pdf

4.39. COMUNICACIÓN BREVE 39

Las situaciones problemas en el desarrollo de pensamiento espacial para abordar el círculo en R^2

Ms. C. Carlos Alberto Jojoa Naspirán, Ms C. Robin Mario Escobar E..

c.jojoa@utp.edu.co, romaes@utp.edu.co Institución Educativa Francisco José De Caldas (Sta. Rosa De Cabal, Rda.), Universidad Tecnológica De Pereira, U.T.P (Grupo de investigación: INVESTIGACIÓN SOCIAL Y ESTADÍSTICA (ISE)).

Resumen.

El desarrollo del pensamiento espacial en educación media, se enmarca generalmente en construcciones fuera de contextos reales, basados en problemas estáticos y sin mayor significado para el estudiante. La investigación muestra cómo a partir de la implementación de la *Estrategia Metodológica Situaciones Problema* al abordar el círculo en R^2 , permite que estudiantes mejoren su actitud y competencias.

La implementación de la metodología, permite construir una ruta alternativa a la educación tradicional que enmarca a las instituciones públicas de educación básica y media.

La propuesta se apoya en tres pilares como modelo de educación matemática y desarrollo de pensamiento espacial:

Inicialmente se diseña, adapta y propone situaciones problema al contexto real, donde se explora y crea mediadores, en condiciones diversas generalmente para estudiantes apáticos y con actitudes desfavorables hacia la matemática.

Se plantean herramientas que permitan evaluar competencias matemáticas.

Se mide la actitud hacia las matemáticas, mediante una escala tipo Likert.

Palabras claves. “ABP”; “Actitud”; “Likert”; “Círculo R^2 ”

● **Presentación del problema.**

Mejorar y analizar la enseñanza y el aprendizaje de una disciplina tan importante como la matemática, requiere reflexionar sobre el quehacer diario, relacionado con el currículo, de modo que se pueda direccionar desde una metodología más incluyente y participativa, que integre los contenidos matemáticos a situaciones más prácticas y significativas, con un referente real que le dé la oportunidad al estudiante de re-descubrir saberes y al mismo tiempo contextualizarlo en su entorno inmediato. Al respecto el profesor Mesa (1993) citado por Obando (2003), escribe a cerca de la intervención pedagógica como:

Las interacciones entre el estudiante, el objeto a conocer y el docente deben ser fuertemente participativas: El estudiante El docente, ... (p. 12)

Si bien es cierto que algunas instituciones reconocen que el aprendizaje de la matemática se encuentra en los referentes de dificultad ante otras áreas, así el Ministerio de Educación Nacional MEN sostiene lo que manifiesta Ruiz (2008) de la Universidad de Camagüey, Cuba cuando afirma: “*Se sabe que tradicionalmente la matemática es de las materias que generalmente menos entusiasma ...*” (p.4)

Por esta y otras razones es pertinente plantear una estrategia acorde a las necesidades actuales tanto de los estudiantes como de las sociedades que reclaman día a día personas dinámicas y con un alto grado de competencias en las áreas básicas.

Al respecto, LÓPEZ (2011) expone que:

La enseñanza de matemáticas a través de enfoques tradicionales, es desarrollada en forma abstracta, ... alumnos ..., carente de significado. (p. 35)

Visto desde esta perspectiva el profesor tiene un gran reto ante la búsqueda de metodologías alternativas, que permitan motivar y acoger los diferentes modelos educativos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes que se tiene en el aula de clase para hacer de su labor un escenario verdadero de aprendizaje.

- **Marco de referencia conceptual.**

La enseñanza a través de situaciones problema se ha convertido en una de las alternativas pedagógicas más importantes, constituye una nueva práctica pedagógica, de esta manera se consolida lo que Rodríguez (2009) plantea como: *" la verdadera formación consiste en potencializar en el estudiante su capacidad para aprender por sí mismo y que para ello resulta imprescindible, construirle un ambiente educativo que se lo posibilite y le permita dar vía libre al pensamiento crítico y creativo."* (p. 27)

Con respecto a esta afirmación, las situaciones problemáticas se pueden considerar tal como lo propone Martínez (1997: pp. 88-148) citado por Rodríguez (2009) así:

La función fundamental de la enseñanza problemática consiste en el desarrollo de la independencia creadora de los estudiantes. Esto les permite asimilar los sistemas de conocimiento y los métodos de actividad intelectual y práctica, educa los hábitos de asimilación de conocimientos y análisis científico, prepara a los estudiantes para la aplicación precisa de los métodos de investigación y motiva el interés cognoscitivo. (pp. 27-28).

De esta forma la enseñanza problemática facilita entonces el desarrollo de la atención, la observación, el razonamiento abstracto, la voluntad y disciplina de trabajo, la capacidad de reflexión, análisis, disertación, crítica, el rigor en el conocimiento y todo un conjunto de elementos intelectuales y afectivos, que le facilitan el acceso al conocimiento en el momento en que lo necesite.

- **Metodología.**

La investigación se llevó a cabo a través de una metodología cualitativa, de tipo exploratorio de caso en donde la población objeto de estudio fueron los estudiantes del instituto Santuario de Santuario Risaralda del grado 10 durante el segundo y tercer periodo escolar del año 2016. El diseño metodológico de esta investigación se apoya en el enfoque de situaciones problemas, en el marco de las pedagogías activas, el cual permite que el profesor investigador elabore o adapte sus propias secuencias didácticas de enseñanza, para mediar los aprendizajes y la comprensión saberes de sus estudiantes para luego pueda: agrupar, reacciones y respuestas de los estudiantes, cuando se aplique la estrategia de situación problemática. Se realizó en 4 fases: Fase 1: Reconocimiento de aspectos teóricos

de la metodología propuesta, diseño y elaboración del banco de actividades. Fase 2: Aplicación de las actividades diseñadas según las estrategias metodológicas. Fase 3: Recolección de información. Fase 4: Análisis de la información e informe.

- **Análisis de datos.**

Es la parte más amplia, por una parte se evalúa los resultados de los estudiantes en cuanto a competencias de tipo matemático en sus trabajos de pensamiento geométrico, pero por otra parte se analiza los resultados de la aplicación de la prueba Likert en los diferentes momentos para observar los cambios obtenidos antes, durante y después de la aplicación de la metodología implementada haciendo uso de hojas electrónicas (Excel, infostat) y poder validar la pertinencia de la implementación de la metodología.

- **Conclusiones.**

Para el estudio se diseñaron y adaptaron situaciones problema cuyo fin es desarrollar los grupos de pensamiento numérico variacional y métrico geométrico, haciendo un mayor énfasis a este último, estas situaciones se construyeron teniendo como referencia el currículo del área de matemáticas y el plan de área correspondiente al tercer periodo escolar donde fueron aplicadas. Estas situaciones desarrollaron de manera efectiva un cambio de actitud hacia el estudio de la matemática en estudiantes del grado décimo del Instituto Santuario. Corroborando lo que planea Mesa (1990) citado por Múnera (2009) en donde se establece como orientaciones para el diseño de situaciones problema:

“ de acuerdo a su interpretación de la orientación constructivista, donde propone abordar el diseño de las estrategias...En adelante se arman de significado cada uno de estos elementos, con el fin de que puedan servir de apoyo a los docentes para la creación de sus propias situaciones de aprendizaje.”(p. 3)

De los anteriores planteamientos se deduce que la estrategia metodológica situaciones problema, es una alternativa efectiva para potencializar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de educación media y contribuyen no solamente con el cambio de actitud, sino con cambios eficaces en la motivación, el comportamiento y la convivencia.

Los hallazgos que ameritan ser resaltados en este estudio:

- ✓ La situación problema como estrategia metodológica, influye de manera efectiva más notoriamente en los estudiantes con menor actitud hacia la matemática.
- ✓ La diferencia de valores en la actitud total muestra cómo la estrategia metodológica situación problema, influye de manera positiva en el cambio de actitud hacia la matemática.

La actitud hacia la matemática influye de manera directa sobre el desempeño académico, de una manera notoria en los resultados del presente trabajo las notas del periodo intervenido aumentaron sobre todo en las escalas inferiores, y se puede afirmar que, a mayor actitud mejores resultados académicos y mejores competencias matemáticas.

Bibliografía.

- Álzate R., Montes J., Escobar R. (2013). *Diseño de actividades mediante la metodología ABP para la Enseñanza de la Matemática*
- Jojoa N., Carlos A.,(2017). *Las situaciones problemas en el desarrollo del pensamiento espacial para abordar el círculo en R^2 con estudiantes de grado décimo.* (Tesis de maestría)
- Múnera, J. (2011). *Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema.*
- Rúa, J., Bedoya, J. (2008). *Un modelo de situación problema para la evaluación de competencias matemáticas.*

4.40. COMUNICACIÓN BREVE 40

Intuiciones, visualizaciones y formalizaciones en el desarrollo histórico-epistemológico de los números irracionales

Diana Carolina Pineda Pérez y Yesika Viviana Ñañez Valdez

diana.c.pineda@correounivalle.edu.co y yesika.nanez@correounivalle.edu.co

Universidad del Valle

Resumen. En este trabajo se hace un análisis epistemológico del desarrollo histórico de los números reales a través de tres etapas fundamentales: la etapa de intuición, de visualización y de formalización. Se hace especial énfasis en el desarrollo de los números irracionales, desde sus raíces primigenias, en la antigüedad griega, hasta la formalización de los números reales en el siglo XIX. Este trabajo se centra en identificar cada una de estas etapas, en la manera en que los matemáticos intuyeron, visualizaron y formalizaron los procesos algorítmicos involucrados en el proceso de formalización de los números reales. Al final se hace una reflexión sobre la manera en que un estudio histórico como este, contrastando con la filogénesis y la ontogénesis puede servir como guía en el diseño de situaciones didácticas.

Palabras claves. Magnitudes inconmensurables, Números reales, Números irracionales, Formalización.

● **Presentación del problema.**

Uno de los aspectos centrales del desarrollo de las matemáticas tiene relación con la construcción histórica de los números reales. Este proceso llevó más de veinticinco siglos; se remonta a la antigua Grecia, con el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables, y culmina en el siglo XIX, con las construcciones de Cantor y Dedekind.

Muchos estudios históricos de algunas nociones matemáticas se hacen de manera descriptiva, sin profundizar en los diferentes momentos de desarrollo conceptual que nos pueden dar claves para continuar con las investigaciones matemáticas o con su proceso de enseñanza y aprendizaje. Desde hace varias décadas investigaciones en didáctica de las matemáticas han evidenciado que los estudiantes tienen muchas dificultades para entender los números racionales, las operaciones algebraicas entre ellos y sus propiedades, y, aún más, para “asimilar” los números irracionales. En este orden de ideas, se podría decir que el principal factor que genera un acercamiento a la concepción del número irracional es el tratamiento que se hace de la representación de números racionales.

Así pues, considerando que la historia de las matemáticas se ha convertido en un campo de investigación en la que se relacionan aspectos que inciden directa o indirectamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, como lo afirma Anacona (2003, p. 34), entonces el presente documento gira en torno a determinar cómo contribuye un estudio del desarrollo histórico, desde la visualización, la intuición y formalización de los números reales, en particular de los números irracionales, para mejor su aprehensión.

- **Marco de referencia conceptual.**

El interés de esta investigación se centra en establecer una relación entre historia y educación matemática para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues si se habla de la relación existente entre el desarrollo de los conceptos matemáticos y su origen evolutivo, se hace referencia a la observación de las dificultades y obstáculos que aparecieron en la historia. Así, se plantea la idea de que este trabajo sea una herramienta teórica para los educadores, en la manera que les brinde elementos para establecer situaciones didácticas y adidácticas en el aula, ya que el profesor de matemáticas es quien debe, a través de la historia, poder llevar al aula problemas históricos y actividades para fomentar discusiones, o bien, que integre la historia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido, es fundamental conocer cómo ha sido el desarrollo de la formalización de los números reales (filogénesis), y cómo ha ido cambiando la perspectiva del manejo de su concepto que se va convirtiendo en objeto matemático (ontogénesis). La filogénesis de los números reales permite ser analizado con la apreciación de tres aspectos fundamentales: la intuición, visualización, y formalización, las cuales proporcionan la ontogénesis de cada uno de los objetos matemáticos que estuvieron involucrados en la construcción de esos números; desde la antigüedad griega, con las primeras apariciones de las magnitudes inconmensurables que son asociados a los números irracionales, hasta el siglo XIX con la estructuración formal por parte de Cantor y Dedekind..

