



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MÉXICO**



FACULTAD DE ECONOMÍA

***“EL TAMAÑO ÓPTIMO DEL GOBIERNO. LA CURVA DE ARMEY: UN
ANÁLISIS EMPÍRICO DEL CASO MEXICANO”***

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN ECONOMÍA

PRESENTA:

UZIEL OSVALDO BARRIOS GONZÁLEZ

ASESOR:

M. EN E. RICARDO RODRÍGUEZ MARCIAL

REVISORES:

M. EN E. JUVENAL ROJAS MERCED

M. EN E. JUAN JOSÉ LECHUGA ARIZMENDI

TOLUCA, ESTADO DE MÉXICO

ABRIL 2018

*Este trabajo va dedicado a aquellas personas que jamás dudaron en apoyarme,
para aquellos quienes ven en mis todas las herramientas
para hacer posible lo imposible.*

*Agradezco infinitamente a mi madre, a mi hermano...
quienes me alientan, me impulsan y me motivan a superar todos los límites día con día,
y quienes, a pesar de toda adversidad, siempre estarán allí para apoyarme e
inspirarme. ¡Los quiero!*

*Al maestro Ricardo Rodríguez Marcial
por sus inconmensurables enseñanzas y consejos. Jamás tendré palabras que
expliquen mi eterno agradecimiento por su amistad y confianza.*

*A mis amigos, cuasi-colegas, maestros y compañeros que dentro de estos cinco
grandes años de la licenciatura, formaron parte de mi vida académica y personal.*

Contenido

Resumen.....	8
Abstract	8
Introducción.....	9
I. Marco Teórico	14
Corrientes económicas.....	14
La curva de BARS.....	16
La curva de Barro.....	17
La curva de Arme y	21
La curva de Rahn.....	23
La curva de Scully.....	24
La curva de Laffer	27
Marco Referencial	31
II. Metodología, datos, instrumentos y análisis de modelos	43
Metodología y datos	43
El producto potencial.....	45
El vector de variables exógenas	51
El gasto público y el crecimiento económico.....	67
El modelo VECM.....	72
III. El cálculo del tamaño óptimo del gobierno	76
Estimación del modelo	76
La evaluación del modelo.....	77
Análisis de resultados	81
Resultados del modelo.....	85
Estimación del VECM.....	91

Interpretación del modelo.....	97
Modelo VEC con Vector de variables exógenas	98
Principales Resultados.....	107
IV. Conclusiones.....	110
Bibliografía	115
Anexos	I
ANEXO 1: Resultado de la estimación de los modelos de la curva de Armey. Variable dependiente: crecimiento económico	I
ANEXO 2: Evaluación del número de ecuaciones cointegrantes para el modelo VEC V	
ANEXO 3: Modelo de Vectores de Corrección de Error (Modelo 2.1.X)	VII
ANEXO 4: Test de Causalidad de Granger (VECM)	XIII
ANEXO 5: Análisis de Modelos VEC con variables exógenas	XV

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representación gráfica de la curva de BARS	16
Figura 2: Representación gráfica de la curva de Barro	20
Figura 3: Representación gráfica de la curva de Armey.....	22
Figura 4: Representación Gráfica de la Curva de Rahn.....	24
Figura 5: La Curva de Scully. Datos para Estados Unidos 1950-1995.....	27
Figura 6: Representación gráfica de la curva de Laffer.....	29
Figura 7: Crecimiento económico y tamaño de gobierno Francia 1930-2009 (promedio de 10 años)	33
Figura 8: Producto potencial México (filtro HP y BK).....	47
Figura 9: Crecimiento medio y el producto potencial para el periodo 1993Q1-2016Q3 .	49
Figura 10: Casos teóricos de la Curva de Armey en México.....	51
Figura 11: El tamaño del gobierno y el crecimiento económico en México	68
Figura 12: Relación entre el Tamaño de Gobierno y el Crecimiento Económico	71
Figura 13: Relación entre el Tamaño de Gobierno y el Crecimiento Económico (media quinquenal).....	72
Figura 14: Representación del Modelo 1.7 y 1.9.....	89
Figura 15: Proceso de elaboración de un VECM	91
Figura 16: Comportamiento de las variables de Gasto Público y PIB	105
Figura 17: Comparación con otros estudios sobre el Tamaño del Gobierno en otras economías.....	108

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1: Modelos implementados por Facchini y Melki (2011) para el desarrollo de la curva de Armey	32
Cuadro 2: Tamaño óptimo de la tasa impositiva en países seleccionados de la OCDE (1994).....	35
Cuadro 3: Resultados de las regresiones entre el gasto de gobierno dividido en grupos y el crecimiento económico 1991-2003.....	42
Cuadro 4: Comportamiento de las variables del vector de variables exógenas	55

Cuadro 5: Análisis de estadística descriptiva de las variables en niveles y primeras diferencias.....	61
Cuadro 6: Estadística Descriptiva del Tamaño del Gobierno y el Crecimiento Económico	70
Cuadro 7: Resultados de la estimación de los modelos.....	86
Cuadro 8: Resultados de estimaciones. Modelos seleccionados.....	87
Cuadro 9: Análisis del orden de integración entre las series.....	92
Cuadro 10: Selección de rezagos del modelo VEC.....	94
Cuadro 11: Proceso de elección del número de ecuaciones de cointegración	95
Cuadro 12: Función Impulso-Respuesta	98
Cuadro 13: Análisis del orden de integración entre las series exógenas	99
Cuadro 14: Selección de rezagos del modelo VEC con variables exógenas	100
Cuadro 15: Grado de exogeneidad de las variables en el VECM	101
Cuadro 16: Proceso de elección del número de ecuaciones de cointegración II	103

RESUMEN

La función del gobierno dentro del sistema económico ha sido siempre sujeto de debate dentro la teoría económica. Existen quienes proponen una muy baja intervención gubernamental en pro del libre mercado, por otra parte, existen aquellos que proponen una participación gubernamental más activa, con la finalidad de corregir las llamadas fallas del mercado. En dicho sentido, los autores Barro, Armey, Rahn y Scully proponen encontrar el punto óptimo de intervención gubernamental -medida a través del gasto público-, con una relación en forma de u-invertida entre las variables de gasto y crecimiento económico. Es objetivo del presente trabajo, plantear dicho modelo, conocido como la curva de BARS, para la economía mexicana, con la finalidad de encontrar, a través de dichas metodologías, el nivel de gasto público a ejercer que maximice las tasas de crecimiento económico. Se demuestra, con base en los resultados obtenidos, como la política fiscal implementada actualmente, no es aquella que maximiza el crecimiento económico.

Palabras claves: Política fiscal, Curva de Armey, Curva de BARS, Modelo VEC

ABSTRACT

The government's function within economic system, has always been subject to discuss to the economic theory. There are who promote a less government intervention on economics to boost the free-market, in the other hand, there are who indicate an active government participation in benefit to correct the market fails. In that sense, authors like Barro, Armey, Rahn and Scully promote to find the optimal government point -measure through public expenditure- within a u-inverse relationship between public expenditure and economic growth. The aim of this paper is, pose that model, known as the BARS curve for the Mexican economy, to find the optimal level of government linked to maximum rates of economic growth. Further, is presented, how the actual fiscal policy is not the correct to raise the economic growth, thus, is inefficient to enhance the Mexican development.

Keywords: Fiscal Policy, Armey curve, BARS curve, VECM

INTRODUCCIÓN

Existen diversas investigaciones que intentan dar respuesta a la cuestión de cuál es el papel del gobierno dentro de la economía. Sobresalen en las diversas corrientes económicas distintas explicaciones respecto al rol que juega el gobierno en el sistema económico. León (2001, p.47) expresa lo siguiente: “la presencia del gobierno implica costos y beneficios y si los individuos lo aceptan es porque el beneficio es mayor que el costo”. En términos económicos y retomando la racionalidad económica de los individuos, implica que el ser humano siempre tratará de incrementar su nivel máximo de bienestar; sin embargo, en el transcurso de ese proceso -maximizar su utilidad- puede toparse con otro individuo que interfiera con el propósito del primero y generar conflictos; por lo que debe nacer un ente político encargado de fijar las *reglas del juego* con que los agentes económicos participarán.

Partiendo de dichos supuestos, es clara la justificación de la existencia de un gobierno como ente regulador, sin embargo, se procede a realizar la siguiente pregunta, ¿en cuánto debe participar el gobierno en la economía? ¿Debe tener un comportamiento liberal? ¿Debe de intervenir en la producción de bienes y servicios? ¿Qué dicen las teorías económicas respecto a su participación en la economía?

Retomando el entorno económico de una sociedad, donde los individuos toman decisiones económicas (maximizadores de utilidad), estos exigirán que el gobierno tome un papel que precisamente les ayude a lograr sus objetivos. Es aquí, donde nacen las Teorías del Bienestar, las cuales principalmente indican que el bienestar social se logra mediante el cumplimiento de dos objetivos de política económica: la eficiencia y la equidad distributiva (León, 2001). Duarte y Elías (2007) respaldan lo anterior, al indicar que, a pesar de que el bienestar es un concepto relativo, es verdad que las políticas encaminadas a disminuir la desigualdad social y a distribuir los recursos están en orden con el bienestar. Este tipo de políticas deben estar perfectamente estudiadas, debido a que explican que una política *X* favorecería a cierto grupo de individuos y pudiera perjudicar a otro.

A partir de dichas observaciones, se alzan diversas corrientes económicas que tratan de dar un papel al gobierno dentro de la economía. Algunas proponen que el mercado sea

quien se autorregule y, por lo tanto, la participación gubernamental únicamente deprimirá la actividad económica. Por el contrario, existen otras corrientes económicas que consideran al sistema capitalista un modelo frágil y de desequilibrios, por lo que el gobierno debiera intervenir en la estructura económica con el fin de evitar en la mayor medida la presencia de desequilibrios que puedan generar periodos de coyuntura.

El debate anterior generó que surgieran autores como Barro (1989), Armey (1995), Rahn (1996), y Scully (1998), quienes señalan la existencia de una relación de u-invertida entre el tamaño de gobierno y el crecimiento económico, nombrada posteriormente como la curva de BARS. Los autores explican que el gobierno es estrictamente necesario dentro de un sistema económico, por lo cual debe intervenir en el mismo, no obstante, este debe tener claras restricciones puesto que, de expandirse demasiado, pudiese desplazar la actividad económica privada y desalentar el crecimiento económico.

Facchini y Melki (2011), debaten la importancia del tamaño del gobierno en la economía y explican que, de existir nula participación gubernamental en el sistema económico (denominado como sistema de anarquía), se da pauta a caer en las llamadas fallas del mercado. Por ende, el gobierno debe de participar dentro del sistema económico ejerciendo recursos públicos, y así, el gasto público corrige de las denominadas fallas de mercado, impulsando así el crecimiento económico, mismo que indirectamente se traduce en un mejor nivel de vida para los habitantes de la región. No obstante, si se incrementase en mayor cuantía el poder económico del gobierno, los beneficios ofrecidos pueden desvirtuarse incurriendo en fallas del Estado deprimiendo el bienestar económico.

Es por ello, que el presente documento, asume como objetivo demostrar la existencia de la curva de BARS para el caso mexicano en la versión en que Armey (1995) intenta explicar esta relación no lineal entre el tamaño del gobierno y el bienestar económico de la población. Además, al encontrar la existencia de esta relación en forma de u-inversa, es posible encontrar el punto óptimo donde el gasto público maximiza el nivel económico del país. Con lo anterior, quedará empíricamente evaluado que, la política fiscal que tome el gobierno mexicano, en este caso el nivel de gasto público tiene impactos positivos en el crecimiento económico nacional.

Diversos autores han tratado de demostrar la existencia de la curva de BARS. Pevcin (2004) por ejemplo, realizó una investigación midiendo el tamaño de gobierno de los países de la Unión Europea¹ para el periodo 1950-1996, encontró que efectivamente existe una relación no lineal entre las variables de estudio implementadas: i) tamaño de gobierno: medido como el porcentaje del Producto Interno Bruto (PIB) correspondiente al gasto público, y; ii) crecimiento económico. El autor explica que, en 1996, en promedio, la proporción del gasto público con relación al PIB fue de 52.02%, esto a causa del incremento de la participación del Estado después de la Segunda Guerra Mundial y la búsqueda del estado de bienestar, sin embargo, él anticipa que este nivel no es estable y lo contempla demasiado elevado, lo cual deprime el crecimiento económico más que alentarlo. Menciona entre sus principales conclusiones que, entre los 12 países europeos considerados en su estudio, debe existir en promedio una reducción del 18.85% (en términos de la proporción $\frac{Gasto}{PIB}$). Lo anterior se interpreta como sigue: los gobiernos europeos únicamente debieran gastar el 30% (en promedio) del PIB generado para que el crecimiento económico de largo plazo pueda ser estable y no tienda a deprimirse.

Pinilla, et al., (2013) realiza un análisis similar para el caso de las economías latinoamericanas², y determina que, el gasto de consumo final del Gobierno debe corresponder al 13.80% del PIB, y que el gasto primario del Gobierno Central debiere ascender al 16.05% del PIB. A pesar de que, existe una gran divergencia entre la naturaleza de las economías latinoamericanas y que, es sumamente complicado suponer que existe un nivel óptimo de gasto de gobierno homogéneo para cada tipo de economía, el resultado obtenido por el autor sugiere que, traducido al caso mexicano, para que se maximice el nivel de crecimiento económico, el gobierno debiere restringirse a solo consumir el 13.80% de la producción nacional.

¹ Los países dentro del estudio son: Alemania (República Federal Alemana), Austria, Bélgica, Dinamarca, Francia, Finlandia, Irlanda, Italia, Noruega, Países Bajos, Reino Unido y Suecia (Pevcin, 2004).

² Los países de estudio son Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, Uruguay y Venezuela (Pinilla, et al., 2013).

Actualmente, el gasto de gobierno mexicano³ como porcentaje del PIB, cuenta con una clara tendencia a la baja a partir del primer trimestre de 2009, hasta ubicarse en 13.47% del PIB en el primer trimestre de 2017. Ahora bien, surge la siguiente incógnita, misma que se le busca dar respuesta con la presente aportación, y es: ¿este nivel de 13.47% de gasto público como porcentaje del PIB resulta indicado para optimizar el crecimiento económico del país? De no serlo así, ¿Cuál será el nivel óptimo para la economía nacional? ¿Es estable mantener ese nivel de gasto público? ¿De seguir con la clara tendencia, se fomentará o deprimirá el crecimiento económico? Y, por último, de existir una innovación en el gasto público (tal como lo sería al modificar la política fiscal), ¿cómo se comportaría la producción y en cuánto tiempo tenderá al equilibrio?

Para intentar resolver dichas incógnitas, se propone la construcción de un modelo del tipo:

$$PIB_t = a_0 + a_1G_t - a_2G_t^2$$

para precisamente, obtener una función con forma de parábola inversa que defina estadísticamente que las aportaciones realizadas en la curva de BARS son aplicables para la economía mexicana. Asimismo, se presenta la integración de un modelo de Vectores de Corrección de Error que permita obtener información clara respecto al comportamiento de las variables entre sí, y el tiempo en que un impacto exógeno en una variable genera en el resto, especialmente, en la producción.

Con la mencionada metodología, se espera encontrar que la política fiscal, a través del gasto público, resulta una herramienta eficaz no sólo para elevar las tasas de crecimiento económico del país, sino además de proveer estabilidad a largo plazo; con lo cual, si se desea elevar el nivel de crecimiento económico observado actualmente, el gobierno debe de intervenir con inversiones en infraestructura pública, educación, salud, entre otras, para así elevar el nivel de capital físico, humano y social, y por tanto, el bienestar de la población.

³ El gasto de gobierno, para el propósito de este documento, se estructura como la suma del consumo de gobierno y la formación bruta de capital público.

Como se adelantó previamente, está claro que, a comparación de los países de la Unión Europea, el gasto público mexicano como porcentaje del PIB resulta ser muy pequeño, por lo cual, habría de esperar que si se desea incrementar la actividad económica, o sentar las bases para el dinamismo económico a través del gasto, el gobierno debe hacer uso de una política fiscal expansiva, incrementando el gasto público en aquellos sectores que sean capaces de ofrecer mayor utilidad a la economía y sociedad mexicana. Dicha conclusión es la misma a la que se llega en el presente documento, denotando empíricamente que el nivel de gasto público ejercido actualmente es inferior a aquel que es capaz de elevar el crecimiento económico, puesto que, con base en los modelos presentados, un nivel de gasto público similar al 15.50% del PIB podría elevar el crecimiento a tasas hasta ubicarlas en un rango entre 2.00 y 3.30%

En este sentido, el presente documento contará con la siguiente estructura: en primera instancia, se muestran las bases teóricas de la curva de BARS, esto es, se explica cómo se componen dicha curva según cada uno de sus autores (Barro, Armey, Rahn y Scully) así como de la curva de Laffer, al ser este autor una clara inspiración para Armey; posteriormente, se presenta la metodología que es usada para demostrar la existencia de la curva de Armey para el caso mexicano, es decir, los modelos a estimar y las bases teóricas de los modelos de Vectores de Corrección de Error; a continuación, se exhiben los principales resultados de los modelos, se discuten, se evalúan y se interpretan con la finalidad de ofrecer al lector las condiciones que permitan generar certeza de la correcta estimación de dichos coeficientes. Asimismo, se contrastan con las conclusiones obtenidas por otros autores que elaboraron la curva de BARS para diferentes países, y; por último, se presentan las principales conclusiones a las cuales se llegó con la elaboración de la presente investigación.

I. MARCO TEÓRICO

Corrientes económicas

Es importante resaltar que, dependiendo la corriente económica que lo analice, las explicaciones de la participación del gobierno y del tamaño del gasto público divergirán unas de otras. Principalmente, son tres enfoques que capturan el comportamiento del gobierno en el sistema económico: el keynesianismo, el modelo neoclásico y el neoinstitucional (León, 2001).

El primero de ellos, propuesto por John Maynard Keynes, indica que la economía es inestable y que se encuentra debajo del nivel de pleno empleo por lo que no se cumple la Ley de Say (esto es, toda oferta genera su propia demanda); lo cual lleva a Keynes a mostrar que la demanda agregada no es igual a la producción generada, en otras palabras, la suma de todas las demandas de todos los agentes económicos no es igual a lo producido dentro de una economía. Lo anterior, vuelve propenso al sistema al riesgo e incertidumbre por lo cual, el gobierno debe intervenir activamente promoviendo o disminuyendo la inversión (incrementando la demanda agregada) y/o manipulando las tasas de interés a fin de lograr la estabilidad económica. Bajo el enfoque keynesiano, el gobierno, a través de la política económica (fiscal, monetaria, cambiaria y comercial) debe fomentar la estabilidad macroeconómica.

Como segunda corriente, se encuentra el enfoque neoclásico. Este modelo, a diferencia del concepto keynesiano, explica que la economía tiende a la estabilidad, al equilibrio. Desde esta perspectiva, el mercado logra autorregularse al distribuir los recursos de manera óptima al fomentarse la competencia. En este sentido, el mercado logrará generar transacciones óptimas en el sentido de Pareto, lo cual implica que es imposible que una de las partes logre beneficiarse sin perjudicar a la otra (Bermúdez, 2011). Con base en lo anterior, bajo el enfoque neoclásico, el hecho que el gobierno intervenga en el sistema económico únicamente generará distorsiones en el mercado que culminarán con transacciones no Pareto-eficientes, por lo que la intervención gubernamental debiese ser mínima.

La participación gubernamental bajo este esquema únicamente debe reducirse a la protección de los derechos de propiedad. No obstante, con la creciente participación del enfoque keynesiano en la economía, el enfoque ortodoxo se vio obligado a ampliar sus teorías y reconocer la participación del Estado no solo como protector del derecho intelectual, sino también como proveedor de bienes públicos¹ (Bermúdez, 2011).

Por último, se presentan las bases teóricas de la escuela institucionalista. Bermúdez (2011) explica que este enfoque nace dentro del campo microeconómico buscando subsanar las fallas del mercado². Dicha corriente, describe que no bastan los sistemas de autorregulación del mercado para entablar un nivel de equilibrio, sino que es necesario que surjan una serie de instituciones que se encarguen de la regulación, normatividad y ejecución de reglas económicas para mejorar los niveles de eficiencia (León, 2001).

Los institucionalistas argumentan que se deben crear instituciones, las cuales serán las encargadas de formular y ejecutar leyes y normas, así como proveer de seguridad, justicia y registrar los derechos de propiedad, por lo que es necesaria la estructura gubernamental para regir la economía. Acemoglu y Robinson (2012) explican que, para que una economía sostenga desarrollo de largo plazo, deben existir instituciones políticas y económicas inclusivas, mismas que se encargarán de permitir todo desarrollo tecnológico que permita incrementar los niveles de bienestar en la población a través de la *destrucción creativa*³.

¹ León (2001) plantea que, desde el enfoque neoclásico, se reconoce la existencia de fallas de mercado y la necesidad de proponer una regulación, por lo que el gobierno interviene con la prestación de bienes y servicios públicos. Los bienes públicos son aquellos que poseen dos características fundamentales (Bermúdez, 2011): i) son bienes no rivales, esto es que el consumo del bien no reduce su disponibilidad, y; ii) son bienes no excluyentes, que implica que una vez provisto el bien, todos son susceptibles de consumirlo. Los principales ejemplos de este tipo de bienes son la defensa nacional, la investigación básica, sistema judicial, programas de educación, entre otros.

² Son fallas del mercado, aquellas situaciones en las que el mecanismo de mercado no ofrece resultados eficientes en el sentido de Pareto (Bermúdez, 2011).

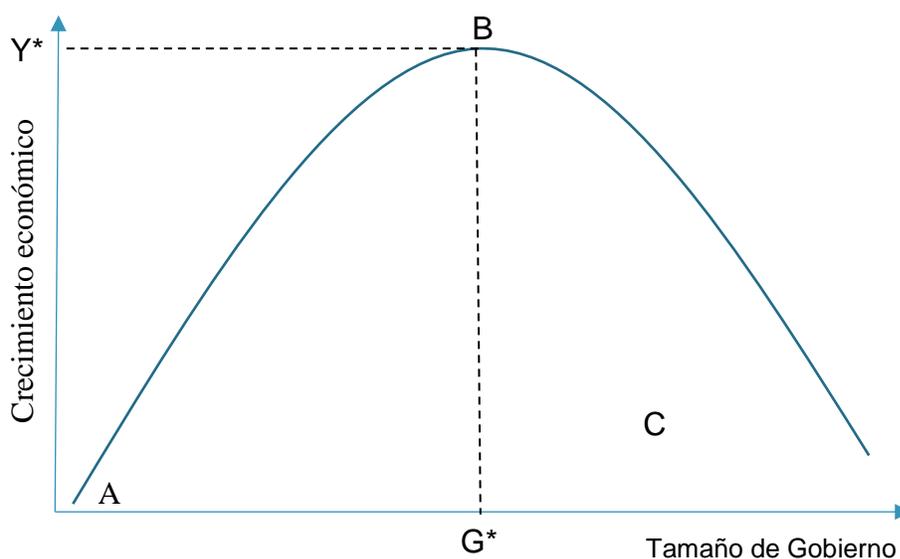
³ Acemoglu y Robinson (2012) destacan a la destrucción creativa como una de las principales fuentes de riqueza (y pobreza) en una nación, esta aparece cuando se genera un nuevo bien, nuevo proceso, nueva tecnología que es capaz tanto de desplazar a las existentes y generar conflictos por la nueva distribución de riqueza y poder en una nación.

La curva de *BARS*

Como parte de la explicación de la intervención del gobierno dentro de la economía, surgen Barro (1989), Armey (1995), Rahn (1996), y Scully (1998) quienes explican que efectivamente, el gobierno debe de intervenir en el sistema económico, sin embargo, se plantean ¿en qué medida debe de participar el estado en el sistema económico?

Dentro de sus estudios, encuentran que existe una relación entre el tamaño del gobierno y el crecimiento económico de una entidad, misma que se encuentra descrita de forma no lineal y de u-invertida tal como se observa en la figura 1.

Figura 1: Representación gráfica de la curva de *BARS*



Elaboración propia

Se observa la relación entre el tamaño del gobierno y el crecimiento económico en su forma general según estos autores, a esta forma se le denomina *la Curva de BARS* (por las siglas de los cuatro autores principales). En ella, puede asociarse que en caso de no existir un gobierno que participe en la economía, el crecimiento económico será dado en el punto A, también denominado como *punto de anarquía*. Facchini y Melki (2011) explican que, en el mencionado punto de anarquía, la intervención gubernamental es nula en el sistema económico y éste se rige al 100% por los mecanismos “autorreguladores” del mercado. En este punto, se propician las bases para la existencia de fallas del mercado, tales como externalidades, generación de monopolios naturales y la asimetría

de la información, por lo que, como se comentó anteriormente, se generan estados en puntos no Pareto-eficientes.

Por lo anterior, los autores proponen que el gobierno intervenga en el sistema económico, cuya función principal será la de corrector de las fallas del mercado. Una vez que el gobierno participe en la economía, se corregirán en cierta medida las fallas del mercado y el sistema económico irá mejorándose hasta el punto B, conocido como el nivel óptimo del tamaño de gobierno.

Dicho punto claramente indica una activa participación del Estado en la economía, con resultados económicos superiores al punto A. Armey (1995) sustenta lo anterior al indicar que un incremento de gasto público impulsará el crecimiento económico hasta un punto (el punto B), donde, de seguir ejerciendo recursos públicos (es decir, ubicarse dentro de la zona C), se suscitará un efecto desplazamiento, donde la actividad económica privada no encuentre incentivos a invertir -a causa del elevado gasto público- y por ende, se deprima la actividad económica.

La representación gráfica general, así como su concepto de la curva de BARS son sumamente sencillos, por lo que el objetivo de la política fiscal de los países será encontrar el punto G^* , que invariablemente será el nivel que maximiza el crecimiento económico hasta ubicarlo en Y^* . Ya que, si se estableciere el nivel de participación del gasto público en uno diferente al de equilibrio, supondrá la pérdida de una posible expansión económica -puesto que cualquier otro punto inferior al G^* , implica menor crecimiento económico del que puede alcanzarse- o la sobrecarga del gobierno en la economía -si este se encontrase en la zona C.

Para ello (encontrar el punto óptimo del gobierno) cada uno de los autores que integran la curva de BARS desarrolla sus propias metodologías a partir de distintos modelos económicos que, buscan explicar esta particular relación.

LA CURVA DE BARRO

En el trabajo de Barro (1989) titulado: *A cross – country study of growth, saving a government*, en uno de sus apartados busca estudiar el impacto que tienen las políticas gubernamentales sobre el crecimiento económico de

largo plazo y el ahorro. De esta manera, Barro elaboró un modelo donde a través de la tasa impositiva y el gasto en bienes públicos, se explique su impacto en el crecimiento económico.

Primero, supone que el gasto público en bienes y servicios públicos tienen un impacto a la producción y a la utilidad de los consumidores, ésta supone que sigue la siguiente función:

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}, \sigma > 0 \quad 1.1)$$

Donde la utilidad (u) de los agentes económicos está en función de su consumo (c). En dicha ecuación, cuando $\sigma = 1$ corresponderá a la función logarítmica de la utilidad⁴.

Posteriormente, establece la ecuación 1.2, donde denota una función de producción tipo Cobb-Douglas:

$$y = Ak^{1-\alpha}g^\alpha \quad 1.2)$$

$$0 < \alpha < 1$$

Donde y indica la producción per cápita, k el capital per cápita (este incluye el capital físico y humano) y g las compras de gobierno per cápita. Barro supone que la población es igual a la fuerza laboral y además se mantiene constante. Asimismo, se asume que el gobierno únicamente dispone de la función de comprar sólo bienes finales al sector privado. De igual manera, por la naturaleza de la función de producción neoclásica, se rescata que el gobierno tiene una participación positiva en el sistema económico, puesto que la inversión en infraestructura por parte del gobierno favorece a la actividad económica incrementando el producto marginal del capital.

Continuando con el modelo, Barro rescata la ecuación de presupuesto balanceado, esto es, que los ingresos públicos son iguales al gasto público. Queda implícito que Barro supone que los gobiernos se encuentran en equilibrio fiscal.

⁴ Cuando se tenga el caso donde $U_\lambda(w) = \frac{w^\lambda - 1}{\lambda}$; $\lambda = 0$, entonces se seguirá el siguiente procedimiento (Norstad, 2011): $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{w^\lambda - 1}{\lambda} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{e^{\log(w)\lambda} - 1}{\lambda} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{d/d\lambda (e^{\log(w)\lambda} - 1)}{d/d\lambda (\lambda)} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\log(w)e^{\log(w)\lambda}}{1} = \log(w)$

$$g = ry = rAk^{1-\alpha}g^\alpha, 0 < a < 1 \quad 1.3.0)$$

Donde r es la tasa impositiva. Posteriormente, al sustituir la ecuación 1.3.0 en 1.2, y obteniendo la función de producción marginal del capital f_k se obtiene:

$$f_k = (1 - \alpha) * A^{\frac{1}{1-\alpha}} * r^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad 1.3.1)$$

Por último, al considerar la función de consumo (ecuación 1.2), y el principio de maximización de la utilidad de los agentes económicos, se obtiene la siguiente tasa de crecimiento:

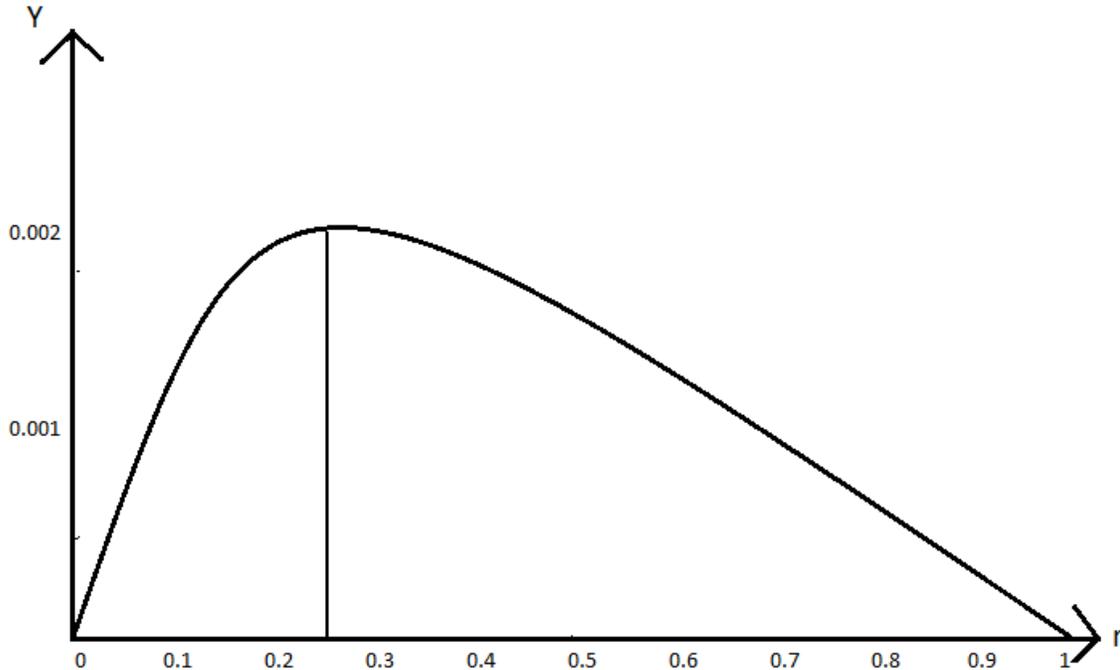
$$\gamma = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{(1 - \alpha)A^{\frac{1}{1-\alpha}} * (1 - r) * r^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - p}{\sigma} \quad 1.4.0)$$

$$\gamma = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{(1 - r)f_k}{\sigma} \quad 1.4.1)$$

Donde γ es la tasa de crecimiento económico y $\frac{\dot{c}}{c}$ la tasa de crecimiento del consumo. En este modelo, Barro explica que, f_k indica la tasa de retorno de la inversión (y del ahorro). Además, se parte de los supuestos donde se indica que los coeficientes A, a, p, σ toman valores positivos y son constantes por lo que al final, la utilidad de los agentes, y por tanto el crecimiento económico, se encuentran en función de la tasa impositiva gubernamental (figura 2).

Es con la ecuación número 1.4.0, con la que se puede graficar la curva de Barro, en ella, establece que el gasto en infraestructura por parte del gobierno, en sus inicios es bueno para el crecimiento económico y la inversión privada (cosa que no sucedería de existir un punto de anarquía). Sin embargo, conforme se expande el gobierno, la inversión pública tiende incrementarse hasta un punto donde llega a ser perjudicial, esto debido a que el incremento de gasto público supone un incremento de tasas impositivas que, son perjudiciales para el consumo e inversión privada.

Figura 2: Representación gráfica de la curva de Barro



Fuente: Barro (1989)

En la figura 2 es posible observar la gráfica de la ecuación 1.4.0. Para poder realizarla, Barro tomó los valores siguientes $\sigma = 1, a = 0.25, A^{1-a} = 0.113$. Dichos valores son aquellos que maximizan el valor de γ , el cual llega a 0.002 con una tasa impositiva $r = 0.25$.

Barro (1989) hace importantes conclusiones respecto del modelo. La primera es que, para maximizar la utilidad, la condición que debe cumplirse es $a = r$. Esto implica que $f_k = 1$, siendo dicha condición aquella que maximiza la utilidad de los agentes económicos, y con ello, maximiza el crecimiento económico. Además, explica que cuando la condición $\frac{g}{y} \neq a$, entonces la economía atravesará una situación donde el nivel de gasto público no es el óptimo. Por último, también concluye que, si bien es cierto que algunos gastos de gobierno tales como la inversión en infraestructura, transporte, comunicaciones, seguridad sobre la propiedad privada, entre otros, funcionan como impulsores de la inversión privada y por tanto, fomenta el crecimiento económico, también existen acciones de política fiscal que pudieran deprimir los derechos de propiedad y con ello, disminuir la inversión privada, tales como las regulaciones económicas, expropiaciones, recolección y alza de impuestos, y acciones militares.

LA CURVA DE ARMEY

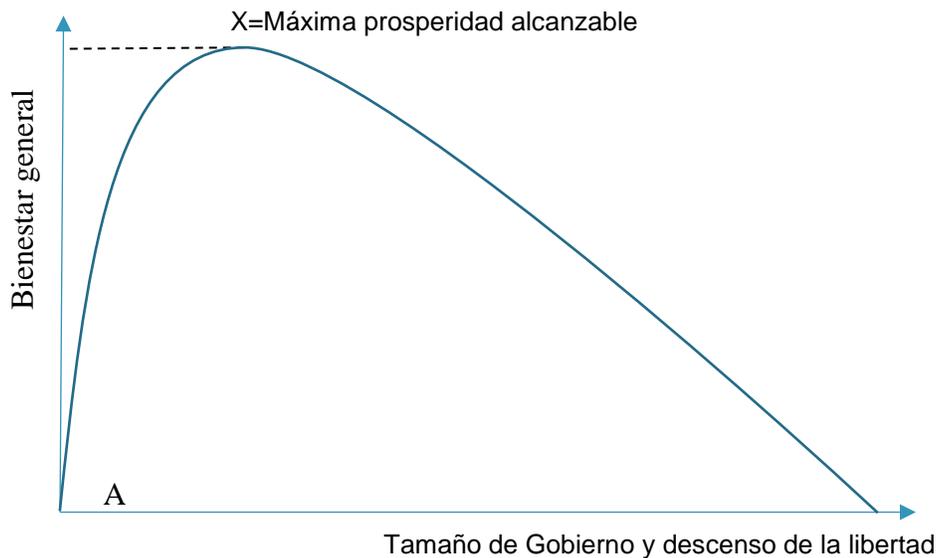
Richard D. Armeý (1995), siendo representante de la mayoría republicana en Estados Unidos en 1994, realizó una extensa crítica al entonces tamaño exagerado del gobierno. En su obra titulada *The Freedom Revolution*, Armeý critica el elevado tamaño del gobierno norteamericano, indicando que, la economía pudiera desempeñarse de una mejor manera si el tamaño del gobierno se redujera a la mitad del existente.

Es decir, Armeý considera que, dentro de la curva de BARS (figura 1), la economía estadounidense transitaba en la zona C -donde las tasas impositivas son demasiado altas y deprimen el crecimiento económico y el bienestar de la sociedad-.

Armeý relaciona las siguientes dos variables (véase la figura 3): i) crecimiento de gobierno y el descenso de la libertad, ubicado en el eje de las abscisas (Armeý considera que, cuando el gobierno decide expandirse, una de las consecuencias directas es que los agentes económicos pierden la libertad de elección de consumo, producción, etc.), y; ii) el bienestar general, mismo que se ubica en el eje de las ordenadas.

Armeý explica que, el Estado será capaz de incrementar el gasto público (reducir la libertad de los habitantes) en función del nivel de inversión, ahorro, entre otras variables. Reconoce que, sin intervención gubernamental, simplemente no existe la prosperidad, puesto que la sociedad entraría en un estado de anarquía el cual carece de un sistema de justicia, seguridad interna, seguridad internacional, entre otras. Mientras que, en el caso extremo en que el gobierno tome el completo control de la economía, tampoco habrá prosperidad en la nación, pues no existirá incentivo alguno para trabajar y conseguir sus “propios” bienes, a causa de que toda ganancia será acaparada por el Estado y redistribuido de la manera en que este decida, sin importar el esfuerzo o innovación de los trabajadores, emprendedores, etc.

Figura 3: Representación gráfica de la curva de Armeý



Fuente: Armeý (1995)

Deja indicado que, conforme el gobierno comience a generar bienes públicos, el gasto ejercido será en beneficio de la sociedad, hasta el punto X , donde de seguir incrementando el gasto público, únicamente generará un detrimento en el bienestar de la población. Armeý reconoce que, en 1994, el gobierno controlaba más del punto X en la economía estadounidense, lo que ofrecía niveles de crecimiento de 2.5% anual, siendo que, cuando el gobierno intervenía menos dentro del sistema económico (manifiesta como referencia el periodo posterior a la Segunda Guerra Mundial), la economía tenía un crecimiento sostenido de 3.2%.

El autor manifiesta que el gobierno llegó a controlar más allá del punto X debido a la *Great Society Illution*, donde el gobierno decidía intervenir en la economía con la finalidad de “arreglar” algunas fallas observadas. Estas “correcciones” generaron aún más desigualdades económicas para que posteriormente se diseñaran todavía más programas para erradicar esas nuevas desigualdades volviéndose así, un círculo vicioso en la economía del país norteamericano.

Fue así, como la principal propuesta de los liberales fue la reducción de la intervención gubernamental estadounidense.

