

ANÁLISIS DEL EFECTO QUE TIENE LA SELECCIÓN DEL MODELO DE  
CONSTRUCCIÓN DE PORTAFOLIO ÓPTIMO Y DE VALORACIÓN EN RIESGO DE  
MERCADO EN LA ADMINISTRACIÓN DE LA RIQUEZA

Presentado por:

KEVIN SLEDGE FITZGERALD FERNANDEZ

ESTEBAN ANDRES CALDAS BECHARA

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS  
CALI, COLOMBIA  
2017

ANÁLISIS DEL EFECTO QUE TIENE LA SELECCIÓN DEL MODELO DE  
CONSTRUCCIÓN DE PORTAFOLIO ÓPTIMO Y DE VALORACIÓN EN RIESGO DE  
MERCADO EN LA ADMINISTRACIÓN DE LA RIQUEZA

Presentado por:

KEVIN SLEDGE FITZGERALD FERNÁNDEZ  
ESTEBAN ANDRÉS CALDAS BECHARA

Trabajo de grado para optar al título de  
Magíster en Administración Financiera

Director:

Fredy Ocaris Pérez Ramírez

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS  
CALI, COLOMBIA  
2017

## CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	10
2. MARCO CONCEPTUAL.....	11
2.1 Sistema financiero colombiano.....	11
2.1.1 Mercado bancario.....	12
2.1.2 Mercado de valores.....	12
2.1.3 Renta Fija.....	14
2.1.4 Títulos TES.....	16
2.1.5 Bonos.....	17
2.1.6 Certificados de Depósito a Término (CDT).....	17
2.1.7 Aceptaciones bancarias.....	18
2.1.8 Fondos de Inversión Colectiva.....	18
2.2 Contexto macroeconómico.....	19
2.2.1 Expectativas macroeconómicas.....	20
2.3 Teoría de portafolio.....	22
2.4 Gestión o administración de portafolios.....	25
2.5 Riesgos de invertir en el Mercado Publico de Valores.....	27
2.5.1 Riesgo de mercado.....	27
2.5.2 Riesgo de liquidez.....	28
2.5.3 Riesgo de los Fondos de Inversión Colectiva.....	28
2.6 Valoración del riesgo.....	32
2.7 Molestias del VaR.....	33
2.8 Varianzas variables en el tiempo.....	35
2.9 <i>Backtesting</i> .....	37
2.9.1 Test de Kupiec.....	38
2.10 Wealth Management (Gestión del Patrimonio).....	39
3. MÉTODO DE SOLUCIÓN.....	52
3.1 Apetito de riesgo del inversionista.....	53
3.1.1 Perfil moderado.....	53

3.2 Selección de activos en el portafolio.....	55
3.2.1 Títulos Indexados al IPC.....	56
3.2.2 Títulos Indexados al IB1.....	57
3.3 Elección del método de valoración de riesgo.....	57
4. RESULTADOS DEL ESTUDIO.....	58
4.1 Información sobre los datos obtenidos.....	58
4.2 Portafolio óptimo.....	59
4.2.1 Análisis frontera eficiente Portafolio 1.....	65
4.2.2 Análisis frontera eficiente Portafolio 2.....	66
4.3 VaR (Valoración de riesgo).....	67
4.4 <i>Backtesting</i> .....	71
4.4.1 Test de Kupiec Portafolio 1.....	71
4.4.2 Test de Kupiec Portafolio 2.....	72
5. CONCLUSIONES.....	73
6. REFERENCIAS.....	78
7. ANEXOS.....	81

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Representación gráfica del Wealth Management y el Investment Management.....	41
Tabla 2. Muestra de activos para conformar el portafolio óptimo.....	55
Tabla 3. Representación gráfica activos del Portafolio 1.....	65
Tabla 4. Representación gráfica activos del Portafolio 2.....	67
Tabla 5. VaR para Portafolio 1 y Portafolio 2-Modelo EWMA.....	68
Tabla 6. VaR para Portafolio 2-Modelo GARCH (1,1).....	69
Tabla 7. Test de Kupiec distribución normal Portafolio 1.....	71
Tabla 8. Test de Kupiec distribución T-Student Portafolio 1.....	71
Tabla 9. Test de Kupiec distribución normal Portafolio 2.....	72
Tabla 10. Test de Kupiec distribución T-Student Portafolio 2.....	73

## LISTA DE ECUACIONES

Ecuación 1. Cálculo de la varianza en el período t.....	36
Ecuación 2. Cálculo del estadístico de prueba de Kupiec.....	39
Ecuación 3. Cálculo de la independencia financiera.....	43
Ecuación 4. Cálculo del retorno total.....	49

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Representación gráfica de los emisores en el mercado público de valores colombiano.....	13
Figura 2. Representación gráfica de los intermediarios, facilitadores e inversionistas en el mercado público de valores colombiano.....	14
Figura 3. Representación gráfica del beneficio de la diversificación.....	26
Figura 4. Representación gráfica de los ingresos y gastos en el ciclo de vida.....	44
Figura 5. Representación gráfica de la filosofía de inversión.....	52
Figura 6. Representación gráfica de la participación por tipos de emisor.....	54
Figura 7. Representación gráfica del bono a diez años de Estados Unidos.....	61
Figura 8. Representación gráfica frontera eficiente Portafolio 1.....	63
Figura 9. Representación gráfica frontera eficiente Portafolio 2.....	64

## LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Test de normalidad.....	81
Anexo 2. Test de raíz unitaria.....	87
Anexo 3. GARCH (1,1).....	92
Anexo 4. Ecuaciones para la construcción de la matriz de varianzas y covarianzas.....	97
Anexo 5. Construcción de la Frontera Eficiente Portafolio 1.....	101
Anexo 6. Construcción de la Frontera Eficiente Portafolio 2.....	103

### ***Resumen***

Como consecuencia del desarrollo económico vivido en las últimas décadas, se ha producido un fenómeno superavitario de riqueza en la sociedad, el cual requiere de una adecuada planeación financiera y un eficiente manejo de los excedentes económicos; esto ha hecho que la teoría de la administración de la riqueza (Wealth Management) juegue un papel protagónico al momento de la toma de decisiones de inversión. Desconocer esta teoría puede llevar a un inversionista a tomar decisiones sin fundamentos, las cuales no conllevan al punto óptimo donde se maximicen las utilidades con el menor riesgo posible. Entendiendo esto, expondremos cómo la selección entre dos métodos de construcción del portafolio óptimo y el cálculo del valor en riesgo, al parecer una decisión poco trascendental o poco conocida para un inversionista, puede afectar directamente la rentabilidad de un fondo a causa de la respectiva recomposición del portafolio que ocasiona cada método.

### ***Palabras clave***

Wealth Management, VaR, Medidas de Desempeño, Fondo de Inversión Colectiva.

### ***Abstract***

As a consequence of the economic development experienced in the last decades, there has been a surplus wealth phenomenon in society, which requires adequate financial planning and efficient management of economic surpluses. This has led to the theory of the administration of Wealth Management plays a leading role when making investment decisions. Not knowing this theory can lead an investor to make decisions without fundamentals, which do not lead to the optimum where profit maximizes with the lowest possible risk. Understanding this, we will explain how the selection between two methods of constructing the optimum portfolio and the calculation of the value at risk, apparently a decision little transcendental or little known for an investor, can directly affect the profitability of a fund because of the respective recomposition of the portfolio that causes each method.

### ***Key words***

Wealth Management, VaR, Performance Measures, Investment Fund.

# 1. INTRODUCCIÓN

La teoría de la administración de la riqueza está teniendo cada vez más importancia entre los inversionistas no profesionales; es decir, aquellos que cuentan con excedentes de capital y desean hacer uso de los instrumentos de inversión para que su dinero genere una rentabilidad atractiva al menor riesgo posible. Es aquí donde surge nuestro interés en exponer cómo la elección del método de construcción del portafolio óptimo, y el método para el cálculo del valor en riesgo de mercado de dicho portafolio, puede afectar, vía rentabilidad, la administración de la riqueza de los participantes de un fondo.

Para efectos de este trabajo se seleccionarán diez activos del mercado de renta fija, con el fin de establecer cómo las diferentes metodologías de construcción del portafolio óptimo y de la valoración de riesgo de mercado, de dichas carteras de activos financieros, afectan la rentabilidad de los participantes de un fondo.

Para alcanzar este objetivo, se realizará una modelación, definiendo previamente el portafolio óptimo, según la naturaleza de los activos financieros que pueden hacer parte del fondo; luego se calculará el valor en riesgo y, finalmente, se elaborará un *backtesting* sobre los modelos. Con los resultados que arroje el modelo se podrán plantear algunas estrategias y consideraciones que permitan maximizar la rentabilidad del portafolio óptimo, y cómo se vería afectada la rentabilidad de los inversionistas, según el método seleccionado para el cálculo del portafolio óptimo y del valor en riesgo.

Adicionalmente, se desarrollará la teoría de Wealth Management para estudiar la disciplina de la administración de riqueza de personas, reconociendo que, a partir de la teoría de inversiones, se logra que los consumidores financieros se informen de una mejor manera.

Es así como este documento inicia con el detalle de la situación de estudio, en la cual se hace referencia al mercado público de valores describiendo qué es un fondo de inversión colectiva, indicando cómo se conforma el mercado de valores colombiano y cómo se establece el alcance de la profundización. Como consecuencia, se realiza una revisión profunda sobre la teoría de portafolio de Markowitz, se analiza el panorama macroeconómico actual, las expectativas de los principales indicadores financieros y se describen los modelos de riesgos a utilizar para el cálculo del VaR. Posteriormente, se presenta la metodología para definir el perfil del inversionista desde el Wealth Management, la muestra de activos que puede participar en los Fondos de Inversión Colectiva (FIC) y la forma de selección de estos. Finalmente, se expondrán los resultados, las conclusiones y recomendaciones en términos de rentabilidad y riesgo para el inversionista.

## **2. MARCO CONCEPTUAL**

### **2.1 Sistema financiero colombiano**

El sistema financiero colombiano es el conjunto de instituciones, o agentes y operaciones, a través del cual se transfieren recursos de los individuos con excedentes, o recursos disponibles para depositar o invertir (sector superavitario), a las personas y

empresas que los requieren para sus proyectos (sector deficitario). El sistema financiero comprende el mercado bancario, también llamado intermediado, y el mercado de valores, llamado desintermediado.

Este sistema tiene un rol fundamental en la economía, porque funciona como medio de gestión de riesgos, provee un sistema de pagos y permite asignar un precio a los recursos financieros.

### **2.1.1 Mercado bancario**

El mercado bancario está compuesto por las instituciones que captan recursos del público, principalmente, pero no exclusivamente en la forma de depósitos, con el objeto de realizar operaciones activas de crédito y operaciones neutras (es decir, operaciones en las cuales la respectiva institución no actúa principalmente como acreedor o como deudor).

En el mercado bancario la transferencia de recursos de los sectores superavitarios a los sectores deficitarios tiene lugar a través de entidades que actúan como intermediarios, que, separada e independientemente, se relacionan con los depositantes y con quienes requieren financiación.

### **2.1.2 Mercado de valores**

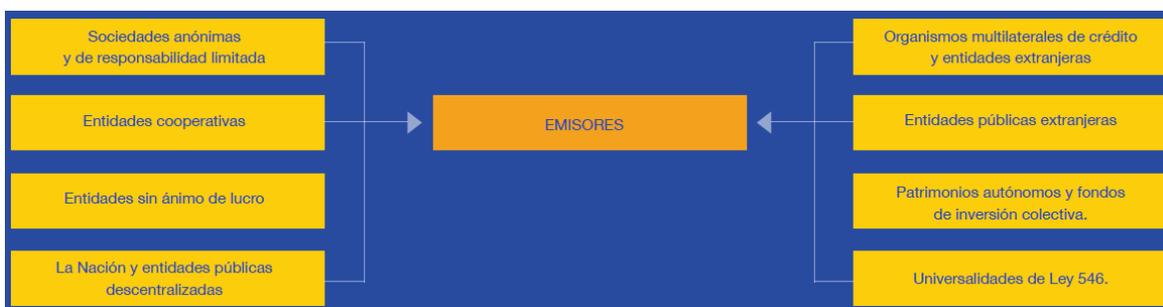
“El mercado de valores es el conjunto de agentes, instituciones, instrumentos y operaciones realizadas por inversionistas e intermediarios, que interactúan facilitando la transferencia de capitales para la inversión a través de la negociación de activos financieros” (Superintendencia Financiera de Colombia, 2008, p. 2). En este mercado se realizan actividades tales como la emisión y oferta de valores, la intermediación de

valores, la administración de fondos de valores, los fondos de inversión, los fondos mutuos de inversión, los fondos comunes ordinarios y especiales, entre otras. El mercado de valores tiene un papel muy importante porque permite canalizar, de forma eficiente y eficaz, el ahorro público al sector privado de la economía.

En el mercado de valores, la transferencia de recursos de sectores superavitarios a sectores deficitarios tiene lugar a través de una relación directa entre ambos sectores, mediante la emisión de valores. En particular, en este mercado no existen intermediarios propiamente dichos, sino agentes que ponen en contacto a los emisores e inversionistas (intermediarios del mercado de valores).

El mercado de valores está principalmente conformado por emisores de valores, inversionistas y facilitadores o intermediarios entre emisores e inversionistas. A continuación, se relaciona la estructura del mercado de valores de forma amplia y general:

#### Emisores:



**Figura 1.** Representación gráfica de los emisores en el mercado público de valores colombiano

Fuente: “Guía del mercado de valores, BVC” (2014, p. 25).

## Intermediarios, facilitadores e inversionistas:



**Figura 2.** Representación gráfica de los intermediarios, facilitadores e inversionistas en el mercado público de valores colombiano

Fuente: "Guía del mercado de valores, BVC" (2014, p. 26).

### 2.1.3 Renta fija

Los valores o activos de renta fija son aquellos cuyos rendimientos corresponden a lo ofertado por el emisor, al momento de realizar la emisión del mismo, y por lo tanto, se pueden determinar anticipadamente por los inversionistas, desde el momento de la suscripción o negociación. El mercado de renta fija tiene como aspecto central de sus activos la rentabilidad, la cual se fija para toda la vida de la emisión del activo. Un activo de renta fija significa un desembolso inicial por parte del inversionista,

posteriormente este recibirá pago de cupones o intereses, y al vencimiento del título la devolución del desembolso inicial.

De acuerdo con lo señalado por la Bolsa de Valores de Colombia S. A., en su glosario, describimos el concepto de renta fija:

Títulos de renta fija: se denominan también de contenido crediticio. Incorporan un derecho de crédito, por lo tanto, obligan y dan derecho a una prestación en dinero, es decir, tienen por objeto el pago de moneda. Se denominan de renta fija porque su rentabilidad es una tasa fija de interés que permanecerá igual durante todo el período de la inversión. Dentro de esta clasificación se encuentran los bonos, CDT, papeles comerciales, aceptaciones bancarias y financieras, etc. (“Diccionario de finanzas”, 2017).

Los títulos de renta fija, desde el punto de vista del emisor, constituyen una forma de financiación en el que quien emite (gobierno, empresas, etc.) toma dinero prestado directamente de parte de los inversionistas. Desde la perspectiva de los inversionistas, constituye el derecho de recibir el pago de intereses por los recursos prestados (cupones), así como la devolución del capital bajo unas condiciones financieras determinadas explícitamente al momento de la emisión del título, y que son inmodificables hasta su fecha de vencimiento.

Las condiciones mencionadas anteriormente son las que caracterizan este tipo de activo financiero y permiten determinar los flujos de caja, para precisar la rentabilidad de la inversión en cualquier momento. Las principales características de un título de renta fija son: emisor, valor nominal, plazo o vencimiento, tasa de interés pactada, frecuencia del pago de los intereses, moneda de denominación y forma de pago del capital.

Lo que caracteriza a un título de renta fija a tasa fija es el pago de los intereses que se pacta a una tasa fija (invariable) en una moneda determinada. Por ejemplo, un título a tasa fija, denominado en pesos colombianos (COP), con vencimiento el 24 de julio de 2024, paga un cupón (intereses) del 11 % una vez al año.

Para los agentes del mercado de valores que se encuentren previamente afiliados a las plataformas de negociación y registro de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), tales como establecimientos de crédito, sociedades fiduciarias, sociedades comisionistas de bolsa, sociedades de capitalización, compañías de seguros y entidades de naturaleza pública, como el Banco de la República, entre otras, tienen la facultad de realizar actividades de intermediación de valores; es decir, comprar y vender activos de renta fija. Las personas naturales y jurídicas que tienen el rol de inversionistas pueden acceder al mercado público de valores, a través de las sociedades comisionistas de bolsa o sociedades fiduciarias.

Los principales valores de renta fija son los valores de deuda pública, los bonos, los papeles comerciales, los certificados de depósito a término y las aceptaciones bancarias. Los títulos de deuda pública son valores emitidos por entidades públicas, con una maduración o plazo determinado para su redención. Los títulos de deuda pública más negociados en el mercado son los títulos de tesorería (TES).

#### **2.1.4 Títulos TES**

Los TES son títulos de deuda pública interna creados por la ley 51 de 1990. Inicialmente, se crearon dos tipos de TES: clase A y clase B. Los TES clase A fueron establecidos con el objetivo de reemplazar la deuda contraída en las operaciones de

mercado abierto (OMAS) realizadas por el Banco Central o por el Banco de la República.

Los TES clase B fueron creados para obtener recursos para necesidades presupuestales, y efectuar operaciones temporales de la Dirección del Tesoro Nacional. Actualmente, solo se emiten los TES clase B, los cuales pueden ser administrados por la Nación o por el Banco de la República, así como otras entidades en virtud de contratos de administración fiduciaria y que no tienen garantía del Banco de la República.

### **2.1.5 Bonos**

Los bonos son valores que representan una parte proporcional de un crédito general o colectivo a cargo de un emisor. Estos valores se caracterizan porque son valores de renta fija, en la medida en que sus rendimientos o tasa cupón son determinados o determinables desde el momento de su emisión y colocación. También pueden ser nominativos, a la orden o al portador. Por último, son valores transables o negociables con un período mínimo de maduración, vencimiento o redención de un año.

### **2.1.6 Certificados de Depósito a Término (CDT)**

Los Certificados de Depósito a Término o CDT son valores emitidos u ofertados por entidades financieras autorizadas para el efecto, que representan un capital recibido por tales entidades y el cual está sujeto a devolución dentro de un plazo determinado al depositante. Este plazo no puede ser inferior a un mes.

### **2.1.7 Aceptaciones bancarias**

Las aceptaciones bancarias son letras de cambio en las cuales una entidad financiera actúa como aceptante y, por lo tanto, obligado directo de las obligaciones respectivas. Únicamente se encuentran autorizados para aceptar y operar letras de cambio los bancos comerciales, las corporaciones financieras y las compañías de financiamiento.

### **2.1.8 Fondos de Inversión Colectiva**

Según la guía de Estudio de Fondos de Inversión Colectiva de AMV, “los Fondos de Inversión Colectiva, son vehículos financieros en los que confluyen los aportes de varios inversionistas, con cargo a los cuales se adquieren activos para estructurar un portafolio colectivo que se administra por una sociedad especializada”. La anterior definición denota el conjunto de aportes que realizan los inversionistas al fondo común; los administradores de dicho fondo estructuran un portafolio con el fin de distribuir los rendimientos de dichos activos entre todos los inversionistas.

Los resultados o rendimientos económicos del portafolio, sean a favor o en contra del portafolio, se reparten entre los inversionistas de manera ponderada a su participación en el fondo, de forma diaria o de acuerdo con la periodicidad establecida en el reglamento del fondo. Los fondos de inversión colectiva solo pueden ser administrados y gestionados por sociedades comisionistas de bolsa, sociedades fiduciarias o sociedades administradoras de inversión; por regla general requieren autorización previa de la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC).

## 2.2 Contexto macroeconómico

La situación económica actual del país se encuentra en un momento de vital importancia, en donde el panorama internacional repercute definitivamente en la administración de la política monetaria del mismo. La política monetaria y fiscal fueron protagonistas en el mes de abril de 2017 en Estados Unidos. Las expectativas, en relación con las tasas de interés, se mantuvieron en línea frente a lo esperado por el mercado para la reunión de la FED (Reserva Federal) en abril.

La FED decidió mantener inalterada la tasa de interés en el rango entre 0,75 % - 1,0 %, y los miembros del Comité de Política continúan con un tono optimista frente al comportamiento de la economía, incluso luego de conocerse el dato de crecimiento económico (0,7 % para el primer trimestre de 2017) que reflejó una menor dinámica, en especial del consumo.

El reciente comportamiento de la actividad económica es transitorio para la institución monetaria, y lo que prevén es un robustecimiento adicional del crecimiento económico en los siguientes trimestres.

A nivel económico continuamos observando una débil dinámica, los principales indicadores apuntan a un decaimiento de la actividad en lo que va corrido del año.

Desde el lado de consumo, los indicadores de confianza han avanzado frente a los niveles mínimos; sin embargo, permanecen en terreno negativo, incluso los vinculados a las expectativas económicas.

## 2.2.1 Expectativas macroeconómicas

Normalmente, en Colombia las épocas de moderación económica han finalizado con recuperaciones rápidas y vertiginosas. Aunque el país ha vivido ciclos económicos en forma de V, según el Departamento de Investigaciones Económicas del Grupo Bancolombia:

en esta oportunidad las condiciones serán diferentes. De hecho, esperamos que el país experimente un ciclo económico en forma de U. En él, las tasas de crecimiento del año pasado y el actual serán semejantes, y el tan deseado regreso de crecimientos cercanos al potencial productivo del país tardará más tiempo en llegar (“Actualización de proyecciones económicas Colombia 2017: hacia un ciclo económico en forma de U”, 2017).

