

**MODELADO DE LA COMPETENCIA INTRAESPECÍFICA EN RODALES DE *Gmelina arborea* Roxb. EN EL DEPARTAMENTO DEL TOLIMA.**

**KAREN VIVIANA BERNAL BONILLA**

**Trabajo de grado como requisito para obtener el título profesional de Ingeniero Forestal**

**Director**

**JAIRO ALONSO TUNJANO**

**Ingeniero de Sistemas, M.Sc.**




**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA FORESTAL**

**IBAGUÉ – TOLIMA**

**2016**

<b>COMITÉ DE INVESTIGACIONES</b>				
<b>ACTA DE SUSTENTACIÓN TRABAJO DE GRADO</b>				
(Acuerdo Consejo de Facultad Ingeniería Forestal 355 de 2013)				
<b>TÍTULO DEL TRABAJO DE GRADO</b>				
Modelado de la Competencia Intraespecifica en Rodales de <i>Gmelina arborea</i> Roxb. en el Departamento del Tolima				
<b>NOMBRE DEL (LOS) ESTUDIANTE(S):</b>				
Karen Viviana Bernal Bonilla				
<b>DIRECTOR</b>				
Jairo Alonso Tunjano				
<b>NOMBRE Y NIVEL DE FORMACIÓN JURADO 1</b>				
Ingeniera Ana Milena López Aguirre				
<b>CALIFICACIÓN JURADO 1</b>	<b>Informe Escrito (65%)</b>	4.11	<b>Sustentación (35%)</b>	4.22
<b>NOMBRE Y NIVEL DE FORMACIÓN JURADO 2</b>				
Ingeniera Consuelo Arce González				
<b>CALIFICACIÓN JURADO 2</b>	<b>Informe Escrito (65%)</b>	4.44	<b>Sustentación (35%)</b>	4.53
<b>CALIFICACIÓN PONDERADA</b>				
	<b>Jurado 1</b>	4.1	<b>Jurado 2</b>	4.5
<b>CALIFICACIÓN FINAL</b>	4.3	<b>Reprobado</b>	<b>Aprobado</b>	
<b>Sobresaliente</b>	X	<b>Meritorio</b>	<b>Laureado</b>	
<b>RANGOS DE EQUIVALENCIA:</b>				
Calificación menor de tres cero (3.0)			<b>REPROBADO</b>	
Calificación entre tres cero (3.0) y tres nueve (3.9)			<b>APROBADO</b>	
Calificación entre cuatro cero (4.0) y cuatro cuatro (4.4)			<b>SOBRESALIENTE</b>	
Calificación entre cuatro cinco (4.5) y cuatro nueve (4.9)			<b>MERITORIO</b>	
Calificación de cinco cero (5.0)			<b>LAUREADO</b>	
<b>OBSERVACIONES</b>				

<b>FIRMAS</b>	
 NOMBRE Y FIRMA JURADO 1	 NOMBRE Y FIRMA JURADO 2
 COORDINADOR INVESTIGACIONES	

CIUDAD: Ibagué	FECHA DE SUSTENTACIÓN: 30/08/2016
----------------	-----------------------------------

## DEDICATORIA

A mi familia.

## **AGRADECIMIENTOS**

A Nuestro Señor Dios todopoderoso, quien siempre estará delante de mis proyectos y me da sabiduría para lograr todas las metas trazadas.

A mi familia, a mi madre quien me apoyo fehacientemente en gran parte de mi vida, por ser la mujer más valiente que conocí, por enseñarme hasta el último momento el valor de las cosas y los momentos, por ser un gran ejemplo e inspirarme a seguir mis sueños, a mi padre quien siente como suyas todas mis alegrías, que me educa, enseña y apoya en cada momento de mi vida, a mis hermanos por ser una parte importante de mi vida y estar junto a mí en los momentos difíciles.

También quiero agradecer al Ing. Jairo Alonso Tunjano quien me acompañó en todo el proceso, agradecerle por su dedicación y enseñanza a lo largo de estos años.

A mis amigos, son pocos pero valioso, les agradezco por cada instante compartido y por el apoyo recibido, a Jorge Alejandro Flórez por ser mi motor y proyectarme en la vida.

A la Facultad de Ingeniería Forestal y Universidad del Tolima, por ser el alma mater en mi formación profesional.

## ACUERDO NÚMERO 0066 DE 2003

(octubre 14)

“Por el cual se expiden normas relacionada con las tesis y trabajos de grado”

Artículo Cuarto: “El (los) autor (es) autoriza (mos) a la Universidad del Tolima la reproducción total o parcial de este documento, con la debida cita de reconocimiento de la autoría y cede (mos) a la misma Universidad los derechos patrimoniales, con fines de investigación, docencia e institucionales, consagrado en el artículo 72 de la ley 23 de 1982 y las normas que lo instituyan o modifiquen”.

## CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	11
<b>1. OBJETIVOS</b> .....	13
1.1. OBJETIVO GENERAL .....	13
1.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS .....	13
<b>2. MARCO TEÓRICO</b> .....	14
<b>3. MATERIALES Y METODOS</b> .....	17
3.1. ÁREA DE ESTUDIO .....	17
3.2. DATOS EMPLEADOS .....	18
3.3. ÍNDICES ANALIZADOS.....	19
3.4. CRITERIOS DE SELECCIÓN DE COMPETIDORES.....	20
3.5. MODELOS ANALIZADOS.....	21
3.5.1. MODELOS DE SECCIÓN NORMAL .....	24
3.6. RED NEURONAL ARTIFICIAL .....	25
<b>4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b> .....	27
4.1. ÍNDICES INDEPENDIENTES DE LA DISTANCIA.....	27
4.2. ÍNDICES DEPENDIENTES DE LA DISTANCIA .....	28
4.3. MODELOS DE SECCIÓN NORMAL.....	31
4.4. RESULTADOS OBTENIDOS DEL ENTRENAMIENTO DE LA RED NEURONAL ARTIFICIAL .....	31
<b>5. CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES</b> .....	36
<b>REFERENCIAS</b> .....	38
<b>ANEXOS</b> .....	43

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Resumen de las variables de árbol y de masa en la última medición.....	18
<b>Tabla 2.</b> Expresión matemática de los índices de competencia independientes de la distancia.....	20
<b>Tabla 3.</b> Árbol elegido de la parcela dos para la categoría dominado, arboles elegidos como competidores y distancia al árbol elegido.....	21
<b>Tabla 4.</b> Expresión matemática de los índices de competencia dependientes de la distancia analizados:.....	23
<b>Tabla 5.</b> Estadístico de ajuste del mejor modelo (lineal, potencial o exponencial) para la variable independiente “crecimiento en altura”, para los índices independientes de la distancia.....	27
<b>Tabla 6.</b> Estadístico de ajuste del mejor modelo (lineal, potencial o exponencial) para la variable independiente “crecimiento en diámetro”, para los índices independientes de la distancia.....	27
<b>Tabla 7.</b> Estadístico de ajuste del mejor modelo (lineal, potencial o exponencial) para las variables independiente “crecimiento en diámetro y altura”, e índices dependientes de la distancia de los arboles suprimidos, codominantes y dominantes. ....	29
<b>Tabla 8.</b> Estadísticos de ajuste y comparación de los mejores modelos de crecimiento de sección normal. ....	32
<b>Tabla 9.</b> Valores de los coeficientes de correlación arrojados en el entrenamiento, validación y prueba durante un entrenamiento típico al modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el Logaritmo natural del índice de competencia DANIELS et al. (1986).....	33

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Pertenece a los Municipios con plantaciones de <i>Gmelina Arborea Roxb</i> en el departamento del Tolima, ilustra 5 municipios, de los cuales 3 hicieron parte de este estudio (Armero Guayabal, Coello y Guamo).....	17
<b>Figura 2.</b> Esquema de los radios de copa de los árboles de la parcela 27, donde los arboles 27, 01 y 46 fueron elegidos como suprimido, codominante y dominante respectivamente.....	22
<b>Figura 3.</b> Curva de tendencia para el índice de competencia independiente de la distancia: FCC y Delta de Diámetro.....	28
<b>Figura 4.</b> Curva de tendencia para el índice de competencia independiente de la distancia: IH HART Y Delta de Altura.....	29
<b>Figura 5.</b> Curva de tendencia para el índice de competencia dependiente de la distancia: HEGYI y Delta de Altura.....	30
<b>Figura 6.</b> Curva de tendencia para el índice de competencia dependiente de la distancia: STEABLER y Delta de Altura.....	30
<b>Figura 7.</b> Valores de Regresión R que miden las salidas de correlación entre los datos de estrada y la salida objetivo que incluye la validación y el test. Un valor R cercano a 1 significa una estrecha relación, cercano a 0 una relación aleatoria.....	34
<b>Figura 8.</b> Evolución de los errores de entrenamiento, validación y test durante un entrenamiento típico al modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el Logaritmo natural del índice de competencia DANIELS et al. (1986). El mínimo error de validación sucede antes del 10 epocas (epoch).....	35



## RESUMEN

En este trabajo se modeló el crecimiento de los rodales de *Gmelina arborea* Roxb, mediante índices de competencia dependientes e independientes de la distancia, con el fin de obtener información que permita establecer la influencia de la competencia en el crecimiento de los individuos, comparar la capacidad estimativa de cada índice y seleccionar el mejor para incluirlo en un modelo de crecimiento para la especie y el sitio estudiado. El estudio se basó en los datos obtenidos de inventarios realizados entre los años 2012 y 2015 en 31 parcelas permanentes de *G. arborea*, ubicadas en tres municipios del Tolima: Armero Guayabal, Coello y Guamo. En total se analizaron 13 índices de competencia, siendo siete Independientes de la distancia y seis dependientes. Para realizar la comparación entre los índices se tuvo en cuenta el análisis gráfico y el resultado del coeficiente de correlación. Se incluyó un modelo de crecimiento generado por una Red Neuronal Artificial con la que se mejoraron los errores de estimación. Estos resultados serán de gran utilidad para la planeación del manejo silvicultural.

**Palabras claves:** Competidores, Crecimiento en Altura, Crecimiento en Diámetro, Índice de Competencia, influencia, Manejo Silvicultural.

## ABSTRACT

This paper modeled the growth stands of *Gmelina arborea* Roxb based on competition indices, dependent and independent of distance, in order to obtain information to determine the influence of competition in the growth of individuals, compare the estimated capacity of each index and select the best, that as a first step to creating a growth model that contains the index for the species and the site studied. The field study was based on data from inventories carried out between 2012 and 2015 in 31 permanent plots of *G. arborea*, located in three municipalities of Tolima Armero Guayabal, Coello and Guamo. Altogether 13 competition indices 7 independent of distance and independent 6 which were analyzed. For the comparison between rates was taken into account graphical analysis and the result of the correlation coefficient. These results will be useful for planning silvicultural management.

**Keywords:** Competitors, growth in height, diameter growth, Competition Index, influence, silvicultural management.

## INTRODUCCIÓN

Factores como la calidad de sitio, disponibilidad de recursos, características genéticas, distancia de siembra (densidad), y competencia pueden afectar negativa o positivamente el crecimiento de una plantación. El crecimiento de un árbol es producto de estos y más factores (bióticos y abióticos), por tanto, conocer como estos factores afectan el desarrollo de la plantación es fundamental para entender como varía su composición y estructura en el tiempo. De los factores mencionados se resalta la competencia, pues, se puede evidenciar como esta interacción biológica entre dos o más seres vivos tienen efectos negativos en la calidad de vida de uno o más de ellos. La competencia puede definirse como el efecto negativo que un organismo ejerce sobre otro debido al consumo o al control que se realiza sobre el acceso a un determinado recurso (luz, agua o nutrientes) de disponibilidad limitada (Keddy, 1989).

