Universidade de Aveiro Departamento de Educação
2015

Astrigilda Pires Rocha Silveira

O GeoGebra na formação e aprendizagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano

Universidade de Aveiro Departamento de Educação
2015

Astrigilda Pires Rocha Silveira

O GeoGebra na formação e aprendizagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano

Tese apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Multimédia em Educação, realizada sob a orientação científica da Doutora Isabel Cabrita, Professora Auxiliar do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro

Dedico este trabalho aos meus filhos Tiago Pires e Lavínia Pires e ao meu marido Octávio Pires.

o júri

Presidente

Doutor Luís António Ferreira Martins Dias Carlos
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

Doutor Fernando Manuel dos Santos Ramos
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

Doutor Pedro Manuel Baptista Palhares
Professor Associado do Instituto de Educação da Universidade do Minho

Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro (Orientadora)

Doutora Lia Raquel Moreira Oliveira
Professora Auxiliar do Instituto de Educação da Universidade do Minho

Doutora Isabel Maria Torres Magalhães Vieira Araújo
Professora Adjunta da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

agradecimentos

Foram várias as pessoas que contribuíram para o desenvolvimento desta tese.

Começo por agradecer à minha orientadora, Doutora Isabel Cabrita, pelo apoio e orientação dado neste trabalho e pelo enriquecimento do conhecimento que me proporcionou o desenvolvimento pessoal e profissional nesta área tão interessante que é a Multimédia em Educação.

Aos professores, em especial à Professora-caso, e aos alunos que aceitaram participar neste estudo e que contribuíram para que o mesmo se concretizasse.

Aos especialistas que apoiaram a validação dos questionários, das entrevistas, das fichas de trabalho e dos testes de avaliação.

À minha família pela paciência e pelo apoio constante e incansável.

A todos os colegas de profissão e do programa de doutoramento, amigos e familiares, que, de uma forma ou outra, contribuíram para a realização deste trabalho, o meu muito obrigada!

Palavras-chave

GeoGebra, Formação Contínua de Professores, Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, Competência Geométrica, Competência Tecnológica, Competência Curricular, Competência Didática.

Resumo

A problemática do insucesso escolar a matemática e as mais-valias que se tem vindo a reconhecer às tecnologias informáticas no contexto educativo levaram a que o Governo de Cabo Verde implementasse o Programa "*Mundu Novu*". Por outro lado, em relação à temática das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, existe um ponto considerado consensual na literatura e entre professores de Matemática de Cabo Verde – não obstante a sua importância, é uma das mais problemáticas a nível do ensino e da aprendizagem da matemática.

Procurando tirar partido do programa "*Mundu Novu*" e, ao mesmo tempo, avançar com uma nova abordagem às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, à luz das orientações teóricas e curriculares no panorama internacional, desenvolveu-se uma investigação essencialmente qualitativa, cuja finalidade é avaliar a influência de uma Ação de Formação Contínua, centrada na abordagem daquele tópico matemático com recurso a um ambiente dinâmico de geometria dinâmica, no desenvolvimento de competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas de professores e competências geométricas e tecnológicas dos seus respetivos alunos.

Atendendo aos objetivos delineados e à procura de respostas às questões de investigação que a nortearam, optou-se, em termos metodológicos, pelo *design* de estudo de caso intrínseco, essencialmente qualitativo, com caráter interpretativo e avaliativo, assumindo a investigadora o duplo papel de formadora e de supervisora reflexiva e de observadora tanto quanto possível participante.

A investigação desenvolveu-se em duas principais fases metodológicas envolvendo: i) a planificação da formação, decorrente da revisão de literatura, da aplicação do questionário inicial aos professores e da assistência a aulas; ii) a implementação do plano de formação e, paralelamente, a primeira entrevista à Professora-caso, a aplicação do questionário inicial e do pré-teste aos alunos e o acompanhamento da Professora-caso na abordagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportado pelo GeoGebra. Terminou com a aplicação de questionários a professores e alunos, do pós-teste aos alunos e da segunda entrevista à Professora-caso.

A Ação de Formação foi desenvolvida ao longo de 4 meses e nela participaram oito dos treze professores de Matemática de uma Escola Secundária da Ilha de Santiago. Do conjunto dos formandos, foi escolhida uma professora para um estudo em profundidade, que envolveu o acompanhamento das suas atividades em sala de aula, constituída por 21 alunos.

Como principais técnicas de recolha de dados privilegiaram-se, neste estudo, a inquirição, a observação direta e participante e a recolha documental, suportadas pelos seguintes instrumentos – diário do investigador, registos fotográficos, de áudio e vídeo, produções dos professores e dos alunos, entrevistas e questionários. Os dados recolhidos foram alvo de análise de conteúdo e de quantificação, recorrendo-se a estatística descritiva.

A análise dos resultados da investigação realizada aponta para o desenvolvimento de competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas da Professora-caso, permitindo-lhe ficar mais sensibilizada e mais apta para implementar metodologias inovadoras nas suas aulas com o apoio de recursos tecnológicos. A experiência desenvolvida em sala de aula teve repercussões muito positivas ao nível da motivação e empenho dos alunos, bem como da construção de conhecimento sobre os tópicos geométricos abordados e do desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas, de comunicação e de raciocínio. Permitiu, ainda, o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem da matemática.

Keywords

GeoGebra, Continuous Teachers' Training, Isometric Geometric Transformations on the Euclidian Plan, Geometric Competence, Technological Competence, Curricular Competence, Didactic Competence.

Abstract

The problem of school failure at math and any gains that has been recognized to the computer technology in the educational context led the Cape Verdean Government to implement the programme "*Mundu Novu*". On the other hand, regarding the topic of Isometric Geometric Transformations on the euclidian plan, there is a point considered consensual in the literature and among mathematics teachers in Cape Verde – in spite of its importance, is one of the most problematic in terms of the teaching and learning of mathematics.

Trying to take advantage of the programme "*Mundu Novu*" and, at the same time, come up with a new approach to Isometric Geometric Transformations on the euclidian plan, regarding the theoretical and curriculum guidelines in the international panorama, it was developed an essentially qualitative research, whose purpose is to evaluate the influence of a Continuous Training, centred on the approach of that mathematical topic using a dynamic environment of dynamic geometry on the development of teachers' geometric, technological, curricular didactic skills and geometric and technological skills of their respective students.

Taking into account the objectives delineated and looking for answers to research questions that guided it, it was chosen, in methodological terms, the intrinsic case study design, essentially qualitative, with interpretive and evaluative characteristics, assuming investigator the dual role of professor and of reflexive supervisor and observer participating as much as possible.

The research was developed in two main methodological stages involving: i) the training plan, as a result of the literature review, the application of initial questionnaire to teachers and class observations; II) the implementation of the training plan and, at the same time, the first interview with the Case-Teacher, applying the initial questionnaire and the pre-test to students and the monitoring of Case-Teacher in Isometric Geometric Transformations approach on the euclidian plan supported by GeoGebra. The reaserch was finished with the application of questionnaires to teachers and students, the post-test to students and the second interview with the Case-Teacher.

The training was developed over 4 months and eight of the thirteen math teachers of a secondary school on Santiago island participated in it. Of all the trainees, it was chosen a teacher for an in-depth study, which involved the monitoring of her classroom activities, consisting of 21 students.

As the main data collection techniques, it was given priority in this study to the Inquisition, the direct and participative observation and document collection, supported by the following instruments – investigator diary, photographic, audio and video records, teachers' and students productions, interviews and questionnaires. The data collected were subjected to content analysis and quantification, using descriptive statistics.

The analysis of the results of the research carried out point to the development of the Case-teacher’s geometric, technological, didactic and curricular skills, allowing her to be more sensitive and better able to implement innovative methodologies in her classes with the support of technological resources. The experience developed in the classroom had very positive repercussions on students’ motivation and commitment, as well as building knowledge about the geometrical topics addressed and development of problem-solving skills, communication and reasoning. It also allowed the development of a more comprehensive, correct and positive view of the technological tools in the learning of mathematics.

Índice

Índice de Quadros

Índice de Figuras

Índice de Gráficos

Lista de Anexos

Abreviaturas e Siglas

ADGD – Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica

APM – Associação dos Professores de Matemática

CA – Comissão de Avaliação Externa

CAS – Sistema de Computação Algébrica

CEB – Ciclo do Ensino Básico

DB – Diário de Bordo

DGIDC – Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

EB – Ensino Básico

ES – Ensino Secundário

EMRG – Excerto de um Momento de Reunião Gravado

ERAG – Excerto da Reflexão da Aula Gravada

EDSFFG – Excerto de um Diálogo da Sessão de Formação Filmada e Gravada

EDSSAFG – Excerto de um Diálogo de Sessão de Sala de Aula Filmada e Gravada

GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério de Educação

GEP – Gabinetes de Estudos e Planeamento

IES – Instituição de Ensino Superior

ISE – Instituto Superior de Educação

MA – Metas de Aprendizagem

ME – Ministério de Educação

MED – Ministério de Educação e Desporto

NCTM – National Council Teachers of Mathemathics

NOSI – Núcleo Operacional da Sociedade de Informação

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

PE – Primeira entrevista

PEE – Plano Estratégico para a Educação

PFCM – Programa de Formação Contínua em Matemática

PISA – Programme for International Student Assessment

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

PMES – Programa de Matemática do Ensino Secundário

QIA – Questionário Inicial Aplicado aos Alunos

QIP – Questionário Inicial Aplicado aos Professores

QFA – Questionário Final Aplicado aos Alunos

QFP – Questionário Final Aplicado aos Professores

UA – Universidade de Aveiro

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura

UNICEF – Fundo das Nações Unidas para a Infância

SE – Segunda entrevista

TMSFGF – Transcrição de um Momento de Sessão de Formação Gravada e Filmada

TMSSAGF – Transcrição de um Momento de Sessão de Sala de Aula Gravada e Filmada

ZPD – Zona Proximal de Desenvolvimento

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

1.1. Orientação para o problema

A sociedade contemporânea exige ao cidadão uma atitude mais participativa e interventiva, com ações reveladoras de uma leitura crítica e criativa da mesma. Dado que a presença de tecnologias designadamente informáticas, cada vez mais desenvolvidas é um facto inegável nas mais modernas e promissoras sociedades, e alterando significativamente a forma de vida a nível pessoal, profissional e familiar a sua utilização impõe-se (Sousa, 2003).

Neste contexto e em matéria de educação, um número considerável de especialistas (Cabrita, 1998; Almeida, 2001; Brocardo, 2001; Santos, 2000; King & Schattschneider, 2003; Almiro, 2005; Gutiérrez, 2005; Ribeiro, 2005; Candeias, 2008; Lagrange, 2009; Bravo, 2010; Rocha, Segurado & Capela, 2010; Neto, Breda & Godino, 2011; Domingos & Vieira, 2012; Pinheiro & Cabrita, 2012; Pinheiro & Cabrita, 2013) defende que devem entrar na escola não só para preparar os alunos para poderem enfrentar os desafios que a sociedade lhes coloca mas também pelas mais-valias ao nível do processo de ensino e de aprendizagem.

Assim, nota-se um esforço crescente da comunidade científica e académica e um interesse de cada vez mais instituições em implementar os últimos inventos e seguir a investigação que procura dar resposta às condições que potenciam a utilização dos meios informáticos em todos os contextos educativos, designadamente da Matemática.

Tais atitudes repercutiram-se na formação dos professores e, em muitos casos, levaram a uma crescente adoção de novas práticas letivas assumindo-se, desta feita, as tecnologias informáticas como suportes indispensáveis designadamente à resolução dos problemas que se colocam à prática docente em sala de aula face às novas conjunturas (Valente, 1998).

Assim,

> "Os professores reaparecem, neste início do século XXI, como elementos insubstituíveis não só na promoção das aprendizagens, mas também na construção de processos de inclusão que respondam aos desafios da diversidade e no desenvolvimento de métodos apropriados de utilização das novas tecnologias" (Nóvoa, 2009, p. 13).

Sem poder ignorar a vertente tecnológica (Mercado, 2002), a evolução dos conhecimentos nos mais variados domínios científicos exige uma renovação da escola, enquanto instituição, alargando o seu domínio funcional para além do ensinar aspetos factuais ou apenas preparar os indivíduos para o exercício de uma profissão. A escola do século XXI deve assumir, sobretudo, a missão de delinear estratégias no sentido de proporcionar aos jovens a construção contínua de conhecimentos, de tal modo que os mesmos sejam capazes de os aplicar com flexibilidade, adaptando-se às diversas situações (Cardoso *et al*., 1996). Enquanto instituição onde professores e alunos atuam durante grande parte das suas vidas, a escola deve encarar esta realidade como um desafio (Silva & Cabrita, 2005).

Para tal, segundo o *National Council Teachers of Mathematics* – NCTM (2008), no quadro das exigências feitas ao exercício da profissão, os professores de Matemática precisam possuir um conhecimento matemático sólido e bastante diversificado, a par do conhecimento aprofundado do currículo e didático, incluindo tipos e instrumentos de avaliação das aprendizagens dos alunos.

Tais exigências estendem-se, em particular, à área da Geometria que tem sido negligenciada nos últimos tempos e só recentemente passou a ser revitalizada (Ribeiro, 2005; Ponte *et al*., 2007; Candeias, 2008; Ponte, 2008; Breda *et al*., 2011).

Neste contexto, uma leitura do meio académico cabo-verdiano levou à constatação de uma situação lacunar quanto à total inexistência, até ao presente, de estudos de investigação que incidam sobre o uso efetivo de *softwares* dinâmicos para o estudo da Geometria, que possam potenciar uma aprendizagem interativa e significativa. Também os cursos de formação contínua de professores têm descurado esta temática.

Encarando como desafio a entrada nesse terreno virgem, o projeto de investigação desenvolvido procurou cobrir as várias vertentes enunciadas, de forma a permitir avaliar abordagens capazes de gerar aprendizagens significativas ao nível da Geometria, em professores e respetivos alunos.

O interesse numa investigação na linha em que esta se enquadra partiu da vivência experiencial da investigadora em cursos de formação contínua de professores e na participação de projectos, sobretudo ao nível das 2as Olimpíadas de Matemática, realizadas com alunos do Ensino Secundário, em 2004, e do envolvimento no maior programa de introdução das tecnologias informáticas no sistema educativo cabo-verdiano, o "*Mundu Novu*", previsto para ser implementado no horizonte 2009 – 2014 e que comtempla programas de formação contínua para professores. Assim, surgiu a ideia de conceber, implementar e avaliar o impacto de um programa de formação contínua, com foco nas Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e por recurso a um ambiente dinâmico de geometria dinâmica – ADGD, o GeoGebra, no desenvolvimento de competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas de professores, bem como de competências geométricas e tecnológicas dos seus alunos.

A escolha pela Geometria foi reforçada pelo facto de os professores que participaram da formação, no questionário inicial aplicado aos mesmos, terem-na indicado como a unidade temática em que sentiam mais necessidade de utilizar um *software* para facilitar a aprendizagem dos alunos. Tal instrumento aplicado no âmbito da investigação teve por objetivo averiguar o nível de conhecimento dos inquiridos em informática, a sua atitude perante a mesma e saber se e como utilizam os recursos tecnológicos no contexto educativo. Os subsídios recolhidos das análises do questionário inicial auxiliaram a planificação da Ação de Formação levada a cabo no âmbito do estudo empírico de tese. Quanto às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano considera-se pertinente dedicar uma atenção especial a este tópico devido às próprias alterações a nível conceptual, que estão consignadas no Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) em Portugal (Ponte *et al*., 2007). De acordo com o estipulado no atual Programa de Cabo Verde, as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano são abordadas na lógica dos antigos programas portugueses. Portanto, antecipa-se essa nova visão para ser já trabalhada em Cabo Verde, procurando estar, neste momento, ao nível do PMEB em Portugal (Ponte *et al*., 2007), cuja estrutura e finalidade estão mais próximas do que aparece na literatura anglo-saxónica e francófona. Embora em Cabo Verde este ponto ainda esteja a ser tratado de forma mais tradicional, a formação encabeçada pelo novo Programa do "*Mundu Novu*" tenta aproximar-se destas novas orientações.

O presente estudo surge num momento em que, em Cabo Verde, se encontra em curso um programa de disseminação do uso das tecnologias informáticas, designadamente a nível do Ensino Básico e Secundário. Realmente, a integração de tais tecnologias em contexto educativo ainda é pouco expressiva, sendo que tal situação afeta o processo de ensino e de aprendizagem da disciplina de Matemática, que tem enfrentado dificuldades de vária ordem culminando num insucesso escolar marcado por altas taxas de reprovação e abandono escolar precoce. Colocam-se entre as várias razões para o insucesso escolar da Matemática a desatualização dos currículos em vigor, a insuficiente e/ou inadequada preparação dos professores para a função, a desvalorização profissional, a adoção de metodologias ultrapassadas, a insuficiência de materiais didáticos e turmas com número excessivo de alunos (Ministério da Educação - ME & UNICEF, 1998).

Para tentar ultrapassar esta situação, as entidades competentes têm vindo, paralelamente, a conceber e a desenvolver diferentes programas de avaliação e reajustamentos curriculares com vista à adequação dos curricula aos novos tempos e às necessidades educativas atuais e reais. É nesta ordem de ideias que está em curso um Programa do Governo, intitulado "*Mundu Novu*", com vista não só a modernizar diferentes setores da vida social e administrativa cabo-verdiana como também, e sobretudo, todo o sistema educativo com recurso às tecnologias informáticas, tendo como base o paradigma de ensino interativo. Este novo paradigma exige dos professores uma:

- "preparação para os novos desafios, em termos do seu novo papel e posicionamento na sala de aula e;
- formação adequada às novas competências que é necessário ter, nomeadamente no âmbito da utilização de novos equipamentos e conteúdos programáticos interactivos" (NOSI, 2009, p.13).

O cumprimento das metas estipuladas encontra-se muito aquém do inicialmente programado, principalmente, quanto ao acesso às tecnologias em todas as escolas do país. No quadro do programa "*Mundu Novu*", previu-se uma cobertura nacional no horizonte 2009-2014 mas, até ao momento, cobriu-se apenas 3% do Ensino Básico (EB) e 40,5% no Ensino Secundário (ES)[1]. Outra meta, a da formação contínua alargada a todos os professores do EB e do ES dos concelhos do país com o Curso *PIL*[2], está por cumprir porque dela ainda só beneficiaram 178 professores de um universo de 6903. O Curso de *Iniciação Intel Teach*[3], entre 2009 e 2013, contemplou 30 formadores principais e chegou a 735 professores do EB, 2634 professores do ES e 14 Professores do Instituto Pedagógico[4]. No entanto, o programa em curso mostra um esforço do governo no reforço dos investimentos até agora feitos para a valorização do professor e a criação de condições de trabalho que viabilizem uma participação efetiva no desenvolvimento da sociedade cabo-verdiana. De facto, de acordo com a governante do Ministério de Educação e Desporto (MED) em Cabo Verde, o professor desempenha um papel crucial em todo esse processo, por ser o veículo de aquisição das competências necessárias ao desenvolvimento das sociedades onde estamos inseridos. Assim, atualmente, a principal função do professor em Cabo Verde é transformar cada aluno individualmente e mobilizar todos os esforços e recursos para fazer de cada aluno uma peça fundamental e estruturante para o sucesso de uma sociedade moderna (MED, 2012a).

A nível curricular, com a aposta no desenvolvimento de competências, novos objetivos foram delineados pelo MED/Governo de Cabo Verde, particularmente em relação às capacidades, atitudes e valores, e com realce para a resolução de problemas, desenvolvimento do raciocínio matemático e do entendimento do papel de Matemática. Assim, valorizam-se tarefas de natureza mais aberta, novos modos de trabalho em sala de aula, a utilização de diversos recursos, incluindo as tecnologias, e vários tipos, processos e instrumentos de avaliação.

Em particular, no Programa de Matemática do Ensino Secundário (PMES) para o 8º ano, o ensino perspetivado fundamenta-se na estruturação do pensamento dos alunos, no desenvolvimento da capacidade comunicativa e da capacidade de resolução de problemas. Recomenda, ainda, que os alunos sejam incentivados a realizar experiências que lhes estimulem o gosto e o prazer pela Matemática. Para tanto, exige-se a associação das competências cognitivas e sociais, de modo a

---

[1] www.mundunovu.gov.cv

[2]*Programa da Microsoft, parceiros na aprendizagem. É uma iniciativa global concebida com o objectivo de aumentar, de forma activa, o acesso à tecnologia de forma a maximizar a aprendizagem. A meta é ajudar as escolas e os alunos a obterem melhores acessos à tecnologia, aproximações pedagógicas mais inovadoras, promover o desenvolvimento profissional dos professores, bem como capacitar os líderes educativos com ferramentas que lhes permite implementar e gerir a mudança.* (*in* www.mundunovu.gov.cv)

[3]*É uma ferramenta de desenvolvimento profissional que oferece assistência a professores com muito ou pouca experiência em informática, no sentido de adquirirem habilidades de alfabetização tecnológicas básicas e uma introdução ao desenvolvimento de abordagens de ensino e aprendizagem do Século XXI.* (*in* www.mundunovu.gov.cv)

[4]www.mundunovu.gov.cv

desenvolver capacidades de conjeturar e tirar conclusões através de atividades de exploração de forma autónoma e interativa, por recurso a tecnologias.

Neste âmbito, desenvolveu-se um projeto de investigação com enfoque na utilização do *software* dinâmico GeoGebra no estudo das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano que pudesse fornecer elementos de análise dos resultados de tal utilização no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e, em particular, da Geometria, no pressuposto de que os ADGD podem proporcionar espaços de ensino e de aprendizagem efetivos, estimulantes e inovadores na medida em que possibilitam a construção e a manipulação dinâmica de objetos (Brocardo, 2001; Veloso & Candeias, 2003; Almiro, 2005; Ribeiro, 2005; Serrazina *et al*., 2005; Ponte *et al*., 2007; Cabrita, Pinheiro, Pinheiro & Sousa, 2008; Candeias, 2008; NCTM, 2008; Breda *et al*., 2011). Além disso, a análise de alterações e invariantes nas propriedades de uma figura potenciada por um ADGD, para além de contribuir para o desenvolvimento da visualização, proporciona desafios à imaginação e ao raciocínio (Brocardo, 2001; Cabrita & Silva, 2004; Almiro, 2005; Gutiérrez, 2005; Candeias & Ponte, 2006; Duarte, 2009; Bravo, 2010; Neto, Breda & Godino, 2011).

No entanto, no contexto cabo-verdiano, ainda não há estudos sobre as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, envolvendo o GeoGebra e com enfoque nas dinâmicas da sala de aula, onde a atividade do aluno é, de acordo com a perspetiva construtivista, indispensável. Tal ação deve incidir sobre tarefas o mais desafiante possível, como os problemas e as tarefas exploratórias ou investigativas. A propósito, Ribeiro (2005) refere que "[…] por esta via, se desenvolvem nos alunos competências de níveis mais elevados como a competência de formular conjecturas, argumentar e defender as suas ideias, estabelecer conexões e relacionar várias áreas da Matemática, capacidades comunicacionais e de persistência, entre outras" (p. 363). Sendo Cabo Verde um país insular, com escassos recursos, onde a grande maioria das escolas não está equipada com recursos tecnológicos, especialmente salas de informática para atividades pedagógicas em todas as disciplinas e os professores têm pouca experiência na utilização das tecnologias informáticas, a experiência desenvolvida neste estudo considera a aprendizagem como um ato social e circunscrita a uma comunidade de aprendizagem.

Neste âmbito, com base na teoria construtivista, subsiste a plena consciência de que se trata de uma atividade social e interativa em que o professor, para além dos próprios colegas, age como par mais desenvolvido, reorienta o foco do produto para o processo durante o qual o aluno aprende a realizar autonomamente o que ainda não é capaz; enfatizando-se a linguagem como meio e instrumento desse processo.

Por outro lado, dado que o papel do professor é de capital pertinência, não se pode ficar indiferente a uma reflexão sobre a importância e o impacto da formação continuada dos professores como forma de acesso à atualização de conhecimentos e melhoria do desempenho letivo.

Uma formação continuada de professores coloca o docente no centro de um processo que aposta na melhoria da qualidade do seu ensino e da aprendizagem dos seus alunos mediados estrategicamente pelas tecnologias informáticas. Desenvolvida de modo autodidata ou através de ações e cursos de formação contínua, a formação continuada vai ao encontro do que Oliveira & Silva (2012) apontam como fundamental ao desenvolvimento profissional do professor, como construtor do seu processo de transformação, vivenciando por si os momentos de aprendizagem e mudança. Neste sentido, a gestão do processo do desenvolvimento profissional de forma autónoma deve ser assumida como uma das dimensões da sua profissão (Canha, 2013).

1.2. Questões de investigação e objetivos

No quadro assim estabelecido, este estudo pretende responder à principal questão de investigação: Em que medida a participação num Programa de Formação Contínua centrado na abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, apoiada pela exploração do GeoGebra, contribui para o desenvolvimento de competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas dos professores e quais as repercussões ao nível do desenvolvimento de competências geométricas e tecnológicas dos seus alunos?

Relativamente à principal questão de investigação, o estudo foi orientado mais especificamente no sentido de obter respostas para:

- Que apropriações foram conseguidas pelos professores no âmbito daquela formação, a nível geométrico, tecnológico, curricular e didático?
- Como se repercutiram na planificação da intervenção didática?
- Que impacto teve a formação nessa intervenção didática?
- Qual a influência dessa prática letiva ao nível de competências desenvolvidas pelos respetivos alunos?

A principal finalidade deste estudo é avaliar o impacto, em professores e respetivos alunos, de um Programa de Formação Contínua centrado na abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano apoiada pela exploração de ADGD (GeoGebra), no desenvolvimento de competências geométricas (professores e alunos), curriculares e didáticas (professores) e tecnológicas (professores e alunos).

Para a consecução de tais objetivos:

- Concebeu-se e implementou-se um Programa de Formação Contínua de professores para a abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, suportada pelo GeoGebra, com base no conhecimento geométrico, tecnológico, curricular e didático e respetivas práticas dos professores relacionadas com os temas em causa;
- Avaliou-se as apropriações de professores e a forma como geriam a formação no que tange a esse tópico matemático no contexto da sua prática letiva;
- Avaliou-se o impacto dessa prática letiva no desenvolvimento de competências (envolvendo conhecimentos, capacidades e atitudes) geométricas e tecnológicas dos alunos.

Assim, pretende-se mais concretamente avaliar a influência de tal Programa, a nível de professores e/ou alunos, no desenvolvimento: do interesse pela Matemática; de conhecimento geométrico, curricular e didático que permita a adoção de práticas letivas onde a aprendizagem se assuma como o foco do processo educativo, apoiada por tecnologias informáticas; de conhecimento relacionado com as capacidades transversais como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação, em contextos colaborativos; da destreza tecnológica; de uma visão mais abrangente, correta e positiva sobre a utilização de ferramentas informáticas ao nível do ensino e da aprendizagem.

1.3. Apontamentos metodológicos

Atendendo aos objetivos que se perseguiam e para que se pudesse dar resposta às questões de investigação que a nortearam, em termos metodológicos optou-se pelo *design* de estudo de caso (Ponte, 2006) intrínseco (Stake (2009), essencialmente qualitativo (Erickson, 1986; Yin, 2005; Ponte, 2006; Stake, 2009), com caráter interpretativo (Erickson, 1986; Merriam, 1998; Stake, 2009) e avaliativo (Merriam, 1998), assumindo a investigadora o duplo papel de Formadora e de supervisora reflexiva e, portanto, de observadora, tanto quanto possível participante.

A investigação desenvolveu-se em duas principais fases metodológicas envolvendo: i) a planificação da formação, decorrente da revisão de literatura, da análise do *software*/manual do GeoGebra, dos Programas de Matemática de Cabo Verde e de Portugal e do documento relativo ao Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM) m@c1/2 de 2008, da aplicação do questionário inicial aos professores e da assistência a aulas; ii) a implementação do plano de formação e, paralelamente, a primeira entrevista à Professora-caso, a aplicação do questionário inicial e do pré-teste aos alunos e o acompanhamento da Professora-caso na abordagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportado com o GeoGebra. Terminou com a aplicação de questionários a professores e alunos, do pós-teste aos alunos e da segunda entrevista à Professora-caso.

O Programa de Formação Contínua decorreu entre 24 Novembro de 2010 e 21 de Março de 2011, com a participação de oito dos treze professores de Matemática de uma escola cabo-verdiana. Desses formandos, foi selecionada uma professora para um estudo em profundidade que envolveu o acompanhamento em sala de aula. A escolha foi feita tendo por critérios o reconhecimento pela visada do valor deste tipo de experiência, a sua disponibilidade em colaborar, o compromisso da frequência de todas as sessões de formação e algumas competências a nível de utilização do GeoGebra.

As 21sessões de formação, em grupo, com todos os professores, tiveram a duração de, aproximadamente, 51 horas e incluíram sessões temáticas, de planificação, de supervisão/acompanhamento em sala de aula e reflexão. Nas sessões temáticas, as tarefas apresentadas são de natureza exploratória e privilegiou-se a realização de atividades de construção geométrica e descoberta de relações e propriedades suportadas pelo GeoGebra. Pretendeu-se aprofundar o conhecimento geométrico, didático, curricular e tecnológico e consciencializar professores e alunos para a importância de tais atividades, envolvendo a elaboração e teste de conjeturas geométricas, no desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da capacidade de resolução de problemas, visando uma aprendizagem significativa e crítica da Geometria.

Nas sessões de planificação, foram discutidas os planos de aula e desenvolvidas propostas de tarefas para a sala de aula. Com base tanto nas propostas de tarefas apresentadas pela Formadora bem como pelos formandos, no decorrer da formação, as sessões de trabalho colaborativo com a professora serviram para que a mesma as adequasse aos seus alunos. Desenvolveram-se fichas de trabalho com base em diversos tipos de tarefas: exercícios, resolução de problemas e exploração, com maior ênfase nas tarefas de natureza exploratória.

Paralelamente, decorreram 15 sessões de trabalho colaborativo com a Professora-caso (3 horas semanais) para adequar as tarefas aos seus alunos e 43 sessões de acompanhamento/supervisão da Professora-caso em sala de aula (em média 6 horas semanais, num total de 43 horas).

As sessões de acompanhamento em sala de aula decorreram de 9 de Fevereiro a 22 de Março de 2011 numa Turma do 8º ano da Professora-caso, constituída por 21 alunos. Essas sessões de acompanhamento foram alvo de uma reflexão aprofundada com a Professora-caso e com o grupo de todos os formandos em reuniões presenciais sobre a ação em sala de aula. Incidiram, principalmente, sobre os papéis do professor e do aluno, a forma como decorreu a aprendizagem dos alunos e as tarefas e os recursos didáticos utilizados.

Para o desenvolvimento das aulas da Professora-caso, como uma opção prévia, adotou-se a estratégia de ensino e de aprendizagem exploratória, tendo havido um espaço para a realização de trabalho autónomo por parte do aluno, a partir do qual se concetualizaram os tópicos em estudo. Portanto, os momentos de trabalho aproximaram-se dos descritos por Ponte (2003, 2005a) para esta estratégia de ensino, a saber: i) apresentação do trabalho aos alunos; ii) realização de trabalho autónomo por parte dos alunos, durante o qual a professora tentou assumir o papel de mediadora através da interação com os discentes de forma individual e/ou em grupos. Nesse momento, pretendia-se a aprendizagem das Isometrias por compreensão com vista à descoberta e construção do conhecimento, bem como tirar partido das potencialidades oferecidas pelo *software* GeoGebra; iii) apresentação das resoluções e confronto com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões e, por último, iv) síntese para a formalização e consolidação dos conceitos em estudo.

A investigadora teve uma participação ativa em todo o processo de formação, tendo trabalhado colaborativamente com a Professora-caso na planificação e implementação da unidade didática Isometrias.

1.4. Organização e estrutura da tese

O documento que agora se apresenta e que se reporta ao trabalho desenvolvido no âmbito do projeto de investigação está organizado em cinco capítulos.

O Capítulo I é dedicado à orientação para o problema, aos principais objetivos e questões de investigação, apontamentos metodológicos e à organização e estrutura da tese.

No Capítulo II, de enquadramento teórico, constituído por três pontos, apresenta-se uma revisão da literatura sobre as mais recentes orientações para o ensino e a aprendizagem da Matemática, em particular da Geometria, e o desenvolvimento profissional dos professores. O primeiro ponto, "As tecnologias informáticas e a Matemática", subdivide-se em 'As tecnologias informáticas e a construção de uma nova sociedade e de uma nova escola', constituindo uma breve reflexão sobre o papel da escola, do professor e do aluno na era atual; seguido de 'A Matemática hoje', que apresenta a situação da Matemática hoje no panorama internacional e realça a importância das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática; finalmente 'Os Programas de Matemática em Portugal e Cabo Verde' em que se procura analisar em que medida os Programas de Matemática de Portugal e Cabo Verde seguem tais orientações.

No segundo ponto do capítulo, "O GeoGebra no processo de ensino e de aprendizagem das Isometrias", começa-se por abordar as orientações teóricas e curriculares no panorama internacional para realçar a importância do estudo da Geometria, mais especificamente as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias, na Matemática e outras áreas, sob o título 'A Geometria e as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano'. Depois, faz-se um contraponto entre o Programa de Matemática do Ensino Básico em Portugal, de 2007, e o Programa de Matemática do Ensino Secundário em Cabo Verde, particularmente em relação ao 1º Ciclo (no qual se situa esta investigação), estabelecido nas subdivisões 'As Isometrias nos programas de Matemática em Portugal e em Cabo Verde'. Por último, 'O Geogebra e as perspetivas construcionista e sócio-construtivista' realça o construcionismo e o sócio construtivismo como teorias relevantes na mediação dos ADGD, especialmente o GeoGebra. Defende a abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias com o suporte do *software* matemático dinâmico GeoGebra e mostra como é perspetivado nas novas orientações curriculares com vista a antecipar essa nova visão para ser, desde já, trabalhada nos currículos de Matemática em Cabo Verde.

No terceiro e último ponto do capítulo, "A formação contínua de professores", parte-se de 'A formação contínua no desenvolvimento profissional do professor'; prossegue-se com 'Modelos de formação contínua', com a apresentação de três modelos e uma explicitação do modelo que melhor poderá servir ao desenvolvimento profissional dos professores em Cabo Verde, contrastando com a formação contínua que tem sido dominante. Para além disso, em 'O Programa de formação contínua em Matemática em Portugal' apresenta-se as caraterísticas desse programa de formação para professores dos 1º e 2º CEB em Portugal e, mais especificamente, o programa da Universidade de Aveiro (UA). 'O Programa de formação contínua em Matemática em Cabo Verde' analisa a situação da formação contínua naquele contexto e ilustra algumas práticas que têm sido realizadas no que diz respeito à Matemática. Por fim, aborda-se a supervisão e a reflexão como fatores de desenvolvimento profissional, com foco na reflexão no contexto da formação, especialmente, de professores e a supervisão reflexiva.

O Capítulo III, focado na metodologia de investigação, inicia-se com 'Os paradigmas positivista e interpretativo', onde se apresenta uma breve revisão do conceito de paradigma e se estabelece um contraponto entre duas tendências paradigmáticas fundamentais na investigação em Educação – a positivista e a construtivista ou interpretativa. De seguida, explicitam-se e fundamentam-se as opções metodológicas, à luz deste paradigma; apresenta-se o esquema de investigação, carateriza-se a escola onde decorreu a experiência e os participantes no estudo. E, ainda, dá-se conta das técnicas e instrumentos de recolha de dados, descreve-se o estudo e termina-se especificando como os dados foram tratados e como serão apresentados no capítulo seguinte.

No Capítulo IV, é feita a apresentação, a análise e discussão dos principais resultados do estudo. Em relação à Professora-caso, inclui-se o perfil biográfico e percurso profissional, bem como os resultados das categorias de análise (competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas) todas divididas nas sub-categorias ‘conhecimentos e capacidades’ e ‘atitudes’. Quanto aos alunos, após a caraterização, aponta-se as competências geométricas e tecnológicas, incidindo a análise sobre os ‘conhecimentos e capacidades’ e ‘atitudes’.

No V e último capítulo, sintetizam-se os resultados mais importantes do presente trabalho, tecem-se considerações sobre as implicações do estudo e apresentam-se algumas sugestões de investigações futuras.

A tese termina com as referências bibliográficas e os anexos.

CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

O mundo altamente tecnológico, fenómeno que se afigura irreversível, coloca desafios sistematicamente renovados à sociedade, em geral, e ao cidadão em particular. A escola não pode alhear-se desta realidade, que exige uma periódica reestruturação da sua matriz curricular e, em especial, da Matemática.

Em Portugal, o Programa (enunciado) de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al*., 2007), recentemente alterado, afigura-se muito próximo das mais recentes orientações para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e, em particular, da Geometria, área da máxima importância e na qual se registam mudanças relevantes, em particular no que respeita ao tópico das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

Já em Cabo Verde a situação não é tão risonha, o que tem motivado diversas iniciativas por parte das estruturas ministeriais. Uma dessas iniciativas é o Programa "*Mundu Novu*" no âmbito do qual se pretende apetrechar as escolas com tecnologias informáticas e proporcionar formação aos professores para que as possam rentabilizar no processo educativo.

1. As tecnologias informáticas e a Matemática

O avanço tecnológico das sociedades do mundo contemporâneo global impõe, mesmo às sociedades menos avançadas, um esforço e interesse em acompanhar os últimos inventos e desenvolvimentos que procuram dar resposta a uma dinâmica cada vez mais exigente quanto à eficiência e eficácia dos meios informáticos em todos os contextos, em particular no contexto educacional e na Educação Matemática.

Este ponto subdivide-se em 'As tecnologias informáticas e a construção de uma nova sociedade e de uma nova escola' (secção 1.1), constituindo uma breve reflexão sobre o papel da escola, do professor e do aluno na era atual; seguido de 'A Matemática hoje' (secção 1.2), que apresenta a situação da Matemática no corrente panorama internacional e realça a importância das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática; finalmente em 'Os Programas de Matemática em Portugal e Cabo Verde' (secção 1.3) procura-se analisar em que medida os Programas de Matemática de Portugal e Cabo Verde seguem tais orientações.

1.1. As tecnologias informáticas e a construção de uma nova sociedade e de uma nova escola

> "O grande desafio do mundo atual é como as empresas, os governos e as instituições de modo geral, e até nós mesmos, poderão acompanhar e preparar-se para enfrentar as

> grandes transformações que causam impacto em todas as atividades humanas e que influenciam o mundo dos negócios, da política, da tecnologia, da sociedade e todas as ações do dia-a-dia. Ou seja, como todos nós vamos sobreviver aos novos tempos" (Rodrigues, 2008, p. x, In Prefácio).

A presença das tecnologias informáticas constitui um facto inegável em muitas das sociedades atuais. E adota-se o termo "sociedade de informação" para caraterizar o mundo dominado pela tecnologia. O paradigma subjacente a essa sociedade advém de um processo social de desenvolvimento científico e tecnológico que tem sido responsável por mudanças quotidianas, com consequências técnicas, sociais, culturais, políticas e económicas que são acumulativas e irreversíveis e, por sua vez, alteram as formas de discutir e organizar a sociedade (Silva, Correia & Lima, 2010) e a forma de vida a nível pessoal, profissional e familiar (Sousa, 2003). Assim, as tecnologias estão a modificar, designadamente, o modo como se realizam negócios, como se aprende, como se aproveita e se despende o tempo nomeadamente em prol do lazer.

Tais mudanças impõem uma reflexão profunda sobre as competências necessárias a desenvolver por parte de quem faz uso das ferramentas tecnológicas. De entre elas, destaca-se a capacidade de intervenção do utilizador a nível pessoal, profissional e social, indispensável à sua atuação diária, e que atesta do seu saber e saber fazer em novas situações; a capacidade de trabalho em grupo, possibilitando maior flexibilidade para agir em diversos contextos e decidir face à mudança; a capacidade de auto aprendizagem continuada como prática e resposta à análise/síntese e à ação criativa, com vista a ser-se proativo, inovador, predisposto a (re)formular e (re)solucionar novos e velhos problemas e capacidade de pensamento crítico. Tais competências gerais são reforçadas, em cada caso, pelas específicas, associadas a cada situação (Ribeiro, Gouveia & Rurato, 2003).

Mas, para tal, é necessário encarar o trabalho dos professores e dos alunos em sala de aula sob novos parâmetros (Mercado, 2002). São exigidas novas competências e, consequentemente novas formas de aprender e novas formas de desenvolver o trabalho pedagógico (id). Enfim, uma nova atitude perante o conhecimento e a aprendizagem, o ensino e até uma nova conceção sobre o homem, o mundo e a sociedade (Almeida, 2001).

Realmente, para enfrentar os desafios da contemporaneidade, é necessário o desenvolvimento de competências que possibilitem a construção de conhecimento com vista a encarar a mudança com otimismo, arquitetando o presente sem comprometer o futuro (Canha, 2013). Nessa perspetiva, o professor deve surgir "como um cidadão do mundo pós-moderno, atento aos rumos da mudança e empenhado na procura de caminhos que conduzam a um desenvolvimento sustentável, capaz de garantir a vida e de gerar a felicidade individual" (id, p. 99). E deve ser visto como um ser otimista que age de forma lúcida no domínio da sua especialidade, a Educação, que desempenha a sua profissão tanto como uma componente de um projeto de realização pessoal assim como um contributo definitivo para a construção do projeto da humanidade (id:ib). Em suma, "É preciso que o Prof. seja visto e se veja como alguém de importância inquestionável na organização das sociedades e na construção do mundo. Trata-se, no fundo, de uma questão de prestígio do Prof. e da sua profissão" (Canha, 2013, p. 90). Também a ministra de Educação e Desporto em Cabo Verde refere que:

> "[…] o professor desempenha um papel fundamental de construção das sociedades, porque é através dele que se adquirem as competências necessárias para o nosso auto-desenvolvimento, mas e sobretudo, para o desenvolvimento das sociedades onde estamos inseridos. O papel do professor em Cabo Verde nos dias de hoje, […] é transformar cada aluno porque a razão de existência de cada professor é cada aluno, é o aluno individual e fazer de cada aluno um homem e uma mulher virtuosos" (MED, 2012a, p. 3).

Por seu lado, Medina (2012a) defende que para o século XXI, o professor deve ser investigador, curioso, consciente, facilitador e dinâmico. É aquele que tem a capacidade de levar os alunos a transformar informações obtidas em conhecimentos; de refletir sobre a sua prática com vista a melhorar o seu desempenho como agente formador tendo sempre em mente a sua trajetória profissional, compreendendo as suas dificuldades e assumindo-se como um aprendente para se aperfeiçoar a cada dia. Ainda, é aquele que tem a capacidade de "transformar a sala de aula num espaço de interação e de troca de experiências e conhecimentos" (id, p.7).

Como as tecnologias informáticas podem desempenhar um papel preponderante nesse processo, o professor também é chamado a descobrir as mais variadas possibilidades de exploração das novas ferramentas para tornar o processo de ensino e de aprendizagem interativo e voltado para uma maior integração do aluno. Para tal, requer-se uma apropriação crítica das tecnologias por parte dos professores, visando tanto o domínio dos conhecimentos científicos aplicados a ambientes tecnológicos como uma atitude reflexiva sobre o ato de ensinar (Mercado, 2000).

À escola cabe, designadamente, a missão de conduzir o processo de mudança da ação do professor com vista à construção do conhecimento pelo aluno e ao desenvolvimento de competências como as capacidades para inovar, utilizar o conhecimento prévio para a criação de novos conhecimentos, adaptá-lo a novas situações, ser criativo, ter autonomia e comunicar (id).

A abordagem que melhor serve este propósito é a construtivista. Segundo Ribeiro (2005), o construtivismo é uma das teorias epistemológicas que se tem revelado bastante promissora na promoção da aprendizagem.

Neste paradigma, exige-se um maior envolvimento do aluno no processo de construção de conhecimento. Como refere Silveira (2008a), o aluno desempenha um papel ativo e passa a ocupar uma posição de relevo. Ele é convocado a mobilizar as suas experiências anteriores para a construção de novos conhecimentos, interpretação de situações e acontecimentos e resolução de problemas (id).

Reconhece-se, assim, que o modo como os alunos constroem o conhecimento depende do seu conhecimento prévio e que, por sua vez, esse depende do tipo de experiências que tiveram, do modo como organizam essas experiências em estruturas de conhecimentos e das conceções que utilizam para a interpretação de objetos e acontecimentos vivenciados (Jonassen, 2000). Para os construtivistas, a nossa própria realidade é construída através da interpretação das nossas experiências com o mundo – "Os alunos têm de pensar sobre o que o professor lhes diz e interpretá-lo de acordo com as suas próprias experiências, convicções e conhecimentos" (id, p. 24).

Esta corrente visa uma maior autonomia dos aprendentes e uma ampliação das suas capacidades cognitivas. Os aprendentes devem saber gerir as suas suscetibilidades com vista à construção do conhecimento a partir das representações e modelos mentais de que dispõem (Bidarra, 2009). Neste sentido, o autor em referência salienta quatro aspetos importantes nesta teoria que contribuem para uma perspetiva mais global da aprendizagem:

i) A aprendizagem exige uma procura de significados;
ii) A compreensão dos conteúdos deve abarcar o todo e as partes, devendo a aprendizagem incidir sobre os conceitos de uma forma global e não como factos isolados;
iii) O ensino eficaz depende da perceção que se tem dos modelos que os estudantes utilizam para a compreensão do mundo, bem como dos pressupostos que lhes são subjacentes;
iv) A interpretação de factos e a construção de significados por parte do indivíduo devem constituir o propósito da aprendizagem (id).

Portanto, a sociedade atual altamente tecnológica impõe à escola uma formação de sujeitos com capacidade de se envolverem ativamente na construção do conhecimento e de aprenderem de forma autónoma, detentores de competências que lhes possibilitem ter sucesso nessa nova era (Oliveira & Silva, 2012), onde as tecnologias se afirmam como motor de progresso e as quais se reconhece que promovem a mobilização e gestão dos conhecimentos, resultando numa diferença significativa ao nível do processo de ensino e de aprendizagem.

É de salientar ainda que a tecnologia poderá reforçar os laços entre professor e aluno e mesmo para além da escola.

1.2. A Matemática hoje

É inegável o papel que a Matemática tem assumido na formação e evolução da sociedade (APM, 2009). Assim, é um direito dos alunos confiar na escola para lhes proporcionar ajuda e estímulo para a apropriação dessa herança cultural (id) – enfim uma educação sólida em Matemática a todos os alunos. Uma educação que os leve a entender e a utilizar a Matemática, no decorrer do seu percurso escolar, nas diversas disciplinas e nos mais diferenciados contextos e situações que assim o exijam – na profissão, na vida pessoal e social. Uma educação que fomente tanto uma visão adequada da Matemática e da atividade Matemática como a valorização da sua contribuição para o desenvolvimento científico e tecnológico e a importância do seu papel na cultura e sociedade e, por fim, uma educação que fomente uma atitude positiva perante a disciplina e segurança nas suas capacidades para atuar com a Matemática (Ponte *et al.*, 2007). Isso implica alterações ao nível curricular no sentido da consecução de tais finalidades assentes em princípios sempre renovados. Assim, segundo o NCTM (2000, 2008) a Matemática, hoje, deve assentar nos princípios:

- *Equidade* – exigência de igualdade de expectativas e forte apoio aos alunos para a excelência no ensino da Matemática.
- *Curriculum* – coerência, devendo ser centralizado em temas importantes da Matemática, e bem articulado entre os diferentes níveis de ensino.
- *Ensino* – o ensino eficaz da Matemática requer a identificação do conhecimento do aluno sobre a matéria e do que precisa saber para que possa desafiá-lo e apoiá-lo de modo a conseguir uma melhor aprendizagem.
- *Aprendizagem* – os alunos devem aprender Matemática na base da compreensão, construindo ativamente novos conhecimentos a partir das suas experiências e conhecimento prévio.
- *Avaliação* – a avaliação deve ajudar na aprendizagem de temas importantes da Matemática e fornecer informações úteis tanto aos professores como aos alunos.
- *Tecnologia* – a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática, reforçando e melhorando a aprendizagem dos alunos.

Tais alterações, no respeito pelos princípios enunciados, estendem-se aos objetivos que se perseguem; aos temas a dominar; às metodologias para os abordar e à avaliação das e para as aprendizagens. Relativamente aos objetivos, convém destacar que assentam, desde logo, na ideia de competência ou poder matemático do aluno (Ponte *et al.*, 1997, 2007; NCTM, 2000, 2008).

Sobre este assunto, Perrenoud (1999, p.7) define competências como a “capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles”. Posteriormente, Perrenoud, Thurler, Macedo, Machado & Allessandrini (2002) interpretam o conceito de competência como: “A aptidão para enfrentar uma família de situações análogas, mobilizando de uma forma correta, rápida, pertinente e criativa, múltiplos recursos cognitivos:

saberes, capacidades, microcompetências, informações, valores, atitudes, esquemas de percepção, de avaliação e de raciocínio" (p. 19).

Ainda neste âmbito, o conceito de competência acima apontado aproxima-se do de Alarcão (2003), de acordo com a qual, os conhecimentos (factos, métodos, conceitos e princípios) invocam não apenas as capacidades (saber o que fazer e como) e a experiência (capacidade de aprender com o sucesso e com os erros), mas igualmente os contatos (capacidades sociais, redes de influência) e os valores, traduzidos na vontade de agir, acreditar, empenhar-se e aceitar responsabilidades.

Corroborando tais perspetivas, para Roldão (2003, p. 20) as competências estão ligadas ao "saber que se traduz na capacidade efectiva de utilização e manejo – intelectual, verbal ou prático – e não a conteúdos acumulados com os quais não sabemos nem agir no concreto, nem fazer qualquer operação mental ou resolver qualquer situação, nem pensar com eles". Posteriormente, em 2005, a mesma autora analisa o conceito de competência nos seguintes aspetos:

- o currículo de formação enquanto corpo de saberes relevantes para um desempenho social ou profissional – quando se ensina presume-se que o uso desses saberes é imprescindível para que as pessoas sejam capazes de agir, trabalhar, sobreviver, pensar e progredir na sociedade na qual se inserem e, simultaneamente, espera-se que esta crie condições que sustentem os seus mecanismos de produção, organização e desenvolvimento;
- o saber em uso – intrínseco à própria natureza do saber que só é considerado um verdadeiro conhecimento quando este incluir a capacidade e possibilidade de uso. Contrariamente ao saber inerte, desprevenido de sentido e sem potencialidades, o saber em uso não se restringe apenas à noção de "aplicação" e não desvaloriza os saberes sem aparente uso prático;
- o uso do saber – de natureza complexa, constitui a capacidade de estabelecer nexos inteligentes de vária ordem (entre o real e o sujeito, entre o mundo introspetivo e o mundo da ação, entre o saber e a realidade, entre os contextos e os saberes entre si), bem como o domínio da ação em diversos campos da vida social e individual, designadamente, realização de tarefas, interação com outros e gestão de situações do dia-a-dia; o uso do saber possibilita uma ação inteligente quando o indivíduo identifica a natureza e os propósitos da mesma, para regular o seu desenvolvimento da forma mais adequada ao contexto. O saber ainda é utilizado para distinguir a pessoa *culta*, isto é, a que demonstra capacidade para pensar, interpretar, compreender, como via de conhecimento, argumento e decisão, acrescentando-se a fruição, que constitui uma mais valia à aquisição do saber, possibilitando ganhos importantes, tanto de acesso a novo

conhecimento como de apreciação, satisfação, capacidade de prazer e entendimento no domínio cultural;

- a transposição – a capacidade de transpor saberes de um domínio para outro constitui uma outra noção central na operacionalização do conceito de competência, considerando-se importante o contexto, sem o qual a competência não se viabiliza, pois a mobilização de saberes é acionada de acordo com a natureza e caraterística daquele.
- a mobilização – princípio que envolve a capacidade de convocar conhecimentos para agir perante uma situação específica.

Face à síntese exposta, podemos concluir que, em *latu sensu,* o conceito de competência envolve a mobilização de conhecimentos, capacidades e atitudes, definindo-se como o saber em ação.

Relativamente à competência Matemática, para o ME (2001), ser matematicamente competente exige, na íntegra, o desenvolvimento de um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativamente à Matemática.

Também para Morais (2004), ter competência para resolver uma situação implica: "atitude de a crer resolver; conhecimento relacionado com a situação; capacidade para adequar o conhecimento à situação a resolver; estratégia que conduza à resolução da situação e à resolução de uma situação credível" (p. 211).

Deste modo, todas as crianças e jovens devem ter a possibilidade de:

- "Contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da Matemática e apreciar o seu valor e a natureza;
- Desenvolver a capacidade de usar a Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo" (ME, 2001, p. 57).

No caso concreto da educação básica, a competência Matemática deve incluir:

- "A predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;
- O gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático e a conceção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior;
- A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;
- A compreensão das noções de conjectura, teorema e demonstração, assim como das consequências do uso de diferentes definições;
- A predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;

- A aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;
- A tendência para procurar ver e apreciar a estrutura abstracta que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, envolva ela elementos numéricos, geométricos ou ambos;
- A tendência para usar a Matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos" (id, p. 57).

Assim, não admira que tenham surgido novos objetivos, particularmente em relação às capacidades, atitudes e valores, com realce para a resolução de problemas, para o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação (em) Matemática e do entendimento do papel de Matemática na atualidade. A sua consecução implica a adoção de perspetivas curriculares valorizando tarefas de natureza mais aberta, novos modos de trabalho em sala de aula, a utilização de diversos recursos, incluindo as tecnologias, e vários processos de avaliação (Ponte, 2002).

Quanto às tarefas, Ponte (2003; 2005a) define quatro dimensões básicas: a duração, o contexto, o grau de desafio matemático e o grau de abertura. Relativamente à duração, a realização de uma tarefa pode exigir um tempo curto ou longo, sendo que as de longa duração podem ser mais ricas, possibilitando aprendizagens aprofundadas e interessantes. Contudo, apresentam o elevado risco de os alunos se dispersarem pelo caminho ou entrarem num caminho difícil, o que pode resultar numa frustração, na perda de tempo com coisas irrelevantes ou, ainda, no abandono total da tarefa. Quanto ao contexto, as tarefas situam-se num contexto da realidade em contextos puramente matemáticos.

O grau de desafio, de alguma forma, tem a ver com o grau de dificuldade de uma questão e varia entre os extremos "reduzido" e "elevado", enquanto o grau de abertura varia entre os extremos "aberto" e "fechado". Associando as duas primeiras dimensões, o autor destaca quatro tipos de tarefas matemáticas, de acordo com a figura seguinte:

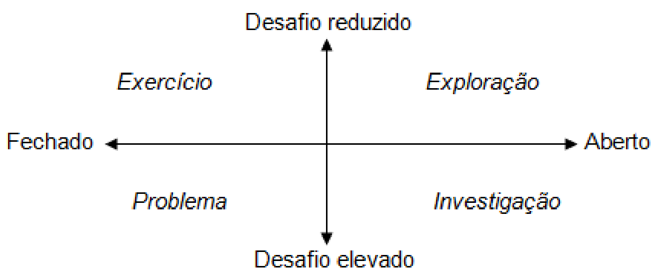


Figura 1. Tipologia de tarefas quanto ao grau de desafio e de abertura (Ponte, 2003, 2005a)

Em Matemática, deve utilizar-se tarefas significativas tanto na introdução de conceitos importantes bem como para envolver e desafiar os processos de pensamentos dos alunos (NCTM, 2008).

Das tarefas atrás indicadas, a resolução de problemas destaca-se como uma das atividades privilegiadas em Matemática. O problema deve sempre despertar a curiosidade do aluno e, para a sua resolução, é necessário que se procure ou se imagine uma estratégia apropriada, ao invés de se aplicar certas formas ou processos de rotina o que remete para os exercícios (APM, 2009). A este respeito, Oliveira & Silva (2012) também destacam que o grande objetivo da Educação em Matemática é dotar o aluno de capacidade para resolver situações-problema que enfrenta no seu dia-a-dia. Para tal, o aluno deve ter "disposição e capacidade para interpretar e resolver problemas, examinar e selecionar informações que sejam importantes e necessárias, definir estratégias de resolução e tomar decisões" (p. 135).

No geral, no âmbito da resolução de problemas, as atividades de exploração aparecem espontaneamente. De uma forma natural, explorar pode significar "entrar em terreno desconhecido, recolher dados, detectar diferenças, ser sensível às repetições e às analogias, reconhecer regularidades e padrões" (APM, 2009, p. 45). Num sentido mais forte, traduz-se em "investigar, procurar encontrar, procurar descobrir" (id). E, as melhores situações de aprendizagem são aquelas em que os professores e os alunos desconhecem os caminhos da solução e estão completamente abertos à curiosidade de todo o grupo. As tarefas exploratórias e mais ainda as tarefas investigativas beneficiam a elaboração de conjeturas, que é uma etapa primordial da experiência Matemática, devendo-se dar aos alunos a oportunidade de conjeturar e verificar tais conjeturas. É neste tipo de atividades que o aluno pode intervir e desenvolver a sua intuição (id:ib).

Além disso, quando são confrontados com tarefas criteriosamente selecionadas, é visível que os alunos ganham mais confiança na sua capacidade de trabalhar com problemas complexos, ficam ansiosos para conseguir, por si próprios, a resposta correta, são flexíveis na exploração de conceitos matemáticos e na experimentação de outras alternativas e têm mais vontade e empenho, como se testemunha a seguir:

> "Quando os alunos trabalham arduamente na resolução de um problema difícil ou na compreensão de uma ideia complexa, obtêm uma sensação especial de realização que, por sua vez, aumenta a sua vontade de continuar e de aprofundar o seu envolvimento na Matemática" (NCTM, 2008, p. 22).

Assim, a todos os alunos devem ser dadas oportunidades de vivenciar diversos tipos de experiências de aprendizagem como a resolução de problemas, atividades de exploração e de investigação, a realização de projetos e jogos, também para a compreensão da Matemática na sociedade (ME, 2001). De facto, como refere Niss (1983), o uso e domínio dos instrumentos que promovam o entendimento do papel da Matemática na sociedade são importantes para qualquer cidadão e para a sociedade.

Tal aprendizagem da Matemática deve acontecer ela própria com significado, com profundidade e compreensão (NCTM, 2008). Realmente, Domingos (2001) destaca que resultados da investigação comprovaram a importância de se aprender Matemática com compreensão desde o início, por oposição a uma aprendizagem baseada na aquisição de alguns conceitos e capacidades isolados através dos quais só posteriormente se desenvolve a compreensão do modo como funcionam, formando um todo. O autor afirma que os alunos, quando aprendem com compreensão, são capazes de aplicar esses conhecimentos para a aprendizagem de novos tópicos e para resolver novos problemas. Este tipo de aprendizagem é valorizado por se estar a viver numa era em que as mudanças tecnológicas são tão rápidas que impedem que se antecipem as capacidades que os alunos necessitam para se tornarem cidadãos competentes. Assim, o próprio autor entende que deve preparar os alunos tanto para desenvolver novas capacidades e conhecimentos como para adaptar o seu conhecimento à resolução de novos problemas.

A aprendizagem com compreensão também pode ser melhorada pelas interações na turma quando os alunos expressam e defendem ideias e conjeturas matemáticas, desenvolvendo capacidades de raciocínio matemático e aprendem a avaliar tanto o seu raciocínio como o dos colegas. Assumindo a aprendizagem com compreensão, fomentar a autonomia dos alunos constitui um dos principais objetivos da Matemática escolar. Os alunos, quando têm controlo da sua aprendizagem, para a qual traçam os seus próprios objetivos, e avaliam a sua evolução, aprendem mais e melhor (NCTM, 2008).

Neste âmbito, destacam-se duas mudanças de especial relevo: a alteração das dinâmicas da sala de aula, onde a atividade do aluno é indispensável no processo de aprendizagem e o papel do professor perante o currículo, deixando de ser apenas um transmissor de conteúdos e passando a ser um protagonista na criação de um currículo adaptado às necessidades dos alunos e da sociedade (Ponte, 2002).

Segundo Melo (2012), é imprescindível que a "disciplina de Matemática [conceda] aos alunos um papel mais ativo na construção do seu próprio conhecimento, harmonizando os objetivos do domínio cognitivo, social e humano, […] estabelecendo relações com a realidade envolvente […]" (p. 11).

Neste âmbito, Duarte (2009) refere que o papel do professor é determinante no ambiente de trabalho que proporciona na sala de aula. Isto só pode ser concretizado mediante uma planificação cuidada por parte do professor. Nesta perspetiva, Ponte (2005a) refere que toda planificação define de forma explícita ou implícita uma estratégia de ensino. Assim, distingue duas estratégias básicas no ensino da Matemática - o "*ensino directo*" e o "*ensino-aprendizagem exploratório*[5]".

No "*ensino directo*" o professor assume um papel central, facultando a informação, procurando, na medida do possível, ser claro, sistematizado e atrativo. O aluno aprende escutando-o, resolvendo exercícios com vista a mobilização dos conceitos e técnicas previamente explicados e exemplificados por ele. Além dos exercícios, constituem tarefas principais do aluno prestar atenção à explicação do professor e encontrar eventuais respostas às suas questões. O princípio subjacente é a transmissão do conhecimento que está sistematizado no programa, manual escolar e noutros materiais. O professor deve envidar esforços para que o aluno aprenda este conhecimento e avalie a forma como o adquiriu. A exposição da matéria assume um papel de relevo, não havendo nesta etapa um envolvimento especial dos alunos, que deverão ser orientados para onde o professor os conduzir. Igualmente, a realização de exercícios assume um papel relevante, podendo também conter um ou outro problema, projeto ou investigação.

O ensino inicia-se com a teoria, através da exposição de matéria, informações, explicações ou exemplos propostos pelo professor. Posteriormente há um momento para a realização de exercícios, a parte prática. Portanto, a introdução da "matéria nova" constitui a primeira etapa no estudo de um novo assunto, realizada especialmente pelo professor ou em diálogo com os alunos.

No "*ensino-aprendizagem exploratório*", a ênfase passa da atividade "ensino" para a atividade "ensino-aprendizagem". O professor procura não explicar tudo ao aluno, dando-lhe um espaço para a realização da descoberta e da construção do conhecimento. Assim, podem existir momentos em que o professor faz a exposição e sistematização das aprendizagens por ele dirigidas e em que tudo não resulta da exploração dos alunos. Contudo, este tipo de trabalho constitui um fato importante na sala de aula. Dá-se ênfase a atividades de exploração, podendo ser incluídas as de investigação, projetos, problemas e exercícios.

Nesta estratégia de ensino, num primeiro momento os alunos são convocados a envolverem-se fortemente na realização de trabalho autónomo e num segundo momento o professor promove a discussão, faz o balanço e a clarificação dos conceitos aprendidos. A elaboração e a fundamentação teórica são feitas com base na atividade prática do aluno. Assim, uma aula organiza-se em três etapas fundamentais: a apresentação da tarefa pelo professor e sua interpretação pelos alunos; a realização da atividade prática do aluno; e finalmente a reflexão e a discussão com toda a turma. Os momentos de reflexão e de discussão com toda a turma, partindo do trabalho prático previamente desenvolvido, constituem "momentos de excelência para a sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas" (p. 16). A reflexão, discussão e análise crítica após a realização de uma atividade prática desempenham um papel fundamental

[5] Designada aqui de "Estratégia de ensino e de aprendizagem exploratória"

nesta estratégia de ensino, constituindo a realização da atividade e a reflexão sobre ela dois fatores essenciais para a aprendizagem dos alunos (Ponte, 2003, 2005a).

Aos professores compete, fundamentalmente, estabelecer os aspetos a serem realçados nas tarefas propostas e criteriosamente sequenciadas, a forma de organização e orientação do trabalho dos alunos e as questões a colocar de modo a desafiar as suas diversas competências. Para isso, os professores de Matemática precisam possuir vários tipos de conhecimentos, designadamente, o conhecimento geral; o conhecimento profundo e flexível do currículo e das ideias mais relevantes de cada nível específico; o conhecimento dos desafios com que os alunos podem ser confrontados no decorrer da aprendizagem dessas ideias; o conhecimento de como essas ideias podem ser representadas; o conhecimento de como os alunos podem ser avaliados. Também são necessárias políticas educativas que promovam e integrem a aprendizagem, salas de aula com acesso imediato às tecnologias e um comprometimento com a equidade e a excelência (NCTM, 2008):

> "A tecnologia constitui uma componente essencial desse ambiente. É com confiança que os alunos se envolvem em tarefas matemáticas complexas, criteriosamente escolhidas pelos professores. Constroem os conhecimentos a partir de uma vasta gama de temas, por vezes abordando o mesmo problema sob diferentes perspetivas matemáticas ou procedendo a representações matemáticas distintas, até encontrarem os métodos que lhes permitem progredir. Os professores ajudam os alunos a formular, aperfeiçoar e explorar conjecturas, baseadas em evidências, e a utilizar uma diversidade de técnicas de raciocínio e de prova de modo a confirmar ou infirmar essas conjecturas. Os alunos resolvem os problemas de forma flexível e expedita. Individualmente ou em grupos, e com recurso às tecnologias, trabalham produtiva e reflectidamente, sob a orientação competente dos seus professores. Os alunos transmitem de modo eficaz as suas ideias e resultados, sob forma oral ou escrita. Valorizam a Matemática e envolvem-se activamente na sua aprendizagem" (id, p. 3).

Relativamente às tecnologias informáticas, que assumem um lugar de destaque no âmbito do projeto de investigação que se desenvolveu, a APM (2009) defende que se deve tirar partido das suas potencialidades em todos os níveis de ensino, argumentando que, na evolução da Matemática atual, o computador constitui uma das influências mais decisivas, conduzindo a um novo paradigma de ensino em que se dá mais ênfase aos processos construtivos.

O NCTM (2008), na mesma perspetiva, realça a importância dos recursos computacionais para o ensino e aprendizagem da Matemática. Assim, defende que os professores tirem partido das potencialidades da tecnologia, a qual permite que os alunos explorem, investiguem e resolvam problemas mais complexos que, até então, lhes eram inacessíveis. E de modo correto, eficiente e eficaz. Também Brocardo (2001) e Candeias & Ponte (2006) reforçam que a utilização das tecnologias pode promover os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática de cariz exploratório e investigativo.

Por outro lado, as tecnologias permitem que os alunos passem "a trabalhar em níveis mais elevados de generalização ou abstração" (NCTM, 2008, p. 29), ao mesmo tempo que promovem uma interação entre as suas próprias ideias e ideias matemáticas abstratas. E, enquanto os alunos trabalham com os computadores em sala de aula, os professores têm a possibilidade de os observar e de se concentrar mais diretamente nos seus raciocínios (id). Além disso, propicia um excelente contexto para a comunicação Matemática e em Matemática, designadamente ao nível das discussões entre os alunos e entre estes e o professor, com uma linguagem gradativamente mais rigorosa (Brocardo, 2001; Almiro, 2005; NCTM, 2008).

Ao apoiar: i) a construção do conhecimento; ii) a exploração; iii) a aprendizagem pela prática; iv) a aprendizagem através da interação e v) a aprendizagem pela reflexão e desenvolvimento do pensamento cognitivo (Jonassen, 2000), o computador pode promover uma aprendizagem significativa da Matemática.

Tal aprendizagem significativa deve obedecer a rigorosas exigências como ser permanentemente ativa e construtiva pois se, por um lado, os alunos interagem com um ambiente e manipulam objetos nesse ambiente, observam os efeitos das suas intervenções e constroem a suas próprias interpretações, por outro, integram novas experiências e interpretações no seu conhecimento prévio sobre o mundo e constroem os seus próprios modelos mentais simples para explicar o que observam. A aprendizagem apresenta-se, deste modo, manipulativa e articulatória, ao mesmo tempo que reflexiva (Jonassen, 2000).

Este tipo de aprendizagem é intencional na medida em que os alunos articulam os seus objetivos de aprendizagem com o que estão a fazer, com as decisões que tomam, as estratégias que utilizam e as respostas que encontram envolvendo-se, de forma crítica, nesse complexo processo. Trata-se de uma forma de aprendizagem autêntica, em que os alunos realizam tarefas de aprendizagem que se enquadram numa situação do mundo real significativa ou simulada num ambiente de aprendizagem. Se trabalharem em grupos, os alunos negoceiam socialmente uma expetativa comum, assim como a compreensão da tarefa e os métodos que irão utilizar para a realizarem, numa ação cooperativa ou colaborativa mas sempre conversacional (id).

De entre as tecnologias que podem contribuir para uma aprendizagem significativa da Matemática, mais centrada no aluno e muito mais preocupada com as aprendizagens do que o ensino em si, destaca-se a exploração de ADGD que pode potenciar uma sólida aprendizagem de tópicos geométricos, principalmente se se tirar partido das múltiplas representações do mesmo ente que permite.

1.3. Os Programas de Matemática em Portugal e em Cabo Verde

Neste ponto do trabalho, pretende-se estabelecer uma relação entre o PMEB em Portugal (Ponte *et al*., 2007), em especial o do 3º Ciclo (7º, 8º e 9º anos), e do PMES em Cabo Verde, em concreto o do 1º ciclo (7º e 8º anos no qual se situa esta investigação). Procura-se, sempre que possível, fazer um contraponto entre esses instrumentos curriculares orientadores.

Em Portugal, a primeira etapa de escolarização é designada de Ensino Básico, que está organizado em três ciclos num total de 9 anos de escolaridade. O 1º ciclo organiza-se em duas etapas (1º e 2º anos e 3º e 4º anos); o 2º ciclo compreende os 5º e 6º anos de escolaridade e o 3º ciclo engloba os 7º, 8º e 9º anos de escolaridade.

O PMEB de 2007 está desenvolvido em torno dos seguintes eixos: Finalidades e objetivos gerais para o ensino da Matemática, Temas matemáticos e Capacidades transversais, Orientações metodológicas e indicações para a Gestão curricular e a Avaliação. De seguida, apresenta indicações programáticas relativamente a cada um dos ciclos, apontando em cada tema os principais tópicos, objetivos de aprendizagem e indicações metodológicas específicas de cada ciclo. Por fim, regista-se uma bibliografia de suporte para o aprofundamento dos aspetos abordados neste programa e a indicação de alguns recursos.

O ensino da Matemática, ao longo dos três Ciclos do EB, deve basear-se em duas principais finalidades: "a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência Matemática e o desenvolvimento da sua integração e mobilização em contextos diversificados; b) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência" (Ponte *et al.*, 2007, p. 3).

Os objetivos gerais são definidos para os três ciclos escolares também de uma forma integrada e contemplam três domínios: desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes. Os alunos devem ser capazes de:

1. "conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática;
2. desenvolver uma compreensão Matemática;
3. lidar com ideias matemáticas em diversas representações;
4. comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático;
5. raciocinar matematicamente usando os conceitos, representações, e procedimentos matemáticos;
6. resolver problemas;
7. estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas;
8. fazer Matemática de modo autónomo;
9. apreciar a Matemática" (Ponte *et al.*, 2007, p. 6).

Ao contrário de Cabo Verde, defende-se que o processo de ensino e de aprendizagem seja desenvolvido de forma integrada, em todos os ciclos, em torno de quatro grandes temas: Números e Operações, Álgebra, Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados.

Neste programa, são valorizadas as capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática – resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação. Relativamente à resolução de problemas, os alunos devem ter a capacidade de resolver e formular problemas; analisar diversas estratégias e efeitos de mudanças no enunciado de um problema. No que respeita ao raciocínio matemático, os alunos devem ter a capacidade de formular, testar e demonstrar conjeturas. Em relação à comunicação Matemática, o aluno deve ter a capacidade de expressar, interpretar e compreender ideias apresentadas bem como participar construtivamente em discussões que envolvem ideias, processos e resultados matemáticos.

Para além destas, também se destacam capacidades como a representação e o estabelecimento de conexões dentro e fora da Matemática.

Nas orientações metodológicas, o programa clarifica e descreve, com pormenor, as diversas metodologias a serem utilizadas. Defende que deve ser possibilitada aos alunos uma diversidade de experiências matemáticas, designadamente: resolução de problemas, realização de atividades de exploração, elaboração de projetos, participação em jogos e resolução de exercícios que propiciem uma prática compreensiva de procedimentos. O ensino e a aprendizagem desta disciplina devem ainda contemplar tarefas complementares para o confronto de resultados; discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas. As representações, a exploração de conexões, o uso de recursos, a valorização do cálculo mental, a História da Matemática, o papel da Matemática no mundo atual e as diversas formas de trabalho em sala de aula também assumem um papel de destaque no programa em referência.

Em relação à gestão curricular, o PMEB explicita que os professores devem fazer a análise dos temas matemáticos e dos objetivos de aprendizagem da Matemática, gerais e específicos, estipulados no programa. Recorde-se que os objetivos de aprendizagem da Matemática abrangem os conceitos matemáticos, as formas de os representar e analisar, as conexões com conceitos trabalhados, o domínio dos procedimentos e a resolução de problemas e formas de raciocinar e comunicar. Independentemente do tipo de abordagem escolhida, as tarefas selecionadas devem proporcionar uma aprendizagem coerente, possibilitando aos alunos a construção dos principais conceitos em estudo, a compreensão dos conceitos matemáticos em causa, o estabelecimento de conexões na Matemática e entre esta disciplina e outras áreas. A reflexão, a discussão e a análise crítica com o envolvimento dos alunos constituem momentos importantes, pois esses aprendem a partir das atividades que fazem e sobretudo da reflexão que realizam sobre as mesmas.

É ainda referido que é importante que o professor selecione criteriosamente o manual a utilizar na escola, sendo que este deve incluir uma diversidade de tarefas e várias formas de trabalho dentro e fora da aula. A avaliação, nesse programa, assume um papel regulador e reformulador. Assim, a avaliação deve:

> "[…] ser congruente com o programa; constituir uma parte integrante do processo de ensino e aprendizagem […]; usar uma diversidade de formas e instrumentos de avaliação; ter predominantemente um propósito formativo […]; decorrer num clima de confiança em que os erros e as dificuldades dos alunos são encarados de forma natural; ser transparente e articulada com os objetivos de aprendizagem (p. 12)".

A Lei de Bases do Sistema Educativo de Cabo Verde (nº 103/111/90 de 29 de Dezembro) estabelece os objetivos, os princípios gerais e a organização do sistema educativo. O ES sucede o EB (com 6 anos de escolaridade), tem a duração de 6 anos e está organizado em três ciclos (1º ciclo ou Tronco Comum e 2º e 3º ciclos com uma via geral e uma via técnica) de dois anos cada.

O decreto-legislativo nº 2/2010 procedeu à revisão das Bases do Sistema Educativo e aprovou uma nova Lei Orgânica (Boletim Oficial de 7 de Maio) para o Sistema Educativo de Cabo Verde. De entre os vários aspetos do citado diploma, destaca-se a necessidade de levar a cabo a revisão curricular, de se criar condições para o incremento das tecnologias informáticas, bem como para a qualificação do corpo docente.

Uma das principais medidas que se pretende implementar com este diploma consiste no alargamento do ensino obrigatório de 6 para 8 anos de escolaridade (6 anos do EB e 2 anos do 1º Ciclo do ES), preconizando-se, gradativamente, alargar o ensino obrigatório até ao 12º ano, dependendo das condições determinadas pelas Resoluções do Conselho de Ministros. Dos reflexos imediatos do alargamento do EB, recorda-se neste diploma uma nova formatação curricular para o ES, que passou a ser de 4 anos (2 ciclos de 2 anos cada).

O ES em Cabo Verde "visa possibilitar a aquisição das bases científico-tecnológicas e culturais necessárias ao prosseguimento de estudos e ingresso na vida activa e, em particular permite, pelas vias técnicas, artísticas e profissionais, a aquisição de qualificações profissionais para inserção no mercado de trabalho" (Boletim Oficial de 7 de Maio, Artigo 21º, p.7, 2010).

Nesse país, o Programa de Matemática do 1º Ciclo do ES, datado de 1996, está organizado em torno de quatro eixos: o Enquadramento, as Metas e Finalidades, a Organização e a Avaliação. Para o enquadramento do 1º Ciclo no sistema educativo, devem ser consideradas as principais referências: i) *Institucionais* – no sistema educativo cabo-verdiano, o Tronco Comum visa a preparação para o ciclo posterior, podendo o aluno seguir diretamente para o mercado de trabalho ou optar por diversas áreas de estudos complementares; ii) *Circunstanciais* – a consulta de diversos documentos e curricula de Matemática de vários países como Brasil, Canadá, Estados Unidos, França, Portugal, Cuba e iii) *Intrínsecas* – a inter-relação da Matemática com as outras disciplinas com o propósito de preparar os alunos para se integrarem na sua comunidade, como também a sua inserção no tecido mundial.

As Metas estão relacionadas com as capacidades de comunicação, raciocínio, resolução de problemas, de computação e de estimação. As três primeiras são as capacidades transversais estipuladas no PMEB em Portugal, de 2007. Por sua vez, as finalidades são descritas como competências à saída do 1º Ciclo, ao nível do saber (conteúdos), saber fazer (habilidades, aptidões) e do saber ser (atitudes, hábitos, comportamentos, valores).

O programa encontra-se organizado em unidades temáticas. No 1º Ciclo, são contempladas quatro, estruturadas por anos, mas não de uma forma integrada – Números e Cálculo, Estatística e Probabilidades, Funções e Geometria. No 7º ano de escolaridade, compreendem: O Número; a Estatística; os Números Relativos I; o Espaço e Plano e os Números Relativos II. Constam do programa do 8º ano de escolaridade os tópicos: Funções I; Isometrias; Funções II; Proporcionalidade; Áreas e Volumes e Probabilidades.

No que tange aos métodos, pretende-se que: os professores de Matemática utilizem métodos ativos e indutivos, com base na resolução de problemas, adaptando-os às condições reais e do meio social onde a escola está inserida; sejam considerados os conhecimentos prévios dos alunos como motivação para outras aprendizagens; os professores considerem o ritmo e a especificidade de cada aluno e ainda que se privilegie a prática do trabalho em grupo e visitas de estudo.

A avaliação desta disciplina deverá pautar-se pelos seguintes princípios:

- “A Avaliação Formativa deverá ter um papel preponderante no apoio às aprendizagens e na reorientação do ensino, nunca devendo constituir qualquer contributo camuflado para classificações posteriores;
- Os instrumentos de avaliação deverão ser diversificados no tipo (trabalho individuais, trabalhos de grupo, relatórios, comentários, testes de resposta aberta, testes de resposta fechada, …) e no tempo (não devendo concentrar-se a sua aplicação nos finais de trimestre, mas serem espalhados ao longo do processo de ensino e aprendizagem);
- Estes instrumentos deverão ainda ser adequados ao que se quer avaliar (não se avalia o trabalho de grupo da mesma forma que uma habilidade pessoal…);
- A avaliação sumativa deverá reflectir, para além do seu papel classificativo, uma vertente formativa” (ME, 1996, p. 7-8).

Da análise das orientações curriculares em Portugal para o ensino e aprendizagem da Matemática, apercebe-se que as mesmas estão coerentes com as orientações internacionais. De facto, de acordo com a análise do PMEB de 2007, por Kilpatrick (2009), esse programa contém muitas das preocupações refletidas nas normas e orientações internacionais atuais para o ensino e aprendizagem da Matemática e vai ao encontro da perspetiva atual do que a Educação Matemática deve propiciar aos alunos de hoje.

Já em relação aos programas de Matemática em Cabo Verde, carecem de atualização. Isto é reconhecido no Plano Estratégico para a Educação – PEE: “[…] os currículos, programas e materiais didácticos têm-se revelado em boa parte desactualizados, inoperantes e insuficientes: a gestão e coordenação pedagógica têm sofrido fortes limitações normativas e financeiras […]” (PEE, 2003, p. 93). Por outro lado, pode-se dizer que o Programa de Matemática do Ensino Básico português permite uma planificação mais fácil das atividades letivas do que o de Cabo Verde, na medida em que existe uma articulação ao longo de todos os ciclos.

Face à análise que este estudo propiciou, considera-se necessário e urgente propor alterações para o currículo de Cabo Verde, à luz das linhas e preocupações internacionais para o ensino e aprendizagem da Matemática.

2. O GeoGebra no processo de ensino e de aprendizagem das Isometrias

O NCTM (2008) e vários outros autores defendem que o uso de ADGD no estudo de Geometria e, em particular, das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, pode potenciar uma aprendizagem interativa e significativa. Neste sentido, neste ponto começa-se por abordar as orientações teóricas e curriculares no panorama internacional para realçar a importância do estudo da Geometria, mais especificamente das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e das Simetrias, na Matemática e outras áreas, sob o título 'A Geometria e as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano' (secção 2.1). Depois, faz-se um contraponto entre o Programa de Matemática do Ensino Básico em Portugal, de 2007, e o Programa de Matemática do Ensino Secundário em Cabo Verde, particularmente o do 1º Ciclo, estabelecido nas subdivisões 'As Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano nos programas de Matemática em Portugal e em Cabo Verde' (secção 2.2). Por último, 'O GeoGebra e as perspetivas construcionista e socioconstrutivista' (secção 2.3) realça o construcionismo e o sócio construtivismo como teorias que devem sustentar o uso dos ADGD, especialmente do GeoGebra. Defende-se a abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias com suporte do *software* matemático dinâmico, o GeoGebra, e mostra-se como é perspetivado nas novas orientações curriculares com vista a antecipar essa nova visão para ser, desde já, trabalhada nos currículos de Matemática em Cabo Verde.

2.1. A Geometria e as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano

A Geometria ganhou uma especial atenção com os gregos, ao ser elevada a uma ciência que trata entidades abstratas pois, durante muito tempo, tais entidades tinham uma relação clara a objetivos físicos (Breda *et al*., 2011). Ainda assim, Mariotti (1999) considera que deve ser reconhecida a relação privilegiada entre a Geometria, a teoria do espaço e a realidade física e afirma que a completa congruência entre a cognição espacial e o espaço matemático abstrato, em Geometria, nem sempre é garantida, pois a passagem da intuição para a Geometria é um processo que apresenta grandes dificuldades e que está longe de ser natural. Assim, o autor defende que é fundamental: i) o desenvolvimento de uma interação flexível entre imagens e conceitos e ii) o desenvolvimento de esquemas concetuais complexos que controlam os sentidos, as relações e as propriedades de uma figura geométrica.

De entre os gregos, destaca-se Euclides, cuja geometria – euclidiana – foi irrefutável durante séculos. Com o desenvolvimento dos métodos algébricos por René Descartes (1596-1650) e Pierre Fermat, apareceu a Geometria analítica, segundo a qual as coordenadas numéricas e equações algébricas nessas coordenadas eram utilizadas para a determinação de resultados geométricos (Breda *et al.*, 2011). Mas foi já em pleno século XIX que Felix Klein (1849 – 1925) deu um contributo decisivo para a compreensão das Geometrias não euclidianas, apresentando um novo princípio unificador para classificar as várias Geometrias, que ficou conhecido por *Programa Erlangen* (Franco de Oliveira, 1997).

Está na base desse programa o conceito de grupo de transformações e o facto de que a caraterização de cada Geometria passa pelas propriedades das "figuras" que permanecem invariantes para determinado grupo de transformações (id). De acordo com Veloso (2012), Klein foi o primeiro a apresentar uma definição precisa da geometria euclidiana como sendo "a ciência que estuda as propriedades das "figuras" que são invariantes para as transformações de semelhança" (p. 133).

Atendendo a que as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano podem ser estudadas como um subconjunto do universo das transformações geométricas de semelhança (Breda *et al.*, 2011), inicialmente apresenta-se a definição de transformações geométricas. Depois, define-se e explicita-se as propriedades das transformações de semelhança. Posteriormente, dá-se ênfase às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e às Simetrias.

Em geral, uma transformação geométrica é uma função bijetiva de um plano nele próprio (Franco de Oliveira, 1997).

Definição - sejam A, B e C três pontos quaisquer dados; diz-se que uma transformação geométrica S é uma transformação de semelhança ou semelhança se $\overline{AB}/\overline{BC} = \overline{A'B'}/\overline{B'C'}$, $\overline{AB}/\overline{AC} = \overline{A'B'}/\overline{A'C'}$ onde $A' = S(A)$, $B' = S(B)$, $C' = S(C)$ (Veloso, 2012, p.137).

Decorre desta definição que, em toda a transformação de semelhança, as distâncias entre cada dois pontos resultam multiplicadas por uma constante $(\overline{A'B'}/\overline{AB} = \overline{B'C'}/\overline{BC} = \overline{A'C'}/\overline{AC})$, designada razão de semelhança e normalmente escrita por r (Sebastião e Silva, 1999; Veloso, 2012).

Se a transformação de semelhança é uma semelhança de $r > 1$, todos os segmentos aumentam na mesma proporção e diz-se que houve uma ampliação; se a transformação de semelhança é uma semelhança de $r < 1$, acontece o contrário e dizemos que houve uma redução; se a transformação de semelhança é uma semelhança de $r = 1$, não há nem ampliação nem redução, cada segmento é transformado num segmento igual ao primeiro (Sebastião e Silva, 1999). As semelhanças com razão de semelhança igual a 1 designam-se Isometrias do plano (*Breda et al.*, 2011; Veloso, 2012).

Das várias propriedades das transformações de semelhança, Breda *et al.*, (2011) destacam:

i) Preservação da colinearidade de pontos e amplitudes de ângulos;
ii) Transformação: retas (respetivamente, semi-retas, segmentos de retas e triângulos) em retas (respetivamente, semi-retas, segmentos de reta e triângulos semelhantes); retas paralelas (respetivamente, perpendiculares) em retas paralelas (respetivamente, perpendiculares).

Considere-se agora as Isometrias ou movimentos rígidos do plano euclidiano que se designará de IR^2. No sentido etimológico, *Isometria* significa “mesma medida” (Franco de Oliveira, 1997). Uma Isometria do plano [*Iso*(IR^2)] ou um movimento rígido, é uma transformação geométrica ***T*** se e somente se $d(P',Q') = d(P,Q)$ para quaisquer pontos P e Q do plano, onde $P' = T(P)$ e $Q' = T(Q)$ (Franco de Oliveira, 1997, Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012).

Da condição de preservação das distâncias entre pontos resultam importantes propriedades para as Isometrias: as Isometrias preservam os conceitos de situado entre, ponto médio, segmento, semi-reta, reta, triângulo, ângulo, amplitude, paralelismo e perpendicularidade (Veloso, 2012). As Isometrias são injetivas; bijetivas no conjunto dos pontos do plano; induzem bijeções no conjunto das linhas do plano, são colineações (Franco de Oliveira, 1997).

Pelo facto de toda a Isometria ser uma colineação: Se uma Isometria fixar dois pontos, A e B, esta fixa, necessariamente, a reta AB, ponto a ponto; se uma Isometria *f* fixar três pontos não colineares *A*, *B* e *C*, as retas *AB*, *AC* e *BC* são fixas pontualmente pela Isometria e, consequentemente, também o triângulo ΔABC o é; qualquer ponto *P* do plano que não pertença ao triângulo ΔABC também é um ponto fixo de *f*. Realmente, seja *M* o ponto médio do segmento de reta *[AB]*. A reta que passa por *P* e *M* interseta o triângulo ΔABC nos pontos *M* e *S*. Como M e S são pontos do triângulo ΔABC, são pontos fixos de *f* e, por conseguinte, *f* fixa pontualmente a reta *MS*, pelo que *f(P) = P*, ou seja, *f* é a aplicação identidade (Breda *et al.*, 2011). Portanto, “Se uma Isometria fixar dois pontos (distintos) de uma reta, então fixa-a pontualmente e se fixar três pontos não colineares é a transformação identidade” (id, p. 77).

Consequentemente, se *A*, *B* e *C* são pontos não colineares e *f* e *g* são duas Isometrias tais que *f(A) = g(A), f(B) = g(B), f(C) = g(C)*, então *f = g*. Ou seja, “uma Isometria fica univocamente determinada pelo conhecimento dos transformados de três pontos não colineares” (id:ib).

Segundo Cabrita *et al.* (2008, p. 98), o conjunto das Isometrias (*I)* do plano IR^2 é um grupo euclidiano para a operação composição habitual de funções "***o***". De facto, considerando (IR^2 , ***o***):

- A operação é fechada - $\forall i_1, i_2 \in IR^2, i_1 \circ i_2 \in IR^2$
- A operação é associativa - $\forall i_1, i_2, i_3 \in IR^2, (i_1 \circ i_2) \circ i_3 = i_1 \circ (i_2 \circ i_3)$
- Existe elemento identidade - $\exists i' \in IR^2, \forall i_1 \in IR^2, i' \circ i_1 = i_1 \circ i' = i_1$
- Todo o elemento tem inverso - $\forall i_1 \in IR^2, \exists i_2 \in IR^2, i_2 \circ i_1 = i_1 \circ i_2 = i'$

Se a operação ainda gozar da propriedade comutativa, o grupo diz-se abeliano

$$\forall i_1, i_2 \in IR^2, i_1 \circ i_2 = i_2 \circ i_1$$

Existem quatro e apenas quatro Isometrias no plano euclidiano: a reflexão, a translação, a rotação e a reflexão deslizante (Lima, 1996; Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012) "que permitem que uma figura e a sua transformada pela aplicação sejam congruentes" (Cabrita *et al.*, 2008, p. 98). As Isometrias do plano euclidiano podem ser classificadas em Isometrias diretas ou positivas e Isometrias opostas ou negativas. Enquanto que as Isometrias diretas – as translações e as rotações – preservam o sentido dos ângulos orientados, as Isometrias opostas – as reflexões e as reflexões deslizantes – invertem o sentido dos ângulos orientados (Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012).

Nota-se que a composição de duas Isometrias diretas é uma Isometria direta e que a inversa de uma Isometria direta também é uma Isometria direta. Por outro lado, a composição de duas Isometrias opostas é uma Isometria direta (Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012).

Considere-se, de seguida, as quatro Isometrias no plano euclidiano. Primeiro como composição de duas ou três reflexões e depois de forma independente.

Seja *f* uma Isometria do plano. Considerando *l* uma reta do plano, a reflexão de eixo *l*, R_l é uma transformação $f: IR^2 \to IR^2$ que fixa a reta *l* ponto a ponto tal que $R_l(Q) = Q'$ para todo o ponto Q em *l* e transforma T não pertencente a *l* em T' (distinto de T) tal que *l* é a mediatriz do segmento de recta [TT'] (Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011).

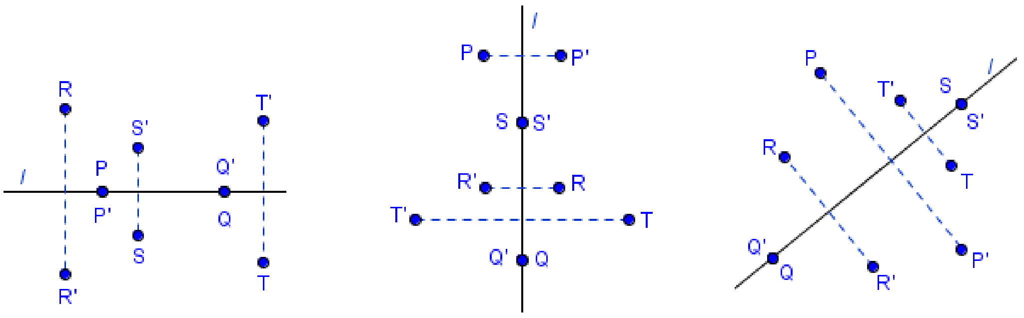


Figura 2. Pontos do plano e seus transformados por reflexões (Adaptados de Breda *et al.*, 2011)

Para além das propriedades comuns das Isometrias, verifica-se que a reflexão:

i) é uma transformação involutiva (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Breda *et al.*, 2011, Veloso, 2012). Seja l uma reta pertencente ao plano e Q um ponto qualquer do plano, $R_l^2(Q) = R_l(R_l(Q)) = Q$). Se $R_l = R_l^{-1}$, então $R^2 = I$ (Isometria identidade) (Breda *et. al.*, 2011);

ii) fixa pontualmente os pontos que pertencem ao eixo de reflexão (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Breda *et al.*, 2011, Veloso, 2012) e não pontualmente, qualquer reta perpendicular ao eixo de reflexão (Breda *et. al*., 2011);

iii) não preserva a orientação dos ângulos (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Cabrita *et al*., 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012):

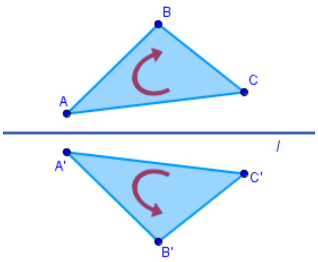


Figura 3. Transformado do ΔABC pela reflexão de eixo l

Sejam R_m e R_n duas reflexões de eixos m e n, respetivamente, e $f = R_n \circ R_m$ a aplicação composta de R_n após R_m.

i) Se $m = n$, a Isometria $f = R_n \circ R_m$ é a transformação identidade.

ii) Se $m \neq n$ então as retas m e n ou são concorrentes ou são paralelas (estritamente) (Breda *et al.*, 2011)

- No caso em que as retas m e n são concorrentes num ponto O, a composição $f = R_n \circ R_m$ será uma rotação (Figura 4) com centro no ponto de interseção das retas m e n e medida de amplitude igual ao dobro da medida de amplitude do ângulo entre m e n (Veloso, 1998, 2012; Breda *et al.*, 2011).

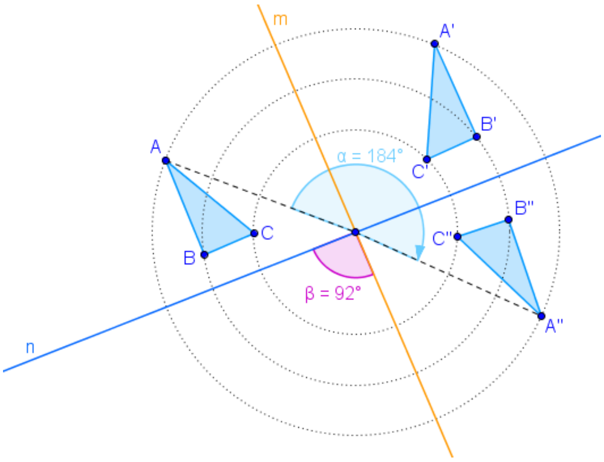


Figura 4. Transformado do ΔABC pela composição de duas reflexões de eixo concorrentes

- No caso em que as retas m e n são paralelas (estritamente), a composição $f = R_n \circ R_m$ será uma translação (Figura 5) cujo vetor tem direção perpendicular a *m* e *n* (sentido de *m* para *n*) e norma igual ao dobro da distância entre *m* e *n*. (Veloso, 1998, 2012; Breda *et al.*, 2011)

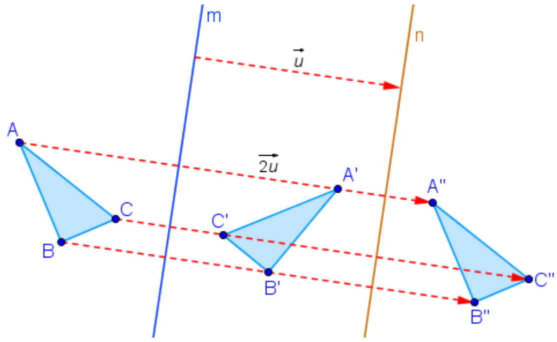


Figura 5. Transformado do ΔABC pela composição de duas reflexões de eixos paralelos

A composição de duas Isometrias opostas é uma Isometria direta. Assim, pode-se concluir que a composição de duas reflexões não é uma reflexão. Consequentemente, a operação de composição usual de funções não confere ao conjunto das reflexões uma estrutura de grupo (Franco de Oliveira, 1997; Breda *et al.*, 2011).

Sejam R_l, R_m e R_n três reflexões de eixos *l*, *m* e *n*, respetivamente e $f = R_l \circ R_n \circ R_m$ a aplicação composta de R_l após R_n após R_m. De acordo com Franco de Oliveira (1997), a composição *f* é uma reflexão ou uma reflexão deslizante.

i) Se os eixos das três reflexões forem paralelos ou se se encontrarem num único ponto a composição é uma reflexão (Figuras 6 e 7) (Franco de Oliveira, 1997; Breda, 2006; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012).

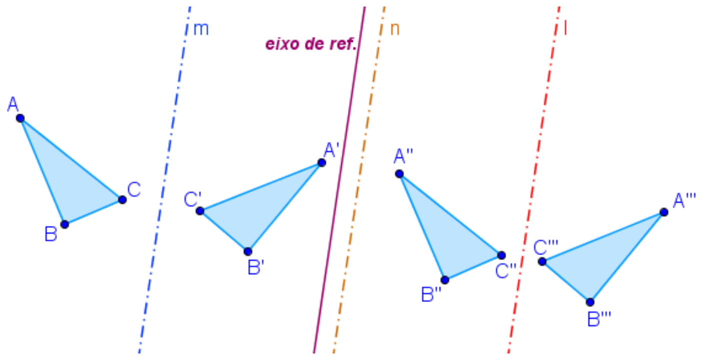


Figura 6. Transformado do ΔABC pela composição de três reflexões de eixos paralelos

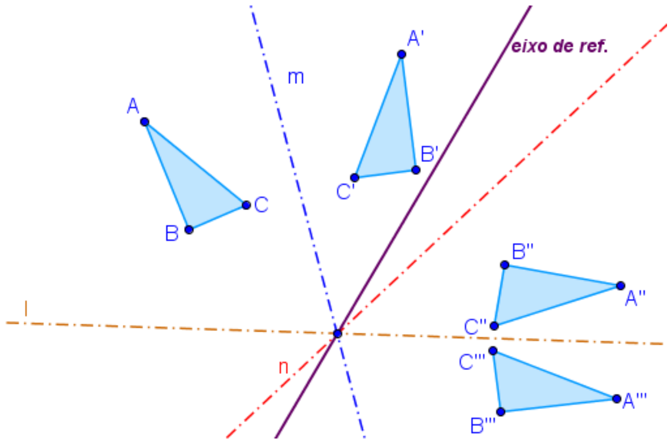


Figura 7. Transformado do ΔABC pela composição de três reflexões de eixos concorrentes

ii) Se os três eixos de reflexão se encontram (aos pares) em três pontos, ou dois são paralelos e o terceiro os interseta, a composição é uma reflexão deslizante (Figuras 8 e 9) (Franco de Oliveira, 1997; Breda, 2006; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012).

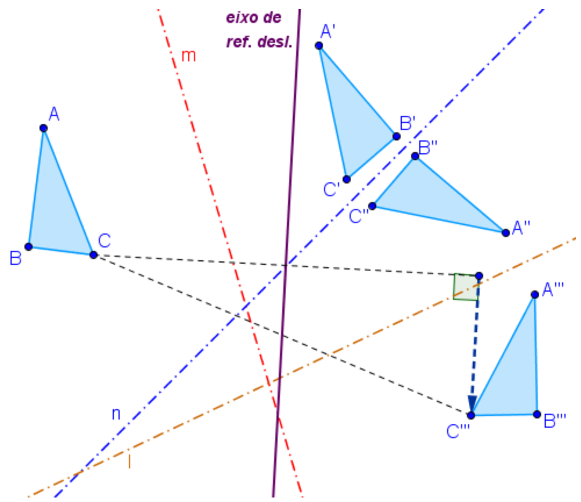


Figura 8. Transformado do ΔABC pela composição de três reflexões de eixos que intersetam (aos pares) em três pontos

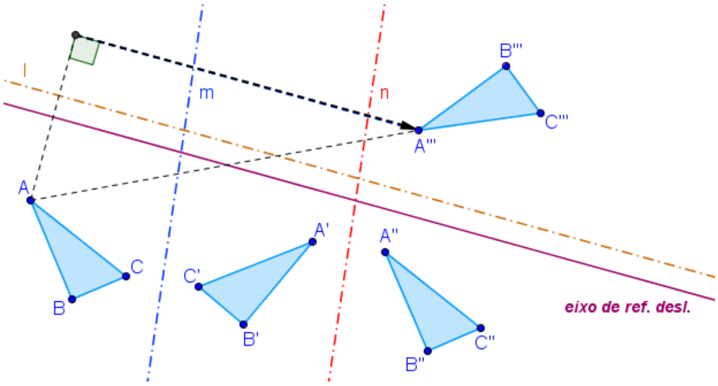


Figura 9. Transformado do ΔABC pela composição de três reflexões em que dois dos eixos são paralelos e o terceiro os interseta

Constata-se que a reflexão é umas das principais Isometrias do plano, pois, pelo teorema fundamental das Isometrias, "toda a Isometria de IR^2 é uma composição de duas ou três reflexões" (Franco de Oliveira, 1997, p. 157).

Foram ilustradas as Isometrias: rotação, como composição de duas reflexões de eixos concorrentes; translação, como composição de duas reflexões de eixos paralelos e reflexão deslizante como composição de três eixos de reflexão que se encontram (aos pares) em três pontos, ou em que dois são paralelos e o terceiro os interseta. De seguida, apresentam-se as definições destas Isometrias de forma independente.

Uma rotação é um movimento rígido que pode ser entendida como "uma figura a mover-se" ao longo de um arco de circunferência cujo centro coincide com o centro de rotação.

Para a caraterização de uma rotação é necessário sempre o centro de rotação, a medida da amplitude e orientação do ângulo (Cabrita *et al.*, 2008). Dado um ponto O e um ângulo α, denomina-se rotação de centro O uma aplicação $R(O, \alpha)$: $\mathrm{IR}^2 \rightarrow \mathrm{IR}^2$ que fixa O e envia B em B' com $d(B, O) = d(B', O)$ e $(\angle BOB') = \alpha$ (id).

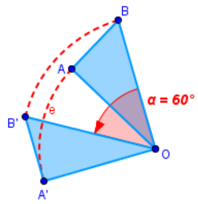


Figura 10. O transformado do triângulo ΔOAB pela rotação $R_O^{60°}$

Através de uma rotação, obtém-se uma figura final geometricamente igual à dada, onde um dos pontos é fixo, o centro da rotação, e todos os outros sofrem "deslocações" percorrendo arcos de circunferência com o mesmo centro e a mesma amplitude. É muito importante o sentido de rotação. Por convenção, considera-se o sentido negativo o sentido dos ponteiros do relógio, caso contrário designa-se por sentido positivo.

Salientam-se como propriedades particulares da rotação as seguintes:

i) "Uma rotação, distinta da transformação identidade, fixa um e um só ponto e fixa uma recta (não pontualmente) se e somente se a sua amplitude for de 180º e o centro da rotação pertencer à recta" (Breda *et al*., 2011, p. 84). Geralmente, a rotação de amplitude 180º é designada meia-volta (Greenberg, 1994; Breda *et al*., 2011) e é um caso particular de rotação.

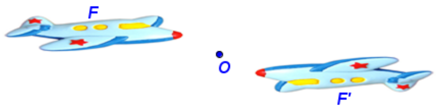
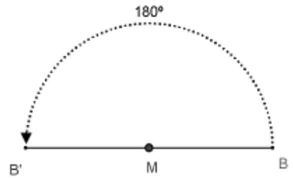


Figura 11. O transformado de *F* pela meia volta de centro em *O*

A meia-volta (simetria central) admite um centro (*M*) e amplitude 180º (S_M). *M* é o centro da 'simetria', os pontos *B* e *B'* são simétricos em relação a *M* (Cabrita *et al.*, 2008) e *M* é o ponto médio do segmento de reta [BB'].



$$\overline{MB} = \overline{MB'}$$
$$S_M(B) = B'$$
$$S_M(B') = B$$

ii) "Uma rotação fixa circunferências com centro no centro da rotação, embora não pontualmente. Apenas a (rotação) identidade fixa pontualmente circunferências" (Breda *et al*., 2011, p.85).

iii) A rotação preserva a orientação dos ângulos (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012).

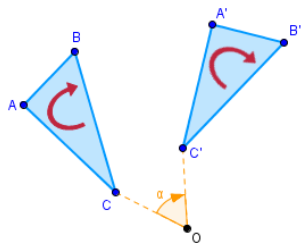


Figura 12. O transformado do triângulo ΔOAB pela rotação R_O^α

iv) A rotação de centro em *O* e ângulo –α é a transformação inversa da rotação de centro em *O* e ângulo α, $R_o^{-\alpha} = (R_o^\alpha)^{-1}$ (Breda *et al.*, 2011). A única rotação igual à sua inversa é a transformação identidade (Greenberg, 1994).

v) A composição de duas rotações com o mesmo centro (ponto *O*) e de amplitudes, respetivamente, α e β é comutativa e a resultante é uma rotação de centro em *O* e de amplitude $\alpha + \beta$, $R_O^{\beta} \circ R_O^{\alpha} = R_O^{\alpha} \circ R_O^{\beta} = R_O^{\alpha+\beta}$ (Breda *et al.*, 2011). O grupo de rotações com o mesmo centro é cíclico e qualquer grupo cíclico é comutativo.

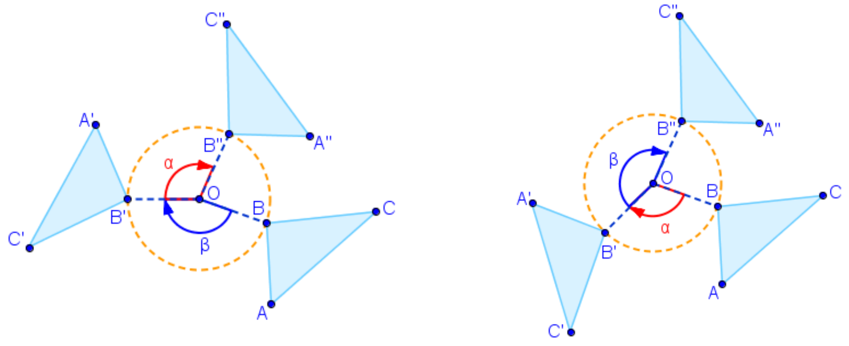


Figura 13. O transformado do triângulo ΔABC pelas rotações $R_o^{\beta} \circ R_o^{\alpha}$ e $R_o^{\alpha} \circ R_o^{\beta}$.

vi) A composição de duas rotações de centros distintos não é comutativa (Greenberg, 1994; Breda *et al.*, 2011), a não ser que, pelos menos, uma rotação seja a transformação identidade (Greenberg, 1994).

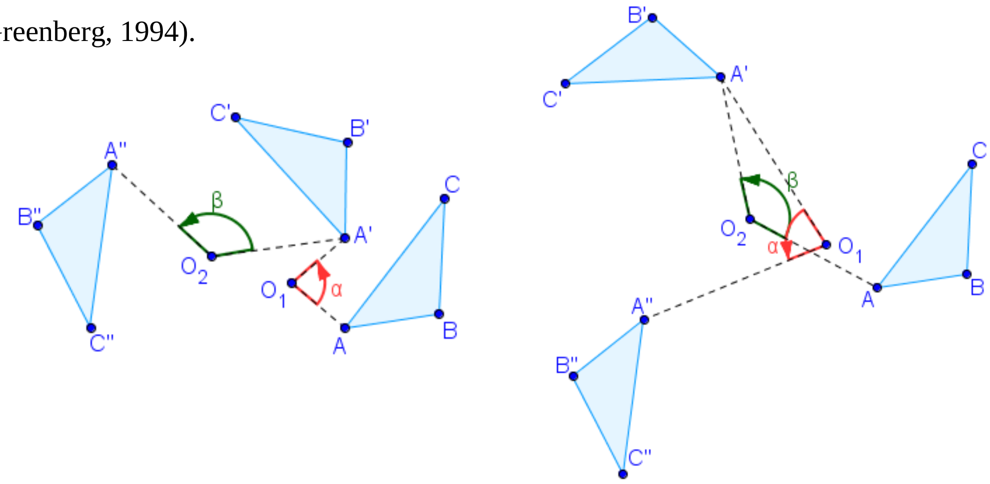


Figura 14. $R_{o_2}^{\beta} \circ R_{o_1}^{\alpha} \neq R_{o_1}^{\alpha} \circ R_{o_2}^{\beta}$

O conjunto das rotações com um mesmo centro tem uma estrutura de subgrupo comutativo (abeliano) do grupo das Isometrias do plano, para a operação composição usual de funções, designado de *grupo das rotações* do plano (Breda *et al*., 2011).

Veja-se agora a definição e propriedades da Isometria translação.

Uma translação, outro movimento rígido, é uma transformação de qualquer ponto do plano $X \to X + \vec{u}$ ao longo de uma reta, sendo $\vec{u} \neq 0$ o vetor diretor da reta. Contudo, é possível outra definição de translação sem se referir à reta pela qual se dá a translação (Franco de Oliveira, 1997). Assim, seja $\vec{u}$ um vetor qualquer. A translação definida por $\vec{u}$ é a transformação $T_{\vec{u}}$:IR^2→ IR^2 definida por $T_{\vec{u}}(X) = X + \vec{u} = X'$. O ponto X' denomina-se imagem ou transformado do ponto X pela $T_{\vec{u}}$.

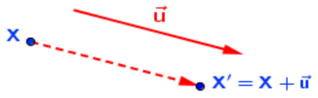


Figura 15. $T_{\vec{u}}(X)$

A composição de duas reflexões de eixos paralelos é uma translação (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012). A recíproca também é verdadeira, ou seja, "toda a translação é composição de duas reflexões de eixos paralelos" (Breda *et al.*, 2011, p 88). A translação associada ao vetor nulo designa-se por Isometria identidade – $T_{\vec{0}}(X)$. Esta Isometria pode ser considerada "como composição de duas reflexões de eixos coincidentes e portanto paralelas" (em sentido lato) (id, p 88).

Considere-se agora $\vec{u} \neq 0$. Sejam os pontos A e B do plano, sendo $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. $T_{\vec{u}}$ é a composição $R_n \circ R_m$, onde *m* e *n* são retas perpendiculares à reta *AB* e que passam, respetivamente, por *A* e *M* (ponto médio do segmento de reta [AB]).

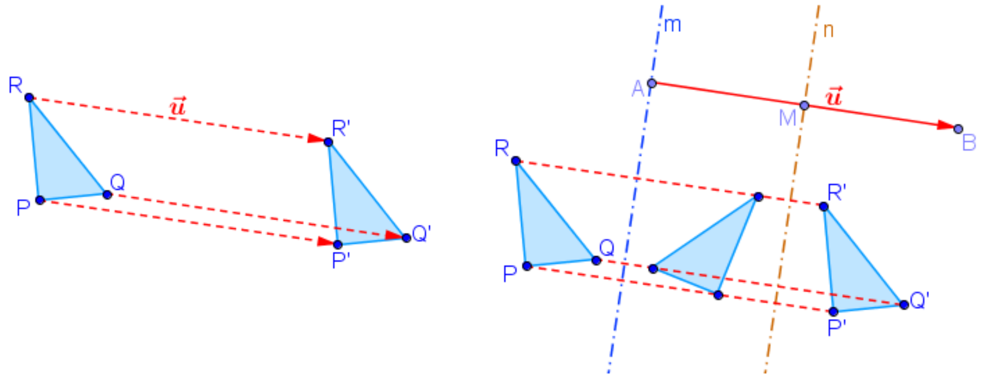


Figura 16. Translação $T_{\vec{u}}$ como composição de duas reflexões

Como propriedades, tem-se que:

i) Se uma translação fixa um e só um ponto, a Isometria é a transformação identidade (Greenberg, 1994). Qualquer translação, diferente da transformação identidade, não tem pontos fixos (Breda *et al.*, 2011);

ii) A translação, $T_{\vec{u}}$, $\vec{u} \neq 0$, fixa qualquer reta com a direção de $\vec{u}$ (embora não pontualmente) e preserva as direções (Breda *et al.*, 2011);

iii) A translação preserva a orientação dos ângulos (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012);

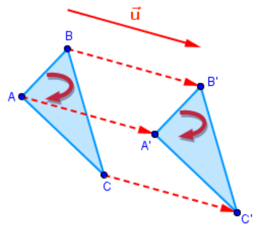


Figura 17. O transformado do triângulo ΔABC pela $T_{\vec{u}}$

iv) A translação $T_{-\vec{u}}$ associada ao vetor simétrico $-\vec{u}$ é a transformação inversa da translação $T_{\vec{u}}$ associada ao vetor $\vec{u}$ (Breda *et al.*, 2011);

v) A composição de duas translações associadas aos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, respetivamente, é comutativa e o resultado é a translação associada ao vector $\vec{u} + \vec{v}$ (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Breda *et al.*, 2011);

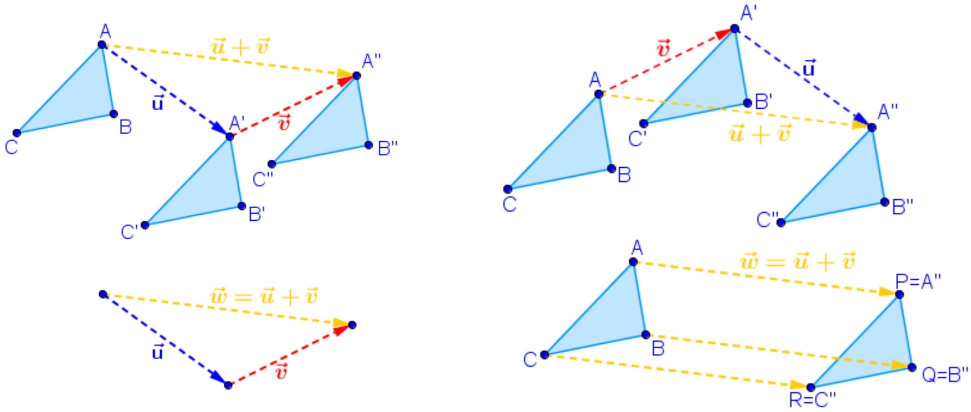


Figura 18. $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}} = T_{\vec{w}}, \vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

Por fim, aborda-se o conceito da reflexão deslizante.

Reflexão deslizante de eixo *n* é a transformação do plano, $D_{(n,\vec{u})}$, obtida pela composição de uma reflexão de eixo *n* e uma translação não trivial $T_{\vec{u}}$, cujo vetor $\vec{u}$ tem a direção paralela ao eixo *n* (Breda, 2006; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012). Tendo em conta que R_n fixa a reta *n*, $T_{\vec{u}} \circ R_n$ transforma a reta *n* numa reta *t* que lhe é paralela. As retas *t* e *n* coincidem se e somente se $\vec{u}$ tem a direção de *n*. Então, para $\vec{u} \neq 0$, $T_{\vec{u}} \circ R_n = R_n \circ T_{\vec{u}}$ se e somente se *n* e $\vec{u}$ têm a mesma direção (Breda *et al.*, 2011).

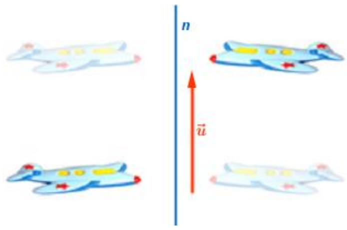


Figura 19. $T_{\vec{u}} \circ R_n = R_n \circ T_{\vec{u}}$

Sendo assim, apresentam-se as propriedades:

i) A reflexão deslizante não tem pontos fixos (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Breda *et al.*, 2011) e tem como uma única reta fixa – o eixo da reflexão (Greenberg, 1994; Veloso, 1998, 2012), embora não pontualmente (Breda *et al.*, 2011);

ii) Se P, Q, R são pontos do plano e P´, Q’, R’ são os seus transformados por uma reflexão deslizante, então os pontos médios dos segmentos de reta [P, P´], [Q, Q´] e [R, R´] são colineares e pertencem à reta *n* (Greenberg, 1994; Schattschneider, 2003);

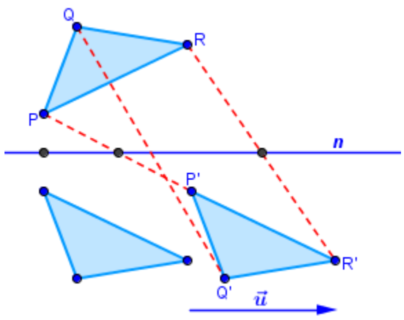


Figura 20. Ilustração gráfica da propriedade ii

iii) A reflexão deslizante não preserva a orientação dos ângulos (Greenberg, 1994; Franco de Oliveira, 1997; Cabrita *et al.*, 2008; Breda *et al.*, 2011; Veloso, 2012);

iv) “A composição de duas reflexões deslizantes não é uma reflexão deslizante, pelo que a operação composição usual de funções não confere ao conjunto das reflexões deslizantes uma estrutura de grupo” (Breda *et al*., 2011, p. 92).

Agora, apresentam-se as propriedades das Isometrias do plano, quanto à preservação ou inversão de ângulos orientados, aos pontos fixos e às retas fixas.

Isometrias	Pontos fixos	Retas fixas	Orientação dos ângulos
Identidade	Infinitos	Infinitos	Preserva
Translação	Nenhum	Infinitas (retas paralelas ao segmento orientado que define a translação)	Preserva
Rotação	Um (o ponto central)	Nenhuma	Preserva
Reflexão	Infinitos (os pontos pertencentes ao eixo de reflexão)	Infinitas (o eixo de reflexão e as retas ortogonais ao eixo de reflexão)	Inverte
Reflexão deslizante	Nenhum	Uma (o eixo da reflexão)	Inverte

Quadro 1. Propriedades das Isometrias do plano quanto à preservação de ângulos orientados, aos pontos fixos e às retas fixas (Greenberg, 1994; Breda *et al*., 2011; Veloso, 2012)

Seja o triângulo $T = [ABC]$ congruente ao triângulo $T_1 = [A_1B_1C_1]$. A partir das propriedades vistas anteriormente, descreve-se, na figura seguinte, um algoritmo para a identificação da Isometria que transforma T em T_1.