Ante las posibles respuestas gubernamentales, mismas que argumentaban que la expansión gubernamental fomenta el empleo al abrirse nuevas plazas, Armeý también declara que el empleo generado por el gobierno es un empleo desperdiciado, debido a que dichas personas pudieran laborar en empresas que generen producción y no en el sector gubernamental donde -a creencia de Armeý- no aportan a la prosperidad de la economía nacional.

LA CURVA DE RAHN

Con la creciente preocupación del incremento de la participación gubernamental en la economía (nuevamente medido como el gasto público ejercido como porcentaje del PIB), Richard Rahn realizó una investigación en 1996⁵ para indagar el tamaño óptimo del gobierno de Estados Unidos. (figura 4)

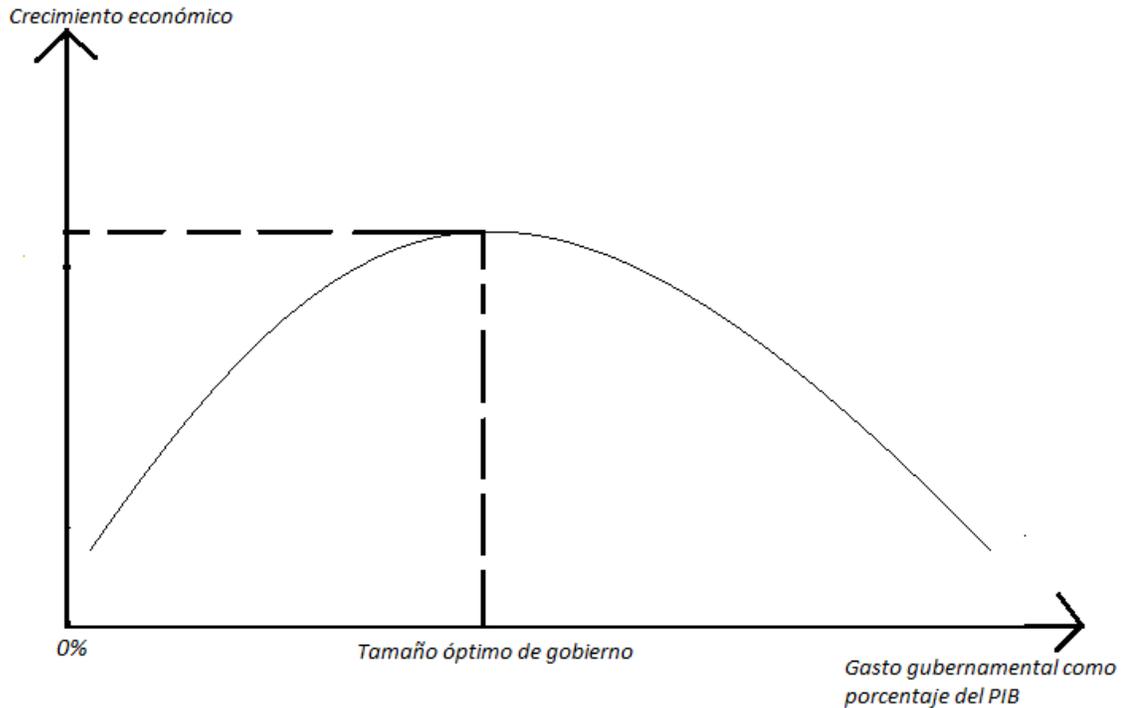
Detectó que la participación del gobierno estadounidense en la economía es demasiado elevada, por lo que, en vez de que fomentar el crecimiento económico, lo impide.

Explica que, la mayoría del gasto público federal está injustificado, resaltando a los programas de seguridad social *Medicaid* y *Medicare*⁶, mismos que a su consideración, debieran ser administrados por los privados y no por el Estado (Larson, 2007). Estos programas, junto con los departamentos de Energía, Educación, Comercio, entre otros, hacen que la economía del país se vuelva menos competitiva (en comparación a la Unión Europea) debido al alto nivel impositivo que se necesita para sostener esos programas improductivos.

⁵ Para el análisis y estudio de la curva de Rahn, se hizo uso del documento *The Economic Case for Limited Government* de Larson (2007).

⁶ Son programas de Seguridad Social creados por parte de la *Great Society* con el propósito de eliminar los niveles de pobreza: *Medicare* es un programa encargado de ofrecer seguridad social a adultos mayores de 65 años, personas con discapacidades, enfermedades, etc., mientras *Medicaid* es un programa implementado para apoyar a las personas con escasos recursos y que más lo necesiten (Armeý, 1995).

Figura 4: Representación Gráfica de la Curva de Rahn



Fuente: Larson (2007)

Destaca que el nivel óptimo del gobierno para Estados Unidos debe ubicarse entre el 15 y 25% del PIB. Sin embargo, el gobierno norteamericano superó dicho límite por lo que los niveles de crecimiento observados no fueron los óptimos para el país.

Asimismo, rescata que ese exceso de gasto público no solo es generado por una incorrecta política fiscal, sino que también es consecuencia de la mala política laboral, monetaria, y regulatoria. Indica que, estableciendo un límite al gasto gubernamental, es posible generar desarrollo, libertad económica y prosperidad (Larson, 2007).

LA CURVA DE SCULLY

De manera similar a Barro (1989), Scully (1998) presenta un modelo en su artículo *Measuring the Burden of High Taxes*, mismo donde busca explicar cuál es el nivel óptimo de impuestos que el Estado debe recaudar para no inferir negativamente dentro del sistema económico.

Al igual que los anteriores, Scully está completamente de acuerdo que la economía necesita de la intervención gubernamental y, por ende, de la imposición de una tasa impositiva para inducir un incremento a la productividad (a través del gasto público).

Menciona que, gracias a los impuestos el gobierno puede realizar el ejercicio de compras de bienes y servicios públicos (tales como infraestructura, defensa nacional, sistema legal, educación, etc.), e interferir en la redistribución del ingreso; esto permite que el gobierno tenga la capacidad de ejercer la política económica con tres posibles resultados en la economía: i) que la economía tenga un incremento de la productividad y por ende, de la producción total; ii) que la economía sufra una reducción por la mala redistribución de los ingresos, o; iii) que la economía se mantenga sin cambios y no sufra perturbaciones con la introducción de un nuevo programa gubernamental.

Scully reconoce la existencia de un punto óptimo de recolección de impuestos y que, Estados Unidos no se encuentra dentro de ese punto, esto es, la política fiscal implementada en el periodo de estudio (1950-1995) no ha sido aquella que ofrezca los niveles de crecimiento más elevados.

Scully argumenta que, si la tasa impositiva es más elevada de la óptima en una economía, pueden surgir los siguientes hechos económicos: i) principalmente la gente buscará trabajar menos horas y no será tan eficiente en dicho trabajo; ii) los trabajadores buscarán motivos para eludir los impuestos que deban pagarse al Estado, disminuyendo la captación de recursos por parte del gobierno, y; iii) la redistribución del ingreso inhibirá la innovación y la inversión privadas, mismas que en su conjunto únicamente dan paso a la disminución en el crecimiento económico.

El autor critica ampliamente que, si bien en el pasado, los gobiernos tenían la “responsabilidad” de ejercer inversiones, gasto y programas que llevaran a la población a un estado de bienestar, en la actualidad, el gobierno se ha preocupado más por redistribuir el ingreso. El problema radica que, el gobierno recibe impuestos de la población perteneciente a la clase media para otorgar subsidios, transferencias y programas a distintos beneficiarios de la misma clase media, siendo que, para Scully la distribución debiere ser de la clase alta a la clase baja. De la manera en que actualmente

el gobierno distribuye los impuestos, únicamente genera una disminución del crecimiento económico por medio de la generación de los hechos previamente explicados.

Uno de los objetivos de su trabajo fue, encontrar lo que llama *costo marginal de tributación*, mismo que hace referencia a la cantidad de producto que jamás fue producido por cada dólar que fue recogido por el gobierno. Asimismo, se plantea encontrar la *utilidad marginal de tributación*, que, al contrario del costo marginal tributario, este indicará la cantidad de producción generada por cada dólar recibido como impuesto.

Para ello, se desarrolla un modelo partiendo de la función de producción *Cobb – Douglas* de la siguiente manera:

$$Y_t = a(G_{t-1})^b[(1 - \tau)Y_{t-1}]^{1-b} \quad 1.5.0)$$

$$Y_t = a(\tau Y_{t-1})^b[(1 - \tau)Y_{t-1}]^c \quad 1.5.1)$$

Donde Y_t representa la producción nacional (PIB) en el tiempo t , τ es la tasa impositiva y G_t es el gasto público ejercido en el tiempo t . Scully parte del supuesto que existe un equilibrio presupuestario $G = \tau Y$ (ecuación 1.5.0 misma que para simplicidad también se sustituye $c = 1 - b$), además, se resalta que el valor del coeficiente $1 - \tau$ indica la participación privada en el mercado.

Obteniendo la Condición de Primer Orden y la Condición de Segundo Orden para optimizar la función, se encuentra que el nivel óptimo donde τ maximiza a Y es:

$$\tau^* = \frac{b}{b + c} = \frac{b}{b + (1 - b)} = b \quad 1.5.2)$$

Ahora bien, obteniendo la tasa de crecimiento a partir de la ecuación 1.5.1 se tiene lo siguiente:

$$\frac{Y_t}{Y_{t-1}} = 1 + g = a(\tau)^b[(1 - \tau)]^{1-b} \quad 1.5.3)$$

Y obteniendo la Condición de Primer Orden, el resultado que ofrece Scully es el siguiente:

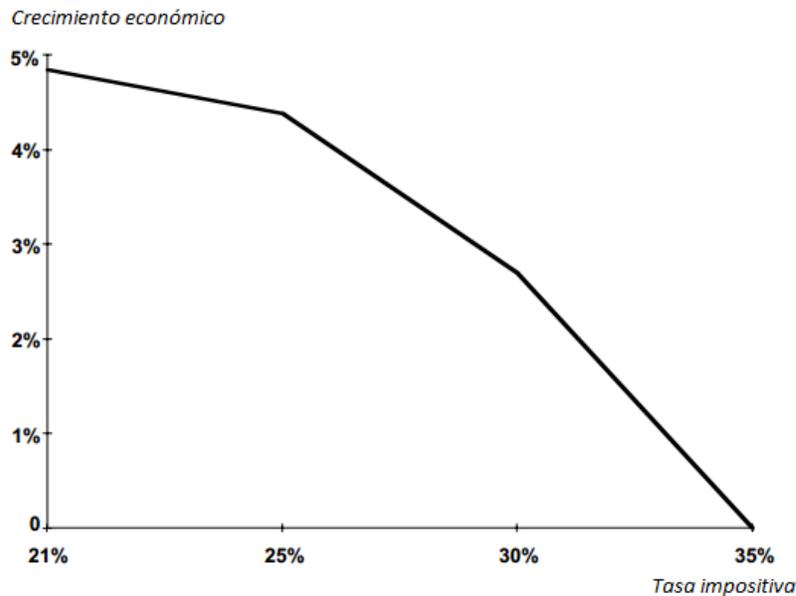
$$\frac{dg}{d\tau} = a\tau^{b-1}(1 - \tau)^{-b}(b - \tau) \quad 1.5.4)$$

La explicación de tal resultado es la siguiente, como los primeros tres términos son estrictamente positivos $a\tau^{b-1}(1-\tau)^{-b} > 0$, la CPO se reduce a la siguiente expresión:

$$\frac{dg}{d\tau} = A(b - \tau) \quad 1.5.5)$$

Donde A, es precisamente el coeficiente $a\tau^{b-1}(1-\tau)^{-b}$. De esta manera, queda demostrado que el nivel óptimo de la tasa impositiva es b . Si la tasa impositiva es superior a b , entonces habrá una disminución en el crecimiento económico por cada dólar extra recaudado; al contrario, si la tasa impositiva fuese inferior a b , entonces habrá un incremento en el crecimiento económico por cada dólar extra recaudado.

Figura 5: La Curva de Scully. Datos para Estados Unidos 1950-1995



Fuente: Scully (1995)

Scully encuentra que existe esta relación para el caso de Estados Unidos e indica que, si el gobierno recaudase el 21% del Producto Interno Bruto, ofrecería un nivel de crecimiento económico anual de 4.8% (en comparación al 31.3% de impuesto en 1995 y el crecimiento económico de 3.2%).

LA CURVA DE LAFFER

Los autores de la curva de BARS, proponen la existencia de una relación no lineal y en forma de u-inversa entre el crecimiento económico y el tamaño de gobierno (medido por

la variable de gasto público como porcentaje del Producto Interno Bruto). Sin embargo, Armey (1995) hace énfasis en que este tipo de estudios fueron impulsados principalmente con la creación de la curva de Laffer.

Laffer en su estudio *Government, Exactions and Revenue Deficiencies* de 1981, explica que existe una relación entre la tasa impositiva y la actividad económica; además, existe una relación entre la tasa de recaudación y el nivel de ingresos obtenidos. Laffer comienza indicando que, las personas no trabajan para pagar impuestos, por lo que un incremento en la tasa impositiva desmotivará el desarrollo económico y el ingreso percibido por concepto de ingresos caerá. Asimismo, una reducción en el nivel de impuestos mejorará la actividad económica, impulsando la producción y el empleo, ampliando la base impositiva.

Rescata principalmente dos respuestas al aumento en la tasa de impuestos: i) si se eleva la tasa impositiva, este impuesto se trasladará al valor del producto final, por lo que el nivel de producción caerá y el desempleo se elevará (efecto escala), y; ii) al elevar la tasa impositiva se observará un efecto sustitución, donde, un incremento en la tasa impositiva a un factor de producción (capital y trabajo), generará mayor demanda del bien que no ha sufrido un incremento, esto es, si se eleva el impuesto a pagar por el factor trabajo, las empresas optaran por sustituir a los trabajadores por capital.

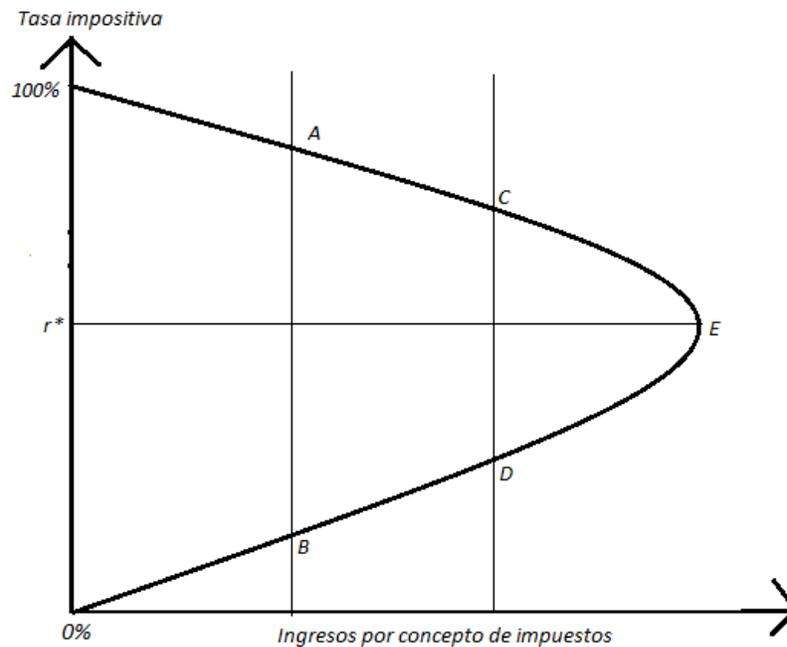
Un incremento en la tasa impositiva al trabajo generará (Laffer, 1989):

- Efecto aritmético: Mayor ingreso percibido por parte del Estado debido a que los trabajadores pagarán más impuestos;
- Efecto retroalimentación directa: Menos trabajadores serán contratados generando menores ingresos;
- Efecto retroalimentación indirecta: Menor capital será adquirido, de igual manera generará menores ingresos.

Estos tres efectos, generan diversas consecuencias en el ingreso público, uno lo incrementa y los otros dos lo reducen. Laffer indica que sólo bajo ciertas condiciones el efecto aritmético será superior a la suma de los dos efectos retroalimentación, generando un nivel inferior de ingresos a causa del incremento en la tasa impositiva.

Además, se contempla que cuando se suscita un incremento en la tasa impositiva, mayor será la población que tienda a evitar o evadir el pago de impuestos, algo que sin duda también tiene un impacto en el ingreso público. De esa manera, se desarrolla la curva de Laffer la cual tiene la siguiente forma Yolis (2013):

Figura 6: Representación gráfica de la curva de Laffer



Fuente: Yolis (2013)

En la figura 6, se observa la relación que tiene los ingresos por concepto de impuestos y la tasa impositiva. La interpretación de aquella figura es la siguiente: i) cuando la tasa impositiva es del 100%, no existen incentivos para la población de trabajar y/o preferirá laborar de manera informal para que el ingreso proveniente de su trabajo no sea retenido por el gobierno, por lo que los ingresos por concepto de impuestos es 0, si la tasa impositiva disminuyera (al punto A), comenzaría a existir incentivos para laborar formalmente puesto que no todo el ingreso será destinado para el pago de impuestos; ii) cuando la tasa impositiva es 0%, indica que todo el ingreso percibido por los ciudadanos será para ellos mismos, en esta situación, nuevamente el gobierno no recibiría ningún tipo de ingreso; iii) el trayecto AC es aquel donde la tasa impositiva es demasiado elevada, por lo que de incrementarse, la única consecuencia será que se deprima aún más el ingreso público (los efectos retroalimentación son superiores al efecto aritmético); iv) el

trayecto BD indica que la tasa impositiva es baja, por lo cual existe la oportunidad de elevar la tasa impositiva y a la vez generar mayores ingresos (el efecto aritmético es superior a los efectos retroalimentación), y por último; v) el punto E indica el nivel óptimo de la tasa impositiva, donde de tomar un nivel diferente a esta, se deprimirán los ingresos percibidos⁷.

El punto E, además de maximizar los ingresos por concepto de impuestos, también es el punto donde se maximiza la producción del país. Niveles ubicados por debajo o encima de la tasa óptima, ocasionarán tanto un menor nivel de ingresos para el gobierno como un menor nivel de productividad en la economía.

Es así, como Laffer comienza a sentar las bases respecto a la construcción de una curva que explique la relación entre la tasa impositiva y la productividad/ingresos públicos que posteriormente, Armey (1995) retomaría para la construcción de la curva de Armey explicando la relación Gasto Público-Crecimiento económico y, en conjunto a Barro, Rahn y Scully, integrar la curva de BARS.

⁷ A pesar de la aparente simetría observada en la curva de Laffer, no debe interpretarse que $r^* = 50\%$, el valor de la tasa impositiva variará en función de la productividad de la economía y en los tres tipos de efecto que pueden suscitarse con el incremento de la tasa impositiva.

Marco Referencial

El tema respecto a la importancia del tamaño del gasto público no ha sido ajeno a los estudios económicos, puesto que, retomando la línea de la curva de BARS, existe una línea de autores que buscan dar con el punto G^* que maximice el nivel de crecimiento económico en sus economías.

Un ejemplo es el modelo desarrollado por Facchini y Melki (2011), quienes buscaron el nivel óptimo del tamaño de gobierno para el caso de la economía francesa. Elaboraron un modelo que explica la relación entre el gasto público y el crecimiento económico en forma cuadrática de la siguiente manera:

$$GDP_{Francia,t} = \beta_0 + \beta_1 GTAM_{t-i} + \beta_2 GTAM_{t-i}^2 + \varepsilon_t; i = 0,1,2 \dots t; \beta_2 \leq 0 \quad 1.6)$$

Donde $GDP_{Francia,t}$ es el PIB de Francia del año t , $GTAM_{t-i}$ es la variable independiente y se obtiene a partir de la razón $\frac{Gasto}{PIB}$ ⁸ para el año $t - i$. Por último, la variable $GTAM_{t-i}^2$ es el cuadrado de la anterior variable y existe para dar forma cuadrática a la expresión, la única restricción a la ecuación es que, para que exista un punto máximo, el coeficiente de esta variable debe tener signo negativo.

Sus conclusiones fueron claras al encontrar que el nivel de tamaño de gobierno que maximiza el crecimiento económico era de alrededor del 30% del PIB. Con lo anterior se demostró que el gasto de gobierno francés está sobrepasando sus niveles óptimos para el crecimiento económico. De esta manera, el nivel óptimo del tamaño de gobierno estará dado por la expresión siguiente:

$$GTAM_{t-1}^* = \frac{\beta_1}{2\beta_2} \quad 1.6.1)$$

A partir de dicha ecuación, Facchini y Melki (2011) desarrollaron una serie de modelos para la economía francesa entre los años 1896-2008⁹, mismos que se ilustran en el cuadro 1.

⁸ El gasto público comprende el gasto ejercido por el Estado central, local y por el concepto de seguridad social.

⁹ Los autores excluyen únicamente los años de entre las guerras mundiales, donde la información de las variables es inexistente.

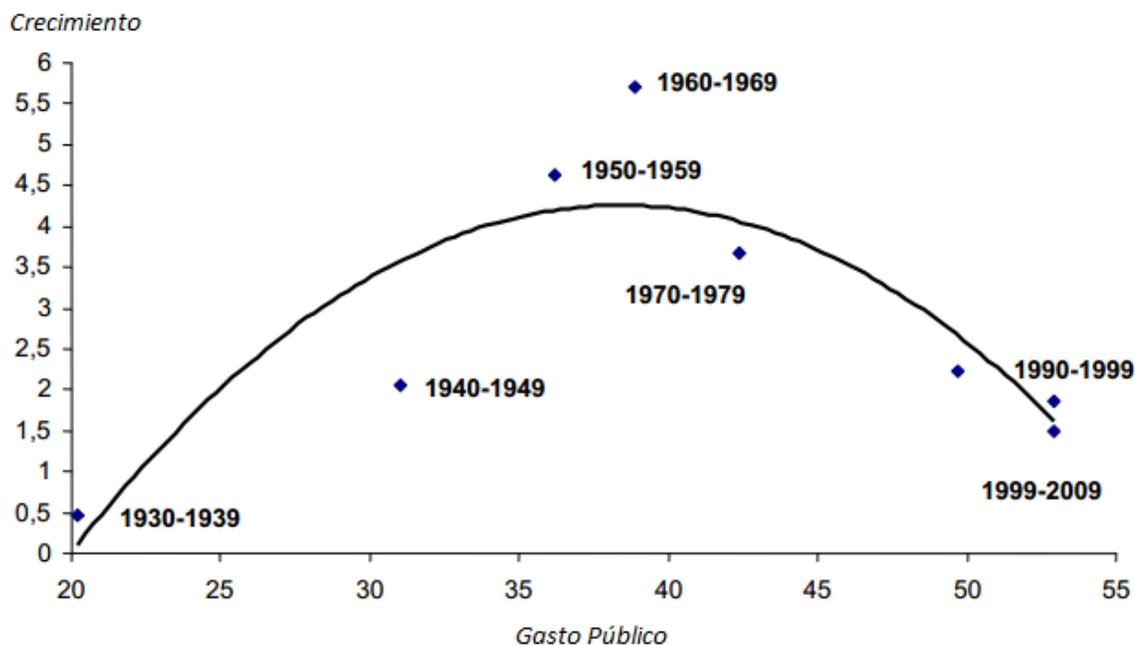
Cuadro 1: Modelos implementados por Facchini y Melki (2011) para el desarrollo de la curva de Armey

M.	Variable dependiente	Variables independientes
1	$\Delta(\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{Francia}}))$	$C, \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1}), \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1})^2, \Delta\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{UE}}), \Delta\text{Ln}(\text{OPEN})$
2	$\Delta(\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{Francia}}))$	$C, \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1}), \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1})^2, \Delta\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{UE}}), \Delta\text{Ln}(\text{OPEN}), \Delta\text{Ln}(\text{Empleo})$
3	$\Delta(\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{Francia}}))$	$C, \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1}), \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1})^2, \Delta\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{UE}}), \Delta\text{Ln}(\text{OPEN}), \Delta\text{Ln}(\text{Empleo}), \Delta(\text{Ln}(\text{IMP}_{t-1}))$
4	$\Delta(\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{Francia}}))$	$C, \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1}), \text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1})^2, \Delta\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{UE}}), \Delta\text{Ln}(\text{OPEN}), \Delta\text{Ln}(\text{Empleo}), \Delta(\text{Ln}(\text{IMP}_{t-1})), \Delta(\text{Ln}(\text{POB}))$

Dónde: C : Constante; $\text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1})$: Logaritmo natural del tamaño del gasto público en función del PIB del periodo $t - 1$; $\text{Ln}(\text{GTAM}_{t-1})^2$: Logaritmo natural del tamaño del gasto público en función del PIB del periodo $t - 1$ elevado al cuadrado; $\Delta\text{Ln}(\text{GDP}_{\text{UE}})$: Incremento en el logaritmo natural del PIB anual de los países miembros de la Unión Europea, puede interpretarse como el incremento porcentual del PIB de la UE; $\Delta\text{Ln}(\text{OPEN})$: Incremento porcentual en el grado de apertura económica $\frac{X+M}{\text{PIB}}$; $\Delta\text{Ln}(\text{Empleo})$: Incremento porcentual en el número de la población empleada; $\Delta(\text{Ln}(\text{IMP}_{t-1}))$: Incremento porcentual de la tasa impositiva, y; $\Delta(\text{Ln}(\text{POB}))$: Incremento porcentual de la población total.

Al buscar observar la existencia de la curva de BARS de manera gráfica, los autores diseñaron un diagrama de dispersión relacionando las variables de crecimiento económico y gasto público en Francia para el periodo 1930-2009 (figura 7). Podría suponerse que la presencia de la curva de BARS está clara para el caso de la economía francesa, sin embargo, este será contrastado con los resultados obtenidos de la estimación de los modelos planteados anteriormente.

Figura 7: Crecimiento económico y tamaño de gobierno Francia 1930-2009 (promedio de 10 años)



Fuente: Facchini y Melki (2011)

Con base en las estimaciones generadas, los autores observan que el valor que toma β_2 efectivamente es negativo, por lo que la existencia de una relación de u-inversa queda estadísticamente confirmada para la economía francesa.

Al llevar el proceso de maximización, los autores coinciden en que el nivel óptimo del tamaño del gasto público es del 30% del PIB, cifra muy inferior al 55,8% observado en el año 2009. Esto indica que, en la economía francesa, el papel del gobierno para incrementar el crecimiento económico debe girar en torno de la disminución de su participación en la economía. Facchini y Melki (2011) indican que cuando el tamaño del gobierno supera el nivel óptimo que maximiza el crecimiento económico, se suscita el levantamiento de las fallas del Estado y, cuando el nivel de gasto de gobierno está por debajo del óptimo, un incremento fomentará la corrección de las fallas de mercado (Facchini y Melki, 2011), sin embargo como la economía francesa cuenta con un tamaño de gobierno elevado, esto conlleva a que exista un efecto sustitución, donde se generan las siguientes situaciones: i) el elevado nivel de gasto público no solo fomenta la corrección de fallas del mercado sino que además, deprime a la inversión privada puesto que el gobierno busca solucionar todos los problemas percibidos; ii) los emprendedores

son reprimidos, puesto que el Estado no permite que estos observen los problemas que existen a su alrededor y generen innovación para corregirlos, y; iii) con el incremento del gasto, también se incrementan los costos políticos y burocráticos, mismos que sin duda no tienen efecto positivo en la economía nacional y únicamente inhibe a inversionistas, emprendedores y consumidores de tomar decisiones económicamente racionales al no destinar dichos recursos a actividades productivas.

Scully (1998), uno de los pioneros de la curva de BARS, desarrolló un modelo del nivel de la tasa impositiva en relación del Producto Interno Bruto de los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) en 1994. Suponía que los gobiernos, en la búsqueda de llegar al estado de bienestar, incrementaban el nivel del gasto público para ofrecer servicios públicos (como agua potable, programas de salud, investigación científica, etc.), sin embargo, el precio de la obtención de la igualdad distributiva fue la disminución del crecimiento económico y, por ende, el crecimiento del desempleo.

Para demostrar que la tasa impositiva -por consiguiente, el gasto público- se ubicaba por encima del necesario para maximizar el crecimiento económico, Scully desarrolló un modelo basado en las ecuaciones 1.5.0, 1.5.1 y 1.5.2. Los resultados se aprecian en el cuadro 2, donde es posible observar cómo, para maximizar el crecimiento económico, mismo que se traduce como mayor generación de empleos, es necesario que, en promedio, el nivel de la tasa impositiva se reduzca a la mitad.

Si bien Scully rescata que, para el caso de la economía estadounidense, no existe una mayor distancia entre el nivel observado y el óptimo, indica que la tendencia de los gobiernos está en incrementar los niveles de gasto en función del PIB disminuyendo aún más las oportunidades de crecimiento y desarrollo económico.

Cuadro 2: Tamaño óptimo de la tasa impositiva en países seleccionados de la OCDE (1994).

País	Tasa impositiva como porcentaje del PIB	Nivel óptimo de la tasa impositiva
Dinamarca	51.6%	18.5%
Finlandia	47.3%	18.9%
Italia	41.7%	20.8%
Nueva Zelanda	37.0%	19.7%
Suecia	51.0%	16.6%
Reino Unido	34.1%	25.2%
Estados Unidos	27.6%	21.8%
Promedio	41.47%	20.21%

Fuente: Scully (1998)

Tabassum (2015) realiza un análisis para el caso de la economía pakistani. El autor comienza deduciendo que el caso de la curva de Armey (BARS) está presente para la economía de Pakistán. Retoma uno de los modelos de Facchini y Melki (2011) para modelar la relación no lineal entre el gasto público y el crecimiento económico.

De esta manera construye el siguiente modelo cuadrático:

$$GDP_{Pakistán} = \alpha_0 + \alpha_1(\text{tamaño del gobierno}) + \alpha_2 X + \epsilon \quad 1.7)$$

Donde $GDP_{Pakistán}$ es el PIB de Pakistán, la variable de tamaño de gobierno se integra tanto en su versión lineal de gasto público como porcentaje del PIB: $\left(\frac{G}{PIB}\right)$, así como su expresión al cuadrado: $\left(\frac{G}{PIB}\right)^2$; X integra al resto de variables exploratorias que integren un modelo correctamente y ϵ indica el error.

Finalmente integrando todas las variables explicatorias correspondientes y con fundamento en el estudio de Facchini y Melki (2011), el modelo final empleado es el siguiente:

$$GDP_{Pakistán} = \alpha_0 + \alpha_1 G + \alpha_2 G^2 + \alpha_3 I + \alpha_4 Pob + \alpha_5 (AE) + \epsilon \quad 1.7.1$$

Dónde GDP es el PIB, G es la proporción de gasto público como porcentaje del PIB, I es la inversión privada, Pob es la población del país, AE es la apertura económica de la nación y ϵ es el error.

Entre los principales resultados que encontró el autor en el modelo es que, el coeficiente correspondiente al elemento cuadrático toma un signo negativo, por lo que queda demostrada la existencia de la curva de BARS para la economía pakistaní. Al optimizar la ecuación 1.7.1 el autor encuentra que el nivel óptimo de gasto público como porcentaje del Producto Interno Bruto es de 19.3%, una cifra ligeramente inferior al 21.4% observado en 2013.

Se resalta que al igual que pasó con las economías estudiadas por Scully (1998) y por Facchini y Melki (2011), el gobierno está excediendo su gasto deprimiendo al sistema económico, por lo que la recomendación es disminuir su participación dentro de la economía para impulsar el crecimiento a través de la inversión privada, el emprendedurismo y la disminución de impuestos.

De igual manera, Chobanov y Mladenova (2009), se cuestionaron la creciente participación del gasto público -como porcentaje del Producción Interno Bruto- en la economía. Retomando los lineamientos de la curva de BARS, y específicamente aquellos planteados por Scully (1998) deciden construir dos modelos panel para los países pertenecientes a la OCDE. El primero de ellos, fue construido de la misma manera que en la ecuación 1.5.1, relacionando el gasto público con el crecimiento económico sin incluir alguna otra variable explicatoria y con solución observable en la ecuación 1.5.2.

La muestra fue elaborada a partir de 28 países entre el periodo 1970-2007. Los resultados obtenidos por los autores indican que, en los 28 países de la muestra el nivel de gasto público que maximiza el crecimiento económico corresponde al 25% del PIB. Siendo que, en promedio, en los países de la OCDE en 2007 sus gobiernos ejercieron el 40.4%, es muy probable que ese exceso de carga gubernamental funcione como detrimento al crecimiento económico (Chobanov y Mladenova, 2009). Posteriormente, estiman un modelo diferente, esta vez elaborado de forma cuadrática como en la ecuación 1.6. La muestra se incrementa para contener un total de 81 países en el periodo 1961-2005, esta vez relacionando el consumo de gobierno y el crecimiento económico.

Los resultados del modelo rescatan un nivel óptimo de consumo de gobierno igual a 10.8% del PIB. Los autores indican que en países desarrollados, este nivel se supera fuertemente. Países como el Reino Unido (21.98%), Islandia (24.57%), Dinamarca (25.87%) y Bélgica (22.94%) superan en más del doble el nivel óptimo encontrado por el estudio empírico. Por otra parte, países como Indonesia (8.08%), Chile (10.96%) y México (11.55%), siendo países que están en desarrollo se ubican cerca del nivel óptimo del consumo de gobierno¹⁰. Es en este momento donde, entre algunas de sus conclusiones, Chobanov y Mladenova (2009) reconocen que el tamaño de gobierno sólo es una de las variables que explican el crecimiento económico por la parte fiscal, sino que también debe incluirse la calidad del gobierno. Dicha variable, aunque se presenta de carácter cualitativo, según los autores será pieza fundamental para determinar el que llaman “verdadero” tamaño óptimo del gobierno, puesto que con los datos que se presentan, no es posible determinar la calidad del gobierno que tiene en la economía.

Di Liddo, et al. (2015) realizan un trabajo empírico buscando demostrar la existencia de la curva de BARS para la economía italiana. Los autores buscan demostrar, a través de un modelo de datos panel, la relación entre el crecimiento económico y el tamaño de gobierno (medido a través de la expresión $\frac{G}{PIB}$), y el grado de descentralización del gobierno (medido a través de la variable $\frac{G_{Regional}}{G_{Federal}}$).

El periodo de estudio es 1997-2009 con datos de las regiones italianas con periodicidad mensual. Los autores discuten que, realizar un estudio con datos panel ofrecerá más información para obtener el nivel óptimo del tamaño del gobierno. Sin embargo, hacerlo con varios países trae diversas consecuencias, una de ellas es la incorrecta estimación del punto óptimo, esto debido a que, no todas las economías cuentan con la misma estructura por lo que si estos países no son muy homogéneos, no hay razones para suponer que tienen el mismo nivel óptimo que maximice el crecimiento económico. Por lo que al proponer un modelo panel para las regiones de un país (homogéneas), es posible obtener toda la información posible y obtener un dato certero del punto óptimo.

¹⁰ Datos de 2005 (Chobanov y Mladenova, 2009).

De esta manera, se estructura el modelo de la siguiente manera:

$$g_{it} = \alpha + \beta_1 \left(\frac{G}{PIB} \right)_{it} + \beta_2 \left(\frac{G}{PIB} \right)_{it}^2 + \gamma I_{it} + \delta D_{it} + \zeta V_{it} + \eta Trend + \theta C_{it} + \varepsilon_{it} \quad 1.8)$$

Donde g es el crecimiento regional del PIB¹¹, D indica una medida de descentralización - generada a través de la variable $\frac{Gasto_{Regional}}{Gasto_{Federal}}$, C incluye variables de control como variables políticas y económicas, tal como una medida del balance de la Administración Pública ($PA = \frac{Ingresos\ por\ impuestos_i}{Gasto\ local_i}$). Por su parte, el vector I indica todas las variables que ayuden a capturar las relaciones entre el tamaño del gobierno y la estructura de descentralización. A continuación, procedieron a realizar la estimación a través de los Métodos Generalizados de Momentos, ya que a vista de los autores, regresionar gasto público y PIB ocasionará problemas de autocorrelación y heteroscedasticidad.

De esta manera, los modelos estimados por los autores incluyen las siguientes variables.

Variable dependiente: Crecimiento del PIB regional

- Tasa de crecimiento del PIB;
- Tamaño de Gobierno $\left(\frac{G}{PIB} \right)$;
- Tamaño de Gobierno 2 $\left(\frac{G}{PIB} \right)^2$;
- Desbalance Fiscal Vertical $VFI = \frac{Ingresos\ por\ impuestos\ subnacional.}{Gasto\ público\ subnacional}$;
- Desbalance Fiscal Vertical 2 $VFI = \left(\frac{Ingresos\ por\ impuestos\ subnacional.}{Gasto\ público\ subnacional} \right)^2$;
- Grado de descentralización $Dec = \frac{Gasto_{Regional.}}{Gasto_{Federal}}$;
- Grado de descentralización 2 $Dec = \left(\frac{Gasto_{Regional.}}{Gasto_{Federal}} \right)^2$;
- Tamaño de Gobierno ajustado por el Desbalance Fiscal Vertical $\left(\frac{G}{PIB} \right) * VFI$;
- Tamaño de Gobierno ajustado por el grado de descentralización $\left(\frac{G}{PIB} \right) * Dec$;
- Tamaño de Gobierno ajustado por el VFI y el Dec $\left(\frac{G}{PIB} \right) * VFI * Dec$;
- Tamaño de la población;
- Variable dummy: Gobierno de izquierda o derecha;
- Tasa de inflación;
- Grado de apertura económica de cada región $\frac{Exportaciones_i + Importaciones_i}{PIB_i}$;
- Año;

¹¹ Aproximación con la primera diferencia del logaritmo del PIB.

- Año 2 (al cuadrado).

Las conclusiones a las que llega al estimar el modelo es que, al cumplirse la condición que indica que el coeficiente de la variable: $\left(\frac{G}{PIB}\right)^2$, toma un signo negativo, es que la curva de BARS se encuentra presente para el caso de las regiones de la economía italiana.

Contemplado lo anterior, restringe uno de sus modelos para realizar simulaciones y encontrar el tamaño óptimo del gobierno. Para ello sustituye los coeficientes estimados y unicamente contempla las variables de tamaño de gobierno $s = s \in [0,1]$ y el grado de descentralización $d = d \in [0,1]$ tal como se ve en la ecuación 1.8.1.

$$g = 10.251s - 9.835s^2 - 32.244ds + 30.941ds^2 + 10.462d - 3.182d^2 \quad 1.8.1)$$

$$g = 10.251s - 9.835s^2 \quad 1.8.2)$$

Posteriormente, suponiendo que no existe una descentralización, es decir que $d = 0$ (ecuación 1.8.2), entonces el nivel óptimo del gobierno corresponde al nivel del gasto público equivalente al 52.112% del total de lo producido en el cada región italiana. El crecimiento económico asociado a ese tamaño de gobierno y grado de descentralización corresponde a 2.671%

Asimismo, es posible maximizar la función de crecimiento económico en función del grado de descentraización. Cuando el grado de descentralización alcanza el 31.789%, el crecimiento económico esperado para las regiones italianas es de 3.003%, asimismo, el tamaño óptimo del gobierno asciende al 52.22% del Producto Interno Bruto. Se destaca, que niveles que sobrepasen este nivel de descentralización hacen que la curva de BARS desaparezca. Los autores explican que esto ocurre debido a que los economistas que interpretaron la curva de BARS , reposaron sobre sustentos teóricos que hacen presenta cierto grado de centralización del Estado, por lo que suponer un alto nivel de descentralización irá en contra de estos principios.