- **Metodología.**

El propósito es analizar aspectos en el proceso histórico de la formalización de los números reales o la filogénesis de ellos, particularmente en los números irracionales desde el marco de tres etapas fundamentales: la etapa de intuición, de visualización y de formalización; propuesta de investigación elaborada por el grupo de estudio en historia de las matemáticas de la Universidad del Valle.

La primera, puede verse no como una corazonada de la existencia de los números irracionales, sino más bien, como esas ideas que dan pie a considerar que las raíces de estos números están en la antigüedad griega; la segunda se aborda como la formación de imágenes de lo que se conoce como números irracionales; y la formalización es tomada desde la estructuración de un corpus teórico de los números reales, que se da desde un conjunto de entes abstractos con operaciones definidas y relaciones mediante las que se comparan y organizan esos entes. Cabe señalar que en cada una de estas etapas también es posible observar la vinculación de estas mismas como subetapas.

- **Análisis de datos.**

Los números irracionales funden sus raíces en la antigüedad griega y se formalizan con la estructuración de un nuevo sistema numérico en el siglo XIX ante la necesidad de rigor en procedimientos y conceptos del análisis matemático y sobre todo ante la necesidad de formalizar técnicas operativas. De ahí, que la formalización de los números reales se llevó a cabo en un proceso que involucra el paso de los números naturales a los enteros, de los enteros a los racionales, y de estos últimos a los números irracionales.

Desde la formación en matemáticas se puede decir que los conjuntos numéricos se han sintetizado en sistemas formales escondiendo problemas epistemológicos, de ahí que los números reales son tomados y trabajados como una estructura de entes abstractos con operatividad y lenguaje propios; mientras, cuyo significado variaba según las circunstancias, como es el caso de los números irracionales.

Un estudio de la construcción de los números reales propicia el conocimiento acerca de que el número real es una de las concepciones más importantes y complicadas en matemáticas, y que incluso es algo que no se ha podido determinar completamente en las aulas de clase, pero eso no significa que desde la escolaridad no se siga preparando a los estudiantes en la construcción de estos números.

Conclusiones.

Un estudio de la construcción de los números reales propicia el conocimiento acerca de que el número real es una de las concepciones más importantes y complicadas en matemáticas, y que incluso es algo que no se ha podido determinar completamente en las aulas de clase.

Entender la formalización de los números reales implica entender su estructura y, por ende, reconocer que los números irracionales son aquellos números que son incorporados para determinar a los números reales como un cuerpo completo.

Gracias al estudio del desarrollo histórico de la construcción de los números reales a través de las tres etapas fundamentales, es posible analizar las exigencias de formalización en cada época, pues en un inicio se ve como se intuyen algunas ideas de la aparición de estos números y como después son visualizados por algunos matemáticos, que aceptados o no como números fueron la fuente para brindar herramientas de una posible estructuración numérica formal.

El estudio del desarrollo histórico-epistemológico de los números reales, particularmente de los números irracionales, **desde las etapas de intuición, visualización y formalización permite tener un campo más amplio de las representaciones de estos números**, cuestión que quizás pueda facilitar la aprehensión de ellos y superar dificultades en su proceso de enseñanza y aprendizaje; ya que, conocer la estructuración de este objeto matemático posibilita a que los estudiantes puedan "actuar sobre ellos y transformarlos", como lo menciona Piaget o bien darles un tratamiento.

Bibliografía.

- Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *EMA*, 8(1), 30-46.
- Crespo, C. (2009). Acerca de la comprensión significado de los números irracionales en el aula de matemáticas. *Premisa*(41), 21-30. Obtenido de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/41%20Crespo.pdf>
- Delval, J. (1979). *Lecturas de psicología del niño. Las teorías, los métodos y el desarrollo temprano* (1 ed.). Madrid, España: S. A. Madrid. 1978. 1979.
- Lizarralde, N., & Ramirez, J. (2016). Aproximación a la relación entre la filogénesis y ontogénesis de la idea de límite. (U. P. Nacional, Ed.)
- Recalde, L. (2016). *Lecturas de Historia de las Matemáticas* (Segunda ed.). Cali, Colombia.
- Vargas, V. (s.f.). Las fracciones continuas en el desarrollo histórico de los números reales. (U. d. Valle, Ed.).

4.41. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 41

Uso del Software “CalMay” como herramienta de apoyo en el aprendizaje del Sistema Numérico Maya

André Rivera, Nathaly Román; as2012rm@gmail.com, nathy5396.uce@gmail.com, Universidad Central del Ecuador.

Resumen.

En el presente documento se presenta la experiencia de aula llevada a cabo en abril de 2018 en la Unidad Educativa “Cardenal Carlos María de la Torre”, con un grupo de 42 estudiantes del 10mo Año EGB. En la institución se propuso enseñar a los estudiantes el Sistema Numérico Maya además de incluir al Software “CalMay” (una calculadora maya) como una herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje ya que este puede ser instalado en ordenadores con sistema operativo Windows y Smartphones Android 4.4 o superior.

Palabras claves. Sistema Numérico Maya, TIC, EtnoMatemática, EtnoCiencias

- **Contextualización.**

Los Mayas forman parte de las civilizaciones más antiguas del mundo, su origen data de hace unos 10 mil años atrás, teniendo grandes descubrimientos y conocimientos en varias áreas. De todas ellas destacaremos a la matemática donde, sus estudios, experiencias y conocimientos les permitieron desarrollar su propio sistema numérico.

El sistema Maya, a comparación del resto de culturas de América, es considerado como el más razonable y sostenible desde el punto de vista Matemático-Astronómico. Dentro de este sistema existen dos aspectos de gran importancia para la matemática que hace que el mismo sobresalga entre otros sistemas de otras culturas, los cuales son: el cero y el valor posicional. Muchas otras culturas que ya establecieron un sistema de numeración tales como la romana y egipcia, aún con todos sus estudios y avances en la matemática, no lograron establecer estos conceptos, tan solo en la cultura Hindú existe la noción de estos dos saberes, pero, los mismos los descubrieron hasta 300 años después que los Mayas (Salazar de León, 2005).

Los mayas contaban con dos formas de numeración los cuales son: los numerales geométricos o normales y los numerales en forma humana (antropomórficos), la misma que era representada por rostros antropomorfos y en algunos casos especiales se utilizaba todo el cuerpo (Salazar de León, 2005).

Esta variación de la numeración maya se le conoce actualmente como un sistema vigesimal por ser 20 su base, es decir, el valor que le corresponde a cada cantidad surge de la multiplicación de la cantidad por la potencia de base 20.

La idea de establecer a este sistema como vigesimal nace del uso los dedos para contar, pues si utilizamos los dedos de las manos, ya contamos hasta el 10 y si a eso le aumentamos los de los pies llegamos a 20, usamos a una persona para contar 20.

- **Referentes teórico-prácticos básicos.**

- Sistema Numérico Maya
- Representación de los Números Mayas
- Operaciones Matemáticas
- Adición de números Mayas
- Sustracción de números Mayas
- Producto de números Mayas

Se ha consultado en referentes teóricos como:

- Domingo Yojcom Rocché, La epistemología de la matemática maya: una construcción de conocimientos y saberes a través de prácticas.
- Olda Nadinne Covián Chávez, El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya.
- Erwin Eduardo Salazar León, Análisis comparativo de los conceptos matemáticos maya y kaxlan. El caso de las comunidades Santa Isabel y La Unión, Municipio de Chisec, Departamento de Alta Verapaz.
- Nancy Días & Sandra Escobar, Articulación de actividades didácticas con algunos aspectos históricos de la cultura y matemática maya en el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos del grado séptimo.
- **Descripción general de la experiencia de aula.**

En la Unidad Educativa “Cardenal Carlos María de la Torre” de la parroquia del El Quinche, cantón Quito, se escogió a jóvenes de 10mo Año EGB, con un total de 42 estudiantes participantes.

Es inusual ver dentro de un aula de clase a un docente enseñar a sus alumnos el sistema numérico maya por lo cual, la primera reacción de los participantes fue de asombro e incertidumbre ya que era un tema desconocido totalmente por ellos.

Se llevo a los estudiantes al laboratorio de computación donde se llevó a cabo la clase, con ayuda de un proyector y un ordenador portátil se mostró a los jóvenes información clara y concisa sobre este tema, haciendo uso de texto e imágenes para evitar confusiones y generar un rápido aprendizaje en los participantes. Para comprender este sistema se presenta una dificultad media ya que usualmente los estudiantes están más familiarizados con el uso de números y no con símbolos como los que usaban los mayas.

Adicionalmente se presentó a los jóvenes en software “CalMay” como una herramienta de apoyo en el aprendizaje del sistema maya ya que el mismo permite realizar operaciones como suma, resta, multiplicación con números mayas. Por motivos de comodidad y mejor apreciación del software, este fue instalado en los ordenadores del laboratorio y en los smartphones de los participantes.

Una vez concluida la clase, se realizó una evaluación a los jóvenes en donde se les pidió resolver una cierta cantidad de ejercicios, 30 de ellos lo realizaron de manera tradicional, es decir, solo aplicando lo visto en clase, una hoja y un lápiz, los 12 restantes resolvieron la misma evaluación, pero tuvieron como recurso adicional el software cargado en el ordenador o su smartphone. Esta evaluación fue cronometrada con el fin de determinar cual de los dos grupos podía resolverla en el menor tiempo posible.

- **Logros y dificultades evidenciadas.**

Logros.

- Los estudiantes que utilizaron el software resolvieron la evaluación en casi la mitad del tiempo que los que no lo utilizaron.
- Los participantes mostraron un gran interés por conocer más acerca de este tipo de saberes poco convencionales.
- Se pudo generar un mejor entendimiento y aprendizaje en los estudiantes en un corto tiempo gracias a la implementación de tecnología para llevar a cabo la clase

Dificultades.

- Para llevar a cabo la clase se disponía de un tiempo limitado ya que el Sistema Numérico Maya no se encuentra dentro de un plan de clases o planificación de una asignatura en específico.
- Al ser inusual encontrar este tema dentro en un aula de clase se pudo evidenciar al inicio que los participantes tenían ciertos inconvenientes para comprender otro sistema de numeración totalmente distinto al que están acostumbrados a utilizar.
- **Reflexión final.**

La educación en la actualidad presenta grandes desafíos a causa de la integración de ordenadores, smartphones, tablet's e internet como una herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje, esto a su vez hace que cada uno de los estudiantes capte la información y produzca conocimiento de otra forma.

Métodos tradicionales u obsoletos como el dictado, realización de trabajos a mano e incluso la búsqueda de información en libros físicos en la biblioteca local se presentan como algo negativo e incluso los estudiantes perderán su motivación por investigar sabiendo que existe mucha información de todo el mundo al alcance de un clic.

La solución a los problemas a los que enfrenta el docente con la educación actual no es forzar a sus alumnos a usar métodos de aprendizaje antiguos sino erradicarlos y buscar nuevas y mejores estrategias y métodos, haciendo uso de las TIC para enseñar además de desarrollar las herramientas digitales que sirvan de apoyo en cada clase.

Si vamos a proporcionar a un estudiante una herramienta digital, lo más adecuado sería que la misma sirva para aprender algo nuevo que no solo permita generar un aprendizaje sino también la investigación y generación de nuevos conocimientos.