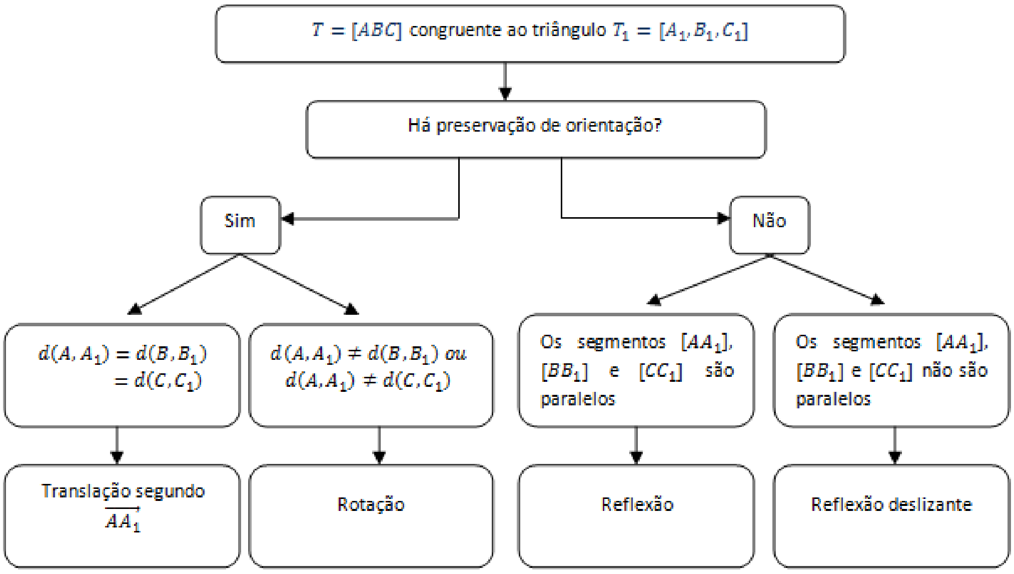


Figura 21. Algoritmo para a identificação da Isometria que transforma ***T*** em ***T₁*** (Breda *et al*., 2011, p. 92)

Segundo Schattschneider (2003) e Breda *et al*. (2011), é possível identificar as Isometrias do plano em pares de triângulos congruentes dados através da união dos vértices do triângulo original com as suas imagens finais. A identificação completa da transformação é determinada pelas posições destes segmentos de ligação, conforme se ilustra nas figuras seguintes:

i) A Isometria que transforma T = [ABC] em T' = [A'B'C'] preserva a orientação dos ângulos. Atendendo a que todos os segmentos que ligam os pontos às suas imagens são paralelos e têm o mesmo comprimento, d(A, A’) = d(B, B’) = d(C,C’), conclui-se que T é transformado em T’ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{AA'}$.

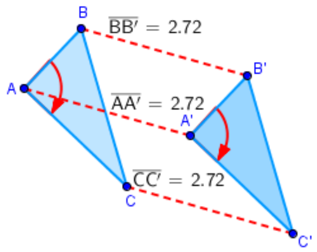


Figura 22. Translação que transforma T em T’

ii) A Isometria que transforma T = [ABC] em T’ = [A’B’C’] preserva a orientação dos ângulos. Como os segmentos que ligam os pontos às suas imagens não são paralelos, os seus pontos médios não são colineares, d (A, A’) ≠ d(B, B’) ≠ d(C,C’), conclui-se que T é transformado em T’ pela rotação cujo centro é o ponto de interseção das mediatrizes dos segmentos. O ângulo de rotação é o ângulo com sentido definido (nesta ordem) por um ponto da figura, pelo centro de rotação e pela imagem do primeiro ponto.

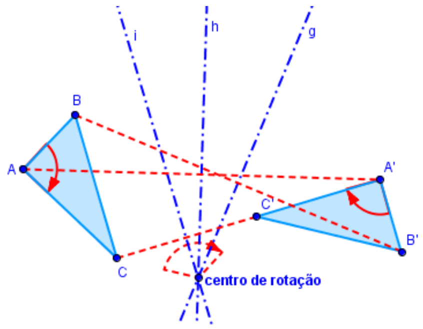


Figura 23. Rotação que transforma T em T’

iii) A Isometria que transforma T = [ABC] em T’ = [A’B’C’] não preserva a orientação dos ângulos. Todos os segmentos que ligam os pontos às suas imagens são paralelos, mas não têm o mesmo comprimento. Conclui-se que T é transformado em T’ pela reflexão associada ao eixo que corresponde à mediatriz de cada segmento.

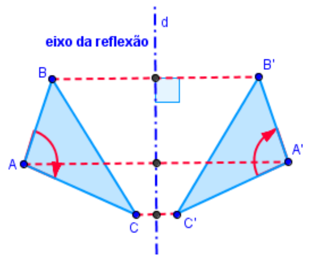


Figura 24. Reflexão que transforma T em T’

iv) A Isometria que transforma T = [ABC] em T’ = [A’B’C’] não preserva a orientação dos ângulos. Os segmentos que ligam os pontos às suas imagens não são paralelos, mas os seus pontos médios são colineares. Conclui-se que T é transformado em T' pela reflexão deslizante. O eixo da reflexão deslizante é a reta que contém os pontos médios dos segmentos. O vetor da reflexão deslizante é paralelo ao eixo da reflexão deslizante e é um cateto do triângulo retângulo, cuja hipotenusa liga um ponto à sua imagem.

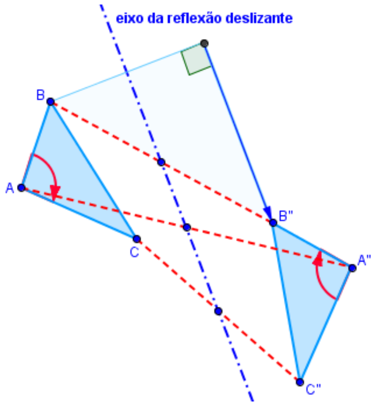


Figura 25. Reflexão deslizante que transforma T em T'

A seguir à explicação dos conceitos e propriedades das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, importa clarificar e aprofundar o conceito de Simetria tomando, como exemplo, uma figura plana *F* (um subconjunto do plano).

Designa-se Simetria de uma figura *F* toda a Isometria *S* do plano que deixa a figura *F* globalmente invariante, isto é, tal que *S (F)* = *F* (Franco de Oliveira, 1997; Cabrita *et al.*, 2008; Veloso 2012). Procurar as simetrias de uma figura *F* qualquer significa descobrir as Isometrias do plano (translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante) que deixam *F* invariante:

- se *T* é uma translação, então *T* é uma simetria de translação de *F*;
- se *R* é uma rotação, então *R* é uma simetria de rotação de *F*;
- se *E* é uma reflexão, então *E* é uma simetria de reflexão de *F*;
- se *Rd* é uma reflexão deslizante, então *Rd* é uma simetria de reflexão deslizante de *F* (Veloso, 2012).

O grupo *Sim(F)* de uma figura *F* qualquer tem as seguintes propriedades:

- contém a identidade I;
- se contém a Isometria S, contém a sua inversa S^{-1} ;
- se contém as Isometrias S_1 e S_2, então contém as Isometrias $S_1 \bullet S_2$ (e $S_2 \bullet S_1$) (id, p. 57).

Destas propriedades, nota-se que o grupo *Sim*(*F*) de uma figura qualquer admite uma estrutura de grupo relativamente à composição de transformações geométricas (id:ib).

Seguem-se alguns exemplos de figuras adaptadas de Cabrita *et al*. (2008), cujos grupos simétricos se analisam de seguida.

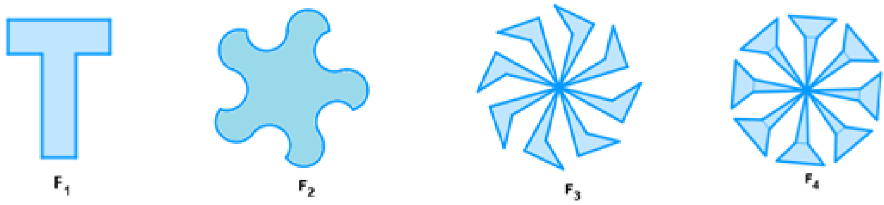
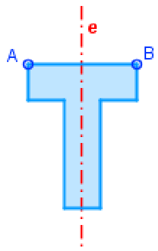


Figura 26. Exemplos de figuras com simetrias

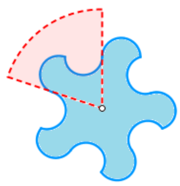
Da análise dos exemplos acima, quanto à simetria, verifica-se que a figura F_1:

- Não possui simetrias de translação nem de reflexão deslizante.
- Possui uma simetria de reflexão, de eixo *e*.
- Possui uma simetria de rotação, a identidade.



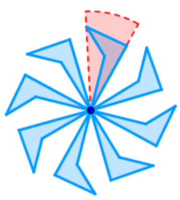
A figura F_2:

- Não tem simetrias de translação, nem de reflexão, nem de reflexão deslizante.
- Tem 5 simetrias de rotação associada ao centro da figura e amplitudes 72°, 144°, 216°, 288° e 360° (identidade).



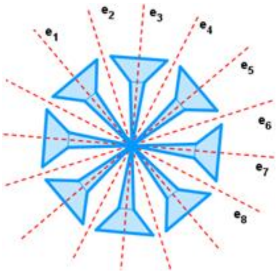
A figura F_3:

- Não tem simetrias de translação, nem de reflexão, nem de reflexão deslizante.
- Tem 8 simetrias de rotação associada ao centro da figura e amplitudes 45°, 90°, 135°,180°, 225°, 270°, 315° e 360° (identidade).



A figura F_4:

- Não possui simetrias de translação, nem de reflexão deslizante.
- Possui 8 simetrias de rotação associada ao centro da figura e amplitudes 45°, 90°, 135°,180°, 225°, 270°, 315° e 360° (identidade).
- Tem 8 simetrias de reflexão, de eixos e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 e e_8.



Segue-se um exemplo de uma figura que não tem simetria, ou seja, em que não é possível encontrar uma transformação geométrica, diferente da transformação identidade, que a deixe invariante.

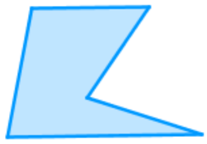


Figura 27. Exemplo de figura que sem simetria

A simetria de uma figura plana é um conceito matemático utilizado para organizar e classificar as figuras da arte decorativa ou ornamental ou outras figuras com caraterísticas semelhantes. Veloso (2012), na observação e estudo das figuras da arte decorativa, identificou três grupos de simetrias – as rosáceas, os frisos e os padrões ou papéis de parede. No âmbito deste trabalho, proceder-se-á à definição e apresentação das caraterísticas das rosáceas e dos frisos.

As rosáceas e os frisos constituem exemplos de figuras ricas para o aprofundamento do tema transformações geométricas e simetrias e possibilitam conexões entre temas matemáticos e entre a Matemática e a vida real. São muito utilizadas na arquitetura, em peças de decoração para confeção de bordados, calçadas, tecidos, painéis de azulejos, mosaicos, tapeçarias, etc.

Rosácea é toda a figura plana cujo grupo de simetrias tem um número finito de elementos (Veloso, 2012). O número dos seus elementos chama-se a ordem do grupo (Franco de Oliveira, 1997). Como consequências desta definição:

i) "uma rosácea não tem simetrias de translação nem de reflexão deslizante, podendo ter apenas simetrias de rotação e de reflexão;
ii) todas as simetrias de rotação de uma rosácea têm o mesmo centro;
iii) os ângulos das simetrias de rotação de uma rosácea são todos múltiplos de um deles;

iv) o grupo de simetrias de uma rosácea é um C_n ou um D_n de ordem *n*” (Veloso, 2012, p. 77-78).

Se uma rosácea *F* tem apenas simetrias de rotação (*n* rotações), que não se reduzem à identidade, então o grupo *Sim*(*F*) é designado de grupo cíclico, C_n, $n \in IN$, sendo constituído pelos elementos R, R^2, R^3, R^4,…, $R^n = I$ associadas ao centro da rosácea, onde *R* é a simetria de rotação de menor ângulo positivo. Se uma rosácea *F* apresenta simetrias por rotação e reflexão (*n* rotações e *n* reflexões), então o grupo *Sim*(*F*) chama-se grupo diedral, D_n, $n \in IN$ e é constituído por *n* simetrias de rotação R, R^2, R^3, R^4,…, $R^n = I$ associadas ao centro da rosácea e *n* simetrias de reflexão de eixos que passam pelo centro da rosácea (Breda, 2006; Veloso, 2012).

Nas figuras 28 e 29, ilustram-se exemplos de rosáceas com grupos de simetrias cíclico e diedral.

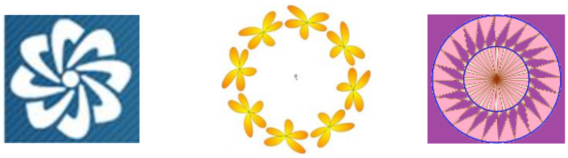


Figura 28. Rosáceas com grupo de simetrias cíclico

Figura 29. Rosáceas com grupo de simetrias diedral

Pode-se construir uma rosácea com um grupo de simetrias cíclico C_n partindo da divisão do círculo em *n* setores congruentes. Coloca-se num dos setores uma figura (que, para além da identidade, não contém qualquer outra simetria) e consideram-se as imagens desta figura pelas rotações de centro no centro do círculo e de amplitudes $\frac{360^\circ}{n}k, k = 1, 2, ..., n,$ para a sua obtenção, conforme a Figura 30 (Breda *et al.*, 2011).

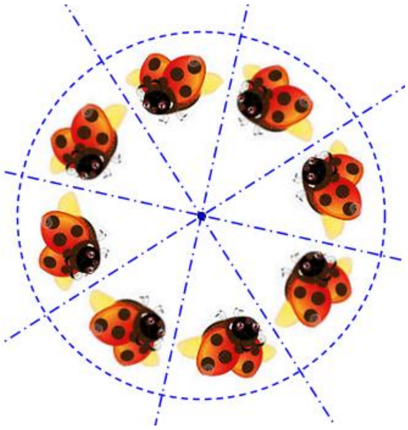


Figura 30. Rosácea com grupo de simetria C_8

Uma das formas de construção de uma rosácea com um grupo de simetrias diedral D_4 é partir da divisão de um círculo em 2*n* setores congruentes. Rotulando, "de forma circular (consecutiva), as 2*n* semi-rectas fronteira destes *n* setores, por $s_1, s_2, ...s_{2n}$", e nomeando a reta que contém a semi-reta s_i por l_i, pode-se obter a rosácea pretendida, com os seguintes passos:

1. Colocar uma figura *F* (que, para além da identidade, não contém qualquer outra simetria) num dos setores, por exemplo, s_1 e s_2;
2. Efetuar a reflexão de *F* associada à recta l_1;
3. Efetuar a reflexão da imagem de *F* obtida e refleti-la segundo a reta l_2;
4. Repetir este processo usando todas as retas (id, p. 100). (Ver Figura 31, para *n* = 4).

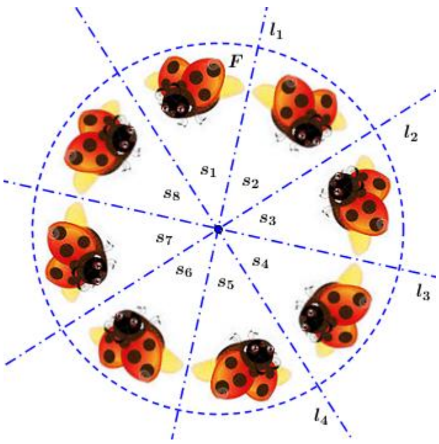


Figura 31. Rosácea com grupo de simetria D_4

Os polígonos regulares constituem exemplos de rosáceas com grupo de simetria diedral e, de acordo com Veloso (1998), apresentam um elevado grau de simetria. Segundo Franco de Oliveira (1997), um polígono é regular quando tem todos os lados e os ângulos congruentes.

Na Figura 32, ilustram-se os tipos de simetria que alguns polígonos regulares possuem, nomeadamente, um quadrado, um triângulo equilátero e um pentágono regular.

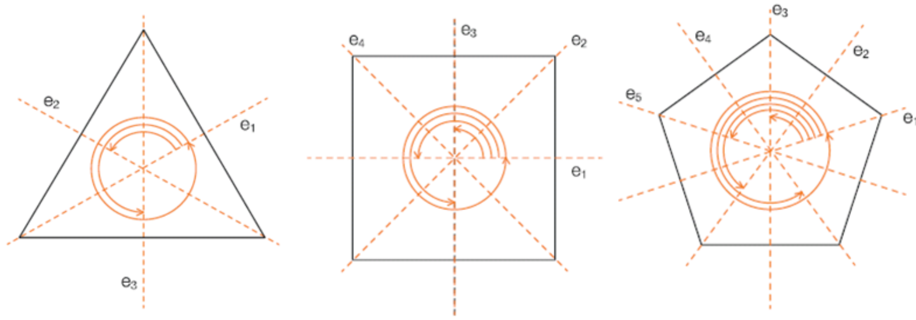


Figura 32. Visualização gráfica de simetrias de um triângulo equilátero, de um quadrado e de um pentágono regular (Cabrita *et al.*, 2008, p. 106-107)

Constata-se que:

- O triângulo equilátero possui 3 *simetrias de reflexão* - retas que passam pelos vértices e pelos pontos médios dos lados opostos; 3 *simetrias de rotação* associadas ao centro da figura e de amplitudes 120º, 240º e 360º. Portanto, o grupo de simetrias do triângulo equilátero é de ordem 6 e designa-se por D_3;
- O quadrado possui 4 *simetrias de reflexão* - retas que passam por cada par de vértices opostos e pelos pontos médios de lados opostos*;* 4 *simetrias de rotação* associadas ao centro da figura e de amplitudes 90º, 180º, 270º e 360º. Assim, o grupo de simetrias do quadrado é de ordem 8, e designa-se por D_4;
- O pentágono regular possui 5 *simetrias de reflexão* - retas que passam pelos vértices e pelos pontos médios dos lados opostos; 5 *simetrias de rotação* associadas ao centro da figura e de amplitudes 72º, 144º, 216º, 288º e 360º. Logo, o grupo de simetrias do pentágono regular é de ordem 10, e denota-se por D_5.

Generalizando, o polígono regular de *n* lados possui:

- *n* simetrias de reflexão: i) caso o número de lados seja impar, os eixos passam pelos vértices e pelos pontos médios dos lados opostos; ii) caso o número de lados seja par, os eixos passam por pares de vértices opostos e pelos pontos médios de pares de lados opostos,
- *n* simetrias de rotação: amplitudes $(360/n)°$, $2 \times (360/n)°$, $3 \times (360/n)°$, $4 \times (360/n)°$, … e $n \times (360/n)°$ (id, p. 107)

Veja-se de seguida a definição e tipos de frisos.

Friso é uma figura plana qualquer, constituída por um conjunto de simetrias que cumpre a seguinte condição: "existe uma simetria de translação *T* de módulo mínimo ≠ 0, tal que as simetrias de translação da figura são todas as potências de expoente inteiro de *T*" (Veloso, 2012, p. 75). O conjunto *Sim(F)* é constituído por uma infinidade de simetrias de translação. As translações do conjunto de simetrias de friso formam um grupo cíclico infinito gerado por *T*. A caraterística principal dos frisos consiste em permanecerem fixos ou invariantes para uma translação mínima (Franco de Oliveira, 1997). Todas as simetrias de translação de um friso seguem uma única direção (Breda *et al.*, 2011), conforme alguns dos exemplos a seguir:

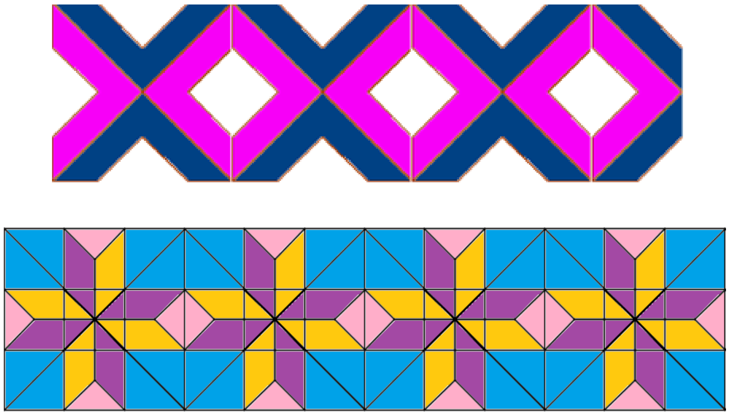


Figura 33. Exemplos de frisos

Para além das infinitas simetrias de translação que estão sempre presentes nos frisos, podem existir ainda as seguintes:

- *simetrias de meia-volta*;
- *simetrias de reflexão* de eixo horizontal e/ou eixo vertical;
- *simetrias de reflexão deslizante* não triviais (Veloso, 2012).

Existem 7 tipos distintos de simetria de frisos que apresentam estas caraterísticas (Franco de Oliveira, 1997; Breda *et al.*, 2011;Veloso, 2012). Com base em Washburn e Crown, Breda *et al.* (2011) e Veloso (2012) apresentam um conjunto de quatro letras *pxyz* atribuído a cada tipo de friso:

- a primeira letra é sempre *p*;
- $x = m$ ou $x = 1$
  - x = m, se o grupo de simetrias de friso contiver simetrias de reflexão de eixo vertical
  - x = 1, se não se verificar o caso anterior;
- $y = m$ ou $y = a$ ou $y = 1$
  - y = m, se o grupo de simetrias do friso tiver uma simetria de reflexão de eixo horizontal,

- y = a, se o grupo de simetrias do friso contiver simetrias de reflexão deslizante não triviais,
- y = 1, nos restantes casos;

➢ *z = 2* ou *z = 1*

- z = 2 se o grupo de simetrias do friso tiver simetrias de meia-volta e,
- z = 1 nos outros casos.

Desta forma, os sete tipos de frisos são *p*111, *p*112, *p*1a1, *p*1*m*1, *pm*11, *pma*2, *pmm*2.

Ilustram-se, de seguida, exemplos de construção dos 7 tipos de frisos adaptados de Veloso (2012) e Breda *et al.* (2011), a partir de uma figura que não possui outro tipo de simetria para além da identidade, a Figura 34.

Analogamente a Veloso (2012), apresentam-se dois retângulos cinzentos à direita e à esquerda do friso para mostrar que ele se estende indefinidamente.

Figura 34. Modelo *k*

Friso do tipo *p*111

Para se obter um exemplo de friso deste tipo, considera-se um vetor $\overrightarrow{PQ}$ (não nulo) e a figura que contém as imagens de *K* pelas translações $T_{\overrightarrow{PQ}}$, $T_{\overrightarrow{QP}}$ e por todas as translações obtidas por composição destas (Breda *et al.*, 2011).

A simetria de translação *T* de módulo ≠ 0, definida pelo vetor $\overrightarrow{PQ}$ transforma o desenho *0* no desenho *1* (o *1* no *2*, o *2* no *3*, o *3* no *4*, e assim sucessivamente). As simetrias de friso do tipo *p111*são as potências de expoente inteiro de *T* (Veloso, 2012).

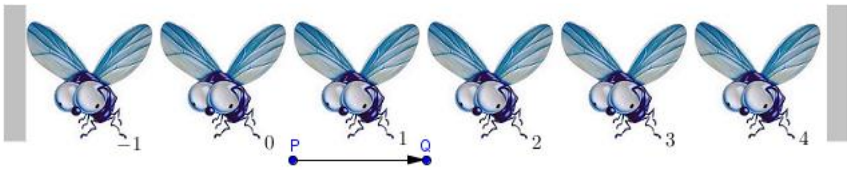


Figura 35. Friso do tipo *p*111

Friso do tipo *p*112

Para construir um exemplo de friso deste tipo, considera-se o exemplo de friso F construído na Figura 35. Seja *O*, um ponto qualquer, o centro de uma meia-volta do plano. Obtém-se a imagem *F'* por meio de uma meia-volta de centro em *O*. Pelo processo atrás descrito, o friso do tipo *p112* (Figura 36) é obtido pela união de *F* com *F'* (Veloso, 2012).

Ao friso *F* foi adicionada apenas a simetria de meia-volta de centro em *O*. Contudo, aparecem outras infinitas simetrias de meia volta com centros nos pontos à esquerda e à direita de *O*, todos sobre a reta *c* que é o eixo central do friso. A distância entre dois centros consecutivos das simetrias de meia-volta é igual à metade do comprimento do vetor $\overrightarrow{PQ}$. Este tipo de friso contém as simetrias de translação e simetrias de meia-volta em número infinito, com centros sobre *c* (id).

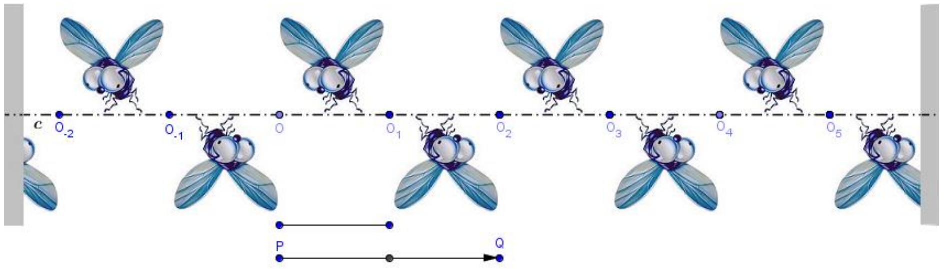


Figura 36. Friso da classe *p*112.

Friso do tipo *p*1a1

Para obter um exemplo de friso deste tipo, fixa-se uma reta *c* (centro do friso) e considera-se arbitrariamente um vetor $\overrightarrow{PQ}$ (não nulo), com a direção de *c*. A partir do modelo *K*, tomam-se os seus transformados pelas reflexões deslizantes de eixo *c* e segundo os vetores $\overrightarrow{PQ}$ e $\overrightarrow{QP}$, respetivamente. De seguida, repete-se o mesmo procedimento para as imagens de *K* obtidas. Obtém-se o friso da classe *p*1*a*1 pela repetição sucessiva deste processo (Breda *et al.*, 2011).

A reta *c*, eixo das simetrias de reflexão deslizante, é o eixo central do friso. Os vetores que "definem as translações destas reflexões deslizantes têm por comprimentos metade dos módulos das translações do friso que são potências ímpares da translação de módulo mínimo" (Veloso, 2012, p. 104). Este tipo de friso contém as simetrias de translação e as simetrias de reflexão deslizante não triviais em número infinito (id).

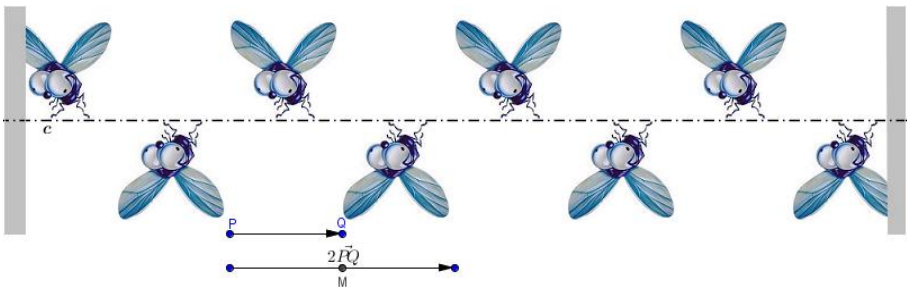


Figura 37. Friso da classe *p*1a1.

Friso do tipo *p*1*m*1

Para construir um exemplo de friso deste tipo, fixa-se uma reta *c* (centro do friso) e considera-se arbitrariamente um vetor $\overrightarrow{PQ}$ (não nulo), com a direção de *c*. A partir do modelo *K*, considera-se o motivo (Figura 38) constituído por *K* e o seu transformado *K'* pela reflexão de eixo *c* (Breda *et al.*, 2011).

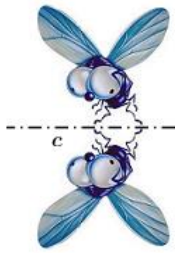


Figura 38. Motivo de um friso da classe *p*1m1.

Obtém-se um friso do tipo *p*1*m*1 considerando, para além deste motivo, os seus transformados pelas translações $T_{\overrightarrow{PQ}}$, $T_{\overrightarrow{QP}}$ e por todas as translações que são composição destas (id). Este tipo de friso contém as simetrias de translação e apenas uma simetria de reflexão horizontal de eixo *c*, eixo central do friso (Veloso, 2012).

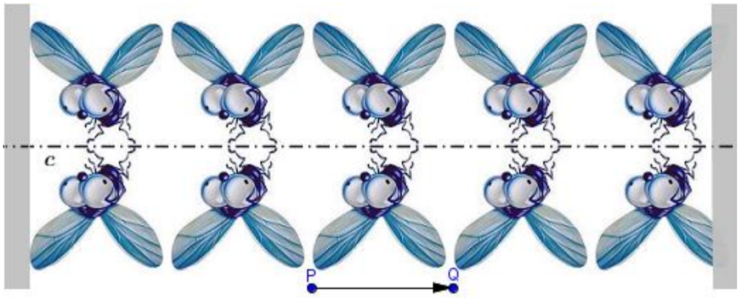


Figura 39. Friso da classe *p*1m1.

Friso do tipo *pmm*2

Para obter um exemplo de friso deste tipo, fixa-se uma reta *c* (centro do friso), uma reta *l* perpendicular a *c* e um vetor $\overrightarrow{PQ}$ (não nulo), com a direção de *c*. Seja *J* o ponto de interseção das retas *c* e *l*. Considera-se o bloco B_1 constituído pelo modelo *K* e sua imagem pela reflexão de eixo *c* (Figura 40) e o bloco *B* constituído por B_1 e sua imagem pela reflexão de eixo *l* (Breda *et al.*, 2011).

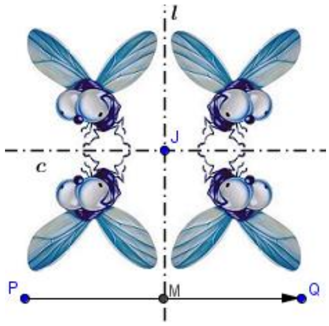


Figura 40. Motivo de um friso do tipo *p*mm2.

Obtém-se o friso do tipo *p*mm2 considerando as imagens do motivo pelas translações $T_{\overrightarrow{PQ}}$, $T_{\overrightarrow{QP}}$ e por todas as translações que são composição destas (id).

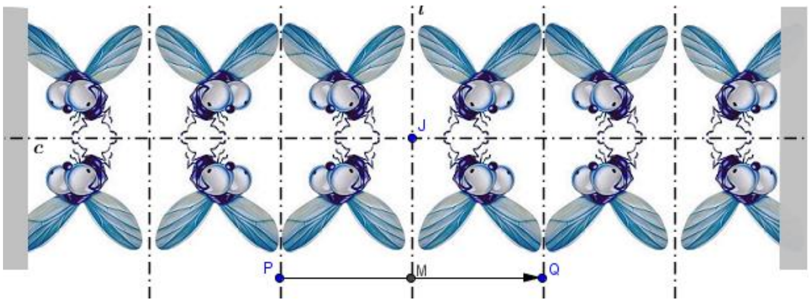


Figura 41. Friso da classe *p*mm2.

Este tipo de friso contém as simetrias de translação, as simetrias de reflexão de eixos verticais, uma simetria de reflexão de eixo horizontal e infinitas simetrias de meia-volta (Veloso, 2012).

Friso do tipo *p*m11

Para a construção de um friso deste tipo, fixa-se um vetor $\overrightarrow{PQ}$ (não nulo) e uma reta *l* com direção perpendicular a $\overrightarrow{PQ}$. A partir do modelo *K*, considera-se o motivo (Figura 42) constituído por *K* e o seu transformado *K'* pela reflexão de eixo *l* (Breda *et al.*, 2011).

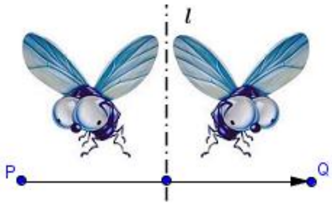


Figura 42. Motivo de um friso do tipo *p*m11.

Obtém-se um friso do tipo *p*m11, considerando as imagens do motivo pelas translações $T_{\overrightarrow{PQ}}$, $T_{\overrightarrow{QP}}$ e pelas translações que são composição destas (id).

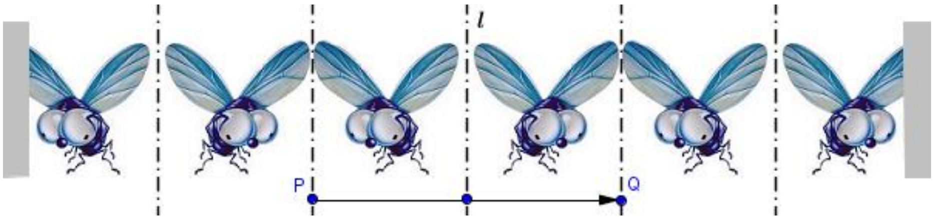


Figura 43. Friso do tipo *p*m11.

Este tipo de friso contém as simetrias de translação e simetrias de reflexão de eixos verticais, em número infinito. A distância de dois eixos consecutivos é igual à metade da medida de comprimento do vetor que define a translação de módulo mínimo do friso (Veloso, 2012).

Friso do tipo *p*ma2

Para a construção de um friso deste tipo, fixa-se uma reta *c* (centro do friso) e dois pontos distintos *P* e *Q* de *c*. Seja *M* o ponto médio do segmento de reta [*PQ*]. Considera-se o bloco B (Figura 44) constituído por *K* e o seu transformado *K'* pela rotação de centro em *M* e medida de amplitude 180º (Breda *et al.*, 2011).

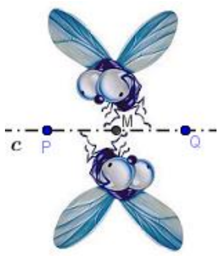


Figura 44. Bloco *B* de um friso da classe *pma*2.

Considera-se a reta *l*, que passa por *Q* e é perpendicular a *c*. Seja o motivo constituído por *B* e o seu transformado pela reflexão de eixo *l* (id).

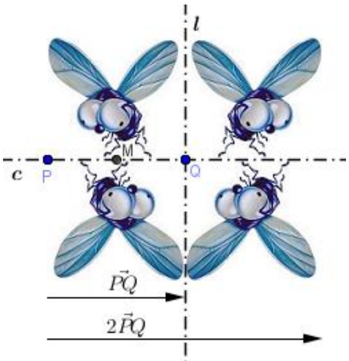


Figura 45. Motivo de um friso da classe *pma*2.

Obtém-se o tipo de friso *pma*2, considerando-se as imagens do motivo pelas translações $T_{2\overrightarrow{PQ}}$, $T_{2\overrightarrow{QP}}$ e pelas translações que são composições destas (id:ib).

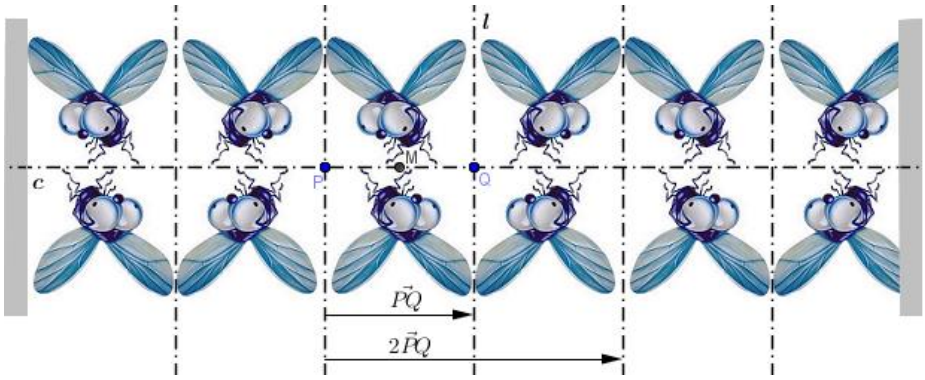


Figura 46. Friso da classe *p*ma2.

Este tipo de friso contém as simetrias de translações, simetrias de reflexões de eixo vertical, infinitas simetrias de reflexão deslizante não triviais e infinitas simetrias de meia-volta (Veloso, 2012).

De seguida, apresenta-se o fluxograma de Washburn e Crown para classificação de frisos.

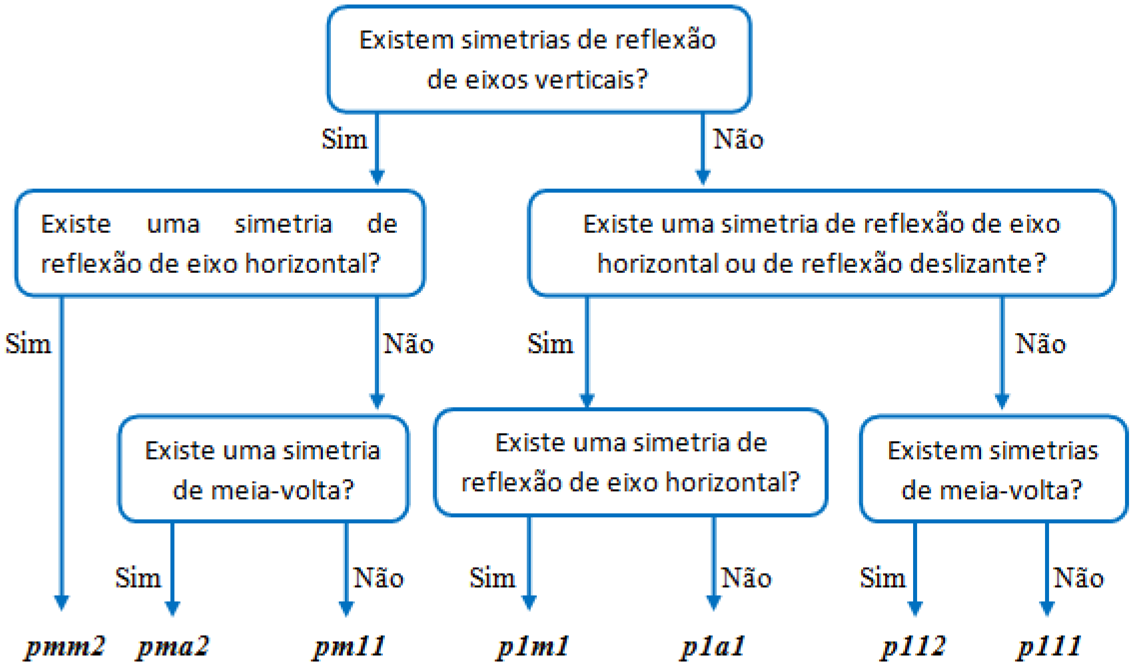


Figura 47. Fluxograma de Washburn e Crown para classificação de frisos (Veloso, 2012, p. 111)

Relativamente a estes aspetos, Veloso (1998) realça que é necessário valorizar o estudo das transformações geométricas pela sua importância no ensino da Geometria, tendo como ponto de partida o desenvolvimento de intuições que os alunos já possuem e gradativamente a sua formalização ao longo de toda a escolaridade. De acordo com Bastos (2007), o estudo das transformações geométricas pode promover a compreensão da riqueza da área da Geometria pela diversidade que apresenta, pela possibilidade de se estabelecer conexões entre temas matemáticos e entre estes e o dia-a-dia e/ou outras áreas disciplinares.

Quanto ao conceito de simetria, Veloso (1998) recomenda o abandono da conceção restritiva que se usa para o acompanhamento da nova abordagem deste conceito utilizado na literatura matemática estrangeira.

2.2. As Isometrias nos Programas de Matemática em Portugal e em Cabo Verde

O processo de ensino e de aprendizagem de Geometria persegue como principal objetivo o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos (Breda *et al.*, 2011).

O sentido espacial ou capacidade espacial inclui a capacidade de reconhecer, visualizar, representar e transformar formas geométricas mas também abarca aspetos menos formais de visão do espaço bi e tridimensional, nomeadamente as dobragens, as transformações, as pavimentações. Sem o desenvolvimento da capacidade espacial e, por exemplo, do seu vocabulário próprio para descrever relações geométricas, torna-se impossível comunicar sobre as posições e relações entre dois ou mais objetos. Também a comparação de duas figuras com orientações diferentes, através da qual se estabelece mentalmente a rotação de uma delas, o reconhecimento de simetrias de figuras, a relação entre um retângulo e um paralelogramo com lados congruentes são tarefas que exigem o sentido espacial (Ponte & Serrazina, 2000).

Especificando tal finalidade, o NCTM (2008) defende que, em Geometria, do pré-escolar ao 12º ano, todos os alunos devem ser capacitados para:

- "Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas;
- Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à Geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação;
- Aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas;
- Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas" (p. 44).

Em termos metodológicos, Breda *et al.* (2011) defendem que o sentido espacial não deve ser ensinado num dado momento, mas sim ser desenvolvido ao longo do EB com vista ao envolvimento dos alunos em atividades adequadas. Também Loureiro (2009) realça a necessidade do desenvolvimento das capacidades de representação visual e de raciocínio, argumentando que essas capacidades são uma âncora para o pensamento matemático de muitos alunos e representam a primeira oportunidade para a sua participação na atividade Matemática e defende que […] "a visualização deve ser assumida como uma componente fundamental do raciocínio geométrico e do raciocínio matemático em geral” (id, p. 62).

E o NCTM (2000, 2008) recomenda que a aprendizagem da Geometria seja feita através do uso de modelos concretos, desenhos e *software* dinâmico. A este propósito, Breda *et al.* (2011) realçam a importância das tecnologias no ensino da Geometria, argumentando que estes recursos, além de influenciar a forma como a Geometria é ensinada e aprendida, afetam o momento em que isso ocorre e o que se ensina. Contudo, referem que a forma como a tecnologia ou qualquer outro recurso é utilizada depende do professor, que desempenha um papel fundamental tanto na escolha das tarefas que propõe como no modo como provoca a sua realização e envolve os seus alunos. Na mesma ordem de ideias, o NCTM (2008) defende que, com um ensino da Matemática através de atividades e ferramentas adequadas e com o apoio dos professores, os alunos podem fazer e explorar conjeturas sobre a Geometria e raciocinar cuidadosamente sobre conceitos geométricos.

Após estas considerações muito gerais, analisa-se o PMEB em Portugal e o PMES em Cabo Verde para se perceber em que medida se aproximam ou se afastam destas orientações e o que dizem em concreto sobre as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias.

A Geometria, tema de particular interesse nesta investigação, aparece em todos os três ciclos do PMEB em Portugal e o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos é assumido como ideia central. Inicia-se o estudo deste tema no 1º Ciclo; no 2º Ciclo os alunos são convidados a relacionar propriedades geométricas e, no 3º Ciclo, é dada a oportunidade aos alunos de terem o primeiro contacto com as situações de raciocínio hipotético-dedutivo.

As transformações geométricas ganham um lugar de destaque em relação ao programa anterior. Desde o 1º Ciclo, abordam-se as diversas transformações geométricas, inicialmente de forma intuitiva e, posteriormente, evoluindo-se na sua formalização. Candeia (2008) realça a nova organização deste tema com destaque para as transformações geométricas ao longo dos três ciclos.

Breda *et al.* (2011) reconhecem também a importância dada às transformações geométricas neste programa e referem que a introdução das Isometrias (reflexões, rotações, translações e reflexões deslizantes) é feita através da exploração e construção de frisos e rosáceas. Destacam, também, que a clarificação do conceito de simetria, neste programa, vem aumentar a sua importância na caraterização dos objetos geométricos.

Loureiro (2009) refere que a visualização e a representação são assumidas neste programa como capacidades que contribuem para a valorização da Geometria. Mas, aponta como uma das fragilidades deste programa o facto de as mesmas não terem sido consideradas como capacidades transversais. Assim, para a abordagem dos tópicos de Geometria, a autora recomenda a articulação das dimensões deste programa (finalidades, objetivos gerais e capacidades transversais), com a inclusão da visualização e da representação.

Além dos materiais manipuláveis, estruturados e não estruturados, para o estudo da Geometria, é especialmente recomendado o uso de recursos tecnológicos. É aconselhado, para o 1º Ciclo, o uso de *applets* que permitam a realização de jogos e outras atividades de natureza interativa. Para o 2º Ciclo, devem ser utilizados os programas computacionais de Geometria Dinâmica e os *applets* que promovam a compreensão dos conceitos e as relações geométricas. Por fim, na frequência no 3º Ciclo, os alunos devem:

> "[...] recorrer a *software* de Geometria Dinâmica, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Os materiais manipuláveis (por exemplo, tangram, peças poligonais encaixáveis e sólidos de enchimento em acrílico) constituem recursos cuja utilização complementa a abordagem dinâmica ao estudo da Geometria. Tanto os recursos computacionais como os modelos geométricos concretos permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afectiva com a Matemática" (Ponte *et al.*, 2007, p. 51).

No Programa de Matemática do 1º Ciclo do ES em Cabo Verde, é reconhecido que a Geometria deve ocupar um papel de especial relevo pela convicção da sua ligação com o mundo real e que, pela sua importância, pode estimular as aprendizagens – "As capacidades de visualização espacial que pode desenvolver os raciocínios que envolvem a transposição espaço-plano-recta são enriquecedores e motivadores do gosto e da aprendizagem da Matemática. A utilização de matérias de uso corrente e até de desperdício é fortemente recomendável [...]" (ME, 1996, p. 6).

Especificamente para a unidade Isometrias, estão previstas 20 aulas, de 50 minutos cada, com os seguintes objetivos:

- "Identificar transformações geométricas em objectos usados ou observados no quotidiano;
- Desenhar padrões que resultem de translações, rotações ou simetrias centrais;
- Conhecer o conceito de direcção, de sentido e de comprimento;
- Conhecer o conceito de vector;
- Modelizar situações reais como soma de vectores;
- Adicionar vectores e multiplicar um inteiro por um vector;
- Efectuar rotações de uma figura em torno de um dos seus pontos e de um ponto exterior;
- Identificar uma rotação de 180º com uma simetria central" (p. 17).

Dos conteúdos integrantes desta unidade, abordam-se os seguintes: Movimento retilíneo de um corpo num determinado espaço (Construções – Mosaicos); Translações – direção, sentido e comprimento (Vetores); Movimento curvilíneo de um corpo ligado a um ponto fixo (Rosáceas); Rotações: centro de um ângulo; Simetrias centrais.

No entanto, em Cabo Verde, não se tem dado a devida importância, no ensino da Matemática, às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, constatando-se, pois, que a abordagem deste conteúdo é praticamente ignorada (ME, 1996). Até ao Ensino Superior, abordam-se Isometrias do plano apenas no 8º ano, mas só a translação e a rotação, incluindo o seu caso particular, aí designado de simetria central. Tanto no 2º, 3º, 4º e 6º anos de escolaridade do EB como no 8º ano do ES, o conceito de simetria ainda está exclusivamente associado à simetria axial.

Na realização da supervisão pedagógica em algumas escolas da ilha de Santiago, a investigadora constatou que, na prática, a abordagem da Geometria ainda é feita através da resolução repetitiva de exercícios, com vista à aplicação de fórmulas, sem conexões dentro e fora da Matemática. Esta abordagem não valoriza as capacidades dos alunos o que, em nossa opinião, poderá desmotivá-los para a aprendizagem deste tema. As metodologias de ensino utilizadas inscrevem-se, assim, num paradigma mais tradicional de ensino e de aprendizagem, conforme referido no PEE (2003):

> "[…] a natureza do conhecimento que circula nas escolas baseia-se fundamentalmente na distribuição de informação, em transmitir os conteúdos dos currículos aos alunos sem ter em conta a sua apropriação e o desenvolvimento de competências básicas necessárias para aprender a aprender permanentemente ao longo da vida" (p. 83).

Em Cabo Verde, o programa não faz referência à utilização de ADGD ou a outros *softwares* para atividades de exploração ou investigação de conteúdos matemáticos. Indica, apenas, a utilização da calculadora como recurso tecnológico e, especificamente, para a compreensão dos conceitos de erro, arredondamento e estimativa.

Nesse sentido, torna-se necessário proceder a uma mudança geral, no sentido de:

- Mostrar a importância dos temas Simetria e Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e a pertinência da utilização/aplicação das tecnologias informáticas no ensino da Matemática (em particular a Geometria), concretamente os ADGD;
- Aproveitar a reforma em curso e propor novas alternativas para o ensino da Simetria e das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano;
- Enfatizar a importância/mais-valia da utilização/aplicação das tecnologias informáticas no ensino e aprendizagem da Matemática, especialmente os ADGD.

Registe-se com otimismo que os alunos poderão aprender Geometria, especialmente as caraterísticas principais da Simetria e das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, com recurso aos programas informáticas interativos de Geometria, conforme recomendações feita pelo NCTM (2008).

2.3. O GeoGebra e as perspetivas construcionista e socio-construtivista

Como já se referiu anteriormente, segundo a teoria construtivista, o aprendente é o principal agente no processo de construção do conhecimento, sendo convocado a mobilizar as suas experiências anteriores, o seu quadro de referência mental e social para construir novos conhecimentos, interpretar situações e acontecimentos, bem como resolver problemas. No entanto, a construção do seu saber geométrico será potenciada se for mediada por ADGD e em interação com os seus pares, o que remete para as perspetivas construcionista e sócio-construtivista.

Papert (1990) é considerado o mentor do construcionismo, que vê na informática um meio propício para provocar e traduzir as mudanças do desenvolvimento intelectual dos sujeitos. Nos finais da década de 60, desenvolveu a linguagem de programação LOGO, concebida como uma ferramenta com caraterísticas interativas e flexíveis para a promoção de diversas situações de aprendizagens, designadas de micromundos, em que, através do computador, os alunos podem tornar-se construtores ativos da sua própria aprendizagem.

Segundo Valente (1998), na noção de construcionismo de Papert, encontram-se dois aspetos que o diferenciam do cognitivismo de Piaget: primeiro, a possibilidade de o aprendente "colocar a mão na massa", ou seja, a aprendizagem ocorre por meio do fazer; segundo, pelo facto de o aprendente construir algo do seu interesse e para o qual está muito motivado. E esclarece que quando o aluno interage com o computador passando informação para a máquina e recebendo-a desta, estabelece "um ciclo - descrição-execução-reflexão-depuração-descrição - que é o propulsor do processo de construção do conhecimento" (Valente, 2001, s/p).

Assim, na lógica da visão construcionista, a construção do conhecimento está intimamente ligada à construção de artefactos e à construção de compreensões partilhadas entre os sujeitos numa lógica sócio-construtivista (Cabrita, 2005).

Essa outra ramificação do construtivismo, o sócio-construtivista de Vigostky, apresenta como parâmetros essenciais:

- A distinção teórica e metodológica entre o desenvolvimento mental e a aprendizagem, que mantêm entre si uma relação complexa, sendo que a aprendizagem precede o desenvolvimento;
- O conceito de Zona Proximal de Desenvolvimento (ZPD), zona delimitada entre a capacidade real da criança e o nível que ela pode atingir ao resolver problemas com o auxílio de um par mais desenvolvido. Para Vigotsky, é nessa zona que o ensino deve acontecer para produzir desenvolvimento – "com o auxílio de uma outra pessoa, toda a criança pode fazer mais do que faria sozinha – ainda que se restrinja aos limites estabelecidos pelo grau do seu desenvolvimento. O que a criança é capaz de fazer hoje em cooperação, será capaz de fazer sozinha amanhã" (1934, p.89);

- A natureza social e cultural do desenvolvimento individual, uma vez que é na interação com o outro que ocorre a aprendizagem que permite o desenvolvimento individual, e é nesse processo que emergem funções constituídas inter-psicológica ou socialmente que são internalizadas pela criança, isto é, reconstruídas internamente (Silveira, 2008a).

Em relação a este último ponto, assume relevância o trabalho colaborativo (Silveira, 2008b). A aprendizagem colaborativa, tal como ela é entendida no quadro teórico em referência, poderá ganhar espaço e uma nova dimensão, caso se operacionalize a ideia de interação entre Aluno-Ambiente de Trabalho, Professor-Aluno e Aluno-Aluno. Tal aprendizagem poderá ser proporcionada pela utilização dos ADGD. Por fomentar a interação entre os alunos e entre estes e o professor, Ribeiro (2005) regista que os ADGD, para além de permitirem alargar o espetro das atividades a propor aos alunos e de os apoiarem no desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas, constituem, igualmente, uma oportunidade renovada em termos de desenvolvimento social dos alunos.

De acordo com Gutiérrez (2005) e Lagrange (2009) a criação dos ADGD conduziu a um novo e inovador paradigma de aprendizagem da Geometria, assente na visualização, na interatividade e na interação.

Associando visualização e interatividade, esse paradigma coloca ênfase nas representações manipuláveis (id). Também Marioti (1999) e Guttiérrez (2005) destacam como principal caraterística dos ADGD a sua propriedade dinâmica - as imagens podem ser arrastadas e alteradas sob o efeito desse arrastamento, possibilitando ao aluno obter uma infinidade de construções associadas à figura original.

Na mesma linha, Bravo (2010) realça as capacidades destas ferramentas ao permitirem um maior número de ações e o trabalho com objetos mais complexos do que as ferramentas de utilização tradicional.

Sobre este assunto, Marioti (1999) sustenta que são vários os tipos de arraste potenciados por estes ambientes, mas que cada um deles possui uma caraterística comum que é preservar algumas das relações da figura original, em particular as que definiram a sua construção.

Assim, Gutiérrez (2005) salienta que o arrastamento pode assumir diferentes fins, pelo que distingue vários tipos:

i) *arraste de teste* – além de possibilitar a alteração do objeto construído inicialmente, permite averiguar se uma figura foi construída com rigor. Através do arrastamento dos seus elementos, é possível verificar se as construções resistem a manipulação;

ii) *arraste errático* – permite a alteração de uma figura, mas de modo aleatório. É comum o uso deste tipo de arraste quando se constrói uma figura com o apoio de um guião, seguido do arraste de teste, da exploração da construção para encontrar invariâncias sem, no entanto, estabelecer um plano prévio e;

iii) *arraste sobre um lugar geométrico oculto* – este tipo de arraste é realizado quando se pretende obter sucessivas figuras que mantêm alguma propriedade matemática mas em que a figura construída não resiste à manipulação. Normalmente, existe um ponto em que o traço coincide com um lugar geométrico oculto. A resolução do problema faz-se pela identificação e caraterização desse lugar geométrico que, geralmente, é obtido pela ativação do comando *traço* (id).

Veloso & Candeias (2003, in Prefácio da edição americana) especificam algumas funcionalidades dos ADGD, registando que estes possuem ferramentas para construções rigorosas de configurações geométricas (de pontos, segmentos, semi-retas, retas, arcos, circunferências, cónicas), assim como componentes para a conexão da Geometria Sintética com a Geometria Analítica, criando sistemas de coordenadas e gráficos de funções. Os dois autores destacam as possibilidades de esses recursos permitirem que determinadas transformações (translações, reflexões, rotações e dilações) ajam sobre figuras ou partes delas e igualmente a possibilidade de gravação da sequência de passos que conduzem a uma construção, sendo a sequência depois utilizada como *macro* para reproduzir novas configurações.

Defende-se que os ADGD podem proporcionar espaços de ensino e de aprendizagem efetivos, estimulantes e inovadores na medida em que possibilitam a construção e a manipulação dinâmica de objetos (Brocardo, 2001; Veloso & Candeias, 2003; Almiro, 2005; Ribeiro, 2005; Serrazina, Canavarro, Guerreiro, Rocha, Portela & Saramago, 2005; Ponte *et al*., 2007; Cabrita, Pinheiro, Pinheiro & Sousa, 2008; NCTM, 2008; Breda, Serrazina, Menezes, Sousa & Oliveira, 2011; Coelho, 2013; Gaspar, 2013). Além disso, a análise de alterações e invariantes nas propriedades de uma figura potenciada por um ADGD, para além de contribuir para o desenvolvimento da visualização, proporciona desafios à imaginação e ao raciocínio (Brocardo, 2001; Cabrita & Silva, 2004; Almiro, 2005; Gutiérrez, 2005; Candeias & Ponte, 2006; Duarte, 2009; Bravo, 2010; Neto, Breda & Godino, 2011; Coelho, 2013; Gaspar, 2013).

Também Bravo (2010) refere que estes ambientes favorecem o processo de argumentação dos alunos e que “A sua aprendizagem decorre por etapas e a formulação de conjecturas e a sua validação com a análise de exemplos e contra-exemplos é facilitada pelo vai e vem contínuo facultado pelas ferramentas” (p. 38). Igualmente, Cabrita *et al.* (2008) referem que, nestes ambientes,

> “[…] o aluno, ao construir e agir sobre os objectos, pode formular [conjecturas] e tentar testá-las, numa interação dinâmica, que o ajuda a desenvolver a percepção

> tanto no plano como no espaço e fazer conjecturas acerca de relações ou propriedades dos objectos dinâmicos” (p. 112).

A este propósito, Silva (2005) concluiu que o Cabri-Géomètre, assente na teoria construtivista de aprendizagem, proporcionou, a alunos do 9º ano de escolaridade, elevados níveis de controlo, desafio e complexidade. Para além disso, “permitiu […] o desenvolvimento de interações efectivas entre professor e aluno(s)” (p. 204), potencializando a aprendizagem dos tópicos explorados.

Um outro estudo foi desenvolvido por Simão (2013), na área de Geometria – Seções determinadas num Cubo por um Plano, numa turma do 10º ano de escolaridade, suportado por um *software* educativo construído (com registo nº 4279/2008 no IGAC – Inspeção-geral das Atividades Culturais) que integra o GeoGebra, para apoiar os alunos com dificuldades na visualização espacial. Concluiu que houve um impacto positivo do *software* educativo na motivação dos alunos para a aprendizagem do conteúdo em questão, uma vez que possibilitou o desenvolvimento de competências geométricas e transversais. O próprio reconheceu que tal prática também permitiu “aos aprendizes viverem uma experiência inovadora em sala de aula, empenhando-se na construção do seu próprio conhecimento, partilhando ideias com os colegas e com a professora, o que contribuiu também para uma maior valorização da Matemática” (p. 40).

Igualmente, Domingos (2014) descreveu uma situação de aprendizagem, com uma turma do 9º ano de escolaridade, no estudo das propriedades geométricas da circunferência utilizando o *software* GeoGebra. Concluiu que o GeoGebra teve um papel importante na construção desses conceitos e que o mesmo possibilitou uma experiência Matemática que até então não tinha sido proporcionada aos seus alunos – “O uso de ferramentas que permitam abordar os conceitos a partir das suas múltiplas representações desempenham um papel eficaz na compreensão dos mesmos, podendo o professor desta forma monitorizar e consolidar os conhecimentos dos seus alunos” (p. 16).

Gutiérrez (2005) apresenta um esquema (Figura seguinte) que considera importante para a resolução de problemas em ADGD, consistindo na construção de uma figura com base nos dados do problema, seguido de experimentação pelo arrastamento dos seus elementos para identificação e validação de propriedades matemáticas ou conjeturas e, por fim, a demonstração da conjetura de forma dedutiva, como recuperamos a seguir:

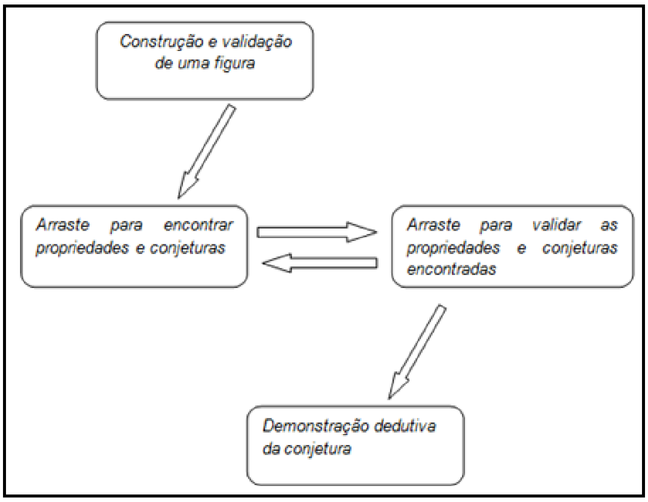


Figura 48. Etapas para resolução de um problema em ADGD (Gutiérrez, 2005)

Contudo, o autor em referência sustenta que, na prática, os processos seguidos pelos estudantes podem ser muito diferentes das etapas indicadas neste esquema. O mesmo justifica que a ação de tutoria do professor pode conduzir a outras formas de procedimentos dos alunos, pois os professores, ao ignorarem uma destas etapas, por falta de experiência, podem provocar o bloqueamento dos alunos no processo de procura de conjeturas, não sendo capazes de se encontrar a forma de realização para a demonstração dedutiva.

Aproximando-se dessas etapas, um estudo realizado por Domingos & Vieira (2012) com o Geometer's Sketchpad no tópico da Pavimentação, numa turma do 10º ano, permitiu observar dois diferentes percursos de aprendizagem potenciados por este recurso:

> "Em dois dos casos as aprendizagens foram mais significativas ao nível das propriedades geométricas relativas aos polígonos e às propriedades das pavimentações, nomeadamente aplicação de Isometrias na construção das pavimentações, enquanto no outro caso fora relativas às capacidades de elaboração e validação de conjeturas, inserindo-se no âmbito do raciocínio e demonstração matemáticos" (p. 118).

Está-se perante recursos que convidam à exploração e à investigação, podendo ser utilizados na aula de Matemática e, especialmente em Geometria, por provocar uma convicção fortemente motivadora do desejo de uma demonstração pela evidência experimental que fornece, na recriação de variadas situações e produção de micromundos (Veloso & Candeias, 2003, in Prefácio da Edição americana).

Assim, autores vários (Veloso, 1998; Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Mariotti, 1999; Brocardo, 2001; King & Schattschneider, 2003; Veloso & Candeias, 2003; Cabrita & Silva, 2004; Almiro, 2005; Ribeiro, 2005; Gutiérrez, 2005; Serrazina *et al.*, 2005; Candeias & Ponte, 2006; Ponte *et al.*, 2007; NCTM, 2008; Lagrange, 2009; Bravo, 2010; Neto, Breda & Godino, 2011;

Breda *et al.*, 2011; Coelho, 2013; Gaspar, 2013) recomendam que a aprendizagem da Geometria seja feita através do uso, nomeadamente, de ADGD.

De acordo com o Coelho (2013), o Gaspar (2013) e as orientações do NCTM (2008), com recurso aos ADGD os alunos poderão aprender as caraterísticas principais das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

São exemplos de ADGD, que têm sido muito utilizados no contexto educativo, o Cabri-Geométre, o Geometer's Sketchpad, o Cinderela e o GeoGebra.

De entre eles, destaca-se o GeoGebra, *software* matemático dinâmico abrangendo as três grandes áreas da Matemática – a Geometria, a Álgebra e o Cálculo. De cariz predominantemente construtivista, constitui um excelente recurso para o estudo da Geometria, em particular das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

Na altura da realização da formação e do estudo empírico da tese em sala de aula, o GeoGebra encontrava-se na sua versão 3.2. Atualmente, encontra-se na versão 5, está traduzido em mais de 50 línguas, é usado em 190 países e é baixado meio milhão de vezes por mês (Hohenwarter, 2013).

Dos vários novos comandos e ferramentas apresentados por este recurso na sua recente versão, evidenciam-se[6]:

- as funções para processos estocásticos, análise de dados, análise real, teoria dos grafos;
- o manual Wiki onde os comandos estão organizados por temas;
- a segunda janela de gráficos para demonstração e comparação de um trabalho sob diversos pontos de vista;
- a melhoria na zona algébrica (exibição dos objetos utilizando LaTeX, vetores e matrizes representados de forma correta);
- o teclado virtual;
- a possibilidade de exportação de *applets* para Wiki, Moodle;
- o banco de dados, designado GeoGebra Tube, que possibilita o *upload* diretamente do GeoGebra e utiliza arquivos de outros membros, tornando-os mais úteis para os alunos;
- possibilidade de criar textos dinâmicos;
- a representação de desigualdades;
- a determinação de extremos absolutos de funções num intervalo limitado;
- as assimptotas verticais e limites laterais;
- o processamento de scripts e a incorporação do Sistema de Computação Algébrica (CAS).

[6] www.geogebra.org

A versão 5.0 do GeoGebra inclui a folha gráfica e a construção de representações algébricas e geométricas de objetos tridimensionais que possibilitam o acesso fácil a utilizadores com pouca experiência neste recurso. Também já é possível a representação de objetos 4D no GeoGebra (Breda, Trocado & Santos, 2013).

Segundo Hohenwarter & Preiner (2007), a múltipla perceção dos objetos – por exemplo, cada expressão na zona algébrica possui uma representação na zona gráfica e vice-versa –, constitui a caraterística mais peculiar do GeoGebra, comparada com outros ambientes dinâmicos.

Mas a múltipla representação dos entes matemáticos pode tornar-se particularmente importante no tópico das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, possibilitando ao aluno visualizar, conjeturar, validar e compreender os conceitos e propriedades de uma forma interativa e atrativa (King & Schattschneider, 2003).

A possibilidade de o aluno ver, explorar, conjeturar, validar, compreender e comunicar os conceitos geométricos de uma forma interativa e atrativa faz do GeoGebra, um recurso apropriado e moderno para o estudo da Geometria, em particular das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

A este propósito, Rocha, Segurado & Capela (2010) realizaram um estudo com uma turma do 6º ano para conhecer a forma como os alunos aprendem o conceito de perímetro do círculo, com recurso ao GeoGebra. Dos resultados obtidos, concluíram que:

> "A visualização, pelos alunos, das relações geométricas entre os entes em estudo permitindo operar directamente sobre estes e ver de imediato as mudanças produzidas, contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos. A análise de mais exemplos do que seria possível realizar com o recurso a instrumentos de medição e desenho permitiu a formulação e exploração de conjecturas […] em menos tempo e com maior precisão" (p. 136).

Castro, Santana, Neto & Órfão (2013), no âmbito da unidade curricular Seminário de Investigação em Didática, apresentaram os resultados de duas tarefas ("Caminho mais curto" – de Raciocínio Geométrico e Argumentação Matemática e "As Marés" – de Modelação Matemática), que integraram dois projetos de investigação desenvolvidos na unidade Prática de Ensino Supervisionada, com os alunos do 8º Ano do Ensino Básico, utilizando o GeoGebra. Concluíram que:

> "A utilização do *software* GeoGebra permitiu, no caso da tarefa do caminho mais curto, construir as imagens que servem de base ao raciocínio dos alunos, facilitando as conclusões que os mesmos têm de tirar. No caso da tarefa das marés, permitiu o tratamento de dados de forma mais simples, assim como a interligação de procedimentos e conceitos de forma intuitiva. Permitiu também a obtenção do modelo matemático que melhor se adequa à nuvem de pontos, bem como o apoio visual ao estudo desse modelo" (p. 147).

No contexto das recentes investigações sobre as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, Gaspar (2013) desenvolveu um estudo suportado pelo GeoGebra de que resultou a dissertação de mestrado intitulada "Abordagem criativa das Isometrias para criatividade em matemática". O estudo teve por objetivo principal:

> "Analisar o impacto de uma abordagem criativa das Transformações Geométricas Isométricas [no plano euclidiano] no 1º Ciclo do Ensino Básico, suportada por uma sequência de tarefas de natureza essencialmente exploratória resolvidas por recurso ao GeoGebra, complementado por outras ferramentas mais tradicionais, numa mais sólida apropriação e aplicação de conceitos geométricos envolvidos; numa visão mais positiva da geometria e no desenvolvimento de manifestações e representações acerca da criatividade" (p. 3).

De entre os resultados obtidos, destacam-se:

- "o GeoGebra contribuiu para facilitar a aprendizagem das Isometrias, tendo motivado e empenhado os alunos nas tarefas;
- "[…] por oposição ao trabalho com as ferramentas tradicionais – papel, réguas, lápis, etc… os trabalhos realizados com recurso ao GeoGebra tendem a apresentar-se mais elaborados, com maior riqueza de detalhes e são concluídos muito mais rapidamente" (p. 96).

Nas reflexões finais, o autor, relativamente à valorização do GeoGebra como ferramenta de apoio ao ensino das Isometrias constatou através da observação direta, dos registos do Diário de Bordo, da análise do Questionário final aplicado aos alunos que "a maioria dos alunos expressou concordância com o facto de este software facilitar a aprendizagem das Isometrias" (p. 99) e que ficou evidente "a alteração das atitudes dos alunos face à matemática em geral e em particular à geometria, denotando, de forma geral, uma evolução positiva, assumida de forma explícita pelos próprios alunos" (p. 100).

No seu estudo "GeoGebra e iTALC numa abordagem criativa das Isometrias", resultante de uma investigação de mestrado, Coelho (2013) pretendeu

> "avaliar o impacto de uma abordagem das Transformações Geométricas no Segundo Ciclo do Ensino Básico, com recurso ao GeoGebra e ao iTALC, no desenvolvimento: (i) de uma mais sólida apropriação de conceitos geométricos envolvidos; (ii) da criatividade; (iii) de uma atitude mais favorável em relação à Matemática" (p. 7).

O autor concluiu que:

- o impacto da abordagem do tópico das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano com recurso ao GeoGebra num ambiente controlado pelo iTALC no desenvolvimento da criatividade é significativo a nível do clima criado em sala de aula: os alunos partilharam ativamente os seus conhecimentos e descobertas, quer com o colega de grupo, quer com os restantes colegas da turma;

- os momentos de confrontação e discussão mediados pelo professor despoletaram o aparecimento de novas motivações nos alunos e, consequentemente, novas estratégias, abordagens e produções.
- a abordagem do tópico das transformações com recurso ao GeoGebra num ambiente controlado pelo iTALC no desenvolvimento de uma mais sólida apropriação de conceitos geométricos envolvidos e sua aplicação", mereceu "um alto grau de concordância por parte de todos os alunos sobre os benefícios da utilização do GeoGebra (p. 222);
- os casos de estudo reconheceram que a experiência foi interessante, facilitadora do trabalho com as Transformações Geométricas, facilitadora do trabalho de grupo (ou em pares) e promotora da interação entre eles;
- relativamente à forma como o tópico tinha sido implementado, regista-se que o programa ajudou os alunos a perceber as Isometrias, tornando a Geometria menos complexa e mais divertida, acrescentando-se que a abordagem tinha contribuído para uma visão mais positiva da Matemática, em geral, e da Geometria, em particular;
- o GeoGebra "parece facilitar o aparecimento de produções mais criativas em Geometria [...] ao libertar os alunos dos processos mais instrumentais e/ou formais, permite uma "manipulação" mais fluida e flexível dos objetos geométricos [...]" (p. 226) e que "a perceção de que abordagens diferentes, com caráter mais tecnológico e exploratório, parecem promover atitudes mais favoráveis em relação à Matemática, em geral, e à Geometria em particular" (p. 227).

De acordo com as orientações dadas pelo NCTM (2008), realçando que os alunos poderão aprender as caraterísticas principais das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano com recurso aos ADGD, e por comparação com outros *softwares* como o Cabri-Geométre, o Geometer's Sketchpad, o Cinderela, no desenvolvimento do presente projeto de investigação escolheu-se o GeoGebra que, para além de todas as valias já enunciadas, é um *software* gratuito - fator muito importante para a realidade cabo-verdiana e que permite múltiplas representações de um mesmo objeto.

3. A formação contínua de professores

Neste ponto, parte-se de 'A formação contínua no desenvolvimento profissional do professor' (secção 3.1), prossegue-se com 'Modelos de formação contínua' (secção 3.2), com a apresentação de alguns modelos e uma explicitação daquele que se pensa melhor poderá servir ao desenvolvimento profissional dos professores em Cabo Verde, contrastando-o com o modelo que tem sido dominante. Segue-se, para além disso, 'O Programa de Formação Contínua em Matemática em Portugal' (secção 3.3) em que se apresentam as caraterísticas do mesmo virado para a formação de professores dos 1º e 2º CEB em Portugal e, mais especificamente, o programa da Universidade de Aveiro (UA). Na secção 3.4, 'O Programa de Formação Contínua em Matemática em Cabo Verde', analisa-se a situação da formação contínua nesse país e ilustra-se algumas práticas que têm sido realizadas nesse contexto. Por fim, aborda-se 'A supervisão e a reflexão como fatores de desenvolvimento profissional' (secção 3.5), com foco na reflexão no contexto da formação, especialmente, de professores e a supervisão reflexiva.

3.1. A formação contínua no desenvolvimento profissional do professor

O mundo atual tem-se preocupado, cada vez mais, com a preparação do professor para que este possa enfrentar os desafios que emergem da contemporaneidade. Daí que a reconfiguração da profissão docente num processo de mudança, que abrange a educação e todas as áreas de atividade humana, seja encarada como prioridade (Canha, 2013). Assim, nas últimas décadas, e um pouco por todo o lado, tem-se tentado (re)valorizar a função docente por, em grande parte, dela depender a preparação de todos os adultos para o exercício da sua atividade profissional (id). Em Portugal, em 1991, Nóvoa observou que:

> "Estamos a viver um novo tempo fundador da profissão docente, no qual a visão funcionarizada dos professores tende a ser substituída por uma imagem dos professores como profissionais reflexivos. É de novo um tempo de decisões, sobretudo dos próprios professores, que têm de retomar um protagonismo na cena educativa e social" (p. 15).

Na data e contexto em questão, é amplamente lançado um alerta para a necessidade de uma tomada de consciência relativamente a uma dinâmica reflexiva por parte dos professores (Ponte, 1991). Trata-se, com efeito, de um apelo urgente para que os professores se tornem mais conscientes e reflexivos sobre o seu papel como educadores, sobre as opções ao seu alcance e as suas margens de atuação (Ponte, 1991; Santos, 2000; Saraiva, 2002). É nesse âmbito que o foco das atenções se desloca, então, da formação inicial dos professores para a formação contínua uma vez que, estando imersos no terreno educativo, mais facilmente atingem tais objetivos (Formosinho, 1991). Como salienta Rocha (2010, p. 50), a "formação inicial deixou de ser suficiente para uma adequada contribuição de cada um, no sector profissional em que participa, impondo-se a formação contínua nas áreas mais variadas da actividade humana".

Nesta perspetiva, a formação contínua passa a ser a grande prioridade das políticas de formação de professores (Silva & Castro, 2008). A título de exemplo, no Brasil, no decorrer dos anos de 1990, a formação contínua ganhou destaque. Nesse período, conforme refere Oliveira

(2012), construiu-se um perfil do professor adequado aos novos tempos através de, entre outros, a formação inicial e contínua. Azambuja (2006) considera a formação contínua como "um meio de melhoramento não só das relações de trabalho, mas também do próprio trabalho onde se permite a produção, a busca e troca de saberes diferenciados aos habitualmente instituídos" (p.2).

Partilhando esta perspetiva, Candau (2009) considera três eixos fundamentais nos processos de formação contínua:

- A escola: *locus* da formação contínua – A escola é considerada pela autora como o *locus* ideal para a construção de uma nova perspetiva para a formação contínua de professores. Entretanto, para a sua concretização, é fundamental haver uma prática reflexiva com capacidade de identificar as questões presentes em sala de aula, de as procurar compreender e encontrar formas de as trabalhar coletivamente. Na sua perspetiva, partir da escola como local privilegiado para formação contínua promove processos coletivos de reflexão e intervenção na prática pedagógica concreta, possibilita espaços e tempos para encontros, fomentando o estímulo à sistematização das práticas pedagógicas dos professores bem como à sua socialização e focalizando o trabalho de supervisão/orientação pedagógica nessa perspetiva;
- A valorização do saber docente – a autora realça a importância do reconhecimento e valorização docente no contexto de formação contínua, especialmente os saberes da experiência que constituem o núcleo vital do saber docente e o ponto de partida pelo qual o professor estabelece o diálogo com as disciplinas e os saberes curriculares. Os saberes da experiência constroem-se no dia-a-dia do trabalho e no conhecimento do meio:

> "São saberes que brotam da experiência e são por ela validados. Incorporam-se a vivência individual e coletiva sob a forma de habitus e de habilidades, de saber fazer e de saber ser. É através desses saberes que os professores e professoras julgam a formação que adquiriram, a pertinência ou o realismo dos planos e das reformas que lhe são propostas e concebem os modelos de excelência profissional. Eles constituem, hoje, a cultura docente em ação e é muito importante que sejamos capazes de percebê-la e não reduzí-la ao nível cognitivo" (id, p. 73).

No entanto, advoga a autora que, no geral, os professores universitários apresentam resistência em reconhecer e valorizar esse saber do professor e promover a interação desse saber com o saber académico. A tendência é ignorar o saber dos professores nos cursos de formação contínua promovidos pelas universidades;

- O ciclo profissional dos professores – este eixo tem sido determinante para o desenvolvimento do aperfeiçoamento da formação contínua de professoras na perceção de um modelo diferente, centrado na reflexão sobre o ciclo de vida profissional de professores. Ter consciência de que as necessidades, os problemas e as exigências dos professores não são iguais nos diversos momentos do seu exercício profissional constitui um aspeto importante, porém ignorado por muitos modelos de formação contínua. Essa preocupação com o ciclo de vida profissional dos professores constitui o desafio de "romper com modelos padronizados de formação contínua e criar sistemas flexíveis e diferenciados que permitam aos professores/as explorar e trabalhar os diferentes momentos de seu desenvolvimento profissional de acordo com suas necessidades específicas" (id, p. 74). É nesta lógica que Candau (2009) considera que devem ser delineados os processos de formação contínua.

Oliveira & Silva (2012) consideram que, no processo de formação contínua, a teoria e a prática devem ser vistos como pontos indissociáveis. E como já defendiam Severino, Freitas, Libâneo, Menezes & Pimenta (2003), a integração entre a teoria e a prática constitui uma exigência do processo de formação do professor. Oliveira & Silva (2012) relatam que o Programa de Gestão de Aprendizagem Escolar, o GESTARII, da Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte – Brasil, através da integração teoria e prática e da análise da atitude dos papéis do aluno e do professor, obteve-se uma melhor compreensão de várias configurações do processo de ensino e de aprendizagem. Estes autores referem ter tido como pressuposto o conceito de desenvolvimento profissional, visando a integração da teoria e prática e, também, a valorização dos saberes providos da experiência dos professores, tanto dos que já possuíam bem como do que vinham praticando em suas aulas.

De acordo com Oliveira, Guedes, Vieira, Cardoso & Ferreira (2012), um programa de formação que adota estas caraterísticas pode promover a reflexão, a criatividade e a autonomia dos professores. Deste modo, a formação contínua desempenha um papel fundamental no desenvolvimento profissional do professor e na aprendizagem dos seus alunos.

Por outras palavras, a formação contínua de professores relaciona-se com as atividades nas quais o profissional da educação se envolve no sentido de aprofundar o grau de desenvolvimento pessoal e profissional que atingiu no final da sua formação inicial (Alarcão, 2006) e,

> "Ao empenhar-se neste tipo de formação, este mesmo profissional dá provas de ter assimilado a ideia de educação permanente como um processo contínuo e global de formação que engloba a fase da aprendizagem inicial mas também a aprendizagem que pode prolongar-se mesmo para além da carreira" (id, p.132).

Nesta lógica, a autora salienta que um bom profissional deve impor a si próprio a ideia de educação permanente (id:ib). Também Martins (2003) recorre ao conceito de Fullan, no âmbito da formação, como *continuum*. Assim, a formação contínua, entendida como formação permanente ao longo de toda a vida, assume-se como uma extensão da formação inicial, considerando as diferenças específicas para cada um desses momentos.

Para este autor, a formação só é considerada um verdadeiro *continuum* caso o formador, para além de observador e consumidor, assuma também um papel de investigador – "Só investigando, estudando e reflectindo, o professor pode ter a pretensão de querer melhorar o seu desempenho profissional e até mesmo a sua relação pedagógica com os seus alunos" (id, p. 34). Esclarece ainda o mesmo autor que a investigação, aqui, significa a reflexão sobre a nossa prática letiva, a atualização permanente e abertura de espírito para aprender com os alunos.

A formação contínua, imprescindível ao desenvolvimento profissional do professor, pode realizar-se sob duas modalidades: uma menos formal e outra mais formal. A primeira, na modalidade de autoformação, costuma acontecer através da própria vivência dos professores na escola, da participação em congressos, do diálogo e da discussão com os colegas, da consulta de artigos/documentos publicados na Internet, da leitura de livros. A segunda pode acontecer mediante ações e cursos de formação contínua. A este propósito, Rocha (2010) refere que o desenvolvimento profissional do professor pode ser orientado por várias estratégias nas quais se incluem processos de auto-questionamento, leituras individuais, participações em encontros, etc. Todavia, esta mesma autora defende que não se pode ignorar o envolvimento em determinados contextos de formação assim como experiências e projetos que envolvam o professor com outros profissionais da mesma área.

De acordo com Canha (2013), estes contextos de aprendizagem, sejam eles menos ou mais formais, possibilitam ao professor a construção e reconstrução do seu conhecimento e a sua aplicação, o que lhe permite desenvolver-se pessoal e profissionalmente. Sobre este assunto, Oliveira (1997) refere que as mudanças no campo profissional estão interligadas com as transformações ao nível pessoal, sendo estas mais latas. De facto, entende o desenvolvimento pessoal como "um processo que envolve a pessoa do professor numa multiplicidade de vertentes, de entre as quais se destacam as formas de apreensão e organização dos conhecimentos, os valores, as crenças, as atitudes, os sentimentos e as motivações (id, p. 95). Já o desenvolvimento profissional é entendido por essa autora como algo mais específico, em relação, "ao domínio de conhecimentos sobre o ensino, às atitudes face ao acto educativo, ao papel do professor e do aluno, às suas relações interpessoais, às competências envolvidas no processo pedagógico e ao processo reflexivo sobre as práticas do professor" (id:ib).

Saraiva (2002), partilhando desta perspetiva, vê o desenvolvimento profissional como um "processo dinâmico, contínuo, reflexivo, e estreitamente ligado às práticas profissionais" (p.567).

Também para Cunha (2010), a formação de professores como um fator de desenvolvimento profissional integra elementos pessoais, profissionais e sociais que lhe permitem assumir-se como um profissional mais autónomo, reflexivo, crítico e colaborador (Marcelo, 2009). Já anteriormente Ponte (2005b) e Marcelo (2009) salientaram que um dos aspetos fundamentais do desenvolvimento profissional é a articulação entre os níveis individual e coletivo. Segundo Ponte (1997), o desenvolvimento profissional do professor é um processo

> “[...] de crescimento na sua competência em termos de práticas lectivas e não lectivas, no autocontrolo da sua actividade como educador e como elemento activo da organização escolar. O desenvolvimento profissional diz assim respeito aos aspectos ligados à didáctica, mas também à ação educativa mais geral, aos aspectos pessoais e relacionais e de interação com os outros professores e com a comunidade extra-escolar” (p. 44).

Sintetizando, Oliveira (1997) refere que o desenvolvimento profissional do professor deve ser entendido como um processo em constante evolução, abrangendo três dimensões principais que se associam entre si e exercem um papel determinante para a melhoria da aprendizagem do ensino, a saber:

- “uma vertente do saber, que se prende com a aquisição e organização de conhecimentos específicos da área das ciências da educação e da área da especialidade de ensino;
- uma vertente do saber-fazer, associado ao seu desempenho profissional e que tem a ver com as atitudes face ao acto educativo, com o papel do professor e do aluno e com a implementação das actividades e estratégias de ensino;
- uma vertente do saber ser e saber tornar-se, ou seja, a dimensão afectiva engloba as percepções sobre o próprio professor e a sua actuação profissional, que envolve uma componente de relações interpessoais, bem como as suas expectativas e motivações associadas ao desempenho das suas funções docentes e à sua formação” (p. 96).

Guérios (2002) define o desenvolvimento profissional “como um processo contínuo de permanente transformação, resultante do movimento interior protagonizado pelo professor em sua dialógica relação com o campo de conhecimento que lhe é pertinente e com sua experiencialidade em um contexto de trabalho colaborativo” (p.3). Segundo Cunha (2010), reconhecer a importância da experiência nos processos de formação significa entender a mesma como um processo interno ao sujeito no decorrer da sua trajetória e que corresponde à sua autoconstrução como pessoa. Neste sentido, “o processo de formação é permanente e indissociável de uma conceção inacabada do ser humano […]” (id, p. 135).

De acordo com Oliveira & Silva (2012), quando um professor se desenvolve profissionalmente, como construtor do seu processo de transformação, ele se torna independente e passa a integrar um espaço intersticial com vista a vivenciar sistematicamente momentos de aprendizagem e mudança.

Na perspetiva de Rocha (2010), o professor desenvolve-se profissionalmente pela complementaridade entre autonomia, ação e reflexão, considerando-se que o seu desenvolvimento profissional inclui espaço para um trabalho mais individual, onde o professor é visto como um prático reflexivo a partir do conhecimento que possui mas que também vai refletindo sobre a sua experiência. E, no entendimento do processo colaborativo tal como entendido pela autora, Marcelo (2009) complementa que das várias definições existentes de desenvolvimento profissional do professor, todas são unânimes numa questão: este é visto como um processo que deve ser concretizado no local do trabalho do docente – a escola – e salienta que, hoje em dia, emerge uma nova perspetiva que entende o desenvolvimento profissional do professor como tendo caraterísticas muito particulares. Assim, contradizendo os modelos transmissivos, do ponto de vista do construtivismo, num processo a longo prazo, que reconhece que o professor aprende ao longo do tempo, este é caraterizado como um sujeito ativo, no âmbito do desenvolvimento profissional, mostrando-se implicado no ensino, avaliação, observação e reflexão (id).

Alarcão (2001) não concebe um professor que não questione as suas decisões educativas, que não se interrogue perante o insucesso dos seus alunos, que não considere os seus planos de aula apenas hipóteses de trabalho a certificar ou refutar na sala de aula, que não faça uma leitura crítica dos manuais ou das propostas didáticas que lhe são apresentadas, que não discuta sobre as funções da escola e não se interesse pelas suas realizações. Assim, para a autora, ser professor reflexivo significa ter a atitude de se assumir como inteletual que criticamente questiona e se questiona.

Deste modo, o desenvolvimento profissional é visto como um processo complexo que possibilita ao professor uma intervenção em todo o seu contexto escolar, com a problemática interna e vínculos com o exterior (Saraiva & Ponte, 2003); "implica o professor como um todo nos seus aspectos cognitivos, afectivos e relacionais, […] tende a considerar a teoria e a prática de uma forma interligada" (Ponte, 1998, p.2).

Efetivamente, a missão de ensinar para tornar alguém competente é trabalhosa, exigindo muito tempo e uma ação estratégica por parte daquele que ensina. Parafraseando Roldão (2005), esse ensinar implica concetualizar de novo o papel ativo de ambos em interação – professor e alunos – num processo fecundo de efetiva construção e uso inteligente do saber. Assim, o aprendente fica apetrechado com saberes e com instrumentos de construção, ampliando o domínio de saber por si próprio.

Esta perspetiva constitui uma viragem na prática educativa pois, de acordo com a autora, retorna à socrática ideia de construir conhecimento: convertendo o ensinar em dar sentido ao que se quer que seja aprendido e orientando ativamente, enquanto docentes, o processo de aprender como um caminho autónomo, esforçado e estimulante de pensamento e ação (id).

A complexidade do processo de ensinar, particularmente a Matemática, exige o conhecimento matemático (do conteúdo, enquanto conhecimento científico) e prático (Vale, 2002). O NCTM (2008) reconhece que os professores, para ensinarem de forma eficiente, devem ter a consciência e uma compreensão profunda da Matemática que ensinam e ao mesmo tempo ter a capacidade de utilizar os seus conhecimentos de forma flexível ao longo das suas atividades didáticas. Defende ainda que, para o exercício da profissão docente, os professores de Matemática precisam possuir vários tipos de conhecimento, designadamente: o conhecimento geral; o conhecimento profundo e flexível do currículo e das ideias mais relevantes de cada nível específico; o conhecimento dos desafios com que os alunos podem ser confrontados no decorrer da aprendizagem dessas ideias; o de como essas ideias podem ser representadas; e, por fim, o conhecimento de como os alunos podem ser avaliados.

Segundo Godino (2009), vários são os modelos teóricos já estudados e propostos para categorizar os conhecimentos dos professores. Porém, o próprio argumenta que é impossível tocar o tema sem se referir ao modelo pioneiro de Shulman (1986), no qual muitos outros se inspiraram. Vale (2002) já referia que os trabalhos de Shulman e seus colaboradores foram fundamentais para reorganizar o estudo sobre os conhecimentos profissionais dos professores tendo, por isso, representado uma rutura radical com a pesquisa que tinha sido feita até então e que se centrava quase exclusivamente nos aspetos gerais do ensino.

Para Shulman (1986), um professor deve possuir um bom conhecimento dos conteúdos de ensino, mas destaca o modo como os tornar compreensíveis e úteis para os alunos. Assim, inicialmente, distingue três categorias de conhecimento: a) conhecimento do conteúdo; b) conhecimento didático e c) conhecimento curricular. O conhecimento do conteúdo é o conhecimento de factos ou conceitos de um domínio. O professor, além de compreender o significado de um determinado conteúdo, deve também entender melhor as razões que estão na base da sua explicação ou da sua existência.

O conhecimento didático requer uma focalização dos conteúdos na perspetiva do seu ensino. Mais especificamente, incorpora os aspetos mais pertinentes à capacidade de ensinar, nomeadamente, os tópicos gerais de ensino de uma área, as formas mais relevantes de representação dessas ideias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações. Para tal, o professor deve ter um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação desses assuntos, algumas das quais derivam da sua investigação. Este domínio de conhecimento também inclui a capacidade de o professor compreender o que faz com que a aprendizagem de tópicos específicos possa ser mais fácil ou difícil para os alunos, pois estes trazem consigo as suas conceções e preconceitos. Caso esses preconceitos sejam equívocos, os professores devem ter um conhecimento de estratégias que favoreçam a reorganização do pensamento dos alunos, bem como a capacidade de criar condições e orientações necessárias para superar e transformar as suas conceções iniciais.

O conhecimento curricular é o entendimento que os professores têm do currículo e a gestão que dele fazem, atendendo às caraterísticas dos estudantes, do contexto, dos recursos disponibilizados, entre outros (Ponte, 2005a). Na perspetiva de Roldão (2000), o currículo deve ser assumido como um "conjunto de aprendizagens aceite como socialmente necessário" (p. 129) num determinado contexto formativo (Roldão, 2005).

Além do conhecimento dos materiais curriculares adequados a um determinado assunto ou tópico, devem ser considerados dois aspetos do conhecimento curricular: o conhecimento horizontal do currículo (que permite ao professor relacionar um conteúdo de um determinado programa com outros de outras disciplinas que os alunos estudam em simultâneo) e o conhecimento vertical do currículo (familiarização com os temas e questões que têm sido trabalhados, que foram dados na mesma área nos anos anteriores e que serão abordados nos posteriores e as matérias a eles subjacentes) (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Um dos aspetos da prática letiva consiste na estruturação e condução de situações de ensino e de aprendizagem articuladas com os objetivos curriculares (Ponte, 2002). Neste âmbito, Szucs (2009) salienta que, para além do currículo nacional, os professores devem considerar o currículo escolar, selecionar os recursos pedagógicos para desenvolver o seu programa e promover a aprendizagem dos seus alunos preparando-os para a vida.

No contexto da Educação Matemática, “Um currículo é mais do que um conjunto de actividades: deve ser coerente, incidir numa Matemática relevante e ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade” (NCTM, 2008, p. 15). A Matemática inclui diversas vertentes temáticas, como a Álgebra e a Geometria, mas estas estão intimamente interligadas. O currículo, os materiais didáticos e as aulas devem integrar estas conexões. Um currículo coerente organiza e integra, com eficácia, as ideias matemáticas relevantes, visando a compreensão dos alunos de como essas ideias se constroem, como se relacionam com outras ideias para o desenvolvimento de novos conhecimentos e capacidades. Na planificação das aulas, os professores devem esforçar-se para organizar os conteúdos de forma a incluir as ideias principais, formando um todo. As ideias mais relevantes dos diversos contextos devem ser desenvolvidas cuidadosamente, incluindo elementos importantes como a terminologia, definições, notação, conceitos e competências. Organizar uma sequência de aulas coerentes com as unidades de aprendizagem e dos anos letivos constitui um desafio. Igualmente, os professores devem ter a capacidade de se adaptar e beneficiar das oportunidades para orientarem as aulas em situações imprevistas (id).

Posteriormente, Shulman (1987) reorganiza o conhecimento necessário para o professor promover a compreensão dos alunos nos seguintes domínios:

- conhecimento do conteúdo que inclui os conteúdos, sua organização e tópicos dos conteúdos para o ensino;
- conhecimento pedagógico geral, especialmente os princípios estratégicos e ferramentas subjacentes à organização e gestão de sala de aula, que transcendem a dimensão do conteúdo;
- conhecimento do currículo, com particular atenção aos materiais e programas, enquanto ferramentas de apoio ao professor;

- conhecimento didático, que inclui a capacidade pedagógica de tornar o conteúdo compreensível que é um conhecimento exclusivo do professor;
- conhecimento dos alunos e suas caraterísticas, que diz respeito à consideração das capacidades individuais de cada aprendente nas suas dimensões múltiplas;
- conhecimento dos contextos educativos, acompanhados de trabalhos de grupo ou em sala de aula e o impacto que as diretrizes das políticas educacionais e os investimentos dos distritos escolares têm na comunidade e na cultura;
- conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação e a sua dimensão histórica e filosófica.

Destas categorias, o autor destaca o conhecimento didático, considerando-o como um domínio fundamental e argumentando que, para além do conhecimento do conteúdo, inclui o conhecimento pedagógico, essencial para atividade do professor. Esse conhecimento, entendido como conhecimento exclusivo para o ensino, visa representar uma ligação entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino (Ball *et al.*, 2005; Godino, 2009).

3.2. Modelos de formação contínua

> "Aceitando como natural alguma resistência dos professores à inovação, na medida em que implica alguma ruptura com práticas instituídas, o que pode acarretar alguma insegurança, parece-nos que a adaptação dos professores à mudança que essa inovação exige, não poderá ser imposta por especialistas exteriores à escola, mas passará, concerteza, por uma vontade do próprio, apoiada em modelos de formação assentes na prática do professor, na análise e reflexão dessa mesma prática pelos pares e que implique o voltar continuamente a essa prática" (Rocha, 2010, p. 50).

Cró (1998) salienta que, geralmente, nos programas de formação contínua, os professores são convidados a implementarem um projeto pré-definido, adotando as estratégias aí delineadas. Para a autora, uma verdadeira formação de professores é aquela que lhes possibilita participarem na elaboração de tal projeto. Posteriormente, os professores deverão ter a capacidade de optar, de entre as estratégias existentes, a que mais se adequa "ao nível da personalidade dos seus alunos, à sua própria personalidade e às exigências do meio no qual os objectivos (conhecimentos, habilidades mentais, disposições e atitudes, saber-fazer) se concretizem" (id, p. 71).

No pressuposto de que a formação contínua deve considerar as experiências dos formandos como ponto de partida, de modo a que a formação inicial não seja um marco único na carreira evitando-se, assim, uma desadequação entre teorias e práticas pedagógicas (Martins, 2003), o professor merece ser visto como um protagonista de qualquer ação planeada para o seu desenvolvimento (Canha, 2013). Quando isso não acontece, Oliveira (2012) não estranha que os professores não participem ativamente em programas de formação contínua na medida em que não eram envolvidos, faltando-lhes estímulos para mudar a sua prática visto que não se sentiam protagonistas no processo da sua própria formação.

Por estas razões, o grande desafio é procurar um modelo de formação contínua que considere o fazer do professor, as suas vivências no dia-a-dia das escolas, em articulação com os resultados de investigações. Nesta lógica, a teoria e a prática seriam o centro da formação e construção de novos conhecimentos, tão essenciais para a desejada transformação das práticas pedagógicas nas escolas (Silva, 2012).

Wallace (1991) apresenta três grandes modelos para a formação profissional: i) o modelo da mestria – *the craft model*; ii); o modelo da ciência aplicada – *the apllied science model*; iii) o modelo reflexivo – *the reflective model*. Veja-se cada um em detalhe:

- *O modelo da mestria*

Este modelo tem como pressuposto que o profissional mais experiente é o detentor do saber. Os “novatos” devem aprender com os mais velhos e experientes imitando as suas técnicas e seguindo os seus conselhos e instruções. Este processo é passado de geração em geração e pode ser representado na figura seguinte:

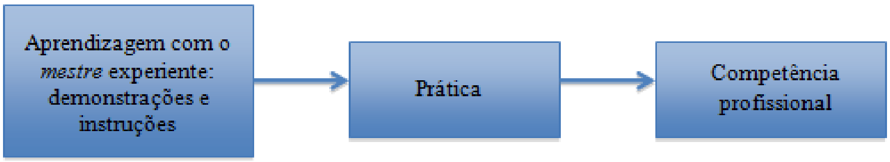


Figura 49. O modelo da mestria da formação profissional (Wallace, 1991, p.6)

Neste modelo, o processo de aprendizagem é estático e conservador não se coadunando com uma sociedade dinâmica.

- *O modelo de Ciência aplicada*

O modelo de ciência aplicada é o modelo que mais prevalece tanto nos programas educacionais como noutras profissões, seja arquitetura, medicina, engenharia ou qualquer outra área. Neste modelo, utiliza-se uma abordagem mais científica e racional, baseada na observação e experimentação e partindo da teoria (veja-se figura seguinte).

As descobertas científicas são transmitidas aos formandos que deverão colocar em prática o que foi aprendido na teoria que, por sua vez, será aperfeiçoado pela experimentação.

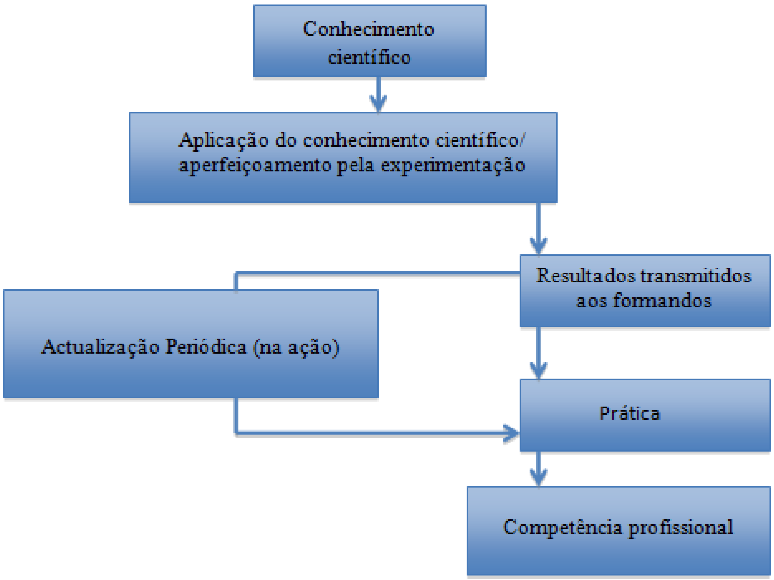


Figura 50. O modelo da ciência aplicada da formação profissional (Wallace, 1991, p.9)

- *O Modelo reflexivo*

Neste modelo de formação, faz-se a articulação entre o conhecimento recebido – factos, teorias e informações – e o conhecimento experimental prévio através da reflexão sobre a prática visando o desenvolvimento da competência profissional do formando (ver figura seguinte). Todos os aspetos que estão relacionados com a prática educativa do formando são alvo de reflexão. A reflexão, aliada à prática, permite ao indivíduo, que não possui muita prática, aprofundar mais o seu conhecimento.

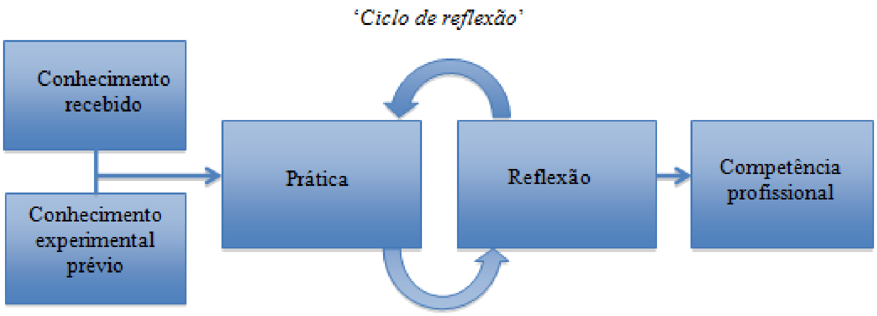


Figura 51. O modelo reflexivo da formação profissional (Wallace, 1991, p.15)

Cada um destes modelos pode associar-se a cada um dos três modos de trabalho pedagógico apresentados por Lesne (1984), que não se excluem uns aos outros:

- *modo de trabalho pedagógico de tipo transmissivo, de orientação normativa* – os saberes, valores, formas de pensamento, entendimento e ação são "transmitidos" aos formandos. O poder e o saber são assumidos em pleno pelo formador e a teoria prevalece sobre a prática;

- *modo de trabalho pedagógico de tipo iniciativo, de orientação pessoal* – atua essencialmente sobre as intenções, os motivos, as disposições e as potencialidades dos formandos com vista ao desenvolvimento da capacidade de iniciativa ao nível do conhecimento, da gestão da sua própria formação e da análise das suas próprias condutas. O formador cria condições para que o formando se assuma como sujeito da sua própria formação;
- *modo de trabalho pedagógico de tipo apropriativo, centrado na inserção social do indivíduo* – o formador exerce a formação pela mediação, tendo como ponto de partida e de chegada a apropriação cognitiva do real.

Santiago, Alarcão & Oliveira (1997) realçam a importância deste último modo de trabalho pedagógico na formação, pelo seu valor heurístico e intrínseco e pela preocupação constante de relacionar o trabalho pedagógico com a problemática da inserção social do sujeito, em oposição ao discurso teórico dos métodos tradicionais.

Mais recentemente, Neto, Jacobucci & Jacobucci (2007) apresentam três modelos de formação contínua de professores: o clássico, o prático reflexivo e o emancipatório político. No modelo clássico, é da responsabilidade da universidade a reprodução do conhecimento, cabendo aos professores a sua aplicação, socialização e transposição didática. Todas as opções, cursos, palestras e outras atividades formativas são concebidas, organizadas e executadas por profissionais ligados às universidades ou aos órgãos públicos gestores do sistema educativo. O professor é excluído da discussão das propostas de formação, não tendo opinião sobre o que quer vivenciar no curso.

A metodologia utilizada é a do ensino tradicional, sendo caraterizada pela transmissão de "conhecimentos" que provêm dos formadores e das equipas técnicas e o formando é considerado um aluno recetivo, não havendo interação e troca de experiência entre as partes.

Prioriza-se os conteúdos, sendo as atividades selecionadas pela equipa técnica com base num tema e, no âmbito do trabalho com os professores-alunos, não existem discussões sobre os referênciais teóricos educacionais. Os programas de formação podem realizar-se através de um conjunto de atividades oferecidas por modalidades isoladas (palestras, oficinas, seminários, cursos de capacitação ou treinamento), de modo assistemático no decorrer do ano sem contemplar ações que visam a transformação da realidade social escolar.

O modelo prático-reflexivo parte do princípio de que as propostas de formação desenvolvem novos conhecimentos através da experiência prática. Dá-se ênfase ao processo de autoformação no contexto da sala de aula, no pressuposto de que o professor produz conhecimentos a partir da reflexão sobre a sua prática letiva, durante a ação educativa. Contrariamente ao modelo clássico pelo qual a teoria determina o modo como se deve desenvolver a ação docente, no modelo prático-reflexivo há uma valorização do conhecimento tácito uma vez que a atividade prática determina quais teorias precisam ser observadas.

As propostas de formação realizam-se em grupos de discussão, em tempo real ou virtual, onde as situações-problema se aproximam do contexto da escola e são suportadas por um tutor ou orientador com vista a resolver os problemas na prática. Geralmente, as propostas de formação partem dos problemas reais enfrentados pelos professores na prática docente, que estimulam o professor a investigar sobre a própria prática pedagógica, através da ação de reflexão, tendo como meta a melhoria da ação docente.

Existe uma abertura para a união entre a teoria e a prática mesmo que seja para explicar situações de caráter funcional. Nas sessões, são desenvolvidos temas e conteúdos direcionados para a compreensão da prática pedagógica, fundamentalmente os problemas de ensino e de aprendizagem, de modo a propiciar ao professor formas práticas de reflexão sobre a vivência docente e contexto escolar.

A participação dos professores (formandos) pode ocorrer ou não nas sessões. No caso em que há participação, é constituído um grupo de trabalho, onde os professores expõem os seus problemas da prática docente ao grupo e ao professor mediador. Quando as sessões envolvem experiências ou outras atividades práticas, utiliza-se uma metodologia de ensino adequada à perspetiva construtivista de aprendizagem na qual o professor desenvolve experiências tal como seus próprios alunos fariam.

As propostas de formação são os cursos de média a longa duração e o acompanhamento dos docentes é feito por um mediador, tendo como objetivo a transformação da prática pedagógica e, consequentemente, da realidade escolar. Contudo, a transformação da realidade social não constitui o seu objetivo último.

Por último, refere-se o modelo emancipatório-político, com base na conceção sócio-histórica de formação de professores, segundo o qual o homem é visto como um ser social que precisa de uma formação teórica sólida para transformar, na prática, a realidade. Neste sentido, o professor só pode observar as suas ações práticas de forma crítica se tiver um vasto conhecimento do mundo, que lhe permite estabelecer a sua relação com as teorias educacionais e a realidade concreta e, assim, emancipar-se politicamente, visando transformar a sociedade.

Neste contexto, o professor é visto como um sujeito num ambiente coletivo, no qual a visão de mundo, a sua compreensão da realidade e o seu fazer docente são determinados pelas relações sociais. Este modelo tem como pressuposto que fortalecer-se politicamente passa pela argumentação crítica sobre a realidade com o envolvimento colaborativo dos pares. Assim, os professores tornam-se autónomos com vista a compreender a ação docente na sua globalidade, tendo em conta as dimensões económica, política, histórica e social, de modo a propor mudanças de forma consciente.

Geralmente, as propostas de formação são projetos ou programas de longa duração, ao longo do ano letivo. Os professores-alunos participam de forma ativa na planificação e no desenvolvimento das atividades, havendo espaço para intervir sistematicamente no decorrer do programa.

Frequentemente, são organizados grupos de trabalho que conduzem as propostas de atividades a serem desenvolvidas ao longo da formação. Nesses grupos, são discutidos o papel dos professores, as teorias educacionais, os problemas sociais e políticos e as diveras práticas pedagógicas. Constituem prioridades a discussão e a planificação das atividades propostas pelo grupo de trabalho com o objetivo de transformar a realidade escolar e social.

A abordagem das teorias educacionais, articuladas com a reflexão sobre a prática do professor, marcam o modelo emancipatório-político em que a contextualização da educação e das políticas em vigor para o setor promovem a motivação do professor para ele rever a sua prática, adotando uma visão transformadora e emancipatória da realidade (id).

Os modelos que melhor se adequarão ao desenvolvimento das competências profissionais dos professores em exercício serão tanto o modelo de tipo apropriativo, centrado na inserção social do sujeito, de Lesne (1984) como os construtivistas e, em particular, o paradigma investigativo e na forma interativa-reflexiva (Nóvoa, 1991), o reflexivo de formação profissional (Wallace, 1991) e o prático-reflexivo (Neto, Jacobucci & Jacobucci, 2007). De facto, a formação não se constrói por acumulação, devendo ser suportada por um trabalho reflexivo, crítico e colaborativo na e sobre a prática e de (re)construção constante de uma identidade pessoal. Nas palavras de Nóvoa (1991): “A formação contínua deve alicerçar-se numa “reflexão na prática e sobre a prática”, através de dinâmicas de investigação-ação e de investigação-formação, valorizando os saberes de que os professores são portadores” (id, p. 30).

Corroborando a opinião dos autores acima referenciados, também defendemos um modelo de formação contínua interativo-reflexivo que promove o desenvolvimento profissional do professor, através da reflexão sobre a sua prática. A formação contínua de professores constitui uma importante e estratégica componente do Sistema Educativo e é através dela que se alimenta o Sistema em matéria de pessoal docente devidamente capacitado.

3.3. O Programa de Formação Contínua em Matemática em Portugal

Em Portugal, a Lei de Bases do Sistema Educativo (Decreto-Lei nº 46/86, de 14 Outubro) reconhece a formação contínua de professores como um direito de todos os educadores de infância e professores. Segundo Ponte (1998), no período de 1982 a 1998, surgiram, em Portugal, as Escolas Superiores de Educação, o que levou a sucessivas reformulações da formação em exercício e a várias alterações do regime jurídico, desenvolvendo-se, gradualmente, a formação contínua. Neste período, surgiram também os Centros de Formação e Associações de professores e investigadores, nomeadamente a Associação de Professores de Matemática, levando a uma evolução do conceito de formação para o desenvolvimento profissional.

Na década seguinte, os resultados do *Programme for International Student Assessment* (PISA) de 2003 apontavam que os alunos portugueses apresentavam um nível de proficiência abaixo da média da OCDE e muito distanciado dos países que conseguiram as melhores classificações médias (GAVE, 2004). Davam conta, ainda, que as baixas expetativas dos professores portugueses em relação aos seus alunos, o seu absentismo e a resistência à mudança constituíam factores com impacto real nas aprendizagens dos alunos portugueses (id).

Rocha (2010) refere que esses resultados levaram a então Ministra da Educação a anunciar algumas medidas, entre as quais, um programa de formação contínua em Matemática para os professores do 1º Ciclo, de âmbito nacional, que visava superar alguns dos pontos críticos da formação inicial e contínua. Também Pinheiro & Cabrita (2012) mencionam que a análise dos resultados do PISA 2003 conduziu, de entre outros aspetos, ao questionamento das competências dos professores, concluindo-se que a "(re)qualificação" do corpo docente deveria ser orientada pela tendência internacional no âmbito da formação contínua. E Afonso & Costa (2009) registam que, em 2005, Portugal viveu um momento de viragem na mobilização do PISA para o desenvolvimento de políticas educativas.

Em 2005 surgiu, de uma parceria entre o Ministério de Educação e o Ministério de Ciência, Tecnologia e Ensino Superior, um novo programa de formação contínua em Matemática (PFCM) para professores do 1º Ciclo do Ensino Básico. No documento orientador, são estabelecidos os princípios, os objetivos, as linhas orientadoras, as estratégias/organização, o modo de avaliação dos formandos e os conteúdos de formação, definidos e monitorizados pela Comissão de Acompanhamento (CA) (Serrazina *et al*., 2005).

Através dos despachos nº 6754/2008 e nº 8783/2010, foram feitos alguns reajustamentos que estabeleceram as bases e regularam o PFCM. O Programa teve início no ano letivo 2005/06 para professores do 1º Ciclo do Ensino Básico e, em 2006, foi alargado ao 2º ciclo do Ensino Básico (Pinheiro & Cabrita, 2012). Na sua primeira fase de execução, contou com a participação de 18 instituições nacionais e foi acompanhado pela CA e avaliado pela Comissão de Avaliação Externa (CAE) (Serrazina, 2007).

O referido Programa, de âmbito nacional, assumiu como finalidade última a melhoria das aprendizagens dos alunos do 1º Ciclo na área da Matemática e o desenvolvimento de uma atitude positiva relativamente a esta área do saber. Constituíam aspetos inovadores deste programa de formação: a sua continuidade no tempo (mínimo de um ano e máximo de dois); o acompanhamento/supervisão ao nível de sala de aula (centralizado no desenvolvimento de experiências de aprendizagem que conduzissem ao aprofundamento do conhecimento matemático, didático e curricular do professor) e a reflexão sobre os episódios em sala de aula (Serrazina, 2007). Assim, “a formação teve o mérito de colocar muitos professores a pensar e a questionar as próprias práticas em função das reações e aprendizagens dos alunos” (id, p. 54).

Também segundo Pinheiro & Cabrita (2012), as caraterísticas que mais particularizam esse programa são: a atribuição da responsabilidade da formação, que ainda estava sobre a alçada dos Centros de Formação de Professores, às Instituições de Ensino Superior e a introdução da componente de supervisão com acompanhamento em sala de aula, incluindo momentos de planificação, implementação e reflexão sobre situações de ensino e aprendizagem, para além de sessões presenciais conjuntas visando a partilha de experiências e o aprofundamento de aspetos ligados ao conhecimento matemático, didático e curricular, durante todo o ano letivo.

A Universidade de Aveiro (UA) foi uma das 18 instituições que aderiu ao PFCM nacional desde o seu primeiro ano de execução e até à sua conclusão, em 2011, tendo sido sempre coordenado por Isabel Cabrita. Assim, em 2005/06, foi criado o m@c1 – PFCM com professores do 1º CEB, posteriormente alargado ao 2º Ciclo no ano letivo 2006/07 – m@c2.

Em 2007, deu-se a fusão destes dois programas, passando-se a identificá-lo por m@c1/2 (Cabrita *et al.*, 2011). A formação assentou nos princípios e orientações estabelecidos no Regime Jurídico e no Regulamento de Formação definido pelo Conselho Científico-Pedagógico de Formação Contínua. O m@c1/2 funcionou na modalidade de *Oficina de Formação*, admitindo trabalho tutorado e autónomo, e foi creditado e acreditado por este último órgão (Cabrita, 2008a). A *Oficina de Formação* é considerada como um dos programas de formação mais adequado, propiciador de situações de reflexão e ação em contexto escolar real (Rocha, 2010).

Os princípios norteadores do m@c1/2 são:

- “a valorização do desenvolvimento profissional do professor;
- a valorização de uma formação Matemática de qualidade para o professor;
- a valorização do desenvolvimento curricular em Matemática;
- o reconhecimento das práticas lectivas dos professores como ponto de partida da formação;
- a consideração das necessidades concretas dos professores relativamente às suas práticas curriculares em Matemática;
- a valorização do trabalho colaborativo entre diferentes actores;
- a valorização de dinâmicas curriculares contínuas centradas na Matemática” (Cabrita, 2010, p. 23).

O m@c1/2 definiu como objetivos prioritários:

- "Promover o aprofundamento do conhecimento relativo ao actual Programa de Matemática para o Ensino Básico, designadamente no que diz respeito às finalidades, objectivos, capacidades transversais, conteúdos metodologias (incluindo dinâmicas de sala de aula e recurso a vários materiais didácticos e equipamentos) e avaliação;
- Promover o aprofundamento do conhecimento relativo às Metas de Aprendizagem para o Ensino Básico, principalmente no que à Matemática diz respeito;
- Promover o aprofundamento do conhecimento matemático, didáctico e curricular dos professores envolvidos que melhor os habilite para uma gestão e implementação de qualidade do PMEB, fortemente apoiada por recursos didácticos apropriados;
- Proporcionar a realização de experiências de desenvolvimento curricular em Matemática que integrem a planificação da prática didáctica, sua condução e reflexão, devidamente apoiada e incentivada pelos formadores, demais formandos e mesmo outros professores não formandos;
- Fomentar uma atitude positiva dos professores relativamente à Matemática, promovendo a autoconfiança na sua competência enquanto professores de Matemática e incitando à elevação das suas expectativas acerca das capacidades de aprendizagem dos seus alunos;
- Promover o trabalho em rede entre escolas e agrupamentos, em articulação com as instituições de formação inicial de professores;
- Fomentar a articulação entre professores dos 1º e 2º Ciclos e entre estes e os coordenadores de ciclo que promova um desenvolvimento curricular nesta área" (id, p. 23).

Foram quatro os domínios temáticos definidos: i) Números e Operações; ii) Álgebra; iii) Geometria e Medida e iv) Organização e Tratamento de Dados (Pinheiro & Cabrita, 2012). Privilegiaram-se sempre as capacidades transversais, a prática compreensiva de procedimentos, tarefas como a resolução de problemas, as tarefas exploratórias, as investigações matemáticas, o jogo e o trabalho de projeto (Cabrita, 2009; Cabrita *et al.*, 2011; Pinheiro & Cabrita, 2012). De facto, de acordo com Rocha (2010), a diversidade da natureza das tarefas promove a compreensão dos conceitos matemáticos, o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, o estímulo pelo estabelecimento de conexões entre os conceitos e o relacionamento entre ideias matemáticas e outras áreas. No entanto, a flexibilidade do Programa permitiu a cada grupo de formação definir as suas prioridades de acordo com as necessidades identificadas e os seus interesses (Cabrita, 2010).

A nível dos recursos, utilizaram-se os materiais da área de Matemática disponibilizados no site da então Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), as produções desenvolvidas pela equipa m@c1/2 e outras produções (materiais publicados por IES no âmbito do PFCM, referências nacionais ou estrangeiras). Este programa apostou, ainda, fortemente, nos materiais informáticos (com realce para os ADGD) e materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) (id).

O m@c1/2 estruturou-se em vários tipos de sessões: de preparação conjunta das ações de formação; sessões de formação em grupo; de acompanhamento de sala de aula e de outras iniciativas que individualizam os Programas da UA. As sessões de preparação das ações de formação realizaram-se semanalmente e integraram a coordenadora e os formadores. Nelas, desenvolveu-se o material didático, de cariz teórico e prático, incluindo o material informático; discutiram-se os acontecimentos ocorridos ao longo da formação; prepararam-se e debateram-se os materiais dos m@c1/2 e os questionários aplicados aos formandos que se encontraram alocados na plataforma Moodle; discutiram-se os critérios para a análise dos portefólios; responderam-se às solicitações remetidas por diversas entidades (Cabrita *et al.*, 2011).

As sessões de formação em grupo (formandos e formador), que incluíram aspetos relacionados com princípios relativos ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, finalidades, objetivos, conteúdos, estratégias de operacionalização, avaliação e planificação, foram em número de 12, de 3h cada, distribuídas quinzenalmente durante o ano inteiro. Nelas, fazia-se um forte investimento no aprofundamento matemático, didático e curricular dos professores e na reflexão sobre o atual PMEB, nomeadamente ao nível das tarefas, das capacidades transversais, da avaliação das aprendizagens dos alunos e da articulação com as Metas de Aprendizagem (MA) (Cabrita *et al.*, 2011; Pinheiro & Cabrita, 2012).

As sessões de acompanhamento, num mínimo de 4 por cada formando, foram distribuídas ao longo do ano inteiro. Envolveram a planificação da aula e o acompanhamento, em sala de aula, por um período de aproximadamente 90 minutos. Após o conhecimento mais aprofundado do contexto de trabalho dos professores e do tipo de trabalho que desenvolviam com os alunos, o formador assumiu-se, numa lógica supervisiva, como um parceiro ativo e colaborador no sentido de melhorar o processo de ensino e de aprendizagem. Além da planificação e acompanhamento em sala de aula, houve sempre um período de reflexão posterior sobre a aula supervisionada. Acontecia em momentos diferentes: numa primeira fase, foi entre formando e formador, imediatamente após a aula supervisionada; numa fase posterior, em grupo, sendo discutidos os acontecimentos que pudessem interessar a todos os formandos (Cabrita *et al.*, 2011).

