

# **La Estructura a plazos de la tasa de interés y su interacción con variables macroeconómicas en Colombia. Un análisis de cointegración entre el 2005 y el 2016.**

**Mateo Bedoya Naranjo**

**Santiago Jiménez Londoño**

**Asesor: Daniel Velásquez Gaviria**

## **Resumen**

*El objetivo de esta monografía es encontrar la relación entre algunas variables macroeconómicas: índice de producción industrial, inflación año corrido e índice de prima de riesgo EMBI, y la estructura a plazos de la tasa de interés para Colombia desde el 2005 hasta el 2016 con una periodicidad mensual. Se utiliza el modelo de Diebold & Li (2006) para descomposición de la curva en factores latentes: nivel, curvatura y pendiente, los cuales servirán como variables exógenas para explicar los movimientos en las variables macroeconómicas. El trabajo propone dos novedades a la literatura vigente, primero que se actualizan los resultados con una base de datos hasta el 2016 y segundo, propone una variante para las estimaciones mediante un modelo de corrección de errores, con el fin de encontrar cointegración. Nuestros resultados indican que existe una relación de cointegración entre la inflación año corrido y el índice de producción industrial con los componentes de corto y largo plazo de la estructura a plazos de la tasa de interés.*

**Palabras clave:** Estructura a plazos de la tasa de interés, Modelo de factores latentes, modelo de corrección de errores, cointegración.

## 1. Introducción

El estudio de la estructura plazos de la tasa de interés<sup>1</sup> (EPTI) ha sido de gran importancia para los bancos centrales y todos los participantes del mercado de capitales, debido a que refleja la efectividad con la cual se transmite la política monetaria a hacia la inflación y la actividad económica (Arango, Flórez, y Arosemena, 2005). Tradicionalmente, dos grandes corrientes se han orientado a explicar su forma; por un lado, las modelaciones netamente numéricas que van desde los métodos de interpolación cúbica (McCulloch, 1975), métodos basados en el principio de no arbitraje (Heath, Jarrow y Morton 1992), modelos de equilibrio como Vasicek (1977), hasta modelos de variables latentes<sup>2</sup>, entre ellos Knez, Litterman, y Scheinkman(1994), Duffie y Kan (1996) y Dai y Singleton (2000), teniendo en común entre ellos, la ausencia de una lógica económica a la hora de la interpretación de los determinantes de su forma. Es decir, en sus análisis no exploran los efectos que la EPTI podría tener en las variables macroeconómicas y viceversa, solo se presta atención a la modelación matemática.

De manera paralela, los macroeconomistas han intentado dar explicación a la forma de la curva vinculando variables tales como: la inflación y la producción (Mankiw, Goldfeld, Shiller, 1986), pero sin incorporar grandes avances en la manera de ajustar la dinámica de la curva en el tiempo (Duffie, 2002). La intersección entre las dos escuelas podría encontrarse en los trabajos de Ang y Piazzesi (2003), Hördahl, Tristani y Vestin (2006), Rudebusch y Wu (2008), los cuales incorporan explícitamente variables de tipo macroeconómico junto con la desagregación de la EPTI utilizando metodologías de factores latentes que tradicionalmente han sido interpretados como: el nivel, la curvatura y la pendiente. En estos trabajos la relación de determinación entre la EPTI y las variables macroeconómicas se daría de manera unidireccional, pero no de manera recíproca; esto implicaría que las expectativas sobre la inflación y los niveles de producción futuros serían independientes de las variaciones en la EPTI.

---

<sup>1</sup> La estructura a plazos de la tasa de interés puede definirse como las tasas cero cupón a diferentes fechas de vencimiento de los bonos de deuda pública que posean la misma calidad crediticia

<sup>2</sup> En estadística, las variables latentes o variables ocultas; en contraposición a las variables observables, son las variables que no se observan directamente, sino que son inferidas a través de un modelo matemático, a partir de otras variables que se observan (medidos directamente). Tabachnick, Fidell y Osterlind. (2001).

No obstante, otros trabajos en la literatura recalcan la relación entre la estructura a plazos y sus capacidades para anticipar variaciones de los niveles de inflación y producción futuras, de hecho, Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006) (DRA) encuentran que las relaciones entre la EPTI y las variables macroeconómicas no se dan de manera unidireccional, sino que se da de manera simultánea, rezagos de la EPTI podrían afectar las variables macroeconómicas y los rezagos de las variables macroeconómicas podrían determinar la forma de la EPTI. DRA hace referencia a los trabajos de Estrella y Hardouvelis (1991) y Estrella y Mishkin (1998), los cuales encuentran que una pendiente positiva de la EPTI podría asociarse con un aumento futuro de la actividad económica real: mediante aumentos en el consumo y la inversión, además, identifican que la pendiente de la EPTI, puede tener capacidades predictivas sobre las tasas reales de interés a corto plazo, el crecimiento de la actividad económica y la tasa de inflación.

Para el caso colombiano varios trabajos han explorado la relación entre la EPTI y su influencia en la determinación de las variables macroeconómicas, entre los más importantes Arango, Melo y Vásquez (2002), Arango y Arosemena (2005), Bautista, Riascos, Suárez (2007) y Castrillón, Hassan y Barrera (2010), los cuales encuentran una clara relación entre la EPTI y la formación de las expectativas sobre la inflación y la producción total del país. En general, encuentran que en los momentos donde la EPTI se torna con mayor pendiente positiva la producción industrial crece y la inflación disminuye; además, cuando la EPTI adquiere una pendiente negativa o se achata, la inflación se encuentra aumentando y la producción industrial disminuyendo.

En esta investigación se propone una variante a los trabajos propuestos para el caso colombiano desde la metodología. La primera variación, es que la relación entre la EPTI y las variables macroeconómicas no se hace con un vector autor regresivo (VAR) sino que se realiza con un modelo de corrección de errores (ECM) para detectar la presencia de cointegración. El modelo de corrección de errores es implementado entre los componentes de la estructura a plazos derivados del modelo de Diebold & Li (2006) como variables dependientes dentro de la regresión y el índice de producción industrial, la inflación año corrido y el índice de prima de riesgo EMBI como variables independientes.

Por otro lado, se actualizarán las mediciones existentes tomando una muestra mensual desde el año 2005 hasta el 2016 con una periodicidad mensual. Esta investigación es relevante ya que, en la medida que las series estén cointegradas, se podría tomar información proveniente de la EPTI y ser un instrumento que anticipe los futuros decrecimientos de la actividad económica y alerte a los bancos centrales y en general a todos los agentes con un alto nivel de confiabilidad. Esto debido que las series guardarían una estrecha relación de cointegración que implicaría causalidad en el largo plazo, al compartir una o más tendencias de tipo estocástico.

En la primera parte se realizará el planteamiento de las hipótesis desde la teoría económica sobre la relación entre los componentes de la EPTI y las variables macroeconómicas; luego, se expondrán las teorías vigentes que le dan sustento teórico a las diferentes formas de la EPTI: las hipótesis tradicionales de la preferencia por liquidez, la teoría de la segmentación del mercado, la teoría del hábitat preferido y la hipótesis de las expectativas, para proponerse así, un modelo de maximización de la utilidad intertemporal de Lomelí y Rumbos (2003) en el cual la forma de EPTI estará determinada por las expectativas sobre el futuro de la economía y la prima de riesgo país. Posteriormente, se plantea el modelo de descomposición de la curva en factores latentes con la metodología de Diebold & Li (2006) interpretando los factores latentes estimados como: el nivel, la curvatura y la pendiente de la EPTI y seguido a esto, se estima la presencia de cointegración con las variables macroeconómicas utilizando la metodología ECM; luego se explican los resultados y por ultimo las conclusiones derivadas del ejercicio empírico.

## **2. Hipótesis Económicas.**

La hipótesis de esta monografía es que, podrían existir relaciones entre la estructura a plazos de la tasa de interés (factores de nivel, curvatura y pendiente) y algunas variables macroeconómicas, que, de ser cuantificadas, llevarían a un entendimiento mayor de la coyuntura económica colombiana y por ende una predicción más acertada sobre el nivel agregado de actividad económica. Por ende, se plantean las siguientes hipótesis a la luz de la teoría económica sobre todas las posibles relaciones entre los diferentes tramos de la curva y las variables macroeconómicas.