El ambiente competitivo de un árbol se estructura con base en la capacidad que cada individuo tiene de controlar y modificar el microambiente que lo rodea. El concepto de controlar se refiere a la capacidad de hacer uso de los recursos que están en el entorno más próximo del individuo y el concepto de ‘modificar’ se refiere a la capacidad de intervenir que tiene el individuo sobre ese entorno más próximo (Weiner, 1982).

En el caso de un bosque ambas capacidades son claramente función de los tamaños de los árboles: mientras mayor sea éste más posibilidades tendrá de controlar y modificar su micro-ambiente y probablemente mayor será el área efectivamente ocupada por ellos. Así mismo, en las plantaciones, por medio de la observación se evidencia que algunos árboles en especial los más grandes poseen fustes rectos y los más pequeños es decir los incapaces de controlar la influencia de su vecino dominante están siendo relegados a un crecimiento no óptimo. Resulta claro, a partir de esto, que en cualquier ambiente con recursos limitados, los tamaños de las áreas efectivamente controladas por los individuos de un bosque o plantación, definirán las relaciones de vecindad y en último término, el crecimiento de los árboles.

Para este estudio en particular se ha seleccionado como especie de trabajo a la *Gmelina arborea* Roxb, es una especie forestal perteneciente a la familia Verbenaceae que presenta rápido crecimiento y madera de calidad. Las 31 parcelas de *G. arborea* utilizadas en este estudio hacen parte de un proyecto de monitoreo sobre el crecimiento y rendimiento de la especie en el Departamento del Tolima, titulado: “Desarrollo de un modelo de planificación para las plantaciones de *Tectona grandis* Linn F, *Gmelina arborea* Roxb, *Pinus patula* Schl, *Pinus oocarpa* Shiede y *Eucalyptus grandis*.

En este trabajo se analiza el crecimiento de los árboles individuales en función de distintos índices de competencia tanto dependientes como independientes de la distancia. Árboles con edades entre los 7 y 18 años, plantaciones con densidades iniciales de siembra de 900 y 1300 árboles/hectárea; todo esto con el fin de comparar la capacidad estimativa de los distintos índices de competencia e identificar el mejor de ellos, para su inclusión en los modelos de crecimiento para la especie *Gmelina arborea* Roxb en el sitio de estudio. Con base en los datos recolectados y los índices calculados, se generaron modelos de crecimiento lineal, exponencial y potencia e igualmente modelos lineales que relacionan edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el índice de competencia. Se implementó un modelo de crecimiento a partir de una Red Neuronal Artificial, con la que se mejoraron los errores de estimación. Los modelos fueron implementados en el programa MATLAB y sus funciones de regresión y de red neuronal (Neural Network Toolbox).

Todos los sistemas de decisión de manejo forestal necesitan información respecto del desarrollo de los bosques, el cual se predice mediante modelos de crecimiento. A través de la información de crecimiento, se estima la edad de rotación óptima para cosecha y se puede decidir cuándo y con qué intensidad aplicar tratamientos silvícolas como raleo y poda. Estos modelos, en combinación con inventarios de bosques, son importantes para pronosticar el desarrollo futuro de bosques, a fin de evitar la tala excesiva, lo que implica una gestión sustentable de los bosques (Hasenauer, 2006) y un mejor aprovechamiento en las plantaciones.

## 1. OBJETIVOS

### 1.1. OBJETIVO GENERAL

Modelar el crecimiento de los rodales de *Gmelina arborea* Roxb, mediante índices de competencia dependientes e independientes de la distancia.

### 1.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Obtener información específica del desarrollo de los rodales de *Gmelina arborea* Roxb. mediante mediciones de campo.
- Comparar la capacidad estimativa de cada índice de competencia.
- Seleccionar los índices mejores índices de competencia para la especie *Gmelina arborea*, Roxb en el sitio de estudio.
- Comparar la capacidad estimativa de los modelos de crecimiento y la red neuronal artificial.

## 2. MARCO TEÓRICO

En Colombia la *Gmelina arborea* Roxb es una especie poco conocida a nivel comercial y solo hasta estos últimos años se ha venido utilizando. En el 2002 existían en promedio 14.000 hectáreas de plantaciones concentradas principalmente en los departamentos de Bolívar, Magdalena, Llanos Orientales, Cundinamarca y otras zonas bajas; Valor considerable si se tiene en cuenta que la Melina está reemplazando junto con otras especies no nativas como la Teca (*Tectona grandis* Linn F) o la Acacia (*Acacia mangium*), a especies naturales como la Caoba, el Cedro, el Guayacán o el Sajo. Además, esta especie ha tomado importancia debido a que se viene empleando en programas de plantaciones industriales y reforestación con fines de desarrollo económico y social (Obregon, 2006). En el departamento del Tolima se han sembrado aproximadamente 450 hectáreas de Melina, en especial, en los suelos de los valles interandinos del río Magdalena. La especie es plantada para satisfacer la demanda de materia prima de la industria de los tableros aglomerados y algunos productos sólidos (Barrios et al, 2010).

La *Gmelina arborea* Roxb, es una especie forestal perteneciente a la familia Verbenaceae que presenta rápido crecimiento, es caducifolia en las zonas secas. Puede llegar a medir 30 m de altura y presentar más de 80 cm de diámetro. Crece usualmente con un fuste limpio de 6 a 9 metros y con una copa cónica, amplia en sitios abiertos, pero en plantación su copa es densa y compacta. Es una de las especies con alto potencial de rendimiento, se encuentra entre las diez especies forestales de mayor influencia comercial en el país, esto se debe también a los avances en el manejo silvicultural y mejoramiento genético.

Uno de los objetivos fundamentales de la investigación forestal es intentar predecir el crecimiento de las masas forestales y su respuesta al manejo silvicultural, puesto que la clave para una correcta gestión radica en un profundo conocimiento de los procesos de crecimiento. En este sentido, los modelos de crecimiento son una herramienta muy

importante para los gestores forestales, al permitir predecir el desarrollo de una masa y, por tanto, facilitar la selección de las mejores alternativas de gestión en función de unos objetivos fijados a priori, anticipándose a las consecuencias que una determinada acción tiene sobre el sistema (Castedo-Dorado, 2004).

Los modelos de crecimiento son abstracciones de la realidad que permiten generar información confiable sobre el crecimiento y funcionalidad de las especies forestales tanto a nivel de árbol individual como a nivel de rodal, lo cual permite la toma de decisiones sobre el manejo y uso de los bienes y servicios ecosistémicos que éstas generan en un entorno particular de crecimiento, aunque la eficiencia de los modelos que se utilicen en los procesos de simulación depende de la calidad y cantidad de información base requerida, de los escenarios de manejo y de las condiciones medioambientales del entorno de crecimiento que puedan generar una visión ceñida a la realidad del fenómeno objeto de evaluación (Melo, 2010).

La competencia en plantaciones forestales monoespecíficas puede ser simétrica o bilateral, o bien asimétrica o unilateral. En el primer caso, las plantas obtienen recursos de forma proporcional a su tamaño, manteniendo sus diferencias relativas a medida que crecen. Esta es la forma aceptada de competencia radical, por agua y nutrientes. La competencia asimétrica se produce mediante el acceso a una cantidad desproporcionada de recursos por los árboles mayores, que de esta forma suprimen a los más pequeños, lo que deriva en menor diversidad de tamaños a medida que las plantas crecen. Esta es la forma más aceptada de competencia por la luz (Schwinning y Weiner, 1998). Según la división clásica de Munro (1974), los índices de competencia se pueden agrupar en dos categorías:

*Índices independientes de la distancia entre árboles.* Estos índices no tienen en cuenta la distribución espacial de los árboles, por lo que no requieren la obtención de las coordenadas de los mismos. Los efectos de la competencia se introducen a través de funciones simples de las variables de masa o de dimensiones de los individuos.

*Índices dependientes de la distancia entre árboles.* Estos índices tienen en cuenta la distribución espacial de los árboles. Consideran que las variables de masa y las dimensiones de los individuos no son suficientes para explicar la competencia ejercida por los pies vecinos y requieren seleccionar los árboles que compiten con el pie objetivo y determinar en qué grado lo hacen.

Los índices dependientes de la distancia se pueden dividir en tres grupos (Doyle, 1983): i) índices basados en razones de tamaños ponderados por las distancias, ii) índices basados en la superposición de las copas o de las zonas de influencia de cada árbol y iii) índices basados en el espacio disponible para el crecimiento. A estos tres grupos se puede añadir un cuarto (Vanclay, 1994): iv) índices basados en el efecto de la sombra y la constricción sobre el crecimiento de un árbol. Las redes neuronales son más que otra forma de emular ciertas características propias de los humanos, como la capacidad de memorizar y de asociar hechos.

Si se examinan con atención aquellos problemas que no pueden expresarse a través de un algoritmo, se observará que todos ellos tienen una característica en común: la experiencia. En definitiva, las redes neuronales no son más que un modelo artificial y simplificado del cerebro humano, que es el ejemplo más perfecto del que disponemos para un sistema que es capaz de adquirir conocimiento a través de la experiencia. Una red neuronal es “un nuevo sistema para el tratamiento de la información, cuya unidad básica de procesamiento está inspirada en la célula fundamental del sistema nervioso humano: la neurona” (Matich, 2001).

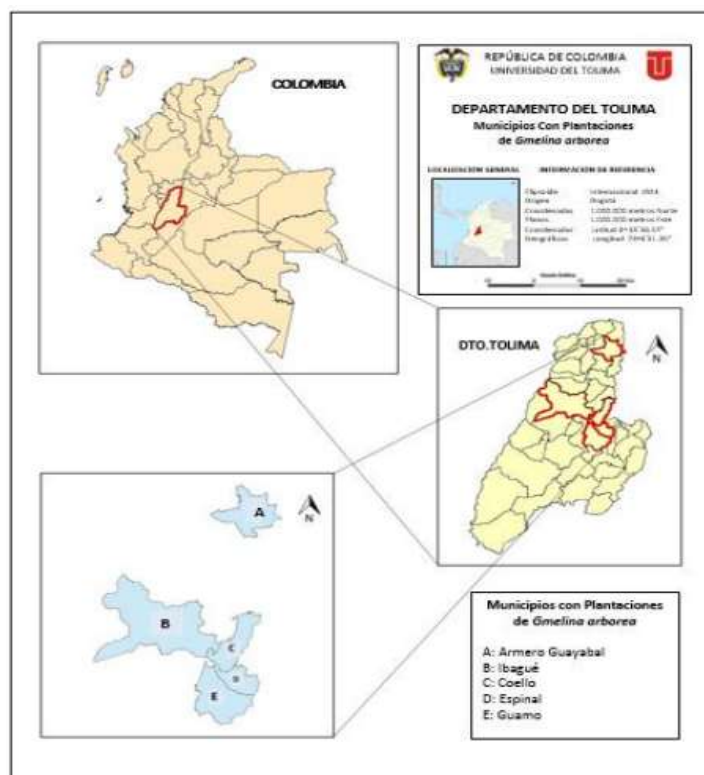


### 3. MATERIALES Y METODOS

#### 3.1. ÁREA DE ESTUDIO

El estudio se realizó con información proveniente de parcelas ubicadas en el departamento del Tolima, en los municipios de Armero Guayabal, predios de la Universidad del Tolima, Granja de Armero (Centro Universitario Regional del Norte - C.U.R.D.N.), Coello (Finca El Neme) y Guamo (Finca Arizona, vereda Bellavista).