Pinilla, et al., (2013) se proponen hacer un estudio empírico buscando demostrar la existencia de la Curva de Armeý para el caso de 17 economías latinoamericanas -incluída México- en el periodo 1989-2009. Las variables de estudio empleadas son las siguientes:

i) Como variable dependiente se obtiene el PIB real per cápita; ii) el Gasto en Consumo Final del Gobierno (GCF)¹²; iii) el Gasto Primario del Gobierno Central (GPGC)¹³. Los autores encuentran que, mientras el GCF tiene una tendencia a la baja, el GPGC tiene una tendencia a la alta, por lo que se elaboraron dos modelos para poder identificar el nivel óptimo de estas variables -como porcentaje del PIB- que eleven el crecimiento económico. El modelo estructurado es el siguiente:

$$\ln(PIB_{pk}) = \beta_0 + \beta_1 Akg_{it} + \beta_2 Akg_{2it} + \beta_3 Akg_{3it} + \beta_4 Akg_{4it} + Kc_{it} + Ki_{it} + \varepsilon \quad 1.9.0)$$

$$\ln(PIB_{pk}) = \beta_0 + \beta_1 Bkg_{it} + \beta_2 Bkg_{2it} + \beta_3 Bkg_{3it} + \beta_4 Bkg_{4it} + Kc_{it} + Ki_{it} + \varepsilon \quad 1.9.1)$$

Donde:

- $\ln(PIB_{pk})$: Logaritmo del PIB per cápita;
- $DkgN_{it}$: Gasto de gobierno como porcentaje del PIB elevado a la N potencia.
Si $D = A = \text{GCF}$, $D = B = \text{GPGC}$;
- Kc_{it} : Consumo privado como porcentaje del PIB;
- Ki_{it} : Demanda de inversión como porcentaje del PIB.

Los resultados indican que el modelo cuadrático es el que explica en mejor medida la relación entre el GCF y el PIB, mientras que el modelo de la cuarta potencia explica en mejor medida la relación entre el GPGC y el PIB¹⁴. El resultado, para el GCF es de 13.58% mientras que para el GPGC es de 16.05%. Como se mencionó anteriormente, al revisar las variables económicas se aprecia una tendencia a la baja para el GCF (mismo que pasó de 15.73% del PIB en 1990 al 13.22% del PIB en 2009) (Pinilla, et al., 2013), por lo que esta tendencia a incentivado el crecimiento económico.

¹² El gasto en consumo final del Gobierno está representando por el pago de sueldos y salarios a empleados y el consumo de bienes y servicios. Es la variable más utilizada para contemplar el tamaño del sector público (Pinilla, et al., 2013).

¹³ El gasto primario del gobierno central incluye todas las erogaciones no recuperables del gobierno central (no incluye pago de intereses). El principal problema de esta variable es la creciente descentralización del gobierno, misma que no es contemplada (Pinilla, et al., 2013).

¹⁴ Los modelos seleccionados fueron a través de la bondad de ajuste.

Por otra parte, el GPGC se incrementó de 13.45% del PIB en 1990 al 19.42% del PIB en 2009 (Pinilla, et al., 2013), por lo que dicha medida puede deprimir el crecimiento económico de las economías latinoamericanas.

Mavrov (2007) se plantea encontrar el nivel óptimo del gasto público como porcentaje del PIB que maximiza el crecimiento económico para Bulgaria en el periodo 1990-2004. Reconoce en primera instancia, que los fundamentos de la curva de BARS son correctos, pues ni con pleno control económico por parte del gobierno, ni con la nula intervención gubernamental es posible generar prosperidad para los países.

Por ello, el gobierno debe intervenir con leyes de seguridad y protección de la propiedad privada para impulsar el crecimiento económico en una sociedad (Mavrov, 2007). Propone además, al igual que Di Liddo, et al. (2015), que no existe un nivel óptimo de gobierno general para todas las economías, puesto que las condiciones económicas siempre son diferentes entre unas y otras¹⁵. Entonces, ¿Cuál es el nivel de gasto público que el gobierno debiere ejercer en Bulgaria para que se impulse el crecimiento económico? En relación con los fundamentos de la curva de BARS, supone que la relación entre el tamaño del gasto público (medida como la razón $\frac{Gasto}{PIB}$) no es lineal, por lo que el autor procede a construir una función de forma cuadrática como lo propuso Facchini y Melki (2011) en la ecuación 1.6.

El resultado obtenido es el siguiente: el nivel del gasto público que maximiza el crecimiento económico está entre el 21.4% y el 28% del PIB, cifras muy por debajo del 40.7% observado en 2003. Estas variaciones son ocasionadas a causa de la estructura del modelo (si es que se está integrando o no la constante en él). Además, comenta que, este valor puede tener aún más variaciones debido a que el periodo de estudio es muy corto, puesto que el autor comenta que es recomendable tener una muestra de 70 años para poder hacer observaciones más precisas del modelo.

Posteriormente, desglosa el gasto público dividiéndolo en gasto en Defensa, Educación, Salud, Seguridad Social, Actividades Económicas y Otros Gastos, y realizando el mismo

¹⁵ Algunos factores que inciden en el nivel óptimo del gobierno de cada país son, por ejemplo, el nivel de desarrollo económico, la eficiencia del mercado, la eficiencia del sector público y las preferencias de la población y su administración pública (Mavrov, 2007).

modelo de la ecuación 1.6 para cada una de estas erogaciones. Los resultados de las regresiones elaboradas por el autor se muestran en el cuadro 3.

Cuadro 3: Resultados de las regresiones entre el gasto de gobierno dividido en grupos y el crecimiento económico 1991-2003

Variable	Relación lineal	¿Está presente la curva de Armey?	Valor óptimo
Servicios Públicos Generales	Positiva*		
Educación		Si**	4.6
Servicios de Salud		Si***	4.3
Seguridad Social		Si*	13.6
Actividades Económicas	Positiva**		
Otros gastos	Negativa***		
* significancia a un nivel de 90%; ** significancia a un nivel de 95% *** significancia a un nivel de 99%			

Fuente: Mavrov (2007)

Es posible apreciar que, para los casos donde la curva de Armey (BARS) es válida -esto es, Servicios de Salud, Seguridad Social y Educación- los valores observados en 2003 son muy cercanos a los óptimos por lo que el gobierno debiera prestar atención a la disminución o a la ampliación del gasto público correspondiente a los Servicios Públicos, Actividades Económicas y Otro tipo de Gastos donde la curva de Armey no puede demostrarse y, por ende, no existe un nivel óptimo de gasto.

Una importante observación que hace Mavrov (2007) es que el resultado obtenido del modelo no debe de contemplarse como un valor absoluto y dado, sino que está en función del nivel de desarrollo de una economía, así como de las futuras variaciones en la estructura económica que haga variar el nivel de eficiencia del sector real y/o privado.

II. Metodología, datos, instrumentos y análisis de modelos

En esta sección, se procede a explicar la metodología empleada para la estructuración de un modelo que permita, encontrar la existencia de la curva de BARS para el caso de la economía mexicana.

El periodo de estudio comprende del primer trimestre de 1993 al primer trimestre de 2017, se trabaja con una periodicidad trimestral con lo cual se obtiene un total de 97 observaciones para ser incluidas en el modelo. Como se comentó con anterioridad, se ha planteado la elaboración de un modelo de regresión cuadrática, con la finalidad de obtener una relación entre el PIB y tamaño de gobierno en forma de u-inversa. Además, se plantea un modelo de Vectores de Corrección de Error con el objetivo de estimar en cuánto tiempo, una innovación en el tamaño del gobierno afecta a la variable de producción.

Metodología y datos

Para efecto del presente documento, y tal como Facchini y Melki (2011) proponen, se realiza un modelo cuadrático para el caso de la economía mexicana a fin de validar o no la presencia de la curva de BARS de la siguiente manera:

$$Y_{tM\acute{e}x} = \beta_0 + \beta_1 TAM_t + \beta_2 TAM_{t-i}^2 + \beta_3 \varphi_{t-i} + \varepsilon_t; i = 0,1,2 \dots t$$
$$\beta_1 > 0 \quad \quad \quad 2.0)$$
$$\beta_2 < 0$$

Donde Y_t corresponde al crecimiento del PIB real¹ mexicano en el trimestre t ; TAM_t concierne al tamaño de gobierno en el trimestre t , cuya variable proxy es la razón $\frac{G}{PIB}$; mientras que φ_{t-i} corresponde al vector de variables exógenas que pueden incluirse dentro del modelo a fin de realizar un mejor ajuste y para explicar de mejor manera el crecimiento económico.

¹ Año base en 2008; $y = \frac{PIB_t - PIB_{t-1}}{PIB_{t-1}}$

Entre las variables que serán integradas en el vector φ_{t-i} , se considera a la variable C , representando el consumo realizado por los hogares y que ciertamente influye en gran medida en la demanda agregada; de manera similar, se integra a la variable I representando la inversión privada realizada en el país medida a través de la Formación bruta de capital privada.

Para incluir al sector monetario, se contempla la variable $BASE$, la cual, representa la base monetaria, el Banco de México define como “la suma de billetes y monedas en circulación más el saldo neto acreedor de las cuentas corrientes que el Banco de México lleva a las instituciones de crédito” y, del mismo modo, se incluye al agregado monetario $M1$, cuya definición ofrecida por el banco central mexicano es aquel: “(...) compuesto por los billetes y monedas en poder del público, las cuentas de cheques en poder de residentes del país y los depósitos en cuenta corriente”².

A su vez, se contempla la variable $CETES$, mismo que a través de su tasa de descuento a 28 días, servirá como variable proxy de la tasa de interés nacional.

Para incluir el sector externo, se contempló una serie de variables, tales son el tipo de cambio TC , medido como el tipo de cambio interbancario a la venta en su promedio mensual. Asimismo, se incluyen a las exportaciones totales y a las importaciones (X y M respectivamente). Además, se construye una variable llamada $APER$, misma que hace referencia a la apertura internacional, cuya variable proxy es la suma de las exportaciones e importaciones $X + M$. Por último, se agrega la variable GDP , misma que contiene al Producto Interno Bruto de Estados Unidos.

Para finalizar el vector de variables exógenas, se agrega al Índice Global de Actividad Económica ($IGAE$), pues tal como describe el INEGI, esta variable contempla “evolución del sector real de la economía en el corto plazo”.

Los datos fueron obtenidos del Banco de Información Económica ofrecido por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), a excepción de las variables de formación bruta de capital público y privado que fueron obtenidas del Sistema de Información

² Véase glosario de términos Banxico

Económica de Banco de México, así como la variable del PIB estadounidense que fue obtenida del Buró de Análisis Estadístico de dicho país.

En orden con el modelo teórico de la curva de BARS, se espera que el signo del coeficiente que acompaña a la variable del tamaño del gobierno en su forma lineal sea positivo, indicando que un incremento en el gasto público tiene una reacción positiva dentro del sistema económico. Por el contrario, el coeficiente que acompañe a la variable de tamaño del gobierno en su forma cuadrática deberá contener un signo negativo, indicando precisamente la existencia de una relación u-inversa entre ambas variables y que, teóricamente, al elevar el gasto público más allá de cierto punto, este tiende a disminuir la producción. Una vez obtenidos los signos esperados al estimar el modelo, por medio del proceso de optimización se obtendrá aquel punto del tamaño del gobierno que maximiza el nivel de crecimiento económico de la siguiente forma:

$$TAM_{t-i}^* = \frac{\beta_1}{2\beta_2} \quad 2.1)$$

Debido a la sensibilidad de los datos, se propone la construcción de diversos modelos incluyendo o descartando la inclusión de nuevas variables económicas para que, en conjunto puedan ofrecer más información y poder contrastar los posibles resultados generados al modificar el vector de variables φ_{t-i} .

EL PRODUCTO POTENCIAL

El propósito principal de este documento es encontrar una relación entre el PIB nacional y el gasto público, donde el gasto explique al PIB mexicano en forma de una parábola inversa, misma que representa que, al incrementar el gasto, el PIB irá incrementando hasta llegar a un punto máximo donde, un incremento indiscriminado del gasto significará una disminución del PIB.

Para comprender si el gasto público puede ser capaz de modificar la tendencia de crecimiento económico del país, es necesario estudiar el comportamiento actual del Producto Interno Bruto. Para ello se procede a hacer la estimación del producto potencial para México.

Muchos autores coinciden en que el producto potencial se puede definir como el nivel en que la economía crece de manera estable, esto es, que no existen presiones inflacionarias a raíz del mismo crecimiento (Acevedo, 2009). La importancia del cálculo de la producción potencial recae en permitir a los tomadores de política económica tomar las decisiones adecuadas al ritmo observable de la economía, lo cual permite anticipar y prevenir efectos de sobrecalentamiento económico o de desaceleración.

Acevedo (2009) menciona dos maneras de cómo calcular el PIB potencial en una economía: la primera, fundamentarse en teoría económica y proponiendo un modelo estructural que permita obtener el óptimo de crecimiento en función a variables económicas; la segunda opción, precisa la descomposición de una serie en cada uno de sus componentes. Camones, et al. (2002), explica que la mayoría de las series presentan cuatro tipos de variaciones: i) una tendencia general; ii) una fluctuación cíclica, correspondiente a los ciclos económicos (fases de expansión y recesión); iii) movimientos estacionales, principalmente observadas en series mensuales o trimestrales y; iv) fluctuaciones irregulares. De tal forma que, si se extrae el comportamiento cíclico de una serie, es posible obtener la tendencia general que es atribuible al nivel potencial del PIB.

Son varios los autores³ que mencionan al filtro Hodrick-Prescott (HP) como una buena aproximación al PIB potencial, a continuación, se procede a discutir y comparar los distintos métodos de obtención del PIB potencial en comparación al filtro HP para la economía mexicana para el periodo de estudio.

El filtro HP

El filtro HP es una de las metodologías más usadas por los economistas para explicar las brechas de crecimiento (la distancia entre el producto observado y el tendencial). Seminario, et al. (2008) explica que la principal ventaja de esta metodología es que se requiere poca información (pues únicamente requiere de la serie a analizar). La principal función del filtro HP⁴, es separar el componente cíclico de la serie original, por lo cual puede suponerse que, si una serie está compuesta por el ciclo y tendencia, al extraer el

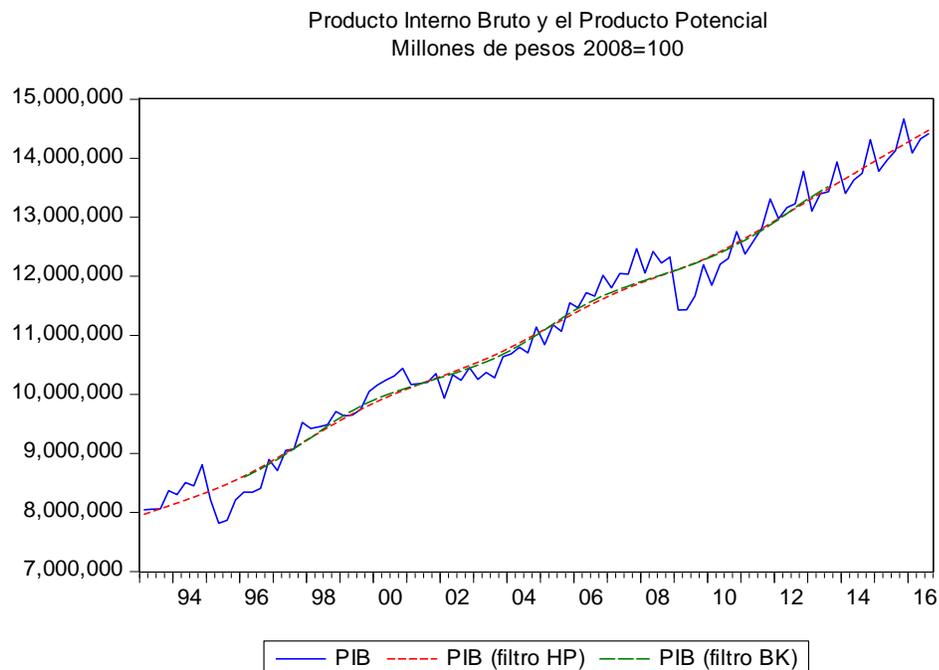
³ Entre ellos destacan Acevedo (2009), Catalán y Aquino (2014) y Seminario, et al. (2008).

⁴ El filtro HP visto, como un problema de minimización responde a la siguiente ecuación (Muñoz y Kikut, 1994): $\min_{c_t, m_t} \{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=3}^T [(1-B)^2 m_t]^2 \}; x_t = c_t + m_t; Bz_t = z_{t-1}$

ciclo solo quedará la tendencia en la serie, misma que será igual al producto potencial bajo este enfoque. El principal problema que se observa al hacer uso del filtro HP, es obtener el valor de λ que se debe utilizar, puesto que, si $\lambda \rightarrow \infty$ eso indica que la tendencia tiende a ser una completa línea recta, mientras que si $\lambda = 0$, entonces la tendencia simulará perfectamente a la serie observada (Esquivel y Rojas, 2007).

Debido a la naturaleza trimestral de la serie, Esquivel y Rojas (2007) proponen que el valor de $\lambda = 1600^5$. A continuación, se procede a realizar la estimación del producto potencial de la economía mexicana.

Figura 8: Producto potencial México (filtro HP y BK)



Fuente: elaboración propia con datos de INEGI

La figura 8 muestra el PIB trimestral de México en contraste con el producto potencial obtenido a través de la metodología del filtro HP con $\lambda = 1600$. Al obtener sus respectivas tasas medias de crecimiento⁶, se resalta que, para el caso del PIB observado, la tasa

⁵ Esto debido a que, en palabras de los autores, indican que cada 5% de variabilidad en la tasa de crecimiento del componente permanente, existe $\frac{1}{8}\%$ de variabilidad en el componente permanente (para el caso de la economía estadounidense), por lo cual: $\sqrt{\lambda} = \frac{5}{\frac{1}{8}} = 1600$

⁶ Tasa media de crecimiento dada a partir de $TMC = \sqrt[n]{\frac{\text{Valor final}}{\text{Valor inicial}}} - 1$

media de crecimiento corresponde 2.503% anual, mientras que, la tasa media de crecimiento potencial obtenida a través del filtro HP es igual a 2.670%.

En primera instancia es perceptible que, la tasa de crecimiento potencial se encuentra por encima de la tasa de crecimiento observada.

Okun (1970) citado por Esquivel y Rojas (2007, p.2) indica “(...) *el producto potencial es aquel nivel máximo de producto que la economía puede alcanzar con un nivel de pleno empleo de sus recursos productivos, entendiendo pleno empleo como aquel nivel de utilización de recursos que no genera presiones inflacionarias*”. Acorde con lo anterior, podría concluirse que, dado el nivel de crecimiento económico observado inferior al potencial de la economía mexicana, no se están utilizando los factores productivos de manera correcta, por lo cual, es posible incrementar el crecimiento económico sin generar inflación y desestabilidad económica.

El Filtro BK

Otra metodología utilizada para la extracción del ciclo económico y obtención de la tendencia es el filtro propuesto por Baxter y King (1995). Los autores suponen que, al extraer el ciclo con otras metodologías, se puede caer en el error de eliminar características de los ciclos a analizar (Esquivel y Rojas, 2007).

Por lo anterior, proponen una metodología que permita extraer el ciclo sin dañar su varianza, correlaciones, etc., a través de la interacción entre medias móviles⁷. Si bien Esquivel y Rojas (2007) precisan que no existe mayor variación entre el filtro HP y el BK, si mencionan que existe mayor confianza en los resultados de extremos y evita el uso del parámetro λ y la decisión de obtener un coeficiente confiable.

Ahora bien, el filtro BK consta de tres principales componentes $BK_k(p, q)$, donde k es el número de rezagos, p es la periodicidad mínima del ciclo, y q es la periodicidad máxima. Flores (2001) propone que, para el uso de series trimestrales, estos valores correspondan a $k = 12, p = 2, q = 32$. De este modo, es posible extraer el ciclo de la serie (figura 8), el

⁷ La expresión del filtro BK es la siguiente: $b(B) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_h B^h$, donde B es el operador de rezagos y b_h son los ponderadores de medias móviles (infinitos) (Esquivel y Rojas, 2007)

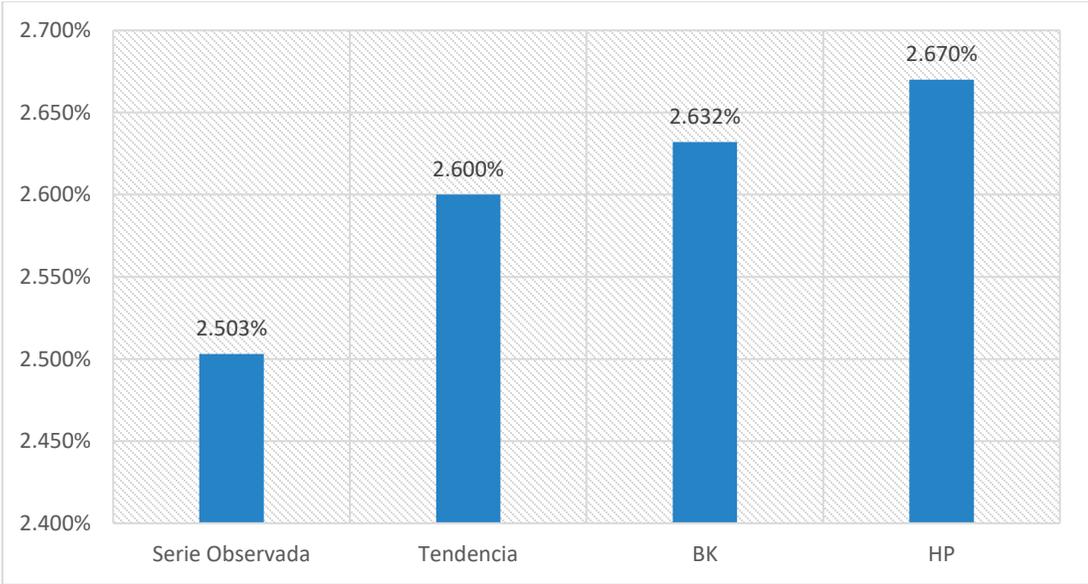
cual, aparentemente no cuenta con mayores diferencias al observado con la metodología de Hodrick y Prescott.

A través del filtro BK, se obtiene que el crecimiento potencial mexicano corresponde al 2.632% anual, observese que este valor es ligeramente superior al obtenido con el filtro HP, por lo cual ofrece las mismas conclusiones. La economía mexicana no está creciendo a su nivel potencial, por lo cual existe una brecha que puede ser corregida por el uso correcto de factores productivos que permita elevar el crecimiento económico sin por ello incurrir en presiones inflacionaria.

La tendencia lineal

Esquivel y Rojas (2007) indican que existe un método aún más simple para estimar la tendencia del producto, este supone una tendencia lineal, por lo que el producto potencial está dado por: $y_t^* = a + bT + v_t$, donde T es el tiempo. Al estructurar el modelo se tiene que, para el caso de la tendencia lineal el crecimiento medio trimestral es igual a 2.6% Esta cifra si bien es ligeramente inferior a las obtenidas a partir del filtro HP y BK, continúa siendo superior a la observada.

Figura 9: Crecimiento medio y el producto potencial para el periodo 1993Q1-2016Q3



Fuente: elaboración propia con datos de INEGI

En orden con lo anterior, es de esperar que sea a través del gasto público la manera en que la producción nacional se iguale con su potencial, con base en los conceptos teóricos

de la curva de Armey, la cual indica que el crecimiento económico se puede incrementar a causa de un incremento en el gasto público como proporción del PIB, hasta llegar a un punto donde, el crecimiento en el tamaño del gobierno limite la libertad económica de los agentes, es probable que se susciten tres diferentes casos -A, B y C- mostrados en la figura 10.

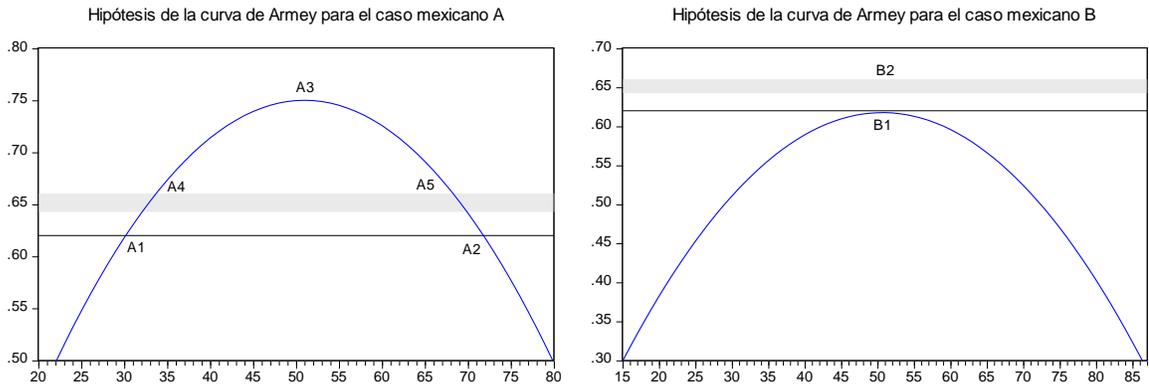
El caso A indica lo siguiente: el crecimiento económico observado es inferior al potencial, y el potencial es inferior al nivel máximo de crecimiento económico que el gasto público puede generar, en esta situación, y a raíz de las razones mostradas anteriormente, se preferirá que el nivel de gasto público se ubique dentro de las zonas que generen el crecimiento económico potencial. En este caso, el nivel actual se ubicará dentro del punto A.1 o A.2 según corresponda al nivel de gasto público observado y podrá suponerse que se desea incrementar el nivel de crecimiento hasta el punto A.3, disminuyendo o elevando el gasto según el caso, no obstante, en sintonía con la definición de producto potencial propuesto por Okun (1970) y citado por Esquivel y Rojas (2007, p.2), este punto A.3 supera a los niveles potenciales de crecimiento A.4 y A.5, por lo que se cae en presiones inflacionarias llevando a la economía al desequilibrio.

Es por ello, que la propuesta será elevar el gasto del punto A.1 al A.4 o disminuirlo de A.2 al A.5 según sea el caso.

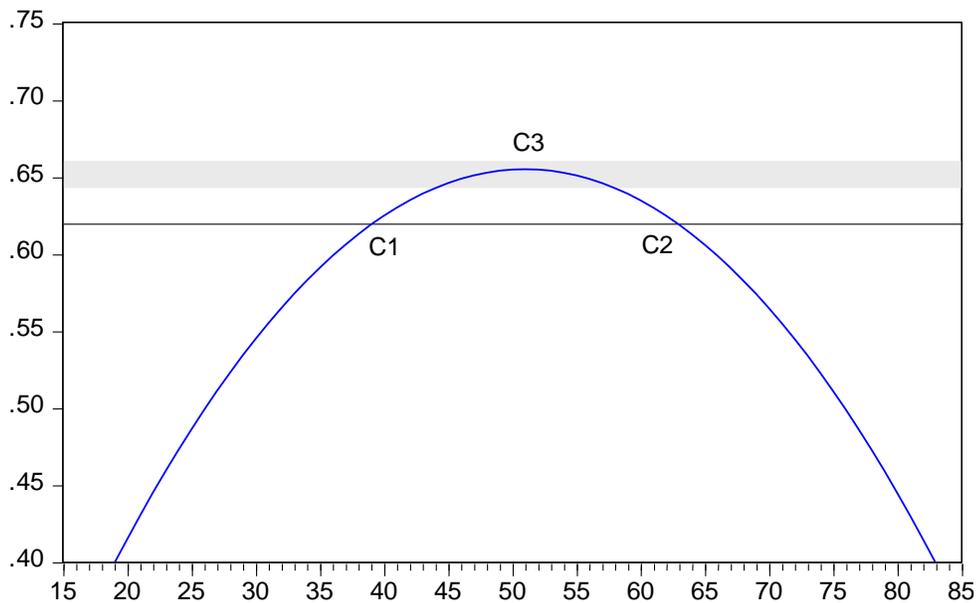
Puede, además, suscitarse el caso donde la economía mexicana se encuentre frente a el caso B, donde el producto observado es inferior al potencial y donde a su vez, esté ubicado en el punto máximo de la curva de Armey B.1, por lo que no existe una manera (al menos estadísticamente) que permita suponer que a través del gasto público es posible impulsar el crecimiento que alcance la zona de crecimiento potencial B.2. En este caso, será posible concluir que, si bien la curva de Armey está presente en la economía nacional, puede no existir la posibilidad que esta herramienta de política fiscal sitúe a la economía observada en orden con la potencial.

Por último, se puede experimentar el caso C, donde el crecimiento observado es inferior al producto potencial, más aún, el producto potencial incluye al nivel máximo de crecimiento económico alcanzable a través de la metodología de la curva de Armey.

Figura 10: Casos teóricos de la Curva de Armey en México



Hipótesis de la curva de Armey para el caso mexicano C



Curva de Armey (curva), crecimiento observado (línea) y crecimiento potencial (zona sombreada)

Fuente: elaboración propia

En el caso último, la economía nacional se ubicará ya sea en el punto *C. 1* o *C. 2* según sea el nivel del tamaño del gasto público. En este sentido, se propone elevar o disminuir la participación del gobierno en la economía a fin de que, se maximice el crecimiento económico para mantenerse en el nivel potencial de la economía.

EL VECTOR DE VARIABLES EXÓGENAS

Como se mencionó en la ecuación 2.0, la curva de Armey en su forma cuadrática incluirá diversas variables económicas con la finalidad de mejorar la bondad de ajuste y permitir

realizar una mejor explicación de la curva de Armey que permita obtener un resultado con el menor sesgo posible. Las variables exógenas que se incluirán en el modelo son:

- *CETES*: Como variable proxy de la tasa de interés de mercado, el promedio trimestral de la tasa de descuento de los Certificados de Tesorería a 28 días. Esta información es ofrecida por el INEGI a través del Banco de Información Económica con una periodicidad mensual. Debido a la distinta periodicidad, se optó por obtener el promedio trimestral a fin de obtener una serie que vaya en orden con la periodicidad del modelo. Con base en la teoría económica, es de esperar que el coeficiente que acompañe a esta variable sea de signo negativo, indicando que un incremento en las tasas de descuento de los cetes deprime la actividad económica al elevar el costo del crédito;
- $X, M, APER(X + M)$: Con la finalidad de incluir el sector externo en el modelo, se propone la inclusión de diversas expresiones del comercio internacional, tales como las exportaciones X e importaciones M totales. De igual manera, se destaca la generación de la variable $APER$ a partir de la expresión $X + M$ como variable proxy de la apertura internacional del país (Di Liddo, et al., 2015; Facchini y Melki, 2011; Tabassum, 2015). Siguiendo la identidad de Ingreso-Producto keynesiana, se espera que el signo de los coeficientes que acompañan a la variable de exportaciones sea positiva, tanto para las variables de exportaciones como el grado de apertura económica. No obstante, la variable de importaciones debe ir acompañada de un signo negativo;
- TC : de la misma manera en que se incluye el grado de apertura económica, se hace uso del nivel del Tipo de Cambio (valor del dólar interbancario a la venta) como un indicador del comercio internacional que afecta en el crecimiento económico. Al igual que lo ocurrido con la variable de *CETES*, esta se obtuvo en su forma mensual por lo que, para integrar una misma periodicidad, se obtuvieron sus promedios por cada tres meses. Se espera que el signo que acompañe a la variable tenga una forma positiva, pues en sintonía con el modelo *Mundell – Fleming*, al elevar el tipo de cambio, se eleva la competitividad en el extranjero, elevando las ventas al exterior y reduciendo las compras del extranjero;

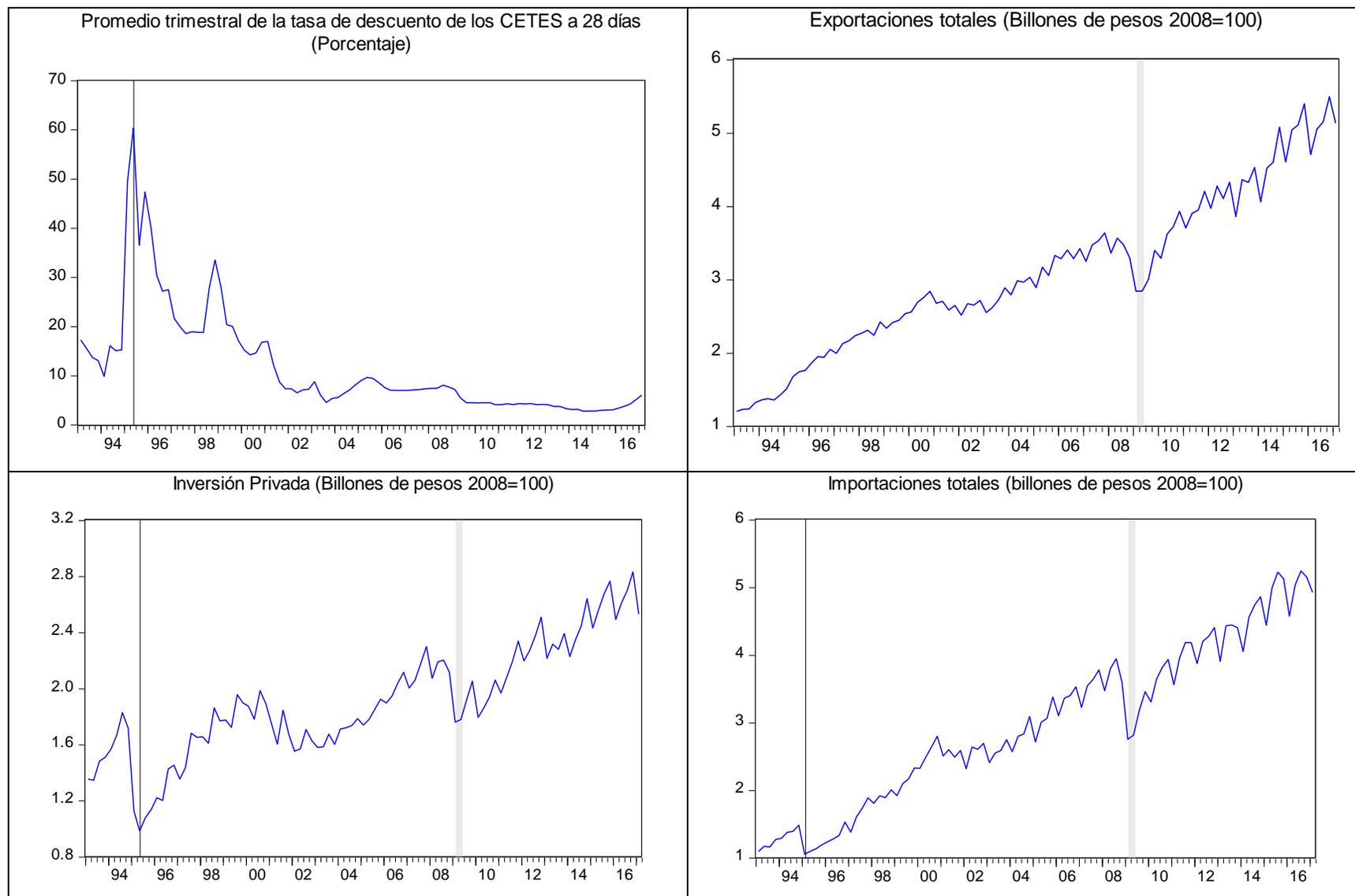
- *IGAE*: Tal como se adelantó previamente, se plantea la inclusión de la variable *IGAE* que comprende al Índice Global de la Actividad Económica, esta variable es construida por el INEGI a fin de ofrecer información mensual de la evolución de la actividad económica, es por ello, que el IGAE “debe considerarse solo como un indicador de la tendencia” (Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, 2017). Para la inclusión en el modelo, debido a la periodicidad mensual de la serie, se optó por la obtención del promedio trimestral para ser incluido en el modelo con una misma periodicidad;
- *I*: La inversión privada resulta ser un factor muy importante dentro de la identidad ingreso-producto keynesiana, es por ello, que se incluye a la Formación Bruta de Capital Privado como una variable proxy de la inversión realizada por la Iniciativa Privada. Es de esperar, conforme a la teoría económica, que dicha variable tenga un impacto positivo en la producción nacional, pues, a mayores montos de inversión, mayor nivel de producción esperado;
- *C*: el consumo privado, rescatando la identidad macroeconómica de la producción, constituye al lado del gasto de gobierno y del gasto en inversión privada un factor fundamental en la explicación del PIB. Es de esperarse que, el gasto en consumo de los hogares tenga un gran impacto positivo en el nivel de producción, lo que supone que la relación consumo privado-producción es siempre positivo;
- *BASE, M1*: Para incluir el sector financiero, se anexan las variables *BASE* y *M1* representando propiamente a la base monetaria y al agregado monetario *M1*. Tal como describe el Banco de México, el primero se refiere a la suma de billetes, monedas y saldo neto acreedor de Banco de México; el segundo por su parte se compone por los billetes, monedas, cheques y depósitos en poder del público. Retomando conceptos de política monetaria, es de esperar que estas variables tengan un impacto positivo en el PIB, esto es, que a una expansión de la base monetaria o del agregado *M1* (política monetaria expansiva), el PIB tienda a expandirse;

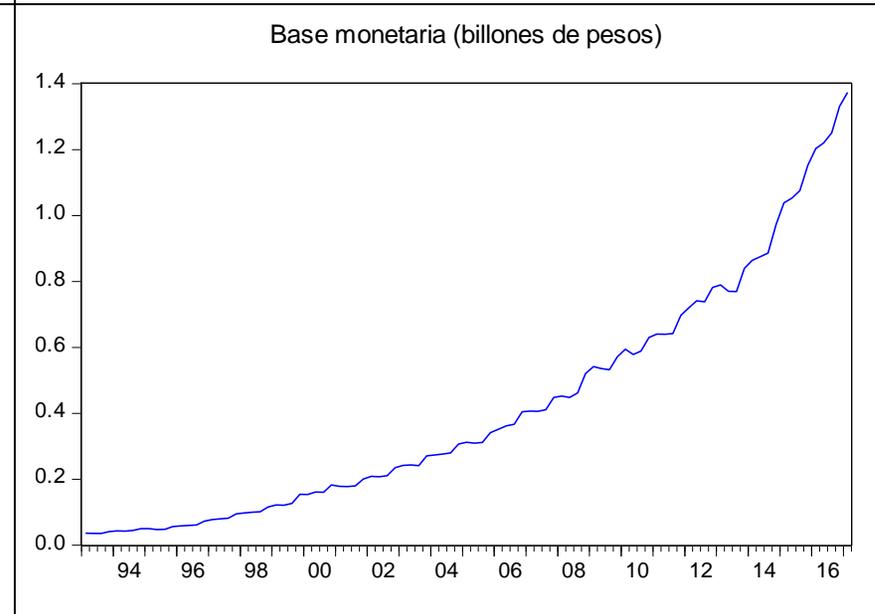
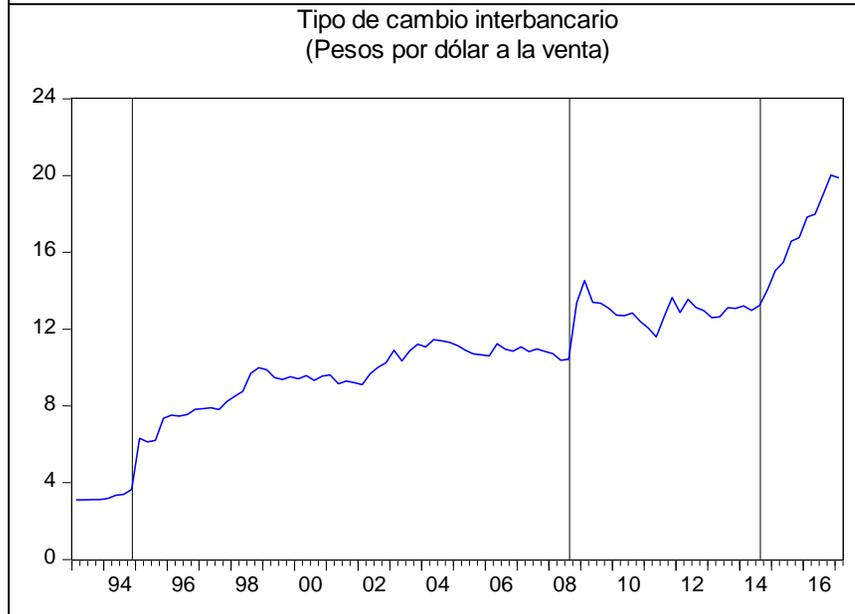
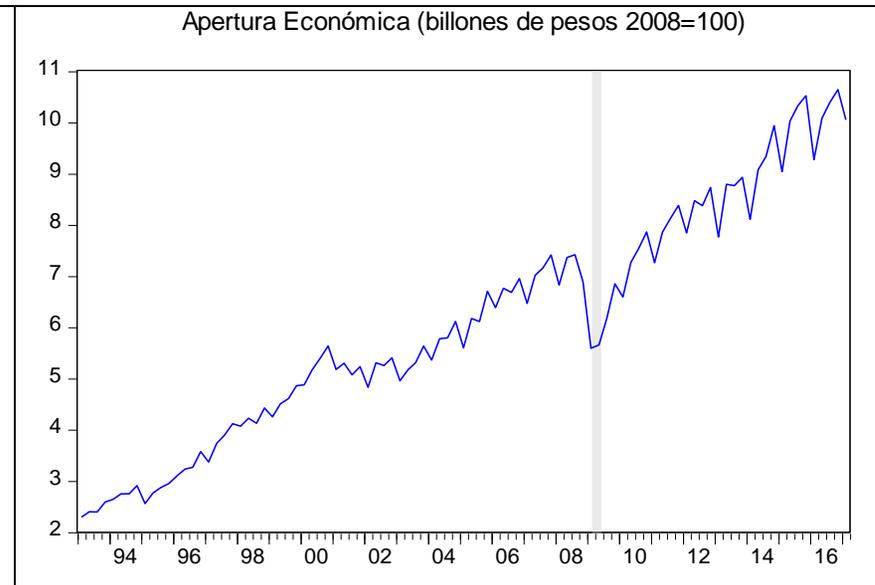
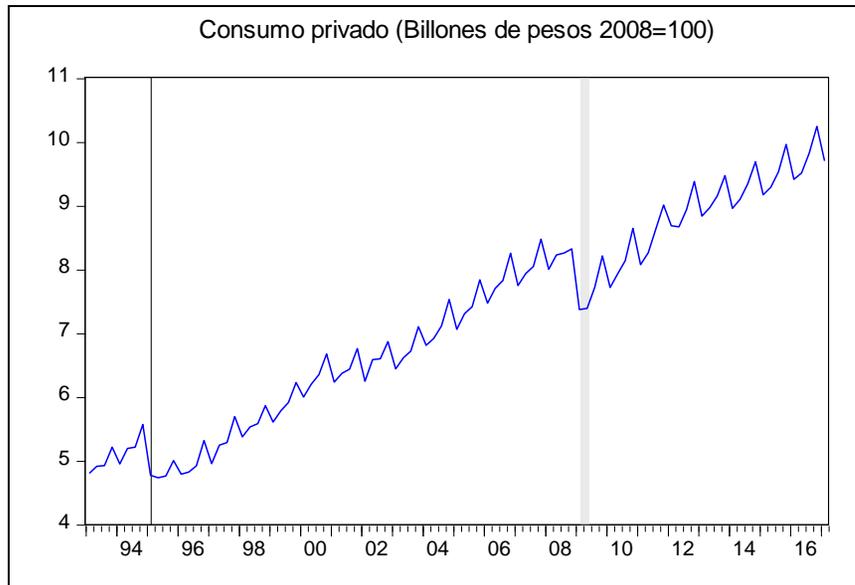
- *GDP*: La variable del PIB del país vecino puede funcionar como variable explicativa del PIB mexicano, Garcés (2003) encuentra en su estudio que existe una “evolución e intensidad de los lazos entre las economías de México y los Estados Unidos”. Por ello, se propone al PIB norteamericanos dentro del vector de variables exógenas.