**Las relaciones que se esperan encontrar en el estudio son las siguientes:**

<b>Plazos/ variables macroeconómicas</b>	<b>Inflación año corrido</b>	<b>Índice de producción industrial</b>	<b>Índice EMBI</b>
<b>Corto</b> (vencimiento menor a un año)	<p>Es conocido que el Banco de la Republica tiene la capacidad de influir sobre el componente de corto plazo de la curva mediante la tasa de interés de intervención, que deriva en las operaciones REPO. Un aumento de las tasas de interés de corto plazo, genera un aumento de los incentivos a comprar bonos soberanos, además de aumentar el precio del dinero. Esto disminuye los niveles de consumo e inversión, disminuye la demanda agregada y el nivel de precios, ósea la inflación. <b>(Relación negativa)</b></p> <p><b>Referencias: Mundell (1963) y Arango y Arosemena (2003)</b></p>	<p>Un aumento de la tasa de interés en el corto plazo reduce la inversión agregada y por ende se disminuiría la producción industrial. <b>(relación negativa).</b></p> <p><b>Referencia: Arango, Flórez, Arosemena (2005).</b></p>	<p>Un aumento de las tasas de interés en el corto plazo implicaría una mayor percepción de riesgo hacia el país. En una economía pequeña como la colombiana, donde existe déficit en cuenta corriente y ahorro externo positivo. El aumento del interés incrementa el endeudamiento externo y la probabilidad de no servir a la deuda. <i>Ceteris paribus</i>. <b>(relación positiva).</b></p> <p>Sin embargo, el aumento de la tasa de interés, también podría verse como parte de una estrategia nacional para el control del nivel agregado de precios, en ese caso, <i>Ceteris paribus</i> <b>(relación negativa).</b></p> <p><b>Referencia: Canuto, Dos Santos, y de Sá Porto (2012).</b></p>
<b>Mediano plazo</b> (vencimiento entre 1 y 5 años)	<p>Un aumento de las tasas de interés en el mediano plazo implicaría una disminución de las tasas de interés de corto plazo debido a la percepción de riesgo en el corto plazo (teoría de la preferencia por liquidez). El precio de los bonos en el tramo corto aumentaría, por lo cual los agentes reaccionarían vendiéndolos y aumentando la inflación vía aumento de la base monetaria. <b>(relación positiva)</b></p> <p><b>Hipótesis de las expectativas</b> <b>Referencia: Arango y Arosemena</b></p>	<p>Un aumento del tramo mediano de la curva de tasas de interés puede ser atribuido a una disminución de la actividad económica sin embargo no se tiene una hipótesis económica clara sobre su comportamiento <b>(relación negativa)</b></p> <p><b>Referencia: Arango, Flórez, Arosemena (2005).</b></p>	<p>Un aumento de las tasas de interés de mediano plazo implica un aumento del riesgo en dicho tramo <b>(relación positiva)</b></p> <p><b>No tenemos una referencia para esta hipótesis.</b></p>

	(2003)		
<b>Largo Plazo</b> (vencimiento mayor a cinco años)	Según Goodfriend (1993), la relación entre la tasa de interés de largo plazo y la inflación debe ser positiva. El aumento de la tasa de interés en el largo plazo indica que el mercado espera que el Banco Central tenga un menor control, sobre la inflación y por lo tanto esta aumente. <b>(relación positiva).</b>  <b>Referencia: Goodfriend (1993)</b>	La relación entre la tasa de interés de largo plazo y la inflación debe ser positiva. Debido a la relación existente entre la producción y la inflación según la curva de Phillips. La relación entre el componente de largo plazo y la producción industrial debe ser positiva. <b>(relación positiva).</b>  <b>Referencia: Goodfriend (1993)</b>	Se espera que aumentos de la tasa de interés en los vencimientos a largo plazo impliquen credibilidad en la estabilidad financiera del país y disminución del riesgo <b>(relación negativa).</b>  <b>Referencia: Canuto, Dos Santos, y de Sá Porto (2012).</b>

### 3. Justificación

Se considera relevante realizar esta monografía para el caso colombiano debido a que el comportamiento de la EPTI podría ser un buen instrumento para predecir la actividad económica futura. Para detectar dicha relación, se recurre al análisis de cointegración mediante un modelo ECM.

De ser las series cointegradas, podría decirse que los desequilibrios de corto plazo explicados por factores de tipo estocástico, serían corregidos en el largo plazo y las series poseerían un nivel de causalidad que conllevaría al equilibrio en el largo plazo. Esto facilitaría la tarea de formarse una expectativa hacia el futuro menos opaca que con la simple tasa de interés de referencia e inflación objetivo.

Detectar cointegración entre los factores latentes de la EPTI y las variables macroeconómicas, sería importante para los administradores de portafolios debido a que les permitiría hacerse a una idea clara acerca de las rentabilidades sobre estrategias de inversión en renta fija a diferentes horizontes del tiempo; siguiendo a Agudelo y Arango (2008), si los agentes esperan una menor tasa de interés futura, se verían motivados, a ofertar títulos en el tramo de corto plazo y demandar títulos en el tramo de largo plazo de la EPTI; dichas reacciones inducirían a una disminución en las tasas de interés de largo plazo y un aumento en las tasas de corto plazo hasta equilibrarse totalmente el mercado. Lo cierto es que si el administrador conoce dicha relación de cointegración podría endogenizar dicha

información y aprovecharla a su favor, disminuyendo el riesgo asociado a las posiciones ejercidas en el mercado de capitales.

#### 4. Objetivos

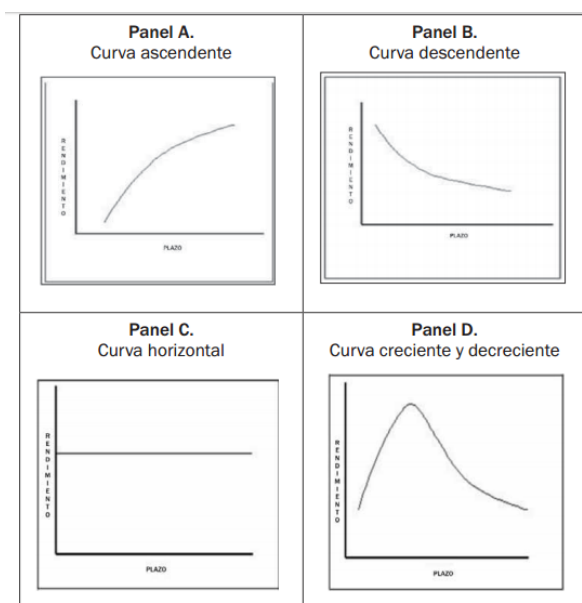
**Objetivo General:** Evaluar la presencia de cointegración entre los factores de nivel, curvatura y pendiente derivados de la estimación de la EPTI mediante el modelo de Diebold & Li (2006) y las variables de: producción industrial, inflación año corrido y prima de riesgo EMBI.

**Objetivos Secundarios:** Determinar la relación empírica existente entre los componentes derivados de la estructura a plazos de la tasa de interés resultantes del modelo de Diebold & Li (2006); y las variables de: producción industrial, inflación año corrido y prima de riesgo EMBI mediante un modelo ECM.

Determinar el factor (nivel, curvatura y pendiente) que recoge la mayor cantidad de información y relación con las variables de: producción industrial, inflación, tasa de cambio y prima de riesgo EMBI.

#### 5. Marco teórico

**Gráfico.** Diferentes formas de la EPTI



**Fuente:** Kikut, Muñoz y Duran (1996)

En el primer caso que es el panel A, la EPTI tiene pendiente positiva frente a los vencimientos. Esto indicaría que los inversionistas exigen mayor rendimiento para invertir en el futuro que en el presente, esta forma muestra buenas perspectivas hacia el futuro en la economía. En el panel B, la EPTI es descendente, los inversionistas exigen más retorno en el tiempo presente que en el futuro, en general esto sería una muestra de una alta percepción del riesgo en una economía que esta por entrar en recesión. El panel C muestra una EPTI horizontal, en este escenario los agentes serían indiferentes en endeudarse hoy a en el futuro, generalmente es una muestra de ausencia total de riesgo y de inflación. Por último, el panel D muestra una EPTI que en el tramo corto es positiva, pero en el otro tramo es negativa, esto sería una muestra de que los agentes exigen más retorno en el tramo medio de la curva dado que allí se percibiría más riesgo. En general una EPTI con pendiente negativa, indica que en el futuro el Banco Central debería bajar sus tasas para hacer política económica y por lo tanto salir de una recesión vía aumentos del consumo y la inversión.