En segundo lugar, se verificó que, al incorporar elementos históricos como el desarrollo de la matemática maya en Mesoamérica, el enfoque de la matemática toma un matiz humano, cronológico e identitario

Referencias bibliográficas.

- Covián, O. N. (2005). El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya [archivo PDF]. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5726/1/CantoralElpapelAlme2006.pdf>
- Salazar de León, E. E. (2005). Análisis comparativo de los conceptos matemáticos maya y kaxlan. El caso de las comunidades Santa Isabel y La Unión, Municipio de Chisec, Departamento de Alta Verapaz [archivo PDF]. Recuperado de: <http://etnomatematica.org/trabgrado/ErwinSalazar.pdf>
- Díaz, N. D. & Escobar, S. V. (2006). Articulación de actividades didácticas con algunos aspectos históricos de la cultura y matemática maya en el desarrollo del pensamiento

espacial y sistemas geométricos del grado séptimo [archivo PDF]. Recuperado de: http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_grado/articulacion_mayas.pdf

- Morales, L. (2007). Material de Capacitación para ONGs sobre estándares educativos y matemática maya [archivo PDF]. Recuperado de: http://pdf.usaid.gov/pdf_docs/Pnadq529.pdf
- Yojcom, D. (2013). La epistemología de la matemática maya: una construcción de conocimientos y saberes a través de prácticas [archivo PDF]. Recuperado de: http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_doctorado/tesis_maya.pdf

4.42. COMUNICACIÓN BREVE 42

La Yupana, propuesta etnoeducativa, para el desarrollo de competencias matemáticas, relacionadas con operaciones básicas de números enteros

Danilo Renato Belalcázar Montilla, belalcazardanilo@gmail.com, Institución educativa Nuestra Señora de las Mercedes.

Resumen. La propuesta pretende implementar la utilización de La Yupana (ábaco ancestral incaico), a los procesos de operatividad básicos de la matemática de números naturales; teniendo en cuenta las ventajas didácticas que puede ofrecer al docente una alternativa visual, fundamentada en las TIC, para el desarrollo de los algoritmos tradicionales de operatividad numérica básica con números enteros (adición, sustracción, multiplicación y división) y la preparación de clases. Por otra parte pretende rescatar la utilización de la Yupana, como una herramienta ancestral, con la que se aborden en forma concreta, algunos conceptos del quehacer matemático, de modo que permita fortalecer el proceso educativo basados en criterios de inclusividad, garantizando, además, el fortalecimiento de la identidad cultural en instituciones con población indígena.

Palabras claves. Yupana, etnoeducación, Etnomatemáticas, TIC

Presentación.

La propuesta se presenta como una alternativa pedagógica fundamentada en la utilización de las TIC, que permita desarrollar en los estudiantes, competencias matemáticas relacionadas con las cuatro operaciones básicas de números enteros.

Para esto se desarrolla una aplicación disponible en sistemas operativos Windows y Android, basada en el ábaco ancestral incaico denominado Yupana, con la que se pretende abordar temáticas y algoritmos matemáticos, que tradicionalmente se abordan con metodologías estrictamente abstractas, desde una perspectiva concreta, que acerque al estudiante a un conocimiento significativo obtenido directamente de la experiencia y la interacción real con elementos cotidianos, que por demás, para instituciones que atienden población indígena, permitan fortalecer su legado ancestral como pueblos andinos con marcada influencia incaica.

Por otra parte, uno de los propósitos de esta propuesta es el de despertar en los estudiantes, el deseo de búsqueda de soportes históricos, epistemológicos y más que nada de soportes ancestrales; con el objetivo de acercarlos a la aplicación de herramientas matemáticas de una forma más eficaz.

Como valor agregado se espera que la utilización de la Yupana, permite evidenciar de forma clara, uno de los pasos más difíciles en el campo del aprendizaje matemático, que es el paso de lo tangible a lo simbólico, en el que el estudiante debe abstraer una serie de algoritmos que le permitan interpretar situaciones reales, concretas o simuladas.

Desarrollo de la temática.

En general la aplicación ofrece una serie de ventajas debido a la incorporación de las nuevas tecnologías de la informática a los procesos tradicionales del aprendizaje. Es así como el docente debe aceptar, que la forma en que el proceso de interacción pedagógica con sus estudiantes, logre superar la brecha generacional que limita el aprovechamiento de las clases, está relacionada con el desarrollo de competencias tecnológicas que pongan sus conocimientos en sintonía con la forma en la que sus estudiantes reciben y manejan mejor la información, debido a que nuestros jóvenes han crecido como nativos digitales y manejan intuitivamente los medios tecnológicos. Así el desarrollo de una propuesta acorde a estas exigencias, se plantea para ser desarrollada en tres fases:

Primera Fase: en la que se recoge la información y marco teórico necesarios para la elaboración del material didáctico y la propuesta de implementación metodológica. Se realizan una serie de conversatorios, entrevistas, mingas de pensamiento, entre otras herramientas de recolección de información, en el resguardo Inga de Aponte del municipio del Tablón de Gómez, lugar en el que la tradición Inca resulta notable, la información recolectada se clasifica y organiza para ser utilizada en las etapas siguientes.

Segunda fase: en esta fase se utiliza la información del marco teórico y las diferentes herramientas de recolección, para el diseño físico de Yupanas, teniendo en cuenta los diseños y utilización encontrados en los referentes culturales tanto teóricos como obtenidos en campo, luego se realiza los ajustes que permitan potencializar su utilización en el aula de clases, teniendo en cuenta las exigencias del MEN y por último el desarrollo de versiones digitales de dichas herramientas ancestrales.

Tercera fase: Para esta fase se logra articular una propuesta de modelo pedagógico, con la que se evidencia el compromiso de trabajar por el desarrollo de competencias matemáticas y el rescate de la identidad cultural, en la que se emplean nuevas tecnologías, como estrategias de aprendizaje significativo. La propuesta trabaja aspectos integrados del

ser por medio de una estrategia de trabajo cooperativo dividido en una serie de actividades que son:

1. Realización de guías de trabajo para cada periodo.
2. Se capacita a los estudiantes de grado octavo en el manejo de operaciones básicas con números naturales, mediante la utilización de LA YUPANA.
3. Los estudiantes de grado octavo sirven como monitores de los estudiantes de grado tercero y cuarto, cada estudiante del grado octavo tiene a su cargo de 2 a 4 estudiantes de la primaria, al inicio desarrollando las habilidades en el manejo de LA YUPANA, para luego orientar el desarrollo de las guías de actividades de los estudiantes de la primaria.
4. Una vez los estudiantes de la primaria adquieren las destrezas necesarias en el manejo de la herramienta ancestral, se implementan actividades lúdicas que refuercen las competencias adquiridas, mediante concursos, juegos y situaciones simuladas.

La formación docente para el manejo de herramientas informáticas, se perfila como una de las estrategias de mayor peso pedagógico a la hora de enfrentar las nuevas dinámicas educativas, vale la pena ahondar en la utilización de esta y otras propuestas pedagógicas con tintes tecnológicos, con el fin de obtener soportes didácticos que permitan acercarnos a la aficiones, gustos y pasatiempos de nuestros estudiantes, todo esto como excusa pedagógica que nos permita trascender como orientadores de una juventud en continuo cambio.

Referencias bibliográficas.

- Bishop, A.J. (1988). Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona, España: Kluwer Academic Publishers.
- Blanco, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia. Un programa en construcción. (M. Borba, Ed.) Revista BOLEMA – Boletim de Educação Matemática, 19 (26), 4975.
Recuperado de: http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema/bolema_26.htm
- D'Ambrosio, U. (1997) Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. In: Powell, A.; Frankenstein, M. (Eds.) Ethnomathematics: challenging eurocentrism in mathematics education. Albany: State University of New York. Cap. 1, p. 13-24

- Higuera, C. (1994) La Yupana: un ejemplo de lo histórico como elemento pedagógico. *Lecturas Matemáticas*, Bogotá, v. 15, p. 63-78.
- Ministerio de Educación Nacional. (1996). *La etnoeducación: realidad y esperanza de los pueblos indígenas y afrocolombianos*. Bogotá, D.C.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

4.43. COMUNICACIÓN BREVE / EXPERIENCIA DE AULA 43

Experiencia De Aula: El Minicomputador De Papy En La Enseñanza Aprendizaje De Las Cuatro Operaciones Básicas

*Luisa Fernanda Ipuz Bonilla- Jonathan Yesid Sierra Bonilla,lfipuzb@ut.edu.co-
jysierrab@ut.edu.co,
Universidad del Tolima.*

Resumen. . *Los estándares básicos de competencia en matemáticas, han sido un referente para saber qué se debe enseñar en cada uno de los pensamientos matemáticos, en cada uno de sus niveles. En esta oportunidad nos interesamos por indagar acerca del pensamiento numérico, en particular, por las operaciones básicas con los números naturales para el grado cuarto de primaria; para tal efecto, se realiza una prueba antes y después de usar el minicomputador de papy y comparar los efectos de usar una herramienta con propósitos didácticos y la forma tradicional de enseñar las operaciones básicas en el grado cuarto de primaria. El minicomputador de papy busca destacar la importancia del estudio y aprendizaje de las operaciones elementales en la educación básica primaria, como un método para mejorar la calidad de vida de la población, a partir del medio escolar primario, basándonos en el perfeccionamiento de la relación docente-estudiante y con el apoyo de todos los materiales manipulativos, como herramientas constructoras de aprendizaje con las que podemos encontrar hoy en día, para hacer más atractiva la asimilación y aplicación hasta en nuestra vida cotidiana.*

Palabras claves.Minicomputador de papy, suma, resta, multiplicación, división, algoritmo.

5. Contextualización.

El minicomputador de papy busca destacar la importancia del estudio y aprendizaje de la escritura de los números en base 10 y de las operaciones de ellos como lo es la suma y la resta en la educación básica primaria, que combina el sistema decimal y el binario donde la información dada la puede transformar a base 10. Es un instrumento que le permite al estudiante diseñar diagramas de flujo, que llevara al estudiante a la noción de algoritmo y a partir de esto se le puede pedir al estudiante que describa el proceso aritmético.

A partir de la implementación de esta herramienta didáctica el estudiante podrá tener una noción más clara del concepto de número, y se le presentará al profesor otro método de enseñanza de forma didáctica en la que puede llevar al estudiante a la comprensión del concepto de número, además el estudiante podrá interiorizar los diferentes conceptos que encontramos en el concepto de numero como lo es la suma, resta, multiplicación y división.

Donde es uno de los grandes problemas que se le plantearía a la educación como tal, sería el hecho que no tenemos en el país, un modelo educativo sin sentido, esto significa que los propios profesores solo se limiten a seguir el texto guía dado por el ministerio de educación que es *Descubre Matemáticas Método De Singapur*, que viene por grado, la educación matemática se utiliza diferentes campos de las ciencias que le permiten al estudiante

estudiar diferentes fenómenos. La finalidad principal de este proyecto es el detectar, cuáles son las dificultades o habilidades de cada estudiante para comprender el concepto de número, y llevarlo a interiorizar mucho más este concepto a través de la implementación de esta herramienta didáctica.

6. Referentes teórico-prácticos básicos.

Ausubel, D. Teoría Del Aprendizaje Significado.

Sierra, M. (1983). El Minicomputador De Papy –Ice, Universidad De Salamanca.

MEN (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas: *Pensamiento Numérico*. Ministerio de Educación. Bogotá.

Papy, G: Minicomputer- Ivac- Bruselas -1968 Teoría Cognitiva De Jean Piaget.

Carrillo Ávila, Sonia. Universidad de Los Andes.

7. Descripción general de la experiencia de aula.

Buscar la incidencia y los valores en que se manifestaron una o más variables. En la cual representan un panorama de una o más variables en uno o más grupos de personas u objetos en determinado momento, en síntesis, como es y cómo se manifiesta un fenómeno en sus componentes, su presencia o ausencia, la frecuencia con que ocurre, en quienes donde y cuando se está presentando este fenómeno.