**Figura 1.** Pertenece a los Municipios con plantaciones de *Gmelina Arborea* Roxb en el departamento del Tolima, ilustra 5 municipios, de los cuales 3 hicieron parte de este estudio (Armero Guayabal, Coello y Guamo).



Fuente: Universidad del Tolima.

### 3.2. DATOS EMPLEADOS

Los datos utilizados en este trabajo proceden de 31 parcelas permanentes de muestreo de la especie *Gmelina arborea*, que hacen parte del conjunto de parcelas de monitoreo sobre el crecimiento y rendimiento de la especie en el Departamento del Tolima, instaladas en el marco del desarrollo del proyecto “Desarrollo de un modelo de planificación para las plantaciones de *Tectona grandis* Linn F, *Gmelina arborea* Roxb, *Pinus patula* Schl, *Pinus oocarpa* Shiede y *Eucalyptus grandis* como apoyo a la consolidación del proyecto de reforestación comercial del Tolima”–3485, cofinanciado por el Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural en la convocatoria de Investigación, Ciencia y Tecnología del 2008 (Conif, 2008).

La fecha de siembra de las plantaciones oscila entre los años 1997 y 2008; para el estudio se tuvieron en cuenta mediciones tomadas entre los años 2009 a 2015, que contaban con las coordenadas de cada uno de los árboles, de esta manera se dispuso de información espacial para el cálculo de índices de competencia dependientes de la distancia. En cada una de las plantaciones seleccionadas, se realizaron nuevas mediciones sobre las parcelas circulares instaladas con áreas de 0,05 y 0,08 ha, con radios de 12,5 y 16 metros respectivamente, que se encuentran en un terreno plano.

**Tabla 1.** Resumen de las variables de árbol y de masa en la última medición.

<b>Variable</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Medio</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Desviación Estándar</b>
<b><i>d</i></b>	4,3	18,75	45,1	5,46
<b><i>h</i></b>	4,5	16,3	25,9	3,65
<b><i>N</i></b>	275	669	1295	230,23
<b><i>G</i></b>	7,5	18,75	34	8,47
<b><i>dg</i></b>	11,2	18,3	28,5	3,78
<b><i>H0</i></b>	7,4	15,2	20,9	3,3
<b><i>t</i></b>	7	9	19	3,36
<b><i>IS</i></b>	8,05	12,59	18,73	2,82

**Fuente:** El autor

**Leyenda:**  $d$ : diámetro normal (cm),  $h$ : altura total (m),  $N$ : número de árboles por hectárea,  $G$ : área basal por hectárea ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ ),  $dg$ : diámetro medio cuadrático (cm),  $H0$ : altura dominante (m),  $t$ : edad (años)  $IS$ : índice de sitio.

Se midieron en promedio 48 árboles por parcela, para un total de 1478 árboles medidos en las zonas de estudio. En estas parcelas se determinaron las variables: diámetro normal (a los 1,30 m de altura), altura total, altura comercial, radios de copa de todos los árboles en la última medición y se calcularon: número de árboles por hectárea, área basal por hectárea, diámetro medio cuadrático, altura dominante y edad (años).

Los diámetros de copa fueron graficados mediante el software estadístico MATLAB R2015a (2015) versión 8.5, el cual también se utilizó para hallar la distancia entre arboles ingresando el ángulo y la distancia de cada árbol al centro de la parcela, calculando las coordenadas cartesianas X,Y para cada árbol. En cada parcela se seleccionaron tres árboles, sobre cuyo crecimiento en diámetro y altura se analiza la influencia de la competencia dependiente de la distancia y que representan las categorías (estratos sociológicos): dominante, codominante y suprimido. Como árbol representativo del estrato dominante se seleccionó el árbol promedio entre los 5 u 8 mayores diámetros de la parcela (correspondientes a los 100 mayores por ha), en el caso del codominante se seleccionó aquel árbol cuyo diámetro se acercara o fuera el medio, y por último, el de la categoría suprimido se representó con el árbol promedio de los 5 u 8 diámetros más bajos de la parcela.

### 3.3. ÍNDICES ANALIZADOS

Los índices de competencia son una medida del efecto que producen los árboles vecinos en el crecimiento de un individuo dentro de un rodal (Vanklay, 1991). Dentro de la amplia variedad de clasificaciones existentes, varios autores coinciden al señalar dos clases de modelos para IC: los dependientes de la distancia e independientes de la distancia (Munro, 1974).

En los modelos independientes de la distancia cada árbol es modelado y su posición competitiva se determina comparando su diámetro, altura y condición con las propiedades del rodal; en modelos dependientes de la distancia, además de las variables diámetro y altura, cada árbol es mapeado para establecer la distancia y el tamaño de los árboles contiguos que están compitiendo con el árbol sujeto de estudio (Reyes Muñoz, y otros, 2011). Estos modelos consideran que las variables de masa no son suficientes y que para explicar la competencia se debe establecer un criterio de cuales árboles compiten realmente con el árbol analizado y en qué grado lo hacen.

### 3.4. CRITERIOS DE SELECCIÓN DE COMPETIDORES

Algunos de los métodos propuestos consideran competidores todos los árboles incluidos en un círculo de radio fijo centrado en el árbol objetivo (Hegyi, 1974). Otros métodos se basan en radios variables, normalmente ponderados por las dimensiones del árbol objetivo y de sus competidores, como por ejemplo el diámetro o la altura (Daniels, 1976; Ford y Diggle, 1981). En este trabajo se ha elegido como criterio de selección de árboles competidores para los índices dependientes de la distancia, todos aquellos árboles que se encuentren dentro de un radio máximo de 6 metros del árbol control y sus copas se traslapen.

**Tabla 2.** Expresión matemática de los índices de competencia independientes de la distancia

<b>NÚMERO DE PIES POR HECTÁREA (N)</b>	$\sum_{i=1}^n n_i \cdot 10000/S$
<b>REINEKE (1933) (SDI)</b>	$10^{(\log N + 1,605 \cdot \log d - 1,605)}$
<b>WYKOFF et al. (1982) (BAL)</b>	$\pi/4 \sum d_{mayor}^2 \cdot 10000/S = BAL_i$
<b>FRACCIÓN DE CABIDA CUBIERTA (FCC)</b>	$\pi/4 \sum_{i=1}^n d_i^2 \cdot 100/S$
<b>ÍNDICE DE HART (IH)</b>	$100/(H_o \cdot \sqrt{N})$

<b>BALREL</b>	$BAL_i/G$
<b>SCHRÖDER &amp; GADOW (1999) (BALMOD)</b>	$(1-[1-BAL_i/G])/IH$

**Fuente:** Influencia de la competencia en el crecimiento individual de *PINUS RADIATA* D. En galicia. 2007

**Leyenda:** *n*: número de árboles por parcela, *S*: superficie de la parcela (m<sup>2</sup>), *d<sub>i</sub>*: diámetro normal del árbol seleccionado (cm), *H<sub>0</sub>*: altura dominante (m), *dc<sub>i</sub>*: diámetro de copa, en proyección horizontal, del árbol seleccionado (m), *dmayor<sub>i</sub>*: diámetro normal de los árboles mayores que el árbol seleccionado (cm), *G*: área basal de la parcela (m<sup>2</sup>).

Se consideran competidores activos todos aquellos árboles cuya zona de influencia se solape con la zona de influencia del árbol objetivo. En las visitas a campo se determinó que todos los árboles que se hallaban al borde de la parcela tenían competidores fuera de ésta, por tanto, no pueden ser elegidos como árbol control, por lo anterior solo se eligieron como arboles control aquellos que estuvieran a una distancia mínima de tres metros del borde de la parcela.

**Tabla 3.** Árbol elegido de la parcela dos para la categoría dominado, arboles elegidos como competidores y distancia al árbol elegido.

<b>Árbol Control</b>	<b>Arboles competidores</b>					
46	41	42	45	47	50	51
<b>Distancia</b>	4,2	5,19	3,03	2,96	4,47	3,63

### 3.5. MODELOS ANALIZADOS

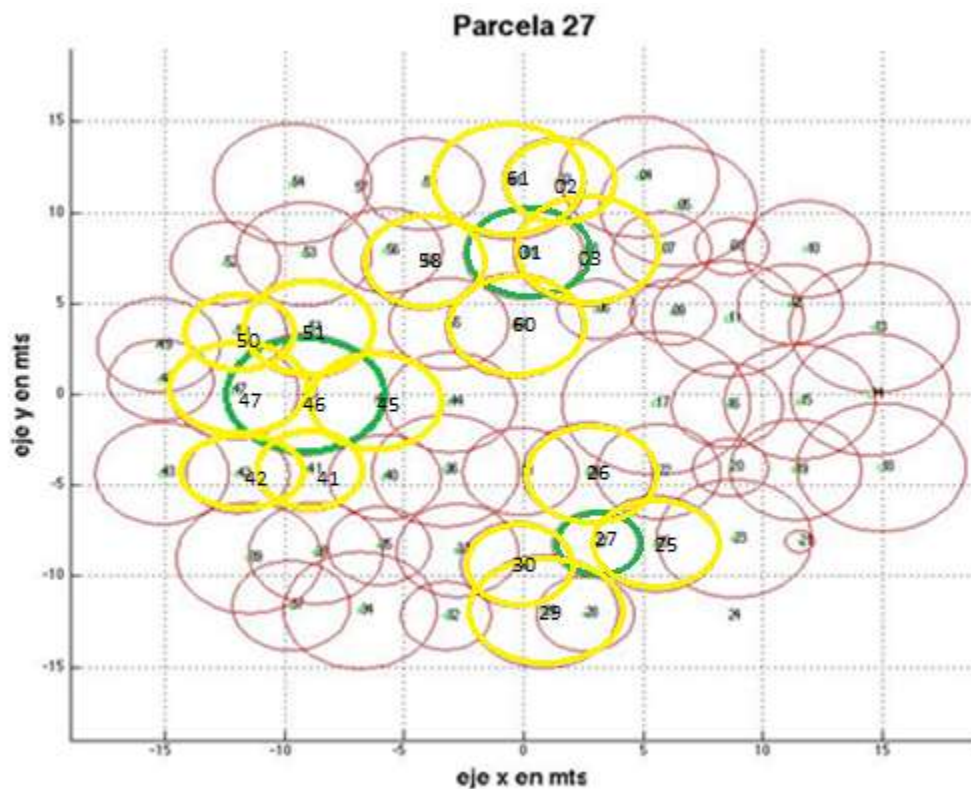
Como el objetivo principal de este trabajo es analizar la influencia de la competencia en el crecimiento en diámetro y altura de los arboles mediante índices de competencia

tanto dependientes como independientes de la distancia, se establecieron tres tipos de relaciones (modelos *crecimiento-índice de competencia*) que incorpora a cada uno de los índices de competencia evaluados: lineal, exponencial y potencial:

- $\Delta y = \alpha + \beta \cdot CI$  [1]
- $\Delta y = \alpha \cdot \exp(\beta \cdot CI)$  [2]
- $\Delta y = \alpha \cdot CI^\beta$  [3]

Donde  $y$  es la variable que intentamos modelar (diámetro normal o altura),  $CI$  es el resultado de cada uno de los índices de competencia y  $\alpha$  y  $\beta$  son los parámetros a estimar en los ajustes por regresión.