Entre las corrientes principales que establecen los criterios teóricos para la interpretación de la estructura a plazos de la tasa de interés resaltan dos, la teoría de las expectativas y la teoría de la segmentación del mercado, la primera dividiéndose en la teoría de la liquidez y la teoría del hábitat preferido.

En la teoría de las expectativas puras, la forma de la estructura a plazos de la tasa de interés siempre estará determinada por las expectativas sobre la tasa de interés, que a su vez está totalmente ligada a las decisiones de política monetaria, el origen de esta teoría está fundamentado en Hicks (1939).

La teoría de la preferencia por liquidez (Hicks, 1939), plantea que en los ambientes donde existe más incertidumbre se tendrá siempre una preferencia por la liquidez en el corto plazo, es decir, los agentes preferirían los bonos a menos duración que a los de mayor, y tendrán bonos de largo plazo si y solo si, existe una compensación por dejar de percibir la liquidez del corto plazo.

La teoría del hábitat preferido (Modigliani y Stuch, 1967) establece que los agentes van a adquirir bonos con el mismo vencimiento que sus obligaciones, es decir, que sus activos concuerden con sus pasivos. En esta teoría el Banco Central debería ofrecer una tasa de



interés mayor o menor en los tramos más demandados de la EPTI para que los agentes abandonen el hábitat preferido según sea el objetivo de política monetaria.

La teoría de la segmentación del mercado (Culbertson, 1957) indica que en ciertos momentos donde los agentes tienen reducida información, tienden a establecer la compra o venta de bonos según la teoría del hábitat preferido y que son indiferentes ante las diferentes primas de riesgo ofrecidas en el mercado.

### 5.1 Modelo de maximización de la utilidad de Lomelí y Rumbos (2003)

Según las teorías mencionadas en este apartado, principalmente dos fuerzas son las que definen la forma de la EPTI, las expectativas sobre la inflación y nivel de riesgo percibido de invertir a diferentes plazos, para determinar esto se propone un modelo donde los agentes desean maximizar su flujo futuro de utilidad esperada sujeto a una restricción intertemporal presupuestaria.

$$\text{Max}_{\{c_t\}_{t=0}^{\infty}} E [\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)] \text{ Sujeto a } a_{t+1} = R_t(a_t + y_t - c_t),$$

Donde  $u(c_t)$  representa la función de utilidad que dependerá del consumo,  $\beta$  es el factor de impaciencia intertemporal,  $a_t$  es un activo con rendimientos  $R_t = (1 + r_t)$ ,  $r_t$  es la tasa de interés real,  $y_t$  los ingresos y  $c_t$  el consumo.

$$V(a_t) = \lim_{c_t} \{u(c_t) + \beta E_t(V(a_{t+1}))\}, \text{ y } a_{t+1} = R_t(a_t + y_t - c_t),$$

Se hallan las condiciones de primer orden:

$$u'(c_t) - \beta E_t(V'(a_{t+1})R_t) = 0; V'(a_t) = \beta R_t E_t(V'(a_{t+1})R_t)$$

Realizando sustitución en las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

$$u'(c_t) = \beta R_t E_t(u'(c_{t+1})); 1 = \beta R_t E_t \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right),$$

Donde  $E_t$  significa el operador de expectativas teniendo en cuenta la información disponible hasta el momento  $t$  y  $u'(c_t)$  es la utilidad marginal derivada del consumo.

De esta última ecuación se puede abstraer que las decisiones de los agentes varían hasta que el costo marginal de sacrificar consumo es igual al valor presente de su utilidad<sup>3</sup>. Dicho agente tiene acceso a los bonos con vencimiento en uno y dos periodos. Las ecuaciones de Euler asociadas a estos bonos serán:

$$1 = \beta R_t E_t \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right) \rightarrow R_{1t}^{-1} = \beta E_t \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right),$$

$$1 = \beta^2 R_{2t} E_t \left( \frac{u'(c_{t+2})}{u'(c_t)} \right) \rightarrow R_{2t}^{-1} = \beta^2 E_t \left( \frac{u'(c_{t+2})}{u'(c_t)} \right),$$

$$p = \frac{tp}{(1+r)^n},$$

Donde:

$p$  es el precio de mercado de un bono cero cupón,  $tp$  es el pago total al vencimiento,  $r$  es la tasa spot<sup>4</sup>. Suponiendo que  $tp$  es igual a uno, se obtiene que:

$$R_{1t}^{-1} = \frac{1}{(1+r_{1t})} \text{ y } R_{2t}^{-1} = \frac{1}{(1+r_{2t})}, \text{ donde: } p_{1t} = \beta E_t \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right), \text{ y } p_{2t} = \beta^2 E_t \left( \frac{u'(c_{t+2})}{u'(c_t)} \right),$$

Realizando iteraciones:

$$p_{2t} = E_t \left[ \beta \frac{u'(c_{t+2})}{u'(c_{t+1})} \beta \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right) \right]; p_{2t} = E_t \left[ \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} p_{1t+1} \right],$$

Utilizando la definición de covarianza, se obtiene una versión generalizada de la teoría de expectativas de la EPTI:

$$p_{2t} = p_{1t} E_t[p_{1t+1}] + cov_t \left[ \beta \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right), p_{1t+1} \right],$$

En esta última ecuación el primer término recoge las expectativas sobre los precios y el segundo la prima de riesgo o preferencia por liquidez<sup>5</sup>, cuando existe una covarianza positiva entre las variaciones positivas del consumo y los precios de los bonos a vencimiento de corto plazo, los bonos de largo plazo tendrán un exceso de retorno

<sup>3</sup> Esta condición es referente en los modelos de equilibrio general neoclásicos en el problema de optimización de consumo intertemporal de los agentes.

<sup>4</sup> La tasa spot de un bono es el rendimiento que es pactado para transacciones (compras o ventas) de manera inmediata.

<sup>5</sup> La prima por liquidez podría ser entendida como el exceso de retorno que posee un bono de largo plazo respecto a uno con vencimiento de corto plazo.

equivalente a la prima de riesgo (Arango, Melo y Vásquez, 2002). Si  $cov_t \left[ \beta \left( \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right), p_{1t+1} \right] > 0$ , el consumo estaría en aumento, por lo cual  $u'(c_{t+1}) < u'(c_t)$ , lo cual conduciría en un aumento de la tasa de interés debido a que los precios aumentarían. Esto quiere decir que el nivel de actividad en los precios tendría implicaciones en la EPTI y viceversa, por ende, el nivel de producción agregada en la económica, junto con la percepción de riesgo que diferenciara los valores entre las tasas de corto y largo plazo en la EPTI.

## 6. Metodología

### 6.1 Metodología de Descomposición de la estructura a plazos:

Inicialmente se estimará el modelo de Diebold & Li (2006) para la descomposición de la EPTI en: nivel, curvatura y pendiente. Este procedimiento se realiza cada mes desde el 2005 hasta el 2016, la siguiente ecuación representa la ecuación de Diebold & Li (2006):

$$y_t(\tau) = \beta_{0t} + \beta_{1t} \left( \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_{2t} \left( \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right),$$

De esta primera ecuación se obtendrán los coeficientes  $\beta_{0t}$ ,  $\beta_{2t}$ ,  $\beta_{3t}$  (uno por cada mes de estimación, lo cual es equivalente a 143 regresiones), los cuales son el componente de largo, mediano y corto plazo específicamente.

La representación matricial sería de la estimación para cada mes sería:

$$y_t = \beta' H,$$

Donde:

$$y_t = \begin{pmatrix} y_t(\tau 1) \\ \dots \\ y_t(\tau N) \end{pmatrix},$$

La matriz  $y_t$  contiene las tasas de la EPTI con periodicidad mensual, desde la primera  $y_t(\tau 1)$  que representa el vencimiento a 3 meses, hasta  $y_t(\tau N)$  que representa el vencimiento a 360 meses. Esta sería la variable endógena de la estimación mediante mínimos cuadrados ordinarios para la construcción de tres series de tiempo asociadas a los factores latentes.