Foram desenvolvidas outras atividades que particularizaram o programa de formação da UA. Desde o primeiro ano de sua execução até à sua conclusão, o programa promoveu, ao longo de cada ano, de uma forma muito dinâmica, várias iniciativas, na sua maioria abertas à comunidade educativa com a participação de especialistas nacionais e internacionais através de: *workshops*; oficinas; exposições interativas; painéis temáticos; conferências plenárias (id).

A avaliação dos formandos foi realizada através de um portefólio reflexivo, desenvolvido por eles ao longo da formação (Pinheiro & Cabrita, 2012).

Saliente-se que, de 2005 a 2011, o PFCM da UA foi evoluindo, tendo-se sempre adequado aos novos documentos que foram surgindo, especialmente os dois grandes marcos, o PMEB e as MA (Cabrita, 2010).

Segundo Cabrita (2008a), o impacto do Programa de formação foi extremamente positivo nas conceções e práticas dos professores e nas aprendizagens dos alunos, principalmente da

Matemática, destacando-se, como um dos aspetos mais referidos pelos formandos, a articulação entre a teoria e a prática. A autora destaca, ainda, o facto de os professores referirem que as suas preocupações, necessidades e interesses foram atendidos, o que também contribuiu para a avaliação extremamente favorável destes Programas. Os formandos enalteceram o papel ativo do formador exercido no acompanhamento de sala de aula e sentiram esta etapa formativa como uma das oportunidades de formação e desenvolvimento pessoal e profissional, principalmente em Matemática, com consequências muito interessantes nas suas práticas letivas e nas aprendizagens dos alunos (id).

Realce-se que a UA foi uma das poucas instituições que produziu documentos próprios na sua autoformação. De entre outros fatores, reconhece-se que o impacto de tal programa deve-se à ação pedagógica da coordenação e dos formadores, à cumplicidade destes com os formandos e à própria experiência adquirida pela equipa coordenadora e formadores, possibilitando uma formação de maior qualidade, adequada aos interesses dos formandos e respeitando os objetivos centrais preconizados no PFCM (Pinheiro & Cabrita, 2012).

Por outro lado, como referem os autores,

> "Inquestionável foi o impacto sobre o formador agora investigador. O trabalho colaborativo e cooperativo entre formandos e a equipa de formadores, as horas de supervisão (mais de 600 horas de acompanhamento em sala de aula), de pesquisa, de elaboração de materiais, de aprofundamento de competências a diferentes níveis, os encontros de formadores e sessões plenárias enriqueceram o seu património relativo ao conhecimento matemático, didático e curricular" (id, p.289).

O PFCM da UA, que se pode enquadrar no modelo reflexivo de Wallace (1991) e no modelo prático-reflexivo referido por Neto, Jacobucci e Jacobucci (2007), tendo intenções próximas das do modelo emancipatório-político, referido pelos mesmos autores, foi reconhecido por todos os intervenientes e mesmo por estruturas externas como um programa inovador, revelando-se uma experiência que pode servir de inspiração a Cabo Verde no tocante à formação contínua dos professores de Matemática.

3.4. Programa de Formação Contínua em Matemática em Cabo Verde

Em Cabo Verde, não existe uma legislação específica sobre a Formação Contínua. No entanto, a mesma encontra-se consagrada na Lei de Bases do Sistema Educativo de Cabo Verde (2010) que refere que:

> "A formação contínua constitui um direito e um dever dos educadores de infância, dos professores e dos monitores dos ensinos básico e secundário; A formação contínua visa essencialmente melhorar a qualidade da ação docente permitindo uma actualização permanente e criando a possibilidade de aquisição de novas competências; A formação contínua é da iniciativa das instituições responsáveis pela formação inicial, dos próprios docentes e das suas estruturas representativas" (Artigo 67, p. 20).

A importância deste tipo de formação tem sido realçada por diversas estruturas ministeriais. Na jornada pedagógica promovida pelo Ministério de Educação e Desporto, o Diretor Geral de Planeamento, Orçamento e Gestão e a Diretora Geral do Ensino Básico e Secundário realçaram, de entre outros aspetos, a formação contínua dos professores como um dos indicadores para a melhoria da qualidade de ensino e das escolas em Cabo Verde (MED, 2011).

Nas comemorações do Dia do Professor de 2012, a ministra de Educação e Desportos referiu que existem no sistema de ensino professores que possuem uma sólida formação científica mas não pedagógica (MED, 2012a). E salientou que está a ser desenvolvida, em articulação com as estruturas de ensino e o Programa "*Mundu Novu*", a conceção de cursos de formação incidindo na componente pedagógica, inclusive na modalidade a distância, com vista a colmatar essa dificuldade (id).

No entanto, as ações de formação contínua que têm vindo a ser desenvolvidas com os professores de ensino básico e secundário de Cabo Verde têm tido um caráter pontual, o que as torna precárias. Por outro lado, não existe um acompanhamento destas iniciativas pelas instituições responsáveis nem uma prática sistemática de organização de informação sobre a avaliação e impacto dos seus resultados, ficando apenas um registo básico sobre as mesmas.

Assim, no quadro da cooperação entre os Governos de Cabo Verde e de Portugal, foram desenvolvidas algumas atividades de formação[7] integradas em dois projetos no que diz respeito à Matemática. O primeiro, designado *Projecto I, Programa III – Novas Tecnologias de Informação na Educação*, foi desenvolvido em colaboração com *o Projecto PUENTI* de Cabo Verde. Segundo o Coordenador, este projeto visou o "desenvolvimento da utilização das novas tecnologias de informação na educação em Cabo Verde e a formação de professores neste domínio" (Matos, s/d). A formação dos docentes teve início em 1998 e desenvolveu-se especialmente nas disciplinas de Matemática, Língua Portuguesa, Ciência Integrada e Expressões.

O segundo, denominado *Projecto Cultura, Matemática e Cognição: Pensar a Aprendizagem em Portugal e Cabo Verde*, teve como marcos temporais Setembro de 1997 a 1999. Este Projeto visou a identificação, descrição e análise de: (i) formas de pensamento matemático e (ii) conexões destas formas de pensamento nas diferentes práticas (id, s/d).

Destacam-se, ainda, três outras atividades desenvolvidas, sendo uma nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática e duas especificamente para Professores de Matemática. A primeira, em regime de formação intensiva, no âmbito de uma parceria entre Cabo Verde e Brasil, foi realizada neste, tendo sido iniciada em 2008 e tendo terminada em Agosto de 2013. Reforçou a competência profissional de aproximadamente 300 professores de Língua Portuguesa e Matemática dos ensinos

[7] http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/projectosjf.htm

básico (contemplado apenas em 2013) e secundário, provenientes de todas as ilhas do arquipélago (MED, 2012b, 2013b), e teve como objetivos:

i) melhorar o desempenho pedagógico e de conteúdo dos professores;
ii) adquirir novas experiências, permitindo a cada professor a oportunidade de discutir os problemas enfrentados na sala de aula;
iii) recolher informações importantes para o trabalho didático;
iv) capacitar os professores para o desenvolvimento de atividades que englobam temas em contextos de atuação social (id).

Outra iniciativa, no âmbito da revisão curricular do ES em curso, iniciado em 2006, visava a melhoria da qualidade do sistema educativo. A formação abrangeu professores e coordenadores da disciplina de Matemática em duas Escolas Secundárias do país, com vista a dotar os professores de conhecimentos para o acompanhamento das mudanças nos Programas e de capacidades para, designadamente, adotar novas metodologias educativas, entre as quais a pedagogia da integração, baseada na abordagem por competências.

Por fim, a última formação decorreu no âmbito do projecto *'Qualificação dos Professores em Países Lusófonos'* (Programa EU – ACP – EDULINK – ID Number 9 – ACP – RPR – 118 # 28) entre 31 de Dezembro de 2008 e 31 de Dezembro de 2011 (Serrazina, Gomes, Rosa & Portela, 2011). Em 2011, foi desenvolvida, em duas escolas, uma formação para professores de Matemática do 8º ano do 1º Ciclo do ES. Pretendeu-se, com este projeto, desenvolver um sistema de Formação Contínua de professores em co-construção com Instituições de Ensino Superior dos países lusófonos. Dos objetivos preconizados, destacam-se:

> "Elevar o nível intelectual, científico, didáctico e pedagógico dos professores de Matemática, capacitando-os para implementação nas aulas e na vida escolar, das inovações constantes do Programa de Matemática do 1º ciclo e das metodologias educativas (Abordagem por Competência); Desenvolver uma atitude positiva dos professores relativamente à Matemática, promovendo a autoconfiança nas suas capacidades como professores de Matemática; Incentivar o interesse à autoformação no processo de desenvolvimento da sociedade, em geral, e no ensino de Matemática, em particular" (Uni-CV, 2010, p. 2-3).

O caráter pontual com que vêm sendo desenvolvidas as ações de formação em Cabo Verde e sem acompanhamento dos professores nas suas práticas letivas fundamentam a necessidade de um investimento forte neste campo como foi feito em Portugal. Este facto reforça a pertinência e a eficácia da existência de um plano de formação que vise proporcionar, aos professores de Matemática, uma formação sólida no aperfeiçoamento e enriquecimento pessoal e profissional com vista a atender às exigências da realidade atual e melhorar sistematicamente as suas práticas educativas.

São enormes os desafios a serem enfrentados e todos devem contribuir para identificar um novo modelo de Formação Contínua de Professores assente em práticas inovadoras e tecnológicas e sob a responsabilidade de um corpo docente profissional e competente.

Recomenda-se, para Cabo Verde, uma legislação específica para a formação contínua de professores, que deve ser (a)creditada passando, previamente, pela validação de um órgão competente como, no caso de Portugal, o Conselho Científico Pedagógico para a Formação Contínua. Tal formação, à semelhança do que aconteceu em Portugal, deve ser continuada no tempo, partir das necessidades e interesses dos professores e apostar fortemente no acompanhamento de sala de aula, sistematicamente refletido.

3.5. Supervisão e reflexão como fatores de desenvolvimento profissional

Segundo Alarcão (1996a), nos finais do século XX, refletir para agir autonomamente parece ser uma das expressões-chave no contexto educativo internacional. Assim, tentar-se-á, neste ponto, discutir esta ideia.

Recorrendo a John Dewey (1933), a autora define a reflexão como uma forma especial de pensar *que* “Implica uma perscrutação activa, voluntária, persistente e rigorosa daquilo em que se julga acreditar ou daquilo que habitualmente se pratica, evidencia os motivos que justificam as nossas acções ou convicções e ilumina as consequências a que elas conduzem” (id, p. 175). Ser reflexivo significa, então, ter a capacidade de utilizar o pensamento para atribuição de sentido. O pensamento reflexivo é uma capacidade que não desabrocha espontaneamente, mas que pode desenvolver-se (id). Tem por base, designadamente, a vontade e atitudes de questionamento e “Sendo um processo simultaneamente lógico e psicológico, combina a racionalidade da lógica investigativa com a irracionalidade inerente à intuição e à paixão do sujeito pensante; une cognição e afectividade num acto específico, próprio do ser humano” (id:ib).

No contexto educacional, a reflexão permite que o professor aprenda através de experiências diárias vividas, teóricas ou práticas, interrogando-se através da formulação de questões relacionadas com o “como”, o “porquê” e o “qual” no âmbito do ensino e de aprendizagem (Maarof, 2007). Colocado deste modo, impera a necessidade de o professor adotar uma atitude consciente relativamente à sua metodologia de ensino, reconhecendo permanentemente as suas fragilidades e os seus pontos fortes, com vista à melhoria das opções e experimentação de outras práticas (Santos, 2000; Saraiva, 2002). Recuperando o conceito de Freeman (1989) que já se referia a esta prática como evidência de uma “profissão de consciência”, as nossas reflexões enquandram-se num contexto educacional cada vez mais exigente, em que o mesmo se desenvolve enquanto processo que implica uma atividade de reflexão permanente sobre os resultados conseguidos, as apostas ganhas pelo professor, bem como a procura de formas de auto-consciencialização e/ou reflexão sobre os conhecimentos antes adquiridos e a serem potencializados num contexto futuro.

No entanto, a reflexão admite várias dimensões e, adaptando as ideias de Hatton & Smith (1994, 1995), deve-se evoluir da primeira para a última, do seguinte modo:

- Descritiva – não é reflexiva, descreve acontecimentos ocorridos sem qualquer tentativa de fundamentação/justificação ou resulta da revisão de literatura;
- Reflexão descritiva – existe alguma tentativa de apresentar razão/justificação na descrição dos acontecimentos ou ações, porém limitada. Há um reconhecimento das divergências de opiniões na literatura e a reflexão pode incidir sobre uma orientação teórica ou no reconhecimento de fatores e perspetivas múltiplas da literatura;
- Reflexão dialógica – existe um auto-questionamento que incide nas causas e opções de explorar acontecimentos, experiências e ações. É uma forma de reflexão que faz recuar para repensar o atrás sucedido. Na tentativa de fornecer justificações e críticas, tal análise pode reconhecer incongruências. À semelhança do nível anterior, a reflexão pode incidir sobre uma orientação teórica ou no reconhecimento de fatores e perspetivas múltiplas da literatura;
- Reflexão crítica – valoriza o contexto mais amplo sociopolítico e cultural da educação escolar e múltiplas perspetivas em que ocorreram os acontecimentos ou experiências. Demonstra uma consciência e poder de argumentação nas tomadas de decisões das experiências ou dos acontecimentos.

A reflexão é, assim, indissociável de ação e de conhecimento. De facto, reflexão também é uma forma de pensar sobre os conhecimentos já adquiridos com vista a gerar novos conhecimentos. De um modo consciente ou inconsciente, exercer o processo de reflexão com base em ideias, conhecimento, teoria, conduz-nos a procurar novas informações.

Maarof (2007) acrescenta uma outra dimensão à reflexão. Refere que as perspetivas sobre a reflexão contêm ideias provenientes dos domínios da psicologia, educação, filosofia e artes e que os primeiros filósofos e pensadores como Platão, Aristóteles e Locke contemplaram e discutiram esse conceito, relacionando-o com o de meta-cognição. E argumentavam que o ato de refletir sobre a reflexão de si ou do outro permite uma tomada de consciência sobre o conhecimento e estratégias cognitivas.

Relativamente à combinação – reflexão e ação –, Lalanda & Abrantes (1996) consideram que “a reflexão-ação constitui uma atitude docente indispensável e subjacente às práticas educativas, capaz de provocar alterações fundamentadas das metodologias e estratégias conducentes a um ensino de qualidade" (p. 57-58). Mas Schön (1992a, 1992b) distingue três modalidades diferentes: a reflexão na ação, a reflexão sobre a ação e a reflexão sobre a reflexão na ação.

A reflexão na ação é aquela que decorre de forma contínua durante a ação. Serve para reorganizar a própria ação exercendo, portanto, um efeito imediato na ação. Segundo Serrazina & Oliveira (2002), a reflexão na prática, para alguns professores, constitui um processo ameaçador ou difícil de se concretizar, enquanto outros consideram que o fazem sistematicamente.

A reflexão sobre a ação exige a reconstrução do pensamento sobre tal ação com vista à análise de um resultado inesperado. Segundo Alarcão (1996a), "Quando reflectimos sobre uma ação, uma atitude, um fenómeno, temos como objecto de reflexão a ação, a atitude, o fenómeno e queremos compreendê-los" (p. 179). Contudo, para os compreendermos, precisamos de os analisar à luz dos saberes que já possuímos e que lhes dêem sentido. É desta análise efetuada com base na situação e à luz dos referentes concetuais teóricos que se reorganizam ou se aprofundam os conhecimentos com consequências ao nível da ação. Esta interação é a essência da relação teoria-prática no mundo profissional dos professores, assemelhando-se à relação estabelecida por Wallace (1991) entre o saber documental e o saber experiencial, denominado de ciclo reflexivo (prática/reflexão), que conduz ao desenvolvimento da competência profissional (Alarcão, 1996a).

O desenvolvimento desta competência "[…] implica um conhecimento situado na ação, holístico, criativo, pessoal, construído, um conhecimento que depende, entre outras coisas, da capacidade do profissional para apreciar o valor das suas decisões e as consequências que delas decorrem" (Alarcão, 1996b, p. 18-19). Neste âmbito, realça-se o valor epistemológico da prática "como fonte de conhecimento através da experimentação e reflexão […]" (p. 19). Este processo de reflexão e conhecimento pode ser entendido como uma epistemologia da ação designada por metapraxis (id). Na perspetiva de Zeichner (1993), o professor como um prático reflexivo é aquele que "reconhece a riqueza da experiência que reside na prática de bons professores" (p.17). O professor para ser um prático reflexivo deve compreender e melhorar o seu ensino através da reflexão sobre a sua própria experiência (Zeichner, 1993, 2008).

A reflexão também "significa o reconhecimento de que o processo de aprender a ensinar se prolonga durante toda a carreira do professor […]" (Zeichner, 1993, p. 17). Os professores que não refletem sobre o seu ensino aceitam com naturalidade a situação real das suas escolas e muitas vezes não se dão conta das metas e dos objetivos para os quais trabalham, assumindo-se como meros agentes de terceiros (id). De acordo com Serrazina & Oliveira (2002):

> "Na sociedade plural em que se vive, caracterizada pela conflitualidade, incerteza e complexidade, os professores precisam de desenvolver uma prática reflexiva no sentido de transformar a sala de aula. As práticas reflexivas na medida em que envolvem

> equipas de professores em trabalho colaborativo podem constituir um modo de lidar com a incerteza, encorajando a trabalhar de modo competente e ético” (p. 40).

A reflexão sobre a reflexão na ação exerce-se sobre as reflexões anteriores na e sobre a ação. Este é o tipo privilegiado de reflexão para modelar ações futuras e para contribuir para o desenvolvimento profissional. Para além da relação interativa e retrospetiva dos conceitos shönianos apresentados, Alarcão (1996a) acrescenta a dimensão prospetiva da reflexão para a ação.

Constituindo-se como um instrumento de ação crítica, a reflexão merece ser compreendida num contexto mais amplo que exige não apenas a recuperação da experiência sobre a qual se reflete mas igualmente a avaliação da mesma, não podendo em circunstância alguma ser desconsiderada a experiência anterior nas tomadas de decisão que o professor tem de fazer de modo consciente. Assim, independentemente do tipo de reflexão levada a cabo pelo professor, o processo em que ele se mostra envolvido resulta como uma referência importante para as planificações e ações resultantes do ato reflexivo (Richards, 1990).

Nesta perspetiva, Vieira (2006) defende que a reflexão “[…] reconhece e denuncia a tensão entre o mundo como ele é e como poderia ser, implica o conflito e a subversão, e contém sempre um elemento de risco que é necessário aceitar, enfrentar e controlar” (p. 17). Zeichner (2008) considera que deveria conduzir “[…] a lutas mais amplas por justiça social e contribuir para a diminuição das lacunas na qualidade da educação disponível para estudantes de diferentes perfis, em todos os países” (p. 545).

No contexto de uma formação continuada de professores, diversas investigações apontam que a reflexão crítica sobre a prática letiva do professor é de suma importância para ele porque, ao tentar descrevê-la, compreendê-la, transformá-la, ele mesmo se transforma (Medrado, 2006). Especificamente no que respeita à Matemática, Morais, Parente, Soares, & Pereira (2003) defendem que:

> “Dada a complexidade cognitiva e didáctica dos conceitos e métodos matemáticos, interessa melhorar a formação daqueles que os vão ensinar. É no processo de formação permanente ou contínua que o professor, através da reflexão, vai (re)conceptualizando a sua prática, questionando os seus saberes, identificando questões e sugerindo alternativas” (p. 216).

O formador e supervisor podem desempenhar um papel fundamental no desenvolvimento da capacidade reflexiva para a ação crítica dos professores, potenciada pela sua integração em grupos de profissionais que perseguem os mesmos objetivos (Alarcão & Tavares, 1987). Desse modo, contribui para o autodesenvolvimento, para a consideração dos próprios processos de funcionamento mental, para a tomada de decisão e para a emancipação e autonomia (Moon, 2005).

Uma das formas de se realizar a reflexão é através da supervisão.

Em 1987, Alarcão e Tavares definem a supervisão "como o processo em que um professor, em princípio mais experiente e mais informado, orienta um outro professor ou candidato a professor no seu desenvolvimento humano e profissional" (p. 18). De acordo com estes autores, definir este conceito como um processo justifica-se pela sua continuidade no tempo e tal processo deverá ser facilitador do desenvolvimento do aluno ou do professor em formação.

Assim, a supervisão deve basear-se "[…] numa visão de qualidade inteligente, responsável, experiencial, acolhedora, empática, serena e envolvente de quem vê o que se passou antes, o que se passa durante e o que se passará depois […]" (id, p. 47*).* Só nestas condições o supervisor cumpre a sua missão de orientar e facilitar o processo de ensino e de aprendizagem e o próprio desenvolvimento do formando de modo a que este se desenvolva com os melhores recursos e tenha intervenção de uma forma adequada e eficaz na aprendizagem e no desenvolvimento dos seus alunos.

Analogamente, o supervisor encontra-se num processo de desenvolvimento e de aprendizagem. É nesta dinâmica recíproca, assimétrica e helicoidal que se estabelece a relação entre supervisão, desenvolvimento e aprendizagem ao nível do supervisor, do formando e dos seus alunos.

Vieira (1993) acentua a dimensão reflexiva da supervisão. Assim, no contexto de formação de professores, define a supervisão como "uma actuação de monotorização sistemática da prática pedagógica, sobretudo através de procedimentos de reflexão e experimentação" (p. 28). E acrescenta que, apesar da diversidade das atuais propostas teóricas e metodológicas para a supervisão pedagógica, definida "como teoria e prática de regulação de processos de ensino e aprendizagem" (Vieira, 2006, p. 15), todas convergem, de uma forma ou de outra, num único sentido – "o desenvolvimento da reflexividade profissional dos professores para a melhoria da qualidade das aprendizagens dos alunos" (id:ib).

Mas tal orientação reflexiva não se compadece, na íntegra, com o conceito apriorístico de objetivos, conteúdos e estratégias. Deve, antes, inscrever-se numa genuína *praxis* (Vieira, 2006) – "uma teórico-prática intencional que, revolucionariamente falando, aspira transformar e melhorar radicalmente uma sociedade, com e para os outros, não de uma forma espontânea mas antes reflexiva, não de uma forma reiterativa mas antes criadora" (Palazón Mayoral, 2007, in Cabrita *et al.*, 2011, p. 8), tendo por base uma relação colaborativa e de questionamento sistemático da ação.

Os professores, sob a orientação do supervisor, enveredam, então, para uma autonomização progressiva e uma maior responsabilização pela sua ação (Alarcão & Moreira, 1997). Assim, a supervisão reflexiva passa a assumir-se como um processo de reconstrução da própria experiência pessoal e profissional do professor, que decorre da análise crítica da sua ação pedagógica e abrange tanto o domínio teórico do conhecimento profissional como a sua capacidade de o mobilizar (Silva & Castro, 2008).

Apesar de, inicialmente, Alarcão & Tavares (1987) focarem as repercussões da supervisão ao nível do professor reflexivo considerado individualmente, a autora, em 2002, vê a supervisão de uma forma mais abrangente. Neste sentido, o supervisor deve ser aquele que cria condições para que todos os que fazem parte da escola realizem o seu trabalho com qualidade e proporcionem a criação de um clima de mudança e uma supervisão democrática (Alarcão, 2009).

Assim, a supervisão não se restringe à regulação dos processos de ensino e aprendizagem, podendo ser ampliada à escola como organização reflexiva. Considerando a primeira aceção, pode ser exercida no âmbito, por exemplo, do estágio pedagógico ou de forma autónoma (autosupervisão). Para além de exercer a ação reguladora, pode assumir uma função de formação e mesmo inscrever-se num registo investigativo (Vieira *et al.*, 2006, in Prefácio).

Um dos modelos que melhor servirá tais propósitos será o da supervisão clínica que tem sido muito mais adotado ao nível da formação inicial do que da formação contínua. Segundo Alarcão & Tavares (1987), uma das pedras basilares da formação contínua é o acesso à sala de aula para observação do processo global de ensino e de aprendizagem com vista, designadamente, à recolha de dados para análise conjunta de colegas, com o propósito de resolver, da melhor maneira, os problemas e dificuldades que vão aparecendo no seu desenvolvimento. De acordo com estes autores e Almiro (2005), por este caminho, os professores melhoram e continuam a desenvolver-se na sua profissão.

Na conceção original da supervisão clínica, ela é entendida por Alarcão & Tavares (1987), como "o processo de envolver os professores na análise da sua praxis de modo a que os problemas que vão surgindo dêem origem a hipóteses e soluções que, experimentadas pelo próprio professor, possam contribuir para uma prática de ensino mais eficaz" (p. 139). É um modelo de supervisão que tem, portanto, como principal objetivo a melhoria do ensino dos professores e da aprendizagem dos alunos, através de uma análise conjunta dos acontecimentos ocorridos na sala de aula e levada a cabo pelo professor e pelo supervisor que intervêm diretamente neste processo (Alarcão & Tavares, 1987; Alarcão, 2006).

Alarcão & Tavares (1987) referem também a ideia de colaboração como elemento-chave deste modelo, devendo o professor ter uma atitude ativa no sentido de solicitar a colaboração do supervisor para o auxiliar na análise de situações problemáticas. Por sua vez, o supervisor deve assumir-se como um colega, um parceiro para o ajudar a ultrapassar as dificuldades sentidas na sua profissão. A propósito, Morais, Parente, Soares, & Pereira (2003) reconhecem que:

> "A supervisão colaborativa permitiu-nos "quebrar" o isolamento pedagógico em que nos encontramos, (re)conceptualizar os nossos conceitos e crenças, e preencher lacunas no nosso processo formativo, avançando em busca de novas verdades. Energiza-nos na

> nossa caminhada educativa lançando "luz" e "força" na busca de novos saberes. É preciso reflectir sobre as nossas ações para que possamos provocar rupturas no nosso modo de agir. É preciso ter vontade de mudar e inovar e não ter medo de experimentar. A reflexão e a experimentação permitem ao professor ser capaz de gerir a sua própria aprendizagem, ser autónomo e reflectir heuristicamente sobre a sua acção" (p. 214).

Na mesma linha, Smyth (1991) concebe a supervisão clínica como um processo coletivo que deverá ter a capacidade de ajudar o professor a desenvolver-se, através de uma relação de colaboração. E acrescenta que se fundamenta nos seguintes aspetos:

- um *domínio consensual*: o professor e o supervisor estabelecem uma relação de colaboração;
- *uma fase de observação*: acordo conjunto sobre os aspectos em que deve incidir a observação;
- *um aspeto analítico*: o ensino e os contextos são rigorosamente analisados para a sua compreensão;
- *um ato educativo*: centraliza-se na partilha entre colegas na busca da compreensão do significado de ser professor e também no engajamento em eventuais mudanças.

De acordo com Alarcão (2006), não há consenso na literatura quanto ao número de fases do processo de supervisão clínica. Refere que Goldhammer (1969) apresenta cinco e Cogan (1973) propõe oito. Contudo, existe uma concordância relativamente aos seus elementos básicos: planificar, observar, avaliar. E todos parecem concordar com as principais vantagens deste modelo de supervisão:

- direitos e deveres do supervisor e do supervisionado bem definidos;
- relação colegial tendo por base a melhoria do ensino como o objectivo comum;
- tentativa de solução dos conflitos vividos pelos professores entre o que gostariam de fazer e o que efectivamente fazem;
- convergência de esforço para análise objectiva relativamente aos efeitos da interação professor-aluno no processo de ensino e de aprendizagem (Alarcão, 2006).

Dos problemas que essa autora identifica destacam-se: a exigência, como um dos seus aspetos críticos em termos de tempo, dedicação, esforço intelectual; a falta de supervisores treinados; e o sentimento generalizado de que um número pouco expressivo de professores tem consciência das suas dificuldades. Mas poderão existir problemas relacionados com a compreensão da prática profissional, o desenvolvimento do supervisionado, a relação de supervisão e o ciclo reflexivo (Villani & Colin, 1999).

Bernard (2010) apresenta três grandes categorias relativamente às quais podem existir constrangimentos: (i) infraestrutura; (ii) variáveis que afetam o relacionamento e (iii) o processo de supervisão. A primeira envolve a organização da experiência e abrange todos os elementos necessários ao local, antes da sua realização. A infraestrutura contém todos os aspetos que, quando atendidos adequadamente, permitem um caminho claro para a concretização da supervisão e ultrapassar possíveis obstáculos.

A segunda categoria inclui as áreas de caráter cognitivo. Essas áreas exigem tipos diferenciados de interações entre os supervisores e os supervisionados. A partir de uma aliança de trabalho positivo, as suas relações podem intensificar-se ou diminuir. As dimensões intrapessoais que os supervisores e os supervisionados trazem consigo, nomeadamente níveis de ansiedade, resistência e vergonha, tendências para a mudança e contra a mudança, capacidades para ligações, são incluídas nesta categoria. A autora realça ainda as diferenças e semelhanças culturais como variáveis de relacionamento, que têm sido o maior foco da literatura nos últimos 25 anos. Destaca ainda que, das diversas variáveis que as pessoas trazem consigo para a supervisão, merecem destaque o género, a consciência e a identidade racial.

Por fim, a terceira categoria inclui todo o processo de execução da supervisão clínica, ainda que seja inseparável das categorias anunciadas anteriormente. A aliança de trabalho, as diferenças de culturas e sensibilidades, as tendências intrapessoais e estilos cognitivos influenciam a técnica utilizada no processo de supervisão.

Para que a sinergia entre as categorias de supervisão clínica seja bem-sucedida, é necessária uma atenção redobrada no processo de supervisão (id).

Neste capítulo foi feita a relação entre as tecnologias informáticas e a Matemática, com destaque para o papel da escola, do professor e do aluno na era atual, seguindo-se a apresentação da situação da Matemática no corrente panorama internacional. A análise dos Programas de Matemática de Portugal e Cabo Verde à luz das orientaçãoes internacionais, antecipou a abordagem do GeoGebra no processo de ensino e de aprendizagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias na Matemática e outras áreas, atendendo às orientações teóricas e curriculares no cenário internacional. Depois, num contraponto entre o Programa de Matemática do Ensino Básico em Portugal, de 2007, e o Programa de Matemática do Ensino Secundário em Cabo Verde, particularmente o do 1º Ciclo, realçou-se o construcionismo e o sócio construtivismo como teorias que devem sustentar o uso dos ADGD, especialmente do GeoGebra. Defendeu-se a abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias com suporte do *software* matemático dinâmico, o GeoGebra, e mostrou-se como é perspetivado nas novas orientações curriculares com vista a antecipar essa nova visão para ser, desde já, trabalhada nos currículos de Matemática em Cabo Verde.

Por último, foi feita uma reflexão sobre a formação contínua de professores enquanto fator de desenvolvimento profissional, seguida da apresentação de alguns modelos e uma explicitação daquele que se considera mais adequado ao desenvolvimento profissional dos professores em Cabo Verde, contrastando-o com o modelo que tem sido dominante. Seguiu-se o Programa de Formação Contínua em Matemática em Portugal, apresentando as suas caraterísticas viradas para a formação de professores dos 1º e 2º CEB em Portugal e, ainda, mais especificamente, o programa da Universidade de Aveiro (UA). Analisou-se a situação da formação contínua nesse país e ilustraram-se algumas práticas que têm sido realizadas nesse contexto. Por fim, abordou-se a supervisão e a reflexão como fatores de desenvolvimento profissional, com foco na reflexão sobre o contexto da formação, especialmente, de professores e a supervisão reflexiva.

No capítulo seguinte, passa-se à metodologia de investigação, a partir da revisão do conceito de paradigma e da distinção de duas tendências paradigmáticas fundamentais na investigação em Educação. As opções metodológicas, o esquema de investigação, a caraterização da escola onde decorreu a experiência e os participantes juntam-se às técnicas e instrumentos de recolha de dados; num primeiro momento, seguindo-se as etapas e os procedimentos que nortearam o desenvolvimento deste estudo e o tratamento a que os dados foram submetidos e, por fim, como os mesmos foram apresentados.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo parte-se de uma breve revisão do conceito de paradigma e distinguem-se duas tendências paradigmáticas fundamentais na investigação em Educação. Posteriormente, são apresentadas as opções metodológicas e o esquema de investigação; carateriza-se a escola onde decorreu a experiência e os participantes, dá-se conta das técnicas e instrumentos de recolha de dados; explicitam-se as etapas e os procedimentos que nortearam o desenvolvimento deste estudo e o tratamento a que os dados foram submetidos e, por fim, a forma como serão apresentados.

1. Os paradigmas positivista e interpretativo

No quadro do desenvolvimento das sociedades, a ciência, de um modo geral, e as investigações científicas, em particular, são orientadas e estruturadas por um paradigma, isto é, por uma visão do mundo que inclui não só uma teoria dominante, mas também uma conceção metodológica, leis e procedimentos técnicos que existem para desenvolver os problemas que podem surgir.

É a constituição de um paradigma que instaura a comunidade dos cientistas pois, para Kuhn (1970), a ciência é obra não de génios isolados, mas de uma comunidade científica que, em grupo, luta para defender um mesmo paradigma, sendo esta comunidade que define não só os meios de solucionar os problemas como também estabelece as prioridades e tipifica os problemas a desenvolver. Neste sentido, Chiavenato (2008) estabelece o conceito de paradigma como "um conjunto de regras que define fronteiras entre o que é certo e errado, entre o que é verdadeiro e o que é falso, entre o que se deve fazer e o que não se deve fazer" (p. 8). Ou seja, um paradigma consiste numa linha de pensamento pelo qual este fica cientificamente delimitado quanto a categorias e faixas que determinam e orientam o comportamento das pessoas.

De acordo com Coutinho (2006, p.2), no contexto educativo, cada paradigma conduz "[…] a uma forma de entender a realidade e encarar os problemas educativos e a evolução processa-se quando surgem novas formas de equacionar as questões impulsionando a que os paradigmas fluam, entrem em conflito, na busca de novas soluções para os problemas do ensino e da aprendizagem."

Na investigação em educação, existem duas tendências paradigmáticas fundamentais – o paradigma positivista e o interpretativo ou construtivista. Possuindo antecedentes behavioristas (Coutinho, 2006), o paradigma positivista preocupa-se com a explicação causal dos fenómenos sociais e procura leis para explicação dos mesmos (Erickson, 1986). O determinismo, patente no método lógico de análise (Bastos & Candiotto, 2008), surge como uma caraterística crucial juntamente com a defesa da existência de uma verdade única (Blaxter, Hughes & Tight, 2001;

Goldenberg, 2009). Nesse modelo, o objetivo de investigação é enunciado em termos de comportamento (Erickson, 1986) e o investigador não faz parte do objeto de estudo (Pardal & Lopes, 2011).

O paradigma positivista procede por dedução (Ponte, 2006; Sampieri, Collado & Lucio, 2006) e, assim, carateriza-se por uma excessiva objetividade e neutralidade (Coutinho *et al*., 2009) sendo que o conhecimento pode ser atingido pela experimentação e observação da realidade e é assumido como algo imposto ou proveniente do exterior. Além disso, a base de teorias e hipóteses assenta na recolha de provas analisadas em experiências; a explicação dos fenómenos é realizada pela contenção de esforço; as informações recolhidas de um dado fenómeno podem ser generalizáveis, estão sempre em construção e validação e o processo de construção de conhecimento segue o rigor quantitativo (Dash, 2005). Os processos utilizados pelo positivismo são idênticos aos dos presentes nas ciências naturais e exatas (Erickson, 1986); toda a informação recolhida da realidade é feita através de instrumentos experiências e questionários e as suas explicações visam o controlo e à previsibilidade (Blaxter, Hughes & Tight, 2001).

Por oposição ao modelo apresentado antes, o paradigma interpretativo tem raízes construtivistas (Niglas, 2001); o investigador é considerado como parte do objeto de estudo (Pardal & Lopes, 2011) e não se preocupa com a generalização dos resultados, mas antes com o significado dos fenómenos. O objetivo de investigação é a ação (Erickson, 1986); defende a existência de múltiplas verdades (Blaxter, Hughes & Tight, 2001) e procede por indução (Ponte, 2006; Sampieri, Collado & Lucio, 2006; Pardal & Lopes, 2011).

Segundo este paradigma, o conhecimento constrói-se a partir da subjetividade de interpretação dos indivíduos, deixando abertura para múltiplas e complexas camadas de interpretações, cabendo ao investigador desvendar essa teia de camadas para o conhecimento de um fenómeno. Assim, a construção de conhecimento é vista como uma experiência pessoal (Dash, 2005).

Para Ponte (2006), um aspeto fulcral que carateriza este paradigma é o facto de se considerar a atividade como "[…] uma experiência social em que cada um vai constantemente elaborando significado" (p. 14). Uma vez que as interpretações da realidade são contextualizadas tanto ao nível cultural como histórico, uma grande preocupação desse modelo aponta para a compreensão profunda da realidade dos fenómenos ou problemas estudados (Blaxter, Hughes & Tight, 2001).

2. Opções metodológicas do estudo

O estudo a que se reporta a presente investigação teve por base um Programa de Formação Contínua estruturado em sessões de formação e de acompanhamento em sala de aula e centrado na exploração do GeoGebra para a abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. Perseguiu como principal finalidade avaliar o impacto de tal Programa no desenvolvimento profissional dos professores, com repercussões a nível das aprendizagens dos respetivos alunos.

Tendo em conta que toda a investigação é alicerçada por uma orientação teórica que garante a sustentação e validação do processo investigativo, atendendo aos objetivos que se perseguiam e para que se pudesse dar resposta às questões de investigação que a nortearam, em termos metodológicos optou-se por um *design* de estudo de caso (Ponte, 2006) intrínseco (Stake (2009), essencialmente qualitativo (Erickson, 1986; Yin, 2005; Ponte, 2006; Stake, 2009), com caráter interpretativo (Erickson, 1986; Merriam, 1998; Stake, 2009) e avaliativo (Merriam, 1998), assumindo a investigadora o duplo papel de Formadora e de supervisora reflexiva e, portanto, de observadora, tanto quanto possível participante.

2.1. Metodologia de índole qualitativa

A metodologia de investigação qualitativa mereceu atenção especial no meio académico a partir do século XIX, tendo aumentado nessa data o interesse por questões sociais, particularmente através de relatos de viagens, artigos jornalísticos e outros de informação social, relativos à denúncia da pobreza, da migração e da vida colonial (Bogdan & Biklen, 1994). Está associada ao paradigma construtivista ou interpretativo e o seu desenvolvimento conheceu uma projeção nos finais dos anos sessenta do século passado.

Ao contrário da investigação quantitativa, que tende a verificar se os fenómenos observados confirmam as previsões lançadas por uma teoria e "confia na medição numérica, na contagem e frequentemente no uso de estatística para estabelecer com exactidão os padrões de comportamento de uma população" (Sampieri, Collado & Lucio, 2006, p.4), a metodologia de investigação qualitativa tende a compreender e a reorganizar as perspetivas pessoais, experiências e pensamentos individuais. Assim, normalmente, este enfoque baseia-se "[…] em métodos de colecta de dados sem medição numérica como as descrições e observações" e […] "muitas vezes é chamado de "holístico", porque considera o "todo", sem reduzi-lo ao estudo de suas partes" (id).

Segundo Erickson (1986), a interpretação constitui um dos traços mais marcantes da investigação qualitativa. O caráter interpretativo distingue-o dos outros enfoques por colocar ênfase no significado da vida social humana, centrando-se no substantivo e na intenção ao invés dos procedimentos de recolha de dados. Através da interação ativa com os sujeitos em estudo no seu contexto real, o investigador cria interpretações significativas sobre a ação destas pessoas, descreve as perceções sobre a realidade observada e tira as suas próprias conclusões, as quais se mostram sempre abertas a novas interpretações.

Outros autores reúnem na investigação qualitativa as dimensões naturalista, fenomenológica, interpretativa ou etnográfica (Sampieri, Collado & Lucio., 2006; Goldenberg, 2009), aceitando-se que essa investigação procura a "dispersão ou expansão" dos dados ou da informação (Sampieri, Collado & Lucio, 2006). Assim, os investigadores qualitativos preocupam-se com o contexto e entendem que o seu envolvimento no ambiente natural, e em profundidade com os sujeitos, permite obter uma melhor compreensão destes. O caráter descritivo e interpretativo da investigação qualitativa torna-se mais adequado ao contexto educativo, na medida em que se pretende compreender e interpretar fenómenos através do significado dos acontecimentos e interações dos sujeitos, com base nos seus pontos de vista e em situações específicas (Bogdan & Biklen, 1994; Stake, 2009).

Um dos traços mais marcantes desta investigação é a colocação do foco na observação do fenómeno no meio natural em que ele ocorre. Quer isto dizer que a observação participante e a ênfase no processo de investigação se apresentam como as suas grandes caraterísticas e é nisso que reside a distinção relativamente à investigação quantitativa (Pardal & Lopes, 2011). Os investigadores, para além das suas observações, consideram outros dados para tirarem as suas próprias ilações (Bogdan & Biklen, 1994; Stake, 2009). Portanto, de acordo com Bogdan & Biklen (1994), a investigação qualitativa assenta em cinco caraterísticas principais:

- O ambiente natural é a fonte direta de dados e o investigador o instrumento principal da sua recolha;
- A descrição é assumida como a primeira preocupação e a análise de dados vem em segundo plano;
- Existe uma maior preocupação com todo o processo do que com o produto ou o seu resultado final;
- A análise dos dados é feita de forma indutiva;
- O significado tem uma importância vital. No estudo das interações entre os indivíduos e os contextos/fenómenos, o significado que as pessoas atribuem as coisas é feita através do "porquê" e do "o quê".

O estudo essencialmente qualitativo resulta de uma análise obedecendo a critérios e parâmetros conducentes a uma leitura o mais aprofundada possível dos comportamentos, das atitudes, dos significados, do processo de ensino e de aprendizagem resultantes da interação diária com os participantes deste estudo (Bogdan & Biklen, 1996; Sampieri, Collado & Lucio; 2006; Stake, 2009).

Na literatura consultada, alguns autores consideram que uma abordagem qualitativa, em si, não garante a compreensão em profundidade assim como uma investigação, por ser quantitativa, não se torna objetiva e melhor. Portanto, sempre que o estudo exigiu, recorreu-se à quantificação de dados que pudessem trazer contributos valiosos a uma melhor compreensão dos fenómenos deste estudo e tornassem a investigação mais consistente. E como considera Pardal & Correia (1995, p.19):

> "[…] independentemente das especificidades que caracterizam mais um ou outro ponto de vista, o "qualitativo" e o "quantitativo" precisam, acima de tudo, de ter em conta os mais elevados níveis de precisão e de fidedignidade e trabalhar com dados que respondam o melhor possível às exigências do problema em estudo".

A este propósito, Lessard-Hérbert *et al*. (1996) referem que, numa investigação realizada por Norris (1983) e Smith (1983), os autores deram conta que, apesar de alguns investigadores afirmarem assumir uma ou outra perspetiva epistemológica, são poucos os que não recorrem à combinação das duas. No entanto, Pardal & Lopes (2011) complementam que, apesar de alguns investigadores optarem por um ou por outro paradigma, existe uma tendência crescente em assumir a complementaridade investigativa entre ambos.

2.2. Estudo de caso

Para Goldenberg (2009), o estudo de caso tornou-se uma das principais modalidades da investigação qualitativa. E investigadores como Yin (2005) e Stake (2009) salientam também que o estudo de caso é adequado para a investigação qualitativa.

2.2.1. Caraterização

O conceito de *estudo de caso* deriva de uma tradição de investigação médica e psicológica relativamente a uma análise pormenorizada de um caso individual que explica a dinâmica e a patologia de uma doença (Goldenberg, 2009). Yin (2005) define, formalmente, um estudo de caso como uma investigação empírica que: "investiga um fenómeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especificamente quando os limites entre o fenómeno e o contexto não estão claramente definidos; baseia-se em várias fontes de evidências" (p. 32).

Atendendo a que tanto o fenómeno como o contexto nem sempre são discerníveis em situações da vida real, o autor acrescenta que o estudo de caso:

- "enfrenta um situação tecnicamente única em que haverá muito mais variáveis de interesse do que pontos de dados, e, como resultado,

- baseia-se em várias fontes de evidência, com os dados precisando convergir em um formato de triângulo, e, como outro resultado,
- beneficia-se do desenvolvimento prévio de proposições teóricas para conduzir a coleta e a análise de dados" (id, p. 33).

Também Stake (2009) define um estudo de caso como um estudo particular e complexo de um fenómeno, visando a compreensão do mesmo. E Goldenberg (2009) especifica que envolve uma análise holística da forma o mais completa possível, em que a unidade social é estudada como um todo, seja um indivíduo, uma família, uma instituição ou uma comunidade, com vista à sua compreensão pelos seus próprios termos. Ponte (2006) salienta que, desse modo, se vai aprofundando o seu conhecimento global:

> "É uma investigação que se […] debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse" (p. 2).

Em termos mais procedimentais, segundo Yin (2005), no estudo de caso privilegiam-se questões do tipo "como", ou "porquê" e o investigador exerce pouco ou nenhum controle sobre os acontecimentos contemporâneos em estudo. Merriam (1998) distingue três tipos de estudo de caso: descritivo, interpretativo e avaliativo. No primeiro caso, o estudo se processa sem fundamentação teórica prévia e carateriza-se pela descrição pormenorizada do objeto em estudo; no que tange ao tipo interpretativo alia-se à descrição o desejo de uma interpretação de acordo com as categorias concetuais estabelecidas para uma melhor ilustração dos pressupostos teóricos identificados e estudados antes da recolha de dados. O estudo de caso avaliativo, contemplando as valências das duas anteriores, tem o particular interesse de permitir a formulação de juízos de valor e/ou ampliar a análise com uma avaliação que julga os resultados na sua etapa final.

Por seu turno, o estudo de caso pode ser utilizado com três propósitos: i) exploratório, quando é utilizado para a definição de questões e hipóteses que servirão de base a um estudo posterior, ii) descritivo, caso o objetivo de estudo exija uma descrição detalhada de um fenómeno associado a um contexto específico ou iii) explanatório ou causal, quando se estabelecem algumas relações de causa e efeito, de modo a explicar a ocorrência dos fenómenos, sendo normalmente aplicados na formulação de novas teorias ou testes de teorias já existentes (Yin, 2005).

Stake (2009) apresenta outra classificação para distinguir os estudos de caso argumentando que os métodos a serem utilizados são diferentes e dependentes dos objetivos do investigador:

i) Estudo de caso intrínseco – quando se pretende estudar um caso particular em profundidade, isto é, quando há um interesse intrínseco no caso;
ii) Estudo de caso instrumental – quando o investigador estuda um caso particular em profundidade para compreender outro problema. O interesse pelo caso particular, em si, é

secundário visto que o seu estudo lhe permite alcançar um conhecimento mais profundo para a compreensão global de outros fenómenos.

iii) Estudos de caso coletivos – quando, na mesma situação, se faz um estudo instrumental de vários casos para compreender um outro fenómeno. Este tipo de estudo exige uma coordenação cuidada dos casos particulares/individuais.

Quanto à sua subordinação aos métodos qualitativo ou quantitativo, Yin (2005) encara o estudo de caso como uma estratégia de investigação de suporte a ambos os métodos. Também para Ponte (2006) podem existir estudos de caso qualitativos ou quantitativos e, nesta medida, o autor não os considera uma estratégia mas sim um *design* de investigação. Acrescenta ainda que um estudo de caso pode ter vários propósitos e instrumentos, adotando formas específicas e abarcando diversas técnicas e instrumentos de recolha e análise de dados (id).

Stake (2009) também defende que os estudos de caso tanto podem ter uma orientação qualitativa como quantitativa. Neste sentido, o autor destaca três diferenças principais dos estudos de caso qualitativo e quantitativo:

i) a distinção entre explicação e compreensão como objetivo da investigação. A investigação quantitativa privilegia a explicação e o controlo. A generalização constitui um objetivo importante e de relevância para estudos de casos posteriores. Os investigadores, “para estreitar a busca da explicação […] apreendem o que está a acontecer em termos das variáveis descritivas e representam os acontecimentos com escalas e medidas” (p. 55). A investigação qualitativa privilegia a compreensão das complexas inter-relações entre tudo o que existe, sendo importante a singularidade dos casos e os contextos individuais para a sua compreensão. Os investigadores, “para estreitar a busca da compreensão […] apreendem o que está a acontecer em episódios chave ou testemunhos e representam os acontecimentos com a sua própria interpretação directa e histórias” (p. 55);

ii) a distinção entre um papel pessoal e impessoal do investigador. Apesar de todos os planos de investigação dependerem de uma interpretação, nos planos padronizados da investigação quantitativa há um esforço de limitação da interpretação pessoal no período compreendido entre o momento em que o plano de investigação é desenhado e o momento em que os dados são recolhidos e analisados estatisticamente. Em contraste, os planos da investigação qualitativa exigem que, no decorrer da investigação, as pessoas mais responsáveis pelas interpretações estejam no campo a observar, a exercitar a capacidade crítica subjetiva, a analisar e a sintetizar;

iii) a distinção entre o conhecimento descoberto e o conhecimento construído. Para a maioria dos investigadores qualitativos contemporâneos, o conhecimento é construído em vez de descoberto. O objetivo da investigação não é descobrir, mas sim construir uma realidade –

"Nenhum aspecto do conhecimento é puramente do mundo externo, desprovido de construção humana" (p. 116). O conhecimento que se tem da realidade é fruto daquilo em que passaram a acreditar e não do que verificaram fora da sua experiência. Na perspetiva dos construtivistas, existem três realidades e todas têm efeitos importantes na experiência:

- "A primeira é uma realidade capaz de nos estimular de forma simples, mas sobre a qual nada sabemos à excepção das nossas interpretações e estímulos;
- A segunda é uma realidade formada a partir dessas interpretações de uma estimulação simples, uma realidade experimental que representa a realidade externa de modo tão persuasivo que raramente nos apercebemos da nossa capacidade em verificá-la;
- A terceira é um universo de interpretações integradas, a nossa realidade racional" (p. 116).

Em síntese, de acordo com o mesmo autor, na investigação qualitativa, antes da recolha dos dados, a interpretação não se limita nem à identificação de variáveis e ao desenvolvimento de instrumentos nem à análise e interpretação para o relatório. Daí poder prever-se a presença de um intérprete, "que regista objectivamente o que está a acontecer, mas que simultaneamente examina o seu significado e redirecciona a observação para aperfeiçoar ou fundamentar tais significados" (Stake, 2009, p. 24). Igualmente pode acontecer que, a meio do estudo, o investigador do caso sinta a necessidade de reformular as questões iniciais de investigação (id). O autor em referência valoriza a interpretação em toda a investigação, sendo que, na qualitativa, a partir das observações e outros dados, se impõe uma interpretação vigorosa para a formulação das próprias conclusões do investigador.

Na linha de estudo em referência, regista-se que "Os planos padronizados qualitativos exigem que as pessoas mais responsáveis pelas interpretações estejam no campo, a fazer observações, a exercitar uma capacidade crítica subjectiva, a analisar e a sintetizar, e durante todo esse tempo a aperceberem-se da sua própria consciência" (id, p.56).

Por sua vez, os planos padronizados quantitativos limitam "o papel da interpretação pessoal durante aquele período entre o momento em que o plano de investigação é traçado e aquele em que os dados são recolhidos e analisados estatisticamente – às vezes considerado como um período *isento de valor*" (p. 56). Esta diferença está relacionada com o tipo de questões de investigação: enquanto os estudos qualitativos orientam as questões de investigação para casos e fenómenos, procurando padrões de relações imprevistas e desejadas, nos estudos quantitativos, a questão de investigação procura a relação entre um número exíguo de variáveis (id:ib).

Para Yin (2005) pode-se desenvolver estudos de caso únicos ou estudos de caso múltiplos. De acordo com o autor, muitos investigadores criticam os estudos de caso únicos. Em resposta, argumenta que, analogamente aos experimentos, os estudos de caso não são generalizáveis a populações ou universos mas sim a proposições teóricas. E o próprio acrescenta que um estudo de caso, ao não se centrar numa amostra, tem como objetivo a expansão e generalização de teorias e não a generalização estatística. Também Stake (2009) refere que apesar de os estudos de caso únicos não constituírem uma base de generalização para uma população de casos, poderão proporcionar muita aprendizagem por confronto com outros casos com vista à generalização de assunções teóricas. Esta generalização apresenta-se como uma nova oportunidade para reconfigurar generalizações antigas, e mostra-se como naturalista, já que envolve "conclusões tiradas através do envolvimento pessoal nos assuntos do quotidiano ou através de uma experiência vicária tão bem construída que a pessoa sente como se lhe tivesse acontecido a si própria" (id, p. 101).

Vale (2002), uma outra fonte estudada, defende que uma investigação sobre o que alguém pensa ou faz exige uma observação e até mesmo uma participação nas atividades e no contexto natural em que se está envolvido e que quando se investiga acerca da formação de professores, o estudo de caso parece ser o mais valioso.

Assim, optou-se por um *design* de estudo de caso (Ponte, 2006), intrínseco (Stake (2009), essencialmente qualitativo (Erickson, 1986; Yin, 2005; Ponte, 2006; Stake, 2009), com caráter interpretativo (Erickson, 1986; Merriam, 1998; Stake, 2009) e avaliativo (Merriam, 1998), na medida em que se procurou conhecer, descrever, interpretar e avaliar um caso concreto no seu contexto natural. De facto, pretendeu-se conhecer as apropriações da Professora-caso e compreender como ela as geriu e utilizou no âmbito da formação recebida sobre a abordagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano por recurso a um ADGD – o GeoGebra –, em benefício da aprendizagem dos alunos de uma turma do 8º ano numa das escolas piloto do Programa "*Mundu Novu*".

Mas a investigação também assumiu um caráter exploratório (Yin, 2005), dada a ausência de estudos em Cabo Verde com o foco deste. Neste âmbito, procurou-se implementar estratégias alternativas que, de alguma forma, pudessem trazer inovações no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e da Geometria em particular em Cabo Verde.

2.2.2. Objetividade, fiabilidade e validade

É reconhecida, pelos investigadores, a importância da objetividade, da fiabilidade e da validade nos estudos científicos para a garantia da sua qualidade (Yin 2005; Pardal & Lopes, 2011). Enquanto a investigação quantitativa defende a objetividade e o distanciamento do investigador perante a investigação como uma condição imprescindível para a sua fiabilidade e validade, a investigação qualitativa valoriza a subjetividade como instrumento para a compreensão dos significados dos acontecimentos (Pardal & Lopes, 2011).

A fiabilidade consiste em "minimizar os erros e os vieses de um estudo" com o propósito de garantir que, se um investigador conduzir uma investigação sobre o mesmo estudo de caso e utilizar os mesmos procedimentos descritos por outro, deve chegar às mesmas constatações e resultados que ele. Para tal, o investigador deve explicar detalhadamente os procedimentos adotados e conduzir a investigação com muito rigor (Yin, 2005).

A questão da fiabilidade deve ser vista de forma diferenciada em cada um dos métodos (Pardal & Lopes, 2011). No quantitativo, tendo em vista uma generalização estatística, com base numa inferência para uma população a partir dos dados empíricos recolhidos de uma amostra (Yin, 2005), existem regras precisas e passos determinados a serem seguidos (Goldenberg, 2009). Assim, a generalização analítica está muito subordinada ao estilo de pensamento rigoroso do próprio investigador, à apresentação de evidências suficientes e à análise cautelosa de interpretações alternativas (Yin, 2005). No qualitativo, os dados não são padronizáveis, o que obriga o investigador a ser flexível e criativo no momento da sua recolha e análise (Goldenberg, 2009).

Por sua vez, a validade deve ser analisada de forma diferente nas investigações qualitativa e quantitativa. Na investigação quantitativa, dada a preocupação com as proposições causais, a validade faz-se por medições de natureza estatística. Na investigação qualitativa, a validade está relacionada com a informação recolhida em contextos e momentos diversos, recorrendo-se a múltiplas fontes de informação e a triangulação (Pardal & Lopes, 2011).

A triangulação envolve, por exemplo, a combinação de várias técnicas e instrumentos no estudo do mesmo fenómeno que visa abarcar a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo (Goldenberg, 2009). Esta autora sustenta que a inclusão de dimensões qualitativas e quantitativas num estudo possibilita ao investigador cruzar as suas conclusões e obter uma maior confiança de que os dados não são produto de uma situação particular ou de um procedimento específico (id). Também Stake (2009) realça a necessidade de procedimentos de triangulação que não se restrinjam à simples recolha de dados, mas que incidam na reflexão sobre os dados observados.

Assim, o autor citado apresenta quatro tipos de triangulação:

- triangulação das fontes de dados - para averiguar se o fenómeno ou o caso se mantém inalterado noutro momento ou à medida que as pessoas interagem de forma diferenciada;
- triangulação do investigador - procura outros investigadores para observarem o mesmo fenómeno com o propósito de triangular as interpretações;
- triangulação da teoria – escolha de diversos investigadores com pontos de vista teóricos alternativos para comparação dos dados;
- triangulação metodológica - análise de registos antigos após uma observação direta para aumento de confiança do investigador (id). Um exemplo de triangulação metodológica consiste na utilização de questionários e documentos recolhidos como instrumentos de recolha de dados da

mesma natureza com os mesmos participantes. Os dados obtidos de ambas as formas são analisados individualmente e cruzados para a validação da análise (Rocha, 2010).

Para aumentar a confiança do estudo de caso, Yin (2005) considera o protocolo uma forma eficaz, aconselhando-se a sua utilização para servir de guia na recolha de dados. Apresenta a estrutura de um protocolo do estudo de caso segundo a qual, na parte inicial, se deve proceder à explanação de uma visão geral do projeto em estudo, seguindo-se os procedimentos de recolha de dados. É de realçar que os referidos dados devem ser recolhidos em contexto natural, devendo o investigador aprender a integrar esse contexto nas necessidades do plano traçado e trabalhar em função da disponibilidade dos sujeitos em estudo. Assim, com vista ao aumento de confiança num estudo de caso, o autor sugere procedimentos bem planeados e que devem incluir, por exemplo, as principais tarefas:

- obter acesso à organização ou a entrevistados–chave;
- garantir recursos suficientes para a recolha;
- desenvolver mecanismos para solicitar ajuda e orientação por parte de outros investigadores;
- estabelecer um plano de atividades para recolha de dados com vista ao cumprimento dos períodos de estabelecidos;
- estar preparado para eventuais mudanças ou acontecimentos inesperados (id).

Com base nos parâmetros acima destacados, para garantir a qualidade deste estudo, foram tidas em conta as seguintes estratégias:

i) triangulação de dados de diversas fontes;
ii) triangulação metodológica;
iii) observação sistemática dos registos vídeo, áudio e fotográficos;
iv) recolha e análise de maior quantidade de informações possível através do trabalho colaborativo com a Professora-caso e com os alunos para o estudo mais aprofundado do contexto educativo em causa, e de modo a evitar enviesamento da análise por falta de informação;
v) discussões com pares, nomeadamente colegas de profissão, especialistas de áreas afins, de modo a recolher subsídios como garantia de rigor e firmeza das análises;
vi) validação dos registos pela Professora-caso.

2.3. Esquema de investigação

Para melhor se perceber o que se segue, antecipa-se que o estudo se desenvolveu de acordo com o esquema seguinte:

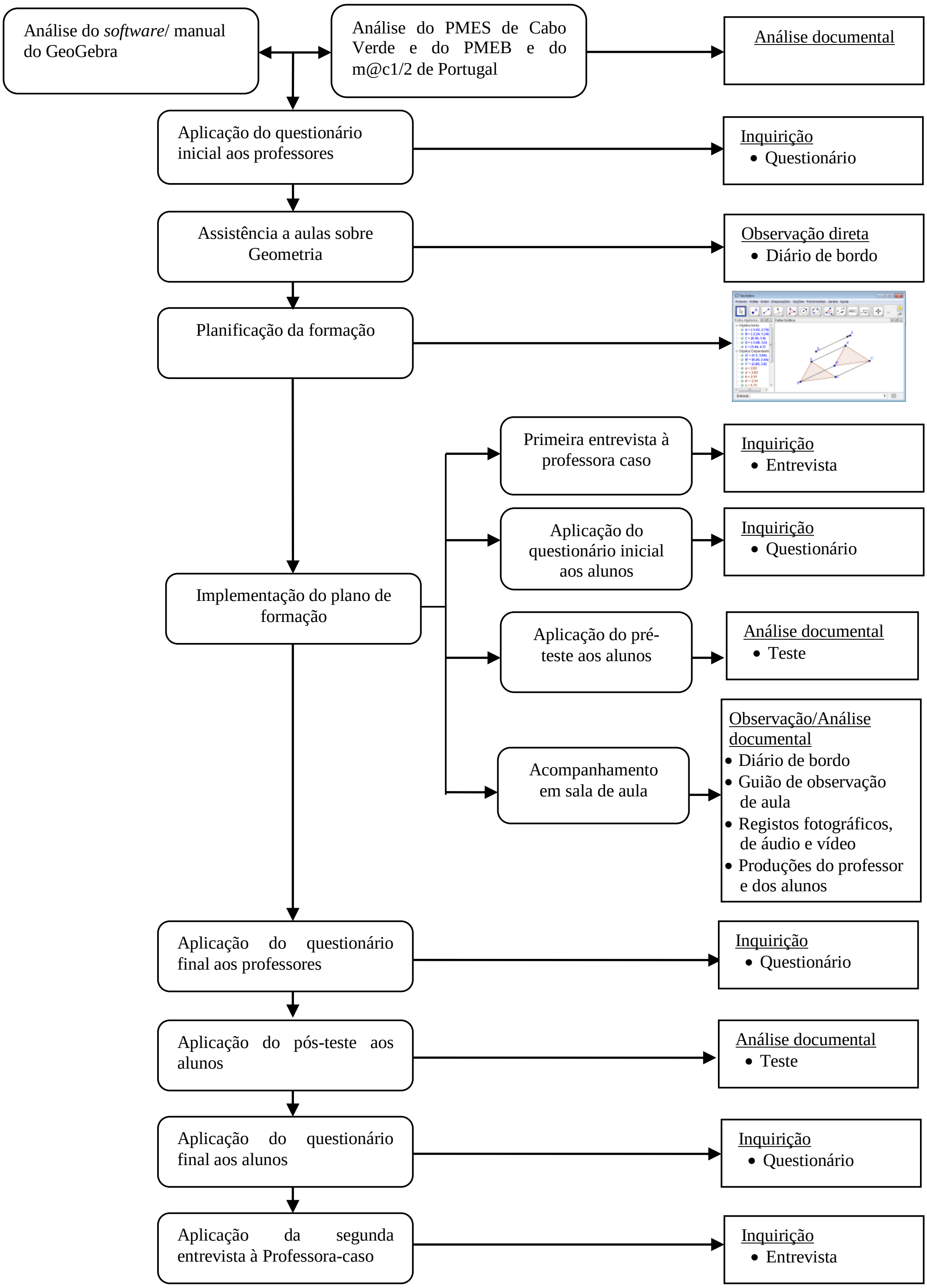


Figura 52. Esquema de investigação

O estudo empírico envolveu duas fases principais: i) a planificação da formação, decorrente da revisão de literatura, da análise do *software*/manual do GeoGebra, dos Programas de Matemática de Cabo Verde e de Portugal e do documento relativo ao PFCM m@c1/2, da aplicação do questionário inicial aos professores e da assistência a aulas; ii) a implementação do plano de formação e, paralelamente, a primeira entrevista à Professora-caso, a aplicação do questionário inicial e do pré-teste aos alunos e o acompanhamento da Professora-caso na abordagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportado com o GeoGebra. Terminou com a aplicação de questionários a professores e alunos, do pós-teste aos alunos e da segunda entrevista à Professora-caso.

2.4. Caraterização da escola onde decorreram a formação e a experiência em sala de aula

De acordo com informações recolhidas do *site* da Escola, tendo outras sido facultadas pelo Secretário do Conselho Pedagógico da Escola em estudo, a instituição iniciou o seu funcionamento no ano letivo 2002/2003 com 1574 alunos, de todos os níveis escolares, organizados por 44 turmas e com um total de 85 professores. Fica situada numa zona urbana, no concelho da Praia, o maior de Cabo Verde. Funciona de manhã e de tarde, de segunda a sexta das 7h30 às 12h30 e das 13h00 às 18h00 e aos sábados das 7h30 às 12h30. Abrange alunos de todos os níveis do ES provenientes de famílias de diferentes classes sociais, sendo a grande maioria oriunda de localidades do interior e bairros da cidade da Praia.

Com vista à implementação de uma política educativa de excelência bem como à melhoria da gestão dos recursos humanos e do apoio técnico-pedagógico, para uma avaliação eficiente e eficaz do processo de ensino e de aprendizagem, a escola adotou um novo modelo digital no ES, suportado por tecnologias de informação, que inclui o controlo da assiduidade e da pontualidade dos docentes, do pessoal administrativo e das cadernetas do professor e dos diretores de Turma, o processamento de propinas, certificados, livros de termos, declarações, etc.

A Escola funciona com quatro órgãos: a Assembleia da Escola, o Conselho Diretivo, O Conselho Pedagógico e o Conselho de disciplina.

2.4.1. Estrutura Física

A escola dispõe de uma infra-estrutura moderna, distribuída por três pisos, e constituída por trinta salas de aulas, uma sala de professores, uma sala de atos, duas salas de informática, uma biblioteca, três laboratórios - Biologia, Física e Química -, dois espaços para a prática desportiva -

um pavilhão e uma placa desportiva -, uma cantina escolar, um bloco para atividades administrativas e catorze casas de banho.

No primeiro piso, estão situados os três laboratórios, cujos materiais não são suficientes para as aulas práticas; a sala de professores, que oferece boas condições para momentos de confraternização, um bloco de serviços administrativos, constituído pela secretaria, sala para a diretora da escola, duas salas para subdiretores e uma sala para reuniões. O segundo piso contempla uma sala de atos, apetrechada com 130 carteiras e recursos audiovisuais para conferências e outros eventos; a biblioteca, com condições físicas aceitáveis, porém com muitos livros antigos e uma literatura pobre na área da Matemática, embora integre uma sala de informática com computadores com ligação à Internet, frequentado pelos alunos essencialmente para pesquisa, e a cantina, que está dividida em duas partes, uma destinada aos professores e outra para os alunos. O último piso contém as salas de aula com quadros modernos e em bom estado, cadeiras, carteiras e duas salas de informática, equipadas com ar condicionado, com computadores antigos, mas a maioria em funcionamento, e ainda um vídeo projetor. Realce-se que todos os professores têm um computador e um vídeo-projetor à sua disposição para utilização em sala de aula.

2.4.2. Corpo docente e discente

No ano letivo 2010/11, a Escola funcionou com 94 professores, sendo 45 homens e 49 mulheres. Mais de metade (51) dos professores eram contratados, enquanto 33 professores pertenciam ao quadro definitivo e 10 encontravam-se em regime de acumulação (ver quadros 2 e 3). Do total dos professores, a maioria possuía licenciatura (58) e formação pedagógica (77).

	Docentes																Total	%
Habilitação académica	Quadro						Contratados						Acumulação					
	M	%	F	%	Total	%	M	%	F	%	Total	%	M	%	F	%		
Inferior a 12º Ano	1	6	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Frequência Curso Superior	3	18	0	0	3	9	7	30	2	7	9	18	0	0	0	0	12	13
Curso Superior incompleto[8]	5	29	1	6	6	18	6	26	9	32	15	29	1	20	0	0	22	23
Curso Médio	0	0	0	0	0	0	1	4	0	0	1	2	0	0	0	0	1	1
Licenciado	8	47	15	94	23	70	9	39	17	61	26	51	4	80	5	100	58	62
Total	17	100	16	100	33	100	23	100	28	100	51	100	5	100	5	100	94	100

Quadro 2. Distribuição de professores por habilitação e vínculo laboral de acordo com o sexo masculino (M) ou feminino (F)

[8]Em Cabo Verde é corrente muitos alunos não defenderem a sua monografia.

Docentes	Formação Pedagógica											
	Sim						Não					
Habilitação académica	M	%	F	%	Total	%	M	%	F	%	Total	%
Frequência Curso Superior	6	18	1	2	7	9	4	33	1	20	5	29
Curso Superior incompleto	12	36	9	20	21	27	0	0	1	20	1	6
Curso Médio	0	0	0	0	0	0	1	8	0	0	1	6
Licenciado	14	42	34	77	48	62	7	58	3	60	10	59
Total	33	100	44	100	77	100	12	100	5	100	17	100

Quadro 3. Distribuição de professores por habilitação e formação pedagógica de acordo com o sexo masculino (M) ou feminino (F)

Dos 94 professores, 13 eram responsáveis pela lecionação da disciplina de Matemática, sendo 7 do sexo masculino e 6 do sexo feminino. Onze eram habilitados com o grau de Licenciatura, 1 possuiu um curso médio e 1 só tinha frequência de curso superior. Dez têm formação pedagógica e, na altura da formação, todos tinham experiência como docentes de Matemática igual ou superior a três anos. Dos licenciados, 9 possuem formação em Matemática, 1 em Administração e Contabilidade Financeira e o outro em Gestão Hoteleira e Turismo.

No ano letivo em referência, a escola foi frequentada por 1871 alunos, sendo 844 (47, 4%) do sexo masculino e 937 (52,6 %) do sexo feminino. Apresenta-se, no quadro seguinte, a distribuição dos alunos por ciclos.

Ciclos/Anos de Escolaridade			M	%	F	%	Total	%
1º Ciclo	7º Ano		209	24,8	186	19,9	395	22,3
	8º Ano		168	19,9	160	17,1	328	18,5
2º Ciclo	9º Ano		127	15,0	190	20,3	317	17,9
	10º Ano		130	15,4	180	19,2	310	17,5
3º Ciclo	11º Ano	Científico-tecnológico	54	6,4	26	2,8	70	4,0
		Económico-social	27	3,2	29	3,1	56	3,2
		Humanística	30	3,6	49	5,2	79	4,5
	12º Ano	Científico-tecnológico	31	3,7	25	2,7	56	3,2
		Económico-social	31	3,7	32	3,4	63	3,6
		Humanística	37	4,4	60	6,4	97	5,5
Total			844	100	937	100	1781	100

Quadro 4. Distribuição dos alunos por ciclos/anos de escolaridade

2.5. Caraterização dos Participantes

O programa de formação foi desenvolvido no período entre 24 Novembro de 2010 e 21 de Março de 2011 e nele participaram oito dos treze professores de Matemática da escola em referência. Note-se que estava prevista, apenas, a participação dos professores do 8º ano (4) mas, após a solicitação e manifestação de interesse de mais quatro professores, aceitou-se o aumento do número de participantes.

Do conjunto dos formandos, foi escolhida uma professora para um estudo em profundidade que envolveu o acompanhamento das suas atividades em sala de aula. Na origem de tal seleção esteve o reconhecimento, por parte da docente, do valor deste tipo de experiência, a disponibilidade em colaborar, o compromisso da frequência de todas as sessões de formação e algumas competências a nível de utilização do GeoGebra.

Na altura da realização desta experiência, a Professora-caso lecionava em duas turmas do 8º ano, uma com 21 alunos e outra com 33. Após a observação das aulas, optou-se pela turma com menor número de alunos para a realização da experiência. A outra turma foi utilizada para validar instrumentos de investigação como questionários e fichas de trabalho.

Assim, as sessões de acompanhamento em sala de aula decorreram de 9 de Fevereiro a 22 de Março de 2011 numa Turma do 8º ano da Professora-caso, constituída por 21 alunos.

A investigadora teve uma participação ativa em todo o processo de formação, tendo ainda trabalhado colaborativamente com a Professora-caso na planificação e implementação da unidade didática Isometrias.

2.5.1. Os professores

Dos professores contemplados neste estudo, quatro são do sexo masculino e quatro do sexo feminino. Situavam-se, aquando da aplicação do questionário, na faixa etária compreendida entre os 27 e os 49 anos de idade. A maioria dos professores (7) referiu ser habilitado com o grau de Licenciatura e só um inquirido possuía o grau de Bacharelato. Apenas um não possuía formação na área de Matemática. Todos os professores referiram ter experiência como docentes de Matemática, igual ou superior a três anos. Efetivamente, constatou-se que a maioria tinha mais de nove anos de docência.

Para se ter uma visão mais alargada deste público, apresentam-se a seguir alguns resultados da análise do questionário inicial.

Quanto ao nível de conhecimentos e de utilização do computador e de aplicativos genéricos, todos os inquiridos referiram ter conhecimentos de informática, de nível suficiente (3), bom (3) ou muito bom (2). Este facto revelou-se uma mais-valia na fase de familiarização e adaptação ao *Software* com o qual se trabalhou na formação. Os locais que os professores indicaram como sendo aqueles onde mais utilizam o computador – “Sempre” ou “Várias vezes” – foram: a sua casa e o local de trabalho, com 8 registos cada. A ‘casa de amigos’ e os ‘locais públicos' correspondem aos locais onde menos utilizam o computador – com 7 registos cada para "Nunca" ou "Raramente".

Relativamente à finalidade e frequência de utilização do computador, a informação resumida no quadro seguinte mostra que o computador parece ser mais utilizado, "Sempre" ou "Várias vezes", para pesquisar na Internet (8 registos); para gerir a informação pessoal e preparar aulas (7 registos) e para apresentar e sintetizar conteúdos matemáticos (3 registos). Parece ser uma prática menos habitual, "Nunca" ou "Raramente", o uso do computador para orientar a exploração das atividades pelos próprios alunos (7 registos) e para apresentar e sintetizar conteúdos matemáticos (5 registos cada). Nenhum professor referiu utilizar o computador para qualquer outra finalidade.

Parâmetros	**Nunca**	**Raramente**	**Várias vezes**	**Sempre**
Gestão de informação pessoal	0	1	4	3
Pesquisas na Internet	0	0	1	7
Preparação de aulas	0	1	4	3
Apresentação de conteúdos matemáticos	2	3	2	1
Síntese de conteúdos matemáticos	3	2	2	1
Orientação da exploração pelos próprios alunos	3	4	1	0
Outra(s) finalidades.	0	0	0	0

Quadro 5. Finalidade e frequência com que os professores utilizam o computador

No que concerne à frequência de utilização dos aplicativos genéricos (ver quadro seguinte), conclui-se que o *Internet Explorer* e o *Word* serão os mais utilizados pelos professores, seguido pelo *Excel* e pelo *Power Point* e que o *Paint* será o menos utilizado. Nenhum professor assinalou usar qualquer outro aplicativo.

Parâmetros	**Nunca**	**Raramente**	**Várias vezes**	**Sempre**
Word	0	0	2	6
Excel	0	3	3	2
Power Point	0	3	4	1
Internet Explorer	0	0	1	7
Paint	2	4	1	1
Outro(s) aplicativos. Qual(ais)	0	0	0	0

Quadro 6. Aplicativos genéricos utilizados pelos professores

Dos inquiridos, um número pouco expressivo (2 professores) afirmou ter fácil acesso a uma sala da Informática da Escola para o ensino de Matemática. Isto poderá estar relacionado com o facto de os professores terem assinalado, numa questão anterior, a não utilização do computador para a orientação da exploração das atividades pelos próprios alunos.

Relativamente à atitude dos professores perante os sofwares educativos para a disciplina de Matemática, mais de metade (5) dos professores, na altura, não tinha frequentado qualquer formação sobre a utilização de *softwares* educativos para a Matemática. Os três professores que assinalaram ter frequentado alguma formação sobre *softwares* educativos referiram ter utilizado: *Cabri-Géomètre* (3 professores), *Geometry Sketchpad* (1 professor) e *Maple* (1 professor).

Independentemente de os professores terem frequentado ou não uma ação de formação sobre *softwares* educativos para a Matemática, todos reconheceram a importância da utilização destes recursos no ensino de Matemática. Este facto poderá ser considerado um dos fatores de motivação para a participação dos professores na ação de formação desenvolvida.

Verifica-se (gráfico seguinte) que a Geometria foi a unidade temática na qual os professores sentiram mais necessidade de utilizar um *software* para facilitar a aprendizagem dos seus alunos e a unidade Números e Cálculo foi aquela em que sentiram menos.

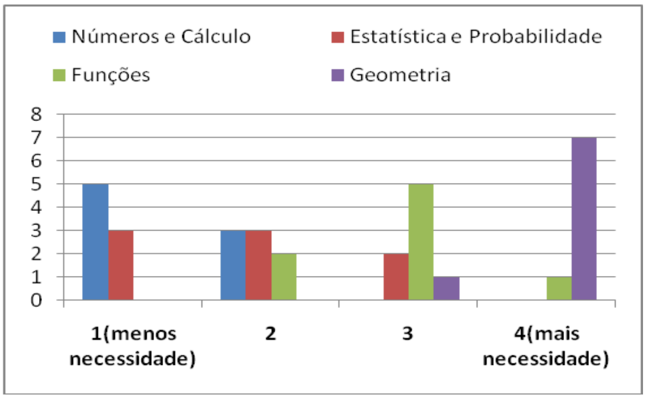


Gráfico 1. Resposta à questão ‘Em que unidades temáticas sente mais necessidade de utilizar um *software* para facilitar a aprendizagem dos seus alunos?’.

A visão dos inquiridos sobre o ensino da Geometria aponta para que a maioria (5) dos professores foi de opinião que a Geometria não é um tema difícil de ser ensinado. Os restantes (3) não apontaram eventuais limitações do próprio professor como uma das possíveis causas para essa dificuldade. Apresentaram as seguintes justificações: “*A Geometria é um pouco abstracta e muitas vezes tem de se apelar à imaginação dos alunos*”; “*A maioria dos alunos não gosta de Geometria, os alunos nem sequer levam materiais para as aulas*”; “*Existe uma falta de interesse por parte dos alunos*”.

Por seu turno, os 5 professores que responderam que a Geometria não é um tema difícil apresentaram como razão principal o “à-vontade” que têm em relação ao tema e associaram o conhecimento científico do conteúdo a outros conhecimentos, nomeadamente, o metodológico. Assim, afirmaram que:

- *“Se o professor tiver o domínio dos conteúdos e dispuser de materiais necessários para a leccionação dos mesmos, com base numa pedagogia activa, conseguirá alcançar os seus objectivos”;*
- *“A Geometria é uma área em que me sinto mais à-vontade”;*

- *"Se o professor tiver uma base sólida dos conteúdos geométricos e gostar da Geometria, o caminho será mais fácil, mas com o uso de softwares educativos acredito que os alunos têm mais facilidade em dominar os conteúdos a serem leccionados".*

No que diz respeito à dificuldade da aprendizagem da Geometria, a maioria (6) dos professores considerou que não é um tema difícil de aprender. Das justificativas apresentadas, mereceram destaque as seguintes:

- *"Se tivermos softwares que facilitem a visualização espacial, os alunos conseguem compreender melhor as propriedades e as relações das transformações geométricas que só no caderno não conseguem ver";*
- *"O processo de ensino e de aprendizagem depende de uma conjugação de factores, o professor tem que estar motivado e os alunos também. Tem de existir uma relação boa entre professores/alunos, entre outros factores";*
- *"Apesar de ser um tema abstrato, pode-se recorrer a materiais que favorecem a sua compreensão e, acredito que, com a aplicação dos softwares tudo se torna mais fácil";*
- *"A tendência pragmática da Educação Matemática reside no facto de os estudantes terem de aprender a construir modelos e que o melhor caminho para a aprendizagem é fazer, elaborar modelos e praticar estas actividades";*
- *"Na medida em que se este tema for ensinado com clareza e profundidade os alunos terão menos dificuldade na aprendizagem dos conteúdos geométricos".*

Dos dois professores que responderam que é difícil aprender Geometria, um não justificou e o outro apontou que a "*Geometria é uma área extremamente prática e exige que os alunos descubram ou comprovem todas as propriedades geométricas*".

Na parte relativa aos ADGD para o ensino de Geometria, a resposta à questão 'Quando leciona Geometria, que recursos utiliza como suporte às aulas?' dá conta que os professores usavam os seguintes recursos: quadro, giz branco e de cor (8 professores); régua, esquadro, transferidor e compasso (8 professores); cartazes (2 professores); figuras geométricas recortadas (1 professor); acetatos (1 professor); manuais (1 professor) e sólidos (1 professor).

Os dados permitem, ainda, verificar que apenas dois professores responderam que utilizavam o computador e poucas vezes. Destes dois, apenas um indicou o *software Cabri-Géomètre II Plus* como recurso utilizado, além dos recursos tradicionais utilizados por todos. A não utilização do computador como recurso no ensino de Geometria pode estar associada à dificuldade de acesso a uma sala de informática, conforme foi frisado numa das respostas a uma das questões anteriores**.**

Questionados sobre o conhecimento e utilização de alguns *softwares* que lhes foram apresentados numa tabela, constatou-se (ver gráfico seguinte) que o GeoGebra é o mais conhecido dos professores, apesar de não se registar qualquer referência à sua utilização. Realce-se que, na altura da apresentação do projeto de investigação aos professores, foi-lhes apresentado o *software*

GeoGebra, pelo que se pressupõe que isso deve ter levado os mesmos a assinalarem o seu conhecimento.

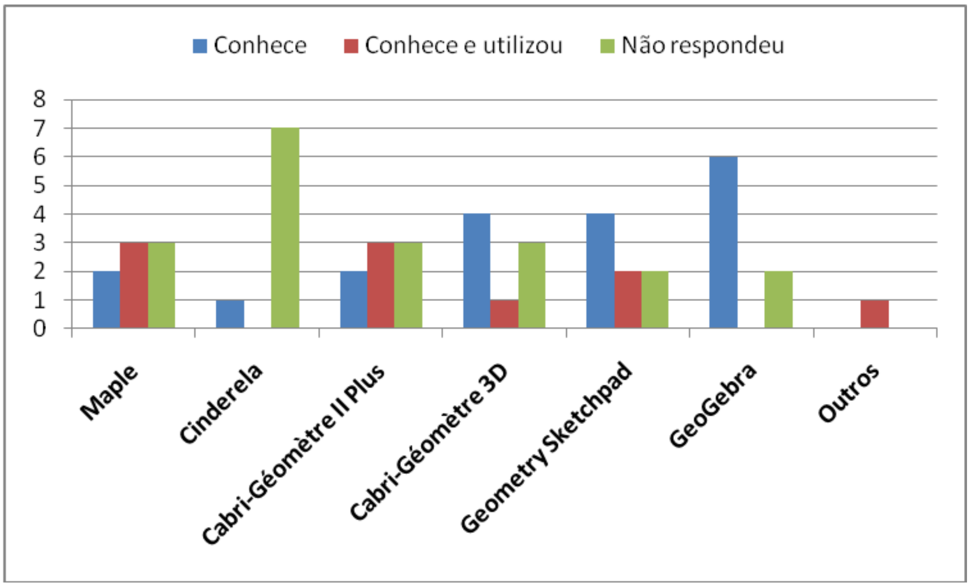


Gráfico 2. Respostas à questão sobre os *softwares* utilizados no processo educativo da Geometria

Note-se, ainda, que uma boa parte dos professores não respondeu se conhece ou utiliza os *softwares*: *Cinderela* (7); *Maple*, *Cabri-Géomètre II Plus* e *CabriGéomètre 3D* (3); *Sketchpad* e *GeoGebra* (2). Por ordem decrescente dos *softwares* mais conhecidos e utilizados pelos professores, destacam-se: o *Maple* e o *Cabri-Géomètre II Plus* (assinalado por 3 professores); o *Geometry Sketchpad* (2) e, por último, o *Cabri-Géomètre 3D* (1). Para além dos *softwares* acima citados, um professor afirmou conhecer e utilizar o *Graphmat*.

Os professores que não assinalaram a utilização de qualquer *software* apresentaram como justificação: formação inadequada (2 professores) e falta de recursos informáticos (2 professores). Por sua vez, os que utilizaram algum *software* explicitaram que usam o *Maple* e o *Cabri-Géomètre II Plus* para exemplificação de gráficos de funções; o *Cabri Géomètre II Plus* para exemplificações que foram construídas em casa e o Graphmat para desenhar figuras. Realce-se que os professores que indicaram utilizar o *Cabri Géomètre II Plus* nas suas aulas afirmaram que preparam, antecipadamente, o material que, depois, é apresentado aos alunos, ou seja, os alunos não são diretamente envolvidos na exploração do software.

Com as questões seguintes, procurou-se conhecer as opiniões dos professores acerca das potencialidades oferecidas pela utilização dos *softwares* dinâmicos de Geometria. No que diz respeito ao desenvolvimento de capacidades transversais, conforme os dados do quadro seguinte, em nenhum dos parâmetros houve manifestação de desacordo absoluto. E todos os professores ou a sua maioria partilharam da opinião, em acordo absoluto ou parcial, de que o uso de *softwares* dinâmicos pode contribuir: para uma sólida apropriação do sentido geométrico (8 registos); para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas (8 registos) e do raciocínio matemático (7 registos); para o estabelecimento de relações entre temas matemáticos e entre estes e o dia-a-dia e/ou com outras disciplinas (7 registos); para o desenvolvimento da comunicação (7 registos). Veja-se o quadro a seguir:

Parâmetros O uso de *softwarses* dinâmicos de Geometria pode:	**Discordo plenamente**	**Discordo parcialmente**	**Concordo parcialmente**	**Concordo completamente**
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas	0	0	3	5
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática	0	1	3	4
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático	0	1	1	6
Contribuir para o estabelecimento de conexões entre temas matemáticos e entre estes e o dia-a-dia e/ou outras áreas disciplinares	0	1	2	5
Contribuir para uma sólida apropriação do sentido geométrico	0	0	2	6

Quadro 7. Respostas à questão 'Uso de *softwares* dinâmicos de Geometria relacionados com questões de desenvolvimento de capacidades transversais e geométricas'

Relativamente às questões de aprendizagem, cujas respostas se sintetizam no quadro seguinte, não se registou qualquer indicação de desacordo absoluto e apenas dois professores assinalaram a opção desacordo parcial, conforme a síntese no quadro seguinte.

Parâmetros O uso de *softwarses* dinâmicos de Geometria pode:	**Discordo plenamente**	**Discordo parcialmente**	**Concordo parcialmente**	**Concordo completamente**
Contribuir para uma aprendizagem, mais autónoma e responsável.	0	1	4	3
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela.	0	1	2	5
Potenciar uma aprendizagem interativa	0	0	2	6
Potenciar uma aprendizagem significativa	0	0	3	5

Quadro 8. Respostas à questão 'Uso de *softwares* dinâmicos de Geometria relacionado com as questões de aprendizagem'

Uma análise mais detalhada indicia que todos os professores, ou a sua maioria, partilharam da opinião, em acordo absoluto ou parcial, de que "o uso de *softwares* dinâmicos pode: potenciar uma aprendizagem interativa (8 registos); potenciar uma aprendizagem significativa (8 registos);

tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela (7 registos) e contribuir para uma aprendizagem, mais autónoma e responsável (7 registos).

De seguida, pretendeu-se recolher a opinião dos professores sobre o uso de *softwares* dinâmicos de Geometria e sua gestão em sala de aula. Os dados apurados (ver quadro seguinte) indicam que todos os professores ou uma expressiva maioria assinalaram concordar, em absoluto ou parcialmente, com o facto de o uso de *softwares* dinâmicos ser mais apropriado para uma exploração pelo professor, com toda a turma (7 registos); individual, pelos próprios alunos (7 registos); em pares de alunos (8 registos); em grupos de alunos mais alargados (5 registos).

É de realçar que 3 professores assinalaram desacordo absoluto (2) ou parcial (1) com o facto do uso de *softwares* dinâmicos de Geometria poder ser mais apropriado para uma exploração em grupos mais alargados.

Parâmetros O uso de *softwarses* dinâmicos de Geometria pode:	**Discordo plenamente**	**Discordo parcialmente**	**Concordo parcialmente**	**Concordo completamente**
Mais apropriado para uma exploração individual, pelos próprios alunos	1	0	3	4
Mais apropriado para uma exploração em pares de alunos	0	0	6	2
Mais apropriado para uma exploração em grupos de alunos mais alargados	2	1	3	2
Mais apropriado para uma exploração, pelo professor, com toda a turma	1	0	2	5

Quadro 9. Respostas à questão 'O uso de *softwares* dinâmicos de Geometria e sua gestão em sala de aula'

A análise das respostas à questão "Que Isometrias/simetrias aborda(ou) nos diversos anos de escolaridade", permite concluir que um professor não respondeu a esta questão e os outros inquiridos indicaram já ter abordado as seguintes Isometrias: translação e rotação (três professores); translação, rotação e simetria central (três professores); translação, rotação e "simetrias" central e axial (um professor), o que parece indiciar alguma falta de uniformização relativamente aos conteúdos abordados e consequente incumprimento do programa em vigor.

As respostas obtidas à questão "Como costuma abordar esses tópicos?" evidenciam que as respetivas aulas são expositivas, sem aplicação de *softwares* tecnológicos – "*Tradicional sem aplicação de softwares educativos*"; "*Utilizando quadro, caderno, régua, esquadro, transferidor, cartaz, tudo numa perspectiva de explicação oral e escrita*" e "*Através de figuras no quadro ou num cartaz*".

Em relação à questão que consistia na descrição de uma aula 'tipo', apenas dois professores responderam, embora limitando-se a descrever um tópico lecionado. Assim, nenhum descreveu uma aula-tipo e não foram obtidas informações sobre alguns aspetos relacionados, nomeadamente, com as estratégias didáticas utilizadas e formas de avaliação. Por praticarem um ensino "tradicional", os professores poderão ter sentido alguma inibição em responder.

Em síntese, os dados permitiram perceber que todos os professores consideraram ter conhecimentos em informática. No entanto, o GeoGebra, apesar de ser o *software* mais conhecido, nunca foi utilizado por eles. Uma minoria dos professores frequentou alguma ação de formação sobre a utilização de *softwares* educativos, mas nenhum referiu ter utilizado tais recursos na abordagem de conteúdos matemáticos. Na verdade, os que indicaram utilizar algum *software* nas suas aulas não envolveram diretamente o aluno na sua exploração.

Apesar de os professores não terem utilizado os *softwares* educativos para o ensino das Isometrias, todos reconheceram a sua importância no contexto educativo, em particular no ensino da Geometria.

2.5.2. A Professora-caso

A Professora-caso tinha 49 anos de idade no início do estudo. Fez o curso do Magistério Primário nos anos oitenta, obteve o Bacharelato em Matemática em meados dos anos noventa e concluiu, no início de 2000, a Licenciatura em Matemática – Ramo de Ensino. Foi transferida do EB para o ES.

Pertence ao quadro definitivo da escola onde foi realizada a experiência e, para além de docente, é orientadora de estágio pedagógico desde o ano lectivo 2001/02. Entre 2002 a 2006, desempenhou cargos diretivos numa das Escolas Secundárias da Cidade da Praia. No ano letivo em que iniciou o presente estudo, 2010/2011, lecionou o 1º (7º e 8º anos) e o 3º ciclo (11º e 12º anos). Uma descrição mais detalhada será feita no Capítulo IV.

2.5.3. Os alunos da turma do 8º ano

A turma com a qual se desenvolveu o presente estudo contava com 21 alunos, dividindo-se os inquiridos em 7 do sexo masculino e 14 do feminino. Aquando da aplicação do questionário, a média de idade era de 13 anos, sendo alunos pertencentes a famílias de diferentes classes sociais cujos processos, facultados pelo Subdiretor-Administrativo e Financeiro, mostram um número significativo proveniente de famílias carenciadas.

2.5.4. A investigadora

A investigadora é natural de São Vicente, Cabo Verde. Tinha, à data, 37 anos, é casada e mãe de dois filhos adolescentes. Licenciada em Matemática – Ramo de Ensino, mestre em

Multimédia em Educação, é docente do quadro definitivo da Universidade Pública de Cabo Verde, Coordenadora do Curso de Matemática – Vertentes Ensino e Matemática e Aplicações, membro da Comissão Nacional de Acesso ao Ensino Superior, membro da Comissão Nacional das Olimpíadas de Matemática em Cabo Verde, ano letivo 2014/15, membro da Comissão Organizadora das Olimpíadas da CPLP – 2015, contando com 15 anos de experiência no ensino superior. Leciona as disciplinas de Análise Matemática, Análise Numérica Computacional, Computação no Ensino de Matemática, Matematica e Supervisão do Estágio Pedagógico. Além das atividades docentes, desempenhou as funções de Responsável dos Serviços Académicos do Instituto Superior de Educação-ISE (atualmente unidade orgânica da Universidade de Cabo Verde) e Responsável Técnica da Unidade de Tecnologias de Informação e Comunicação do ISE). Durante dois anos, foi Diretora de Formação e Qualificação de Quadros no Ministério de Educação de Cabo Verde.

2.6. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Yin (2005) considera três princípios de recolha e tratamento de dados de extrema importância na realização de um estudo de caso, a saber: i) "a utilização de várias fontes de evidências, e não apenas uma; ii) a criação de uma base de dados e iii) a manutenção de um encadeamento de evidências" (p. 109).

Quanto às fontes, este autor destaca uma lista considerável, incluindo documentos, entrevistas, registos em arquivo, observação direta, observação participante e artefatos físicos. A utilização de diversas fontes de evidência constitui um ponto forte muito importante na recolha de dados para um estudo de caso, pois permite o desenvolvimento de linhas convergentes de investigação através do processo de triangulação de dados.

Como principais técnicas de recolha de dados privilegiaram-se, neste estudo, a inquirição, a observação direta e participante e a análise documental (Lüdke & André, 1986; Goetz & Le Compte, 1988; Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert *et al*., 1996; Yin, 2005), suportadas pelos seguintes instrumentos – diário do investigador, registos fotográficos, de áudio e vídeo, produções dos professores e dos alunos, entrevistas e questionários (Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert *et al*., 1996; Yin, 2005; Quivy & Campenhoutdt, 2005; Pardal & Lopes, 2011). De seguida apresentam-se as diferentes técnicas e suas particularidades.

2.6.1. Inquirição

A inquirição é uma técnica que permite recolher informação direta dos participantes na investigação através de um conjunto de questões estruturadas segundo certa ordem. Pode ter uma forma oral, como a entrevista, ou escrita, como o questionário (Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert *et al.*, 1996; Pardal & Lopes, 2011).

Detetar o grau de veracidade dos depoimentos constitui um dos principais problemas desses instrumentos (Goldenberg, 2009). Assim, esta autora alerta para a necessidade de maior atenção quando se lida com estes instrumentos, visto que se trabalha "com o que o indivíduo deseja revelar, o que deseja ocultar e a imagem que quer projetar de si mesmo e de outros" (p. 85). Realça, ainda, que o tipo de respostas que o investigador obtém dos seus entrevistados depende da sua personalidade e de atitudes. Portanto, o investigador deve articular cada questão com os objetivos do seu estudo, sendo que as questões devem ser formuladas de forma clara e objetiva de modo a abranger vários pontos de vista, porém sem induzir ou confundir o inquirido (id).

Neste estudo, foram privilegiados como instrumentos de inquirição as entrevistas semi-estruturadas, aplicadas à Professora-caso, e os questionários, aplicados aos professores e alunos. A entrevista foi aplicada à Professora-caso no decorrer da formação e no final da experiência em sala de aula; os questionários foram aplicados aos professores antes e depois da formação e aos alunos antes e depois da experiência.

2.6.1.1. Questionários inicial e final aos professores

Os questionários são instrumentos de recolha de informação de um tema de interesse para os investigadores, não existindo interação direta entre estes e os sujeitos de estudo. Fornecem respostas escritas a um conjunto de questões previamente formuladas que permitem ao investigador obter informações para se inteirar do comportamento dos sujeitos em estudo durante a realização da experiência. Quivy & Campenhoutdt (2005) realçam que este instrumento é adequado, entre outros, para estudos de casos, onde há necessidade de inquirir um número determinado de pessoas.

Pardal & Lopes (2011) apresentam algumas vantagens da utilização do questionário, nomeadamente, o custo reduzido; a preservação do anonimato, que é uma condição fundamental para a garantia da autenticidade das respostas e alguma flexibilidade na medida em que a sua resposta não precisa ser imediata. Goldenberg (2009) aponta outras vantagens, designadamente, pouca exigência de habilidade para a aplicação; a possibilidade de ser entregue em mãos ou enviado pelo correio; configuração em frases padronizadas que permitem uma maior uniformização para o tratamento e análise; os inquiridos sentem-se mais à-vontade para exprimir as suas opiniões.

No entanto, Quivy & Campenhoutdt (2005) apresentam algumas limitações e problemas deste instrumento, como respostas superficiais, impedindo a análise de certos processos; individualização dos inquiridos, considerados independentemente das suas redes de relações sociais e credibilidade do dispositivo relativamente frágil. Como outras limitações, Pardal & Lopes (2011) referem que este instrumento exige inquiridos alfabetizados; os inquiridos têm possibilidade de ler todas as questões do questionário antes de responder, o que não é conveniente porque facilita a resposta em grupo e viabilidade apenas em universos razoavelmente homogéneos. Assim, estes autores recomendam que o investigador se inteire bem das vantagens e limitações do uso deste instrumento para uma recolha rigorosa de informação. Para tal, na elaboração deste instrumento, deve-se optar por uma ou diversas modalidades e tipo de questões, associadas aos objetivos da investigação, em função das caraterísticas e disponibilidades dos inquiridos e, ainda, ter consciência dos processos de tabulação e tratamento de dados disponíveis (id).

Sintetizam-se, no quadro seguinte, as modalidades de questões e respetivas caraterísticas de acordo com as fontes consultadas.

<table>
<tr><th colspan="4">Questões</th></tr>
<tr><th colspan="3">Modalidade</th><th>Caraterística</th></tr>
<tr><td colspan="3">Abertas</td><td>Possibilitam total liberdade de resposta ao inquirido.
Uso em caso de pouca ou nenhuma informação sobre o tema em estudo ou quando se pretende estudar um assunto em profundidade.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Fechadas</td><td>Limitam o inquirido a escolher por uma de entre as respostas apresentadas, sendo tipicamente formulada através de questões dicotómicas.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Escolha múltipla</td><td rowspan="2">Em leque</td><td>Fechada</td><td>O inquirido é convocado a optar por uma entre diversas propostas apresentadas ou é solicitado a ordenar algumas ou todas.</td></tr>
<tr><td>Aberta</td><td>O inquirido é solicitado a escolher uma das propostas apresentadas mas pode acrescentar alternativas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Avaliação ou estimação</td><td>O inquirido tem de optar por uma, num conjunto de propostas que visa obter vários graus de intensidade em relação ao assunto.</td></tr>
</table>

Quadro 10. Classificação das modalidades de questões por Pardal & Lopes (2011, p.75-80)

Foi aplicado um questionário inicial, a oito dos treze professores de Matemática da escola em referência, para a organização e planificação do programa da formação e um questionário final para avaliação da formação. Antes da aplicação, estes instrumentos foram submetidos a validação por um conjunto de cinco especialistas na área de Educação, dois do Ensino Superior com grau de doutor em Didática da Matemática e três do Ensino Secundário, sendo um mestre em Educação, na variante em Educação Matemática, e os outros dois com o grau de mestrado em Matemática, Ramo Educacional. Foram propostas algumas sugestões para a sua melhoria, nomeadamente, correção linguística, alteração da ordem de algumas questões e reformulação de outras que estavam extensas. As sugestões feitas foram acatadas e produziu-se a versão final dos instrumentos.

O questionário inicial aplicado aos professores (Anexo I) admite cinco grupos de perguntas:

- o 1º, sobre 'Dados biográficos', é constituído por 6 questões, de modalidade fechada;
- o 2º, sobre 'As tecnologias informáticas', tem seis questões principais. Duas são de modalidade fechada e através delas verifica-se a frequência de alguma disciplina relacionada com Tecnologias Educativas e o acesso a um computador; três são de

escolha múltipla em leque aberto, com quatro opções de resposta e apresentam vários itens versando sobre a frequência de utilização de aplicativos genéricos, o local e a frequência de acesso a um computador, a finalidade e frequência de utilização do computador. Outra, de escolha múltipla de avaliação, foca-se no nível de conhecimentos em informática – insuficiente, suficiente, bom ou muito bom;

- o 3º, sobre 'Os *softwares* educativos a Matemática', abrange 4 questões, sendo uma fechada, que incide na facilidade de acesso a uma sala de informática da Escola para o ensino de Matemática; duas de escolha múltipla em leque aberto focadas na frequência de alguma formação sobre a utilização de *softwares* educativos para a Matemática e na importância do uso de *softwares* educativos a Matemática e uma outra de escolha múltipla de avaliação, em relação à qual os inquiridos devem ordenar as alternativas apresentadas;
- o 4º, sobre 'Os Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica', é constituído por quatro questões: uma aberta, que incide nos recursos utilizados para o ensino da Geometria; três de escolha múltipla em leque aberto, sobre o processo de ensino e de aprendizagem da Geometria e o conhecimento e utilização de *softwares* educativos no ensino de Geometria e uma outra de escolha múltipla de avaliação sobre as potencialidades do GeoGebra;
- o 5º, sobre 'Isometrias do plano euclidiano', apresenta 3 questões de modalidade aberta e estas verificam os tipos de Isometrias abordados nos diversos anos de escolaridade, o modo como são trabalhados, ao mesmo tempo que solicita, num último ponto, a descrição de uma aula tipo.

O questionário final aplicado aos professores (Anexo II) também foi dividido em quatro grandes grupos de questões:

- o 1º, sobre o perfil dos professores, com três questões de modalidade fechada, diz respeito ao sexo, à data de nascimento e ao nível de lecionação por ciclos;
- o 2º, com três questões de escolha múltipla de avaliação, é referente aos 'Objetivos, metodologia, duração e calendarização da formação';
- o 3º, sobre 'O *software* GeoGebra e o desenvolvimento de competências didáticas, matemáticas, transversais e geométricas', tem sete questões. Destas, uma é de modalidade aberta e incide sobre o uso de ADGD no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática; quatro são de escolha múltipla em leque aberto, pretendendo inquirir sobre as vantagens e desvantagens de utilização de *softwares* educativos em contextos letivos, os benefícios da formação na prática letiva e a posição

dos professores sobre a recomendação destes recursos para o ensino de Matemática e duas são de escolha múltipla de avaliação sobre as potencialidades do *software* GeoGebra e de aferição do gosto pela exploração dos conteúdos geométricos com este recurso;

- o 4º 'Avaliação global da formação', com três questões, inclui duas de modalidade aberta relativamente aos aspetos mais positivos e negativos no processo de formação realizado e a apresentação de sugestões de melhoria para a ação de formação levada a cabo.

2.6.1.2. Questionário inicial e final aos alunos

Estes instrumentos foram submetidos aos mesmos especialistas citados anteriormente, para uma necessária validação. Surgiram algumas propostas de reformulação de algumas questões relativas à utilização de uma linguagem mais simples e adequada que facilitasse a compreensão dos alunos. Em relação à questão 2 do questionário final, sugeriu-se introduzir a opção 'Normal' no quadro e, na questão 4, a sugestão apontou no sentido de dar aos alunos a possibilidade de assinalarem mais do que uma resposta.

Os questionários também foram submetidos à turma-piloto para validação. De entre os alunos com níveis de aprendizagem diferenciados, foram selecionados 10 para o seu preenchimento, o que ocorreu num tempo de 50 minutos para cada um dos questionários. Os alunos não sugeriram alterações a qualquer dos questionários. Entretanto, no questionário inicial, observou-se que os mesmos tiveram dificuldades em preencher a última questão do último grupo onde se tinha enumerado um conjunto de afirmações sobre o uso do GeoGebra para a Matemática. Assim, em vez de se apresentar, no cabeçalho da tabela, os números 1, 2, 3 e 4 para a escolha do grau de concordância sobre as afirmações, escreveu-se 'Concordo plenamente', 'Concordo parcialmente', 'Discordo parcialmente' e 'Discordo completamente'.

Das informações recolhidas no questionário inicial, constatou-se que, na questão 7 do grupo 1, os alunos limitaram-se a indicar o tipo de atividade realizada. Assim, esta questão foi reformulada de 'Recordas-te de alguma experiência especialmente interessante vivida em anos anteriores na disciplina de Matemática?' para 'Descreve alguma experiência especialmente interessante vivida em anos anteriores na disciplina de Matemática'.

No questionário final, notou-se que havia ausência de respostas nas questões onde se pediam as justificações das opções escolhidas, pelo que se teve mais atenção no acompanhamento dos alunos aquando do preenchimento destes instrumentos. De acordo com aquilo que se verificou na pilotagem e de acordo com os resultados dos peritos, produziu-se a versão final dos instrumentos.

O questionário inicial aplicado aos alunos (Anexo III) é constituído por quatro grupos de questões:

- o 1º, 'O perfil dos alunos', tem sete questões: duas de modalidade aberta, quatro de modalidade fechada e uma de escolha múltipla em leque aberto, sobre o sexo, a data de nascimento, o gosto pela Matemática, o aproveitamento escolar e a situação de aprendizagem da Matemática nos anos anteriores e naquele em que se realizou a experiência;
- o 2º, 'O computador', tem dez questões: três de modalidade fechada (uma sobre o tempo médio de uso diário do computador e duas sobre a frequência de disciplina de Informática no 7º e 8º ano de escolaridade); seis de escolha múltipla em leque aberto sobre a finalidade e frequência de utilização do computador, o uso e frequência de aplicativos genéricos, o conhecimento para abrir e fechar um ficheiro numa pasta do computador, num CD-ROM, numa pendrive ou noutro local e uma de escolha múltipla de avaliação sobre o gosto pela utilização do computador;
- o 3º, 'O computador no processo de ensino e aprendizagem' com três questões. Uma de escolha múltipla em leque fechado sobre o uso do computador nas aulas e duas de escolha múltipla de avaliação sobre o gosto pela utilização do computador nas aulas e a importância do uso do computador no processo de ensino e de aprendizagem;
- o 4º, 'Os *softwares* educativos na Matemática', tem três questões: uma de escolha múltipla em leque aberto sobre a utilização e frequência de *softwares* e duas de escolha múltipla de avaliação sobre a importância e potencialidade do uso de *softwares* educativos a Matemática.

O questionário final aplicado aos alunos (Anexo IV) está estruturado em três grupos de questões:

- o 1º, 'O perfil dos alunos', tem duas questões de modalidade fechada sobre o sexo e a data de nascimento;
- o 2º, 'O *software* GeoGebra e o desenvolvimento de competências matemáticas, transversais, geométricas e tecnológicas'; tem dez questões. Uma de escolha múltipla em leque fechado sobre a melhor forma de aprendizagem da Matemática; quatro de escolha múltipla em leque aberto sobre a preferência dos conteúdos abordados na experiência, a preferência pelo trabalho individual, em pares ou em grupo, a facilidade de trabalho com o GeoGebra e a dificuldade sentida na realização de alguma tarefa e

cinco de escolha múltipla de avaliação sobre a aprendizagem da Matemática suportada por computador, a aprendizagem dos conteúdos de Geometria utilizando o computador, a explicação da professora com a utilização do computador nas aulas, a aprendizagem dos conteúdos geométricos com a utilização do GeoGebra e a contribuição da estratégia utilizada pela professora no favorecimento da compreensão dos conteúdos geométricos;

- o 3º, 'Apreciação global da experiência', tem oito questões: duas de modalidade aberta sobre a preferência de realização das aulas de Matemática e os aspetos considerados mais e menos positivos no estudo da unidade Isometrias com suporte do GeoGebra; uma de modalidade fechada em relação ao ganho de confiança na exploração das potencialidades do GeoGebra e cinco de escolha múltipla de avaliação sobre o gosto pela exploração dos conteúdos geométricos com o GeoGebra, a importância da utilização deste *software* no ensino e na aprendizagem da Geometria e na aprendizagem da Matemática, o grau de concordância sobre as potencialidades dos ADGD e a avaliação global da experiência.

2.6.1.3. Entrevistas à Professora-caso

Numa entrevista, estabelece-se uma conversa premeditada, normalmente entre duas pessoas (ainda que possa envolver mais), sendo dirigida por uma delas com o propósito de se obter informações sobre a outra para se compreender, em profundidade, o mundo do entrevistado (Bogdan & Biklen, 1994).

Segundo os autores referidos, na investigação qualitativa, as entrevistas podem ser utilizadas como estratégia dominante para a recolha de dados ou em conjunto com a observação, análise de documentos e outras técnicas. As entrevistas variam quanto ao grau de estruturação, sendo umas muito fechadas, centradas em tópicos determinantes e guiadas por questões, muitas das quais, pré-definidas, e outras muito abertas, tendo o entrevistador um papel de suma relevância na definição do conteúdo da entrevista e na condução do estudo (id). Neste caso, segundo Yin (2005), durante o processo de entrevista, o investigador segue a sua linha de investigação e concebe as questões de modo a não serem tendenciosas e a atenderem às necessidades de sua linha de pesquisa.

Ainda, quanto ao grau de estruturação, Pardal & Lopes (2011) indicam que, entre a entrevista estruturada (mais fechada) e a entrevista não estruturada (mais aberta), existe uma variante designada por entrevista semiestruturada, muito útil na investigação social.

Numa entrevista estruturada, as perguntas colocadas ao entrevistado são estandardizadas, quer na forma de formulação das perguntas, quer na sequência das perguntas, quer no uso do vocabulário. O rigor da técnica condiciona tanto e entrevistador como o entrevistado, pois a sua liberdade de atuação é limitada, cabendo ao entrevistador submeter o guião da entrevista de forma escrita e devendo o entrevistado responder apenas ao que lhe é questionado. A sua aplicação é difícil, exigindo total disciplina tanto do entrevistador como do entrevistado. Imprime rigor à informação, mas a limitação e a espontaneidade do entrevistado podem fragilizar a entrevista.

No outro extremo, a entrevista não estruturada possibilita mais liberdade de atuação. Estabelece-se uma conversa livre entre entrevistador e entrevistado com a condição do primeiro não influenciar as respostas do interlocutor. Assume várias formas, sendo a entrevista não dirigida (completa liberdade de conversação) ou a entrevista dirigida (focaliza-se num determinado assunto e as perguntas desenrolam em torno dele) as mais utilizadas na investigação social.

Na entrevistada semiestruturada, a comunicação entre o entrevistador e entrevistado não é nem inteiramente livre e aberta, com caráter informal, nem orientada por um conjunto rígido de perguntas padronizadas estabelecidas previamente. O entrevistador tem na sua posse um referencial de perguntas-guia, suficientemente abertas que, naturalmente, são lançadas no decorrer da conversa e podem não seguir a ordem estabelecida no guião. Compete ao entrevistador direcionar a comunicação para os objetivos da entrevista sempre que o discurso se desvie das linhas de investigação, provocando o aprofundamento da informação solicitada de elementos que o entrevistado omitir (id).

Para o presente estudo, foram realizadas duas entrevistas semiestruturadas à Professora-caso. Os guiões das entrevistas foram submetidos a validação pelo mesmo grupo que validou os questionários.

Em relação aos guiões das entrevistas, as sugestões incidiram na troca de ordem de algumas questões, na correção linguística e na eliminação de duas questões cujas ideias estavam repetidas. Os guiões de entrevista foram melhorados, tendo a sua pilotagem sido realizada com duas professoras que participaram na formação, tendo algumas das suas aulas sido por nós assistidas, visando avaliar a adequação dos objetivos definidos, o tempo necessário para a sua realização e a identificação de possíveis correções e ajustes necessários.

Para a primeira entrevista (Anexo V), foram elaborados três grupos de questões – ‘Caraterização’, ‘Visão sobre o ensino e aprendizagem da Matemática’ e ‘Computador e *softwares* educativos a Matemática’. Pretendeu-se obter dados para a sua caraterização e, de um modo geral, a visão da entrevistada sobre o ensino e aprendizagem da Matemática; a identificação de eventuais dificuldades na implementação do programa de Matemática do 8º ano de escolaridade; as estratégias utilizadas para o ensino dessa disciplina; possíveis problemas registados no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática bem como o nível e forma de utilização de ferramentas informáticas no contexto da sala de aula.

Desenvolveu-se a segunda entrevista (Anexo VI) com base num guião com dois grandes grupos de questões – '*Software* GeoGebra e o desenvolvimento de competências matemáticas, transversais e geométricas' e ' Impacto da experiência'. Este instrumento serviu para obter a opinião da Professora-caso sobre as apropriações conseguidas e a forma como geriu a formação, referente às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, em contexto da sua prática letiva. De igual modo, visou recolher a sua opinião sobre o impacto dessa prática letiva no desenvolvimento de competências desenvolvidas pelos seus alunos.

2.6.2. Observação

A observação, como técnica científica, tem como função produzir informação requerida pela(s) questões e objetivos do trabalho (Pardal & Lopes, 2011). Para melhor a caraterizar, estes autores indicam duas dimensões: o grau de estruturação e o tipo de participação do observador no contexto estudado. A observação não estruturada é mais adequada numa fase exploratória do estudo, com vista a direcionar a própria estruturação da observação. O seu uso exclusivo simplifica a realidade. Na observação estruturada, para a compreensão do fenómeno em estudo, o investigador trabalha com dados sistematizados considerados relevantes e recorre a meios técnicos aprimorados que permitem um nível elevado de precisão. A observação estruturada constitui a única modalidade que viabiliza o rigor da investigação, possibilitando o controlo de validade e limitando possíveis distorções de análise (id).

Numa observação, o observador pode ser participante ou não participante. A observação não participante, estruturada ou não, pode acontecer em qualquer situação sendo o investigador essencialmente um espetador. Na observação participante, o investigador integra-se no contexto. A vivência da situação permite-lhe conhecer o fenómeno de estudo a partir do interior (id:ib). O investigador é um observador ativo, isto é, interage com todos os participantes do estudo. Das oportunidades oferecidas por esta técnica, Yin (2005) destaca: a participação do investigador em eventos ou em grupos que, de outra forma, são inacessíveis à investigação científica e a perceção da realidade do sujeito "dentro" do estudo de caso e não de um ponto de vista externo.

Neste estudo, utilizou-se a técnica da observação participante. Para Bogdan & Biklen (1994), num estudo de caso, a observação participante constitui uma das melhores técnicas de recolha de dados. Yin (2005) complementa que, se o estudo de caso se realizar sobre uma tecnologia, a observação dessa ferramenta em contexto será uma preciosa ajuda para se compreender os limites ou problemas dessa nova tecnologia. Realça ainda que poderá ser valioso registar o ambiente com fotografias para facultar ao investigador as caraterísticas importantes do caso.

Assim, os instrumentos que suportaram esta técnica foram o diário do investigador e os registos fotográficos, de áudio e vídeo (Bogdan & Biklen, 1994; Pardal & Lopes, 2011).

2.6.2.1. Diário de bordo

No âmbito da formação, procurou-se perceber, designadamente, como os professores iam reagindo perante a utilização de um recurso novo, o GeoGebra, na exploração das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. Igualmente, no acompanhamento da Professora-caso em sala de aula, a observação recaiu principalmente sobre o modo como se desenvolveu a experiência suportada por este recurso, no estudo da unidade didática Isometrias.

Assim, no diário de bordo, pretendeu-se registar todos os acontecimentos considerados relevantes, quer na formação quer ao nível da sala de aula, para melhor se poder compreender o comportamento e a forma como os professores e os alunos lidaram com a utilização do GeoGebra para a aprendizagem dos conteúdos geométricos. Tal registo foi feito tão próximo quanto possível do seu acontecimento e, por vezes, com base em notas soltas que se iam tomando para não se interromper o trabalho.

Saliente-se que, sendo a primeira vez que a professora utilizava um recurso novo em contexto de sala de aula, por diversas vezes solicitou o apoio da investigadora. Esta, por conseguinte, não conseguiu, *in loco*, registar com muito pormenor, neste instrumento, alguns acontecimentos ocorridos em sala de aula. Isso foi feito, portanto, após as aulas e com apoio das informações registadas em áudio e video.

Nas sessões de formação, tendo a investigadora um duplo papel, não foi possível anotar todos os acontecimentos neste instrumento, por ter de acompanhar os professores nos momentos de desenvolvimento dos trabalhos, suas apresentações e discussões dos mesmos. Assim os acontecimentos foram escritos com mais profundidade após as sessões de formação e com apoio das informações registadas em áudio e vídeo.

2.6.2.2. Guião de observação de aula

Para assistência às aulas da Professora-caso, a investigadora utilizou um guião para observação de aulas de Matemática adaptado do modelo do NCTM (Anexo VII) que foi, previamente, acordado com a docente. A observação incluiu os objetivos de aprendizagem, a avaliação e as estratégias educativas. Este guião possibilitou registar a metodologia utilizada pelo professor e incluiu tópicos sobre estratégias motivacionais com especial incidência na atitude, intervenção e envolvimento dos alunos nas aulas em interação com as ações da professora nas respostas às questões colocadas, gestão do tempo, relações interpessoais.

2.6.2.3. Registos fotográficos, de áudio e vídeo

Os registos fotográficos, de áudio e vídeo foram utilizados como testemunhos de alguns momentos dos trabalhos desenvolvidos pelos professores e alunos. Igualmente, foi utilizado o registo áudio nos momentos de reflexão entre a Professora-caso e a Formadora. Estes instrumentos complementaram a informação obtida pelos outros métodos e auxiliaram na análise das aulas embora, em alguns momentos, as gravações não tivessem ficado com boa qualidade, dificultando a compreensão dos acontecimentos ocorridos.