8. Logros y dificultades evidenciadas.

Logros. Formación de los estudiantes facilitándoles herramientas necesarias para abordar de manera integral las situaciones que se presentan en la vida cotidiana y en su desempeño laboral, compartiendo conocimientos y estrategias, específicamente en el campo de la economía solidaria y empresarial; para que así los educandos puedan en un futuro financiarse sus propios gastos y los de su familia, es decir, para beneficio propio y el de la comunidad.

Dificultades. La intervención mediante las secuencias de clase, con el uso en el minicomputador de papy como herramienta mediadora en la apropiación del concepto número y registrar los cambios en el proceso de utilización del minicomputador de papy en el aula.

9. Reflexión final.

Se diagnostico cuales son algunas las características que el estudiante reconoce en el concepto de numero en el proceso de aprendizaje, también se evidenció las posibles dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje en la apropiación del concepto de

número donde el estudiante logró encontrar las diferentes formas de representación que se pueden encontrar de cada una de las cuatro operaciones y cambiar el esquema tradicional con la implementación de el minicomputador de papy como herramienta mediadora.

Referencias bibliográficas.

- Ausubel, D. Teoría Del Aprendizaje Significado. En: [Http://Elpsicoasesor.Com/Teoria-Del-Aprendizaje-Significativo-David-Ausubel/](http://Elpsicoasesor.Com/Teoria-Del-Aprendizaje-Significativo-David-Ausubel/)
- Sierra, M.(1983). El Minicomputador De Papy –Ice, Universidad De Salamanca-. En: [Http://Www.Mineducacion.Gov.Co/1621/Articles-116042_Archivo_Pdf.Pdf](http://Www.Mineducacion.Gov.Co/1621/Articles-116042_Archivo_Pdf.Pdf)
- Papy, G: Minicomputer- Ivac- Bruselas -1968 Teoría Cognitiva De Jean Piaget. En: [Http://Es.Slideshare.Net/Karnpayarescardozo/Jean-Piaget-27494448](http://Es.Slideshare.Net/Karnpayarescardozo/Jean-Piaget-27494448)
- Carrillo Ávila, Sonia. Universidad de Los Andes. En: [Http://Www.Revistaiaf.Abacolombia.Org.Co/Es/Pdf/V1n1/V1n1_2.Pdf](http://Www.Revistaiaf.Abacolombia.Org.Co/Es/Pdf/V1n1/V1n1_2.Pdf)
- MEN (1998).Lineamientos Curriculares de Matemáticas:*Pensamiento Numérico*. Ministerio de Educación. Bogotá.
- Ausubel, D.P. (1963). The Psychology Of Meaningful Verbal Learning. New York, Grune And Stratton.

4.44. COMUNICACIÓN BREVE 44

Un Criterio de Estabilidad Para Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias no lineales Basado en el Teorema de los Círculos de Gershgorin

Danilo Alonso Ortega Bejarano
danyloiaja@gmail.com
Dpto. de Matemática y Estadística
Universidad de Nariño

Eduardo Ibargüen Mondragon
edbargun@udenar.edu.co
Dpto. de Matemática y Estadística
Universidad e Nariño

Resumen.

Por medio de los círculos de Gershgorin se determinan regiones en las cuales se encuentran los valores propios de una matriz. En este trabajo, se utilizará esta propiedad para establecer un criterio de estabilidad local para soluciones de equilibrio de sistemas dinámicos definidos a través de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales autónomas.

Palabras claves. Estabilidad, Gershgorin, Ecuaciones diferenciales

- **Presentación del problema.** En 1892, A. M. Lyapunov desarrolló su teoría de la estabilidad para ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales la cual caracteriza el comportamiento de las trayectorias de sistemas dinámicos en el sentido de que trayectorias cercanas entre sí, permanecerán de la misma forma en el futuro. (Hirsch M. and Smale S). Estableció un criterio de estabilidad muy útil para sistemas dinámicos de la forma $\frac{dx}{dt} = f(x)$ Se estudia la estabilidad de algunos modelos biológicos a partir de criterios de estabilidad ya dados y utilizando la definición y teorema de los círculos de Gershgorin se elabora un nuevo criterio que facilite la conclusión de estabilidad o inestabilidad local para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales; debido a que los círculos de Gershgorin son una herramienta útil para saber la ubicación de los valores propios de una matriz cuadrada, ya que algunos criterios de estabilidad dependen del cálculo de valores propios.
- **Marco de referencia conceptual.**

1. Definición de los círculos de Gershgorin:

Sea A una matriz $n \times n$ real o compleja:

Se define:

$$r_i = |a_{i1}| + |a_{i2}| + \dots + |a_{i,j-1}| + |a_{i,j+1}| + \dots + |a_{in}| = \sum_{(j=1, j \neq i)}^n |a_{ij}|$$

r_i corresponde al radio de cada círculo de gershgorin por fila.

Y se define:

$$D_i = \{z \in \mathbb{C} : |z - a_{ii}| \leq r_i\}$$

Que corresponde a un círculo en el plano complejo con centro en a_{ii} y radio r_i

Cada uno de los círculos D_i son los círculos de gershgorin.

(Algebra lineal. Stanley, Grossaman)

2. Teorema de los Círculos de Gershgorin.

Sea A una matriz $n \times n$ y sea:

$$D_i = \{z \in \mathbb{C} : |z - a_{ii}| \leq r_i\}$$

$$r_i = \sum_{(j=1, j \neq i)}^n |a_{ij}|$$

Cada círculo de Gershgorin.

Entonces cada valor propio de A esta contenido en al menos uno de los círculos D_i

(Algebra lineal. Stanley, Grossaman)

3. Definición de estabilidad para EDNL.

La estabilidad de un punto de equilibrio x_0 de:

$$x' = f(x)$$

Está determinado por los signos de la parte real de los valores propios de la matriz $J(x_0)$.

Un punto de equilibrio x_0 es asintóticamente estable si y solo si: $Re(\lambda_j) < 0; j = 1, 2, 3, \dots, n$

(Differential Equations and Dynamical Systems. Perko)

4. Teorema:

Sea x_0 una solución de equilibrio del sistema: $x' = f(x)$. Si todos los valores propios de la matriz $J(x_0)$ tienen parte real negativa, entonces la solución de equilibrio x_0 es asintóticamente estable.

(Differential Equations and Dynamical Systems. Perko)

- **Metodología.**

Se procede a presentar las definiciones y criterios de estabilidad incluidos la definición y el teorema de los círculos de Gershgorin. Para luego utilizarlos en las matrices jacobianas que se obtienen al linealizar un sistema, y de esa manera se plantea y demuestra el criterio de estabilidad basado en los círculos de Gershgorin, para luego aplicarlo a algunos modelos aplicados a la biología, con el objetivo de observar la utilidad del criterio, y relacionar o implicar el nuevo criterio con otros criterios ya dados.

- **Conclusiones.**

Por medio del criterio de estabilidad se determinan condiciones de estabilidad local para las soluciones de equilibrio de sistemas dinámicos. El criterio es muy práctico dado que permite establecer condiciones de estabilidad sin la necesidad de calcular los valores propios de la matriz.

Bibliografía.

Stanley, L. Grossman, S. (2012) *Álgebra Lineal*. Séptima Edición.

Perko, L. (1991). *Differential Equations and Dynamical Systems*. Estados Unidos.

Ibargüen, E. Ceron, M. y Romero, P. (2013). *A simple test for asymptotic stability in some dynamical systems*. Revista de ciencias Universidad del Valle.

Ibargüen, E. Esteva, L. (2016). *Simple mathematical models on macrophages and CTL responses against Mycobacterium tuberculosis*. Revista Sigma Universidad de Nariño.

4.45. COMUNICACIÓN BREVE 45

ESTUDIO DE LA INTERRELACIÓN DE ALGUNAS VARIABLES FÍSICO Y/O QUÍMICAS EN LA TORREFACCIÓN DEL CAFÉ A TRAVÉS DE SERIES DE TIEMPO

Juan José Arias Giraldo, Oscar Emilio Molina Díaz.
jjariasg@uqvirtual.edu.co, omolina@uniquindio.edu.co
Universidad del Quindío.

Resumen.

Durante el proceso del tostado del café se alteran algunas variables físicas y químicas como el color, temperatura, peso, actividad de agua, acidez, entre otras. Además mediante prácticas de laboratorio es posible obtener datos de algunas de estas variables, las cuales varían con respecto al tiempo de exposición al calor, por ejemplo: a mayor tiempo de exposición al calor, menor peso o menor es la actividad de agua. Esta relación entre las variables y el tiempo de exposición al calor permite estudiar dichas interrelaciones con series de tiempo y modelos autorregresivos.

Palabras claves. Series temporales, Tostado del Café, Modelos Autorregresivos.

- **Presentación del problema.**

Para analizar el proceso del tostado del café se estudia un conjunto de datos que varía con respecto al tiempo de exposición al calor. Las variables a estudiar se determinaron a través de prácticas experimentales en la Escuela Nacional del Café del Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA). Como en el proceso de tuestión, las variables de estudio son afectadas por factores como: la temperatura ambiente, la hora de tuestión y el origen del café, se supone una estandarización de este proceso garantizando una buena condición para dicho análisis. Además se mostrará un diagrama que indica las relaciones causales de las variables de estudio. Con lo anterior se quiere dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿cómo es la interrelación de algunas de las variables físico químicas en el proceso del tostado del café y cuál de estas variables tiene más influencia o es más afectada durante este proceso?

- **Marco de referencia conceptual.**

Los procesos estocásticos son un conjunto de variables aleatorias Z_t para cada valor de $t \in T$ ordenadas en el tiempo o en el espacio, así la familia $\{Z_t, t \in T\}$ describe un proceso estocástico univariado, donde Z_t puede variar para cada $t \in T$. Estas variables aleatorias representan para cada

ω fijo, con ω que pertenece al espacio muestral Ω , una trayectoria o realización llamada serie de tiempo. Para este caso, como el proceso asume valores reales, la serie se llama serie de tiempo de valor real. Por otra parte, una serie de tiempo vectorial se define como un proceso estocástico vectorial o multivariado a partir de series de tiempo univariadas:

$$\mathbf{Z}_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{m,t})'$$

Una serie de tiempo regularmente espaciada es un conjunto de sucesos o experimentos aleatorios ordenados y equidistantes asociados con el tiempo y, con frecuencia, son utilizadas para predecir y pronosticar. Estas series temporales tienen como objetivo llegar a describir o modelar un comportamiento o fenómeno de interés, del cual se espera tener unos resultados.

Como es posible obtener datos en el proceso del tostado del café, una de las herramientas que permite establecer relaciones de interdependencia entre las variables que se ven afectadas en la torrefacción son las series de tiempo y los modelos autorregresivos. De manera general se tiene que un modelo autorregresivo vectorial de orden $p, p \in \mathbb{N}$ ($VAR(p)$) de media cero, tiene la forma

$$\mathbf{Z}_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i \mathbf{Z}_{t-i} + \mathbf{a}_t$$

donde $\mathbf{Z}_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{m,t})'$ es el conjunto de variables del proceso, las matrices Φ_i con $i = 1, 2, \dots, p$ son las matrices que contienen los coeficientes autorregresivos de las variables rezagadas p etapas y \mathbf{a}_t es el vector de errores aleatorios del proceso. Este modelo indica que las variables en un tiempo t dependen de las mismas variables rezagadas p etapas, más un error aleatorio.

- **Metodología.**

- Estudiar el proceso del tostado del café y las variables que en él intervienen.
- Determinar las variables que sufren cambios en el proceso del tostado del café, que por la facilidad de realizar las mediciones se tomarán registros del color, temperatura y actividad del agua con la ayuda de un higrómetro de punto de rocío y un espectrofotómetro.
- Ajustar un modelo VAR para las variables que intervienen en el proceso del tostado del café y establecer el tipo de interrelación que en ellas existen.