La matriz  $H$  contiene las tres variables exógenas que serían estimadas en el modelo de mínimos cuadrados ordinarios, estas variables no tienen una interpretación lógica según la teoría económica, sin embargo, en términos matemáticos corresponde a una expansión de los polinomios de Laguerre<sup>6</sup> y son relacionados tradicionalmente en la literatura como: el nivel, la pendiente y la curvatura de la EPTI:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} - e^{-\lambda\tau_N} \end{bmatrix},$$

El parámetro  $\lambda$  representa la tasa de decaimiento exponencial, pequeños valores de  $\lambda$  propician un decaimiento lento de la EPTI y pueden ser ajustarse mejor a los vencimientos de largo plazo, no obstante, valores grandes de  $\lambda$  propician un decaimiento rápido de la EPTI y pueden ajustarse mejor a los vencimientos de mediano y corto plazo.

La matriz  $\beta$  contiene los coeficientes estimados sobre las tres variables exógenas para cada mes:

$$\beta_t = \begin{pmatrix} \beta_{0t} \\ \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \end{pmatrix},$$

Estos coeficientes serán interpretados como factores latentes dinámicos. La variable en la matriz  $H$  correspondiente al factor latente  $\beta_{0t}$  es 1, una constante, este factor puede asociarse con el componente de largo plazo o de nivel de la EPTI. La variable asociada al factor latente  $\beta_{1t}$  es  $\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}$ , una función que comienza en uno, pero que decae monotónicamente hasta cero, este puede ser interpretado como la pendiente de la EPTI. La variable asociada al factor latente  $\beta_{2t}$  es  $\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}$  el cual comienza en cero, crece y decae nuevamente hasta cero, este factor puede ser asociado al mediano plazo y la curvatura de la EPTI.

Se obtienen tres series de tiempo para cada componente después de realizar las 143 estimación mensuales desde el 2005 hasta el 2016:

---

<sup>6</sup> En matemáticas, los polinomios de Laguerre son soluciones a las ecuaciones diferenciales lineales, también llamadas ecuaciones de Laguerre.

$$\hat{\beta}_{0t} = \begin{bmatrix} \beta_{0t} \\ \vdots \\ \beta_{0T} \end{bmatrix}, \hat{\beta}_{1t} = \begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \vdots \\ \beta_{1T} \end{bmatrix}, \hat{\beta}_{2t} = \begin{bmatrix} \beta_{2t} \\ \vdots \\ \beta_{2T} \end{bmatrix},$$

Donde:  $\hat{\beta}_{0t}$ ,  $\hat{\beta}_{1t}$ ,  $\hat{\beta}_{2t}$  serán las variables exógenas con las cuales se estimara el modelo ECM bajo la metodología de Engle y Granger (1987) descrito más adelante, para detectar cointegración con las variables endógenas: índice de producción industrial, inflación año corrido y la prima de riesgo país EMBI, las cuales poseen una periodicidad mensual también.

## 6.2 Metodología de Cointegración:

Podría decirse que dos o más series están cointegradas si poseen cambios equivalentes a lo largo del tiempo y si la diferencia entre ellas es estacionaria, aun cuando cada serie podría ser no estacionaria y poseer tendencia de tipo estocástico. Desde el punto de vista econométrico, dos series no estacionarias que poseen el mismo orden de integración, están cointegradas, si y solo si, existe una combinación lineal<sup>7</sup> entre las dos, que tenga como resultado una serie estacionaria.

Para determinar la presencia de cointegración tradicionalmente se han utilizados dos metodologías: Engle y Granger (1987) y Johansen y Juselius (1990); en esta investigación se recurrirá a la primera. Este método será utilizado debido a que puede incorporarse a ecuaciones de dos variables y podría determinarse la presencia de cointegración en una estimación simple de dos etapas, donde la primera sería una estimación de mínimos cuadrados ordinarios de la cual se extraen sus residuales. Estos son utilizados en la segunda etapa, en un modelo de corrección de errores (ECM), el cual incorpora la velocidad a la cual los desequilibrios de corto plazo son corregidos y la variable dependiente vuelve a su equilibrio de largo plazo.

Se desea entonces determinar, si los factores derivados de la estimación de Diebold & Li (2006) en la EPTI, están cointegrados con el índice de producción industrial, la inflación y la prima de riesgo país EMBI, de serlo, los factores contendrían información importante acerca de las expectativas sobre el futuro de la economía en general y sería un buen predictor.

---

<sup>7</sup> Dicha combinación lineal es llamada vectores de cointegración.

Para explicar el modelo ECM aplicado a nuestra hipótesis, supóngase que la variable  $y = \text{Índice de producción Industrial}$  y  $x = \text{el componente } \beta_0 \text{ estimado}$  derivado de la estimación del modelo de Diebold & Li (2006).

Si las dos series estuvieran cointegradas significaría que sus valores de equilibrio podrían ser explicados mediante una ecuación lineal del siguiente tipo:

$$\text{Ecuación 1: } y^E = \alpha + \beta x^E,$$

Donde  $y^E$  y  $x^E$  serían los valores de equilibrio de las dos variables. Teniendo en cuenta que las dos series son no estacionarias, pero tienen el mismo orden de integración<sup>8</sup> se plantea la siguiente ecuación que controlaría por los efectos rezagados de  $x_t$  y la autocorrelación de  $y_t$ . Ecuación 2:  $y_t = \delta_0 + \delta_1 x_t + \delta_2 x_{t-1} + \mu y_{t-1} + v_t$ , donde  $v_t \sim N(0, \sigma)$

Haciendo un poco de algebra y reorganizando términos se obtiene el modelo ECM:

$$y_t - y_{t-1} = \delta_0 + \delta_1 x_t + \delta_2 x_{t-1} - (1 - \mu)y_{t-1} + v_t,$$

$$\Delta y_t = \delta_0 + \delta_1 x_t - \delta_1 x_t + \delta_1 x_t + \delta_2 x_{t-1} - (1 - \mu)y_{t-1} + v_t,$$

Modelo ECM, Ecuación 3:  $\Delta y_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta x_t - \lambda(y_{t-1} - \alpha - \beta x_{t-1}) + v_t$ ,

$$\text{Donde: } \lambda = 1 - \mu; \beta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{1 - \mu},$$

En su forma general:  $\Delta y_t = \delta_0 + \sum_{i=0}^p \delta_i \Delta x_{t-i} + \sum_{j=0}^k \mu_j \Delta y_{t-j} - \lambda(y_{t-1} - \alpha - \beta x_{t-1}) + v_t$ ;  $e_{t-1} = y_{t-1} - \alpha - \beta x_{t-1}$ ,

Reorganizando términos. Ecuación 4:  $\Delta y_t = \delta_0 + \sum_{i=0}^p \delta_i \Delta x_{t-i} + \sum_{j=0}^k \mu_j \Delta y_{t-j} - \lambda(\hat{e}_{t-1}) + v_t$ ,

Donde  $e_{t-1}$  representaría el primer rezago del error en la estimación hecha mediante mínimos cuadrados ordinarios de la primera etapa. Estos, deberían ser estacionarios para proseguir con el análisis. En la ecuación 4 si  $\lambda$  tiene un valor entre cero y uno y además es significativo, implicaría que las series estarían cointegradas y que compartirían un equilibrio de largo plazo.

---

<sup>8</sup> Son integradas de orden uno, I(1).

Para determinar si la serie  $e_{t-1}$  es estacionaria se recurrirá al test de Dickey y Fuller (1979) donde, a través de la estructura de correlación de los errores con su pasado. Se obtendrá un estadístico que será contrastado con la distribución empírica creada por estos autores, y así, establecer si se rechaza la hipótesis nula de no estacionariedad o si se rechaza la hipótesis alternativa de estacionariedad.

$$e_{t-1} = \alpha + \rho e_{t-2} + v_t; e_{t-1} - e_{t-2} = \alpha - (\rho - 1)e_{t-2} + v_t,$$

Ecuación 5:  $\Delta e_{t-1} = \alpha + \delta e_{t-2} + e_t$ , donde:  $H_0: \rho = 1$  y  $H_a: \rho < 1$ ;  $t =$