**Figura 2.** Esquema de los radios de copa de los árboles de la parcela 27, donde los arboles 27, 01 y 46 fueron elegidos como suprimido, codominante y dominante respectivamente.



Fuente: El autor

En este trabajo, los deltas de crecimiento que se tuvieron en cuenta pertenecen al crecimiento de los arboles entre inventarios, esto se logró restando los datos tomados el año 2012 a los datos tomados en campo el año 2015. La estimación de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de los modelos se realizó mediante la utilización del software estadístico MATLAB R2015a (2015) versión 8.5 y mediante el programa Microsoft Office Excel, el cual a su vez nos arrojó el coeficiente de determinación ( $R^2$ ). Para realizar la comparación entre los índices se tuvo en cuenta el análisis gráfico y el resultado del coeficiente de correlación y la raíz del error medio cuadrático (REMC).

La raíz del error medio cuadrático (REMC) se calculó mediante la siguiente formula:

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}} \quad [4]$$

Donde  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  son respectivamente los valores observado y estimado de la variable dependiente,  $n$  es el número total de observaciones utilizado para ajustar el modelo y  $p$  es el número de parámetros a estimar.

**Tabla 4.** Expresión matemática de los índices de competencia dependientes de la distancia analizados:

<b>STAEBLER (1951)</b>	$\sum L_{ij \neq j}$
<b>HEGYI (1974)</b>	$\sum_{i \neq j} d_j / (d \cdot Dist_{ij})$
<b>MARTÍN &amp; EK (1984)</b>	$\sum_{i \neq j} (d_j/d_i) \cdot \exp((16 \cdot Dist)/(d_i + d_j))$
<b>DANIELS et al. (1986)</b>	$d_j^2 \cdot n / \sum_{i \neq j} d_j^2$
<b>PUKKALA Y KOLSTRÔM (1987)</b>	$\sum_{i \neq j} h_i / (h_j \cdot Dist_{ij})$
<b>BIGING &amp; DOBBERTIN (1992)</b>	$\sum_{\neq j} cc_j / (cci(Dist_{ij}))$

**Fuente:** El autor

**Leyenda:**  $L_{ij}$ : longitud del segmento que une los centros del árbol seleccionado y de su competidor, incluida en el área de solapamiento de sus zonas de influencia (m)),  $d_j$ : diámetro normal del árbol competidor (cm),  $Dist_{ij}$ : distancia en proyección horizontal entre el árbol seleccionado y el árbol competidor (m),  $CC_i$ : superficie de copa en proyección horizontal del árbol seleccionado ( $m^2$ ),  $CC_j$ : superficie de copa en proyección horizontal del árbol competidor ( $m^2$ ),  $n$ : número de árboles competidores,  $h_i$ : altura total del árbol seleccionado (m),  $h_j$ : altura total del árbol competidor (m).

**3.5.1. Modelos De Sección Normal.** El crecimiento de un árbol no solo depende de la especie o calidad de la semilla, hay muchos factores que pueden afectar o favorecer el crecimiento de la plantación, calidad de sitio, edad del árbol, densidad e intensidad de la competencia que ejercen los árboles que lo rodean, sobre recursos como el agua, la luz y los nutrientes. Por tanto, un modelo de crecimiento de diámetro de árbol individual debe tener en cuenta todos estos factores. Por ello se plantearon otros modelos de tipo logarítmicos linealizados:

Modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio y densidad (ecuación [5]).

- $\text{Ln}(\Delta D) = a_1 + a_2 \cdot \text{Ln}(t) + a_3 \cdot \text{Ln}(d) + a_4 \cdot \text{Ln}(IS) + A_5 \cdot \text{Ln}(N)$  [5]

Modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el Logaritmo natural del índice de competencia. (Ecuación [6]).

- $\text{Ln}(\Delta D) = a_1 + a_2 \cdot \text{Ln}(t) + a_3 \cdot \text{Ln}(d) + a_4 \cdot \text{Ln}(IS) + A_5 \cdot \text{Ln}(N) + a_6 \cdot \text{Ln}(IC)$  [6]

Modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el índice de competencia (ecuación [7]).

- $\text{Ln}(\Delta D) = a_1 + a_2 \cdot \text{Ln}(t) + a_3 \cdot \text{Ln}(d) + a_4 \cdot \text{Ln}(IS) + A_5 \cdot \text{Ln}(N) + a_6 \cdot IC$  [7]



Dónde:  $\Delta D$  es el crecimiento en Diámetro durante los últimos tres años expresado en  $\text{cm}^2$ ,  $t$  es la edad en años,  $d$  es diámetro normal inicial en  $\text{cm}$ ,  $IS$  el índice de sitio en metros,  $N$  es el número de pies (árboles) por hectárea,  $IC$  es el índice de competencia y  $a_i$  son los parámetros a estimar en el ajuste.

La estimación de los parámetros  $a_i$  de los modelos se realizó mediante la utilización del software estadístico InfoStat Installer versión 12.0.0.0. y su estadístico de regresión lineal y se corroboraron con los generados por el software MatLab. Para la elección de los mejores índices de competencia se tuvo en cuenta los resultados del error medio cuadrático (EMC) y el porcentaje de reducción del error medio cuadrático.

$$PREMC = 1 - \frac{EMC_2}{EMC_1} \quad [8]$$

Dónde:  $EMC_1$  error medio cuadrático sin incluir ningún índice de competencia y  $EMC_2$  es el error medio cuadrático del modelo completo (ecuación [6] o ecuación [7]).

### 3.6. RED NEURONAL ARTIFICIAL

Una Red Neuronal Artificial (ANN), es un procesador paralelo que puede calcular o estimar cualquier función. Consta de una colección de neuronas artificiales (también denominadas “nodos”) interconectadas siguiendo un patrón particular. Básicamente, en una ANN, el conocimiento se almacena en una memoria a modo de experiencia, y está disponible para su uso en un futuro. Los pesos asociados con la salida de cada neurona individual representan la memoria que almacena el conocimiento. Estos pesos se comportan como fuerzas de conexión entre neuronas. Cada neurona puede funcionar localmente por sí misma, pero cuando varias neuronas se conectan, pueden actuar cooperativamente para aproximar una determinada función, predecir un valor o clasificar una muestra. (Jiménez, 2012)

Se conoce como época (epoch) a una presentación completa del conjunto de entrenamiento durante el proceso de aprendizaje. El aprendizaje ocurre época a época

hasta que los pesos y umbrales se estabilizan y el criterio de error (típicamente el error cuadrático medio (MSE)) sobre el conjunto de entrenamiento completo converge a algún valor mínimo (Jiménez, 2012).

Especificaciones de la Red:

- Matriz de entrada: 6 variables (Categoría, Edad, Número de árboles competidores, Diámetro, Índice de Sitio e Índice de competencia) con 84 muestras.
- Matriz de salida (Objetivo): 1 variable (delta de crecimiento), con 84 muestras.
- El 70% de los datos se destinó al entrenamiento, 15% a la validación y 15% al Test.

Arquitectura:

- Una capa de entrada con 6 neuronas, una capa oculta con 10 neuronas con la función Tang Sig y una capa de salida de una neurona con función Log Sig.

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1. ÍNDICES INDEPENDIENTES DE LA DISTANCIA

**Tabla 5.** Estadístico de ajuste del mejor modelo (lineal, potencial o exponencial) para la variable independiente “crecimiento en altura”, para los índices independientes de la distancia.

Índice de Competencia	Modelo	R <sup>2</sup>	REMC
Fracción de cabida cubierta FCC	Lineal	0,1071	0.1953
Wykoff et al (1982) (BAL)	Potencial	0,2105	0.2264
BALREL	Exponencial	0,2022	0.1983
Schroder & Gadow (1999) (BALMOD)	Exponencial	0,1068	0.1759
REINIKE (1933)	Potencial	0,1022	0.1784
Índice de Hart (IH)	Lineal	0.2825	0.3054
Número de pies por hectárea (N)	Potencial	0,0109	0.1034

**Tabla 6.** Estadístico de ajuste del mejor modelo (lineal, potencial o exponencial) para la variable independiente “crecimiento en diámetro”, para los índices independientes de la distancia.

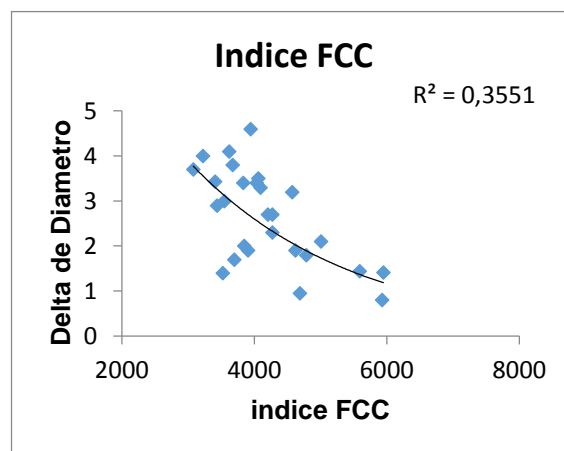
Índice de Competencia	Modelo	R <sup>2</sup>	REMC
Fracción de cabida cubierta FCC	Exponencial	0,3551	0.3074
Wykoff et al (1982) (BAL)	Exponencial	0,2514	0.2846
BALREL	Potencial	0,2207	0.2321
Schroder & Gadow (1999) (BALMOD)	Exponencial	0,2036	0.2207
REINIKE (1933)	Potencial	0,2129	0.1155
Índice de Hart (IH)	Lineal	0.2445	0.2134
Número de pies por hectárea (N)	Lineal	0.3099	0.0521

Para la selección de los mejores modelos matemáticos, fueron considerados los estadísticos: coeficiente de determinación ( $R^2$ ) y la raíz del error medio cuadrático (REMC). Los modelos no arrojaron los resultados esperados. En general se obtuvieron los mejores resultados utilizando los modelos Lineal y exponencial.