2.6.3. Análise documental

A recolha de documentos foi feita de acordo com os interesses deste estudo. Atendendo aos objetivos que se perseguiram, foram consultados documentos orientadores do sistema educativo cabo-verdiano, oficiais e outros, que permitissem construir um conhecimento mais aprofundado do contexto em estudo, designadamente, a Lei de Bases do Sistema Educativo de Cabo Verde (1990); a Nova Lei de Bases do Sistema Educativo de Cabo Verde (2010). Do mesmo modo, foram analisados o Currículo e o Programa de Matemática do Ensino Secundário (ME, 1996) no intuito de perceber até que ponto estes refletiam as preocupações das normas internacionais para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Foram igualmente tidos em consideração documentos e relatórios de Organismos Nacionais e Internacionais: – Relatório do Estado do Sistema Educativo Nacional de Cabo Verde, elaborado com a assistência técnica da UNESCO/Breda - Pólo de Dakar (MED, Dezembro de 2011); *World Data on Education* (UNESCO-IBE, 2006); Desafios da Educação em Cabo Verde (ME & UNICEF, 1998); o Plano Nacional de Ação de Educação para todos (Ministério da Educação e Valorização dos Recursos Humanos, 2002); os Principais Indicadores da Educação – Ano Letivo 2007/08 (Gabinete de Estudos e Planeamento - GEP, Maio de 2009); o Anuário da Educação 2006/07 (GEP, Março de 2008); o Anuário da Educação 2007/08 (GEP, Abril de 2009); o Anuário da Educação 2008/09 (GEP, Outubro de 2009). Estes documentos constituíram uma mais-valia no momento inicial do estudo empírico, uma vez que permitiram uma visão mais clara sobre a situação de Cabo Verde quanto à metas prioritárias a atingir no quadro dos objetivos do milénio. Finalmente, foi estudado o Manual do 8º Ano de Escolaridade (ME, 1996) para se verificar a articulação vertical e horizontal com os documentos orientadores (Currículo e Programa).

Igualmente, visando o contraponto entre os programas de Matemática de Cabo Verde e Portugal, foram analisados documentos portugueses sobre o PMEB (Ponte *et al.*, 2007) e as MA para o EB (ME/DEB, 2001), para além dos Programas de Formação Contínua em Matemática para professores do 1º e 2º ciclos do EB, geral (Serrazina *et al.*, 2005, 2008) e da Universidade de

Aveiro (Cabrita, 2006, 2007, 2008c, 2009, 2010, 2011 – documentos não publicados), com o objetivo de conhecer a situação da formação contínua em Portugal.

Foi também analisado e explorado o GeoGebra com base no Manual de apoio aos utilizadores (Hohenwarter & Preiner, 2007, 2009).

Além disso, recorreu-se a um outro grupo de documentos respeitantes a produções dos participantes no estudo, professores e alunos, e que se explicitam a seguir.

2.6.3.1. Fichas de Trabalho dos professores

Estruturaram-se as tarefas a usar no âmbito da formação em 11 fichas de trabalho (Anexo VIII). Destas fichas, recolheu-se a sua resolução, por parte dos professores-formandos, no GeoGebra, para posterior análise detalhada.

Essas fichas foram submetidas à apreciação e validação de três especialistas do Ensino Superior, todos com grau de doutor - dois em Didática da Matemática e um em Matemática e Aplicações. No geral, surgiram propostas para correções morfológicas.

2.6.3.2. Fichas de Trabalho dos alunos

A partir das tarefas inicialmente (Anexo IX) apresentadas à Formadora pela Professora-caso, incluindo os subsídios dos formandos e da Formadora, foram discutidas as propostas de tarefas nas sessões de trabalho colaborativo com a Professora-caso. Desse trabalho conjunto resultaram 15 fichas (Anexo X), as quais foram aplicadas na experiência em sala de aula para abordagem da unidade didática Isometrias. Tais fichas foram realizadas com diversos tipos de tarefas: exercícios, problemas e explorações, com maior ênfase nas tarefas de natureza exploratória.

As fichas de trabalho foram submetidas a validação pelo mesmo grupo de especialistas que validou os questionários. Surgiram propostas para a reformulação de algumas questões, que passaram pela revisão da ordem de todas as tarefas e pela utilização de uma linguagem mais simples que melhor se adequasse ao nível dos alunos. Em relação ao último ponto dos grupos de questões 1 e 5 da ficha 2, foram feitas sugestões de introdução de uma frase para que o aluno registasse a sua conclusão. Quase todos os contributos discutidos foram considerados pertinentes e tidos em conta nas sessões de planificação, pelo que foram integrados nas Fichas de Trabalho. Assim, foi revista e sequenciada a ordem das tarefas, iniciando-se pelas mais práticas, primeiro no computador, depois no papel e, por fim, em função da "teoria".

Pretendia-se, também, que todas as fichas de trabalho fossem validadas pelos alunos da turma-piloto da Professora-caso, mas tal não foi possível, na totalidade, por indisponibilidade de salas de informática na escola do estudo. Recorreu-se à Universidade de Cabo Verde, onde foi possível trabalhar apenas oito das quinze fichas previstas devido a insuficiência de horário.

A resolução das 15 fichas de trabalho pelos alunos também foi recolhida para uma análise apropriada das mesmas.

2.6.3.3. Teste de avaliação

O teste de avaliação foi desenvolvido em duas partes - uma teórica (Anexo XI) para ser resolvida com recurso a instrumentos de construção e de medição, e uma prática (Anexo XII), para ser resolvida com suporte do GeoGebra. Foi aplicado nas modalidades pré e pós teste. O pré-teste visou a obtenção de dados sobre o nível de conhecimentos geométricos dos alunos permitindo, por um lado, verificar a necessidade ou não de reformulação da planificação e, por outro, permitiu analisar, posteriormente, a evolução dos alunos por comparação com o pós-teste.

O teste de avaliação foi submetido a validação pelo mesmo grupo que validou as fichas de trabalho. A maioria das sugestões feitas ao documento foi no sentido de reformulação de algumas questões para utilização de uma linguagem mais simples e adequada que facilitasse a compreensão dos alunos. No grupo 3, foi retirada uma afirmação do quadro que estava repetida. Na parte teórica, os elementos do ES sugeriram a eliminação das duas últimas questões que acharam ter um grau de dificuldade demasiado elevado atendendo ao nível de ensino em causa. Ainda foi sugerida a introdução de uma nota, no início do teste, solicitando, aos alunos, a justificação conveniente de todas as respostas dadas e que utilizassem os espaços em branco para o registo de respostas a todas as questões. Estas propostas foram consideradas pertinentes e fez-se a melhoria do documento, obtendo-se a sua versão final.

As produções dos alunos relativas ao teste foram recolhidas para posterior análise.

2.6.3.4. Planos de aula da Professora-caso

Os planos de aula iniciais (Anexo XIII) produzidos pela Professora-caso foram recolhidos para análise.

Numa fase inicial, a Professora-caso apresentou todas as planificações para a realização das 15 fichas de trabalho, incluindo o tempo para a sua realização, os conteúdos, os objetivos gerais e específicos, os recursos, a indicação e a descrição das tarefas e os pré-requisitos. Os planos foram sendo reformulados resultando, assim, nos planos de aula finais (Anexo XIV). Neles constam os objetivos específicos, os conteúdos, as tarefas, os recursos/materiais, a avaliação, tempo previsto e a estratégia para a execução da aula.

2.6.3.5. Relatórios

Depois da aplicação do questionário final foi solicitado aos alunos que desenvolvessem um pequeno relatório, visando explicitar a sua opinião sobre a forma como decorreu a abordagem da unidade didática Isometrias com recurso ao *software* GeoGebra. Os relatórios constituíram fonte de dados, tendo sido recolhidos para análise.

2.7. Etapas e procedimentos

Do esquema de investigação, destacam-se duas fases muito importantes nesta investigação - a planificação da ação de formação e a sua implementação e, paralelamente, o acompanhamento da Professora-caso em sala de aula.

O presente estudo partiu da revisão da literatura, da análise do *software* e do manual do GeoGebra, do PMES e de outros documentos referenciados em 2.6.3. Posteriormente, procedeu-se à aplicação do questionário inicial aos 8 professores. Depois, como estava previsto, fez-se assistência a aulas apenas dos professores regentes das turmas do 8º ano.

A partir do enquadramento teórico, das informações recolhidas através do questionário referido, das aulas e dos outros documentos, planificou-se a formação. De seguida, implementou-se o plano de formação. Com sete sessões de formação desenvolvidas, aplicou-se a primeira entrevista à Professora-caso e o questionário inicial e o pré-teste aos respetivos alunos.

Paralelamente às sessões de formação, fez-se o acompanhamento da Professora-caso na abordagem da unidade didática Isometrias suportado pelo GeoGebra. Finda a ação de formação, foi feita a aplicação do questionário final aos professores. A aplicação do pós-teste e do questionário final aos alunos e da segunda entrevista à Professora-caso foi realizada no fim da experiência, em sala de aula. De seguida, especifica-se cada uma das etapas.

2.7.1. Exploração do *software*/manual do GeoGebra e análise de documentos

Para além da revisão de literatura, a recolha de informações para a planificação da formação envolveu a exploração do *software* GeoGebra bem como dos manuais e outros documentos disponibilizados no seu site oficial (www.geogebra.at, www.geogebra.org). Foram igualmente consultados diversos documentos e artigos publicados no âmbito de realização de trabalhos em contexto letivo com este recurso. Fez-se uma análise do PMES em Cabo Verde que serviu para fazer um contraponto com o PMEB em Portugal. O PMEB em Portugal, os documentos relativos ao m@c ½ e as MA para o EB conduziram à consulta das normas internacionais para o ensino e a aprendizagem da Matemática, revelando-se ser muito útil para o desenvolvimento da formação bem como para a atualização de alguns conceitos matemáticos.

2.7.2. Aplicação do questionário inicial aos professores e assistência a aulas

No mês de Março de 2010, foram realizadas três visitas à Direção da Escola. Na primeira, a investigadora foi atendida pela assistente da Direção, tendo-se solicitado um encontro com a Diretora, o que veio a acontecer três dias depois. No encontro com a Diretora, a investigadora apresentou-se como docente da Uni-CV e aluna do Programa Doutoral em Multimédia em Educação. Após a explicação da razão da visita, foi pedido um encontro com todos os membros da Direção para apresentação do projeto de investigação. Uma semana depois, foi realizada a terceira visita à Direção da escola, tendo a investigadora apresentado o projeto de investigação e manifestado o seu interesse no desenvolvimento do mesmo nessa escola. Foram indicados a finalidade e os objetivos do estudo e, através da demonstração de algumas potencialidades do *software* GeoGebra, procurou-se sensibilizar os membros daquela Direção para a inovação das práticas pedagógicas com recurso a tecnologias informáticas, em especial *softwares* educativos.

Após a anuência da Direção, a Diretora marcou um encontro entre a investigadora deste trabalho e os professores de Matemática numa 4ª feira, dia destinado às reuniões de coordenação desta disciplina. No encontro, foi apresentado o projeto e mostradas algumas potencialidades do *software* GeoGebra, tendo os professores ficado sensibilizados e mostrando-se muito interessados e entusiasmados em participar da formação.

Assim, com os professores regentes das turmas de 8º ano, foi acordada a observação de duas aulas para a semana seguinte, para cada um, com vista a ter uma perceção da estratégia utilizada nas aulas, das tarefas propostas e recursos/materiais, do clima em sala de aula, do tipo de interação promovido em sala de aula, dos papéis do professor e do aluno. Também ficou acordado o horário em que ia decorrer a formação e, por fim, os professores foram informados dos procedimentos de recolha de dados e alertados do tempo que tinham que despender para participar na formação. Finalmente, ficou combinado o preenchimento de um questionário inicial pelos professores que iam participar da formação com vista à obtenção de subsídios para a planificação da formação.

Após duas semanas do encontro, a investigadora esteve com os professores para o preenchimento do questionário inicial (22 de Outubro 2010), tendo-lhes sido explicado o objetivo do mesmo. Os professores propuseram, por já terem outros compromissos profissionais, a entrega na semana seguinte (27/10/2010). Assim, foram recolhidos os questionários, de oito professores, na data indicada.

A observação das aulas dos professores ocorreu na semana seguinte à recolha dos questionários (28 de Outubro a 5 de Novembro de 2010).

Das observações feitas às aulas dos professores regentes das turmas do 8º ano, constatou-se que as metodologias utilizadas se inscrevem num paradigma mais tradicional de ensino e de aprendizagem – os professores fazem a exposição dos conteúdos, seguida de resolução de exercícios no quadro. A maioria das resoluções dos exercícios é realizada pelos próprios professores. Quando os alunos foram convocados para apresentar as suas resoluções no quadro, as estratégias de resolução foram indicadas pelos próprios professores, não havendo um espaço para o desenvolvimento de tarefas em grupo ou individualmente que permitam levar o aluno à exploração e à reflexão sobre os trabalhos desenvolvidos.

Observou-se que os alunos se limitavam a ouvir os professores e a copiar os conteúdos no quadro. A utilização de tarefas rotineiras criava um ambiente de sala de aula monótono e silencioso, o que não entusiamava os alunos. Notava-se, nas suas expressões, desinteresse e pouca motivação para a aprendizagem. Não houve momentos de discussão e síntese sobre os exercícios resolvidos. Tão pouco, foram criados espaços para interação entre os intervenientes (aluno-aluno) e aconteceu pontualmente entre aluno-professor. Muitas vezes, o professor respondia à sua própria pergunta, não dando espaço para a comunicação em sala de aula. Os materiais utilizados pelos professores foram o giz, o quadro negro e a ficha de exercícios.

As observações reforçam, mais uma vez, a necessidade de serem desenvolvidas ações de formação para os professores com o objetivo de os levar a adotar atitudes diferentes nas suas práticas letivas, tendo como estratégia delinear atividades em que todo o processo de aprendizagem se desenvolve com o aluno.

2.7.3. Planificação do programa de formação

Os subsídios recolhidos, principalmente, das análises do questionário inicial, do enquadramento teórico, de alguns programas de formação contínua de professores de Matemática, de trabalhos de investigação desenvolvidos no âmbito do ensino e aprendizagem da Geometria com suporte de *softwares* dinâmicos, das orientações internacionais para o ensino e aprendizagem da Matemática e do PMES para o 8º ano auxiliaram a planificação da Ação de Formação que se levou a cabo no âmbito do estudo empírico da tese.

Procurou-se adaptar o PFCM da UA – m@c 1/2 – ao contexto de Cabo Verde. Como já se referiu anteriormente, este programa foi reconhecido como inovador e nele é valorizado o uso de recursos tecnológicos como suporte de atividades de aprendizagens significantes. Este princípio, adotado pelo programa, é um fator de extrema importância na medida em que pode, por um lado, provocar nos professores a reflexão e, por outro, levar à mudança de conceções sobre as suas práticas pedagógicas e, consequentemente, à procura de uma metodologia de ensino mais adequada à promoção de aprendizagem dos alunos.

Assim, a modalidade de formação utilizada foi também a de "*Oficina de formação*". Esta Ação de Formação teve por base os princípios estabelecidos pelo PFCM da UA e perseguiu como finalidade última a melhoria da aprendizagem dos alunos do 1º Ciclo do ES e o desenvolvimento de uma atitude positiva na área da Matemática. Nesta formação, definiu-se como principais objetivos:

- Promover o aprofundamento do conhecimento geométrico, tecnológico, curricular e didático dos professores envolvidos;
- Proporcionar a realização de experiências de desenvolvimento curricular em Matemática que integrem a planificação da prática didáctica, sua condução e reflexão entre os formandos, devidamente apoiada e incentivada pela Formadora (Cabrita, 2010, p. 23);
- Fomentar uma atitude positiva dos professores relativamente à Matemática, promovendo a autoconfiança na sua competência enquanto professores de Matemática e incentivando à elevação das suas expectativas acerca das capacidades de aprendizagem dos seus alunos (id).

A Ação de Formação teve a duração de, aproximadamente, 51 horas ao longo de 17 semanas. Assentou fundamentalmente em sessões temáticas (teórico-práticas e práticas), de planificação, de supervisão/acompanhamento em sala de aula e reflexão. Nas sessões temáticas (um total de 21 sessões – quatro de 1h; quatro de 2h e treze de 3h), a familiarização com o *software* GeoGebra, através da resolução de três problemas de construções geométricas básicas, constituiu a primeira parte com três sessões, duas de uma hora e uma de duas horas. Com vista a facilitar o trabalho, foi-lhes distribuído um 'Guia de Ferramentas do GeoGebra' (Anexo XV).

A segunda parte, de 9 sessões (2 de uma hora, 3 de duas horas e 4 de três horas), de natureza teórico-prática, desenvolveu-se em três momentos: trabalho autónomo pelos professores, apresentação das resoluções das tarefas propostas, bem como a comparação das mesmas e, por fim, a sistematização formal dos conceitos em estudo. As propostas centraram-se no estudo das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e suas propriedades, na Simetria e grupos de simetrias e, em particular, na simetria dos polígonos regulares. Visou-se o desenvolvimento de competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas. Fez-se uma análise das Isometrias, suas propriedades e relações. Explorou-se, ainda, as propriedades das composições das Isometrias e suas relações.

A aplicação das Isometrias na resolução de problemas de Geometria e no estudo de frisos e rosáceas constituiu a terceira e a última parte da formação, com 9 sessões de 3 horas cada. Pretendeu-se a promoção e o estímulo dos professores para o estabelecimento, nas suas práticas letivas, de conexões entre temas matemáticos e entre estes e o dia-a-dia e/ou outras áreas disciplinares.

As fichas de trabalho da formação incidiram sobre os seguintes domínios:

i) Programas de Matemática para o 1º Ciclo do ES de Cabo Verde e do 3º Ciclo do EB em Portugal;
ii) Capacidades transversais – resolução de problemas, raciocínio e comunicação;
iii) Tópicos matemáticos – Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias;
iv) A natureza das tarefas (privilegiaram-se as tarefas de natureza exploratória e problemas);
v) Recursos (GeoGebra, materiais manipuláveis, manuais escolares);
vi) Prática letiva, implementação e avaliação;
vii) Cultura na sala de aula.

As tarefas apresentadas são predominantemente de natureza exploratória e privilegiaram a realização de atividades de construção geométrica e descoberta de relações e propriedades suportadas pelo GeoGebra. Pretendeu-se aprofundar o conhecimento geométrico, tecnológico, curricular e didático e consciencializar para a importância de tais actividades, envolvendo a elaboração e teste de conjeturas geométricas, no desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da capacidade de resolução de problemas, visando uma aprendizagem significativa e crítica da Geometria.

No quadro seguinte, sintetiza-se a caraterização da natureza das tarefas desenvolvidas nas fichas de trabalho, quanto à sua natureza e objetivos que perseguem.

Natureza das tarefas	Fichas de Trabalho	Objectivos pretendidos
Exploratórias	Ficha – Construções Geométricas Básicas	• Familiarizar-se com o *software* GeoGebra; • Ganhar destreza na construção e manuseamento das ferramentas do *software* GeoGebra.
	Ficha 1 (TP) - Translação e composição de translações	• Explorar as propriedades da translação e da composição de duas translações, através da construção, manipulação e transformação contínua de figuras geométricas, ocasionada pelo comando "arrastar" do *software* GeoGebra
	Ficha 2 (TP) - Rotação e composição de rotações	• Explorar as propriedades da rotação de centro no vértice da figura e no seu exterior dada a medida de amplitude do ângulo, através da construção, manipulação e transformação contínua de figuras geométricas, ocasionada pelo comando "arrastar" do *software* GeoGebra; • Explorar as propriedades da composição de duas rotações: ✓ com o mesmo centro O e amplitudes α e β; ✓ de centros U e V e amplitudes α_1 e α_2 (se $\alpha_1 + \alpha_2 \neq 360º$; se $\alpha1 + \alpha2 = 360º$ ou um múltiplo de 360º); • Explorar as propriedades da composição de duas meias-voltas e de uma meia-volta por uma translação.
	Ficha 3 (TP) - Reflexão e reflexão deslizante	• Explorar as propriedades da reflexão e da composição de uma reflexão por uma translação associada a um vector paralelo ao eixo de reflexão, através da construção, manipulação e transformação contínua de figuras geométricas, ocasionada pelo comando "arrastar" do *software* GeoGebra.
	Ficha 4 (TP) - Composição de reflexões e composição de duas reflexões deslizantes	• Explorar as propriedades da composição de duas reflexões (de eixos paralelos e de eixos concorrentes) e da composição de três reflexões; • Explorar as propriedades da composição de duas reflexões deslizantes distintas.
	Ficha 5 (TP) - Simetria	• Explorar o conceito de simetria e grupos de simetrias em figuras, particularizando o caso das simetrias em polígonos regulares.
	Ficha 2 (P) - Identificação de Isometrias e composição de Isometrias	• Utilizar Isometrias e composição de Isometrias para construir/reproduzir figuras; • Identificar Isometrias e composição de Isometrias em figuras apresentadas.
	Ficha 3 (P) - Padrões geométricos	• Investigar padrões geométricos (frisos, rosáceas, pavimentações e técnica de Escher) através de alguns sites disponibilizados.
	Ficha 5 (P) – Rosáceas	• Explorar a modelação de rosáceas utilizando o comando "sequência" do *software* GeoGebra • Explorar grupo de simetrias e ordem das rosáceas.
Exercícios	Ficha 4 (P) – Frisos	• Construir frisos a partir do módulo utilizando ícones da barra de ferramentas e a linha de comandos.
	Ficha 5 (P) – Rosáceas	• Construir rosáceas utilizando ícones da barra de ferramentas;
Resolução de problemas geométricos	Ficha 1 (P) - Problemas de Geometria e Isometrias	• Desenvolver aptidão para resolver problemas através de construções geométricas.

Quadro 11. Classificação das tarefas das fichas de trabalho aplicado aos professores quanto à natureza e respetivos objetivos

No decorrer da formação, os formandos deveriam colaborar com a Professora-caso na elaboração de propostas de tarefas para a abordagem da unidade temática Isometrias em sala de aula com recurso ao *GeoGebra* e, no final, tinham de entregar um pequeno relatório que consistia na análise crítica das sessões de formação, identificando os pontos fortes e os pontos fracos.

2.7.4. Implementação do plano de formação

No quadro seguinte, apresentam-se os momentos realizados nesta Ação de Formação no âmbito das sessões com o grupo de formandos, acompanhados de datas e do tempo necessário para a sua concretização.

Sessão	Data	Duração	Momento	
	22/10/2010	9h-9h30	Aplicação do questionário inicial aos professores (distribuição dos questionários)	
	27/10/2010	9h-9h20	Recolha dos Questionários	
1ª 2ª	24/11/2010 24/11/2010	9h30-10h30 18h00-20h00	Aplicação da ficha – Construções geométricas básicas para familiarização com o *Software* GeoGebra.	Familiarização
3ª	01/12/2010	9h30-10h30	Conclusão da ficha iniciada na sessão anterior.	
4ª	01/12/2010	18h00-20h00	Ficha 1 – Translação e composição das translações'.	Parte teórico-prática
5ª	08/12/2010	18h00-20h00	Ficha 2 – 'Rotação e composição das rotações'.	
6ª 7ª	15/12/2010 15/12/2010	9h30-10h30 18h00-21h00	Conclusão da Ficha 2	
8ª	22/12/2010	18h00-21h00	Ficha 3 – 'Reflexão e composição de reflexões'.	
9ª	12/01/2011	18h00-21h00	Conclusão da Ficha 3	
10ª 11ª	18/01/2011	9h30-10h30 18h00-20h00	Ficha 4 – 'Reflexão deslizante e composição de duas reflexões deslizantes'.	
12ª	25/01/2011	18h00-21h00	Ficha 5 – 'Conceito de simetria e grupos de simetrias em polígonos regulares.	
13ª	01/02/2011	18h00-21h00	Ficha 1 – ' Problemas de Geometria e Isometrias'.	Parte prática
14ª	07/02/2011	18h00-21h00	Ficha 2 – 'Isometrias e composições de Isometrias'.	
15ª	14/02/2011	18h00-21h00	Ficha 3 – 'Atividades de exploração: Padrões Geométricos: Frisos e rosáceas, Mauritz Cornelis Escher, Técnica de Escher, Pavimentações.	
16ª	21/02/2011	18h00-21h00	Conclusão da ficha 3.	
17ª	28/02/2011	18h00-21h00	Ficha 4 – 'Frisos'	
18ª	02/03/2011	18h00-21h00	Conclusão da ficha 4 e classificação dos grupos de simetria de frisos.	
19ª	09/03/2011	18h00-21h00	Ficha 5 – 'Rosáceas'	

20ª	17/03/2011	18h00-21h00	Conclusão da ficha 5 e estudo de rosáceas com grupos de simetria cíclico e diedral	
21ª	21/03/2011	18h00-21h00	Revisão dos conteúdos abordados e considerações gerais sobre a ação de formação.	
	22/03/2011	9h-9h50	Aplicação do questionário final aos professores.	

Quadro 12. Calendarização dos momentos da ação de formação

Uma leitura detalhada do quadro testemunha a preocupação de aliar, neste estudo, a componente teórica à prática. Assim, procurou-se programar as sessões de forma equilibrada, sendo que o calendário semanal dos trabalhos se estendeu por cinco meses, mais tempo do que previsto no projeto de investigação. Tal deveu-se à constatação das dificuldades que os formandos sentiam, dada a desatualização de alguns conceitos geométricos. Verificou-se que também, no contexto cabo-verdiano, não se tem dado a devida importância às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. Assim, trabalhou-se de forma mais empenhada e à luz das linhas e preocupações internacionais para o ensino e aprendizagem da Matemática, realçando-se a importância da Geometria, em especial os temas Simetria e Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano pretendendo antecipar essa nova visão para ser, desde já, trabalhada nos currículos de Matemática em Cabo Verde. A disponibilidade dos professores contribuiu para uma abordagem profunda dos temas referenciados.

A aplicação do questionário inicial aos professores aconteceu a 22/10/2010, os quais foram recolhidos na semana seguinte (27/10/2010). No total, o plano compreendeu três sessões iniciais para a familiarização com o *software* GeoGebra. Seguiram-se nove sessões teórico-práticas e igual número de práticas. Na parte teórico-prática, as tarefas nas fichas de trabalho foram estruturadas de modo a que os conteúdos teóricos emergissem a partir do trabalho prático dos professores. Pretendeu-se promover práticas de aulas inovadoras, almejando-se assim uma rutura com as práticas pedagógicas enraizadas nas salas de aula em que a parte prática emerge após a exposição dos conteúdos pelo professor.

Na parte prática, pretendeu-se valorizar o trabalho prático dos professores, mostrar a importância do trabalho colaborativo e da abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano em diferentes contextos e situações que desafiam o pensamento dos alunos, incutindo neles a adoção de experiências nas suas práticas pedagógicas que fomentam uma formação Matemática sólida dos seus alunos, uma formação que lhes proporcione uma visão mais adequada sobre a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico da sociedade.

Assim, almejou-se fomentar uma aprendizagem dos conceitos isométricos com coerência, com estabelecimento de conexão dentro e fora da Matemática de modo a promover o relacionamento dos conteúdos de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano com outros conteúdos de outras disciplinas e a revisão de conteúdos trabalhados na mesma área nos anos anteriores e que são tratados nos posteriores e as matérias a eles subjacentes, conforme defendem Ball, Thames & Phelps (2008), a importância do conhecimento horizontal e vertical do currículo, para além do conhecimento dos materiais curriculares adequado a um determinado tópico ou assunto que o professor deve ter.

Também, propondo-se a autonomia dos professores, as sessões foram contempladas com momentos de discussão, reflexão e análise crítica sobre as tarefas realizadas. Os trabalhos destas sessões ocuparam muito tempo. Os professores necessitaram de um tempo razoável para se ambientarem com o GeoGebra embora, inicialmente, tenham ocorrido três sessões de familiarização, conforme o previsto. A investigadora observou que os professores manifestaram essa necessidade para realizarem com mais segurança a tarefa proposta.

Nas sessões de familiarização, notou-se alguma ansiedade por parte dos professores, justificada com o facto de estarem a ser confrontados com algo novo. Mesmo na posse do guia de ferramentas do GeoGebra, que lhes foi distribuído no primeiro dia de trabalho, os professores fizeram vários questionamentos à Formadora, entre eles, sobre a localização das ferramentas no GeoGebra para a realização das tarefas propostas. Notou-se alguma impaciência de alguns em explorar por si sós as ferramentas do GeoGebra e percebeu-se que, nas suas práticas, não eram familiares as tarefas de exploração. Neste sentido, procurou-se seguir a estratégia de ensino e de aprendizagem exploratória indicado por Ponte (2005a) de modo a que a abordagem dos conteúdos acontecesse a partir do trabalho prático dos professores.

Assim, gradualmente, foi-se realçando a importância de se criar um ambiente que proporcione aos alunos a oportunidade de aprender a formular conjeturas, de experimentar várias estratégias de resolução de problemas, de construir argumentos matemáticos e de contra-argumentar, através de diversos tipos de tarefas conforme as orientações dadas pelo NCTM (2008), visando uma maior autonomia dos alunos, aprendizagem com compreensão, uma visão positiva para a Matemática e um papel mais ativo dos alunos na construção do seu próprio conhecimento.

Do ponto de vista teórico, também a duração dos trabalhos mostrou as lacunas existentes na formação destes docentes, especialmente nos conteúdos geométricos, o que fez com que houvesse necessidade de mais debate para realçar a importância do estudo da Geometria para a Matemática e outras áreas. Durante as sessões, tentou-se mostrar aos professores a importância do trabalho colaborativo visando o desenvolvimento profissional dos mesmos e, consequentemente, a melhoria da aprendizagem. Igualmente, tentou-se valorizar o trabalho prático dos professores e dos alunos bem como o seu aproveitamento no momento de formalização dos conteúdos tendo sempre em vista que se tornassem mais autónomos nas aprendizagens. Também se discutiu o aspeto do aproveitamento dos erros dos alunos para a construção de novas aprendizagens. A questão da comunicação em sala de aula foi outro aspeto debatido para a sensibilização dos professores na adoção de práticas que fomentem a interação em sala de aula.

Para se ter uma ideia clara de como tudo foi acontecendo, tanto na fase de familiarização como nas partes teórico-prática e prática, quando a maioria terminava de realizar as tarefas resolvidas individualmente ou em pares, solicitava-se a um elemento que apresentasse tal resolução e discutisse. Caso ninguém conseguisse delinear e aplicar uma estratégia de resolução ou as soluções apresentadas fossem incorretas, para que pudessem concluir as suas tarefas, a Formadora, através da formulação de questões ao grupo, tentava orientá-los para que não se sentissem desmotivados e desinteressados pela formação, conforme estratégia utilizada por Ribeiro (2005) no âmbito da sua tese de doutoramento.

Pretendia-se recolher as resoluções das tarefas no GeoGebra e as respostas escritas nas fichas de trabalho. Contudo, notou-se que os professores apresentavam resistência em formular as respostas por escrito nas fichas de trabalho, tendo sido recolhidas apenas as resoluções no GeoGebra. Destas construções, algumas tinham registo dos procedimentos de construções utilizados enquanto outros não. Todas essas sessões foram gravadas e videogravadas e acompanhadas do diário de bordo e, em alguns momentos, foram feitas algumas fotos.

Para a preparação do acompanhamento em sala de aula, nas sessões de planificação, foram realizadas 15 sessões de trabalho colaborativo com a Professora-caso (em média 3 horas semanais), de 22 de Dezembro de 2010 a 24 de Março de 2011. Geralmente aconteciam às quartas-feiras, dia destinado à Coordenação da disciplina de Matemática. Nelas foram discutidas a natureza das tarefas para as fichas de trabalho, os planos de aula, a comunicação em sala de aula, a forma como devia acontecer a aula e os seus momentos de realização, os aspetos que deviam ser considerados na observação das mesmas, os recursos a serem utilizados e a avaliação dos alunos. Foram desenvolvidas propostas de tarefas para a sala de aula. Partindo tanto das propostas de tarefas apresentadas pela Formadora bem como pelos formandos, no decorrer da formação, as sessões de trabalho colaborativo com a professora serviram para que a mesma as adequasse aos seus alunos.

As fichas de trabalho foram concebidas com base em diversos tipos de tarefas: exercícios, resolução de problemas e exploração, com maior ênfase nas tarefas de natureza exploratória.

Todas as sessões de trabalho colaborativo foram audiogravadas e acompanhadas de um diário de bordo. Desse trabalho desenvolvido, sintetizam-se, de seguida, as sugestões e alterações feitas às fichas de trabalho inicialmente apresentadas pela Professora-caso à Formadora.

Juntaram-se as duas primeiras Fichas de Trabalho, das quais donde resultou a Ficha 1, tendo ficado com duas partes, Explorando o GeoGebra 1 e Explorando o GeoGebra 2. A primeira preocupação foi trabalhar a linguagem matemática a utilizar uma vez que, durante a formação, esta foi identificada como um dos aspetos que havia necessidade de melhorar. Por exemplo, usar "medida de comprimento do lado" em vez de "medida do lado"; "medir a amplitude dos ângulos" em vez de "medir o valor dos ângulos". Foram ainda reformuladas algumas questões na Ficha 1, para facilitar a compreensão dos enunciados pelos alunos bem como passar aos mesmos a necessidade do rigor na linguagem matemática.

Na Ficha 2, a Professora-caso sugeriu trabalhar a Isometria translação e, simultaneamente, introduzir o conceito de vetor de forma intuitiva. As tarefas referentes aos vetores e propriedades de vetores passaram a ser contempladas na Ficha 4, atendendo a que, na discussão, chegou-se à conclusão que as tarefas propostas eram muito complexas para aquele momento.

Por sua vez, ao discutir-se as propriedades da translação que iriam ser contempladas nas questões de completamento, após a análise das tarefas anteriores a estas, a Professora-caso indicou três propriedades para a substituição da questão que solicitava o registo das propriedades da translação, considerada uma tarefa muito abrangente.

A Formadora sugeriu-lhe incluir mais um ponto nesta questão, solicitando a determinação dos segmentos de ligação dos vértices do objeto com as suas imagens finais e a comparação das suas caraterísticas. Este aspeto acabou também por ser considerado nas outras fichas em que se pretendia explorar as propriedades das Isometrias rotação, reflexão e reflexão deslizante. Ao aceitar tal sugestão, estas propriedades foram introduzidas nas fichas como questões de completamento, no sentido de se considerar os trabalhos de Schattschneider (2003) e Breda *et al*. (2011) em que a identificação completa de uma Isometria em pares de triângulos congruentes é determinada pelas posições dos segmentos que unem os vértices do triângulo objeto com as suas imagens.

Igualmente, propôs-lhe a comparação da medida de comprimento dos segmentos de reta com a medida de comprimento do vetor associado à translação.

Na discussão da Ficha 3 – Aplicações da Translação no plano euclidiano –, a Formadora sugeriu representar o vetor na linguagem matemática simbólica, especificar o recurso ao GeoGebra para a realização da tarefa 4 e a reformulação do 2º item desta tarefa, utilizando uma linguagem mais simples que melhor se adequasse ao nível dos alunos. A Professora-caso sugeriu a eliminação do item 2.5 e da questão 3 que tratava os conteúdos soma de pontos com vetores e soma de vetores por serem considerados difíceis naquele momento. Estas tarefas foram incluídas na Ficha 4 – vetores e propriedades de vetores.

Na Ficha 4 – Vetores e propriedades de vetores –, a Formadora recomendou a reformulação da questão 1. Em vez de ser deixado ao critério do aluno o desenho de dois vetores, foi dada uma figura com as suas representações geométricas. Com exceção do item 1.1, todos os outros foram reformulados. Na questão 2, a Professsora-caso, pretendendo estabelecer a conexão com os números fracionários estudados no 7º ano, introduziu um item para identificação de um vetor colinear com outro dado e com medida de comprimento um número pertencente ao conjunto □ . A Professora-caso sugeriu integrar nessa ficha uma tarefa que levasse os alunos a concluir sobre a propriedade comutativa da adição de dois vetores. Referiu que os alunos já tinham visto essa propriedade no 7º ano quando estudaram os conjuntos □ , □ e □ . A Formadora sugeriu a introdução de uma questão de completamento para a caraterização de vetores simétricos.

Para a composição de duas translações – Ficha 5 –, a Professora-caso propôs trabalhar a Ficha antes realizada na formação. A Formadora sugeriu-lhe a sua adequação à linguagem dos alunos. Introduziu-se uma questão de completamento com duas frases para a identificação de propriedades de composição de duas translações.

A Ficha 6 – Aplicação da composição de duas translações –, não sofreu qualquer alteração, a nº 7 incluiu a Isometria rotação e suas aplicações, tendo-se alterado a ordem das tarefas porque as primeiras apresentavam situações particulares, juntamente com a introdução de questões de completamento para identificação de propriedades da Rotação.

Na Ficha 8 – Isometrias no plano euclidiano – Reflexão –, introduziram-se questões de completamento para identificação de propriedades da Reflexão e simplificou-se a linguagem utilizada na questão 2.

Na Ficha 9 – Aplicações da Reflexão no plano euclidiano –, foi alterada a ordem das tarefas de forma a sequenciá-las de acordo com o grau de complexidade, apresentando primeiro as reflexões com eixos verticais e horizontais e, só depois, as com eixos oblíquos. Na sequência, a Ficha 10 - Reflexão deslizante –, perante a proposta da Professora-caso de trabalhar a Ficha que foi realizada na formação, a Formadora sugeriu-lhe a sua adequação à linguagem dos alunos, recomendando ainda a introdução de três questões de completamento para a identificação de propriedades da reflexão deslizante.

Na Ficha 11 - Aplicações da Reflexão deslizante no plano euclidiano –, alterou-se a ordem das duas primeiras questões devido ao grau de dificuldade que apresentavam. Neste caso, a última questão foi eliminada por ter sido considerada difícil para os alunos.

Na Ficha 12 – Simetrias de polígonos regulares –, a Formadora propôs uma tarefa para iniciar o tema e decidiu, com a Professora-caso, que a resolução seria dada conjuntamente pela Professora-caso e pelos alunos, utilizando os materiais manipuláveis, visto que era a primeira vez que estavam a estudar o conceito atual de simetria. As outras tarefas foram propostas pela Professora-caso.

Na Ficha 13, apenas foi alterada a designação da Ficha de “Isometrias no plano euclidiano” para “Simetrias e Isometrias no plano euclidiano”.

A Ficha 14 – Frisos e Rosáceas – sofreu alteração de conteúdo. Na parte II da ficha reformulada, a figura do palhaço não foi bem escolhida porque apresentava simetria. Assim, após a discussão, a Professora-caso apresentou e construiu no GeoGebra outras figuras que não possuíam simetrias.

Para a última Ficha, a Professora-caso manifestou interesse em trabalhar problemas e situações-problema:

> “Gostaria de trabalhar situações-problemas para a última Ficha. Digo isso porque trabalhando as situações do dia-a-dia dos alunos, eles podem ver que aí está a Matemática. Que aquele objeto em Matemática designa-se assim, assim, assim, […], fazendo um ensino com mais significado. Por exemplo, justificar que os frisos que temos nas casas de banho e que também encontramos nas cozinhas, nos pratos foram construídos com conceitos matemáticos. As pavimentações que temos nas calçadas também foram construídas com conceitos matemáticos. Por isso, acho que […] devíamos trazer problemas e situações-problema” (Excerto de um momento de reunião gravado - EMRG a 24/01/2011).

Nesse sentido, a Formadora apresentou-lhe uma situação-problema e a Professora-caso, partindo de uma tarefa trabalhada na formação, propôs um problema que adaptou ao contexto dos seus alunos, tendo construído a Ficha nº 15.

Primando pelo uso de rigor na linguagem matemática e mais compreensão do conceito pavimentação, na situação-problema, reformulou-se o item 1.1: “O Sr. Tiago começou por estudar a possibilidade de construir uma pavimentação regular, <u>isto é, de preencher o plano com polígonos regulares</u> todos iguais”. para “O Sr. Tiago começou por estudar a possibilidade de construir uma pavimentação regular, <u>isto é, de preencher todo o plano, sem deixar buracos e sem sobreposição</u> da tijolaria, com polígonos regulares todos iguais”.

No quadro seguinte, sintetiza-se a caraterização da natureza das tarefas desenvolvidas nas fichas de trabalho, quanto à sua natureza e objetivos que perseguem.

Natureza das tarefas	**Fichas de trabalho**	**Objectivos pretendidos**
Exploratórias	Ficha nº 1	• Familiarizar com o software GeoGebra; • Explorar ferramentas do GeoGebra • Ganhar destreza tecnológica no manuseamento das ferramentas do GeoGebra • Interpretar e utilizar representações matemáticas; • Discutir ideias e argumentar.
	Ficha nº 2	• Explorar ferramentas do GeoGebra na Isometria translação; • Construir translações no plano euclidiano com o GeoGebra; • Identificar a imagem, obtida por translação, de uma figura plana;

		• Relacionar a figura com a sua imagem; • Identificar as propriedades da translação; • Utilizar as propriedades das translações; • Definir o conceito de translação; • Desenvolver a capacidade de visualização espacial; • Discutir ideias e argumentar.
	Ficha nº 4	• Concluir que a soma de vetores é comutativa; • Multiplicar um escalar por um vetor; • Identificar vetor simétrico. • Resolver problemas envolvendo a visualização espacial. • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Identificar as propriedades operatórias de vetores.
	Ficha nº 5	• Determinar o vetor soma, a partir de dois vetores dados. • Realizar a composição de translações e relacioná-la com a adição de vetores; • Reconhecer que a composição de duas translações é também uma translação; • Identificar as propriedades de invariância das translações; • Utilizar as propriedades de invariância das translações.
	Ficha nº 7	• Explorar ferramentas do GeoGebra na Isometria rotação; • Realizar rotação dados o centro de rotação (no vértice e no exterior da figura) e a amplitude; • Identificar rotações no plano; • Visualizar rotações no plano; • Descrever rotações no plano • Reconhecer a rotação como uma Isometria; • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Descobrir as propriedades da rotação; • Identificar as propriedades da rotação; • Resolver problemas envolvendo rotações; • Reconhecer Isometrias, aplicando as suas propriedades na dinâmica do plano ou na resolução de problemas.
	Ficha nº 8	• Explorar ferramentas do GeoGebra na Isometria reflexão; • Construir a reflexão de um triângulo; • Comparar o triângulo com a reflexão obtida através da determinação das medidas das amplitudes dos ângulos e dos comprimentos dos lados • Determinar a distância de cada um dos vértices do triângulo e da sua imagem ao eixo de reflexão • Descobrir as propriedades da reflexão; • Reconhecer a reflexão como uma Isometria.
	Ficha nº 10	• Explorar ferramentas do GeoGebra na Isometria reflexão deslizante; • Efetuar reflexões deslizantes, utilizando o software GeoGebra; • Visualizar reflexões deslizantes no plano. • Descrever reflexões deslizantes no plano. • Descobrir as propriedades da reflexão deslizante; • Identificar as propriedades da reflexão deslizante; • Reconhecer a reflexão deslizante como uma Isometria.

	Ficha nº 12	• Efetuar dobragens com vista à identificação de eixos de simetria de uma figura; • Reconhecer eixos de simetria em polígonos regulares; • Relacionar o número de vértices, de lados e de ângulos com o número de eixos de simetria axial em polígonos regulares; • Definir simetria axial.
	Ficha nº 13	• Utilizar as Isometrias na obtenção de novas figuras; • Construir rosáceas; • Construir frisos.
	Ficha nº 14	• Construir rosáceas através de rotações; • Descobrir a medida da amplitude do ângulo utilizado em rotação; • Identificar as transformações utilizadas em diversos frisos.
Exercícios e Resolução de problemas	Ficha nº 3	• Identificar a imagem de uma translação, associada a um vetor dado; • Utilizar materiais de desenho (régua e esquadro) para resolver problemas de aplicação da translação no plano euclidiano; • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Identificar o vetor associado a uma translação; • Usar translações em contextos diversificados.
	Ficha nº 6	• Determinar a imagem de um quadrilátero através da composição de duas translações associadas a dois vetores dados; • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados; • Caraterizar o vetor soma de dois vetores dados; • Resolver problemas envolvendo a visualização espacial.
	Ficha nº 9	• Efetuar a transformação geométrica – reflexão; • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Usar as propriedades geométricas da reflexão; • Efetuar reflexões no plano; • Resolver problemas envolvendo a transformação geométrica reflexão; • Usar as ferramentas do GeoGebra para confirmação das reflexões realizadas com os instrumentos de medição.
	Ficha nº 11	• Utilizar as ferramentas do GeoGebra para a reflexão deslizante; • Utilizar as propriedades da reflexão deslizante na resolução de problemas; • Resolver problemas envolvendo a visualização espacial; • Reconhecer reflexões deslizantes no plano.
Resolução de problemas	Ficha nº 15	• Resolver situações problema; • Identificar polígonos regulares que podem ser usados na pavimentação; • Construir frisos; • Construir pavimentações.

Quadro 13. Classificação das tarefas das fichas de trabalho aplicado aos alunos quanto à natureza e respetivos objetivos

2.7.5. Primeira entrevista à Professora-caso

No início da formação, registaram-se imprevistos, nomeadamente de natureza pessoal, que explicam uma disponibilidade diferenciada para a realização da experiência em sala de aula.

Assim, só depois de sete sessões de formação, é que foi possível reunir condições para a realização da experiência (com garantia de presença e interesse dos participantes) e, deste modo, escolher a Professora-caso. O início do trabalho colaborativo coincidiu com a data da primeira entrevista à professora- caso, no dia 22 de Dezembro de 2010.

Da pilotagem deste instrumento, foram feitas algumas observações, designadamente acerca da dificuldade, em alguns momentos, de se ouvir alguns conteúdos gravados, o toque do sino e o som do telemóvel de uma das entrevistadas durante a sessão. Assim, antes da realização das entrevistas com a Professora-caso, foram tomadas as devidas precauções a fim de evitar os constrangimentos acima mencionados.

Antes da realização da entrevista, foi-lhe explicado o objetivo pretendido com este instrumento. A entrevista decorreu no local de trabalho da Professora-caso, numa sala de aula, para que a mesma se sentisse o mais à-vontade possível, num horário previamente combinado, tendo durado 20 minutos. Correu com normalidade, não se tendo registado qualquer situação que levasse a alguma alteração ao documento.

A entrevista foi registada em áudio digital e transcrita para *Microsoft Word* (Anexo XVII) pela investigadora. Depois da transcrição, foi submetida à Professora-caso para revisão e validação. Esta identificou apenas alguns erros de transcrição, não tendo ocorrido qualquer alteração de conteúdos.

2.7.6. Aplicação do questionário inicial e do pré-teste aos alunos

Após o momento de familiarização com os alunos, a investigadora e a Professora-caso fizeram a aplicação do questionário inicial em papel, no dia 14 de Janeiro de 2011, no período contrário ao das aulas. Antes da sua realização individual, foi-lhes explicado qual era o seu objetivo e disponibilizou-se um tempo para esclarecimento de dúvidas. A sessão preencheu um tempo de, aproximadamente, 50 minutos. No final desse tempo, foram recolhidos os questionários, em papel, dos 21 alunos que constituíam a turma onde se realizou a experiência.

A realização do pré-teste ocorreu individualmente, na presença da Professora-caso e da investigadora e após a realização da primeira Ficha que continha duas partes, ‘Explorando o GeoGebra 1’e Explorando o GeoGebra 2’, e visava a familiarização dos alunos com o *software* GeoGebra.

O pré-teste, como já foi referido anteriormente, é constituído por duas partes, uma teórica, realizada no papel com utilização dos instrumentos de desenho e medição, e outra prática, feita com o uso do GeoGebra.

A parte teórica é constituída por 4 grupos com diferentes números de questões de forma a abranger os aspetos mais relevantes dos conteúdos trabalhados. O 1º grupo com uma única questão, constituída por 7 alíneas; o 2º com 3, cada uma das quais com 2 subalíneas; o 3º grupo consiste numa proposta de verdadeiro e falso e o último grupo é composto por uma única questão. Os objetivos que perseguem estão sintetizados no quadro seguinte:

Grupos	Objetivos
Grupo 1	• Identificar a Isometria que foi aplicada a uma figura para produzir a outra.
Grupo 2	• Determinar a imagem por reflexão, por rotação e por translação de um triângulo dado, com recurso a instrumentos de medição e desenho. • Verificar propriedades das Isometrias através de medição e capacidade de raciocínio espacial
Grupo 3	• Reconhecer propriedades das Isometrias
Grupo 4	• Construir dois polígonos congruentes de tal modo que não sejam o transformado um do outro por uma qualquer translação

Quadro 14. Objetivos do teste teórico

A componente prática é constituída por 7 grupos, de forma a abranger os aspetos mais relevantes dos conteúdos trabalhados, todos de construção e identificação de propriedades de Isometrias no GeoGebra. No 1º grupo apresentam-se 2 questões, tendo a 1ª 4 subalíneas sem alíneas; o 2º, o 4º e o 6º grupos compostos por uma única questão e não apresentam alíneas; o 3º grupo, com uma questão e tem 6 alíneas; o 5º com uma questão constituída por duas alíneas e, por fim, o 7º com 4 alíneas, não tendo a 1ª e a 4ª nenhuma subalínea, tendo a 2ª e a 3ª 2 subalíneas. A 3ª subalínea tem 3 sub-sub alíneas. Os objetivos estão especificados no quadro seguinte de acordo com o grupo de questões.

Grupos	Objetivos
Grupo 1	• Construir transformados de um triângulo por uma translação, uma rotação, uma reflexão, uma reflexão deslizante e verificar a congruência.
Grupo 2	• Utilizar as Isometrias adequadas para a construção de figuras mediante certas indicações.
Grupo 3	• Desenhar figuras com determinado nº de eixos de simetrias.
Grupo 4	• Construir uma rosácea a partir de um modelo dado.
Grupo 5	• Construir duas rosáceas, uma cíclica e outra diedral, a partir de dois motivos dados.
Grupo 6	• Construir friso com base no módulo dado.
Grupo 7	• Utilizar as Isometrias adequadas para a construção de figuras. • Identificar a Isometria que foi aplicada a uma figura para produzir a outra. • Identificar figuras congruentes. • Identificar pares de figuras que possam ser transformados uma de outra por determinadas Isometrias. • Construir um pano típico de Cabo Verde a partir de uma figura dada.

Quadro 15. Objetivos do teste prático

Todas foram realizadas no período das aulas, tendo a professora da disciplina de Educação Visual e Tecnológica cedido duas das suas aulas para a constituição de um bloco de 100 minutos. Na parte teórica, os alunos responderam às questões na ficha de teste e, na parte prática, além de registarem as suas justificações por escrito no teste, entregaram os trabalhos realizados no GeoGebra numa pendrive que lhes foi oferecida no início da experiência.

Durante a sua realização, manifestaram várias dúvidas, mostrando-se muitos nervosos e irritados por não conseguir responder à grande maioria das questões do teste.

2.7.7. Acompanhamento da Professora-caso em sala de aula

As sessões de acompanhamento em sala de aula decorreram de 9 de Fevereiro a 22 de Março de 2011numa das Turmas do 8º ano da Professora-caso, constituída por 21 alunos, situada no último dos três pisos da escola, sem iluminação natural nem janelas para arejar e iluminar a sala, o que implicava ter a luz artificial a funcionar por 24 horas. As mesas com os computadores dispunham-se em forma de "U" (Ver figura 53) com as carteiras à frente, impossibilitando uma boa visualização por parte de alguns alunos, que ficavam de costas para a professora e obrigavam os colegas das duas filas laterais a virar-se sempre para ver a professora e acompanhar as aulas. Foi solicitada a mudança dos equipamentos, mas sem sucesso. Os alunos A2 e A9 utilizaram o computador disponível para o uso do professor e adicionou-se uma mesa à esquerda desses alunos para a Professora-caso, que utilizou o portátil pessoal da Formadora.

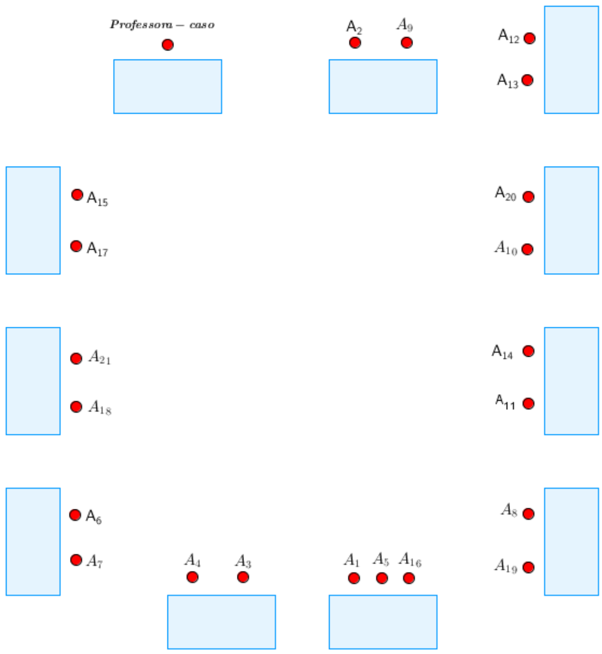


Figura 53. Mapa do Laboratório de Informática I da Escola

Como já tinha sido referenciado, não tendo sido possível realizar todas as sessões na escola prevista devido à sobrecarga das duas salas de computadores destinadas a aulas de informática, contou-se com a Universidade de Cabo Verde, situada ao lado da Escola, que disponibilizou uma sala para duas aulas semanais. Os computadores, nesta sala, dispunham-se da mesma forma que na sala da escola onde se realizou a experiência e os alunos podiam trabalhar de forma individual (Ver figura seguinte), o que a sala de informática da escola não permitia devido ao número reduzido de computadores.

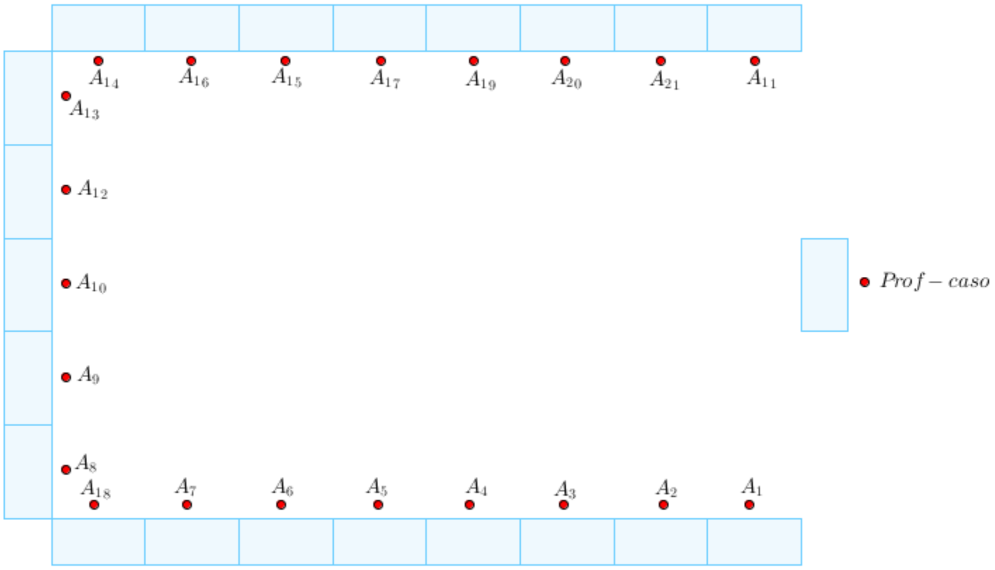


Figura 54. Mapa do Laboratório de Informática da Uni-CV (sala 224)

Foram feitas 6 sessões por semana, durante sete semanas, num total de 43h. No anexo XIV, apresentam-se os 15 planos de aula, desenvolvidos com a Professora-caso, e onde se incluem: os objetivos específicos, os conteúdos, a estratégia, os recursos/materiais, a avaliação e o tempo previsto.

Recorde-se que, nas sessões de formação, foram desenvolvidas tarefas para a sala de aula, tanto pela Formadora como pelos formandos, tendo as sessões de trabalho colaborativo com a professora servido para as adequar aos seus alunos. As fichas de trabalho (Anexo X) foram desenvolvidas com base em diversos tipos de tarefas: exercícios, problemas e explorações, com maior ênfase nas tarefas de natureza exploratória. Adotou-se a estruturação das fichas de trabalho de modo a possibilitarem ao aluno o registo das propriedades descobertas e das conclusões tiradas. Foi possível desenvolver 9 fichas de forma individual (fichas 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 13 e 14) e 5 em pares (fichas 1, 2, 6, 7 e 15). Atendendo ao número ímpar de alunos pertencentes à turma, um grupo era constituído por 3 elementos; sendo a ficha 12 desenvolvida em grupos de três. Antes da realização da primeira Ficha, foi distribuído aos alunos um ‘Guia das Ferramentas do GeoGebra’ (Anexo XV).

Para o desenvolvimento das aulas, foi adotada a estratégia de ensino e de aprendizagem exploratória, tendo sido reservado um espaço para realização de trabalho autónomo por parte do aluno. Os conceitos em estudo foram desenvolvidos com base no trabalho prático dos alunos.

Portanto, os momentos de trabalho aproximaram-se dos descritos por Ponte (2003, 2005a) para esta estratégia de ensino, a saber: apresentação da Ficha aos alunos; realização de trabalho autónomo por parte dos alunos, durante o qual a professora tenta assumir o papel de mediadora através da interação com os alunos de forma individual e em grupos. Nesse momento, pretendia-se a aprendizagem das Isometrias por compreensão com vista à descoberta e construção do conhecimento, bem como para tirar partido das potencialidades oferecidas pelo *software* GeoGebra; apresentação das resoluções e confronto com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões e, por último, síntese para a formalização e consolidação dos conceitos em estudo.

A observação das aulas foi orientada por um guião (Anexo VII) e por registos fotográficos, áudio, vídeo e alguns aspetos relevantes foram registados no diário de bordo.

Após a conclusão da experiência em sala de aula, a professora lançou o desafio aos alunos para que fizessem uma exposição, através de painéis, sobre a abordagem da unidade didática Isometrias com suporte do GeoGebra e dos instrumentos de construção e medição.

Na avaliação das aprendizagens dos alunos, foram tidos em conta os critérios estipulados no Regulamento para Avaliação, da responsabilidade do Ministério de Educação para o Ensino Secundário. Nele é definido que esta “ […] deve incidir sobre os conhecimentos, as capacidades e as competências do aluno face ao plano curricular de cada disciplina” (artigo 3º). No artigo nº 12, defende-se que o desempenho dos alunos pode assumir, entre outras: “ a) perguntas orais e escritas; b) trabalhos individuais ou de grupo; c) testes escritos e orais e d) visitas de estudo e trabalhos de pesquisa”. As classificações devem ser apresentadas de forma qualitativa e quantitativa: a) Insuficiente – inferior a 10 valores; b) Suficiente - de 10 a 13 valores, c) Bom – de 14 a 16 valores; d) Muito Bom – de 17 a 20 valores (artigo12º). Em cada trimestre, a avaliação deve incidir em pelo menos dois testes sumativos e outros elementos de avaliação, numa escala de 0 a 20 valores. A classificação trimestral (CT) é a soma de oitenta por cento da média aritmética dos testes sumativos (TS) e de vinte por cento de outros elementos de avaliação (OEA): CT = 0,2 x OEA + 0,8 x TS. (artigo 22º).

Além dos testes de avaliação, nesta experiência foram considerados a participação e o empenho dos alunos na realização das tarefas em sala de aula, a qualidade e a pertinência das dúvidas formuladas por eles e a exposição público de trabalhos sobre Isometrias, Frisos e Rosáceas.

Em todas as sessões, foram utilizados os 10 minutos destinados ao intervalo para a recolha dos trabalhos. De todas as fichas foram entregues as respostas por escrito na ficha e os trabalhos realizados no GeoGebra numa pen-drive.

Ilustram-se, no quadro seguinte, as sessões, as datas e o tempo em que ocorreu a experiência em sala de aula:

Sessão	Data	Duração	Momento
	14/01/2011	15h50-16h40	Aplicação do questionário inicial aos alunos
1ª	09/02/2011	8h30-9h20	Realização da Ficha 1 – 'Explorando o GeoGebra 1'
2ª	10/02/2011	7h30-8h20	Realização da Ficha 1 – 'Explorando o GeoGebra 2'
3ª e 4ª	11/02/2011	10h40-12h20	Aplicação do pré-teste – parte teórica
5ª e 6ª	14/02/2011	7h30-9h10	Aplicação do pré-teste – parte prática
7ª	21/02/2011	7h30-8h20	Realização da Ficha 2 – 'Isometria no plano euclidiano-Translação'.
8ª	21/02/2011	15h00-15h50	Conclusão da Ficha 2
9ª	23/02/2011	8h30-9h20	Realização da Ficha 3 – 'Aplicações da Translação no plano euclidiano'.
10ª	23/02/2011	15h00-15h50	Conclusão da Ficha 3
11ª	24/02/2011	7h30-8h20	Realização da Ficha 4 – 'Vetores e propriedades de Vetores'.
12ª	25/02/2011	11h40-12h30	Conclusão da Ficha 4
13ª	28/02/2011	7h30-8h20	Realização da Ficha 5 – 'Composição de Isometrias-Composição de duas translações'.
14ª	02/03/2011	8h30-9h20	Realização da Ficha 6 – 'Aplicações da composição de duas translações'.
15ª	03/03/2011	7h30-8h20	Conclusão da Ficha 6
16ª	04/03/2011	11h40-12h30	Realização da Ficha 7 – 'Isometria no plano euclidiano-Rotação'.
17ª e 18ª	04/03/2011	15h00-16h40	Conclusão da Ficha 7
19ª	07/03/2011	7h30-8h20	Realização da Ficha 8 – 'Isometria no plano euclidiano-Reflexão'.
20ª	07/03/2011	15h00-15h50	Conclusão da Ficha 8
21ª	9/03/2011	8h30-9h20	Realização da Ficha 9 – 'Aplicações da Reflexão no plano euclidiano'.
22ª	10/03/2011	7h30-8h20	Conclusão da Ficha 9
23ª e 24ª	10/03/2011	15h-16h40	Realização da Ficha 10 – 'Isometria no plano euclidiano-Reflexão Deslizante',
25ª	11/03/2011	11h40-12h30	Realização da Ficha 11 – 'Aplicações da Reflexão Deslizante no plano euclidiano',
26ª	11/03/2011	15h00-15h50	Conclusão da Ficha 11
27ª	14/03/2011	7h30-8h20	Realização da Ficha 12 – 'Simetrias de polígonos regulares',
28ª e 29ª	14/03/2011	15h00-16h40	Conclusão da Ficha 12
30ª	15/03/2011	8h30-9h20	Realização da Ficha 13 – Simetrias e Isometrias no plano euclidiano',
31ª e 32ª	15/03/2011	15h00-16h40	Conclusão da Ficha 13
33ª	16/03/2011	7h30-8h20	Realização da Ficha 14 – 'Frisos e Rosáceas',
34ª e 35ª	16/03/2011	15h00-16h40	Conclusão da Ficha 14
36ª	17/03/2011	11h40-12h30	Realização da Ficha 15 – Frisos e Pavimentações'.
37ª e 38ª	17/03/2011	15h00-16h40	Conclusão da Ficha 15
39ª	18/03/2011	7h30-8h20	Revisão
40ª e 41ª	21/03/2011	16h00-17h40	Aplicação do pós-teste – parte teórica
42ª e 43ª	22/03/2011	16h00-17h40	Aplicação do pós-teste – parte prática
	23/03/2011	15h00-15h50	Aplicação do questionário final aos alunos.

Quadro 16. Calendarização dos momentos da experiência

A experiência de trabalho e partilha com os professores constituiu um desafio para a Formadora/investigadora, pois, apesar de já ter participado em iniciativas e programas de formação contínua, tratava-se de uma nova experiência o acompanhamento de uma professora em sala de aula.

2.7.8. Aplicação do questionário final aos professores

No término da formação, na escola onde decorreu a formação, foi aplicado e recolhido um questionário individual aos professores, em papel e caneta, numa quarta-feira (22 de Março de 2011), dia de semana em que todos se encontravam para a reunião de coordenação. Antes do seu preenchimento, que durou cerca de 50 minutos, foi-lhes explicado que se pretendia obter dados para avaliação da formação.

Foram recolhidos os questionários, em papel, dos 8 professores que participaram da ação de formação.

2.7.9. Aplicação do pós-teste e do questionário final aos alunos

Concretizadas as sessões para a abordagem da unidade didática Isometrias, foi aplicado o teste, na modalidade pós-teste, nas mesmas condições de realização do pré-teste. A parte teórica foi aplicada no dia 21 de Março de 2011 e a prática no dia seguinte. Esse teste, além de ter servido para uma análise comparativa com o pré-teste, foi considerado um dos instrumentos da avaliação das aprendizagens dos alunos.

As partes teórica e prática dos testes foram entregues no momento de sua conclusão. Na parte teórica foram recolhidas as respostas por escrito na ficha de teste e na parte teórico-prática, para além desses, foram entregues também, numa pen-drive, os trabalhos realizados no GeoGebra.

A experiência em sala de aula terminou com a aplicação do questionário final aos alunos, no dia 23 de Março de 2011. A investigadora e a Professora-caso procederam à aplicação do questionário em papel e caneta, no dia 23 de Março de 2011, no período contrário ao das aulas. Antes da distribuição dos questionários, foi esclarecido aos alunos o processo de recolha de dados e informações em curso, que ajudassem a verificar se a utilização do GeoGebra teria ou não influenciado o comportamento dos mesmos e se teria contribuído para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e melhoria da aprendizagem dos conceitos geométricos. Não se registou qualquer dificuldade no preenchimento do questionário, tendo ocorrido em 50 minutos, como foi previsto. Assim, foram recolhidos os questionários, em papel, dos 21 alunos que participaram da experiência em sala de aula.

Após a realização do pós-teste e da aplicação do questionário final foram realizados mais 4 encontros de 3 horas para correção dos testes teórico e prático; análise, reflexão e discussão dos resultados de avaliação; avaliação global da experiência. Todas as sessões de trabalho colaborativo desses momentos foram audiogravadas e acompanhadas de um diário de bordo.

2.7.10. Aplicação da segunda entrevista à Professora-caso

A entrevista realizou-se no dia 23 de Março de 2011, numa das salas da escola. No início, foi explicado à Professora-caso o objetivo da aplicação da entrevista que consistia na recolha de dados para conhecer a sua perspetiva sobre as apropriações realizadas e o modo como geriu a formação no referente às Isometrias no plano euclidiano em contexto da sua prática letiva. De igual modo, pretendia-se ver o impacto dessa prática letiva relativamente às competências matemáticas e tecnológicas desenvolvidas por alguns dos seus alunos.

Decorreu tranquilamente e teve a duração de 1h 10 minutos. Foi gravada em áudio digital e transcrita para *Microsoft Word* (Anexo XVIII) pela investigadora. Posteriormente, foi submetida à Professora-caso para revisão mas esta não propôs qualquer alteração.

2.7.11. Análise e tratamento dos dados

De acordo com Pardal & Lopes (2011), na fase empírica, componente de uma investigação, recolhe-se a informação para a compreensão do objeto de estudo, sendo esta informação, em alguns casos, de natureza qualitativa e, noutros, de natureza quantitativa. A informação recolhida é organizada para análise. No âmbito deste estudo, num primeiro momento, foi organizada toda a informação recolhida das diversas fontes dos dados. Para o tratamento dos dados, recorreu-se essencialmente a métodos qualitativos e, em certos casos, à quantificação dos dados. Em relação aos alunos, fez-se uma análise de índole quantitativa da turma toda, quer em termos de questionários, quer em termos de fichas e dos testes e, depois, tentou-se afunilar a análise dos processos de resolução utilizados por 8 alunos, que trabalharam 9 fichas de forma individual, 5 em pares e 1 em grupo de 3. Assim, foram alvo de:

- tratamento qualitativo – documentos, registos no diário do investigador, registos de conversas informais, produções da Professora-caso e de quatro grupos de alunos, registos fotográficos e de áudio e/ou vídeo, entrevistas e questões abertas dos questionários.

- quantificação – questionários dos professores e dos alunos, fichas de trabalho e testes da turma no seu todo.

Segundo Quivy & Campenhoutdt (2005), existem duas grandes categorias para análise dos dados: a análise de conteúdo e a análise estatística dos dados. De acordo com o autor, a análise de conteúdo assume um lugar de destaque cada vez maior na investigação social, na medida em que possibilita o tratamento metodológico de informações e provas com um elevado grau de profundidade e complexidade.

A análise de conteúdo, orientada por categorias definidas recursivamente, foi utilizada no tratamento dos dados de natureza qualitativa. Deste modo, das várias leituras cuidadas das informações recolhidas através das diversas fontes e atendendo aos objetivos da investigação, selecionou-se a considerada mais relevante que permitia a identificação e construção das categorias de análise mais adequada, para responder às questões de investigação que nortearam este estudo. Após esta etapa, fez-se nova análise aprofundada dos dados para a descrição e interpretação da professora e da sua turma.

Para o estudo da Professora-caso, organizou-se a informação recolhida por quatro categorias de análise: competência geométrica, competência tecnológica, competência curricular e competência didática. A categoria competência geométrica incluiu os conhecimentos geométricos sobre as Isometrias (translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante) e as Simetrias (de reflexão, de translação – frisos e de rotação – rosáceas); capacidades de resolução de tarefas que as envolvem e de comunicação dos aspetos inerentes e atitudes de valorização de sua importância.

A competência tecnológica incluiu as subcategorias conhecimentos das ferramentas do GeoGebra, capacidade e apetência para o usar, revelando que lhe reconhecia importância.

Em relação à competência curricular, procurou-se averiguar o conhecimento da Professora-caso sobre o currículo de Matemática, principalmente sobre o tema, na sua perspetiva vertical ao longo dos anos de escolaridade; capacidade para o gerir de forma inovadora e predisposição para o fazer.

A competência didática incidiu sobre a forma como a professora preparou, conduziu e avaliou as aulas, respeitando as perspetivas construcionista e sócio-construtivista de aprendizagem, de modo a potenciar as aprendizagens dos alunos.

Quanto aos seus alunos, estruturou-se a informação recolhida em duas categorias de análise, a competência geométrica que incluiu os conhecimentos sobre as Isometrias e simetria, capacidades de usar esses conhecimentos para analisar/realizar as tarefas nas fichas de trabalho, comunicar e raciocinar e atitudes de valorização da importância da Matemática. A competência tecnológica abrangeu as subcategorias conhecimentos (do *software*), capacidades de usar as ferramentas do GeoGebra para a resolução das tarefas e atitudes (sentir à-vontade no uso da tecnologia, reconhecimento da importância do GeoGebra e vontade de o usar).

Com vista à quantificação de resultados, a informação recolhida das fichas de trabalho e dos testes foi agrupada em cinco tipos de respostas: Incorreta (cotação zero), Muito Incompleta (cotação inferior à metade da cotação da pergunta), Incompleta (cotação igual ou superior a metade da cotação da pergunta e inferior à cotação máxima), Correta, (cotação máxima da pergunta) e Não respondeu.

A descrição pormenorizada desta experiência é acompanhada de transcrições e/ou digitalizações do diário de bordo, de produções dos participantes e de respostas aos questionários e entrevistas.

Após a descrição completa do caso, o documento foi entregue à professora para validação. Concordou com o retrato feito, não tendo introduzido qualquer alteração no conteúdo.

CAPÍTULO IV – APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O que motivou o presente estudo reporta ao contexto cabo-verdiano, mais concretamente à inexistência de estudos sobre as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano envolvendo o GeoGebra e com enfoque nas dinâmicas da sala de aula, onde a atividade do aluno é indispensável, de acordo com a perspetiva construtivista. Tratando-se de um país insular, com escassos recursos, regista-se que a maior parte das escolas do país não está equipada com recursos tecnológicos, especialmente, salas com computadores para atividades pedagógicas em todas as disciplinas, e os professores possuem pouca experiência na utilização das tecnologias informáticas.

Neste contexto, a experiência foi organizada de modo a abarcar tanto professores, em situação de formação contínua, como alunos, visando avaliar o impacto de tal formação no processo de ensino e de aprendizagem de alunos e professores.

No pressuposto de que o papel do professor é de capital pertinência, foi tida em consideração a formação contínua de professores como uma dimensão que abrange múltiplas valências e que deve colocar o desenvolvimento profissional do docente no centro de um processo que aposta na melhoria da qualidade do seu ensino e da aprendizagem dos seus alunos, neste caso, mediado estrategicamente pelas tecnologias informáticas. Não por acaso, Oliveira & Silva (2012) apontam-na como fundamental ao desenvolvimento profissional do professor, enquanto participante ativo do processo de transformação, vivenciando por si os momentos de aprendizagem e mudança. Neste sentido, a gestão do processo do desenvolvimento profissional de forma autónoma deve ser assumida como uma das dimensões da sua profissão (Canha, 2013).

No quadro assim estabelecido, como foi referido anteriormente, este estudo pretende responder à principal questão de investigação: Em que medida a participação num programa de formação contínua centrado na abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, apoiada pela exploração do GeoGebra, contribui para o desenvolvimento de competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas de professores e quais as repercussões ao nível do desenvolvimento de competências geométricas e tecnológicas dos seus alunos?

Mais especificamente, o estudo foi orientado no sentido de obter respostas às questões:

- Que apropriações foram conseguidas pelos professores no âmbito daquela formação, a nível geométrico, tecnológico, curricular e didático?
- Qual o impacto de tais apropriações ao nível da planificação da intervenção didática?
- Qual o impacto de tais apropriações na prática letiva?

- Qual a influência dessa prática letiva ao nível de competências desenvolvidas pelos seus alunos?

Assim, a principal finalidade deste estudo é avaliar o impacto, em professores e respetivos alunos, de um Programa de Formação Contínua centrado na abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano apoiada pela exploração de ADGD (GeoGebra), no desenvolvimento de competências geométricas (professores e alunos), curriculares e didáticas (professores) e tecnológicas (professores e alunos).

Para a sua consecução:

- Concebeu-se e implementou-se um programa de formação contínua de professores para a abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, suportada pelo GeoGebra, com base no conhecimento geométrico, tecnológico, curricular e didático e respectivas práticas dos professores relacionadas com os temas em causa, para o desenvolvimento dos mesmos;
- Avaliou-se as apropriações dos professores envolvidos e a forma como geriram a formação no que tange a esse tópico matemático no contexto da sua prática letiva;
- Avaliou-se o impacto dessa prática letiva ao nível de competências (envolvendo conhecimentos, capacidades e atitudes) geométricas e tecnológicas dos respetivos alunos.

Em termos metodológicos, optou-se por um *design* de estudo de caso (Ponte, 2006) intrínseco (Stake, 2009), essencialmente qualitativo (Erickson, 1986; Yin, 2005; Ponte, 2006; Stake, 2009), com caráter interpretativo (Erickson, 1986; Merriam, 1998; Stake, 2009) e avaliativo (Merriam, 1998), tendo a investigadora assumido o duplo papel de Formadora e de supervisora reflexiva e, portanto, de observadora, tanto quanto possível participante.

Estruturaram-se duas principais fases metodológicas: i) a planificação da formação, decorrente da revisão de literatura, da análise do *software*/manual do GeoGebra, dos Programas de Matemática de Cabo Verde e de Portugal e do documento relativo ao PFCM m@c1/2, da aplicação do questionário inicial aos professores e da assistência a aulas; ii) a implementação do plano de formação e, paralelamente, a primeira entrevista à Professora-caso, a aplicação do questionário inicial e do pré-teste aos seus alunos e o acompanhamento da Professora-caso na abordagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportada com o GeoGebra. Terminou com a aplicação de questionários aos formandos e aos alunos da Professora-caso, do pós-teste aos alunos e da segunda entrevista à Professora-caso.

O Programa de Formação Contínua decorreu entre 24 de Novembro de 2010 e 21 de Março de 2011, com a participação de oito dos treze professores de Matemática de uma escola urbana cabo-verdiana, de entre os quais foi selecionada uma professora para um estudo em profundidade.

Foram realizadas 21 sessões de formação, em grupo, com todos os professores, com a duração de, aproximadamente, 51 horas, desdobrando-se em sessões temáticas (teórico-práticas e práticas), de planificação, de supervisão/acompanhamento em sala de aula da Professora-caso e de reflexão. Nas sessões temáticas, foram privilegiadas tarefas de natureza exploratória, envolvendo a construção geométrica e a descoberta de relações e propriedades suportadas pelo GeoGebra. A sua resolução e discussão serviu de pretexto para aprofundar os conhecimentos matemático, didático, curricular e tecnológico, visando uma aprendizagem significativa e crítica da Geometria. Em todas as sessões, procurou-se seguir a estratégia de ensino e de aprendizagem exploratória indicada por Ponte (2005a) de modo que a abordagem dos conteúdos acontecesse a partir do trabalho autónomo dos professores.

Os planos de aula e as propostas de tarefas para a sala de aula foram discutidos em detalhe nas sessões de planificação, tendo sido devidamente adequados pela Professora-caso aos seus alunos, ao longo das 15 sessões de trabalho colaborativo (3 horas semanais) e implementadas em 43 sessões de acompanhamento/supervisão da mesma, em sala de aula (em média 6 horas semanais, num total de 43 horas), entre 9 de Fevereiro e 22 de Março de 2011, numa turma do 8º ano da Professora-caso, constituída por 21 alunos. Dando especial atenção às tarefas de natureza exploratória, foram elaboradas fichas de trabalho com tarefas de natureza diversa: exercícios, problemas e explorações.

Para o desenvolvimento das aulas, defendeu-se também a estratégia de ensino e de aprendizagem exploratória, admitindo um espaço para a realização de trabalho autónomo por parte dos alunos, a partir do qual se concetualizavam os tópicos em estudo. Portanto, os momentos de trabalho aproximavam-se dos descritos por Ponte (2003, 2005a) para esta estratégia de ensino, a saber: i) apresentação do trabalho aos alunos; ii) realização de trabalho autónomo por parte dos alunos, durante o qual o professor deve assumir o papel de mediador através da interação com os discentes de forma individual e/ou em grupos; iii) apresentação e confronto das resoluções de forma a promover debates e reflexões e, por último, iv) síntese para a formalização e consolidação dos conceitos em estudo. Todo o trabalho desenvolvido foi alvo de reflexão.

Relativamente às técnicas de recolha de dados privilegiaram-se, neste estudo, a inquirição, a observação direta e participante e a análise documental (Lüdke e André, 1986; Goetz & Le Compte, 1988; Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert *et al*., 1996; Yin, 2005), suportadas pelos seguintes instrumentos – diário do investigador, registos fotográficos, de áudio e vídeo, produções dos professores e dos alunos, entrevistas e questionários (Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert *et al*., 1996; Yin, 2005; Quivy & Campenhoutdt, 2005; Pardal & Lopes, 2011).

Os dados recolhidos foram alvo de:

- análise de conteúdo – registos no diário do investigador, registos de conversas informais, produções da Professora-caso e de quatro grupos de alunos, registos fotográficos e de áudio e vídeo, entrevistas e respostas às questões abertas dos questionários.
- quantificação e uso de estatística descritiva – respostas a questões fechadas dos questionários dos professores e dos alunos, resolução das fichas de trabalho e testes da turma no seu todo.

Neste capítulo, apresenta-se, num primeiro momento, o perfil biográfico e o percurso profissional da Professora-caso. De seguida, acompanham-se, de modo crítico e com base em aprendizagens anteriores, as realizadas no âmbito da formação e transpostas para a sala de aula e as suas impressões sobre a experiência desenvolvida no contexto deste estudo. Enfim, a trajetória da professora de Matemática, sua relação pessoal e profissional com esse domínio.

O registo cronológico dos aspetos que configuram a evolução da Professora-caso (antes, durante e depois da formação), no que respeita às competências geométrica, tecnológica, curricular e didática, completa-se com o cruzamento dos dados respeitantes aos diferentes momentos da experiência em sala de aula de que a mesma foi alvo. Interessa dar conta das apropriações da Professora-caso e da forma como geriu a formação no contexto da sua prática letiva em benefício da aprendizagem dos seus alunos.

Relativamente aos alunos, a informação recolhida foi estruturada em duas categorias de análise. A primeira diz respeito à competência geométrica, que incluiu os conhecimentos geométricos sobre as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias, as capacidades de usar esses conhecimentos (formular e testar conjeturas e argumentar), para analisar/realizar as tarefas das fichas de trabalho, e as atitudes de valorização da importância da Matemática. A segunda categoria, competência tecnológica, abrange as subcategorias conhecimentos das ferramentas do GeoGebra, capacidades de usar tais ferramentas para a resolução das tarefas e atitudes de reconhecimento da importância do GeoGebra e vontade de o usar. Aproveita-se este ponto para descrever, analisar e discutir o percurso dos alunos durante a experiência, efetuando-se a transcrição dos aspetos mais relevantes e comentários, sempre que necessário.

1. Professora-caso

1.1. Perfil biográfico e percurso profissional

A Professora-caso nasceu em Cabo Verde, na Ilha de Santiago, onde decorreu toda a sua formação básica e secundária; concluiu o curso de Magistério Primário nos anos oitenta; frequentou com sucesso um Bacharelato e uma Licenciatura em Matemática – Ramo de Ensino, concluídos entre meados dos anos 90 e início de 2000. Devido à falta de professores formados na área de Matemática no ES, foi transferida do EB para esse nível, pertencendo atualmente ao quadro definitivo da escola onde foi realizada a experiência.

Acumulando quase 30 anos de experiência como docente de Matemática, com mais de metade da mesma no ES, para além de docente, a Professora-caso tem assumido a orientação de estágio pedagógico desde o ano letivo 2001/02. No ano letivo em que se iniciou o presente estudo, 2010/2011, a mesma lecionava o 1º (7º e 8º anos) e o 3º ciclo (11º e 12º anos).

A Professora-caso, com aproximadamente 50 anos de idade, à data deste estudo, caraterizava-se como uma pessoa de muita simplicidade, sendo tímida, calma, reservada e educada, destacando-se pelo seu espírito de abertura para ouvir e partilhar ideias. Admitiu ser muito empenhada no exercício das suas funções e considerou possuir muita força de vontade para aprender, não hesitando em procurar ajuda de um colega ou amigo sempre que necessário. Considerou ter bons conhecimentos matemáticos, didáticos e curriculares para o desenvolvimento das aulas numa lógica de ensino tradicional.

A sua preferência pela lecionação recaiu sobre o 7º e 12º anos de escolaridade, pelo facto de se tratar dos anos inicial e terminal do ES, – sendo o 7º correspondente ao de aquisição de novos conhecimentos e o 12º aquele que possibilita uma avaliação do que o aluno aprendeu ao longo de todo o percurso, constituindo ambos um desafio para professores com formação adequada e experientes.

A Professora-caso apresentava um percurso profissional longo, de dedicação intensa e uma atitude responsável relativamente à sua atividade profissional. Por exemplo, ao observar o funcionamento das reuniões de coordenação do seu grupo, a investigadora registou que a Professora-caso tinha elaborado os testes de avaliação da disciplina de Matemática para o grupo de professores do ciclo em que lecionava e validado os testes de avaliação dos colegas de outro ciclo, tendo colaborado ativamente com o coordenador da disciplina, menos experiente, na elaboração da planificação trimestral da disciplina de Matemática referente ao 8º ano de escolaridade. Trata-se de uma professora que interagia com os seus colegas, observando as intervenções do grupo e as interações de colegas entre si e participando das iniciativas para a melhoria das práticas relacionadas com o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. De um modo geral, verificou-se que o ambiente de trabalho onde a Professora-caso estava inserida carecia de maior dinâmica e cooperação entre os colegas, de forma a potencializar as suas capacidades.

Consciente de algumas das suas próprias lacunas científicas e pedagógicas, mostrou-se aberta a ampliar os seus conhecimentos, não de forma individual, mas no seio de um grupo mais jovem e menos experiente do que ela, manifestando o desejo de vir a ter, por exemplo, a presença de colegas na sala de aula para colaborarem num projeto inovador comum, solicitando apoio às instituições formadores do Ensino Superior.

Nos itens que se seguem, apresentam-se e analisam-se os conhecimentos, capacidades e atitudes da Professora-caso relativos a aspetos geométricos, tecnológicos, curriculares e didáticos, adquiridos e/ou desenvolvidos antes e durante da formação e reconhecidos após a mesma. Para isso, atende-se a informações extraídas, essencialmente: de encontros informais e formais com a Professora-caso; do questionário inicial aos professores (QIP); da observação de aulas antes da formação; da observação das sessões de formação; de produções dos professores durante as sessões de formação; da primeira entrevista à Professora-caso (PE); de sessões de planificação das aulas; de sessões de acompanhamento da Professora-caso em sala de aula; de sessões de reflexão; do questionário final aos professores (QFP) e da segunda entrevista à Professora-caso (SE). A observação foi registada no diário de bordo (DB), em áudio e/ou vídeo.

1.2. Competências geométricas

1.2.1. Conhecimentos e capacidades

1.2.1.1. Antes da formação

Antes da Ação de Formação, mais concretamente no QIP e na PE, a Professora-caso confessou ter algumas fragilidades a nível de conhecimentos em Geometria, aspeto que era extensivo a alguns dos seus colegas. Com efeito, na primeira conversa informal com os professores, a Professora-caso salientou a necessidade de melhorar os conhecimentos geométricos. Manifestou interesse em participar da ação de formação e acrescentou que, se a mesma incidisse sobre o tema Geometria, seria para ela uma oportunidade de aprofundar os seus conhecimentos nesse domínio particular. Reconheceu algumas limitações na sua formação de base em Matemática e frisou que a Geometria é a área em que se sentia menos à-vontade para lecionar (DB, 22/10/10).

Sobre as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, a mesma indicou no QIP que, nos diversos anos de escolaridade, a abordagem recaía sobre a translação, a rotação e, no seu caso particular, a simetria central e a simetria axial. Portanto, neste primeiro momento, infere-se algum desajuste ao nível da terminologia mais recente visto que ainda associava a simetria axial à reflexão. Além disso, não enumerou todas as Transformações Geométricas

Isométricas no plano euclidiano e parecia desconhecer o conceito de Simetria utilizado atualmente a nível internacional (QIP, 22/10/2010).

No âmbito da familiarização com o GeoGebra, pretendia-se desenvolver destrezas tecnológicas através de tarefas de construções geométricas básicas. Em relação à tarefa 1, verificou-se que a Professora-caso realizou a construção de um triângulo equilátero dado o lado, utilizando as propriedades geométricas e respeitando as condições do enunciado da tarefa, pelo mesmo processo de resolução seguido por três colegas, conforme se ilustra a seguir:

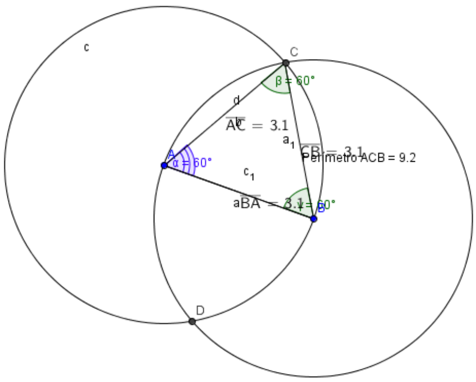


Figura 55. Resolução da tarefa 1 pela Professora-caso na Ficha “Construções Geométricas Básicas”

Com a ajuda, de âmbito técnico, de um colega para a localização da ferramenta “Inserir texto” e na redação dos procedimentos de construção no GeoGebra, a Professora-caso apresentou os seguintes:

1º Construir um segmento de recta [AB];
2º Construir duas circunferências de centros nos pontos A e B e raio igual ao comprimento de AB;
3º Determinar a intersecção das duas circunferências para obter o outro ponto do triângulo;
4º Construir o triangulo [ABC].

À semelhança dos colegas, a Professora-caso não apresentou outras possibilidades de construção de triângulos equiláteros, conforme solicitado na Ficha 1.

Para que pudessem concluir a tarefa, a Formadora, através da formulação de questões ao grupo, tentou orientar os formandos para que não se sentissem desmotivados e desinteressados pela formação. Aproveitando as potencialidades do GeoGebra, em contexto de formação, explorou com os formandos outros procedimentos para a construção de triângulos equiláteros. Pretendeu-se evidenciar a conexão entre conteúdos geométricos e deu-se ênfase à comunicação em sala de aula para sensibilizar os professores para a adoção de atitudes que fomentam a interação.

Ilustra-se, na figura seguinte, o trabalho desenvolvido pela Professora-caso no ponto 1-c), no qual a mesma recorreu a conhecimentos geométricos previamente desenvolvidos. Utilizou a ferramenta ‘polígono regular’ para uma das construções (triângulo [CDE]), determinou a medida das amplitudes dos ângulos internos do triângulo e aplicou a Isometria rotação para as outras possibilidades de construção apresentadas.

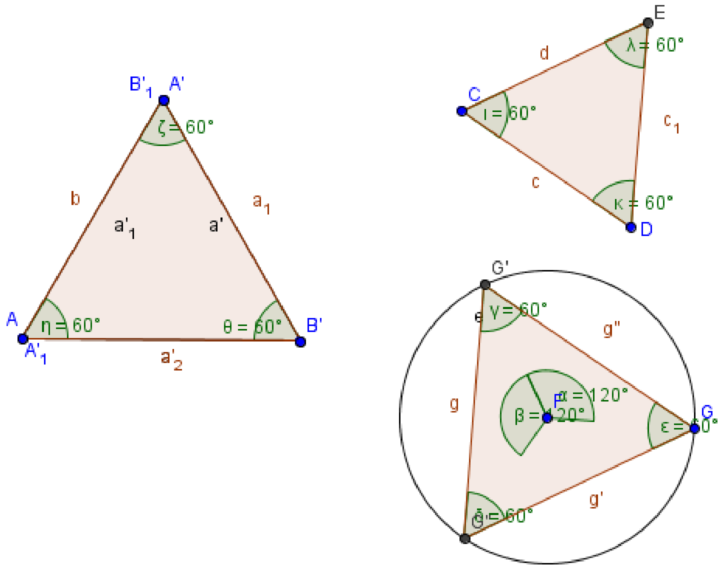


Figura 56. Resolução da tarefa 1-c pela Professora-caso na Ficha "Construções Geométricas Básicas"

Durante a apresentação dos trabalhos da tarefa 1, a Formadora aproveitou para fazer a revisão da classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos com suporte do GeoGebra.

Na tarefa 2-a da mesma ficha, para a construção de um quadrado dado o lado, ao contrário da maioria dos colegas, que não realizaram esta tarefa com sucesso, a Professora-caso apresentou a seguinte resolução (Figura 57):

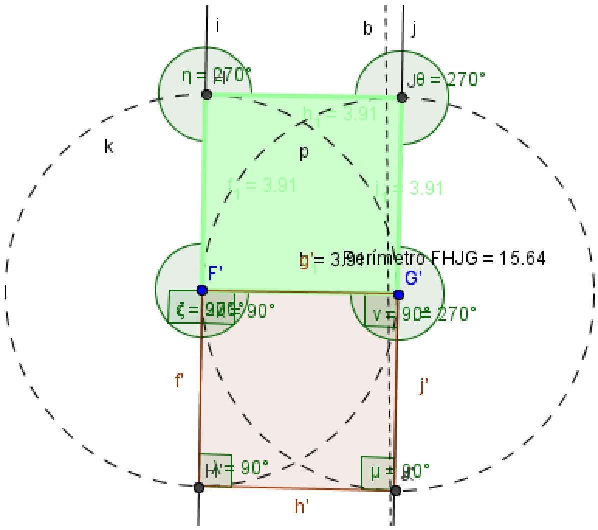


Figura 57. Resolução da tarefa 2-a pela Professora-caso na Ficha "Construções Geométricas Básicas"

Nesta tarefa, quando solicitada a descrever os procedimentos da sua construção, a Professora-caso teve uma certa dificuldade em responder ao pedido: “Com o lado eu construí a perpendicular, depois fiz uma circunferência, depois determinei o ponto de interseção entre a perpendicular e a circunferência, depois construí o quadrado. Depois com a simetria fiz o outro” (DB, 24/11/2010). Nota-se a necessidade de ser mais rigorosa na utilização da linguagem matemática e, novamente, associa a simetria axial à reflexão.

Na tarefa 2-b, de construção de um quadrado dada a diagonal, à semelhança da maioria dos colegas, a Professora-caso apresentou a sua resolução de forma correta (Figura 58):

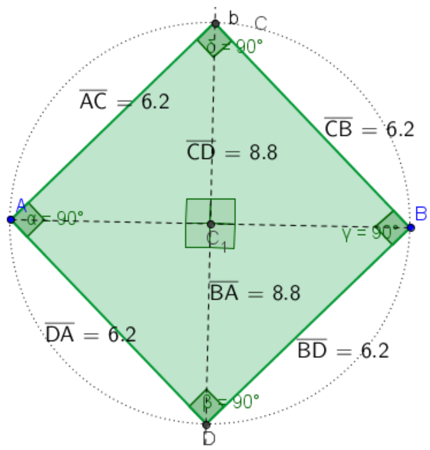


Figura 58. Resolução da tarefa 2-b pela Professora-caso na Ficha “Construções Geométricas Básicas”

E explicitou os procedimentos de construção utilizados:

> “Construir o segmento de recta [AB]. Determinar a mediatriz do segmento de recta [AB]. Determinar o ponto de interseção do segmento de recta e da mediatriz, que é o ponto médio do segmento [AB]. Construir a circunferência de centro em C_1 (ponto médio) e raio C_1B. Calcular a interseção da circunferência com a mediatriz e encontrar os pontos D e C. Construir o quadrado ACBD” (Transcrição de um momento de sessão de formação gravada e filmada – TMSFGF a 01/12/2010).

Na tarefa 3, de exploração de possibilidades de construção de um qualquer paralelogramo, à semelhança do que aconteceu com o resto dos colegas, a Professora-caso construiu o paralelogramo (Figura 59) a partir de dois lados opostos paralelos.

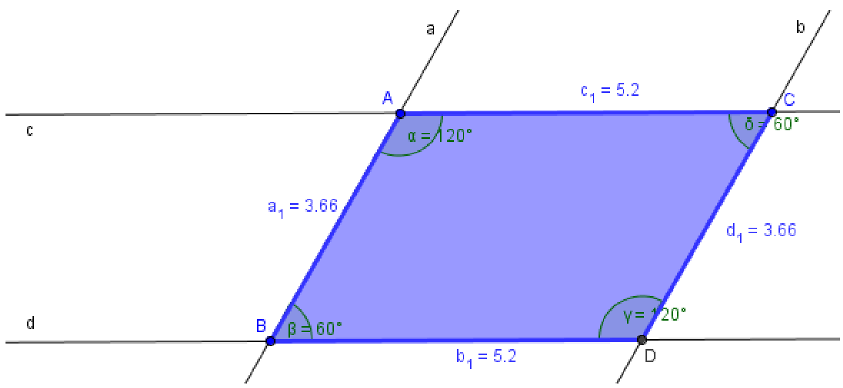


Figura 59. Resolução da tarefa 3 pela Professora-caso na Ficha “Construções Geométricas Básicas”

Do exposto, pode concluir-se que a Professora-caso revela alguns conhecimentos de geometria e capacidade para os aplicar à resolução de determinadas tarefas, adquiridos/desenvolvidos antes da formação propriamente dita. No entanto, tais conhecimentos e capacidades não são suficientes para resolver tarefas propostas por vários processos. Também ao nível das Transformações Geométricas Isométricas do plano euclidiano e da comunicação matemática se detetam algumas lacunas e aspetos a melhorar.

1.2.1.2. No contexto da formação

A segunda parte da Ação de Formação consistiu na aplicação e resolução de 5 Fichas. Da Ficha 1 (Translação e composição de translações), resultou a figura seguinte que ilustra a construção da Professora-caso para a exploração das propriedades da translação.

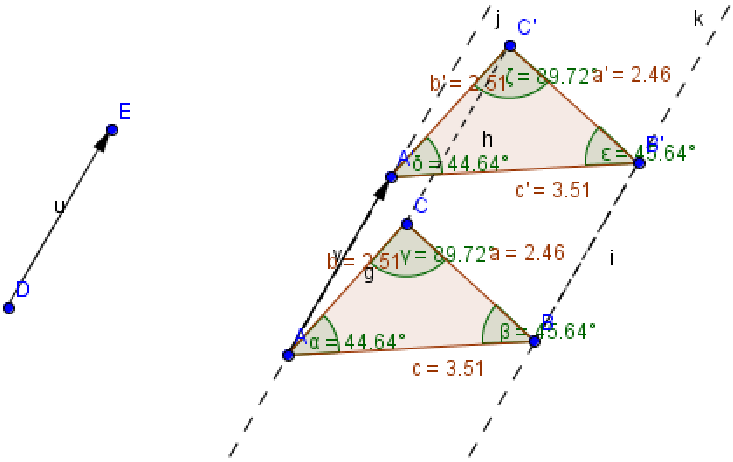


Figura 60. Resolução da tarefa 1 pela Professora-caso na Ficha 1 “Translação e composição de translações”

Nesta tarefa, já mais específica das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, notou-se alguma falta de rigor na linguagem utilizada pela Professora-caso na descrição das propriedades da translação.

Propriedades das translações:
1- A translação mantém a medida de comprimento dos lados;
2- Os ângulos transformam-se em ângulos congruentes;
3- Os segmentos que unem os pontos têm o mesmo comprimento que o vector director;
4- A translação conserva o paralelismo;
5- Conserva as figuras.

Apesar de não se ter referido aos pontos fixos e à orientação dos ângulos na versão escrita, a Professora-caso fê-lo oralmente, de forma correta, quando foi questionada pela Formadora: “*A translação não tem pontos fixos e mantém o sentido dos ângulos*” (DB, 01/12/2010).

No momento da apresentação das resoluções, a Formadora promoveu debates e reflexões sobre a linguagem utilizada pelos professores na indicação das propriedades da translação. No último momento, o de síntese, formalização e consolidação dos conceitos em estudo, a Formadora reforçou novamente este aspeto, destacando a importância do uso da linguagem matemática com rigor e, ao mesmo tempo, sensibilizou os formandos para a sua adoção em sala de aula, na medida em que a comunicação matemática, com terminologia correta, é um dos aspetos recomendados pelo NCTM (2008), visando a qualidade, não só do ensino mas, principalmente, da aprendizagem da Matemática.

Na resolução da Ficha 2 (Rotação e composição de rotações), à semelhança dos outros professores, a Professora-caso realizou a tarefa 1, mas teve dificuldades em compreender a questão final da ficha: "Qual a posição das imagens em relação ao triângulo inicial?". Ilustra-se, a seguir, o momento em que solicitou ajuda à Formadora. O excerto do texto também integra uma parte onde se evidencia a utilização de terminologia ultrapassada relativa à simetria axial e à reflexão:

> Professora-caso: Não estou a entender esta pergunta. O que devo fazer para responder à questão?
> Formadora: Vamos ler a questão novamente. Então? Tem alguma ideia para responder a esta questão? Pense um pouco!
> Professora-caso: Não faço ideia do que tenho que fazer para dar a resposta.
> Formadora: Quais são as imagens do triângulo [ABC]?
> Professora-caso: [A'B'C'] e [A''B''C''].
> Formadora: E como é que estão posicionadas estas imagens relativamente ao triângulo inicial? Por exemplo, vamos determinar as distâncias AA' e AA''. Qual a relação entre elas?
> Professora-caso: A' e A'' estão à mesma distância de A.
> Formadora: Percebeu porquê?
> Professora-caso: Sim, porque fizemos duas rotações com a mesma amplitude de ângulo, mas com sentidos opostos.
> Formadora: Agora, tente determinar uma reta que passa pelo centro de rotação e pelo ponto A. Consegue ver a posição das imagens A' e A''relativamente a esta reta?
> Professora-caso: Vou determinar a distância para ver. São iguais e A' é simétrico de A''. Se determinarmos a simetria de A' relativamente a esta reta vamos encontrar A'' e também se determinarmos a simetria de A'' relativamente a esta reta, vamos encontrar A'.
> Formadora: Ok. Então vamos aproveitar e rever o conceito atual de simetria. Vamos procurar no GeoGebra a caixa onde podemos trabalhar as transformações geométricas e selecionar a opção reflexão numa reta.
> Professora-caso: Reflexão! O que é reflexão?
> Formadora: Vamos avançar. Depois definimos a reflexão. Onde está localizada a ferramenta reflexão?
> Professora-caso: Está aqui!
> Formadora: Quais as orientações que o GeoGebra fornece sobre esta ferramenta?
> Professora-caso: Para selecionar o objeto e depois o eixo de reflexão.
> Formadora: Então, vamos determinar a reflexão do ponto A' relativamente ao eixo 'd'. O que temos que fazer?
> Professora-caso: Vamos selecionar a ferramenta reflexão numa reta. Depois vamos clicar no ponto A' e depois na reta d. Eh…caiu em cima de A''. Então reflexão é igual a simetria?

> Formadora: Mais adiante, vamos rever o conceito atual de simetria. Portanto, vamos tentar abandonar o termo simetria quando estivermos a fazer a reflexão de uma figura. Agora, consegue responder à questão?
> Professora-caso: Sim. As imagens estão à mesma distância do triângulo inicial, mas em sentidos opostos.
> Formadora: Agora procure discutir a resposta com os seus colegas (Excerto de um diálogo da sessão de formação filmada e gravada – EDSFFG a 08/12/2010).

Na passagem transcrita, mais uma vez, constatou-se alguma falta de atualização da Professora-caso ao nível das Isometrias, justificando-se a importância da Ação de Formação.

Quanto à exploração das propriedades da rotação, as mesmas não foram identificadas na totalidade pela Professora-caso, tendo esta referido apenas duas: a rotação preserva a orientação dos ângulos e a rotação tem um ponto fixo que é o centro de rotação. À semelhança de dois colegas, a Professora-caso ainda formulou a conjetura de que a interseção das mediatrizes dos segmentos que unem os pontos às suas imagens é o centro de rotação: "*As mediatrizes intersectam-se no centro de rotação*" (DB, 8/12/2010).

Na exploração de algumas propriedades da composição de rotações, sintetiza-se:

- Em 1-a), a Professora-caso, tal como a maioria dos colegas, conseguiu observar que a composição de duas rotações R_1 e R_2 com o mesmo centro *O* e amplitudes α e β , é uma rotação de centro *O* e amplitude $\alpha + \beta$;
- Em 1-b1), a Professora-caso, à semelhança da maioria dos colegas, não conseguiu identificar o resultado da composição;
- Em 1-b2), contrariamente à maioria dos colegas, a Professora-caso indicou a translação como resultado da composição realizada. Contudo, não conseguiu identificar as caraterísticas do vetor associado à translação;
- Em 2), em situação semelhante à dos colegas, a Professora-caso indicou a translação como resultado da composição realizada. Porém, não conseguiu identificar as caraterísticas do vetor associado à translação.
- Em 3), à semelhança da maioria dos colegas, a Professora-caso não conseguiu descobrir a composição resultante de uma meia-volta com uma translação – uma meia-volta.

Nesta altura, foi possível constatar que os professores não estavam habituados a tarefas complexas que os desafiam a uma exploração mais aturada. Assim, gradualmente, foi-se realçando a importância de se criar um ambiente que proporcione aos alunos a oportunidade de aprenderem a formular conjeturas, de experimentarem várias estratégias de resolução de problemas, de construírem argumentos matemáticos e de contra-argumentarem, através de diversos tipos de tarefas, conforme as orientações dadas pelo NCTM (2008). Neste sentido, pretende-se dar uma maior autonomia aos alunos, propiciando-lhes uma aprendizagem com compreensão, uma visão positiva para a Matemática e um papel mais ativo na construção do seu próprio conhecimento.

Na realização da Ficha 3 (Reflexão e composição de reflexões), a Professora-caso conseguiu utilizar uma linguagem mais clara e rigorosa quando registou as propriedades da reflexão, embora se tenha notado ainda que, em alguns momentos, a mesma utilizou o termo simetria para se referir à reflexão. Vejam-se as propriedades de reflexão a seguir indicadas (Figura 61):

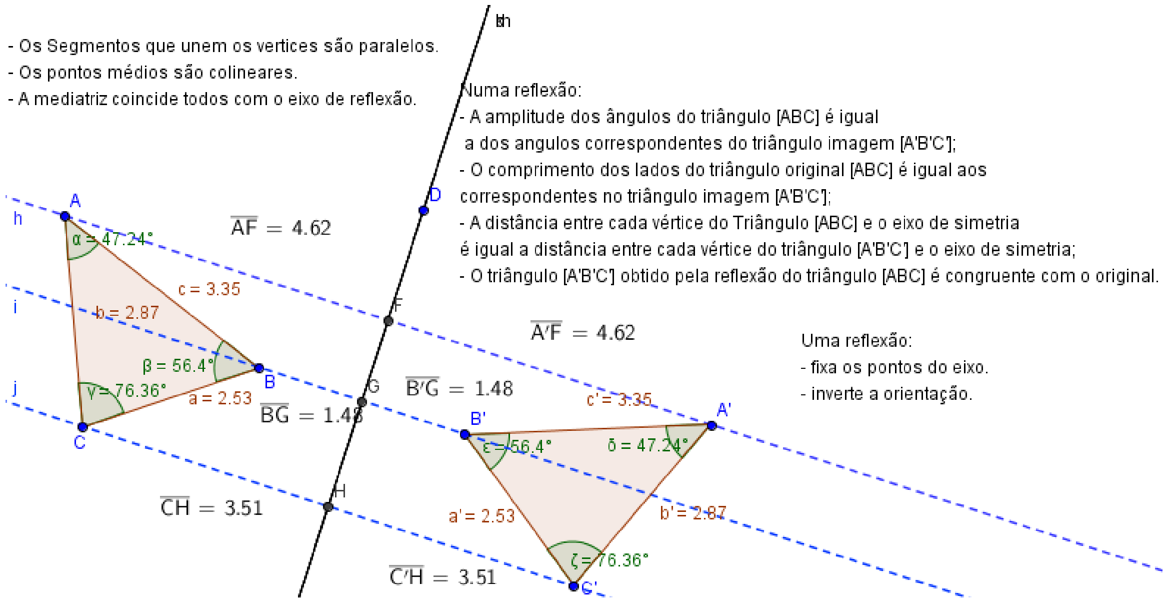


Figura 61. Resolução das tarefas pela Professora-caso na Ficha 3 na exploração das propriedades de reflexão

O registo de algumas propriedades indicadas merecia uma linguagem mais clara e rigorosa, resultando em formulações do tipo: “Os segmentos de reta que unem os pontos objetos às suas imagens são paralelos”; “Os pontos médios dos segmentos de reta que unem os pontos objetos e as suas imagens são colineares”; “As mediatrizes dos segmentos de reta que unem os pontos objetos e suas imagens coincidem com o eixo de reflexão”; “A medida da amplitude dos ângulos do triângulo [ABC] é igual à dos ângulos correspondentes do triângulo imagem [A’B’C’]”; “A medida de comprimento dos lados do triângulo objeto [ABC] é igual à dos lados correspondentes no triângulo imagem [A’B’C’]”; “Uma reflexão inverte a orientação dos ângulos”.

Tal como os demais colegas, a Professora-caso não apresentou dificuldades em explorar as propriedades da composição de duas reflexões. No entanto, na exploração das propriedades da composição de três reflexões, nomeadamente, no caso das alíneas c) e d), em que o resultado era uma reflexão deslizante, não as soube identificar, tendo esta dificuldade sido generalizada. Como os colegas, a Professora-caso desconhecia o conceito da reflexão deslizante. Confessou ser a primeira vez que ouvia tal designação, registando-se falta de conhecimento ao nível das Isometrias.

Este aspeto também ficou evidenciado na PE quando referiu conhecer apenas as Isometrias translação, rotação e, em particular, a simetria central, e a simetria axial, abordadas nos diversos anos de escolaridade. Portanto, registou-se que o conhecimento da Professora-caso respeitante às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano apresentava algumas lacunas.

Assim, criando condições para a conclusão da Ficha 3, nessa sessão de formação, antecipou-se a realização da tarefa 1 da Ficha 4 que incidia sobre a exploração das propriedades da reflexão deslizante. A tarefa foi realizada no GeoGebra: i) construção de um triângulo [ABC]; ii) construção do eixo de reflexão; iii) determinação da imagem [A`B`C`] pela reflexão associada ao eixo criado; iv) determinação da imagem [A``B``C``] por uma translação associada a um vetor com direção paralela à do eixo de reflexão). Quando se solicitou que manipulassem o vetor associado à translação, os vértices do triângulo [ABC] e os pontos utilizados para a representação do eixo, verificou-se que, ao contrário de alguns professores, a construção desenvolvida pela Professora-caso resistia à manipulação, uma vez que se assegurou o paralelismo entre o vetor e o eixo de reflexão. Este aspeto foi discutido e os professores perceberam que não tinham realizado uma reflexão deslizante e refizeram a tarefa garantindo, desta vez, o paralelismo entre o vetor associado à translação e o eixo de reflexão.

Na continuação da exploração das propriedades da reflexão deslizante, solicitou-se aos formandos a repetição da tarefa mas apenas para os itens iii) e iv), alterando a ordem das questões. Assim como três colegas, a Professora-caso também indicou logo a existência da propriedade comutativa para a reflexão deslizante: "*Eh! Caiu no mesmo lugar! Tanto faz realizarmos a reflexão seguida de uma translação ou uma translação seguida de uma reflexão. A reflexão deslizante goza da propriedade comutativa*" (TMSFGF a 12/01/2011).

Solicitados a analisar a orientação dos ângulos no objeto e na imagem, contrariamente a três colegas que não tinham registado a sua observação, a Professora-caso afirmou que não havia preservação de orientação de ângulos. Questionados sobre a existência de pontos fixos na reflexão deslizante, ao contrário de metade dos colegas, a Professora-caso disse que não havia por causa da translação. A observação feita pela Professora-caso gerou momentos de muita discussão nessa sessão de formação. Após o consenso no seio do grupo dos formandos, a Formadora aproveitou as potencialidades das ferramentas do GeoGebra para formalizar o conceito e as propriedades da reflexão deslizante.

Depois, voltou-se a explorar a composição de três reflexões (tarefa 3, alíneas c e d da Ficha 3) cujo resultado dava uma reflexão deslizante. Apesar de a maioria, inclusive a Professora-caso, ter identificado a reflexão deslizante como resultado daquelas composições, à semelhança dos colegas, a Professora-caso não conseguiu identificar o eixo de reflexão e o vetor associado à translação para verificar a sua conclusão. Assim, a Formadora pediu-lhes que determinassem os pontos médios dos segmentos que ligavam os pontos às suas imagens. Quando solicitados a representar a reta que continha os pontos médios daqueles segmentos e a efetuar a reflexão do triângulo [ABC] em relação ao eixo construído, a Professora-caso, assim como a maioria dos colegas, percebeu logo os procedimentos para a descoberta do eixo de reflexão numa reflexão deslizante. Igualmente, a Formadora explorou com os formandos os procedimentos para a determinação do vetor associado à translação, numa reflexão deslizante realizada.

No momento seguinte da formação, na exploração das propriedades da composição de duas reflexões deslizantes (Ficha 4), à semelhança da maioria dos colegas, a Professora-caso não conseguiu identificar essas propriedades. De modo intencional, a Formadora explorou com os formandos os procedimentos para a descoberta das propriedades da composição de duas reflexões deslizantes. Pretendeu-se a aquisição de novos conceitos, estabelecendo-se a conexão entre os conteúdos geométricos e entre estes e os conteúdos algébricos, bem como a comunicação de forma clara e rigorosa. A Formadora, através do questionamento aos formandos e aproveitando as potencialidades do GeoGebra, levou-os a concluir que a composição de duas reflexões deslizantes não representava uma estrutura de grupo.

Na Ficha 5, procurou-se clarificar o conceito de simetria e analisar o grupo de simetria dos polígonos regulares. Como não conheciam o atual conceito de simetria, solicitou-se aos formandos a descoberta das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano que podiam ser aplicadas aos polígonos que os deixavam globalmente invariantes. Antes de executar a tarefa, a Professora-caso perguntou à Formadora o significado das palavras "globalmente invariante". Remetida a questão aos colegas, nenhum soube dar uma explicação matemática completa. Registaram-se as seguintes observações: "*porque não varia*", "*globalmente invariante quer dizer que ficam iguais*", "*não muda*" (DB, 25/01/2011).

A Formadora construiu um triângulo isósceles e pediu-lhes que indicassem um eixo que o dividia em duas partes geometricamente iguais. Alguns recorreram à determinação da mediatriz do lado da base, como foi o caso da Professora-caso, e outros à bissetriz do ângulo oposto ao lado da base. Depois, a Formadora solicitou-lhes que determinassem a reflexão daquele triângulo associada ao eixo criado. Tal como a esmagadora maioria dos colegas, a Professora-caso afirmou que a imagem se sobrepôs ao triângulo objeto: "*A imagem caiu em cima do triângulo. Coincidiram*!" (DB, 25/01/2011). Quanto a esta afirmação, a Formadora interveio para mostrar que, apesar de as figuras terem ficado aparentemente sobrepostas, o termo "coincidiram" não terá sido nem o mais correto nem o mais rigoroso, uma vez que a figura se tinha invertido em relação ao eixo de reflexão, não tendo porém alterado nem de forma nem de tamanho. Em rigor, devia-se afirmar que a Isometria em causa deixa a figura globalmente invariante, concluindo-se que o triângulo isósceles tinha uma simetria de reflexão. Relativamente à rotação, os formandos foram igualmente levados a concluir que a figura apenas admitia a identidade, não possuindo simetrias de translação nem de reflexão deslizante. Portanto, considerou-se que naquele momento já estavam criadas as condições para que os professores, de uma forma autónoma, pudessem descobrir as simetrias nas figuras dadas na Ficha.

Tal como aconteceu com a maioria dos colegas, a Professora-caso conseguiu observar que todas as figuras apresentadas possuíam simetria. Em relação à F_2, a Professora-caso identificou a simetria de rotação e o centro da figura como centro de rotação, acompanhando o mesmo procedimento dos colegas. Quando solicitada a indicar os ângulos de rotação, só referiu a medida de amplitude de ângulo 45º, faltando indicar os seus múltiplos, inclusive 360º.

A Professora-caso, bem como todos os colegas, não identificou os dois tipos de simetria existentes na figura F_4, tendo apenas indicado a simetria de reflexão. Analogamente aos colegas, a Professora-caso identificou os grupos de simetria dos polígonos regulares quer com um número ímpar de lados quer com um número par. Contudo, como os demais colegas envolvidos, não organizou os dados, referentes às conclusões tiradas, numa tabela.

Inicialmente e em situação análoga à dos colegas, a Professora-caso referia-se à simetria como a "Isometria reflexão". Após a realização desta Ficha, o conceito veio a ser clarificado, embora ainda nesta altura persistisse, no seio do grupo, a sua designação como a Isometria reflexão.

Na terceira e última parte da formação, as fichas de trabalho incluíram tarefas de natureza diversa, designadamente exercícios, problemas e explorações.

Na Ficha 1 "Problemas de Geometria e Isometrias", apesar de terem sido apresentadas sugestões de Isometrias a serem utilizadas nas resoluções, a Professora-caso, bem como a esmagadora maioria dos colegas, não conseguiu resolver qualquer problema. Os resultados obtidos nesta sessão prática apontam para dificuldades em utilizar os conhecimentos construídos na resolução das tarefas propostas. Para não se apresentarem as soluções, conduzindo antes os formandos no sentido de os levar a consegui-las, visando maior autonomia na aprendizagem, foi-lhes dada uma semana para apresentarem as suas resoluções. Tal não aconteceu, tendo a Professora-caso, bem como os colegas, invocado a sobrecarga de trabalho para não ter respondido ao solicitado.

Promovendo o trabalho colaborativo, a Formadora resolveu a Ficha 1 em contexto de formação, explorando com os formandos os problemas, o que lhes permitia, assim, analisar, estabelecer conexões, transpor os conhecimentos adquiridos sobre as Isometrias para a resolução dos problemas e atingir finalmente os objetivos visados com a Ficha 1. O apoio da Formadora motivou tanto a Professora-caso como os colegas na resolução dos problemas. Em acompanhamento contínuo, discutiram-se as estratégias de resolução dos problemas e os mesmos foram realizados no GeoGebra. Neste caso, o desempenho da Professora-caso não evidenciou grandes diferenças relativamente ao dos restantes colegas, uma vez que as dificuldades eram idênticas, não tendo nenhum conseguido apresentar de forma autónoma uma estratégia de resolução dos problemas.

Para a resolução da Ficha 2 “Isometrias e Composição de Isometrias”, os professores trabalharam aos pares. Na tarefa 1, os professores deviam indicar as figuras que podiam ser obtidas a partir da transformação da figura *A* pelas Isometrias indicadas e confirmar no GeoGebra. À semelhança dos outros pares, todas as possibilidades de resposta foram indicadas pelo par da Professora-caso, nesta tarefa.

A Professora-caso, tal como a esmagadora maioria dos pares, caraterizou corretamente as Isometrias indicadas na tarefa 2. Contudo, inicialmente, a resolução da tarefa 3, principalmente na indicação das Isometrias que permitiam obter os pares (a,3) e (b,3), (e, 2) e (e, 3), não foi fácil nem para o par da Professora-caso nem para os restantes. Como a Professora-caso e o seu colega não chegavam a um consenso sobre as respostas obtidas nesta tarefa, situação que aconteceu com outros pares, a Formadora recomendou-lhes inserir a figura referente ao símbolo dado na zona gráfica do GeoGebra para confirmação das suas respostas. Com essa ajuda, apesar de outros colegas não terem conseguido indicar a(s) Isometria(s) que permitiam obter os pares (a,3) e (b,3), (e, 2) e (e, 3), o par da Professora-caso teve sucesso na realização desta tarefa.

Na tarefa 4, o par da Professora-caso, assim como os colegas, aproveitou as construções realizadas aquando do estudo da composição de reflexões para explorar os itens. Esta tarefa revelou-se muito cansativa, principalmente, na alínea c). No entanto, o par da Professora-caso conseguiu chegar à sua resolução com sucesso, o que aconteceu igualmente com a maioria dos seus colegas. Ilustra-se nas figuras seguintes a resolução das alíneas b e c.1. (cujos resultados apresentavam uma reflexão e uma rotação, respetivamente) da tarefa 4 pelo par da Professora-caso.