Lo anterior se puede explicar desde los siguientes puntos de vista: el primero es que el año 2017 inició a un compás altamente menor al que se esperaba. Aun así, ante los buenos signos del sector exportador, gran cantidad de las actividades productivas del mercado interno se desaceleraron, como consecuencia del bajo desempeño del consumo y la inversión privada. Según las proyecciones económicas de Colombia, elaboradas por el Departamento de Investigaciones Económicas del grupo Bancolombia, para el segundo trimestre del año 2017 parte de esta debilidad se extenderá, por lo que reducen en medio punto porcentual la expectativa de crecimiento para los dos primeros trimestres del año.

El segundo factor es que, a medida que transcurra el año, el sector productivo generará un repunte en la economía. Lo anterior, a causa del alivio inflacionario que ha sucedido en lo corrido del año 2017 (en junio se reencontró en el rango meta: 3,99 %) y por las reducciones de las tasas de interés, o tasa repo, administradas por el Banco

Central de Colombia (Banco de la República), que a la fecha del 27 de julio del año 2017 redujo la tasa de interés de intervención en 25 puntos básicos (pb) situándola en 5,5 %, causando un efecto base positivo.

Así mismo, consideramos que el tercer factor que determinará el ciclo económico será la dinamización de los socios comerciales de Colombia. Esto significa que, a pesar de que las variables de riesgo afectan hoy dichas relaciones el entorno económico global tendrá más potencial que en los últimos tres años.

Sumado a lo anterior, los ajustes realizados vía política fiscal, en donde se trabaja en la mezcla de unos déficits externo y fiscal en proceso de corrección, y las bajas expectativas de incremento en los tipos de interés en Estados Unidos, llevarán a una revaluación del peso colombiano frente al dólar, y a un desempeño favorable de la renta fija local.

Un poco más hacia el futuro, exactamente para el año 2018, la aceleración económica podría extenderse durante los dos años siguientes. El desarrollo e inversión en los proyectos de infraestructura (vías 4G) y una política monetaria expansionista causarían dicho desempeño en la economía del país en los años subsiguientes.

En resumen, podemos evidenciar que los sucesos económicos fuertes que han “revolcado” a Colombia en los últimos años han tenido consecuencias, tanto transitorias como permanentes. Todavía el país está en el proceso de acomodar las políticas económicas que se impondrán en la etapa siguiente al *boom* de las materias primas (sector primario).

Finalmente, una gestión dinámica de los riesgos y el reaccionar oportuno a las dinámicas de crecimiento serán los principales puntos para movilizarse en el ciclo económico en forma de V.

### **2.3 Teoría de portafolio**

Tal como se conoce en la teoría moderna de portafolio, el inversionista siempre desea conformar su portafolio con una máxima rentabilidad y con un mínimo nivel de riesgo; pero lograr este objetivo específico no es nada fácil, ya que popularmente se menciona que, a un mayor nivel de riesgo, normalmente, el mercado reconoce al inversionista una mayor rentabilidad, y viceversa. Es normal, o lógico, encontrar que un inversionista raso y racional busque la manera de diversificar su portafolio o reducir al mínimo el riesgo, lo anterior dosificando su capital o excedentes entre diferentes activos del mercado público de valores, para finalmente concluir en un portafolio óptimo que represente dicha ecuación.

Es aquí donde es necesario mencionar a Markowitz, Lintner, Sharpe, Tobin, y otros, quienes desarrollaron las metodologías para optimizar portafolios y concluir con la selección del mismo. Para efectos de este trabajo se utilizó la teoría de Harry Markowitz (1952), quien dentro de sus estudios y escritos planteó la teoría del valor esperado y varianza, la cual, actualmente, es considerada el supuesto principal de la teoría moderna de portafolios de inversión.

Así mismo, Markowitz identifica el valor presente, el valor futuro y el rendimiento de un período de tenencia de un activo o un conjunto de activos. La metodología se define como calcular la máxima rentabilidad de los inversionistas, dada una

combinación lógica entre el valor esperado y la varianza de los retornos logarítmicos de los activos. Sin embargo, y según Markowitz, cada inversionista es responsable de basar sus decisiones en el supuesto del valor esperado y varianza, destacando el cálculo del rendimiento esperado y la desviación estándar de cada cartera de activos de inversiones para, posteriormente, seleccionar la cartera óptima, en función de los resultados de las variables mencionadas anteriormente.

Según la teoría de Markowitz, los pasos a seguir para encontrar los portafolios óptimos o portafolio óptimo son los siguientes: primero, se deben calcular los puntos de partida o conjunto de activos que conforman la máxima rentabilidad para un determinado nivel de riesgo y, seguidamente, el conjunto de activos que conforman la cartera con un mínimo nivel de riesgo dada una rentabilidad determinada. Luego, la teoría indica que se construye la cartera de activos eficiente partiendo de la programación cuadrática, la cual se considera como técnica matemática, y, posteriormente, se llega a la elaboración del portafolio óptimo, por supuesto, con una alta rentabilidad y con un riesgo mínimo. Al final, se desea lograr una diversificación que permita conseguir un conjunto de activos con una rentabilidad atractiva y con un nivel de riesgo mínimo; eligiendo así aquellos activos de alta rentabilidad que, probablemente, tienen alto nivel de riesgo, pero que cuando se interrelacionan con los demás activos permiten amortiguar dicho riesgo, es decir, con correlaciones inclusive negativas.

Es importante mencionar que la teoría propuesta por Harry Markowitz se desarrolla sobre el riesgo sistemático, aquel riesgo que no se puede diversificar y que

está en función constante de las variables macroeconómicas. Así mismo, el modelo tiene objetividad y validez bajo las siguientes consideraciones:

- El rendimiento del portafolio es una variable aleatoria para la cual se calcula una distribución de probabilidad. El valor esperado considera el rendimiento promedio de la inversión.
- La desviación estándar permite medir la dispersión y el riesgo inherente a cada activo y al portafolio como tal.
- Se asume que el inversionista es un agente racional que siempre preferirá un portafolio de mayor rentabilidad, con un nivel de riesgo determinado.
- Los rendimientos de cada uno de los activos del portafolio siguen una distribución normal y no tienen autocorrelación ni heteroscedasticidad entre ellos.
- La información histórica que se tiene es suficiente para predecir rentabilidad y riesgo futuros.

Existen diferentes modelos para llegar al portafolio óptimo, o diferentes teorías que traten sobre la optimización de portafolios, todo en función del cumplimiento de los supuestos en los cuales se basa cada uno. Aun así, es importante considerarlos como un acercamiento para el inversionista, quien desea analizar conceptualmente sus inversiones y pensar, de forma racional, sus decisiones de inversión.

## 2.4 Gestión o administración de portafolios

Tal como se ha mencionado, y como se conoce en el mercado público de valores, en el sistema financiero colombiano existen diferentes formas y mecanismos para que los agentes con excedentes, que sean personas naturales, ingresen a los activos financieros y puedan negociarlos. Pero para el desarrollo de este trabajo se toma como punto de partida el mecanismo de inversión conocido como Fondos de Inversión Colectiva (FIC), en el cual quien tiene la responsabilidad de diversificar el portafolio y separar los activos son los *trader* de las entidades que administran y gestionan este tipo de vehículos de captación.

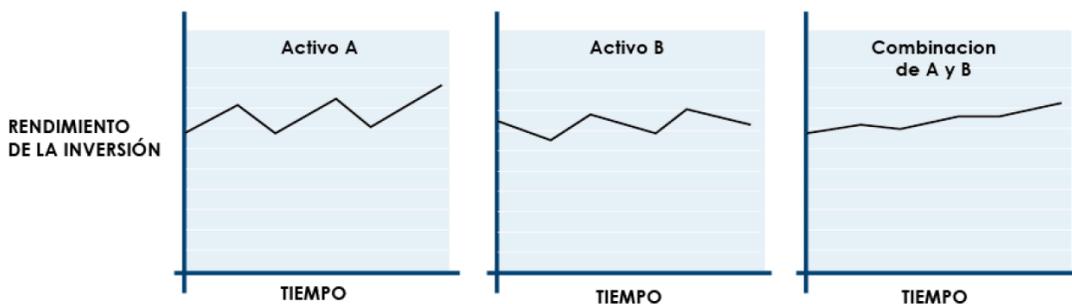
Dado lo anterior, podemos definir la gestión del portafolio como el conjunto de actividades que permiten cumplir con la política de inversiones, teniendo en cuenta los aspectos restrictivos que se definen en ella, incluyendo así, las decisiones de inversión y desinversión, la identificación, medición, control y gestión de los riesgos inherentes al portafolio.

Es así como el gestionar portafolios significa la selección adecuada de los activos que conforman el portafolio de inversión y, en esta decisión, es vital tener presente el rendimiento y el riesgo al que se expone el fondo. El perfil de riesgo de cada inversionista es importante al momento de conformar el portafolio, ya que el fondo gestionado siempre buscará cumplir con el perfil de riesgo definido para el mismo; pero algunos inversionistas que hagan parte del fondo serán más adversos al riesgo que otros.

Al momento de incluir o descartar activos financieros en un portafolio es muy importante evaluar la diversificación que se puede generar. Dicha diversificación tiene como consecuencia las combinaciones de retorno-riesgo más atractivas que las del supuesto de invertir en cada activo individualmente; lo anterior estará en función de la correlación existente entre los rendimientos de los activos.

Es así como la correlación pone una regla al momento de gestionar portafolios de inversión: la selección de los activos debe realizarse sobre aquellos con una baja o negativa correlación, con el fin de que los beneficios de unos activos compensen las pérdidas de otros.

La siguiente figura muestra cómo la diversificación ocasiona la reducción del riesgo, teniendo en cuenta la combinación ideal de los activos. El rendimiento del activo A es cíclico; por su parte el activo B es contra cíclico, concluyendo así en una correlación negativa. Al mezclar ambos activos, en una cartera, se puede justificar que el riesgo se acorta:



**Figura 3.** Representación gráfica del beneficio de la diversificación

Fuente: “Guía de estudio. Fondos de Inversión Colectiva” (2016, p. 56).

Es así como la diversificación se plantea con beneficios, como la reducción del riesgo, originados por los grados de correlación existentes entre los retornos logarítmicos de los activos financieros.

Ahora, hay que destacar que el riesgo de un portafolio estará siempre conformado por el riesgo específico (particular de cada activo) y el riesgo de mercado; el primero es posible reducirlo vía diversificación, mientras que el segundo deberá ser asumido siempre por el inversionista, todo esto a cambio de una rentabilidad. Finalmente, la diversificación tiene como objetivo construir un portafolio menos expuesto a un riesgo de mercado para un nivel de retorno esperado.

## **2.5 Riesgos de invertir en el mercado público de valores**

Es muy importante que los inversionistas conozcan y tengan en la mira los riesgos inherentes a las decisiones de inversión, ya que si la rentabilidad es alta se debe esperar un mayor riesgo. Como consecuencia, es vital retroalimentar e identificar los posibles eventos de riesgo que pueden repercutir en una posible pérdida de valor y, así mismo, cuantificarlos convenientemente.

Para el mercado de renta fija, dos los principales riesgos cuantificables a los cuales se tiene que enfrentar un inversionista son: el riesgo de mercado y el riesgo de liquidez.

### **2.5.1 Riesgo de mercado**

Se entiende como riesgo de mercado a la pérdida que podría tener una entidad debido a la diferencia en los precios que se registran en el mercado, o en movimientos de los llamados factores de riesgo.

Este tipo de riesgo corresponde a la variabilidad en los precios a los cuales se negocian los activos en los que se invierte, generada, principalmente, por cambios en las condiciones de la economía, como por ejemplo variaciones en la inflación y en las tasas de interés.

Este riesgo también se puede definir como la posibilidad de que el valor presente neto de una cartera de activos tenga movimientos inesperados, ante cambios en las variables macroeconómicas que determinan el precio de los instrumentos que componen el portafolio.

### **2.5.2 Riesgo de liquidez**

Se entiende como la dificultad de vender un activo en un momento determinado y no hacerlo efectivo. La exposición al riesgo de liquidez se puede presentar, básicamente, desde dos perspectivas: la primera se refiere a aquel riesgo que se genera, o se puede generar, por una pérdida potencial al no poder realizar una transacción a precio de mercado, debido a una baja frecuencia de negociación de los papeles en el mercado.

La segunda perspectiva es aquella que se refiere al riesgo que se genera, o se puede generar, por una pérdida potencial al no poder cumplir con las obligaciones inicialmente pactadas, o incurrir en costos excesivos para su cumplimiento.

### **2.5.3 Riesgo de los Fondos de Inversión Colectiva**

Desde el Wealth Management (administración de la riqueza) es importante mencionar y realizar comparaciones entre los diferentes instrumentos que se ofrecen en el mercado público de valores, para identificar aquellos riesgos que se asumen en

cada alternativa. Es así como queremos evidenciar los riesgos y ventajas que se contraen al momento de invertir en un FIC. Para iniciar, tomaremos como base el instrumento más popular del mercado, el CDT, y lo compararemos con un FIC.

Sin duda alguna, todo inversionista debe analizar, en primera instancia, su perfil de apetito por el riesgo. Entre otras, se debe tener en cuenta el plazo, la liquidez y la rentabilidad, que significan en las finanzas las variables fundamentales para cualquier decisión de inversión.

Los CDT son considerados vehículos de captación pertenecientes al mercado de la renta fija, los cuales se rigen en plazos definidos de inversión a una tasa pactada desde el momento inicial. Por su parte, los FIC tienen una mayor practicidad en este aspecto, pues son más flexibles en sus plazos y no se pacta una tasa de rentabilidad desde el momento cero. Por la naturaleza de los CDT los inversionistas pueden mantener la inversión hasta el vencimiento, garantizando así la tasa pactada y rentabilidad; por su parte, los FIC estarán expuestos a las variaciones de los precios de los activos que conforman la cartera de activos, es decir, ante la volatilidad del mercado.

Gracias a la magia del interés compuesto los CDT tienen la particularidad, como cualquier instrumento del mercado de renta fija, de que los intereses sean reinvertidos o capitalizables de manera automática, hasta el vencimiento total del título, en casos donde las condiciones faciales del papel sean con una periodicidad y modalidad de Período Vencido (PV) o hasta el cupón (accidente financiero) próximo. Así las cosas, los FIC, dentro de la gestión que realiza la sociedad administradora, cuentan con la

llamada “Segregación Patrimonial”, lo que da a entender que los recursos captados del público son totalmente independientes al capital que posee la sociedad administradora del fondo de inversión colectiva. Esto último es exigido por la SFC.

Es aquí donde se hace necesario destacar la primera diferencia entre ambos instrumentos, es decir, entre los CDT y los FIC, la cual hace referencia a la diversificación de activos. Cuando un inversionista toma la decisión de invertir sus excedentes en un CDT, está asumiendo un riesgo de emisor y de concentración; por ende, el riesgo de la inversión se incrementa. Lo anterior también se puede comprender en la medida en que, si al emisor del CDT le sucede algo durante la maduración del título, muy seguramente el inversionista puede llegar a perder el nominal invertido.

Aun así, se hace necesario mencionar uno de los beneficios del CDT, y es que cierto porcentaje de la inversión realizada se encuentra amparada por el Fondo Nacional de Garantías Financieras (FOGAFIN), dado que el CDT tiene la característica de ser considerado un “depósito”. Por su parte, los FIC no son considerados depósitos y no tienen un cubrimiento como los CDT, pero estos, al momento de conformar la cartera de activos, sí invierten en más de un emisor o en más de un activo financiero.

Ahora, evaluemos el tema plazo. Los CDT pueden ser emitidos desde un plazo mínimo de 30 días de vencimiento, y son base de 360 días de liquidación. Por su parte, los FIC deben ser vistos como un ahorro para un objetivo específico, para culminar metas de corto o de largo plazo, y vía diversificación, ya que es posible acceder a diferentes activos, instrumentos, emisores y plazos. Sobre el particular de los FIC es

muy importante que los inversionistas comprendan, entiendan y estén de acuerdo con el reglamento del fondo de inversión colectiva, pues en este se explica al detalle cómo opera el fondo, su política de inversión, los límites de las inversiones, entre otras.

Con el instrumento FIC es viable tener una mejor oportunidad de inversión, y para los inversionistas es más probable percibir retornos atractivos, teniendo en cuenta que la rentabilidad es más volátil o con más fluctuaciones. Inclusive, para aquellas personas que no desean dejar sus excedentes en cuentas de ahorros, por la paupérrima rentabilidad y costos que estas tienen, es posible invertir los recursos en un FIC abierto a la vista, que renta a una mejor tasa y que permite disponer de los recursos en cualquier momento. Esta última eventualidad es muy utilizada por las personas jurídicas o clientes institucionales.

Dada la relación existente entre las variables riesgo y rentabilidad, el inversionista debe tener claro su objetivo, pues si desea obtener grandes utilidades debe estar expuesto a asumir un mayor nivel de riesgo. En este caso, los CDT tienen una falencia, y es que cuando el inversionista, por alguna razón, desea negociar su título antes del vencimiento en el mercado secundario, la rentabilidad corre un riesgo, pues los compradores estarán dispuestos a pagar un menor precio por este.

Los bancos, cuando realizan la captación de recursos del público, en general vía CDT, juegan en función del plazo promedio al que prestan el dinero. Aquí es importante recordar el negocio de los bancos, y es la intermediación, la cual es la tasa que se calcula a partir de la diferencia entre la captación y la colocación de recursos. En cuanto a los FIC, se pueden encontrar en el mercado gran cantidad de ellos, algunos

de los cuales se encuentran respaldados por firmas calificadoras. Aquellos FIC que cuenta con calificación son porque los activos que hacen parte de la cartera están también calificados.

## **2.6 Valoración del Riesgo**

El VaR (Value at Risk) es la medida empleada, generalmente, por el sector financiero (incluyendo el mercado público de valores). Nace con la necesidad de evaluar y cuantificar, en un solo dato, la exposición total al riesgo de mercado de un activo individual o una cartera de activos financieros. Es así como, bajo un horizonte de tiempo y un nivel de confianza definido, el VaR señala la mínima pérdida esperada en el nivel de confianza definido de los peores escenarios. En otras palabras, es la máxima pérdida que puede tener un activo o portafolio en el nivel de confianza de los mejores casos.

Es así como un inversionista está en capacidad de conocer que la pérdida relacionada al monto invertido no será mayor al VaR, con una probabilidad definida, bajo condiciones “normales” de mercado.

Dicho de otra manera, el cálculo del VaR consolida, en un solo dato, el riesgo total del portafolio en un nivel de confianza determinado, un horizonte de tiempo y, por supuesto, una distribución de probabilidad. Con respecto a esta última (distribución de probabilidad) la técnica del cálculo del VaR se parte en dos: modelos paramétricos y no paramétricos, en donde los primeros suponen una distribución de los retornos de la cartera de activos y los segundos se basan en los retornos históricos, y no presumen una distribución para los retornos históricos.

## 2.7 Molestias del VaR

En la academia son varios los cuestionamientos que se realizan al proceso de pronóstico y simulación a través de modelos VaR. A pesar de que el VaR, cuantitativamente, mide la exposición al riesgo de mercado y utiliza los métodos estadísticamente tradicionales, se cree que su aplicabilidad es más efectiva en períodos de tiempo algo cortos.

Inclusive, es importante mencionar que el VaR calcula o mide los límites de riesgo de una cartera de activos financieros en un período de muy corta duración todo lo anterior bajo el supuesto de un mercado “normal”. Por su facilidad de realizar el cálculo y su interpretación consolidada en un solo dato, tomó gran reconocimiento en los mercados financieros internacionales, con la ventaja de que podía desarrollarse para cualquier tipo de instrumento. Por lo mencionado anteriormente, el mismísimo comité de Basilea de Supervisión Bancaria aprobó esta metodología y autorizó a las entidades financieras a realizar sus propios modelos de VaR, para conocer la exposición y establecer los criterios mínimos de capital.

Las fuertes variaciones del Dow Jones durante el mes de octubre del año 2008 llevaron a Alan Greenspan<sup>1</sup> a excusarse cuando asumió la culpa de la crisis de los bonos *subprime*. Indicó que había premios Nobel detrás de las teorías del valor en riesgo, y declaró:

Todo el edificio intelectual se ha derrumbado debido a que la introducción de datos en los modelos de gestión de los riesgos cubiertos ha tenido, en las últimas décadas, un período de euforia. Si los modelos hubiesen incorporado tiempos más

---

<sup>1</sup> Nacido en Nueva York el 6 de marzo de 1926. Economista estadounidense, de origen judío, que fue presidente de la Reserva Federal de Estados Unidos entre 1987 y 2006.

largos, las exigencias habrían sido mayores y hoy el mundo financiero estaría en mucho mejor pie (Moreno, 2009).

Dado el contexto mencionado anteriormente, son varios los argumentos que dejan en entredicho el cálculo y simulación mediante la aplicación de modelos VaR. Según el curso combinado de predicción y simulación de la Universidad Autónoma de Manizales estas críticas se traducen de la siguiente manera:

- Los modelos VaR son ateóricos, a diferencia de los modelos de ecuaciones simultáneas. La renuncia a la cuantificación de las relaciones establecidas por la teoría es un alto precio, que en ciertos contextos no siempre se puede pagar.
- Los modelos VaR se concentran en predicción. Su metodología y desarrollo los hace menos apropiados para la simulación de políticas económicas. Como vimos, en este contexto, y puesto que no distinguimos entre endógenas y exógenas, sencillamente asimilamos simulación con el análisis de los efectos sobre las variables del sistema de un cambio aleatorio conocido.
- Con frecuencia los modelos VaR presentan problemas de grados de libertad. Efectivamente, en la práctica profesional el tamaño de la muestra no es lo suficientemente amplio como para estimar modelos con un número elevado de retardos y de variables. Se presenta pues una sobreparametrización.
- La estimación en niveles de un modelo VaR, la práctica habitual, obvia los problemas de estacionariedad conjunta de las series. La transformación apropiada de estas series no siempre arroja resultados positivos.
- La utilidad del análisis de la función de impulso respuesta, base del análisis VaR, sigue siendo cuestionada por los investigadores.