- **Análisis de datos.**

Con los datos obtenidos del tostado del café, se ajusta un modelo vectorial autorregresivo VAR y se analiza el orden del modelo en un paquete estadístico, luego se hace una prueba de estacionariedad de la serie de tiempo vectorial para garantizar tanto la estacionariedad tanto de la serie de tiempo vectorial como el de las series de tiempo univariadas. Luego se establece la relación de interdependencia entre las variables y se identifica cuál de ellas es la más afectada y así determinar el modelo con mayor porcentaje de confiabilidad de acuerdo al R-cuadrado.

- **Conclusiones.**

Escogiendo los coeficientes del modelo con una probabilidad del 90% de confianza, se puede observar que las variables se ven siempre afectadas por la variable de color amarillo-azul en una etapa anterior. Además se propusieron otros modelos autorregresivos donde se diferenciaban la luminosidad y la temperatura para garantizar la estacionariedad de la serie de tiempo vectorial, allí se pudo evidenciar que la variable de color amarillo-azul seguía afectando a la actividad de agua, la luminosidad y el color rojo-verde. Por otro lado la luminosidad fue la variable más afectada por ella misma, la actividad de agua y el color amarillo-azul en una etapa anterior.

Bibliografía.

- Salcedo, G. (2001). Modelos Arima Vectoriales Aplicados A Series De Datos Ambientales. Grupo de investigación y asesoría en estadística. Universidad del Quindío.
- Salcedo, G. y Hurtado, H. (1996). Series Temporales con aplicaciones a la epidemiología y a la ecología. AAS publicidad, Armenia.
- Wei W. W. S. (1990). Time series analysis univariate and multivariate methods. Department of statistics temple university. Editorial Adisson Wesley.

4.46.COMUNICACIÓN BREVE 46

CATEGORIZACIÓN DE ERRORES TÍPICOS EN EJERCICIOS MATEMÁTICOS COMETIDOS POR ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO

Deivy Pianda

deivypiandacaj@gmail.com. Universidad de Nariño

Resumen.

El objetivo de esta investigación es analizar los errores matemáticos al ejecutar procedimientos de carácter aritmético-algebraico que se presentan en estudiantes de primer semestre de la Universidad de Nariño, además, se indagó acerca de la actitud que los estudiantes tienen hacia las matemáticas. El estudio se apoyó en categorizaciones previas que ayudan a fundamentar las categorías emergentes encontradas. La recolección de información se realizó aplicando una prueba escrita y una encuesta actitudinal. El respectivo análisis de resultados arrojó diez categorías de errores, entre las más sobresalientes se encuentran: Errores en procedimientos que involucran aplicación de propiedades de potencias, errores en la interpretación estructural y presentación de expresiones algebraicas, errores en la operatoria algebraica al momento de reducir términos semejantes. Por otro lado, el estudio reveló que una gran parte de los participantes no tienen una buena actitud hacia las matemáticas y sus hábitos de estudio son nulos o no adecuados.

Palabras claves. Actitud, error, matemáticas, aritmética-algebra.

3. Presentación del problema.

La formación de futuros profesionales en la universidad de Nariño exige, entre otros requerimientos básicos, la formación del componente matemático que aporta al desarrollo del razonamiento, promueve el pensamiento analítico y genera practicidad, es decir, aporta elementos importantes para el desempeño profesional del futuro egresado.

“Lo que se pretende con la educación matemática es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados: a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional. b) Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.” (Godino, Font-Moll, y Batanero, 2003, p. 20)

No es extraño el bajo rendimiento académico en asignaturas de primer semestre de universidad que involucran matemáticas, como es el caso de la asignatura “*Matemáticas generales, Matemáticas I, Matemáticas básicas*” (Nieto Isidro y Ramos Calle, 2012). En este sentido, cobra importancia aportar al mejoramiento del desempeño y apropiación de conceptos matemáticos básicos en estudiantes de primer semestre de universidad

identificando los errores típicos cometidos por ellos en el momento de colocar a prueba sus conocimientos en matemáticas (Suceta-Zulueta, Chivas, y Hechavarría, 2011).

4. Marco de referencia conceptual.

El error en matemáticas.

El error puede considerarse como una imprudencia, distorsión o inadecuación en un proceso (De la Torre, 2004), el autor considera cuatro direcciones semánticas para el error, a saber: Efecto destructivo, distorsionador, constructivo y creativo. En las dos primeras el error es un resultado y el enfoque es negativo, lo cual lleva a una actitud condenatoria del mismo. En las dos últimas, es parte de un proceso y el enfoque es positivo, lo cual lleva a una actitud de aprovechamiento del mismo, es decir, el error provee más información sobre el proceso mental del alumno que el acierto. De hecho, le permite a un estudiante aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era consciente antes.

De la Torre considera que desde la perspectiva del profesor, un error denota que el estudiante necesita ayuda, pues algo en el proceso que siguió no es correcto. Propone la clasificación de errores para enfocar el esfuerzo en los más trascendentes: aquellos que se presentan con mayor frecuencia, cuya causa se conoce y, por tanto, se puede diseñar una estrategia para corregirlos y permitir al estudiante un aprendizaje más profundo.

Rico (1998) señala que presentar al estudiante ejercicios en los que se sabe que pueden cometer errores permite que dicho estudiante, si los comete, sea consciente de vacíos en formación matemática. Esto brinda posibilidades al profesor para abordar el error y ayudar al estudiante a superarlo.

En este mismo sentido, Cervantes y Martínez (2007) proponen que los procesos en los que se sabe que los errores son frecuentes se presenten siempre dentro de situaciones contrastantes para que el alumno pueda discriminar las estructuras matemáticas donde es pertinente cada uno. Por último, es importante considerar una distinción entre errores conceptuales y errores procedimentales. Segovia y Rico (2011) citado por Alguacil de Nicolás, Bosqué, y Pañellas (2016) afirma: “entendemos por conceptos como las ideas con las que pensamos y por procedimientos los modos y técnicas con las que se utilizan estas ideas” (p. 421)

Definición de error y dificultad.

La terminología utilizada en el ámbito de la Educación Matemática, en ocasiones, puede llegar a ser confusa ya que un mismo término es usado con sentidos diversos, y a veces, distintos términos se refieren al mismo o muy similar concepto. En consecuencia, Asumimos la definición de error dada por Godino et al. (2003), quienes afirman: “Hablamos de *error* cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (p. 70).

Por otro lado, el término “dificultad”, se asumirá como “el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio” (Godino et al., 2003, p. 70). Por lo tanto, una dificultad alta se presenta cuando el porcentaje de respuestas incorrectas es elevado, mientras que, si el porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

Categorización de errores.

Saucedo (2007), quien presenta una clasificación tomando como base la realizada por Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) citados en Rico (1998), a saber:

- Datos mal utilizados
- Interpretación incorrecta del lenguaje
- Empleo incorrecto de propiedades y definiciones
- Errores al operar algebraicamente
- No verificación de resultados parciales o totales
- Errores lógicos
- Errores técnicos

Por otro lado, Radatz (1980) citado en (García, 2010) propone cinco categorías de error:

- Errores debidos a dificultades de lenguaje
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes:

Así mismo, en Socas (1997) citado en Morales (2017), clasifica los errores en los que incurren los estudiantes en contextos algebraicos:

- Errores que tienen su origen en un obstáculo
- Errores que tienen su origen en ausencia de sentido

Palarea (1998) citado en Morales (2017) realiza una clasificación a partir de la de Socas (1997) donde distingue dos grandes grupos:

- Errores del Álgebra que están en la Aritmética
- Errores de álgebra debidos a las características propias del simbolismo algebraico

Posibilidades de estudio sobre errores.

Para abordar el estudio de las posibilidades que se desprenden al estudiar errores en matemáticas, Rico (1998) propone cuatro líneas de investigación en torno a este tema de interés académico:

- Estudios sobre análisis, causas, elementos, taxonomías de clasificación de los errores.
- Trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores.
- Estudios relativos a la formación de los docentes en cuanto a la capacidad para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores de sus alumnos.
- Trabajos de carácter técnico que incluyen técnicas estadísticas, como contrastar hipótesis para el análisis de los errores.

En este sentido, se aborda la primera categoría como línea de investigación pertinente para este estudio.

Actitud hacia las matemáticas.

En el ámbito universitario existe una opinión generalizada sobre las dificultades que presentan los procedimientos matemáticos y el alto nivel de rechazo hacia el área por parte de los estudiantes. Las afirmaciones emotivas de modo “gustar” y “no gustar” tienen un origen, generalmente, es resultado de las creencias que los estudiantes tienen hacia las

matemáticas y la percepción de dificultad que tiene el aprender dichos contenidos, aunque el valor de utilidad que asignan a las matemáticas es notablemente alto teniendo en cuenta su contexto cotidiano (Bazán y Aparicio, 2006), además, este autor afirma: “la actitud es una predisposición del individuo para responder de manera favorable o desfavorable ante un determinado objeto,” (p. 11). Las actitudes en matemáticas pueden verse desde dos perspectivas, “actitudes hacia las matemáticas” relacionadas al componente emotivo y afectivo, por otro lado, las “actitudes matemáticas” relacionadas con el componente cognitivo (Fernández et al., 2016).

Una actitud negativa está directamente relacionada con el rendimiento académico. En este sentido, estudiar las actitudes que los estudiantes universitarios tienen hacia las matemáticas permite brindar una posibilidad de análisis a sus dificultades y errores frecuentes en ejercicios matemáticos. Bazán y Aparicio (2006) afirman: “Es muy importante que el profesor tenga en mente, a través de un proceso clasificatorio, una idea general de las actitudes de sus alumnos con relación a la Matemática” (p. 10). Y con esta información, incentivar actitudes positivas en sus estudiantes.

5. Metodología.

El estudio tiene un enfoque cualitativo, para Hernández, Fernández, y Baptista (2010) “El enfoque cualitativo utiliza la recolección de datos para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (p. 7). Además, la investigación tiene un alcance exploratorio-descriptivo, la fase exploratoria permitió facilitar la comprensión del estudio sobre errores en matemáticas y el alcance descriptivo final, entendido como: “el conocimiento de la realidad tal como se presenta en una situación de espacio y de tiempo dado, describe el fenómeno sin introducir modificaciones” (Rojas Cairampoma, 2015, p. 7) se presenta al categorizar errores matemáticos presentados en los estudiantes que participaron en el estudio.

El diseño de investigación es un estudio de caso. Entendido como un proceso de indagación profunda que caracteriza, por medio de un examen detallado y sistemático, una situación de interés (Gómez, Flores, y Jiménez, 1999). Para Martínez (2006) la aplicación de un estudio de caso requiere rigurosidad científica y debe ir de la mano con un adecuado diseño de investigación que demuestre la validez y fiabilidad de los resultados obtenidos, garantizando con ello la calidad y objetividad de la investigación, permitiendo que la investigación se desarrolle de forma clara y efectiva.

Después de la selección del tema y problema de investigación, la estructura que nos permitirá recabar información útil y necesaria para desarrollar la investigación se estipulan bajo los siguientes pasos:

- Recolección de la información (Diseñar y aplicar el instrumento de medición, trabajo de campo)
- Estructuración y organización de los datos.
- Codificación de los datos (comparación de los datos con la literatura)
- Conceptualización y explicación del problema
- Socialización y ajuste de los resultados
- Elaboración del informe final”. (Martínez, 2006, p. 28)

Instrumentos de recolección de la información

Prueba escrita.