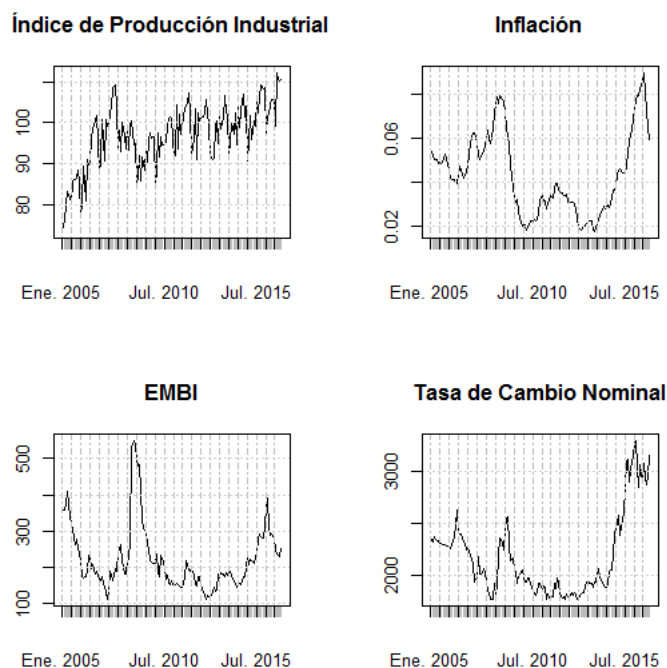
$\hat{\delta} \sim DF_{critical\ value\ \%}$ ,

## 7. Datos

La fuente de las variables Índice de producción industrial, inflación año corrido y el índice de prima de riesgo EMBI es el Banco de la Republica de Colombia. Para la estructura a plazos de la tasa de interés, se tomó la curva de deuda soberana de Colombia y de esta las tasas de rendimiento de los títulos de tesorería (TES) a 3 meses, 6 meses, 1 año, 2 años, 3 años, 4 años, 5 años, 6 años, 7 años, 8 años, 9 años, 10 años y 15 años. Estas series son tomadas de la base de datos Bloomberg. Estas tasas “son extraídas de la curva cero cupón de los títulos de deuda pública, denominados en moneda en pesos y en UVRs, que calcula el Banco de la República. Para este cálculo se utiliza la información de las operaciones negociadas y registradas en los sistemas de negociación que administra el Banco de la República (SEN: Sistema Electrónico de Negociación del Banco de la República) y la Bolsa de Valores de Colombia (MEC: Mercado Electrónico de Colombia)” <http://www.banrep.gov.co/es/tes>. La periodicidad de todos los datos es mensual desde enero del 2005 hasta diciembre del 2016 para un total de 143 datos.

El grafico que se muestra a continuación contiene el valor de las variables macroeconómicas desde el 2005 hasta el 2016.

### Grafico 1. Variables Macroeconómicas



**Fuente:** Banco de la Republica de Colombia.

En el grafico se puede observar que el índice de producción industrial tiene características estacionales correspondientes a los diferentes meses en el año, este tuvo una disminución notable en la crisis de Estados Unidos del 2007 dada la contracción internacional del crédito y sus efectos en la económica nacional vía inversión, sin embargo, tiene una pendiente positiva, aunque muy conservadora.

La inflación año corrido tiene una disminución en el año 2007 fruto de la crisis internacional en el mercado de capitales, donde la disminución de la demanda agregada vía exportaciones e inversión impidió un aumento de los precios que fuera consecuente con un nivel mayor al 3% de crecimiento económico.

El índice de prima de riesgo EMBI está muy relacionado con el nivel de crecimiento económico, la volatilidad de los bonos soberanos y la capacidad que tiene el país para pagar su deuda. Este aumento en la crisis internacional del 2007, después se mantuvo relativamente bajo y estable, hasta finales del 2013 donde comienza a aumentar debido a las presiones devaluativas del peso colombiano frente al dólar.



**Tabla 1. Estadísticas descriptivas**

Variable	Obse	Media	Desv. estándar	Mínimo	Maximo	Sesgo	Curtosis
<b>Variables Macroeconómicas</b>							
Producción Industrial	143	96.807	7.793	73.200	112.300	-0.591	3.089
Inflación	143	0.044	0.018	0.018	0.090	0.548	2.396
EMBI	143	222.540	89.740	108.381	551.111	1.680	5.933
<b>Estructura a plazos de la tasa de interés</b>							
3 meses	143	6.063	2.145	3.025	10.948	0.665	2.362
6 meses	143	6.072	2.139	3.053	10.948	0.676	2.352
12 meses	143	6.249	2.065	3.477	10.948	0.741	2.373
24 meses	143	6.773	1.986	3.754	11.737	0.783	2.548
36 meses	143	7.248	1.929	3.859	12.271	0.686	2.578
48 meses	143	7.591	1.898	4.133	12.407	0.600	2.631
60 meses	143	7.873	1.855	4.397	12.728	0.536	2.740
72 meses	143	8.142	1.836	4.647	13.801	0.572	3.034
84 meses	143	8.335	1.761	4.791	13.766	0.541	3.150
96 meses	143	8.447	1.710	4.880	13.676	0.477	3.184
108 meses	143	8.500	1.674	4.931	13.600	0.442	3.212
120 meses	143	8.516	1.633	4.963	13.533	0.461	3.325
180 meses	143	8.690	1.437	4.978	13.426	0.442	3.829
240 meses	143	8.647	1.446	4.964	13.373	0.464	3.808
360 meses	143	8.600	1.459	4.951	13.320	0.489	3.767

**Fuente:** Banco de la Republica de Colombia y Bloomberg

En la tabla de estadística descriptiva se puede observar que a medida que aumenta el tiempo de vencimiento de los TES, la rentabilidad promedio también aumenta y la desviación estándar disminuye. Esto significa que tradicionalmente la forma de la EPTI ha tenido pendiente positiva y, además, que los títulos a menor vencimiento tienen una mayor volatilidad que los de mayor vencimiento, esto debido a dos cosas: la primera es que la

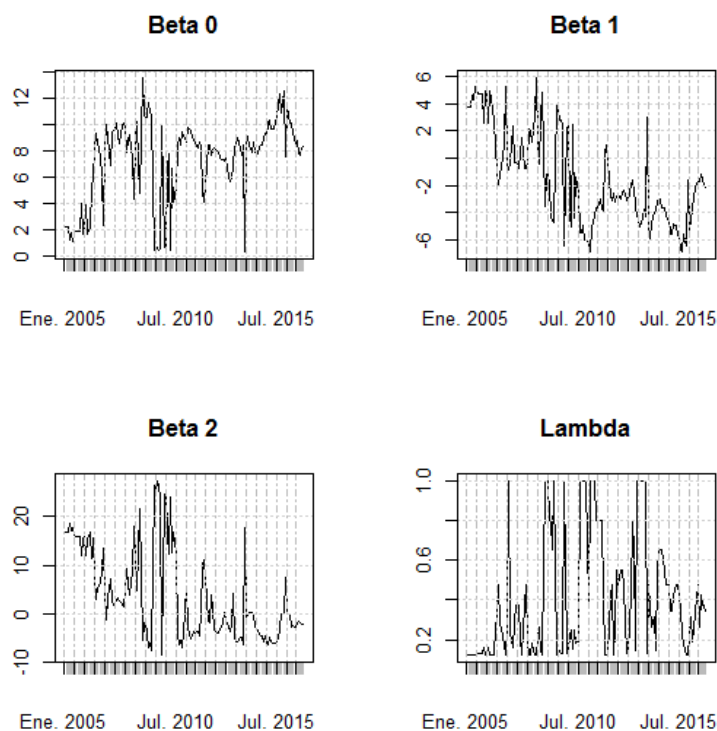
política monetaria los hace un medio mediante el cual aumentar o disminuir la base monetaria circulante brindando estímulos para comprarlos y venderlos en el corto plazo y segundo porque los bonos de largo plazo tienen una menor liquidez.

A continuación, se explicará el proceso mediante el cual se hacen las estimaciones.

## 8. Estimaciones

**8.1** Se estima el modelo de Diebold & Li (2006) para la EPTI de los TES colombianos y se obtienen los factores latentes:  $\hat{\beta}_{0t}$ ,  $\hat{\beta}_{1t}$  y  $\hat{\beta}_{2t}$  con una periodicidad mensual. Luego con estas tres series, se procede a detectar cointegración con las variables macroeconómicas propuestas mediante el modelo ECM en dos etapas.