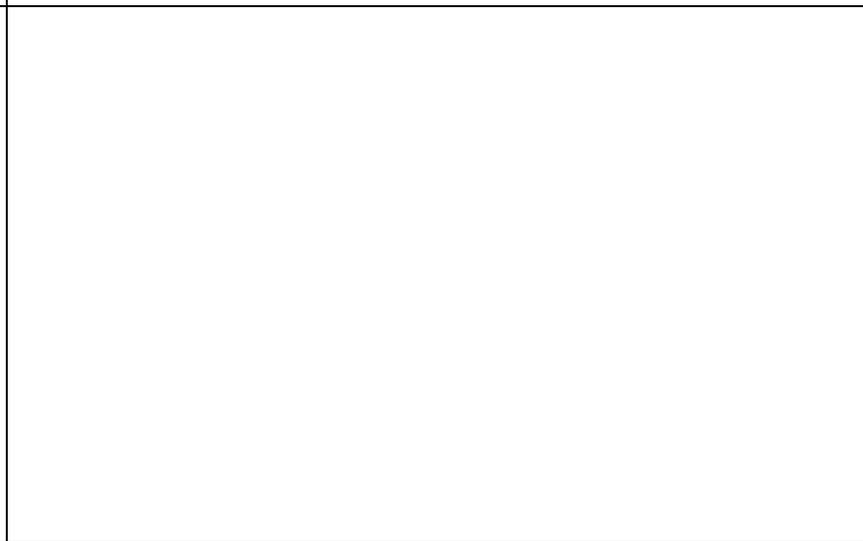
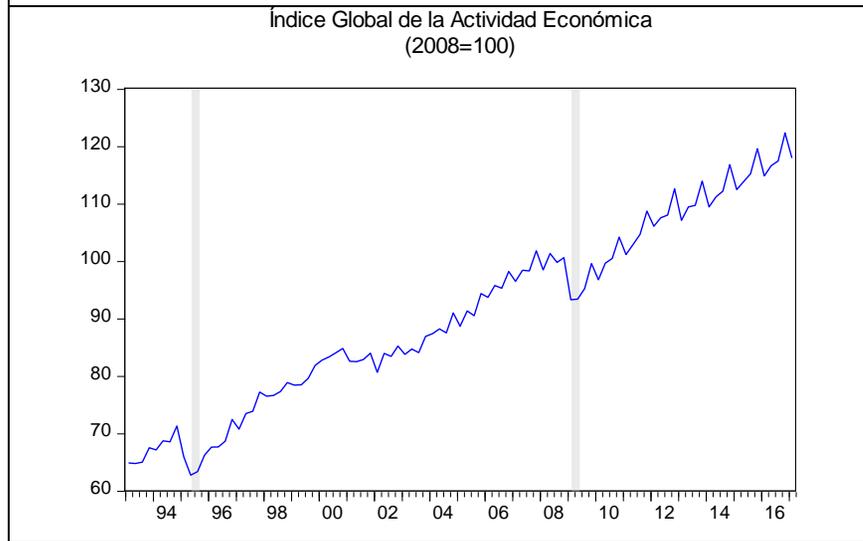
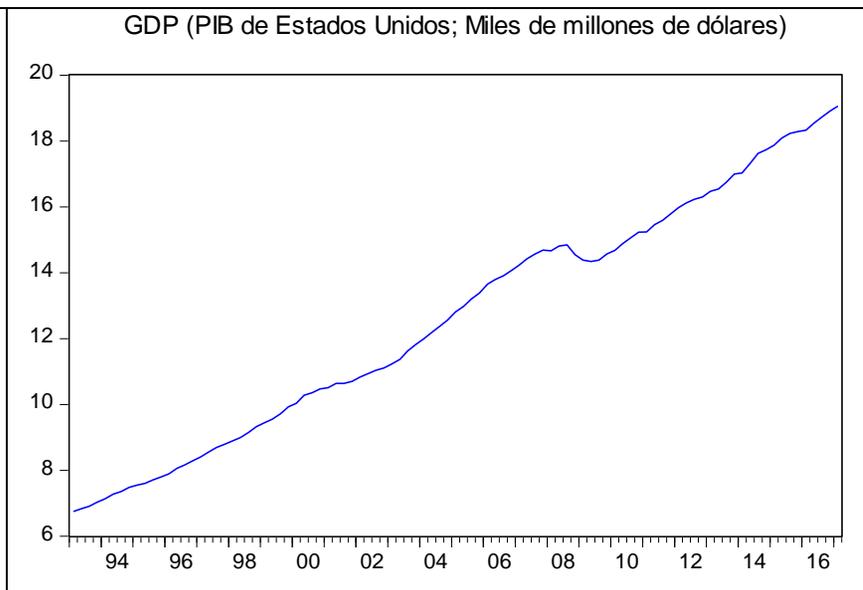
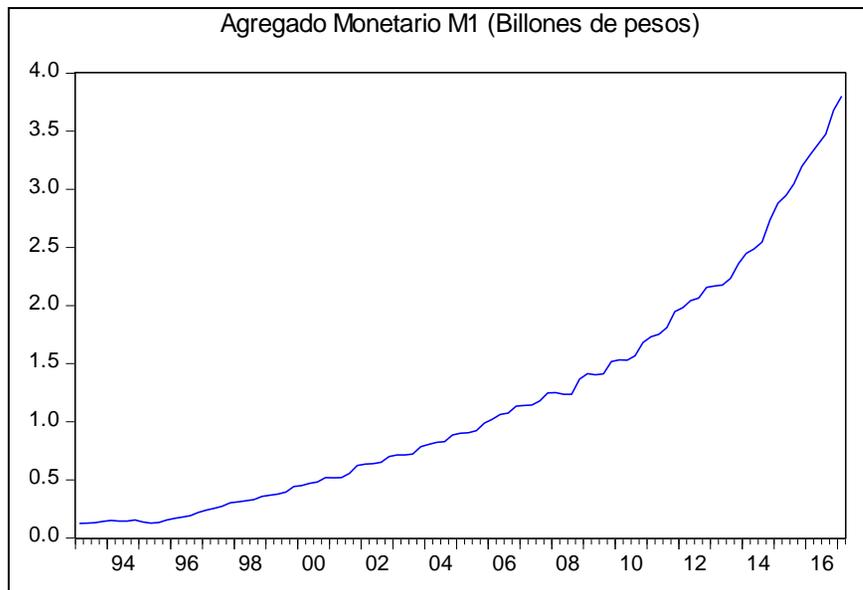
En el cuadro 11 se muestra el comportamiento de estas variables en el periodo correspondiente del primer trimestre de 1993 al primero de 2017. Se rescata, que todas cuentan con una clara tendencia al alza a excepción de la variable *CETES*, misma que desde el segundo trimestre de 1995 donde alcanzó un máximo histórico de 60.39% ha tenido una tendencia a la baja hasta ubicarse en 6.07% para el primer trimestre de 2017.

En esta serie se aprecia como el gobierno hizo uso de esta herramienta monetaria en el periodo de crisis de 1995 mientras que en 2008 no generó mayores variaciones en esta.

Cuadro 4: Comportamiento de las variables del vector de variables exógenas

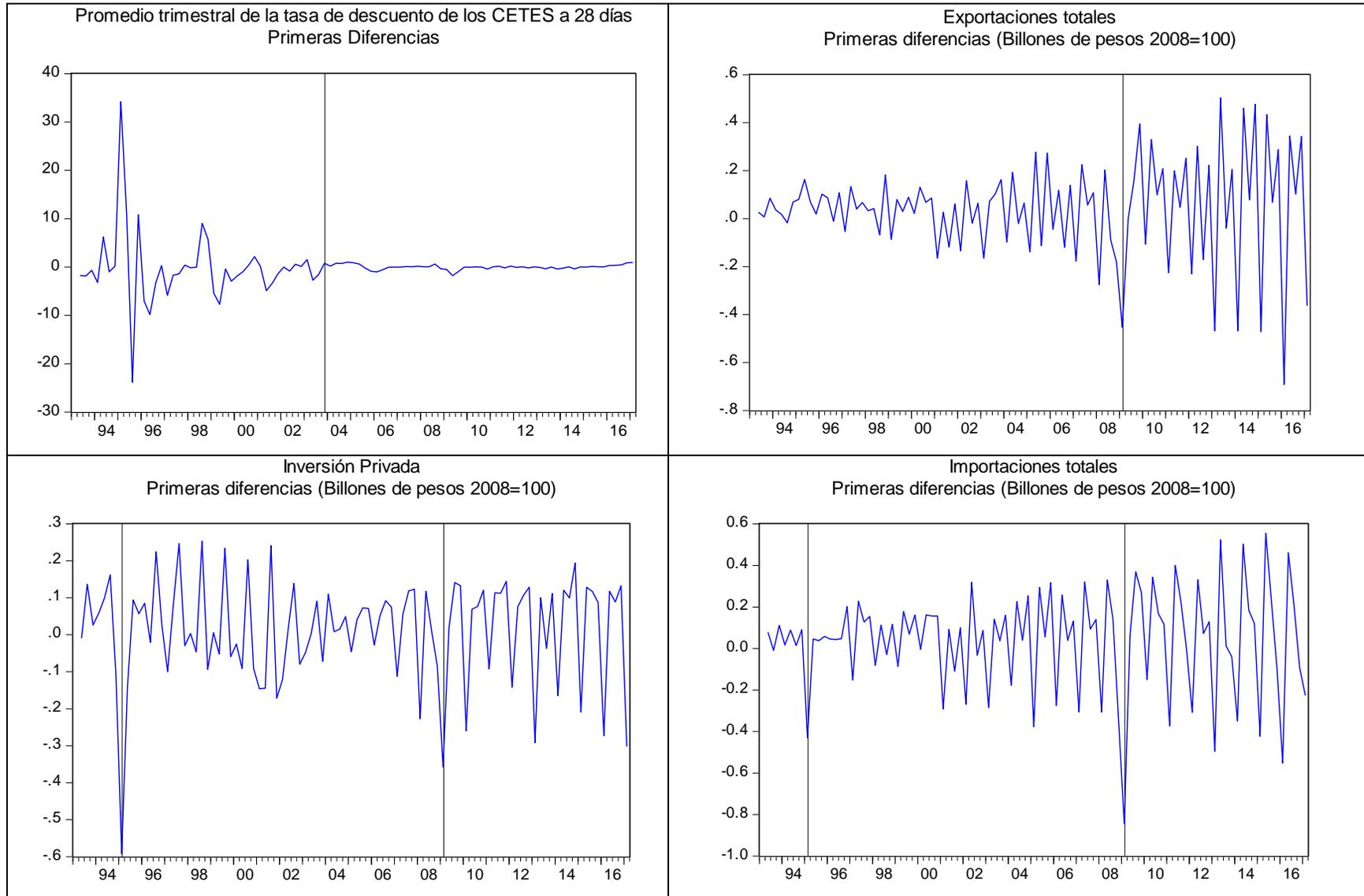




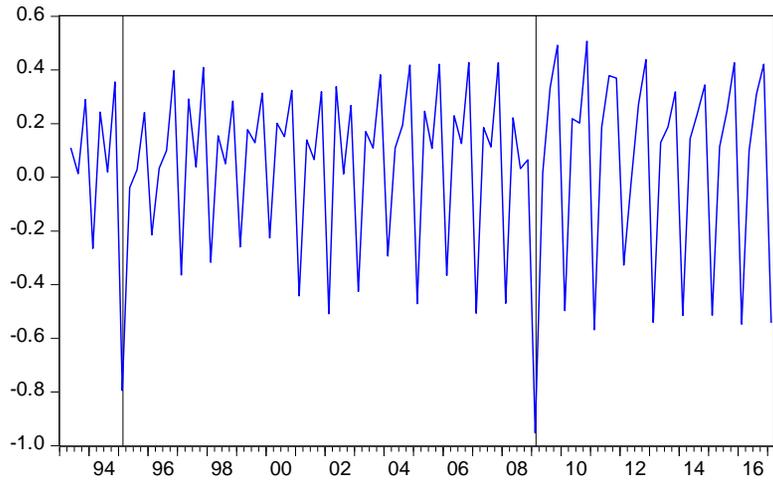


Fuente: elaboración propia con datos de Banxico, INEGI y el Buró de Análisis Económico de EE. UU.

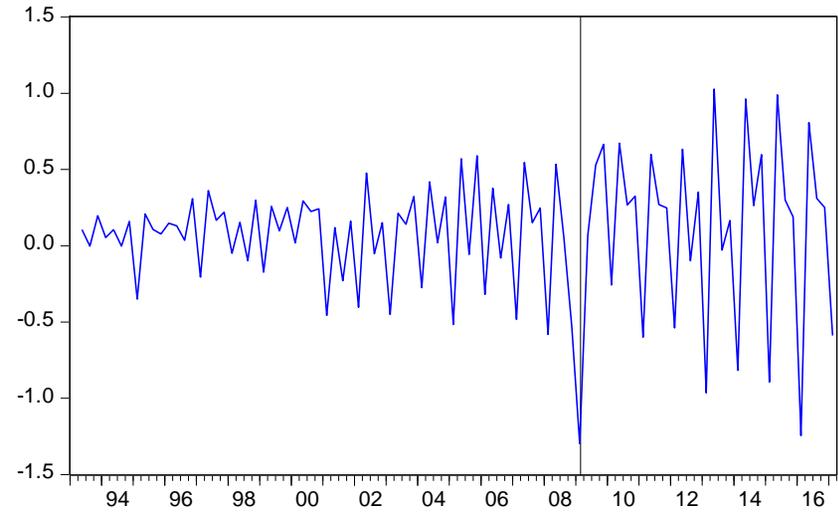
Cuadro 4 (continuación) Variables en primeras diferencias



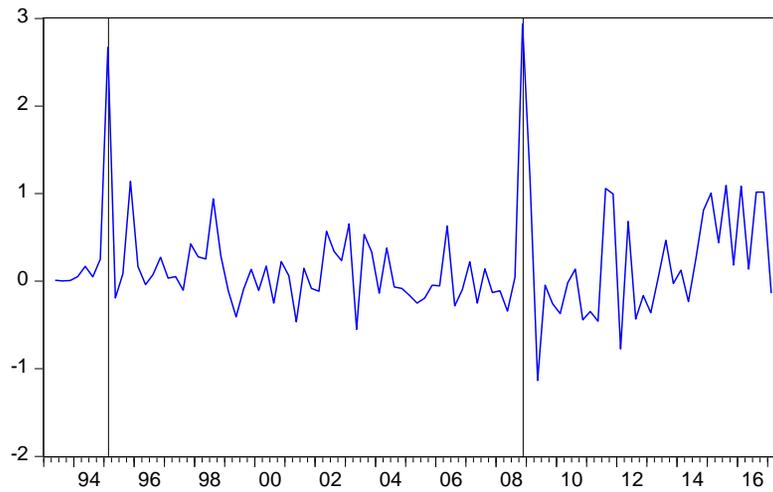
Consumo privado (Billones de pesos 2008=100)
Primeras Diferencias



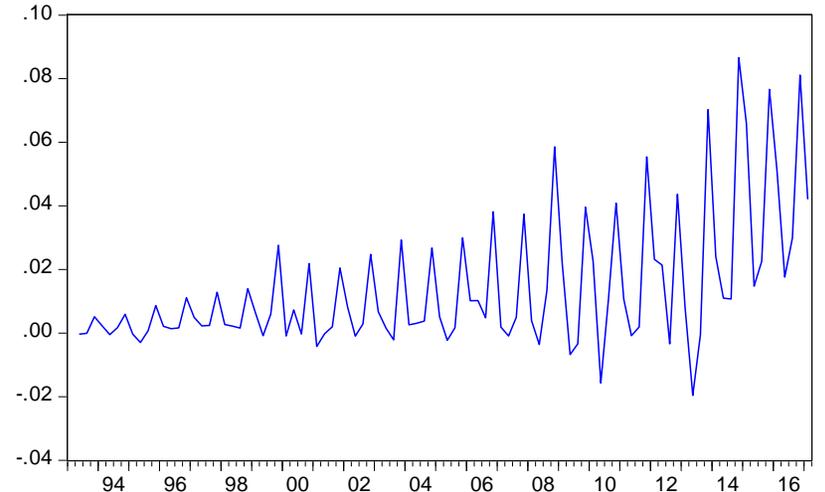
Apertura Económica
Primeras diferencias (Billones de pesos 2008=100)



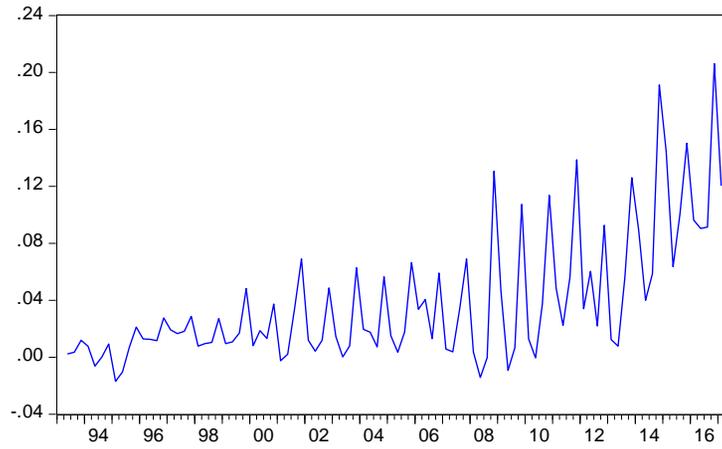
Tipo de cambio interbancario a la venta
Primeras diferencias



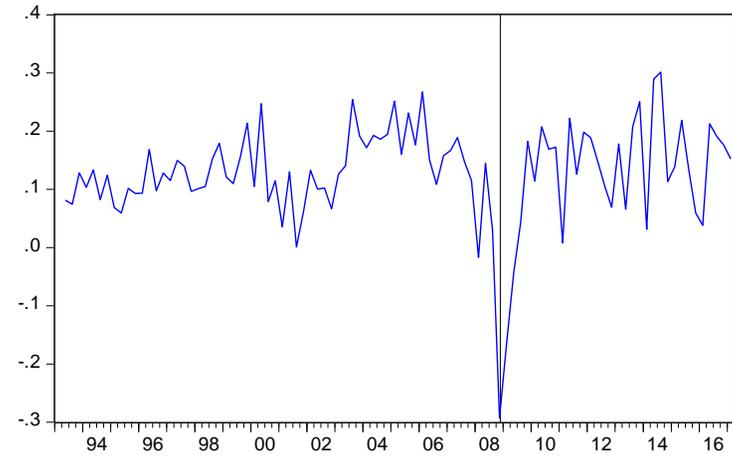
Base monetaria
Primeras diferencias (Billones de pesos)



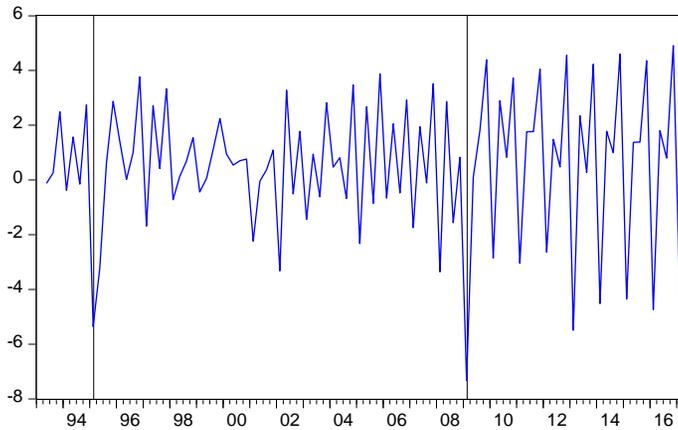
Agregado monetario M1
Primeras diferencias (Billones de pesos)



PIB de Estados Unidos
Primeras diferencias (Miles de millones de dólares)



Índice Global de la Actividad Económica
Primeras diferencias (2008=100)



Fuente: elaboración propia con datos de Banxico, INEGI y el Buró de Análisis Económico de EE. UU.

Cuadro 5: Análisis de estadística descriptiva de las variables en niveles y primeras diferencias

Variable	Media	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo	Último	Observaciones	Estacionariedad I1
CETES	11.814	11.002	2.810	60.390	6.070	97	N C CT**
IGAE	90.726	16.217	62.651	122.292	117.928	97	N C CT***
INV PRIV	1.902	0.402	0.982	2.830	2.528	97	N C CT***
X	3.094	1.078	1.198	5.490	5.127	97	N C CT
M	2.978	1.194	1.048	5.238	4.919	97	N C CT
APER	6.072	2.264	2.285	10.636	10.047	97	N C CT
C	7.195	1.583	4.729	10.240	9.698	97	N C CT***
TC	10.709	3.570	3.102	20.018	19.880	97	N C CT
BASE	0.416	0.354	0.036	1.374	1.374	97	N C CT
M1	1.172	0.973	0.126	3.802	3.802	97	N C CT
GDP	12.611	3.613	6.748	19.058	19.058	97	N C CT
Δ(CETES)	-0.117	5.144	-23.877	34.210	0.920	96	N*** C*** CT***
Δ(IGAE)	0.553	2.525	-7.328	4.907	-4.363	96	N C*** CT***
Δ(INV PRIV)	0.012	0.144	-0.592	0.253	-0.302	96	N*** C*** CT***
Δ(X)	0.041	0.211	-0.692	0.504	-0.362	96	N*** C*** CT***
Δ(M)	0.040	0.248	-0.844	0.556	-0.227	96	N** C*** CT***
Δ(APER)	0.081	0.437	-1.297	1.027	-0.589	96	N** C*** CT**
Δ(C)	0.051	0.329	-0.952	0.507	-0.543	96	N** C*** CT**
Δ(TC)	0.175	0.586	-1.133	2.938	-0.137	96	N*** C*** CT***
Δ(BASE)	0.014	0.021	-0.020	0.087	0.042	96	N C CT
Δ(M1)	0.038	0.046	-0.017	0.206	0.120	96	N C CT
Δ(GDP)	0.128	0.085	-0.293	0.301	0.152	96	N* C*** CT***

Δ Indica primeras diferencias.

* Significancia al 90%;

** Significancia al 95%;

*** Significancia al 99%;

\1 Para validar que la serie sea estacionaria, se hizo uso de la prueba de Dickey-Fuller aumentada, con intercepto (C), intercepto y tendencia (CT) y sin alguna de las anteriores (N).

Fuente: elaboración propia con datos de Banxico, INEGI y el Buró de Análisis Económico de EE. UU..

Puede apreciarse como en la mayoría de las variables, las repercusiones a causa de la crisis de 1995 y de 2008 son muy notables. Las variables que involucran de forma directa al sector externo -exportaciones, importaciones, de apertura económica, tipo de cambio- denotan fuertemente el impacto de la crisis de 2008, misma que se ve reflejada por la caída en el periodo el primer semestre de 2009.

Por su parte, al analizar la variable *IGAE*, es posible apreciar cómo tanto en la crisis suscitada en 1995 como en la ocurrida en 2008, causaron un detrimento importante en la actividad económica nacional. Siendo dicho índice un acercamiento al PIB mexicano, ofrece información importante del desempeño de la economía en momentos de coyuntura, reflejándose principalmente en las caídas pronunciadas ocurridas en el primer semestre de 1995 y 2009. De manera similar, el comportamiento de la Inversión Privada manifiesta la existencia de los periodos de crisis al marcarse una fuerte caída en inversiones durante estos periodos de coyuntura.

Por su parte, la serie de consumo refleja el impacto de las coyunturas dentro de los hogares mexicanos, puesto que durante el segundo trimestre de 1995 y el primer semestre de 2009 se puede apreciar una súbita caída en el consumo nacional.

La variable de tipo de cambio, tal y como se muestra presenta una serie de característica peculiares, por ejemplo, anterior a la crisis de 1995, se observa como la relación peso/dólar no supera a 4, no obstante, el estallido de la crisis desató la elevación del tipo de cambio hasta ubicarlo en 7.3 pesos por dólar a finales de 2005. A partir de ese momento, la razón fue incrementándose gradualmente hasta ubicarse en 10.4 en el último trimestre de 2008. Tan sólo de un semestre a otro, el tipo cambiario se elevó 39.4% para ubicarse en 14.5 pesos por dólar. Si bien el tipo de cambio logró mantenerse cercano a los 13 pesos por dólar americano hasta mediados de 2014, tal parece que ha entrado en una nueva tendencia al alza, al elevarse nuevamente y ubicarse en una razón igual a 19.9 durante el primer trimestre de 2017.

Continuando con el análisis de las series, se observa como la variable del producto estadounidense no cuenta con mayores caídas más que la acentuada a raíz de la crisis de 2008, debido a que, entre algunas razones, la crisis inmobiliaria americana fue la detonante de la crisis (Zurita, et al., 2009), era de esperar que también fuera en dicho

país donde se pronunciaran importantes movimientos en sus niveles de producción. Por el contrario, la crisis de 1995 resulta casi imperceptible en el nivel de producción norteamericano.

Un punto importante por destacar es la posible existencia del efecto estacional en las series. Esto puede verificarse al ubicar las primeras diferencias de las series, en especial en las exportaciones, importaciones, consumo, inversión privada, base monetaria, *M1* y por supuesto, el *IGAE*. En cada una de las anteriores, se observa cómo, durante el transcurso del año, las series sufren un incremento (primeras diferencias positivas), hasta alcanzar un punto máximo específicamente en el último trimestre del año, para posteriormente, sufrir una súbita caída (primeras diferencias negativas) y ubicarse ligeramente encima del nivel inicial del año pasado. Si bien, no todas las series muestran este movimiento particular (por ejemplo, *CETES* o el tipo de cambio), hay algunas que al comienzo no muestran fuertemente este efecto, sin embargo, es a partir de la crisis de 2008 donde este efecto se pronuncia siguiendo este ritmo de altas hasta el cuarto trimestre seguido de una súbita caída (por ejemplo, exportaciones, importaciones, *IGAE*).

Llegado a este punto, y dada la notable importancia de las dos importantes coyunturas suscitadas en los periodos 1994-95 y 2008-09 al impactar con gran importancia sobre las variables del sistema económico mexicano, se procede a describir estos periodos con la finalidad que permita subrayar el papel de las coyunturas y su impacto dentro de las variables de estudio.

La crisis de 1994

Para comenzar a entender la crisis de 1994, es necesario regresar a sus “orígenes” en 1976, donde el Modelo por Sustitución de Importaciones (MSI o ISI) estaba llegando a su fin, por lo que México recurrió a la ayuda internacional. No fue hasta 1981 donde los síntomas de crisis se hacen notar en las variables macroeconómicas, algunas de ellas fueron la disminución en los precios del petróleo -fuente de ingresos sustancial para el gobierno mexicano-, fuga de capitales, alza en la tasa de interés y pérdida del control de la paridad cambiaria (Banda y Chacón, 2005).

A pesar de que en 1982 el gobierno atendió medidas como la reducción de subsidios, aumento de sueldos y salarios, congelamiento de cuentas en dólares y la nacionalización

de la banca, la crisis se desató en 1982. Correa (2010) indica claramente que la crisis de 1982 se debió al proceso de transformación de la economía a causa de la apertura financiera. Se tomaron diversas medidas y políticas tales como la suspensión de pagos y reestructuración de la deuda externa con la finalidad de controlar dicha deuda. Los resultados fueron la redistribución del gasto público -cuyo objetivo ahora será el pago de capitales y de deuda (Correa, 2010)-, la desregulación del tipo de cambio y la desestabilidad financiera.

Correa (2010) revela que, la crisis de 1994 fue similar a la de 1982 en el sentido que, nuevamente fue generada a raíz de las políticas de desregulación y privatización de los sectores económicos. La autora cita que la reprivatización de la banca y la negociación del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN) en su capítulo financiero constituyeron los antecedentes para la generación de la crisis financiera. Explica que al modificar la legislación financiera permitiendo desregular las tasas de interés, la eliminación de algunos mecanismos de regulación a los depósitos, sumado a la reprivatización de bancos y la generación de burbujas financieras -estas burbujas financieras se describen como la compra de fondos del mercado internacional y colocándolos en el mercado local a tasas de interés superiores-. Esto fue válido debido a que el gobierno procuraba un tipo de cambio estable (Correa, 2010).

Millán (1999) adelanta a su vez que, la inflación detonada a causa de los problemas en 1976 y 1988 funcionó como factor clave para la desestabilización económica. De igual manera, tal como se adelantó al comienzo, el agotamiento del modelo ISI representado a través de la disminución en el ritmo de crecimiento de la inversión privada fungió como una variable más para detonar en la crisis del 94. Arce (1993) explica que tuvieron claras dos alternativas a la creciente aparición de una crisis, la primera consistía en orientar a la economía a la exportación; la segunda por su parte respondía a reemplazar la pérdida de inversión privada con inversión pública.

Claramente, este último enfoque fue el que se implementó, generando déficit en el balance público y déficit externo¹, por lo que las autoridades mexicanas se vieron obligadas a disminuir las reservas internacionales y aplicar políticas fiscales y monetarias restrictivas que ciertamente, recrudescieron los síntomas de la crisis e introdujeron al país a un círculo vicioso: *bajo crecimiento->baja inversión->elevar el gasto->déficit en balance fiscal y externo->disminución de reservas->política fiscal y monetaria restrictiva->bajo crecimiento*. (Millán, 2009).

Tal y como se anuncia en los gráficos de exportaciones e importaciones, es a partir de dicha crisis que comienza el auge de la apertura comercial. Si bien Millán (2009) recalca que esta decisión era pensada como estrategia de crecimiento de largo plazo, finalmente terminó siendo utilizada como una herramienta de política económica a fin de servir en el combate a la inflación.

Un punto muy importante de este periodo de coyuntura es, la importancia que detonó el sistema bancario en su momento, puesto que, a raíz de la expropiación bancaria en 1982, el mercado financiero cayó en la pérdida de capital humano, experiencia bancaria y rezago tecnológico, el cual tenía objetivos distintos a la búsqueda de eficiencia. La banca se encontraba a las órdenes del poder político (Millán, 1999). Posteriormente, llegado el proceso de desregulación, se propuso a partir de 1990 comenzar a sentar las bases para la reprivatización de la banca, con resultados que propiamente permitieron el desarrollo de una crisis. Millán (1999) expresa claramente tres inconvenientes suscitados de la reprivatización: i) el privilegio de ciertas personas en el proceso de venta; ii) se formó un proceso de privatización recaudatorio, y; iii) debido a lo anterior, la venta de los bancos se otorgó a un elevado costo, dejando a los dueños sin capitalización y sirviendo como incentivo a la generación de créditos. Estos tres puntos, sentaron las bases de un círculo vicioso que culminó en una pieza más para detonar la crisis de 1994.

¹ El autor parte de la expresión: $\frac{X-M}{Y} = \frac{T-G}{Y} + \frac{S-I}{Y}$; X: Exportaciones; M: Importaciones; Y: Ingreso-producto; T: Ingresos Públicos; G: Gasto Público; S: Ahorro Privado, y; I: Inversión privada. Entonces, la dinámica económica depende del balance externo (X-M), del gasto público (T-G) y de inversión interna (S-I). No obstante, con el agotamiento del modelo, la variable Inversión cae por lo cual todo recae en el balance externo y público. De este modo, cuando la expresión correspondiente al balance fiscal (T-G) se torna en signo negativo (mayor gasto que ingreso público), a fin de mantener una igualdad en la ecuación, se traduce en un déficit externo.

La crisis de 2008

Zurita, et al., (2009) indica que, la crisis suscitada en Estados Unidos fue de carácter financiero, sin embargo, debida a una serie de causas específicas esta rápidamente se transmitió a países de la Unión Europea y a economías emergentes, incluida la nuestra. Indican que la principal causa de esta crisis fue la crisis hipotecaria, los autores sugieren que el endeudamiento de los hogares estadounidenses se suscitó a causa del bajo nivel en las tasas de interés² que impulsó un nivel de consumo -en el mercado inmobiliario- que excedía la capacidad de pago.

El gasto excesivo generado por el crédito, aunado al mal otorgamiento de los mismos (los autores hacen mención de los créditos otorgados a deudores *NINJA, no income, no job, no assets*) generaron una burbuja financiera, donde al caer los precios de bienes inmobiliarios y detectar la ausencia de pagos generó la conocida crisis financiera y económica de 2008. Para el cuarto trimestre de 2008 la economía estadounidense se contrajo 6.2%, la tasa de desempleo se elevó a 8.5% en marzo de 2009 esto a causa de la suspensión de flujos de crédito (Zurita, et al., 2009). Estas condiciones de la economía estadounidense, como se mencionó anteriormente, se trasladó rápidamente a México. Lo anterior se generó a partir de que, si bien las tasas de interés se encontraban muy bajas para que las empresas tuvieran financiamiento barato y se desarrolle sanamente la economía (como sucedió del año 2000 al 2007), los agentes no optaron por generar inversiones productivas, sino más bien, se formó una expansión en el sector inmobiliario (Gutiérrez, 2009).

¿Cómo se trasladó a México la crisis financiera? La respuesta propuesta por Zurita et al., (2009) es que los mercados de valores cayeron en una gran volatilidad, disminuyendo el valor del precio del petróleo y commodities y elevando el tipo de cambio. En conjunto, generaron una baja en los ingresos de aquellos países exportadores, entre ellos México.