Este tipo de cuestionario utilizado para la investigación comprende diez preguntas abiertas donde los estudiantes desarrollaron ejercicios algebraicos y aritméticos, los últimos, inmersos de manera transversal, a saber; solución de polinomios aritméticos, evaluación numérica y operaciones con polinomios algebraicos, reducción de fracciones algebraicas simples, desarrollo de potencias de binomios, factorización y solución de ecuaciones lineales y cuadráticas (Ver Anexo 2). Cabe mencionar que esta prueba fue puesta a consideración del profesor encargado de impartir la asignatura “*matemáticas generales*” para su aprobación y está en concordancia con la bibliografía sugerida para el trabajo extra clase. La aprobación del docente cobra relevancia bajo dos puntos de vista; el primero, la experticia del docente nos brinda la certeza que la prueba está estructurada siguiendo el programa propuesto para la asignatura en curso y los temas tratados en ella no desbordan ni son insuficientes a los conocimientos exigidos para un estudiantes de primer ingreso a la universidad; en segunda instancia, porque dicha prueba también hace parte del componente evaluativo de la asignatura y corresponde a la primera evaluación parcial del semestre. Cabe mencionar que este último hecho no altera la veracidad de los datos obtenidos, incluso los mejora para interés del investigador, puesto que los estudiantes expusieron al máximo sus capacidades teniendo en cuenta que contaron con tiempo de preparación al respecto de los temas a ser evaluados. La aplicación de la prueba se desarrolló en un lapso de 120 minutos con el acompañamiento del docente encargado y en instalaciones físicas óptimas para presentar una prueba escrita.

Cuestionario actitudinal.

Los estudiantes también respondieron a un cuestionario de 11 preguntas, diez de ellas cerradas y una pregunta abierta (Ver Anexo 3). Este conjunto de preguntas estaban encaminadas a medir la actitud de los estudiantes hacia el área de matemáticas. Entre otros aspectos, el cuestionario se elaboró para determinar la percepción de los estudiantes frente a su desempeño en matemáticas, la relación emocional que tienen con la asignatura, el nivel de dedicación a su estudio extra clase y sus consideraciones frente a la importancia de las matemáticas en el desempeño de su futura carrera profesional. Para su aplicación, se hizo una concientización a los estudiantes sobre la importancia de los datos a recolectar y se promovió la solución de todas las preguntas, para esta prueba no fue necesario tomar información de su identificación personal.

6. Análisis de datos.

El análisis de la información se desarrolló en tres niveles, Figura 1.

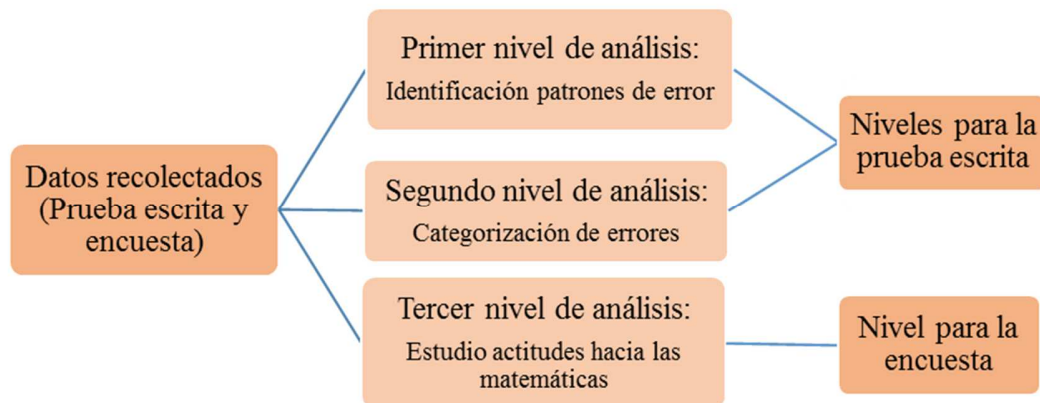


Figura 1. *Diseño de análisis de datos.*

Primer nivel de análisis: Patrones de error identificados

El trabajo de observación que se realizó sobre las pruebas permitió construir una *ficha emergente de análisis de errores* donde se establecen veintiocho conceptos, procedimientos y/o situaciones susceptibles de presentar un error, divididas en: Contexto algebraico, contexto aritmético y situaciones sin contexto.

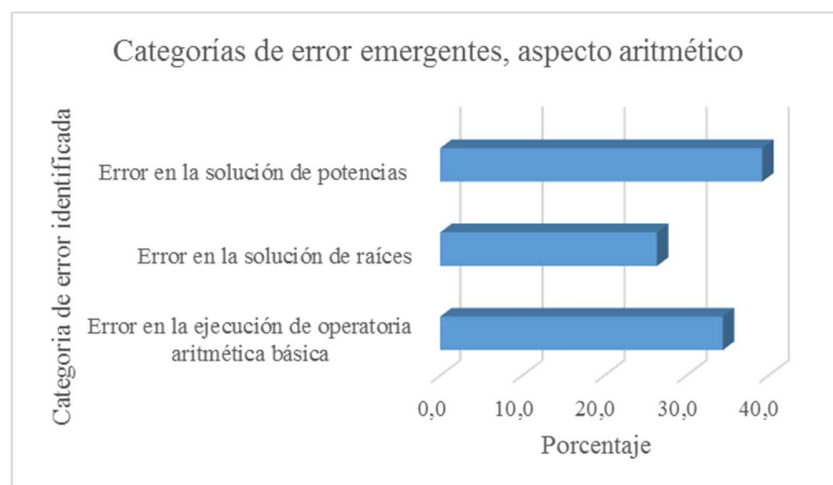
Además, se pudo establecer que de los 410 ejercicios que se analizaron, en 268 se cometió al menos un error, es decir, un 65.4 %, lo que permitió contar con un amplio margen para desarrollar la categorización de los mismos.

Segundo nivel de análisis: Categorización de errores

Categorías de error emergentes: Aspecto aritmético

El análisis de los datos permitió evidenciar que la categoría de error que se presenta con mayor frecuencia entre los estudiantes ingresantes a la Universidad de Nariño corresponde a *errores en la solución de potencias*, Diagrama 1.

Diagrama 1. *Relación de categorías de error emergentes, aspecto aritmético*



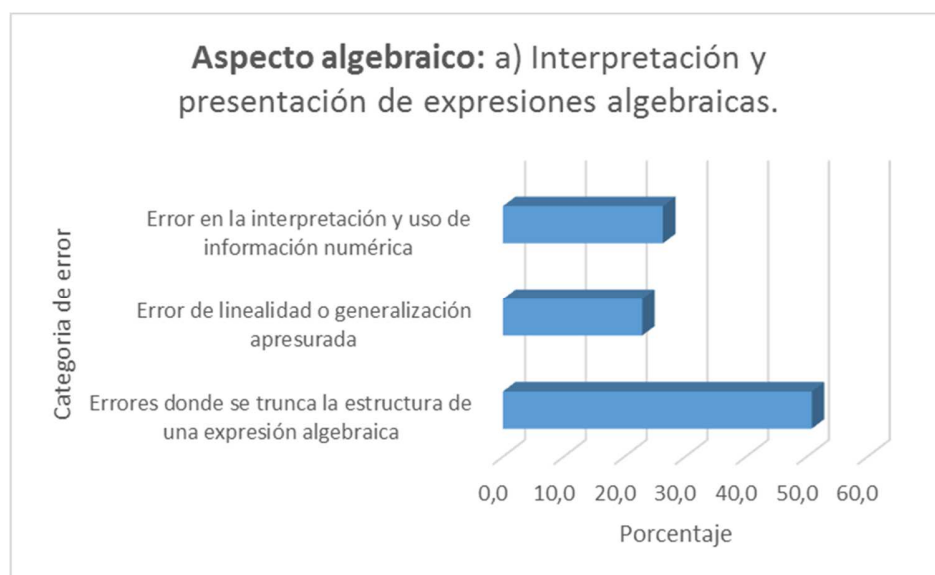
Fuente: *Esta investigación.*

Categorías emergentes: Aspecto algebraico.

El análisis de los datos permitió presentar dos unidades de análisis: a) Interpretación y presentación de expresiones algebraicas; aquí encontramos errores que tienen que ver directamente con la identificación de las propiedades estructurales de una expresión algebraica y errores donde el estudiante pierde el rumbo de la solución del ejercicio por el desconocimiento del lenguaje algebraico. b) Operaciones y procedimientos sobre expresiones algebraicas; en esta unidad de análisis se encuentran errores producto de la incorrecta aplicación de procedimientos -de diversa índole- que se le pide al estudiante desarrollar, aunque el estudiante tenga una noción del procedimiento a seguir en un ejercicio matemático, comete errores en los procesos necesarios para llegar a una solución satisfactoria.

El Diagrama 2 se muestra la relación entre las tres categorías de error emergentes de esta unidad de análisis a).

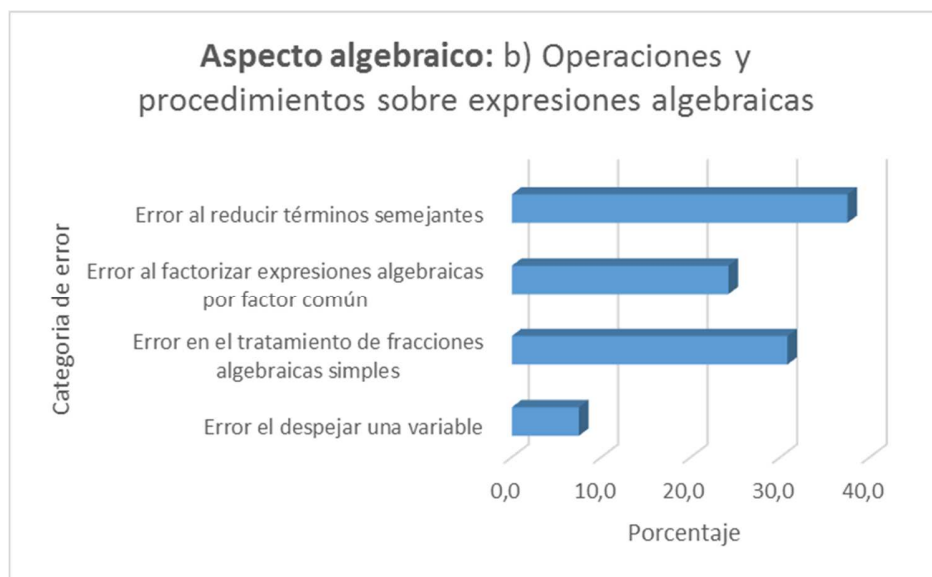
Diagrama 2. *Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (a)*



Fuente: Esta investigación

El Diagrama 3 se muestra la relación entre las tres categorías de error emergentes de esta unidad de análisis b).

Diagrama 3. *Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (b)*



Fuente: Esta investigación

Tercer nivel de análisis: Actitudes hacia las matemáticas.

La importancia que los estudiantes brindan al área de matemáticas en su futuro desempeño profesional es alta (64 %), aunque esta información no implica un gusto o apego afectivo con las matemáticas, pero sí puede servir como punto de partida para provocar una futura cercanía y apatía con el área. La autovaloración que los estudiantes hacen sobre su rendimiento deja ver que un 54% de ellos considera tener un nivel bajo en su desempeño académico en matemáticas. Se encontró que los estudiantes no hacen uso de las jornadas de atención extra clase que el profesor ofrece, situación que va en contravía del objetivo de obtener buenos resultados en la asignatura. Esta información se relaciona con las diferentes percepciones de la palabra “matemáticas”, donde los estudiantes no relacionan a las matemáticas con esfuerzo y práctica. Situación que se ve reflejada en el tiempo que estos le dedican al estudio de la misma, la mayor cantidad de estudiantes (64 %) dedican de una a dos horas de tiempo extra clase, lo cual se ve reflejado en la opinión de los estudiantes sobre aquellos factores que pueden ser causantes del bajo desempeño en matemáticas, el 93 % de ellos considera a la falta de dedicación y estudio personal como principal causa del bajo desempeño en matemáticas básicas.

7. Conclusiones.

El análisis de las pruebas en relación a detección de errores resultó ser un trabajo complejo y en ocasiones confuso, sin embargo, la ficha de análisis elaborada en esta investigación donde se establecieron veintiocho conceptos, procedimiento y/o situaciones susceptibles de presentar error, permitió con organizar la información, se identificaron y cuantificaron los errores frecuentes tanto en el aspecto aritmético como en el algebraico.