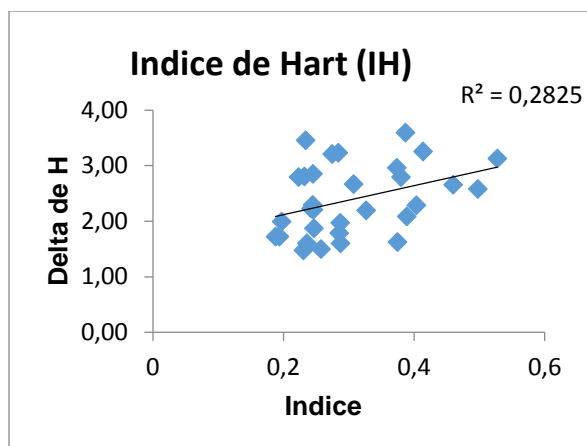
#### 4.2. ÍNDICES DEPENDIENTES DE LA DISTANCIA

Los índices dependientes de la distancia presentan resultados ligeramente mejores para los deltas de Diámetro y altura que los que índices independientes de la distancia. No se obtuvieron diferencias significativas entre los índices dependientes e independientes de la distancia lo que corrobora lo dicho por (Soares & Tomé, 1999) Aparentemente se podría esperar un mejor comportamiento de aquellos modelos que incorporan índices dependientes de la distancia frente a aquellos de mayor simplicidad basados únicamente en valores medios por parcela y/o funciones simples de dimensiones de los individuos. Sin embargo, la mayoría de las comparaciones realizadas entre modelos dependientes e independientes de la distancia no reflejan las diferencias esperadas, debido, fundamentalmente, a que los procesos que controlan la competencia entre individuos no se conocen todavía bien, lo que dificulta el desarrollo de índices con base biológica

**Figura 3.** Curva de tendencia para el índice de competencia independiente de la distancia: FCC y Delta de Diámetro.



**Fuente:** El autor



**Figura 4.** Curva de tendencia para el índice de competencia independiente de la distancia: IH HART Y Delta de Altura.

**Fuente:** El autor

**Tabla 7.** Estadístico de ajuste del mejor modelo (lineal, potencial o exponencial) para las variables independiente “crecimiento en diámetro y altura”, e índices dependientes de la distancia de los arboles suprimidos, codominantes y dominantes.

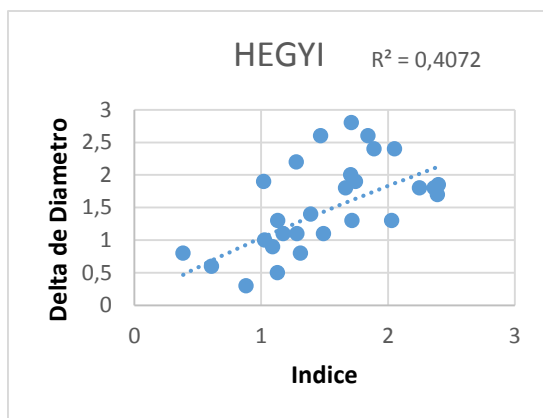
<b>Estrato</b>	<b>Delta</b>	<b>Índice Competencia</b>	<b>Modelo</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>REMC</b>
<b>Suprimidos</b>	<b>Delta de Altura</b>	Daniels	Lineal	0,2613	0,2814
		Steabler	Lineal	0,3471	0,3374
	<b>Delta de Diámetro</b>	Hegyi	Potencial	0,4072	0,3865
		Steabler	Lineal	0,3964	0,3491
<b>Codominantes</b>	<b>Delta de Altura</b>	Pukkala	Lineal	0,2994	0,2790
		Daniels	Lineal	0,2815	0,3014
	<b>Delta de Diámetro</b>	Hegyi	Lineal	0,3314	0,3287
		Martin-Ek	Exponencial	0,2136	0,1986
<b>Dominantes</b>	<b>Delta de Altura</b>	CCS	Potencial	0,3021	0,2689
		Hegyi	Lineal	0,2681	0,2813
	<b>Delta de Diámetro</b>	Steabler	Lineal	0,3497	0,3662
		Daniels	Exponencial	0,2316	0,2417

En la tabla 7 se incluyen únicamente los índices que arrojaron los mejores resultados tanto para el delta de altura como para el delta de diámetro, para cada una de las

categorías que se trabajaron, y así mismo se muestra en las figuras 5 y 6 el comportamiento de los deltas de altura y diámetro frente al índice de competencia Steabler y Hegyi respectivamente.

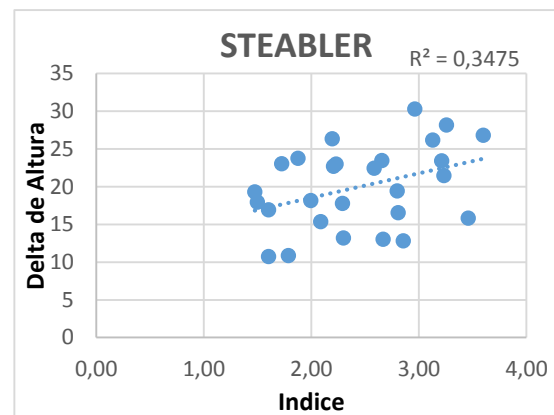
**Figura 5.** Curva de tendencia para el índice de competencia dependiente de la distancia: HEGYI y Delta de Altura.

**Fuente:** El autor



**Figura 6.** Curva de tendencia para el índice de competencia dependiente de la distancia: STEABLER y Delta de Altura.

**Fuente:** El autor



La eficacia de los modelos se corrobora con los valores de  $R^2$ , en este estudio los valores de  $R^2$  muestran que la correlación del índice de competencia dependiente de la distancia con respecto a los valores reales es muy baja, por lo tanto los modelos no fueron capaces de simular el proceso de manera eficiente.

Se recomienda realizar más estudios basados en los índices de competencia para la especie *Gmelina arborea* Roxb., en la zona de estudio y en general todo Colombia, con el fin de generar experiencias y realizar comparaciones con los datos obtenidos en este trabajo.

### 4.3. MODELOS DE SECCIÓN NORMAL

La tabla 8 muestra los resultados de los estadísticos de ajuste y comparación para los modelos de sección normal (únicamente se visualizan los dos mejores índices de competencia dependientes de la distancia para cada modelo). Para la selección de los mejores modelos se tuvieron en cuenta los estadísticos: Coeficiente de determinación ( $R^2$ ), Error medio cuadrático (EMC) y el porcentaje de reducción del error medio cuadrático (PREMC).

El mejor resultado corresponde a Daniels *et al* (1986) con una reducción del error medio cuadrático que varía entre un 3.42% y un 19.39 % para el modelo dos en la categoría codominante y el modelo dos en la categoría dominante respectivamente, superiores a los obtenidos por Alvares (Alvares Taboada, y otros 2003), aunque la metodología y especie usada no son directamente comparables.

En la gran mayoría de los casos se observa que el modelo 2 reduce en general el error. Los mejores resultados se obtuvieron con la ecuación 2, lo que indica que la inclusión del Logaritmo Natural del índice de competencia mejora la capacidad predictiva del modelo.

### 4.4. RESULTADOS OBTENIDOS DEL ENTRENAMIENTO DE LA RED NEURONAL ARTIFICIAL

Se implementó un entrenamiento supervisado, que es el tipo de entrenamiento más utilizado para modelar funciones de crecimiento. Para este tipo de entrenamiento las entradas al modelo y la salida deseada se entregan a partir de las muestras. En el entrenamiento, se puede considerar intuitivamente que existe un “profesor” que “enseña” a la red, proporcionando información para llevarla a emular la función deseada: un conjunto de muestras de entrada se aplica a la entrada de la red, la respuesta a la salida se compara con la respuesta deseada que proporciona el

“profesor”. Éste informa a la red, ya sea el resultado correcto o incorrecto, para actualizar los pesos en consecuencia (Jiménez, 2012).

En este estudio, los datos de entrada y salida del modelo para la red neuronal fueron las variables con las que se implementaron los modelos de crecimiento de sección normal ajustados por regresión (ecuación [6]) incluyendo la posición sociológica (categoría). La función de entrenamiento recomendada en el software MATLAB para este tipo de problema de ajuste de curvas, es el algoritmo Levenberg-Marquardt.

**Tabla 8.** Estadísticos de ajuste y comparación de los mejores modelos de crecimiento de sección normal.

Índice de Competencia	Categoría	Modelo	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> Ajus	P-Valor	EMC	PREMC (%)
Índice de Hegyi (1974)	Suprimido	1	0,34	0,23	0,039	0,5193	
		2	0,45	0,32	0,0158	0,4522	12,9212
		3	0,37	0,23	0,0545	0,5189	0,07702
	Codominante	1	0,41	0,3	0,0168	0,1458	
		2	0,43	0,3	0,0267	0,1467	0,61728
		3	0,44	0,31	0,0235	0,1446	0,82304
	Dominante	1	0,38	0,26	0,0324	0,0897	
		2	0,52	0,39	0,0085	0,0735	18,0602
		3	0,51	0,38	0,0099	0,0749	16,4994
	Total	1	0,35	0,033	0,0001	0,3442	
		2	0,48	0,45	0,0001	0,2766	19,6397
		3	0,42	0,38	0,0001	0,3136	8,89018
Índice De Daniels et al.(1984)	Suprimido	1	0,34	0,23	0,039	0,5193	
		2	0,46	0,33	0,0141	0,4485	13,6337
		3	0,47	0,35	0,0104	0,4381	15,6364
	Codominante	1	0,41	0,3	0,0168	0,1458	
		2	0,42	0,28	0,0342	0,1508	3,42935
		3	0,42	0,28	0,0343	0,1509	3,49794
	Dominante	1	0,38	0,26	0,0324	0,0897	
		2	0,52	0,41	0,0072	0,0723	19,3979
		3	0,5	0,37	0,012	0,0765	14,7157
	Total	1	0,35	0,32	0,0001	0,3442	
		2	0,45	0,41	0,0001	0,2965	13,8518
		3	0,46	0,43	0,0001	0,2874	16,5020



**Leyenda:** *Modelo 1:* Modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio y densidad, *Modelo 2:* modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el Logaritmo natural de índice de competencia, *Modelo 3:* modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el índice de competencia,  $R^2$ : coeficiente de determinación de modelo, *EMC:* errores medio cuadrático y *PREMC:* porcentaje de reducción del error medio cuadrático.

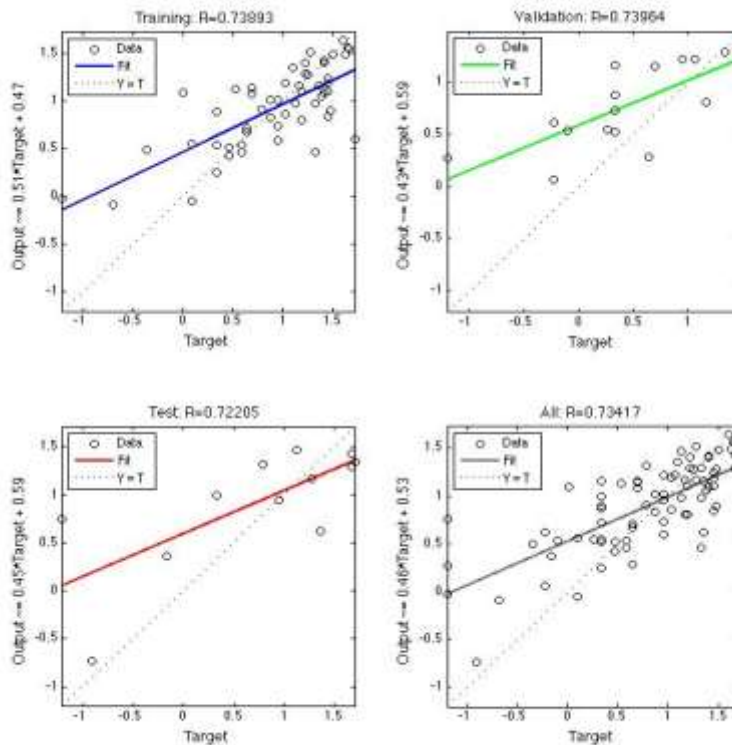
**Tabla 9.** Valores de los coeficientes de correlación arrojados en el entrenamiento, validación y prueba durante un entrenamiento típico al modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el Logaritmo natural del índice de competencia DANIELS et al. (1986).