Finalmente, no se pueden pasar por alto los beneficios del VaR, dado que permiten identificar qué variables son endógenas y cuáles exógenas; así mismo, contribuyen a “una fácil estimación por MCO individual a cada ecuación, y parece que se obtienen predicciones más acertadas frente a modelos de ecuaciones simultáneas más complejos” (“Algunas críticas a la metodología VAR”, s. f.).

Como conclusión, es importante indicar que los límites de tiempo y el horizonte de predicción juegan un papel muy importante. “Para horizontes temporales más largos, al

no incorporar información adicional, la inercia de la información disponible se va deteriorando a medida que alargamos el horizonte” (“Algunas críticas a la metodología VAR”, s. f.).

## **2.8 Varianzas variables en el tiempo**

Las medidas de riesgo, comúnmente conocidas, tales como el VaR paramétrico, el VaR simulación Montecarlo y el VaR simulación histórica, se sustentan en que la varianza de los retornos de los activos de una cartera son invariantes en el tiempo; o en otras palabras, que la volatilidad es constante en el tiempo. Es aquí donde nos permitimos mencionar modelos que permiten cambiar este concepto y trabajar con volatilidades dinámicas, algunos de estos modelos son el EWMA o GARCH.

Los modelos GARCH (modelos generalizados auto regresivos condicionalmente heterocedásticos) se extienden, o son una continuidad, de los modelos ARCH. Este modelo, desarrollado por Bollerslev<sup>2</sup> (1986), se caracteriza por basarse en una estructura de rezagos no tan exigente y más bien flexible, lo cual permite lograr una descripción sobria de los datos. Así, Bollerslev generaliza los modelos ARCH al crear los modelos GARCH, en donde la varianza condicional no solo depende de los cuadrados de las perturbaciones, sino también de las varianzas condicionales de períodos anteriores. Los modelos GARCH se han utilizado en profundidad para modelar la volatilidad en series de tiempo. Estos modelos han sido mejorados agregando variables de estudios adicionales a las definidas originalmente, entre ellas: en la relación entre la volatilidad condicional actual y las volatilidades condicionales

---

<sup>2</sup> Nacido el 11 de mayo de 1958. Economista danés, actualmente profesor de Economía en la Universidad de Duke.

pasadas, o en la distribución estadística de los errores. Las modificaciones mencionadas anteriormente se dan con el fin de incorporar las características propias de una serie de tiempo, para permitir una mejor modelación estadística. Finalmente, el modelo GARCH trata sobre el agrupamiento de la volatilidad, y se basa en que el grado de incertidumbre del rendimiento de un activo financiero puede variar en el tiempo, ocasionando las compensaciones que demandan los inversionistas con aversión al riesgo. A diferencia del modelo ARCH, el modelo GARCH no solo involucra a las perturbaciones, sino también a las varianzas rezagadas. En el modelo GARCH la varianza condicional está en función del cuadrado de los errores retrasados de  $n$  períodos y de las varianzas condicionales rezagadas de  $n$  períodos.

Por su parte, los modelos EWMA (Exponential Weighted Moving Average), o medias móviles ponderadas exponenciales, permiten estimar la volatilidad en cualquier período  $t$ . Este modelo fue empleado inicialmente por JP Morgan, bautizándolo como RiskMetrics en el año 1994. Sobre el modelo EWMA podemos decir que, si las ponderaciones decrecen exponencialmente, conforme nos movemos hacia observaciones más lejanas en el pasado, se debe utilizar dicho modelo.

Con el modelo EWMA, la varianza en el período  $t$  está dada por:

**Ecuación 1.** Cálculo de la varianza en el período  $t$

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda) R_{t-1}^2, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

Donde  $R_{t-1}$  es el retorno esperado en el período  $t-1$ . El parámetro  $\lambda$  se elige en un proceso de optimización donde se minimice la RMSE (Root Mean Square Deviation) o el error cuadrático medio. La ecuación 1 se interpreta en el sentido que el valor estimado para la varianza en la fecha  $t$  se puede calcular utilizando la información de la varianza en la fecha  $t-1$  y el rendimiento obtenido en la fecha  $t$ . Según el artículo académico “Valor en riesgo: modelos econométricos contra metodologías tradicionales”, el modelo EWMA:

permite darle seguimiento a los cambios en la volatilidad del factor de mercado. El parámetro  $\lambda$  da la sensibilidad de respuesta del estimado de la volatilidad diaria a la nueva información disponible, es decir determina el grado de reacción de la volatilidad a los eventos de mercado; mientras que el coeficiente de la varianza del tiempo anterior  $(1-\lambda)$  determina la persistencia en volatilidad. Un alto valor  $\lambda$  (cercano a uno) produce estimados que responden rápidamente a la nueva información de los cambios relativos del factor, en cambio cuando  $\lambda$  es cercana a cero produce estimados de volatilidad que responden lentamente a la nueva información (Ramírez y Ramírez, 2007, p. 186-187).

El modelo EWMA supone que “la mejor predicción de la volatilidad para el período  $t$  es una media ponderada entre la observación del período anterior y la predicción de la volatilidad para ese mismo período anterior” (Martínez, 2012). Finalmente, es importante mencionar que el modelo EWMA tiene una característica muy importante, la recursividad, dado que el cálculo estimado de la volatilidad para el período  $t$  conserva toda la historia de la volatilidad.

## **2.9 Backtesting**

La metodología para evaluar qué tan lejano o cercano estuvo el cálculo del valor en riesgo es conocida como *backtesting*. Este último se considera como un proceso cuantitativo para verificar la calidad y la fidelidad de un modelo VaR, a través de la

comparación de los precios reales de los activos para una fecha  $t$  y las medidas de riesgo nacientes por los modelos.

Las compañías del sector financiero están obligadas a realizar esta estimación para el día  $t+1$  por las entidades reguladoras, exactamente por la SFC. Es así, como a través del *backtesting* se valida qué tan acertada es la estimación del VaR con respecto a las ganancias y pérdidas reales de las posiciones de *trading*.

El *backtesting* logra entonces enumerar los errores, evaluar la eficiencia y eficacia del modelo y, finalmente, ultimar si el modelo es adecuado o es necesario ajustarlo.

### **2.9.1 Test de Kupiec**

El test de Kupiec es conocido, generalmente, en los mercados financieros y en la academia como una de las más importantes técnicas para validar los modelos de riesgo con los cuales se estima el VaR. Como el cálculo del VaR no es plenamente certero, se deben realizar varios axiomas para calibrar las aproximaciones de estimación del VaR.

La forma adecuada para calibrar la objetividad del modelo es comprobar la cantidad de períodos de la muestra en donde la pérdida sea superior a la predicha por el modelo; es decir, que sea superior al VaR. En conclusión, el modelo debe estar en capacidad de proveer la cobertura no condicionada esperada por el diseño.

Es aquí donde entra el estadístico de Kupiec (1995), en donde:

se calcula la proporción de excepciones para cada una de las aproximaciones que son estimadas con el fin de evaluar la hipótesis nula de cobertura no condicional correcta; de esta forma, el estadístico de prueba de Kupiec (1995) corresponde a:

## **Ecuación 2.** Cálculo del estadístico de prueba de Kupiec

$$t_u = \frac{\hat{p} - \alpha}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/N}}$$

Donde N es el número total de predicciones. Kupiec demostró que ese estadístico sigue una distribución t con N-1 grados de libertad” (Alonso y Chaves, 2013).

El supuesto de Paul H. Kupiec determina así, condicionalmente, si la cantidad de excepciones medidas de un modelo está en función o está en línea con la cantidad de excepciones esperadas; detallando el modelo de VaR seleccionado con su respectivo nivel de confianza.

### **2.10 Wealth Management (gestión del patrimonio)**

Como ya se mencionó anteriormente, el Wealth Management, más conocido en nuestro país como administración del patrimonio o administración de la riqueza, ha adquirido cada vez más relevancia entre los agentes inversores, ya que el continuo y veloz desarrollo del mercado financiero y de valores ha obligado a aquellas personas que invierten, o desean invertir, a estar cada vez más informadas, pues la globalización dejó de ser un objetivo de la humanidad para convertirse en una realidad: hoy el éxito de los inversores depende de que tan preparados estén para poder hacer frente al mercado.

La necesidad de contar con unos paradigmas básicos, que den origen a una estructura que le permita a todas las personas interesadas en gestionar su patrimonio, sin importar la magnitud del mismo, poder lograr sus objetivos de vida, ha dado origen

a la teoría del Wealth Management, la cual, actualmente, está en construcción; pero los importantes desarrollos teóricos y prácticos que ha tenido le han otorgado el interés de todos aquellos inversores que han entendido la tendencia del mercado en la actualidad, logrando que se direcciona hacia los Wealth Manager, que se han diferenciado de los tradicionales administradores de portafolio.

Dentro del variado progreso teórico que ha dado lugar esta disciplina, es indispensable, para el objetivo de este trabajo, exponer la producción intelectual del profesor James Loveday, quien en su curso: “Wealth Management y el rol fiduciario del asesor” (2017), expone con gran claridad el ¿por qué? y el ¿para qué? es indispensable pasar de ser un agente inversor potencial o empírico a ser un inversor activo, informado y con una fundamentación estructurada, lo que brindará unos mejores resultados.

Para poder lograr este cambio es de gran importancia asesorarse, y es en esta etapa donde “el rol del Wealth Manager” es trascendental, dado que dicho rol “radica en asistir a sus clientes con el objetivo de cumplir con sus objetivos de vida a través del manejo adecuado de sus recursos financieros” (Loveday, 2017); es decir, que el éxito del Wealth Manager no es solo maximizar los rendimientos, sino entender a su cliente y lograr los objetivos de vida que este tenga. Es por esto que, “a diferencia de un administrador de portafolios profesional”, el Wealth Manager “debe conocer la situación específica de cada uno de sus clientes: su sexo, su condición marital, su profesión, además de sus temores, objetivos, y acervo de riqueza” (Loveday, 2017).

Ahora bien, la diferencia no solo se da entre un Wealth Manager y un administrador de portafolios profesional; por el contrario, esta se fundamenta en las diferencias que existen entre el Wealth Management y el Investment Management, las cuales sintetiza el profesor Loveday (2017) en la siguiente tabla comparativa:

**Tabla 1.** Representación gráfica del Wealth Management y el Investment Management

	<i>Wealth Management</i>	<i>Investment Management</i>
Ámbito	Enfocado en el cliente Comprensivo Hoja de balance para la vida	Enfocado en el portafolio Activos financieros
Aproximación a la administración	Customizado Orientado hacia los objetivos cliente Acumulación de riqueza después de impuestos	Estandarizado Orientado hacia retornos relativos Retornos antes de impuestos periódicos
Perfil del cliente	Complejidad del individuo Diversidad en objetivos Sofisticación limitada Perfil Psicológico / <i>Behavioral</i>	Pocas restricciones Homogéneos Alta sofisticación en inversiones Psicológicamente neutral
Restricciones de inversión	Dinámicas Finitas o multi etapas Consideraciones impositivas	Estática Infinita Neutralidad impositiva

Fuente: Loveday (2017).

En la tabla 1 se observan cuatro segmentos principales: ámbito, aproximación a la administración, perfil del cliente y restricción de inversión; de los cuales se puede concluir que la diferenciación radica en que mientras el Wealth Management se centra en el cliente, su perfil y objetivos de vida, el Investment Management lo hace en los activos y el logro de retornos positivos. Entendiendo la diferencia entre estas dos disciplinas, es de suma importancia exponer con más detalle los aspectos relevantes expuestos en el cuadro comparativo y que involucran el Wealth Management:

- Aspectos tributarios: la optimización tributaria es muy relevante en la medida en que los retornos deben medirse después de impuestos.
- Planeación financiera: tiene en cuenta los objetivos del cliente hacia el futuro, como educación de sus hijos, plan de retiro, objetivos de herencia, entre otros.
- Planeación sucesoral: en la medida en que los excedentes se planean dejar a siguientes generaciones hay que determinar los mejores mecanismos legales, tributarios y operativos (sobre todo con negocios de familia) para que se cumplan los objetivos
- Behavioral Finance: las personas no son seres absolutamente racionales. Existen sesgos que condicionan nuestro comportamiento y afectan la toma de decisiones. Deben tenerse en cuenta.
- Administración de riesgos: vinculados con la tolerancia financiera y psicológica para aceptar pérdidas, pero también de otros riesgos, como catastróficos (materiales y personales), longevidad, costo de vida, etc. (Loveday, 2017).

Habiendo explicado lo anterior, iniciaremos el desarrollo parcial de la teoría del profesor Loveday, con el fin de hacer énfasis en los temas relevantes para el desarrollo de este trabajo. Se especificará entonces en los siguientes puntos:

- 1) Planeación financiera y asesoría intertemporal: indispensable para la administración del patrimonio, dado que, la planeación financiera “es el ejercicio específico de planear financieramente el futuro con el objetivo de lograr la independencia financiera” (Loveday, 2017). Lograr esta independencia financiera contribuirá, notablemente, al logro de los objetivos de vida de los inversores, lo

cual, como se mencionó anteriormente, es el objetivo principal del Wealth Management; por lo tanto, se debe elaborar “en cada momento del tiempo una proyección (en valor presente) de activos y pasivos con el objetivo de verificar la probabilidad de que se cumpla dicho objetivo” (Loveday, 2017). El profesor Loveday (2017) expresa lo mencionado en este párrafo por medio de una ecuación básica pero acertada:

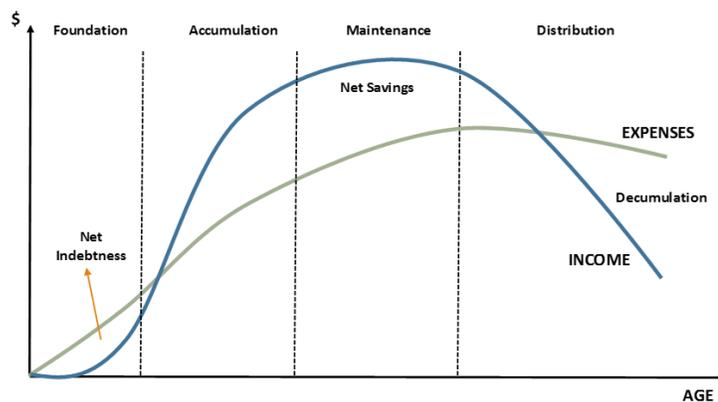
### **Ecuación 3.** Cálculo de la independencia financiera

$$\text{Independencia} = \text{riqueza discrecional} = VP(\text{activos}) - VP(\text{pasivos})$$

La planeación financiera tiene en cuenta otros factores que las inversiones no, es decir, mientras que una inversión se centra en el retorno del portafolio y los riesgos del mismo, la planeación financiera es un ejercicio a largo plazo, el cual tiene en cuenta los siguientes riesgos:

- Riesgo de mortalidad: riesgo de morir temprano.
- Riesgos a la propiedad: cualquier evento catastrófico que puede afectar el valor de los activos, como terremotos o incendios.
- Riesgo de accidentes y enfermedades: merman la capacidad de seguir generando recursos producto del trabajo.
- Riesgo de longevidad: vivir más de lo esperado, consumiendo los recursos ahorrados o disminuyendo el nivel de vida.
- Riesgo de inflación: perder poder adquisitivo, menor nivel de vida.

Finalmente, se debe entender que la planeación financiera, a pesar de ser intertemporal, abarca “las características únicas del cliente y su entorno económico y familiar” (Loveday, 2017); esto hace que esté “inmerso en un ciclo de vida”. Las etapas en el ciclo de vida de los inversores brindan información significativa “sobre la fase de acumulación en la que se encuentra el cliente y sobre sus objetivos inmediatos y de mayor aliento” (Loveday, 2017). A continuación, la figura 4 plasma los ingresos y gastos en el ciclo de vida:



**Figura 4.** Representación gráfica de los ingresos y gastos en el ciclo de vida

Fuente: Blanchett, citado por Loveday (2017).

- El ciclo de asesoría: el profesor Loveday (2017) explica que, a diferencia del proceso de inversión tradicional, el del Wealth Management se puede organizar en cuatro categorías, las cuales se encuentran interrelacionadas; estas son:

- a) Relación con el cliente: el inicio de cualquier proceso de asesoría parte por establecer una sólida relación con el cliente basado en la comunicación, la confianza y la educación.
- b) Perfil del cliente: el proceso de entender al cliente es complejo, influenciado por muchos factores.
- c) Política de inversión: utilizando (a) y (b) como *inputs*, este es el corazón del proceso.
- d) Administración y monitoreo del portafolio y de mercado: iterativos por naturaleza. Muchos sesgos de comportamiento aparecen en esta etapa, en especial con mercados volátiles.

Loveday (2017) agrega que es “importante reconocer que este proceso es independiente del nivel de riqueza, aunque los temas relevantes y las soluciones adoptadas sí dependen de ella: uso de fideicomisos, manejo de temas sucesorales, (filantropía)”. Ahora bien, el ciclo de asesoría como tal también cuenta con cuatro etapas:

- Objetivos del cliente: necesidades, metas y perfil de riesgo.
- Plan de inversiones: determinar el Asset Allocation que permite lograr los objetivos.
- Portafolio: escoger los instrumentos para implementar el Asset Allocation.
- Revisar el desempeño y hacer ajustes a la estrategia y al portafolio según sea necesario.

Para realizar un eficiente proceso de asesoría es indispensable construir un Investment Policy Statement (IPS), dado que “es el documento central de la

relación asesor-cliente. Plasma un plan financiero enfocado y específico para el cliente” (Loveday, 2017). El IPS: “Al ser el marco de la relación y estratégico, debiera ser estable. Se debiera revisar con frecuencia anual o cuando las circunstancias del cliente hayan cambiado materialmente” (Loveday, 2017). El IPS, cuando es efectivo, brinda muchas funciones, pero las más sustanciales son:

- Provee una hoja de ruta para tomar decisiones financieras y de inversión en un entorno en donde el mercado y las circunstancias del cliente cambian.
- Ayuda a que los clientes no sobre reaccionen frente a mercados alcistas y bajistas, producto de los vaivenes emocionales del inversionista ante los estímulos externos.
- Mejora la comunicación entre el cliente y el asesor, al ser un punto de referencia que recuerda a ambos actores de la filosofía de inversión de largo plazo plasmada en el documento (Loveday, 2017).

Loveday (2017) explica que para lograr un IPS efectivo que provea lo anteriormente mencionado, este debe tener esencialmente lo siguiente:

- a) Descripción del cliente y objetivos
  - Overview y objetivos del cliente, contexto.
  - Ámbito del cliente, sus activos y de la asesoría.
- b) Objetivos de inversión
  - Requerimientos de rendimiento.
  - Tolerancia y capacidad para asumir riesgos.

c) Restricciones de inversión

- Requerimientos de liquidez y horizonte de inversión.
- Temas impositivos, legales, regulatorios y específicos.

d) Asset Allocation (AA) estratégico

- Filosofía y estrategias de inversión.
- Supuestos de mercado de capitales y AA táctico.
- Restricciones de inversión.
- Toma de decisiones de *managers* y monitoreo.
- Risk Management.

e) Implementación, monitoreo y revisión

- Responsabilidades, gobierno y política de revisión.
- Medidas de desempeño y *benchmarks*.

Para el Wealth Management el centro es el cliente, por lo tanto, el asesor debe conocer al detalle los objetivos de su cliente, principalmente los relacionados con los rendimientos, el riesgo y las restricciones. Lovely (2017) describe lo siguiente:

a) Objetivos del cliente: rendimientos

- Los clientes suelen pensar sus objetivos en términos demasiado generales.
- Para tener un proceso exitoso estos objetivos deben cumplir tres criterios: tiempo específico, monto monetario específico, prioridad.

b) Objetivos del cliente: riesgo

- Medida común del riesgo en inversiones es la desviación estándar. En contraste, las personas suelen pensarlo en términos de dinero.
- Los individuos ven el riesgo como la posibilidad de no alcanzar sus metas prioritarias. Por ende, hay que medirlo en términos absolutos y ajustados por inflación.
- El riesgo tiene por lo menos dos componentes: tolerancia y capacidad.

c) Objetivos del cliente: restricciones

- Horizonte:
  - Cada objetivo está asociado a un horizonte, por lo que es muy probable que existan varias instancias de requerimientos de liquidez.
  - Mientras mayor el horizonte, mayor espacio para aceptar riesgos, dado que el individuo tendrá el beneficio del tiempo para ajustarse y adaptarse si las inversiones tienen un desempeño menor al esperado.
- Liquidez:
  - Generalmente se refiere a la facilidad con la que el portafolio de un individuo puede satisfacer sus necesidades de recursos. Tiene dos componentes:
 

Ejecutabilidad: capacidad para convertir una inversión en caja al precio actual de mercado.

Volatilidad: impacto de cambios en el precio en el valor de la inversión antes y después de ejecutar la venta.

- Flujo de caja:
  - Incluso sin incluir el impacto de impuestos, enfocarse en la parte de ingresos corrientes de un portafolio es una restricción artificial que puede limitar el desempeño de un portafolio:

#### **Ecuación 4.** Cálculo del retorno total

$$\textit{Retorno total} = \textit{ingreso corriente} + \textit{ganancia de capital}$$

- Diseñar un portafolio que tenga por separado los requerimientos de liquidez de corto plazo (para evitar tener que liquidar en malos momentos). La aproximación da seguridad psicológica en momentos de estrés de mercado.