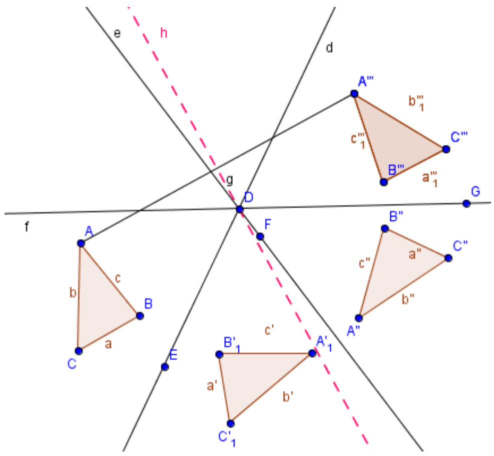


Figura 62. Resolução da tarefa 4-alínea b pelo par da Professora-caso na Ficha 2 “Isometrias e Composição de Isometrias”

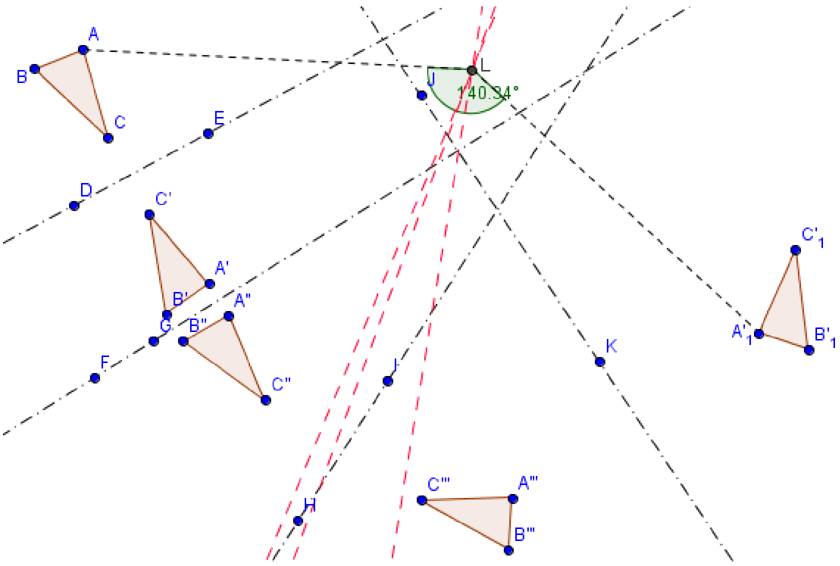


Figura 63. Resolução da tarefa 4-c.1pelo par da Professora-caso na Ficha 2 "Isometrias e Composição de Isometrias"

A tarefa 5 não foi fácil para o par da Professora-caso que, à semelhança dos colegas, não conseguiu resolvê-la corretamente. Solicitou-se aos professores a resolução da mesma em casa, mas nenhum respondeu ao solicitado. Para a sua concretização, a Formadora solicitou a resolução em contexto de formação, incentivando a persistência e empenho dos formandos, permitindo assim que os mesmos terminassem de modo satisfatório as tarefas. O desempenho da Professora-caso foi melhorando consideravelmente no que diz respeito à mobilização dos conhecimentos isométricos para resolução de problemas geométricos.

Aquando da resolução da tarefa 6, tanto o par da Professora-caso como os colegas já conseguiram utilizar a Isometria rotação para a construção das figuras F_1 e F_2 e translação para a figura F_5. Pode-se observar as resoluções pelo par da Professora-caso na figura 64; porém, ninguém conseguiu construir as figuras F_3 e F_4. A construção destas figuras ficou como tarefa para casa, mas o par da Professora-caso, assim como a maioria dos colegas, não o fez por sobrecarga de trabalho. Assim, a Formadora realizou as construções com a ajuda dos formandos em contexto de formação.

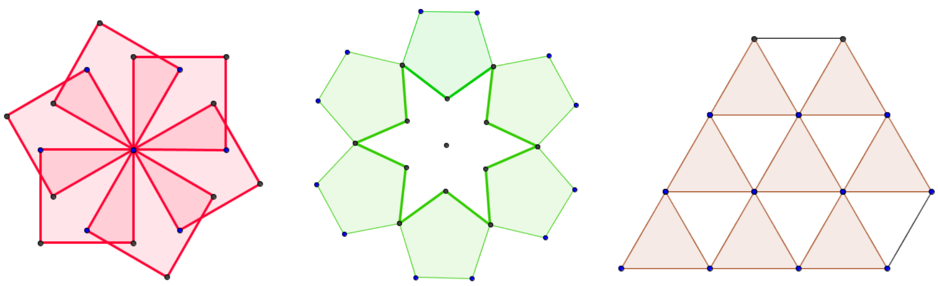


Figura 64. Resolução da tarefa 6 – Construção das figuras F_1, F_2 e F_5 pelo par da Professora-caso na Ficha 2 "Isometrias e Composição de Isometrias"

Nesta sessão, a Professora-caso estava eufórica porque se aproximava o momento para a realização da experiência em sala de aula. Apresentou e discutiu a primeira Ficha que ia desenvolver com os alunos. Desafiou os seus colegas que lecionavam o 8º ano para aderirem a esta experiência. Por razões pessoais, apenas um se mostrou disponível, mas tal não foi possível porque não lhe foi cedida a sala de informática da escola para as aulas de Matemática (DB, 07/02/2011).

Continuando com a formação, na Ficha 3, atividades de exploração (Padrões geométricos: frisos e rosáceas, Mauritz Cornelis Escher, Técnica de Escher, Pavimentações), os professores trabalharam aos pares, de forma autónoma, ficando cada um de apresentar um trabalho sobre um destes temas. O par da Professora-caso conseguiu apresentar a classificação dos frisos monocromáticos, com recurso ao *software* GeoGebra, partindo do motivo representado pelo triângulo. Dos sete tipos de frisos existentes, o par da Professora-caso apenas errou a construção do tipo de friso *pma2*, conforme se ilustra a seguir:

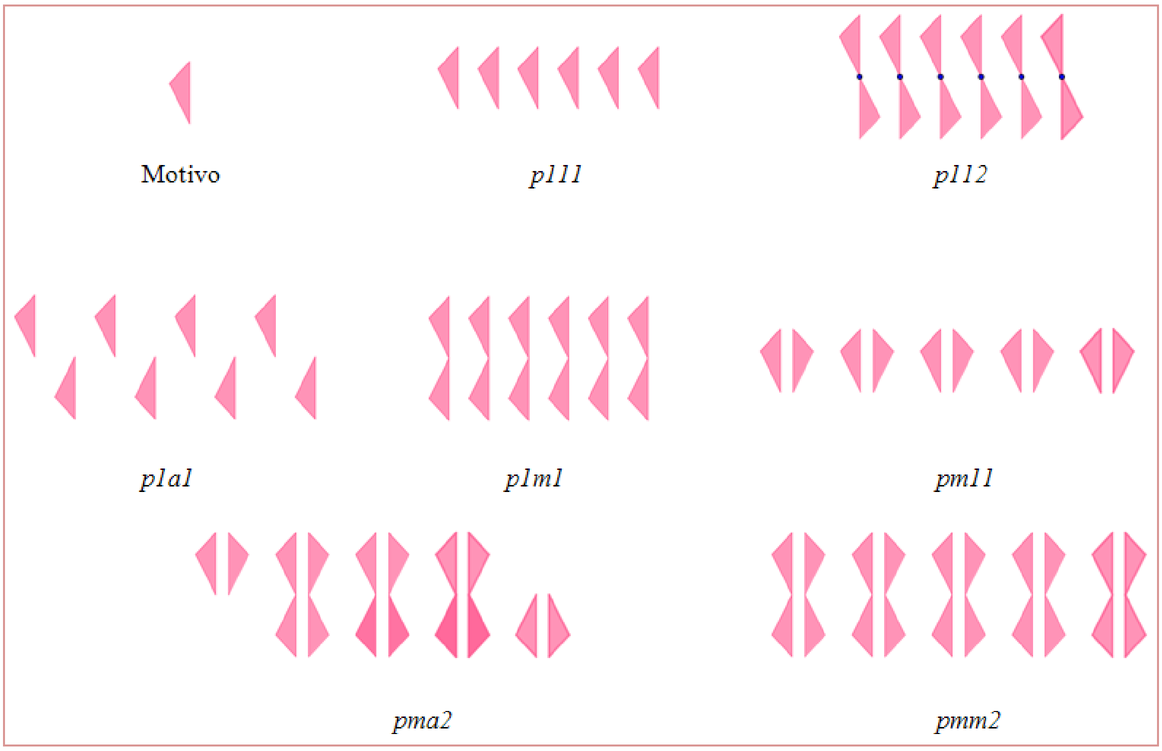


Figura 65. Frisos construídos pelo par da Professora-caso na Ficha 3 “Atividades de Exploração”

Na ficha 4 sobre a construção de frisos – parte II, a Professora-caso realizou-a sem muitas dificuldades. A ajuda da Formadora foi necessária, apenas, no ponto 7 no qual se pretendia ver toda a parte do friso construída, ocultando a imagem Módulo e a lista Motivo. Pode-se observar a construção feita pela Professora-caso na figura seguinte.

Figura 66. Construção do friso pela Professora-caso a partir do módulo e utilizando ícones da barra de ferramentas.

Em relação à última Ficha na formação, a Ficha 5, tal como os colegas, a Professora-caso só teve dificuldade em construir a rosácea de 20 pétalas utilizando o comando “Sequência” do GeoGebra. Realmente, o comando “Sequência” não é tão intuitivo como muitos outros do GeoGebra. Para tentar ultrapassar esta dificuldade, a Formadora discutiu o processo de resolução dessa tarefa no âmbito da Análise Matemática, recorrendo à linguagem simbólica, e depois foi realizada no GeoGebra. A partir daí, a Formadora levou-os a explorar os procedimentos de resolução da tarefa no GeoGebra, tendo a Professora-caso, à semelhança da metade dos colegas, alcançado sucesso na resolução desta tarefa. Todos os outros pontos da Ficha foram resolvidos corretamente.

No contexto da supervisão, a experiência em sala de aula ocorreu na última parte da formação. Na primeira aula da experiência (Ficha 1 – Explorando o GeoGebra 1), a Professora-caso começou a pôr em prática os aspetos trabalhados em contexto de formação, esforçando-se por melhorar a linguagem matemática utilizada pelos alunos, conforme relata o episódio a seguir:

> Professora-caso: A12, o que são pontos não colineares?
> A12: Não sei.
> Professora-caso: A10, o que são pontos não colineares?
> A10: São pontos que não estão na mesma linha.
> Professora-caso: Muito bem! São pontos que não conseguem ser unidos por uma só reta
> (Excerto de um diálogo da sessão em sala de aula, gravada e filmada - EDSSAGF a 09/02/2011).

Na Ficha 2, após a discussão sobre a comparação dos vetores, a Professora-caso aproveitou o momento para introduzir o conceito de vetor, pondo em prática os conhecimentos geométricos trabalhados na Ação de Formação. Pela manipulação dos vértices do triângulo objeto, levou os alunos a concluir que, apesar de as medidas terem sofrido alterações, as propriedades dos triângulos objeto e imagem mantiveram-se. A Professora-caso trabalhou, nesta aula, os conceitos de vetores nulos, simétricos, colineares, equipolentes, tendo-se mostrado segura na sua abordagem com os alunos (DB, 21/02/2011).

Na correção da Ficha 3, no item 2.4, a Professora-caso levou os alunos a indicarem todas as possibilidades de resposta dos vetores associados à translação que transformava o pássaro 3 no pássaro 2, com domínio dos conceitos geométricos envolvidos.

Na Ficha 5, perante as dúvidas dos alunos em definir um quadrilátero, a Professora-caso aproveitou para trabalhar os quadriláteros com designação especial (quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézio) com recurso ao GeoGebra, colocando em prática os conhecimentos construídos na Ação de Formação aquando da realização de tarefas de construções geométricas básicas onde foram discutidas caraterísticas e propriedades destas figuras.

No final da reflexão sobre a aula de aplicação da Ficha 8, em que os alunos enfrentaram muitas dificuldades na identificação das propriedades da Isometria reflexão, a professora decidiu que, na aula seguinte, faria uma revisão das propriedades de todas as Isometrias abordadas até àquele momento antes da aplicação da Ficha 9, o que se pode comprovar no excerto a seguir:

> Professora-caso: Qual foi a primeira Isometria que nós estudamos?
> Turma: Translação
> Professora-caso: Mas para fazermos a translação nós temos que associar a translação a um…?
> Turma: A um vetor.
> Professora-caso: A17, o que é um vetor?
> A17: [ficou em silêncio]
> Professora-caso: Quem quer ajudar o A17?
> A11: É um segmento definido por dois pontos que têm um sentido, uma direção e um comprimento. […]
> Professora-caso: Então olhem para o quadro! Nós temos aí um vetor que podemos chamar vetor $\vec{u}$ ou vetor $\overrightarrow{AB}$. Porque é que podemos dizer que *u* representa um vetor?
> Turma: Porque tem um sentido, uma direção e um comprimento. […]
> Professora-caso: Qual é a direção deste vetor?
> A9 e A11: Horizontal; Alguns alunos: da esquerda para direita
> Professora-caso: Quais as direções que um objeto matemático pode assumir… neste caso um vetor?
> A15: Horizontal, vertical e diagonal.
> Professora-caso: As direções que nós temos são horizontal, vertical e oblíqua. Da esquerda para direita, da direita para esquerda, de cima para baixo e de baixo para cima, o que indica no vetor, A20?
> A20: Professora, indica o sentido do vetor.
> Professora-caso: Então podemos dizer que um vetor é um objeto matemático definido por um comprimento, uma direção e um sentido.
> Professora-caso: Agora vamos ver o que acontece se associarmos a translação deste segmento ao vetor $\vec{u}$. A15, Diz lá como é que vamos realizar a translação deste segmento associada ao vetor $\vec{u}$.
> A15: Primeiro vamos selecionar a ferramenta translação por um vetor, depois vamos selecionar o segmento e por fim clicamos no vetor.
> Professora-caso: Então vou seguir os procedimentos indicados por A15… Já está! Todos viram?
> Turma: Sim
> Professora-caso: A2, qual é a imagem do segmento [CD] na translação associada ao vetor $\vec{u}$?
> A2: [C'D'].

> Professora-caso: Isso mesmo! O segmento de reta [C'D'] é a imagem do segmento [CD]. O que nós podemos dizer relativamente aos dois segmentos, A14?
> A14: Têm o mesmo comprimento.
> Professora-caso: Concordam?
> Turma: Sim
> Professora-caso: Que mais podemos comparar, A11?
> A11: Direção
> Professora-caso: Então qual a direção dos segmentos de reta [CD] e [C'D'], A9?
> A9: São paralelos.
> Professora-caso: Sim, são paralelos. Quando dois segmentos são paralelos, dizemos que eles têm a mesma direção. Mas podem ter direção vertical, horizontal ou oblíqua. Então nesta situação, qual é a direção destes segmentos?
> A10: Professora, a direção dos segmentos é vertical.
> Professora-caso: Isso mesmo! […] (EDSSAGF a 09/03/2011).

Este excerto regista momentos de revisão para introdução de novos conteúdos, ficando assim evidenciada a capacidade da Professora-caso em mobilizar os conhecimentos geométricos, para melhorar a aprendizagem dos seus alunos. Conforme o episódio transcrito, registou-se conexões entre vários conteúdos geométricos, favorecendo uma aprendizagem mais significativa.

No momento da correção da Ficha 9, na questão 1, evidenciou-se o conhecimento e a capacidade geométrica da Professora-caso ao expressar e interpretar ideias de forma construtiva e em interação com os alunos, envolvendo as ideias, os processos e os resultados matemáticos. Veja-se o diálogo seguinte:

> Professora-caso: A14 lê o enunciado da questão 1.
> [A14 fez a leitura da questão 1.]
> Professora-caso: Nós temos aí no quadro a figura que está na vossa Ficha. A14, qual a imagem do ponto B?
> A14: A imagem do ponto B é o ponto B'.
> Professora-caso: Como é que vamos determinar o eixo de reflexão? Para determinar o eixo de reflexão o que é que vamos fazer? Vai-me responder o A16. Diz lá o que fizeste para determinar o eixo de reflexão?
> A16: Determinei a mediatriz.
> Professora-caso: Mediatriaz do quê?
> A16: Mediatriz de BB'.
> Professora-caso: Determinaste a mediatriz do segmento de reta BB'. E, como é que construíste a mediatriz?
> A16: Com o compasso no centro em B abri mais de metade e fiz um arco em cima e em baixo. Depois fiz o contrário. Com o centro em B', abri o compasso mais de metade e fiz um arco em cima e em baixo. Encontrei dois pontos que cruzam os arcos. Depois, liguei os dois pontos e encontrei a reta que é a mediatriz.
> Professora-caso: Cuidado! A abertura do compasso deve ser a mesma! Pessoal, porque é que a reta é a mediatriz?
> A11: Porque divide o segmento ao meio.
> Professora-caso: A11 vem determinar a mediatriz do segmento de reta [BB`] aqui no computador e vai dizendo os procedimentos para os teus colegas.
> [A11 executou a operação e disse]: Vamos na caixa 4 selecionamos a ferramenta mediatriz. Depois vamos clicar em cima do segmento ou também podemos clicar nos pontos B e B' e logo aparece a mediatriz.
> Professora-caso: O que representa esta mediatriz?
> A20: É o eixo de reflexão.

> Professora-caso: Então vamos determinar a reflexão do pentágono associada ao eixo MN, para vermos se a mediatriz é o eixo de reflexão (EDSSAGF a 10/03/2011).

Na Ficha 12, a Professora-caso mobiliza os conhecimentos adquiridos na formação para trabalhar o conceito de simetria, como se pode perceber no diálogo estabelecido no momento da correção do item 2.1 pelo grupo 5:

> Professora-caso: G5 vai fazer a correção da questão 2 mas só com o triângulo equilátero. Primeiro, vocês vão ler o enunciado da questão 2.
> [A11 leu o enunciado da tarefa.]
> Professora-caso: Então vamos lá! Expliquem para a turma como determinaram os eixos de simetria do triângulo equilátero.
> A11: Professora, primeiro vamos construir o triângulo equilátero com a ferramenta polígono regular. Depois, vamos determinar os eixos de simetria.
> Professora-caso: Como é que vão determinar os eixos de simetria do triângulo equilátero?
> A14: Selecionando 'reta definida por dois pontos'.
> A10: Não! Mediatriz. Vamos na caixa de ferramenta 4.
> Professora-caso: Vão selecionar qual ferramenta?
> A11: Professora, também podemos selecionar a ferramenta 'Bissetriz'.
> Professora-caso: Para determinar a bissetriz, vocês têm que selecionar quantos pontos?
> A11: 3 pontos. A14, determina a bissetriz!
> A14. Ok... Já está!
> Professora-caso: Mas também dava para desenhar os eixos com a ferramenta 'Mediatriz'?
> G5: Sim, professora. Só que, na mediatriz, vamos selecionar só dois pontos.
> Professora-caso: Sim, iam selecionar apenas dois pontos porque determinamos a mediatriz de um segmento de recta. … a bissetriz é de um ângulo, por isso selecionámos no GeoGebra 3 pontos ou as duas semi-retas que formam o ângulo.
> A10: É assim que fizemos.
> Professora-caso: A12, já sabes a matéria? Presta atenção! Portanto, tanto podemos fazer os eixos de simetria determinando a bissetriz do ângulo ou a mediatriz dos segmentos de reta que são os lados do triângulo. Agora respondam às informações da tabela. Um triângulo equilátero quantos vértices tem?
> A14: 3.
> Professora-caso: Quantos ângulos?
> A10: Número de ângulos – 3.
> Professora-caso: Quantos eixos de simetrial axial tem um triângulo equilátero?
> A11: Número de eixos de simetria axial – 3.
> Professora-caso: Agora vou fazer uma outra pergunta. Posso? Vocês disseram que um triângulo equilátero tem 3 eixos de simetria. Vocês repararam por onde passam os eixos?
> A10: Pelo ponto médio.
> Professora-caso. E o que mais? Se referirmos a essa bissetriz, por onde passa o eixo? Aqui é o quê?
> [G5 ficou em silêncio.]
> Professora-caso: Então vou fazer a pergunta outra vez? Quantos vértices possui um triângulo equilátero?
> Turma: 3.
> Professora-caso: Quais são esses vértices?
> Turma: A, B e C.
> Professora-caso: Então, este ponto aqui como se chama?
> Turma: Vértice.
> Professora-caso: Então este eixo passa pelo vértice B e?
> A10: E pelo ponto médio do segmento AC.
> Professora-caso: O segmento de reta AC é o lado oposto ao ângulo B. Agora, vamos ver! Se considerarmos este eixo 'd', por onde ele passa?
> A11. Passa pelo vértice A e pelo ponto médio do lado oposto.

Professora-caso: Portanto, qualquer eixo deste polígono passa pelo vértice e o ponto médio do lado oposto. Está claro?
Turma: Em coro “Sim”.
Professora: Podem sentar-se (EDSSAGF a 14/03/2011).

Em outro momento, na correção da questão 3 pelo G1, registaram-se também momentos em que a Professora-caso mostrou a sua evolução em termos de conhecimento e capacidade geométricos, evidenciando um maior rigor na utilização de termos matemáticos específicos, por exemplo, no uso do termo “globalmente invariante” que não lhe era anteriormente familiar, como ficou atrás evidenciado, aquando da descrição da exploração do conceito de simetria feita durante a formação. Segue-se o diálogo registado:

Professora-caso: A próxima questão, quem vai responder é o G1. O G1 está de parabéns porque está a trabalhar muito bem. Vamos lá grupo 1 [A2, A8 e A9].
A11: Professora o nosso grupo também trabalhou bem.
A20: Professora, o grupo 6 também!
Professora-caso: Desculpem, é claro que todos estão de parabéns. Agora, vamos ver qual é o polígono que ele vai desenhar que tem dois eixos de simetria e que não pode ser um retângulo.
A8: Professora, é um triângulo equilátero.
Professora-caso: A9, o que achas da resposta da tua colega?
A9: Professora, é um quadrado.
Professora-caso: Vocês se lembram de todos os quadriláteros que estudámos no ano passado?
A2: Sim, Professora! Estudámos o retângulo.
Professora-caso: Mas o enunciado diz para indicar um polígono com apenas dois eixos de simetria e que não seja um retângulo.
A20: É um losango!
Professora-caso: Isso mesmo! O que é um losango A20?
A20: É um quadrilátero que tem 4 lados.
Professora-caso: Todos iguais?
A2: Dois diferentes e dois iguais.
Professora-caso: dois diferentes e dois iguais? Mas como é que nós caraterizamos os losangos? Pelas diagonais? Pelos lados?
Turma: Sim.
Professora-caso: Um losango tem duas diagonais, só que uma tem medida de comprimento menor que a outra. Mas se as digonais forem iguas, que quadrilátero passamos a ter? Vai responder o A10!
A10: Professora, se as diagonais forem iguais vamos ter um quadrado.
Professora-caso: Boa! A9, consegues desenhar um losango no GeoGebra?
A9: Sim.
Professora-caso: Então vem fazer no computador.
[A9 desenhou um losango no GeoGebra.]
A9: Já está!
Professora-caso: Então, quantos eixos de simetria tem um losango, A8?
A8: Um losango tem dois eixos de simetria.
Professora-caso: A13, um losango tem dois eixos de simetria?
A13: Sim.
Professora-caso: Todos concordam que um losango tem dois eixos de simetria?
Turma: Sim.
Professora-caso: A2 representa os eixos de simetria do losango.
[A2 representou duas retas passando pelo vértices opostos do losango.]
Professora-caso: Então agora determina a reflexão do losango, associada aos eixos que desenhaste.

[A2 executou a operação.]
Professora-caso: Estão a ver, podemos dizer que a figura sofreu uma transformação geométrica e ficou globalmente invariante […]. Entenderam?
Turma: Sim.
Professora-caso: Grupo 1, podem sentar-se nos vossos lugares e obrigada (EDSSAGF a 14/03/2011).

A correção da Ficha 15 (permitiu observar a ampliação dos conhecimentos geométricos da Professora-caso. No momento de formalização dos conteúdos da última Ficha, registou-se a seguinte ocorrência:

Professora-caso: Vamos ver! Quando eu pavimentar este plano com hexágonos regulares, quantos lados se intersetam nos seus vértices?
Turma: 3 lados.
Professora-caso: Quantos ângulos tem cada vértice?
A20: Cada vértice tem 3 ângulos.
Professora-caso: Quem consegue indicar quantos graus têm os ângulos formados por cada um dos seus vértices?
A10: [Determinou os ângulos no GeoGebra e respondeu logo.]: Cada ângulo mede 120º.
Professora-caso: Boa! Agora calcula a soma dos três ângulos.
A10: A soma é 360º.
Professora-caso: Isso mesmo! Vem mostrar a tua resolução para os teus colegas.
A10: [Apresenta o trabalho aos colegas através da barra de navegação para passos de construção.]
Professora-caso: Estás de parabéns! Então, para pavimentarmos com polígonos regulares a soma dos ângulos internos de cada vértice tem que ter 360º. Era este cálculo que queria que vocês chegassem em 1.2 (EDSSAGF a 17/03/2011).

O rigor na linguagem oral requer ainda algum tempo de apropriação. Também as melhorias na prática exigem um tempo e hábito para a sua efetivação. No entanto, a evolução da Professora-caso, de sessão para sessão, foi uma realidade. Realmente, das aprendizagens evidenciadas pela Professora-caso, pode concluir-se que a formação e a experiência acompanhada em sala de aula permitiram o desenvolvimento, bem patente, quer dos conhecimentos, quer das capacidades, relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

1.2.1.3. Depois da formação

Relativamente ao desenvolvimento de conhecimentos e capacidades geométricas, a Professora-caso reconheceu que evoluiu:

"A estratégia utilizada na formação, o uso de diversos tipos de tarefas propostas, a preocupação da Formadora em nos alertar para o uso de rigor na linguagem matemática, a formulação e verificação das conjeturas são aspetos importantes que contribuíram para reforçar os meus conhecimentos… claro, além das reflexões sobre as aulas. […] A Ação de Formação permitiu-me evoluir e estar mais atenta ao uso da linguagem matemática com rigor. […]. Estou muito satisfeita com o que aprendi por ter participado dessa Ação de Formação. Sei que ainda posso aprender mais […]" (TMSFGF a 21/03/2011);

"Quando tinha estudado Geometria, há já alguns anos, custou-me entender algumas propriedades e teoremas sobre Isometrias. Mas esta formação complementou essas

> noções e consegui ver e compreender as propriedades das Isometrias e suas aplicações" (QFP, 22/03/11).

No QFP, nas questões relacionadas com o desenvolvimento de capacidades transversais e geométricas, potenciadas pelo GeoGebra, excetuando-se os parâmetros contribuir para o desenvolvimento da comunicação e do raciocínio matemático em que as opiniões dos professores se dividiram entre o acordo absoluto e o parcial, como a maioria dos colegas, a Professora-caso concordou plenamente com todos os parâmetros. O parâmetro 'contribuiu para uma sólida apropriação do sentido geométrico', que a professora tinha assinalado "concordar parcialmente" no questionário inicial, mereceu acordo absoluto no questionário final.

Num encontro presencial sobre o balanço da formação com os formandos, a Professora-caso referiu estar à-vontade para trabalhar com os conteúdos abordados na formação:

> "Agora, sim. Neste momento, posso afirmar que melhorei significativamente os meus conhecimentos geométricos sobre as Isometrias. […] A formação melhorou significativamente os meus conhecimentos. Mas a experiência permitiu-me alargar ainda mais os meus conhecimentos. Tive que investir mais. Sinto-me mais à-vontade para trabalhar as Isometrias, os frisos, as rosáceas e as pavimentações nos próximos anos letivos" (Excerto de um momento de reunião gravado – EMRG a 22/03/11).

A Ação de Formação possibilitou o desenvolvimento de conhecimentos relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano da Professora-caso. Este aspeto foi reconhecido pela Professora-caso quando na SE a mesma ressaltou que,

> "[...] para além de também conhecer um novo recurso de apoio às aulas, pude ainda aprofundar os conhecimentos geométricos, o que me permitiu sentir mais segura na abordagem dos conteúdos de Isometrias. Com toda a humildade, posso afirmar que [...] sinto-me ter ficado com mais confiança, com mais competência para trabalhar os conteúdos de Geometria" (SE, 23/03/2011).

Pelas evidências apresentadas, ressalta-se que, no final deste processo, o trabalho realizado, quer na formação, quer na experimentação acompanhada/supervisionada em sala de aula, permitiu o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

1.2.2. Atitudes

1.2.2.1. Antes da formação

Desde o início, foram identificadas atitudes da Professora-caso em relação à Geometria. Ao ser confrontada com a oportunidade de formação, mostrou total disponibilidade, abertura e interesse na atualização dos seus conhecimentos nesse domínio. Referiu gostar de Geometria embora não se sentisse à-vontade com o tema porque considerava não ter tido uma formação científica sólida ao longo da sua formação (DB, 22/10/2010). Numa reunião mencionou que:

> "A verdade é que não temos formação suficiente que nos permita trabalhar à-vontade com Geometria, pelo menos aqui em Cabo Verde. Ao olharmos para o nosso Programa de Matemática, constatamos que a Geometria é um tema pouco valorizado. […] A Geometria não é o meu tema favorito na Matemática" (EMRG a 27/10/2010).

Na PE, referiu que a sua preferência no que tange aos temas lecionados recaía sobre o Cálculo e a Álgebra, sendo a escolha motivada pelo facto de serem os conteúdos favoritos enquanto estudante. Realçou que a sua preferência: "*não tem nada a ver com Geometria*", conteúdo que considera não ter aprendido muito bem, apontando como possíveis razões a falta de manuais que tratassem devidamente esse tema, a metodologia utilizada pelos professores na sua abordagem e a própria complexidade dos tópicos respetivos (PE, 22/12/2010).

Esta atitude da Professora-caso no que respeita à Geometria parece enraizar-se na sua experiência enquanto aluna, que carateriza débil quanto à sustentação científica. Este facto refletia-se, de algum modo, na sua prática diária, uma vez que admitiu que não trabalhava as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano de forma profunda, reconhecendo que:

> "Sempre trabalhei a unidade Isometrias de uma forma superficial. Normalmente, há conteúdos que estudamos e de que nunca nos esquecemos, mas [...] este, em concreto, não foi trabalhado de uma forma aprofundada durante a minha formação. Talvez a estratégia utilizada pelos professores não nos tenha despertado tanto a atenção para este e outros temas de Geometria. Por isso, é que não tenho preferência em lecionar a Geometria. Prefiro o Cálculo e a Álgebra porque nessas áreas temáticas me sinto mais segura e à-vontade para abordar os seus conteúdos" (PE, 22/12/2010).

Também no QIP, a Professora-caso afirmou que não se sentia tão à-vontade com a Geometria como nos outros temas para a sua abordagem com os alunos. Aliás, o trabalho de investigação desenvolvido por Silva (2009) corrobora este aspeto. No âmbito da sua dissertação de mestrado em Matemática, na vertente Educação, dos três professores-casos analisados numa ES em Cabo Verde, dois indicaram a Geometria como a área em que apresentavam mais dificuldades e da qual necessitavam de formação, tendo os mesmos a perceção de que esta situação é generalizada à maioria dos seus colegas. Neste estudo, num encontro inicial, a própria Professora-caso afirmou que:

> "A Geometria é uma parte da Matemática que, geralmente, é descurado pelos professores. É deixada quase sempre para o fim do ano letivo. […] Eu, pessoalmente, tenho investido mais nos outros temas. A Geometria não é o meu tema favorito na Matemática" (EMRG a 27/10/2010).

As evidências mostram que, nesta fase inicial, a Professora-caso tinha uma atitude favorável em relação ao estudo das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, ainda que a Geometria não fosse o tema de que mais gostava nem aquele em que se sentia mais à-vontade para trabalhar.

1.2.2.2. No contexto da formação

No decorrer da formação, o interesse e o empenho da Professora-caso na resolução das tarefas geométricas diferenciava-a dos restantes colegas do grupo.

Em relação à Ficha 2, a Professora-caso solicitou ajuda à Formadora para a realização da tarefa 1, sendo de realçar a sua abertura e iniciativa pela forma como o fez (cf. excerto de um diálogo da sessão de formação filmada e gravada em 8/12/2010 apresentado no ponto anterior). Este aspeto é considerado por Alarcão & Tavares (1987) como um elemento-chave no momento de supervisão, devendo o professor ter uma atitude positiva para solicitar a colaboração do formador/supervisor para análise de situações problemáticas.

Na exploração de algumas propriedades da composição de rotações, como aconteceu com os colegas, a Professora-caso enfrentou algumas dificuldades. Todavia e contrariamente a alguns colegas que desistiram de realizar determinadas tarefas devido ao grau de dificuldade das mesmas, registou-se a determinação da Professora-caso em as concluir: "*Formadora, não está fácil descobrir todos os resultados destas composições! Mas não vou desistir*!" (DB, 15/12/2010).

Para o NCTM (2008), quando os alunos são confrontados com tarefas criteriosamente selecionadas, é visível que ganham mais confiança na sua capacidade de trabalhar com problemas complexos, tentam conseguir, por si próprios, obter a resposta correta, tornam-se mais flexíveis na exploração de conceitos matemáticos e na experimentação de alternativas e agem com mais vontade e garra. Daí, se ter tido a preocupação em considerar estes aspetos na formação desenvolvida, também para que os professores os levem à sua prática letiva. Foi o que aconteceu. Num dos momentos de planificação da sua intervenção didática, a Professora-caso lançou a ideia de construção de motivos de "Panu di Tera"[9] para trabalhar temas próximos dos alunos. E sugeriu uma possível linha de investigação sobre a repercussão da exploração da ferramenta GeoGebra no quotidiano cabo-verdiano, em reforço da economia, no domínio da cultura, da arquitetura, do estilismo e *design*, aplicada a rendas, bordados, brindes turísticos, entre outras múltiplas possibilidades. Para a Professora-caso, construir os Panos de Terra no GeoGebra e outros objetos da vida real constitui oportunidades para o enriquecimento da cultura cabo-verdiana, contextualizando a aprendizagem da Geometria (DB, 01/12/2010).

[9]"Panu di Tera" – tipo de pano, elemento típico de Cabo Verde, produzido artesanalmente, sobretudo na Ilha de Santiago, atualmente muito apreciado quer por nacionais quer por estrangeiros/turistas, com aplicação em vestuário, calçado, cerâmica e outros. De base geométrica na sua configuração, o típico padrão preto e branco está sendo atualmente desenvolvido em outras cores, possibilitando uma aplicação estética moderna.

Também na primeira ficha da sessão prática, registaram-se dificuldades na resolução de tarefas geométricas de natureza aberta e/ou mais complexa. Todavia, a Professora-caso tentou ultrapassar essas dificuldades, mostrando interesse em concluir as tarefas: "*Formadora, não consigo ver uma estratégia para a resolução dos problemas. Preciso de ajuda*!" (DB, 01/02/2011). A confiança adquirida levou-a a transpor esse tipo de tarefas mais abertas e complexas para a sala de aula, para desafiar o pensamento dos alunos, dando espaço ao desabrochar dos mesmos, como defendido pelo NCTM (2008).

No contexto da experiência em sala de aula, o sinal dado pela adesão e envolvimento da Professora-caso, assim como o sentido desperto dos seus alunos na resolução das tarefas de construções geométricas, asseguraram a possibilidade de prosseguir a prática iniciada. A partir das primeiras sessões, a experiência deu mostras de caminhar rumo a resultados positivos. Na Ficha 3, a Professora-caso preocupou-se em criar condições para uma melhor aprendizagem dos conteúdos geométricos e usou o GeoGebra, de forma sistemática, para confirmar ou refutar as respostas dos alunos às tarefas que realizaram autonomamente. A mesma referiu, no final da aula, estar mais confiante e segura para trabalhar as Isometrias de forma diferente do habitual (DB, 23/02/2011). De facto, no âmbito da tarefa 1 da Ficha 6, a Professora-caso começou por explicá-la sucintamente, passando-se imediatamente à sua execução por toda a turma. Alertada pela Formadora/supervisora de que os alunos estavam a enfrentar várias dificuldades para a resolução desta tarefa, a Professora-caso, de forma segura e determinada, discutiu os procedimentos para a realização da tarefa, com recurso aos instrumentos de construção, num contexto colaborativo. Após o momento destinado à realização da questão 1, a professora passou por todos os alunos para se certificar de que concluiram o trabalho e reparou que alguns não o fizeram corretamente. Assim, solicitou aos alunos que tinham concluído a tarefa com sucesso para ajudarem os colegas que estavam com dificuldades e foi acompanhando as discussões.

A reflexão sobre a aula da Ficha 6 – Aplicação da Composição de duas translações –, permitiu notar na Professora-caso a tomada de consciência da necessidade de se trabalhar mais tarefas que promovam o desenvolvimento da capacidade de visualização espacial, tendo em conta a sua importância para a aprendizagem dos conteúdos geométricos:

> "Reconheço que ainda precisa ser trabalhada muito mais a questão da visualização espacial, pois alguns alunos apresentaram dificuldades em resolver o problema 2, que envolvia a capacidade de visualização espacial. Mais do que isso, penso que esta capacidade devia ser trabalhada nos primeiros anos de escolaridade" (Excerto da reflexão da aula gravada – ERAG a 03/03/2011).

Esta consciencialização, de que a capacidade de visualização espacial deve ser trabalhada desde os primeiros anos de escolaridade, é muito pertinente e está de acordo com o defendido pelo NCTM (2008). Trata-se de um aspeto fundamental da Geometria e, estando ausente dos programas de Matemática, compromete a aprendizagem dos conteúdos de Geometria e de outros conteúdos quer matemáticos quer de outras áreas.

Dado o reconhecimento gradativamente mais intenso da importância da Geometria, a preocupação da Professora-caso em relação a uma sua mais sólida apropriação, por parte dos alunos, foi constante. Na Ficha 7, os alunos mostraram muitas dificuldades na medição dos ângulos utilizando o transferidor. Na reflexão sobre as aulas relativas a essa ficha, este aspeto foi considerado pela Professora-caso quando reconheceu que devia ter revisto o conceito de orientação dos ângulos no momento da apresentação da ficha, minimizando as dificuldades sentidas pelos alunos. No momento de síntese da aula da Ficha 11, a Professora-caso aproveitou bem as potencialidades do GeoGebra para mostrar aos alunos os procedimentos que garantiam o paralelismo entre o vetor e o eixo de reflexão para qualquer situação numa reflexão deslizante. No item 1.4 da Ficha 14, os alunos não foram autónomos para organizarem os seus resultados numa tabela. Em resposta, a Professora-caso decidiu intervir na construção de uma tabela com diferentes medidas de amplitudes de ângulos, obtendo uma resposta imediata dos alunos no seu preenchimento com o número de rotações necessárias à realização de uma volta completa pelo avião.

A evolução das atitudes da Professora-caso no que respeita à Geometria levou-a referir, no último dia da experiência, que, pela primeira vez, tinha lecionado os conteúdos isométricos de forma aprofundada, criativa e com ligação ao contexto cabo-verdiano (DB, 22/03/2011). A criação de Panos de Terra, por exemplo, evidencia mais autoconfiança da Professora-caso na capacidade de utilizar os conhecimentos geométricos trabalhados no contexto da formação.

1.2.2.3. Depois da formação

Numa conversa informal, no dia da aplicação do QFP, a Professora-caso revelou-se satisfeita com a formação e considerou que, agora, encara a Geometria de uma outra forma - com mais confiança (EMRG a 22/03/2011).

O parâmetro ‘o uso de softwares para a Geometria contribuiu para uma visão positiva da Matemática’, em relação ao qual a Professora-caso tinha assinalado”, no questionário inicial, “concordar parcialmente”, mereceu acordo absoluto no questionário final.

Assim, uma das pretensões da Ação de Formação - a valorização da Geometria na Matemática e noutras áreas – parece ter sido atingida, o que levou a Professora-caso a ir mais longe na sua prática, incentivando os alunos a expor as suas ideias e a desenvolver capacidades transversais, bem como a estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos.

1.3. Competências tecnológicas

1.3.1. Conhecimentos e capacidades

1.3.1.1. Antes da formação

Os recursos tecnológicos são atualmente considerados uma mais valia no exercício da profissão docente, por poderem promover uma aprendizagem mais motivadora, efetiva, diversificada e ativa. A sua adequada utilização no contexto educativo exige, antes de mais, que os professores sejam detentores de competências tecnológicas. Nesse sentido, decidiu-se apurar os conhecimentos e capacidades prévias da Professora-caso a nível tecnológico.

No QIP, a Professora-caso considerou ter um nível de destreza em informática "Razoável". Indicou trabalhar sempre nos aplicativos *Word* e *Internet Explorer* e, por várias vezes, o *Excel*, o *Power Point* e o *Paint*. Também mencionou utilizar sempre o computador para pesquisas na Internet e várias vezes para a gestão de informação pessoal e preparação de aulas. Todavia, assinalou usar raramente esses aplicativos para exploração juntamente com os próprios alunos e nunca para apresentação e síntese dos conteúdos matemáticos. Sobre a utilização do computador e *softwares* educativos no ensino e aprendizagem da Matemática, a Professora-caso admitiu não utilizar esses recursos na abordagem de conteúdos matemáticos em sala de aula.

Numa espécie de relato de percurso, a Professora-caso referiu inicialmente que, durante a sua formação de base, tinha frequentado uma disciplina de Tecnologias Educativas, mas que a mesma não incidira sobre qualquer *software* específico para a Matemática. A própria assinalou no QIP que nunca tinha frequentado qualquer formação sobre a utilização de *softwares* educativos para a Matemática.

No QIP, a Professora-caso registou a existência de duas salas de informática para as disciplinas de informática. Tal situação poderia constituir um fator de motivação para pesquisar e preparar alguns materiais mais interessantes para as aulas de Matemática beneficiando, de um modo geral, todos os docentes que estivessem interessados em desenvolver e inovar as suas práticas pedagógicas com recurso a *softwares* educativos. No entanto, não era o que acontecia no seu quotidiano, pelo menos não era uma prática corrente antes da Ação de Formação realizada no âmbito deste estudo. Inclusivamente no caso concreto da Professora-caso, para quem existia uma situação privilegiada no que diz respeito ao acesso às salas. Com efeito, até ao momento da Ação de Formação e no decurso da observação das aulas, nem a Professora-caso nem os colegas utilizaram tais espaços para o ensino de Matemática. A disponibilização de um portátil e um vídeo-projetor para cada professor foi visivelmente subaproveitada tanto pela Professora-caso como pelos colegas, uma vez que tais recursos foram utilizados apenas para o registo de sumários e controlo de presenças dos alunos.

1.3.1.2. No contexto da formação

Nas sessões iniciais de trabalho, pretendia-se a familiarização com o GeoGebra (Ficha 'Construções geométricas básicas'). Das ferramentas solicitadas na tarefa 1, a Professora-caso utilizou todas, com exceção daquela destinada à medição da área, sobressaindo o seu investimento na exploração do GeoGebra. No entanto, ficou evidenciado, na sua resposta à tarefa 1 (Ficha 'Construções Geométricas Básicas'), que a construção realizada requeria melhorias quanto à organização dos rótulos dos objetos, uma vez que estes ficaram sobrepostos dificultando a sua identificação.

Na concretização da tarefa 2-a, da mesma Ficha, percebeu-se que a Professora-caso enfrentou dificuldades em determinar os ângulos internos do quadrado (Figura 57 apresentada em 1.2.1.1). Registou-se ainda uma certa falta de organização na apresentação dos objetos construídos. Por exemplo, a observação e a identificação dos rótulos foram dificultadas pela sobreposição dos mesmos. Por outro lado, a figura em referência deixava perceber uma reta tracejada (designada b) que não era suposto constar da mesma. Tais inexatidões poderiam ter sido resolvidas antes do término da tarefa, aprimorando-se a sua apresentação geral.

Na exploração de algumas propriedades da composição de duas rotações, esperava-se que os professores descobrissem a funcionalidade da ferramenta designada de "seletor", mas nenhum o fez por iniciativa própria. Solicitados a explorar esta ferramenta na Isometria rotação, como a maioria dos colegas, a Professora-caso não conseguiu utilizá-la adequadamente. Na definição do seletor, quando devia selecionar a opção ângulo, não o fez, tendo deixado ativada a opção "número". Assim, não conseguiu realizar eficientemente uma rotação para qualquer medida de amplitude com a utilização do seletor, apesar de se considerar esta ferramenta importante para ajudar o professor a explorar, por exemplo com os alunos, propriedades da rotação e de suas composições.

Na realização da Ficha 4, alguns colegas da Professora-caso, apesar de terem compreendido o conceito de reflexão deslizante, não conseguiram aproveitar as potencialidades do GeoGebra para garantir o paralelismo entre o vetor e o eixo de reflexão. Na construção da Professora-caso, ao manipular-se o eixo de reflexão ou o vetor associado à translação, observou-se que se mantinham as propriedades da reflexão deslizante e que a construção resistia à manipulação. Veja-se a resposta da Professora-caso à tarefa 1 na figura seguinte e um dos resultados de manipulação do eixo:

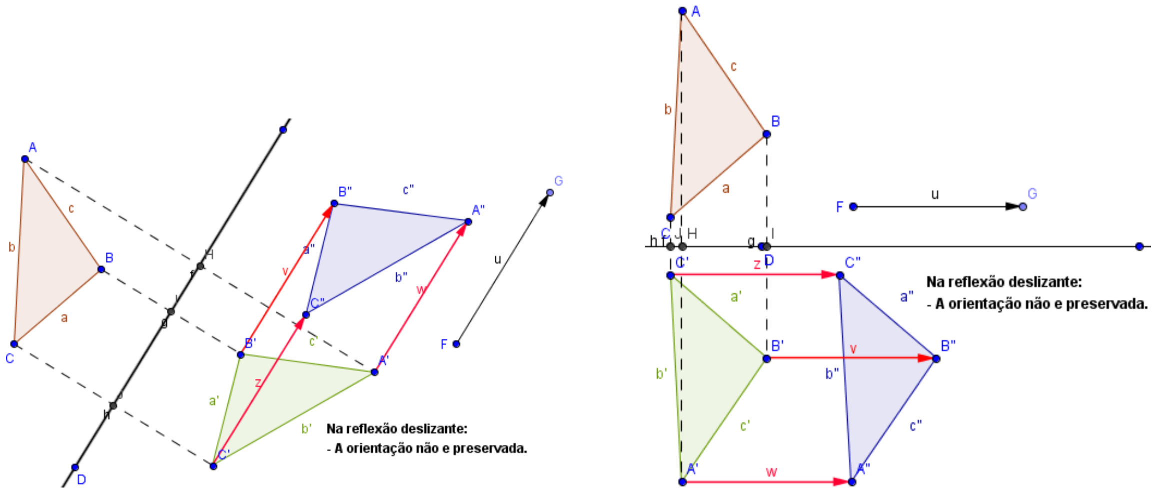


Figura 67. Resolução da tarefa 1pela Professora-caso na Ficha “Reflexão deslizante” e resultado da manipulação do eixo de reflexão

Assim, nesta segunda parte da formação, a Professora-caso evidenciou o domínio de diversas ferramentas do GeoGebra.

Na primeira Ficha das sessões práticas, último momento da formação, a partir dos exemplos expostos na Figura 65 (ilustrada em 1.2.1.1), notou-se uma boa exploração e apropriação do software, resultando em efeitos geométricos e estéticos para a construção dos frisos.

Na Ficha 4 – Frisos –, a tarefa de construção dos frisos a partir do módulo foi realizada sem dificuldades naquele ADGD. Já na introdução de expressões na linha de comandos para a construção de frisos, à semelhança de alguns elementos do grupo, a Professora-caso enfrentou alguns obstáculos e pediu ajuda a um colega para a realização desta tarefa no GeoGebra. No ponto 7, no qual se pretendia que escondessem a imagem ‘Módulo’ e a lista ‘Motivo’, seguida da utilização da ferramenta *Zoom* para visualização de toda a parte do friso construída, a Professora-caso, à semelhança de dois colegas, para conseguir concluir a tarefa com sucesso, teve de contar com a ajuda de outro colega e da Formadora.

Já os passos relativos à construção de uma rosácea foram realizados com sucesso pela Professora-caso na Ficha 5, com exceção do último ponto, que visava a construção de uma rosácea de 20 pétalas utilizando o comando sequência. Note-se que a utilização deste não é muito intuitiva.

No decorrer da formação, a Professora-caso, enquanto procedia à resolução de tarefas no GeoGebra evidenciou ter construído conhecimento e desenvolvido capacidades quer tecnológicas quer matemáticas. A própria referiu tal ampliação dos conhecimentos com a ferramenta: “*Sinto-me mais autónoma para a exploração dos conteúdos geométricos e de outros no GeoGebra*” (TMSFFG a 21/03/2011).

O reforço de conhecimento e de capacidades tecnológicas ilustrou-se em vários momentos da experiência em sala de aula, contrariando o constatado nas primeiras sessões de formação. O uso das tecnologias na sala de aula foi-se alterando à medida que aumentou o seu contacto e domínio com as ferramentas do GeoGebra. A Professora-caso, ao explorar a nova ferramenta, pouco a pouco dá provas de mudanças consideráveis no seu percurso, por exemplo, na análise dos protocolos de construção para acompanhar as estratégias de resolução dos alunos.

Decorrente da aplicação e resolução da Ficha 5, a Professora-caso destacou potencialidades do GeoGebra, conforme se registou no seguinte depoimento: "*Tenho que destacar a grande potencialidade do GeoGebra ao possibilitar a visualização do objeto na zona gráfica e simultaneamente a sua representação na zona algébrica. Isso ajudou os alunos a comparar as caraterísticas dos vetores*" (EMRG a 01/03/2011). É de se observar que a leitura da Professora-caso deste detalhe da aula dá conta da complementaridade entre as competências matemáticas e as tecnológicas. E que, numa aula da disciplina de Matemática, antes desenvolvida no método expositivo (tradicional), a Professora-caso rapidamente tirou partido de uma ferramenta que beneficia a intervenção dos alunos e a conexão dos conteúdos matemáticos (Álgebra e Geometria) e, de uma forma interativa, apela ao sentido de descoberta dos jovens em contexto de sala de aula. Na apresentação dos trabalhos, sempre que foi possível, também recorreu ao GeoGebra para minimizar as dificuldades sentidas pelos alunos.

Na realização da Ficha 13, ganhando mais conhecimento e capacidade na utilização das ferramentas informáticas, a Professora-caso improvisou procedimentos para a realização da tarefa 2. Em vez de deixar os alunos utilizar a figura, como estava previsto na Ficha, a Professora-caso ajudou-os a construir a *figura C* no GeoGebra e a transportá-la para o *Paint* com vista à sua formatação e gravação com extensão *png*. Apesar de ter enfrentado algumas dificuldades técnicas, com a ajuda da Formadora, a Professora-caso mostrou mais destreza ao conjugar duas ferramentas tecnológicas, com as quais já trabalhava (DB, 15/03/2011).

Nas tarefas propostas para a sala de aula, destaca-se a recriação de padrões típicos dos tecidos de Cabo Verde, designados "*Panu di Tera*", pela Professora-caso. Tais tarefas foram incluídas no teste de avaliação e no trabalho autónomo, com repercussões muito positivas ao nível do desenvolvimento de diferentes capacidades transversais e tecnológicas.

1.3.1.3. Depois da formação

Ainda que as ferramentas informáticas não fizessem parte do dia-a-dia da prática letiva da Professora-caso, tornou-se evidente que essa realidade se alterou. Na verdade, o esforço e empenho da Professora-caso, suportados pela formação e pela experiência acompanhada, permitiram que evoluisse significativamente nos seus conhecimentos a capacidades tecnológicos, quer em relação aos aplicativos genéricos (*Word*, *Excel*, *Power Point*, *Paint*) com que se dizia familiarizada, quer ao uso do GeoGebra e à pesquisa avançada em Internet.

A exploração do GeoGebra no âmbito deste estudo valoriza em larga medida o impacto da experiência, nos seus vários momentos, no percurso profissional da Professora-caso:

> "No final da formação e da experiência, aumentei significativamente os meus conhecimentos. Para começar, aprendi a trabalhar com uma ferramenta nova para a Geometria que é uma área que não dominava. Sempre, de princípio, reconheci que não tinha muitos conhecimentos que me permitissem trabalhar à-vontade a Geometria. Já cheguei no fim, já dei as minhas aulas, já discuti ideias, os planos foram analisados e reformulados. Sinto que consegui explicar melhor aos meus alunos. Portanto, tudo isso serviu-me para explicar melhor aos meus alunos" (EMRG a 24/03/2011).

E concluiu:

> "Todos os aspetos abordados na formação com utilização do GeoGebra foram benéficos para o meu desenvolvimento profissional. Penso que a formação alargou as minhas competências tecnológicas. Serviu-me muito bem para melhorar o meu trabalho em sala de aula" (EMRG a 24/03/2011).

1.3.2. Atitudes

1.3.2.1. Antes da formação

Antes da Ação de Formação, a Professora-caso referiu que nunca tinha pensado em desenvolver uma aula suportada por tecnologias informáticas. Enraizada numa matriz tradicional, além de quadro e giz, só tinha utilizado até então os materiais manipuláveis. No entanto, mostrou uma atitude favorável em relação ao novo contexto de aprendizagem (usando-se o GeoGebra) porque, no QIP, nos aspetos relacionados com o desenvolvimento de capacidades transversais e geométricas, a professora assinalou concordar plenamente que o uso de *softwares* dinâmicos para a Geometria pode contribuir para o desenvolvimento: da resolução de problemas (enquanto 4 colegas assinalaram concordar em pleno e 3 parcialmente); da comunicação (com 3 dos colegas a assinalar concordar em absoluto, 3 parcialmente e 1 desacordo parcial); do raciocínio (havendo 5 colegas que assinalaram concordar em absoluto, 1 parcialmente e 1desacordo parcial) e do estabelecimento de conexões entre temas matemáticos e entre estes e o dia-a-dia e/ou outras áreas disciplinares (ao passo que 4 colegas assinalaram concordar em absoluto, 2 acordo parcial e 1 desacordo parcial). Quanto ao parâmetro 'contribuir para uma sólida apropriação do sentido geométrico', curiosamente a Professora-caso assinalou concordar parcialmente, quando a maioria dos colegas assinalou acordar em absoluto (QIP, 22/10/2011).

No respeitante aos *softwares* educativos ou outras ferramentas informáticas, estes não faziam parte da sua prática letiva, como a mesma confirmou, por não se sentir segura e à vontade:

> "Apesar de ouvir que as tecnologias informáticas, em especial os *softwares* educativos, podem beneficiar o ensino e a aprendizagem da Matemática, nunca pensei em utilizar os recursos tecnológicos nas minhas aulas. Nunca pensei porque realmente não sei utilizar.

> Como é evidente, o professor só vai utilizar na sua aula um recurso em que ele se sente seguro e à-vontade" (EMRG a 31/10/2010).

Registou-se que a Professora-caso não tinha plena consciência das potencialidades dos *softwares* educativos, o que a levava a não permitir aos estagiários utilizar tais recursos nas suas aulas:

> "Os estagiários pediam-me muito para trabalhar com os *softwares* educativos, mas nunca permiti porque sempre tive medo de a aula não acontecer. Também, a verdade é porque não tenho consciência das potencialidades dos *softwares* educativos para o benefício do ensino e aprendizagem da Matemática" (EMRG a 2/11/2010).

Contudo, procurando outros recursos para a sua aula, a Professora-caso teve abertura para participar da Ação de Formação, mostrando-se interessada em inovar a sua prática pedagógica para a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática:

> "Apesar de estar nas vésperas da reforma, estou muito disponível para participar da Ação de Formação para poder inovar as minhas aulas. Claro, inovar para a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática. Nunca é tarde!" (EMRG a 2/11/2010).

1.3.2.2. Durante a formação

Na primeira sessão de formação, a Professora-caso mostrou-se, realmente, pouco à-vontade com o GeoGebra. Deixou transparecer falta de hábito de trabalho com estes ambientes e quase total desconhecimento sobre recursos do género. Apesar disso, gradualmente, foi ganhando destreza na utilização desse *software* o que a levou a aumentar o gosto pelo mesmo. De facto, durante o trabalho autónomo e a discussão das tarefas da primeira Ficha, notou-se o empenho e entusiasmo da Professora-caso em melhorar o seu conhecimento e capacidades tecnológicos para inovar a sua prática pedagógica, registando-se na última sessão de familiarização com o GeoGebra o seguinte aspeto atitudinal da mesma:

> "Hoje foi mais fácil trabalhar no GeoGebra e estou a gostar desta ferramenta. Consegui fazer coisas no GeoGebra que não é possível fazer no quadro. Por exemplo, primeiro tinha construído o quadrado através da ferramenta polígono mas, ao manipular os seus vértices, a construção se deformou. Depois, fiz a construção do quadrado com as propriedades geométricas. Quando manipulei os seus vértices, as propriedades do quadrado se mantiveram. Portanto, a manipulação dos objetos potenciada pelo GeoGebra constituiu um aspeto importante para apoiar os alunos na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Tenho certeza de que os meus alunos iriam adorar ter aulas de Matemática com o GeoGebra" (TMSFGF a 01/12/2010).

Nessa sessão, a Professora-caso manifestou vontade em aprender a trabalhar bem no GeoGebra para poder ter condições de proporcionar uma aprendizagem mais motivadora, efetiva, diversificada, com envolvimento ativo dos alunos na construção do conhecimento matemático (DB, 01/12/10) e de investir mais: "Preciso investir muito para poder trabalhar de forma diferente com os meus alunos" (EMRG a 01/12/2010).

O seu empenho para ganhar destreza tecnológica foi também evidenciado ao solicitar ajuda à Formadora ou a um colega, quando não conseguia localizar alguma ferramenta. Na parte teórico-prática, na Ficha 1, tarefa 1, perante a solicitação da comparação entre os triângulos [ABC] e [A'B'C'], registou-se o seguinte diálogo entre a Professora-caso e um colega, quando a mesma lhe solicitou ajuda:

> Professora-caso: Não consigo encontrar a ferramenta para fazer a comparação entre os dois triângulos.
> Colega: Tens que selecionar a ferramenta "Relação entre dois objectos".
> Professora-caso: Mas onde é que encontro esta ferramenta?
> Colega: Está no guião de ferramentas que a Formadora nos deu na primeira aula.
> Professora-caso: Já encontrei, está na coluna das ferramentas onde inserimos texto.
> Colega: Então, vê lá se consegues agora!
> Professora-caso: Não deu! Mostrou-me uma mensagem no ambiente de trabalho dizendo que não são iguais.
> Colega: Porque é que não deu? A mensagem que recebi é que Triângulo [polígono 1] e Triângulo [polígono1'] são iguais. Olha como é que fiz. Selecionei a ferramenta "Relação entre dois objectos" e depois cliquei em cima dos dois triângulos.
> Professora-caso: Já vi porque é que não deu. Foi porque selecionei o triângulo [ABC] e depois cliquei num segmento do triângulo [A'B'C'] (EDSFFG a 11/12/2010).

A situação transcrita aponta, assim, para outros benefícios do GeoGebra - potenciar, para além da interatividade homem-máquina, a interação entre os colegas, permitindo o desenvolvimento da entreajuda e do espírito colaborativo.

Noutro momento, a Professora-caso ajudou dois colegas na tarefa para a exploração das propriedades da composição de duas translações, realizando a translação do quadrilátero [ABCD] associada ao vetor $\vec{u}+\vec{v}$, em vez de uma translação do quadrilátero [ABCD] associada ao vetor $\vec{u}$ e outra translação do quadrilátero [A' B' C' D'] associada ao vetor $\vec{v}$.

Na resolução da Ficha 2 – Rotação e composição de rotações –, a Professora-caso pediu a ajuda dos colegas por duas vezes. Uma, para introduzir a expressão R_1 no GeoGebra e outra relacionada com o símbolo para representar o ângulo de rotação. Em vez de utilizar o símbolo situado à direita da linha de entrada de comando, estava a introduzir o símbolo através do teclado.

Na Ficha 3, a Professora-caso não solicitou a ajuda dos colegas para a utilização das ferramentas do GeoGebra. Pelo contrário, ajudou três colegas, pois estes não tinham assistido a todas as sessões até então realizadas. Nesta sessão, a Professora-caso mostrou-se muito satisfeita tendo referido: "*Agora sinto-me mais à-vontade para trabalhar no GeoGebra. O primeiro contacto com o GeoGebra deixou-me preocupada. Mas depois, com a prática, fui ganhando mais destreza e agora consigo trabalhar sozinha*" (EMRG a 12/01/2010).

Do exposto, ficou evidente uma mudança de atitude face à tecnologia da Professora-caso. Na verdade, se, inicialmente, mostrava algum receio, desconfiança e até alguma falta de vontade, com o decorrer da formação e a realização das tarefas propostas, passou a sentir-se mais confiante e entusiasmada na utilização das ferramentas informáticas.

Não se cingindo a si própria, a Professora-caso reconheceu o impacto do uso das ferramentas informáticas nos alunos. Na PE (22/12/2010), a mesma foi de opinião que “[...] *o computador desempenha um papel fundamental na medida em que permite aos alunos investigar conteúdos matemáticos, contribui para motivar os mesmos na realização dos trabalhos e, ainda, facilita a aprendizagem*”. Embora a Professora-caso não tivesse ainda utilizado na sua prática letiva *softwares* educativos para a Matemática, considerou muito importante essa utilização.

Segundo a entrevistada, os motivos de nunca ter trabalhado com estes recursos na sua prática letiva prendem-se com “[...] *a falta de condições tecnológicas da escola (existência de apenas duas salas de informática para as aulas da disciplina de informática) e* […] *a falta de formação adequada para a utilização dos softwares educativos* […]” (PE, 22/12/2010). Este constrangimento poderia ter sido ultrapassado com a iniciativa de auto-formação, uma vez que a Professora-caso tinha indicado a existência de recursos no QIP.

Nas discussões tidas com a Professora-caso sobre a planificação das aulas, sugeriu-se a utilização do GeoGebra nos diversos momentos da abordagem da unidade didática Isometrias e, em resposta à sugestão, mostrou-se expetante mas realçou que, com este recurso poderia economizar tempo e facilitar a descoberta, pelos alunos, das propriedades das transformações geométricas (PE, 22/12/2010). Posteriormente, acrescentou que : “[…] *o GeoGebra é propício à formulação e testes de conjeturas e temos que tentar aproveitar essa e outras potencialidades deste recurso para apoiar os alunos nas descobertas das propriedades isométricas*” (EMRG a 21/01/2011), tendo proposto a sua utilização em quase todas as fichas de trabalho.

Apesar de, nessa altura, a Professora-caso se sentir à-vontade com o GeoGebra, no dia acordado para o início da experiência, mostrando-se ansiosa e insegura, pediu o seu adiamento para o dia seguinte (DB, 08/02/2011).

Contudo, na fase de familiarização dos alunos com o GeoGebra, tecnologia que, inicialmente, estava completamente ausente das práticas de desenvolvimento dos conteúdos da disciplina foi notória a forma como a Professora-caso e os alunos se envolveram, positivamente, na experiência.

O aluno A10, na realização da questão 3, da Ficha 3, fez uma descoberta de que a Professora-caso ainda não tinha conhecimento: “*Já descobri como tirar todos os rótulos das construções!*” (DB, 23/02/2011). A Professora-caso pediu-lhe que explicasse à turma e ele respondeu: “*Selecionei toda a construção, cliquei com o botão direito do rato na seleção e escolhi propriedades. Depois cliquei em rótulos e todos saíram ao mesmo tempo*” (Transcrição de um momento de sessão em sala de aula gravada e filmada – TMSSAGF a 23/02/2011). A Professora-caso, incentivando-o, disse: “*Boa descoberta! Estás de parabéns, nem eu sabia como tirar tudo de* *uma vez. Viram? Já aprendi uma coisa que não sabia*” (TMSSAGF a 23/02/2011). O aluno mereceu umas palmas da turma e da Professora-caso, mostrando-se muito contente.

Na reflexão sobre a Ficha 5, a Professora-caso não deixou de destacar, com satisfação, a grande potencialidade do GeoGebra e a forma como esta ferramenta possibilita, aos alunos, a observação do objeto na zona gráfica e simultaneamente a sua representação na zona algébrica, conforme reforça o depoimento: “*Tenho que destacar a grande potencialidade do GeoGebra ao possibilitar a visualização do objeto na zona gráfica e simultaneamente a sua representação na zona algébrica. Isso ajudou os alunos a comparar as caraterísticas dos vetores*” (ERAG a 01/03/2011).

A tomada de consciência da Professora-caso sobre as potencialidades do GeoGebra na promoção da aprendizagem dos alunos foi plena. Por exemplo, na reflexão sobre a Ficha 7, frisou que poderia ter aproveitado as potencialidades deste recurso, para minimizar as dificuldades sentidas por eles:

> “Durante o momento de trabalho autónomo, percebi que alguns alunos apresentaram dificuldades neste assunto. Devia ter dado mais atenção a este aspeto. O GeoGebra permite-nos fazer o movimento curvilíneo. Na hora não me apercebi deste aspeto. Era para fazer a rotação, definir um seletor para a medida de amplitude de ângulo e depois ativar a opção animar. […]. Os alunos sentiram dificuldades em identificar a propriedade da preservação do sentido dos ângulos” (ERAG a 04/03/2011).

Com o avanço da experiência e o envolvimento nos trabalhos, a Professora-caso mostrou uma atitude de cada vez maior interesse. É ela própria a reconhecer que precisava de aproveitar mais as potencialidades do GeoGebra. Como refere o NCTM (2008), a tecnologia propicia um excelente contexto para a comunicação matemática e em matemática, designadamente ao nível das discussões entre os alunos e entre estes e o professor.

Pelos pormenores destacados pela Professora-caso no momento de reflexão da aula da Ficha 8 – Isometria reflexão –, ficou evidenciado o quão exigente estava a ser a experiência nos moldes em que a mesma decorreu. Por exemplo, registou-se a expressão de cansaço da Professora-caso, resultado de vários fatores - formação inovadora, tratamento de conteúdos curriculares adequados à utilização de novas ferramentas, turma numerosa, perfil de alunos, etc: “*Este processo é muito exigente. Estou muito cansada*” (DB, 07/03/2011).

A resolução da Ficha 10 – Isometria reflexão deslizante, foi marcada pelo desvio de atenção dos alunos dos conteúdos a serem explorados, pela pesquisa na Internet. A Professora-caso comentou que o acesso à Internet pelos alunos durante as aulas constitui, aparentemente, um dos grandes constrangimentos na realização de aulas suportadas por ferramentas informáticas. Conforme o desabafo na primeira pessoa, a própria constatou num dos momentos da reflexão da aula: “*Tive que chamar a atenção de três alunos que estavam na Internet. Trabalhar Matemática* *no computador é bom, mas há este constrangimento. A atenção deve ser redobrada*” (ERAG a 10/03/2011).

Ao longo da experiência, a Professora-caso reconheceu que, afinal, o processo de ensino suportado por uma ferramenta informática não era tão fácil como pensara inicialmente. Considerou o processo muito exigente e que implicava um bom conhecimento das ferramentas do GeoGebra e de outros aplicativos.

Não obstante, a formação desenvolvida constituiu uma oportunidade para a Professora-caso reconhecer a importância da ferramenta GeoGebra na sua intervenção em sala de aula, assim como para o despertar do interesse dos alunos na utilização dessa ferramenta. Na sua própria atividade, a Professora-caso passou a usar o GeoGebra para fazer a síntese de outras aulas para além da unidade didática em causa. Para além de valorizar a utilização do GeoGebra no processo de ensino e da aprendizagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, a Professora-caso procurou expandir outras potencialidades deste recurso para rever outros conteúdos.

A mudança de atitudes aponta, assim, para o impacto positivo da formação no desenvolvimento profissional da Professora-caso, designadamente no que respeita à dimensão atitudinal em relação à tecnologia utilizada.

1.3.2.3. Depois da formação

Apesar de ainda não estarem reunidas todas as condições para uma prática generalizada do uso do GeoGebra em Cabo Verde, o reconhecimento do seu valor ficou evidente no QFP e na SE.

A Professora-caso manifestou agrado quanto ao envolvimento e fascínio operado por este recurso no seu quotidiano: “*Quando entrei na ‘festa’ logo vi a aplicação das Isometrias nos bordados das toalhas e nos pratos. Engraçado…Já não dá para esquecer as Isometrias e o GeoGebra*” (EMRG a 22/03/2011).

E, pelo facto de se sentir mais confiante no seu uso, mostrou intenção de rentabilizar o GeoGebra na abordagem de outros conteúdos matemáticos, para a melhoria da aprendizagem dos alunos:

> “A todos os níveis, as minhas competências melhoraram. Estou muito mais segura no que estou a fazer. No 11º ano já posso trabalhar o cálculo vetorial de forma analítica e de forma geométrica no GeoGebra. Vai-me ajudar muito!
> […] se cheguei à conclusão de que aprendi que, acima de tudo, os meus alunos aprenderam, então é claro que vou ‘pegar’ nos outros conteúdos, lá onde eu conseguir! Desde já assumindo-me como um professor que quer saber mais e melhor para ensinar melhor, vou ‘pegar’ nesses conhecimentos que já tive, utilizando o GeoGebra, lá onde eu puder tornar a utilizá-lo, vou tirar dele o maior proveito possível para usar na minha prática letiva” (EMRG a 22/03/2011).

No final, a Professora-caso não hesitou em recomendar a utilização do GeoGebra no ensino e aprendizagem da Matemática, evidenciando a sua mudança de atitude face à utilização das ferramentas tecnológicas:

> "Indiscutivelmente, recomendo fortemente o uso de ferramentas informáticas no ensino e na aprendizagem da Matemática. O GeoGebra foi muito importante para o estudo das Isometrias. É um excelente recurso para a generalização de conceitos matemáticos" (EMRG a 22/03/2011).

No QFP, analogamente à opinião de todos os professores, a Professora-caso concordou em absoluto que a utilização do GeoGebra permitiu uma construção mais eficaz de conceitos geométricos e contribuiu para uma visão mais positiva da Matemática. Como a maioria dos professores, também concordou em absoluto que a utilização do GeoGebra possibilitou a realização de tarefas, por vezes inacessíveis em papel; permitiu a pesquisa de propriedades e relações entre objetos matemáticos através da manipulação direta dos mesmos e permitiu a elaboração de conjeturas geométricas e respetiva testagem.

Na opinião da Professora–caso e dos outros colegas professores, no QFP, a Ação de Formação com o auxílio do GeoGebra trouxe contributos positivos para as suas práticas letivas, tais como a preparação das aulas, elaboração de testes de avaliação e fichas de trabalho. Todos foram unânimes em reconhecer que a ferramenta explorada auxilia professores e alunos na construção de figuras geométricas, com maior rigor e exatidão. Assim, a análise de situações a partir de uma única construção foi facilitada com a possibilidade de, através dos recursos explorados, os alunos identificarem conexões entre os conteúdos matemáticos, formularem, experimentarem e comprovarem/refutarem conjeturas, encontrando desse modo soluções para os problemas mais complexos da Geometria.

A Professora-caso considerou que o GeoGebra é adequado para trabalhar com todos os alunos, independentemente do seu desempenho e capacidade em Matemática porque, mesmo os alunos que apresentavam baixo nível de aprendizagem, melhoraram-no consideravelmente (SE, 23/03/2011).

Para a Professora-caso, o GeoGebra revelou ser útil para a abordagem dos conteúdos geométricos. Justificou que,

> "[...] por um lado, a aula deixou de ser monótona e, por outro, permitiu aos alunos descobrir as propriedades geométricas de uma forma interativa, o que penso, neste caso, ter contribuído para a construção dos saberes dos alunos, [...], e para uma aprendizagem mais significativa" (SE, 23/03/2011).

No que tange ao GeoGebra ser propiciador da elaboração de conjeturas e respetiva testagem, a entrevistada foi de opinião de que a realização das tarefas que envolviam as simetrias foi facilitada (SE, 23/03/2011).

No que respeita ao GeoGebra potenciar uma aprendizagem mais autónoma dos alunos, a Professora-caso respondeu afirmativamente, enfatizando a forma como as tarefas foram trabalhadas, quer individualmente, quer aos pares ou em grupo de três e visando a descoberta das propriedades e relações geométricas, objetivo que pensa ter alcançado satisfatoriamente. Acrescentou, ainda, que promoveu debates para a discussão das propriedades e relações descobertas, fase que considerou importante para a formalização dos conceitos estudados. (SE, 23/03/2011)

Quanto ao facto de a utilização do GeoGebra contribuir para uma aprendizagem mais significativa dos alunos, respondeu afirmativamente, justificando que "[...] *nas aulas habituais, normalmente, o professor faz a exposição dos conteúdos e os alunos limitam-se a memorizar os conceitos*. [...] *nesta experiência, os alunos, ao realizar as atividades planeadas, chegavam às propriedades das Isometrias por mérito próprio /sozinhos*" (SE, 23/03/2011).

Após a abordagem dos conteúdos geométricos com o suporte do GeoGebra, a Professora-caso realçou que este constituiu um recurso de "[...] *suma importância para a abordagem dos conteúdos da Matemática, e em particular da Geometria* […]". Argumentou que o GeoGebra "[...] *permite aprender Matemática de uma forma interativa e agradável, aumenta o interesse dos alunos nas aulas, permite aos alunos superar dificuldades mais complexas de se conseguir com outros recursos e, ainda, contribui para uma aprendizagem efetiva e significativa*" (SE, 23/03/2011).

Enfatizou, ainda, a potencialidade do GeoGebra na descoberta de propriedades geométricas, pelos alunos, sendo que "[...] *constitui um recurso importante para apoiar o professor na inovação das suas práticas letivas*" (SE, 23/03/2011).

A Professora-caso afirmou ter ficado sensibilizada, após a realização desta experiência, para a utilização de metodologias inovadoras nas suas aulas, com apoio aos recursos tecnológicos. No que respeita à sua opção para o ensino de Matemática, disse que "[...] *gostaria de ter condições tecnológicas na escola para, sempre que possível, abordar as Isometrias e outros conteúdos matemáticos com recursos tecnológicos, dadas as potencialidades educativas que apresentam*" (SE, 23/03/2011).

Solicitada a fazer um breve relato da experiência, referiu que:

> "Apesar de ser uma professora com 27 anos de serviço, nas vésperas de reforma, gosto sempre de inovar e enfrentar desafios e aceitei encarar mais esse. Contudo, posso afirmar que foi uma experiência muito cansativa porque a Escola onde trabalho não possui um laboratório com equipamentos informáticos para as aulas de Matemática e tivemos que encaixar duas aulas nas salas de informática da Escola e outras duas num dos laboratórios de informática da Universidade de Cabo Verde, pois a Formadora, sendo professora nesta Universidade, conseguiu-nos uma autorização para realizar as restantes aulas ali" (SE, 23/03/2011).

O percurso da Professora-caso ao longo de toda a experiência, nas suas diferentes etapas, contribuiu para o seu enriquecimento profissional e pessoal, tendo por ponto de partida a exploração do GeoGebra num contexto completamente virgem. Daí que as mudanças verificadas nas suas atitudes mereceram uma análise sob vários ângulos, desde o auto-conhecimento, nas relações professor-aluno, professor-professor, aluno-aluno e professor-formador, passando pela sua capacitação evidenciada nas estratégias utilizadas.

Os conteúdos de Geometria apreendidos através da exploração do GeoGebra levaram a Professora-caso a despertar, nos alunos, a valorização da Matemática. Por exemplo, os trabalhos dos alunos expostos numa apresentação pública (cf. rosácea com a bandeira de Cabo Verde….) testemunham uma apropriação original e avançada de instrumentos de medição e de desenho, aplicados ao quotidiano cabo-verdiano, promovidos pelas potencialidades desse recurso tecnológico, portanto, apenas possível pela formação oferecida aos professores e alunos participantes na experiência deste estudo e graças à iniciativa/ideia da Professora-caso.

1.4. Competências curriculares

1.4.1. Conhecimentos e capacidades

1.4.1.1. Antes da formação

Na abordagem inicial, em conversa informal com a Professora-caso, obteve-se a informação de que a mesma fazia parte da equipa de revisão curricular em curso, concretamente no ciclo em que decorreu a experiência, integrando, ainda, o grupo de professores identificados para a elaboração de manuais para o 1º Ciclo do ES a serem experimentados (DB, 22/10/2010). Tal informação despertou o interesse da investigadora/Formadora, uma vez que isso fez pressupor conhecimento aprofundado e capacidade desenvolvida relativamente ao currículo em estudo/revisão.

Solicitada, no QIP, a descrever uma aula tipo, a Professora-caso, à semelhança de apenas mais um colega que respondeu a esta questão, limitou-se a descrever um tópico de uma aula, como se evidencia a seguir:

> "Conteúdo: Isometrias – Translação
> 1ª Parte: Começar a aula com uma revisão sobre as figuras geométricas (quadriláteros e triângulos); vector e soma de um ponto com um vector.
> 2ª Parte: Tomar os vértices da figura como sendo pontos do plano e adicionar um vetor dado, para os alunos verificarem que vão obter uma outra figura geometricamente igual à figura anteriormente dada. Dizer aos alunos que se fez uma translação associada a um vector e ver as propriedades da translação.
> 3ª Parte: Exercícios para a consolidação da aula.
> Os recursos utilizados: quadro, giz de cor e figuras geométricas recortadas" (QIP, 22/10/2010).

A Professora-caso não indicou informações sobre alguns aspetos relacionados com as estratégias didáticas utilizadas nas aulas e formas de avaliação.

Posteriormente, a Professora-caso viria a apontar as capacidades transversais como finalidades prioritárias para o ensino da Matemática no 1º Ciclo do ES. Apesar de parecer consciente da importância do desenvolvimento das capacidades transversais, durante a observação prévia das aulas, em nenhum momento se registou, por exemplo, o estabelecimento de conexões entre os conteúdos abordados com outros conteúdos matemáticos ou com outras áreas. Mas utilizou materiais manipuláveis para ajudar os alunos a rever as propriedades dos sólidos geométricos e a compreender a posição relativa de retas e planos. Notou-se, ainda, a preocupação da Professora em registar na sua caderneta as intervenções dos alunos, todavia não houve qualquer momento de partilha e análise de tais anotações (DB, 30/10/2010 a 02/11/2010). Na ausência de planos de aula, não era possível notar nem os aspetos contemplados no desenvolvimento das vertentes curriculares, nem evidências das suas capacidades de gestão do currículo.

Mais tarde, já durante a formação, foram discutidos, de uma forma global, os Programas de Matemática do ES de Cabo Verde. Para além de várias vertentes curriculares, nomeadamente princípios, finalidades, objetivos, temas, orientações metodológicas, sugestões de recursos a utilizar, procurou-se analisar a integração e o desenvolvimento das Isometrias nos diversos anos de escolaridade, bem como a sua conexão com outros conteúdos matemáticas, ao longo dos três ciclos do ES. A Professora-caso deu mostras de conhecer aspetos temáticos do Programa de Matemática quando completou a resposta de um colega que tinha indicado os conteúdos e os objetivos constantes da unidade temática Isometrias no 8º ano:

> "A minha colega não se referiu aos mosaicos e rosáceas que também fazem parte dos conteúdos da unidade Isometrias. Não referiu porque realmente não trabalhamos um objetivo que está contemplado no Programa. A construção de padrões resultantes de translações, rotações ou simetrias centrais é um dos objetivos que está incluído no Programa de Matemática para o 8º ano na unidade Isometrias. […] Tínhamos que trabalhar a construção de mosaicos e rosáceas. Mas, na verdade, não trabalhamos este objetivo. Não trabalhamos porque não temos tempo. É muito cansativo trabalhar estes conteúdos com instrumentos de construção. Se calhar, com a Ação de Formação no GeoGebra podemos começar a introduzir na nossa planificação. Com os instrumentos de construção, é muito cansativo" (TMSFGF a 01/12/2010).

1.4.1.2. Durante a formação

No decorrer da formação, a auto-análise da Professora-caso evidenciou mais capacidade para a planificação da sua intervenção didática na unidade temática Isometrias, de acordo com as orientações do Programa de Matemática do 1º Ciclo do ES. Considerou estar apta a propor tarefas mais complexas aos seus alunos e a trabalhar todos os conteúdos contemplados nesta unidade:

> "[...] quando nos sentimos mais à-vontade com um conteúdo, certamente a sua abordagem torna-se mais fácil e também ficamos mais à-vontade para responder às

> perguntas dos alunos [...]. Preciso levar tarefas mais complexas para a sala de aula…tarefas que desafiam o pensamento dos alunos. Sinto-me mais exigente na planificação das aulas. Dessa vez, vou trabalhar todos os conteúdos que estão propostos na unidade Isometrias, inclusive os mosaicos e as rosáceas que não temos contemplado nas planificações" (EMRG a 29/12/2010).

Para a planificação da experiência em sala de aula, vários aspetos foram discutidos, designadamente, os tópicos relevantes para um plano de aula: os objetivos específicos, os conteúdos, as estratégias a serem utilizadas, os recursos, o tipo de tarefas a contemplar nas fichas de trabalho, o tempo para a realização das mesmas tarefas e a avaliação das aprendizagens**.** E verificou-se que tais tópicos foram apropriados pela Professora-caso:

> "A minha primeira preocupação na planificação de uma aula é com os pré-requisitos. Por exemplo, se for de Geometria, vou ver o que é que os alunos têm de Geometria com ênfase naquilo que vai ser necessário para a aula. Depois vejo os objetivos específicos. Tendo os objetivos específicos para o desenvolvimento dos conteúdos, depois observo os conteúdos ponto a ponto e os exemplos que são dados para os conteúdos. E, geralmente, dos exemplos tomo nota. Mas já não trabalho um plano por completo porque a experiência permite-me trabalhar o programa bem mais fácil. Conheço os programas bem. Basta tomar os tópicos e já sei como os desenvolver de acordo com os programas. […] Às vezes digo, espera! Aqui devo ir até onde? Pego nos manuais e vejo o que é que os manuais estão a prever. Por exemplo, pego no manual do 8º ano de escolaridade de Cabo Verde e concluo que nele é abordada pouca coisa sobre Isometrias. Por isso não posso cingir-me apenas a um manual. Aliás, para cada ano de escolaridade, uso 4 ou 5 livros diferentes. Quando seleciono as tarefas, vejo de que recursos vou precisar para a realização das tarefas. Também preocupo-me com o número de aulas para a realização das tarefas. Uma outra preocupação que tenho é de ver como é que vou abordar determinado conteúdo, ou seja, que estratégias vou usar para que ocorra a aprendizagem" (EMRG a 03/01/2011).

Especificamente, para a unidade Isometrias, a Professora-caso, ao relatar o modo como planificou as aulas, referiu que primeiro tinha feito a leitura do Programa do 1º Ciclo do ES, de Cabo Verde, e do 3º Ciclo do EB, de Portugal. Depois, analisou os objetivos específicos delineados para a abordagem das Isometrias e, paralelamente, procurou as sugestões estratégicas e recursos indicados nos referidos Programas. Num momento posterior, focalizou-se nos conteúdos constantes da unidade Isometrias no 8º ano e, simultaneamente, nos conhecimentos prévios, exigidos pelo programa, com a preocupação de verificar, no programa do ES de Cabo Verde, o ano em que tais conteúdos seriam retomados. Registou o número de horas previstas para esta unidade e, para além dos manuais, como era habitual, foi procurar elementos de outras fontes para estudar e, em consonância, selecionar/adaptar/criar as tarefas para a sala de aula (DB, 05/01/2011).

No desenvolvimento da primeira Ficha, a Professora-caso preocupou-se em contemplar os conteúdos de que iria necessitar para a realização das aulas seguintes:

> "Para a primeira ficha, vou trabalhar as construções geométricas básicas. Vou aproveitar e rever alguns conceitos estudados no ano anterior e noutros que me vão servir para o estudo da unidade Isometrias. Os alunos já sabem as propriedades dos triângulos e dos quadriláteros porque são conteúdos do 7º ano. Também já estudaram os polígonos

> regulares. Por isso, vou aproveitar e rever estes e outros conceitos na fase de familiarização com o GeoGebra. Vou trabalhar com os objetos matemáticos pontos, segmentos de reta, triângulos, quadrados, circunferências, medida de comprimento, medida de ângulos, cálculo de áreas, cálculo de perímetros. Tudo isto vai ser necessário para trabalhar as Isometrias. Por isso é que selecionei a Ficha “Explorando o GeoGebra” no m@c1/2. Esta Ficha vai cobrir os objetivos traçados para a fase de familiarização com o GeoGebra” (EMRG a 12/01/2011).

Devido à sobrecarga de trabalho, explicada pelos compromissos assumidos antes da formação, inclusive a participação no processo de Revisão Curricular do ME cabo-verdiano, e visando ganhar tempo, a Professora-caso desenvolveu e apresentou todos os planos de aula e todas as Fichas de Trabalho para a unidade Isometrias em conjunto. E explicitou:

> “Fiz todos os planos de aula e as fichas de trabalho para a unidade Isometrias de uma só vez porque o meu tempo é limitado. Infelizmente, antes desta Ação de Formação, além do trabalho na minha escola, já tinha assumido outras responsabilidades que não posso falhar. Depois, com o avanço das aulas, vamos discutindo e vou contemplando as contribuições nos Planos de aula e nas Fichas de Trabalho” (EMRG a 19/01/2011).

Na partilha da sua planificação com os colegas, a Professora-caso evidenciou a sua preocupação em estabelecer pontos de ligação de um mesmo conteúdo em diversos anos de escolaridade, preparando o terreno para o sucesso de aprendizagem num nível superior. Foi de opinião que o professor não se deve restringir apenas aos conteúdos para o ano que trabalha, devendo ter consciência do conhecimento prévio dos alunos e projetar a sua necessidade para o futuro:

> “Acho que na aula que vamos abordar os vetores e suas propriedades podemos preparar o terreno para o estudo das coordenadas dos vetores para o 11º ano. O GeoGebra nos dá esta facilidade. Na aula, sempre que representar os vetores na zona gráfica do GeoGebra vou pedir aos alunos para irem vendo a sua representação na zona algébrica. […] Numa das turmas que tenho no 11º, agora que estamos a trabalhar os vetores pelas coordenadas, nenhum aluno soube indicar-me o conceito de vetor ou as caraterísticas de um vetor, nada sabiam. Porque é que isto aconteceu? Aconteceu porque aquele professor pelo qual os alunos passaram não sabia que ia retomar no 11º ano o conceito de vetor. Como nunca trabalhou mais do que o 8º ano não se preocupou saber se os alunos iriam necessitar daquele conceito mais tarde. Deve-se trabalhar muito bem o conceito de vetor no 8º ano porque este conceito é retomado no 11º ano no cálculo vetorial. Por isso, … torno a dizer que é fundamental o conhecimento do Programa. O professor deve conhecer o Programa que vai implementar em sala de aula. Se se cingir apenas ao ano de escolaridade que vai trabalhar, não saberá os conhecimentos que os alunos trazem e nem saberá quais os conteúdos que os alunos vão necessitar mais tarde” (EMRG a 18/01/2011).

Os excertos apresentados evidenciam que a Professora-caso passou a considerar, com mais detalhe, na preparação da sua prática profissional, vertentes importantes do currículo, visto como um todo, designadamente a estruturação vertical dos conteúdos e os conhecimentos prévios dos alunos. Essa mesma foi a intenção da Formadora ao discutir a articulação do currículo e dos PMES em Cabo Verde, de acordo com NCTM (2008, p. 15):

> "Um currículo […] deve ser coerente, incidir numa Matemática relevante e ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade. […] Um currículo bem articulado estimula os alunos a aprender conceitos matemáticos cada vez mais aprofundados, à medida que progridem nos seus estudos".

Quando, na planificação, se discutiram as capacidades transversais e específicas da Geometria, reforçou-se o papel das demonstrações no currículo de Matemática, tendo-se proporcionado a partilha dos conhecimentos curriculares da Professora-caso com os colegas, no sentido de os alertar para a forma como iriam introduzir as demonstrações no estudo de critérios de igualdade de triângulos, uma vez que seria a primeira abordagem para os alunos:

> "Agora que vamos abordar os critérios de igualdade de triângulos, temos que ter cuidado na abordagem destes conceitos porque é pela primeira vez que o aluno tem contacto com demonstrações. É aqui que o aluno toma consciência do que é uma demonstração. Mas, muitas vezes, o professor trabalha estes conceitos como dados adquiridos" (EMRG a 18/01/2011).

Numa síntese deste processo colaborativo, tendo recolhido os planos de aula iniciais (Anexo XIII) produzidos pela Professora-caso para análise, registou-se que os mesmos foram entregues na sua totalidade. A Professora-caso apresentou todas as planificações para a realização das 15 fichas de trabalho, incluindo neles o tempo para a sua realização, os conteúdos, os objetivos gerais e específicos, os recursos, a indicação e a descrição das tarefas e os pré-requisitos. Nos procedimentos adoptados pela Professora-caso, notava-se que esta se preocupava, primeiro, com os pré-requisitos e, depois, com os objetivos específicos.

Contudo, ao longo da experiência, pela discussão com a Formadora e a troca de ideias, novas mudanças foram introduzidas, resultando noutros planos de aula. Do trabalho colaborativo com a Formadora/supervisora e dos temas trazidos à discussão na formação, resultou a superação de algumas fragilidades que os planos apresentavam, a nível curricular, didático e das próprias competências geométricas (Cf. Anexo XIII).

No decorrer da experiência, ganhos significativos são evidentes tais como a mudança na organização do plano de aula, com uma evolução na formulação dos objetivos específicos, uma melhor gestão do tempo destinado às tarefas e uma maior pormenorização das mesmas. A mudança na organização dos planos de aula bem como na introdução da avaliação nesses planos são dignas de registo.

1.4.1.3. Depois da formação

Decorrente da formação, a Professora-caso passou a fazer leituras transversais e intra-disciplinares dos programas de Matemática e a deter-se na revisão científica dos conceitos e na identificação de estratégias para a sua aplicação, integrando o GeoGebra, amplamente aceite pela Professora-caso e alunos.

Assim, aprofundou os seus conhecimentos curriculares e desenvolveu capacidades para, designadamente, estabelecer conexões entre conteúdos matemáticos a abordar no momento e outros que serão aprofundados nos anos posteriores, tirando partido da utilização daquele ADGD. Também passou a identificar temas relativamente aos quais existem maiores dificuldades ao nível do ensino e/ou da aprendizagem e admitiu a possibilidade de, no futuro, trabalhar esses conteúdos com o referido *software*. Por exemplo, sobre a semelhança de triângulos, a própria justificou que: "[...] *é um conteúdo que exige construções, medições, relações entre figuras, etc... Ainda, pode ser utilizado para estabelecer conexões, por exemplo, com as Isometrias que já foram exploradas neste ambiente*" (SE, 23/03/2011). Relativamente à trigonometria, considerou que:

> "[…] é um conteúdo extremamente difícil de ser aprendido pelos alunos pois, normalmente, eles apresentam dificuldades tanto nas expressões das equações que representam as funções trigonométricas como também na construção dos respectivos gráficos. Como o GeoGebra oferece-nos a zona gráfica e a zona algébrica que nos possibilita fazer e ver, simultaneamente, as duas representações, penso que os alunos enfrentarão menos dificuldades no estudo deste tópico com suporte deste recurso" (SE, 23/03/2011)

Nas intervenções acima transcritas, é possível perceber uma capacidade de articular os vários domínios implicados nos conhecimentos e capacidades curriculares. Assim, a Ação de Formação teve repercussões positivas a este nível.

1.4.2. Atitudes

1.4.2.1. Antes da formação

Na assistência inicial às aulas, que ocorreu no momento a seguir à aplicação do questionário inicial, observou-se que a metodologia utilizada pela Professora-caso, tal como pelos outros colegas, inscreve-se num paradigma tradicional: a Professora-caso apresentava os conteúdos, fazendo a exposição dos mesmos, seguido da resolução de exercícios, no quadro, não havendo tarefas de outra natureza (DB, 30/10/2010 a 02/11/2010). E que não se sentia incomodada com isso. Assim, infere-se que a Professora-caso não tinha muitas preocupações em desenvolver uma prática mais consonante com as atuais orientações curriculares.

No entanto, defendeu que o professor deve conhecer muito bem o currículo para o poder implementar com sucesso no contexto da sua prática e, assim, atender da melhor forma, às necessidades reais de aprendizagens dos seus alunos: "*O professor tem que ter um bom conhecimento do currículo. Se não conhece o currículo não vai conseguir a sua implementação em* *sala de aula com sucesso. E, depois, o currículo deve ser sempre adequado ao contexto dos alunos*” (EMRG a 17/11/2010).

1.4.2.2. Durante a formação

A mudança por parte da Professora-caso foi-se dando gradualmente, em relação às vertentes do currículo de Matemática, levando-a a lamentar o que se passava em reuniões de coordenação disciplinar:

> “Normalmente, nas reuniões de coordenação semanal falamos sobre conteúdos e datas das aulas a serem realizadas. Discutimos raras vezes sobre os nossos planos de aula e, quando isto acontece, é de uma forma muito superficial. Por exemplo, surgem questões do tipo: - Que conteúdo estás a trabalhar? - Onde estás na matéria? - Como vão as aulas? - Vais conseguir cumprir o programa?” (TMSFGF a 24/11/2010).

A valorização do trabalho desenvolvido até ao momento, no âmbito da formação, o qual lhe permitiu experienciar os benefícios das reuniões e do trabalho colaborativo, levou-a a refletir:

> “Temos que aproveitar melhor as nossas reuniões de coordenação. Por exemplo, podíamos analisar os programas de Matemática do ES e discutir as orientações curriculares em conjunto para reforçar os nossos conhecimentos. Seria mais vantajoso desenvolver o nosso trabalho em grupo” (TMSFGF a 24/11/2010).

Sobre esta situação, a Professora-caso chegou a formular um convite à Formadora para integrar as reuniões de coordenação disciplinar, na sua escola, a fim de partilhar com os seus pares uma experiência, nova, de trabalho colaborativo, que considerou enriquecedora e proveitosa ao desenvolvimento profissional e à qualidade do ensino da Matemática. Um dos frutos desta colaboração da Formadora na coordenação disciplinar foi a discussão e introdução dos conteúdos, Rosáceas e Frisos, habitualmente desconsiderados no trabalho desenvolvido pelos professores de Matemática da escola, na planificação da unidade didática Isometrias.

A intervenção da Professora-caso, no âmbito da discussão sobre o currículo despoletada pela Formadora, evidenciou a necessidade de conhecimento e valorização do mesmo por parte do professor, como garantia da qualidade do ensino e da aprendizagem:

> “O conhecimento do currículo é super importante para um ensino e aprendizagem de qualidade. Até porque geralmente o currículo é desenvolvido em espiral. Então esta espiral prevê alguns conhecimentos iniciais que vão sendo alargados, aprofundados ao longo dos ciclos, até o aluno sair do Ensino Secundário. Pode ser que um tema que estou a trabalhar seja um tema em espiral. Por exemplo, começo com a translação associada a um vetor, depois passo para vetores e propriedades de vetores, depois composição de duas translações, […] e lá mais adiante tenho o estudo de vetores pelas coordenadas. Por isso, é fundamental haver uma articulação vertical do currículo de Matemática para vermos o que é que o currículo pretende à saída. Depois temos que pegar no programa, articulá-lo com o currículo e pensar assim: este programa, deste currículo, neste ano letivo tenho que trabalhar isto e tenho que fechar ou não este aspeto. Mas tenho que ver em que anos de escolaridade são trabalhados estes conteúdos.

> E depois tenho que pensar: Mas este programa fica até aqui? Nunca mais o aluno vai ver este conteúdo? Mas se é abordado em diferentes anos, então temos que ter cuidado aqui, aqui e aqui... O aluno tem de o retomar? Como é que ele o vai retomar? Então, deixo as pontas para ligar lá à frente, outra vez, de modo a ocorrer crescimento de conhecimento" (TMSFGF a 12/01/2011).

Nas sessões de trabalho colaborativo com a Formadora, na planificação da unidade temática para a experiência em sala de aula, reconhecendo a necessidade de valorizar a Geometria no currículo, a Professora-caso sugeriu aproveitar-se a revisão curricular em curso para se introduzirem alterações profundas em relação a este tema:

> "Agora que está em curso o processo de revisão curricular, podia-se aproveitar para introduzir alterações profundas no ensino da Geometria. Este tema é desvalorizado nos nossos programas e muitos professores não se sentem à-vontade para a abordagem deste tema, como no meu caso. Antes via as Isometrias de outra forma. Mas hoje sinto-me mais confiante para a abordagem deste tema. É preciso mais ações de formação para ajudar os professores a colmatar as suas lacunas" (EMRG a 25/01/2011).

O reconhecimento da complexidade do desenvolvimento curricular levou a Professora-caso a mostrar-se, gradualmente, mais preocupada e disposta a investir neste aspeto, valorizando mais a preparação das aulas, refletindo na sequenciação de conteúdos, na relação vertical e horizontal dos conteúdos e na revisão científica dos conceitos, respondendo às necessidades reais dos alunos e cumprindo, assim, as exigências curriculares.

1.4.2.3. Depois da formação

Após a formação, num encontro presencial sobre o balanço da formação, a Professora-caso manifestou vontade e confiança para reforçar o seu contributo no processo de revisão curricular em curso, particularmente nas Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias. Mostrando plena consciência da importância que estes conteúdos exercem na Matemática e noutras áreas, referiu:

> "Agora estou em condições de propor alterações curriculares para a unidade temática Isometrias. É necessário e importante trabalhar as quatro Isometrias do plano euclidiano para se poder abordar o conceito de Simetria. Precisamos valorizar as Isometrias e a Simetria nos nossos planos curriculares. São conteúdos que têm conexão com vários conteúdos matemáticos e com outras áreas. Como faço parte da equipa da revisão curricular, vou propor alterações para a unidade Isometrias e vamos ver a possibilidade do seu estudo acontecer desde o 1º ano de escolaridade. Também vamos ter que rever o conceito de Simetria nos nossos programas" (EMRG a 22/03/2011).

Além disso, a Professora-caso passou a mostrar-se atenta às possíveis aplicações das Isometrias no contexto real, de forma a valorizar o papel da Geometria no currículo de Matemática e noutras áreas:

> "Depois que estudei as Isometrias na formação, fiquei mais atenta às calçadas, ao vestuário, aos azulejos, aos Panos de Terra, aos mosaicos. É incrível como as Isometrias e as simetrias estão ligadas à vida real. Agora fico a pensar, porque é que quando estudei estes conteúdos não me tinham despertado tanta atenção como agora? Também estudei de uma forma muito diferente. A estratégia utilizada pelos professores não nos motivava. Muitas vezes, nem entendíamos as demonstrações realizadas pelos professores. Geralmente tentávamos decorar os procedimentos utilizados pelos professores para fazer as demonstrações nos testes. Parece que nunca tinha estudado estes conteúdos. É incrível como agora ficaram vivos na minha memória. Agora não dá para esquecer" (EMRG a 22/03/2011).

O registo anterior comprova uma mudança de atitude da Professora-caso, pela positiva, relativamente à preocupação de contextualizar as Isometrias no currículo de Matemática. Inclusivamente, a mesma passou a registar a utilização de diversos recursos para esse fim na planificação das suas aulas:

> "Antes da ação de formação, cingia-me a vários livros para a planificação das aulas. Não fazia uso de recursos disponibilizados no site do Ministério de Educação de Portugal que estão muito bem organizados […] e que os professores podem considerar para as suas aulas. A Ação de Formação, os documentos de apoio facultados pela Formadora, a partilha dos documentos para a sala de aula, as pesquisas feitas com a Formadora, o meu investimento individual na recolha de materiais para organização de tarefas para a sala de aula, o trabalho colaborativo com a Formadora e os meus colegas contribuíram para uma planificação da unidade Isometrias de forma diferente e inovadora. Nunca tinha investido tanto assim para a planificação de uma aula. Valeu a pena!" (EMRG a 22/03/2011).

Do exposto, ressalta, principalmente, a atitude de valorização do papel da Geometria no currículo, da planificação no desenvolvimento curricular e da importância do trabalho colaborativo entre pares.

Assim, pode-se concluir que a Ação de Formação contribuiu para a mudança de atitude da Professora-caso, reforçando as suas competências curriculares e levando-a a sentir mais preparada para a utilização do currículo de forma inovadora na sua prática letiva. No seu percurso em evolução, a consciência do que faz denota-se na sua prática e ações quotidianas, na relação entre o que sabe e o que deve mudar na sua atuação como pessoa e como professora, marcadas por uma maior abertura em relação ao desenvolvimento curricular e profissional.

1.5. Competências didáticas

1.5.1. Conhecimentos e capacidades

1.5.1.1. Antes da formação

Na assistência inicial às aulas, que ocorreu no momento a seguir à aplicação do QIP, observou-se que nas sessões conduzidas pela Professora-caso, tal como pelos outros colegas, a metodologia utilizada inscrevia-se num paradigma mais centrado no professor – a Professora-caso apresentava os conceitos e seguia-se a resolução de exercícios no quadro, não havendo tarefas de outra natureza. A maioria dos exercícios era resolvida pela própria Professora-caso, no quadro, limitando-se os alunos a copiar as resoluções. Sempre que os alunos foram convocados para apresentar as suas resoluções no quadro, a maioria das estratégias tinham sido sugeridas pela própria professora, não havendo espaço efetivo para tarefas realizadas em grupo ou individualmente e que permitissem levar o aluno à exploração e à reflexão sobre os trabalhos desenvolvidos. Com efeito, a Professora-caso desempenhava um papel ativo enquanto os alunos seguiam, de modo passivo, as suas explicações. Durante o processo educativo, a Professora-caso intervinha na resolução dos exercícios e tomava as decisões em todo o processo. O aluno, obedecendo às indicações da Professora-caso, limitava-se a escrever no caderno ou no quadro (DB, 30/10/2010 a 02/11/2010).

Ao propor apenas tarefas rotineiras, a professora-caso contribuía para a criação de um ambiente de sala de aula monótono e silencioso. Notava-se, nas expressões de vários alunos, o desinteresse e a pouca motivação para a aprendizagem. Só houve momentos pontuais de discussão e síntese sobre os exercícios resolvidos. Não foram criados momentos de interação entre os intervenientes (aluno-aluno) e o diálogo aluno-professor aconteceu com pouca frequência. Muitas vezes, a Professora-caso respondia às suas próprias perguntas, não dando oportunidade para a comunicação em sala de aula. Os materiais utilizados pela Professora-caso foram o giz, o quadro negro e a ficha de exercícios (DB, 30/10/2010 a 02/11/2010).

No entanto, posteriormente, referiu utilizar, habitualmente, para ensinar Geometria, a régua, o esquadro, o transferidor, o compasso e figuras geométricas recortadas. Particularmente, frisou que abordava as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano de forma "*tradicional, sem recurso a softwares educativos*" e "*utilizando quadro, caderno, régua, esquadro, transferidor, cartaz, tudo numa explicação oral e escrita*" (PE, 22/12/2010). Mesmo assim, assumiu confrontar-se com alguns desafios no ensino das Transformações Geométricas, devido a fatores ligados "[…] *à abstração do tema*, […] *e, ainda, devido a dificuldades de visualização das propriedades das transformações geométricas produzidas no papel*" (PE, 22/12/2010).

Nesta primeira etapa, os conhecimentos e capacidades didáticos da Professora-caso revelaram a necessidade de se dar maior atenção à ação pedagógica, apontando-se para uma mudança de estratégia de ensino criando uma nova dinâmica na aula de Matemática em que o aluno participa em todo o seu processo de aprendizagem. Como defendem Ponte & Serrazina (2000), há uma grande diferença na dinâmica da aula entre o professor apresentar uma ficha de exercícios para resolver e propor tarefas que envolvem investigação, problemas, projeto ou ainda se promover um debate coletivo.

1.5.1.2. Durante a formação

Desde as primeiras sessões de formação, os aspetos didáticos, nomeadamente as estratégias de ensino, foram trabalhados, visando uma reflexão que levasse ao aproveitamento e à apropriação dos mesmos, nas práticas letivas dos professores. Assim, a natureza das tarefas, a comunicação e a dinâmica na sala de aula foram objeto de discussão permanente, questionando-se o modelo (ainda) dominante, as fragilidades ao nível da prática docente, e enaltecendo-se benefícios de uma prática inovadora.

Decorrente de todo este trabalho, a Professora-caso apontou como estratégia didática mais eficaz para o sucesso da aprendizagem dos seus alunos o ensino criativo, proporcionador da participação dos alunos na resolução de tarefas desafiantes e de uma reflexão crítica através de debates dirigidos pela mesma (PE, 22/12/2010).

No entanto, os planos de aulas iniciais apresentavam algumas fragilidades, designadamente, a formulação inexata de alguns objetivos das aulas, a não especificação das propostas de trabalho nos diversos momentos da aula, bem como do tempo pormenorizado por tarefas e da avaliação das aprendizagens. Por isso, tais aspetos mereceram, inicialmente, maior atenção nas sessões de discussão da planificação.

Também se constatou que tencionava lecionar com base na resolução de fichas de trabalho, que integravam tarefas que iam para além de meros exercícios. A propósito, a Professora-caso referiu ter utilizado diversas fontes para o desenvolvimento das tarefas e que, ao mesmo tempo, se preocupou em adaptá-las ao contexto dos seus alunos:

> "As tarefas das fichas de trabalho foram selecionadas e adaptadas de diversas fontes. Agora tenho mais preocupação na seleção das tarefas. Posso achar que uma determinada tarefa é interessante mas tenho que ter o cuidado de pensar se é ou não adequada ao meu contexto. Realmente, faz mais sentido a seleção da tarefa sempre ser pensada no contexto dos alunos. Às vezes penso assim - Esta tarefa como está aqui me serve? Será que preciso adaptá-la para os alunos compreenderem melhor? Da forma como está os alunos vão entendê-la? Será que tenho que a adaptar à linguagem dos alunos?" (EMRG a 01/02/2011).

No momento inicial de acompanhamento em sala de aula, nas sessões de familiarização com o *software,* percebeu-se que a Professora-caso mostrava alguma dificuldade em seguir novos procedimentos, nomeadamente aulas suportadas pelo GeoGebra, a ponto de pedir ajuda à Formadora, como ela própria reconheceu, a propósito da resolução da Ficha 1 - Explorando o GeoGebra 1:

> "Inicialmente, pensei que ia ser mais fácil, mas cedo pude-me aperceber que teria de adotar novas estratégias para a condução das aulas na medida em que fui constantemente chamada pelos vários grupos para esclarecimento de dúvidas. Importa realçar que a presença da Formadora foi de grande valia para o esclarecimento de algumas dúvidas inesperadas no GeoGebra por parte de alguns alunos" (ERAG a 09/02/2011).

Este excerto evidencia que a Professora-caso começou a aperceber-se das mudanças na dinâmica da sala de aula exigidas pela utilização do GeoGebra e dos desafios que isso lhe colocava. Acrescente-se que a interação que se foi instalando pouco a pouco, envolvendo os vários intervenientes (Professora-caso, alunos e investigadora), permitiu verificar que o recurso às ferramentas tecnológicas pode responder às novas situações de ensino e aprendizagem, pelo menos para esta Professora-caso.

Na sessão da realização da Ficha 1 – Explorando o GeoGebra 2 –, a Professora-caso aproveitou as potencialidades do GeoGebra, na representação dupla dos objetos, para fazer a revisão da classificação de triângulos quanto aos ângulos e aos lados. De acordo com a reflexão pessoal da mesma sobre a aula, registou-se a seguinte conclusão:

> "Consegui envolver praticamente todos os alunos na correção da Ficha e, sempre que houve possibilidade, aproveitei para consolidar os conceitos matemáticos envolvidos na tarefa. A resposta de alguns alunos suscitou a abordagem de outras questões. Quando, por exemplo, o aluno A13, ao definir um triângulo, respondeu "É uma reta" e imediatamente uma colega (A11) se antecipou para responder "É um polígono constituído por três lados diferentes", aproveitei para rever a classificação dos triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados" (ERAG a 10/02/2011).

No relato seguinte, sobre a reflexão da aula, fica registado um ganho da Professora-caso ao aproveitar as potencialidades do GeoGebra para fazer revisão de conteúdos estudados e sobre os quais os alunos ainda apresentavam dificuldades:

> "Na correção da questão 9, um dos grupos que fez a apresentação da tarefa. Ao medir a amplitude dos ângulos definidos pelas duas diagonais, obteve 270º, ao contrário de outros que obtiveram 90º, pelo que aproveitei para também rever alguns conceitos de ângulos" (ERAG a 10/02/2011).

Fica também evidente a mudança que começa a acontecer na atuação didática da Professora-caso. Se, inicialmente, relegava as dificuldades dos alunos para uma falta de pré-requisitos, com a introdução do GeoGebra na sala de aula de Matemática, essa lacuna foi aproveitada para relembrar e explorar os conceitos em conjunto, promovendo uma interação aluno-aluno e aluno-professor, que antes não estava tão presente, e criando um ambiente propício à aprendizagem em *comunidade Matemática*.

Uma maior participação dos alunos na sua aprendizagem também passou a ser uma preocupação consciente da Professora-caso, que a levou a refletir:

> "Apesar de ainda ter dificuldades na condução das aulas, penso que, comparativamente, à primeira Ficha, consegui um maior envolvimento dos alunos na apresentação e discussão das tarefas que acredito ter resultado numa apreensão mais significativa dos conteúdos abordados. […] Nas próximas aulas penso que devo dar mais atenção ao primeiro momento da realização dos trabalhos, pois percebi que alguns alunos requeriam mais atenção e orientação" (ERAG a 21/02/2011).

Do trabalho entre pares desenvolvido para a resolução da Ficha 2 – Translação no plano euclidiano –, ao acompanhar-se a troca de impressões entre os alunos, foi possível observar e anotar o benefício da introdução dos momentos de interação entre os próprios e entre eles e a Professora-caso numa tarefa suportada pelo GeoGebra (Ver anexo XVI – diálogo estabelecido pelo grupo 3 durante a realização do trabalho autónomo). Na resolução dessa Ficha, registou-se a opção por uma nova forma de gestão de sala de aula, com o reforço das capacidades da Professora-caso para uma prática suportada com recurso ao GeoGebra. Depois do tempo estipulado para o trabalho autónomo na realização da Ficha 2, a Professora-caso começou a recolher os trabalhos. Os primeiros que recebeu foram os dos grupos 3 e 4. Quando foi recolher os trabalhos dos restantes grupos, alguns não haviam apresentado todas as respostas, pelo que lhes pediu que respondessem às questões em falta (DB, 21/02/2011). Tal procedimento mostra uma professora mais atenta ao trabalho autónomo dos seus alunos, disponibilizando-lhes mais tempo para concluírem a tarefa, valorizando mais o esforço e a conclusão da tarefa do que a simples entrega dentro do prazo, manifestando uma maior atenção e respeito pelo *tempo de aprendizagem* de cada um, aspetos importantes quando se prioriza atividades de aprendizagem baseadas na exploração e investigação (NCTM, 2008; APM, 2009) como foi discutido durante a formação e sessões de planificação e reflexão.

A condução das aulas passou a contar com um envolvimento mais efetivo dos alunos na realização das tarefas, desta feita, com mais segurança, capacidade de autoanálise e confiança, com reflexos positivos na aprendizagem dos mesmos:

> "Penso […] que a estratégia utilizada nesta aula contribuiu para um maior envolvimento dos alunos e uma melhor aprendizagem dos conteúdos abordados. Sinto que hoje consegui proporcionar mais interações em sala de aula e penso que esta estratégia levou os alunos a concluir com sucesso as propriedades da translação" (ERAG a 21/02/2011).

Também passou a estar mais atenta ao questionamento. Por exemplo, na Ficha 3 – Aplicações da Translação no plano euclidiano –, na correção do item 2.4, a professora questionou: "É possível obter outros vetores associados à translação que transforma o pássaro 3 no pássaro 2?" (DB, 23/02/2011). As diversas respostas e a forma como as geriu levam a concluir que a mudança da Professora-caso no modo de questionar os alunos teve impacto positivo no envolvimento dos mesmos, que conseguiram concluir acerca das caraterísticas de um vetor e das propriedades da translação.

Na mesmo ficha, a Professora-caso, ciente dos possíveis desvios e distrações dos alunos quando o recurso Internet está disponível, teve o cuidado de circular pela sala e foi acompanhando-os mais de perto:

> "Tive mais atenção nos alunos, principalmente no momento de realização da Ficha, e percebi que o A12 novamente estava em Internet. Entretanto, não notei a ausência de

respostas pela maioria dos alunos na última questão. O acompanhamento do professor em sala de aula é importante para o controlo da turma no desenvolvimento das tarefas, pois os alunos, muitas vezes, ficam entusiasmados com o computador e acabam por esquecer o registo das suas conclusões nas fichas de trabalho e muitas vezes acabam por não refletir sobre as atividades que realizam" (ERAG a 23/02/2011).

Na realização da Ficha 4, o episódio seguinte evidencia uma atuação didática pouco adequada, da parte da Professora-caso, na orientação do trabalho autónomo dos alunos. De facto, num primeiro momento, reiterou a atitude, que era a habitual, de responder aos desafios pelos alunos;

Grupo 1: Professora, estamos com dúvida em 1.1.
Professora-caso: Vocês têm que fazer como está aqui! Não é assim! [Determinou a adição $\vec{u}$ + $\vec{v}$ na linha de comando do GeoGebra]. Está a ver! Está bem? Agora aqui vais pôr $\vec{u}$ + $\vec{v}$. Já viu! Este vetor aqui é soma de $\vec{u}$ com o vetor $\vec{v}$. Está bem? Agora vais pôr o contrário ($\vec{v}+\vec{u}$). Vocês têm que ler o enunciado bem. Aonde é que ficou? [Professora não dá tempo do aluno responder e disse]: No mesmo lugar. Estão a ver, os dois vetores ficaram no mesmo lugar. Então o que é que vão dizer? Trocaram a ordem da soma dos vetores, mas o que é que aconteceu? Deu ou não o mesmo resultado? Que propriedades vocês têm alí? Pensem! (EDSSAGF a 24/02/2011).

No entanto, posteriormente, de forma mais alerta, mostrou maior preocupação e empenho em prol da aprendizagem dos alunos, questionando-os para obter melhores resultados na resolução das tarefas e dando-lhes espaço para pensar. E aproveitou as potencialidades do GeoGebra para exemplificar as conexões possíveis entre Geometria e Álgebra no momento em que o grupo 10 (A2 e A9) apresentava a resolução do ponto 1.4, conforme o episódio seguinte:

A2: A relação que existe entre o vetor $(-\vec{u})$ + $(-\vec{v})$ e o vetor ($\vec{u}$ + $\vec{v}$) é que são simétricos.
Professora-caso: A9 compara as coordenadas destes vetores na zona algébrica.
A9: $-\vec{u}-\vec{v}$ é (-6, -6) e $\vec{u}+\vec{v}$ é (6,6).
Professora-caso: Então, porque é que os vetores são simétricos?
A9: Professora porque têm a mesma direção, o mesmo comprimento e sentidos opostos.
Professora-caso: Isso mesmo! Então vamos pegar no guia de ferramentas para descobrir como estabelecer a comparação entre dois vetores no GeoGebra (EDSSAGF a 25/02/2011).

Nesse momento, o resultado obtido por um grupo que respondeu ao desafio lançado foi encarado pela professora com surpresa:

A10: Professora, já encontrei.
Professora-caso: Onde é que está a ferramenta que nos possibilita comparar dois objetos no GeoGebra?
A10: Está na caixa 11.
Professora-caso: O que fizeste para comparar os dois vetores?
A10: Cliquei nos vetores e mostrou o texto 'vetor $\vec{z}$ e vetor $\vec{w}$ são colineares".
Professora-caso: Colineares?
A10: Sim, é o que está aqui.
Professora-caso: [Silêncio-reflexão na ação.] Formadora, porquê que o GeoGebra deu esta resposta?

> Formadora: Professora, se os vetores são simétricos, então são colineares. Complementa a resposta com a determinação da medida de comprimento dos vetores e aproveita a zona algébrica do GeoGebra para mostrar, através das suas coordenadas que o vetor $\vec{z}$ e vetor $\vec{w}$ são simétricos (EDSSAGF a 25/02/2011).

Decorrente deste episódio, a Professora-caso reconheceu a necessidade de fazer um trabalho minucioso e cientificamente fundamentado, de modo a poder realizar aulas mais interessantes e significativas para os alunos e não ter dúvidas sobre o que faz ou diz. Ao mesmo tempo, confirmou a necessidade de desafiar os alunos com problemas com grau de complexidade crescente, em vez de exercícios, de modo a colocá-los em situações que estimulam o pensamento e, desse modo, produzir uma melhor aprendizagem (DB, 25/02/2011).

A reflexão da Professora-caso revelou uma preocupação constante e crescente com a questão da metodologia e estratégias utilizadas para explicar os conteúdos aos alunos, em conformidade com o seguinte:

> "[…] Preciso criar mais situações de interação em sala de aula. Quando os alunos apresentam as suas resoluções, em vez de solicitar a opinião dos colegas sobre as suas respostas, às vezes digo logo que está certo ou errado, terminando a discussão sobre o assunto. Tenho que estimular a comunicação em sala de aula. Os alunos têm muitas dificuldades em expressar as suas opiniões, às vezes sentem vergonha mesmo. Notamos que muitas vezes os alunos resolvem corretamente as suas tarefas, mas quando chamados para as apresentar não conseguem expor as suas ideias" (ERAG a 01/03/2011).

Ao analisar os protocolos de construção dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos no GeoGebra, nota-se uma tomada de consciência da Professora-caso para a importância da análise das observações deles e de estar preparada para mais explicações, a fim de lhes reforçar as competências e de não lhes causar desmotivação, como a própria reconhece a seguir:

> "Na aula ignorei a resposta de alguns alunos que estabeleceram a comparação das caraterísticas dos vetores ($\overrightarrow{AA``}$) e ($\overrightarrow{u+v}$), através da ferramenta "Relação entre dois objetos", na qual se dizia que os dois vetores não eram colineares. Simplesmente, limitei-me a dizer-lhes que, se não realizassem bem a tarefa, não iriam saber responder corretamente ao solicitado. Mas agora, analisando a construção do aluno A2, vê-se que ele efetuou duas translações consecutivas do quadrilátero objeto [ABCD] associadas aos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, quando na segunda translação deveria ter selecionado o quadrilátero [A'B'C'D'], imagem de [ABCD], como objeto e não o quadrilátero objeto [ABCD] novamente. Naquele momento, não me ocorreu isto. Nem cheguei a pensar sobre esta situação. Mas deveria ter refletido e explorado a observação feita pelo aluno. Preciso ter mais atenção para não desmotivar o aluno" (ERAG a 01/03/2011).