	<b>Samples</b>	<b>MSE</b>	<b>R</b>
<b>Training</b>	53	1,70432e-01	7.38931e-1
<b>Validation</b>	16	3,24188e-01	7,39641e-1
<b>Testing</b>	12	4,88077e-01	7,22053e-1

Se conoce como época (epoch) a una presentación completa del conjunto de entrenamiento durante el proceso de aprendizaje. El aprendizaje ocurre época a época hasta que los pesos y umbrales se estabilizan y el criterio de error (típicamente el error cuadrático medio (MSE)) sobre el conjunto de entrenamiento completo converge a algún valor mínimo (Jimenez, 2012).

En este estudio el método de aprendizaje utilizado fue el supervisado, el entrenamiento consistió en ingresar unos vectores de entrada y salida a la Red, calcular la salida de esta y compararla con la deseada, se modificó el ajuste de los pesos hasta que el error para el conjunto de entrenamiento entero fuera un valor pequeño y aceptable.

**Figura 7.** Valores de Regresión R que miden las salidas de correlación entre los datos de estrada y la salida objetivo que incluye la validación y el test. Un valor R cercano a 1 significa una estrecha relación, cercano a 0 una relación aleatoria.

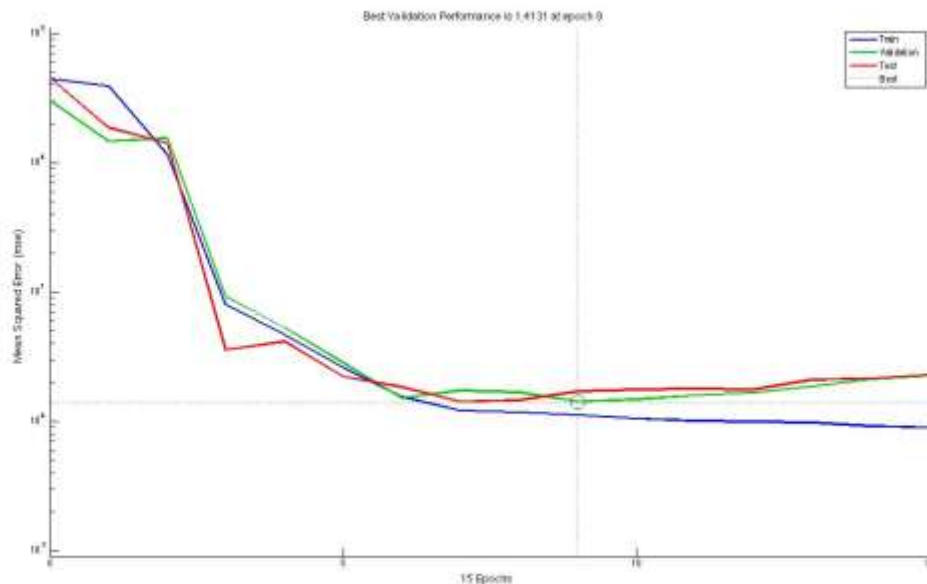


**Fuente:** el autor.

Se realizaron varios entrenamientos con los mejores resultados de los modelos de sección normal e índices de competencia (tabla 8), además se realizaron entrenamientos donde se ingresaban todos los datos, (las tres categorías juntas) y los mejores índices de competencia calculados esto con el fin de comparar cuál de los métodos nos arrojaba mejores resultados y como consecuencia de esto se puede concluir que por categorías se obtienen valores de R bajos, pero cuando se unifican los datos los valores de R son más bajos que cuando se trabaja por categorías.

Se encontraron correlaciones fuertes entre varios índices de competencia y crecimiento de los árboles esto indica que existe la competencia y que es importante para la especie. En la figura 7 además de los valores de R se observa en las 4 figuras de dos dimensiones el conjunto de variables, una diagonal (punteada) que representa una correlación perfecta y otra diagonal (en colores) que representa la obtenida por la red y la relación de los valores de salida (output) y objetivo (target).

**Figura 8.** Evolución de los errores de entrenamiento, validación y test durante un entrenamiento típico al modelo lineal que relaciona edad, diámetro de partida, índice de sitio, densidad y el Logaritmo natural del índice de competencia DANIELS et al. (1986). El mínimo error de validación sucede antes del 10 épocas (epoch).



**Fuente:** el autor

En la figura 8 se puede apreciar claramente que mientras aumenta los epoch, los errores de entrenamiento, validación y test disminuyen, esto debido al ajuste de los pesos. Además se evidencia como resultado al algoritmo recomendado por el software MATLAB Levenberg-Marquardt, el número de épocas necesario para llegar a unos R pequeños y aceptables es relativamente bajo.

## 5. CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES

En la modelización a nivel árbol, medir la longitud de copa, su anchura o el ratio de copa viva, puede aportar información valiosa para estimar la competencia que un árbol ha sufrido en el pasado. (Hasenauer, 2005) y pueden ser importantes a la hora de predecir el crecimiento y la mortalidad, aunque raramente se miden en los inventarios tradicionales, sin embargo, en este trabajo se concluye que las copas no son un buen indicador porque en muchos casos la longitud de la copa no tiene relación con el diámetro y altura del individuo.

Nuestra hipótesis con respecto al primer modelo es que si trabajamos individualmente los árboles según su posición sociológica: Dominantes, codominantes y suprimidos entonces minimizaríamos la dispersión y por tanto obtendríamos mejores resultados que (Alvarez., Barrio Anta, Gorgoso & Alvarez Gonzales, 2003), además que se trabajó con una especie totalmente distinta. Sin embargo se obtuvieron mejores resultados que estos pero no son suficientes.

Los modelos lineal [1], exponencial [2] y potencial [3] no fueron eficientes, es decir los índices por si solos no son capaces de modelar el crecimiento del rodal.

Los índices de competencia en los modelos logarítmicos linealizados [6] y [7] mejoran el resultado de los estadísticos de correlación, alcanzando apenas el 50% de eficiencia, esto quiere decir que aunque se obtuvieron mejores resultados que con los modelos anteriores (lineal [1], exponencial [2] y potencial [3]), el modelo no es capaz de simular el proceso de crecimiento.

Los resultados indican que el crecimiento de la *G. arbórea*, debido a la dispersión de los datos, no puede ser simulado con buena precisión, aun incluyendo los índices de competencia en los modelos de regresión.

Debido a lo anterior y como teóricamente se sugiere que las redes neuronales artificiales tienen la gran capacidad de ajustar funciones entregando tan buenos resultados como los que se obtienen por regresión y, debido a que los estadísticos que se encontraron por regresión no eran muy buenos, se incluyó una Red Neuronal Artificial que se entrenó a partir de los datos con los que se obtuvo los mejores resultados de las ecuaciones [5], [6] y [7]. Se concluye que efectivamente la red neuronal es capaz de mejorar los estadísticos de un 50% de correlación al 73%.

Se recomienda realizar la medición de las copas en temporada lluviosa o justo después de esta temporada que es justo cuando las copas están más frondosas. Para la medición de las alturas se recomienda que todas las mediciones se realicen con el mismo instrumento y ojala sea la misma persona encargada de tomar las mediciones para evitar la subjetividad en la medición. La variable precipitación puede ser incluida en un estudio de estas características, para realizar comparaciones.

## REFERENCIAS

- Aldana, J. (2009). *Evaluación fenotípica de plantaciones de **Gmelina arborea**, en Colombia, con propósitos de mejoramiento genético forestal*. (Trabajo de grado de Ingeniero Forestal). Universidad del Tolima. Ibagué. 120 P.
- Alvarez Taboada. M F., Barrio Anta. M., Gorgoso Varela. J & Alvarez Gonzales. J. G., (2003). Influencia De La Competencia En El Crecimiento Individual De *Pinus radiata* D. Don En Galicia. *Invest. Agrar.: Sist. Recur. For* (2003) 12 (2), 25-35.
- Barrios, A., López, A., Trincado, G., & Nieto, V. (2011). *Monitoreo y modelamiento del crecimiento para el manejo de plantaciones forestales comerciales*. Bogotá d.c., Colombia: Corporación Nacional De Investigación y Fomento Forestal - conif, ministerio de agricultura y desarrollo rural - madr.
- Benitez Naranjo, J., Rivero Veja, M., Vidal Corona. A., Rodriguez Rodriguez, J. & Alvarez Rivera, R. C., (2003). Estimación de diámetro de copa a partir del diámetro normal en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. *Invest. Agrar.: Sist Recur. For.* 12 (2), 37-41.
- Biging G.S. & Dobbertin M., (1995). Evaluation of com- petition indices in individual tree growth models. *For. Sci.* 41 (2), 360-377.
- Corporación Nacional De Investigación Y Fomento Forestal - Conif. (2008). *Descripción de la Red de Parcelas Permanentes de Monitoreo de Crecimiento y Rendimiento del Tolima*.
- Crecente Campo, F., Vazquez Gomez. E., Rodriguez Soalleiro, R., & Dieguez Aranda. U., (2007). Influencia De La Competencia En El Crecimiento Individual De *Pinus*

- Radiata D. Don En Galicia. *Sociedad Española de Ciencias Forestales. Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 23: 167-174
- Daniels, R.F., Burkhardt, H.E. & Clason, T.R., (1986). A comparison of competition measures for predicting growth of loblolly pine trees. *Can. J. For. Res.* 16:1230-1237.
- García. O. (1988). Modelos de Crecimiento- una (Re). visión. Traducción de “Growth modellinga (re)view”, *New Zealand Forestry* 33(3), 14–17. Una versión anterior de este artículo apareció en la Newsletter No.2 del grupo de trabajo de IUFRO “*Management Planning and Managerial Economics in Short Rotation Timber Plantations*”, Marzo 1986.
- Gerrard, D.J. (1967). *Competition quotient: an index of the competitive stress affecting individual forest trees.* ( Ph. D. Thesis). Michigan State University.
- Hegyí, F. (1974). A simulation model for managing jack-pine stands. in J. Fries (ed.): Growth models for tree and stand simulation. *Royal Coll. For., Res. Notes* 30, p. 74-90. Stockholm.
- INFOSTAT. (2015). *InfoStat software estadístico InfoStat version 12.0. Manual de usuario*, Grupo InfoStat.
- Jerez. R.M., Lawrence, V. & Moret. A. Y. (1999). Un modelo de competencia para las plantaciones de teca del área experimental de la reserva forestal Caparo (barinas-venezuela). *Rev. Forest. Venez.* 43(2) 1999, 157-171.
- Jiménez. F. M. (2012). *Redes neuronales y preprocesado de variables para modelos y sensores en bioingeniería.* (Tesis doctoral). Universidad politécnica de valencia.

Keddy, P.A.; (1989). *Population and community biology competition*. Chapman and hall. London.

Laboratorio de Información Geográfica (LabSIG), (2015). *Facultad de Ingeniería Forestal*, Universidad del Tolima. Ibagué, Colombia.

Martin G.L., Ek A.R., (1984). A comparison of competition measures and growth models for predicting plantation red pine diameter and height growth. *For. Sci.* 30 (3), 731-743.

MATLAB R2015a. (2015). Versión 8.5. *User's Guide*, The MathWorks, Inc.

Melo, O. A., (2010). *Modelación del crecimiento, acumulación de biomasa y captura de carbono en árboles de Gmelina arborea Roxb. En Colombia, bajo la plataforma CREFT (Modelo de Crecimiento y Captura de Carbono de Especies en el Trópico), una contribución a la optimización del modelo*. (Tesis Doctoral). Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín.