2) Construcción de portafolio: en este aspecto Loveday (2017) expresa que para lograr un Asset Allocation eficiente se debe iniciar sobre la base de la teoría moderna de inversión, que es la diversificación, dado que un portafolio diversificado puede rendir igual o más que otra opción no diversificada y adicional; eso se puede lograr con un nivel de riesgo igual o menor. Para esto se debe realizar un proceso de optimización, ya que este permite lo siguiente:

- Con el proceso de optimización determinamos la composición que optimiza la relación riesgo/retorno.
- Hoy la fuerza computacional nos permite medidas más sofisticadas de riesgo, incluidos análisis de estrés, de sensibilidad, de eventos pasados extremos, así

como simulaciones de Montecarlo sobre el comportamiento dinámico en el tiempo del portafolio.

- Lo más utilizado es la optimización a-la-Markowitz así como la aproximación de Black-Litterman.
- En ambas la clave está en incorporar las expectativas de retornos, así como alguna visión particular de la matriz de varianzas-covarianzas.
- Es importante que el cliente entienda conceptos como pérdida máxima (esperada), maximum drawdown.

En la construcción de portafolios:

tradicionalmente se ha pensado que las fuentes de rendimiento son el asset allocation, el security selection y el market timing, siendo el más importante el primero [sin embargo] hoy sabemos que el factor fundamental del retorno es participar en el mercado (en lugar de estar en cash). Luego sigue el asset allocation y no tan lejos el manejo activo (market timing y security selection) (Loveday, 2017).

A continuación, describiremos brevemente algunos de los ya mencionados:

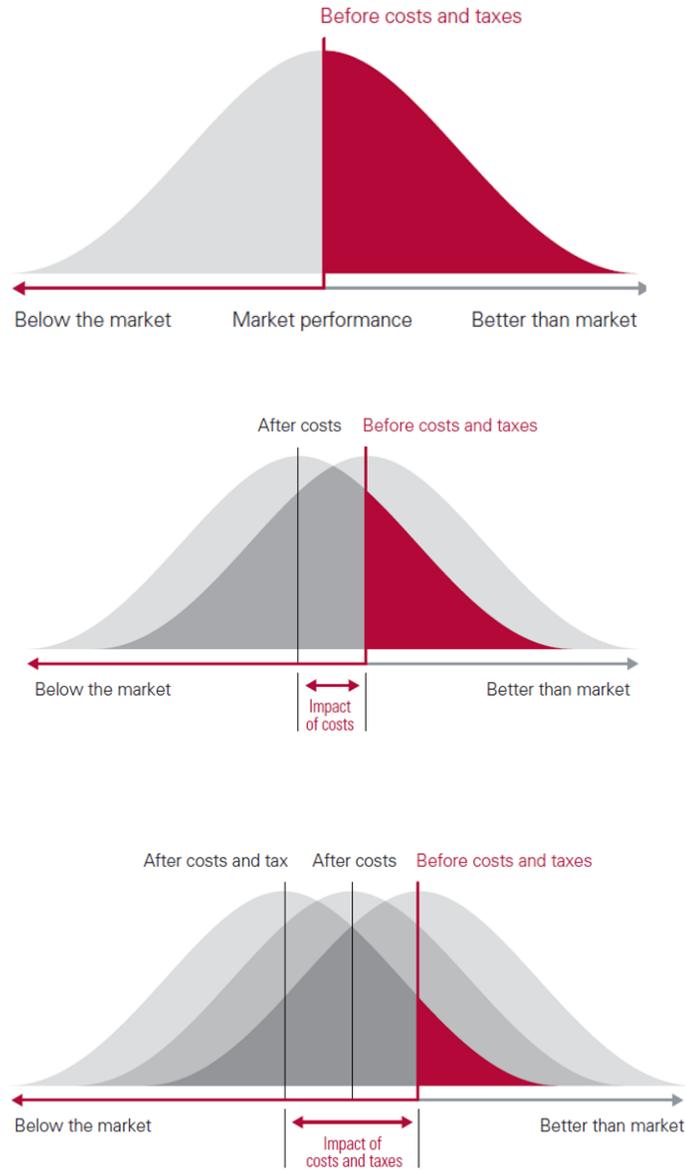
### *Market Timing*

- La decisión de estar o no en el mercado es el factor más importante que define la rentabilidad.
- A mayor plazo de la inversión, menor la incidencia de retornos negativos.
- Existen estrategias que no se alejan mucho del *timing* perfecto, como la inversión inmediata y promediar las compras.

### *Tactical Asset Allocation*

- Los procesos más sofisticados de inversiones le dan al gestor unas bandas para que, en función de las expectativas de riesgo y retorno del mercado, sobre-ponderen y sub-ponderen algunas clases de activos de manera oportunista.
- Si se va a otorgar dicha discrecionalidad, se recomienda al inversionista que al momento de evaluar al asesor se tenga una visión a priori de la capacidad de este último, para valorar consistentemente los factores de riesgo y retorno del mercado.
- Las bandas de discrecionalidad otorgadas deben ser consistentes con el riesgo activo que se está dispuesto a correr.
- Es importante la visión de monitoreo de que dichos límites se cumplan, así como las funciones de rebalanceo, su periodicidad y gatilladores.

Finalmente, en toda construcción de un portafolio debe existir una filosofía de inversión, por consiguiente “es importante definir la filosofía de inversión que guiará la asesoría del cliente: manejo activo, pasivo o mixto”. Si el manejo elegido es el activo, se debe tener en cuenta que “para que el manejo activo supere al pasivo debe generar un excedente de retorno que compense los costos de administración y el mayor impacto tributario por un turnover más alto del portafolio” (Loveday, 2017):



**Figura 5.** Representación gráfica de la filosofía de inversión

Fuente: Vanguard (2012), citado por Loveday (2017).

### 3. MÉTODO DE SOLUCIÓN

El método de solución que se describe a continuación representa los pasos y metodologías abordadas para resolver el problema, partiendo desde un punto inicial, el

cual hace referencia al Wealth Management o administración de la riqueza, la selección del perfil o apetito de riesgo, el Asset Allocation o selección de los activos y su posterior cálculo de valor en riesgo y recomendaciones.

### **3.1 Apetito de riesgo del inversionista**

Este es tal vez uno de los pasos más importantes al momento de tomar una decisión de inversión o desinversión, dado que la clasificación del cliente o inversionista, en muchos casos, depende de las expectativas del mismo, sus objetivos, la edad, estado civil, etc. Dado lo anterior, la construcción del portafolio óptimo, con los activos y ponderaciones correspondientes, debe realizarse sobre la base del perfil del fondo de inversión o portafolio, para cumplir con el propósito de los inversionistas con respecto a la tolerancia al riesgo y rentabilidad esperada.

La definición del perfil del inversionista asume, entonces, una claridad entre el riesgo que corre el inversionista y su estado actual financiero, y la previsión de esta misma situación en el corto, mediano y largo plazo. Lo que se busca, finalmente, es que el inversionista sea consciente de las pérdidas que puede asumir si estas se presentan en el desempeño del portafolio.

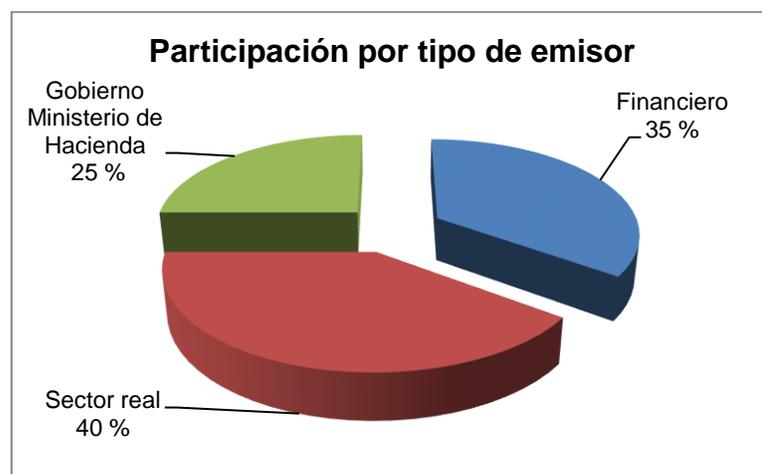
#### **3.1.1 Perfil moderado**

El inversionista que se adecúa en esta escala de apetito de riesgo es aquel que, dado sus excedentes de liquidez o recursos superavitarios, está dispuesto a rentabilizar su capital, agregados de su actividad principal, pero sin que su capital sea afectado por la volatilidad de los activos que se tienen concentrados en el portafolio. Normalmente, una persona en esta escala tiene cumplidos u obtenidos los objetivos de vivienda,

educación, vehículo, salud, entre otras; por lo que está en la búsqueda, al tomar la decisión de invertir en un FIC, de incrementar sus ingresos.

Es así como los gestores de dichos portafolios deben invertir los recursos captados del público en títulos de mediano plazo; es decir, entre dos y cinco años. Dado lo anterior, es importante mencionar que el portafolio puede sufrir pérdidas en pequeños períodos de tiempo, pero los inversionistas en esta escala están dispuestos a tolerarlas y, por supuesto, su objetivo de inversión se encuentra en una maduración mucho mayor que el período de las pérdidas, por lo que se espera la recuperación de los retornos de los activos.

En este orden de ideas, y partiendo que el fondo de inversión colectiva mencionado anteriormente está dirigido a un perfil moderado o medio, se menciona, a continuación, la diversificación que se estimó para la cartera de activos del mercado de renta fija:



**Figura 6.** Representación gráfica de la participación por tipos de emisor.

Fuente: elaboración propia.

La anterior estructuración del portafolio se propone con el fin de reducir el riesgo presente por las fluctuaciones del mercado, a pesar de que todos los activos financieros corresponden al mercado de renta fija. Se le da una mayor participación a los emisores del sector real con el fin de generar retornos más atractivos para el portafolio.

### 3.2 Selección de activos en el portafolio

Dada la selección del apetito de riesgo mencionado en el numeral 3.1.1, se diseñó un portafolio de inversión, o una cartera de activos financieros, con seis activos emitidos y cotizados en el mercado público de valores colombiano. Es importante mencionar, en este aspecto, que los seis activos se seleccionaron de un universo de diez activos financieros, todos pertenecientes o negociados en el mercado de renta fija.

A continuación, se relacionan los diez activos tomados como muestra para conformar el portafolio óptimo:

**Tabla 2.** Muestra de activos para conformar el portafolio óptimo

	Emisor	Calificación	Sector	Nemotecnico	Fecha de Emisión	Fecha de Vencimiento	Tasa de Referencia	Tasa Cupón	Modalidad
1	Bco. Bancolombia	AAA	Financiero	BBCB01109D8	15/12/2010	15/12/2018	IPC	3.89	TV
2	Bco. Bancolombia	AA+	Financiero	BBCB109A10	04/03/2009	04/03/2019	TASA FIJA	10.7	AV
3	Avianca	A+	Sector Real	BAVA01099C	25/08/2009	25/08/2019	IPC	6.69	TV
4	Grupo Argos S.A	AA+	Sector Real	BARG01148E03	10/09/2014	10/09/2017	IB1	1.18	MV
5	Alpina Productos Alimenticios S.A.	AA	Sector Real	BALP109B12	10/02/2009	10/02/2021	TASA FIJA	11.49	TV
6	Gobierno Ministerio de Hacienda	AAA	Nación	TFIT16240724	24/07/2008	24/07/2024	TASA FIJA	10	AV
7	Gobierno Ministerio de Hacienda	AAA	Nación	TFIT15260826	26/08/2011	26/08/2026	TASA FIJA	7.5	AV
8	Celsia S.A	AA+	Sector Real	BCLI01139D20	11/12/2013	11/12/2033	IPC	5.33	TV
9	Codensa S.A. ESP	AAA	Sector Real	BCOS03149B07	25/09/2014	25/09/2021	IPC	3.53	TV
10	Banco Corpbanca Colombia S.A.	AA	Financiero	BBSA1139AS15	07/02/2013	07/02/2028	IPC	4	TV

Fuente: elaboración propia con datos extraídos desde Infovalmer (2017).

Como se puede evidenciar en la tabla 2, se relacionan los diferentes activos del mercado de renta fija por sector; así mismo, su calificación y sus condiciones faciales.

El promedio de maduración de dichos activos es de 5,56 años, cumpliendo así con el plazo del perfil de riesgo de los inversionistas que corresponden al moderado o medio. Así mismo, desde Infovalmer se tomaron los precios de valoración de dichos activos desde el 01/01/2015 hasta el 30/06/2017 para un total de 915 observaciones por activo, muestra suficiente para realizar el análisis y modelo correspondiente.

Dentro de la selección de los activos muestra, para la conformación del portafolio óptimo, se tuvo en cuenta la indexación de títulos; es decir, que existieran en la muestra títulos del mercado de renta fija a tasa variable. El que los títulos estén indexados significa que la rentabilidad de los mismos depende de un índice de referencia o de un indicador, como por ejemplo el Depósito a Término Fijo (DTF) o el Índice de Precios al Consumidor (IPC), y se expresan de la siguiente forma: DTF+3 puntos o IPC+ 4.5 puntos. Sobre el particular consideramos pertinente describir lo siguiente:

### **3.2.1 Títulos Indexados al IPC**

Este tipo de instrumentos son títulos cuya tasa de rendimiento está compuesta por la variación del IPC (inflación), más un porcentaje de rendimiento adicional o margen. Es importante destacar que el dato del IPC es publicado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) el día seis de cada mes. La inclusión de estos instrumentos en el portafolio busca “blindar” o inmunizar la cartera de activos, con respecto a períodos inflacionarios; así mismo, cuando en ciertos momentos de la economía se prevé que la inflación puede subir, este tipo de activos se valorizan, dado que el pago de interés o cupón será mayor.

### **3.2.2 Títulos Indexados al IB1**

El índice IB1 hace referencia al Indicador Bancario de Referencia (IBR), el cual, según Autorregular del Mercado de Valores (2013), “refleja el precio al que los bancos están dispuestos a ofrecer o a captar recursos en el mercado monetario”. Para el caso de los activos financieros que fueron seleccionados en la muestra, el IB1 refleja la tasa a un plazo de 30 días. La inclusión de estos instrumentos en el portafolio buscar disminuir la duración del portafolio, puesto que la liquidación mensual de los cupones o accidentes financieros se dan en un tiempo muy corto (cada 30 días). Así mismo, busca darle liquidez al portafolio por la misma remuneración vía cupones. Por su parte, el Banco de la República es el ente encargado de calcular y publicar dicho indicador.

### **3.3 Elección del método de valoración de riesgo**

Para calcular el VaR sobre el portafolio construido en el período  $t+1$ , se seleccionaron dos modelos, EWMA y GARCH. Para destacar, es necesario mencionar que ambas metodologías son usualmente utilizadas por las entidades del sector financiero para calcular el valor en riesgo de una cartera de activos. Así mismo, estos modelos comprenden metodologías aplicadas para la estimación de la volatilidad, lo cual permite pronosticar el comportamiento futuro de esta, tomando como base los datos históricos de un activo financiero.

## 4. RESULTADOS DEL ESTUDIO

### 4.1 Información sobre los datos obtenidos

Los insumos fueron obtenidos desde la página de Infovalmer (2017), que en la actualidad funciona como uno de los dos proveedores de precios oficiales para el mercado público de valores. Aquí, queremos mencionar que no se tomaron en la base de datos los precios de cierre publicados por la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), sino que se utilizaron los precios de valoración publicados por Infovalmer. Lo anterior, con el fin de utilizar los datos precisos de valoración de los activos vía precio sucio.<sup>3</sup> Los precios publicados por Infovalmer son, entonces, los precios oficiales de valoración; es decir, los precios con los cuales las entidades del sector financiero deben valorar sus activos financieros a precios de mercado.

Continuando con la descripción de la base datos, se tomaron por cada activo financiero un total de 915 observaciones o precios de valoración en el período de tiempo comprendido entre el 01/01/2015 y el 30/06/2017. Con la anterior información, se procedió a calcular los retornos logarítmicos de cada uno de los títulos.

Seguidamente, con la ayuda del aplicativo E-Views se realizaron las pruebas correspondientes para validar si los retornos logarítmicos se adecuaban a una distribución normal. Los respectivos Test de Normalidad se pueden consultar en el anexo 1, en donde se relaciona por cada activo financiero la prueba. La conclusión del test mencionado anteriormente hace referencia a que en los test realizados a los diez

---

<sup>3</sup> También conocido como precio completo. Este es el valor real de un bono, incluyendo el valor de cualquier interés acumulado.

activos financieros el Valor P  $0.0000 < 0.05$ , entonces se rechaza la hipótesis nula en todos los casos, por lo tanto, los retornos logarítmicos diarios de los diez activos financieros no siguen una distribución normal.

Luego, se continuó con el procedimiento para encontrar la distribución de cada activo financiero, dado el rechazo de la distribución normal, encontrándonos con que las series de tiempo de los activos financieros seguían una distribución logarítmica. Este procedimiento se puede encontrar en el anexo 1.

Posteriormente, realizamos el test de raíz unitaria sobre cada una de las series de tiempo de los retornos logarítmicos, encontrando que se comportaban como series estacionarias. El detalle del test de raíz unitaria por cada activo financiero puede ser consultado en el anexo 2.

Finalmente, se calculó la matriz de varianzas y covarianzas condicionales utilizando la herramienta E-Views y el modelo GARCH (1,1), matriz que fue utilizada para el cálculo de la volatilidad diaria del portafolio, y que luego fue requerida para construir la frontera eficiente del portafolio 2 y su respectivo VaR.

Los resultados relacionados con el modelo GARCH (1,1) pueden ser consultados en el anexo 3, así como la construcción de las ecuaciones para la matriz de varianzas y covarianzas condicionales en el anexo 4.

## **4.2 Portafolio óptimo**

Con el fin de darle una mayor profundización al presente trabajo se diseñaron diferentes opciones de portafolios eficientes sobre los activos seleccionados. Se emplearon dos técnicas, una de ellas utilizando los retornos logarítmicos, la matriz de

varianzas y covarianzas constantes y volatilidades con los rendimientos históricos de los diversos activos (Portafolio 1). Lo anterior bajo la teoría moderna del portafolio de Markowitz.

En la segunda técnica se trazó la frontera eficiente, partiendo de los rendimientos históricos y empleando el paquete estadístico E-Views, para llegar a las volatilidades y matriz de varianzas y covarianzas no constantes; estas últimas calculadas bajo los modelos GARCH (1,1).

Para la construcción de la frontera eficiente de ambos portafolios (volatilidad constante y volatilidad no constante), utilizando la herramienta SOLVER de Excel, se realizaron las siguientes restricciones o condiciones:

- A pesar de que los diez activos financieros utilizados para la muestra pertenecen al mercado de la renta fija, se diversificó, vía restricciones, limitando la concentración por tipo de emisor así: sector financiero el 35 %, sector real el 40 % y la Nación el 25 %. Estas restricciones permiten que la frontera eficiente de portafolios discrimine entre el tipo de emisor, diversificando así el riesgo por sectores de la economía. Con respecto al perfil del inversionista definido, el cual es moderado o medio, podemos decir que la restricción pondera con un 40 % la participación del sector real, dado que este tiene una mayor volatilidad y, por ende, una mejor rentabilidad, lo cual está acorde con el perfil seleccionado.
- La anterior restricción permite una mayor diversificación vía matriz de correlaciones en todas las posibles parejas de activos financieros de

ambas fronteras, pues el resultado es inferior a cero, inclusive hay parejas con valores negativos. La matriz de correlación para ambas fronteras puede consultarse en los anexos 5 y 6.

- Para realizar el cálculo del ratio de Sharpe se utilizó la Yield o tasa de rendimiento (2.2643 %) de los bonos del tesoro de Estados Unidos con maduración a diez años (USGG10YR):

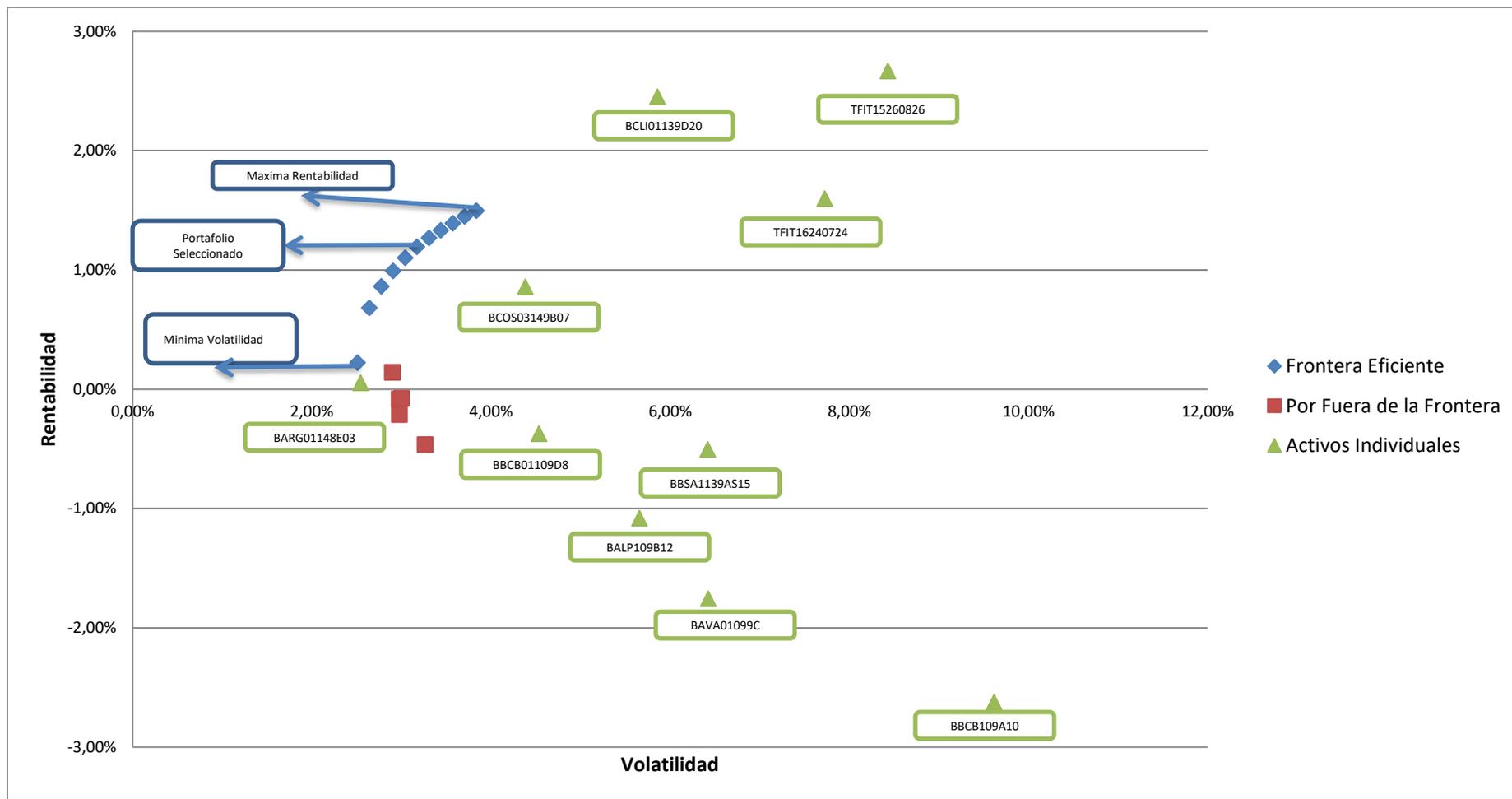


**Figura 7.** Representación gráfica del bono a diez años de Estados Unidos

Fuente: Bloomberg (2017).