Se destaca que entre los sectores económicos mexicanos que más resintieron el choque de la crisis financiera fueron el exportador -y con ello, el tipo de cambio-, mismo que se

² Tan sólo de 2001 a 2003, la tasa de interés de EE. UU. pasó de 6.5% a 1% (Gutiérrez, 2009)

transmitió a la actividad empresarial nacional -particularmente, el automotriz- y posteriormente, elevó las tasas de desempleo disminuyendo la producción total.

Con lo anterior, queda explicado que, estas coyunturas financieras tuvieron un impacto negativo en los periodos 1994-95 y 2008-09, donde en la mayoría de las variables económicas que están contempladas en el estudio muestran bruscas variaciones en dichas etapas.

Por otra parte, retomando el cuadro 5, se destaca como desde el punto de vista estadístico, debe destacarse que todas las variables (en diferencias) que integran el vector de variables exógenas son estacionarias, a excepción de las variables *BASE* y *M1*, las cuales, aún en sus primeras diferencias presentan raíz unitaria.

El hecho que estas sean estacionarias permite evitar en cierta medida el trabajar con regresiones espurias, esto es, integrar relaciones donde no las hay, puesto que pueden compartir una misma tendencia en vez de las variables en sí mismas.

EL GASTO PÚBLICO Y EL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Una vez analizadas las variables exógenas que integrarán al modelo, que tienen como finalidad mejorar la bondad de ajuste de la estimación del modelo, se procede a realizar el análisis del estudio central, que es el tamaño del gobierno en la economía. En armonía con algunos autores, la razón $\frac{G}{PIB}$ funcionará como variable proxy del tamaño del gobierno (Facchini y Melki, 2011; Pinilla, et al., 2013; Di Liddo, et al., 2015; Chobanov y Mladenova, 2009).

Específicamente, el estudio se realizó con dos variables de gasto público: i) consumo de gobierno: este se refiere al consumo que realiza el sector público propiamente para su funcionamiento (pago de sueldos y salarios, servicios, compra de bienes para su mantenimiento, etc.). Suele llamársele también, como *gasto corriente* (León y Miranda, 2003), y; ii) Formación Bruta de Capital Público (ahora en adelante, sólo Inversión Pública): el INEGI (2013) define a la Formación Bruta de Capital Fijo como “(...) *la compra de bienes que los productores realizan para incrementar sus activos fijos. Se incluyen los*

gastos en mejoras y/o reformas que prolonguen la vida útil o la productividad del bien (...)” por lo cual, bien puede ser contemplado como la inversión del sector privado o público.

Logra observarse en la figura 11.a, la serie “consumo de gobierno” muestra una tendencia positiva durante el periodo de estudio, mientras que la inversión pública claramente cuenta con dos tendencias. La primera correspondiente al periodo 1993-2009 cuya la tendencia es positiva, alcanzando su punto máximo en 2010. Posteriormente la tendencia cuenta con aparente signo negativo, puesto que, con el paso del tiempo, la inversión pública se ha ido deprimiendo.

Figura 11: El tamaño del gobierno y el crecimiento económico en México

Figura 11.A
Comportamiento del Gasto Público
Datos normalizados

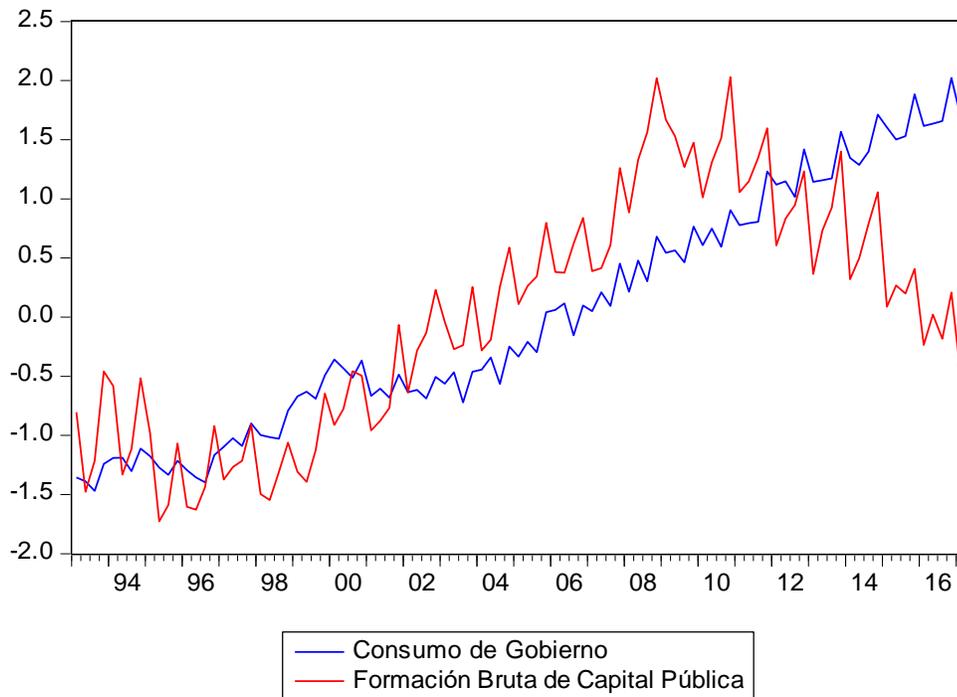


Figura 11.B
Tamaño del Gobierno
2008=100

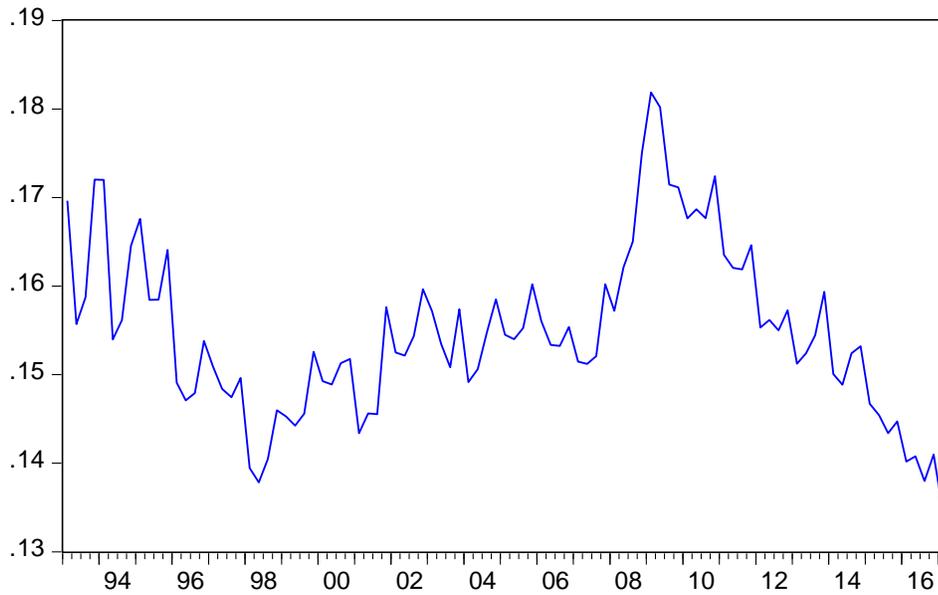
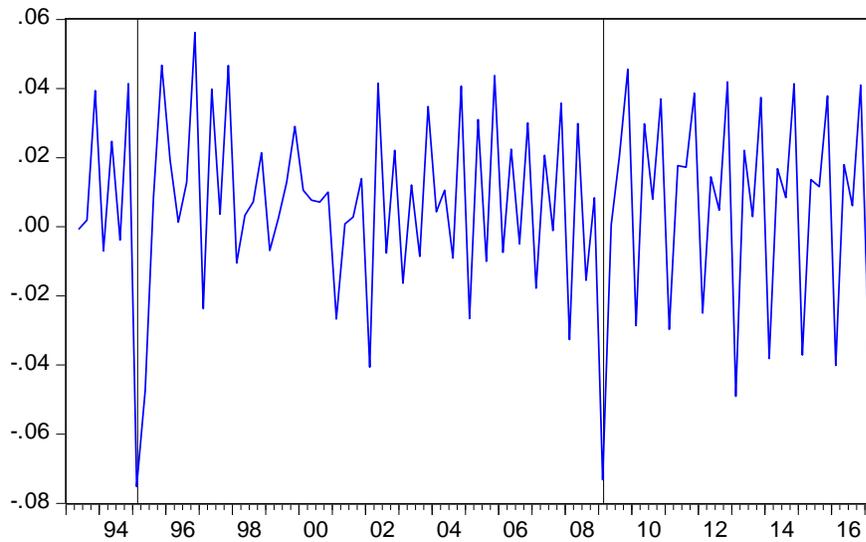


Figura 11.C
Crecimiento económico
2008=100



Fuente: elaboración propia con datos de Banco de México

Por otra parte, al analizar el tamaño del gobierno -visto en la figura 11.b-, se observa que existen grandes variaciones en el transcurso de los años, elevándose principalmente en los periodos de crisis (1994-95, 2008-09). Se aprecia que el punto máximo de

participación gubernamental en la economía es de 18.18%, en el primer trimestre de 2009, para continuar con el proceso de no intervención con el gasto público.

A continuación, se presenta un cuadro con las principales estadísticas descriptivas del tamaño del gobierno y el crecimiento económico.

Cuadro 6: Estadística Descriptiva del Tamaño del Gobierno y el Crecimiento Económico

Variable	Tamaño del gobierno	Crecimiento económico
Media	0.154754	0.006632
Desviación Estándar	0.009457	0.027196
Mínimo	0.134727	-0.075182
Máximo	0.181874	0.056195
Último	0.134727	-0.036182
Observaciones	97	96
Estacionariedad	No	C*** CT*** N***

Fuente: elaboración propia con datos de Banxico e INEGI

Se rescata que el rango del tamaño del gobierno durante el periodo de estudio se ubica desde el 13.68% -observado en el segundo trimestre de 1998-, y 18.18% -primer trimestre de 2009. En promedio, durante el periodo de estudio, el gasto público corresponde al 15.47% del Producto Interno Bruto.

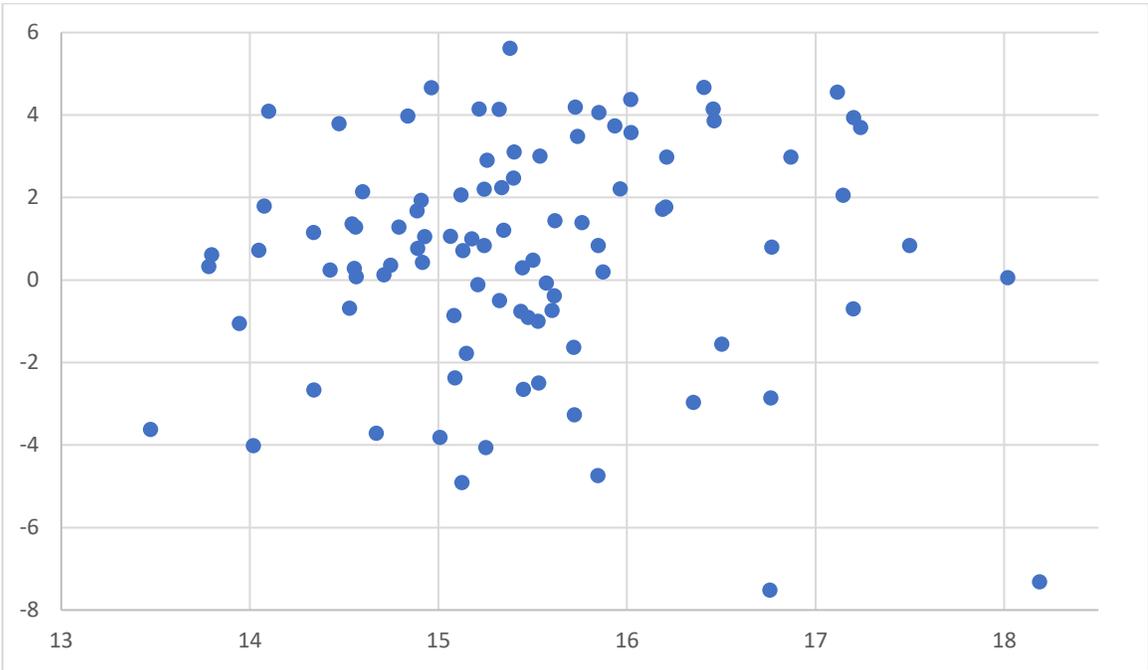
En lo que concierne al crecimiento económico del país -véase figura 11.c-, durante el periodo de análisis, se mueve dentro de un rango que va desde una súbita caída de 7.518% -observado en el primer trimestre de 1995- a la más alta tasa de crecimiento observada de 5.619% -observado en el cuarto trimestre de 1996.

Tal como puede apreciarse tanto en la figura 11.b como en la 11.c, el crecimiento económico no cuenta con una tendencia; reforzando lo anterior, el cuadro 6 muestra que ésta variable es estacionaria, por su parte, el tamaño de gobierno sí que cuenta con una clara tendencia y, además, no es estadísticamente estacionario. Gujarati y Porter (2010) destacan que, al realizar una regresión entre series integradas de diferente orden, específicamente $I(0)$ e $I(1)$, se debe tener la precaución al evaluar los coeficientes

estimados pues, conforme la variable estacionaria se incrementa, el valor del coeficiente tenderá a 0.

Para analizar la relación entre ambas variables, se plantea un diagrama de dispersión con la finalidad de observar si gráficamente es posible trazar una recta lineal, cuadrática o de algún otro tipo. La figura 12 muestra esta relación entre estas dos variables. Lo primero a destacar es la alta dispersión que existe entre los datos, y que, aparentemente, cuenta con una tendencia positiva.

Figura 12: Relación entre el Tamaño de Gobierno y el Crecimiento Económico



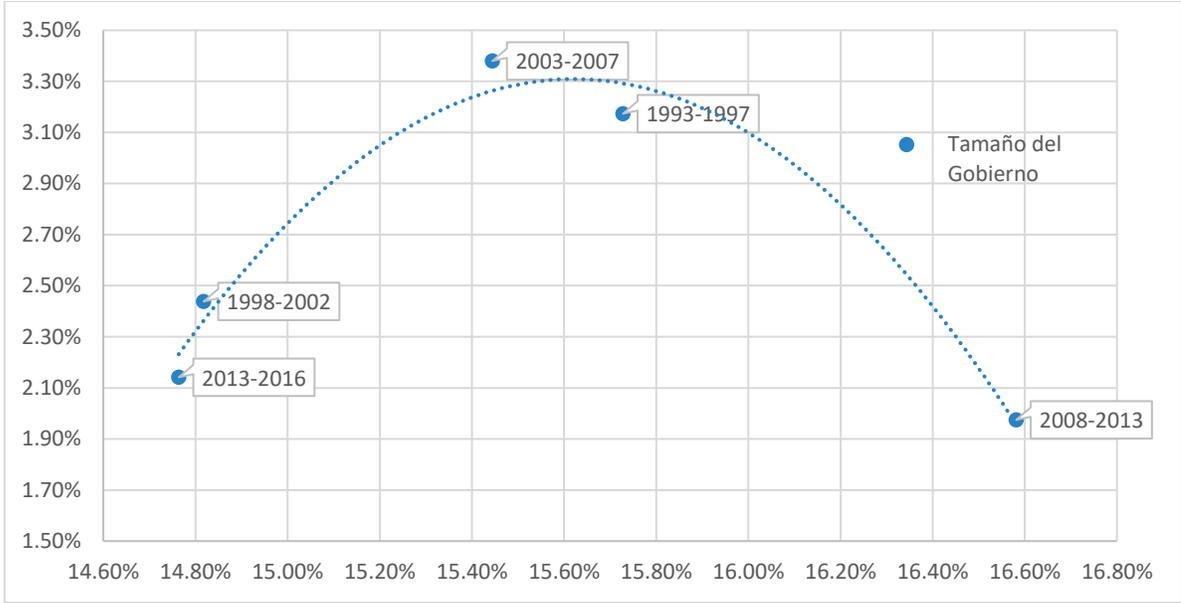
Fuente: elaboración propia con datos de INEGI

Ahora bien, resulta complicado vincular la existencia -o no- de una relación en forma de u-invertida, por lo cual se propone reestructurar los datos de manera quinquenal. Es decir, obtener los promedios de crecimiento del producto anual y su respectivo tamaño de gobierno, y comparar los puntos obtenidos por periodos de cinco años, de esta manera, se muestra la figura 13.

En ella se muestra de la manera simple la posible existencia de la curva de Armey para el caso mexicano, en ella se aprecian los puntos más importantes de esta teoría, por ejemplo, se describe ampliamente como el lustro (2008-2013) con el periodo con más

alto nivel de gasto público (mayor al 16% del PIB) corresponde precisamente al periodo con más bajas tasas de crecimiento. Por el contrario, los lustros (1998-2002; 2013-2016) con menores niveles de gasto público (menores al 15% del PIB), de igual manera presentan bajas tasas de crecimiento.

Figura 13: Relación entre el Tamaño de Gobierno y el Crecimiento Económico (media quinquenal)



Fuente: elaboración propia con datos de INEGI y Banco Mundial

Por último, se muestra como los lustros (1993-1997; 2003-2007) con niveles de gasto intermedios (entre 15 y 16% del PIB) genera las mayores tasas de crecimiento observadas. Puede a partir de este hecho, comenzar a suponerse que, si se desea maximizar el crecimiento económico, la razón $\frac{G}{PIB}$ debe ubicarse dentro del rango ubicado entre 0.15 y 0.16. Para verificar lo anterior, en el capítulo III se presenta una serie de modelos construidos con la finalidad de encontrar estimadores que representen estadísticamente la curva de Armeij en México

EL MODELO VECM

En esta sección, se describe la aplicación de un Modelo de Vectores de Corrección de Error (VECM) para las variables de gasto público y producción de la economía mexicana,

esto con la finalidad de obtener las relaciones de corto y largo plazo entre estas variables, y así estimar el tiempo en que el gasto público corrige las desviaciones de la tendencia de largo plazo en el crecimiento económico.

Vale la pena resaltar, que la estructuración de este tipo de modelos permite al investigador generar conclusiones claras respecto al comportamiento de las variables, ya que, como se verá a continuación, este tipo de modelo VAR y VECM considera a todas las variables como dependientes de sus rezagos, por lo cual se da un efecto de retroalimentación -útil para medir los efectos dada algún impulso en alguna variable, para efecto de la investigación, el gasto público- y resulta propicio para la evaluación de políticas económicas que se deseen implementar en una economía.

Un VECM para Arias y Torres (2004) se puede representar de la siguiente manera:

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-k} + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \Gamma_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta x_{t-(k-1)} + Bz_t + u_t \quad 2.2)$$

Donde

x_t = Vector de variables endógenas contemporáneas

x_{t-i} = Vector de variables endógenas rezagadas i periodos

z_t = Vector de variables exógenas

Π, Γ_i = Matriz de coeficientes a estimar

u_t = Vector de errores

Δ = Denota variables en diferencia

Las variables que se contemplan para este estudio son la del gasto público, medida con el gasto ejercido en Formación Bruta de Capital Público y de Consumo de Gobierno; la otra variable es la del Producto Interno Bruto.

Ortiz-Velázquez, et. Al., (2017) menciona a grandes rasgos que la serie de pasos para construir un VECM es la siguiente:

1. Determinar el orden de integración de cada una de las series incluidas en el modelo;
2. Especificar un vector autorregresivo (VAR) con las series que resulten integradas del orden $I(1)$;

3. Seleccionar las variables del modelo y las transformaciones de éstas, si las hubiera;
4. Determinar el retardo óptimo del VAR con la finalidad de que los residuos sean ruido blanco;
5. Diagnosticar el VAR estimado;
6. Aplicar el procedimiento de máxima verosimilitud al vector autorregresivo para determinar el rango (r) de cointegración del sistema, utilizando para ello la prueba de la traza y la prueba de Máximo valor propio;
7. Estimar el modelo vector de corrección de errores.

Así, conforme a lo explicado por los autores, se procede a evaluar las variables de gasto (G) y de Producto Interno Bruto (PIB) en busca de una relación de largo plazo y su estructuración en un modelo VECM. En orden con Ortiz-Velázquez, et al., (2017), los pasos del modelo VECM son los siguientes:

- Determinar el orden de integración de cada una de las variables:

Para determinar el orden de integración de las series, se ha establecido como base la metodología de *Dickey – Fuller* para determinar si estas variables cuentan (o no) con raíz unitaria. La finalidad de esta metodología, tal y como se comenta en el procedimiento indicado por Ortiz-Velázquez, et al., (2017) es que ambas variables, PIB y gasto resulten ambas con raíz unitaria, es decir, que estén integradas de orden $I(1)$.

- Selección de Rezagos

En este paso, se obtiene el número óptimo de rezagos a incluir en el VECM, pues al observar la ecuación 2.2 se puede apreciar que, el número de rezagos no se encuentra dado en el modelo. Para ello, se hará uso los estadísticos siguientes para elegir un número correcto de rezagos que incluir en el modelo: i) el Criterio de Máxima Verosimilitud (LR); ii) *el Criterio de Akaike (AIC)*; iii) *el Criterio de Schwarz (SC)*, y; iv) *el Criterio de Hannan y Quinn (HQ)*. Cabe resaltar, que estos criterios funcionan como indicadores para la correcta selección de un modelo (Gujarati y Porter, 2010).

- Ubicar el número de ecuaciones de cointegración

Una vez obtenido el número de rezagos óptimos para un modelo VAR, se busca, a través del método de máximo valor propio y del método de la Traza, encontrar el número de ecuaciones de cointegración (si las hubiere) entre estas dos variables. Lo anterior, permitirá definir si existe una relación de largo plazo entre las variables y, el tipo de relación existente.

- Resultados y diagnóstico del modelo

Arias y Torres (2004) mencionan que no se es necesario el análisis de coeficientes, su significancia estadística o su R^2 , puesto que lo más importante en un modelo VECM es el análisis de elasticidades y la velocidad de ajuste entre las variables. No obstante, los autores están conscientes que deben existir diversas pruebas que validen que el modelo simula correctamente la realidad económica.

Algunas de las pruebas estadísticas que servirán para validar el modelo son: i) el test de raíces invertidas como indicador de estabilidad; ii) Análisis de autocorrelación; iii) normalidad multivariada; iv) prueba F, y; v) análisis de la función impulso-respuesta.

Para el presente trabajo, se lleva a cabo la estimación de un modelo VECM para las variables gasto y PIB, así como de un vector de variables que se añadirá al modelo anterior y que permitirán que éste tome un mejor ajuste en la precisión

III. EL CÁLCULO DEL TAMAÑO ÓPTIMO DEL GOBIERNO

En esta sección se procede a estimar los modelos presentados en la sección anterior, con la finalidad de validar o no la existencia de la curva de Armey y, de comprobarse su existencia, plantear cual debe ser el nivel óptimo de gasto público como porcentaje del PIB para que este último esté acorde al crecimiento potencial.

Estimación del modelo

En este sentido, a través de la metodología de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), se procede a estimar varios modelos cuadráticos tal y como se propuso en la ecuación 2.0, es decir:

$$Y_{tM\acute{e}x} = \beta_0 + \beta_1 TAM_t + \beta_2 TAM_{t-i}^2 + \beta_3 X_t + \varepsilon_t; i = 0,1,2 \dots t; \beta_2 < 0$$

Como vector de variables exógenas se encuentran *CETES, X, M, APER, I, TC, IGAE, GDP*; en su versión en primeras diferencias y rezagadas *i* dependiendo el mejor ajuste dentro del modelo. 3.0)

Se estimaron un total de 11 modelos, esto con la finalidad de poder contrastar los resultados ofrecidos entre cada modelo y diagnosticar estadísticamente cual reproduce mejor la realidad económica del país.

Los resultados de todos los modelos pueden observarse en el anexo 1. Es importante resaltar que, en todos los modelos estimados, se respeta la condición de concavidad de la curva, es decir, el coeficiente que acompaña al término cuadrático siempre mantiene un signo negativo, denotando la existencia de una relación de parábola inversa entre ambas variables. No obstante, es importante evaluar el nivel de confianza que los coeficientes cuentan, es por ello por lo que, a continuación, se presentan una serie de pruebas estadísticas que un modelo correctamente estimado supone aceptar para asegurar la correcta estimación de coeficientes y, por ende, una correcta lectura del modelo.

La evaluación del modelo

Está claro que cuando se recurre a la estimación de modelos econométricos, estos deben de pasar diversas pruebas estadísticas que validen los supuestos económicos en cada uno de los modelos. En virtud de la amplitud de los resultados posibles en los modelos presentados, permitirá generar certeza de los resultados y, descartar, en caso de ser necesario, aquellos que no sean estadísticamente significativos.

Algunas de las pruebas más importantes para el desarrollo y validación de los modelos son: i) la presencia de varianza constante en los errores (no heteroscedasticidad), ii) normalidad en los errores, y; iii) no autocorrelación en los errores; con la finalidad de generar un modelo más robusto estadísticamente, se ha planteado incluir las pruebas de: iv) no multicolinealidad, y; v) estabilidad en los coeficientes del modelo. Cabe destacar que en ningún momento se hará de lado el valor del *estadístico t* para verificar la significancia de la variable en el modelo ni el R^2 como medida de ajuste del modelo.

- Evaluación de heteroscedasticidad:

Uno de los supuestos básicos para la evaluación de una estimación, es la validación del supuesto de homoscedasticidad (no heteroscedasticidad). El supuesto de homoscedasticidad indica que la varianza del término de error en el modelo es constante en el tiempo, es decir: $E(u_i^2) = \sigma^2; i = 1, 2, 3, \dots, n$.

De manera simbólica, este supuesto permite establecer que el término aleatorio tenderá a mantener un mismo nivel de dispersión. De no validarse el supuesto, puede comenzar a suponerse que el modelo está mal especificado o que contiene datos atípicos que precisamente hacen que la dispersión del error sea elevada.

De evaluarse un modelo con presencia de heteroscedasticidad, Gujarati y Porter (2010) comentan que la validación del estadístico t y F sería inútil, pues estos tenderán a mantener un margen muy grande que imposibilitaría decidir correctamente sobre el rechazo o no rechazo de dichas pruebas de hipótesis.

Para analizar la existencia de heteroscedasticidad en los modelos, se ha hecho uso de la prueba de White. Destacada por su sencillez y generalidad es una herramienta práctica al momento de evaluar la varianza de los errores en los modelos.

Una vez enunciado lo anterior, de los 11 modelos estimados, seis demostraron no tener problemas de heteroscedasticidad a través la prueba de White, indicando que cuentan con estimadores confiables (al evaluarse estadísticamente los valores t)

- Evaluación de normalidad

El supuesto de normalidad es uno de los supuestos más importantes al momento de querer realizar alguna inferencia sobre el modelo. A grandes rasgos, indicar que el modelo sigue una distribución normal, es mencionar que los errores cuentan con dicha distribución, es decir: $u_j \sim N(0, \sigma^2)$.

Lo anterior indica que los errores siguen una distribución normal con media igual a 0 y varianza constante igual a σ^2 . Además del uso de la estadística inferencial, el demostrar la normalidad en el modelo también permitirá validar demás supuestos que reposan sobre la normalidad (como es el caso del estadístico Durbin-Watson, que indica que para su uso el supuesto de normalidad es indispensable).

Sin la validación de este supuesto, no será posible elaborar ningún tipo de prueba de hipótesis para validar o rechazar el resultado de alguna estimación.

Para la valuación de este supuesto en las estimaciones, se propuso el uso del estadístico de *Jarque – Bera* (JB), mismo que, haciendo uso de los niveles de asimetría y curtosis, es posible obtener el valor JB , mismo que es evaluarlo como una distribución χ^2 con dos grados de libertad.

Al evaluar los modelos estimados, se obtiene que ocho de ellos siguen una distribución normal. Ahora bien, de los seis anteriores que pasaron las pruebas de heteroscedasticidad, solo tres pasaron las pruebas de normalidad.

- Evaluación de autocorrelación

El hecho de la autocorrelación en los errores, indica que existe cierta relación entre las perturbaciones, esto es: $cov(u_i, u_j | x_i, x_j) = E(u_i u_j) \neq 0$. Recordando que, en una correcta estimación, los residuos son ruido blanco (es decir, que no contiene información), la existencia de autocorrelación indica la presencia de un elemento en los residuos.

La presencia de autocorrelación se traduce como la pérdida de eficiencia de los estimadores (varianza mínima), lo que al igual que la heteroscedasticidad, inhibe el uso de las pruebas t y F y se sobreestima al R^2 . Para la evaluación de la autocorrelación en los modelos, existen diversas metodologías, una de ellas es hacer uso del estadístico *Durbin – Watson* (DW), sin embargo, este estadístico cuenta con diversos problemas de aplicación, una de ellas es que sólo tendrá viabilidad si y solo sí el modelo aprueba el supuesto de normalidad y, si no existe la variable endógena rezagadas en el vector de exógenas. Para la validación de la no autocorrelación en los errores de orden 1, el coeficiente DW tendrá que estar cercano a 2, debajo aún de los niveles de indecisión a fin de tener plena certeza al aceptar la no autocorrelación.

Por lo anterior, se ha descartado el uso de dicho indicador y se propone el uso de la prueba *Breusch – Godfrey* (o prueba *LM*) para la validación de dicho supuesto. La principal ventaja de la prueba *LM* sobre el estadístico *DW* radica en que la prueba *LM* permite incluir distintos valores rezagados para analizar el orden de la autocorrelación y analizar ordenes de autocorrelación mayores a la unidad. En este sentido, se valúa la prueba con 1, 2 y 4 rezagos.

Más aún, se muestran los correlogramas de los principales modelos con la finalidad de, comprobar la autocorrelación existente en los errores.

El resultado de realizar dichas pruebas son las siguientes: autocorrelación de orden 1 es observada en dos de los modelos estimados; autocorrelación de orden 2 se visualiza en tres modelos, y; autocorrelación de orden 4 se resalta en cinco modelos. Un modelo (modelo 1.0) mostró autocorrelación tanto de orden 1, 2 y 4. Por el contrario, cuatro modelos demostraron no tener problemas de autocorrelación de ningún orden.

Dentro de esos cuatro modelos sin autocorrelación en los errores, destaca uno en especial, al demostrar que cumple con los supuestos hasta ahora planteados, esto es, genera residuos que siguen una varianza constante, una distribución normal, y no cuenta con autocorrelación.

- Evaluación de multicolinealidad

Una prueba más a realizar es la de no multicolinealidad. La multicolinealidad en un modelo indica que a pesar de la relación que existe entre la variable dependiente y las independientes, entre estas últimas también existe una relación, misma que de ser elevada mostrará repercusiones negativas en la interpretación y análisis del modelo. De existir multicolinealidad en el modelo, los coeficientes que acompañan a las variables exógenas no serán precisos dada la relación entre estas variables, de igual manera, los intervalos de confianza serán más amplios dificultando la evaluación estadística de dichos coeficientes.

Existen distintas maneras de detectar la multicolinealidad en los modelos estimados, una de ellas, es la de ubicar una R^2 elevada y pocas razones t significativas. En este caso, Gujarati y Porter (2010) explican que un R^2 de 0.8 puede considerarse como un dato elevado, y si se revisan los modelos estimados en el presente estudio, se denota que ninguno supera esta barrera, pues el modelo con la R^2 más grande es igual a 0.7811 (véase anexo 1), si bien dicho dato se encuentra muy próximo al límite de los autores, debe rescatarse que en todos los modelos presentados, la amplia mayoría de los coeficientes t son estadísticamente significativos mínimo al 90%.

Otra forma de detectar multicolinealidad radica en la observación de la correlación entre las variables independientes en su forma individual. Dicho esto, al evaluar las correlaciones independientes de las regresoras, se obtiene que tres modelos cuentan con variables cuyas correlaciones superaron el 50%. Lo anterior permite comenzar la sospecha que dichos modelos cuentan con problemas de multicolinealidad, por lo cual, sus estimadores no reflejarán de forma correcta a sus parámetros y, además, el uso de las pruebas t será ineficaz.

- Estabilidad del modelo

Como prueba final del modelo, se presenta un análisis de estabilidad de los coeficientes a través de las pruebas de residuos recursivos. Este supuesto, será validado específicamente a través de la prueba *CUSUM*, lo anterior permitirá verificar la estabilidad de los coeficientes a través del tiempo. El resultado arrojará si los coeficientes resultan estables en todo el periodo de estudio o si, por mencionar alguno, los periodos de crisis arrojan datos anómalos en los coeficientes.

Análisis de resultados

En esta sección, se procede a analizar los resultados obtenidos de la estimación de los modelos, esto con la finalidad de que el lector tenga una visión clara del funcionamiento de las variables dentro de las estimaciones.

Por ejemplo, al realizar la estimación del modelo más sencillo, esto es, sin incluir variable alguna dentro del vector de variables exógenas, se obtienen los resultados consignados en la ecuación 3.1. Se observa que los coeficientes estimados son estadísticamente significativos al 95%. Además, se aprecia que el signo que acompaña al coeficiente del término cuadrático, tal como se mencionó anteriormente, es negativo, mientras que el signo del coeficiente en el término lineal es positivo. Esto muestra como la relación entre el tamaño de gobierno y el crecimiento económico siguen una función de parábola inversa, tal como sugieren los planteamientos de la curva de Armey.

$$\begin{aligned}
 & \text{Modelo 1.0} & & 3.1) \\
 Y_t = & -1.156788^{**} + 14.73885^{**}TAM - 46.48965^{**}TAM^2 \\
 & (-2.1092) & (2.1094) & (-2.0934) \\
 & R^2 = 0.04677
 \end{aligned}$$

Estadístico t entre paréntesis

Al llevar a cabo el proceso de optimización de dicha ecuación, se obtiene que el valor del tamaño del gobierno que maximiza el crecimiento económico es igual al 15.852% del PIB nacional. Ahora bien, al sustituirlo en la ecuación 3.1 con la finalidad de obtener el PIB vinculado al tamaño óptimo se obtiene lo siguiente:

$$Y_t^* = -1.156788 + 14.73885 * (0.15852) - 46.48965 * (0.15852)^2 \quad 3.2.0)$$

$$Y_t^* = 0.0113951 = 1.140\%; Y_{Anual} = 4.637\% \quad 3.2.1)$$

Estadísticamente, el modelo muestra que, si el tamaño de gobierno fuese igual al 15.852% del PIB nacional, entonces el crecimiento económico mexicano ascendería a 4.639% anual. Esta cifra resulta ser muy superior tanto al nivel de crecimiento medio observado en el periodo de estudio, como del producto potencial, ubicados en 2.503% y en un rango de 2.600% a 2.670% respectivamente. Podría comenzarse a suponer que los estimadores de alguna manera sobreestiman el crecimiento.

De igual manera, una razón más para descartar los resultados del modelo es que, tal parece, los estimadores conllevan problemas de evaluación estadística, por ejemplo, destaca el problema de autocorrelación de orden 1, 2 y 4, así como problemas de no normalidad en los errores. Como primera conclusión, dicho modelo parece no ser estadísticamente apto para ser sustento en la elaboración de correctas decisiones de política fiscal.

Ahora bien, se genera el mismo modelo, observando los residuos e interviniendo a través de una variable dicotómica. Este modelo, nombrado 1.0.1 incluye dos variables extra D_{95_1} y D_{95_2} , construidas con valores de 1 y 0 (para D_{95_1} , 1 para el primer trimestre de 1995, de lo contrario igual a 0, y; para D_{95_2} =1 para el segundo trimestre de 1995, todo lo demás igual a 0). El resultado es el siguiente:

Modelo 1.0.1

$$Y_t = -1.254^{**} + 15.847^{**}TAM - 49.500^{**}TAM^2 - 0.0863^{***}D_{95_1} - 0.0611^{**}D_{95_2} \quad 3.3)$$

(-2.4614) (2.4409) (-2.3990) (-3.4199) (-2.4391)

$R^2 = 0.1996$

Estadístico t entre paréntesis

Es posible resaltar como, en primera instancia, el signo que acompaña a las variables no cambia, más aún, el estadístico que mide la bondad de ajuste muestra una mejoría respecto al modelo anterior, señal que, en efecto, las variables de intervención si mejoraron la estimación.

El tamaño del gobierno óptimo asociado a dicho modelo 1.0.1 es de 16.01%, cifra superior al obtenido en el modelo sin intervención. Sin embargo, el nivel de crecimiento vinculado a esa proporción asciende a 5.702% anual. Esto sugiere que el modelo sobreestima aún más los valores reales al prácticamente duplicar los niveles de crecimiento observados y potenciales.

Sumado a lo anterior, al contrastar las pruebas estadísticas realizadas al modelo, se observa la presencia de heteroscedasticidad, así como de autocorrelación de orden 1, 2 y 4, lo cual permite señalar que los coeficientes estimados presentan un grado de sesgo y no es apto para considerarlo al generar una correcta política fiscal.

A continuación, se muestran los resultados de un modelo con una variable exógena, la variable de consumo privado, la cual se incorpora al modelo con un rezago de cuatro periodos.

$$\begin{aligned}
 & \text{Modelo 1.1} \\
 Y_t &= -0.759^* + 9.883^*TAM - 31.910^*TAM^2 + 0.0575^{***}\Delta(C_{t-4}) & 3.4) \\
 R^2 &= 0.50654 \\
 TAM^* &= 15.49\% \\
 \hat{Y}_{t,TAM^*} &= 0.64\%; Y_{Anual} = 2.57\%
 \end{aligned}$$

Del modelo 1.1 se rescata lo siguiente: el signo de los estimadores es correcto, positivo para la variable lineal y el consumo privado, y negativo para la forma cuadrática del tamaño del gobierno; el tamaño de gobierno que optimiza la función es 15.802% -en términos del PIB-.

Una vez valuando el punto óptimo obtenido a través del proceso de maximización, se llega como resultado que el crecimiento económico anual ascendería 2.57%. Esta cifra resulta más conservadora que la obtenida a través de los modelos 1.0 y 1.0.1, pues indica que el crecimiento máximo generado será superior al observado durante el periodo de estudio, pero ligeramente inferior a su nivel potencial.

De igual manera, este modelo representa una mejoría en lo que a diagnóstico del modelo se refiere. Al no encontrarse evidencia de algún tipo de autocorrelación ni de heteroscedasticidad, el modelo cumple ampliamente estos dos supuestos, por lo que se

puede comenzar a intuir la correcta estimación de los coeficientes, no obstante, el problema que sí se hace notar de gran manera es la no normalidad en los errores, por lo cual, y como se adelantó anteriormente, no contribuye a una correcta estimación del modelo.