**Grafico 4.** Coeficientes estimados modelo de Diebold & Li (2006)



**Fuente:** Bloomberg, cálculos propios.

El grafico 4, contiene los resultados encontrados, son graficados los factores latentes. El factor latente  $\hat{\beta}_{0t}$  posee una alta volatilidad, este se ve afectado por la crisis donde disminuye su valor hasta ser cercano a cero, sin embargo, posteriormente recupera su valor y se sitúa en alrededor al 8%, esto implica que la tasa de interés de largo plazo de la

economía ha bajado en las crisis financieras pero se mantiene estable hacia el largo plazo. El factor latente  $\hat{\beta}_{1t}$  muestra una tendencia negativa, esto quiere decir que la diferencia entre las tasas de corto plazo y largo plazo ha disminuido entre el 2005 y el 2016, señal de preferencia por liquidez y menor riesgo percibido por los agentes. Por último, el factor latente  $\hat{\beta}_{2t}$  sostuvo una alta volatilidad en la crisis del 2007 y 2012, hoy en día está cerca del terreno negativo.

**8.2.** La primera etapa de la estimación se realizará con un modelo de mínimos cuadrados ordinarios entre cada una de las 4 series macroeconómicas (Índice de producción industrial, inflación año corrido y índice de prima de riesgo EMBI) como variables endógenas y cada uno de los componentes ( $\hat{\beta}_{0t}$ ,  $\hat{\beta}_{1t}$ ,  $\hat{\beta}_{2t}$ ); derivados del modelo de Diebold & Li (2006).

**8.3.** Dichas estimaciones deben poseer dos características, un coeficiente asociado a los componentes de la estructura a plazos significativo y además que los residuales estimados sean estacionarios. Para determinar la presencia de estacionariedad en los residuales se recurre al test de Dickey y Fuller (1979).

**8.4.** Si los residuales de la primera etapa son estacionarios, se procede a estimar el modelo ECM, si el coeficiente asociado a los residuales de la primera es negativo y significativo, se podría decir que las dos series estarían cointegradas, esto implicaría que los desequilibrios de corto plazo de las series serían corregidos y primaría su reciprocidad en el largo plazo.

### **Primera etapa de la estimación Mínimos Cuadrados Ordinarios**

#### **Estimación 1:**

$$\text{Índice de producción Industrial}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{0t} + \epsilon_t,$$

$$\text{Índice de producción Industrial}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{1t} + \epsilon_t,$$

$$\text{Índice de producción Industrial}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{2t} + \epsilon_t,$$

#### **Estimación 2:**

$$\text{Inflación}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{0t} + \epsilon_t$$

$$\text{Inflación}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{1t} + \epsilon_t$$

$$\text{Inflación}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{2t} + \epsilon_t$$

**Estimación 3:**

$$EMBI_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{0t} + \epsilon_t$$

$$EMBI_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{1t} + \epsilon_t$$

$$EMBI_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{2t} + \epsilon_t$$

**Segunda etapa de la estimación Modelo de Corrección de errores ECM****Estimación 1:**

$$\begin{aligned} \Delta \text{Índice de producción Industrial}_t \\ = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta \text{Índice de producción Industrial}_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{0t-1} + \epsilon_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{Índice de producción Industrial}_t \\ = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta \text{Índice de producción Industrial}_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{1t-1} + \epsilon_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{Índice de producción Industrial}_t \\ = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta \text{Índice de producción Industrial}_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{2t-1} + \epsilon_t \end{aligned}$$

**Estimación 2:**

$$\Delta \text{Inflación}_t = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta \text{Inflación}_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{0t-1} + \epsilon_t$$

$$\Delta \text{Inflación}_t = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta \text{Inflación}_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{1t-1} + \epsilon_t$$

$$\Delta \text{Inflación}_t = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta \text{Inflación}_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{2t-1} + \epsilon_t$$

**Estimación 3:**

$$\Delta EMBI_t = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta EMBI_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{0t-1} + \epsilon_t$$

$$\Delta EMBI_t = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta EMBI_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{1t-1} + \epsilon_t$$

$$\Delta EMBI_t = \alpha_0 + \alpha_2 \Delta EMBI_{t-1} + \alpha_1 \Delta \hat{\beta}_{2t-1} + \epsilon_t$$

Antes de proceder con las estimaciones, se realiza el test de Dickey y Fuller para todas las series que serán incorporadas en el modelo ECM, así, detectar si cumplen los supuestos para las estimaciones:

**Tabla 2.** Test de Raíces unitarias Dickey y Fuller

Variable	Teste de Dickey y Fuller			
	Estadístico Estimado	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
		-3.496	-2.887	-2.577
<b>Series en niveles</b>				
Producción Industrial	-5.008		Estacionaria debil	
Inflación	-4.639		Estacionaria débil	
EMBI	-2.488		No estacionaria	

$\beta_0$	-5.327	Estacionaria débil
$\beta_1$	-4.678	Estacionaria débil
$\beta_2$	-4.972	Estacionaria débil

#### Series en primeras diferencias

Producción	-18.217	Estacionaria fuerte
Industrial		
Inflación	-14.036	Estacionaria fuerte
EMBI	-9.232	Estacionaria fuerte
Tasa de cambio	-11.046	Estacionaria fuerte
$\beta_0$	-16.515	Estacionaria fuerte
$\beta_1$	-16.794	Estacionaria fuerte
$\beta_2$	-15.792	Estacionaria fuerte

**Fuente:** Banco de la Republica de Colombia y Bloomberg. Cálculos propios.

El índice de producción industrial, la inflación y los factores latentes derivados de la EPTI resultan ser estacionarias débiles, es decir el valor del test estimado, está muy cerca al valor critico por lo tanto no se puede concluir claramente iteradas de orden cero. Se crean las primeras diferencias de cada serie, las cuales resultan ser estacionarias fuertes por lo cual cumplirían los supuestos del modelo ECM, el cual indica que el orden de integración de las dos variables, endógena y exógena debe ser igual. A continuación, se procede con las estimaciones:

#### Estimación 1. Modelo ECM: Índice de producción Industrial

Primera parte			
Variable independiente (Producción Industrial <sub>t</sub> )			
Variable	1	2	3
$\beta_{0,t-1}$	1.36*** (0.165)		
$\beta_{1,t-1}$		-1.21*** (0.154)	
$\beta_{2,t-1}$			-0.44 (0.056)
$R^2$	0.32	0.30	0.29
Test de Dickey y Fuller para los residuales			

$\hat{e}_{t-1}$	-6.504***	-6.221***	-6.262***
<b>Variable independiente (<math>\Delta</math>Producción Industrial<math>_t</math>)</b>			
$\Delta$ Producción Industrial $_{t-1}$	-0.28***	-0.28***	-0.29***
	(0.076)	(0.079)	(0.078)
$\Delta\beta_{0,t-1}$	0.62***		
	(0.158)		
$\Delta\beta_{1,t-1}$		-0.58***	
		(0.174)	
$\Delta\beta_{2,t-1}$			-0.23***
			(0.058)
$\hat{e}_{t-1}$	-0.31***	-0.30***	-0.29***
	(0.072)	(0.069)8	(0.069)
Cointegración	SI	SI	No

\*\*\* Significancia al 99%, \*\* Significancia al 95%, \* Significancia al 90%

## Estimación 2. Modelo ECM: Inflación

### Primera parte

<b>Variable independiente (Inflación<math>_t</math>)</b>			
<b>Variable</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$\beta_{0,t-1}$	0.001***		
	(0.0004)		
$\beta_{1,t-1}$		-0.0007**	
		(0.0003)	
$\beta_{2,t-1}$			0.000
			(0.0001)
$R^2$	0.047	0.067	0.0001
<b>Test de Dickey y Fuller para los residuales</b>			
$\hat{e}_{t-2}$	-4.448***	-4.974***	-0.955
<b>Variable independiente (<math>\Delta</math>Inflación<math>_t</math>)</b>			

$\Delta \text{Inflación}_{t-1}$	-0.016 (0.0836)	-0.008 (0.083)	
$\Delta \beta_{0,t-1}$	0.0003*** (0.169)		
$\Delta \beta_{1,t-1}$		-0.0009** (0.0004)	
$\Delta \beta_{2,t-1}$			
$\hat{\epsilon}_{t-1}$	-0.25*** (0.072)	-0.26*** (0.069)	8
Cointegración	SI	SI	No

\*\*\* Significancia al 99%, \*\* Significancia al 95%, \* Significancia al 90%

### Estimación 3. Modelo ECM: EMBI

#### Primera parte

Variable independiente (EMBI <sub>t</sub> )			
Variable	1	2	3
$\beta_{0,t-1}$	-0.022 (2.382)		
$\beta_{1,t-1}$		5.908*** (2.128)	
$\beta_{2,t-1}$			1.985** (.781)
$R^2$	0	0.05	0.04
Test de Dickey y Fuller para los residuales			
$\hat{\epsilon}_{t-2}$	-2.499	-2.503	-2.506
Cointegración	NO	NO	NO

\*\*\* Significancia al 99%, \*\* Significancia al 95%, \* Significancia al 90%

## 9. Análisis de Resultados

En la primera parte de la estimación, se encuentra el modelo de mínimos cuadrados ordinarios. En la mitad, la prueba de estacionariedad a los residuales y en el final, el modelo ECM.