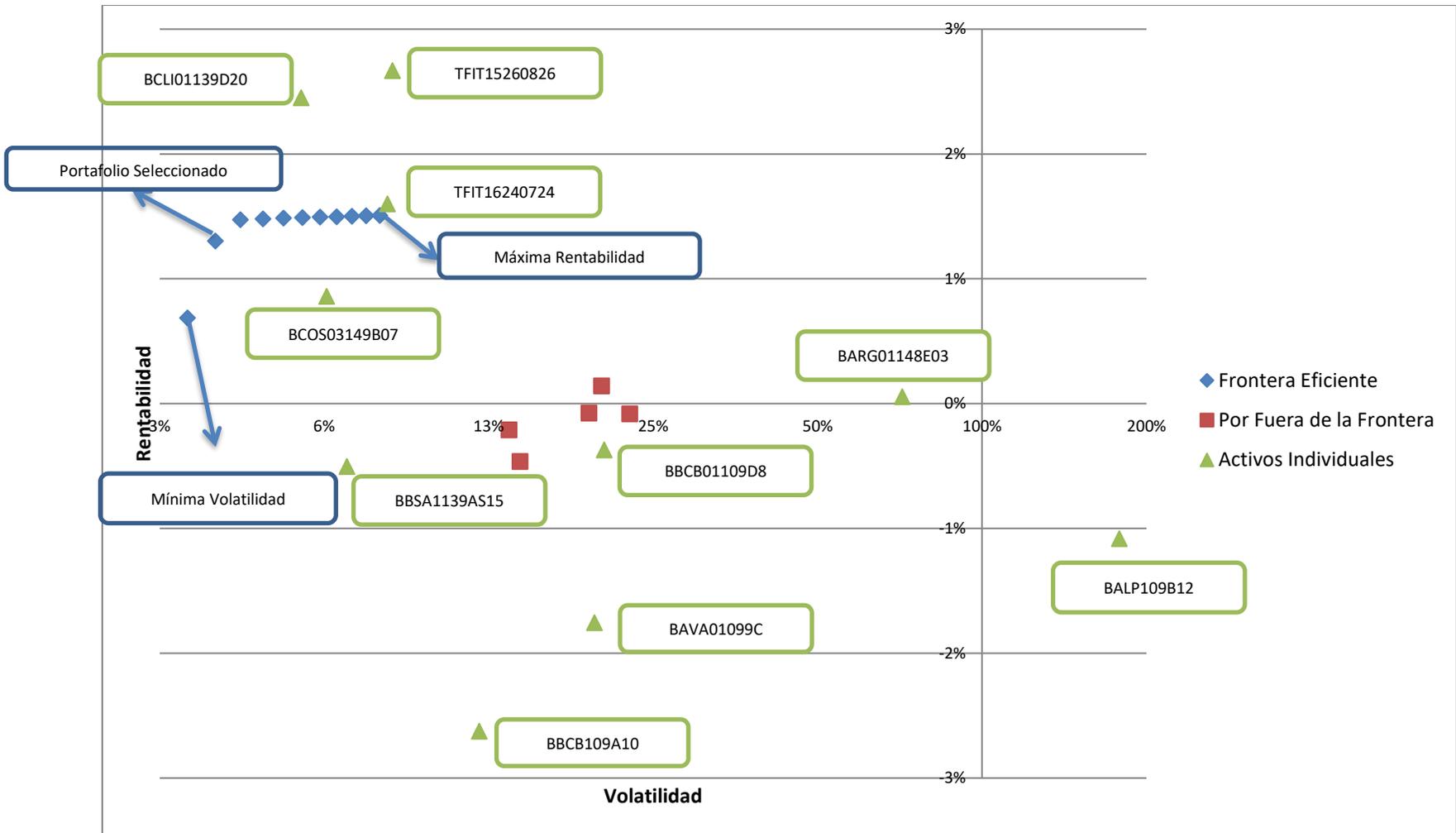
En las figuras 8 y 9 se exponen los gráficos de las fronteras eficientes construidas a partir de las restricciones mencionadas anteriormente, así como las

tablas de riesgo *versus* rentabilidad del portafolio, tanto para volatilidades constantes como para volatilidades no constantes. Dichas tablas se encuentran en el anexo 5 y 6.



**Figura 8.** Representación gráfica frontera eficiente Portafolio 1

Fuente: elaboración propia.



**Figura 9.** Representación gráfica frontera eficiente Portafolio 2

Fuente: elaboración propia.

#### 4.2.1 Análisis frontera eficiente Portafolio 1

La frontera eficiente, diseñada con volatilidades constantes, muestra que el portafolio con mínima volatilidad anual (2.510 %) tiene una rentabilidad anual del 0.2237 %, con una mayor participación (25.407 %) del activo BARG01148E03 (Bonos Grupo Argos S. A.), por lo que es considerado un activo poco volátil. Así mismo, el portafolio de máxima rentabilidad (1.498 %) tiene una volatilidad anual del 3.838 %, con una mayor participación (40 %) del activo BCLI01139D20 (Bonos Celsia S. A.), el cual corresponde al sector real y es considerado un bono con una rentabilidad atractiva pero muy volátil.

El Portafolio numero 1 fue construido con volatilidades constantes, desde la matriz de varianzas y covarianzas con la herramienta Excel. Dada la selección del perfil de riesgo (moderado o medio) se contemplaron las restricciones de participación de activos del sector financiero, 35 %; del sector real, el 40 %, y la Nación, 25 %. Como resultado se seleccionó el siguiente portafolio:

**Tabla 3.** Representación gráfica activos del Portafolio 1

<b>Activo</b>	<b>Pesos</b>
BBCB01109D8	27.765 %
TFIT16240724	8.672 %
TFIT15260826	16.328 %
BCLI01139D20	26.651 %
BCOS03149B07	13.349 %
BBSA1139AS15	7.235 %
<b>Total</b>	<b>100 %</b>

Fuente: elaboración propia.

Los nemotécnicos BBCB01109D8 y BBSA1139AS15 corresponden a emisores del sector financiero, TFIT16240724 y TFIT15260826 a la Nación o al Gobierno Ministerio de Hacienda, y BCLI01139D20 y BCOS03149B07 al sector real. La rentabilidad anual alcanzada con dicho portafolio corresponde al 1,1942 % con una volatilidad anual del 3.174 %.

#### **4.2.2 Análisis frontera eficiente Portafolio 2**

La frontera eficiente, diseñada con volatilidades no constantes, muestra que el portafolio con mínima volatilidad anual (3.512 %) tiene una rentabilidad anual del 0,687 %, con una mayor participación (23.529 %) del activo BBSA1139AS15 (Banco Corpbanca Colombia S. A.), por lo que es considerado un activo poco volátil. Se puede apreciar que, en comparación con la frontera eficiente del Portafolio 1, los activos con mayor ponderación en el portafolio de menor volatilidad no coinciden; esto debido a que en la frontera 2 se utilizaron volatilidades no constantes, a causa de que en las restricciones el SOLVER limite las participaciones de los activos más volátiles según el modelo GARCH (1,1).

Así mismo, el portafolio de máxima rentabilidad (1.507 %) tiene una volatilidad anual del 7.903 %, con una mayor participación (40 %) del activo BCLI01139D20 (Bonos Celsia S. A.) el cual corresponde al sector real y es considerado un bono con una rentabilidad atractiva pero muy volátil. Aquí es importante mencionar que en ambas fronteras sí coincidió el activo con mayor ponderación en el portafolio de máxima rentabilidad, esto debido a que el cálculo de la rentabilidad promedio anual no tuvo ningún cambio, dado que en ambas fronteras se calculó de la misma manera.

El Portafolio número 2 fue construido con volatilidades no constantes, desde la matriz de varianzas y covarianzas con la herramienta Excel, con base en la modelación en GARCH (1,1). Dada la selección del perfil de riesgo (moderado o medio) en este se contemplaron las restricciones de participación de activos del sector financiero, 35 %; el sector real, 40 %, y la Nación, el 25 %. Como resultado se seleccionó el siguiente portafolio:

**Tabla 4.** Representación gráfica activos del Portafolio 2

<b>Activo</b>	<b>Pesos</b>
BBCB01109D8	3.980 %
BBCB109A10	1.597 %
TFIT15260826	25.000 %
BCLI01139D20	31.875 %
BCOS03149B07	8.125 %
BBSA1139AS15	29.423 %
<b>Total</b>	<b>100 %</b>

Fuente: elaboración propia.

Los nemotécnicos BBCB01109D8, BBCB109A10 y BBSA1139AS15 corresponden a emisores del sector financiero, TFIT15260826 a la Nación o al Gobierno Ministerio de Hacienda, y BCLI01139D20 y BCOS03149B07 al sector real. La rentabilidad anual alcanzada con dicho portafolio corresponde al 1.507 %, con una volatilidad anual del 7.904 %.

### **4.3 VaR (Valoración de riesgo)**

Luego de seleccionar los portafolios óptimos, bajo el criterio del apetito de riesgo del inversionista, su respectiva conformación y ponderación de cada activo financiero

en la cartera, y partiendo bajo el supuesto de administrar una riqueza de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000), se realizó el cálculo del valor en riesgo para el siguiente día de negociación (t+1) bajo los métodos de valoración seleccionados. En la tabla 5 se encuentran expuestos los resultados de cada valoración por cada portafolio bajo el modelo EWMA:

**Tabla 5.** VaR para Portafolio 1 y Portafolio 2-Modelo EWMA

Método de Valoración	Portafolio 1		Portafolio 2	
	Distribución Normal	Distribución T-Student	Distribución Normal	Distribución T-Student
Modelo EWMA	(3.064.990,23)	(3.071.669,06)	(3.090.991,10)	(3.097.681,36)

\* Cifras en pesos.

Fuente: elaboración propia.

Sobre la tabla 5, bajo el modelo EWMA, es necesario mencionar que, suponiendo que la distribución de los retornos logarítmicos del Portafolio 1 sigue una distribución normal, el VaR sería del -0,3065 %; es decir, que para una inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) se estima, en una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.064.990,23. De otro lado, suponiendo que la distribución de los retornos del Portafolio 1 sigue una distribución T-student no estandarizada, el VaR sería del -0,3072 %; es decir, que para una inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) se estima una confianza del 95 %; y que la pérdida máxima sería de 3.071.669,06.

Así mismo, suponiendo que la distribución de los retornos logarítmicos del Portafolio 2 sigue una distribución normal, el VaR sería del -0,3091 %; es decir, que para una inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.090.991,10. De otro lado,

suponiendo que la distribución de los retornos del Portafolio 2 sigue una distribución T-student no estandarizada, el VaR sería del -0,3098 %; es decir, que para una inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.097.681,36.

En resumen, sobre el modelo EWMA, el VaR fue calculado para ambos portafolios al 95 % de nivel de confianza. Por su parte, el Portafolio 2 presenta un mayor nivel de VaR, dado que fue elaborado con volatilidades no constantes, lo cual pondera, con un mayor peso, a los activos más volátiles de la muestra de los diez activos financieros de la renta fija. Tanto en el Portafolio 1 como en el Portafolio 2 la distribución T-Student es la que expone un mayor nivel de VaR para el siguiente día de negociación. Lo mencionado anteriormente se esperaba que sucediera de esta manera, dado que la distribución T-Student es más acida en comparación con la distribución normal.

En la tabla 6 se encuentra expuesto el cálculo del VaR bajo el modelo GARCH (1,1) para el siguiente día de negociación (t+1), con el cual se pretende recoger el efecto de las volatilidades no constantes:

**Tabla 6.** VaR para Portafolio 2-Modelo GARCH (1,1)

Método de Valoración	Portafolio 2		
	Distribución Normal	Distribución T-Student	Simulación Histórica Filtrada
Modelo GARCH (1,1)	(4.002.078,24)	(4.010.666,07)	(3.682.449,85)

\* Cifras en pesos

Fuente: elaboración propia.

Según los datos obtenidos en la tabla 6, suponiendo que la distribución del portafolio sigue una distribución normal, el VaR sería del -0,400 %; es decir, que para una inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 4.002.078,24). Así mismo, suponiendo que la distribución de los retornos del portafolio seleccionado sigue una distribución T-Student no estandarizada, el VaR sería del -0,401 %; es decir, que para una inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 4.010.666,07). De otro lado, realizando una aproximación semiparamétrica vía simulación histórica filtrada, el VaR sería del -0,368 %; es decir, que para una inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.682.449,85.

Finalmente, la diferencia entre ambos métodos de valoración de riesgo está marcada por la volatilidad de los diferentes activos financieros y, como consecuencia, de la cartera de activos, los cuales, en el Portafolio 1, son constantes mientras que en el Portafolio 2 no son constantes. Por su parte, el modelo GARCH (1,1), que entre otras cosas brindó un nivel de VaR mucho mayor en comparación con el modelo EWMA, recoge el efecto de las volatilidades no constantes tanto en la valoración (precio sucio al cual se valoran los títulos pertenecientes al portafolio), como en el diseño de la frontera eficiente.

#### 4.4 Backtesting

Siguiendo al cálculo del VaR, se propone realizar el *backtesting* de la medición del valor en riesgo vía test de Kupiec.

##### 4.4.1 Test de Kupiec Portafolio 1

Al momento de realizar el test de Kupiec, para cada una de las aproximaciones del VaR, se empleó una muestra de 250 datos diarios. Desde la distribución normal, podemos establecer lo siguiente, dada la tabla 7:

**Tabla 7.** Test de Kupiec distribución normal Portafolio 1

T	t
0,9044199	1,9695369

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0,90 < 1,96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA, para el Portafolio 1, ofrece la cobertura deseada.

De otro lado, desde la distribución T-Student podemos establecer lo siguiente, dada la tabla 8:

**Tabla 8.** Test de Kupiec distribución T-Student Portafolio 1

T	t
0,9044199	1,9695369

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0,90 < 1,96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA para el Portafolio 1 ofrece la cobertura deseada.

Así las cosas, se procedió entonces a construir la función de pérdidas  $C_t$ , que permite asignar un puntaje a cada observación dependiendo de si en el período la

pérdida ha excedido el VaR o no. Este puntaje penaliza los días en que se presentan excepciones con un puntaje mayor. Así, a mayor valor de dicho puntaje el modelo estará presentando una cobertura más débil.

- Ct Distribución Normal: 16,0001466.
- Ct Distribución T-Student: 16,0001452.

Finalmente, el modelo que provee una mejor cobertura condicionada del riesgo, para el caso de la inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) en el portafolio seleccionado, es el que supone que la distribución de los retornos del portafolio seleccionado sigue una distribución T-Student no estandarizada, dado que es el de menor suma Ct; es decir, el de menor suma de función de pérdida.

#### 4.4.2 Test de Kupiec Portafolio 2

Al momento de realizar el test de Kupiec para cada una de las aproximaciones del VaR, se empleó una muestra de 250 datos diarios. Desde la distribución normal podemos establecer lo siguiente, dada la tabla 9:

**Tabla 9.** Test de Kupiec distribución normal Portafolio 2

T	t
0,1424276	1,9695369

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0,14 < 1,96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA para el Portafolio 1 ofrece la cobertura deseada.

De otro lado, desde la distribución T-Student podemos establecer lo siguiente dada la tabla 10:

**Tabla 10.** Test de Kupiec distribución T-Student Portafolio 2

T	t
0.1424276	1.96953687

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0.14 < 1.96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA para el Portafolio 1 ofrece la cobertura deseada.

Así las cosas, se procedió entonces a construir la función de pérdidas Ct, que permite asignar un puntaje a cada observación dependiendo si en el período la pérdida ha excedido el VaR o no. Este puntaje penaliza los días en que se presentan excepciones con un puntaje mayor. En este sentido, a mayor valor de dicho puntaje el modelo estará presentando una cobertura más débil.

- Ct Distribución Normal: 13,000497.
- Ct Distribución T-Student: 13,000495.

Finalmente, el modelo que provee una mejor cobertura condicionada del riesgo, para el caso de la inversión de mil millones de pesos (COP 1.000.000.000) en el portafolio seleccionado, es el que supone que la distribución de los retornos del portafolio seleccionado sigue una distribución T-Student no estandarizada, dado que es el de menor suma Ct; es decir, el de menor suma de función de pérdida.

## 5. CONCLUSIONES

En el desarrollo de este trabajo de grado se dio suma importancia al valor en riesgo (VaR) y sus respectivas metodologías e interpretaciones para la afectación de una cartera de activos dado un perfil de riesgo. Así las cosas, se construyeron dos

fronteras eficientes empleando la metodología de Markowitz, con una muestra de diez activos del mercado de renta fija que, actualmente, se negocian en el mercado público de valores colombiano. Como consecuencia, de cada una de estas fronteras se construyeron dos portafolios, cada uno con seis activos: uno de ellos bajo el supuesto de volatilidades constantes (Portafolio 1) y el otro con volatilidades no constantes (Portafolio 2).

Con las aproximaciones de cada VaR, y la definición del apetito de riesgo del inversionista, es posible recomendar un Asset Allocation con una determinada rentabilidad y un nivel de volatilidad. Lo anterior, cimentado en la teoría moderna de portafolio y análisis de los fundamentales macroeconómicos. Aquí es necesario destacar que siempre se trató, en el presente documento, de los vehículos de captación llamados Fondos de Inversión Colectiva, y que estos permiten acceder más fácilmente a los inversionistas a los mercados bursátiles, dada la diversificación que tienen y el monto mínimo de inversión, el cual, en la actualidad, está alrededor de los 30.000 COP (Asociación de Fiduciarias de Colombia, 2017).

Como se mencionó anteriormente, la construcción de las fronteras eficientes, dadas las restricciones, nos permitió seleccionar dos portafolios con un nivel de riesgo moderado o medio; y se evaluaron los respectivos valores de riesgo. Finalmente, la decisión de un portafolio definitivo o mejor dependerá siempre del apetito de riesgo del inversionista, sus objetivos de corto, mediano y largo plazo, y sus expectativas.

En relación con los valores estimados del VaR, concluimos que no es posible determinar cuál técnica predomina por encima de otra, inclusive, el Banco de la

República, en su documento “Regulación y Valor en Riesgo” (Granados y Melo, 2010), menciona que:

se analizan algunos aspectos de la regulación relacionada con el manejo del riesgo de mercado establecida por la Superintendencia Financiera de Colombia, donde se propone el valor en riesgo (VaR) como la medida para cuantificar este tipo de riesgo. No obstante, esta regulación omite aspectos relevantes sobre el cálculo del VaR. A pesar de que la Superintendencia Financiera sugiere el uso de la regla de la raíz para el cálculo del VaR en multiperíodos con base en el VaR para un día, la validez de dicha regla no es clara. Por otra parte, las pruebas de desempeño (backtesting) pretenden validar si la metodología utilizada para el cálculo de VaR es correcta.

Sin embargo, la regulación actual solo hace referencia al número de veces que las pérdidas exceden el VaR, olvidándose de otros factores que son necesarios para la evaluación del desempeño de estas medidas (numeral 615).

Es así como en la actualidad, el VaR es tema de discusión e, inclusive, la SFC dicta, como ente regulador, que las entidades financieras pueden “proponer” una metodología ante dicho ente. La decisión de qué modelo de valoración de riesgo escoger se limita a la utilización de los rendimientos históricos de los activos financieros, así como a los supuestos de que estos se rigen por una distribución probabilística.

A lo sumo, la comparación a nivel general entre modelos de valoración de riesgo no es suficiente para aprobar o rechazar alguna metodología en particular, razón por la cual, en ocasiones, es complejo asesorar o administrar riquezas, tanto de personas naturales como jurídicas. Dado lo anterior, surge la necesidad de calibrar y medir los modelos estimados para corroborar cuál es el que más se acerca a la realidad financiera de los inversionistas.

Por su parte, el *backtesting* pasa a ser casi una obligación de los gestores de portafolios o Wealth Managers, por lo que su aplicación es vital pues colabora en la detección oportuna de inconsistencias que afectan el modelo y las respectivas estimaciones. No podemos cerrar estas conclusiones sin antes mencionar que las entidades del sector financiero se ven atraídas por ajustar los modelos a diario, sobre todo, con los fundamentales macroeconómicos, pues estos últimos son pieza clave para determinar el rumbo de la inversión. Si bien, los retornos históricos no aseguran retornos futuros, los fundamentales permiten “prever” el comportamiento de la economía e identificar valor en sectores de la economía donde normalmente no se detallan con facilidad.