Un análisis de frecuencias inicial respecto de la solución de cada ítem permitió evidenciar que la mayoría de estudiantes ingresantes a la universidad tienen numerosas debilidades y errores en procedimientos matemáticos, se encontró que los aciertos – respuestas correctas- en la prueba escrita alcanzan el 22.4 %. La prueba escrita brindó un número significativo de ejercicios que presentaban al menos un error, situación que permitió fortalecer la definición y estabilidad de las categorías de error emergentes.

Se definieron un total de diez categorías emergentes de error divididas en aspecto aritmético y algebraico. En el aspecto aritmético se encuentran tres de ellas, en orden descendente de frecuencia son:

- Error en la solución de potencias
- Error en la ejecución de operatoria aritmética básica
- Error en la solución de raíces.

En el aspecto algebraico fue posible identificar dos grandes unidades de análisis que permitió presentar las categorías de error emergentes en un contexto que ayuda a su identificación, la primera unidad de análisis se denominó: *Interpretación y presentación de expresiones algebraicas*, las categorías de error encontradas en esta unidad de análisis, en su orden descendente de frecuencia fueron:

- Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica.
- Errores en la interpretación y uso de información numérica.
- Errores de linealidad o generalización apresurada

Para la segunda unidad de análisis, denominada: *Operaciones y procedimientos sobre expresiones algebraicas*, las categorías de error emergentes encontradas, en su orden descendente de frecuencia fueron:

- Error al reducir términos semejantes.
- Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples.
- Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común.
- Error el despejar una variable.

Con lo expuesto hasta el momento, el estudio deja de manifiesto la detección de errores matemáticos básicos para el nivel universitario, de hecho, en contenidos que se presentan en la educación media, esto además, nos dice que dichos errores se presentaron en su momento y perduraron en el desarrollo de los respectivos grados académicos de su educación, situación que muestra una marcada deficiencia en la preparación matemática necesaria para abordar sus estudios universitarios.

Respecto a la actitud que los estudiantes tienen hacia las matemáticas, se pudo determinar que la mayoría de estudiantes encuestados se auto valoran con un nivel bajo en su desempeño y experticia en el desarrollo de procedimientos matemáticos, no dedican el tiempo necesario a sus estudio extra clase y no son conscientes del esfuerzo que deben implementar para superar sus deficiencias, es decir, se evidencia una actitud negativa hacia el área de matemáticas, aunque la mayoría coincide en expresar la utilidad del área en su futuro desarrollo profesional y muestran alguna disposición a cambiar sus hábitos de estudio.

Bibliografía.

- Alguacil de Nicolás, M., Bosqué, M., & Pañellas, M. (2016). Dificultades en conceptos matemáticos básicos de los estudiantes para maestro. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(1), 419–430. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/html/3498/349851776046/>
- Bazán, J. L., & Aparicio, A. S. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje. *Educación*, 15(28), 7–20. Recuperado a partir de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/educacion/article/view/2041>

- Cervantes, G., & Martínez, R. (2007). Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. *Zona Próxima*, 1(8), 34–41. Recuperado a partir de <https://search.proquest.com/openview/8d5b6194a2821498b0ad408b08c9eeb3/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2027435>
- De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Argentina: Magisterio del Río de la Plata.
- Fernández, R., Solano, N., Rizzo, K., Gomezescobar, A., Iglesias, L., & Espinosa, A. (2016). Las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes y maestros de educación infantil y primaria; revisión de la adecuación de una escala para su medida. *Revista Iberoamericana de ciencia, tecnología y sociedad*, 11(33), 1–11.
- García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. (Trabajo de investigación de maestría). Universidad de Granada. Recuperado a partir de http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose_Garcia.pdf
- Godino, J., Font-Moll, V., & Batanero, C. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Matemáticas y su Didáctica para Maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Gómez, G. R., Flores, J. G., & Jiménez, E. G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada, España: Aljibe.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. del P. (2010). *Metodología de la investigación*. Colombia: McGraw-Hill.
- Martínez, P. C. (2006). El método de estudio de caso: Estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y gestión: revista de la División de Ciencias Administrativas de la Universidad del Norte*, (20), 165–193. <https://doi.org/10.1055/s-0029-1217568>
- Morales, S. (2017). *Errores que presentan estudiantes de undécimo, en el uso del lenguaje algebraico*. (Trabajo de grado). Universidad Pedagógica Nacional.
- Nieto Isidro, S., & Ramos Calle, H. (2012). *Diseño y evaluación de material de apoyo en matemáticas básicas para alumnos procedentes de ciclos formativos en la escuela politécnica superior de Zamora*. Memoria de realización del Proyecto de Innovación Docente. Recuperado a partir de https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/122620/1/MID_12_085.pdf
- Rico, L. (1998). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico, & P. Gómez (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*, (pp. 69–108). Bogotá: Una empresa docente. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/679/>
- Rojas Cairampoma, M. (2015). Tipos de Investigación científica: Una simplificación de la complicada incoherente nomenclatura y clasificación. *REDVET. Revista Electrónica de Veterinaria*, 16(1), 1–14.
- Saucedo, G. (2007). Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad. *Itinerarios Educativos*, 1(2), 22–43. Recuperado a partir de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Itinerarios/article/viewFile/3898/5923>
- Suceta-Zulueta, L., Chivas, Y., & Hechavarría, M. O. (2011). Algunas acciones metodológicas para el tratamiento a los errores cognitivos más frecuentes en las asignaturas Matemática y Física. *EduSol*, 11(37), 85–96. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5822925>

¿Es la creatividad al educador de matemáticas, como el azar a la vida misma?

Sandra Peña Alonso, sandrapena@ustadistancia.edu.co, Universidad Santo Tomás.

Resumen. Comparto en este comunicado una reflexión que he venido elaborando desde la experiencia de formar educadores de matemáticas a nivel de pregrado y posgrado. Presentaré retos de la educación, particularmente de la educación matemática y luego haré una integración de lo teórico y lo práctico en la sistematización del desarrollo de un seminario con estudiantes de maestría. Compongo para esta conversación una visión de la educación como fenómeno complejo, luego presento una visión interdisciplinar del azar como escenario para el fomento y potencialidad del pensamiento aleatorio, en procesos de formación profesional. Finalmente propongo la *creatividad en interdependencia con el azar* como un aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas, y en este contexto, integro la recursividad como un elemento interdependiente y autogenerativo de dinámicas necesarias para la transformación del aprendizaje en el aula.

Palabras claves. Formación de educadores, creatividad, interdisciplinariedad, azar

9. Presentación.

Quiero compartir a la Comunidad Académica de la Universidad de Nariño y a sus invitados al XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística, una reflexión pedagógica derivada de la experiencia elaborada en un escenario de formación de maestros a nivel posgradual. La experiencia integra aspectos teóricos relacionados con la formación de los docentes y otros, asociados al aprendizaje y estudio del azar, con finalidades de transformación en el aula.

Aspectos para la problematización

- ¿Permite la formación de educadores la constitución de comunidades aprendientes?
- ¿Son La creatividad y la recursividad aspectos de consideración en la formación de educadores?
- ¿Cómo potenciar el pensamiento aleatorio en el aula?

10. Desarrollo de la temática.

La complejidad y la formación de maestros

La educación en el marco de la globalización – localización requiere como bien lo menciona Denise Najmanovich (s.f.) de otras estéticas para su comprensión, pero de manera urgente, de la configuración de nuevas morfogénesis. Con lo anterior, no es mi pretensión desvirtuar lo existente en el campo de la educación en tanto a problemáticas asociadas a las ciencias sociales, por el contrario, es mi intención llamar la atención sobre otros elementos posibles y, por lo tanto, susceptibles de ser creados, generados, elaborados para la renovación y transformación de la

formación de los educadores en relación con la constitución del conocimiento matemático y con la generación de estrategias para acercar a otros, a algunos aprendizajes desde este referente de pensamiento.

El fenómeno del azar: Una visión interdisciplinar

Si pregunto a un colectivo o a una persona, de manera desprevenida ¿Qué es el azar?, son varios los aspectos a considerar en dichas respuestas. El azar como fenómeno de estudio y escenario para el fomento del pensamiento aleatorio en la educación básica, media y profesional, trae consigo diversas perspectivas que ameritan ser reflexionadas en consonancia con lo que se ha investigado y con la práctica del educador. A la vez, el azar puede ser estimado en sus múltiples acepciones como contexto de estudio interdisciplinar que amplía la visión del pensamiento aleatorio y lo pone en juego con otras aristas del conocimiento científico, filosófico y matemático.

La creatividad como aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas

Aspecto que considero en vínculo con la noción de orden que propone Bohm y Peat (1987:122) al reconocer lo fundamental de la misma, y su trascendencia, en los cambios radicales que de esta derivan. El orden, anclado a la educación como elemento generador de cambio, y de manera particular en la formación de los educadores, puede acarrear crisis en las estructuras, las ideas y las prácticas. Por ende, se asume, este orden desde su dimensión temporal, pero de igual manera se reconoce "... que no existe un orden único que cubra la totalidad de la experiencia humana, y, a medida que los contextos cambian, los órdenes deber ser constantemente creados y modificados"

Pondré a consideración del público, ideas de varios autores, que fundamentan la conexión entre la noción de orden vinculado a la creatividad como elemento disruptivo, y la formación de educadores de matemáticas:

- **Creatividad como proceso de aprendizaje:** Al respecto, Assmann (2004:21) señala, que es el aprendizaje un proceso creativo que se autoorganiza (orden generativo). Y en dicho, proceso, la sensibilidad, el goce, la comunicación, la expresión, la solidaridad y el cuerpo son manifestaciones vivas de la presencia humana y biológica de la vida, pero a la vez, constituyentes esenciales para el sostenimiento y reproductibilidad de los sistemas vivos.
- **Creatividad como proyecto:** Otra comprensión, es ampliada por Marina (1993) en su capítulo dedicado al estudio y desarrollo de la inteligencia creadora donde el autor, le pone otro matiz a la creatividad, y al acto creativo en sí. Con este autor, se trasciende de la realidad vital y biológica (antes mencionada) a encarnar una vida mental e intrínseca en la persona. Así, la creatividad se bosqueja como la capacidad mental para establecer asociaciones, conexiones, relaciones, mínimo entre dos elementos. Es la creatividad entonces, el acto generativo de nuevas relaciones entre las ideas y los objetos.

La creatividad también, puede ser entendida como un proyecto, con una meta a donde arribar. En el camino a dicha meta, está el vacío o el camino no transitado. Dicho recorrido es susceptible de ser generado por diversas vías (acto creador). En este transcurrir que está marcado por el azar y la incertidumbre es el creador un guía, que se impone un ritmo de avance, marcado por su carácter y convicción (motivo, atractor, móvil). Esa actitud de ejercitación del guía le será útil en la medida que se dinamice a sí mismo, y tal vez se interrogue:

¿Qué es crear? – Es el acto de materialización de una idea, corresponde a una transición de la idea envuelta en el plano mental a su representación física.

¿Qué incentiva el acto creativo? – Ausencia de soluciones a problemas emergentes

¿Implica la creatividad la expansión del deseo? – Es el deseo el móvil que se opone a la inhibición. El deseo moviliza la idea a la expresión. El deseo incuba la idea, le da forma, la trae a la vida física.

¿Es la creación una experiencia estética? - En este sentido es la estética un soporte de la comprensión de la experiencia de goce que produce el acto creativo. Lo expresa mejor Cerdas (2006: 16) “La estética es un acto volitivo de creatividad de la vida, un acto cognitivo que aporta complejidad, y con ello fertilidad a la existencia”

Entonces, el acto creativo alberga sensaciones de goce, disfrute y sentimientos que constituyen

- **Orden y creatividad:** Es otra la postura que propone Bohm y Peat (1987:255) en el estudio de la creatividad. Al respecto se entiende el acto creador como un potencial humano por explorar. Dicho potencial habita las dimensiones de las personas y su espacio mental como escenario prolifero para la creación. La relación orden y creatividad se encuentran, cuando las estructuras sociales y de los contextos cercanos a la persona imponen o regulan el acto creativo mediante formas previamente establecidas. Los autores dejan suponer, que la creatividad implica un orden sin orden, es decir, no jerarquías o estructuras previstas que condicionen externamente el proceder de la persona. El acto creativo integra movimientos internos de sensación, sentimiento, expresión y libertad.