Na reflexão sobre a Ficha 6, notou-se que a Professora-caso procurou criar condições para melhorar a aprendizagem dos conteúdos. Destacando-se a interação conseguida e, apesar de os resultados não terem sido completamente satisfatórios, salientou que o espírito de entre ajuda teve efeito:

> "Não estava previsto no plano de aula mas, para ver se os alunos tinham compreendido o conteúdo abordado na aula anterior, solicitei-lhes que utilizassem os instrumentos de medição para a realização da tarefa 1 e que comprovassem as suas resoluções no GeoGebra. A maioria dos alunos não reagiu bem à proposta, alegando que, no GeoGebra, era mais fácil a realização da mesma. Pouco tempo depois, ao circular pela sala, todos já estavam a trabalhar com os instrumentos de medição. Notou-se a dificuldade de alguns alunos em manusear tais instrumentos, pelo que solicitei aos alunos que tinham terminado a tarefa para ajudar esses colegas. Percebi logo a alegria dos alunos ao serem chamados para ajudar os colegas. Essa é uma forma de os estimular e acho que funcionou bem" (ERAG a 03/03/2011).

Igualmente se registou um esforço da Professora-caso não só para disciplinar o comportamento dos alunos, adotando estratégias umas vezes individuais, outras vezes de grupo, mas também para criar um ambiente colaborativo de aprendizagem da Matemática. Primeiro, levou os alunos a ouvir as respostas dos colegas para depois poderem analisar, refletir e posicionar-se perante elas:

> "Em alguns momentos não personalizei as perguntas e isto conduziu a alguma indisciplina em sala de aula. Os alunos começaram a falar ao mesmo tempo e ninguém se entendia. Tenho que disciplinar a turma. Eles devem saber ouvir as respostas dos colegas para poderem analisar, refletir e posicionar-se sobre elas. Reconheço que este é um aspeto que ainda requer melhoria (ERAG a 03/03/2011).

Tentando melhorar a sua atuação didática, a Professora-caso, na reflexão sobre a aula, ao solicitar que os alunos ajudassem os colegas, reconheceu que devia orientar os mesmos para não darem respostas diretas: "Realmente tinha de os alertar para não darem as respostas aos colegas. Na próxima aula, vou ficar mais atenta a este aspeto. Não é fácil o controlo da turma quando se trabalha com um recurso tecnológico" (ERAG a 03/03/2011).

Decorrente da reflexão da aula sobre o estudo da Isometria reflexão, a Professora-caso aproveitou o momento de apresentação da Ficha 9 para rever as propriedades das Isometrias abordadas até àquele momento, reiterando a necessidade de se dar mais atenção aos alunos no momento do trabalho autónomo, para não lhes causar desmotivação:

> "Como alguns alunos sentiram dificuldades na identificação de algumas propriedades da reflexão, principalmente na inversão dos ângulos, aproveitei o primeiro momento da aula para rever as propriedades de todas as Isometrias abordadas.
> Não percebi que alguns alunos me tinham chamado tanto para mostrar as suas resoluções como para o esclarecimento de dúvidas. Vou ficar mais atenta para não provocar a desmotivação dos alunos" (ERAG a 09/03/2011).

O facto de estar mais atenta na apresentação/exploração das tarefas efetivou a resposta ao desafio de pôr em prática o resultado da reflexão sistemática sobre a sua atuação didática, nomeadamente no cuidado a ter com a linguagem a utilizar nas aulas:

> "[…] tenho tido mais atenção em utilizar uma linguagem que se adeque ao nível de compreensão de certos alunos, especialmente para os alunos provenientes de zonas

muito problemáticas da cidade da Praia. Sinto que não têm um acompanhamento em casa, como são os casos dos alunos A12, A8, A19, A7 e A13" (ERAG a 16/03/2011).

Já na Ficha 9, notou-se mais dinâmica em sala de aula, com uma melhoria da Professora-caso na condução dos questionamentos dos alunos e, simultaneamente, na exploração de respostas na correção das tarefas, com vista à obtenção de melhores resultados, conforme o episódio a seguir, registado no momento da correção do item 3.1:

Professora-caso: Tenho aqui o ponto A. A15, qual a distância de A até ao eixo?
A15: 3 unidades.
Professora-caso: A9, então onde é que eu vou marcar a imagem de A?
A9: Temos que contar três unidades à direita do eixo *e* e marcar A'.
Professora-caso: Todos perceberam?
Turma: Sim.
Professora-caso: A17, qual a distância do ponto B ao eixo de reflexão?
A17: 1 unidade.
Professora-caso: A11 vem mostrar no quadro onde fica situada a imagem do ponto B.
[A11 mostrou corretamente no quadro.]
Professora-caso: A3, o ponto C fica a que distância do eixo?
A3: Fica a 2 unidades do eixo de reflexão.
Professora-caso: A2, concordas?
A2: Sim, mas 2 unidades do outro lado.
Professora-caso: Então vai ao quadro marcar a imagem de C.
[A2 representou corretamente a imagem do ponto C.]
Professora-caso: E agora, o que faço A20?
A20: Falta a imagem do outro ponto. Vamos chamar este ponto de D e determinar a sua imagem.
Professora-caso: Boa! A13, como é que vamos encontrar a imagem de D?
A13: [Não respondeu. Estava desatento (na Internet) e não percebeu a pergunta da Professora-caso.]
Professora-caso: A18, diz lá como encontrar a imagem do ponto D?
A18: Vamos marcar D' 2 unidades à direita do eixo.
Professora-caso. Correto. A16, e agora, o que vamos fazer para obter o polígono imagem?
A16: Professora, agora é só unir as imagens e vamos encontrar o polígono imagem (EDSSAGF a 10/03/2011).

Na reflexão sobre a aula seguinte, a preocupação com uma maior participação dos alunos tornou-se ainda mais presente. Quando os alunos foram convocados a apresentar as suas resoluções, a Professora-caso delegou num aluno a totalidade da tarefa, ao invés de dar espaço para participação de outros, como acontecia habitualmente. No excerto abaixo, notou-se essa preocupação, com uma avaliação crítica desta decisão:

"Decidi deixar a aluna A11 corrigir toda a Ficha e ao mesmo tempo pedir a análise dos alunos sobre as resoluções. Concordo que talvez pudesse ter havido mais participações, mais discussões caso tivesse chamado outros alunos para apresentar as suas resoluções" (ERAG a 10/03/2011).

No final dessa sessão houve ganhos relevantes na interação promovida pela Professora-caso no momento de síntese da aula, em que a mesma pretendia levar a turma a concluir sobre a propriedade comutativa da reflexão deslizante. Neste episódio, notou-se um esforço da Professora-caso em melhorar as suas ações didáticas, ao procurar outras participações dos alunos e ao promover a discussão de/entre pares. Contudo, notam-se, ainda, dificuldades principalmente na formulação de questões e na promoção de discussões, como se procura exemplificar com o episódio a seguir:

> Professora-caso: A12, o que é uma translação deslizante?
> A10: Professora, não é uma reflexão deslizante?
> Professora-caso: Desculpem.
> A12: Não sei.
> Professora: A15, o que é uma reflexão deslizante?
> A15: É uma Isometria que contém uma reflexão e uma translação.
> Professora-caso: Podemos dizer que, para efetuarmos uma reflexão deslizante, temos que fazer a composição de duas transformações. Quais?
> A10: Uma reflexão e depois uma translação.
> Professora-caso: A11 vem dar o exemplo de uma reflexão deslizante no GeoGebra (EDSSAGF a 10/03/2011).

Este diálogo evidenciou uma atuação didaticamente correta da professora ao aceitar a correção feita pelo aluno A10 na sequência da utilização do termo “translação deslizante” em vez de “reflexão deslizante”, assumindo-se como elemento da comunidade que colabora na aprendizagem da Matemática na sala de aula.

O comentário da reflexão da aula do dia seguinte, de aplicação da Ficha 11 - Aplicações da Isometria Reflexão Deslizante –, evidencia uma autoavaliação pertinente sobre as práticas menos adequadas que a Professora-caso quer mudar, passando a incutir mais hábitos de reflexão nos alunos sobre os conteúdos tratados/abordados:

> “Infelizmente, sem querer, indiquei as estratégias de resolução ao aluno A13 quando me apresentou a resolução da questão 1. Em vez de o questionar, disse-lhe que o vetor $\vec{u}$ tinha que ser paralelo ao eixo de reflexão. Foi sem querer! Tenho que me habituar a desafiá-los com as suas próprias perguntas.
> Pedi à aluna A10 que apresentasse a resolução do ponto 1 e levei a mesma a mostrar a propriedade comutativa da reflexão deslizante para uma melhor compreensão do conceito dessa Isometria” (ERAG a 11/03/2011).

A Professora-caso reconheceu que esteve menos atenta aos alunos no momento de trabalho autónomo proporcionado por esta ficha. Ao mesmo tempo, achou que esta situação podia pôr em causa os resultados da aprendizagem dos alunos:

> “Penso que poderia ter conseguido melhores resultados nesta Ficha se tivesse acompanhado os alunos no momento do trabalho autónomo. […] Sem a orientação do professor, o aluno sente-se abandonado e isto prejudica a sua aprendizagem” (ERAG a 11/03/2011).

Esta reflexão mostrou evolução da Professora-caso no que se refere às preocupações didáticas que se impõem em tarefas de trabalho autónomo. A questão foi discutida durante a formação e os momentos de acompanhamento da experiência em sala de aula, altura em que se enfatizou que as oportunidades de reflexão e de discussão com toda a turma, partindo do trabalho autónomo previamente desenvolvido, constituem "momentos de excelência para a sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas" (Ponte, 2005a, p. 16). Com efeito, a reflexão, discussão e análise crítica, após a realização de uma atividade prática, desempenham um papel fundamental na estratégia de ensino e aprendizagem exploratória, constituindo a realização da atividade e a reflexão sobre ela dois fatores essenciais para a aprendizagem dos alunos (Ponte, 2003, 2005a).

Na aplicação das Ficha 12 – Simetria de Polígonos Regulares –, ficou registada a necessidade da Professora-caso colocar em prática formas mais eficazes de gestão de grupos maiores e desenvolver estratégias para responder a esse contexto. A propósito, reconheceu a exigência tanto de uma aula com atividades de exploração/investigação como do trabalho autónomo em grupo. Para evitar alguns constrangimentos, nomeou certos aspetos que devem ser considerados na dinâmica de grupo:

> "Por ser uma aula de exploração/investigação, tinha que ter dado mais atenção ao momento de realização autónoma dos trabalhos. Penso que não consegui gerir bem os grupos de trabalho. Como era a primeira vez que iriam trabalhar em grupos de três, tinha que tomar mais cuidado em relação a alguns aspetos, nomeadamente na escolha de um líder para representar o grupo, na forma como iriam desenvolver o trabalho, porque se registaram alguns conflitos no seio do grupo, enfim […]" (ERAG a 14/03/2011).

O trabalho conjunto, para a resolução da primeira questão da Ficha 12, revelou-se útil para a aprendizagem dos alunos e a satisfação da Professora-caso pôde ser comprovada no relato seguinte:

> "Como se tratava de um conceito novo e complexo, trabalhei a questão 1 com a turma, como foi prevista na planificação. Confesso que os alunos surpreenderam-me. Através de sucessivas dobragens da estrela, conseguiram identificar todos os eixos de simetria nela contida" (ERAG a 14/03/2011).

Um ganho relevante foi evidenciado quando a Professora-caso, durante a resolução conjunta com os alunos dessa questão, formulou perguntas como:

> "Já concluímos que, se dobrarmos a estrela por dois dos seus vértices opostos as duas partes ficam sobrepostas e totalmente coincidentes. De quantas formas diferentes é possível dobrar a estrela para que as duas partes fiquem sobrepostas e totalmente coincidentes?" (TMSSAGF a 14/03/2011).

No momento seguinte, a Professora-caso mudou de estratégia e solicitou aos alunos a investigação dos eixos de simetria nos materiais manipuláveis distribuídos e depois a sua confirmação no GeoGebra. Porém, a realização da tarefa levou mais tempo do que o estimado, aspeto que não foi previsto pela Professora-caso, tendo esta iniciado a correção da Ficha antes de alguns grupos concluírem os seus trabalhos.

Como foi amplamente realçado na formação, as tarefas de natureza exploratória e, mais ainda, as tarefas investigativas propiciam a elaboração de conjeturas, que são uma etapa primordial da experiência Matemática, devendo-se dar aos alunos a oportunidade de conjeturar e verificar tais conjeturas (APM, 2009). Para tal, o professor deve prestar atenção ao tempo que estipula para a realização das tarefas, constituindo a gestão do tempo um grande desafio para professores e alunos na exploração de ferramentas tecnológicas para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

No caso em epígrafe, se, por um lado, no momento de reflexão, a Professora-caso tomou consciência de não ter estimado devidamente o tempo para realização das tarefas, por outro, não hesitou em analisar a situação em função da sua atividade e do efeito sobre a motivação dos alunos, reconhecendo que poderia ter evitado constrangimentos e a frustração dos alunos:

> "Para a resolução da questão 2, pedi aos alunos que investigassem os eixos de simetria nos materiais manipuláveis distribuídos (polígonos regulares) e depois que confirmassem as suas soluções no GeoGebra. Não agi bem com os alunos quando pediram mais tempo para finalizar a tarefa. Mesmo depois de ter cedido mais 10 minutos, o tempo não foi suficiente para a finalização da Ficha. Devia ter dado mais tempo, conforme a orientação dada pela Formadora. Preocupei-me mais com o tempo [estipulado para a realização da tarefa] quando não devia. […]. O professor tem que ter a consciência do tempo exigido para uma determinada tarefa para não causar frustrações nos alunos, como aconteceu comigo" (ERAG a 14/03/2011).

Na Ficha nº 14 – Rosáceas e Frisos –, o item 1.3 não contou com nenhum acerto. Da nossa observação, registou-se a forma como a Professora-caso apresentou a tarefa, tendo a mesma confundido os alunos ao orientá-los para ficarem com cinco imagens do avião (DB, 14/03/2011). Apesar disso, a Professora-caso orientou o trabalho autónomo dos grupos, criando espaço para que os alunos construíssem as suas próprias conjeturas, a partir das quais, a Professora-caso organizou, juntamente com os alunos, um quadro síntese que permitiu concluir que a medida da amplitude do ângulo de rotação é obtida a partir da razão entre 360º e o número de figuras.

Na última Ficha – Pavimentações e Frisos –, confirmou-se todo o envolvimento da Professora-caso na experiência e nos momentos de planificação das aulas, mais propriamente na procura de aplicação prática do GeoGebra, ao propor aos alunos a construção de pavimentações e frisos.

Para além de referir ser necessário uma boa preparação científica e também boas condições de trabalho, a Professora-caso considerou que a tarefa da questão 1 poderia ter sido realizada com mais sucesso se tivesse utilizado outra estratégia para orientação dos alunos no momento do trabalho autónomo:

> "Tenho a consciência de que, se tivesse utilizado outra estratégia para orientá-los no momento de realização de trabalho autónomo, eles teriam conseguido melhores resultados na resolução dessa Ficha. Fiquei com medo de ser muito direta na orientação do trabalho e acabei prejudicando os resultados da questão1 (ERAG a 17/03/2011).

Verificou-se, ao longo da experiência, uma nova dinâmica nas suas aulas, graças à natureza das tarefas trabalhadas e à interação proporcionada pela Professora-caso. A forma de colocar e prever a resolução das questões e a preocupação de considerar os "erros" dos alunos para promoção de novas aprendizagens constituíram outros aspetos dignos de registo.

1.5.1.3. Depois da formação

A Professora-caso, à semelhança dos demais professores participantes na experiência, foi de opinião de que a Ação de Formação trouxe contributos positivos para a sua prática letiva, tais como a preparação das aulas, a elaboração de testes de avaliação e fichas de trabalho com o auxílio do GeoGebra, aceitando com abertura a utilização do *software* para motivar os alunos a estudar mais Matemática, bem como a relacionar propriedades geométricas dos objetos com maior precisão e rapidez nas construções (QFP, 22/03/2011).

Os contributos positivos aportados à prática letiva da Professora-caso são corroborados pelos alunos. No QFA, a maioria (71,4%) referiu que, com suporte do GeoGebra nas suas aulas, a Professora-caso explicou melhor, conforme a tabela seguinte.

Parâmetros	**Frequência**	**%**
Explicou igual	4	19,1
Explicou pior	0	0
Explicou mais	2	9,5
Explicou melhor	15	71,4
Total	21	100

Quadro 17. Opinião dos alunos quanto ao nível de explicação da Professora-caso nas aulas, com utilização do GeoGebra

Os alunos apresentaram justificações do tipo:

- *"Porque explicou muito bem e ela também explicou com a ajuda do computador"*;
- *"Porque tudo ficou mais claro nas nossas cabeças* […]";
- *"Acho que ela explicou melhor porque as matérias normais ela explicava, mas ela escrevia mais no quadro"*;
- *"Porque foi uma experiência, uma coisa nova e a gente não tinha antes, e isso motivou a explicação e atenção dos alunos"* (QFA, 23/03/2011).

Na SE, a Professora-caso considerou que a estrutura utilizada para as aulas trouxe vantagens para a aprendizagem dos conteúdos abordados, na medida em que "[...] *os alunos conseguiram autonomamente identificar as propriedades das Isometrias, o que não tinha acontecido das outras vezes que lecionei estes conteúdos*" (SE, 23/03/2011). Isto deve-se à sua frequência da Ação de Formação quando a mesma referiu que planificou a abordagem dos conteúdos geométricos com suporte do GeoGebra em sala de aula de forma diferente do habitual. Referiu ainda que, à semelhança da estratégia utilizada durante a formação, a planificação daqueles conteúdos e respetiva implementação se desenvolveu nos seguintes momentos:

> "[…] primeiro, o trabalho autónomo feito pelos alunos, através de tarefas orientadas e abertas; segundo, a apresentação das resoluções e confronto com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões e, por último, uma síntese para a formalização dos conceitos estudados" (SE, 23/03/2011).

Como outro ganho, a Professora-caso destacou a natureza das tarefas que trabalhou na experiência, as tarefas exploratórias e as de investigação, assim como os problemas, tendo predominado as primeiras, para a descoberta de propriedades e relações geométricas. Referiu que, habitualmente, utilizava tarefas de resolução de problemas, mas considerou que os recursos utilizados (o esquadro, a régua, o compasso e o transferidor) eram muito limitadores. O GeoGebra, em contrapartida, permitiu realizar tarefas bem mais desafiantes como por exemplo, "[...] *sempre pedia-se o arrastamento de um dos vértices do objeto para se estabelecer as relações com a sua imagem, ação impossível de se realizar no papel* [...] *é uma das vantagens*" (SE, 23/03/2011).

Embora reconhecesse ter enfrentado algumas dificuldades nesta experiência, "[...] *desde a elaboração das tarefas, que exigiu ter mais cuidado, mais pesquisas, mais tempo*", foi de opinião de que a mesma contribuiu para o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades didáticas:

> "Efetivamente, vi nesta experiência um alerta para a necessidade de se pensar ou elaborar tarefas que promovam uma aprendizagem mais significativa. Consciencializou-me para a necessidade de refletir sobre as minhas práticas letivas e, consequentemente, tentar melhorá-las em benefício da aprendizagem dos alunos" (SE, 23/03/2011).

A análise do impacto da formação na prática da Professora-caso permite-nos registar com nota positiva tal efeito e, mais especificamente, no que respeita aos benefícios para a aprendizagem dos alunos da Professora-caso:

> "Antigamente estávamos muito fixados na ideia de conteúdos e exemplos. Mas a Ação de Formação mostrou-me que temos que sair deste modelo sim, para podermos trabalhar para um ensino e aprendizagem da Matemática com compreensão. Na estratégia de ensino-aprendizagem exploratória o aluno tem voz. Os papéis dos professores e dos alunos mudaram. Nesta estratégia o aluno tem mais oportunidades para construir as suas próprias aprendizagens, contrariando totalmente o sistema de ensino em que o professor é o centro de atenção. O professor deixa de ser o centro de atenção dando espaço ao trabalho autónomo do aluno. O aluno tem mais autonomia para desenvolver o seu raciocínio" (EMRG a 22/03/2011).

No final da experiência, conclui-se que a Professora-caso desenvolveu os seus conhecimentos e capacidades relativamente à dimensão didática do ensino e da aprendizagem da Matemática, mobilizando-os para a prática de um ensino da Matemática inovador e, por isso, muito mais interessante.

1.5.2. Atitudes

1.5.2.1. Antes da formação

Ao contrário da maioria (5) dos colegas, a Professora-caso assinalou que a Geometria é um tema difícil de ser ensinado. Como justificação, registou que este tema "*é um pouco abstrato e muitas vezes temos de apelar à imaginação dos alunos*" (QIP, 22/10/2010). Na mesma linha, a própria considerou que a aprendizagem da Geometria é difícil de realizar, opinião oposta à maioria (6) dos restantes elementos do grupo, com o argumento de que a "*Geometria é uma área extremamente prática e exige que os alunos descubram ou comprovem todas as propriedades geométricas*" (QIP, 22/10/2010).

A observação das aulas antes da experiência permitiu constatar uma abordagem didática marcada por atitudes de pouco incentivo à interação. Nesse âmbito, a participação dos alunos ficava marcada pela ausência de resposta ou uma certa apatia face às tentativas de comunicação da Professora-caso, presentes tanto na formulação das perguntas como nas respostas aos alunos (DB, 30/10/2010 a 02/11/2010).

Por outro lado, a natureza rotineira das tarefas propostas não permitia um ambiente de sala de aula dinâmico e participativo, exigindo uma mudança de atitude por parte da Professora-caso, de modo a entusiasmar os alunos na aprendizagem da Matemática. A preocupação da Professora-caso em criar momentos de discussão e síntese sobre os exercícios resolvidos esteve ausente da sua prática inicial, sem espaços de interação entre os intervenientes (aluno-aluno), tendo o diálogo acontecido pontualmente entre aluno-professor (DB, 30/10/2010 a 02/11/2010).

As atitudes observadas no desempenho da Professora-caso muitas vezes eram extensivas aos demais professores observados. As dificuldades apresentadas, num contexto mais generalizado, apontaram para a necessidade de um aprofundamento didático adequado.

A Professora-caso referiu usar a metodologia tradicional na sua prática de ensino: "*Normalmente, temos a tendência de ensinar como fomos ensinados. Tenho como referência as práticas de alguns professores que tive durante a minha formação … é o que tive, o ensino tradicional. É assim que trabalho*" (EMRG a 27/10/2010).

Seguindo a metodologia de ensino tradicional, a Professora-caso achava que estava a agir bem, embora reconhecesse ter algumas fragilidades, tais como na promoção de interações em sala de aula e no questionamento aos alunos. Contudo, logo de início, mostrou abertura de espírito para vivenciar outras formas de ensinar Matemática. Realçou que precisava criar condições para colmatar as dificuldades de aprendizagens sentidas pelos seus alunos (EMRG a 27/10/2010).

1.5.2.2. No contexto da formação

Numa das conversas informais com a Formadora, a Professora-caso começou por considerar que a experiência seria "fácil" e que iria poupar tempo na abordagem dos conteúdos geométricos com o suporte do GeoGebra (DB, 23/12/10). No entanto, ao iniciar a experiência, logo nas primeiras aulas essa perceção foi-se alterando notando-se, nos momentos de reflexão sobre as mesmas, indícios de maior exigência: "*Trabalhar a Matemática com um software é muito mais cansativo e exigente do que fazer uma aula expositiva*" (ERAG a 11/02/2011).

A frequência da Ação de Formação também levou a Professora-caso a valorizar e a empenhar-se mais na planificação das aulas, o que considera que tem repercussões positivas na aprendizagem dos alunos:

> "Levei muito tempo para a preparação das aulas porque este processo é muito mais exigente. As regras mudam totalmente. Tive que investir muito mais na preparação das aulas do que o habitual. Aqui o trabalho prático dos alunos é muito mais importante. A partir dos trabalhos práticos dos alunos é que vamos criar condições para a formalização dos conceitos. […] Desta vez senti-me mais à-vontade na preparação das aulas da unidade Isometrias. O que aprendi na formação sobre as Isometrias deixou-me mais à-vontade na planificação da unidade Isometrias. Tive mais cuidado na planificação das aulas, principalmente porque sabia que ia ter a Formadora para assistir as aulas. Isto é bom porque nos obriga a investir mais. E…com isso os alunos é que ganham" (EMRG a 14/01/2011).

Na resolução da Ficha 3 – Aplicação da Translação no plano euclidiano, ao fazer a reflexão sobre a aula, a Professora-caso mostrou-se capaz de acompanhar a experiência, anotando as suas próprias fragilidades em ação. Para Alarcão (2006), são poucos os professores que possuem consciência das suas fragilidades. Por exemplo, ao concluir da necessidade de criar espaços para confrontos com outras soluções, a Professora-caso mostrou-se consciente da pertinência de se promover mais o debate e a reflexão no momento de apresentação das resoluções para um maior interesse dos alunos:

> "Realmente, por várias vezes, disse aos alunos que as respostas dadas estavam erradas. Frequentemente, solicitava a outro aluno para responder ou eu mesma respondia à questão. Reconheço também que, muitas vezes, não dei espaço para os alunos darem as suas opiniões sobre as respostas dos seus colegas, não criando margem para maior participação dos alunos bem como para a análise das respostas dadas. Sinto que deveria aproveitar os erros dos alunos para novas aprendizagens. Também posso concluir que, no momento de apresentação das resoluções pelos alunos, poderia ter criado espaços para confrontos com outras soluções, visando a promoção de debates bem como análises e reflexões das resoluções apresentadas" (ERAG a 23/02/2011).

Numa das discussões tidas com a Formadora no momento de planificação das aulas, a Professora-caso revelou serem benéficas a partilha e a discussão de um plano de aula:

> "O plano de aula fica mais rico quando é discutido e partilhado com outras pessoas. Cada um dá o seu contributo. Podíamos trabalhar os planos em conjunto e aplicá-los no contexto da nossa prática e depois discutir os resultados obtidos. Se o plano desenvolvido

> não resultou para um determinado contexto, os subsídios poderiam ser considerados para outro professor. Cada contexto é um contexto (EMRG a 28/02/2011).

Consciente da necessidade de mais reflexão sobre as práticas e do melhor aproveitamento de espaços de trabalho e partilha, como é caso da reuniões de coordenação, a Professora-caso apontou esses aspetos como desafios a enfrentar. Nesse sentido, colocou sob evidência a vontade de canalizar as discussões para uma dinâmica de grupo que pudesse atender ao contexto das práticas de cada um. Por exemplo, na análise feita pela Professora-caso sobre este aspeto, registou-se o seguinte:

> "Às vezes, partilhamos algumas ideias, mas normalmente a coordenação não funciona. Não funciona porque nós praticamente não discutimos propostas de trabalho a serem realizadas em sala de aula e nem discutimos as estratégias que vamos utilizar para a abordagem de um determinado conteúdo […]. Cada um faz da sua maneira e não partilhamos as nossas experiências. Infelizmente, não existe um espírito de colaboração entre os professores. Precisamos discutir os nossos planos de aula (EMRG a 21/02/2011).

A experiência em sala de aula realizada no decorrer do estudo reforçou questões de atitude importantes para a didática. Por diversas vezes, notou-se a ansiedade e a preocupação da Professora-caso com a reação dos alunos na utilização de uma ferramenta nova, aspeto que foi igualmente se acentuado relativamente ao nível de motivação dos mesmos para atingirem os objetivos traçados para a aula. Registou-se, então, o reconhecimento da professora quanto à exigência do processo de adoção de novas estratégias de condução das aulas, contrariando a posição inicial dada na PE, quando a própria tinha dito que iria ser fácil a realização da experiência com o GeoGebra. Note-se o tom de preocupação do seu relato:

> "Por se tratar da primeira aula com utilização de uma ferramenta nova, senti-me um pouco nervosa e preocupada quanto à reação dos alunos. Estava preocupada em saber se eles iriam se sentir suficientemente motivados para alcançar os objetivos propostos" (ERAG a 10/02/2011).

Em outro momento, aquando da resolução da Ficha 1 – Explorando o GeoGebra 2 –, a intervenção da Professora-caso teve um destaque, com base no conhecimento adquirido nas dimensões matemática e didática. Passou a intervir de modo consciente na ação, tomando uma medida adequada e eficaz no momento em que deu orientação explícita aos alunos para a utilização da barra de comandos, conforme se evidencia no excerto seguinte:

> "Na questão 6, apesar de não ter sido solicitado explicitamente, esperava-se que os alunos utilizassem a barra de comandos para calcular a soma dos dois segmentos, mas nenhum grupo o conseguiu, pelo que tive que intervir dando orientações explícitas para a sua utilização" (ERAG a 11/02/2011).

Na Ficha 2, desenvolveu-se o trabalho entre pares, o que constituiu uma oportunidade de a Professora-caso acompanhar a troca de impressões entre os alunos. Na reflexão sobre essa aula, notou-se a preocupação da mesma em procurar meios para superar as lacunas manifestadas pelos seus alunos, recorrendo a instrumentos de construção para uma melhor compreensão dos conceitos em estudo, como evidencia o excerto seguinte:

> "Pode-se afirmar que, de um modo geral, os alunos conseguiram atingir os objectivos almejados, apesar de algumas dificuldades manifestadas por alguns na assimilação de algumas propriedades da translação. Para complementar, recorremos à utilização de instrumentos de construção para uma melhor compreensão dos conceitos em estudo" (ERAG a 21/02/2011).

Na realização da Ficha 3, ao solicitar que o aluno A5 respondesse ao ponto 2.3.2, o que ele fez incorretamente, a professora avaliou-o automaticamente com um "*Está errado*!". Pediu que o aluno A7 ajudasse o colega e este também respondeu incorretamente. Então, o A2 prontificou-se a responder, fazendo-o também de forma incorreta. Pelos insucessos consecutivos, a Professora-caso elevou o tom de voz e solicitou a resposta à A20 que acertou. Neste caso, não criou nem uma interação nem uma oportunidade de refletir sobre as "falhas" dos alunos, passando à questão seguinte.

Estes aspetos foram posteriormente considerados pela Professora-caso na reflexão da aula referida acima, resultando na mudança da mesma para uma atitude de reflexão, mais empenho e dedicação ao seu desenvolvimento profissional, com efeito na melhoria da aprendizagem dos seus alunos. No momento da reflexão sobre a aula da Ficha 4, ciente de que a mudança nas metodologias requer dedicação, aprendizagem, tempo e determinação, decidiu que devia lutar para inovar e melhorar a aprendizagem dos seus alunos, que queria mudar a sua metodologia, reconhecendo-a como menos eficaz para a aprendizagem deles, ainda que essa atitude acarretasse mais trabalho:

> "Senti que muitas vezes não dei espaço para os alunos organizarem os seus pensamentos. Fui muito direta ao indicar algumas estratégias de resolução das tarefas quando fui chamada pelos grupos. Realmente em vez de pedir aos alunos para apagar o que estava feito, deveria ter-lhes questionado sobre as suas resoluções.
> Não é fácil para um professor que está acostumado a trabalhar numa metodologia tradicional de ensino ter que mudar de repente a sua metodologia que já está enraizada por 27 anos. Esse processo é exigente e moroso e não acontece de um dia para outro. Mas estou trabalhando para mudar a minha estratégia de ensino com vista à melhoria da aprendizagem dos alunos. É isto que interessa. Com o tempo hei-de conseguir (ERAG a 25/02/2011).

Esta tomada de consciência, apresentada como se fosse um "desabafo", mostra a coragem da professora em fazê-lo como um "ganho" difícil de se obter. Invoca-se, nesta análise, a sua relação com o perfil do professor-reflexivo na sua satisfação quanto à oportunidade da formação. Para Alarcão (2001), ser professor reflexivo significa ter a atitude de se assumir como inteletual que criticamente questiona e se questiona.

Considerando o ensino uma "profissão de consciência" (Freeman, 1989), é de primordial importância que o professor esteja consciente das suas formas de ensinar, seus pontos fracos e fortes, visando explorar formas e meios para melhorar a sua prática letiva, constituindo-se, assim, a consciencialização da prática letiva um dos fatores importantes para o sucesso do ensino, como a Professora-caso anota:

> "Tive que pedir a ajuda da Formadora quando solicitei aos alunos para comparar os vetores $(-\vec{u}\ -\vec{v})$ e $(\vec{u}+\vec{v})$ com a utilização da ferramenta do GeoGebra "Relação entre dois objectos". Um grupo obteve a resposta "Vetor $\vec{z}$ e vetor $\vec{w}$ são colineares". Confesso que não esperava esta resposta, mas devia prever. Atrapalhei-me em explicar aos alunos. Ainda bem que a Formadora estava presente, pois ajudou-me muito! Por isso, temos que apostar mais nas formações com acompanhamento em sala de aula. Só assim os professores se vão sentir à-vontade em aplicar os conhecimentos em formação" (ERAG a 25/02/2011).

Nesse momento de reflexão sobre a aula, nota-se ainda uma autoconsciencialização da Professora-caso quanto à exigência do processo de ensino e de aprendizagem na adoção de novas metodologias:

> "Nunca imaginei que trabalhar uma aula de Matemática com recurso às ferramentas informáticas dava tanto trabalho. Pensei que fosse mais fácil. O processo é muito cansativo mas é outra forma de trabalhar a Matemática. E, realmente, para inovar as nossas práticas letivas, temos que nos aplicar. É para isso que estou a lutar, para inovar a minha prática letiva para a melhoria da aprendizagem dos alunos" (ERAG a 25/02/2011).

Na reflexão decorrente da aplicação da Ficha 5, a Professora-caso referiu que precisa de mudar de estratégias, ao questionar os alunos para os poder levar a desenvolver os seus próprios pensamentos:

> "Não dar a resposta imediata aos alunos quando questiono ou quando percebo que pensaram incorretamente, para desenvolver uma tarefa, é um aspeto que ainda requer melhoria. Tenho que tomar mais cuidado para poder levar os alunos a desenvolver os seus pensamentos. Por exemplo, em vez de questionar o A12 sobre a estratégia utilizada no desenho do quadrilátero, disse-lhe logo para apagar e fazer novamente o desenho com a ferramenta polígono. Infelizmente, ainda, por muitas vezes continuo a indicar as estratégias de resolução das tarefas para os alunos. Estou a lutar contra isto mas não é fácil. Tenho que me questionar e os questionar mais" (ERAG a 01/03/2011).

Um aspeto que marca a realidade das escolas em Cabo Verde e que foi assinalado no percurso da experiência são as turmas numerosas. Apesar de a teoria (didática geral/específica) focalizar os benefícios de uma aprendizagem em turmas reduzidas, na prática isso não tem sido implementado, como refere a nossa fonte:

> "Já li algures que era fácil a condução de uma aula com suporte às tecnologias e na altura concordei. Hoje tenho uma posição totalmente contrária. Para se trabalhar nesta modalidade, os professores devem ter menos turmas e as turmas não podem ter mais do que 20 alunos" (ERAG a 03/03/2011).

Com o avanço da formação e da experiência acompanhada, a Professora-caso assumiu o questionamento permanente, visando identificar as melhores estratégias na resolução das tarefas propostas, com a valorização da interação entre pares e o estímulo à discussão de ideias na sala a partir dos erros.

Na reflexão sobre a aula, ao assumir que devia aproveitar o momento de apresentação da Ficha para rever o conceito de orientação de ângulos, na medida em que, no momento de trabalho autónomo, alguns alunos tiveram dificuldades, a Professora-caso evoluiu na sua auto-avaliação. Realmente, reconheceu que é vantajoso estar mais atenta no momento da apresentação das propostas de trabalho a serem desenvolvidas pelos alunos. Como defende Ponte (2005a), o seu sucesso depende de como a tarefa é apresentada e da forma como a mesma é conduzida durante o trabalho autónomo do aluno:

> "Acho que os objetivos da aula foram razoavelmente alcançados. No momento de apresentação da Ficha, devia ter feito uma revisão sobre a orientação de ângulos. Durante o momento de trabalho autónomo, percebi que alguns alunos apresentaram dificuldades neste assunto. Devia ter dado mais atenção a este aspeto" (ERAG a 04/03/2011).

Convocar os alunos para opinar sobre as respostas dos colegas e não dar respostas diretas aos mesmos ainda constituem desafios a serem superados pela Professora-caso:

> "Senti que consegui proporcionar vários momentos de interação em sala de aula, apesar de ainda ter consciência das minhas fragilidades relativamente à condução das aulas com suporte a uma ferramenta informática. Persiste o erro de nem sempre chamar outros grupos para opinar sobre as resoluções dos colegas. Às vezes, sem querer, acabo dizendo que a resposta está errada e dou logo a solução" (ERAG a 04/03/2011).

Os registos evidenciaram, inicialmente, a necessidade de melhoria no acompanhamento dos alunos na sala de aula, dando mais atenção às soluções ou estratégias apontadas por estes. A Professora-caso reconheceu que os alunos precisam de um tempo para tomarem decisões. Assumiu a importância de investir noutras estratégias de resolução das tarefas (melhoria didática), argumentando mesmo que alunos diferentes precisam de tempos diferentes na resolução de tarefas (melhoria didática/metodológica).

Ao relacionar as dificuldades experimentadas pelos alunos com o contexto inovador em que se aplicava a experiência no domínio da intervenção pedagógica da Professora-caso, torna-se digno de registo que, o desenvolvimento de uma aula com suporte de um recurso tecnológico se enquadra num processo moroso e exigente. Reconhecendo as suas fragilidades, os percursos e as limitações dos próprios alunos, a Professora-caso mostra-se preocupada e consciente da necessidade de mudar:

> "Em alguns momentos senti que não dei espaço à participação de alguns alunos para promover mais discussões sobre as respostas apresentadas pelo A9 e pelos seus colegas. Sem querer, agora com menos frequência, perpetua-se o erro de dizer ao aluno que a resolução apresentada está errada e de indicar os procedimentos de resolução das tarefas, quando o devia questionar sobre a sua resposta ou pedir a análise dos outros colegas" (ERAG a 07/03/2011).

Nesta passagem, a Professora-caso analisa os seus procedimentos e, ao considerar um *erro* a sua prática menos adequada e recorrente, mostra-se exigente na sua avaliação e determinada na sua vontade de mudar. Por diversas vezes, numa atitude de abertura em aprender com os seus alunos, a Professora-caso utilizou os seus *erros* para novas aprendizagens. Compreendeu a necessidade de dar mais atenção individual aos alunos e de estar permanentemente vigilante e em circulação, orientando as resoluções das tarefas propostas e evitando a "fuga" dos alunos pelas estradas da *Internet*.

Na realização da Ficha 11, a Professora-caso, por estar concentrada no trabalho com o computador, não deu a devida atenção aos alunos, a alguns por não os ter ouvido, a outros, mesmo respondendo, por não atender exatamente às solicitações (DB, 11/03/2011).

Entretanto, notou-se um esforço da Professora-caso em melhorar a sua atitude, como se verifica no episódio seguinte. Após ter falado com o aluno de uma forma pouco adequada, procurou saber a estratégia utilizada pelo mesmo para chegar ao resultado:

A14: Professora é assim?

Professora-caso: Não! Está errado! Como fizeste? (TDSSAGF a 11/03/2011)

No decorrer da experiência, notou-se um progresso notável, em termos de mudança de atitudes de aula para aula: passa-se a ter uma professora mais reflexiva e atenta à adoção de estratégias, conjugando as potencialidade do *software* GeoGebra e os materiais de medição e construção para melhorar a aprendizagem, despendendo uma atenção diferenciada na orientação de determinados alunos, por exemplo, recorrendo à interação entre pares e assumindo estar a aprender com os seus próprios alunos. Reconheceu, nas suas reflexões, que passou a ter mais preocupação em questionar os alunos, promovendo assim a comunicação Matemática em sala de aula: "*Tenho tido mais preocupação em formular as questões aos alunos para que participem mais, em pedir aos alunos para indicar outras formas de resolver uma determinada tarefa para ver se desenvolvem a capacidade da comunicação Matemática*" (ERAG a 14/03/2011).

No final da experiência, na realização da última Ficha – Pavimentações e Frisos –, a Professora-caso já conseguiu deixar os alunos mais à-vontade para procurarem as suas próprias estratégias. Na reflexão sobre essa ficha, apontou a necessidade de os desafiar com problemas de grau de complexidade crescente em vez de exercícios, de modo a colocá-los em situações de investigação e a produzir a uma melhor aprendizagem. A capacidade de reflexão desenvolvida pela professora durante o acompanhamento do trabalho dos alunos foi fundamental na orientação dos mesmos para a prossecução dos objetivos almejados. Ela própria avaliou as necessidades e identificou as oportunidades de melhoria, visando estimular os alunos a pensar, como aconteceu no final da aplicação da referida ficha:

> "Quando lhes disse que ninguém utilizou as Isometrias para o desenho das pavimentações responderam, em coro, que, no enunciado do problema, não foi indicada a resolução do problema com recurso às Isometrias.
> Temos que habituar os nossos alunos a trabalhar mais problemas de exploração e investigação, pois eles estão mais habituados a trabalhar os exercícios. É preciso trazer problemas mais complexos para a aula de modo a estimular os alunos a pensar" (ERAG a 17/03/2011).

Do acompanhamento da evolução da Professora-caso no modo de dar aulas, pôde-se concluir pela melhoria na sua autoconfiança perante os alunos e numa atitude mais reflexiva sobre as práticas na orientação do trabalho autónomo e numa necessidade de permanente aperfeiçoamento, com melhor autocontrolo na indicação de caminhos para a resolução de tarefas e estratégias a adotar na sala de aula.

1.5.2.3. Depois da formação

A Professora-caso considerou a Ação de Formação como um ganho na sua vida pessoal e profissional e confessou ter aplicado, pela primeira vez e em simultâneo, na sua prática letiva, os conhecimentos adquiridos ao longo de uma formação, o que

> "[...] possibilitou conciliar a teoria e a prática. [Assim], a formação foi ao encontro das minhas necessidades, visto que não me sentia à-vontade em lecionar os conteúdos de Geometria. [E] foi importante a participação ativa da Formadora com os professores na planificação das tarefas. [O] acompanhamento/supervisão da Formadora em sala de aula, permitiu-me um momento de reflexão sobre as minhas aulas e a atuar como orientadora e facilitadora de aprendizagem dos meus alunos" (SE, 23/03/2011).

No final da experiência, registaram-se alguns aspetos atitudinais da Professora-caso que influenciaram positivamente a sua prática letiva:

> "Esta experiência permitiu-me respeitar mais o ritmo de aprendizagem dos alunos […]. Quando nos habituamos a refletir sobre a nossa prática já não conseguimos interromper este processo. Agora, sempre que dou uma aula tento sempre analisar o que correu bem e o que não resultou. Se não resultou, tento compreender porque é que não resultou. Como é que eu poderia fazer diferente para dar certo? Se eu tivesse que repetir essa aula, que alterações faria? Enfim, agora procuro encontrar sempre uma explicação para avaliar a minha aula. É um bom hábito para a melhoria das nossas práticas" (EMRG a 22/03/2011).

No QFP, nas questões que incidiam sobre a aprendizagem, a Professora-caso concordou plenamente, como a maioria dos professores, com 3 das quatro afirmações apresentadas de que o uso de *softwares* dinâmicos da Geometria pode: "contribuir para uma aprendizagem, mais autónoma e responsável", "potenciar uma aprendizagem interativa", "potenciar uma aprendizagem significativa", sendo a única do grupo a concordar parcialmente com a afirmação "tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela". Neste parâmetro, todos os outros professores concordaram em absoluto (QFP, 22/03/11).

Portanto, pode concluir-se que a Professora-caso passou a atribuir mais importância ao uso das tecnologias informáticas no ensino.

Nas questões relacionadas com a gestão dos *softwares* educativos em sala de aula, a Professora-caso concordou em absoluto que o uso de *softwares* dinâmicos de Geometria pelos alunos pode ser mais apropriado para uma exploração em pares. Concordou parcialmente que podem ser mais apropriados para uma exploração individual, em grupos de alunos mais alargados e pelo professor com toda a turma. Por ordem de preferência, os professores consideraram que o uso de *softwares* dinâmicos de Geometria é mais apropriado para uma exploração em grupos de alunos mais alargados, seguida da exploração em pares de alunos e pelo professor, com toda a turma e, por fim, para uma exploração individual (QFP, 22/03/11).

A Professora-caso não hesitou em reconhecer e aceitar que a melhor compreensão dos conceitos e caraterísticas das Isometrias através do GeoGebra, propiciada pela formação, constitui uma mais-valia para o professor melhorar a sua prática letiva. Também reconheceu que é mais uma oportunidade de reflexão sobre as práticas letivas dos professores, constituindo um desafio para a adoção de novas estratégias de ensino de Geometria (QFP, 22/03/11).

Assim como os colegas, a Professora-caso recomendou a utilização dos *softwares* educativos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e foi de opinião de que estes recursos podem motivar os alunos e possibilitar-lhes a aprendizagem da Matemática de uma forma inovadora (QFP, 22/03/11).

Após a realização da experiência, contrariando a posição inicial, a Professora-caso mudou a sua perceção sobre a facilidade de realização de uma aula suportada pelo GeoGebra. Reconheceu ter passado por algumas dificuldades na implementação da estrutura planificada, considerando ser "[...] *uma metodologia muito mais exigente do que a tradicional*". A título de exemplo, considerou que:

> "[...] o acompanhamento dos alunos na avaliação de todo o processo de aprendizagem; a forma de orientar a aula; as questões imprevistas que surgiram; a falta de destreza de alguns alunos na utilização do computador fez com que, em vários momentos, alguns terminassem as tarefas antes do tempo estipulado, enquanto outros, atrasados nas suas resoluções, provocaram um certo atraso no desenvolvimento da aula" (SE, 23/03/2011).

Apesar de toda a exigência desta metodologia de ensino, a Professora-caso concluiu que valeu a pena ter realizado a experiência:

> "Foi tão boa a experiência que gostaria de repeti-la com outros conteúdos; já fiz uma proposta aos meus colegas para constituirmos um grupo de estudo e de pedirmos apoio à Universidade de Cabo Verde para o acompanhamento deste grupo; pretendo fazer um Mestrado na área de Matemática e Tecnologias Educativas para o meu desenvolvimento pessoal e profissional" (SE, 23/03/2011).

Finalmente, reconheceu que a estrutura utilizada para as aulas trouxe vantagens para a aprendizagem dos conteúdos abordados na medida em que:

> "[...] os alunos conseguiram autonomamente identificar as propriedades das Isometrias, o que não tinha acontecido das outras vezes que lecionei estes conteúdos. Também permitiu uma melhor participação de alguns alunos que habitualmente não participavam ativamente nas aulas, fato que me surpreendeu bastante e ao mesmo tempo me agradou muito" (SE, 23/03/2011).

Deste modo, foi possível concluir pela importância da planificação, primeiro, e depois da implementação em sala de aula. A participação na construção dos seus próprios conhecimentos didáticos começou a ser visível logo de início. Pelas reflexões feitas e pelos resultados obtidos em termos de interação e criação de condições de trabalho favoráveis à aprendizagem da Matemática, foi possível verificar que a Professora-caso conseguiu aplicar os novos conhecimentos, com elevada capacidade. A isto se junta a atitude positiva em relação a todo esse processo, tendo consciência não só do que fazia, mas sobretudo, do que devia mudar. O seu sentimento final em relação à utilidade da formação e da experiência no seu desenvolvimento pessoal e profissional mostrou a inversão da situação inicialmente relatada no início. Foi evoluindo em relação aos diversos aspetos da planificação das aulas, diversificando as tarefas e promovendo novas dinâmicas de sala de aula.

Constatou-se também, em reforço ao ilustrado anteriormente, uma evolução verdadeiramente significativa nas competências didáticas da Professora-caso, apropriando-se de estratégias de ensino inovadoras e mais adequadas a uma abordagem construcionista e sócio-construtivista da aprendizagem da Matemática e manifestando-se determinada na auto-reflexão conducente a um desenvolvimento profissional constante.

2. Turma-caso

2.1. Perfil/Caraterização

A turma que participou do presente estudo contava com 21 alunos, dividindo-se os inquiridos em sete (7) do sexo masculino e catorze (14) do feminino. Aquando da aplicação do questionário inicial, a média de idade dos alunos era de 13 anos, sendo pertencentes a famílias de diferentes classes sociais. Os processos, facultados pelo Subdiretor-Administrativo e Financeiro, mostravam um número significativo proveniente de famílias carenciadas.

Na sua maioria, os alunos mostravam gosto pela matemática, apesar de enfrentarem dificuldades na disciplina. Inicialmente os alunos não assinalaram experiências matemáticas interessantes vividas nas suas aulas, tendo-se observado uma rotina de aulas assentes numa matriz muito tradicional.

Relativamente ao uso do computador, notou-se que apenas uma minoria dos alunos registou que tinha acesso a esse recurso em casa e que nenhum deles o podia usar na escola. A esmagadora maioria dos alunos assinalou gostar de utilizar o computador, mostrando-se interessados em usar este recurso nas suas aulas, valorizando o seu uso no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Apesar de a maioria ver neste equipamento um recurso de entretenimento e considerá-lo importante para as aulas de Matemática, nenhum aluno conhecia um *software* educativo para a aprendizagem e prática desta disciplina.

Fez-se uma análise de índole quantitativa da turma toda, quer em termos de questionários, quer em termos de fichas e de testes e, depois, tentou-se afunilar a análise dos processos de resolução para 4 pares de alunos ou, quando se justificasse, dos alunos que constituíam estes pares, tanto nas fichas de trabalho como nos testes. Os testes foram realizados de forma individual mas as fichas foram desenvolvidas individualmente, em pares e grupos de 3 alunos. Este procedimento pressupõe ter-se considerado a aprendizagem como um ato social e circunscrita a uma comunidade de aprendizagem.

Atendendo ao número ímpar de alunos que constituíam a turma (21), foram trabalhadas 9 fichas de forma individual (Fichas 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 13 e 14), e 5 em pares (Fichas 1, 2, 6, 7 e 15), havendo ainda um grupo de três para estas. Foram constituídos grupos de 3 elementos, no desenvolvimento da Ficha 12. Em quatro pares, os 8 alunos foram enquadrados nos grupos G1 (A12 e A13), G3 (A11 e A14), G4 (A10 e A20) e G10 (A2 e A9). Dos grupos de três alunos, estes pertenceram ao G1 (A2, A8 e A9), G3 (A12, A13, A21), G5 (A10, A11 e A14) e G6 (A15, A17 e A20), na resolução da Ficha 12. Por opção própria, apenas os alunos A10 e A20 não ficaram no mesmo par na realização dessa Ficha, tendo a Professora-caso respeitado as suas opções.

No momento inicial da experiência, a análise dos questionários aplicados aos alunos e das produções realizadas nos testes e nas fichas de trabalho, assim como das entrevistas aplicadas à Professora-caso, incidiu não apenas na avaliação das competências geométricas mas, igualmente, nas competências tecnológicas que os alunos conseguiram mostrar. O ponto seguinte descreve, analisa e discute o percurso dos alunos durante a experiência, efetuando a transcrição dos aspetos mais relevantes e comentários, sempre que necessário.

2.2. Competências geométricas

2.2.1. Conhecimentos e capacidades

2.2.1.1. Antes da experiência

O QIA evidenciou que 13 alunos tinham sido bons alunos na disciplina de Matemática e 8 não. Nos anos anteriores e nesse em que se realizou a experiência, 10 alunos referiram sentir dificuldades em Matemática em todos os anos, 6 em nenhum destes anos, 4 apenas em anos anteriores e um referiu ter enfrentado algumas dificuldades no ano da realização da experiência. Os alunos afirmaram ter tido mais dificuldade nos conteúdos abordados nas unidades Funções e Equações numéricas do 1º grau.

As dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem das Isometrias foram dignas de registo pela Professora-caso, no momento da PE (22/12/2010), apontando como fatores justificadores de tal situação a abstração do tema, a falta de condições materiais na escola e o facto de os alunos, na sua maioria, não trazerem os seus materiais de trabalho para as aulas. Por fim, acrescentou a realidade de turmas numerosas e o tempo (50 minutos) destinado à aula ser insuficiente.

Solicitados a descrever alguma experiência especialmente interessante vivida em anos anteriores a Matemática, 18 referiram que as atividades de Olimpíadas de Matemática e o Jogo de 24, este realizado com os estagiários no dia da Matemática, tinham sido os mais marcantes. Três alunos mencionaram que o estudo de alguns tópicos matemáticos, nomeadamente geometria, funções (construção de gráficos) e proporcionalidade constituíram uma experiência interessante.

No momento de Familiarização com o GeoGebra – os alunos, em pares, exploram o GeoGebra com base na Ficha 1, constituída por duas partes – Explorando o GeoGebra 1 e Explorando o GeoGebra 2.

Na primeira parte, todos os grupos responderam corretamente às questões 2, 4 e 7 e nenhum acertou às questões 5 e 11. Com exceção da questão 10, em que apenas 4 grupos determinaram corretamente as medidas solicitadas, metade ou mais de metade dos grupos respondeu de forma correta a todas as outras questões, sendo 1, 6 e 8 as mais acertadas. Mais de metade dos grupos respondeu de forma incompleta à questão 5. Houve ausência de respostas na maioria das questões, sendo 9.1 e 11 as que registaram maior frequência na ausência de resposta, como se vê a seguir:

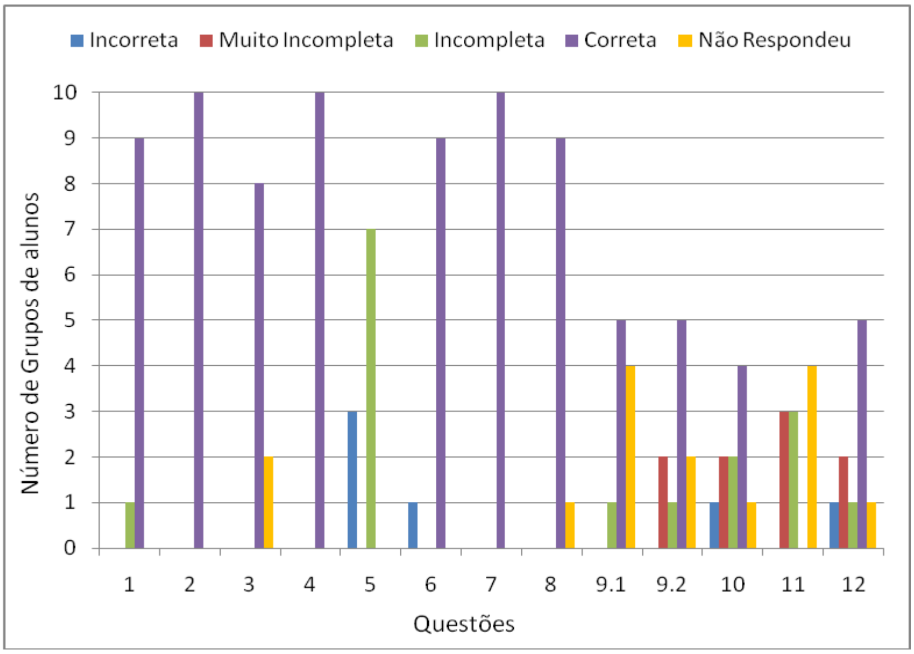


Gráfico 3. Resultados obtidos nas várias questões na Ficha 1- Explorando o GeoGebra 1

O grupo 1 não conseguiu realizar a ficha por completo, tendo ficado por responder as questões 3, 8, 9 e 11. (Ver a produção do grupo na figura seguinte)

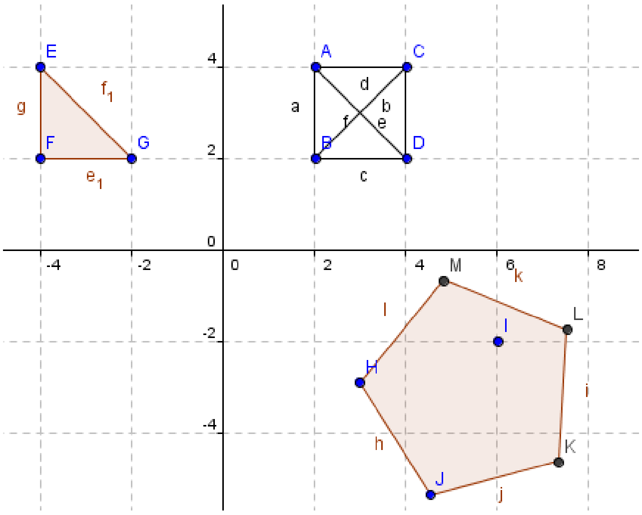


Figura 68. Resposta do grupo 1 à Ficha “Explorando o GeoGebra 1” no GeoGebra

O grupo 3 saiu-se bem nesta Ficha, apenas respondendo de forma incompleta às questões 5 e 11 e acertando todas as outras. (Ver o trabalho realizado no GeoGebra na figura seguinte).

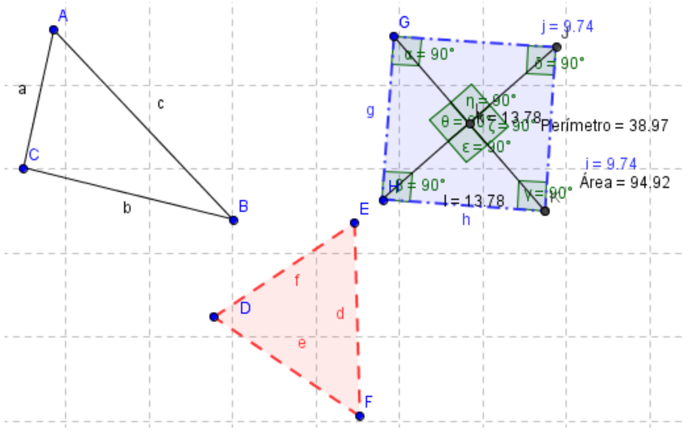


Figura 69. Resposta do grupo 3 à Ficha "Explorando o GeoGebra 1" no GeoGebra

O grupo 4 mostrou um bom desempenho nesta ficha, tendo respondido de forma incompleta à questão 5; não respondeu à questão 11 e acertou as restantes (Ver a sua produção na figura seguinte).

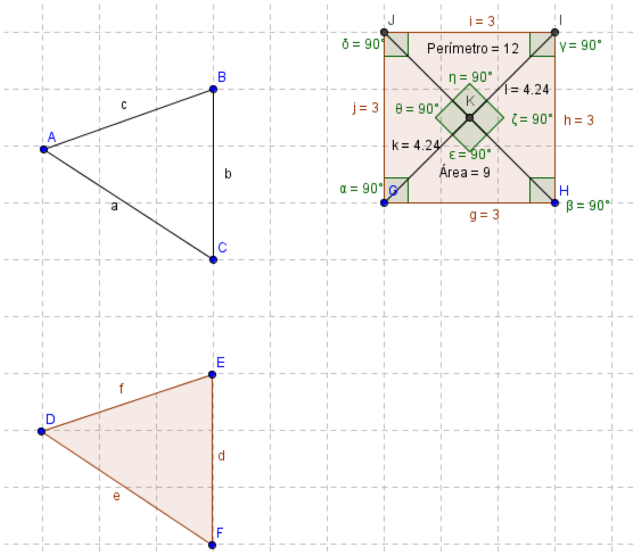


Figura 70. Resposta do grupo 4 à Ficha "Explorando o GeoGebra 1" no GeoGebra

O grupo 10 também obteve bons resultados nesta Ficha. Errou apenas uma (questão 5), respondeu de forma incompleta às questões 10, 11 e 12 e acertou todas as outras, resultando na figura seguinte.

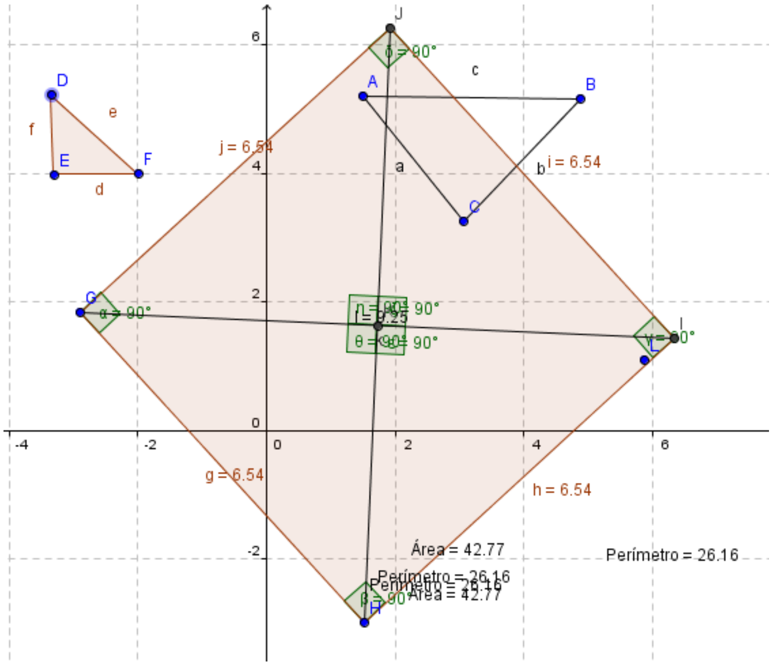
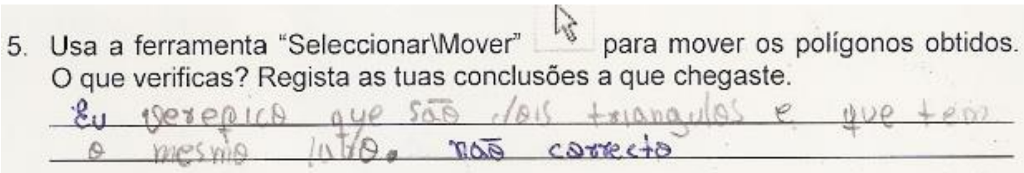


Figura 71. Resposta do grupo 10 à Ficha “Explorando o GeoGebra 1” no GeoGebra

Na questão 5, os alunos tinham de concluir que não era possível arrastar o polígono que foi construído pela união dos pontos através da ferramenta “segmento definido por dois pontos”. Os grupos 3 e 4 perceberam esta situação, mas apresentaram de forma incompleta as suas conclusões e os grupos 1 e 10 registaram-nas de forma incorreta, conforme ilustra o exemplo de resposta dos grupos 1 e 4 nas figuras seguintes.


5. Usa a ferramenta “Seleccionar\Mover” para mover os polígonos obtidos. O que verificas? Regista as tuas conclusões a que chegaste.

Eu verefico que são dois triangulos e que tem o mesmo lado. não correcto

Figura 72. Resposta do grupo 1 à questão 5 da Ficha “Explorando o GeoGebra 1”

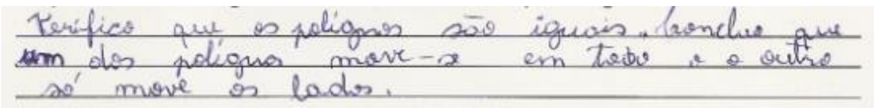

Verifico que os polígonos são iguais. Concluo que um dos polígonos move-se em todo e o outro só move os lados.

Figura 73. Resposta do grupo 4 à questão 5 da Ficha “Explorando o GeoGebra 1”

Pela resposta dada nesta questão, notou-se que o grupo 1 não percebeu o que era solicitado na questão 5. Dos 4 grupos, apenas este grupo não conseguiu calcular o perímetro e a área do quadrado porque construíram-no com a ferramenta “segmento definido por dois pontos”.

Nesta fase inicial, não foi possível aos alunos aproveitarem as potencialidades do GeoGebra para compreender as propriedades do quadrado. Como estavam a resolver uma tarefa desta natureza pela primeira vez, precisavam de mais atenção no momento de sua resolução. Nos 3 grupos que responderam incompletamente à questão 11, estão incluídos os alunos dos grupos 3 e 10. O grupo 10 notou que as medidas se alteraram e registou as medidas de perímetro e da área.

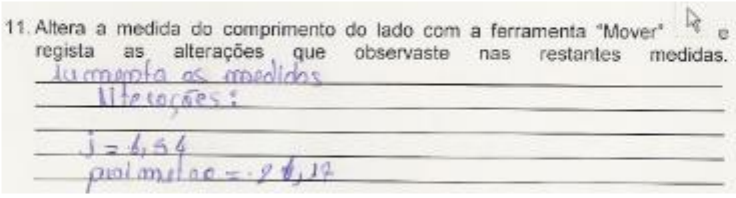

11. Altera a medida do comprimento do lado com a ferramenta "Mover" e regista as alterações que observaste nas restantes medidas.
aumenta as medidas
Alterações:
j = 6,54
perimetro = 26,17

Figura 74. Resposta do grupo 10 à questão 11 da Ficha "Explorando o GeoGebra 1"

Nessa tarefa, era necessário perceber que, se a medida do comprimento dos lados aumentasse, aumentariam também as medidas de comprimento das diagonais do quadrado, o perímetro e a medida da área. Além de anotar estas alterações, também era esperado compreender que as medidas de amplitude dos ângulos interno do quadrado e dos ângulos definidos pelas suas diagonais se mantinham invariantes e iguais a 90º. Neste caso, o grupo 3 conseguiu ver que, apesar da alteração da medida de comprimento do lado, os lados continuavam iguais entre si e os ângulos não se alteraram. No entanto, não se referiu ao perímetro nem à medida de área, conforme se constata na resposta da figura seguinte:

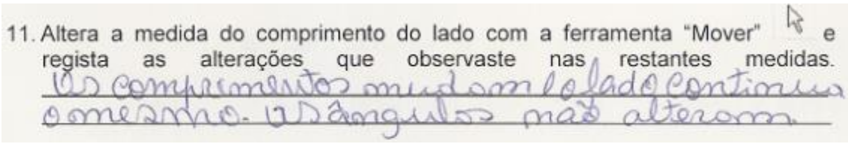

11. Altera a medida do comprimento do lado com a ferramenta "Mover" e regista as alterações que observaste nas restantes medidas.
Os comprimentos mudam o lado continua o mesmo. Os ângulos não alteram.

Figura 75. Resposta do grupo 3 à questão 11 da Ficha "Explorando o GeoGebra 1"

Dos 4 grupos, apenas o grupo 10 não acertou a questão 12, tendo-lhe respondido de forma incompleta. O grupo 1 respondeu de forma correta à questão 12, apesar de ter respondido de forma muito incompleta à questão 10 e não ter respondido à questão 11 que lhe permitia completar as frases sobre as propriedades de um quadrado. Presume-se que o grupo utilizou o conhecimento prévio para responder a esta questão.

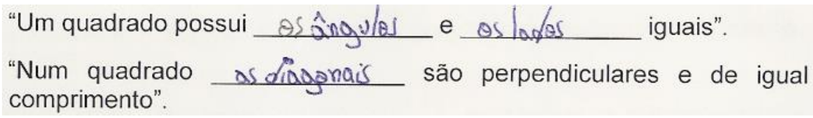

"Um quadrado possui os ângulos e os lados iguais".
"Num quadrado as diagonais são perpendiculares e de igual comprimento".

Figura 76. Resposta do grupo 1 à questão 12 da Ficha "Explorando o GeoGebra 1"

Logo no início da experiência, a falta de pré-requisitos ao nível de conhecimentos geométricos foi anotada pela observadora quando registou algumas dificuldades dos alunos na interpretação e utilização de representações matemáticas. Pode evidenciar-se esta falta de pré-requisitos com a incorreção da resposta de um elemento do grupo 7, o A12, sobre a definição de pontos não colineares. No entanto, o A10, do grupo 4, prontificou-se a responder e, com permissão da Professora-caso, disse corretamente: “São pontos que não estão na mesma linha”.

O A13, ao ser questionado pela Professora-caso sobre a definição de um triângulo respondeu: “É uma reta”. Imediatamente interrompido pela Professora-caso, permaneceu em silêncio no momento seguinte. O aluno A11, tentando ajudar o colega, por iniciativa própria e com consentimento da professora respondeu: “É um polígono constituído por três lados diferentes”. Esta resposta desencadeou uma oportunidade de revisão de conteúdos geométricos (classificação de triângulos quanto aos ângulos e aos lados).

O A12 não soube indicar o número de vértices de um quadrado, o que mereceu da parte da Professora-caso a exclamação “- Como não sabes!”. Até ao final da aula, o aluno A12 manteve-se em silêncio.

Dando seguimento à familiarização com o *software* GeoGebra, em relação à ficha anterior, na parte ‘Explorando o GeoGebra 2’, o número de respostas em branco diminuiu significativamente. Todos os grupos responderam corretamente às questões 3 e 5; a esmagadora maioria, às questões 2 e 6 e a maioria às questões 4 e 1. Todos os grupos responderam de forma incompleta à questão 9; a esmagadora maioria à questão 7 e a maioria à questão 8.

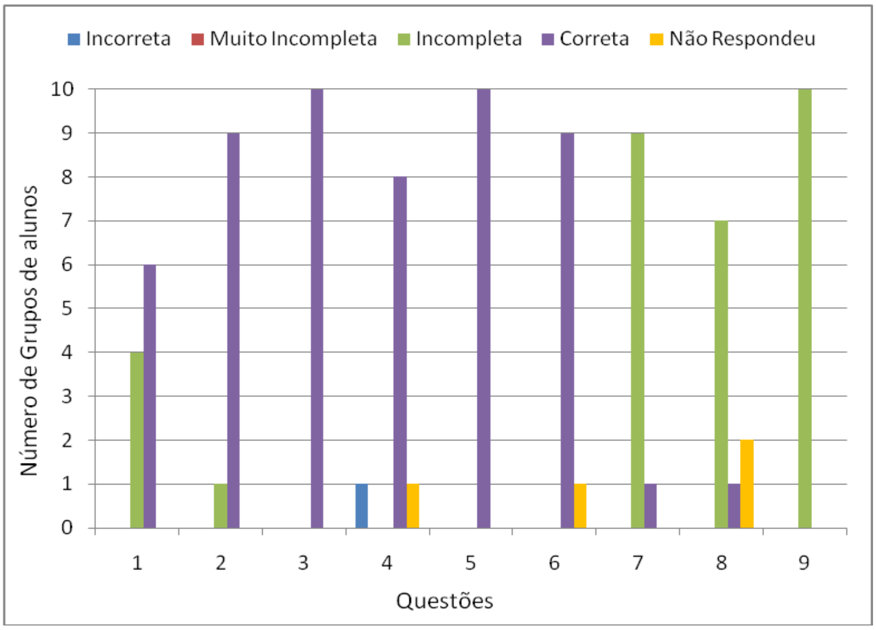


Gráfico 4. Resultados obtidos nas várias questões na Ficha 1- Explorando o GeoGebra 2

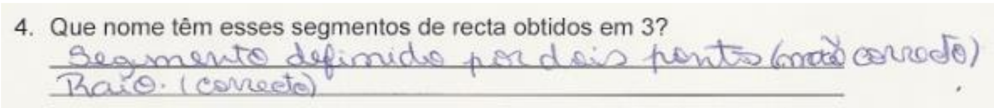
O grupo 1 melhorou significativamente o seu desempenho em relação à ficha anterior. Se antes deixara 4 respostas por responder, agora trabalhou todas, tendo acertado 6 (questões de 1 a 6) e respondido a 3 de forma incompleta (questões 7, 8 e 9).

O grupo 3 situou-se no mesmo nível da ficha anterior. Respondeu à questão 4 de forma incorreta, incompleta às questões 7 e 9 e acertou às restantes.

Apesar de agora ter respondido a todas as questões, o grupo 4 teve menos sucesso nesta ficha, tendo respondido de forma incompleta às questões 1, 7, 8 e 9 e acertado as outras.

O grupo 10 baixou o seu desempenho nesta Ficha. Na ficha anterior tinha respondido a todas as questões, mas nesta não respondeu a duas (4 e 6), tendo respondido de forma incompleta às questões 7, 8 e 9 e acertado as restantes.

Na questão 1, o grupo 4 apresentou a sua resposta incompleta porque não alterou a designação do centro da circunferência. A questão 2 foi resolvida sem dificuldades pelos grupos 1,3, 4 e 10, como aconteceu com a maioria dos alunos. Na questão 3, todos os grupos utilizaram a ferramenta 'segmento definido por dois pontos' para ligar os pontos marcados sobre a circunferência ao seu centro. Contudo, na questão 4, o grupo 10 não respondeu a esta questão ao passo que o grupo 3 não designou corretamente os segmentos obtidos de raio, como se ilustra a seguir:


4. Que nome têm esses segmentos de recta obtidos em 3?

Segmento definido por dois pontos (não correcto)

Raio. (correcto)

Figura 77. Resposta do grupo 3 à questão 4 da Ficha 1- Explorando o GeoGebra 2

O grupo 1 determinou corretamente a medida do comprimento dos segmentos. Da forma como foi apresentada, os rótulos sobrepostos e no interior das construções dificultaram a identificação dos objetos:

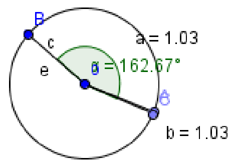


Figura 78. Resposta do grupo 1 à questão 5 da Ficha 1- Explorando o GeoGebra 2

A esmagadora maioria dos grupos, incluindo G1, G3, G4 e G10, registou que a soma das medidas dos dois segmentos obtidos (raios) correspondia à medida de comprimento do diâmetro.

Na resolução das questões 7, 8, e 9, exceto o grupo 3 que acertou a questão 8, os grupos enfrentaram dificuldades porque moveram o ponto definido para o desenho da circunferência, em vez de uma das extremidades dos segmentos desenhados com os dois novos pontos marcados. Assim, ao mover o ponto definido para a construção da circunferência, em vez de ele percorrer a circunferência, aumentava ou diminuía a medida do comprimento do raio.

Nesta fase de familiarização com o GeoGebra, observou-se que houve ganhos quanto ao envolvimento dos alunos na apresentação e discussão das tarefas que pensa ter culminado numa aprendizagem mais significativa dos conteúdos abordados, o mesmo tendo sido corroborado pela Professora-caso na reflexão desta aula quando estabeleceu a comparação com a aula anterior.

No momento seguinte avançou-se para a aplicação do pré-teste teórico e do pré-teste prático. Neste âmbito, os resultados do pré-teste teórico apresentam uma média de 2,24 valores em 20 atribuídos, conforme os dados do gráfico e do quadro seguintes, sendo que, em quinze das 32 questões do teste, todos os alunos obtiveram a cotação de zero valores.

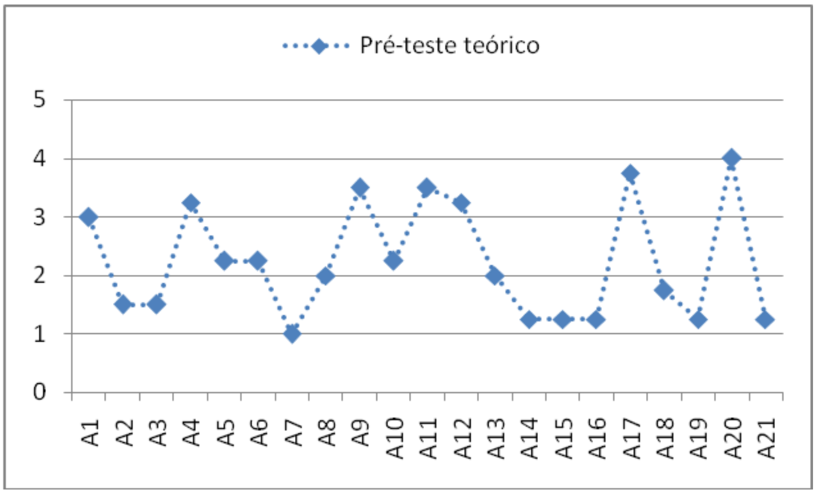


Gráfico 5. Resultados obtidos pelos diversos alunos no pré-teste teórico

Questões	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	2.1	2.1.1	2.1.2	2.2	2.2.1	2.2.2	2.3	2.3.1	2.3.2	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10	3.11	3.12	3.13	3.14	3.15	4	Total	%
Cotação Alunos	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1,5	1,5	0,5	2	1,5	0,5	2	1,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	2	20	100
A1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,25	0	0	0,5	0	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	3	15
A2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0	0,25	0	1,5	7,5
A3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0	1,5	7,5
A4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0	3,25	16,25
A5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,5	0	0,25	0,25	0	0,25	0	0	0,25	0,25	0,25	0	2,25	11,25
A6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0,5	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0	2,25	11,25
A7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0,25	0	0	0	1	5
A8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,25	0	0,5	0	0,25	0	0	0	0,25	0	0,25	0,25	0	2	10
A9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0,25	0,25	0	0,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0	3,5	17,5
A10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,5	0	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	2,25	11,25
A11	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0	0,25	0	0,25	2	3,5	17,5
A12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0,25	0	0,25	0,5	0,5	0,25	0	0	0,25	0,25	0	0,25	0	0,25	0	3,25	16,25
A13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,5	0	0	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0	2	10
A14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	1,25	6,25
A15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0,25	0	0	1,25	6,25
A16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0,25	0	0	1,25	6,25
A17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0,25	0,25	0	0,25	0	0,25	0	0,25	2	3,75	18,75
A18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0.5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0	1,75	8,75
A19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0,25	0,25	0	0	0,25	0	1,25	6,25
A20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,5	0,25	0	0,25	0	0,25	0	0,25	0	0,25	2	4	20
A21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,25	0	0	0	0	0	0,25	0	0,25	0	0,25	0	0	1,25	6,25
Total	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,00	2,00	2,50	2,50	3,00	3,50	1,75	3,75	2,50	2,75	3,25	2,50	3,00	2,50	3,25	6,00	47,00	235,00
%	4,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19,05	38,10	47,62	47,62	28,57	33,33	33,33	71,43	47,62	52,38	61,90	47,62	57,14	47,62	61,90	14,29	11,19	11,19

Quadro 18. Resultados obtidos no pré-teste teórico

Salvo duas situações desenvolvidas pelos alunos A11 e A20, notou-se que os restantes alunos obtiveram pontuação apenas nas questões verdadeiras e falsas, o que nos levou a pensar num acerto ao acaso. Não foram respondidas as restantes questões do teste.

Na situação 1, o aluno A11 conseguiu a cotação total no ponto 1.1. Apesar de não ter conseguido identificar a Isometria que transformou a figura A na figura B, foi o único que apresentou uma justificação aceitável que caraterizava as duas figuras:

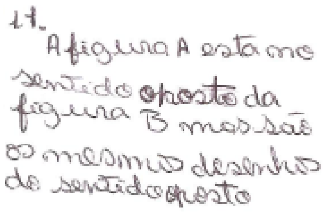


Figura 79. Resposta do aluno A11 ao item 1.1 da questão 1 do pré-teste teórico

Noutra situação, na questão 4, onde se pretendia o desenho de dois retângulos congruentes em que um não fosse a imagem do outro por meio de uma translação, três alunos responderam corretamente. Ver figura seguinte:

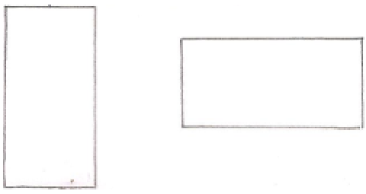


Figura 80. Resposta do aluno A20 à questão 4 do pré-teste teórico

Assim, conclui-se que os alunos não atingiram um nível satisfatório. Os resultados obtidos não atingiram 25% da cotação total do teste teórico.

Os resultados do pré-teste prático, apesar de evidenciarem igualmente competências geométricas, serão apresentados, analisados e discutidos no ponto referente à competência tecnológica.

2.2.1.2. Durante a experiência

A abordagem da unidade didática ‘Isometrias’ suportada pelo GeoGebra contou com a realização de 14 fichas de trabalho, enumeradas de 2 a 15. Todas as fichas de trabalho foram entregues aos alunos por escrito e lidas pela Professora-caso no início das aulas.

Para a abordagem do tema translação, acompanhou-se o desempenho dos alunos na realização das fichas 2, 3, 4, 5 e 6. Os resultados da Ficha 2, sintetizados no gráfico seguinte, mostram que todos os grupos responderam de forma correta aos itens 1.1., 1.2, 1.3, 2.2 e 2.4 e incompleta aos itens 1.4. e 1.5; a maioria respondeu corretamente aos itens 4.2 (9 registos), 4.1 (8 registos) e 2.3 (7 registos) e incompleta ao item 3.1 e não respondeu à questão 4, com 6 registos cada; metade dos grupos respondeu incompleta ou corretamente ao 2.1 e não respondeu à questão 3. Registaram-se respostas incorretas nos itens 1.6, 2.3, 3.1 e 4.2, com mais frequência nos dois primeiros itens – três registos cada. Os itens 1.6 e 3.1 foram os únicos nos quais não foi registada qualquer resposta correta. Apenas um grupo acertou a questão 5, mas nenhum o errou completamente, como se conclui pela análise do gráfico seguinte:

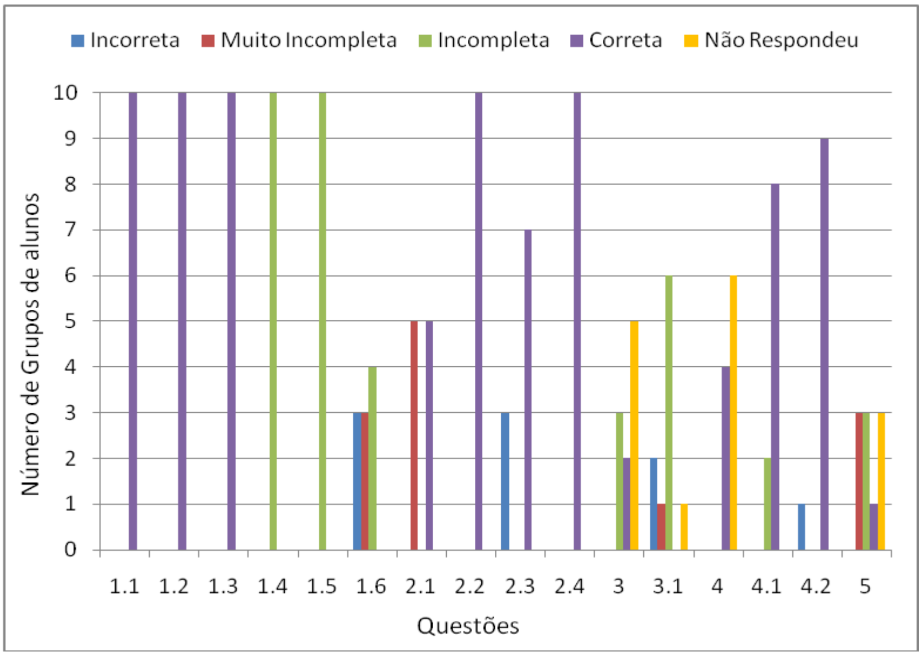


Gráfico 6. Resultados obtidos nas várias questões na Ficha 2

O envolvimento e o entusiasmo observados na utilização do GeoGebra foram de tal modo que a maioria dos grupos da turma se esqueceu de registar as suas conclusões na Ficha. Por exemplo, todos os grupos conseguiram observar que as medidas determinadas nos itens 1.4 e 1.5 se mantinham após a alteração da medida de comprimento ou a direção do vetor, mas nenhum formulou as suas conclusões na Ficha. Entretanto, durante a correção da Ficha percebeu-se, nas respostas orais, que alguns grupos tinham concluído que os comprimentos dos lados e as amplitudes dos ângulos se mantinham. Por exemplo, o grupo 1 observou: [*AC*] *tem o mesmo comprimento que* [*A'C'*], [*BC*] *é igual a* [*B'C'*] *e* [*AB*] *é igual a* [*A'B'*]; *ângulo A é igual ao ângulo A', ângulo B é igual ao ângulo B', ângulo C é igual ao ângulo C'*.

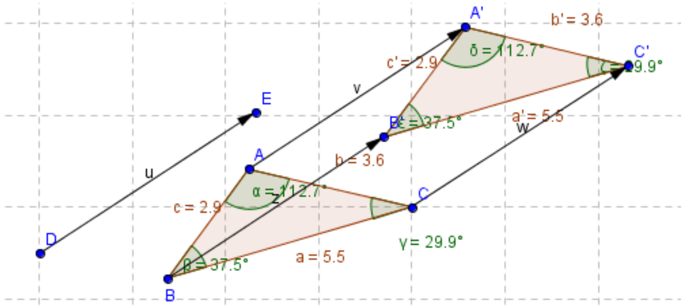
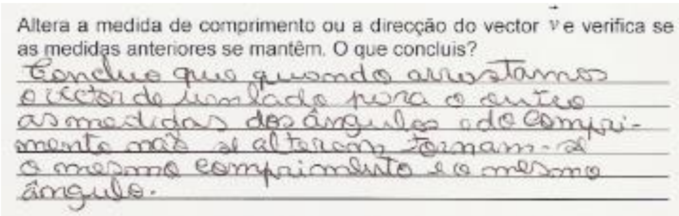


Figura 81. Resposta do grupo 1 aos itens 1.4. e 1.5 da questão 1 da Ficha 2

Nota-se nesta fase que a maior parte dos alunos conseguiu ver as propriedades dos objetos pela alteração da medida de comprimento ou da direção do vetor. Contudo, não completaram as suas respostas, como ilustra o exemplo a seguir:

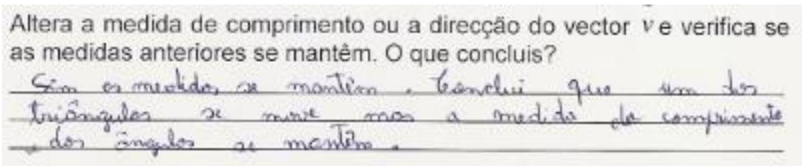


Altera a medida de comprimento ou a direcção do vector $\vec{v}$ e verifica se as medidas anteriores se mantêm. O que concluis?

Conclui que quando arrastamos o vector de translado para o outro as medidas dos ângulos e do comprimento não se alteram, formam-se o mesmo comprimento e o mesmo ângulo.

Figura 82. Resposta do grupo 3 ao item 1.6 da questão 1 da Ficha 2

O grupo 4, assim como a maioria da turma, através da manipulação dos objetos, conseguiu perceber que as medidas dos triângulos se mantinham mas não formulou com rigor a sua resposta.

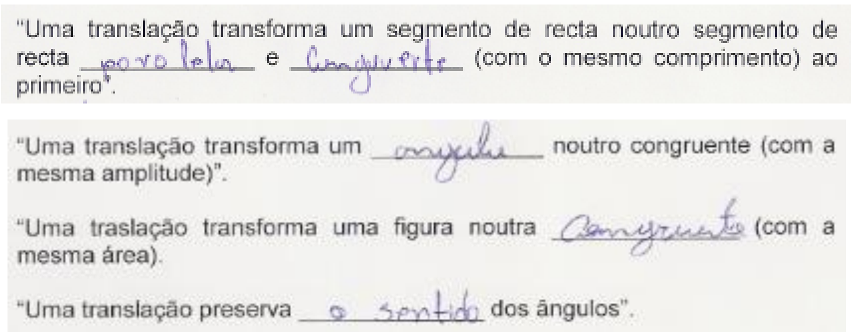


Altera a medida de comprimento ou a direcção do vector $\vec{v}$ e verifica se as medidas anteriores se mantêm. O que concluis?

Sim as medidas se mantêm. Conclui que um dos triângulos se move mas a medida de comprimento dos ângulos se mantêm.

Figura 83. Resposta do grupo 4 ao item 1.6 da questão 1 da Ficha 2

Das respostas obtidas na questão 2, pode concluir-se que o GeoGebra foi importante para os alunos entenderem o conceito e propriedades de translação, como se ilustra na resposta seguinte:



"Uma translação transforma um segmento de recta noutro segmento de recta paralelo e congruente (com o mesmo comprimento) ao primeiro".

"Uma translação transforma um ângulo noutro congruente (com a mesma amplitude)".

"Uma traslação transforma uma figura noutra congruente (com a mesma área).

"Uma translação preserva o sentido dos ângulos".

Figura 84. Resposta do grupo 10 à questão 2 da Ficha 2

Dos seis grupos que responderam à questão 3, metade fê-lo sem definir o vetor solicitado. Na comparação das caraterísticas do vetor definido com o vetor associado à translação, item 3.1, ninguém o fez de forma completa. Notou-se que os alunos não tinham noção do que é um vetor e desconheciam os elementos necessários para a sua caraterização. Antes de se trabalhar a Isometria translação, devia-se explorar o conceito de vetor pois nenhum dos grupos deste estudo soube comparar, de forma correta, as caraterísticas dos vetores.

O grupo 3, à semelhança dos outros grupos, utilizou a ferramenta do GeoGebra para estabelecer a comparação entre os vetores. Pela resposta apresentada (ver figura seguinte), nota-se que a maioria não refletiu sobre o resultado obtido no ambiente de trabalho do GeoGebra.

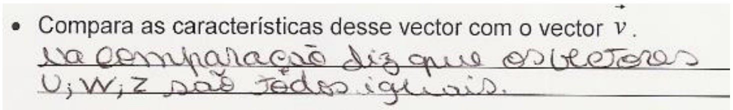
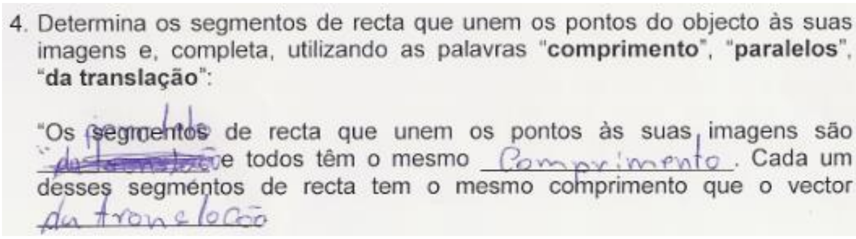

• Compara as características desse vector com o vector $\vec{v}$.
Na comparação diz que os vectores U;W;Z são todos iguais.

Figura 85. Resposta do grupo 3 ao item 3.1 da Ficha 2

O grupo 1, assim como apenas alguns alunos da turma, foi capaz de calcular as distâncias entre os pontos e as suas respetivas imagens, mas não determinou os segmentos de reta que unem os pontos objetos às suas imagens. Por isso respondeu incompletamente à primeira afirmação.


4. Determina os segmentos de recta que unem os pontos do objecto às suas imagens e, completa, utilizando as palavras "**comprimento**", "**paralelos**", "**da translação**":

"Os segmentos de recta que unem os pontos às suas imagens são ~~[illegible]~~ e todos têm o mesmo Comprimento. Cada um desses segmentos de recta tem o mesmo comprimento que o vector da translação

Figura 86. Resposta do grupo 1 às afirmações da questão 4 da Ficha 2

Contrariamente aos outros alunos da turma, o grupo 4 deu uma resposta aceitável para a questão 5:

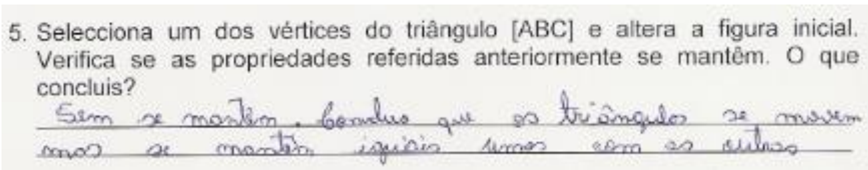

5. Selecciona um dos vértices do triângulo [ABC] e altera a figura inicial. Verifica se as propriedades referidas anteriormente se mantêm. O que concluis?
Sim se mantêm. Concluo que os triângulos se movem mas se mantêm iguais uns com os outros

Figura 87. Resposta do grupo 4 à questão 5 da Ficha 2

Ao transcrever o diálogo (Anexo XVI) relativo ao trabalho entre pares da Ficha 2, percebe-se que o grupo 3 não chegou a explorar a tarefa proposta na questão 5 para tirar uma conclusão. Quando o grupo verificou a alteração das medidas dos ângulos, não foi observada nem registada discussão/reflexão sobre o trabalho desenvolvido. Como aconteceu com a maioria dos grupos da turma, assim que o grupo 3 obteve a alteração da medida dos ângulos, anotou logo a observação feita e deu a tarefa por terminada.

A figura seguinte apresenta o resultado do trabalho autónomo deste grupo.

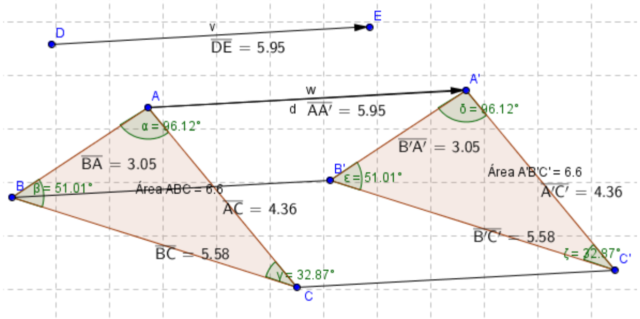


Figura 88. Resposta do grupo 3 à Ficha 2 no GeoGebra

Por outro lado, no conjunto de todas as tarefas desenvolvidas, é digna de registo a dificuldade da maioria dos alunos em transpor as suas ideias para a linguagem matemática e em vários momentos, não refletiram sobre os resultados obtidos (respostas obtidas nos itens 1.6 e 3.1).

Na maioria dos casos, pode-se afirmar que houve aprendizagem do conceito de translação, no modo como, durante a própria correção das fichas, os alunos foram competindo entre si para responder e/ou desenvolver as respostas, embora, em alguns, se tenha notado uma falta de hábito na organização do discurso e no registo das observações feitas aquando da identificação das propriedades da translação, conforme as situações acima apresentadas.

Na Ficha 3 – Aplicações da Translação no plano euclidiano –, um aluno faltou a aula.

Os alunos, principalmente na questão 3, mostraram desempenho positivo, conforme registado no gráfico a seguir:

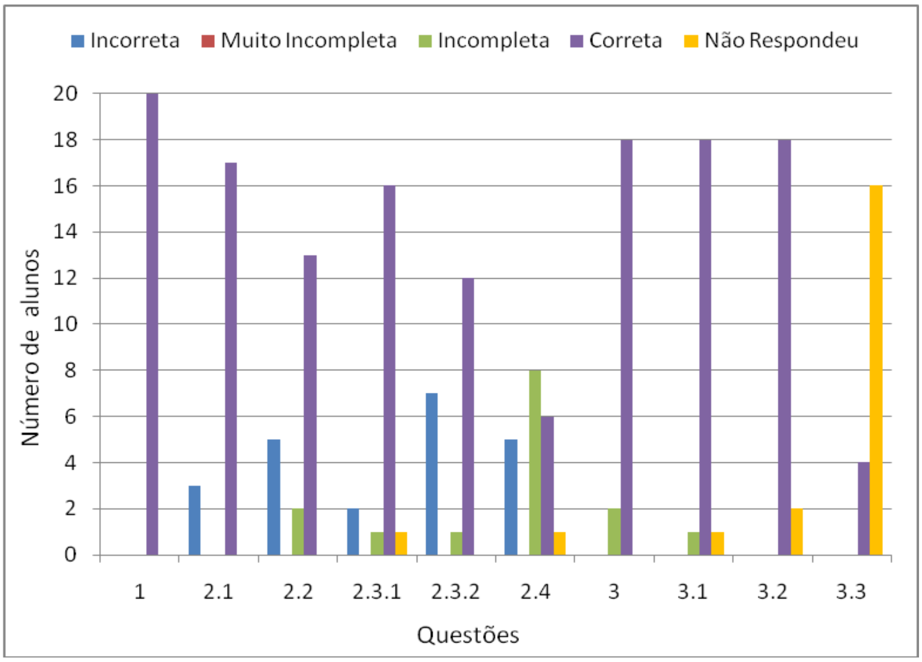


Gráfico 7. Resultados obtidos nas várias questões na Ficha 3

A primeira questão foi a única respondida corretamente por todos os alunos. Para a escolha da imagem do pentágono [ABCDE] na translação associada ao vetor $\overrightarrow{FG}$, como aconteceu com a maioria da turma, o aluno A12, por exemplo, determinou os segmentos que unem os pontos dos objetos às suas imagens para relacionar a sua direção com o vetor associado à translação, conforme ilustra a figura seguinte:

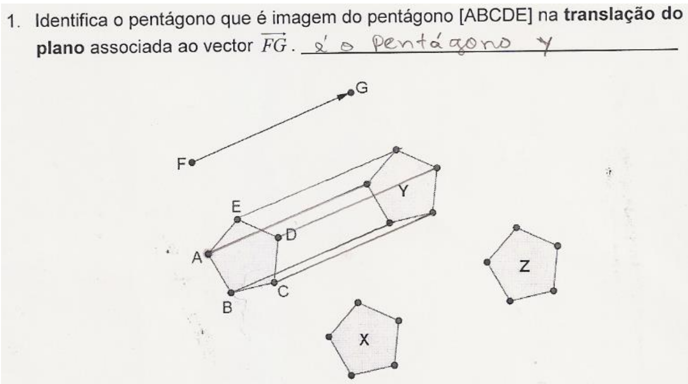
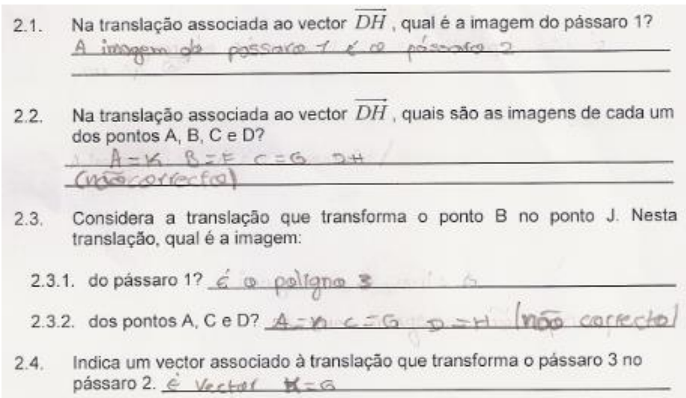


Figura 89. Resposta do aluno A12 à questão 1 da Ficha 3

Em relação à segunda questão, organizada em 4 itens, com exceção do item 2.4, verificou-se que a maioria dos alunos respondeu de forma correta. Os alunos enfrentaram mais dificuldades na resolução do subitem 2.3.2 e do item 2.4. No subitem 2.3.2, sete responderam de forma incorreta (incluindo os alunos A2, A9 e A14), um de forma incompleta e os restantes acertaram. No item 2.4, seis alunos responderam de forma incorreta (incluindo os alunos A2 e A9); sete de modo incompleto; seis apresentaram respostas corretas, e um aluno não respondeu. A maioria apreendeu o conceito de translação, mas alguns não. Um caso exemplificativo desta situação foi o do aluno A14 (ver resposta na figura seguinte) que respondeu de forma correta apenas ao item 2.1; incompleta às 2.3.1 e 2.4 e incorreta às 2.2. e 2.3.2:


2.1. Na translação associada ao vector $\overrightarrow{DH}$, qual é a imagem do pássaro 1?
A imagem do passaro 1 é o pássaro 2

2.2. Na translação associada ao vector $\overrightarrow{DH}$, quais são as imagens de cada um dos pontos A, B, C e D?
A=K B=E C=G D=H
(não correcto)

2.3. Considera a translação que transforma o ponto B no ponto J. Nesta translação, qual é a imagem:

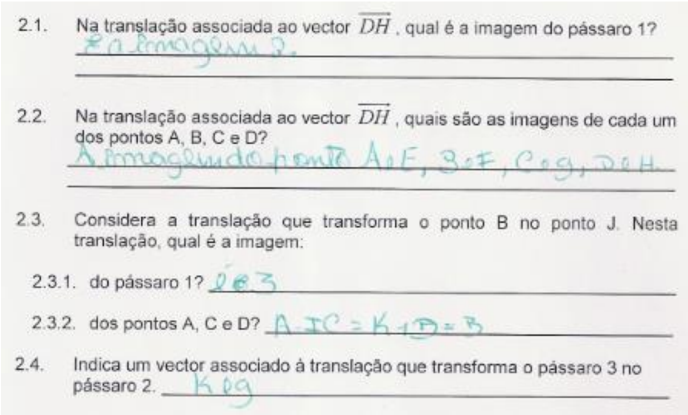
2.3.1. do pássaro 1? é o poligno 3

2.3.2. dos pontos A, C e D? A=N C=G D=H (não correcto)

2.4. Indica um vector associado à translação que transforma o pássaro 3 no pássaro 2. é Vector K=G

Figura 90. Resposta do aluno A14 à questão 2 da Ficha 3

Contrariamente ao aluno A14, que teve muitas dificuldades na resolução desta questão, o aluno A11 que fazia parte do mesmo grupo, na ficha anterior, na situação de trabalho entre pares, obteve melhores resultados na realização desta tarefa. O aluno A11, com exceção do item 2.4, a que respondeu de forma incompleta, por falta de rigor na escrita do vetor, resolveu todos os outros de forma acertada, conforme ilustrado na figura seguinte:


2.1. Na translação associada ao vector $\overrightarrow{DH}$, qual é a imagem do pássaro 1?
É a imagem 2.

2.2. Na translação associada ao vector $\overrightarrow{DH}$, quais são as imagens de cada um dos pontos A, B, C e D?
A imagem do ponto A é E, B é F, C é G, D é H.

2.3. Considera a translação que transforma o ponto B no ponto J. Nesta translação, qual é a imagem:

2.3.1. do pássaro 1? 2 é 3

2.3.2. dos pontos A, C e D? A: I C = K e D = B

2.4. Indica um vector associado à translação que transforma o pássaro 3 no pássaro 2. K e G

Figura 91. Resposta do aluno A11 à questão 2 da Ficha 3

A questão 3 foi respondida pela grande maioria de forma correta, exceto o item 3.3. em que se registou ausência de respostas pela maioria (16) e apenas 4 respostas foram acertadas. Apenas dois alunos, inclusive o A14 que chegou à aula com 30 minutos de atraso e A19, não conseguiram terminar a sua construção. A14 chegou à aula com 30 minutos de atraso e o A19 estava distraído com a Internet.

Relativamente a este registo, na reflexão sobre esta aula, a Professora-caso reconheceu a importância da criação de espaços em aula para confrontos de soluções, mostrando-se consciente da necessidade de maior promoção de discussão e reflexão no momento de apresentação das resoluções contribuindo, assim, para um maior interesse e aprendizagem dos alunos. Sobre este aspeto, Branco (2014, p. 48), na realização de uma experiência, através de tarefas de exploração e de investigação na aprendizagem da Geometria, com alunos de uma turma do 10º ano, concluiu que:

> "A discussão e apresentação do trabalho desenvolvido pelos alunos é uma fase fundamental do trabalho de investigação, por isso carece de atenção por parte do professor. Este momento é propício para desafiar e incentivar os alunos a aprofundarem a investigação, a refletirem sobre o trabalho realizado, a criticarem e questionarem as ideias dos outros, a apresentarem argumentos que convençam os colegas e também os professores".

Para a abordagem do tema "vetores e propriedades de vetores" desenvolveu-se a Ficha 4 com três questões, numa sessão que colocou grandes desafios quer para a Professora-caso quer para os alunos. A maior parte destes teve muitas dificuldades na realização das tarefas, principalmente nas questões 1 e 3 que envolviam as operações com vetores.

Ilustram-se os resultados desta ficha no gráfico seguinte. Da sua análise, salvo os itens 1.1, 1.2, 1.4 e 3.2.5, pode-se concluir que a categoria 'Correta' é a que registou maior frequência. Os pontos 1 e 2, com 10 registos; 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 e 3.2.6, com 9 registos; 3.2.4, com 8 registos; 1.3, 3.1.1 e 3.1.2, com 7 registos; 3.1.3 e 3.1.4, com 6 registos. Verifica-se que metade dos alunos respondeu de forma incompleta ao item 1.1, não respondeu ao 1.4, respondeu correta ou incorretamente ao subitem 3.2.5.

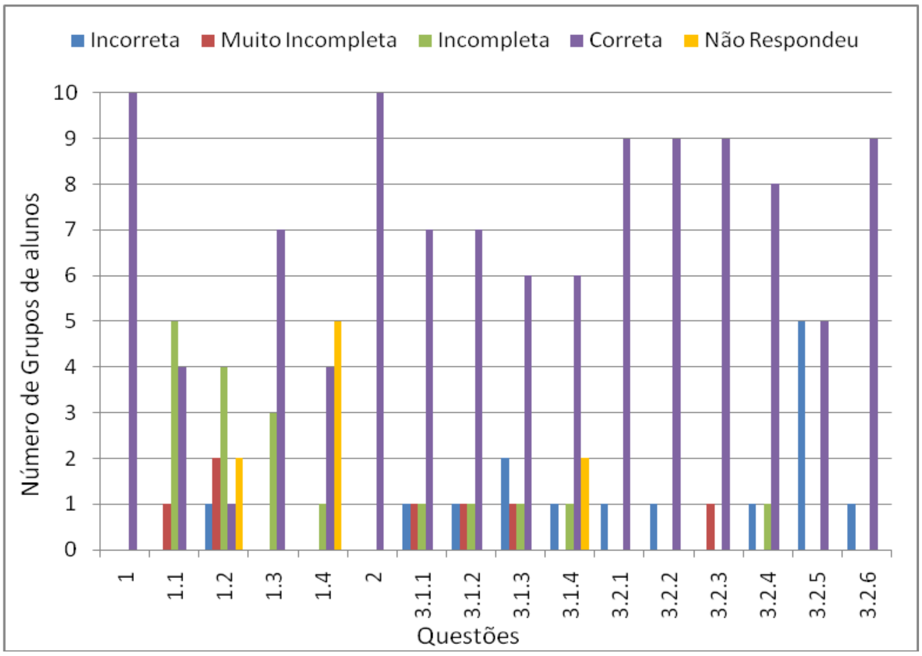
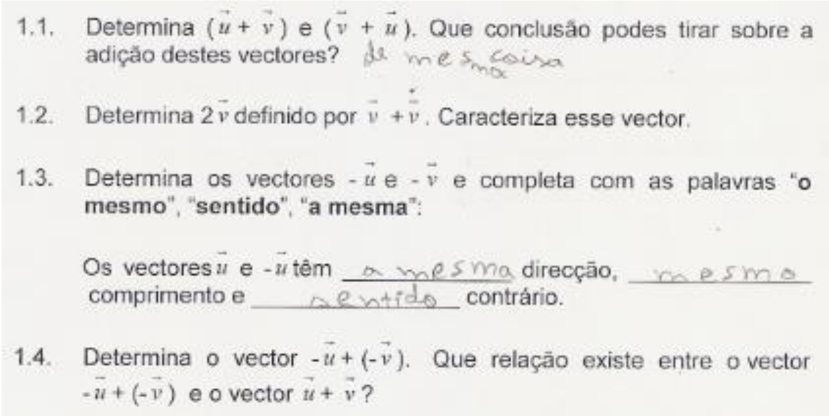


Gráfico 8. Resultados obtidos nas várias questões na Ficha 4

Nenhum grupo apresentou resultados expressivos na realização da questão 1. Por exemplo, o grupo 1 respondeu de forma muito incompleta ao item 1.1, não respondeu aos itens 1.2 e 1.4 e respondeu de forma correta ao item 1.3, apesar de não ter feito o desenho dos vetores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ no GeoGebra, conforme regista o exemplo abaixo da Ficha:


1.1. Determina ($\vec{u} + \vec{v}$) e ($\vec{v} + \vec{u}$). Que conclusão podes tirar sobre a adição destes vectores? dá mesma coisa

1.2. Determina $2\vec{v}$ definido por $\vec{v} + \vec{v}$. Caracteriza esse vector.

1.3. Determina os vectores $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$ e completa com as palavras "**o mesmo**", "**sentido**", "**a mesma**":

Os vectores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ têm a mesma direcção, mesmo comprimento e sentido contrário.

1.4. Determina o vector $-\vec{u} + (-\vec{v})$. Que relação existe entre o vector $-\vec{u} + (-\vec{v})$ e o vector $\vec{u} + \vec{v}$?

Figura 92. Resposta do grupo 1 à questão 1 da Ficha 4

O grupo 3 respondeu corretamente aos itens 1.2 e 1.3, sem desenhar os vetores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ no GeoGebra, conforme solicitado em 1.3 e respondeu de forma incompleta aos itens 1.1. e 1.4. No item 1.4, apesar de ter determinado no GeoGebra o vetor $-\vec{u}+(-\vec{v})$, não estabeleceu a sua relação com o vetor $\vec{u}+\vec{v}$. Apresenta-se a seguir a resolução da questão 1 no GeoGebra por este grupo:

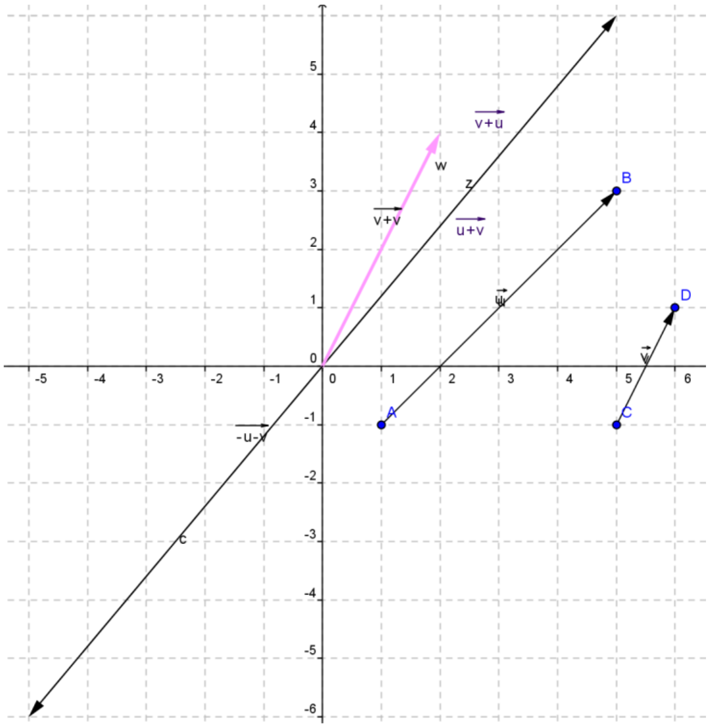
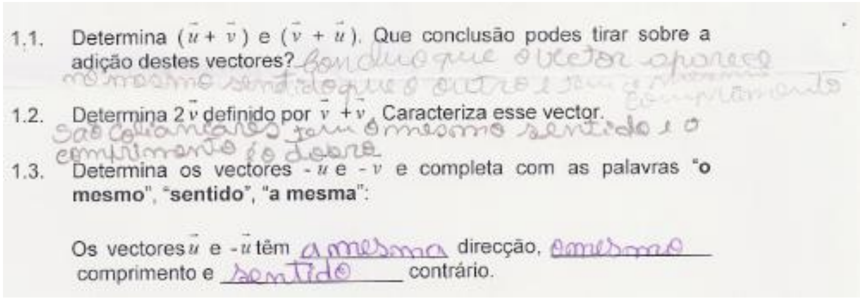


Figura 93. Resposta do grupo 3 à questão 1 da Ficha 4 no GeoGebra



1.1. Determina $(\vec{u} + \vec{v})$ e $(\vec{v} + \vec{u})$. Que conclusão podes tirar sobre a adição destes vectores? Concluo que o vector aparece no mesmo sentido que o outro e tem o mesmo comprimento

1.2. Determina $2\vec{v}$ definido por $\vec{v} + \vec{v}$. Caracteriza esse vector.
São colineares têm o mesmo sentido e o comprimento é o dobro

1.3. Determina os vectores $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$ e completa com as palavras "**o mesmo**", "**sentido**", "**a mesma**":

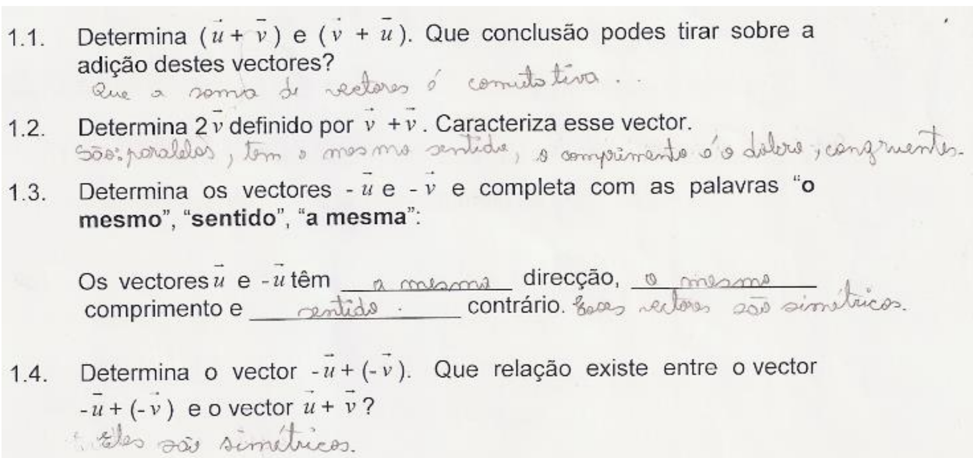
Os vectores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ têm a mesma direcção, o mesmo comprimento e sentido contrário.

Figura 94. Resposta do grupo 3 à questão 1 da Ficha 4

A propósito das ilustrações acima, registou-se no comportamento global da turma uma série de aspetos dignos de consideração. Um deles diz respeito ao modo como os alunos foram aderindo ao desafio de responder às questões, apesar de o grau de dificuldade e exigência das mesmas, no domínio do recurso GeoGebra, ir aumentando. Por diversas vezes, a turma mostrou-se agitada por não conseguir interpretar as operações de vetores realizadas, o que os levou a apelar constantemente à presença e atenção da Professora-caso. Um outro aspeto que demonstra a dificuldade sentida tem a ver com a exigência de estabelecer conexão entre a folha algébrica e a folha gráfica. Quando a atenção dos alunos não estava redobrada, os mesmos ora faziam perguntas em busca dos resultados, ora se enganavam na interpretação dos mesmos (DB, 24/02/2011).

Como se disse anteriormente, a resolução desta ficha constituiu um duplo desafio, quer para os alunos quer para a professora-caso, pois as limitações de tempo de aula e o domínio da ferramenta interferiram de certo modo na identificação dos elementos para a caraterização de vetores no geral.

Apesar das dificuldades acima relatadas, o grupo 4 (A10 e A20) saiu-se bem nesta questão. Excetuando-se o item 1.2, a que respondeu de forma incompleta, acertou todos os outros:



1.1. Determina $(\vec{u} + \vec{v})$ e $(\vec{v} + \vec{u})$. Que conclusão podes tirar sobre a adição destes vectores?
Que a soma de vectores é comutativa. .

1.2. Determina $2\vec{v}$ definido por $\vec{v} + \vec{v}$. Caracteriza esse vector.
São: paralelos, têm o mesmo sentido, o comprimento é o dobro, congruentes.

1.3. Determina os vectores $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$ e completa com as palavras "**o mesmo**", "**sentido**", "**a mesma**":

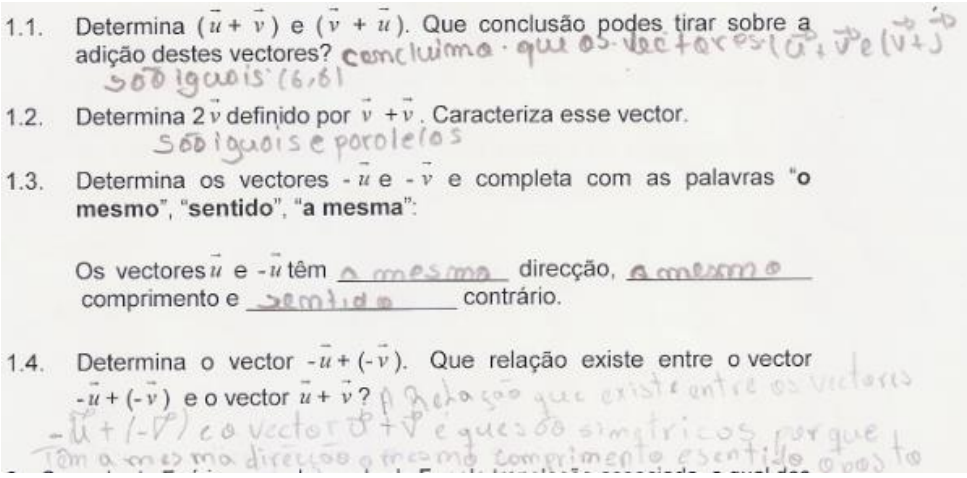
Os vectores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ têm a mesma direcção, o mesmo comprimento e sentido contrário. Esses vectores são simétricos.

1.4. Determina o vector $-\vec{u} + (-\vec{v})$. Que relação existe entre o vector $-\vec{u} + (-\vec{v})$ e o vector $\vec{u} + \vec{v}$?
Eles são simétricos.

Figura 95. Resposta do grupo 4 à questão 1 da Ficha 4.

Este grupo mostrou-se mais empenhado, com destaque para o aluno A10, tendo-se mesmo identificado momentos de avanço no raciocínio iniciado pela Professora-caso, ao retirar conclusões sobre os vetores simétricos após a professora ter discutido as caraterísticas dos vetores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ e $(\vec{u}+\vec{v})$ e $(-\vec{u}-\vec{v})$ com o grupo (DB, 24/02/2011).

O grupo 10 saiu-se relativamente bem na mesma questão, tendo respondido de forma incompleta ao item 1.1 (porque não soube expressar corretamente por escrito a sua ideia); muito incompleta ao item 1.2 e acertado aos itens 1.3 e 1.4.



1.1. Determina $(\vec{u}+\vec{v})$ e $(\vec{v}+\vec{u})$. Que conclusão podes tirar sobre a adição destes vectores? concluimo que os vectores $(\vec{u}+\vec{v})$ e $(\vec{v}+\vec{u})$ são iguais (6,6)

1.2. Determina $2\vec{v}$ definido por $\vec{v}+\vec{v}$. Caracteriza esse vector. São iguais e paralelos

1.3. Determina os vectores $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$ e completa com as palavras "**o mesmo**", "**sentido**", "**a mesma**":

Os vectores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ têm a mesma direcção, o mesmo comprimento e sentido contrário.