Aun así, los modelos de valoración en riesgo, basados en los métodos EWMA o GARCH (1,1), permiten estimar, de forma estadísticamente aceptable, el valor en riesgo. A pesar de que unas metodologías subestimen o sobrevaloren el valor en riesgo, se precisa que ambas administran sus respectivas severidades y consistencias, por lo que los resultados pueden considerarse acertados. Como lo venimos mencionando, las preferencias del inversionista determinaran si es viable aceptar o no los resultados.

Es necesario resaltar la importancia de la correcta definición del apetito de riesgo del inversionista y los objetivos de vida de este mismo, a la hora de construir un Asset Allocation, pues estas variables, sin duda alguna, influyen en la rentabilidad. Finalmente, la estimación del valor en riesgo de los activos que conformen una cartera de activos o un Fondo de Inversión Colectiva permiten evitar y controlar, en parte, las

pérdidas inesperadas de valor, lo cual se debe retribuir a todos los participantes del fondo.

El lograr culminar este documento nos permite hacer sinergia con el curso de verano Wealth Management (Loveday, 2017), dado que, más allá de un desarrollo cuantitativo que permita tener una guía para tomar una decisión de inversión “óptima”, toda esta modelación son los cimientos del Wealth Management, puesto que, para un Wealth Manager, tener claro cómo la elección del modelo con el cual va a construir el portafolio óptimo puede afectar los objetivos de vida de un cliente y calcular el VaR, contribuirá, notablemente, con la recomendación que emitirá.

Tener claro el proceso cuantitativo, las ventajas y desventajas que tienen los diferentes modelos para el cálculo del portafolio óptimo y el VaR, le permite al Wealth Manager, al momento de elaborar el Asset Allocation del cliente, poder tener diferentes opciones, de las cuales debe quedar solo una, y esta será la que permita sintetizar la mejor aproximación posible de los resultados que obtendrá el cliente y que, en estos resultados, se refleje el logro o contribución a los objetivos de vida del cliente, que como se mencionó en el trabajo, es el eje central del Wealth Management.

## 6. REFERENCIAS

- Actualización de proyecciones económicas Colombia 2017: hacia un ciclo económico en forma de U (2017). Recuperado de <https://www.grupobancolombia.com/wps/portal/empresas/capital-inteligente/actualidad-economica-sectorial/actualizacion-proyecciones-economicas-colombia-2017>
- Algunas críticas a la metodología VAR (s. f.). Recuperado de [https://www.uam.es/docencia/predysim/combinado5/5\\_2\\_we2.htm](https://www.uam.es/docencia/predysim/combinado5/5_2_we2.htm)
- Alonso, J., y Chaves, J. (2013). Valor en riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 5 países latinoamericanos. *Estudios Gerenciales*, 29(126), 37-48.
- Asociación de Fiduciarias de Colombia (2017). Recuperado de <https://www.asofiduciarias.org.co/index.php/educacion-financiera/fondos-de-inversion-colectiva>
- Autorregular del Mercado de Valores (2013). Todo lo que un inversionista debe saber sobre los bonos. Recuperado de <http://www.amvcolombia.org.co/attachments/data/20140317175911.pdf>
- Bloomberg (2017). Recuperado de <https://www.bloomberg.com/>
- D' Aleman, F. & Giraldo, D. (2009). Aplicación de los modelos GARCH a la estimación del VaR de acciones colombianas. *Revista Soluciones de Postgrado EIA*, (3), 11-24.

- Diccionario de finanzas (2017). Recuperado de <https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/GlosarioResultado>
- Granados, J., y Melo, L. (2010). Regulación y valor en riesgo. *Borradores de Economía*, (615), 1-48.
- Guía de estudio. Fondos de Inversión Colectiva (2016). Recuperado de <http://www.amvcolombia.org.co/attachments/data/20160905112713.pdf>
- Guía del Mercado de Valores, BVC. (2014). Recuperado de [https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Empresas/Guia\\_Mercado\\_Valores?action=dummy](https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Empresas/Guia_Mercado_Valores?action=dummy)
- Infovalmer (2017). Recuperado de <https://www.infovalmer.com.co/portal/faces/secure/home.xhtml>
- Loveday, J. (2017). Wealth Management y el rol fiduciario del asesor [curso de verano]. Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.
- Martínez, P. (2012). Cómo medir la volatilidad (IV). Recuperado de <https://finanzasnet.wordpress.com/2012/06/27/como-medir-la-volatilidad-iv/>
- Marulanda, V., y Sánchez, N. (2015). *Construcción y valoración de un portafolio para un inversionista con un perfil específico* [Tesis de Maestría, Escuela de Economía y Finanzas]. Universidad EAFIT, Bogotá, Colombia.
- Moreno, M. A. (2009). El VaR, la técnica que hundió a Wall Street. Recuperado de <https://www.elblogsalmon.com/mercados-financieros/el-var-la-tecnica-que-hundio-a-wall-street>

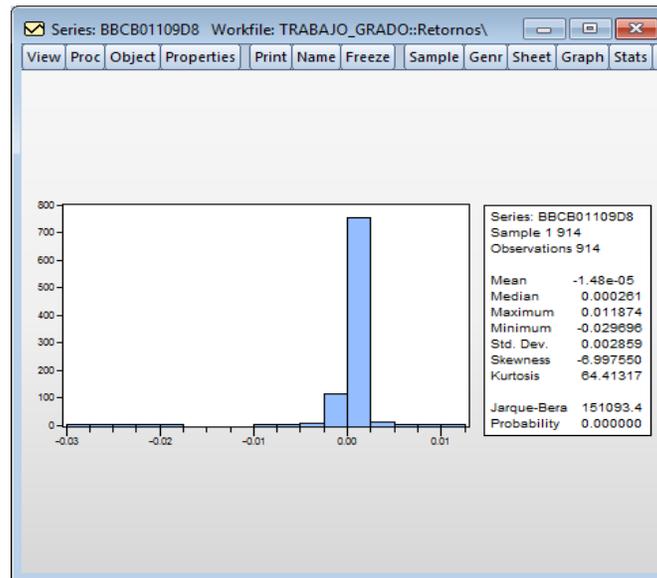
Ramírez, E., y Ramírez, P. A. (2007). Valor en riesgo: modelos econométricos contra metodologías tradicionales. *Análisis Económico*, XXII(51), 179-198.

Salazar, J., y Echeverri, F. (2014). *Construcción de un portafolio para un inversionista colombiano de acuerdo con su perfil* [Tesis de Maestría, Escuela de Economía y Finanzas]. Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.

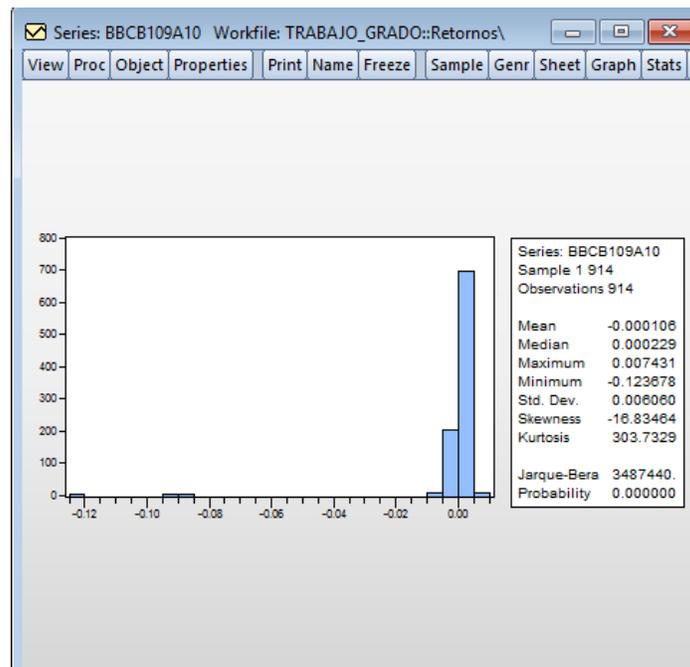
## 7. ANEXOS

### Anexo 1. Test de normalidad

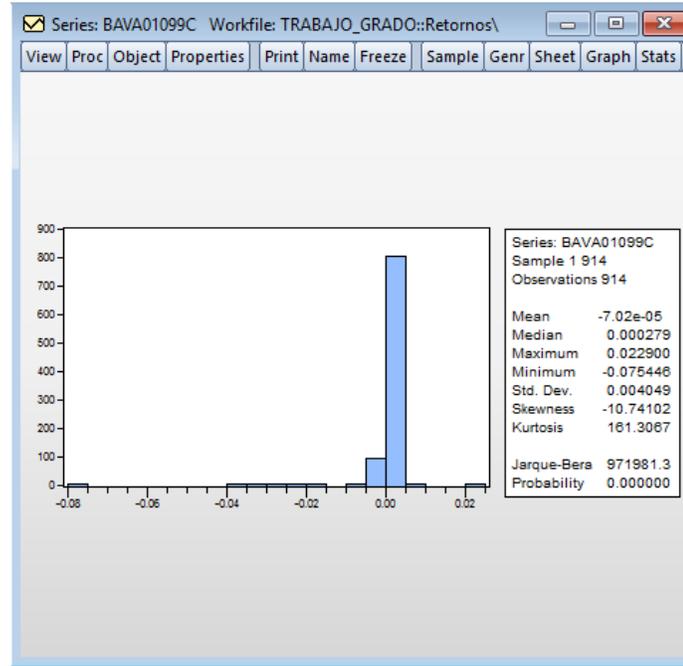
- Bonos Ordinarios Bancolombia - BBCB01109D8



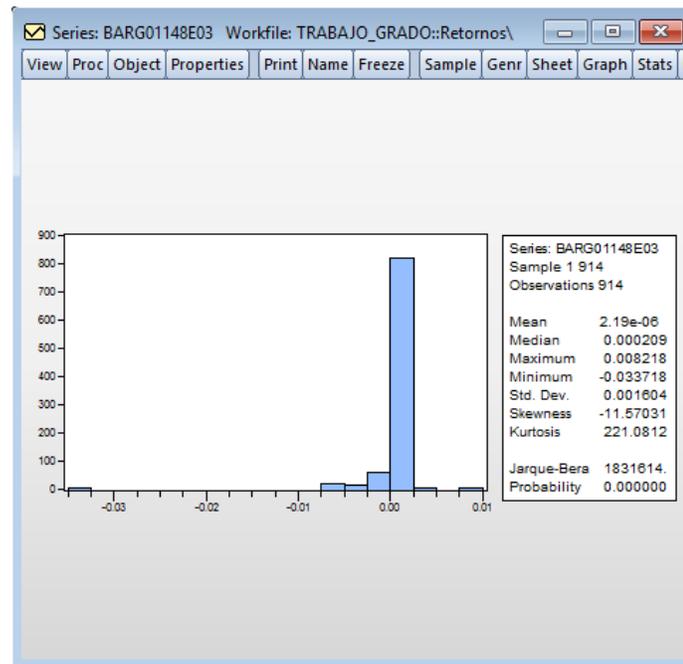
- Bonos Ordinarios Subordinados Bancolombia - BBCB109A10



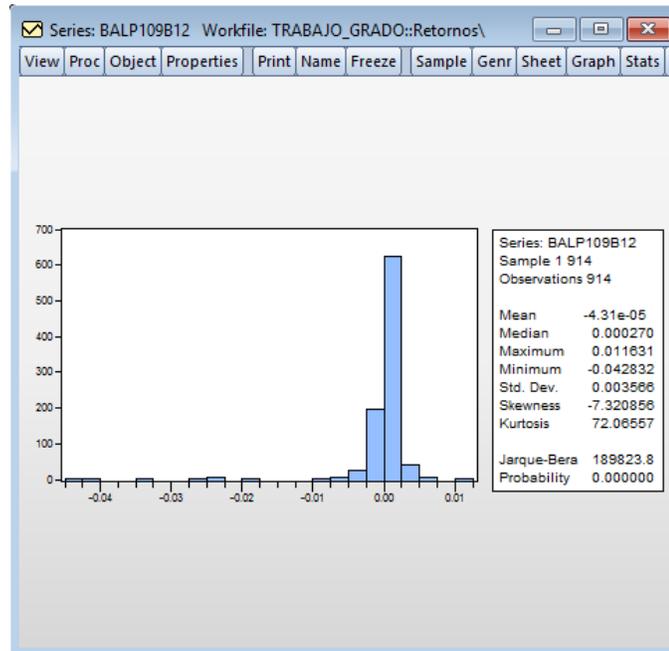
- Bonos Ordinarios Avianca - BAVA01099C



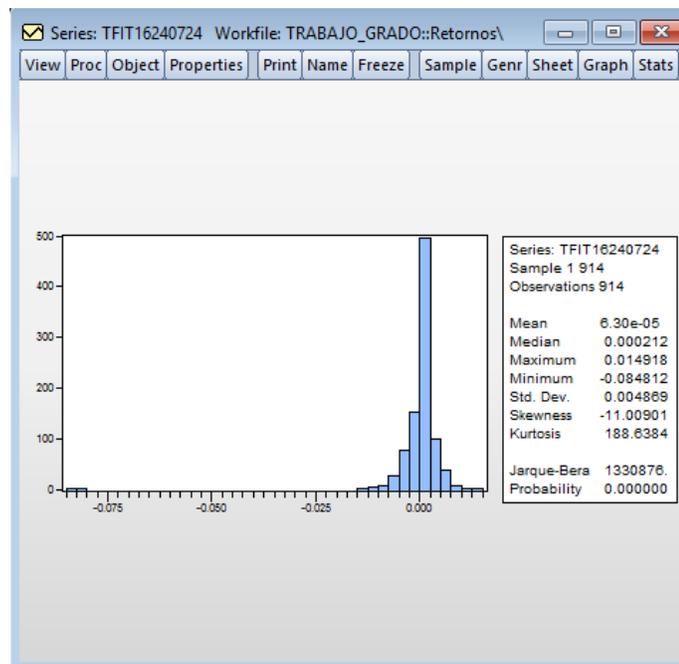
- Bonos Ordinarios Grupo Argos S.A - BARG01148E03



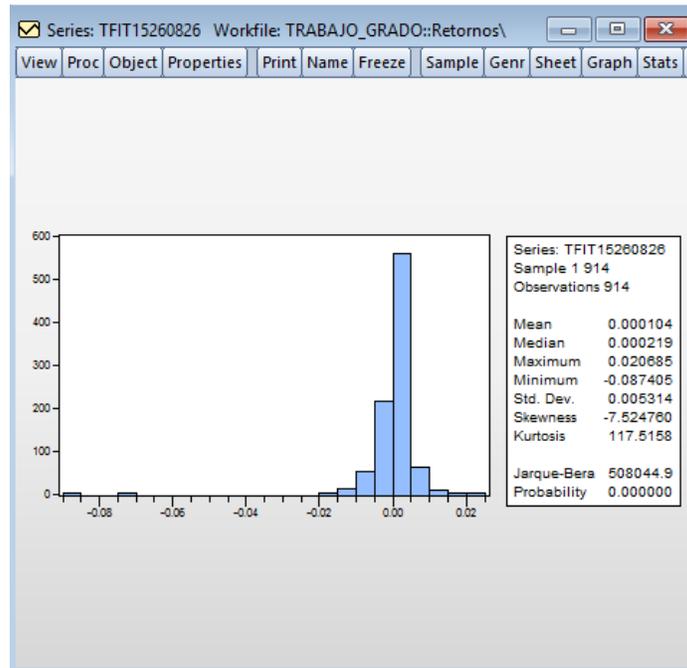
- Bonos Ordinarios Alpina Productos Alimenticios S. A. - BALP109B12



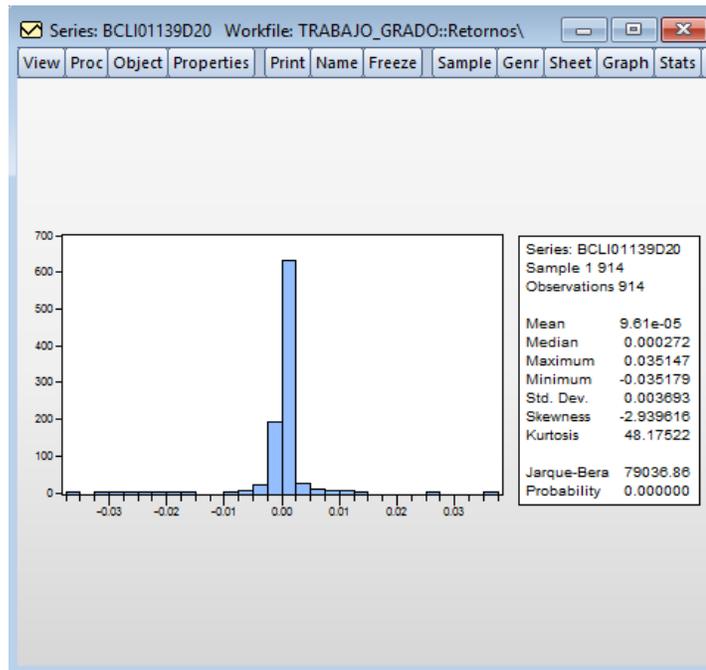
- Títulos TES Gobierno Ministerio de Hacienda - TFIT16240724



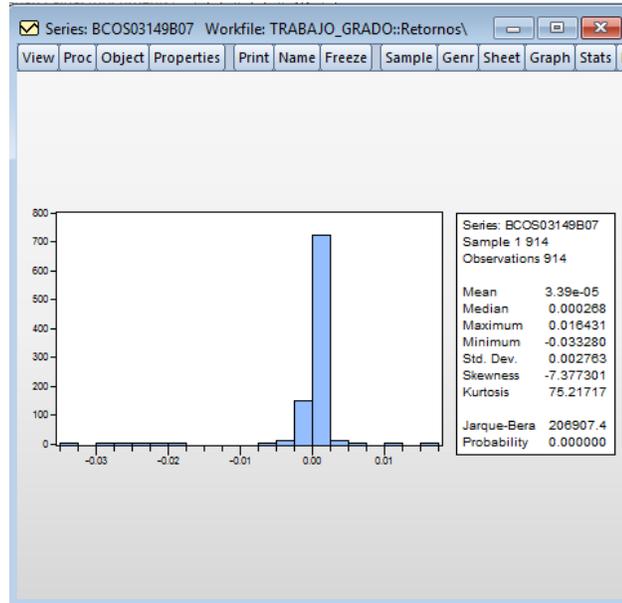
- Títulos TES Gobierno Ministerio de Hacienda - TFIT15260826



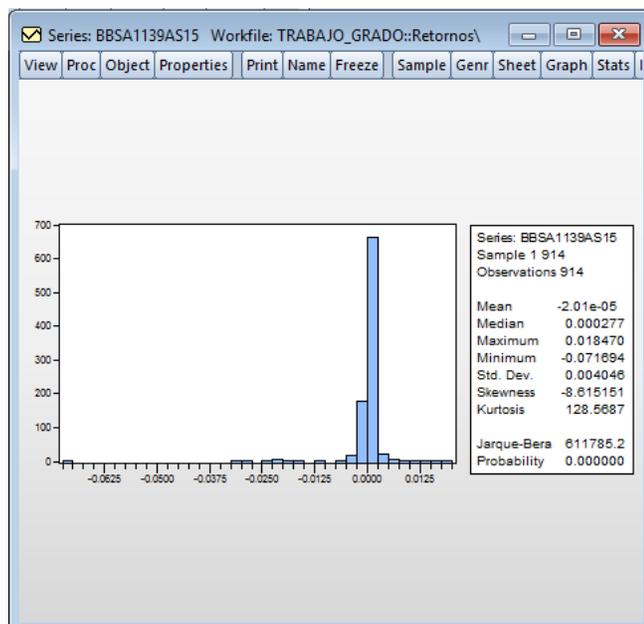
- Bonos Ordinarios Celsia S. A. - BCLI01139D20



- Bonos Ordinarios Codensa S. A. ESP - BCOS03149B07



- Bonos Ordinarios Subordinados Itaú Corpbanca Colombia S. A. - BBSA1139AS15



Resultados de los test de normalidad:

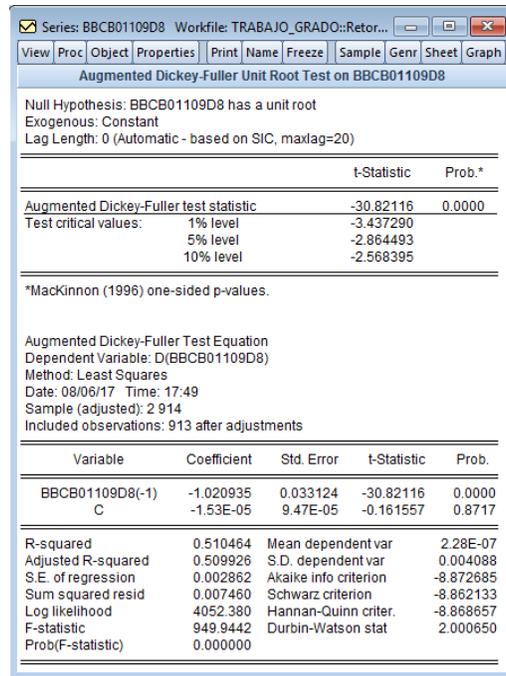
$H_0 =$  *Los retornos logarítmicos diarios siguen una distribución normal*

$H_a =$  *Los retornos logarítmicos diarios no siguen una distribución normal*

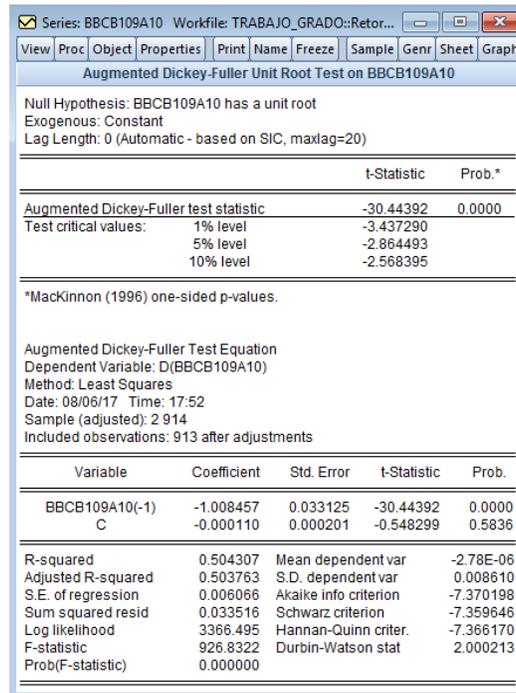
En los test realizados a los diez activos financieros trabajados el Valor P  $0,0000 < 0,05$ , entonces se rechaza la hipótesis nula en todos los casos, por lo tanto, los retornos logarítmicos diarios de los diez activos financieros no siguen una distribución normal.