Aparentemente, agregar una variable dentro del vector de variables exógenas ofrece tanto mejorar la bondad de ajuste, como ayudar al cumplimiento de los supuestos de estimación. Entonces, se propone la integración de más variables, de donde, uno de los modelos que mejor presenta un ajuste, es el siguiente:

Modelo 1.4

$$\begin{aligned}
 Y_t = & -0.785^{**} + 10.11^{**}TAM - 32.268^{**}TAM^2 + 0.0252^{***}\Delta(C) \\
 & - 0.00028^{***}\Delta(CETES_t) - 0.0011^{***}\Delta(CETES_{t-1}) \\
 & + 0.0304^{***}\Delta(APER_t) + 0.113^{***}\Delta(M1_t) - 0.0418^{**}\Delta(GDP_{t-3})
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

$$R^2 = 0.78113$$

$$TAM^* = 15.667\%$$

$$\hat{Y}_{t,TAM^*} = 0.645\%; Y_{Anual} = 2.604\%$$

El modelo 1.4 se destaca por las siguientes observaciones: el estadístico de la bondad de ajuste resulta superior al modelo mostrado anteriormente y muy superior a los primeros modelos (1.0 y 1.0.1); al igual que como ocurrió en el modelo anterior, el nivel de crecimiento económico esperado resulta ser muy conservador, ubicándose en una tasa de crecimiento igual a 2.604% anual. Tal como lo puede comenzar a prever el lector, las conclusiones que *a priori* se pueden generar con dichos modelos resultan similares a las dadas anteriormente. Puesto que tal como se puede apreciar, la tasa de crecimiento máxima generada con el modelo 1.4 se ubica dentro del intervalo propuesto para el nivel potencial, de tal manera que, interpretando los coeficientes del modelo, se indica que, si el gasto de gobierno iguala el 15.667% del total de la producción, las tasas de crecimiento económico podrían elevarse al 2.604% y ubicarse, dentro del nivel de producción potencial.

No obstante, al igual que el resto de los modelos, no cumple con todos los supuestos establecidos, tal es la situación que el modelo 1.4 muestra indicios de autocorrelación de orden 4, heteroscedasticidad y multicolinealidad. De igual manera, el signo que

acompaña a la variable GDP es negativo, mismo que indica que un crecimiento en el ritmo de producción del país vecino deprime a la economía nacional, mismo que va en contra de la “evolución e intensidad” de la interrelación de economías.

Por último, se muestra el modelo que cumplió con todas las pruebas estadísticas implementadas:

Modelo 1.7

$$\begin{aligned}
 Y_t = & -1.026^{***} + 13.306^{***}TAM - 42.8185^{***}TAM^2 - 0.0263^{***}\Delta(APER_{t-3}) \\
 & + 0.0042^{***}\Delta(IGAE_{t-4}) + 0.20375^{**}\Delta(BASE_{t-2}) \\
 & - 0.00124^{***}\Delta(CETES_t) - 0.00118^{***}\Delta(CETES_t)
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

$$R^2 = 0.6967$$

$$TAM^* = 15.538\%$$

$$\hat{Y}_{t,TAM^*} = 0.725\%; Y_{Anual} = 2.933\%$$

Este modelo muestra una bondad de ajuste elevada, pero inferior al modelo inmediato anterior, muestra el tamaño óptimo del gobierno en un 15.538% del PIB nacional. Al evaluarse dicho resultado en el modelo 1.7, resaltan tasas de crecimiento de 2.933% anual, superando así incluso al nivel potencial.

Este modelo no levantó sospechas de autocorrelación, no normalidad, heteroscedasticidad ni de desestabilidad, sin embargo, se puede percatar que este modelo no se encuentra libre de algún problema de estimación, por ejemplo, el signo que acompaña a la variable de apertura económica resulta negativo, es decir, a mayor ritmo de crecimiento en las exportaciones e importaciones, el crecimiento económico se deprime, algo que no suena coherente con la teoría económica (Facchini y Melki, 2011).

De igual manera, puede observarse como, el máximo nivel de correlación entre variables exógenas fue igual al 0.6463, misma que indica la posible presencia de multicolinealidad.

RESULTADOS DEL MODELO

Al analizar las pruebas estadísticas para evaluar los modelos estimados, a pesar de que ningún modelo destaca por pasar satisfactoriamente todas las pruebas establecidas, se

puede comentar que todos cumplen con la premisa básica, la existencia de la curva de Arme y en México.

Asimismo, no existe una sustancial disparidad entre los resultados generados, por ejemplo, los modelos estimados muestran al tamaño óptimo del gobierno en un rango que va de 15.466 a 16.007 como porcentaje del PIB, ofreciendo a su vez, tasas de crecimiento anuales que van de 2.032 a 5.704%. En este sentido, el rango de tasas si resulta bastante amplio, y es donde se observa de mejor manera la incorrecta estimación de los parámetros.

Cuadro 7: Resultados de la estimación de los modelos

Modelo	Constante	TAM	TAM ²	TAM*	Y*	Crecimiento Anual
Modelo 1.0	-1.15678**	14.73885**	-46.489651**	15.852%	1.140%	4.637%
	(-2.109291)	(2.109432)	(-2.093431)			
Modelo 1.0.1	-1.25441**	15.84739**	-49.50011**	16.007%	1.397%	5.704%
	(-2.461462)	(2.440949)	(-2.39908)			
Modelo 1.1	-0.759001*	9.883986*	-31.91069*	15.487%	0.636%	2.570%
	(-1.845537)	(1.884551)	(-1.912406)			
Modelo 1.2	-0.80201**	10.27306**	-32.5999**	15.756%	0.732%	2.959%
	(-2.390267)	(2.400861)	(-2.394853)			
Modelo 1.3	-0.885722**	11.3054**	-35.87145**	15.758%	0.504%	2.032%
	(-2.381425)	(2.384904)	(-2.379401)			
Modelo 1.4	-0.785582**	10.11084**	-32.26811**	15.667%	0.645%	2.604%
	(-2.596715)	(2.60949)	(-2.608078)			
Modelo 1.5	-0.842296**	10.91237**	-35.11255**	15.539%	0.555%	2.238%
	(-2.012391)	(2.044092)	(-2.067076)			
Modelo 1.6	-0.945776**	12.08903**	-38.31232**	15.777%	0.786%	3.183%
	(-2.621922)	(2.627789)	(-2.617481)			
Modelo 1.7	-1.026536***	13.30645***	-42.81856***	15.538%	0.725%	2.933%
	(-2.972516)	(3.02789)	(-3.06672)			
Modelo 1.8	-1.049677***	13.33111***	-42.07417***	15.842%	0.631%	2.547%
	(-3.220387)	(3.210296)	(-3.187171)			
Modelo 1.9	-0.88424**	11.54316**	-37.31897**	15.466%	0.837%	3.389%
	(-2.421716)	(2.485242)	(-2.529475)			
Estadístico <i>t</i> entre paréntesis * Significancia al 90% ** Significancia al 95% *** Significancia al 99%						

Elaboración propia con datos de INEGI, Banxico y el Buró de Análisis Económico

Al no poder precisar con estos modelos el nivel de crecimiento económico que arroja el optimizar el gasto público, se comenzará a omitir el estudio de los modelos que no cumplan con tres o más supuestos. En este caso, si se excluyen los modelos que no fueron capaces de cumplir mínimo con dos supuestos³, se obtiene que el nivel óptimo de gobierno oscila entre el 15.466 y 15.842% del PIB, arrojando tasas de crecimiento económico anual entre el rango de 2.032 a 3.389%.

Ahora bien, desde un punto de vista más estricto, si se excluyen a aquellos modelos que no hayan cumplido con tres de los cuatro supuestos planteados, se obtiene un total de cuatro modelos conforman la muestra (véase cuadro 8). El modelo 1.1 con problemas de no normalidad en los errores; el modelo 1.3 con muestras de heteroscedasticidad; el modelo 1.7 con indicios de multicolinealidad en el vector de variables exógenas, y; el modelo 1.9 con aparente autocorrelación en los errores de orden 1.

En este sentido, el rango donde presuntamente se encuentra el gasto óptimo del gobierno inicia de 15.466% del PIB, hasta 15.758%, cerrando aún más el margen. Asimismo, el nivel de crecimiento económico obtenido al valuar respectivamente esos valores en sus ecuaciones se mantiene en el mismo rango 2.032 a 3.389%.

Cuadro 8: Resultados de estimaciones. Modelos seleccionados

Modelo	Constante	TAM	TAM ²	TAM*	Y*	Crecimiento Anual
Modelo 1.1	-0.759001*	9.883986*	-31.91069*	15.487%	0.636%	2.570%
	(-1.845537)	(1.884551)	(-1.912406)			
Modelo 1.3	-0.885722**	11.3054**	-35.87145**	15.758%	0.504%	2.032%
	(-2.381425)	(2.384904)	(-2.379401)			
Modelo 1.7	-1.026536***	13.30645***	-42.81856***	15.538%	0.725%	2.933%
	(-2.972516)	(3.02789)	(-3.06672)			
Modelo 1.9	-0.88424**	11.54316**	-37.31897**	15.466%	0.837%	3.389%
	(-2.421716)	(2.485242)	(-2.529475)			
Estadístico <i>t</i> entre paréntesis * Significancia al 90% ** Significancia al 95% *** Significancia al 99%						

Elaboración propia con datos de INEGI, Banxico y el Buró de Análisis Económico

³ Son siete los modelos incluidos: 1.1, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8 y 1.9.

En vista de que cada uno de los modelos cuenta con al menos un inconveniente en el cumplimiento de los supuestos, no es posible aseverar cual de entre todos ellos es mejor o peor, sin embargo, si es posible debatir los resultados.

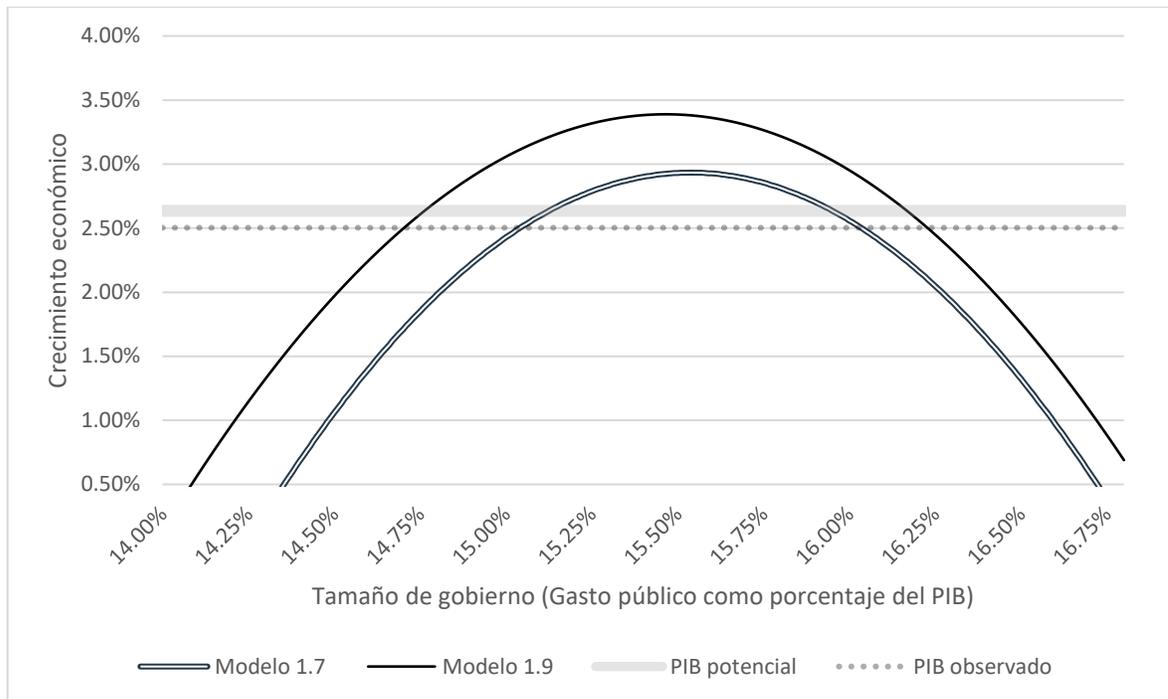
Durante el periodo de estudio, México creció a una tasa media de 2.503%, y el PIB potencial se encuentra entre 2.6 y 2.67% anual, es de esperar que la tasa de crecimiento generada a raíz de la optimización del gasto ubique al crecimiento dentro del nivel potencial. En este sentido, ninguno de los cuatro modelos presentados cumple con dicho requisito. El modelo 1.3 subestima los parámetros al indicar un máximo en 2.032%, cifra inferior tanto al crecimiento observado como al crecimiento potencial, lo cual indicaría que la política de gasto público no sería efectiva para la economía mexicana.

El modelo 1.1 indica que el nivel de crecimiento económico puede elevarse hasta 2.57%, lo cual incurre en un resultado ligeramente similar al anterior. Muestra que, a través de la política fiscal de gasto, es posible elevar el nivel de crecimiento económico de 2.503 a 2.57%, sin embargo, esta no alcanza a ubicar al producto dentro de su pendiente de largo plazo.

Por su parte, los modelos 1.7 y 1.9 comparten la conclusión al indicar que, en ambos casos, al elevar el tamaño de gasto público a 15.538 o 15.466%, respectivamente, el crecimiento económico supera las tasas de crecimiento observadas y las potenciales.

Lo anterior permite suponer lo siguiente: en primera instancia, queda claro como desde esta perspectiva, el gasto público si puede elevar las tasas de crecimiento más allá de su tasa media y más aún, de su nivel potencial. Lo anterior dejaría a la política de gasto público como una herramienta eficaz para promover el crecimiento económico en el país al ajustarlo dentro del rango 15.538 o 15.466%. Por lo cual, si las intenciones de los tomadores de decisiones del país es la elevación del sistema productivo, traducido en mayor nivel de empleo, mayor riqueza y, por ende, mayores ingresos, entonces debe de motivarse la expansión del gasto público.

Figura 14: Representación del Modelo 1.7 y 1.9



Fuente: elaboración propia con datos de INEGI, tasas trimestrales

Recopilando todos los modelos podemos ofrecer las siguientes conclusiones:

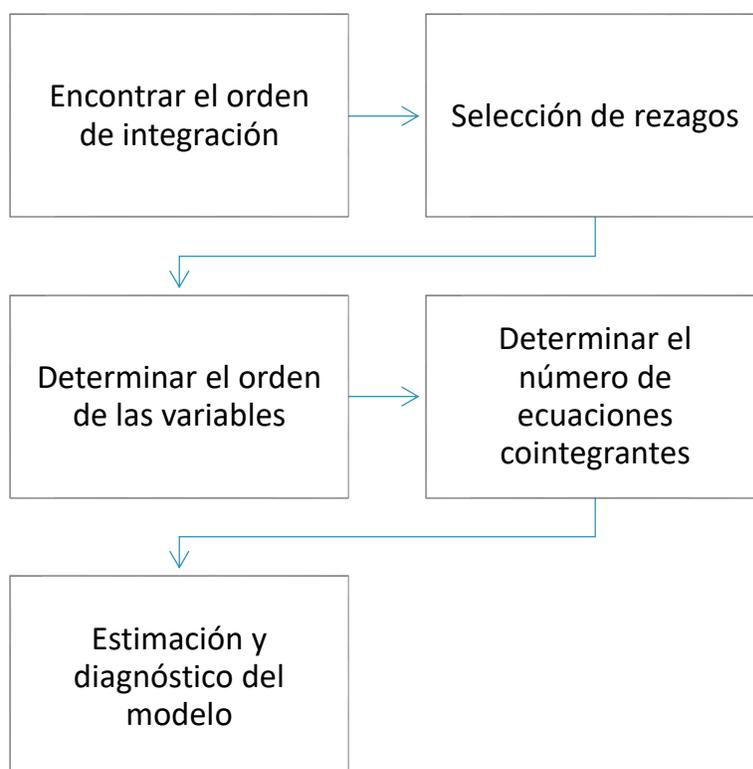
- La curva de Armey sí explica la influencia del gasto en el PIB: en todos los modelos aquí mostrados, los signos esperados acorde con la teoría son respetados, en todas las situaciones, sin importar si se agrega o retira una variable exógena, los signos continúan acordes a la teoría;
- Ninguno de los modelos debe considerarse como una estimación infalible: esto debido a que ninguno de los modelos planteados logra pasar exitosamente todos los supuestos planteados. Sin embargo, sí permiten ofrecer una aproximación de que el tamaño del gobierno se ubica cercano al 15.5% del PIB (cifra completamente congruente con el gráfico mostrado en la figura 13). Este dato resulta superior a la observada actualmente, retomando que, durante el primer trimestre de 2017 se ubicó en 13.47% con una marcada tendencia a la baja, este comportamiento tendrá repercusiones negativas en el crecimiento económico, desde el enfoque planteado por la Armey;

- Existe la posibilidad de que, impulsando el gasto público, este supere las tasas medias observadas, alcance su nivel potencial y pueda superarlo. De suceder así, esta medida debe ser tomada con completa discreción y ser perfectamente estudiada, puesto que los tomadores de decisiones deben elegir entre, mantener a través del gasto tasas de crecimiento iguales a su nivel potencial o arriesgarse a generar mayores tasas de crecimiento a costa de posibles presiones inflacionarias. Al igual que como pasó con el tamaño de gobierno, no es posible ofrecer datos puntuales del nivel del crecimiento económico asociado al punto óptimo de gobierno, sin embargo, si es posible suponer un amplio rango en donde el crecimiento pueda ubicarse a causa de elevar el gasto, indicando que existe la posibilidad de elevar las actuales tasas de crecimiento, cercanas a 2.1% (datos de Banco Mundial), de cumplirse lo anterior, dejará a la política fiscal como una fuerte herramienta para impulsar el sistema productivo del país.

Estimación del VECM

En esta sección se analiza un Modelo de Vectores de Corrección de Error. En este caso, como se comentó en el capítulo anterior, se construye un modelo VECM a partir de la metodología propuesta por Ortiz-Velázquez, et al., (2017). La estructura es la siguiente:

Figura 15: Proceso de elaboración de un VECM



Fuente: elaboración propia

Determinar el orden de Integración

Para aplicar el VECM es necesario corroborar que las variables cuentan con un orden de integración $I(1)$, y que, además pasen la prueba de cointegración de Johansen para acreditar que las variables guardan una relación de equilibrio en el largo plazo (Arias y Torres, 2004).

Como primer paso se evalúa el orden de integración a través de la prueba de *Dickey – Fuller Aumentada (DFA)*. Los resultados obtenidos se presentan en el cuadro 9.

Se observa que ambas variables tienen un orden de integración diferente de 0 -a excepción de la variable PIB, la cual es $I(0)$ si se considera que cuenta con intercepto y tendencia- en niveles, sin embargo, se puede concluir que ambas variables cuentan con una raíz unitaria, se consideran $I(1)$ y son aptas para continuar con el análisis

Cuadro 9: Análisis del orden de integración entre las series

H_0: la serie tiene raíz unitaria	Exógenas	Estadístico t	Conclusión
$Ln(G)$	Sin tendencia ni intercepto	2.163980	$G \neq I(0)$
	Intercepto	-0.940664	$G \neq I(0)$
	Tendencia e intercepto	-0.729129	$G \neq I(0)$
$D(Ln(G))$	Sin tendencia ni intercepto	-3.270977	$I(0)^{***}$
	Intercepto	-4.898533	$I(0)^{***}$
	Tendencia e intercepto	-4.946778	$I(0)^{***}$
$Ln(PIB)$	Sin tendencia ni intercepto	4.089924	$PIB \neq I(0)$
	Intercepto	-2.041417	$PIB \neq I(0)$
	Tendencia e intercepto	-3.646188	$I(0)^{**}$
$D(Ln(PIB))$	Sin tendencia ni intercepto	-3.042989	$I(0)^{***}$
	Intercepto	-4.730898	$I(0)^{***}$
	Tendencia e intercepto	-4.868877	$I(0)^{***}$

*Denota nivel de confianza de 90%
 **Denota nivel de confianza de 95%
 ***Denota nivel de confianza de 99%

Fuente: elaboración propia con datos de Banxico e INEGI

Debido a que ambas variables son sujetas para el análisis, el modelo VAR para el estudio queda de la siguiente manera

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-k} + \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \Gamma_2 \Delta X_{t-2} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-(k-1)} + u_t \quad 3.7)$$

Donde:

x_t = Vector de variables endógenas contemporáneas

x_{t-i} = Vector de variables endógenas rezagadas i periodos

z_t = Vector de variables exógenas

$\Pi, \Gamma_i =$ Matriz de coeficientes a estimar

$u_t =$ Vector de errores

$\Delta =$ Denota variables en diferencia

$X_t =$ Vector de variables ($\text{Log}(\text{PIB}), \text{Log}(G)$)

Como se puede observar en la ecuación 3.7, en un modelo VEC se incluyen las variables rezagadas dentro del vector de variables explicatorias. El problema a la hora de realizar la estimación es precisamente, averiguar cuál es el nivel óptimo de rezagos para el modelo, siendo que, pocos rezagos podrían no explicar de manera correcta el comportamiento entre estas variables, y más rezagos podría ocasionar una sobre parametrización del modelo.

Para tener un acercamiento del número óptimo de rezagos a incluir en el modelo, se ha hecho uso de diversos estadísticos para la selección de modelos, estos son, los estadísticos del Criterio de Akaike (AIC), el Criterio de Schwarz (SC), el Criterio de Hannan-Quinn (HQ) y el criterio de Máxima Verosimilitud (LR). Cada uno de estos criterios indica lo siguiente: en una comparación de modelos, se deberá buscar el estadístico AIC, SC y HQ que sea menor, dicho lo anterior, el cuadro 10 muestra el resultado de estos estadísticos valuados con distintos rezagos que va desde 0, hasta 16.

Se resalta en cada columna el valor del estadístico AIC, SC y HQ que resultó menor, así como el valor del estadístico de Máxima Verosimilitud valuado a un nivel de 5%. Los resultados indican lo siguiente: tanto el estadístico SC y el HQ indican que el número de rezagos óptimos a incluir en el modelo deben ser 5, mientras que los otros estadísticos AIC y LR elevan los rezagos a 13. Por lo cual, y siguiendo el principio de parsimonia, se estima el modelo considerando 5 rezagos de cada una de las variables. Sin embargo, también se desarrolla un modelo con los 13 rezagos que muestran el criterio de Akaike y el de Máxima Verosimilitud para observar cuáles serían los cambios que ocurren entre el modelo de 5 y 13 rezagos.

Cuadro 10: Selección de rezagos del modelo VEC

Rezago	LR	AIC	SC	HQ
0	NA	-3.832688	-3.773565	-3.808967
1	406.7804	-8.949056	-8.771689	-8.877894
2	35.97074	-9.323589	-9.027978	-9.204986
3	7.887179	-9.331407	-8.917552	-9.165363
4	49.99737	-9.92705	-9.39495	-9.713564
5	29.59161	-10.25102	-9.600677*	-9.990095*
6	6.752568	-10.25156	-9.48297	-9.943191
7	10.01868	-10.30459	-9.417758	-9.948782
8	3.520663	-10.26084	-9.255759	-9.857586
9	11.19583	-10.34265	-9.219327	-9.891957
10	4.824421	-10.32429	-9.082724	-9.826158
11	1.797982	-10.25652	-8.896714	-9.710951
12	6.63272	-10.2762	-8.798146	-9.683186
13	14.36712*	-10.44349*	-8.847194	-9.803037
14	4.362524	-10.42862	-8.714079	-9.740725
15	1.633492	-10.36253	-8.529739	-9.627188
16	1.326795	-10.2914	-8.34037	-9.508623

Una vez determinados los valores de rezagos, se construyen los modelos 2.0 y 2.1, correspondientes al modelo con 5 rezagos y 13, respectivamente, es decir:

$$\Delta \text{Log}(\text{PIB})_t = \Pi(\text{Log}(\text{PIB}) - \gamma_0 - \gamma_1 \text{Log}(G))_{t-1} + \sum_{i=1}^5 \beta_i \Delta \text{Log}(\text{PIB})_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \delta_i \Delta \text{Log}(G)_{t-1} + u_t ; \quad \text{Modelo 2.0}$$

$$\Delta \text{Log}(G)_t = \Pi(\text{Log}(\text{PIB}) - \gamma_0 - \gamma_1 \text{Log}(G))_{t-1} + \sum_{i=1}^5 \theta_i \Delta \text{Log}(\text{PIB})_{t-i} + \sum_{i=1}^5 \varphi_i \Delta \text{Log}(G)_{t-1} + \epsilon_t.$$

$$\Delta \text{Log}(\text{PIB})_t = \Pi(\text{Log}(\text{PIB}) - \gamma_0 - \gamma_1 \text{Log}(G))_{t-1} + \sum_{i=1}^{13} \beta_i \Delta \text{Log}(\text{PIB})_{t-i} + \sum_{i=1}^{13} \delta_i \Delta \text{Log}(G)_{t-1} + u_t ; \quad \text{Modelo 2.1}$$

$$\Delta \text{Log}(G)_t = \Pi(\text{Log}(\text{PIB}) - \gamma_0 - \gamma_1 \text{Log}(G))_{t-1} + \sum_{i=1}^{13} \theta_i \Delta \text{Log}(\text{PIB})_{t-i} + \sum_{i=1}^{13} \varphi_i \Delta \text{Log}(G)_{t-1} + \epsilon_t.$$

De cada uno de los modelos estimados anteriormente, a través del test de Johansen, se busca obtener el número de ecuaciones de cointegración posibles, esto a través del método de la traza y de Máximo Valor Propio. Al realizar dichas pruebas, se obtienen los resultados mostrados en el cuadro 11, cuyos valores de los estadísticos se encuentran en el anexo 2.

Cuadro 11: Proceso de elección del número de ecuaciones de cointegración

Número de ecuaciones cointegrantes (significancia al 95%)	Sin constante ni tendencia	Con constante sin tendencia	Con constante sin tendencia lineal	Con constante y tendencia lineal	Con constante y tendencia cuadrática
Modelo 2.0 (T)	0	0	0	0	1
Modelo 2.0 (MVP)	0	0	0	0	0
Modelo 2.1 (T)	1	1	0	0	0
Modelo 2.1 (MVP)	1	1	0	0	0

Fuente: elaboración propia con datos de INEGI

Del cuadro 11 se rescata que, para el caso del modelo 2.0, el estadístico de la Traza (T) reporta la existencia de una ecuación de cointegración, misma que deberá incluir una constante y tendencia cuadrática. Sin embargo, al observar los resultados del estadístico de Máximo Valor Propio (MVP) se observa lo contrario, indicando que no existe una ecuación de cointegración entre estas dos variables. Debido a que ambos estadísticos reportan situaciones distintas, no es factible concluir la existencia o nulidad de una relación de largo plazo entre estas dos variables.

No obstante, el modelo 2.1 denota una clara diferencia al modelo 2.0. En primera instancia se observa que a diferencia del modelo 2.0, este propone una ecuación de cointegración de dos maneras, puesto que ambos estadísticos T y MVP concluyen de esta manera.

La primera situación, indica la construcción de una ecuación de cointegración sin incluir constante alguna o algún tipo de tendencia (Modelo 2.1.1), mientras que la segunda, sugiera la modelización de una ecuación que incluya una constante, pero no tendencia de algún tipo (Modelo 2.1.2)

Debe rescatarse que, la divergencia observada entre los modelos es a causa del número de rezagos incluidos en el mismo, concluyendo que, al incluir 13 rezagos, existe una relación de largo plazo entre estas variables.

Como paso final antes de realizar la estimación del modelo de cointegración, Arias y Torres (2004) proponen el análisis de *Causalidad de Granger/Test de Wald* de bloqueo de exogeneidad, esto con la finalidad de detectar cuál de las dos variables pudiera ser independiente y ayude a una mejor interpretación del modelo. El resultado es el siguiente:

Variable dependiente	Variable independiente	Estadístico χ^2
<i>D(Ln(PIB))</i>	<i>D(Ln(G))</i>	31.18564***
<i>D(Ln(G))</i>	<i>D(Ln(PIB))</i>	17.98775
*** Significancia al 99%		

Los resultados demuestran que, con un nivel de confianza del 99%, la variable PIB puede ser considerada como endógena en el modelo VEC, mientras que la variable de gasto (G), si bien será considerada como endógena en el modelo VEC, con base en el test de *Causalidad de Granger/Test de Wald*, esta variable responde como una exógena.

INTERPRETACIÓN DEL MODELO

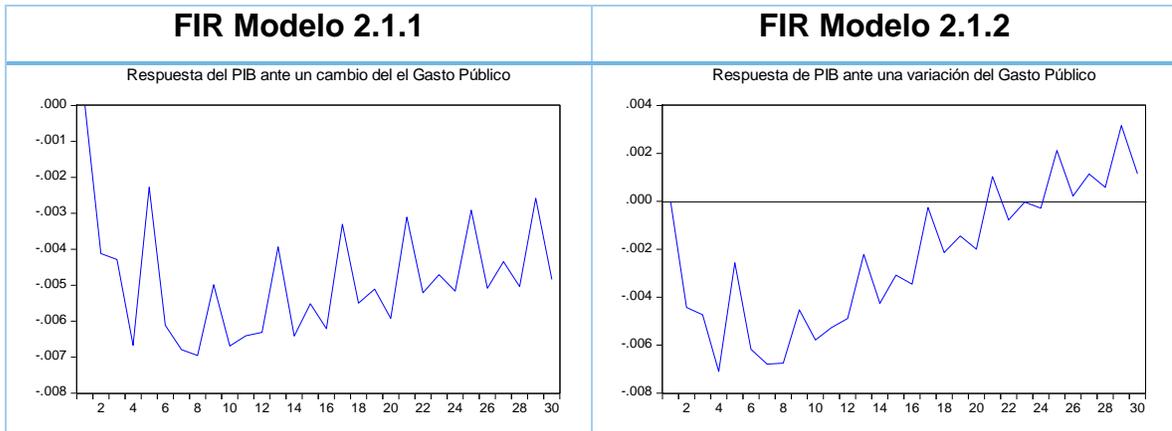
El orden identificado para la construcción del modelo es el siguiente: $Ln(PIB), Ln(G)$; y se estimó con resultados mostrados en el Anexo 3. La interpretación del modelo según Arias y Torres (2004) consiste en analizar las ecuaciones de cointegración resultantes (en este caso 1) y observar la velocidad y eficiencia en que las variables corrigen las perturbaciones que desvían al modelo del equilibrio. Como se mencionó anteriormente, no es necesario evaluar el nivel de R^2 obtenido, pero si se realizarán algunas pruebas para verificar la estabilidad del modelo.

En primera instancia, se analizan los resultados del modelo 2.1.1 (sin constante ni tendencia). Al revisarlos, se puede observar que el estadístico F para ambas ecuaciones es bajo, mismo que permite suponer que el modelo podría no estar correctamente explicado por las variables. Además, contemplando el coeficiente de la ecuación de corrección de error de la variable G , este resulta ser no estadísticamente significativo, lo que supondría en primera instancia que, estadísticamente, el gasto no ayuda a corregir la desviación del PIB de su tendencia de largo plazo.

Además, al analizar las funciones de Impulso-Respuesta del modelo, se observa que esta es explosiva -no tiende a estabilizarse a través del tiempo- lo cual indica que el modelo está sujeto de una serie de modificaciones que fomenten la estabilidad del mismo.

Mientras tanto, si se analiza el modelo 2.1.2, es decir, aquel que considera un intercepto en la ecuación de cointegración sin una tendencia, los resultados no parecen variar mucho a comparación de los anteriores, puesto que el estadístico F sigue siendo bajo, el coeficiente de corrección de error de la variable de gasto no es significativo y la función de impulso-respuesta sigue siendo explosiva, e inclusive, pareciese que esta resultara aún más explosiva que la del modelo 2.1.1.

Cuadro 12: Función Impulso-Respuesta



Fuente: elaboración propia con datos de INEGI

Para contrarrestar la falta de estabilidad de los modelos anteriores, se propone la inclusión de más variables al modelo que permita dar resultados certeros de esta estimación.

MODELO VEC CON VECTOR DE VARIABLES EXÓGENAS

Con la finalidad de explicar de mejor manera el comportamiento económico del gasto sobre el PIB, se ha optado por incluir las variables de tasa de interés (*CETES*) y el Índice Global de la Actividad Económica (*IGAE*) en sus transformaciones a logaritmos, esto con la finalidad de obtener las elasticidades dentro del modelo.

En primera instancia, se procede a analizar la naturaleza de las series, identificando si cuentan con raíz unitaria o no, para ello, se hace uso de la prueba de *Dickey – Fuller Aumentada*.

En el cuadro 13 se muestran los resultados de dichas pruebas. Se destaca que la variable de *CETES* en su transformación logarítmica, cuando se presenta en niveles se concluye que dicha variable cuenta con al menos una raíz unitaria, mientras que al diferenciarse una vez y aplicar la misma prueba, se obtiene que ésta ya no cuenta con raíz unitaria, con lo cual permite concluir que la variable *CETES* en su transformación logarítmica es $I(1)$.

Lo mismo ocurre al analizar la variable de Índice Global de la Actividad Económica, se encuentra que, cuando se maneja en niveles, esta cuenta con al menos una raíz unitaria, mientras que, al analizarla en sus primeras diferencias, esta denota que no cuenta con raíz unitaria, por lo cual, se llega a la conclusión que, ambas variables se consideran $I(1)$ y pueden ser integradas al VEC .

Cuadro 13: Análisis del orden de integración entre las series exógenas

H_0: La serie tiene raíz unitaria	Exógenas	Estadístico t	Conclusión
$Ln(CETES)$	Sin tendencia ni intercepto	-0.885478	$Ln(Cetes) \neq I(0)$
	Intercepto	-1.483091	$Ln(Cetes) \neq I(0)$
	Tendencia e intercepto	-2.972398	$Ln(Cetes) \neq I(0)$
$D(Ln(CETES))$	Sin tendencia ni intercepto	-8.519355	$I(0)^{***}$
	Intercepto	-8.490845	$I(0)^{***}$
	Tendencia e intercepto	-8.449671	$I(0)^{***}$
$Ln(IGAE)$	Sin tendencia ni intercepto	2.604290	$Ln(IGAE) \neq I(0)$
	Intercepto	-3.425858	$Ln(IGAE) \neq I(0)$
	Tendencia e intercepto	-3.391778	$Ln(IGAE) \neq I(0)$
$D(Ln(IGAE))$	Sin tendencia ni intercepto	-2.995267	$I(0)^*$
	Intercepto	-4.092175	$I(0)^{***}$
	Tendencia e intercepto	-4.585423	$I(0)^{**}$
*Denota nivel de confianza de 90%			
**Denota nivel de confianza de 95%			
***Denota nivel de confianza de 99%			

Fuente: elaboración propia

A continuación, se muestra el proceso de selección óptima de rezagos -nuevamente considerando de 0 a 16 rezagos-, en la cual, una vez más se hace uso de los estadísticos AIC, SC y HQ, así como el valor del estadístico de Máxima Verosimilitud valuado a un nivel de 5%.

Cuadro 14: Selección de rezagos del modelo VEC con variables exógenas

Rezagos	LR	AIC	SC	HQ
0	NA	-14.85319	-14.73495	-14.80575
1	558.0668	-21.80112	-21.20989	-21.56391
2	89.66659	-22.65142	-21.58722*	-22.22445
3	34.86120	-22.76903	-21.23185	-22.15229
4	60.13296	-23.31354	-21.30339	-22.50704*
5	34.51580	-23.49374	-21.01061	-22.49748
6	16.32178	-23.39014	-20.43403	-22.20411
7	28.60156	-23.54511	-20.11602	-22.16932
8	22.81240	-23.62531	-19.72324	-22.05975
9	13.90841	-23.54635	-19.17130	-21.79102
10	14.90804	-23.52399	-18.67596	-21.57890
11	12.76483	-23.48350	-18.16250	-21.34865
12	16.60647	-23.60739	-17.81342	-21.28277
13	26.55637*	-24.16077	-17.89382	-21.64639
14	17.54759	-24.49686	-17.75693	-21.79271
15	15.56692	-24.88014	-17.66724	-21.98623
16	16.05118	-25.48828*	-17.80240	-22.40460

Fuente: Elaboración propia con datos de INEGI

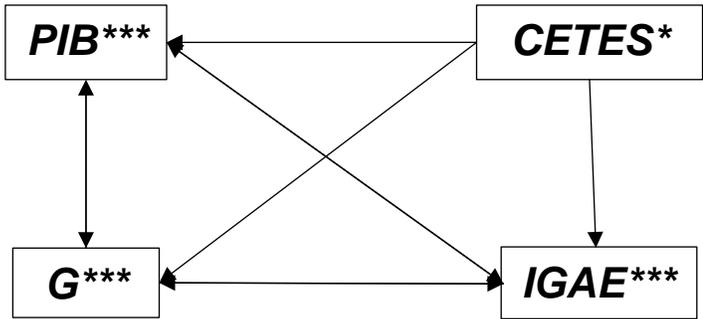
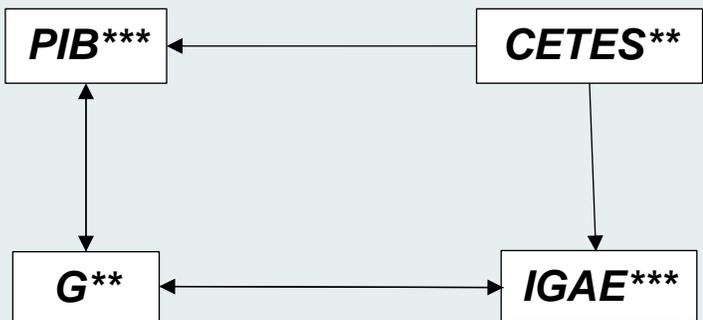
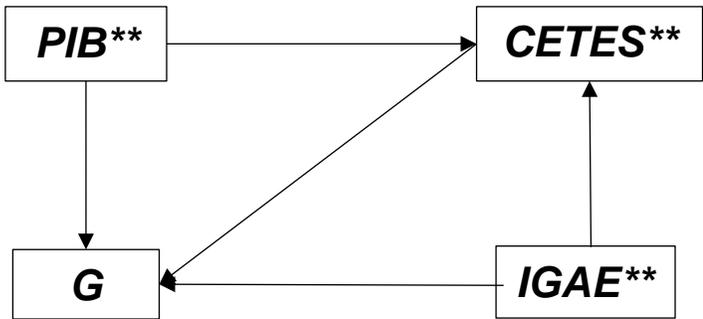
Tal y como se observa en el cuadro 14, el número de rezagos óptimo según el estadístico de Máximo Verosimilitud es igual a 13, cifra inferior a los 16 indicados por el Criterio de Akaike. Del otro extremo, el estadístico SC muestra dos rezagos como óptimos, y cuatro óptimos según el criterio HQ.