1.4. Determina o vector $-\vec{u}+(-\vec{v})$. Que relação existe entre o vector $-\vec{u}+(-\vec{v})$ e o vector $\vec{u}+\vec{v}$? A Relação que existe entre os vectores $-\vec{u}+(-\vec{v})$ e o vector $\vec{u}+\vec{v}$ é que são simétricos porque têm a mesma direcção o mesmo comprimento e sentido oposto

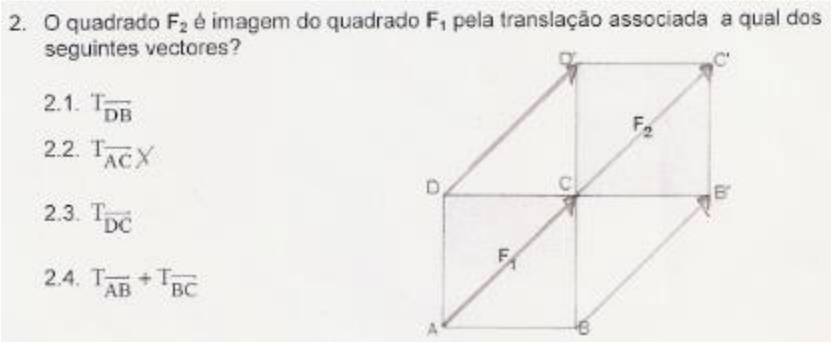
Figura 96. Resposta do grupo 10 à questão 1 da Ficha 4

Notou-se a dificuldade do grupo 10 em expressar e justificar as suas ideias no momento de apresentação da resolução da questão 1. O A9 do grupo 10 leu o enunciado do ponto 1 e o A2 executou-o no GeoGebra. Por sua vez, o A9 explicou os procedimentos para a resolução deste ponto:

> Na caixa 3 selecionámos vetor e clicámos duas vezes na zona gráfica e apareceu o vetor $\vec{u}$. Depois clicámos mais duas vezes e apareceu o vetor $\vec{v}$. Depois arrastámos os vetores e colámos na posição como está na ficha. Depois fomos na barra de entrada, escrevemos $\overrightarrow{u+v}$ e $\overrightarrow{v+u}$ e demos *Enter*. Depois concluímos que $(\vec{u}+\vec{v})$ e $(\vec{v}+\vec{u})$ são iguais (TMSFGF, 24/02/2011).

Nesta questão, observou-se que os alunos não conseguiram estabelecer a conexão entre a Geometria e a Álgebra para trabalharem as propriedades dos objetos. A representação dupla dos objetos possibilitada pelo GeoGebra teria auxiliado na exploração das tarefas propostas.

Na questão 2, os grupos 2, 7, 9 e 10 assinalaram as duas opções corretas e os restantes grupos assinalaram apenas uma opção: os grupos 1, 3, 5 e 6, o item 2.2 e os grupos 4 e 8 o item 2.4. Ilustra-se de seguida a resposta do grupo 3 a esta questão.


2. O quadrado F_2 é imagem do quadrado F_1 pela translação associada a qual dos seguintes vectores?

2.1. $T_{\overline{DB}}$

2.2. $T_{\overline{AC}}$ X

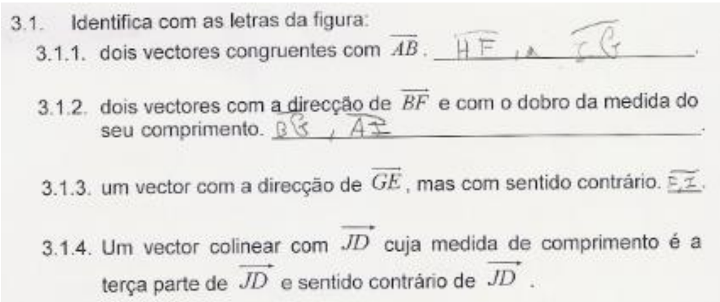
2.3. $T_{\overline{DC}}$

2.4. $T_{\overline{AB}} + T_{\overline{BC}}$

Figura 97. Resposta do grupo 3 à questão 2 da Ficha 4

Observa-se que para a escolha do vetor, o grupo realizou a translação do quadrado F_1 associada ao vetor $\overrightarrow{AC}$ e obteve o quadrado F_2.

Os alunos da turma melhoraram significativamente o seu desempenho na questão 3 em relação à questão 1, como se pode verificar pelo resultado obtido pelo grupo 1. No item 3.1, este grupo respondeu corretamente aos subitens 3.1.1, 3.1.2 e 3.1.3 e não respondeu ao 3.1.4. No item 3.2 errou os subitens 3.2.1 e 3.2.2 e acertou nos restantes. À semelhança dos grupos 3 e 5, em nenhum dos itens o grupo 1 representou um símbolo matemático correto para indicar um vetor. (Ver respostas do grupo 1 aos itens 3.1 e 3.2 nas figuras seguintes).


3.1. Identifica com as letras da figura:

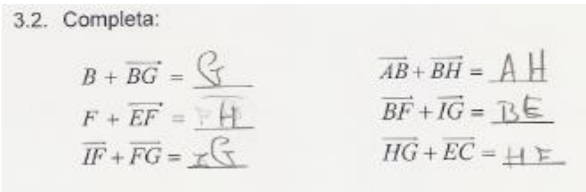
3.1.1. dois vectores congruentes com $\overline{AB}$. HF, IG

3.1.2. dois vectores com a direcção de $\overline{BF}$ e com o dobro da medida do seu comprimento. BG, AI

3.1.3. um vector com a direcção de $\overline{GE}$, mas com sentido contrário. EI.

3.1.4. Um vector colinear com $\overrightarrow{JD}$ cuja medida de comprimento é a terça parte de $\overrightarrow{JD}$ e sentido contrário de $\overrightarrow{JD}$.

Figura 98. Resposta do grupo 1 ao item 3.1 da Ficha 4


3.2. Completa:

$B + \overrightarrow{BG} =$ G

$F + \overrightarrow{EF} =$ H

$\overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FG} =$ IG

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} =$ AH

$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{IG} =$ BE

$\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{EC} =$ HE

Figura 99. Resposta do grupo 1 ao item 3.2 da Ficha 4

Também o grupo 10, no item 3.1, respondeu corretamente aos subitens 3.1.1 e 3.1.4 e de forma incorreta aos subitens 3.1.2 e 3.1.3. No item 3.2, com exceção do subitem 3.2.5, a que respondeu incorretamente, acertou os restantes. (Ver figuras seguintes)

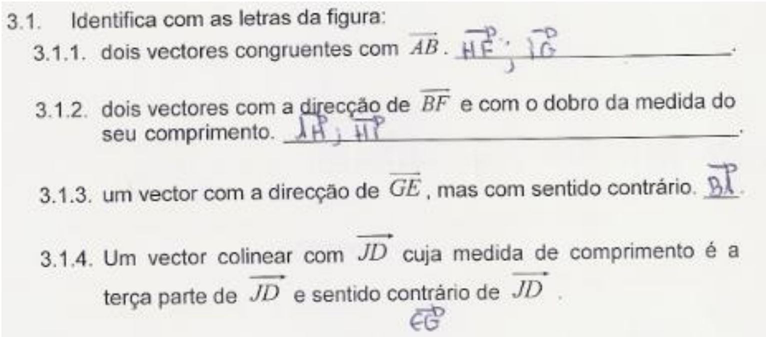
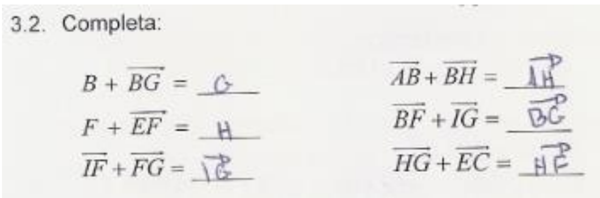

3.1. Identifica com as letras da figura:
3.1.1. dois vectores congruentes com $\overline{AB}$. $\overrightarrow{HF}$; $\overrightarrow{IG}$
3.1.2. dois vectores com a direcção de $\overline{BF}$ e com o dobro da medida do seu comprimento. $\overrightarrow{AH}$; $\overrightarrow{HP}$
3.1.3. um vector com a direcção de $\overline{GE}$, mas com sentido contrário. $\overline{BA}$.
3.1.4. Um vector colinear com $\overrightarrow{JD}$ cuja medida de comprimento é a terça parte de $\overrightarrow{JD}$ e sentido contrário de $\overrightarrow{JD}$. $\overrightarrow{EG}$

Figura 100. Resposta do grupo 10 ao item 3.1 da Ficha 4


3.2. Completa:

$B + \overrightarrow{BG} =$ G

$F + \overrightarrow{EF} =$ H

$\overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FG} =$ $\overrightarrow{IG}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} =$ $\overrightarrow{AH}$

$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{IG} =$ $\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{EC} =$ $\overrightarrow{HF}$

Figura 101. Resposta do grupo 10 ao item 3.2 da Ficha 4

Apenas dois grupos, inclusive o 4, responderam corretamente à totalidade da questão 3. Ilustram-se, a seguir, as respostas do grupo 4, itens 3.1 e 3.2:

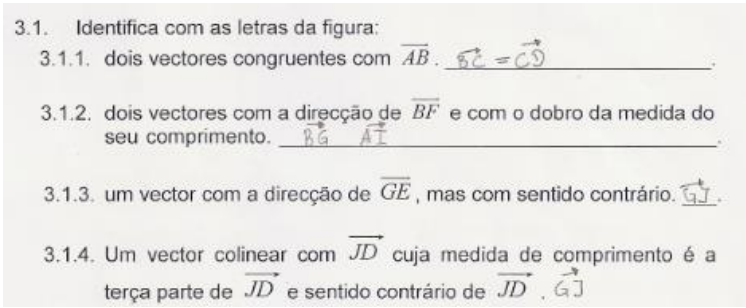
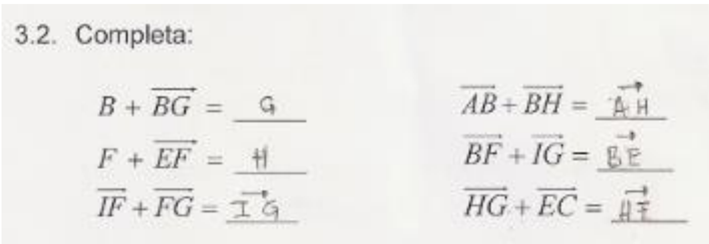

3.1. Identifica com as letras da figura:
3.1.1. dois vectores congruentes com $\overline{AB}$. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$
3.1.2. dois vectores com a direcção de $\overline{BF}$ e com o dobro da medida do seu comprimento. BG AI
3.1.3. um vector com a direcção de $\overline{GE}$, mas com sentido contrário. $\overrightarrow{GJ}$.
3.1.4. Um vector colinear com $\overrightarrow{JD}$ cuja medida de comprimento é a terça parte de $\overrightarrow{JD}$ e sentido contrário de $\overrightarrow{JD}$. $\overrightarrow{GJ}$

Figura 102. Resposta do grupo 4 ao item 3.1 da Ficha 4


3.2. Completa:

$B + \overrightarrow{BG} =$ G

$F + \overrightarrow{EF} =$ H

$\overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FG} =$ $\overrightarrow{IG}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} =$ $\overrightarrow{AH}$

$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{IG} =$ $\overrightarrow{BE}$

$\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{EC} =$ $\overrightarrow{HF}$

Figura 103. Resposta do grupo 4 ao item 3.2 da Ficha 4

Em análise do comportamento global da turma na resolução desta ficha, registou-se a dificuldade dos alunos em perceber as operações que envolvem os vetores, bem como usar com rigor o símbolo para a sua representação.

Para a abordagem do tema da composição de duas translações, organizou-se a Ficha 5 com três questões. Dois alunos faltaram a aula de resolução desta ficha.

Da análise do gráfico, constatou-se que todos os alunos responderam corretamente aos itens 1.1, 1.2, 1.3 e 1.5; a maioria respondeu corretamente ao item 1.4 (18 registos) e à questão 3 (15 registos) e de forma incompleta ao item 1.6 (17 registos) e à questão 2 (13 registos). Nos itens 1.6 e 1. 7, não houve qualquer resposta correta e foram os únicos itens em que se registaram ausências de respostas, tendo sido o item 1.7 o mais penalizado com 12 registos, como mostra o gráfico seguinte:

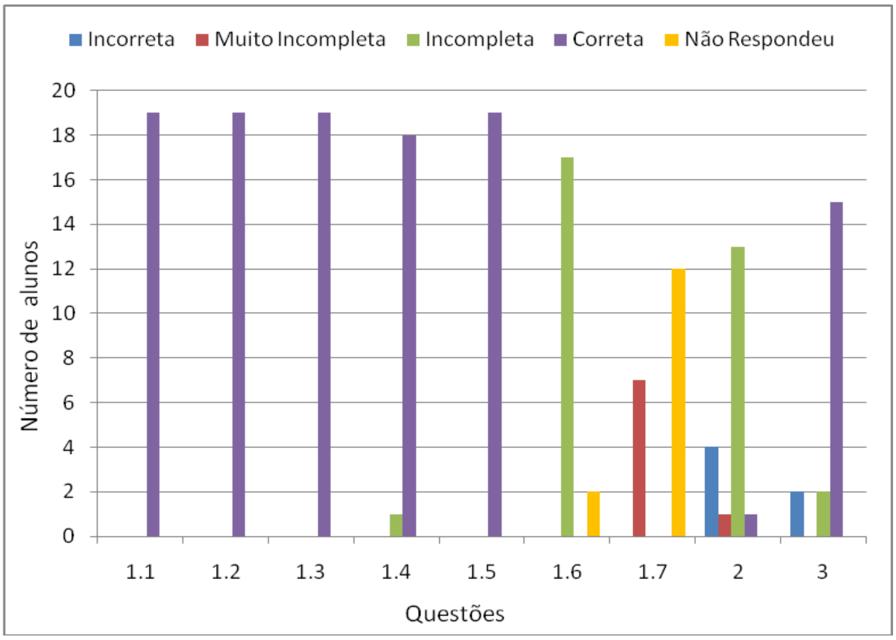


Gráfico 9. Resultados obtidos na Ficha 5

Todos os alunos que responderam ao item 1.6 determinaram a soma dos vetores $\vec{u}+\vec{v}$, mas nenhum a renomeou por $\overrightarrow{u+v}$. Pensa-se que isto pode dever-se à distração dos alunos visto que, na realização da Ficha1 – Explorando o GeoGebra e da Ficha 2, alguns já tinham descoberto o comando do GeoGebra destinado a essa resolução. A esmagadora maioria dos alunos que respondeu à questão 2 limitou-se a dizer que “os vetores $\overrightarrow{AA''}$ e $\overrightarrow{u+v}$ são iguais” ou “São iguais e paralelos”, sem mencionar os parâmetros que os caraterizavam, como ilustra, por exemplo, a resposta do aluno A9 na figura seguinte.

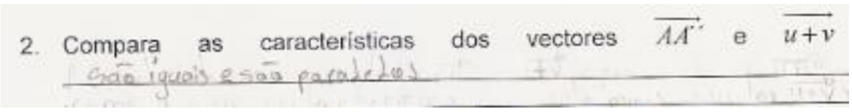


Figura 104. Resposta do aluno A9 à questão 2 na Ficha 5

A seguir, apresenta-se o exemplo da única resposta correta a esta questão, dada pelo aluno A11.

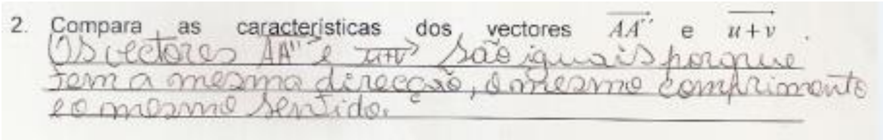


Figura 105. Resposta do aluno A11 à questão 2, na Ficha 5

A maioria dos alunos acertou no completamento das duas propriedades da composição das duas translações indicadas. Veja-se, na figura seguinte, a resposta do aluno A20 à questão 3:

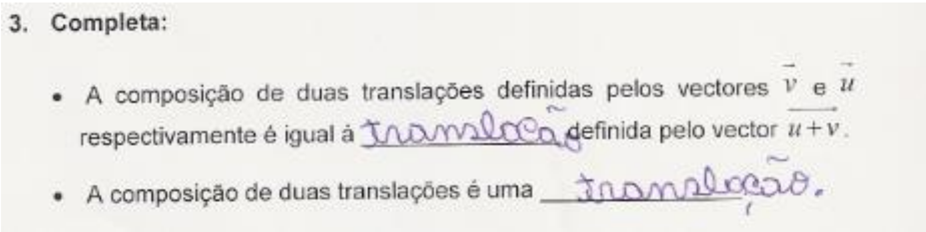


Figura 106. Resposta do aluno A20 à questão 3 na Ficha 5

Para a aplicação da composição de duas translações estruturou-se a Ficha 6 em duas questões. Dois alunos faltaram a aula de resolução desta ficha.

De acordo com os resultados do gráfico seguinte, verificou-se que nenhum dos itens registou 100% de respostas corretas. O 1.1 foi o item mais respondido corretamente sendo o 2.1 o menos acertado. Em todos os itens, houve respostas incorretas. Registou-se a ausência de respostas na maioria dos itens, com mais frequência em 2.2. Mais de metade dos alunos respondeu de forma incompleta ao item 2.1 e quase metade ao item 1.3.

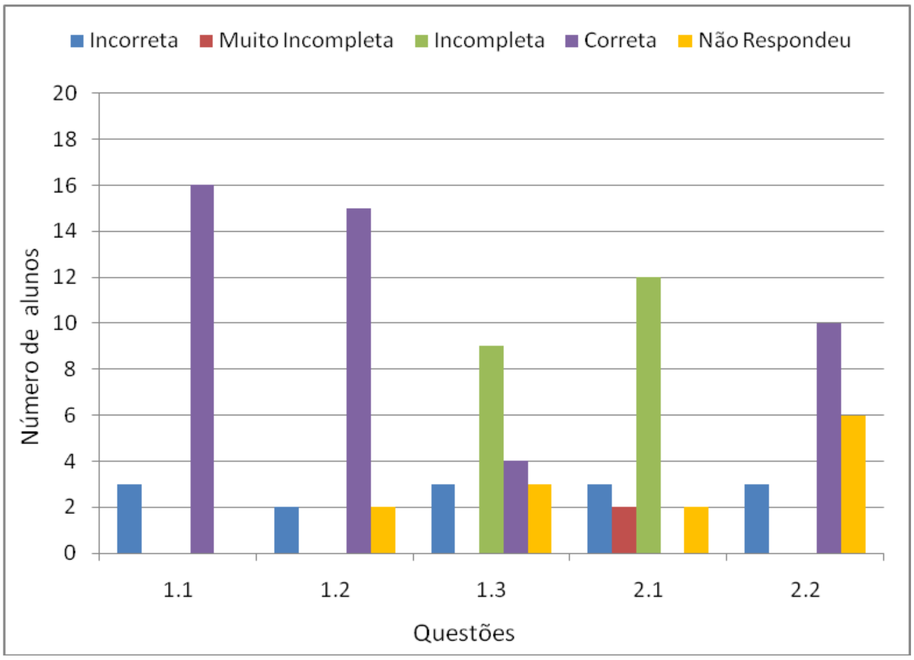


Gráfico 10. Resultados obtidos na Ficha 6

Com a intenção de verificar a apropriação destes conceitos pelos alunos, a Professora-caso alterou a estratégia de resolução da ficha e solicitou aos alunos que realizassem a primeira questão com suporte dos instrumentos de medição e desenho e, posteriormente, a sua confirmação no *software* GeoGebra. Os alunos ficaram muito agitados, dando a impressão de não terem gostado da proposta de alteração de estratégia para a realização da Ficha, ao que a Professora-caso esclareceu de forma firme que não iria permitir a realização da tarefa no computador a quem não respondesse primeiro com os instrumentos de medição e desenho. Aceitando a orientação, os alunos passaram a resolver a tarefa proposta.

Na questão 1, o aluno A12 respondeu apenas ao item 1.1 corretamente. Pelo seu trabalho no papel, constatou-se que ele não compreendeu bem o conceito de composição de duas translações. Assim como outros alunos, o A12 teve muitas dificuldades em manusear os instrumentos de medição e desenho. O aluno em questão mostrou-se visivelmente mais interessado em resolver a tarefa no computador, instrumento que constituía novidade no seu quotidiano. Diferente dos outros colegas, ao ser contrariado, acabou por abandonar a resolução da tarefa no papel, conforme se vê na figura seguinte.

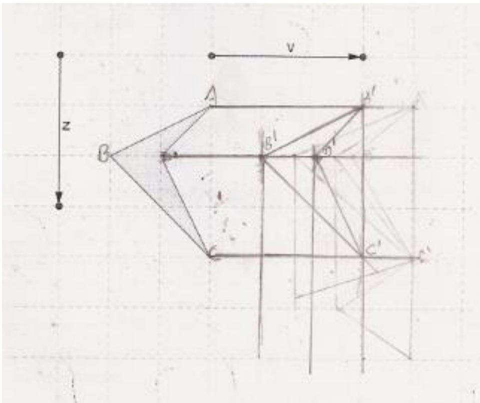


Figura 107. Resposta do aluno A12 à questão 1 da Ficha 6 no papel.

Era esperado que o aluno A20, pelas capacidades antes demonstradas e pelo seu empenho na experiência, respondesse de forma correta à questão 1 no papel. No entanto, não usou corretamente a medida do comprimento do vetor $\vec{v}$ dado na determinação das imagens dos pontos B e D. A imagem obtida não ficou congruente com o objeto dado (Ver figura seguinte).

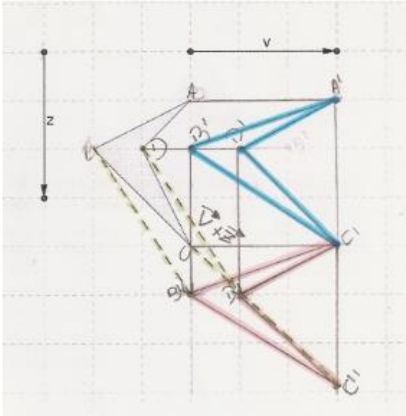


Figura 108. Resposta do aluno A20 à questão 1 da Ficha 6 no papel

Ao contrário do que aconteceu com a maioria dos alunos, nota-se, na figura seguinte, que o aluno A10 manuseou bem os instrumentos de medição e desenho. É, ainda, de realçar que, a sua apresentação evidência a preocupação em passar os seus resultados para a linguagem matemática simbólica.

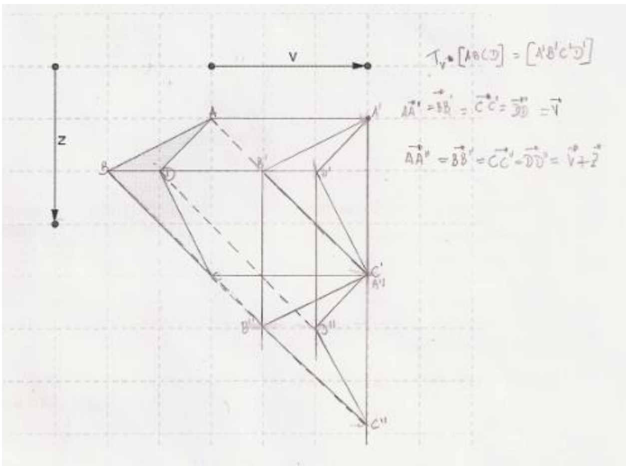


Figura 109. Resposta do aluno A10 à questão 1 da Ficha 6

Quanto à questão 2, a maioria dos alunos afirmou que existe uma única translação que transforma a figura F_1 em F_3 associada ao vetor soma ($\vec{u} + \vec{v}$), mas nenhum justificou a sua resposta. As respostas dos alunos A11 e A10, nas figuras seguintes, são exemplos de que os alunos conseguiram estabelecer a relação entre as figuras, mas revelaram resistência em anotar por escrito as suas ideias (Ver figura seguinte).

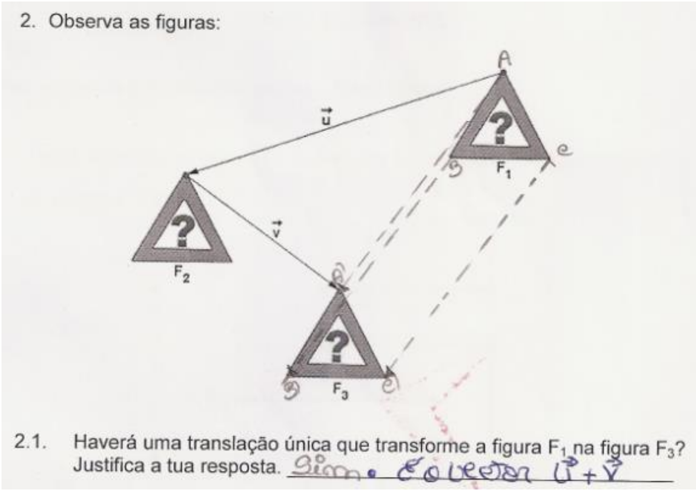


Figura 110. Resposta do aluno A11 ao item 2.1 da Ficha 6

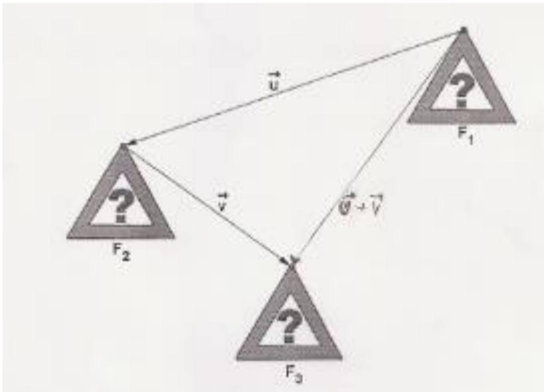


Figura 111. Resolução do aluno A10 ao item 2.2 da Ficha 6

Apesar de os resultados não terem sido completamente satisfatórios nesta Ficha, no geral, os mesmos revelam que os alunos compreenderam o conceito e as propriedades de composição de duas translações. As dificuldades consistiram, sobretudo, em responder às justificativas das perguntas formuladas. De um modo geral, percebeu-se que os alunos possuíam ideia do conceito de "soma de vetores", mas ainda não conseguiam justificar as situações verificadas, sendo necessário criar o hábito, quer de interpretação da pergunta, quer de organização e registo das observações feitas no trabalho, para os alunos apresentar as justificações solicitadas.

Para a abordagem da Isometria rotação, elaborou-se a Ficha 7 com 4 atividades. Da análise dos resultados desta ficha (ver gráfico seguinte), verificou-se que todos os grupos responderam corretamente aos pontos 1, 1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 2.8.1, 2.8.2 e 2.8.3 e, a maioria, aos pontos 1.2, 2.9.2, 3.1 (8 registos) e 2.9.1 (7 registos); mais de metade respondeu de forma incompleta aos pontos 2.5 e 2.6 ou muito incompleta ao ponto 2.7; metade respondeu de forma correta/incompleta ao 2.4, não respondeu o 3.2 e respondeu corretamente à questão 4. Por sua vez, o 2.7 foi o único ponto em que não houve qualquer resposta correta.

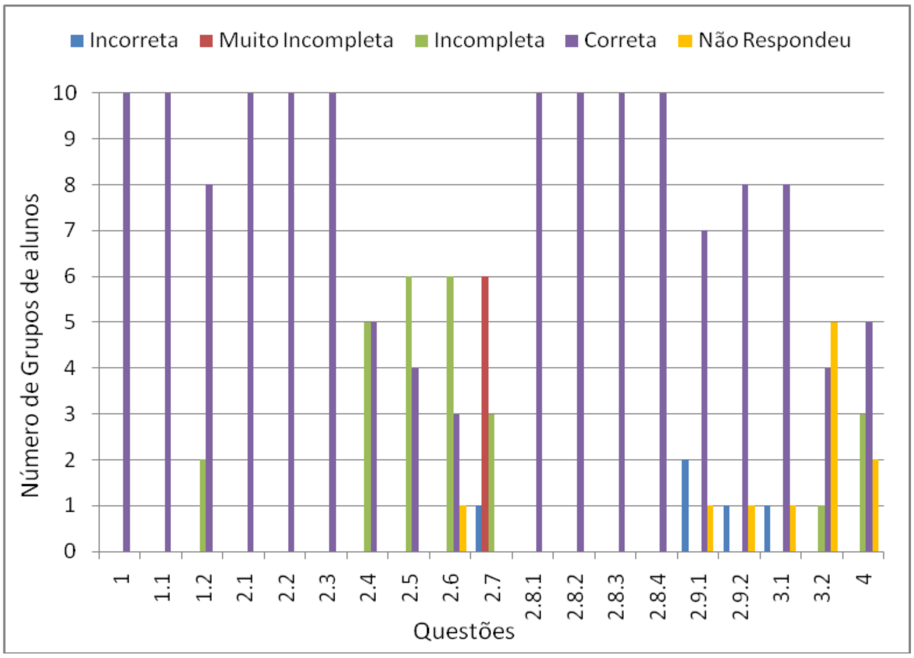


Gráfico 11. Resultados obtidos na Ficha 7

Ilustram-se as respostas à questão 1 com o grupo 4 que concluiu a congruência dos dois triângulos e justificou muito bem a sua resposta. Entretanto, nos itens 2.4, 2.5 e 2.6, determinou as medidas solicitadas nos dois triângulos mas não estabeleceu a comparação entre elas, situação análoga à metade no item 2.4 e a mais de metade dos grupos nos itens 2.5 e 2.6. Respondeu corretamente às questões 3 e 4. As figuras seguintes representam a resolução da questão 1 pelo grupo 4:

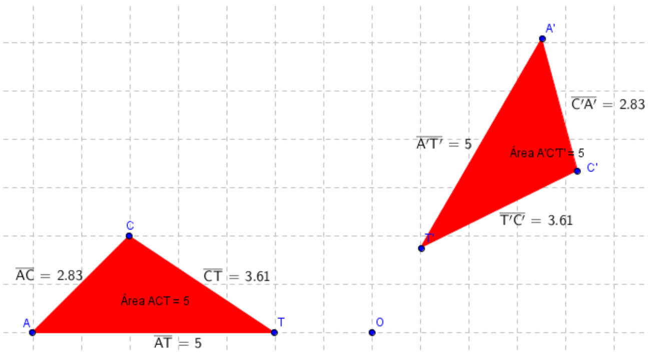
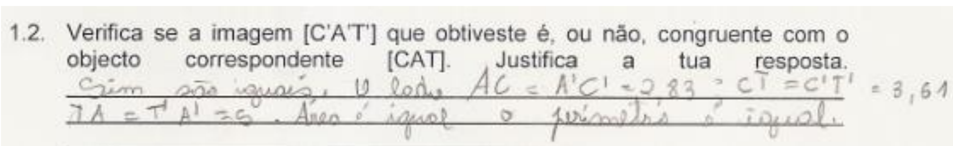


Figura 112. Resposta do grupo 4 à questão 1da Ficha 7


1.2. Verifica se a imagem [C'A'T'] que obtiveste é, ou não, congruente com o objecto correspondente [CAT]. Justifica a tua resposta.

Sim são iguais, o lado AC = A'C' = 2,83 ; CT = C'T' = 3,61 TA = T'A' = 5. Área é igual o perímetro é igual.

Figura 113. Resposta do grupo 4 ao item 1.2 da Ficha 7

Uma breve análise desta aula reporta o grau de satisfação dos alunos na abordagem do tema rotação em GeoGebra. Na resolução da ficha, começaram por visualizar no teto da sala o funcionamento da ventoinha e participaram respondendo às perguntas da Professora-caso, identificando o movimento curvílineo efetuado pelo objeto. Depois, na passagem para o trabalho autónomo no GeoGebra, o uso dos conhecimentos tornou-se muito mais participativo na forma como os alunos iam desenvolvendo as tarefas propostas com mais clareza e sentido de apropriação dos mesmos, já que os conseguiam aplicar a situações reais, por exemplo o funcionamento do relógio de ponteiros (DB, 04/03/2011).

O grupo 10 podia ter tido melhor desempenho se não fosse a sua distração após a descoberta de utilização dos seletores. Acertou a questão 1; na questão 2, acertou os itens 2.1, 2.1, 2.3, 2.8 e 2.9; respondeu incompletamente aos itens 2.4, 2.5 e 2.7 e não respondeu ao item 2.6; na questão 3, respondeu corretamente ao item 3.1, não respondeu ao item 3.2 nem respondeu à questão 4. À semelhança do grupo 4 e de outros grupos, também, nos itens 2.4 e 2.5, determinou as medidas solicitadas nos dois triângulos, mas não estabeleceu a comparação entre elas. As figuras seguintes ilustram a resolução da questão 2 por este grupo:

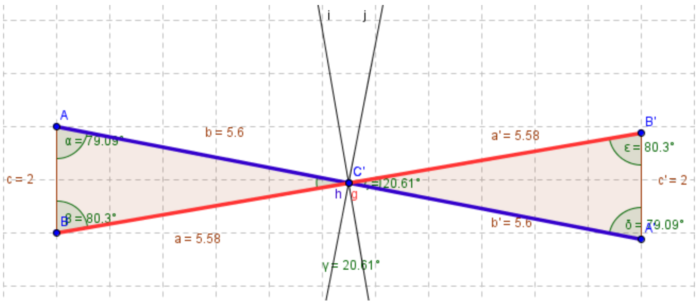
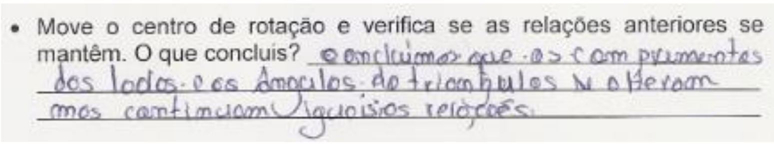


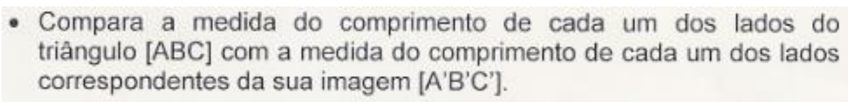
Figura 114. Resposta do grupo 10 à questão 2 no GeoGebra 1da Ficha 7



- Move o centro de rotação e verifica se as relações anteriores se mantêm. O que concluis? concluímos que os comprimentos dos lados e os angulos do triangulos n alteram mas continuam iguais as relações.

Figura 115. Resposta do grupo 10 ao item 2.7 da Ficha 7

O grupo 3 resolveu a ficha com sucesso, acertando a todas as questões, com exceção dos itens 2.6 e 2.7 aos quais deu uma resposta incompleta. Não representou corretamente o símbolo matemático para indicar a amplitude dos ângulos. As respostas aos itens 2.4 e 2.5 destacaram-se das dos restantes grupos, por ter utilizado a linguagem matemática simbólica:



- Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo [ABC] com a medida do comprimento de cada um dos lados correspondentes da sua imagem [A'B'C'].

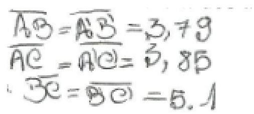
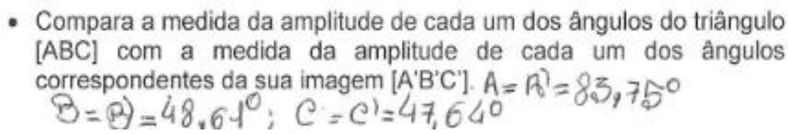


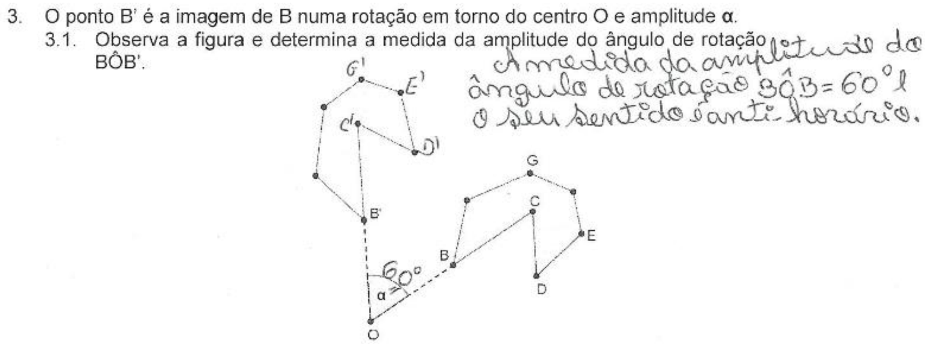
Figura 116. Resposta do grupo 3 ao item 2.4 da Ficha 7



- Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo [ABC] com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da sua imagem [A'B'C']. A = A' = 83,75°
B = B' = 48,61°; C = C' = 47,64°

Figura 117. Resposta do grupo 3 ao item 2.5 da Ficha 7

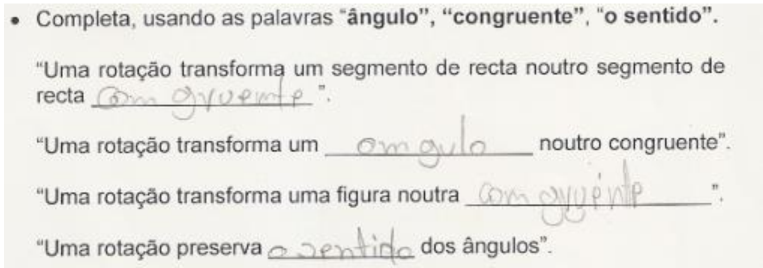
As respostas a estes itens evidenciaram a preocupação deste grupo em utilizar a linguagem matemática. Igualmente se depreendeu o desenvolvimento da capacidade espacial do grupo na resolução da questão 3, ao completar as imagens dos pontos na figura seguinte obtidas pela rotação em torno do centro O e medida de amplitude 60º.



3. O ponto B' é a imagem de B numa rotação em torno do centro O e amplitude α.
3.1. Observa a figura e determina a medida da amplitude do ângulo de rotação BÔB'. A medida da amplitude do ângulo de rotação BÔB = 60° e o seu sentido é anti-horário.

Figura 118. Resposta do grupo 3 à questão 3.1da Ficha 7

O grupo 1 respondeu de forma completa apenas à questão 1; na questão 2 acertou os itens 2.1, 2.2, 2.3, 2,8; respondeu incompletamente aos itens 2.4, 2.5, 2.6; respondeu de forma muito incompleta aos itens 2.7 e 2.9; não respondeu à questão 3; respondeu à questão 4 de forma incompleta. Ilustram-se seguidamente as respostas dadas aos itens 2.8 e 2.9 por este grupo:



- Completa, usando as palavras **"ângulo"**, **"congruente"**, **"o sentido"**.

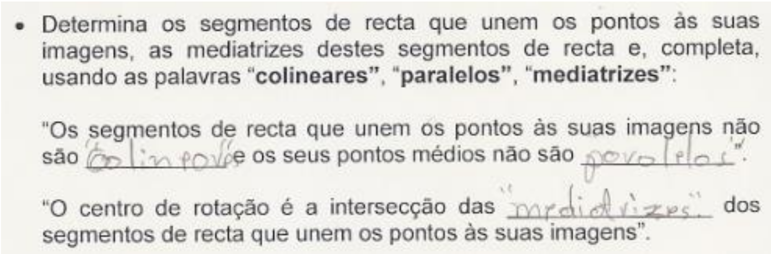
"Uma rotação transforma um segmento de recta noutro segmento de recta congruente".

"Uma rotação transforma um ângulo noutro congruente".

"Uma rotação transforma uma figura noutra congruente".

"Uma rotação preserva o sentido dos ângulos".

Figura 119. Resposta do grupo 1 ao item 2.8 da Ficha 7



- Determina os segmentos de recta que unem os pontos às suas imagens, as mediatrizes destes segmentos de recta e, completa, usando as palavras "**colineares**", "**paralelos**", "**mediatrizes**":

"Os segmentos de recta que unem os pontos às suas imagens não são colineares e os seus pontos médios não são paralelos".

"O centro de rotação é a intersecção das mediatrizes dos segmentos de recta que unem os pontos às suas imagens".

Figura 120. Resposta do grupo 1 ao item 2.9 da Ficha 7

Os trabalhos desenvolvidos pelos grupos 1 e 4 (ver figuras seguintes) evidenciaram a apreensão do conceito da Isometria rotação e o bom manuseamento dos instrumentos de medição e construção, neste caso, tendo o grupo 1 sido ajudado pelo grupo 4 na resolução desta questão.

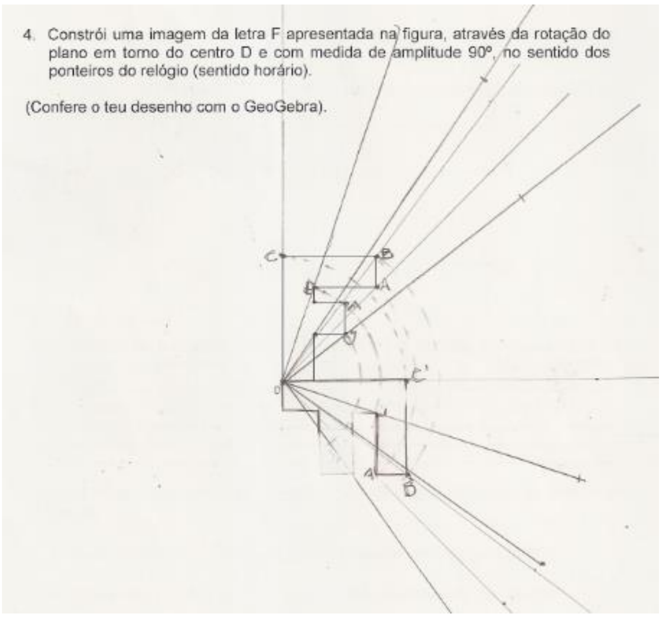


Figura 121. Resposta do grupo 1 à questão 4 da Ficha 7

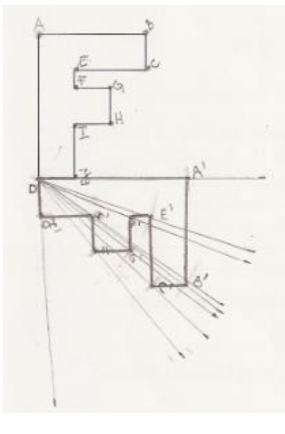


Figura 122. Resposta do grupo 4 à questão 4 da Ficha 7

Como se pode observar, pelos exemplos apresentados, com o avanço da experiência, os alunos vão evoluindo no sentido de apresentarem resultados da tarefas propostas com mais rigor. O empenho colocado na demonstração das capacidades geométricas constitui um fator favorável ao prosseguimento do estudo das Isometrias com recurso ao GeoGebra.

Para o estudo da Isometria reflexão foram preparadas as fichas de trabalho 8 e 9. Estruturou-se a Ficha 8 em 5 questões. Esta Ficha foi resolvida individualmente, tendo dois alunos faltado a aula da sua resolução.

Todos os alunos responderam corretamente aos itens 1.1, 1.2 e 1.3; a maioria aos itens 3.2 e 3.3 (16 registos) e 5.1 e 5.2 (15 registos) e mais de metade à questão 4 (12 registos), o item 3.1 e a questão 2 contaram 11 registos de acerto cada; menos de metade dos alunos respondeu corretamente ou incompletamente aos itens 1.4, 1.5, e 1.6, de forma incompleta ou muito incompleta ao item 1.7, registando-se respostas corretas de apenas uma minoria. Apresentam-se os resultados desta ficha no gráfico seguinte:

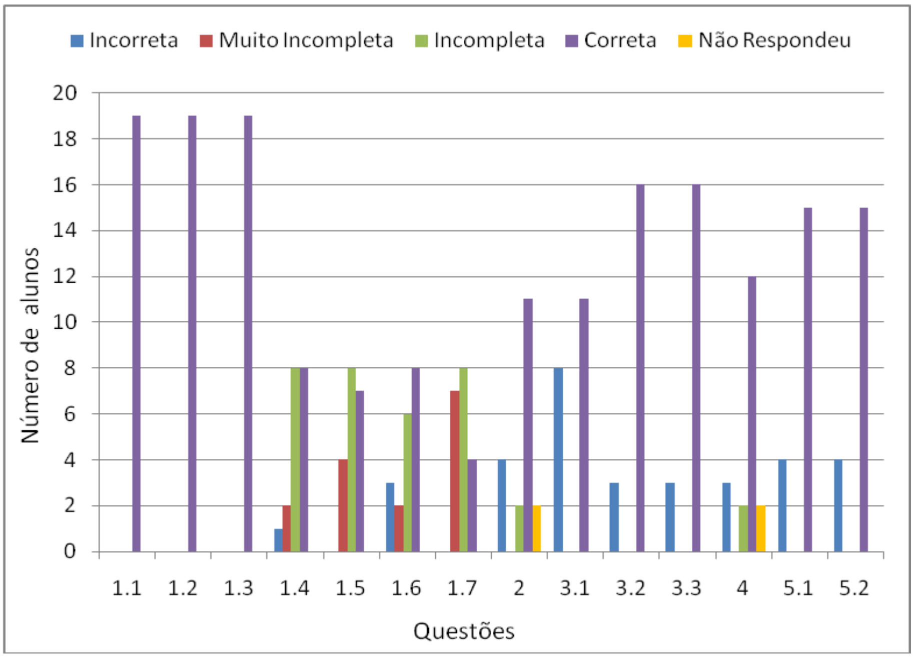


Gráfico 12. Resultados obtidos na Ficha 8

O A2, analogamente à maioria dos colegas, não conseguiu aproveitar as potencialidades do GeoGebra para compreender bem algumas propriedades da Isometria reflexão. Respondeu corretamente aos itens 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 e às questões 3 e 5; respondeu de forma muito incompleta aos itens 1.5 e 1.6 e errou as questões 2 e 4. (Ver a resolução da questão 1 no GeoGebra pelo aluno A2 na figura seguinte).

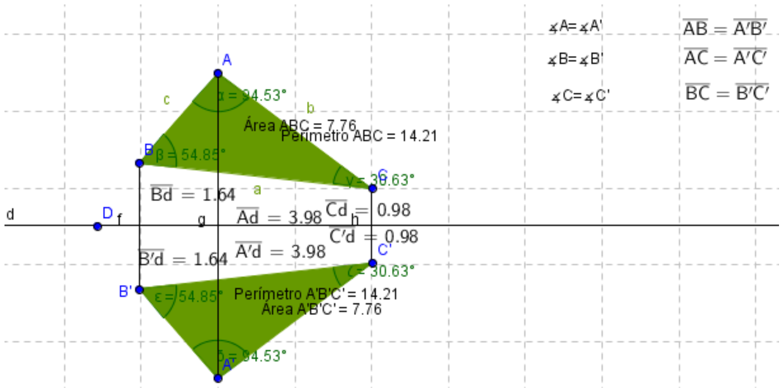


Figura 123. Resolução do aluno A2 à questão 1 1da Ficha 8

Pela construção, notou-se que A2 determinou as medidas necessárias que lhe permitiam responder ao item 1.6, mas não as soube interpretar corretamente, conforme a resposta apresentada na figura seguinte.

- Compara a distância entre cada um dos vértices do triângulo [ABC] e o eixo de reflexão, com a distância entre os vértices correspondentes da imagem e o eixo de reflexão.

A distancia cada um dos vertices [ABC] não diferentes

A'd = 3,98
B'd = 1,64
C'd - 0,98

Figura 124. Resposta do aluno A2 ao item 1.6 da Ficha 8

Embora tivesse todos os dados determinados para justificar a congruência dos triângulos, assim como a maioria, o aluno em causa fê-lo de forma incompleta. Mostrou saber que os triângulos são congruentes, mas não conseguiu utilizar uma linguagem correta para a sua justificação, como confirma a sua resposta na figura seguinte:

O triângulo [A´B´C´] obtido é congruente ao triângulo inicial, [ABC]? Justifica a tua resposta. Sim porque têm a mesma área a mesma amplitude comprimento e a mesma aplitude

Figura 125. Resposta do aluno A2 ao item 1.7 da Ficha 8

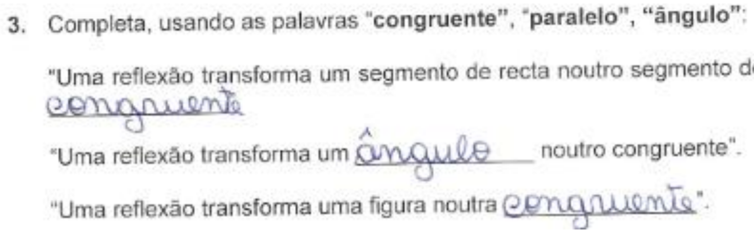
Na questão 2, apesar de não ter escrito com rigor as suas ideias, o aluno A10, assim como a maioria, conseguiu interpretar e concluir sobre as relações entre o objeto e a imagem, como se ilustra na figura seguinte:

2. Selecciona um dos vértices do triângulo [ABC] e altera a figura inicial. Verifica se as relações se mantêm. O que concluis?

Sim as relações se mantêm. O triângulo vai se mexendo e as medidas vão se alterando mas sempre iguais uns com os outros.

Figura 126. Resposta do aluno A10 à questão 2 da Ficha 8

Dos 7 alunos que responderam incompletamente à questão 3, 6 erraram a primeira frase. O aluno que respondeu de forma muito incompleta a esta questão errou as duas primeiras frases. As figuras seguintes ilustram exemplos de respostas a esta questão em que o aluno A20 completou corretamente todas as frases sobre as propriedades de reflexão e, contrariamente à maioria dos colegas, os alunos A10 e A12 completaram a primeira frase de forma incorreta, com as palavras “paralela” e “paralelo”, respetivamente.


3. Completa, usando as palavras "**congruente**", "**paralelo**", "**ângulo**":

"Uma reflexão transforma um segmento de recta noutro segmento de recta congruente".

"Uma reflexão transforma um ângulo noutro congruente".

"Uma reflexão transforma uma figura noutra congruente".

Figura 127. Resposta do aluno A20 à questão 3 da Ficha 8

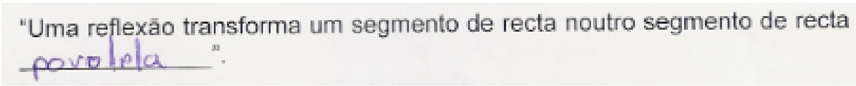

"Uma reflexão transforma um segmento de recta noutro segmento de recta paralela".

Figura 128. Resposta do aluno A12 à primeira frase da questão 3.1 da Ficha 8

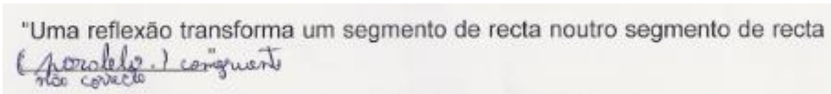
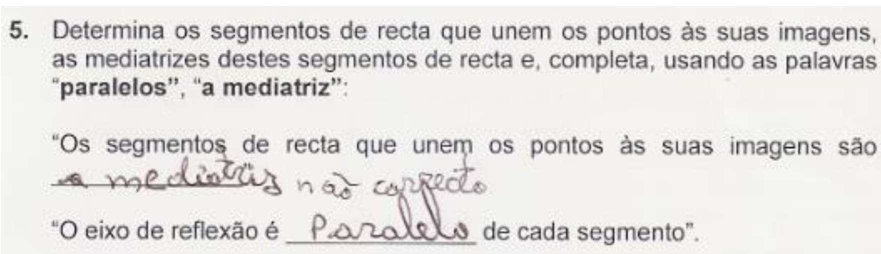

"Uma reflexão transforma um segmento de recta noutro segmento de recta
(paralelo.) congruente
não correcto

Figura 129. Resposta do aluno A10 à primeira frase da questão 3.1 da Ficha 8

Uma boa parte dos alunos não resolveu esta questão com sucesso evidenciando a necessidade de mais trabalho e reforço no estudo da orientação dos ângulos. Por exemplo, o A13 respondeu corretamente aos itens 1.1, 1.2, 1.3 e à questão 4; incompletamente ao item 1.4; de forma muito incompleta ao item 1.5 e às questões 2 e 3; incorretamente ao item 1.6 e à questão 5. Pela resposta dada à questão 5 (ver figura seguinte), notaram-se as dificuldades do aluno em compreender as propriedades da Isometria reflexão.


5. Determina os segmentos de recta que unem os pontos às suas imagens, as mediatrizes destes segmentos de recta e, completa, usando as palavras "**paralelos**", "**a mediatriz**":

"Os segmentos de recta que unem os pontos às suas imagens são a mediatriz não correcto

"O eixo de reflexão é Paralelo de cada segmento".

Figura 130. Resposta do aluno A13 à questão 5 da Ficha 8

Nesta ficha, e à semelhança de outras, notou-se uma relutância dos alunos em refletir mais sobre as questões de verificação e justificação, registando-se respostas corretas de apenas uma minoria nestes tipos de questões. Um outro aspeto a realçar é que muitos determinaram as medidas solicitadas no GeoGebra, mas não estabeleceram as relações entre elas. Isto mostra a necessidade de haver mais acompanhamento dos alunos durante o momento de desenvolvimento das tarefas.

Para a aplicação da Isometria Reflexão no plano euclidiano, Ficha 9, recorreu-se à utilização dos instrumentos de construção para o desenvolvimento das tarefas, tendo a Ficha sido estruturada em três questões. Dois alunos faltaram a aula de resolução desta ficha.

Os alunos tiveram mais dificuldades nas questões 3.2 e 3.4, onde foram apresentados eixos que cortam as figuras, tendo todos os alunos que estiveram na aula respondido corretamente às questões 1 e 2 e a maioria aos itens 3.1 e 3.3; menos de metade ao item 3.2 e uma minoria ao item 3.4. Veja-se o gráfico:

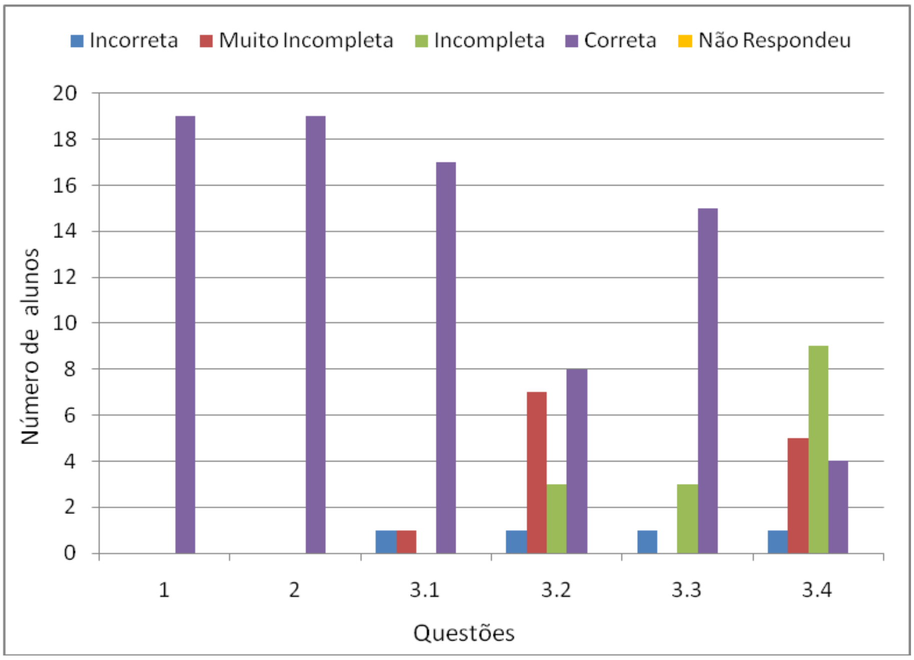


Gráfico 13. Resultados obtidos na Ficha 9

Neste momento, a utilização dos instrumentos de construção e medição permitiu comprovar que, em muitos casos, o GeoGebra facilitou a aprendizagem dessa Isometria. Com efeito, as construções apresentadas revelaram uma utilização mais adequada e correta desses instrumentos do que nas fichas anteriores. Apresentam-se a seguir algumas produções que evidenciam estas afirmações:

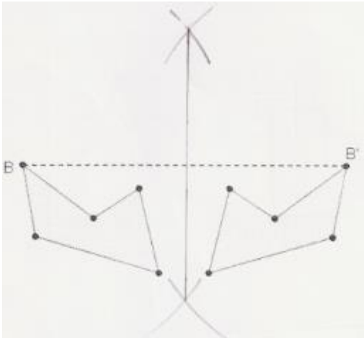


Figura 131. Resposta do aluno A14 à questão 1 da Ficha 9

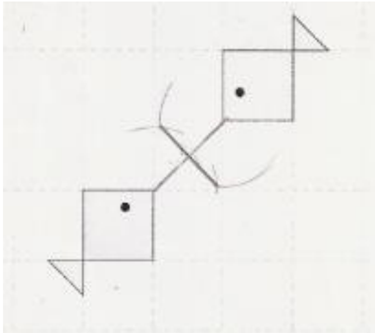


Figura 132. Resposta do aluno A12 à questão 2 da Ficha 9

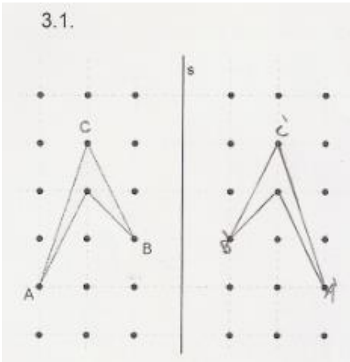


Figura 133. Resposta do aluno A13 ao item 3.1 da Ficha 9

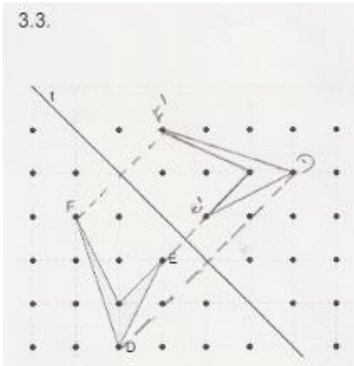


Figura 134. Resposta do aluno A9 ao item 3.3 da Ficha 9

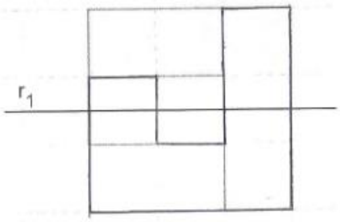


Figura 135. Resposta do aluno A10 ao item 3.2 da Ficha 9

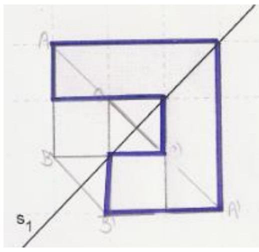


Figura 136. Resposta do aluno A11 ao item 3.4 da Ficha 9

A maioria dos alunos revelou dificuldade em determinar a reflexão nos casos onde foram apresentados eixos que cortam as figuras. Um exemplo é a resposta muito incompleta dada pelo aluno A2 ao item 3.2, conforme se pode comprovar na figura seguinte:

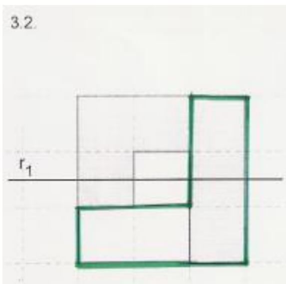


Figura 137. Resposta do aluno A2 ao item 3.2 da Ficha 9

Para o desenvolvimento da Isometria reflexão deslizante construíram-se as fichas de trabalho 10 e 11 com 4 e 2 atividades, respetivamente. Três alunos faltaram a aula de resolução da ficha 10.

Todos os alunos responderam corretamente aos itens 1.1, 1.2, 1.3, 2.1 e 2.3; a esmagadora maioria aos itens 2.2 e 4.3 e à questão 3; a maioria aos itens 1.4, 4.2 e 4.1. Também, a maioria respondeu de forma incompleta ao item 1.4 e metade o item 1.5. No gráfico seguinte apresentam-se os resultados:

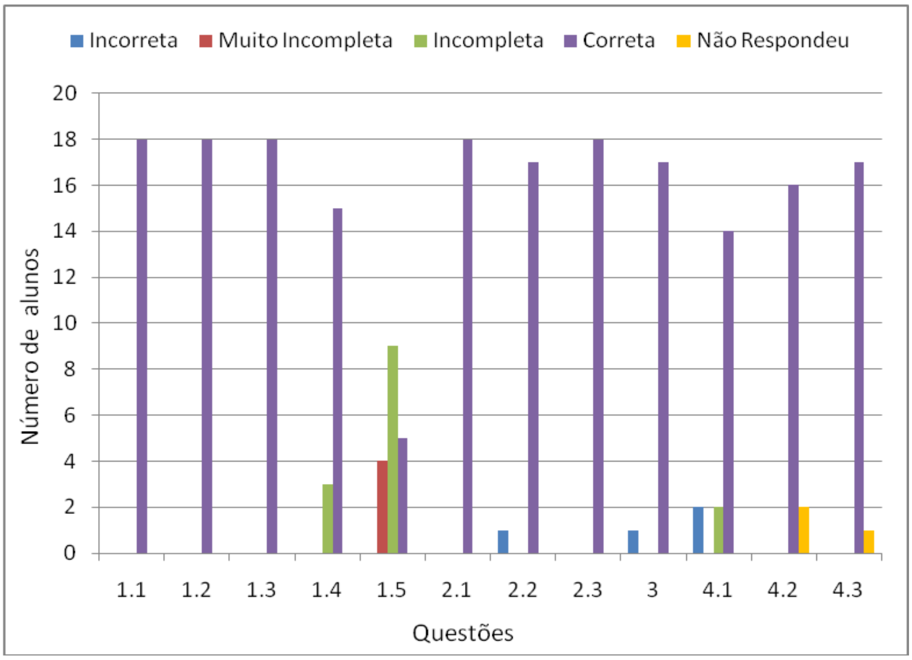


Gráfico 14. Resultados obtidos na Ficha 10

Conclui-se que, no geral, os alunos compreenderam o conceito da reflexão deslizante. Contudo, nenhum aluno teve a capacidade de utilizar as ferramentas do GeoGebra para garantir o paralelismo entre o vetor e o eixo de reflexão para qualquer situação. Por exemplo, no trabalho apresentado pelo aluno A13, se alterarmos a direção do vetor ou do eixo de reflexão, deixamos de ter uma reflexão deslizante porque o vetor não fica com direção paralela ao eixo de reflexão, como se pode verificar na manipulação ilustrada abaixo.

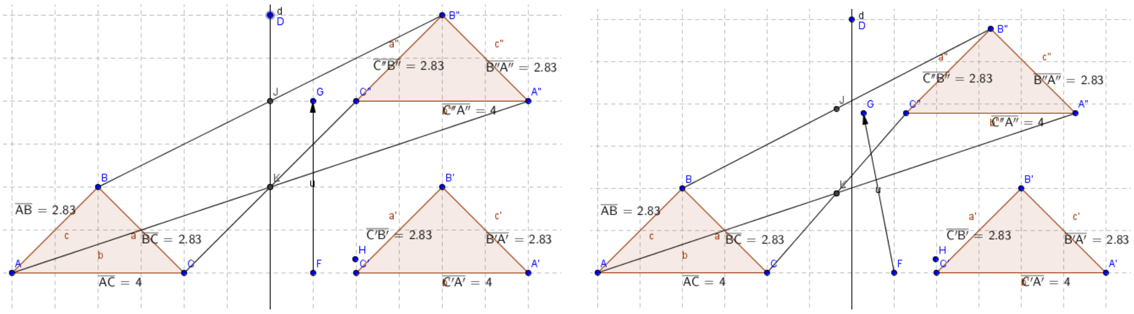
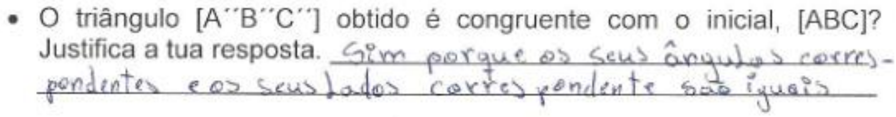


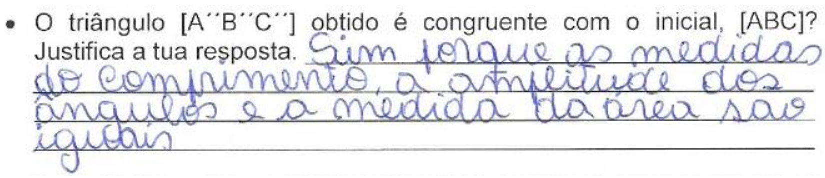
Figura 138. Resposta do aluno A13 à questão 1 da Ficha 10 e resultado da manipulação do eixo de reflexão

Era esperado que todos os alunos justificassem corretamente a congruência dos triângulos, mas apenas uma minoria o fez. Por exemplo, o A9 justificou corretamente e o A20 de forma incompleta, como se pode ver pelas suas respostas apresentadas a baixo:



- O triângulo [A´´B´´C´´] obtido é congruente com o inicial, [ABC]? Justifica a tua resposta. Sim porque os seus ângulos corres-pondentes e os seus lados correspondente são iguais

Figura 139. Resposta de A9 ao item 1.5 da Ficha 10



- O triângulo [A´´B´´C´´] obtido é congruente com o inicial, [ABC]? Justifica a tua resposta. Sim porque as medidas do comprimento, a amplitude dos ângulos e a medida da área são iguais

Figura 140. Resposta de A20 ao item 1.5 da Ficha 10

N resolução da ficha 11 - Aplicações da Isometria Reflexão Deslizante, dois alunos faltaram a aula.

Os resultados desta ficha estão sintetizados no gráfico seguinte. Da sua análise, verificou-se que a maioria respondeu corretamente a todas as questões; nenhum aluno errou a questão 1; uma minoria errou a questão 2 e apenas 1 aluno não respondeu às questões 1, 2.2 e 2.3:

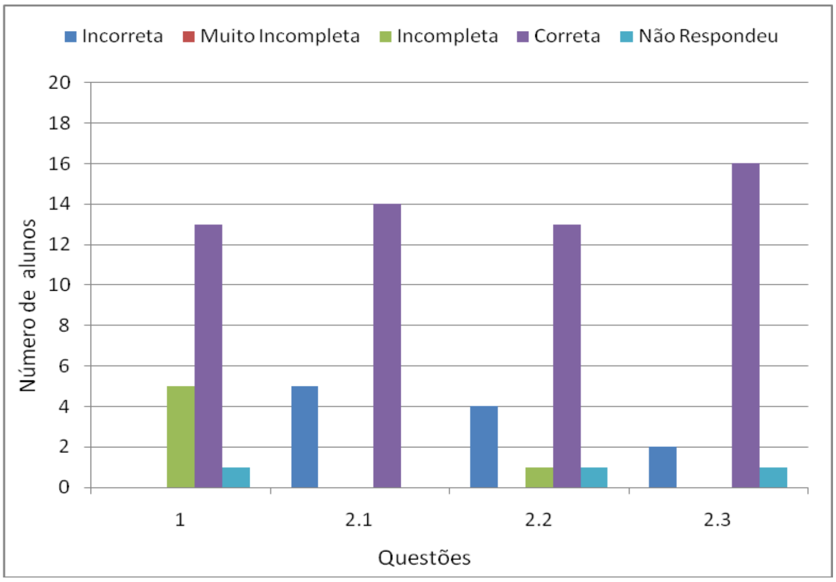
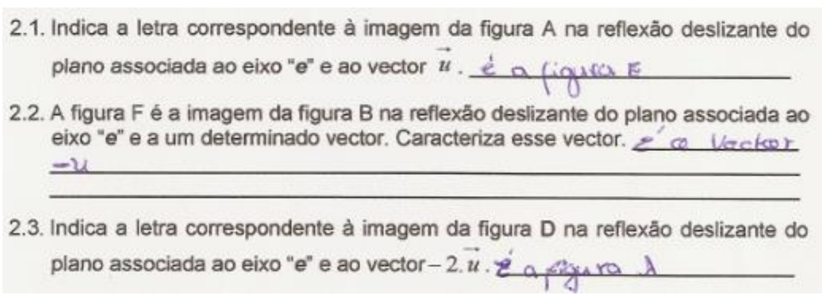


Gráfico 15. Resultados obtidos na Ficha 11

Novamente, os alunos, não conseguiram aproveitar as potencialidades do GeoGebra para garantir o paralelismo entre o vetor e o eixo de reflexão para qualquer situação, no caso de se alterar a direção do eixo ou do vetor. Na verdade, a manipulação dos objetos foi o aspeto menos conseguido. Os alunos teriam que perceber a importância da construção dos objetos geométricos utilizando as propriedades. Pois, se isto acontecer, a construção resiste a qualquer manipulação mantendo todas as caraterísticas dos objetos. Na correção percebeu-se que os alunos sabiam que o vetor associado à translação devia ser paralelo ao eixo de reflexão, tendo este aspeto sido trabalhado pela Professora-caso no momento de sistematização dos trabalhos desenvolvidos.

Parece importante, também, salientar que no item 2.2, alguns alunos identificaram o vetor na reflexão deslizante associado ao eixo "e" mas não o caraterizaram. Este tipo de tarefa exige maior acompanhamento dos alunos, o que não foi possível observar nesse momento. Por exemplo, ao analisar a resposta à questão do aluno A14 na figura seguinte, em que respondeu ao item 2.2 de forma incompleta e aos itens 2.1 e 2.2 de forma correta, percebeu-se que ele tem noção do conceito de vetor simétrico mas não conseguiu fazer a sua caraterização, como deixou entender a resposta do A14 à questão 2 apresentada a seguir:



2.1. Indica a letra correspondente à imagem da figura A na reflexão deslizante do plano associada ao eixo "e" e ao vector $\vec{u}$. é a figura E

2.2. A figura F é a imagem da figura B na reflexão deslizante do plano associada ao eixo "e" e a um determinado vector. Caracteriza esse vector. é o vector -u

2.3. Indica a letra correspondente à imagem da figura D na reflexão deslizante do plano associada ao eixo "e" e ao vector $-2.\vec{u}$. é a figura A

Figura 141. Resposta de A14 à questão 2 da Ficha 11

Na reflexão da aula sobre a ficha 11, a Professora-caso reconheceu a necessidade de acompanhar os alunos no momento de trabalho autónomo. Assim, nessa ocasião, achou-se oportuno trazer à tona o facto de os momentos de reflexão e de discussão com toda a turma, partindo do trabalho autónomo previamente desenvolvido, constituírem "momentos de excelência para a sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas" (Ponte, 2005a, p. 16).

Para abordagem do conceito de Simetria foram consideradas as fichas 12, 13 14 e 15. Assim, para a compreensão do conceito de simetria axial ou simetria por reflexão e sua identificação numa figura, propôs-se ao aluno uma Ficha (ficha 12 – simetria de polígonos regulares) com 3 atividades. Da análise do gráfico seguinte notou-se que todos os grupos acertaram as questões 1, 2.2.1, 2.2.2 e 2.2.3; a esmagadora maioria, as questões 2.4 e 2.6; mais de metade a questão 2.1 e apenas 1 grupo, a questão 3. Em 2.1, 2.3 e 3, três dos sete grupos responderam de forma incompleta. Os resultados mostram-se no gráfico a seguir:

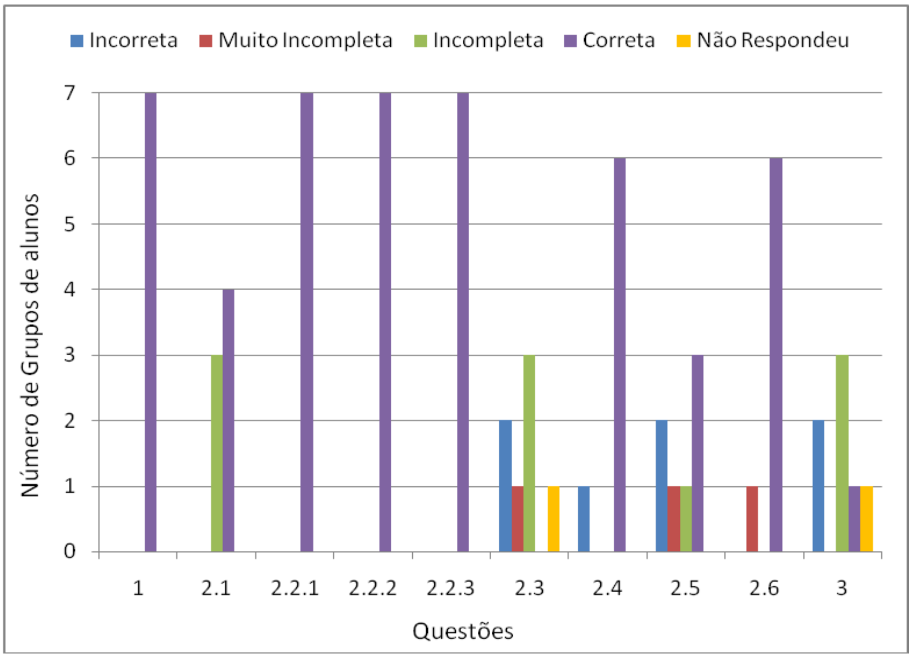


Gráfico 16. Resultados obtidos na Ficha 12

A Professora-caso resolveu com os grupos a questão 1 e essa estratégia revelou-se útil para a aprendizagem dos alunos. Destacam-se as intervenções dos alunos A10 e A20 quando descobriram os eixos de simetria de reflexão na estrela dada. A10: "*Professora, podemos dobrar a estrela de 4 formas diferentes e as duas partes da estrela coincidem*" (TMSSAGF, 14/03/2011), A20: "*Dobrámos de 4 formas a estrela e obtivémos duas partes iguais que coincidem*" (TMSSAGF, 14/03/2011). Para além da rápida constatação, por parte dos alunos, sobre a simetria encontrada na figura, a Professora-caso também aproveitou esta intervenção para reforçar o conhecimento dos alunos, reformulando a linguagem utilizada: "*A figura mantém-se globalmente invariante*", onde podemos constatar mais um reflexo de algumas questões discutidas durante o Programa de Formação.

Nesta questão, apenas os alunos A14 e A19 sentiram dificuldades na identificação dos eixos de simetria, situação que foi ultrapassada com a ajuda dos colegas de grupo.

No geral, os alunos manifestaram-se à-vontade na identificação dos eixos de simetria com recurso ao *software* GeoGebra. Como exemplo ilustra-se na figura seguinte o trabalho desenvolvido pelo grupo 6 ao qual o A20 pertenceu.

Polígono	Nº de vértices	Nº de lados	Nº de ângulos	Nº de eixos de simetria axial
Triângulo Equilátero	3	3	3	3
Quadrado	4	4	4	4
Pentágono regular	5	5	5	5
Hexágono regular	6	6	6	6
⋮				
Polígono *n*	n	n	n	n

Figura 142. Resposta do grupo 6 ao item 2.1 da Ficha 12

No entanto, quando foi solicitado aos alunos que utilizassem os instrumentos de construção e medição para a representação dos eixos de simetria numa folha distribuída pela Professora-caso e que continha o desenho dos polígonos regulares, notou-se alguma falta de rigor na representação dos eixos, por alguns grupos, como mostra a resposta ao item 2.1 dada pelo grupo 5 (constituído pelos alunos A10, A11 e A14).

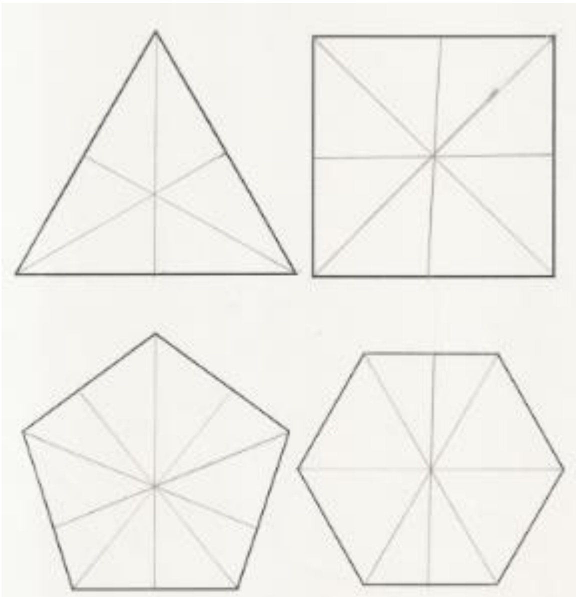


Figura 143. Representação dos eixos de simetria do grupo 5 ao item 2.1 da Ficha 12

Pelo preenchimento da tabela, rapidamente todos os grupos perceberam a igualdade entre o número de lados, o número de vértices e o número de ângulos do polígono regular e o número de eixos de simetria axial do mesmo polígono. Todos os grupos conseguiram estabelecer, de forma correta, a relação entre o número de lados, de vértices e de ângulos do polígono regular com o número de eixos de simetria existentes nesse polígono. Ilustra-se, a seguir, a resposta dada pelo grupo 1:

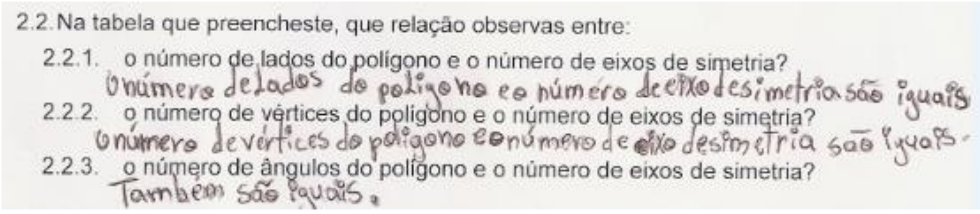

2.2. Na tabela que preencheste, que relação observas entre:
2.2.1. o número de lados do polígono e o número de eixos de simetria?
O número de lados do polígono e o número de eixo de simetria são iguais
2.2.2. o número de vértices do polígono e o número de eixos de simetria?
O número de vértices do polígono e o número de eixo de simetria são iguais.
2.2.3. o número de ângulos do polígono e o número de eixos de simetria?
Também são iguais.

Figura 144. Resposta do grupo 1 ao item 2.2 da Ficha 12

Apesar de a maioria dos grupos ter descoberto todos os eixos de simetria dos polígonos regulares e de todos terem observado a relação entre o número de lados, vértices e ângulos do polígono com o número de eixos de simetria, nenhum grupo conseguiu descrever corretamente por onde passavam os eixos de simetria dos polígonos regulares em relação aos vértices e aos lados. Os alunos relegam para segundo plano a formulação dos seus argumentos em linguagem matemática, explicitando as suas ideias em linguagem corrente, como mostram as respostas incompletas dos grupos 5 e 7 ao item 2.3:

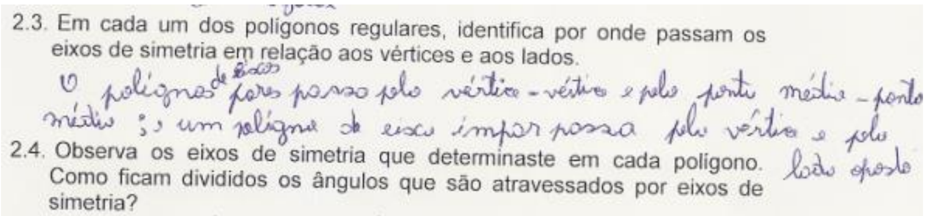

2.3. Em cada um dos polígonos regulares, identifica por onde passam os eixos de simetria em relação aos vértices e aos lados.
O polígnos de lados pares passo pelo vértice - vértice e pelo ponto médio - ponto médio ; um polígno de eixo impar passa pelo vértice e pelo lado oposto
2.4. Observa os eixos de simetria que determinaste em cada polígono. Como ficam divididos os ângulos que são atravessados por eixos de simetria?

Figura 145. Resposta do grupo 5 ao item 2.3 da Ficha 12

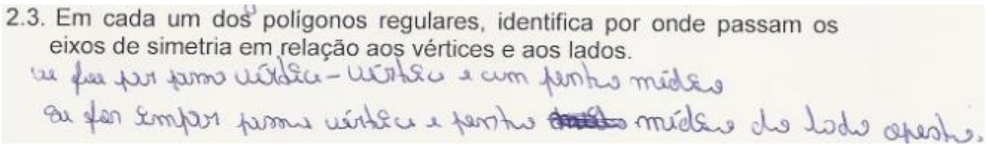

2.3. Em cada um dos polígonos regulares, identifica por onde passam os eixos de simetria em relação aos vértices e aos lados.
se for par passa vértice - vértice e com ponto médio
se for impar passa vértice e ponto ~~[illegible]~~ médio do lado oposto.

Figura 146. Resposta do grupo 7 ao item 2.3 da Ficha 12

Apenas o grupo 2 não conseguiu verificar que os ângulos atravessados por eixos de simetria ficam divididos em dois ângulos congruentes:

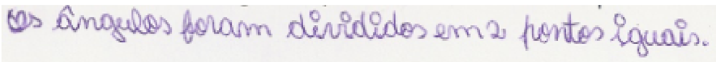

Os ângulos foram divididos em 2 partes iguais.

Figura 147. Resposta do grupo 2 ao item 2.4 da Ficha 12

Veja-se na figura seguinte o exemplo de uma resposta correta a este ietm, pelo grupo 5.


Os ângulos são divididos pelo metodo ou seja são geométricament iguais.

Figura 148. Resposta do grupo 5 ao item 2.4 da Ficha 12

Do conjunto total dos grupos, apenas dois não conseguiram identificar os eixos de simetria nos triângulos isósceles e escaleno. Pela resposta apresentada na figura seguinte, o grupo 3 não compreendeu o enunciado da tarefa.

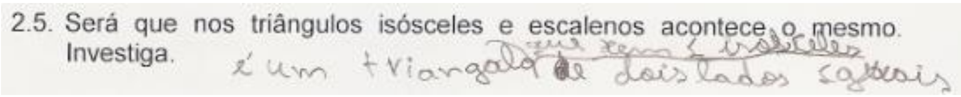

2.5. Será que nos triângulos isósceles e escalenos acontece o mesmo. Investiga.
é um triangulo de dois lados iguais

Figura 149. Resposta do grupo 3 ao item 2.5 da Ficha 12

Por sua vez, o grupo 6 elaborou uma resposta correta a este item, como mostra o registo apresentado a seguir:

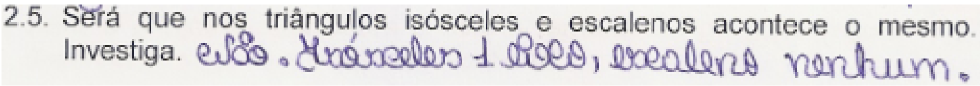

2.5. Será que nos triângulos isósceles e escalenos acontece o mesmo. Investiga. eixos. Isósceles 1 eixo, escaleno nenhum.

Figura 150. Resposta do grupo 6 ao item 2.5 da Ficha 12

Ao contrário dos outros grupos que identificaram infinitos eixos de simetria num círculo, o grupo 1 conseguiu apenas um, como se pode constatar nas respostas dadas pelos grupos 1 e 5.

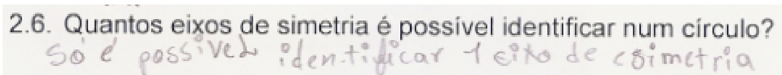

2.6. Quantos eixos de simetria é possível identificar num círculo?
Só é possível identificar 1 eixo de simetria

Figura 151. Resposta do grupo 1 ao item 2.6 da Ficha 12

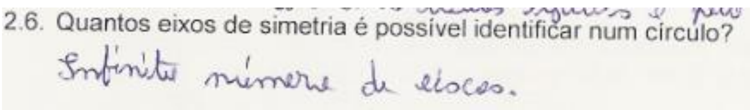

2.6. Quantos eixos de simetria é possível identificar num círculo?
Infinito número de eixos.

Figura 152. Resposta do grupo 5 ao item 2.6 da Ficha 12

O grupo 6 foi o único a indicar corretamente o polígono que não fosse um retângulo com dois eixos de simetria, apesar da falta de rigor na apresentação do seu desenho.

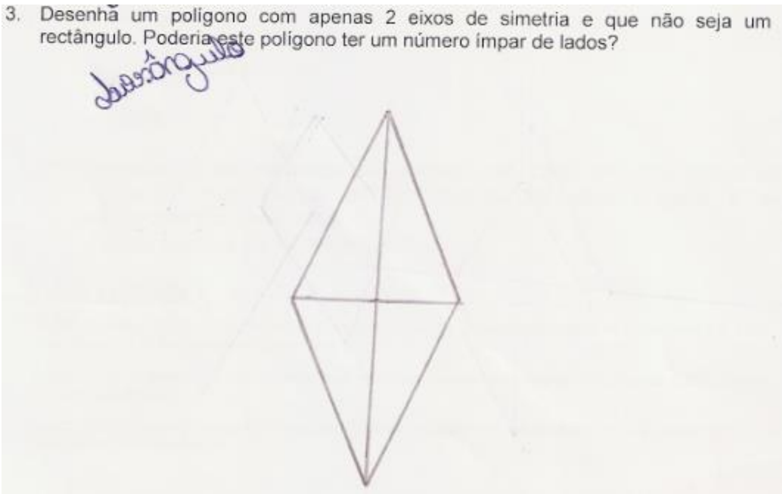


Figura 153. Resposta do grupo 6 à questão 3 da Ficha 12

Considerando as sugestões apresentadas e discutidas durante as sessões de reflexão das aulas, a Professora-caso mudou de estratégia para a realização do trabalho autónomo, solicitando aos alunos, primeiro, a investigação dos eixos de simetria nos materiais distribuídos (polígonos regulares recortados) e, só depois, a sua confirmação no GeoGebra. Esta estratégia permitiu perceber que o tempo disponibilizado para a realização das tarefas não foi suficiente. Sendo as tarefas de natureza exploratória e investigativa propícias à elaboração de conjeturas, o tempo a considerar para a sua realização deve ser ponderado para que o aluno possa aceitar ou refutar ou reformular, em raciocínio, as suas conjeturas.

A utilização dos materiais manipuláveis e do GeoGebra revelou ter sido útil no desenvolvimento dessas tarefas. Mesmo que, de forma implícita, os alunos tenham formulado as suas conjeturas, poderiam ter formulado conjeturas em níveis mais avançados, caso tivesse havido mais espaço de questionamento dos grupos durante a realização do trabalho autónomo.

Na correção da ficha 12 é evidenciada a evolução de conhecimento geométrico dos alunos quando o grupo 3 (A12, A13 e A21) foi chamado para fazer a correção da questão 2, no caso do pentágono regular:

Professora-caso: Agora o G3 vai apresentar a resolução com o pentágono regular. Digam lá o que vão fazer?
A13: Vamos usar o polígono regular que está na caixa 5.
Professora-caso: Portanto, com a ferramenta polígono regular na caixa 5 vão desenhar um polígono de quantos lados?
G3: 5 lados. [A21 construiu o pentágono regular]
Professora-caso: Pronto, já temos um polígono regular de 5 lados. Agora vai determinar os eixos e depois responder. Como vão determinar os eixos? Que ferramentas vão utilizar? A14 e A8, prestem atenção!
A21: Já está professora! Na caixa 4 selecionamos mediatriz e clicámos nos lados do pentágono.
Professora-caso: Okey. Então vamos preencher a tabela na linha do pentágono regular. Quantos vértices tem o pentágono regular?
G3: 5 vértices
Professora-caso: Número de lados? Agora o A12 é que vai responder!
A12: 5
Professora-caso: Número de ângulos?
A12: 5

Professora-caso: Número de eixos de simetria axial?
A12: 5 Professora.
Professora-caso: O que é que acontece aos eixos de simetria? O número de lados deste polígono é par ou impar?
G3: Ímpar
Professora-caso: E no triângulo equilátero?
A21: Também é ímpar.
Professora-caso: Então vamos ver por onde passam os eixos de simetria. Por exemplo, este eixo passa por onde?
Turma: Passa por C e pelo ponto médio do lado oposto.
Professora-caso: E este eixo aqui?
Turma: Pelo vértice B e pelo ponto médio do lado oposto.
Professora-caso: Quer dizer que sempre que o polígono tiver o número de lados ímpares os eixos de simetria axial passam sempre por um vértice e pelo ponto médio do lado oposto. Está bem?
Turma: Sim.
Professora-caso: G3 pode sentar-se (EDSSAGF a 14/03/2011).

Na resposta ao item 2.5 da ficha 12, o A9 teve dificuldades em distinguir um triângulo isósceles de um escaleno mas as perguntas feitas pela Professora-caso levou-o a esclarecer as suas dúvidas, como regista o diálogo seguinte:

A9: Professora, o que é um triângulo isósceles e um triângulo escaleno?
Professora-caso: O que é que diz o enunciado?
[A9 leu o enunciado do item 2.5.].
Professora-caso: Quando é que dizemos que um triângulo é isósceles?
A9: Quando os lados são diferentes.
Professora-caso: Porque é que os lados são diferentes? E os lados de um triângulo escaleno, as medidas de comprimento são iguais?
A9: Ah! Lembrei! Um triângulo escaleno é que tem todos os lados diferentes (EDSSAGF a 14/03/2011).

Para o relacionamento das simetrias com as Isometrias, duas atividades foram propostas na Ficha 13 - Simetrias e Isometrias no plano euclidiano. Nesta ficha, um aluno faltou a sua resolução.

Todos os alunos responderam corretamente à questão 1, a maioria, aos itens 2.1 e 2.2 e uma minoria, aos restantes itens. A maioria dos alunos respondeu incompletamente aos itens 2.3 e 2.4.; o item 2.5 foi o mais penalizado em termos de ausência de respostas.

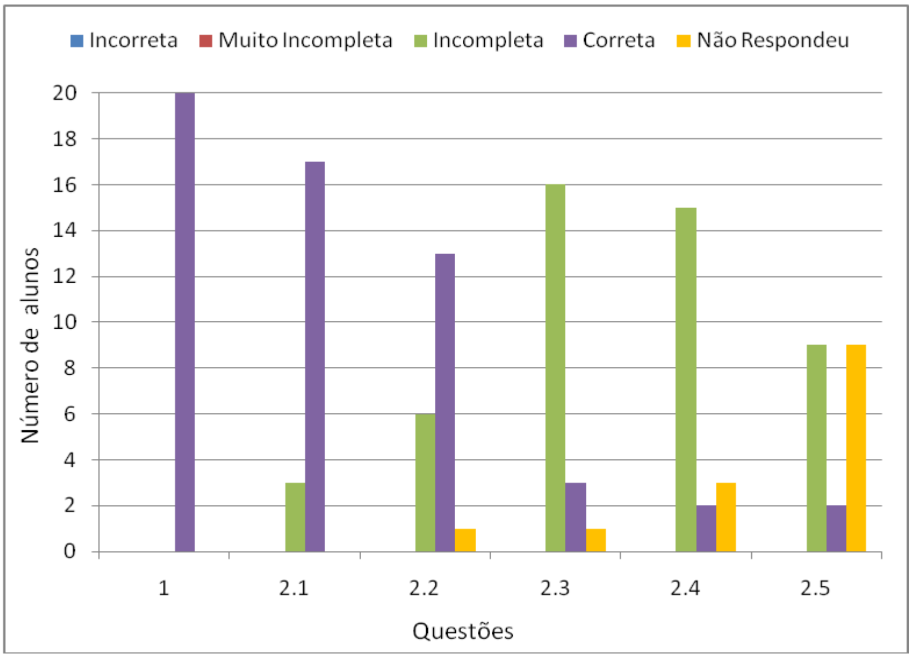


Gráfico 17. Resultados obtidos na Ficha 13

Apesar de todos os alunos terem resolvido corretamente a questão 1, nenhum apresentou as transformações realizadas. Pela análise dos protocolos de construção, constatou-se que, para além da Isometria rotação, apenas o aluno A10 utilizou a Isometria reflexão e o caso particular da rotação (a meia volta) para a construção da figura B. Os outros utilizaram sucessivas rotações para a sua construção.

A realização da tarefa 2 poderia ter acontecido com mais sucesso, pois, foi apenas no final da aula que alguns alunos revelaram que não sabiam o que era um painel. Concluiu-se na reflexão sobre a aula ser complicada a realização de uma tarefa sem os alunos terem a noção do que vão fazer e que os alunos precisavam de mais orientações para o desenvolvimento dessa tarefa.

Alguns trabalhos desenvolvidos pelos alunos revelaram uma melhoria na sua apresentação, conforme se ilustra no ponto referente às competências tecnológicas.

Para o desenvolvimento dos temas Frisos e Rosáceas, estruturou-se a Ficha nº 14 - Rosáceas e Frisos, com 3 tarefas.

Pela análise do gráfico seguinte, verificou-se que todos os alunos responderam corretamente aos itens 1.2, 1.4 e 2.1; a esmagadora maioria ao item 1.5 e 2.2.1; a maioria aos subitens 2.2.2 e 2.2.3. Todos responderam de forma incompleta ao item 1.1 e errada ao item 1.3; a maioria respondeu de forma incompleta ao item 2.3, tendo-se registado ausência de respostas apenas nos itens 1.5 e 2.3, sendo que a segunda foi a mais penalizada.

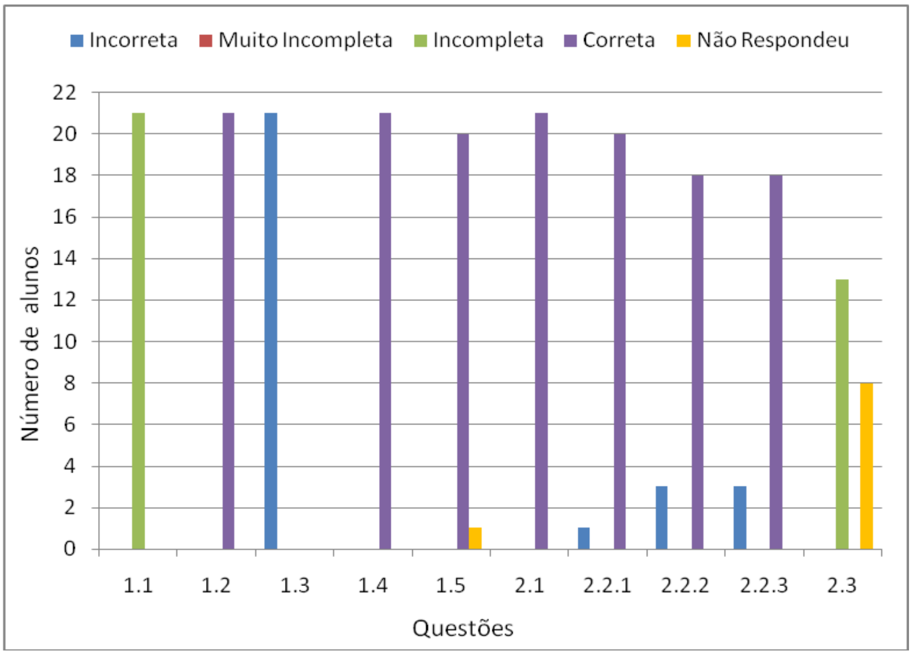


Gráfico 18. Resultados obtidos na Ficha 14

No item 1.1, apesar de os alunos terem efetuado sucessivas rotações com medidas de amplitude 45º, nenhum aluno explicou o raciocínio que utilizou para descobrir a medida da amplitude dos ângulos entre cada avião para realizar a volta completa.

O item 1.3 não contou com nenhum acerto. Na nossa observação, ao apresentar a tarefa, registou-se a forma como a Professora-caso induziu os alunos em erro, ao orientá-los de modo a ficarem com cinco imagens do avião.

As figuras seguintes ilustram a resolução do item 1.3, no GeoGbra pelo aluno A20.

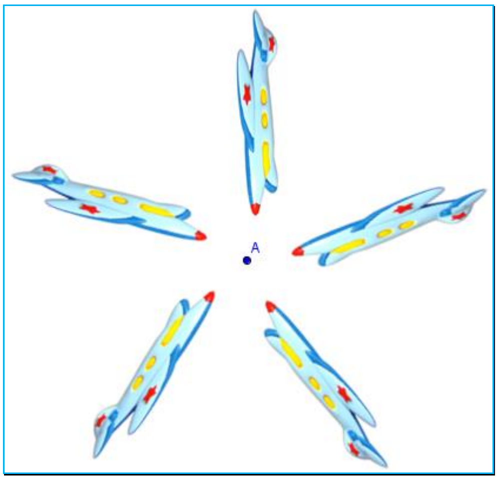


Figura 154. Resposta do aluno A20 ao item 1.3 da Ficha 14 no GeoGebra

Ilustra-se a seguir a resolução do item 1.4, pelo aluno A2, com diferentes medidas de amplitudes de ângulos e os respetivos números de rotações necessárias à realização de uma volta completa pelo avião.

Medidas de amplitude	o avião completa a volta com:
30°	12 rotações
45°	8 rotações
60°	6 rotações
90°	4 rotações
180°	2 rotações

Figura 155. Resposta do aluno A2 ao item 1.4 da Ficha 14

No grupo II de questões, os alunos tiveram dificuldades apenas na indicação de definição de friso. Ninguém conseguiu dar uma definição correta deste conceito, mas, na maioria das respostas, notou-se que os alunos conseguiram ver repetições de uma figura numa única direção. A seguir apresentam-se alguns exemplos de respostas a esta questão.

Figura 156. Resposta do aluno A11 ao subitem 1.2.1 da Ficha 14

Figura 157. Resposta do aluno A14 ao subitem 1.2.2 da Ficha 14

Figura 158. Resposta do aluno A10 ao subitem 1.2.3 da Ficha 14

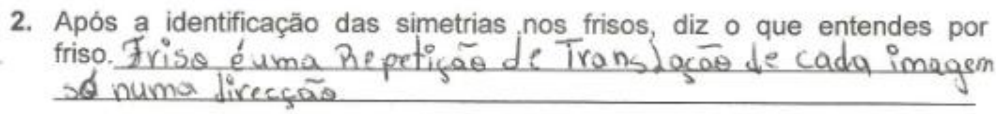

2. Após a identificação das simetrias nos frisos, diz o que entendes por friso. Friso é uma Repetição de Translação de cada imagem só numa direcção

Figura 159. Resposta do aluno A9 à questão 2 da Ficha 14

Na Ficha 15, a última Ficha – Pavimentações e Frisos, visando relacionar os conteúdos geométricos com a vida quotidiana, foi proposto aos alunos uma situação-problema e um problema.

Antes da realização da questão 1, a Professora-caso apresentou o chão da sala como exemplo de uma pavimentação dizendo que os mosaicos foram colocados sem sobreposição e sem deixar “buracos” entre eles (DB, 17/03/2011).

Nesta ficha os alunos poderiam ter tido mais sucesso na realização da situação-problema. Este tipo de atividade exige mais acompanhamento do professor durante a realização do trabalho autónomo por parte dos alunos.

Na realização da situação-problema, todos os grupos construíram as pavimentações com os polígonos regulares. Nenhum recorreu às Isometrias para as suas construções.

Já no problema, todos os grupos conseguiram mobilizar os conhecimentos isométricos para a resolução do problema, tendo 7 grupos acertado esta tarefa e 3 grupos resolvido de forma incompleta. Os resultados desta ficha estão sintetizados no gráfico seguinte.

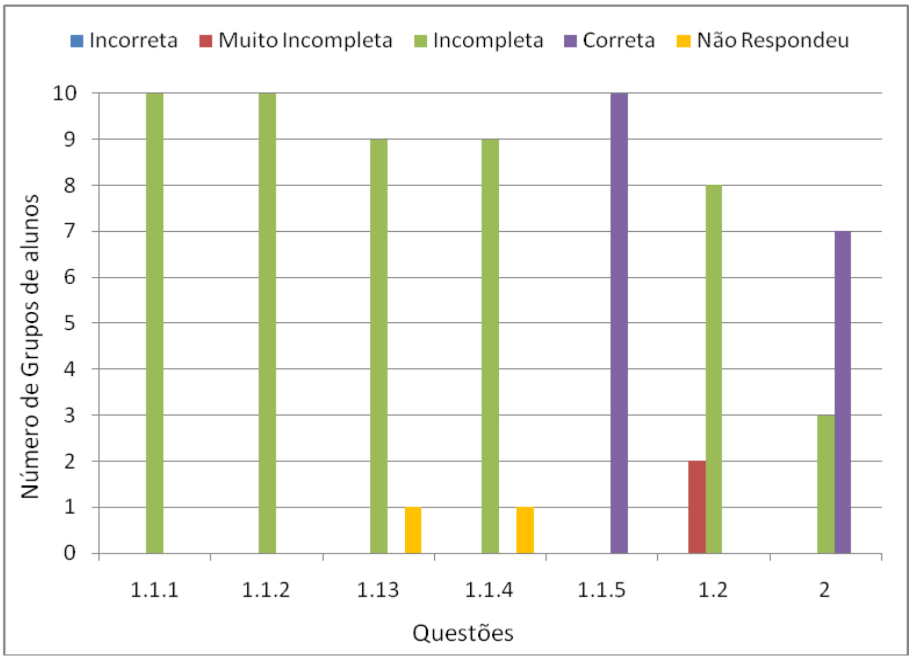


Gráfico 19. Resultados obtidos na Ficha 15

Apesar de os alunos não terem recorrido às Isometrias para a resolução da situação-problema proposta, conseguiram descobrir que é possível construir pavimentações regulares com triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares e que tal não é possível com pentágonos regulares. Nenhum grupo notou que, para se pavimentar com polígonos regulares, a soma dos ângulos internos formada pelas arestas em cada vértice do polígono regular é 360º.

Se tivesse havido mais intervenção no momento do trabalho autónomo dos alunos, possivelmente teria havido mais desenvolvimento do raciocínio matemático e, consequentemente, aprendizagem mais significativa na realização desta tarefa. Na figura seguinte, ilustra-se uma resposta do grupo 3 ao item 1.1.

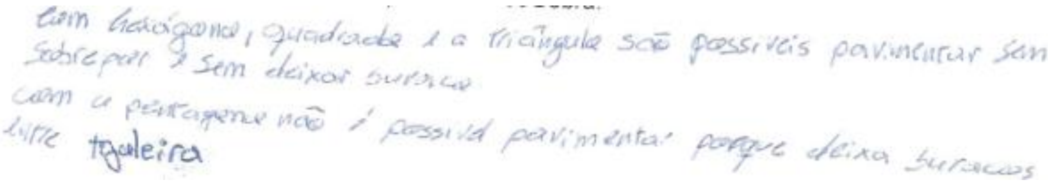

Com hexágonos, quadrados e o triângulo são possíveis pavimentar sem sobrepor e sem deixar buracos
Com o pentágono não é possível pavimentar porque deixa buracos
livre tgaleira

Figura 160. Resposta do grupo 3 ao item 1.1 da Ficha 15

No item 1.2, o grupo 4 observou um aspeto que nenhum outro grupo referiu. Relacionou os lados do hexágono com os lados do triângulo equilátero e do pentágono regular. Veja-se a resposta dada na figura seguinte:

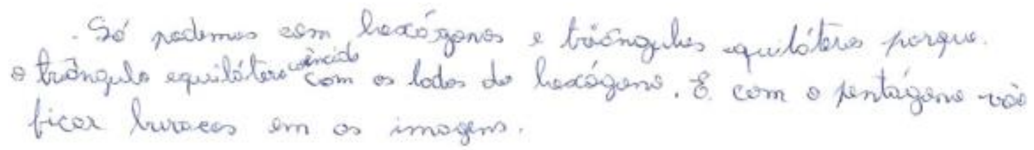

. Só podemos com hexágonos e triângulos equiláteros porque o triângulo equilátero coincide com os lados do hexágono. E com o pentágono vão ficar buracos em as imagens.

Figura 161. Resposta do grupo 4 ao item 1.2 da Ficha 15

Nesta última ficha era esperado que os alunos utilizassem os conhecimentos relativos às Isometrias e suas propriedades para o desenvolvimento de todas as tarefas da ficha. No entanto, os resultados obtidos na questão 1, situação-problema, dão conta que não houve uma mobilização plena dos conhecimentos pelos alunos, para a construção das pavimentações com recurso às Isometrias, tendo todos os grupos utilizado a ferramenta 'polígonos regulares'.

2.2.1.3. Depois da experiência

A aplicação do pós-teste teórico e do pós-teste prático constituiu o último momento da experiência. Apresentam-se de seguida os resultados do teste teórico e os do teste prático serão ilustrados na parte referente à competência tecnológica.

Da análise comparativa dos testes no quadro 19 (resultados obtidos no pré e pós-teste teórico de acordo com as categorias de respostas), concluiu-se que em todas as questões os resultados obtidos do pós-teste foram superiores aos do pré-teste. As ausências de respostas no pós-teste diminuíram de forma significativa em todas as questões relativamente ao pré-teste. Contudo, nota-se que apesar de a maioria ter respondido às questões 1.7 e 3.1., as respostas foram dadas de forma incorreta. Por um lado, esta situação leva-nos a concluir que os alunos continuam, ainda, com lacunas na capacidade da visualização espacial. Por outro, confirma-se que os 4 que acertaram à questão 3.1, fizeram-no de forma inconsciente na medida em que este número diminuiu para dois acertos no pós-teste. Esta análise poderá ser confirmada a seguir:

Etapas	**Pré-teste**					**Pós-teste**				
Categoria de resposta Questões	**Incorreta**	**Muito Incompleta**	**Incompleta**	**Correta**	**Não respondeu**	**Incorreta**	**Muito incompleta**	**Incompleta**	**Correta**	**Não respondeu**
Q 1.1	0	0	0	1	20	8	0	0	13	0
Q 1.2	2	0	0	0	19	10	0	0	11	0
Q 1.3	2	0	0	0	19	6	0	0	15	0
Q 1.4	2	0	0	0	19	16	0	0	5	0
Q 1.5	2	0	0	0	19	12	0	0	9	0
Q 1.6	2	0	0	0	19	8	0	0	13	0
Q 1.7	2	0	0	0	19	18	0	0	3	0
Q.2.1	18	0	0	0	3	0	9	5	7	0
Q2.1.1	2	0	0	0	19	0	0	1	20	0
Q2.1.2	2	0	0	0	19	12	0	0	9	0
Q.2.2	15	0	0	0	6	2	5	1	13	0
Q2.2.1	6	0	0	0	15	1	0	1	18	1
Q2.2.2	1	0	0	0	20	11	0	0	9	1
Q.2.3	11	0	0	0	10	1	12	4	4	0
Q2.3.1	2	0	0	0	19	2	0	1	18	0
Q2.3.2	2	0	0	0	19	5	0	0	16	0
Q.3.1	17	0	0	4	0	19	0	0	2	0
Q.3.2	13	0	0	8	0	2	0	0	19	0
Q.3.3	11	0	0	10	0	7	0	0	14	0
Q.3.4	11	0	0	10	0	4	0	0	17	0
Q.3.5	15	0	0	6	0	9	0	0	12	0
Q.3.6	13	0	0	8	0	9	0	0	12	0
Q.3.7	14	0	0	7	0	3	0	0	18	0

Q.3.8	6	0	0	15	0	5	0	0	16	0
Q.3.9	9	0	0	10	2	4	0	0	16	1
Q.3.10	9	0	0	11	1	7	0	0	14	0
Q.3.11	7	0	0	13	1	4	0	0	17	0
Q.3.12	10	0	0	10	1	2	0	0	19	0
Q.3.13	8	0	0	12	1	1	0	0	20	0
Q.3.14	10	0	0	10	1	7	0	0	14	0
Q.3.15	7	0	0	13	1	8	0	0	13	0
Q.4	6	0	0	3	12	9	1	3	8	0

Quadro 19. Resultados obtidos no teste teórico (pré e pós) de acordo com as categorias das respostas

Verificou-se que todos os alunos melhoram o seu desempenho no pós-teste teórico, com destaque para os resultados obtidos pelos alunos A10 (de 2,25 para 18,5 valores), A20 (de 4 para 17,5 valores) e A15 (de 1,25 para 17,25 valores). A média obtida foi de 13,01 valores em 20 atribuídos. Apenas três alunos não alcançaram uma nota positiva, situando-se a maioria entre os 11,5 e 14 valores.

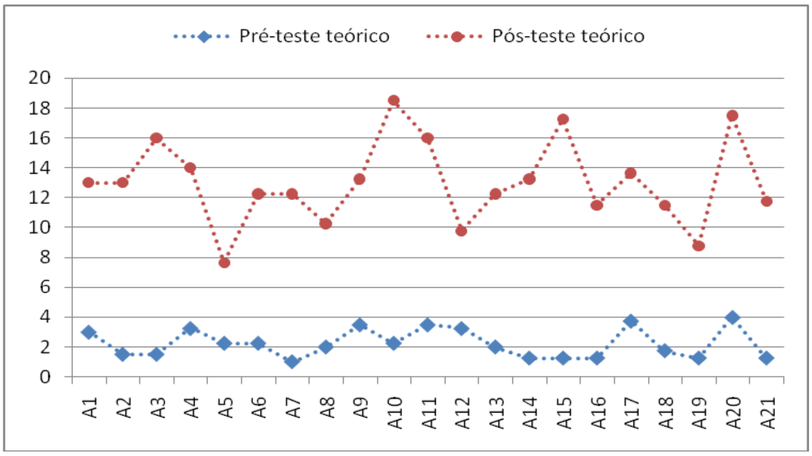


Gráfico 20. Resultados obtidos nos pré e pós teste teórico

Relativamente ao primeiro grupo de questões, os itens melhor respondidos foram 1.3 (15 registos), 1.1 e 1.6 (13 registos). Os menos acertados foram os itens 1.7 (3 registos) e 1.4 (5 registos). Nenhum aluno acertou todos os itens deste grupo de questões. (Ver o quadro seguinte)

Questões	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	2.1	2.1.1	2.1.2	2.2	2.2.1	2.2.2	2.3	2.3.1	2.3.2	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10	3.11	3.12	3.13	3.14	3.15	4	Total	%
Cotação Alunos	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1,5	1,5	0,5	2	1,5	0,5	2	1,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	2	20	100
A1	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1	1,5	0	2	1,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0	0,25	0	0	0	0,5	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0	13	65
A2	0	0	0,25	0	0,25	0,25	0	0,5	1,5	0,5	2	1,5	0	0,75	1,5	0,5	0	0,25	0	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	13	65
A3	0,25	0	0,25	0	0,25	0,25	0	1,5	1,5	0,5	2	1,5	0	0,5	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0,25	0,25	0,25	2	16	80
A4	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	1,5	1,5	0,5	0	1,5	0	0,25	1,5	0	0	0,25	0	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	2	14	70
A5	0	0,25	0	0	0	0	0	1,4	1,5	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0	1,75	7,65	38,25
A6	0	0	0	0	0	0	0	0,25	1,5	0	2	1,5	0	0,25	1,5	0	0	0,25	0,25	0	0,5	0,5	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	0,25	2	12,25	61,25
A7	0	0,25	0	0	0,25	0,25	0	0,25	1,5	0	0,5	1,5	0	1,5	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0	0,5	0	0	0,25	0	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0	2	12,25	61,25
A8	0	0	0	0	0	0	0	0,25	1,5	0	2	1,5	0,5	0,25	1,5	0,5	0	0	0	0,25	0	0,5	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0	0,25	10,25	51,25
A9	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	1	1,5	0	2	1,5	0	1,75	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	13,25	66,25
A10	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	1,5	1,5	0,5	2	1,5	0,5	2	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	2	18,5	92,5
A11	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0	1,5	1,5	0,5	0,25	1,5	0	2	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	2	16	80
A12	0,25	0,25	0,25	0	0	0	0	0,25	1,5	0,5	0,5	1,5	0	0,25	1,5	0,5	0	0,25	0	0,25	0	0,5	0,25	0	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0	0	9,75	48,75
A13	0	0	0,25	0	0	0	0	1,25	1,5	0	0,5	1,5	0,5	0,25	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	0	1,5	12,25	61,25
A14	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	0,25	1,5	0	1,5	1,5	0,5	1,5	1,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0	0	0,5	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0	13,25	66,25
A15	0	0	0,25	0	0	0	0	1,5	1,5	0,5	2	1,5	0,5	2	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	2	17,25	86,25
A16	0	0,25	0	0	0	0	0,5	1,5	1,5	0	2	1,5	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0,5	0	0	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	2	11,5	57,5
A17	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0	1,4	1,5	0	2	1	0	0,75	1,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0	13,65	68,25
A18	0,25	0	0,25	0	0,25	0	0,5	0,25	1,5	0	2	1,5	0,5	0,25	1,5	0,5	0	0,25	0	0,25	0	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	0	0	11,5	57,5
A19	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0,25	1,5	0	0,5	1,5	0	0,5	1,5	0	0	0,25	0	0,25	0	0	0,25	0,25	0	0	0,25	0,25	0,25	0	0,25	0	8,75	43,75
A20	0,25	0	0	0	0	0,25	0	1,5	1,5	0,5	2	1,5	0,5	2	1,5	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	1,75	17,5	87,5
A21	0,25	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0,25	1,25	0,5	2	0	0,5	1	1,25	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,5	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0	11,75	58,75
Total	3,25	2,75	3,75	1,25	2,25	3,25	1,5	19,1	31,3	4,5	29,8	28	4,5	18,5	28,25	8	1	4,75	3,5	4,25	6	6	4,5	4	4	3,5	4,25	4,75	5	3,5	3,25	21,25	273	1366,50
%	61,9	52,38	71,4	23,81	42,9	61,9	14,3	60,5	99,2	42,9	70,8	88,9	42,9	44,05	89,68	76,19	9,52	90,5	66,7	81	57,1	57,1	85,7	76,2	76,2	66,7	81	90,5	95,2	66,7	61,9	50,60	65,1	65,07

Quadro 20. Resultados obtidos no pós-teste teórico

Na figura seguinte, ilustra-se a resposta do Aluno A10 à questão 1, que falhou apenas o último item.

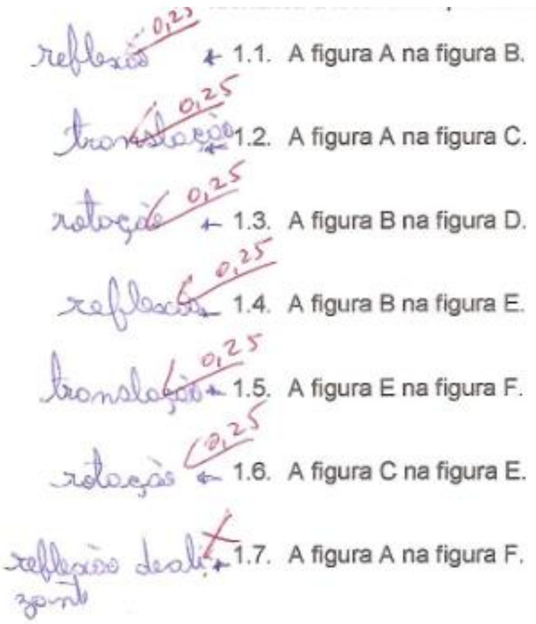


Figura 162. Resposta do aluno A10 à questão 1 do pós-teste teórico

Ao contrário, o aluno A13 acertou apenas um item, conforme a resposta na figura seguinte.

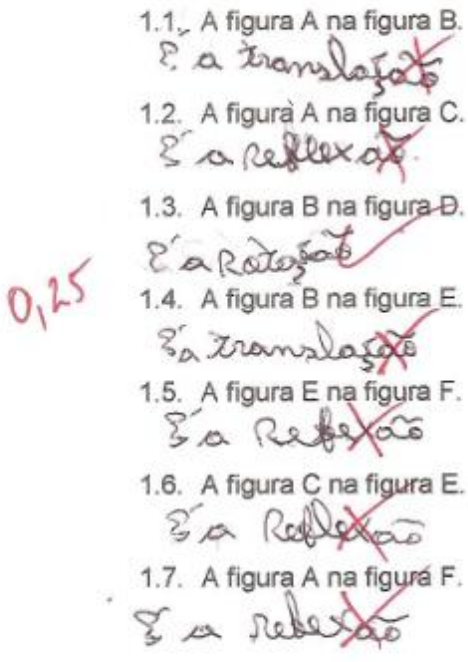


Figura 163. Resposta do aluno A13 à questão 1 do pós-teste teórico

O aluno A12 acertou três dos sete itens. (Ver figura seguinte).

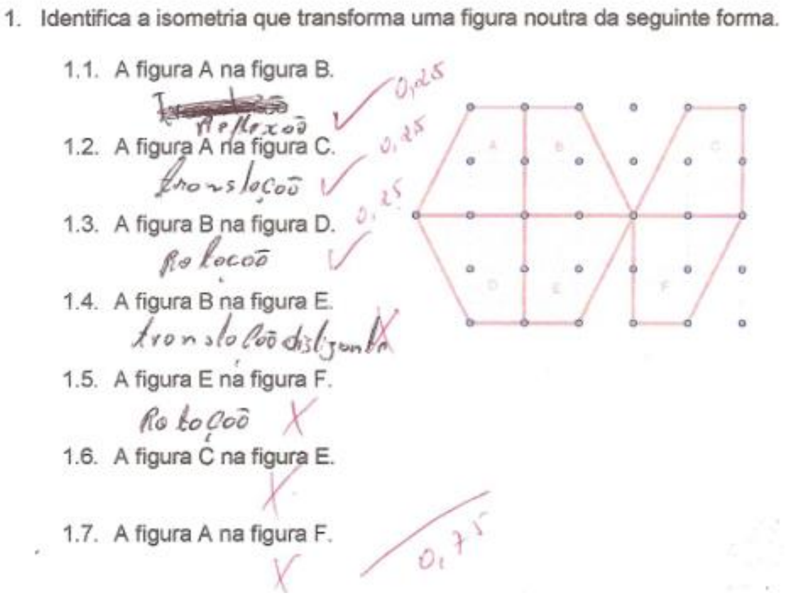


Figura 164. Resposta do aluno A12 à questão 1 do pós-teste teórico

No que se refere ao segundo grupo de questões, das transformações solicitadas dos triângulos dados, a Isometria mais realizada corretamente foi a rotação e a menos construída corretamente foi a translação. Notou-se falta de rigor em alguns trabalhos na determinação dos transformados dos triângulos. Na translação, não foi respeitado, nas construções, o paralelismo dos segmentos que unem os objetos e suas respetivas imagens. Na reflexão, os segmentos que unem os objetos as suas imagens não ficaram perpendiculares relativamente ao eixo de reflexão. Na rotação, nota-se alguma dificuldade na determinação das medidas das amplitudes dos objetos para a obtenção das suas imagens.

Pode afirmar-se que os alunos compreenderam os conceitos das Isometrias, mas revelaram dificuldades em manusear os instrumentos de desenho e de medição, como se mostra nos exemplos de resolução dos itens 2.1, 2.2 e 2.3 pelos alunos A9 e A11, A13 e A10, A2 e A20, respetivamente, nas figuras seguintes.