## Anexo 2. Test de Raíz Unitaria

- Bonos Ordinarios Bancolombia - BBCB01109D8



- Bonos Ordinarios Subordinados Bancolombia - BBCB109A10



- Bonos Ordinarios Avianca - BAVA01099C

Series: BAVA01099C Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retorn...

View Proc Object Properties Print Name Freeze Sample Genr Sheet Graph

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on BAVA01099C

Null Hypothesis: BAVA01099C has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-30.45094	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.437290	
5% level	-2.864493	
10% level	-2.568395	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(BAVA01099C)  
Method: Least Squares  
Date: 08/06/17 Time: 17:54  
Sample (adjusted): 2 914  
Included observations: 913 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BAVA01099C(-1)	-1.008848	0.033130	-30.45094	0.0000
C	-7.11E-05	0.000134	-0.530227	0.5961

R-squared	0.504423	Mean dependent var	1.41E-07
Adjusted R-squared	0.503879	S.D. dependent var	0.005755
S.E. of regression	0.004054	Akaike info criterion	-8.176186
Sum squared resid	0.014970	Schwarz criterion	-8.165634
Log likelihood	3734.429	Hannan-Quinn criter.	-8.172158
F-statistic	927.2595	Durbin-Watson stat	2.000268
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Bonos Ordinarios Grupo Argos S. A. - BARG01148E03

Series: BARG01148E03 Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retor...

View Proc Object Properties Print Name Freeze Sample Genr Sheet Graph

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on BARG01148E03

Null Hypothesis: BARG01148E03 has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-31.01184	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.437290	
5% level	-2.864493	
10% level	-2.568395	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(BARG01148E03)  
Method: Least Squares  
Date: 08/06/17 Time: 17:56  
Sample (adjusted): 2 914  
Included observations: 913 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BARG01148E03(-1)	-1.027097	0.033120	-31.01184	0.0000
C	2.07E-06	5.31E-05	0.039036	0.9689

R-squared	0.513546	Mean dependent var	7.61E-08
Adjusted R-squared	0.513012	S.D. dependent var	0.002299
S.E. of regression	0.001605	Akaike info criterion	-10.02958
Sum squared resid	0.002346	Schwarz criterion	-10.01903
Log likelihood	4580.502	Hannan-Quinn criter.	-10.02555
F-statistic	961.7343	Durbin-Watson stat	2.001681
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Bonos Ordinarios Alpina Productos Alimenticios S. A. - BALP109B12

Series: BALP109B12 Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retorn... Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on BALP109B12

Null Hypothesis: BALP109B12 has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-28.78744	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.437290	
5% level	-2.864493	
10% level	-2.568395	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(BALP109B12)  
Method: Least Squares  
Date: 08/06/17 Time: 18:02  
Sample (adjusted): 2 914  
Included observations: 913 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BALP109B12(-1)	-0.951989	0.033070	-28.78744	0.0000
C	-4.57E-05	0.000118	-0.387697	0.6983

R-squared	0.476351	Mean dependent var	-3.15E-06
Adjusted R-squared	0.475777	S.D. dependent var	0.004921
S.E. of regression	0.003563	Akaike info criterion	-8.434196
Sum squared resid	0.011566	Schwarz criterion	-8.423644
Log likelihood	3852.210	Hannan-Quinn criter.	-8.430168
F-statistic	828.7164	Durbin-Watson stat	1.995261
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Títulos TES Gobierno Ministerio de Hacienda - TFIT16240724

Series: TFIT16240724 Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retor... Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TFIT16240724

Null Hypothesis: TFIT16240724 has a unit root  
Exogenous: Constant  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-28.15148	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.437290	
5% level	-2.864493	
10% level	-2.568395	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
Dependent Variable: D(TFIT16240724)  
Method: Least Squares  
Date: 08/06/17 Time: 18:04  
Sample (adjusted): 2 914  
Included observations: 913 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TFIT16240724(-1)	-0.930578	0.033056	-28.15148	0.0000
C	5.67E-05	0.000161	0.352562	0.7245

R-squared	0.465220	Mean dependent var	1.29E-06
Adjusted R-squared	0.464633	S.D. dependent var	0.006646
S.E. of regression	0.004863	Akaike info criterion	-7.812327
Sum squared resid	0.021540	Schwarz criterion	-7.801776
Log likelihood	3568.327	Hannan-Quinn criter.	-7.808299
F-statistic	792.5057	Durbin-Watson stat	1.991922
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Títulos TES Gobierno Ministerio de Hacienda - TFIT15260826

Series: TFIT15260826 Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retor...

View Proc Object Properties Print Name Freeze Sample Genr Sheet Graph

**Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TFIT15260826**

Null Hypothesis: TFIT15260826 has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-29.06892	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.437290	
5% level	-2.864493	
10% level	-2.568395	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(TFIT15260826)  
 Method: Least Squares  
 Date: 08/06/17 Time: 18:07  
 Sample (adjusted): 2 914  
 Included observations: 913 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TFIT15260826(-1)	-0.962534	0.033112	-29.06892	0.0000
C	9.85E-05	0.000176	0.559884	0.5757

R-squared	0.481208	Mean dependent var	1.29E-06
Adjusted R-squared	0.480638	S.D. dependent var	0.007376
S.E. of regression	0.005315	Akaike info criterion	-7.634198
Sum squared resid	0.025740	Schwarz criterion	-7.623647
Log likelihood	3487.011	Hannan-Quinn criter.	-7.630170
F-statistic	845.0022	Durbin-Watson stat	2.001513
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Bonos Ordinarios Celsia S. A. - BCLI01139D20

Series: BCLI01139D20 Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retor...

View Proc Object Properties Print Name Freeze Sample Genr Sheet Graph

**Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on BCLI01139D20**

Null Hypothesis: BCLI01139D20 has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-31.32321	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.437290	
5% level	-2.864493	
10% level	-2.568395	

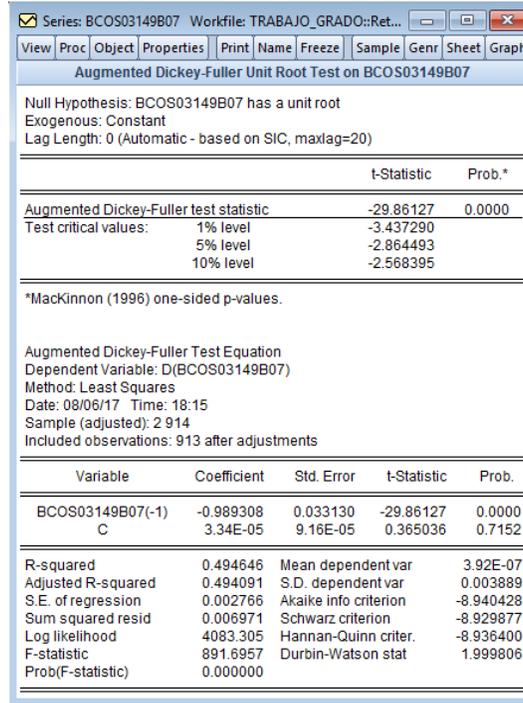
\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(BCLI01139D20)  
 Method: Least Squares  
 Date: 08/06/17 Time: 18:10  
 Sample (adjusted): 2 914  
 Included observations: 913 after adjustments

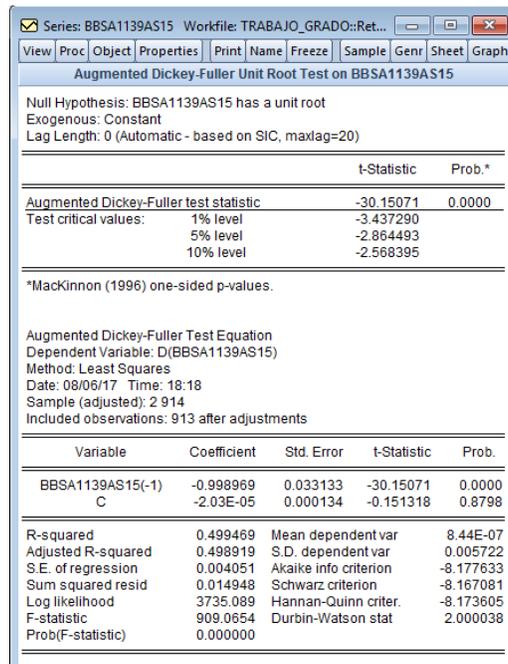
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BCLI01139D20(-1)	-1.037135	0.033111	-31.32321	0.0000
C	9.94E-05	0.000122	0.813131	0.4164

R-squared	0.518535	Mean dependent var	1.24E-06
Adjusted R-squared	0.518007	S.D. dependent var	0.005321
S.E. of regression	0.003694	Akaike info criterion	-8.361875
Sum squared resid	0.012433	Schwarz criterion	-8.351324
Log likelihood	3819.196	Hannan-Quinn criter.	-8.357847
F-statistic	981.1435	Durbin-Watson stat	1.995451
Prob(F-statistic)	0.000000		

- Bonos Ordinarios Codensa S. A. ESP - BCOS03149B07



- Bonos Ordinarios Subordinados Itaú Corpbanca Colombia S. A. - BBSA1139AS15



### Anexo 3. GARCH (1,1)

- Bonos Ordinarios Bancolombia - BBCB01109D8

Equation: UNTITLED Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retornos\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BBCB01109D8  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:09  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Convergence not achieved after 500 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000208	0.000131	1.588484	0.1122

Variance Equation

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.24E-07	2.18E-09	57.04594	0.0000
RESID(-1)^2	-0.010533	0.000177	-59.34402	0.0000
GARCH(-1)	0.995966	0.000108	9195.185	0.0000

R-squared	-0.006059	Mean dependent var	-1.48E-05
Adjusted R-squared	-0.006059	S.D. dependent var	0.002859
S.E. of regression	0.002868	Akaike info criterion	-9.238043
Sum squared resid	0.007508	Schwarz criterion	-9.216958
Log likelihood	4225.786	Hannan-Quinn criter.	-9.229994
Durbin-Watson stat	2.029547		

- Bonos Ordinarios Subordinados Bancolombia - BBCB109A10

Equation: UNTITLED Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retornos\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BBCB109A10  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:12  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 0 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000106	0.001124	-0.093889	0.9252

Variance Equation

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.38E-05	7.65E-06	3.115519	0.0018
RESID(-1)^2	0.150000	0.118507	1.265753	0.2056
GARCH(-1)	0.600000	0.129044	4.649576	0.0000

R-squared	0.000000	Mean dependent var	-0.000106
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	0.006060
S.E. of regression	0.006060	Akaike info criterion	-7.213358
Sum squared resid	0.033530	Schwarz criterion	-7.192274
Log likelihood	3300.505	Hannan-Quinn criter.	-7.205310
Durbin-Watson stat	2.016556		

- Bonos Ordinarios Avianca - BAVA01099C

Equation: UNTITLED    Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retornos\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BAVA01099C  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:15  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Failure to improve likelihood (singular hessian) after 81 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	6.55E-05	0.000189	0.345870	0.7294

Variance Equation

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	4.25E-07	1.58E-08	26.82761	0.0000
RESID(-1)^2	-0.003200	0.000130	-24.68614	0.0000
GARCH(-1)	0.978254	0.000885	1105.593	0.0000

R-squared	-0.001125	Mean dependent var	-7.02E-05
Adjusted R-squared	-0.001125	S.D. dependent var	0.004049
S.E. of regression	0.004052	Akaike info criterion	-8.239930
Sum squared resid	0.014988	Schwarz criterion	-8.218845
Log likelihood	3769.648	Hannan-Quinn criter.	-8.231881
Durbin-Watson stat	2.015414		

- Bonos Ordinarios Grupo Argos S. A. - BARG01148E03

Equation: BARG01148E03\_GARCH    Workfile: TRABAJO\_GRA...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BARG01148E03  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:17  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 158 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	6.25E-05	3.51E-05	1.779714	0.0751

Variance Equation

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	9.01E-09	2.06E-10	43.65554	0.0000
RESID(-1)^2	-0.007623	0.000129	-58.96243	0.0000
GARCH(-1)	1.007150	9.33E-06	107969.5	0.0000

R-squared	-0.001415	Mean dependent var	2.19E-06
Adjusted R-squared	-0.001415	S.D. dependent var	0.001604
S.E. of regression	0.001605	Akaike info criterion	-10.33018
Sum squared resid	0.002351	Schwarz criterion	-10.30910
Log likelihood	4724.893	Hannan-Quinn criter.	-10.32213
Durbin-Watson stat	2.051258		

- Bonos Ordinarios Alpina Productos Alimenticios S. A. - BALP109B12

Equation: BALP109B12\_GARCH Workfile: TRABAJO\_GRAD...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BALP109B12  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 18:30  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 82 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000345	2.45E-05	-14.07382	0.0000

Variance Equation

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	4.13E-08	1.14E-09	36.36026	0.0000
RESID(-1)^2	-0.006447	8.70E-05	-74.14171	0.0000
GARCH(-1)	1.006311	7.60E-06	132460.1	0.0000

R-squared	-0.007154	Mean dependent var	-4.31E-05
Adjusted R-squared	-0.007154	S.D. dependent var	0.003566
S.E. of regression	0.003579	Akaike info criterion	-8.655170
Sum squared resid	0.011694	Schwarz criterion	-8.634086
Log likelihood	3959.413	Hannan-Quinn criter.	-8.647122
Durbin-Watson stat	1.888697		

- Títulos TES Gobierno Ministerio de Hacienda - TFIT16240724

Equation: TFIT16240724\_GARCH Workfile: TRABAJO\_GRAD...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: TFIT16240724  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:19  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Convergence achieved after 23 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000291	8.42E-05	-3.455803	0.0005

Variance Equation

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.66E-06	2.23E-07	11.92556	0.0000
RESID(-1)^2	1.247242	0.056161	22.20840	0.0000
GARCH(-1)	0.351699	0.013735	25.60620	0.0000

R-squared	-0.005290	Mean dependent var	6.30E-05
Adjusted R-squared	-0.005290	S.D. dependent var	0.004869
S.E. of regression	0.004882	Akaike info criterion	-8.326607
Sum squared resid	0.021762	Schwarz criterion	-8.305522
Log likelihood	3809.259	Hannan-Quinn criter.	-8.318558
Durbin-Watson stat	1.850812		

- Títulos TES Gobierno Ministerio de Hacienda - TFIT15260826

Equation: UNTITLED Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retornos\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: TFIT15260826  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:22  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Convergence achieved after 16 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000120	0.000114	-1.050295	0.2936

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.94E-06	4.36E-07	6.730993	0.0000
RESID(-1)^2	0.570085	0.035605	16.01124	0.0000
GARCH(-1)	0.623871	0.026851	23.23491	0.0000

R-squared	-0.001784	Mean dependent var	0.000104
Adjusted R-squared	-0.001784	S.D. dependent var	0.005314
S.E. of regression	0.005319	Akaike info criterion	-7.772066
Sum squared resid	0.025826	Schwarz criterion	-7.750981
Log likelihood	3555.834	Hannan-Quinn criter.	-7.764017
Durbin-Watson stat	1.921124		

- Bonos Ordinarios Celsia S. A. - BCLI01139D20

Equation: UNTITLED Workfile: TRABAJO\_GRADO::Retornos\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BCLI01139D20  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:24  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Convergence achieved after 20 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3.49E-05	0.000167	0.209526	0.8340

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	5.20E-06	6.48E-07	8.024117	0.0000
RESID(-1)^2	0.044168	0.006507	6.787904	0.0000
GARCH(-1)	0.586078	0.050128	11.69161	0.0000

R-squared	-0.000274	Mean dependent var	9.61E-05
Adjusted R-squared	-0.000274	S.D. dependent var	0.003693
S.E. of regression	0.003693	Akaike info criterion	-8.361903
Sum squared resid	0.012454	Schwarz criterion	-8.340819
Log likelihood	3825.390	Hannan-Quinn criter.	-8.353855
Durbin-Watson stat	2.073560		

- Bonos Ordinarios Codensa S. A. ESP - BCOS03149B07

Equation: BCOS03149B07\_GARCH Workfile: TRABAJO\_GRA...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BCOS03149B07  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:26  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 124 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000148	0.000188	0.782963	0.4336

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	3.57E-06	2.69E-06	1.327597	0.1843
RESID(-1)^2	-0.007290	0.000539	-13.53526	0.0000
GARCH(-1)	0.561715	0.330198	1.701146	0.0889

R-squared	-0.001693	Mean dependent var	3.39E-05
Adjusted R-squared	-0.001693	S.D. dependent var	0.002763
S.E. of regression	0.002766	Akaike info criterion	-8.960803
Sum squared resid	0.006984	Schwarz criterion	-8.939718
Log likelihood	4099.087	Hannan-Quinn criter.	-8.952755
Durbin-Watson stat	1.975234		

- Bonos Ordinarios Subordinados Itaú Corpbanca Colombia S. A. - BBSA1139AS15

Equation: BBSA1139AS15\_GARCH Workfile: TRABAJO\_GRA...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: BBSA1139AS15  
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)  
 Date: 08/06/17 Time: 20:31  
 Sample: 1 914  
 Included observations: 914  
 Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 16 iterations  
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients  
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)  
 GARCH = C(2) + C(3)\*RESID(-1)^2 + C(4)\*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-2.05E-05	0.000235	-0.086885	0.9308

Variance Equation

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	7.94E-06	7.93E-06	1.002396	0.3162
RESID(-1)^2	-0.003651	0.000472	-7.733040	0.0000
GARCH(-1)	0.576547	0.422503	1.364601	0.1724

R-squared	-0.000000	Mean dependent var	-2.01E-05
Adjusted R-squared	-0.000000	S.D. dependent var	0.004046
S.E. of regression	0.004046	Akaike info criterion	-8.182709
Sum squared resid	0.014948	Schwarz criterion	-8.161625
Log likelihood	3743.498	Hannan-Quinn criter.	-8.174661
Durbin-Watson stat	1.997867		

## Anexo 4. Ecuaciones para la construcción de la matriz de varianzas y covarianzas

```
System: EC_VARYCOV_CONDI Workfile: TRABAJO_GRADO:...
View Proc Object Print Name Freeze InsertTxt Estimate Spec Stats Resids

Estimated Equations:
=====
BBCB01109D8 = C(1)

BBCB109A10 = C(2)

BAVA01099C = C(3)

BARG01148E03 = C(4)

BALP109B12 = C(5)

TFIT16240724 = C(6)

TFIT15260826 = C(7)

BCLI01139D20 = C(8)

BCOS03149B07 = C(9)

BBSA1139AS15 = C(10)
```

```
System: EC_VARYCOV_CONDI Workfile: TRABAJO_GRADO:...
View Proc Object Print Name Freeze InsertTxt Estimate Spec Stats Resids

Substituted Coefficients:
=====
GARCH1 = 9.58880350542e-08 + 0.0104777285378*RESID1(-1)^2 +
0.999979949795*GARCH1(-1)

GARCH2 = 4.56193046187e-07 + 0.00288613302686*RESID2(-1)^2 +
0.990548931503*GARCH2(-1)

GARCH3 = 1.53739391023e-07 + 0.00609152554711*RESID3(-1)^2 +
0.998981405257*GARCH3(-1)

GARCH4 = 8.58403547545e-09 + 0.00733564682187*RESID4(-1)^2 +
1.00709625422*GARCH4(-1)

GARCH5 = 3.55860830918e-08 + 0.00585703052618*RESID5(-1)^2 +
1.00669202463*GARCH5(-1)

GARCH6 = 2.79160849184e-06 + 1.28003622815*RESID6(-1)^2 +
0.361088020222*GARCH6(-1)

GARCH7 = 3.08071574279e-06 + 0.545567900085*RESID7(-1)^2 +
0.629213046428*GARCH7(-1)

GARCH8 = 5.14737705386e-06 + 0.0402223718833*RESID8(-1)^2 +
0.592265575828*GARCH8(-1)

GARCH9 = 1.73532346774e-07 + 0.00782425575394*RESID9(-1)^2 +
0.983872148491*GARCH9(-1)

GARCH10 = 7.94479853241e-06 + 0.00365135178309*RESID10(-1)^2 +
0.576549413883*GARCH10(-1)
```

System: EC\_VARYCOV\_CONDI Workfile: TRABAJO\_GRADO::R...