Así, la creatividad en su potencial no explorado, implica escenarios limpios de estímulos que condicionen el proceder de la persona y por el contrario, se desplaza hacia la búsqueda de adecuaciones necesarias para otorgar al acto creativo un lienzo llamado vida para pintar en él lo que se siente, experimenta y aprende. A diferencia de la postura de Marina, los autores Bohm y Peat, excluyen la meta como elemento integrador de la creatividad, pues entienden, que es este un condicionamiento que niega el potencial humano y por ende le conduce a un estado de insatisfacción y aburrimiento.

II. Conclusiones.

La formación de educadores de matemáticas puede asumir como soporte el aspecto de la creatividad, siendo este un factor que determine la integración curricular, el fomento de la investigación y el aprendizaje.

Sigue siendo una necesidad expresa en política educativa el fortalecimiento tanto de la formación de los educadores y con ello, del favorecimiento de escenarios para el aprendizaje en conexión con la vida y las problemáticas de la sociedad.

Resignificar la labor del educador de matemáticas es una tarea diaria de los programas de formación. Lo anterior implica dialogo e interrogación de la realidad (en todas sus dimensiones); fomento del aprendizaje en los educadores y a sus vez, en sus contextos particulares; la constitución de objetos de estudio en el aula de matemáticas construidos desde la cultura y la vida diaria; tal vez la solidaridad y la constitución de las comunidades aprendientes nos vislumbren otros panoramas de ruptura disciplinar y nos pongan en sintonía con formas holísticas de integrar y comprender el conocimiento matemático.

12. Referencias bibliográficas.

- Assmann, H. (2002). Placer y ternura en la educación. Madrid: Narcea.
- Najmanovich, D. (2008). Mirar con nuevos ojos. Biblos Sin Fronteras.
- Najmanovich, P. S. (25 de 03 de 2018). Obtenido de <http://convivir-comprendertransformar.com/wp-content/uploads/2014/09/Clase-1-para-imprimir.pdf>
- Peat, D. B. (1987). Ciencia, orden y creatividad. Barcelona: Kairós.
- Wagensberg, J. (1987). Ideas sobre la complejidad del mundo. Barcelona: Fabula Tusquets.
- Wagensberg, J. (2004). La rebelión de las formas. Tusquets: Barcelona.
- Wagensberg, J. (2007). El gozo intelectual. Tusquets: Barcelona.

¿Es la creatividad al educador de matemáticas, como el azar a la vida misma?

Sandra Peña Alonso, sandrapena@ustadistancia.edu.co, Universidad Santo Tomás.

Resumen. Comparto en este comunicado una reflexión que he venido elaborando desde la experiencia de formar educadores de matemáticas a nivel de pregrado y posgrado. Presentaré retos de la educación, particularmente de la educación matemática y luego haré una integración de lo teórico y lo práctico en la sistematización del desarrollo de un seminario con estudiantes de maestría. Compongo para esta conversación una visión de la educación como fenómeno complejo, luego presento una visión interdisciplinar del azar como escenario para el fomento y potencialidad del pensamiento aleatorio, en procesos de formación profesional. Finalmente propongo la *creatividad en interdependencia con el azar* como un aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas, y en este contexto, integro la recursividad como un elemento interdependiente y autogenerativo de dinámicas necesarias para la transformación del aprendizaje en el aula.

Palabras claves. Formación de educadores, creatividad, interdisciplinariedad, azar

13. Presentación.

Quiero compartir a la Comunidad Académica de la Universidad de Nariño y a sus invitados al XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística, una reflexión pedagógica derivada de la experiencia elaborada en un escenario de formación de maestros a nivel posgradual. La experiencia integra aspectos teóricos relacionados con la formación de los docentes y otros, asociados al aprendizaje y estudio del azar, con finalidades de transformación en el aula.

Aspectos para la problematización

- ¿Permite la formación de educadores la constitución de comunidades aprendientes?
- ¿Son La creatividad y la recursividad aspectos de consideración en la formación de educadores?
- ¿Cómo potenciar el pensamiento aleatorio en el aula?

14. Desarrollo de la temática.

La complejidad y la formación de maestros

La educación en el marco de la globalización – localización requiere como bien lo menciona Denise Najmanovich (s.f.) de otras estéticas para su comprensión, pero de manera urgente, de la configuración de nuevas morfogénesis. Con lo anterior, no es mi pretensión desvirtuar lo existente en el campo de la educación en tanto a problemáticas asociadas a las ciencias sociales, por el contrario, es mi intención llamar la atención sobre otros elementos posibles y, por lo tanto, susceptibles de ser creados, generados, elaborados para la renovación y transformación de la

formación de los educadores en relación con la constitución del conocimiento matemático y con la generación de estrategias para acercar a otros, a algunos aprendizajes desde este referente de pensamiento.

El fenómeno del azar: Una visión interdisciplinar

Si pregunto a un colectivo o a una persona, de manera desprevenida ¿Qué es el azar?, son varios los aspectos a considerar en dichas respuestas. El azar como fenómeno de estudio y escenario para el fomento del pensamiento aleatorio en la educación básica, media y profesional, trae consigo diversas perspectivas que ameritan ser reflexionadas en consonancia con lo que se ha investigado y con la práctica del educador. A la vez, el azar puede ser estimado en sus múltiples acepciones como contexto de estudio interdisciplinar que amplía la visión del pensamiento aleatorio y lo pone en juego con otras aristas del conocimiento científico, filosófico y matemático.

La creatividad como aspecto esencial en la formación de maestros de matemáticas

Aspecto que considero en vínculo con la noción de orden que propone Bohm y Peat (1987:122) al reconocer lo fundamental de la misma, y su trascendencia, en los cambios radicales que de esta derivan. El orden, anclado a la educación como elemento generador de cambio, y de manera particular en la formación de los educadores, puede acarrear crisis en las estructuras, las ideas y las prácticas. Por ende, se asume, este orden desde su dimensión temporal, pero de igual manera se reconoce "... que no existe un orden único que cubra la totalidad de la experiencia humana, y, a medida que los contextos cambian, los órdenes deber ser constantemente creados y modificados"

Pondré a consideración del público, ideas de varios autores, que fundamentan la conexión entre la noción de orden vinculado a la creatividad como elemento disruptivo, y la formación de educadores de matemáticas:

- **Creatividad como proceso de aprendizaje:** Al respecto, Assmann (2004:21) señala, que es el aprendizaje un proceso creativo que se autoorganiza (orden generativo). Y en dicho, proceso, la sensibilidad, el goce, la comunicación, la expresión, la solidaridad y el cuerpo son manifestaciones vivas de la presencia humana y biológica de la vida, pero a la vez, constituyentes esenciales para el sostenimiento y reproductibilidad de los sistemas vivos.
- **Creatividad como proyecto:** Otra comprensión, es ampliada por Marina (1993) en su capítulo dedicado al estudio y desarrollo de la inteligencia creadora donde el autor, le pone otro matiz a la creatividad, y al acto creativo en sí. Con este autor, se trasciende de la realidad vital y biológica (antes mencionada) a encarnar una vida mental e intrínseca en la persona. Así, la creatividad se bosqueja como la capacidad mental para establecer asociaciones, conexiones, relaciones, mínimo entre dos elementos. Es la creatividad entonces, el acto generativo de nuevas relaciones entre las ideas y los objetos.

La creatividad también, puede ser entendida como un proyecto, con una meta a donde arribar. En el camino a dicha meta, está el vacío o el camino no transitado. Dicho recorrido es susceptible de ser generado por diversas vías (acto creador). En este transcurrir que está marcado por el azar y la incertidumbre es el creador un guía, que se impone un ritmo de avance, marcado por su carácter y convicción (motivo, atractor, móvil). Esa actitud de ejercitación del guía le será útil en la medida que se dinamice a sí mismo, y tal vez se interroge:

¿Qué es crear? – Es el acto de materialización de una idea, corresponde a una transición de la idea envuelta en el plano mental a su representación física.

¿Qué incentiva el acto creativo? – Ausencia de soluciones a problemas emergentes

¿Implica la creatividad la expansión del deseo? – Es el deseo el móvil que se opone a la inhibición. El deseo moviliza la idea a la expresión. El deseo incuba la idea, le da forma, la trae a la vida física.

¿Es la creación una experiencia estética? - En este sentido es la estética un soporte de la comprensión de la experiencia de goce que produce el acto creativo. Lo expresa mejor Cerdas (2006: 16) “La estética es un acto volitivo de creatividad de la vida, un acto cognitivo que aporta complejidad, y con ello fertilidad a la existencia”

Entonces, el acto creativo alberga sensaciones de goce, disfrute y sentimientos que constituyen

- **Orden y creatividad:** Es otra la postura que propone Bohm y Peat (1987:255) en el estudio de la creatividad. Al respecto se entiende el acto creador como un potencial humano por explorar. Dicho potencial habita las dimensiones de las personas y su espacio mental como escenario prolifero para la creación. La relación orden y creatividad se encuentran, cuando las estructuras sociales y de los contextos cercanos a la persona imponen o regulan el acto creativo mediante formas previamente establecidas. Los autores dejan suponer, que la creatividad implica un orden sin orden, es decir, no jerarquías o estructuras previstas que condicionen externamente el proceder de la persona. El acto creativo integra movimientos internos de sensación, sentimiento, expresión y libertad.

Así, la creatividad en su potencial no explorado, implica escenarios limpios de estímulos que condicionen el proceder de la persona y por el contrario, se desplaza hacia la búsqueda de adecuaciones necesarias para otorgar al acto creativo un lienzo llamado vida para pintar en él lo que se siente, experimenta y aprende. A diferencia de la postura de Marina, los autores Bohm y Peat, excluyen la meta como elemento integrador de la creatividad, pues entienden, que es este un condicionamiento que niega el potencial humano y por ende le conduce a un estado de insatisfacción y aburrimiento.

15. Conclusiones.

La formación de educadores de matemáticas puede asumir como soporte el aspecto de la creatividad, siendo este un factor que determine la integración curricular, el fomento de la investigación y el aprendizaje.

Sigue siendo una necesidad expresa en política educativa el fortalecimiento tanto de la formación de los educadores y con ello, del favorecimiento de escenarios para el aprendizaje en conexión con la vida y las problemáticas de la sociedad.

Resignificar la labor del educador de matemáticas es una tarea diaria de los programas de formación. Lo anterior implica dialogo e interrogación de la realidad (en todas sus dimensiones); fomento del aprendizaje en los educadores y a sus vez, en sus contextos particulares; la constitución de objetos de estudio en el aula de matemáticas construidos desde la cultura y la vida diaria; tal vez la solidaridad y la constitución de las comunidades aprendientes nos vislumbren otros panoramas de ruptura disciplinar y nos pongan en sintonía con formas holísticas de integrar y comprender el conocimiento matemático.

16. Referencias bibliográficas.

- Assmann, H. (2002). Placer y ternura en la educación. Madrid: Narcea.
- Najmanovich, D. (2008). Mirar con nuevos ojos. Biblos Sin Fronteras.
- Najmanovich, P. S. (25 de 03 de 2018). Obtenido de <http://convivir-comprendertransformar.com/wp-content/uploads/2014/09/Clase-1-para-imprimir.pdf>
- Peat, D. B. (1987). Ciencia, orden y creatividad. Barcelona: Kairós.
- Wagensberg, J. (1987). Ideas sobre la complejidad del mundo. Barcelona: Fabula Tusquets.
- Wagensberg, J. (2004). La rebelión de las formas. Tusquets: Barcelona.
- Wagensberg, J. (2007). El gozo intelectual. Tusquets: Barcelona.