Navarrete Espinoza. E., Carcamo Ojeda. J., & Novoa Barra. P., (2008). Modelos de crecimiento diametral para *austrocedrus chilensis* en la cordillera de nahualbuta, Chile: una interpretación biológica. *Ciencia e investigación agraria*. 33(3): 311-320. 2008.

Ponce Alonso. R. & Madrigal Casanueva. G. (2007). Modelo de crecimiento en altura e índice de sitio para *juniperus thurifera* L. En España. *Cuad. Soc. Esp. Cienc. For.* 23: 99-105 (2007).

Pukkala T., Kolström T., (1987). Competition indices and the prediction of radial growth in scots pine. *Silva fenn* 21, 55-67.



- Raventos. J., Vayreda. J., Calvet. S., Burriel. J. A., Ibañez. J. J. & Gracias. C. A. (1993). Modelos espaciales de competencia intraespecifica en pinus silvestris y su relacion con variables ecofisiologicas. Congreso forestal español – Iourizan 1.993. *Ponencias y comunicaciones*. Tomo 1.
- Reforestadora de la costa s.a.s - refocosta. (2012). Resumen plan forestal 2012 - 2020. Bogotá d.c - Colombia.
- Reineke, I. (1933). Perfecting a stand density index for even aged forest. *Journal agric. Res*, 46: 627-638.
- Reyes Muñoz. J. L., Aguirre-Calderon. O. A., Jimenez-Perez. J., Treviño Garza. E. J., Jurado. E., & Gonzalez Laredo. E. J. (2011). Nuevos modelos de predicción del incremento en volumen para bosques mezclados del estado de Durango, México. 2010. *Forest systems* 2011 20(1), 43-49.
- Rojas R., F., Arias A., D., Moya R., R., Meza M., A., Murillo G., G., & Arguedas, M. (2004). Manual para productores de melina gmelina arborea en costa rica. Cartago.
- Schröder j., gadow k.v., 1999. Testing a new competition index for maritime pine in northwestern spain. *Can. J. For. Res.* 29, 280-283.
- Sierralta. L. & Gracia. C. A. (1989). Estimación del área de influencia de árboles dominantes en un bosque de pinus sylvestris I. Options méditerranéennes - *série séminaires* - n. O 3 - 1989: 41-46.
- Valles-gándara, A. G. & Valadez-Castro, r. C. (2006). Evaluación de índices de competencia independientes de la distancia para predecir el crecimiento de bosques mezclados en san dimas, Durango revista *Chapingo. Serie Ciencias Forestales Y Del Ambiente*, 12, (1), 2006, 39-44 universidad autónoma Chapingo Chapingo, México.

Vasquez. A. (2001). *Silvicultura de plantaciones forestales en Colombia*. Universidad del Tolima.

Weiner, J., (1982). A neighbourhood model of annual-plant interference. *Ecology* 63(5),1237-1241.

# **ANEXOS**

**Anexo A.** Calculo de índices independientes de la distancia.

<b>No Parcela</b>	<b>Indice FCC</b>	<b>BAL</b>	<b>Balrel</b>	<b>Balmod</b>	<b>Reinike</b>	<b>Hart IH</b>	<b>N.PIES.H</b>
1	3696,08611	8622,76077	6141,81254	1812,5975	273,852503	0,30750775	3437,5
2	5948,39609	7294,38544	4862,92363	625,921558	389,876293	0,38846111	4375
3	4618,50023	9811,70586	5771,59168	1176,99723	535,528156	0,24518289	6250
4	5005,875	9611,67398	5715,78003	1168,31	439,208591	0,2446184	5000
5	7584,09919	9862,67089	7586,66992	1329,42726	458,590504	0,28533603	5312,5
6	5591,76445	11760,505	6917,9441	1755,42874	669,005415	0,19704429	7968,75
7	3522,21742	10843,5291	6777,20566	1462,24396	582,943265	0,23173991	6875
8	5929,69114	6798,68925	6180,62659	1076,76689	663,04726	0,28699929	7968,75
9	4689,64346	7003,54858	4669,03238	989,27861	630,557522	0,23598167	7500
10	3831,81621	8857,62137	5905,08091	2019,53767	654,476303	0,23391813	7812,5
11	3406,29534	8252,78279	4584,87933	1591,95303	596,551087	0,23040274	7031,25
12	4274,09079	13542,9975	6771,49876	2798,19108	720,396588	0,19359646	8593,75
14	4570,91914	7114,04624	5472,34326	1808,47425	700,503129	0,24207558	8437,5
15	3673,03582	8146,64652	6266,65117	956,387378	434,727755	0,40322581	5000
16	4784,98481	4401,47687	5501,84608	1603,17413	769,54594	0,27454765	9375
17	3941,25923	7220,96037	5823,04997	933,376726	455,443821	0,38681918	5312,5
18	4036,36365	8458,72251	6506,70962	2120,9047	726,32354	0,24543148	8750
19	3618,65197	3860,65609	6434,42681	976,297427	449,244324	0,52725136	5312,5
20	3906,66201	4337,98968	4819,98853	1359,21215	597,446309	0,28369308	7187,5
21	3222,87578	6172,32636	5611,20578	1181,7631	589,419514	0,37985317	7031,25
22	3545,21889	3826,38131	4782,97664	1172,00145	683,043002	0,32648264	8281,25
23	4269,7603	6531,40294	5442,83578	1691,46944	602,602791	0,2574252	7187,5
24	3846,83469	3634,79914	4543,49892	1475,2897	633,346983	0,24637867	7656,25
25	2256,26196	4745,16749	5272,40833	917,399049	647,184444	0,45977011	7812,5
26	4203,04582	3081,49399	5135,82331	993,943038	581,233341	0,41336963	7031,25
27	4093,69403	7207,55371	6006,29476	965,62691	761,690279	0,4976079	9218,75
28	4100,36881	6411,39025	5342,82521	1490,48545	505,401449	0,28676967	5937,5
29	3436,04033	4665,40057	5183,77841	1108,23315	404,967737	0,37420129	4687,5
34	4059,49798	9408,7578	4951,97779	2110,91934	682,47432	0,18767094	8125
35	3078,01402	2977,82928	5955,65857	1275,45681	666,393842	0,37355454	8125
38	3325,05735	8777,81015	5486,13134	1967,35577	630,68657	0,2230865	7500

**Anexo B.** Calculo de índices dependientes de la distancia.

Parcela	Staebler	Hegyí	Pukkala	Martin-Ek	Daniels	CCS
	3,04	0,38377193	0,27142652	2,97289223	1,24607896	0,25496235
1	8,56	0,73840142	0,39836244	11,4261769	0,48100436	1,33269378
	10,18	0,40071624	0,52036251	7,5220391	1,20739688	0,26894796
	15,36	1,09025912	1,09452036	15,6108102	0,45820305	1,50872461
2	20,27	0,76658768	1,04547545	16,8838039	0,58338092	0,9461847
	26,87	0,78056154	1,09867985	18,7380232	0,75083222	0,95172772
	12,83	1,46685637	1,23880759	14,5996426	0,37566702	2,66973098
3	13,12	1,69212282	1,09607988	21,8762504	0,24048793	1,29406447
	25,72	1,49731106	2,70914532	53,527159	0,46372333	1,30007343
	13,22	2,24703098	0,9662795	25,7263617	0,14750639	1,91970341
4	20,9	2,60182217	1,28539107	5877,61463	0,16073557	2,20273613
	35,51	0,83089308	1,64260768	447,001839	0,37709327	1,18198092
	10,88	1,84076986	0,50311429	31,6157409	0,14307786	1,80501172
5	28,29	1,4776234	1,26685592	91758,924	0,19988643	0,99521757
	16,93	1,38139676	1,72619033	17,7789294	0,44673435	1,29407213
	38,18	1,8888452	1,26132506	40,0259696	0,15166643	2,33207804
6	58,54	1,42207809	2,22078552	47,8270573	0,53618898	2,25550314
	17,61	1,31498578	1,49514214	17,7354408	0,45433329	1,7398934
	16,56	0,88029477	1,26805432	23,9119141	0,69480726	0,81812403
7	16,06	1,33640068	1,90177945	14,9620112	0,51072394	1,51488842
	28,88	0,88069427	2,31684749	153,858087	0,45732082	1,52391568
	10,77	1,74232465	1,39512035	16,3548424	0,38150306	3,38482487
8	22,43	1,73819052	2,15531747	76,3038214	0,44497248	3,28489736
	18,76	2,24983067	1,74691028	36,5326982	0,22231422	1,59729963
	16,96	1,27649824	0,97819178	27,9835146	0,31817675	1,63447068
9	21,34	2,1406244	1,55292471	718,056256	0,21778722	1,17883275
	27,74	1,67073435	1,8893554	371,472307	0,3307615	1,65951566
	15,86	1,31037362	0,99511387	30,2019216	0,28697711	2,1137975
10	19,82	1,86701122	1,14552294	41,7400293	0,17563306	1,27554444
	24	1,10396216	1,10615236	34,4568801	0,40024557	1,02315075
	19,3	1,13004441	1,06914581	16,3740352	0,50140111	1,90647372
11	18,56	1,23639381	1,51869772	15,224534	0,51832241	1,39371936
	27,72	1,22436275	1,38795501	33,119457	0,37613205	0,78338689
	23,04	1,70995532	1,59765092	26,421937	0,32019106	3,19894347
12	29,35	1,52534543	1,84625851	27,7040114	0,36329912	1,71418231
	29,48	0,99889901	1,36964566	25,902697	0,51003819	0,84112803
	23,02	1,02537735	1,39130663	67,3110747	0,43601149	1,49330054

14	31,61	1,19081168	2,0757864	46,3909853	0,52175044	1,00259728
	28,22	2,15001623	1,00563932	133,145232	0,13067202	0,82040549
	17,79	1,12689203	0,97649034	22,7829418	0,35304734	2,66276889
15	31,68	1,82502161	1,46107513	507,801266	0,21783403	2,02438811
	34,87	1,4041762	1,44351156	218,968648	0,30196056	1,51764244
	23,44	2,38874661	1,31229711	159,664979	0,14687344	2,9296998
16	27,73	1,65126715	1,13842522	191,323058	0,20756242	2,14695784
	26,93	1,4312726	1,400536	113,50215	0,32678049	0,75424229
	26,82	2,39723166	1,24798727	90,0134048	0,11311679	3,86021171
17	27,28	1,70188002	0,9698225	1930,10878	0,21854845	2,29826575
	37,21	0,77287767	1,18847829	49,8776596	0,57093263	0,72387026
	22,73	2,36427875	1,24496136	91,1339803	0,14408278	2,4946652
18	20,18	1,59236884	0,96640884	41,3632002	0,23747158	2,46520967
	22,08	1,46186839	2,25419608	28,9839291	0,4858954	1,53138008
	26,21	2,0273124	1,6478221	149,957191	0,16574548	2,65489477
19	21,59	1,38396107	1,24083133	61,8131997	0,29182952	1,45689861
	23,88	0,85792504	1,06241926	44,2395194	0,68725876	0,97573255
	21,48	1,66489508	1,19236401	105,635555	0,20694904	2,37511993
20	15,81	1,12711307	1,04619246	65,1818235	0,40389607	2,50445163
	20,59	0,98735459	1,5040772	42,5463507	0,66850008	0,98787625
	19,45	2,05015424	1,55587927	69,2041515	0,16994931	1,91092542
21	20,88	1,30143077	1,25854032	44,3804072	0,38086754	1,37797
	5,14	1,14124653	1,26834128	22,2897074	0,53264453	1,0694766
	26,34	1,70486782	1,45587724	149,015901	0,23506804	2,26250169
22	25,59	1,73042754	34,2134263	124,084298	0,23573417	1,46896928
	24,05	1,18375144	2,18620266	34,5995588	0,56733967	1,02076279
	17,98	1,28094536	1,7453186	32,7347692	0,4738564	2,32101061
23	32,4	2,11315339	1,29870341	52,4468211	0,1828187	2,89340753
	32,34	0,90597538	1,56851965	196,445356	0,5542492	0,94980888
	23,79	1,39087578	1,25721182	55,8407036	0,42224578	2,54229714
24	23,03	2,04773476	1,31162686	1932,43838	0,22013663	2,15518839
	28,06	0,91951992	2,77126359	88,6251971	0,69558767	0,7674639
	23,46	1,48999441	1,78116665	56,1038914	0,37282712	2,57600674
25	21,72	1,97577825	2,04885418	46,0196208	0,36021563	2,03270254
	21,83	1,03873932	1,2525841	53,8942842	0,51247037	1,79125072
	28,18	1,7163565	1,18888357	352,59131	0,18863117	2,43482816
26	21,01	1,85002519	1,01597036	229,105535	0,19114023	2,17715114
	30,17	1,13215486	2,12540733	128,941719	0,41720409	0,6872174
	22,45	6,07168445	1,26201737	472,70729	0,02335899	5,90323276