### Estimación 1.

**Componente de largo plazo:** Los resultados en la primera columna de la estimación 1, indican que el componente de largo plazo  $\beta_{0,t-1}$ , está relacionado positivamente con el índice de producción industrial, este resultado es esperado según nuestras hipótesis sobre las relaciones existentes entre la EPTI y las variables macroeconómicas. La magnitud del coeficiente, indica que un aumento de una unidad en  $\beta_{0,t-1}$  implica un aumento de 1.36 unidades en el índice de producción industrial, este coeficiente es significativo con un nivel de confianza del 99%. Los residuales de esta regresión, resultan ser estacionarios según el test de Dickey y Fuller con un valor crítico de -6.504. Debido a esto, se procede a estimar el modelo ECM en la segunda parte. En el modelo ECM, el coeficiente asociado a la variable  $\hat{e}_{t-1}$ , es significativo al 99% y negativo, esto implica que los desequilibrios de corto plazo en el índice de producción industrial, son corregidos (el índice vuelve a su tendencia de largo plazo) debido a las variaciones del componente de largo plazo de la EPTI, en promedio en 0.31 meses, es decir, 6.3 días. Del modelo ECM podríamos decir que un aumento de  $\beta_{0,t-1}$  en 1%, genera un aumento promedio de 0.62% en el índice de producción industrial. Se puede concluir que las series están cointegradas. Este resultado es importante para las instituciones que manejan inversiones en el mercado de capitales, debido a que pueden realizar sus estrategias, teniendo en cuenta que el índice de producción industrial llegará a su nivel de equilibrio impulsado por el componente de largo plazo de la EPTI, en promedio en 6.3 días.

**Componente de corto plazo:** Los resultados en la segunda columna de la estimación 1, indican que el componente de corto plazo  $\beta_{1,t-1}$ , está relacionado negativamente con el índice de producción industrial, este resultado es esperado según nuestras hipótesis sobre las relaciones existentes entre la EPTI y las variables macroeconómicas. La magnitud del coeficiente, indica que un aumento de una unidad en  $\beta_{1,t-1}$  implica una disminución de



1.36 unidades en el índice de producción industrial, este coeficiente es significativo con un nivel de confianza del 99%. Los residuales de esta regresión, resultan ser estacionarios según el test de Dickey y Fuller con un valor crítico de -6.221. Debido a esto, se procede a estimar el modelo ECM en la segunda parte. En el modelo ECM, el coeficiente asociado a la variable  $\hat{e}_{t-1}$ , es significativo al 99% y negativo, esto implica que los desequilibrios de corto plazo en el índice de producción industrial, son corregidos debido a las variaciones del componente de corto plazo de la EPTI, en promedio en 0.30 meses, es decir, 6.2 días. Del modelo ECM podríamos decir que un aumento de  $\beta_{1,t-1}$  en 1%, genera una disminución promedio de 0.58% en el índice de producción industrial. Se puede concluir que las series están cointegradas. Este resultado indica que los movimientos en el tramo corto de la EPTI se reflejan de manera inversa en el índice de producción industrial, su efecto total podría observarse en promedio en 6.2 días.

**Componente de mediano plazo:** Los resultados en la tercera columna de la estimación 1, indican que el componente de mediano plazo  $\beta_{2,t-1}$ , está relacionado negativamente con el índice de producción industrial, este resultado da algunos indicios validos sobre nuestra hipótesis de que un aumento del tramo mediano de la curva de tasas de interés puede ser atribuido a una disminución de la actividad económica. La magnitud del coeficiente, indica que un aumento de una unidad en  $\beta_{2,t-1}$  implica una disminución de 0.44 unidades, sin embargo, este coeficiente no resulta ser estadísticamente significativo, debido a esto, no se puede establecer una relación de causalidad o cointegración entre las dos variables. Los residuales de esta regresión, resultan ser estacionarios según el test de Dickey y Fuller con un valor crítico de -6.262, sin embargo, la relación es espuria. En este caso, no existe cointegración y no se pueden analizar los resultados del modelo ECM.

## Estimación 2

**Componente de largo plazo:** Los resultados en la primera columna de la estimación 2, indican que el componente de largo plazo  $\beta_{0,t-1}$ , está relacionado positivamente con la inflación año corrido, este resultado es esperado según nuestras hipótesis sobre las relaciones existentes entre la EPTI y las variables macroeconómicas. La magnitud del coeficiente, indica que un aumento de una unidad en  $\beta_{0,t-1}$  implica un aumento en la inflación de 0.1, este coeficiente es significativo con un nivel de confianza del 99%. Los

residuales de esta regresión, resultan ser estacionarios según el test de Dickey y Fuller con un valor crítico de -4.448. Debido a esto, se procede a estimar el modelo ECM en la segunda parte. En el modelo ECM, el coeficiente asociado a la variable  $\hat{e}_{t-1}$ , es significativo al 99% y negativo, esto implica que los desequilibrios de corto plazo en la inflación, son corregidos debido a las variaciones del componente de largo plazo de la EPTI, en promedio en 0.25 meses, es decir, 5 días. Del modelo ECM podríamos decir que un aumento de  $\beta_{0,t-1}$  en 1%, genera un aumento promedio de 0.03% en la inflación año corrido. Se puede concluir que las series están cointegradas. Cuando el administrador de portfolios o la institución financiera observa aumentos en el componente de largo plazo de la EPTI, podría esperarse variaciones positivas en la inflación año corrido, sin embargo, esas variaciones en la inflación se corregirían completamente a los 5 días.

**Componente de corto plazo:** Los resultados en la segunda columna de la estimación 2, indican que el componente de corto plazo  $\beta_{1,t-1}$ , está relacionado negativamente con la inflación año corrido, este resultado es esperado según nuestras hipótesis sobre las relaciones existentes entre la EPTI y la inflación. La magnitud del coeficiente, indica que un aumento de una unidad en  $\beta_{1,t-1}$  implica una disminución en la inflación de 0.07, este coeficiente es significativo con un nivel de confianza del 95%. Los residuales de esta regresión, resultan ser estacionarios según el test de Dickey y Fuller con un valor crítico de -4.974. Debido a esto, se procede a estimar el modelo ECM en la segunda parte. En el modelo ECM, el coeficiente asociado a la variable  $\hat{e}_{t-1}$ , es significativo al 99% y negativo, esto implica que los desequilibrios de corto plazo en la inflación, son corregidos debido a las variaciones del componente de largo plazo de la EPTI, en promedio en 0.26 meses, es decir, 5.2 días. Del modelo ECM podríamos decir que un aumento de  $\beta_{1,t-1}$  en 1%, genera una disminución promedio de 0.09% en la inflación año corrido. Se puede concluir que las series están cointegradas. Cuando el administrador de portfolios o la institución financiera observa aumentos en el componente de largo plazo de la EPTI, podría esperarse disminuciones en la inflación año corrido, sin embargo, esas variaciones en la inflación se corregirían completamente a los 5.2 días.

**Componente de mediano plazo:** En la tercera columna de la estimación 2, el componente de mediano plazo  $\beta_{2,t-1}$ , no muestra un coeficiente significativo ante la inflación año

corrido. Además, los residuales de la estimación mediante mínimos cuadrados ordinarios no son estacionarios. Así, se puede descartar cualquier tipo de poder predictivo entre este componente y la inflación, además de descartar cointegración.

### **Estimación 3.**

**Componente de largo plazo:** En la columna uno de la estimación 3, el componente de largo plazo  $\beta_{0,t-1}$ , está relacionado negativamente con la prima de riesgo EMBI, sin embargo, el coeficiente no es significativo, lo cual daría indicios de una relación espuria. Los residuales de la regresión no son estacionarios, por lo cual no es viable el modelo ECM. No existe cointegración.