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	InsertTxt	Estimate	Spec	Stats	Resids
------	------	--------	-------	------	--------	-----------	----------	------	-------	--------

```

COV1_2 = -5.74311434123e-10 + 0.00549910159748*RESID1(-1)*RESID2(-1)
+ 0.995253269673*COV1_2(-1)

COV1_3 = 1.05371582587e-09 + 0.00798907698447*RESID1(-1)*RESID3(-1) +
0.999480552825*COV1_3(-1)

COV1_4 = 5.72790827703e-09 + 0.00876703576181*RESID1(-1)*RESID4(-1) +
1.00353179408*COV1_4(-1)

COV1_5 = 9.05225562329e-10 + 0.00783379702896*RESID1(-1)*RESID5(-1) +
1.00333037443*COV1_5(-1)

COV1_6 = 1.85336523057e-08 + 0.11580963741*RESID1(-1)*RESID6(-1) +
0.600899975314*COV1_6(-1)

COV1_7 = 2.89099110869e-08 + 0.0756062983887*RESID1(-1)*RESID7(-1) +
0.793221552013*COV1_7(-1)

COV1_8 = 1.68823106262e-08 + 0.0205289817999*RESID1(-1)*RESID8(-1) +
0.769580210753*COV1_8(-1)

COV1_9 = 2.40185717726e-10 + 0.0090543043797*RESID1(-1)*RESID9(-1) +
0.991893351955*COV1_9(-1)

COV1_10 = 3.03565862389e-08 + 0.00618529488216*RESID1(-1)*RESID10(-1)
+ 0.759300898162*COV1_10(-1)

```

System: EC\_VARYCOV\_CONDI Workfile: TRABAJO\_GRADO::R...

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	InsertTxt	Estimate	Spec	Stats	Resids
------	------	--------	-------	------	--------	-----------	----------	------	-------	--------

```

COV2_3 = -2.90622890181e-09 + 0.00419296471074*RESID2(-1)*RESID3(-1)
+ 0.99475623324*COV2_3(-1)

COV2_4 = 4.95291404121e-10 + 0.00460126640893*RESID2(-1)*RESID4(-1) +
0.998788325192*COV2_4(-1)

COV2_5 = 5.87566116731e-09 + 0.00411146801531*RESID2(-1)*RESID5(-1) +
0.998587857601*COV2_5(-1)

COV2_6 = 4.87970527473e-08 + 0.0607812046082*RESID2(-1)*RESID6(-1) +
0.598059656397*COV2_6(-1)

COV2_7 = 5.24454742246e-08 + 0.0396809971501*RESID2(-1)*RESID7(-1) +
0.789472172294*COV2_7(-1)

COV2_8 = 4.11024000757e-08 + 0.0107743731099*RESID2(-1)*RESID8(-1) +
0.765942578333*COV2_8(-1)

COV2_9 = 3.12178244903e-09 + 0.00475203566296*RESID2(-1)*RESID9(-1) +
0.98720489536*COV2_9(-1)

COV2_10 = 3.23971562536e-08 + 0.0032462727818*RESID2(-1)*RESID10(-1)
+ 0.755711853739*COV2_10(-1)

```

System: EC\_VARYCOV\_CONDI Workfile: TRABAJO\_GRADO::R...

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	InsertTxt	Estimate	Spec	Stats	Resids
$\text{COV3\_4} = -2.84823785754e-10 + 0.00668470493141 * \text{RESID3}(-1) * \text{RESID4}(-1) + 1.0030306233 * \text{COV3\_4}(-1)$										
$\text{COV3\_5} = 8.95776035923e-09 + 0.00597312741204 * \text{RESID3}(-1) * \text{RESID5}(-1) + 1.00282930423 * \text{COV3\_5}(-1)$										
$\text{COV3\_6} = 2.29843562697e-09 + 0.0883027371318 * \text{RESID3}(-1) * \text{RESID6}(-1) + 0.60059988167 * \text{COV3\_6}(-1)$										
$\text{COV3\_7} = -1.16941028125e-09 + 0.0576484240986 * \text{RESID3}(-1) * \text{RESID7}(-1) + 0.79282541163 * \text{COV3\_7}(-1)$										
$\text{COV3\_8} = 1.89866871963e-09 + 0.0156529743465 * \text{RESID3}(-1) * \text{RESID8}(-1) + 0.769195877021 * \text{COV3\_8}(-1)$										
$\text{COV3\_9} = -6.27848224086e-10 + 0.00690374201519 * \text{RESID3}(-1) * \text{RESID9}(-1) + 0.991397993488 * \text{COV3\_9}(-1)$										
$\text{COV3\_10} = 2.11174770835e-08 + 0.00471617457991 * \text{RESID3}(-1) * \text{RESID10}(-1) + 0.758921697991 * \text{COV3\_10}(-1)$										

System: EC\_VARYCOV\_CONDI Workfile: TRABAJO\_GRADO::Reto...

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	InsertTxt	Estimate	Spec	Stats	Resids
$\text{COV4\_5} = 5.84071241363e-09 + 0.00655477744587 * \text{RESID4}(-1) * \text{RESID5}(-1) + 1.00689411914 * \text{COV4\_5}(-1)$										
$\text{COV4\_6} = 8.1173947646e-09 + 0.0969014638118 * \text{RESID4}(-1) * \text{RESID6}(-1) + 0.603034321254 * \text{COV4\_6}(-1)$										
$\text{COV4\_7} = 1.12072551967e-08 + 0.0632621010746 * \text{RESID4}(-1) * \text{RESID7}(-1) + 0.796039007942 * \text{COV4\_7}(-1)$										
$\text{COV4\_8} = -4.43282578005e-10 + 0.0171772266234 * \text{RESID4}(-1) * \text{RESID8}(-1) + 0.772313694635 * \text{COV4\_8}(-1)$										
$\text{COV4\_9} = 3.98802737164e-11 + 0.00757601325598 * \text{RESID4}(-1) * \text{RESID9}(-1) + 0.995416473331 * \text{COV4\_9}(-1)$										
$\text{COV4\_10} = 2.3230796833e-08 + 0.0051754253065 * \text{RESID4}(-1) * \text{RESID10}(-1) + 0.761997870795 * \text{COV4\_10}(-1)$										

System: EC\_VARYCOV\_CONDI Workfile: TRABAJO\_GRADO::Reto...

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	InsertTxt	Estimate	Spec	Stats	Resids
$\text{COV5\_6} = 7.65068857681e-08 + 0.0865864381001 * \text{RESID5}(-1) * \text{RESID6}(-1) + 0.60291328576 * \text{COV5\_6}(-1)$										
$\text{COV5\_7} = 9.22913351672e-08 + 0.0565279386224 * \text{RESID5}(-1) * \text{RESID7}(-1) + 0.795879234325 * \text{COV5\_7}(-1)$										
$\text{COV5\_8} = 3.29254078385e-08 + 0.0153487347998 * \text{RESID5}(-1) * \text{RESID8}(-1) + 0.772158682945 * \text{COV5\_8}(-1)$										
$\text{COV5\_9} = 4.77510659091e-09 + 0.00676955720823 * \text{RESID5}(-1) * \text{RESID9}(-1) + 0.995216682506 * \text{COV5\_9}(-1)$										
$\text{COV5\_10} = 3.46432108206e-08 + 0.00462450849879 * \text{RESID5}(-1) * \text{RESID10}(-1) + 0.761844929602 * \text{COV5\_10}(-1)$										

System: EC\_VARYCOV\_CONDI Workfile: TRABAJO\_GRADO::Reto...

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	InsertTxt	Estimate	Spec	Stats	Resids
$\text{COV6}_7 = 1.27365040031e-06 + 0.835671392966 * \text{RESID6}(-1) * \text{RESID7}(-1) + 0.476656368081 * \text{COV6}_7(-1)$										
$\text{COV6}_8 = 6.46433029454e-07 + 0.226905471932 * \text{RESID6}(-1) * \text{RESID8}(-1) + 0.462450001861 * \text{COV6}_8(-1)$										
$\text{COV6}_9 = 6.42800446458e-08 + 0.10007662476 * \text{RESID6}(-1) * \text{RESID9}(-1) + 0.596040641441 * \text{COV6}_9(-1)$										
$\text{COV6}_{10} = 5.37955437447e-07 + 0.0683656533945 * \text{RESID6}(-1) * \text{RESID10}(-1) + 0.45627303933 * \text{COV6}_{10}(-1)$										

System: EC\_VARYCOV\_CONDI Workfile: TRABAJO\_GRADO::Reto...

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	InsertTxt	Estimate	Spec	Stats	Resids
$\text{COV7}_8 = 8.51006614399e-07 + 0.148135191514 * \text{RESID7}(-1) * \text{RESID8}(-1) + 0.610459849016 * \text{COV7}_8(-1)$										
$\text{COV7}_9 = 7.82739421827e-08 + 0.0653350042581 * \text{RESID7}(-1) * \text{RESID9}(-1) + 0.78680695971 * \text{COV7}_9(-1)$										
$\text{COV7}_{10} = 6.79826000121e-07 + 0.0446325030081 * \text{RESID7}(-1) * \text{RESID10}(-1) + 0.602305913242 * \text{COV7}_{10}(-1)$										
$\text{COV8}_9 = 4.65119085016e-08 + 0.0177400711567 * \text{RESID8}(-1) * \text{RESID9}(-1) + 0.763356800302 * \text{COV8}_9(-1)$										
$\text{COV8}_{10} = 4.22630897285e-07 + 0.0121188295349 * \text{RESID8}(-1) * \text{RESID10}(-1) + 0.584354661663 * \text{COV8}_{10}(-1)$										
$\text{COV9}_{10} = 2.34850840947e-08 + 0.00534500796992 * \text{RESID9}(-1) * \text{RESID10}(-1) + 0.753160614045 * \text{COV9}_{10}(-1)$										

## Anexo 5. Construcción de la frontera eficiente Portafolio 1

Matriz de Varianzas y covarianzas:

Matriz de Varianzas y Covarianzas										
Nemotecnico	BBCB01109D8	BBCB109A10	BAVA01099C	BARG01148E03	BALP109B12	TFIT16240724	TFIT15260826	BCLI01139D20	BCOS03149B07	BBSA1139AS15
BBCB01109D8	8.16549E-06	-4.75254E-08	1.00368E-07	9.14323E-07	1.57829E-07	4.98169E-07	8.0723E-07	2.53433E-07	1.46952E-08	4.01925E-07
BBCB109A10	-4.75254E-08	3.6685E-05	-2.69007E-07	7.6829E-08	9.95518E-07	1.27459E-06	1.42305E-06	5.99597E-07	1.85606E-07	4.16831E-07
BAVA01099C	1.00368E-07	-2.69007E-07	1.63799E-05	-5.0855E-08	1.74697E-06	6.91039E-08	-3.65234E-08	3.18812E-08	-4.29673E-08	3.12743E-07
BARG01148E03	9.14323E-07	7.6829E-08	-5.0855E-08	2.56851E-06	1.9089E-06	4.08995E-07	5.86591E-07	-1.24738E-08	4.57371E-09	5.76613E-07
BALP109B12	1.57829E-07	9.95518E-07	1.74697E-06	1.9089E-06	1.27035E-05	4.21046E-06	5.27624E-06	1.01199E-06	5.98171E-07	9.39125E-07
TFIT16240724	4.98169E-07	1.27459E-06	6.91039E-08	4.08995E-07	4.21046E-06	2.36847E-05	1.12253E-05	3.06304E-06	1.24138E-06	2.24821E-06
TFIT15260826	8.0723E-07	1.42305E-06	-3.65234E-08	5.86591E-07	5.27624E-06	1.12253E-05	2.82056E-05	4.18887E-06	1.57029E-06	2.95136E-06
BCLI01139D20	2.53433E-07	5.99597E-07	3.18812E-08	-1.24738E-08	1.01199E-06	3.06304E-06	4.18887E-06	1.36217E-05	5.01657E-07	9.86431E-07
BCOS03149B07	1.46952E-08	1.85606E-07	-4.29673E-08	4.57371E-09	5.98171E-07	1.24138E-06	1.57029E-06	5.01657E-07	7.62817E-06	2.23406E-07
BBSA1139AS15	4.01925E-07	4.16831E-07	3.12743E-07	5.76613E-07	9.39125E-07	2.24821E-06	2.95136E-06	9.86431E-07	2.23406E-07	1.63549E-05

Matriz de correlación:

Coeficiente de Correlación										
Nemotecnico	BBCB01109D8	BBCB109A10	BAVA01099C	BARG01148E03	BALP109B12	TFIT16240724	TFIT15260826	BCLI01139D20	BCOS03149B07	BBSA1139AS15
BBCB01109D8	1									
BBCB109A10	-0.002745937	1								
BAVA01099C	0.008678587	-0.010973951	1							
BARG01148E03	0.199649425	0.007914812	-0.007840398	1						
BALP109B12	0.015496527	0.046115015	0.121106308	0.334179628	1					
TFIT16240724	0.035822142	0.043240632	0.003508431	0.052437699	0.242735435	1				
TFIT15260826	0.053191074	0.044239261	-0.001699217	0.06891721	0.278737258	0.434307341	1			
BCLI01139D20	0.024030157	0.026822541	0.002134342	-0.002108833	0.076930421	0.170530985	0.213704727	1		
BCOS03149B07	0.001861979	0.011095282	-0.003843902	0.001033282	0.060764898	0.092354638	0.107053575	0.049213123	1	
BBSA1139AS15	0.034779967	0.017017321	0.019107685	0.088965085	0.065153328	0.114229324	0.137413849	0.066088636	0.0200014	1

## Tabla de Riesgo *versus* Rentabilidad del Portafolio – Volatilidades Constantes

Tabla de Riesgo vs Rentabilidad del Portafolio -- Volatilidades Constantes --												
Portafolio	Volatilidad Anual	Rentabilidad Anual	BBCB01109D8 W1	BBCB109A10 W2	BAVA01099C W3	BARG01148E03 W4	BALP109B12 W5	TFIT16240724 W6	TFIT15260826 W7	BCL01139D20 W8	BCOS03149B07 W9	BBSA1139A515 W10
1	2.51%	0.22%	22.03%	5.04%	6.09%	25.41%	0.00%	15.09%	9.91%	0.00%	8.51%	7.93%
2	2.64%	0.68%	25.07%	1.52%	0.00%	18.43%	0.00%	13.27%	11.73%	9.07%	12.50%	8.41%
3	2.78%	0.86%	26.55%	0.00%	0.00%	11.86%	0.00%	12.15%	12.85%	14.19%	13.96%	8.45%
4	2.91%	0.99%	26.96%	0.00%	0.00%	6.04%	0.00%	11.12%	13.88%	18.77%	15.19%	8.04%
5	3.04%	1.10%	27.37%	0.00%	0.00%	1.23%	0.00%	10.25%	14.75%	22.56%	16.21%	7.63%
6	3.17%	1.19%	27.76%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	8.67%	16.33%	26.65%	13.35%	7.24%
7	3.31%	1.27%	28.14%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	7.08%	17.92%	30.27%	9.73%	6.86%
8	3.44%	1.33%	28.46%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	5.68%	19.32%	33.42%	6.58%	6.54%
9	3.57%	1.39%	28.76%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	4.43%	20.57%	36.30%	3.70%	6.24%
10	3.71%	1.45%	29.03%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	3.24%	21.76%	38.97%	1.03%	5.97%
11	3.84%	1.50%	28.30%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	25.00%	40.00%	0.00%	6.70%
12	2.98%	-0.08%	10.00%	15.00%	10.00%	12.00%	10.00%	10.00%	15.00%	4.00%	4.00%	10.00%
13	3.26%	-0.46%	5.00%	20.00%	20.00%	10.00%	5.00%	20.00%	5.00%	3.00%	2.00%	10.00%
14	2.98%	-0.21%	30.00%	3.00%	25.00%	10.00%	3.00%	22.00%	3.00%	1.00%	1.00%	2.00%
15	3.00%	-0.07%	15.00%	5.00%	21.00%	6.00%	9.00%	8.00%	17.00%	3.00%	1.00%	15.00%
16	2.90%	0.14%	7.00%	10.00%	4.00%	21.00%	5.00%	22.00%	3.00%	8.00%	2.00%	18.00%
17	4.54%	-0.37%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
18	9.61%	-2.62%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
19	6.42%	-1.75%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
20	2.54%	0.06%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
21	5.66%	-1.08%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
22	7.73%	1.60%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
23	8.43%	2.67%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%
24	5.86%	2.45%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%
25	4.38%	0.86%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%
26	6.42%	-0.50%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%

## Anexo 6. Construcción de la frontera eficiente Portafolio 2

### Matriz de Varianzas y covarianzas

Matriz de Varianzas y Covarianzas										
Nemotecnico	BBCB01109D8	BBCB109A10	BAVA01099C	BARG01148E03	BALP109B12	TFIT16240724	TFIT15260826	BCLI01139D20	BCOS03149B07	BBSA1139AS15
BBCB01109D8	0.000164494	-3.87649E-07	1.14909E-06	8.19172E-05	2.43545E-05	7.46864E-08	5.09083E-07	8.73462E-08	1.59627E-07	1.29278E-07
BBCB109A10	-3.87649E-07	5.72591E-05	-5.29238E-07	4.74482E-07	6.67008E-06	2.93667E-07	4.50109E-07	1.95621E-07	2.67917E-07	1.36964E-07
BAVA01099C	1.14909E-06	-5.29238E-07	0.000151217	1.0762E-07	8.29963E-05	4.53071E-08	-7.17933E-09	1.80584E-08	-6.02492E-08	8.8474E-08
BARG01148E03	8.19172E-05	4.74482E-07	1.0762E-07	0.002027424	0.001552355	3.53487E-08	7.14333E-08	1.45138E-09	2.43658E-08	9.82201E-08
BALP109B12	2.43545E-05	6.67008E-06	8.29963E-05	0.001552355	0.01262389	9.54446E-07	1.41337E-06	2.26117E-07	1.44787E-06	1.6402E-07
TFIT16240724	7.46864E-08	2.93667E-07	4.53071E-08	3.53487E-08	9.54446E-07	2.64048E-05	2.11505E-05	2.94537E-06	3.41035E-07	1.42113E-06
TFIT15260826	5.09083E-07	4.50109E-07	-7.17933E-09	7.14333E-08	1.41337E-06	2.11505E-05	2.75882E-05	3.78265E-06	5.20498E-07	2.10664E-06
BCLI01139D20	8.73462E-08	1.95621E-07	1.80584E-08	1.45138E-09	2.26117E-07	2.94537E-06	3.78265E-06	1.2772E-05	2.06701E-07	1.05247E-06
BCOS03149B07	1.59627E-07	2.67917E-07	-6.02492E-08	2.43658E-08	1.44787E-06	3.41035E-07	5.20498E-07	2.06701E-07	1.58447E-05	9.28773E-08
BBSA1139AS15	1.29278E-07	1.36964E-07	8.8474E-08	9.82201E-08	1.6402E-07	1.42113E-06	2.10664E-06	1.05247E-06	9.28773E-08	1.87709E-05

### Matriz de Correlación

Coeficiente de Correlación										
Nemotecnico	BBCB01109D8	BBCB109A10	BAVA01099C	BARG01148E03	BALP109B12	TFIT16240724	TFIT15260826	BCLI01139D20	BCOS03149B07	BBSA1139AS15
BBCB01109D8	1									
BBCB109A10	-0.002745937	1								
BAVA01099C	0.008678587	-0.010973951	1							
BARG01148E03	0.199649425	0.007914812	-0.007840398	1						
BALP109B12	0.015496527	0.046115015	0.121106308	0.334179628	1					
TFIT16240724	0.035822142	0.043240632	0.003508431	0.052437699	0.242735435	1				
TFIT15260826	0.053191074	0.044239261	-0.001699217	0.06891721	0.278737258	0.434307341	1			
BCLI01139D20	0.024030157	0.026822541	0.002134342	-0.002108833	0.076930421	0.170530985	0.213704727	1		
BCOS03149B07	0.001861979	0.011095282	-0.003843902	0.001033282	0.060764898	0.092354638	0.107053575	0.049213123	1	
BBSA1139AS15	0.034779967	0.017017321	0.019107685	0.088965085	0.065153328	0.114229324	0.137413849	0.066088636	0.0200014	1

## Tabla de Riesgo versus Rentabilidad del Portafolio – Volatilidades No Constantes

Tabla de Riesgo vs Rentabilidad del Portafolio -- Volatilidades No Constantes --												
Portafolio	Volatilidad Anual	Rentabilidad Anual	BBCB01109D8 W1	BBCB109A10 W2	BAVA01099C W3	BARG01148E03 W4	BALP109B12 W5	TFIT16240724 W6	TFIT15260826 W7	BCLI01139D20 W8	BCOS03149B07 W9	BBSA1139A515 W10
1	3.513%	0.6875%	0.029731455	8.497%	2.221%	0.042%	0.000%	16.931%	8.069%	17.650%	20.087%	23.529%
2	3.952%	1.3020%	3.980%	1.597%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	31.875%	8.125%	29.423%
3	4.391%	1.4726%	8.982%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	26.018%
4	4.830%	1.4802%	14.609%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	20.391%
5	5.269%	1.4853%	18.445%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	16.555%
6	5.7081%	1.4897%	21.696%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	13.304%
7	6.147%	1.4937%	24.639%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	10.361%
8	6.586%	1.4974%	27.392%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	7.608%
9	7.025%	1.5009%	30.015%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	4.985%
10	7.464%	1.5044%	32.543%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	2.457%
11	7.904%	1.5077%	35.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	25.000%	40.000%	0.000%	0.000%
12	22.648%	-0.081%	10%	15%	10%	12%	10%	15%	15%	12%	4%	10%
13	14.271%	-0.464%	5%	20%	20%	10%	5%	20%	5%	3%	2%	10%
14	13.629%	-0.210%	30%	3%	25%	10%	3%	22%	3%	1%	1%	2%
15	19.084%	-0.075%	15%	5%	21%	6%	9%	8%	17%	3%	1%	15%
16	20.132%	0.143%	7%	10%	4%	21%	5%	22%	3%	8%	2%	18%
17	20.360%	-0.372%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
18	12.012%	-2.624%	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
19	19.521%	-1.754%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
20	71.478%	0.055%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
21	178.360%	-1.081%	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
22	8.157%	1.600%	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%
23	8.338%	2.668%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%
24	5.673%	2.451%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%
25	6.319%	0.859%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%	0%
26	6.878%	-0.504%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%