27	25,15	1,6742354	1,52481448	71,2864081	0,25359033	1,42404284
	31,21	1,21837009	1,43777725	36,0818856	0,56981667	0,61839864
	30,3	1,17305598	1,09426757	47,1391274	0,35303964	1,98862992
28	21,47	1,6173256	1,06997158	66,6096217	0,25594012	1,42986694
	27,86	1,77944701	0,5104633	210,745313	0,10382054	0,62191081
	13,15	1,02019073	1,41099945	10,9224839	0,76752178	1,08392252
34	18,4	1,12685471	1,57437816	17,0680363	0,60780649	1,09590976
	24,26	1,95695487	2,2723458	49,409671	0,4629797	1,79902779
	11,91	1,20675013	0,67843291	1128,77024	0,25725175	0,74475052
38	23,36	1,22754698	1,06297786	98,9683451	0,25818002	2,18337111
	55,22	0,89506248	1,40859494	23,2217244	0,52784865	1,28062065

**Anexo C.** Distancia entre arboles elegidos para cada categoría y sus competidores.

Nº Parcela	Árbol Elegido	Competidores	Distancia
1	9	7	3,04
	3	30	5,54
		4	3,02
	22	26	3,38
16		5,8	
2	21	17	3,34
		19	3,54
		22	4,72
		24	3,76
	7	2	5,72
		6	5,2
		9	6
		10	3,35
	30	1	5,27
		2	5,17
		26	5,34
		28	2,61
		29	5,48
3	1	2	3,11
		39	3,08
		6	4,02
		7	2,62
	14	7	3,34

		12	3,63
		15	2,94
		9	3,21
	28	24	4,26
		25	2,79
		26	3,90
		27	2,82
		29	3,48
		30	4,46
		32	4,01
4	7	4	3,81
		5	2,63
		6	4,23
		8	2,55
	28	26	2,98
		27	4,36
		29	2,97
		30	2,51
		31	3,58
		32	4,50
	17	6	5,65
		10	3,97
		19	5,11
22		4,26	
25		3,13	
31		5,73	
5	22	20	3,3
		21	4,5
		23	3,2
	7	2	6,0
		4	3,2
		5	4,7
		6	6,0
		8	3,4
		10	5,0
		29	26
	27		4,4
	28		3,4
30	3,1		
31	3,5		
6	22	18	2,7



		19	2,8
		20	4,1
		23	3,6
		24	3,0
	33	1	4,8
		21	3,8
		29	2,5
		30	4,2
		32	3,2
		35	4,2
	3	39	2,9
		1	3,8
		4	2,9
		7	4,0
		11	4,2
7	25	51	2,8
		20	3,55
		22	5,18
		26	3,98
	6	28	2,85
		2	4,39
		4	2,59
		5	3
		7	2,79
		8	3,29
	39	31	3,36
		34	4,67
		35	2,43
		36	5,32
		38	4,05
40		3,53	
8	13	41	5,52
		11	3,0
		15	3,1
		16	2,5
	48	17	2,1
		1	3,2
		10	3,0
		24	4,1
		37	2,8
		39	3,2

	20	44	2,9
		49	3,4
		17	2,73
		18	2,77
		19	2,86
		21	3,61
		22	3,79
		23	3
9	25	20	4,07
		24	2,84
		28	4,14
		30	5,91
	2	5	2,86
		10	4,43
		12	2,92
		40	2,96
		44	5,18
		48	2,99
	9	5	5,13
		6	3,58
		7	4,87
		8	3,18
		10	2,86
		11	4,03
15		4,09	
10	24	19	4,73
		22	3,53
		23	4,78
		26	2,82
	35	32	3,42
		33	4,5
		34	3,4
		36	4,52
		38	3,98
	63	2	5,81
		7	4,55
		8	5,92
		52	4,68
58		3,04	
11	28	25	4,22
		26	3,4

		29	4,29	
		30	4,52	
		31	2,87	
	9	6	2,75	
		7	4,31	
		10	2,85	
		12	4,45	
		13	4,2	
	33	27	4,57	
		28	5,51	
		31	3,91	
		34	4,18	
		40	4,05	
		45	5,5	
	12	26	22	4,72
23			3,84	
24			2,51	
27			5,1	
28			4,01	
29			2,86	
37		34	3,15	
		35	4,8	
		36	4,48	
		38	5,23	
		39	3,1	
		40	3,92	
		43	4,67	
25		8	3,91	
		12	4,96	
		19	5,79	
		27	4,68	
		35	5,16	
		58	4,98	
14		44	39	4,75
			40	5,56
	45		2,96	
	47		4,93	
	50		4,82	
	30	26	5,03	
		27	5,35	
		29	4,1	

		31	3,8
		32	4,88
		33	3,04
		34	5,41
	1	2	3,57
		4	5,59
		6	3,01
		9	5,9
		12	4,74
		54	5,41
15		28	25
	29		3,34
	31		3,79
	32		4,63
	17	6	3,48
		10	4,74
		14	6
		19	4,42
		22	4,93
		24	3,19
		34	4,92
	38	2	4,83
		6	5,42
		32	5,3
33		6,4	
34		4,31	
36		4,94	
39		3,67	
16	25	9	3,76
		13	4,71
		20	2,96
		30	4,23
		37	2,92
		56	4,86
	31	26	4,86
		28	3,13
		29	5,26
		32	4,31
		33	5,11
		34	5,06
	61	2	4,62

		3	2,92
		7	5,99
		9	5,25
		56	4,3
		62	3,85
17	27	15	5,94
		21	5,24
		23	4,02
		28	2,96
		33	3,74
		38	4,92
		4	5,11
	3	9	5,63
		38	4,96
		39	5,46
		41	2,47
		2	3,65
	13	8	7,9
		11	7,66
		12	5,55
		14	4,65
		15	5,51
9		4,94	
18	14	10	4,56
		13	2,97
		15	3,58
		16	4,01
		17	3,53
		18	4,08
		26	3,31
		35	4,17
	39	42	3
		46	5,31
		49	4,39
		3	2
	5		4,16
	6		2,73
	7		5,58
54	3,85		
55	3,72		
48	5,37		
19	51	48	5,37

		50	3,06
		52	3,03
		53	4,54
		54	5,1
		55	5,11
		55	5,26
	61	60	4,5
		62	3,58
		64	3,01
		65	5,24
	38	34	5,89
		35	3,17
		37	4,3
		42	5,95
		43	4,37
20	65	1	4,8
		2	2,78
		4	4,67
		62	4,83
		63	4,4
	34	31	3,11
		32	4,95
		36	4,97
		37	2,78
	18	14	5,25
		16	5,33
		17	3
19		3,26	
22		3,75	
21	40	8	5,08
		27	3,38
		44	2,41
		52	4,62
		56	3,96
	58	52	4,19
		55	2,98
		57	5,6
		60	3,56
		63	4,55
23	19	4,34	
	20	5,28	

		22	3,08
		24	5,03
		26	2,92
		28	5,14
22	37	33	3,2
		35	4,36
		36	4,42
		38	5,24
		40	2,89
		43	4,23
	48	39	5,01
		44	5,04
		45	4,04
		46	4,94
		47	3,31
		49	3,25
	23	19	5,02
		20	4,15
		22	3
25		4,1	
26		3,3	
28		4,48	
23	38	35	4,83
		37	3,09
		39	2,85
		42	3,49
		43	3,72
	56	1	5,11
		52	5,3
		53	6
		54	2,05
		55	3,67
		57	4,5
		51	4,75
		10	2
	5		4,75
	6		3,42
	11		3,06
	16		4,36
	23		5,36
49	6,43		

24	16	11	4,07
		12	4,92
		15	2,96
		18	5,1
		19	3,11
		20	3,63
	42	38	4,6
		39	5,67
		40	3,72
		41	2,94
		44	3,59
	3	45	2,51
		2	4,31
		6	3,02
		7	3,75
11		4,82	
25	30	41	6,96
		48	5,2
		24	5
		28	2,89
		29	4,6
		31	3,63
	18	32	4,54
		33	2,8
		14	4,3
		15	1,5
		20	2,23
		21	4,79
		22	3,78
		24	5,12
	54	50	3,61
52		3,22	
55		4,72	
56		5,2	
59		5,08	
26	10	1	4,62
		11	3,11
		16	5,3
		25	4,98
		28	4,83
		46	5,34



	41	26	3,5	
		35	3,1	
		43	3,03	
		45	5,15	
		46	4,23	
	26	20	5,39	
		21	5,09	
		22	2,74	
		23	4,41	
		25	4,05	
		28	3,36	
	27	27	29	3,13
			24	4,64
25			3,43	
26			4,72	
29			2,73	
30			3,03	
1		31	3,9	
		2	4,86	
		5	3,63	
		4	4,64	
		3	3,03	
		52	3,79	
46		53	5,2	
		41	4,2	
		42	5,19	
		45	3,03	
		47	2,96	
		50	4,47	
28	2	51	3,63	
		1	5	
		3	5,07	
		11	4,05	
		13	4,56	
		27	4,45	
	5	33	5,17	
		1	5,62	
		3	4,01	
		4	3,42	
		6	2,7	
		7	4,72	

		27	4,37
		29	5,7
	28	31	5,97
		32	5,68
		33	4,48
		37	2,68
	40	38	2,77
		41	4,07
		47	3,63
		17	4,77
	23	18	3,79
		20	2,54
		21	4,15
		24	3,15
34		5	3,77
		8	2,93
	13	10	3,99
		11	4,17
		18	2,75
		19	2,91
		22	3,74
		32	4,22
	34	33	3,4
		37	4,29
		38	5,21
		20	5
	21	22	2,75
		23	4,31
		24	2,85
		17	4,45
38		2	33
		6	4,57
	47	8	5,51
		49	3,91
		52	4,18
		55	4,05