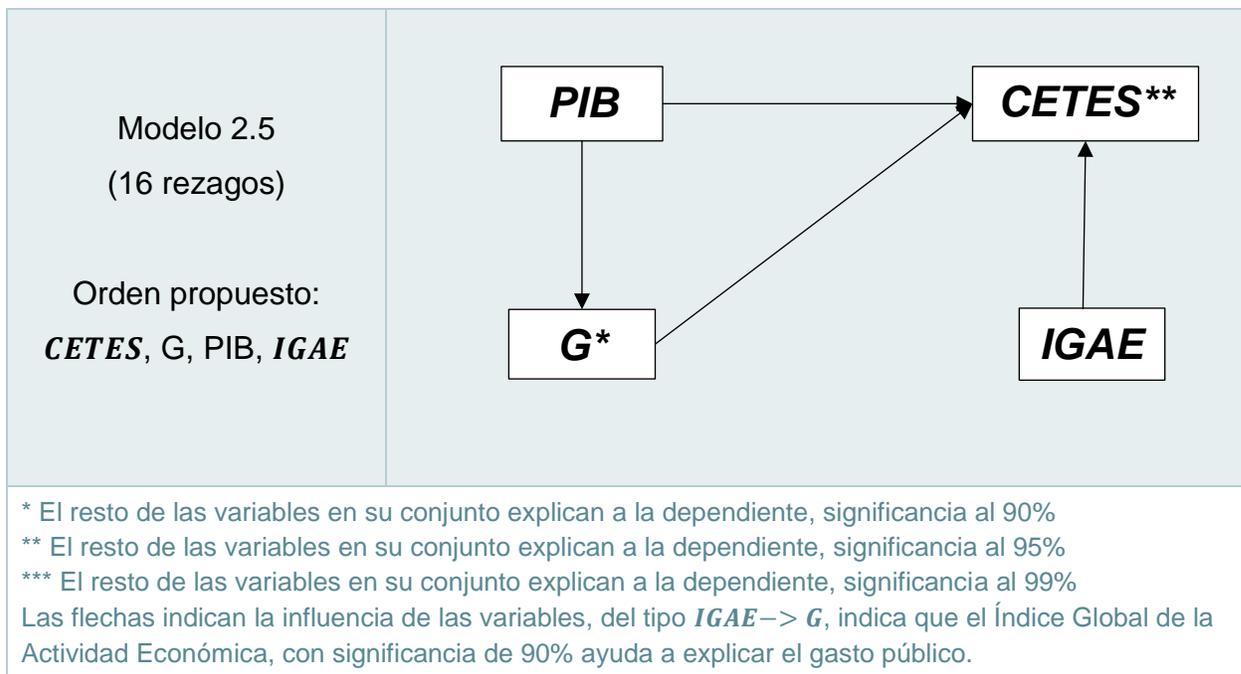
Para contemplar todas las opciones, se han generado cuatro modelos, el modelo 2.2 que contempla a las cuatro variables (PIB, Gasto, *CETES* e Índice de Actividad Industrial) con dos rezagos; el modelo 2.3 que contempla cuatro rezagos; el modelo 2.4 con 13 rezagos incluidos y; el modelo 2.5 con 16 rezagos.

Para comenzar con el proceso de estimación del modelo, se sugiere realizar la prueba de *Causalidad de Granger/Test de Wald* a fin de identificar aquellas variables que

puedan considerarse como endógenas o exógenas en el modelo. Los resultados se encuentran en el anexo 4, pero, en resumen, el grado de exogeneidad se define de la siguiente manera:

Cuadro 15: Grado de exogeneidad de las variables en el VECM

<p>Modelo 2.2 (2 rezagos)</p> <p>Orden propuesto: PIB, G, IGAE, CETES</p>	
<p>Modelo 2.3 (4 rezagos)</p> <p>Orden propuesto: PIB, IGAE, G, CETES</p>	
<p>Modelo 2.4 (13 rezagos)</p> <p>Orden propuesto: CETES, G, PIB, IGAE</p>	



Fuente: elaboración propia con datos de INEGI

El cuadro 15 muestra las relaciones de dependencia de las variables, el modelo 2.2 muestra como la variable PIB es influida por las otras tres variables, asimismo, las otras tres variables en su conjunto explican al PIB con un nivel de confianza de 99%. Esto ocurre exactamente igual con la variable de gasto y del *IGAE*, donde tanto de manera individual como en su conjunto, las otras variables influyen en estas con una confianza de 99%. La variable *CETES*, al contrario, funciona como variable exógena al influir en todas las variables y no recibir retroalimentación al menos de forma individual, pues si analiza en su conjunto, si resulta explicada por las otras tres en su conjunto con una significancia del 90%.

El modelo 2.3 muestra algunos cambios respecto del anterior, en él se aprecia como la variable PIB, se deja influir por sólo dos variables, Gasto y *CETES*, de manera idéntica se comporta el *IGAE*. Ambas variables, son explicadas por el resto en su conjunto con una significancia del 99%. Por su parte, la variable de gasto únicamente no recibe influencia por los *CETES*, pero en su conjunto, las tres variables si explican al gasto con una confianza de 95%. Al contrario, los *CETES* nuevamente, no reciben retroalimentación de ninguna variable, manteniéndose así, como la variable más exógena nuevamente.

El modelo 2.4 hace un cambio radical, puesto que, ahora la variable PIB, en el sentido de Granger no es explicada por las otras tres variables al menos individualmente, pero en su conjunto, con una significancia del 95% si se explica por las tres variables en su conjunto. Los *CETES* pasan a ser la variable más endógena al ser explicada por el PIB y el *IGAE*, así como las tres en su conjunto. El gasto es explicado por las tres variables individualmente, mas no por las tres en su conjunto.

Por último, analizando el modelo 2.5, tanto el *PIB*, como la variable *IGAE* se muestran como variables exógenas, esto debido a que ni independientemente ni en su conjunto son explicadas por el resto mientras que *CETES* pasa a ser la más endógena al ser explicada por el resto de las variables.

Cuadro 16: Proceso de elección del número de ecuaciones de cointegración II

Número de ecuaciones cointegrantes (significancia al 95%)	Sin constante ni tendencia	Con constante sin tendencia	Con constante sin tendencia lineal	Con constante y tendencia lineal	Con constante y tendencia cuadrática
Modelo 2.2 (T)	0	0	0	0	0
Modelo 2.2 (MVP)	0	0	0	0	0
Modelo 2.3 (T)	0	1	0	1	1
Modelo 2.3 (MVP)	0	1	1	1	1
Modelo 2.4 (T)	2	3	2	4	4
Modelo 2.4 (MVP)	2	2	3	4	2
Modelo 2.5 (T)	3	3	3	3	3
Modelo 2.5 (MVP)	2	3	3	3	3

Fuente: elaboración propia

Una vez obtenidos el orden de las variables en el modelo, se procede a realizar el test de Johansen, para descubrir si, a través del estadístico de la Traza o de Máximo Valor propio, se detectan relaciones de largo plazo.

Los resultados obtenidos del número de ecuaciones cointegrantes parecen discrepar unas de otras. Para evaluar una correcta estimación del modelo, se hará uso de varios

estadísticos. Principalmente del estadístico F como indicador de que las variables explican correctamente el modelo, del estadístico t que acompaña al valor del diferencial de G y fungirá como indicador que la variable de gasto público resulta significativa dentro de la dinámica del modelo, del test de raíces unitarias para verificar la correcta parametrización y, por último, de un test de normalidad. Los resultados a detalle se muestran en el Anexo 5.

Se destaca como, con una significancia del 95%, el modelo 2.2 -dos rezagos- no cuenta con una ecuación de cointegración, al señalar a través de los estadísticos de la Traza y de Máximo Valor Propio cero ecuaciones cointegrantes. En otras palabras, considerando únicamente dos rezagos no se distingue una relación de largo plazo entre las variables de estudio.

El modelo 2.3 (4 rezagos) indica que existen tres variantes con una ecuación de cointegración, sin embargo, en todas las anteriores se cuenta con una función Impulso-Respuesta donde con un margen de 40 periodos no hay convergencia, indicando que después de un impacto en la variable de gasto, aún después de 10 años, el PIB no retomaría su equilibrio.

El modelo 2.4, tal como se muestra cuenta con más de una ecuación de cointegración, mínimo dos en cada variante del modelo, sin embargo, una vez más, analizando las funciones Impulso-Respuesta no reflejan convergencia aún en 40 trimestres.

Por último, el modelo 2.5, con 16 rezagos también cuenta con más de una ecuación de cointegración, nuevamente, se contemplan las mínimas para cada variante. No obstante, nuevamente todos los modelos arrojan una función Impulso-Respuesta explosiva.

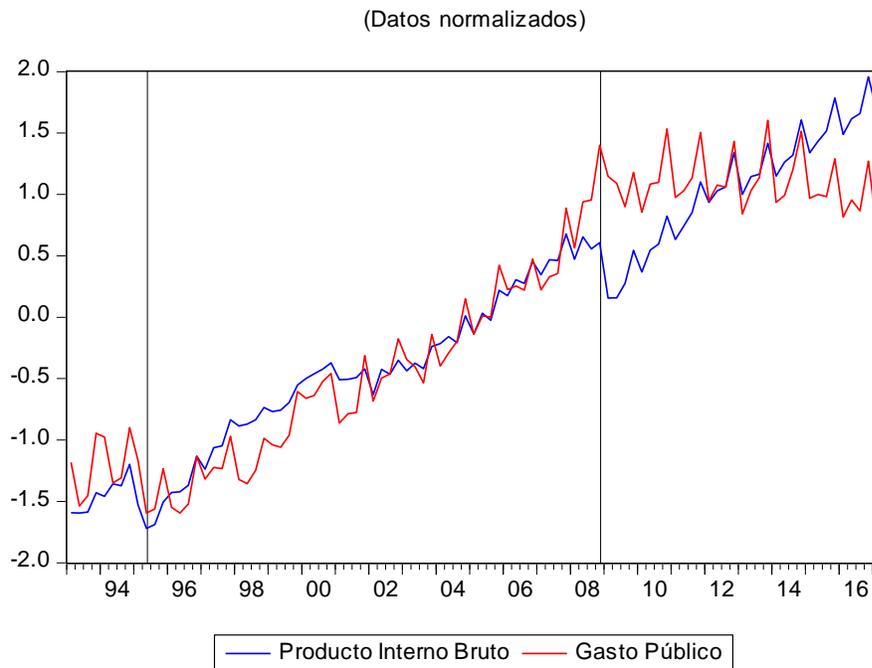
Entonces, resumiendo los resultados hallados, no sobresale de entre la gama de modelos generados, uno que cumpla con todos los supuestos que validen la buena estimación de los parámetros. Sin embargo, si se presencia como a mayor número de rezagos, se cumplen menos pruebas (por ejemplo, se comienza a rechazar las pruebas de normalidad y de raíces invertidas). Asimismo, la Función de Impulso-Respuesta de todos los modelos sigue un extraño patrón, a veces explosivo, a veces sin tendencia marcada

con altas y bajas, pero ninguno de esos gráficos persigue una tendencia a la estabilidad aún dentro de 40 periodos (10 años).

¿A qué se debe lo anterior? La respuesta propuesta ante este argumento es la siguiente: si bien mediante el test de cointegración se obtuvo que estadísticamente las variables están cointegradas, el tiempo en que a la variable PIB le toma regresar a un nivel de equilibrio dado un choque exógeno en el gasto público es mayor a 10 años, y contemplar que deben pasar más de 10 años para atender una perturbación en el gasto no es sano ni posible para ninguna economía.

Entonces, una pregunta que se puede plantear es ¿por qué se refleja este fenómeno en el modelo? Para comprenderlo de mejor manera, se propone el estudio de las series económicas del PIB y del gasto, misma que se expone en la figura 16.

Figura 16: Comportamiento de las variables de Gasto Público y PIB



Fuente: elaboración propia con datos de INEGI y Banco de México

En ella, se plasman ambas variables divididas en tres periodos, 1993Q1-1995Q1, 1995Q2-2008Q9 y 2009Q1-2017Q1 para una mejor comprensión. En el primer periodo, a pesar de ser muy pequeño se observa que el PIB y el gasto siguen un comportamiento similar. Entrando el segundo trimestre de 1995 -coincidiendo con el periodo de crisis-

ambas series cambian de tendencia de manera muy similar, al alza. Es durante este segundo periodo donde la interrelación entre estas dos variables se hace mucho más notoria, mismo que permite suponer que es en este periodo el que permite dentro del VEC establecer mínimo una ecuación cointegrante entre estas variables.

Observando el último periodo, que una vez más coincide con la crisis económica (2008), ambas variables apuntan un rumbo completamente distinto, donde el PIB retoma una tendencia de crecimiento con un efecto estacional fuertemente marcado (subidas hasta el cuarto trimestre del año seguido de una súbita caída), mientras que el gasto público retoma una ligera tendencia a la baja acompañado de igual manera de un fuerte efecto estacional.

Es posible que, el Modelo de Vectores de Corrección de Error esté recibiendo la información correspondiente al último periodo 2009-2017, lo cual muestra una paulatina divergencia en las variables. Esto mismo, puede suponer que ya no es posible asegurar la existencia de una relación de largo plazo entre el PIB y el gasto.

Esto puede resumirse de la siguiente manera, si se continúa disminuyendo indiscriminadamente el gasto público -específicamente, la inversión pública-, la brecha entre el gasto y el PIB continuará ampliándose, llevando a que, en el mediano y largo plazo, no sea posible establecer una relación entre estas dos variables y vuelva a la política de gasto público inoperativa, debido a la escasa importancia que tiene sobre los niveles de producción.

Principales Resultados

Conforme a lo observado anteriormente, se puede concluir que siguiendo los planteamientos de la curva de Armey, si existe una relación de u-inversa entre el crecimiento económico y el tamaño del gobierno, medido como la proporción del PIB que se destina al consumo de gobierno y formación bruta de capital público.

Vale la pena destacar que la hipótesis principal que indica la posible presencia de la curva de Armey en el caso mexicano queda demostrada debido a que, en todos los modelos propuestos, los signos siempre corresponden a los esperados, es decir, aquellos que permiten el diseño de una parábola inversa entre estas variables económicas.

Los resultados muestran además como la tendencia que sigue actualmente el tamaño de gobierno de ir a la baja, únicamente genera que el crecimiento económico se deprima, puesto que empíricamente se indica que el tamaño de gobierno debe estar cercano al 15.5% para impulsar las tasas de crecimiento.

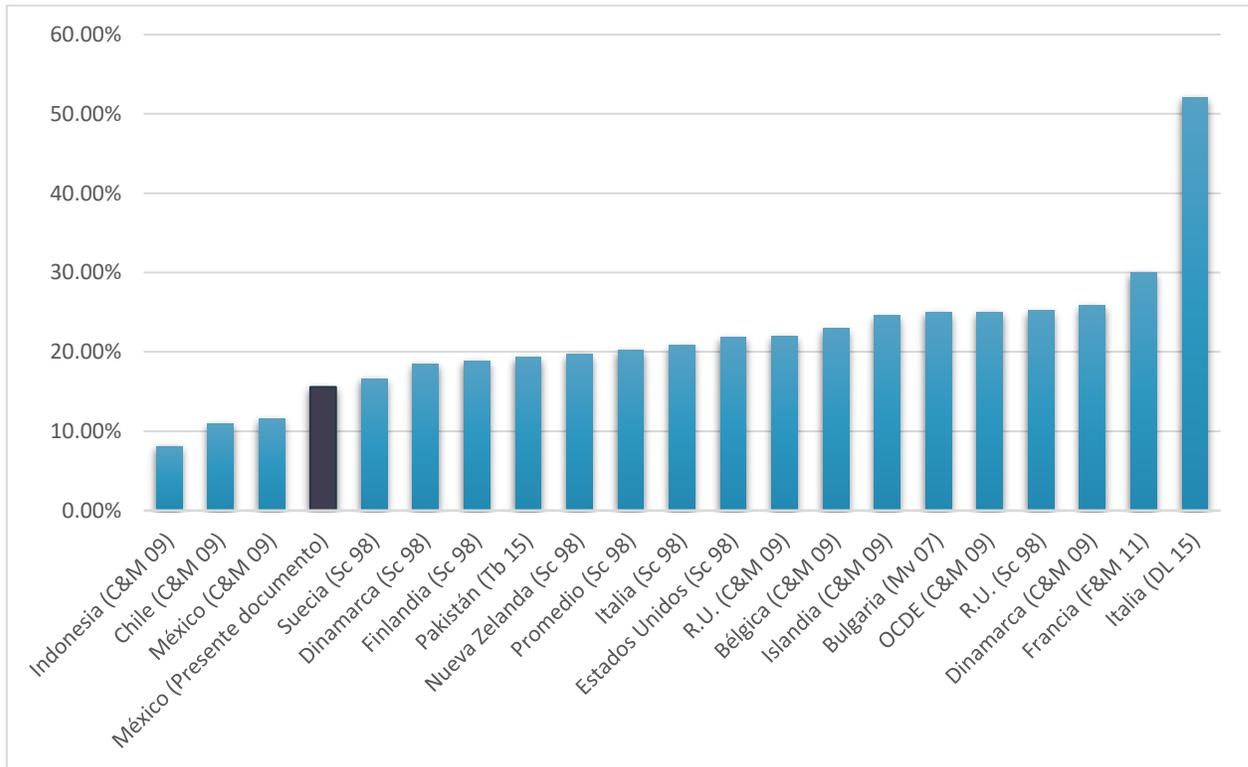
Los resultados entre los modelos, como ya se comentó, divergen unos a otros, pero a pesar de ello, se puede concluir que la razón $\frac{G}{PIB}$ debe ubicarse entre 0.1546 y 0.1575. La divergencia arrojada al valuar sus respectivas razones óptimas en las ecuaciones planteadas resulta muy elevada al indicar tasas de crecimiento entre 2.032 y 3.389% y, por lo tanto, no permite plantear seguridad cuál es el dato puntual de crecimiento al elevar el gasto.

Retomando y comparando los estudios previamente elaborados para identificar la curva de Armey en diferentes economías (figura 17⁴), es posible observar que existe una gran disparidad entre las economías del mundo, identificando principalmente que, naciones desarrolladas tales como Italia, Francia y Dinamarca demandan una mayor participación gubernamental cercana al 30% , mientras que países menos desarrollados como Indonesia, Chile y México requieren de una intervención similar a 15%. Es visible que la

⁴ La figura 17 muestra la comparación de resultados de la aplicación de sus respectivas metodologías de sus respectivos autores: C&M 09 indica los resultados obtenidos por Chobanov y Mladenova, 2009; Sc 98 indica los obtenidos por Scully, 1998; Mv 07 hace referencia del trabajo de Mavrov, 2007; F&M 11 expresa a Facchini y Melki, 2011, y; DL 15 señala a Di Liddo, et al., 2015.

mayoría de los estudios coinciden en que el tamaño de la intervención gubernamental debe estar entre en 15 y 30% de sus respectivos niveles de producción.

Figura 17: Comparación con otros estudios sobre el Tamaño del Gobierno en otras economías



Fuente: Elaboración propia con datos de Chobanov y Mladenova, (2009), Scully (1998), Mavrov (2007), Facchini y Melki (2011) y Di Liddo, et al., (2015) e INEGI

La divergencia entre estos resultados puede explicarse por la estructura económica de las naciones desarrolladas contra las poco desarrolladas (incluida la mexicana), puesto que, la participación gubernamental en naciones hoy desarrolladas (las europeas) ha sido alta debido a las políticas del estado de bienestar y por el alto gasto por la reconstrucción europea en los periodos de guerra.

Al contrario, en las economías poco desarrolladas, específicamente retomando al caso mexicano, se observa como desde la crisis de los ochentas, el gobierno ha tomado políticas rumbo a la liberación económica en donde el gobierno juegue un papel muy débil dentro del sistema económico. En otras palabras, las naciones desarrolladas proponen al libre mercado provocando a la vez a una disminución gubernamental en la economía debido a que la iniciativa privada pudiera explotar aún más el crecimiento, algo que no

sucede en la economía nacional, donde se propone al gobierno cubra ese pequeño hueco que la iniciativa privada no es capaz de satisfacer en México.

Al analizar un efecto de cointegración entre las variables de estudio gasto y producción, esta resulta ser débil, esto a raíz de las nuevas tendencias generadas a partir de la crisis de 2008, donde si bien el PIB retoma su tendencia de crecimiento, el gasto parece tomar una dirección distinta, donde se mantiene completamente estancada (periodo 2009-2015) e inclusive comienza a disminuir a partir del año 2016. La distribución del gasto ha sido responsable de dicha variación, puesto que, el consumo de gobierno aún después de la crisis continuó, al igual que el PIB, con una marcada inercia de crecimiento, mientras que la formación bruta de capital público alcanza su nivel máximo en la más reciente crisis para posteriormente entrar en una marcada tendencia a la baja.

IV. CONCLUSIONES

El presente trabajo, tuvo como objetivo demostrar la existencia de la relación de u-inversa entre el gasto público y el crecimiento económico propuesta por Barro (1989), Armey (1995), Rahn (1996), y Scully (1998), denominada como la curva de BARS.

Al analizar una serie de modelos que relacionan el crecimiento económico con el gasto público como una función cuadrática, se pudo acreditar que efectivamente es posible construir una relación de parábola inversa entre ambas variables, demostrando así que los planteamientos dictados por Barro (1989), Armey (1995), Rahn (1996), y Scully (1998) aplican para la economía mexicana. Lo anterior permite conocer los niveles de crecimiento esperados a razón de un movimiento en la proporción $\frac{G}{PIB}$. En este sentido, y resolviendo a las cuestiones planteadas en esta introducción, se determinó que el tamaño del gobierno actual, correspondiente a un nivel de 13.47% del PIB, no es suficiente, sólo es capaz de generar un crecimiento medio igual a 2.507%, y siendo más específicos, en los últimos cuatro años apenas ha servido para alcanzar tasas cercanas a 2% anual.

En cambio, la evidencia empírica del presente trabajo sugiere que, de elevar el gasto público a un nivel semejante a 15.5 como porcentaje del PIB, el nivel de crecimiento económico pudiese alcanzar mejores condiciones, al igualar sus tasas medias, su nivel potencial o incluso pudiendo superarlas.

Cabe destacar la importancia del uso y finalidad del gasto a ejercer, puesto que como se indicó anteriormente, el gasto estudiado en el presente documento se conforma por el consumo de gobierno y la formación bruta de capital público, donde este último, a partir de la crisis de 2009, ha contado con una fuerte tendencia a la baja, mientras que el consumo gubernamental mantiene su misma inercia de crecimiento. En orden de la presente investigación, la recomendación para mejorar los niveles de crecimiento es elevar el nivel de gasto público, más aún, elevar el nivel de inversión pública que sea capaz de ofrecer rendimientos positivos a la economía general en el corto y largo plazo.

Coincidiendo con Hernández (2010), la importancia de las políticas de gasto público radica en que estas sean capaces de generar oportunidades de inversión dentro de la iniciativa privada. La principal función del gasto público dentro del sistema económico

recae en la generación de infraestructura pública y social que tienda a complementarse con los beneficios que genere la inversión productiva privada. Hernández (2010, p.92) resalta la importancia de la política de gasto al indicar que “(...) *el crecimiento y la inversión dependen no tanto de la capacidad de generar ahorro, sino de que el gobierno establezca las condiciones propicias para la inversión productiva generadora de riqueza*”.

Por otra parte, Armey (1995) rescata que uno de los principales problemas de las economías mundiales, específicamente en la estadounidense, es la excesiva intromisión del gobierno en los planes y dinamismo de los agentes económicos, por lo cual, Armey expresa una clara postura rumbo a la desregulación disminuyendo el papel del gobierno en la economía. Indicando, que el gobierno debe limitarse a la provisión de bienes y servicios públicos que el mercado no es capaz de ofrecer, así como a limitar su papel en la economía, conllevando así a una disminución del gasto y de impuestos que permita a los agentes dirigirse rumbo a la libertad económica y a la sencillez gubernamental.

Encuentra que, para el caso de la economía estadounidense, el gobierno se encuentra muy por encima de los niveles óptimos, proponiendo deliberadamente su reducción a la mitad. Un argumento así no podría ser factible aplicarse en el caso mexicano, donde el tamaño del gobierno ya se encuentra debajo de los umbrales óptimos de crecimiento. Esta diferencia, como se comentó durante el transcurso del documento, puede derivarse del hecho que, para la economía estadounidense, la iniciativa privada busca explotar algunos mercados que el gobierno aparentemente es incapaz de explotar y que, en vez de apoyarlo, entorpece el desarrollo económico a través de regulaciones económicas. Es decir, bajo los planteamientos de Armey, la intervención gubernamental a través del gasto no genera la utilización eficiente de los recursos, inhibe la innovación, genera aún más problemas económicos y limita la participación de capital privado en el sistema económico. En su conjunto, la solución inmediata es permitir a los privados libre acceso a inversiones e innovaciones que generen desarrollo sin obstáculos administrativos-regulatorios.

Al contrario de la situación de aquel país norteamericano, la economía mexicana, y con base en la presente investigación, requiere de la inversión pública para explotar dichos mercados y elevar las tasas de crecimiento.

Aquí se toca un punto específico, y es la necesidad de elevar el gasto público mexicano, pero este debe ser en inversión pública productiva y tal como lo plantea Arme y (1995), debe interferir en lo mínimo con las acciones de la iniciativa privada fomentando un esquema de sencillez y transparencia fiscal que permita a la nación desarrollarse económicamente con una intervención gubernamental no invasiva. De seguir con la tendencia de “austeridad” que el gobierno está implementando, -únicamente disminuyendo la inversión pública y continuar con el crecimiento indiscriminado del consumo gubernamental- solamente está sentando las bases para que el crecimiento económico se deprima y no sea capaz siquiera de alcanzar los niveles de crecimiento potencial.

Además, se debe hacer énfasis en la influencia que debe tener este gasto público, el cual, debe ejercerse en zonas económicas que sean capaces de generar riqueza, tal es el desarrollo de infraestructura pública y social que elimine aquellas barreras para el desarrollo y evolución de la actividad productiva.

¿Cuál será el nivel óptimo para la economía nacional? Ya se comentó que existen al menos tres alternativas de política fiscal -por debajo, dentro y por encima del tamaño óptimo de gobierno-, bajo el enfoque de la curva de Arme y, dos de ellas ofrecen una misma tasa de crecimiento económico (inferior y superior), y la tercera ofrece el crecimiento más elevado a las anteriores. Es por ello, que se muestran aquí las dos alternativas más viables, aunque bien, se adelanta que ambas recurren a la necesidad de elevar el nivel de gasto actual. Como primera alternativa, se propone elevar el gasto público a un nivel cercano a 15.5% del PIB, a fin de maximizar las tasas y ubicar el crecimiento económico en un nivel por arriba del producto potencial.

No obstante, también puede ubicarse el gasto público en un nivel un poco más “austero” al anterior, al ubicarlo cercano al 14.5%, que con fundamento en los estimadores obtenidos de los modelos, es el nivel de gasto público en que las tasas de crecimiento se acercan a las potenciales.

El problema entonces radica en la distribución del gasto público, pues actualmente, el gasto público se encuentra dominado por el consumo de gobierno, siendo la formación bruta de capital público un segundo término para la política fiscal actual. De optar por el

incremento indiscriminado de los recursos públicos, este debería limitarse a mantenerse dentro de los límites que permita generar tasas de crecimiento sin presiones inflacionarias, puesto que, con la actual distribución del gasto público, resulta impensable suponer que es posible elevar los niveles de crecimiento potencial, tal como lo indica el Banco de la República de Colombia (2013) “(...) *si la economía crece a un ritmo que no es sostenible, tarde o temprano se generará una crisis con consecuencias graves para la economía, deterioro de los indicadores sociales, pérdida de confianza de la población y caídas en la inversión y en el empleo*”

Dadas las condiciones anteriores, será cuestión de los tomadores de política hacer uso correcto del gasto público, resaltando una vez más como la postura de disminuir la formación bruta de capital público no es la indicada (dadas las condiciones históricas de la economía mexicana, así como del actual tamaño gubernamental) para el desarrollo de la producción nacional.

Por último, y para dar respuesta a la última pregunta planteada en la introducción, se elaboró un Modelo de Vectores de Corrección de Error para observar el comportamiento de las variables dada un choque en el gasto público, mismo que se podría interpretar como *¿qué pasaría si el gasto público se eleva?* Ciertamente, resultó que las variables de estudio no tienden a compartir una tendencia en común, pues como tanto se ha reiterado, el gasto público ha mostrado un cambio de tendencia a partir de 2009 rumbo a la disminución de la participación gubernamental, por lo que no es posible establecer un modelo *VEC* y, por tanto, no fue posible generar conclusiones confiables de la elaboración de dichos modelos.

Queda a discusión, las decisiones que tomarán los hacedores de política económica con el planteamiento de modelos de esta índole, así como el detalle del replanteamiento del gasto público. Recordando a Armey, las plazas gubernamentales son una pérdida económica, pues a pesar de generar empleo, este se desarrolla en zonas no productivas y, por ende, no son capaces de generar valor en el sistema económico. Es importante, que se tomen las decisiones adecuadas que permitan impulsar el gasto en inversiones, así como la reducción del gasto en el costo de la estructura orgánica gubernamental. Mejor aún, y retomando a Duarte y Elías (2007), las políticas de gasto implementadas

deben tener como finalidad la disminución de desigualdad social y a la correcta distribución de los recursos, mismas que deberán ser perfectamente estudiadas a fin de, no perjudicar ni sobre-intervenir en las decisiones económicas de los agentes económicos.

BIBLIOGRAFÍA

Acemoglu, D. y Robinson, J., 2012. *Why nations fail*. Primera ed. New York: Crown Publishing.

Acevedo, E., 2009. *PIB potencial y productividad total de los factores. Recesiones y expansiones en México.*, Distrito Federal, México: Centro de Investigación y Docencia Económicas.

Arias, E. y Torres, C., 2004. *Modelos VAR y VECM para el pronóstico de Corto Plazo*, Banco Central de Costa Rica.

Armey, R., 1995. *The Freedom Revolution*. Washington, D.C.: Regnery Publishing, Inc..

Banco de la República de Colombia, 2013. [En línea] Disponible en: <http://www.banrep.gov.co/es/contenidos/page/objetivo-pol-tica-monetaria> [Último acceso: 15 noviembre 2017].

Banco de México. *Glosario de términos, definiciones, Banco de México*. [En línea] Disponible en: <http://www.banxico.org.mx/divulgacion/glosario/glosario.html> [Último acceso: 24 diciembre 2017].

Banda, H. y Chacón, S., 2005. La crisis financiera mexicana de 1994: Una visión política-económica. *Foro Internacional* 181, XLV(3), pp. 445-465.

Barro, R., 1989. A cross-country study of growth, saving, and government. *NBER Working Paper Series*.

Bermúdez, C., 2011. Instituciones, cambio institucional y crecimiento económico: una revisión crítica del enfoque neoclásico. *CS*, pp. 55-82.

Camones, F., Miranda, L., Ordóñez, E. y Vásquez, J., 2002. *Desestacionalización de Series Económicas*, Lima: Centro de Investigación y Desarrollo (CIDE).

Catalán, H. y Aquino, L., 2014. *Estimación del PIB Potencial y Brecha del Producto*. Banco Central de El Salvador

Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, 2017. *Evolución y perspectiva del Indicador Global de la Actividad Económica (IGAE) 2017*. [En línea]

Disponible en: <http://www.cefp.gob.mx/publicaciones/presentaciones/2017/precefp0022017.pdf>
[Último acceso: 10 diciembre 2017].

Chobanov, D. y Mladenova, A., 2009. *What is the optimum size of government*, Bulgaria: Institute for Market Economics.

Correa, E., 2010. México, crisis económica y financiera. *Análisis*, No. 6, pp. 86-107.

Cruz, E., 2016. *Centro de Estudios de las Finanzas Públicas*. [En línea] Disponible en: http://www.cefp.gob.mx/formulario/Trabajo_9a.pdf
[Último acceso: 10 julio 2017].

Di Liddo, G., Magazzino, C. y Porcelli, F., 2015. Decentralization, growth and optimal government size in the italian regional framework. *Centro de Ricerca Interdipartimentale di Economia delle Istituzioni*, No. 1.

Duarte, T. y Elías, R., 2007. Aproximación a la teoría del bienestar. *Scientia et Technica*, pp. 305-310.

Esquivel, M. y Rojas, M., 2007. *Estimación del Producto Potencial para Costa Rica: periodo 1991-2006* Departamento de Investigación Económica.

Facchini, F. y Melki, M., 2011. Optimal government size and economic growth in France (1871-2008): An explanation by the State and market failures. *Documents de Travail du Centre d'Economie de la Sorbonne*.

Flores, M., 2001. EL FILTRO BAXTER-KING, METODOLOGÍA Y APLICACIONES. *Economía y Sociedad*, No. 16, pp. 61-78.

Garcés, D., 2003. *La Relación de Largo Plazo del PIB Mexicano y de sus Componentes con la Actividad Económica en los Estados Unidos y con el Tipo de Cambio Real*. [En línea] Disponible en: <http://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-discursos/publicaciones/documentos-de-investigacion/banxico/%7BB46D13CB-A927-307C-2BCB-00A2DF3A2AB9%7D.pdf>
[Último acceso: 13 diciembre 2017].

- Gujarati, D. y Porter, D., 2010. *Econometría*. Quinta ed. México, D.F.: Mc Graw Hill.
- Gutiérrez, M., 2009. *¿Qué ocasiona la crisis económica actual?*, Puebla: Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla.
- Hernández, J., 2010. Inversión pública y crecimiento económico: Hacia una nueva perspectiva de la función del gobierno. *Economía: Teoría y práctica*, No. 33, pp. 59-95.
- INEGI, 2013. *Sistema de Cuentas Nacionales de México. Fuentes y metodologías*. [En línea] Disponible en: http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/cn/out/doc/SCNM_Metodologia_15.pdf [Último acceso: 14 agosto 2017].
- Laffer, A., 1989. Government, Exactions and Revenue Deficiencies. *Cato Journal*, 1(1), pp. 1-21.
- Larson, S., 2007. The Economic Case for Limited Government. *Prosperitas*, VII(III).
- León, C. y Miranda, M., 2003. *Análisis Macroeconómico para las empresas*. Universidad Católica Santo Toribio de Mogroviejo.
- León, J., 2001. ¿CUÁL ES ROL DEL ESTADO?. *Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*, pp. 45-62.
- Mavrov, H., 2007. The Size of Government Expenditure and the Rate of Economic Growth in Bulgaria. *Económic Alternatives*, No. 1, pp. 53-63.
- Muñoz, E. y Kikut, A., 1994. *El filtro de Hodrick y Prescott: una técnica para la extracción de la tendencia de una serie*, Departamento de Investigación Económica.
- Norstad, J., 2011. *An Introduction to Utility Theory*
- Ortiz-Velázquez, J., Bueno, G. y Arana-Coronado, J., 2017. Análisis de la demanda residencial de electricidad en el Estado de México. *Economía, Sociedad y Territorio*, XVII(53), pp. 199-223.
- Pevcin, P., 2004. Does optimal size of government spending exist?. *University of Ljubljana*, Volumen 10, pp. 101-135.

Pinilla, D., Jiménez, J. d. D. y Montero, R., 2013. Gasto Público y crecimiento económico. Un estudio empírico para America Latina. *Cuadernos de Economía*, XXXII(59), pp. 181-210.

Scully, G., 1998. Measuring the Burden of High Taxes. *National Center for Policy Analysis*, No. 215.

Seminario, B., Rodríguez, M. y Zuloeta, J., 2008. *Métodos alternativos para la estimación del PBI potencial*, Lima: Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico.

Tabassum, A., 2015. Size of Government and Economic Growth: A Non Linear Analysis. *UTNR International Journal of Technology and Research*, pp. 75-78.

Zurita, J., Martínez, J. y Rodríguez, F., 2009. La crisis financiera y económica del 2008. Origen y consecuencias en los Estados Unidos y México. *El Cotidiano*, No. 157, pp. 17-27.

ANEXOS

ANEXO 1: Resultado de la estimación de los modelos de la curva de Armey. Variable dependiente: *crecimiento económico*

Modelo	Modelo 1.0		Modelo 1.0.1		Modelo 1.1		Modelo 1.2	
	Coeficiente	Estadístico t	Coeficiente	Estadístico t	Coeficiente	Estadístico t	Coeficiente	Estadístico t
CN(-4)					0.057552***	(8.993714)	0.061859***	(11.34456)
BASE(-2)								
CETES								
CETES(-1)								
X(-4)								
M(-3)								
I(-4)								
IGAE(-4)								
APER								
APER(-3)								
APER(-4)								
GDP(-3)								
M1								
TC(-4)								
D_95_1							-0.06283***	(-3.835206)
D_95_2							-0.069684***	(-4.316447)
D_96_1							0.063572***	(3.797551)
R^2	0.046770157		0.199669		0.506541		0.685478	
LM Test (1)	17.60478***		30.94492***		0.002317		1.422374	
LM Test (2)	9.368905***		16.44875***		1.290338		5.168617***	
LM Test (4)	21.97760***		39.00597***		1.912359		2.959322**	
Jarque – Bera	6.306**		3.889		16.17***		0.67	
White	1.717324		1.90817*		1.272536		2.156624**	
CUSUM	0.05		0.05		0.05		0.05	
Multicolinealidad	NA		NA		NA		NA	

Modelo	Modelo 1.3		Modelo 1.4		Modelo 1.5	
	Coefficiente	Estadístico t	Coefficiente	Estadístico t	Coefficiente	Estadístico t
CN(-4)	0.060346***	(10.42782)	0.025291***	(4.162497)		
BASE(-2)						
CETES	-0.001103***	(-3.090312)	-0.000882***	(-3.212954)		
CETES(-1)			-0.001177***	(-4.343)		
X(-4)						
M(-3)						
I(-4)						
IGAE(-4)					0.007378***	(8.617516)
APER			0.030438***	(6.853855)		
APER(-3)						
APER(-4)						
GDP(-3)			-0.041829**	(-2.280542)		
M1			0.113033***	(3.398515)		
TC(-4)	0.011663***	(3.593431)				
D_95_1						
D_95_2						
D_96_1						
R^2	0.611138		0.781132		0.486393	
LM Test (1)	1.464265		1.88089		0.354866	
LM Test (2)	0.999501		1.020951		1.391949	
LM Test (4)	1.016346		2.086097*		4.315306***	
Jarque – Bera	1.151		3.355		28.921***	
White	2.785727***		2.077709***		1.530207	
CUSUM	0.05		0.05		0.05	
Multicolinealidad	-0.143874553		0.638161461		NA	

Modelo	Modelo 1.6		Modelo 1.7		Modelo 1.8		Modelo 1.9	
	Coeficiente	Estadístico t						
CN(-4)								
BASE(-2)			0.203745**	(2.155301)			0.17837	(1.609272)
CETES			-0.001244***	(-3.87835)			-0.001084***	(-3.299673)
CETES(-1)			-0.001185***	(-3.749257)			-0.001061***	(-3.245053)
X(-4)							0.036424***	(3.173911)
M(-3)							-0.060666***	(-6.846666)
I(-4)					-0.038288**	(-2.372281)		
IGAE(-4)	0.007292***	(9.892547)	0.004257***	(4.513936)	0.007137***	(5.662134)		
APER								
APER(-3)			-0.02632***	(-4.921922)				
APER(-4)					0.013136**	(2.025867)		
GDP(-3)								
M1								
TC(-4)					0.010278***	(3.440187)		
D_95_1	-0.076617***	(-4.360573)			-0.074277***	(-4.688648)		
D_95_2	-0.066661***	(-3.828229)			-0.064209***	(-4.104796)		
D_96_1								
R^2	0.629298		0.696791		0.713148		0.67829	
LM Test (1)	0.103836		2.174543		0.423728		3.691266*	
LM Test (2)	4.866740**		1.732061		1.258292		1.86449	
LM Test (4)	3.142812**		1.168378		1.268685		1.223304	
Jarque – Bera	3.731		2.888		1.097		3.8	
White	1.484675		1.411046		1.560729*		0.893321	
CUSUM	2009Q1		0.05		0.05		0.05	
Multicolinealidad	NA		-0.646345546		0.80540648		-0.469948825	

Fuente: Elaboración propia con datos de INEGI y Banco de México

Observaciones:

- R^2 : Bondad de ajuste; porcentaje de la variable dependiente que es explicada por las independientes;
- LM Test (X): Prueba Breusch-Godfrey de autocorrelación de orden X medida a través del estadístico F
- *Jarque – Bera*: Valor del estadístico de *Jarque – Bera* para el contraste de normalidad;
- White: Prueba de Heteroscedasticidad medida a través del estadístico F;
- CUSUM: Prueba de estabilidad de coeficientes por Recursos Recursivos CUSUM con un nivel de confianza de 95%, se presenta fecha del punto de quiebre de haberlo;
- Multicolinealidad: Grado de autocorrelación máximo entre dos variables regresoras;
- *** Indica existencia con un nivel de significancia al 99%; ** significancia al 95%, y; * significancia al 90%.