**Componente de corto plazo:** En la columna dos de la estimación 3, el componente de corto plazo  $\beta_{1,t-1}$ , está relacionado positivamente con la prima de riesgo EMBI, este resultado es esperado según nuestras hipótesis. En promedio un aumento de una unidad en  $\beta_{1,t-1}$  en una unidad, genera un aumento del índice EMBI en 5.908 unidades, este coeficiente es significativo con un nivel de confianza del 99%. A pesar de encontrar esta relación, los residuales del modelo de mínimos cuadrados no son estacionarios, por lo cual no es viable el modelo ECM. No existe cointegración.

**Componente de mediano plazo:** En la columna tres de la estimación 3, el componente de mediano plazo  $\beta_{2,t-1}$ , está relacionado positivamente con la prima de riesgo EMBI, este resultado es esperado según nuestras hipótesis. En promedio un aumento de una unidad en  $\beta_{2,t-1}$  en una unidad, genera un aumento del índice EMBI en 1.985 unidades, este coeficiente es significativo con un nivel de confianza del 99%. A pesar de encontrar esta relación, los residuales del modelo de mínimos cuadrados no son estacionarios, por lo cual no es viable el modelo ECM. No existe cointegración.

## **10. conclusiones**

En esta investigación se ha intentado encontrar relaciones de cointegración entre algunas variables macroeconómicas como: el índice de producción industrial, la inflación año corrido y el índice de riesgo país EMBI y los componentes de largo, corto y mediano plazo de la estructura a plazos de la tasa de interés. Para descomponer la estructura a plazos en

dichos factores, hemos utilizado el modelo de Diebold y Li (2006) y para el análisis de cointegración se utiliza la metodología ECM de Engle y Granger (1987).

Las relaciones entre los componentes de la estructura a plazos y las variables macroeconómicas permiten a los generantes de portafolios y a las instituciones financieras prever cambios en las principales variables macroeconómicas y de esta manera establecer sus estrategias de inversión en el mercado de capitales.

Se ha encontrado cointegración el índice de producción industrial y los factores latentes de corto y largo plazo. Con mayor fuerza en el factor de largo plazo que en el de corto plazo, aunque sus efectos son disimiles. El factor de largo plazo tiene un efecto positivo en el índice de producción, el cual nosotros atribuimos a aumentos en la productividad marginal del capital de largo plazo. El factor de corto plazo tiene un efecto negativo, esto se aplicaría debido a que aumentos de la tasa de interés en el corto plazo disminuye la inversión y el consumo, provocando a su vez una disminución en la demanda agregada, lo cual trae consigo, una disminución de los precios y de las cantidades de equilibrio en el mercado.

Se ha encontrado presencia de cointegración entre la inflación año corrido y los factores latentes de corto y largo plazo. Al igual que en el caso anterior, el componente de largo plazo tiene un signo positivo y el de corto plazo un signo negativo. Las relaciones son iguales a las encontradas en el índice de producción industrial debido a que la inflación y esta variable están estrechamente ligadas según la teoría de la curva de Phillips (Phelps, 1967).

El factor que corresponde a la curvatura de la EPTI no tiene poder explicativo sobre el índice de producción industrial ni sobre la inflación año corrido. No esta cointegrado con ninguna de estas dos variables.

La variable índice de riesgo país posee relaciones de correlación con los factores latentes de la EPTI de corto y mediano plazo. Los aumentos del componente de corto plazo de la EPTI aumentan el riesgo soberano al igual que los de mediano plazo, sin embargo, el primero con más fuerza que el segundo. Esta relación se explica, debido a que el mercado percibe un aumento de la probabilidad de impago de las obligaciones del país. Sin embargo, no existe cointegración.

## 12. Referencias

- Ang, A., & Piazzesi, M. (2003). A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary economics*, 50(4), 745-787.
- Arango, L. E., Flórez, L. A., & Arosemena, A. M. (2005). El tramo corto de la estructura a plazo como predictor de expectativas de la actividad económica en Colombia. *Cuadernos de economía*, 42(125), 79-101.
- Arango, L., & Melo, L. V. (2002). "Estimación de la Estructura a plazo de las tasa de interés en Colombia". *Borradores de Economía*, (196).
- Bautista, R., Riascos, A., & Suárez, N. (2007). *La aplicación de un modelo de factores a las curvas de rendimiento del mercado de deuda pública colombiano* (No. 014). Universidad de Los Andes. Facultad de Administración. School of Management.
- Castrillón, M. R. Á., Hassan, A. R., & Barrera, A. R. (2010). La curva de rendimientos como un indicador adelantado de la actividad económica, el caso colombiano: Período 2001-2009. *Ecos de Economía*, 14(31).
- Canuto, O., Dos Santos, P. F. P., & de Sá Porto, P. C. (2012). Macroeconomics and sovereign risk ratings. *Journal of International Commerce, Economics and Policy*, 3(02), 1250011.
- Cox, J. C., Ingersoll Jr, J. E., & Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 385-407.
- Culbertson, J. M. (1957). The term structure of interest rates. *The Quarterly Journal of Economics*, 71(4), 485. doi:10.2307/1885708
- Duffie, D., & Kan, R. (1996). A yield- factor model of interest rates. *Mathematical finance*, 6(4), 379-406.
- Dai, Q., & Singleton, K. J. (2000). Specification analysis of affine term structure models. *The Journal of Finance*, 55(5), 1943-1978.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.
- Diebold, F. X., & Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130(2), 337-364. doi:10.1016/j.jeconom.2005.03.005
- Diebold, F. X., Rudebusch, G. D., & Aruoba, S. B. (2006). The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach. *Journal of econometrics*, 131(1), 309-338.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251-276.
- Estrella, A., & Hardouvelis, G. A. (1991). The term structure as a predictor of real economic activity. *The journal of Finance*, 46(2), 555-576.
- Estrella, A., & Mishkin, F. S. (1998). Predicting US recessions: Financial variables as leading indicators. *The Review of Economics and Statistics*, 80(1), 45-61.
- Goodfriend, M. (1993). Interest rate policy and the inflation scare problem: 1979-1992.

- Heath, D., Jarrow, R., & Morton, A. (1992). Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims valuation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 77-105.
- Hicks, J. R. (1939). The foundations of welfare economics. *The Economic Journal*, 49(196), 696-712.
- Hördahl, P., Tristani, O., & Vestin, D. (2006). A joint econometric model of macroeconomic and term-structure dynamics. *Journal of Econometrics*, 131(1), 405-444.
- Johansen, S., & Juselius, K. (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration—with applications to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and statistics*, 52(2), 169-210.
- Kikut, A. C., Muñoz, E., & Durán, R. (1996). Análisis de la curva de rendimientos y su efecto sobre la actividad económica en Costa Rica. *Banco Central de Costa Rica, DIE&PI&05&95/R*, 52.
- Knez, P. J., Litterman, R., & Scheinkman, J. (1994). Explorations into factors explaining money market returns. *The Journal of Finance*, 49(5), 1861-1882.
- Lomelí, H., & Rumbos, B. (2003). Métodos Dinámicos en Economía: Otra búsqueda del tiempo perdido. *Thomson Editorial. México*.
- Phelps, E. S. (1967). Phillips curves, expectations of inflation and optimal unemployment over time. *Economica*, 254-281.
- Mankiw, N. G., Goldfeld, S. M., & Shiller, R. J. (1986). The term structure of interest rates revisited. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1986(1), 61-110.
- McCulloch, J. H. (1975). The Tax- Adjusted Yield Curve. *The Journal of Finance*, 30(3), 811-830.
- Melo Velandia, L. F., & Castro Lancheros, G. A. (2010). *Relación entre variables macro y la curva de rendimiento Knes*. Retrieved from <http://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/pdfs/borra605.pdf>
- Modigliani, F., & Sutch, R. (1967). Debt management and the term structure of interest rates: An empirical analysis of recent experience. *Journal of Political Economy*, 75(4, Part 2), 569–589. doi:10.1086/259334
- Mundell, R. (1963). Inflation and real interest. *Journal of Political Economy*, 71(3), 280-283.
- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *The Journal of Business*, 60(4), 473. doi:10.1086/296409
- Rudebusch, G. D., & Wu, T. (2008). A Macro- Finance Model of the Term Structure, Monetary Policy and the Economy. *The Economic Journal*, 118(530), 906-926.
- Tabachnick, B. G., Fidell, L. S., & Osterlind, S. J. (2001). Using multivariate statistics.
- Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2), 177-188.