ANEXO 2: Evaluación del número de ecuaciones cointegrantes para el modelo VEC

Max Ver.		Tipo de datos				
	Número de ecuaciones de cointegración	Ninguna	Constante sin tendencia	Constante sin tendencia lineal	Constante con tendencia lineal	Constante con tendencia cuadrática
Modelo 2.0	0	468.0998	468.0998	472.7144	472.7144	472.9656
	1	472.8463	472.8464	474.2477	481.3438	481.4894
	2	474.1941	474.2499	474.2499	482.838	482.838
AIC		Tipo de datos				
	Número de ecuaciones de cointegración	Ninguna	Constante sin tendencia	Constante sin tendencia lineal	Constante con tendencia lineal	Constante con tendencia cuadrática
Modelo 2.0	0	-9.848348	-9.848348	-9.90581	-9.90581	-9.867377
	1	-9.864754	-9.842778	-9.851598	-9.985577*	-9.966801
	2	-9.806464	-9.763734	-9.763734	-9.908527	-9.908527
SC		Tipo de datos				
	Número de ecuaciones de cointegración	Ninguna	Constante sin tendencia	Constante sin tendencia lineal	Constante con tendencia lineal	Constante con tendencia cuadrática
Modelo 2.0	0	-9.296511	-9.296511	-9.298789*	-9.298789*	-9.205172
	1	-9.20255	-9.152982	-9.134209	-9.240597	-9.194229
	2	-9.033891	-8.935978	-8.935978	-9.025587	-9.025587

Max Ver.		Tipo de datos				
	Número de ecuaciones de cointegración	Ninguna	Constante sin tendencia	Constante sin tendencia lineal	Constante con tendencia lineal	Constante con tendencia cuadrática
Modelo 2.1	0	478.0106	478.0106	485.3072	485.3072	489.6635
	1	485.3014	486.3722	490.0281	492.1088	495.3337
	2	486.7905	490.4408	490.4408	495.3548	495.3548
AIC		Tipo de datos				
	Número de ecuaciones de cointegración	Ninguna	Constante sin tendencia	Constante sin tendencia lineal	Constante con tendencia lineal	Constante con tendencia cuadrática
Modelo 2.1	0	-10.26532	-10.26532	-10.39294	-10.39294	-10.44972
	1	-10.34461	-10.34632	-10.41032	-10.43636	-10.48997*
	2	-10.28411	-10.32388	-10.32388	-10.39409	-10.39409
SC		Tipo de datos				
	Número de ecuaciones de cointegración	Ninguna	Constante sin tendencia	Constante sin tendencia lineal	Constante con tendencia lineal	Constante con tendencia cuadrática
Modelo 2.1	0	-8.749898	-8.749898	-8.819240*	-8.819240*	-8.817733
	1	-8.712623	-8.685187	-8.720041	-8.71694	-8.741408
	2	-8.535549	-8.517031	-8.517031	-8.528963	-8.528963

Elaboración propia con datos de INEGI y Banxico

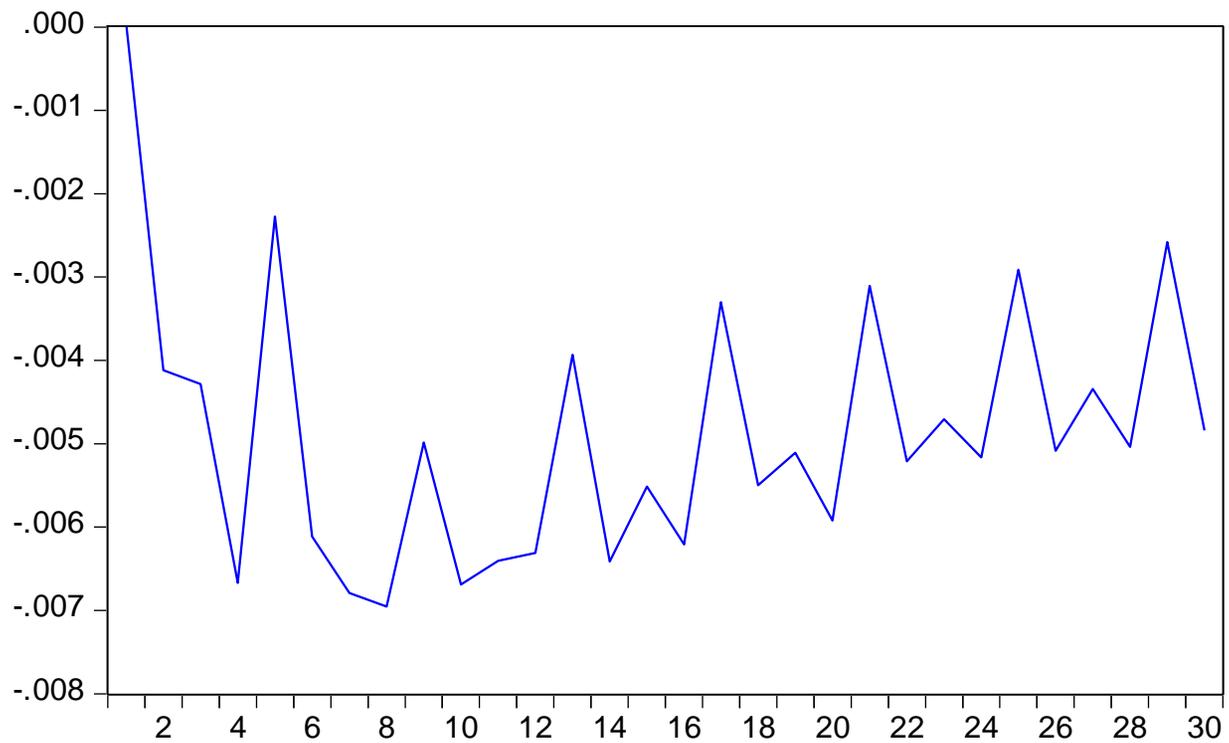
ANEXO 3: Modelo de Vectores de Corrección de Error (Modelo 2.1.X)

Modelo sin constante ni tendencia, 13 rezagos.

ECUACIÓN COINTEGRANTE	MODELO 2.1.1 \R							
LPIB(-1)	1		D(LPIB(-10))	0.069279	0.089028	D(LG(-9))	0.022522	-0.139981
LG(-1)	-1.237361			-0.11042	-0.18215		-0.0805	-0.1328
	-0.03389			[0.62744]	[0.48877]		[0.27976]	[-1.05405]
	[-36.5083]		D(LPIB(-11))	-0.218912	-0.021095	D(LG(-10))	-0.03185	0.117878
CORRECCIÓN DE ERROR	D(LPIB)	D(LG)		-0.1044	-0.17222		-0.07731	-0.12754
				[-2.09687]	[-0.12249]		[-0.41197]	[0.92428]
COINTEQ1	-0.005086	0.004385	D(LPIB(-12))	0.190057	0.540917	D(LG(-11))	0.032625	0.219925
	-0.00242	-0.00399		-0.10771	-0.17769		-0.07489	-0.12354
	[-2.10454]	[1.09979]		[1.76447]	[3.04418]		[0.43565]	[1.78021]
D(LPIB(-1))	0.31638	0.153261	D(LPIB(-13))	-0.03978	-0.203012	D(LG(-12))	-0.050925	0.186879
	-0.15188	-0.25055		-0.10855	-0.17907		-0.07477	-0.12334
	[2.08307]	[0.61170]		[-0.36646]	[-1.13370]		[-0.68111]	[1.51516]
D(LPIB(-2))	-0.156787	0.118919	D(LG(-1))	-0.224544	-0.196673	D(LG(-13))	0.065096	0.276001
	-0.14269	-0.23539		-0.08795	-0.14509		-0.07615	-0.12563
	[-1.09879]	[0.50521]		[-2.55298]	[-1.35551]		[0.85478]	[2.19696]
D(LPIB(-3))	0.063744	0.202351	D(LG(-2))	0.008787	-0.103286	R cuadrada	0.823407	0.857905
	-0.14121	-0.23295		-0.07762	-0.12805	R cuadrada ajust.	0.741417	0.791932
	[0.45142]	[0.86866]		[0.11321]	[-0.80660]	Suma cuadrado res.	0.009874	0.026871
D(LPIB(-4))	0.122284	-0.009369	D(LG(-3))	-0.184448	-0.24537	Error estándar ec.	0.013279	0.021905
	-0.14191	-0.2341		-0.07655	-0.12627	Estadístico F	10.04279	13.00391

	[0.86170]	[-0.04002]		[-2.40962]	[-1.94314]	Log Verosimilitud	257.2493	215.7028
D(LPIB(-5))	-0.00606	0.340874	D(LG(-4))	0.191177	0.256313	Akaike AIC	-5.548177	-4.547055
	-0.14106	-0.23269		-0.08092	-0.13349	Schwarz SC	-4.761325	-3.760203
	[-0.04296]	[1.46491]		[2.36248]	[1.92005]	Promedio dependiente	0.006717	0.005659
D(LPIB(-6))	-0.135031	-0.116776	D(LG(-5))	-0.187094	-0.140315	Desv Dependiente	Est. 0.026113	0.048023
	-0.1217	-0.20075		-0.08313	-0.13713			
	[-1.10958]	[-0.58169]		[-2.25073]	[-1.02324]			
D(LPIB(-7))	-0.01825	0.126921	D(LG(-6))	-0.03827	0.004202			
	-0.12042	-0.19864		-0.08579	-0.14152			
	[-0.15156]	[0.63893]		[-0.44609]	[0.02969]			
D(LPIB(-8))	0.123487	0.204566	D(LG(-7))	0.002655	-0.084184			
	-0.1169	-0.19285		-0.08524	-0.14061			
	[1.05632]	[1.06076]		[0.03115]	[-0.59871]			
D(LPIB(-9))	-0.0971	0.129513	D(LG(-8))	-0.093493	0.17604			
	-0.10808	-0.17829		-0.08442	-0.13926			
	[-0.89841]	[0.72640]		[-1.10748]	[1.26409]			
	\R Coeficiente frente a la variable, en números pequeños error estándar y en corchetes estadístico t							

Función de Impulso-Respuesta
Respuesta del PIB ante un cambio del el Gasto Público



Modelo con constante, sin tendencia, 13 rezagos.

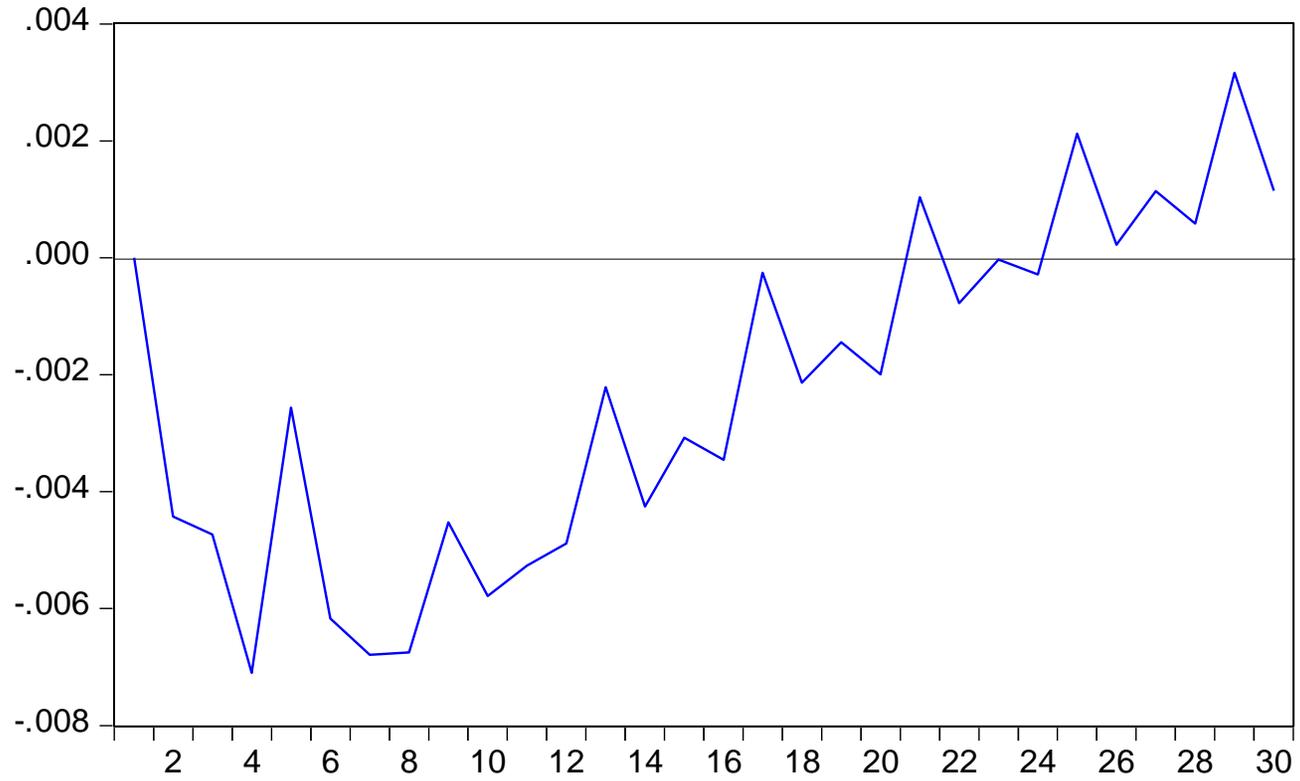
**ECUACIÓN DE MODELO 2.1.2 \R
COINTEGRACIÓN**

LOG(PIB(-1))	1		D(LPIB(-10))	0.069279	0.089028	D(LG(-9))	0.022522	-0.139981
LOG(G(-1))	-1.237361			-0.11042	-0.18215		-0.0805	-0.1328
	-0.03389			[0.62744]	[0.48877]		[0.27976]	[-1.05405]
	[-36.5083]		D(LPIB(-11))	-0.218912	-0.02109	D(LG(-10))	-0.03185	0.117878
CORRECCIÓN DE ERROR	D(LPIB)	D(LG)		-0.1044	-0.17222		-0.07731	-0.12754
				[-2.09687]	[-0.12249]		[-0.41197]	[0.92428]
COINTEQ1	-0.005086	0.004385	D(LPIB(-12))	0.190057	0.540917	D(LG(-11))	0.032625	0.219925
	-0.00242	-0.00399		-0.10771	-0.17769		-0.07489	-0.12354
	[-2.10454]	[1.09979]		[1.76447]	[3.04418]		[0.43565]	[1.78021]
D(LPIB(-1))	0.31638	0.153261	D(LPIB(-13))	-0.03978	-0.20301	D(LG(-12))	-0.050925	0.186879
	-0.15188	-0.25055		-0.10855	-0.17907		-0.07477	-0.12334
	[2.08307]	[0.61170]		[-0.36646]	[-1.13370]		[-0.68111]	[1.51516]
D(LPIB(-2))	-0.156787	0.118919	D(LG(-1))	-0.224544	-0.19667	D(LG(-13))	0.065096	0.276001
	-0.14269	-0.23539		-0.08795	-0.14509		-0.07615	-0.12563
	[-1.09879]	[0.50521]		[-2.55298]	[-1.35551]		[0.85478]	[2.19696]
D(LPIB(-3))	0.063744	0.202351	D(LG(-2))	0.008787	-0.10328	R cuadrada	0.823407	0.857905
	-0.14121	-0.23295		-0.07762	-0.12805	R cuadrada ajust.	0.741417	0.791932
	[0.45142]	[0.86866]		[0.11321]	[-0.80660]	Suma cuadrado res.	0.009874	0.026871

D(LPIB(-4))	0.122284	-0.009369	D(LG(-3))	-0.184448	-0.24537	Error estándar ec.	0.013279	0.021905
	-0.14191	-0.2341		-0.07655	-0.12627	Estadístico F	10.04279	13.00391
	[0.86170]	[-0.04002]		[-2.40962]	[-1.94314]	Log	257.2493	215.7028
						Verosimilitud		
D(LPIB(-5))	-0.00606	0.340874	D(LG(-4))	0.191177	0.256313	Akaike AIC	-5.548177	-4.547055
	-0.14106	-0.23269		-0.08092	-0.13349	Schwarz SC	-4.761325	-3.760203
	[-0.04296]	[1.46491]		[2.36248]	[1.92005]	Promedio	0.006717	0.005659
						dependiente		
D(LPIB(-6))	-0.135031	-0.116776	D(LG(-5))	-0.187094	-0.14031	Desv	Est. 0.026113	0.048023
						Dependiente		
	-0.1217	-0.20075		-0.08313	-0.13713			
	[-1.10958]	[-0.58169]		[-2.25073]	[-1.02324]			
D(LPIB(-7))	-0.01825	0.126921	D(LG(-6))	-0.03827	0.004202			
	-0.12042	-0.19864		-0.08579	-0.14152			
	[-0.15156]	[0.63893]		[-0.44609]	[0.02969]			
D(LPIB(-8))	0.123487	0.204566	D(LG(-7))	0.002655	-0.08418			
	-0.1169	-0.19285		-0.08524	-0.14061			
	[1.05632]	[1.06076]		[0.03115]	[-0.59871]			
D(LPIB(-9))	-0.0971	0.129513	D(LG(-8))	-0.093493	0.17604			
	-0.10808	-0.17829		-0.08442	-0.13926			
	[-0.89841]	[0.72640]		[-1.10748]	[1.26409]			
	VR Coeficiente frente a la variable, en números pequeños error estándar y en corchetes estadístico t							

Función Impulso-Respuesta

Respuesta de PIB ante una variación del Gasto Público



ANEXO 4: Test de Causalidad de Granger (VECM)

MODELO 2.2				MODELO 2.3				MODELO 2.4			
Variable dependiente: LPIB				Variable dependiente: LPIB				Variable dependiente: LPIB			
Variable	χ^2	df	Prob.	Variable	χ^2	df	Prob.	Variable	χ^2	df	Prob.
LG	8.2603	2	0.016	LG	38.07802	4	0.0000	LG	19.20921	13	0.1168
LCETES	11.364	2	0.003	LCETES	13.76264	4	0.0081	LCETES	14.44894	13	0.3430
LIGAE	5.7718	2	0.055	LIGAE	6.363429	4	0.1736	LIGAE	13.45916	13	0.4130
Todas	29.0968	6	0.0001	Todas	66.21747	12	0.0000	Todas	54.74021	39	0.0485
Variable dependiente: LG				Variable dependiente: LG				Variable dependiente: LG			
Variable	χ^2	df	Prob.	Variable	χ^2	Df	Prob.	Variable	χ^2	df	Prob.
LPIB	7.11137	2	0.0286	LPIB	9.183631	4	0.0567	LPIB	20.71832	13	0.0787
LCETES	0.7356	2	0.0047	LCETES	6.631688	4	0.1567	LCETES	20.78386	13	0.0773
LIGAE	6.37858	2	0.0412	LIGAE	8.723620	4	0.0684	LIGAE	20.75074	13	0.0780
Todas	27.1693	6	0.0001	Todas	25.50553	12	0.0126	Todas	43.27362	39	0.2938
Variable dependiente: LCETES				Variable dependiente: LCETES				Variable dependiente: LCETES			
Variable	χ^2	df	Prob.	Variable	χ^2	df	Prob.	Variable	χ^2	df	Prob.
LPIB	1.07741	2	0.5835	LPIB	1.796892	4	0.7731	LPIB	38.84736	13	0.0002
LG	4.36519	2	0.1127	LG	5.882382	4	0.2081	LG	15.20223	13	0.2949
LIGAE	1.03512	2	0.5960	LIGAE	1.884280	4	0.7570	LIGAE	38.88241	13	0.0002
Todas	12.09292	6	0.0599	Todas	26.24244	12	0.0099	Todas	88.45376	39	0.0000
Variable dependiente: LIGAE				Variable dependiente: LIGAE				Variable dependiente: LIGAE			
Variable	χ^2	df	Prob.	Variable	χ^2	df	Prob.	Variable	χ^2	df	Prob.
LPIB	4.935062	2	0.0848	LPIB	5.794676	4	0.2150	LPIB	14.60746	13	0.3325
LG	8.106982	2	0.0174	LG	37.64716	4	0.0000	LG	19.05641	13	0.1214
LCETES	11.47438	2	0.0032	LCETES	13.89698	4	0.0076	LCETES	14.42429	13	0.3447
Todas	28.29189	6	0.0001	Todas	65.58495	12	0.0000	Todas	54.60494	39	0.0497

MODELO 2.5

Variable dependiente: LPIB

Variable	χ^2	df	Prob.
LG	14.48272	16	0.5628
LCETES	11.28020	16	0.7919
LIGAE	7.879032	16	0.9524
Todas	41.47568	48	0.7356

Variable dependiente: LG

Variable	χ^2	df	Prob.
LPIB	23.68578	16	0.0966
LCETES	22.80286	16	0.1191
LIGAE	22.70460	16	0.1219
Todas	64.43411	48	0.0567

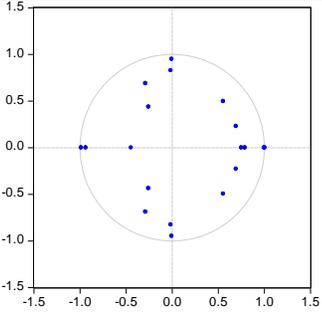
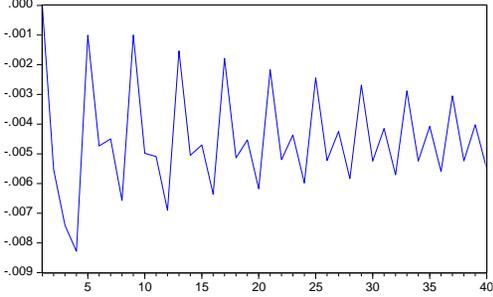
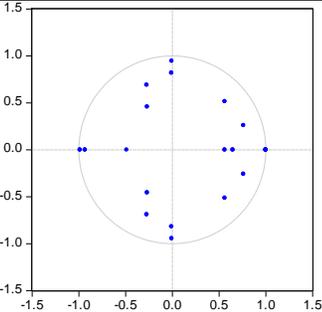
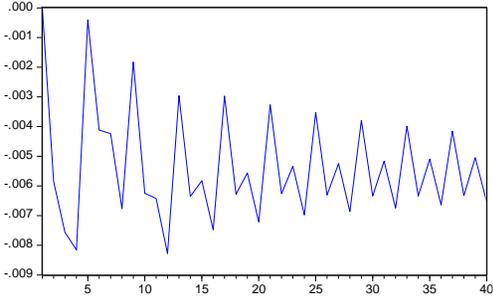
Variable dependiente: LCETES

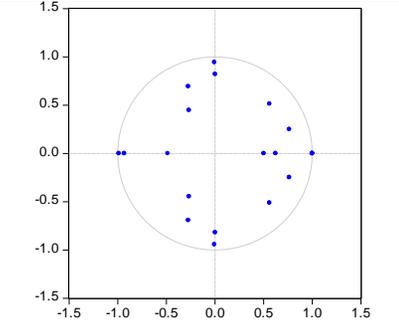
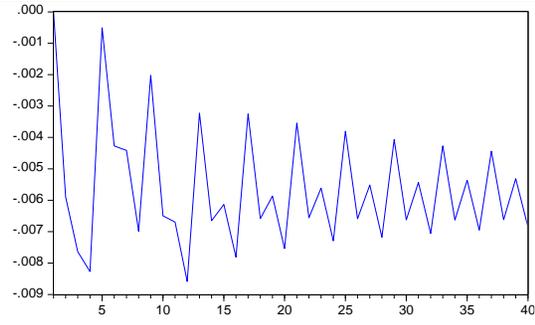
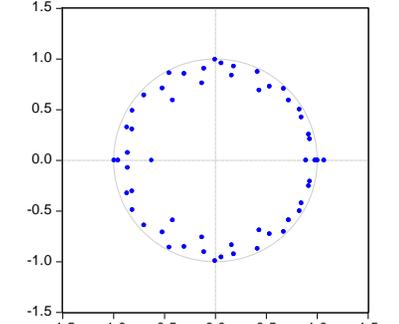
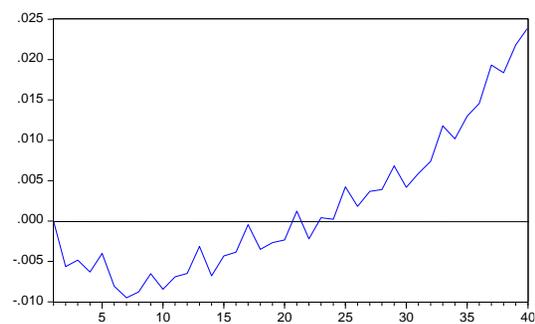
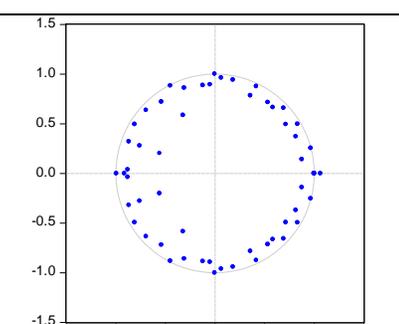
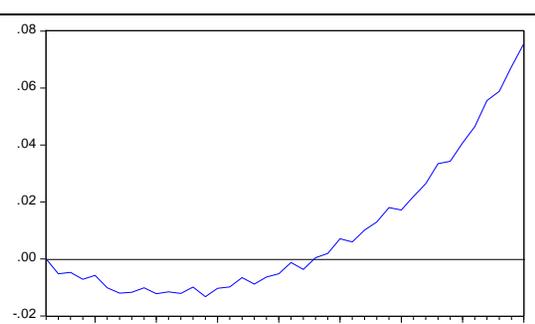
Variable	χ^2	df	Prob.
LPIB	44.51254	16	0.0002
LG	33.65041	16	0.0061
LIGAE	45.03092	16	0.0001
Todas	142.2523	48	0.0000

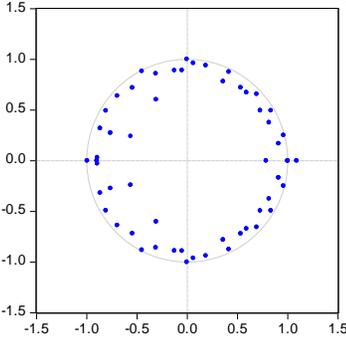
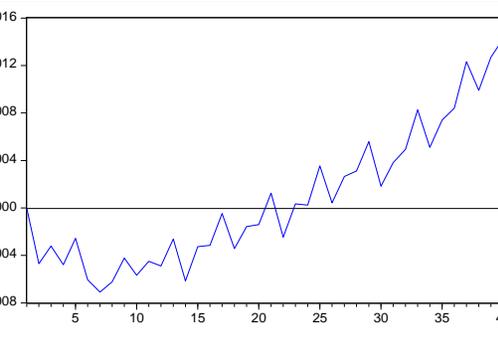
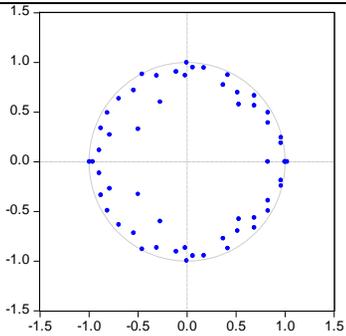
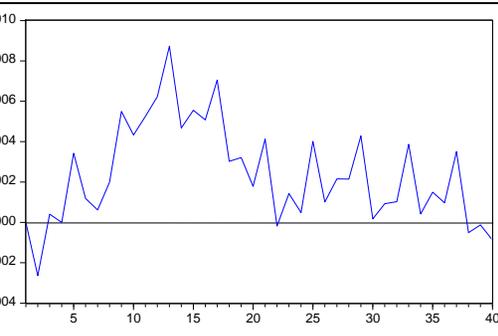
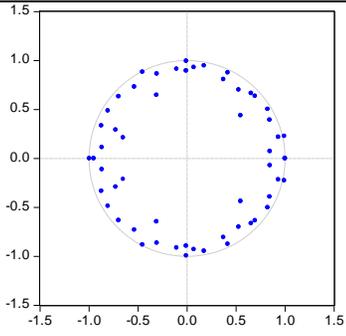
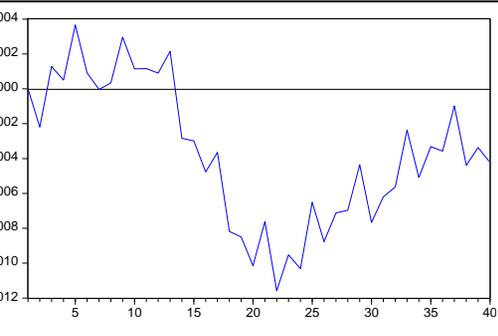
Variable dependiente: LIGAE

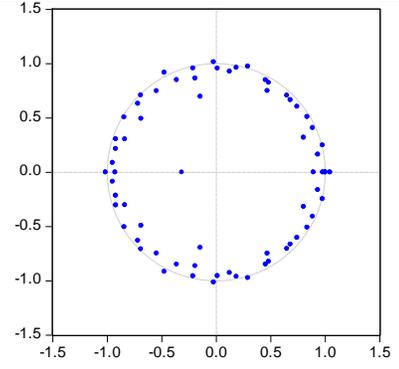
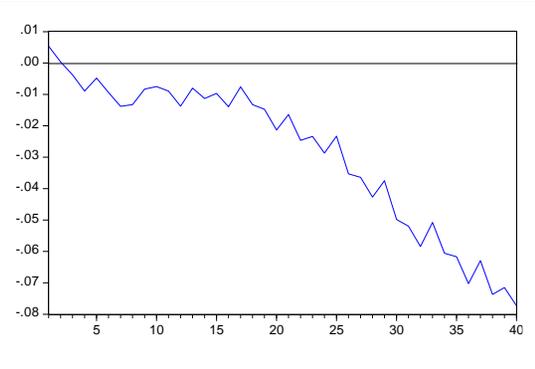
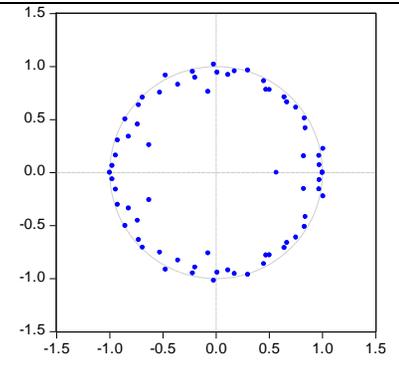
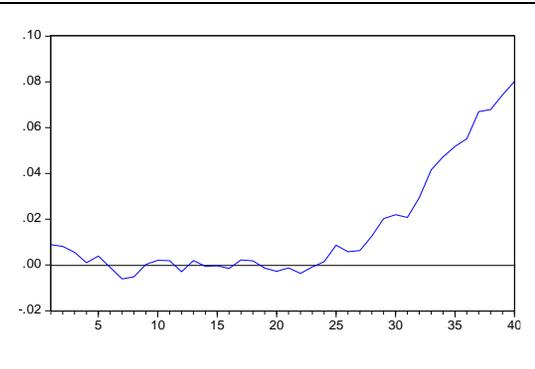
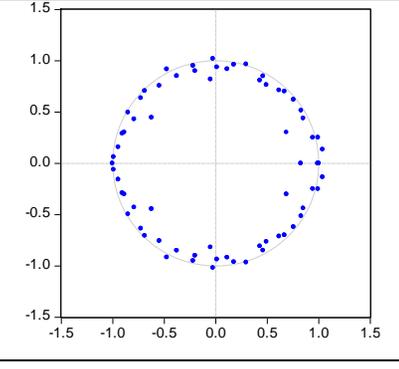
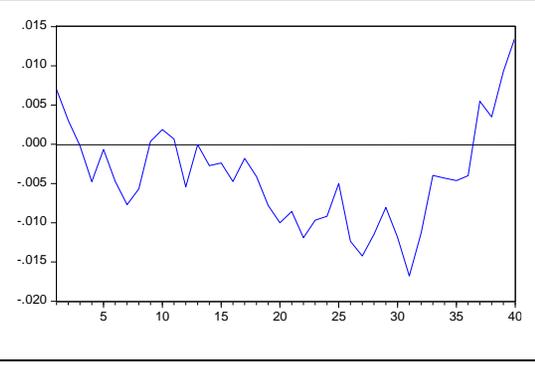
Variable	χ^2	df	Prob.
LPIB	8.873758	16	0.9185
LG	14.51305	16	0.5605
LCETES	11.43015	16	0.7822
Todas	41.96597	48	0.7173

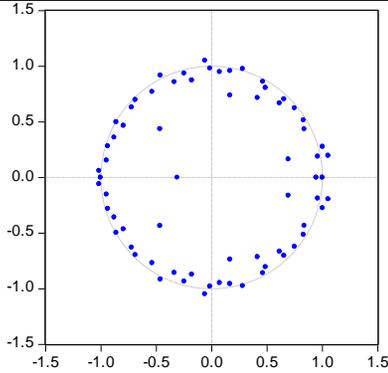
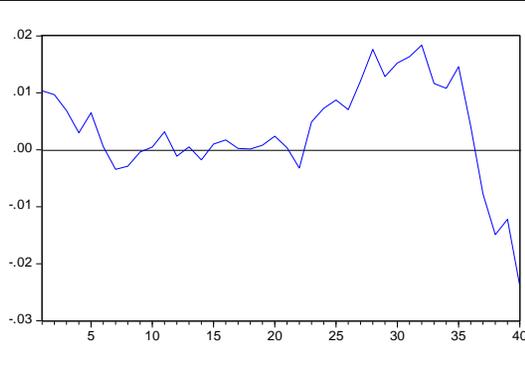
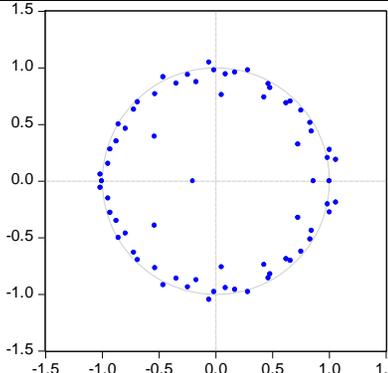
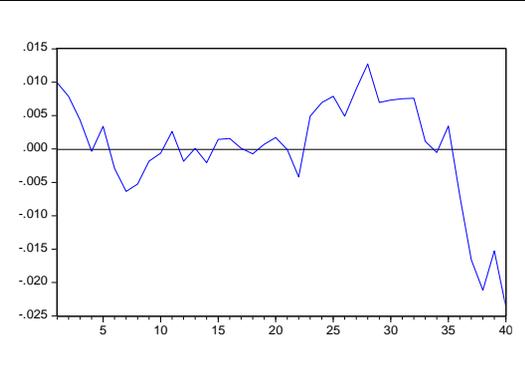
ANEXO 5: Análisis de Modelos VEC con variables exógenas

	Tipo de ecuación	Estadístico F (en orden)	Valor t D(G)	Valor t G(-1)	J-B	Raíces inversas	Impulso-Respuesta Respuesta del PIB ante una innovación en el Gasto (Cholesky)
Modelo 2.2	NC, NT	NA	NA	NA	NA	NA	NA
	C, NT	NA	NA	NA	NA	NA	NA
	C, NTL	NA	NA	NA	NA	NA	NA
	C, TL	NA	NA	NA	NA	NA	NA
	C, TC	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Modelo 2.3	NC, NT	NA	NA	NA	NA	NA	NA
	C, NT	12.09111 16.42572 4.158066 11.65051	[-1.1737]	[-0.4786]	24.087***		
	C, NTL	NA	NA	NA	NA	NA	NA
C, TL	12.41342 15.54524 5.612993 11.91287	[-1.56256]	[1.4266]	11.58206			

	C, TC	11.56615 14.52373 5.253167 11.10026	[-1.57152]	[1.4048]	10.25348		
Modelo 2.4	NC, NT	5.844721 5.735574 9.813833 2.704751	[-2.79264]	[-101.02] [-143.72]	5.844573		
	C, NT	5.652859 5.592996 10.00586 3.287894	[-0.82967]	[-5.4259] [-5.3811]	3.611524		

C, NTL	5.586086 5.532363 9.581570 3.171376	[-0.90546]	[-5.3324] [-5.2884]	2.325551		
C, TL	7.606469 7.490297 8.148460 3.140309	[-1.68329]	[1.3708] [1.3902]	2.085524		
C, TC	7.138471 7.023509 8.221233 2.977280	[-0.53975]	[1.6646] [1.6735]	4.259924		

Modelo 2.3.2	NC, NT	2.125306 8.917231 3.838371 3.783204	[2.20818]	NA	51.78979***		
	C, NT	4.453764 7.710243 2.734100 2.711263	[0.15509]	NA	35.42452***		
	C, NTL	3.889434 7.860870 3.233298 3.191838	[0.28808]	NA	86.00066***		

	C, TL	5.544876 12.35728 2.966148 2.960279	[1.51603]	NA	84.66103***		
	C, TC	5.060835 11.80896 3.050216 3.041919	[1.32766]	NA	59.18493***		

JQ=Estadístico Jarque-Bera

C: Constante, NC: Sin constante, NT: Sin tendencia, STL: Sin Tendencia Linear, TC: Tendencia cuadrática

\n: Los residuos son normales; *, **, *** los residuos no son normales al 10, 5 y 1% respectivamente