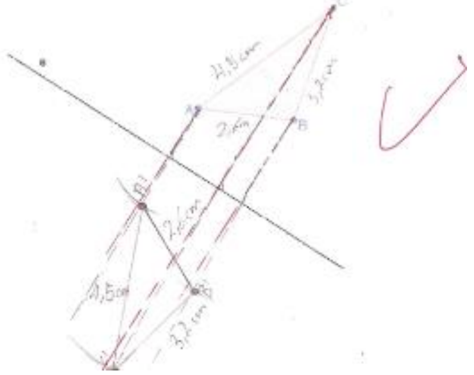


Figura 165. Resposta do aluno A9 ao item 2.1 do pós-teste teórico

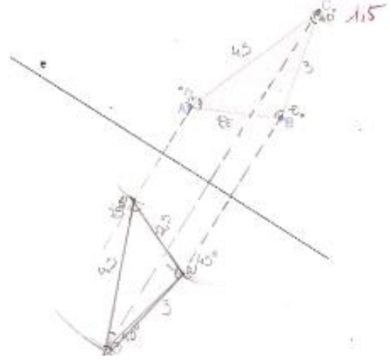


Figura 166. Resposta do aluno A11 ao item 2.1 do pós-teste teórico

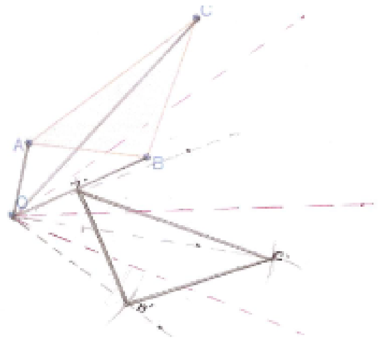


Figura 167. Resposta do aluno A12 ao item 2.2 do pós-teste teórico

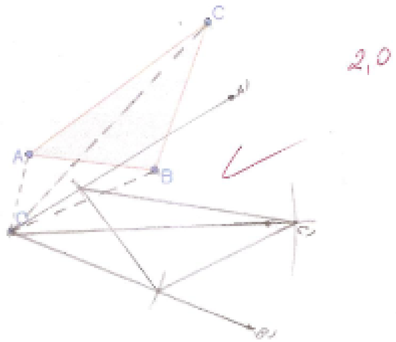


Figura 168. Resposta do aluno A10 ao item 2.2 do pós-teste teórico

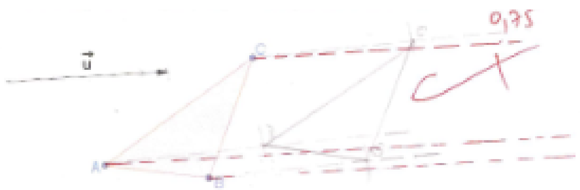


Figura 169. Resposta do aluno A2 ao item 2.3 do pós-teste teórico

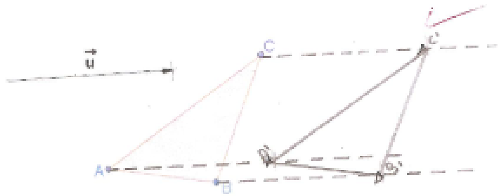


Figura 170. Resposta do aluno A20 ao item 2.3 do pós-teste teórico

Na comparação das medidas dos lados e dos ângulos correspondentes da figura inicial e final, a maioria dos alunos respondeu corretamente a todos os subitens. Já na verificação da preservação do sentido dos ângulos correspondentes das figuras inicial e final, nas transformações realizadas, mais de metade dos alunos respondeu de forma incorreta às Isometrias reflexão (2.1.2) e rotação (2.2.2). A translação (2.3.2) foi a Isometria com mais acertos, com 18 registos como se ilustra a baixo, nos exemplos de respostas ao subitem 2. 2.1 pelos alunos A9 e A11, respetivamente.

Figura 171. Resposta do aluno A9 ao subitem 2.1.2 do pós-teste teórico

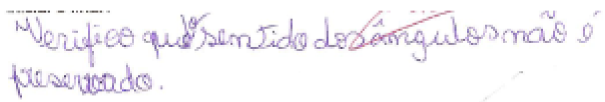


Figura 172. Resposta do aluno A11 ao subitem 2.1.2 do pós-teste teórico

Na terceira questão, pretendia-se que os alunos assinalassem, com um 'X', as afirmações falsas e verdadeiras apresentadas num quadro com 15 afirmações referentes às propriedades das Isometrias. Nenhum aluno acertou todas as afirmações. Com exceção da primeira afirmação, mais de metade dos alunos respondeu corretamente todas as afirmações, tendo sido as mais acertadas a décima terceira (20 registos), a segunda e décima segunda (19 registos) e a sétima (18 registos). A menos acertada foi a primeira com apenas 2 registos corretos. Apenas 1 aluno acertou todas as propriedades da reflexão.

O aluno A14 acertou três das cinco afirmações das propriedades da reflexão indicadas, conforme se pode ver na figura seguinte:

Propriedades das isometrias	Verdadeiro	Falso	
Numa **reflexão,** a imagem de um segmento de recta é sempre um segmento de recta paralelo ao primeiro.		X	0,5
Numa **reflexão,** a imagem de um segmento de recta é sempre um segmento de recta de igual medida de comprimento (congruente).	X ✓		0,25
Numa **reflexão,** a distância de um ponto ao eixo de reflexão é igual à distância da sua imagem ao mesmo eixo.	X ✓		0,25
Numa **reflexão,** a imagem de um ângulo é sempre um ângulo de igual medida de amplitude.	X	X	
Numa **reflexão** o sentido dos ângulos é preservado.			

Figura 173. Resposta do aluno A14 às 5 primeiras afirmações da questão 3 do pós-teste teórico

Apenas 2 alunos acertaram todas as propriedades da rotação. Ilustra-se um exemplo de uma das respostas obtidas.

Propriedades das isometrias	Verdadeiro	Falso
Numa **rotação,** a imagem de um segmento de recta é sempre um segmento de recta paralelo ao primeiro.	X ✓	0,5
Numa **rotação,** a imagem de um segmento de recta é sempre um segmento de recta de igual medida de comprimento (congruente).	X ✓	0,25
Numa **rotação,** a distância de um ponto ao centro de rotação é igual à distância da sua imagem ao mesmo centro.	X ✓	0,25
Numa **rotação,** a imagem de um ângulo é sempre um ângulo de igual medida de amplitude.	X ✓	0,25
Numa **rotação,** o sentido dos ângulos é preservado.	X ✓	0,25

Figura 174. Resposta do aluno A13 às afirmações de 6 a 10 da questão 3 do pós-teste teórico

Todas as propriedades da translação foram acertadas por 7 alunos, conforme o exemplo ilustrativo a seguir:

Propriedades das isometrias	Verdadeiro	Falso
Numa **translação** a imagem de um segmento de recta é sempre um segmento de recta paralelo ao primeiro.	X ✓	
Numa **translação** a imagem de um segmento de recta é sempre um segmento de recta de igual medida de comprimento (congruente).	X ✓	
Numa **translação** a distância de qualquer ponto à sua imagem é sempre igual ao comprimento do vector associado à translação.	X ✓	
Numa **translação** a imagem de um ângulo é sempre um ângulo de igual medida de amplitude.	X ✓	
Numa **translação** o sentido dos ângulos é preservado.	X ✓	

Figura 175. Resposta do aluno A2 às afirmações de 11 a 15 da questão 3 do pós-teste teórico

Na última questão, onde os alunos tinham que desenhar dois retângulos congruentes em que um não pudesse ser a imagem do outro por uma translação, 9 alunos responderam incorretamente, 8 corretamente, 3 de forma incompleta e, um de forma muito incompleta. Para garantir a condição imposta, uns construíram um retângulo e determinaram a sua imagem por reflexão. Outros realizaram a rotação do retângulo. Apresentam-se a seguir exemplos de resolução desta questão pelos alunos A13 e A11 nas figuras seguintes:

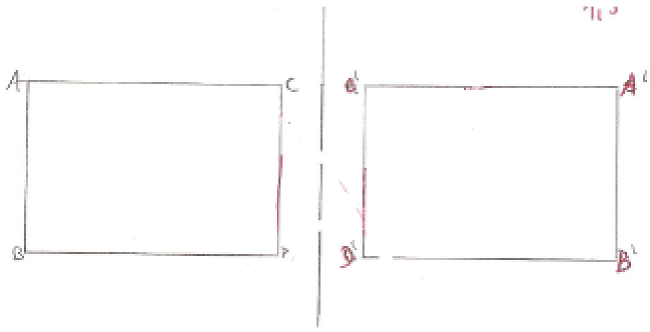


Figura 176. Resposta do aluno A13 à questão 3 do pós-teste teórico

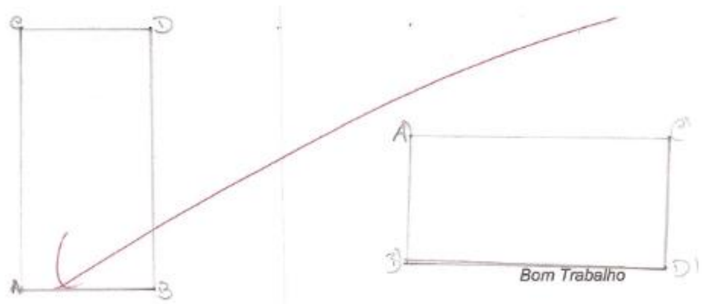


Figura 177. Resposta do aluno A11 à questão 3 do pós-teste teórico

A avaliação global da experiência contou em larga medida com o levantamento da opinião dos alunos sobre a mesma no questionário final. A esmagadora maioria dos inquiridos foi de opinião de que a melhor forma de aprender Matemática é "Resolvendo exercícios com a ajuda do computador" (95,2%). Desse dado, foi possível extrair evidências de que a aprendizagem da disciplina com o GeoGebra constituiu uma oportunidade de enriquecer a capacidade dos alunos fazerem inferências dos conteúdos geométricos tratados nas aulas para o quotidiano. Por exemplo, o aluno A11 foi expressivo ao afirmar: "*Professora, tem Geometria na bandeira do MPD*[10]*. Tem lá uma rosácea. A14, vamos fazer uma rosácea com a bandeira de Cabo Verde*" (EDSSAGF, 23/03/2011).

No acompanhamento dos grupos, durante o trabalho prático, registou-se um exemplo que dá conta da apropriação dos conteúdos geométricos explorados à experiência real dos alunos, quando A10 constatou: "*Já sei como é que foram feitas as faixas de azulejo que estão na casa de banho da minha casa. Usaram reflexão e translação. Professora, é Geometria que*

[10] *Movimento Para Democracia* – É um partido político cabo-verdiano.

está lá! Professora mas é mais prático e muito mais fácil construir os frisos no GeoGebra (EDSSAGF, 23/03/2011).

O exemplo considerado prova até que ponto um conteúdo explorado com suporte numa ferramenta infomática, do tipo em causa, para além dos conhecimentos científicos expostos e aprendidos, remete para a capacidade do aluno identificar as Isometrias específicas com compreensão e rigor, para além de mostrar o amadurecimento (autoreflexão) na aprendizagem desses conteúdos ao concluir sobre a eficácia e facilidade com que se pode trabalhar os frisos suportados por tal recurso.

Sobre a resolução de exercícios com a ajuda do computador", o A9 afirmou: "*Professora é mais fácil fazer a rotação no GeoGebra. No papel é muito cansativo e não fica bonito como no computador*" (EDSSAGF, 23/03/2011), e para A11:

> "*É mais fácil trabalhar os frisos e as rosáceas no GeoGebra. No papel perdemos muito tempo e não conseguimos inventar tantas coisas como fazemos no GeoGebra. Podemos construir e arrastar os vértices e deixar a figura como queremos. No papel temos que apagar a construção e fazer outra vez. Fica borrado*" (EDSSAGF, 23/03/2011).

Por outro lado, as respostas obtidas evidenciaram a necessidade premente de se apostar nas inovações pedagógicas com recurso ao computador e às ferramentas tecnológicas. Pois, nenhum aluno assinalou gostar de aprender Matemática estudando no livro, observação que não diz respeito apenas aos alunos do ES. Mesmo os alunos do Ensino Superior, com os quais a investigadora tem trabalhado, apresentam uma resistência em estudar pelos livros. No GeoGebra a interação que se estabelece entre os utilizadores e as ferramentas disponíveis propicia uma maior gosto por explorar e aprender o que nos livros, não é frequente.

Efetivamente, 81% dos inquiridos afirmaram que a abordagem dos conteúdos geométricos com a utilização do computador exerceu influência na sua aprendizagem. As justificativas das suas opções, com destaque para o aumento do conhecimento e promoção da aprendizagem, enquadram-se nas categorias no quadro seguinte:

Categorias	**Frequência**	**%**
Aumento do conhecimento	3	14,3
Promoção da aprendizagem	3	14,3
Despertar da atenção	1	4,8
Eficácia na aprendizagem	13	6,9
Estímulo à aprendizagem.	1	4,8

Quadro 21. Categorias de opinião dos alunos sobre a influência exercida nas suas aprendizagens dos conteúdos geométricos com recurso ao computador

Todos os inquiridos consideraram que a utilização do *software* GeoGebra facilitou muito (14) ou bastante (7) a aprendizagem dos conteúdos geométricos abordados.

No âmbito da SE aplicada à Professora-caso, procurou-se ver o impacto da sua prática letiva relativamente às competências desenvolvidas pelos seus alunos. Na sua opinião, o impacto do *software* GeoGebra na aprendizagem dos alunos foi muito significativo. A Professora-caso realçou ter gostado muito de utilizar o GeoGebra "[...] *na medida em que os alunos conseguiram compreender os conteúdos de Geometria de uma forma mais significativa, ao contrário do acontecido nas aulas habituais, em que os alunos normalmente memorizam os conceitos*" (SE, 23/03/2011).

Também opinou que, no decorrer da experiência, os alunos aprofundaram os seus conhecimentos geométricos e "*em alguns momentos,* [...] *utilizaram estes conhecimentos para novas construções*" (SE, 23/03/2011).

Em relação ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos, foi de opinião que isto aconteceu principalmente através das tarefas de aplicação dos conceitos estudados e que os alunos encararam a resolução dos problemas de uma forma diferente.

Comparativamente às expetativas da Professora-caso no que tange aos resultados obtidos pelos alunos na utilização do GeoGebra, a própria disse estar satisfeita - "*O que esperava conseguir concretizou-se num nível satisfatório. Houve melhorias durante todo o processo: na realização das tarefas, na participação ativa dos alunos nas aulas, no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, geométricos e nas comunicações*" (SE, 23/03/2011).

A exposição dos trabalhos dos alunos com os frisos, as rosáceas e as pavimentações feita no final desta experiência é uma mostra desta constatação.

2.2.2. Atitudes

2.2.2.1. Antes da experiência

Durante a observação das aulas da Professora-caso antes da realização da experiência em sala de aula, notou-se nas expressões e na postura de vários alunos, algumas situações indiciadoras do desinteresse e da pouca motivação para a aprendizagem da matemática. Por exemplo, observou-se A13 contemplando a Professora com a mão no queixo, A14 estava visivelmente com a cabeça disposta sobre a mesa, A12 não anotava nada no caderno durante toda a aula, A19 trocava bilhetes com A8, entre outros casos. Uma minoria acompanhava as explicações da Professora-caso (DB, 31/10/2010).

Na realização do pré-teste teórico, os alunos manifestaram várias dúvidas, mostrando-se muitos nervosos e irritados, por não conseguirem responder à grande maioria das questões do teste. Perante a novidade do conteúdo, porém reconhecendo as suas dificuldades, os elementos do grupo 1 não hesitarm em dizer à Professora-caso que queriam desistir (DB, 11/02/2011).

2.2.2.2. Durante a experiência

A primeira aula da abordagem das Isometrias foi iniciada com a apresentação da Ficha 2 em que os alunos, em pares, iniciaram a sua resolução. No decorrer do desenvolvimento dos trabalhos, alguns alunos tinham construído o vetor sobre o lado do triângulo, porém acabaram por abandonar as suas resoluções e representaram outros vetores pelo facto de a Professora-caso lhes ter dito que o vetor não tinha que ser definido, necessariamente, no lado do triângulo e que poderia ser construído fora dele. Nesta primeira fase, notou-se uma atitude passiva dos alunos pois estes perderam oportunidades de terem explorado outras situações para a realização da translação.

Na correção dessa ficha, os alunos mostram-se atentos e interventivos relativamente às caraterísticas potenciadas pelo GeoGebra na aprendizagem. Por exemplo, quando o aluno A10 solicitou para retirar os eixos que estavam no ambiente de trabalho do portátil da Professora-caso, e o A12 foi convocado para os retirar, mas não o fez por estar entretido na Internet, o A11 logo interveio para responder dizendo: "*É só ir no menu 'Exibir*" e clicar na opção eixos coordenados". Embora se tenha verificado a distração de A12, neste momento a turma se encontrava de um modo geral muito engajada em responder aos desafios, como foi ainda o caso da resposta em coro "*Está na caixa 3*" à pergunta sobre a localização da ferramenta 'vetor definido por dois pontos'. Portanto, estas evidências mostraram que os alunos evoluíram em relação às atitudes manifestadas no âmbito geométrico.

Questionados sobre como renomear o vetor definido, que, no GeoGebra, por defeito, vem com o nome de "u", A10 respondeu rapidamente: "É clicar com o botão direito em cima dele e clicar em renomear e depois escrever "v"

No momento em que o A9 respondeu ao pedido de localização da ferramenta "*translação por um vetor*", com a resposta, "*Professora, está na caixa 9*", os alunos mostraram-se satisfeitos ao ler a instrução dada para a utilização do referido comando, sentindo o efeito da segurança em dominar aquele procedimento.

Noutro momento, os alunos acompanharam sem dificuldades a Professora-caso, mostrando-se interessados quando esta lhes pediu os procedimentos para determinar a medida de amplitude dos ângulos e de comprimento dos triângulos (imagem e objeto). Os alunos, pronta e rapidamente, concluíram sobre a congruência dos lados e dos ângulos correspondentes dos triângulos. Acompanhe-se o diálogo a seguir:

Professora-caso: quais as medidas dos ângulos A e A'?
Turma: São iguais.
Professora-caso: E B e B'?
Turma: Também são iguais.

> Professora-caso: E C e C'?
> Turma: Têm a mesma amplitude.
> Professora-caso: E os lados?
> Turma: Ficam todos iguais.
> Professora-caso: Então, o que podemos concluir com as propriedades da translação?
> A11: Uma translação transforma um segmento de reta noutro congruente.
> Professora-caso: Quem é que vai indicar outras propriedades?
> A9: Uma translação transforma um ângulo noutro congruente.
> Professora: Boa, mais…?
> A10: Uma translação transforma uma figura noutra figura com a mesma área.
> Professora-caso: Vamos, mais propriedades.
> A20: Uma translação preserva o sentido dos ângulos (EDSSAGF a 21/02/2011).

Os alunos aceitaram o desafio lançado pela Professora-caso na descoberta dos procedimentos para apresentar os resultados no GeoGebra com apenas uma casa decimal. Este procedimento foi descoberto pelo aluno A11, numa discussão ativa com a Professora-caso sobre a razão do arredondamento das medidas.

A formalização do conceito de vetor teve por base as respostas dos alunos no momento de apresentação dos trabalhos. Nesse momento, a participação dos alunos revelou-se muito ativa e contribuiu para um ambiente de aprendizagem colaborativa, pois mostraram-se em empenhados em compreender os resultados. Foi o que aconteceu aquando da comparação dos vetores construídos, pelo grupo 4 que utilizou a ferramenta 'comparação entre dois objetos' e obteve a resposta que os "vetores são iguais". Na indicação da justificação da congruência dos triângulos o A20 disse: "*Porque são paralelos, têm a mesma direção e têm o mesmo comprimento*", sendo a intervenção complementada pelo A11, de outro grupo. Numa atitude interativa, com uma disposição alegre e satisfeita, o aluno concluiu que os vetores tinham o mesmo sentido. Estes subsídios foram considerados para a introdução do conceito de vetor naquele momento.

Na continuidade da correção, para responder à questão 4, a turma mostrou-se dividida, criando um momento de reflexão: alguns alunos responderam corretamente e outros ficaram em silêncio dando a entender que meditavam sobre a complexidade da questão. Na questão 5, alguns alunos responderam que as medidas dos triângulos se alteraram, mas não concluíram que as propriedades se mantiveram, e voltaram novamente a ser participativos quando lhes foi pedido que comparassem as medidas nos dois triângulos após a alteração dos seus vértices novamente. Assim, foram levados a concluir que, apesar de as medidas terem sofrido alterações, as propriedades se mantiveram. Com isto mostra-se uma dinâmica em que houve uma aprendizagem com compreensão e interesse por parte dos alunos.

No momento de sintetização da aula, os alunos foram estimulados a representarem alguns vetores no GeoGebra e a partir deles trabalhar os conceitos de vetores simétricos, colineares, equipolentes e vetores nulos. Em diálogo, foi-lhes expressamente solicitada pela Professora-caso a ajuda deles para aplicar a translação ao triângulo construído no quadro associada ao vetor representado com recurso aos instrumentos de construção. Após um momento em silêncio e de ter sido pedido aos alunos que observassem as construções no GeoGebra, o A10, tomou a dianteira da situação e explicou que teria de tirar retas paralelas ao vetor passando para os vértices dos triângulos e depois medir o comprimento do vetor. O A9 perguntou-lhe como fazer para medir o comprimento do vetor, ao que o A10 logo interveio respondendo que poderia ser com um compasso ou uma régua, mas que com o compasso era mais fácil. Assim, em resposta ao convite para realizar essa tarefa no quadro, o A10 indicou os pontos correspondentes às imagens dos objetos. Depois, interrogada a turma sobre o procedimento para a construção do triângulo imagem, alguns alunos, inclusive o A11 e o A20, disseram que agora era só unir os vértices obtidos, mostrando-se recetivos ao desafio e com garra pela disputa que se instalou na turma.

Em situações onde se observou as dificuldades dos alunos, por exemplo em utilizar o transferidor para a medição de amplitudes dos ângulos, tarefa difícil para a maioria dos alunos, notou-se igualmente uma atitude prestativa daqueles que já tinham mais habilidade nessa ação. Foi o que aconteceu com o A10, que ajudou os colegas na medição da amplitude dos ângulos, dizendo que sabia fazer porque já o tinham aprendido a fazer na disciplina de Educação Visual e Tecnológica (EVT). A satisfação do aluno A10 foi testemunhada por todos relativamente à atitude da Professora-caso que reconheceu as capacidades por si evidenciadas na realização desta ficha e a sua disponibilidade em colaborar com os colegas.

Na correção da questão 2 da Ficha 3, mostrou-se o investimento progressivo, prova do domínio do conhecimento e capacidade geométricos pelos alunos, como aconteceu no item 2.2, em que a maioria respondeu corretamente, afirmando: "*A imagem de A é o ponto E*", "*A imagem de B é o ponto F*", "*A imagem de C é o ponto G*". "*A imagem de G é o ponto H*", embora houvesse alguns alunos cujos comportamentos pautassem pelo silêncio.

A correção da questão 3 desta ficha foi feita em conjunto com os alunos pela Professora-caso. Os alunos responderam com eficiência sobre o comprimento, a direção e o sentido do vetor que teriam que utilizar na translação para entrar com o carro dentro do retângulo desenhado. No entanto, apesar dos procedimentos indicados pelos alunos, a Professora-caso, ao efetuar a translação do carro, não selecionou toda a construção, tendo o carro sido deslocado sem rodas, ao que os alunos em conjunto, reagiram com uma sonora gargalhada. De forma espontânea e agradável, o A9 disse: "*O carro da professora anda sem rodas*", e num ambiente de descontração, a própria deu uma rizada e aproveitou o momento para os interrogar sobre a razão do sucedido: "- Porque é que isto aconteceu?". A11 logo respondeu: "*É porque a professora não selecionou as rodas também*". Portanto, nesse momento registou-se um bom ambiente em sala de aula e bom humor tanto dos alunos como da Professora-caso.

Assim, a correção da Ficha 3 revelou-se ter sido muito importante e a vários níveis, pois, além dos conhecimentos e capacidades geométricas desenvolvidas, possibilitou observar as atitudes dos alunos perante os desafios do GeoGebra para a resolução das tarefas. Igualmente se registou um momento agradável de ensino e de aprendizagem (DB, 23/02/2011).

Em situação inversa ao bom ambiente acima relatado, merece um apontamento a atitude de alguns alunos que, em determinados momentos, se apresentaram desapontados por não conseguirem acompanhar o ritmo de aprendizagem dos colegas. Encontrando-se num grupo heterogéneo, alguns alunos com mais dificuldade, por exemplo os alunos A12 e A13 que frequentemente desviavam a atenção para a Intenet ou se mantinham nitidamente silenciosos, evidenciaram a necessidade de serem diferenciados, merecendo mais acompanhamento. Por exemplo, no momento de realização de trabalho autónomo da ficha 5, percebeu-se que o aluno A12 tinha construído o quadrilátero com a ferramenta ‘segmentos’. Ao ser confrontado com o fato de ter construído de forma incorreta o polígono, ter de apagar a construção e refazê-la utilizando a ferramenta ‘polígonos’, sem compreender o procedimento, o aluno perdeu a motivação, notando-se a necessidade de mais tempo para permitir o desenvolvimento do seu raciocínio.

Ao analisar os protocolos de construção dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos com a Formadora, a Professora-caso reconheceu a necessidade de refletir sobre as observações dos alunos a fim de reforçar as suas competências e de não lhes causar desmotivação, o que não tinha acontecido durante a aula.

No âmbito do trabalho autónomo da Ficha 7, os alunos A2 e A9 descobriram como utilizar e animar os seletores e isso contribuiu tanto para a animação como para a distração de vários alunos durante a aula. Nesta aula, os alunos podiam ter desenvolvido mais os seus raciocínios durante a realização e correção dos trabalhos práticos, se tivesse havido espaço para observar e proporcionar mais concentração nos seus raciocínios para que eles passassem a trabalhar em níveis mais elevados de generalização.

Uma outra situação digna de registo, consistiu no aproveitamento das capacidades de um aluno que merecia ser mais trabalhado. A12 não tinha computador em casa e quando abria o equipamento mostrava-se desorientado. Em aula, sempre que tinha oportunidade, procurava a Internet ou jogos para se entreter. Assim, quando lhe foi dada a oportunidade de corrigir a ficha 8, em interação com a turma, mostrou-se diferente face ao protagonismo que lhe foi dado pela Professora-caso. Como este aluno exigia mais acompanhamento da Professora-caso, esta situação cativou a sua atenção em aula. Motivado, A12 estabeleceu a comparação da medida das amplitudes dos ângulos dos triângulos objeto e imagem utilizando a ferramenta do GeoGebra ‘Relação entre dois objetos’ e constatou que os dois polígonos eram iguais. Depois da apresentação da sua resolução, foi questionado pela Professora-caso sobre outras formas de resolver a tarefa, como se registou no seguinte episódio:

> Professora-caso: A12, olha para as medidas que determinaste e compara a medida de amplitude dos ângulos A e A' B e B' e C e C'.
> A12: Professora, os ângulos têm a mesma amplitude.
> Professora-caso: Então diz lá a conclusão.
> A12: Comparei que têm a mesma amplitude e mesmos ângulos.
> Professora-caso: Os ângulos correspondentes dos triângulos têm a mesma medida de amplitude. E a medida de comprimento dos lados correspondentes, [AB] e [A'B'], [BC] e [B'C'] e [AC] e [A'C']?
> A12: São iguais.
> Professora-caso: Então podemos afirmar que os triângulos [ABC] e [A'B'C'] são congruentes?
> A12: Sim, Professora (EDSSAGF a 07/03/2011).

Na Ficha 10, no decorrer do trabalho autónomo, registou-se que três alunos (A12, A13 e A19) desviaram a atenção da aula, distraindo-se por um momento com a Internet, aspeto que constitui um dos grandes constrangimentos na realização de aulas suportadas por ferramentas informáticas. Com efeito, os alunos aderem com satisfação a propostas de trabalho com recurso a ferramentas informáticas, como esta experiência pôde demonstrar. No entanto, esse desafio deve ser ponderado nas estratégias de captação do interesse e da motivação dos alunos.

O trabalho autónomo dos alunos constituiu uma oportunidade para a realização dos momentos de reflexão e de discussão com toda a turma, bem como de sistematização e formalização de conceitos, sendo que, qualquer descuido, numa das etapas, pode condicionar o sucesso nas outras. Por exemplo, na reflexão sobre a aula de aplicação da Ficha deTrabalho 11, foi reconhecida a necessidade de acompanhamento dos alunos pela Professora-caso, contribuindo assim para um resultado de aprendizagem mais satisfatório.

Na Ficha 15, a última Ficha, – Pavimentações e Frisos, visando relacionar os conteúdos geométricos com a vida quotidiana, foi proposto ao aluno uma situação-problema e um problema. A complexidade dos desafios propostos nestas tarefas não intimidou os alunos, notando-se um forte envolvimento dos grupos na realização das mesmas, embora a autonomia se tenha revelado ainda como um aspeto a ser trabalhado.

Concluiu-se que este tipo de atividade exige mais acompanhamento e orientação do professor durante a realização do trabalho autónomo pelos alunos.

2.2.2.3. Depois da experiência

No momento de realização do pós-teste teórico os alunos estavam agitados. Mostraram-se muito preocupados com as notas que iam ter nos testes. Alguns começaram a reclamar porque queriam resolver as tarefas no GeoGebra, mas depois da chamada de atenção pela Professora-caso, todos envolveram-se na sua resolução (DB, 21/03/2011).

Os resultados do questionário final aplicado aos alunos (QFA) mostraram que os mesmos se revelaram interessados em desenvolver relações entre os conteúdos e o quotidiano, manifestado a sua atitude face ao conhecimento de modo positivo. Por exemplo os frisos e as rosáceas passaram a fazer parte do seu vocabulário e alguns relatos espontâneos, tendo sido bem aceite a proposta de planificação de uma atividade final em grupo para apresentação pública na escola, com impacto direto no entusiamo dos alunos, individualmente ou em grupos. Lembre-se que as aplicações acima referidas, mereceram uma percentagem reflexo da preferência dos conteúdos abordados com 85,7% para os frisos e 76,2% para as rosáceas, como exemplificam as justificações seguintes: "[...] *nos frisos usamos as Isometrias e também construímos faixas de azulejos que estão nas nossas casas"* e *"Das rosáceas desenhamos flores, ventoinhas, etc*[...]". (Ver quadro seguinte).

Parâmetros	**Frequência**	**%**
Frisos	18	85,7
Rosáceas	16	76,2
Translação	15	71,4
Rotação	13	61,9
Reflexão	11	52,4
Reflexão deslizante	6	28,6
Pavimentações	6	28,6
Vetores	5	23,8
Simetrias	3	14,3

Quadro 22. Preferência dos alunos sobre os conteúdos abordados

O trabalho colaborativo contribuiu para reforçar o interesse dos alunos em participar das atividades, sendo a modalidade que mais lhes agradou no decorrer da experiência, a modalidade em pares. A maioria dos inquiridos prefere trabalhar com colegas, (ver quadro seguinte), com justificações que denotam uma atitude de valorização deste aspeto: "*Porque trabalhar com um colega e em grupo é mais divertido, onde juntamos as nossas ideias e formamos num só*"*;* "*Porque com um colega facilita a aprendizagem. Podemos discutir o trabalho e conhecer mais coisas sobre o trabalho*" (QFA, 23/03/2011).

Com efeito, os alunos mostraram um amadurecimento visível na opção pelo trabalho em grupo, sendo notório o interesse e a motivação e até mais disciplina em relação à geometria, pois passaram a encarar de modo favorável a maioria das situações e desafios. No quadro seguinte, a opção pelo trabalho com um colega foi a mais escolhida:

Parâmetros	**Frequência**	**%**
Com um colega	11	52,4
Sozinho	7	33,3
Em grupo	3	14,3
Total	21	100

Quadro 23. Preferência dos alunos na modalidade de trabalho

Ao justificar, com espírito de abertura e humildade nas respostas, destacou-se o efeito da ajuda do colega na aprendizagem de alunos com mais dificuldade: "*Porque eu consegui trabalhar mais, e o meu colega se eu tivesse dúvida sempre ele conseguia me tirar, eu aprendia mais"*; "*Porque com o colega se não soubermos um exercício, ele pode te ajudar ou pode te explicar para entender a matéria*" e ainda "*Porque com um colega nós aprendemos mais do que aprendemos sozinhos. Também, se um colega não sabe mexer no computador e que o outro sabe um pouco mais ele pode ajudar o outro que não sabe*" (QFA, 23/03/2011).

Os alunos mostraram mais interesse e motivação nas aulas, verificando-se a importância destes fatores para a aprendizagem, como ilustram as palavras da professora-caso na SE. Questionada sobre a motivação e o incentivo dos alunos para a aprendizagem da Geometria através da utilização do GeoGebra para a resolução das tarefas, a Professora-caso constatou que:

> "[...] em 27 anos de serviço, é a primeira vez que vi os alunos tão entusiasmados e interessados por uma aula de Matemática" e enfatizou "[...] a participação ativa de alguns alunos com fraco nível de aprendizagem, com pouco interesse nas aulas e que, habitualmente, tinham um comportamento passivo" (SE, 23/03/2011).

No que se refere à capacidade de comunicação dos alunos, observou que estes "[...] *se revelaram muito comunicativos, principalmente entre si (perguntando se tal colega tinha resolvido corretamente a tarefa) e, de uma forma geral, todos queriam e disputavam para apresentar em primeiro lugar as suas resoluções*" (SE, 23/03/2011).

2.3. Competências tecnológicas

2.3.1. Conhecimentos e capacidades

2.3.1.1. Antes da experiência

No contexto da sala de aula dos alunos que fizeram parte deste estudo, o computador não pareceu ser um recurso familiar, uma vez que no questionário inicial foram estes mesmos, por unanimidade, a apontar a não utilização deste recurso na escola. Verificou-se que os locais assinalados como aqueles onde o utilizavam "Sempre" ou "Várias vezes" foram os locais públicos (8 registos), a casa própria e a casa de amigos (6 registos). Nenhum aluno indicou utilizar o computador noutro local.

Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias vezes	Sempre
Em casa	9	6	3	3
Na escola	21	0	0	0
Em casa de amigos	6	9	3	3
Em locais públicos	7	6	5	3
No local de trabalho dos pais	15	4	0	2
Outro local	0	0	0	0

Quadro 24. Local e frequência com que os alunos utilizam o computador

O QIA procurou averiguar o tempo médio que os alunos passavam no computador (ver gráfico seguinte), tendo-se constatado que mais de um terço usava este recurso por mais do que uma hora diária.

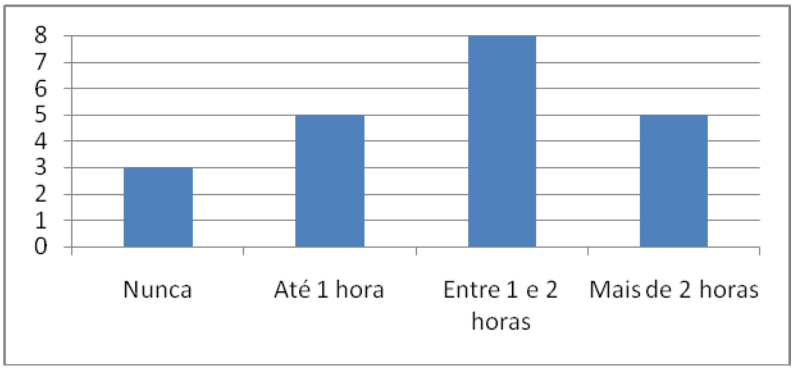


Gráfico 21. Tempo médio que os alunos passam no computador

Contudo, os dados apurados (quadro seguinte) indiciaram que o computador parece ser mais utilizado “Sempre” ou “Várias vezes” para ouvir música, com 13 registos; ver filmes, jogar, pesquisar e para fazer trabalhos, com 10 registos. Parece ser uma prática menos habitual escrever textos (4 registos); estudar para os testes (3 registos) e utilizar *softwares* educativos (2 registos). Nenhum aluno referiu utilizar o computador para qualquer outra finalidade. Assim, a maioria dos inquiridos utilizava o computador com a finalidade de se entreter, pesquisar ou fazer trabalhos escolares.

Parâmetros	**Nunca**	**Raramente**	**Várias vezes**	**Sempre**
Jogar	4	7	5	5
Fazer trabalhos	5	6	8	2
Pesquisar	5	6	5	5
Escrever textos	10	7	1	3
Estudar para os testes	16	2	3	0
Utilizar *softwares* educativos	15	4	2	0
Comunicar com amigos, colegas, familiares	10	4	2	5
Ver filmes	7	4	4	6
Ouvir música	4	4	3	10
Outra(s) finalidades. Qual(is)	0	0	0	0

Quadro 25. Finalidade e frequência com que os alunos utilizam o computador

O *Internet Explorer* e o *Paint* foram indicados como os aplicativos mais utilizados, enquanto o Excel e o Power Point apareceram como os menos utilizados, não tendo nenhum aluno referido utilizar qualquer outro aplicativo (ver quadro seguinte).

Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias vezes	Sempre
Word	15	3	3	0
Excel	17	3	1	0
Power Point	17	3	1	0
Internet Explorer	5	6	3	7
Paint	12	2	4	3
Outro(s) aplicativos. Qual(ais)	0	0	0	0

Quadro 26. Aplicativos genéricos utilizados pelos alunos

Dos 21 alunos inquiridos, apenas 2 assinalaram conhecer todos os aplicativos supracitados, tendo aqueles que responderam negativamente indicado, por ordem decrescente, dos que não conheciam o Excel (17 registos); o Power Point (16 registos); o Word (14 registos); o Paint (10 registos) e o Internet Explorer (2 registos).

Ao serem inquiridos sobre se sabiam abrir e guardar um ficheiro num computador e noutros locais, visando averiguar a necessidade de apoio na realização da experiência, a maioria dos alunos indicou saber abrir e guardar um ficheiro numa pasta do computador, desconhecendo em maior frequência abrir/guardar um ficheiro num CD-ROM, como se mostra nos gráficos seguintes.

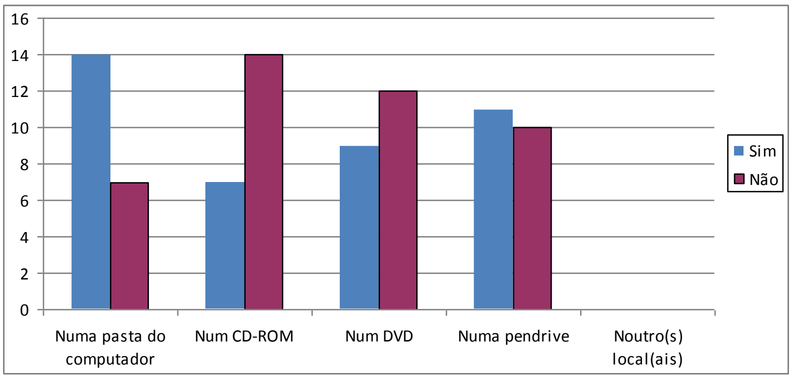


Gráfico 22. Locais onde os alunos sabem abrir um ficheiro

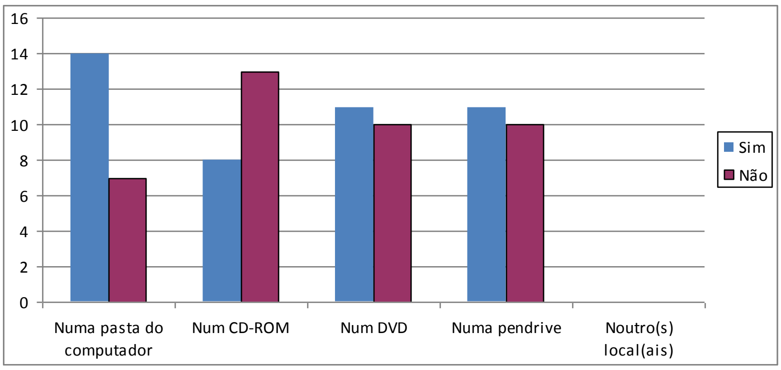


Gráfico 23. Locais onde os alunos sabem guardar um ficheiro

Na questão que incidiu sobre a utilização de aplicativos genéricos e *softwares* nas aulas de Matemática (ver quadro seguinte), todos referiram não utilizar qualquer um dos *softwares* indicados ou quaisquer outros, desconhecendo-os, à exceção do Excel, como se ilustra no quadro seguinte.

Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias vezes	Sempre	Desconheço
Excel	21	0	0	0	17
Logo	21	0	0	0	21
Funções	21	0	0	0	21
Maple	21	0	0	0	21
Maths pour les Nuls	21	0	0	0	21
Modellus	21	0	0	0	21
Cinderella	21	0	0	0	21
Cabri-Géomètre II Plus	21	0	0	0	21
Cabri-Géomètre 3D	21	0	0	0	21
Geometer’s Sketchpad	21	0	0	0	21
Grapmática	21	0	0	0	21
GeoGebra	21	0	0	0	21
Outro(s). Qual(ais)	21	0	0	0	21

Quadro 27. *Softwares* utilizados pelos alunos nas aulas de Matemática

Na fase de familiarização, os alunos em pares exploraram as ferramentas do GeoGebra, através da Ficha 1 com duas partes: Explorando o GeoGebra 1 e 2. Na primeira, assim como os grupos 4 e 10, o grupo 3 utilizou corretamente todas as ferramentas solicitadas e ainda descobriu como alterar as propriedades de um objeto. Quanto ao grupo 1, das ferramentas solicitadas, não utilizou apenas as de medição. A partir deste momento, começou a ser evidenciado o desenvolvimento do conhecimento e capacidade tecnológicos dos alunos.

Na correção da questão 4, o A14, ao indicar a localização da ferramenta polígono no GeoGebra, referiu: “*Temos que selecionar a caixa 5 e depois temos que clicar em 3 pontos e novamente no ponto que clicámos em primeiro lugar*”. O A2 ao ajudar o colega A12 a resolver a questão 6 disse: “*É só ir na caixa 5 e selecionar a ferramenta ‘Polígono Regular’ e depois escrever o número de vértices que é 4. Depois é só clicar em ok*”.

Questionada a turma sobre outros procedimentos para construção do quadrado, o A13 respondeu: “*Fizemos o quadrado com a ferramenta polígono e depois puxamos os vértices até os lados ficarem iguais*”.

No momento seguinte, o aluno A20 fez a correção da questão 7 sem dar qualquer explicação aos colegas sobre os procedimentos utilizados para a resolução, tendo de seguida que mostrar aos colegas tais procedimentos utilizados, através da opção “Barra de navegação para passos de construção”, por solicitação da Professora-caso. Igualmente, teve de ativar a opção “Protocolo de construção” enquanto a turma observava e analizava a situação. Num cenário de silêncio geral, o aluno A10 disse: "*São as ferramentas por nós usadas para realizar as construções*". O A9 em estado de espanto disse: "*Tudo o que nós fizemos está lá*".

A seguir, quando um dos grupos foi determinar a medida de amplitude de um dos ângulos definido pelas diagonais do quadrado e obteve o ângulo externo, registou-se a intervenção do aluno A10 com a seguinte observação: "*se tivessem selecionado os vértices no outro sentido teriam conseguido o resultado de 90º* " (TMSSAGF, 10/02/2011). Com efeito, os alunos foram gradativamente evidenciando apropriação das ferramentas do GeoGebra, relacionando-os com os conhecimentos geométricos.

Noutro momento, o mesmo aluno deu provas de desenvolvimento do conhecimento tecnológico quando disse que o seu grupo tinha obtido o ponto de interseção das duas diagonais com o clique diretamente no ponto de interseção em vez de ter selecionado os dois segmentos de reta (DB, 09/02/2011). Os conhecimentos e as capacidades tecnológicas dos alunos ultrapassaram em larga medida os objetivos traçados para esta Ficha, pois para além das ferramentas solicitadas para realização das tarefas, outras foram descobertas, nomeadamente, a alteração das propriedades das construções e a construção de pentágonos regulares, registados no balanço feito com a Professora-caso (DB, 09/02/2011).

Na Ficha 1 – Explorando o GeoGebra 2, ficou evidente o desenvolvimento da capacidade dos alunos na utilização das ferramentas do GeoGebra para a realização das tarefas propostas. Por exemplo, o grupo 1, à semelhança dos restantes, com exceção do grupo 3, indicou os procedimentos para a resolução da primeira questão: "na caixa 6 selecionámos a ferramenta dados o centro e um ponto. Depois clicámos com o botão direito em cima do ponto A e selecionámos 'renomear'. Apareceu uma caixa e apagámos o *A* e escrevemos *O*". O grupo 3 indicou os procedimentos para ligar cada um dos pontos marcados no ponto anterior ao centro da circunferência.

Não estava previsto na Ficha a resolução no GeoGebra da questão 6, que consistia em adicionar a medida de comprimento dos dois segmentos. Como não sabiam, os alunos não puderam responder ao solicitado para indicar neste recurso os procedimentos de realização da tarefa. Com uma orientação posterior, o trabalho do grupo 10 foi tomado como exemplo e os segmentos que desenharam designavam-se de 'a' e 'b'. Portanto, escreveu-se 'a+b' e pressionou-se a tecla *enter*. Mesmo assim, alguns grupos ficaram baralhados, inclusive o grupo 1, justificando a necessidade de atendimento personalizado aos grupos, pois alguns não tinham percebido que o resultado da operação estava na zona algébrica do GeoGebra.

Assim, os alunos conseguiram realizar a tarefa indo no *menu* exibir e selecionando a opção barra de comando, e por fim digitando na caixa de entrada a operação solicitada, acompanhando as orientações que estavam sendo dadas.

O grupo 7 não conseguiu determinar a medida de amplitude do menor ângulo formado pelos dois segmentos ([AO] e [CO]), tendo sido ajudado pelo grupo 8, também sem sucesso. A resolução só foi dada pelo A10, do grupo 4, que explicou corretamente:

> "Temos que utilizar a ferramenta 'Ângulo' que está na caixa 8 e determinar a medida de ângulo formado pelos dois segmentos. Depois movemos uma das extremidades e os ângulos vão aumentando. Quando os segmentos ficarem um em cima do outro o ângulo fica zero" (TMSSAGF, 10/02/2011).

Por fim, os alunos foram convidados a experimentar o arrastamento da extremidade que pertencia à circunferência de um dos segmentos para verificar o que acontecia à medida da amplitude do ângulo. O grupo 10, indicado para responder a esta questão, disse: "se movermos o ponto para a direita o ângulo aumenta, se movermos o ponto para a esquerda o ângulo diminui". Os restantes grupos concordaram com observações desse grupo, excetuando dois que discordaram. Destes, o grupo 1, porque tinha movido o ponto utilizado para a construção da circunferência, concluiu que o ângulo tinha ficado igual e que a medida de comprimento dos raios é que tinha aumentado.

Pode dizer-se que, neste momento de familiarização com o GeoGebra, os alunos alcançaram um conhecimento sobre o funcionamento das ferramentas do GeoGebra que lhes permitiria avançar na exploração das outras ferramentas para a realização das tarefas que envolviam as Isometrias.

Os resultados obtidos no pré-teste prático foram muito inferiores aos alcançados na componente teórica, registando-se uma média de 1,67 valores em 20 atribuídos, tendo as classificações variado entre o 0 e os 3 valores. Três alunos obtiveram uma classificação de zero valores, conforme o gráfico seguinte.

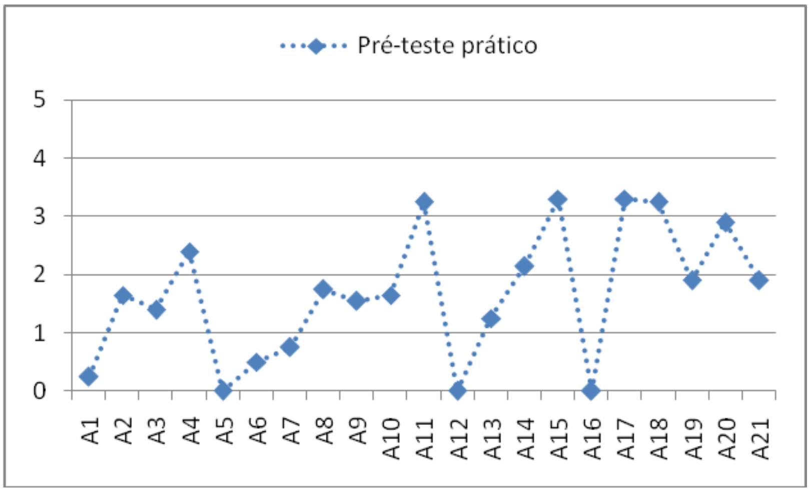


Gráfico 24. Resultados obtidos no pré-teste prático

O número de questões em que nenhum aluno conseguiu obter pontuação aumentou em relação ao pré-teste teórico, de 15 para 18, em 24. Ver quadro seguinte:

Questões	**1.1.1**	**1.1.2**	**1.1.3**	**1.1.4**	**1.2**	**2**	**3.1**	**3.2**	**3.3**	**3.4**	**3.5**	**3.6**	**4.**	**5.1**	**5.2**	**6**	**7.1**	**7.2.1**	**7.2.2**	**7.3**	**7.3.2.1.**	**7.3.2.2**	**7.3.2.3**	**7.4**	**Total**	**%**
Cotação	**0,75**	**0,75**	**0,75**	**0,75**	**1,5**	**2**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**1**	**1,25**	**1,25**	**1,25**	**2**	**0,5**	**0,5**	**0,25**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**1**	**20**	**100**
A1	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	1,25
A2	0,65	0	0	0	0,75	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,65	8,25
A3	0,65	0	0	0	0,5	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,4	7
A4	0,65	0	0	0	0,25	0,5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,4	12
A5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A6	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	2,5
A7	0	0,75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,75	3,75
A8	0,75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,75	8,75
A9	0,65	0	0	0	0,4	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,55	7,75
A10	0,65	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,65	8,25
A11	0	0,75	0,75	0	0,25	0,5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,25	16,25
A12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A13	0	0,75	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,25	6,25
A14	0,65	0,75	0	0	0,25	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,15	10,75
A15	0,65	0,75	0,65	0	0,75	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,3	16,5
A16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A17	0,65	0,75	0,65	0	0,75	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,3	16,5
A18	0	0,75	0,75	0	0,75	0,25	0	0	0	0	0	0	0,75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,25	16,25
A19	0	0,65	0,75	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,9	9,5
A20	0,65	0,75	0,75	0	0,75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,9	14,5
A21	0	0,65	0,75	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,9	9,5
Total	6,6	7,3	5,05	0	5,9	6	0	0	0	0	0	0	4,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35,1	175,5
% Total	41,9	46,35	32,06	0	18,73	14,3	0	0	0	0	0	0	20,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,36	8,36

Quadro 28. Resultados obtidos no pré-teste prático

Explicam-se, de seguida, os resultados quantitativos das questões do pré-teste prático e ilustram-se alguns processos de resolução utilizados.

O grupo 1 foi constituído por 5 questões. Pretendia-se que os alunos determinassem o transformado de um triângulo qualquer [ABC] pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{AC}$ e que o pintassem de verde; a rotação de centro *A* e medida de amplitude 160º, no sentido anti-horário, e que pintassem a imagem obtida de azul; a reflexão associada a um eixo qualquer, pintando-a de vermelho; a reflexão deslizante associada a um eixo e vetor (construídos à sua escolha) e que o pintasse de rosa. Por fim, questionava-se sobre a congruência dos triângulos (o objeto com cada uma das imagens).

Nenhum aluno conseguiu a pontuação total neste grupo de questões. O subitem 1.1.1 foi respondido corretamente apenas por 1 aluno, de forma incompleta por 9, sendo que 11 não responderam; no subitem 1.1.2, 9 responderam de forma correta, 1 incompletamente e 11 não responderam. Quanto ao subitem 1.1.3, 5 alunos responderam de forma completa, 2 incompletamente e 14 não responderam; ninguém respondeu o subitem 1.1.4; por último, o subitem 1.2, 5 responderam de forma incompleta, 7 de modo muito incompleto e 9 não responderam.

Ilustra-se, como exemplo de resolução, a construção realizada pelo aluno A20, que conseguiu localizar as ferramentas das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano no GeoGebra. O aluno realizou corretamente as Isometrias translação, rotação e reflexão e alterou as propriedades dos triângulos quanto à cor. Porém, no subitem 1.1.1, não colocou a cor verde como foi solicitado.

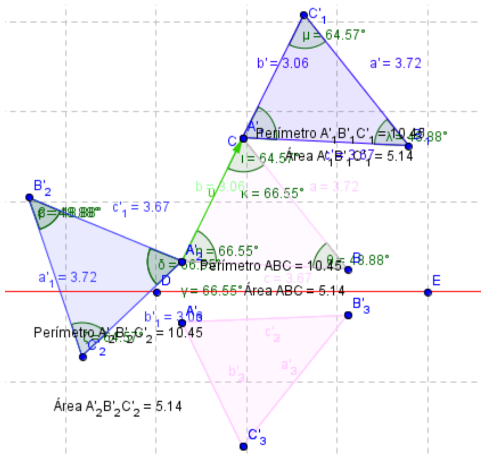
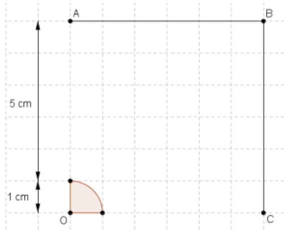


Figura 178. Resposta do aluno A20 à questão 1 do pré-teste prático

Na questão 2[11], pretendia-se a construção de uma figura, partindo de um quadrado dado [OABC] e de um setor circular no interior deste quadrado com centro no vértice 'O', respeitando as medidas de comprimento dadas e utilizando apenas as Isometrias.



No pré-teste, nenhum aluno acertou esta questão, tendo a maioria (15) respondido de forma muito incompleta (não utilizando as Isometrias para a construção da figura) e 6 não responderam. Através do protocolo de construção, verificou-se que foram utilizadas as ferramentas "Setor circular dados o centro e dois pontos" e "Arco circuncircular dados três pontos".

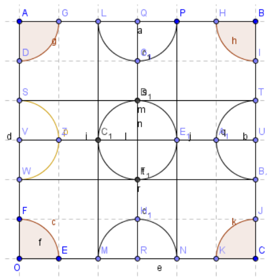


Figura 179. Resposta do aluno A10 à questão 2 do pré-teste prático.

Em relação ao terceiro grupo de questões[12], pretendia-se que os alunos desenhassem, no GeoGebra, uma figura, à sua escolha, com 0 eixos de simetria; uma com apenas 1 eixo de simetria; uma com 1 eixo de simetria e com mais de três lados; uma com 2 eixos de simetria e que não fosse um retângulo; uma com 3 eixos de simetria; uma com 5 eixos de simetria. No pré-teste prático, nenhum aluno respondeu a esta questão.

Na quarta questão[13], pretendia-se, a partir de um pentágono sombreado, que os alunos utilizassem as Isometrias que achassem adequadas para a construção de uma rosácea. No pré-teste, o resultado foi surpreendente pois, com apenas duas sessões de 50 minutos de exploração do GeoGebra, 3 alunos conseguiram responder de forma correta à questão. No total, a maioria não respondeu e 2 responderam de forma incompleta. Os alunos que responderam corretamente a esta questão desenharam um pentágono regular, determinaram o centro de rotação através da

[11] Adaptada de APM (2007). *Matemática para professores. Transformações Geométricas e Simetrias*. Escola Superior de Educação de Lisboa.
[12] Fonte: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo. Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.
[13] Fonte: Adaptado de: APM (1999, p. 11). *Geometria com Cabri-géomètre*. T^3 Europe. Cabri Geometry II Plus.

construção do triângulo equilátero de medida de comprimento de lado igual à distância entre dois vértices não consecutivos do pentágono. Depois, construíram 5 rotações sucessivas com medida de amplitude 60º e seus múltiplos até 300º inclusive.

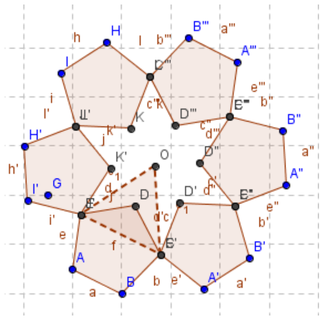


Figura 180. Resposta do aluno A11 à questão 4 do pré-teste prático

No quinto grupo de questões, a partir dos motivos dados e recorrendo-se a Isometrias que achassem adequadas, pretendia-se que os alunos construíssem duas rosáceas indicadas; classificassem-nas em grupos cíclicos ou diedrais; justificassem a sua classificação. Nenhum aluno respondeu a este grupo de questões.

Na questão 6 foi fornecido um módulo que se encontrava no ambiente de trabalho do computador. Solicitava-se ao aluno a sua inserção na zona gráfica do GeoGebra. Por fim, partindo desse módulo, pediu-se ao aluno a construção, no GeoGebra, de um friso indicado. Nenhum dos alunos respondeu a esta questão.

No sétimo e último grupo de questões foram dados uma situação-problema e quatro figuras (A, B, C, D) e colocavam-se 8 questões. Pretendia-se, com o auxílio do GeoGebra, que o aluno reproduzisse a Figura B utilizando Isometrias; copiasse a figura anterior para o *paint*, que a pintasse de acordo com a sua preferência e que a guardasse no ambiente de trabalho do computador com o nome FiguraB.png. Relativamente à Figura C, pretendia-se que o aluno identificasse a Isometria que transforma o paralelogramo I (PI) no paralelogramo II (PII) e a Isometria que transforma o paralelogramo I (PI) no paralelogramo III (PIII). Em relação à Figura D, pedia-se que identificasse dois triângulos congruentes, justificando a sua resposta, e um par de triângulos em que um pudesse ser obtido a partir do outro, através de uma translação, reflexão e rotação. Por fim, pedia-se ao aluno que abrisse o ficheiro Figura B.png, que se encontrava no ambiente de trabalho do computador e que construísse um Pano de Terra no GeoGebra, dando largas à sua criatividade. Nenhum dos convocados respondeu a qualquer uma destas questões.

Apesar de nenhum aluno ter utilizado, antes da experiência, o GeoGebra e outros *softwares* com esta caraterística, alguns mostraram capacidade na exploração e descoberta de algumas ferramentas do GeoGebra, que lhes permitiram a resolução de algumas questões do pré-teste, mesmo que de forma incompleta.

2.3.1.2. Durante a experiência

Durante a experiência, marcada pela realização das Fichas de Trabalho de 2 a 15, acompanhou-se o desenvolvimento do conhecimento e da capacidade tecnológica dos alunos na abordagem da unidade Isometrias.

De uma forma geral, a maioria dos grupos utilizou corretamente todas as ferramentas solicitadas na Ficha 2. Apenas 3 grupos não desenharam os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens com vista a completar as frases dadas na questão 4. No entanto, com exceção do grupo 1, todos renomearam o vetor ‘$\vec{u}$’. Notaram-se ganhos ao nível de destreza tecnológica em algumas construções, como por exemplo a alteração das propriedades do triângulo [ABC] e sua imagem [A’B’C’] pelo grupo 3, a determinação das áreas pelos grupos 4 e 10 e dos perímetros dos triângulos pelo grupo 1.

Com exceção do grupo 3, notou-se na maioria dos trabalhos desenvolvidos a falta de rigor na apresentação das construções. Algumas apresentavam rótulos no seu interior e sobrepostos, dificultando a identificação dos objetos. De um modo geral, os alunos aproveitaram as potencialidades do GeoGebra para a exploração das propriedades da translação, através da manipulação dos objetos, mas nem todos formularam de forma correta as suas conclusões. Tal situação poderá dever-se ao fato de a natureza da tarefa não ser familiar ao contexto dos alunos.

Na Ficha 3, pela análise dos protocolos de construção, constatou-se que os alunos conseguiram com criatividade utilizar várias ferramentas do GeoGebra para a construção do carro, sendo que o aluno A10 foi o único a construir o carro com a ferramenta polígono. Os restantes construíram-no com segmentos de reta e acabaram por levar mais tempo para o término da tarefa. Notou-se uma melhoria na apresentação de algumas construções nomeadamente nas apresentadas pelos alunos A2, A9, A10, A20. Os restantes ainda requeriam melhoria na apresentação dos seus trabalhos tendo em conta que apresentavam muitos rótulos sobrepostos e no interior das construções, dificultando a identificação dos objetos.

No geral, notou-se uma evolução dos alunos na destreza ao nível da utilização das ferramentas do GeoGebra, com realce para a descoberta conseguida pelo aluno A10: “*Já descobri como tirar os rótulos de uma construção de uma só vez. Selecionei toda a construção, cliquei com o botão direito do rato na seleção e escolhi propriedades. Depois cliquei em rótulos e todos saíram ao mesmo tempo*” (TMSSAGF, 23/02/2011).

Ilustram-se dois exemplos dos trabalhos dos alunos A13 e A10, onde se nota uma diferença significativa quanto ao nível de destreza na utilização das ferramentas do GeoGebra.

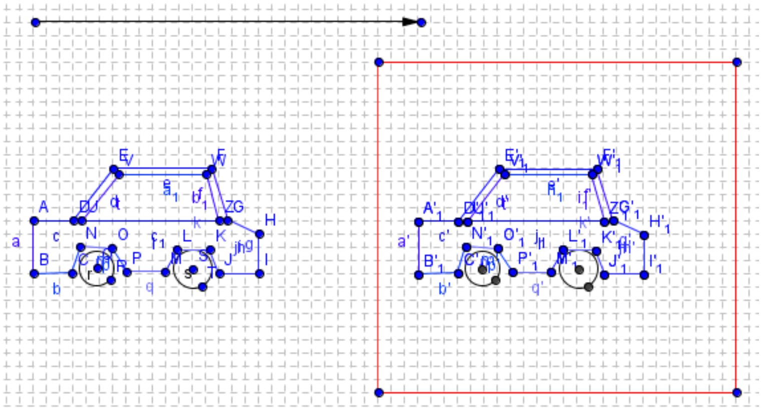


Figura 181. Resposta do aluno A13 à questão 3 da Ficha 3

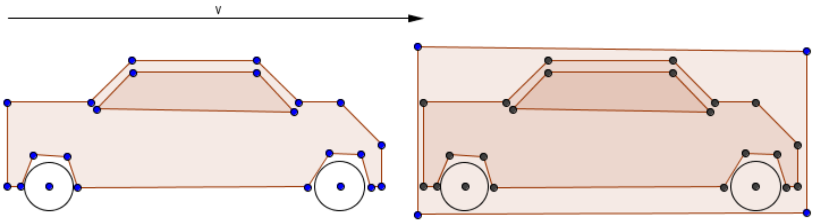


Figura 182. Resposta do aluno A10 à questão 3 da Ficha 3

O acompanhamento dos grupos de trabalho na ficha 4 mostra que alguns aproveitaram as potencialidades do GeoGebra para a confirmação das resoluções das questões 2 e 3. O insucesso de algumas respostas nesta Ficha revelou que os alunos não conseguiram estabelecer a conexão entre a Geometria e a Álgebra para trabalharem as propriedades dos objetos.

Na Ficha 6, verificou-se em todos os alunos uma evolução ao nível de destreza tecnológica na utilização das ferramentas do GeoGebra. Efetivamente, a maioria dos grupos alterou as propriedades dos objetos quanto à cor e alguns quanto ao estilo e espessura de linha e opacidade dos objetos. Alguns se preocuparam muito com a apresentação dos trabalhos mas outros não.

Dos conhecimentos/capacidades tecnológicos desenvolvidos pelos alunos na Ficha 8, mereceu destaque a descoberta da ferramenta ‘inserir texto’ para anotarem as suas respostas. Notou-se que vários alunos, inclusive o A2, não conseguiram aproveitar as potencialidades do GeoGebra para compreender bem algumas propriedades da Isometria reflexão.

No geral os alunos não enfrentaram dificuldades na identificação dos eixos de simetria como proposto na Ficha 12, com recurso ao *software* GeoGebra. Foram utilizadas as ferramentas ‘mediatriz’ e ‘bissetriz’ para a representação dos eixos de simetria. Realça-se que os materiais manipuláveis também contribuíram para a aprendizagem dos conteúdos geométricos.

Na Ficha 13**,** apenas 2 alunos construíram painés com três ou mais azulejos através das Isometrias reflexão, reflexão deslizante e várias transformações. A maioria construiu o painel com apenas dois azulejos. No *paint* muitos alunos deixaram bordas a branco no azulejo, provocando uma sobreposição das imagens aquando da realização das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano no GeoGebra (Vejam-se exemplos de construção dos painéis através das Isometrias translação – A2, rotação – A14, reflexão – A15, reflexão deslizante e várias Isometrias – A10).

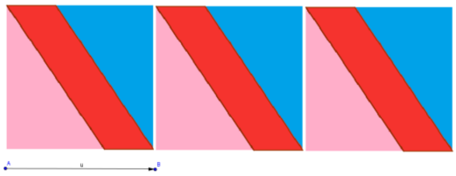


Figura 183. Resposta do aluno A2 ao item 2.1 da Ficha 13

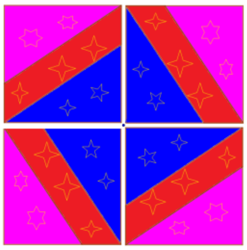


Figura 184. Resposta do aluno A14 ao item 2.2 da Ficha 13

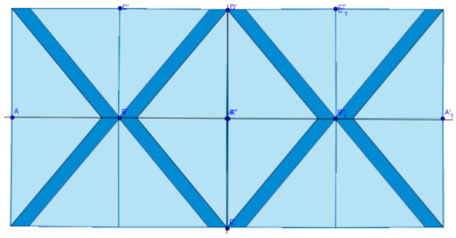


Figura 185. Resposta do aluno A15 ao item 2.3 da Ficha 13

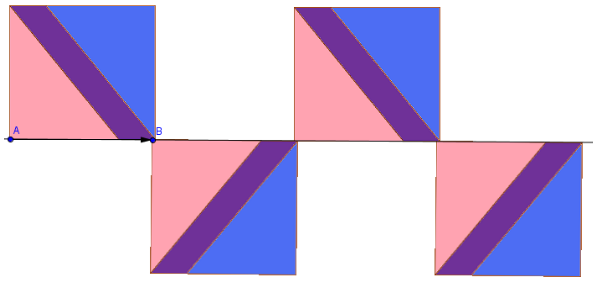


Figura 186. Resposta do aluno A10 ao item 2.4 da Ficha 13

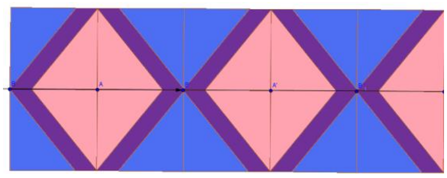


Figura 187. Resposta do aluno A10 ao item 2.5 da Ficha 13

Notou-se uma harmonia de cores nos painéis apresentados e maior aperfeiçoamento dos alunos na utilização das ferramentas do GeoGebra e do *Paint*.

Na ficha 14, a realização da rotação do avião no GeoGebra, através de várias situações, possibilitou aos alunos descobrirem os ângulos numa rotação com determinados números de figuras sem quaisquer medições (Ver figura seguinte).

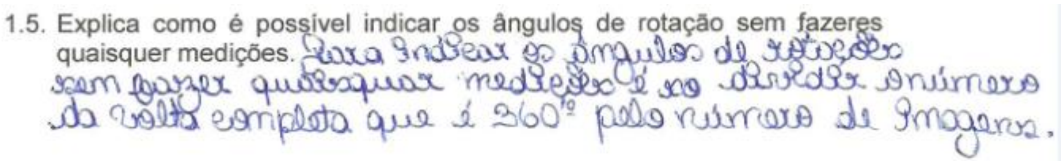

1.5. Explica como é possível indicar os ângulos de rotação sem fazeres quaisquer medições. Para Indicar os ângulos de rotação sem fazer quaisquer medições é só dividir o número da volta completa que é 360º pelo número de Imagens.

Figura 188. Resposta do aluno A15 ao item 1.5 da Ficha 14

Se fosse com recurso aos instrumentos de medição e construção, a realização desta tarefa seria morosa e exigiria recorrer a outros tipos de figuras.

No geral, os alunos conseguiram aproveitar as ferramentas do GeoGebra para a realização das rotações da imagem do avião com vista à descoberta das amplitudes dos ângulos de rotação, sem se efetuarem medições, conclusão que mereceu na reflexão da aula, um destaque para a capacidade no aproveitamento das potencialidades do GeoGebra pelos alunos na realização das atividades desta natureza.

Na última ficha, Ficha 15, os alunos utilizaram a ferramenta polígonos regulares para a construção das pavimentações quando era esperado que recorressem às ferramentas relacionadas com as Isometrias para a resolução da situação-problema na questão 1. Porém, a questão 2 da mesma ficha foi realizada sem dificuldades com recurso às ferramentas relativas às Isometrias. Os alunos conseguiram identificar a Isometria utilizada na criação do friso, embora alguns grupos tenham apresentado a resposta incompleta por não terem completado o friso dado (ver a resposta dada pelo grupo 1 na figura seguinte).

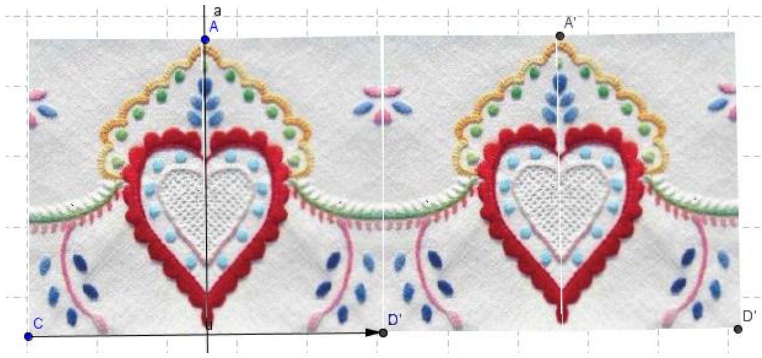


Figura 189. Resposta do grupo 1 à questão 2 da Ficha 15

A análise das tarefas apresentadas ao longo de todas as fichas de trabalho permitiu-nos concluir que houve uma evolução significativa da destreza tecnológica dos alunos na utilização do GeoGebra.

2.3.1.3. Depois da experiência

No pós-teste prático (Ver gráfico e quadro seguintes), todos os alunos melhoraram os seus resultados, que foram superiores aos dos conseguidos no pós-teste teórico. A média obtida foi de 13,46 valores. Nenhum aluno obteve nota inferior a 9,5 valores e apenas 4 não conseguiram ultrapassar os 10 valores.

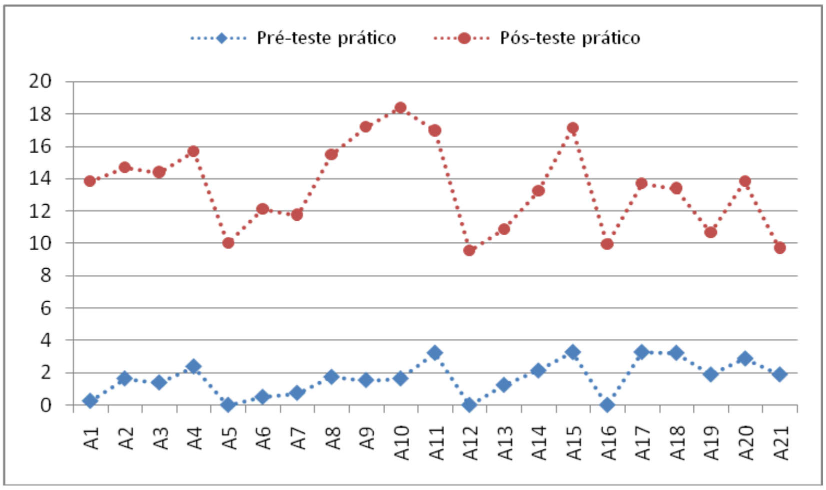


Gráfico 25. Resultados obtidos no pré teste e pós-teste prático

Questões	**1.1.1**	**1.1.2**	**1.1.3**	**1.1.4**	**1.2**	**2**	**3.1**	**3.2**	**3.3**	**3.4**	**3.5**	**3.6**	**4**	**5.1**	**5.2**	**6**	**7.1**	**7.2.1**	**7.2.2**	**7.3**	**7.3.2.1**	**7.3.2.2**	**7.3.2.3**	**7.4**	**Total**	**Total %**
Cotação	**0,75**	**0,75**	**0,75**	**0,75**	**1,5**	**2**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**1**	**1,25**	**1,25**	**1,25**	**2**	**0,5**	**0,5**	**0,25**	**0,5**	**0,5**	**0,5**	**1**	**20**	**100**
A1	0,65	0,65	0,75	0,65	1	0,6	0	0,5	0,5	0	0,5	0,5	1	0,5	0,5	1,25	1,7	0,5	0,5	0,1	0	0,5	0,5	0,5	13,85	69,25
A2	0,75	0,75	0,75	0,5	1,5	0,6	0,5	0	0	0	0,5	0,5	1	0,5	0,5	1,25	1,7	0,5	0,5	0,15	0,5	0,5	0,5	0,75	14,7	73,5
A3	0,75	0,75	0,75	0,5	1,5	0,9	0	0,5	0	0,5	0	0	1	1,25	0,75	0,75	1,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	14,4	72
A4	0,75	0,75	0,75	0,75	1,5	0,8	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	1	0	1,25	1,25	1,8	0,5	0,5	0,1	0	0,5	0,5	1	15,7	78,5
A5	0,75	0,65	0,65	0,5	1	0,4	0,5	0,5	0	0	0	0	1	0,75	0	0	1,2	0,5	0,5	0,1	0	0,5	0	0,5	10	50
A6	0,75	0,75	0,65	0	1	0,4	0	0	0	0	0	0	1	1,25	1,25	0,75	1,2	0,5	0,5	0,1	0	0,5	0,5	1	12,1	60,5
A7	0,65	0,75	0,75	0,5	1	0,3	0	0	0	0	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1,7	0,5	0,5	0,1	0	0,5	0,5	0,5	11,75	58,75
A8	0,65	0,65	0,75	0,4	0,75	1,4	0,5	0	0,5	0,5	0	0,5	1	1,25	0,75	1	1,8	0,5	0,5	0,1	0,5	0	0,5	1	15,5	77,5
A9	0,75	0,75	0,75	0,65	1,5	2	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,5	1	0,5	0,5	1,25	1,7	0,5	0,5	0,1	0,5	0,5	0,5	0,75	17,2	86
A10	0,75	0,75	0,75	0,5	1,5	2	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,5	1	1,25	1,25	1,25	1,5	0,5	0,5	0,15	0,5	0,5	0,5	0,75	18,4	92
A11	0,75	0,75	0,75	0,5	1,5	1,4	0,5	0,5	0	0,5	0	0,5	1	1,25	1	1,25	1,7	0,5	0,5	0,15	0,5	0,5	0	1	17	85
A12	0,75	0,75	0,75	0,5	1,5	0,3	0	0,5	0	0	0	0,5	1	0,5	0	0	0	0,5	0,4	0,1	0,5	0,5	0,5	0	9,55	47,75
A13	0,65	0,75	0,75	0,5	1,25	0,6	0	0	0	0	0	0,5	1	0,5	0	0,75	1	0,5	0,5	0,1	0,5	0,5	0,5	0	10,85	54,25
A14	0,75	0,75	0,75	0,5	1,25	0,3	0,5	0,5	0,5	0	0	0	1	1,25	1,25	1	1,3	0,5	0,5	0,15	0	0	0,5	0	13,25	66,25
A15	0,75	0,75	0,75	0,75	1,5	2	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,5	1	1,25	1,25	1	1,5	0,5	0,5	0,15	0	0,5	0	0,5	17,15	85,75
A16	0,75	0,75	0,75	0,5	1	1,1	0	0,5	0	0	0	0	1	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0,1	0	0	0	0	9,95	49,75
A17	0,75	0,75	0,75	0,75	1,5	1,4	0	0,5	0	0	0	0,5	1	1	1	0	1,2	0,5	0,5	0,1	0,5	0,5	0,5	0	13,7	68,5
A18	0,75	0,75	0,75	0,4	1,5	0,6	0	0,5	0	0	0	0,5	1	1,25	1,25	1	1,3	0,5	0,5	0,1	0	0	0,5	0,25	13,4	67
A19	0,75	0,75	0,75	0,75	1,25	1,1	0	0,5	0	0	0	0	1	0.75	0,75	0,75	0,8	0,5	0,5	0	0	0,5	0	0	10,65	53,25
A20	0,75	0,75	0,65	0,75	1,5	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	1	0,5	0,5	0,75	1,7	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	1	13,85	69,25
A21	0,75	0,75	0,75	0,25	1	1,1	0	0,5	0	0,5	0	0,5	0	0,5	0	0	1	0,5	0,5	0,1	0	0,5	0,5	0	9,7	48,5
Total	15,35	15,45	15,45	11,1	27	19,3	5	7,5	3,5	4	2	7	20	16,25	14,75	16,75	27,8	10,5	10,4	2,05	5	8,5	8	10	282,65	1413,25
% Total	97,46	98,095	98,095	70,476	85,7	45,952	47,619	71,429	33,333	38,095	19,048	66,667	95	61,905	56,19	63,81	66,2	100	99,048	39,05	47,62	80,95	76,19	47,6	67,30	336,4881

Quadro 29. Resultados obtidos no pós-teste prático

Da análise comparativa dos resultados do pré-teste e do pós-teste no quadro seguinte (Resultados obtidos no teste prático pré e pós de acordo com as categorias de respostas), notou-se que, em todas as questões, os resultados do pós-teste foram melhores e superiores. Em geral, os alunos tiveram a capacidade de utilizar corretamente as Isometrias para realizar com sucesso a maioria das tarefas propostas no teste. O número de questões não respondidas no pós-teste diminuiu significativamente relativamente ao pré-teste. Por exemplo, nenhum aluno respondeu às questões 7.2.1 e 7.2.2 do pré-teste. Por sua vez, no pós-teste, todos acertaram na questão 7.2.1 e apenas 1 não respondeu de forma completa à questão 7.2.2, tendo a esmagadora maioria (20) acertado esta questão.

Contudo, notou-se dificuldades na compreensão e interpretação de algumas questões do grupo 3. Por sua vez, verificou-se no pós-teste uma ausência de 9 respostas na questão 3.3, e de 8 na 3.1 e 3.4, o que nos levou a concluir que os alunos apresentavam ainda algumas dificuldades na identificação dos eixos de simetria de uma figura. Durante a correção do teste percebeu-se que os alunos não souberam interpretar o enunciado proposto para as referidas questões. Quando era necessário estabelecer a conexão entre os conceitos matemáticos, ainda, se registavam algumas dificuldades por parte destes alunos que, em nosso entender, se deviam, essencialmente, à falta de hábito na resolução de tarefas que impliquem este tipo de atividade.

Etapas	**Pré-teste**					**Pós-teste**				
Categorias Questões	**Incorreta**	**Muito incompleta**	**Incompleta**	**Correta**	**Não respondeu**	**Incorreta**	**Muito incompleta**	**Incompleta**	**Correta**	**Não respondeu**
Q1.1.1	0	0	9	1	11	0	0	4	17	0
Q1.1.2	0	0	1	9	11	0	0	3	18	0
Q1.1.3	0	0	2	5	14	0	0	3	18	0
Q1.1.4	0	0	0	0	21	0	1	14	5	1
Q1.2	0	7	5	0	9	0	0	10	11	0
Q2	0	15	0	0	6	0	11	6	3	1
Q3.1	0	0	0	0	21	3	0	0	10	8
Q3.2	0	0	0	0	21	4	0	0	15	2
Q.3.3	0	0	0	0	21	5	0	0	7	9
Q3.4	0	0	0	0	21	5	0	0	8	8
Q3.5	0	0	0	0	21	13	0	0	4	4
Q3.6	0	0	0	0	21	3	0	0	14	4
Q4	0	0	2	3	16	0	0	0	20	1
Q5.1	0	0	0	0	21	0	9	3	8	1
Q5.2	0	0	0	0	21	0	6	5	6	4
Q6	0	0	0	0	21	0	1	10	6	4
Q7.1	0	6	0	0	15	0	2	18	0	1
Q7.2.1	0	0	0	0	21	0	0	0	21	0
Q7.2.2	0	0	0	0	21	0	0	1	20	0
Q7.3.1	0	0	0	0	21	0	13	5	0	3
Q7.3.2.1	0	0	0	0	21	10	0	0	10	1
Q7.3.2.2	0	0	0	0	21	2	0	0	17	2
Q7.3.2.3	0	0	0	0	21	4	0	0	16	1
Q.7.4	0	0	0	0	21	0	1	8	5	7

Quadro 30. Resultados obtidos no teste prático pré e pós de acordo com as categorias das respostas

Os resultados quantitativos das questões do pós-teste prático e alguns processos de resolução utilizados foram objeto da análise explicitada de seguida.

No primeiro grupo, colocavam-se 5 questões. No pós-teste prático, no subitem 1.1.1, dos 21 alunos, 17 responderam corretamente e 4 de forma incompleta; nos subitens 1.1.2 e 1.1.3, 18 responderam corretamente e 3 de forma incompleta; no subitem 1.1.4, 5 responderam corretamente, 14 de forma incompleta, 1muito incompleta e 1aluno não respondeu. Por fim, no item 1.2, 11 responderam de forma correta e 10 incompletamente.

No subitem 1.1.4, a maioria dos alunos apresentou as respostas incompletas. Alguns na translação não definiram o vetor com direção paralela ao eixo de reflexão. Outros determinaram a reflexão e translação do triângulo [ABC], em vez de translação de ABC, seguida de reflexão de [A'B'C'], obtendo-se [A''B''C''], ou reflexão do triângulo [ABC], seguida da translação de [A'B'C'].

Ilustra-se, na figura seguinte, a resposta do aluno A13 ao item, 1.1.

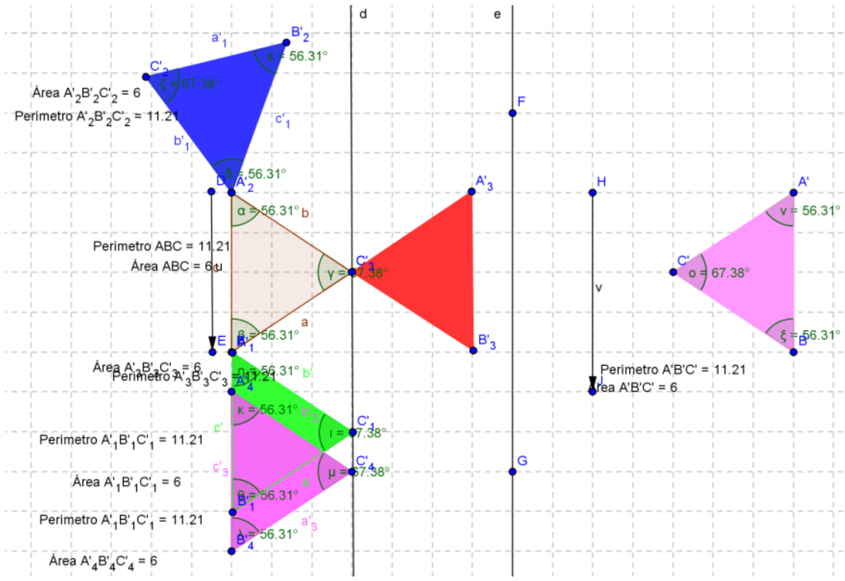
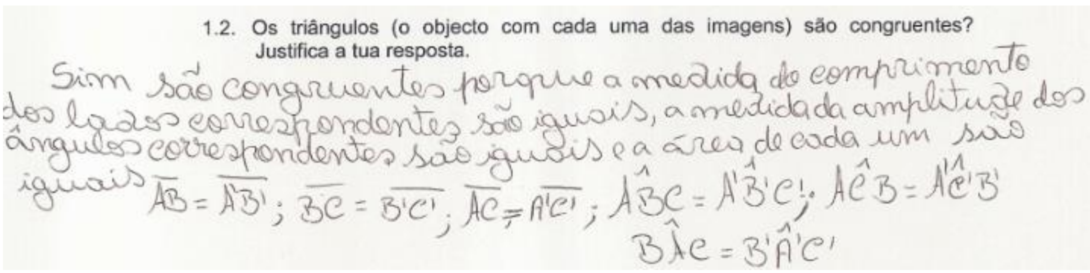


Figura 190. Resposta do aluno A13 ao item 1.1 da questão 1 do pós-teste prático

No item 1.2, notou-se mais rigor e coerência nas respostas escritas em linguagem corrente e até nos argumentos expressos em linguagem matemática. É exemplo disso a resposta do aluno A11.


1.2. Os triângulos (o objecto com cada uma das imagens) são congruentes? Justifica a tua resposta.

Sim são congruentes porque a medida do comprimento dos lados correspondentes são iguais, a medida da amplitude dos ângulos correspondentes são iguais e a área de cada um são iguais $\overline{AB} = \overline{A'B'}$; $\overline{BC} = \overline{B'C'}$; $\overline{AC} = \overline{A'C'}$; $A\hat{B}C = A'\hat{B'}C'$; $A\hat{C}B = A'\hat{C'}B'$ $B\hat{A}C = B'\hat{A'}C'$

Figura 191. Resposta do aluno A11 ao item 1.2 da questão 1 do pós-teste prático

Na questão 2, no pós-teste prático, 3 alunos responderam corretamente, 6 de forma incompleta, 11 muito incompleta e 1 não respondeu. Os alunos que obtiveram a cotação toda na questão construíram o setor circular com a ferramenta “Setor circular dados dois pontos e um centro” e utilizaram as Isometrias para a construção de todos os outros setores circulares. Da análise dos protocolos de construção, constatou-se que dois alunos utilizaram as Isometrias translação e reflexão enquanto um aluno recorreu ainda ao uso da rotação. O aluno com melhores resultados realizou 4 reflexões e 11 translações do setor circular para a construção da figura, como se ilustra a seguir:

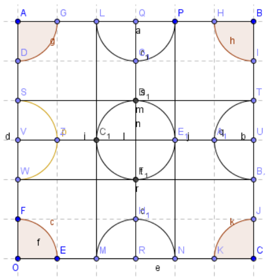


Figura 192. Resposta do aluno A10 à questão 2 do pré-teste prático.

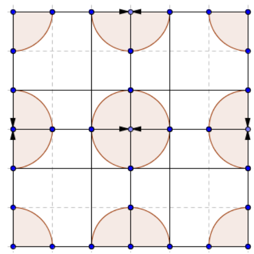


Figura 193. Resposta do aluno A10 à questão 2 do pós-teste prático

No terceiro grupo de questões, no pós-teste prático, os resultados foram muito variados, tanto nas respostas certas como nas figuras apresentadas, para cada um dos seis itens, tendo-se ainda registado respostas inesperadas. A título de exemplo, apresentam-se as ilustrações abaixo de duas figuras com um eixo de simetria. Para a confirmação das suas respostas, foram determinadas as medidas do comprimento dos lados das figuras desenhadas.

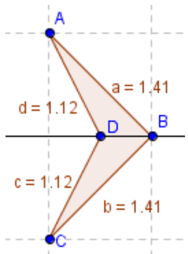


Figura 194. Resposta do aluno A3 ao item 3.2 da questão 3 do pós-teste prático

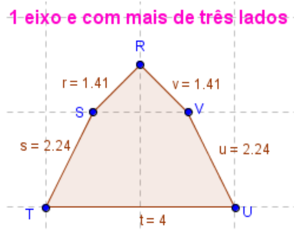


Figura 195. Resposta do aluno A10 ao item 3.3 da questão 3 do pós-teste prático

Na quarta questão, já no pós-teste prático, a esmagadora maioria (20) respondeu corretamente e 1 aluno não respondeu. Registaram-se duas estratégias de resolução desta questão, sendo que a esmagadora maioria (19) utilizou o mesmo processo de resolução seguido no pré-teste. Um aluno desenhou um pentágono regular, determinou o centro de rotação através da construção do triângulo equilátero de medida de comprimento de lado igual à distância de dois vértices não consecutivos do pentágono, escondeu o triângulo equilátero, determinou 2 rotações sucessivas com medida de amplitude 60º e obteve a metade da rosácea. Depois, aplicou uma reflexão, associada ao eixo g, à metade da rosácea obtida, e obteve a figura completa, como se ilustra:

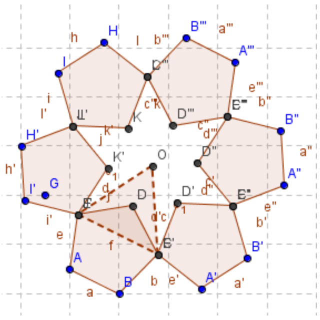


Figura 196. Resposta do aluno A11 à questão 4 do pré-teste prático

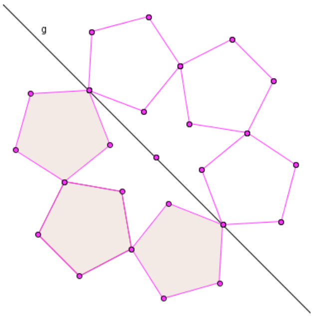


Figura 197. Resposta do aluno A11 à questão 4 do pós-teste prático

Quanto ao grupo 5, foram colocadas duas questões. Na primeira, 8 alunos responderam corretamente, 3 de forma incompleta, 9 muito incompleta e 1 não respondeu. Da análise dos protocolos de construção, constatou-se que, dos que responderam corretamente, 7 construíram a rosácea por sucessivas rotações do motivo e apenas um aluno efetuou duas rotações sucessivas do motivo e encontrou a metade da rosácea. Depois foi aplicada uma meia volta e se obteve a outra metade.

Os que ficaram com a resposta incompleta construíram a rosácea, mas um classificou-a de diedral, justificando incompletamente a sua escolha por ter identificado apenas a Isometria reflexão associada à rosácea. Os outros dois não apresentaram justificações e os que obtiveram as respostas muito incompletas não construíram a rosácea, mas indicaram e justificaram corretamente o seu grupo.

Apesar de todos os alunos terem classificado o grupo da rosácea de diedral, ninguém utilizou a Isometria reflexão para a sua construção. Ilustra-se a resolução realizada pelo aluno A2 na figura seguinte, onde se notou, pelas medidas de comprimento dos lados, que o motivo construído (quadrilátero) não cumpriu as caraterísticas do motivo dado, consequentemente não apresentando simetria de reflexão.

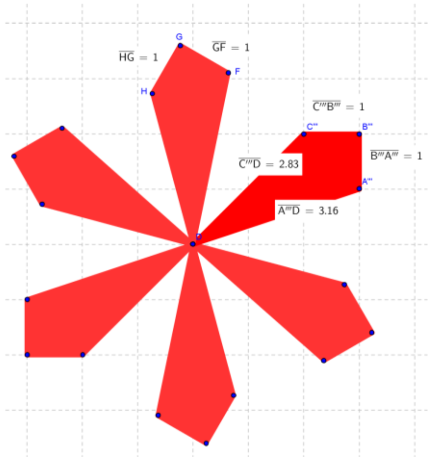


Figura 198. Resposta do aluno A2 ao item 5.1 do pós-teste prático no GeoGebra

Contudo, esse mesmo aluno classificou corretamente o grupo a que pertence a rosácea dada, tendo ficado a dúvida se o aluno percebeu bem ou não o conceito de simetria.

Na segunda questão deste grupo, 6 alunos responderam de forma correta, 5 incompletamente, 6 muito incompleta e 4 não responderam. Como esperado, a rosácea foi construída por sucessivas rotações por todos os alunos que obtiveram respostas corretas ou incompletas. À semelhança da questão anterior, alguns classificaram-na quanto ao grupo sem a terem construído. Todos os alunos que apresentaram o grupo da rosácea, fizeram-no e justificaram corretamente. Ilustram-se, nas figuras seguintes, a rosácea construída no GeoGebra e a sua classificação pelo aluno A14.

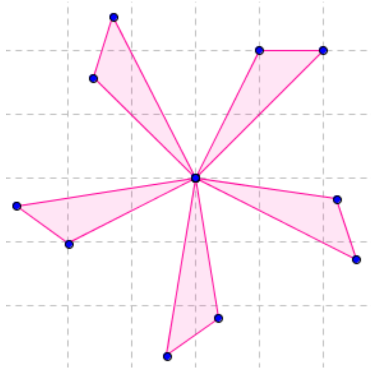


Figura 199. Resposta do aluno A14 ao item 5.2 do pós-teste prático

Figura 200. Justificação da resposta do aluno A14 ao item 5.2 do pós-teste prático

Na questão 6, seis alunos responderam de forma correta, 10 incompleta, 1 muito incompleta e 4 não responderam. Os que ficaram com as respostas incompletas construíram apenas uma parte do friso e utilizaram apenas a Isometria reflexão nas suas construções. Aqueles que obtiveram a cotação total na questão realizaram os seguintes procedimentos: i) reflexão horizontal do módulo, reflexão vertical do conjunto módulo e sua imagem obtendo o motivo, translações sucessivas do motivo; ii) reflexão vertical do módulo, reflexão horizontal do conjunto módulo e sua imagem obtendo o motivo, translações sucessivas do motivo. Apresenta-se, a título de exemplo, o friso construído pelo aluno A9 que utilizou o segundo processo de construção descrito.

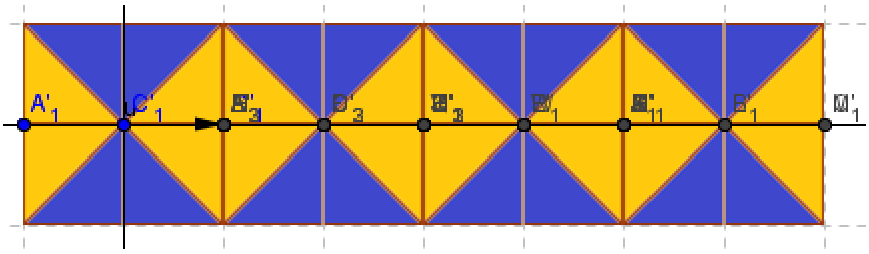


Figura 201. Resposta do aluno A9 à questão 6 do pós-teste prático

O A13 respondeu à questão de forma incompleta, tendo realizado sucessivas reflexões, conforme se ilustra na figura seguinte:

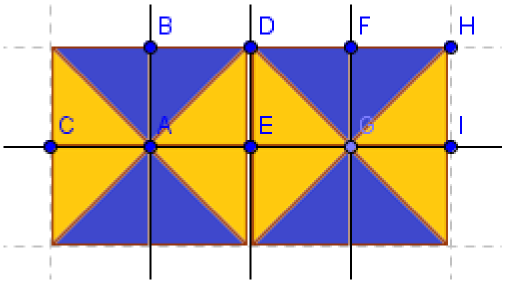


Figura 202. Resposta do aluno A13 à questão 6 do pós-teste prático

Por fim, no grupo 7, com base numa situação-problema sobre um pano típico de Cabo Verde designado "*Panu di Tera*", colocavam-se 8 questões. Em 7.1, nenhum aluno obteve a cotação máxima porque não recorreu somente às Isometrias para a construção da Figura B. Assim, 18 responderam de forma incompleta, 2 muito incompleta e 1 não respondeu, tendo sido encontradas três estratégias de resolução utilizadas para a construção da rosácea na figura B com recurso as Isometrias rotação e reflexão.

Nas questões 7.2.1 e 7.2.2, todos os alunos identificaram corretamente as Isometrias que transformam o paralelogramo PI no paralelogramo PII, a reflexão e PI em PIII, a rotação. Em relação à questão 7.3.1, 13 alunos responderam de forma muito incompleta porque identificaram dois triângulos congruentes, todavia não apresentaram as suas justificações; 5 de forma incompleta porque indicaram os triângulos, mas não justificaram corretamente a sua congruência e 3 não responderam.

Na questão 7.3.2.1, 10 alunos indicaram corretamente um par de triângulos em que um podia ser obtido a partir do outro através de uma translação, 10 responderam incorretamente e 1 não respondeu, ao passo que, relativamente à questão 7.3.2.2, 17 alunos identificaram corretamente um par de triângulos em que um podia ser obtido a partir do outro através de uma reflexão; 2 erraram a questão e 2 não responderam.

Em 7.3.2.3, 16 indicaram corretamente um par de triângulos em que um pudesse ser obtido do outro por uma rotação, 4 responderam incorretamente e 1 não respondeu.

Por fim, à questão 7.4, 5 responderam de forma correta, 8 incompleta, 1 muito incompleta e 7 não responderam.

Na figura seguinte ilustra-se o "*Panu di Tera*!" construído pelo aluno A20.

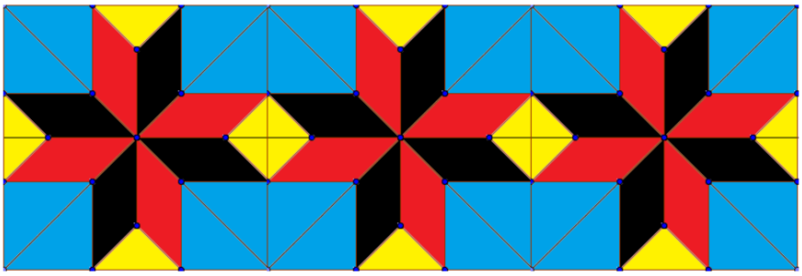


Figura 203. Resposta do aluno A20 ao item 7.4 do pós teste prático

Sobre a abordagem das Isometrias suportado pelo GeoGebra, a dificuldade apresentada por um dos inquiridos registou que: "*tinha muitas dificuldades e levei muito tempo para aprender*". Por outro lado, um inquirido afirmou: "*Gostei muito do software Geogebra porque tinha algumas dificuldades em matemática. Depois que trabalhei com o computador aprendi melhor do que nas aulas de Matemática*", ficando reconhecido que a utilização do *software* GeoGebra facilitou-lhe a aprendizagem dos conteúdos geométricos abordados.

Para avaliar o contributo da experiência no que tange ao aumento da confiança dos inquiridos na exploração das potencialidades do GeoGebra, os resultados apontam que 100% respondeu positivamente a esta questão, o que evidenciou o desenvolvimento da destreza tecnológica.

Apesar de se avaliar positivamente o contributo da experiência no que tange ao aumento da confiança dos inquiridos na exploração das potencialidades do GeoGebra, com evidência para a importância deste recurso na promoção do ensino e da aprendizagem da Matemática, mais concretamente ao nível do desenvolvimento da destreza tecnológica, registou-se a partir das respostas obtidas, a necessidade premente de se apostar nas inovações pedagógicas com recurso ao computador. A esmagadora maioria (20) dos inquiridos defendeu que a melhor forma de aprender Matemática é "Resolvendo exercícios com a ajuda do computador".

Solicitados a indicar três aspetos considerados mais positivos relativamente ao estudo da unidade Isometrias com o suporte do GeoGebra, as várias e diferentes respostas obtidas indiciam uma opinião generalizada dos alunos no que concerne às potencialidades desse *software* na promoção da motivação e da aprendizagem efetiva da Matemática: "*Motivação em assistir às aulas*"; "*Vontade em fazer experiências*"; "*Prazer em assistir as aulas*".

Quanto aos aspetos menos positivos, não se apresentam dados relevantes. Porém, mereceu realce a opinião de um dos inquiridos segundo a qual constituiu aspeto negativo a distração nas aulas devido ao recurso à Internet e a programas de entretenimento: "Os alunos distraem-se com a Internet. Distração com jogos".

Na opinião da Professora-caso, o GeoGebra contribuiu para uma apropriação do sentido geométrico, pelos alunos, na medida em que

> "[...] revelou ser uma ferramenta importante que auxiliou os alunos na transformação dos objetos geométricos para tirar conclusões sobre as propriedades e suas relações pois, na descoberta das propriedades e relações geométricas, os alunos se apropriam de conhecimentos geométricos sem se aperceberem. Por exemplo, após a descoberta das propriedades de translação, numa tarefa em que se pretendia a aplicação de translação associada a um vetor dado, uma aluna, sem efetuar a sua construção, concluiu que a resolução da sua colega estava errada uma vez que já tinha criado uma imagem mental que relacionava o conceito de uma translação associada a um vetor e concluiu, de imediato, que a imagem construída não poderia ser obtida por translação associada por aquele vetor dado" (SE, 23/03/2011).

O uso do GeoGebra contribuiu para uma construção mais clara e rigorosa de conceitos geométricos potenciada por este ambiente. Esta constatação foi corroborada pela Professora-caso, na SE, ao referir que "[...] *este recurso permitiu a realização de construções com muito rigor, facilitando e contribuindo para um melhor entendimento das relações e para a conclusão acerca das propriedades*" (SE, 23/03/2011).

Foi a própria a concluir que, de uma forma geral, os alunos desenvolveram as suas capacidades na utilização dos computadores e "[...] *que apresentaram um nível mais elevado de conhecimento, no final do trimestre*" (SE, 23/03/2011).

2.3.2. Atitudes

2.3.2.1. Antes da experiência

Antes da experiência, e apesar de não terem utilizado o computador nas aulas, os alunos mencionaram no QIA que gostariam de ter tal oportunidade, tendo a maioria indicado que gostaria muito (15) ou bastante (3) de utilizar esse recurso nas aulas.

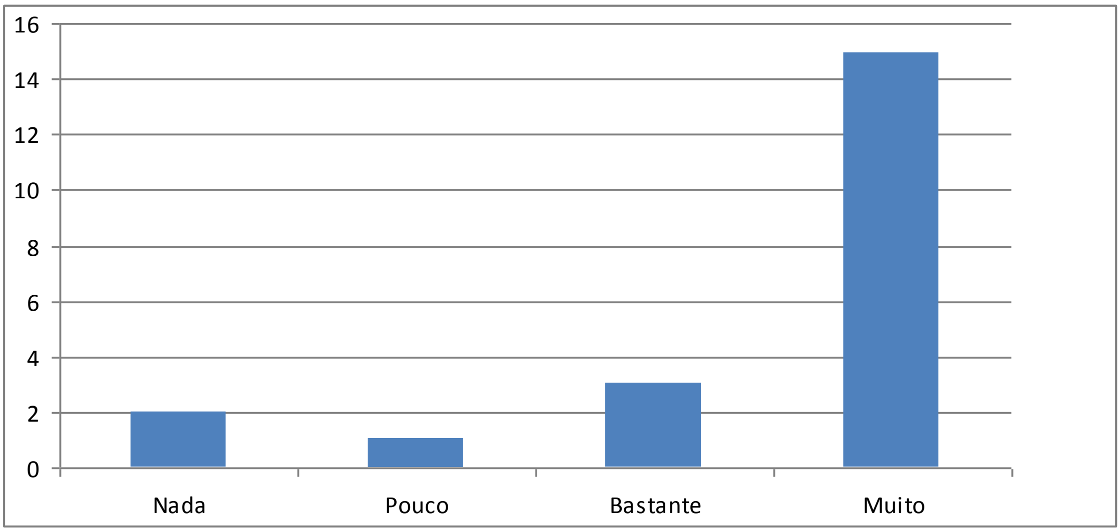


Gráfico 26. Gosto dos alunos pelo uso do computador nas aulas

A análise das justificativas apresentadas resultou em 8 categorias, conforme se ilustra no quadro seguinte:

Categorias	**Frequência**	**%**
Recurso para a promoção da aprendizagem	11	42,3
Entretenimento	3	11,5
Eficácia na aprendizagem	3	11,5
Desenvolvimento de capacidades	2	7,7
Estimulo à participação nas aulas	2	7,7
Estimulo da concentração nas atividades	2	7,7
Proporciona a destreza tecnológica	2	7,7
Proporciona a dinâmica na sala de aula	1	3,8

Quadro 31. Categorias sobre o gosto dos alunos pelo uso do computador nas aulas

Os alunos mostraram-se abertos ao uso das ferramentas tecnológicas nas suas aulas, por estas propiciarem mais e melhor aprendizagem e serem mais eficazes: "*Nos ajuda a aprender muito"* e *"Porque aprendemos melhor."*, associado ainda ao entretenimento que os jovens encontram no uso do computador: *"Porque é mais divertido".*

De modo menos expressivo, figuraram as categorias, 'Desenvolvimento de capacidades', 'Estímulo à participação nas aulas', 'Estímulo da concentração nas atividades' e 'Proporciona destreza tecnológica', com justificações do tipo "*Porque acho que eu desenvolveria a minha capacidade escolar'; "Seria mais interessante porque os alunos iriam participar mais e aprender mais"; "Porque me sinto mais comportada, se o professor mandar* *pesquisar alguma coisa é só entrar no site*" e "*Acho que aprendemos mais sobre a disciplina e aprendo a utilizar melhor o computador nas aulas";*

Pelas justificativas apresentadas depreende-se uma atitude favorável dos alunos quanto ao benefício da aprendizagem suportada pelo computador, com efeitos a nível do comportamento individual, da resposta a situações de desafio ao incremento da capacidade de mobilizar conhecimentos diversos.

A 'Dinâmica na sala de aula' foi a categoria menos indicada, apontando a justificativa "*Porque a aula fica mais moderna e mais incentivadora"* para uma noção implícita de que a presença de um recurso tecnológico pode trazer mais energia e estímulo à aprendizagem.

Os alunos davam muita importância ao uso do computador no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Onze inquiridos atribuíram-lhe muita importância, 9 bastante e apenas um, nenhuma importância, como mostra o gráfico a seguir.

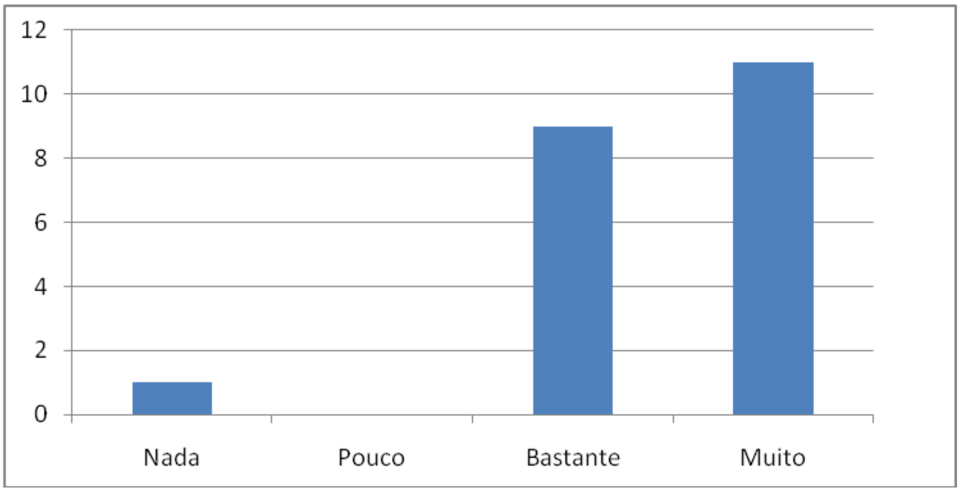


Gráfico 27. Importância atribuída pelos alunos no uso do computador no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática

As justificativas foram enquadradas nas sete categorias apresentadas no quadro seguinte:

Categorias	**Frequência**	**%**
Torna a aprendizagem mais eficaz	5	23,8
Promove a destreza tecnológica	4	19
Desenvolve o raciocínio	3	14,3
Proporciona aprendizagem	3	14,3
Serve de entretenimento	2	9,5
Motiva e estimula a participação	2	9,5
Promove a inovação na aprendizagem	1	9,5

Quadro 32. Categorias sobre a importância atribuída pelos alunos no uso do computador no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática

No conjunto das respostas analisadas, denota-se uma tendência para a valorização do computador no ensino e na aprendizagem da Matemática. Mesmo que os alunos tenham respondido de forma inconsciente, tais resultados figuram uma noção clara da eficácia do uso desse recurso para a aprendizagem: "*Porque o processo de aprendizagem é mais rápido*", complementada com a promoção da aprendizagem – "*Porque como os alunos gostam vão aprender mais"* e do desenvolvimento do raciocínio – "*Porque aprendo e [...] desenvolvo o meu raciocínio".*

A promoção da destreza tecnológica com a justificação do tipo "*Porque aprendo a mexer no computador*" ganhou destaque dando conta do benefício para a oportunidade do aluno desenvolver a sua capacidade tecnológica.

Nas respostas a algumas das questões anteriores, a maioria dos inquiridos mostrou estar recetiva às inovações pedagógicas com recurso ao computador, o que se confirmou na familiarização com o GeoGebra, onde, com muito entusiasmo, os alunos disputaram os computadores para a realização das tarefas propostas e de outras curiosidades, envolvendo-se ativamente na exploração das ferramentas desse recurso. Tal facto também foi constatado aquando da reflexão da Professora-caso sobre esta aula. "[…] *os alunos avançaram rapidamente na exploração das ferramentas para a realização das tarefas*" (ERAG, 10/02/2011).

Nesta fase, os alunos mostraram-se muito recetivos e disponíveis para a realização das tarefas geométricas propostas. Envolveram-se rapidamente na apresentação e discussão das tarefas. Estas considerações permitiram perceber como a exploração de um recurso que, inicialmente, se mostrava completamente ausente das práticas de desenvolvimento dos conteúdos da disciplina, passou a ser aproveitado pelos alunos, sendo que se envolveram positivamente na realização das tarefas propostas. Tal recetividade dos alunos ficou evidenciada na forma como disputavam os computadores para trabalhar no GeoGebra, nas constantes chamadas à Professora-caso e Formadora e ainda na competição que se instalou na sala nos momentos de apresentação dos trabalhos. O grupo 10 chegou mesmo a manifestar o seu descontentamento por não ter sido chamado para apresentar o seu resultado, sentindo-se preterido relativamente aos colegas, quando na verdade o que havia era uma dificuldade de tempo para contemplar todos os grupos.

2.3.2.2. Durante a experiência

Na resolução da Ficha 2, no âmbito da abordagem da unidade didática Isometrias, os alunos envolveram-se ativamente com o GeoGebra na exploração das propriedades da translação, apesar de alguns desvios de alunos para consulta de Internet e jogo no computador (DB, 21/02/2011).

Destaca-se o forte empenho e entusiasmo dos alunos na realização da questão 3 da Ficha 3, que apelava à criatividade dos alunos, tendo havido muita competição na construção do carro.

Numa aula com recurso a uma ferramenta tecnológica, o professor tem que estar muito atento, para poder garantir o desenvolvimento das tarefas por parte dos alunos e evitar o que aconteceu com o aluno A10 durante a realização da Ficha 5. Este se entusiasmou em alterar as propriedades dos objetos (Ver figura seguinte) e esqueceu-se de responder ao item 1.7.

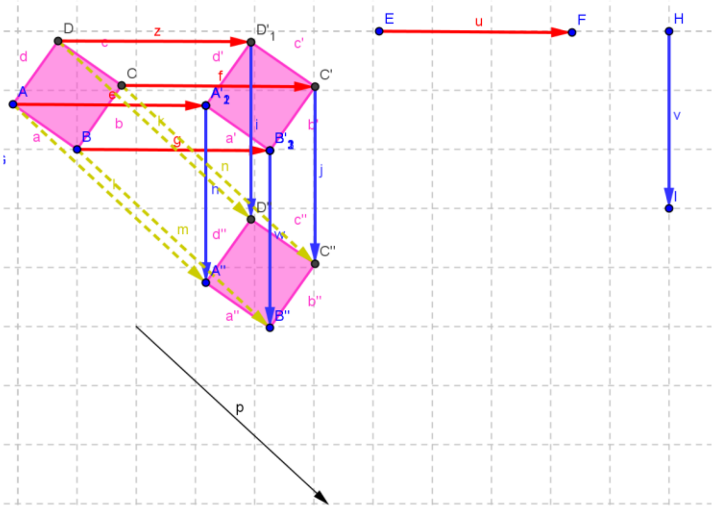


Figura 204. Resposta do aluno A10 à questão 1 GeoGebra na Ficha 5

Na resolução da Ficha 7 constatou-se uma ocorrência que alterou o nível da concentração de alguns alunos para a realização das tarefas propostas. Face à descoberta da funcionalidade dos seletores, os grupos distrairam-se e exploraram situações que não estavam comtempladas na tarefa, o que que teve impacto no desempenho geral dos grupos. Da observação feita, verificou-se que o grupo 10 poderia ter-se saído melhor, se não fosse a distração que arrastou o grupo na escrita do nome da sua equipa favorita (DB,04/03/2011), conforme o exemplo a seguir:

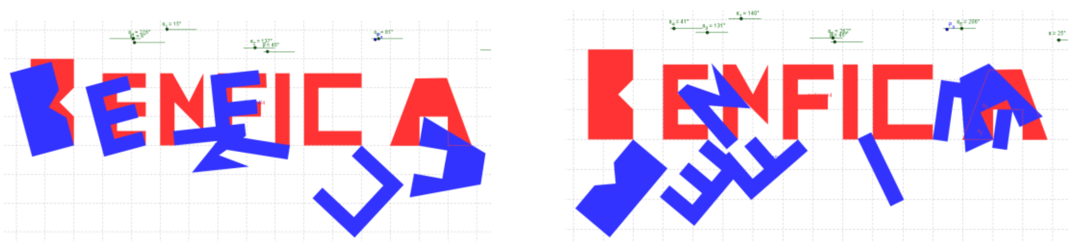


Figura 205. Registo de um momento de distração do grupo 10 durante a realização da ficha 7

No quadro das competências tecnológicas, as evidências mostram que o grupo 10 descobriu como utilizar corretamente os seletores e entusiamou-se com isso: foram efetuadas rotações que não tinham nada a ver com a Ficha e depois ativada a opção animação. Isto contribuiu para a distração deste grupo e de outros.

O envolvimento dos alunos ficou comprometido pela forma como igualmente estes se distraíram durante a experiência. Por distração e demasiado entusiasmo em explorar as ferramentas do GeoGebra para a realização das tarefas, vários alunos não registaram as suas conclusões na Ficha 13. Este aspeto foi reconhecido na reflexão sobre a aula dessa ficha, com um alerta para mais atenção do professor no momento do acompanhamento dos alunos durante o trabalho autónomo, porque, frequentemente, se envolvem muito com o computador e não fazem o registo das suas conclusões.

Até ao fim da experiência, no geral, os alunos já não se mostravam recetivos em trabalhar com os instrumentos de construção e medição. Durante todo o processo, mostraram-se mais interessados e motivados em trabalhar com o GeoGebra.

2.3.2.3. Depois da experiência

Na realização do pós-teste Prático, os alunos mostraram-se à-vontade em trabalhar no GeoGebra. Durante a sua realização, as dúvidas diminuíram significativamente em relação ao pré-teste, mostrando-se os alunos mais calmos na sua resolução, apenas reclamando do tempo disponibilizado para a sua realização, considerado insuficiente pelos alunos (DB, 22/03/2011).

Depois da abordagem didática, no QFA, procurou-se saber a opinião dos alunos acerca da utilização e do trabalho com o *software* GeoGebra, e avaliar o contributo da experiência para a confiança dos inquiridos na exploração das potencialidades do GeoGebra, especificamente no ensino e na aprendizagem da Geometria.

Pretendeu-se recolher dados e informações passíveis de averiguar se a utilização do GeoGebra influenciou, ou não, o comportamento dos alunos e se contribuiu para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e melhoria da aprendizagem dos conceitos geométricos.

Quanto ao grau de satisfação, dos inquiridos no que respeita à exploração dos conteúdos geométricos com o GeoGebra, o mesmo foi elevado, pois as escolhas incidiram sobre o “muito” e “bastante” com 17 e 4 frequências respetivamente.

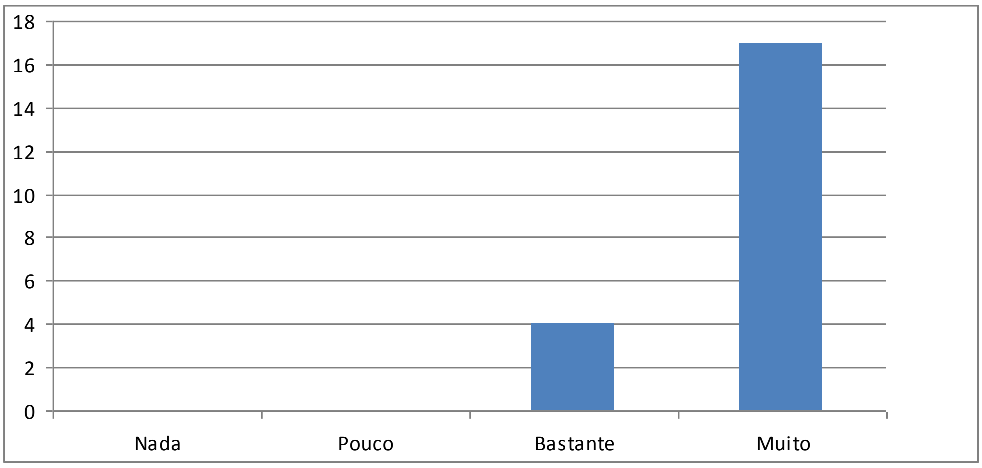


Gráfico 28. Grau de satisfação dos alunos na exploração dos conteúdos geométricos com o GeoGebra.

As categorias de justificativas criadas a partir das respostas dos alunos estão ilustradas no quadro seguinte:

Categorias	Frequência	%
Facilita a aprendizagem	6	26,1
Serve de entretenimento	4	17,4
Promove a inovação na aprendizagem	3	13
Eficácia na aprendizagem	3	13
Aumento de compreensão	1	4,3
Aumento do conhecimento	1	4,3
Oportunidade de prática	1	4,3
Proporciona mais prazer de aprendizagem	1	4,3
Recurso para promoção de aprendizagem	1	4,3

Quadro 33. Categorias sobre o de satisfação dos alunos na exploração dos conteúdos geométricos com o GeoGebra

Da análise do quadro, concluiu-se que as categorias 'Facilita a aprendizagem' "*Porque eu aprendi mais e aprendi da maneira mais fácil." e* 'Entretenimento' "*Porque fazer algo no GeoGebra é muito divertido e muito fácil. Lá em casa todos os dias brinco no GeoGebra"* constituíram as mais apontadas, portanto destacadas, o que vai ao encontro das atitudes manifestadas pelos alunos durante a experiência.

A experiência levada a cabo com os alunos neste estudo teve um impacto muito positivo no modo de vivenciar as aulas, constituindo inovação para uma boa parte que justifica: "*Porque as aulas tornaram-se mais interessantes*, […] *essa aula foi uma aula incrível.",* tendo o GeoGebra sido o responsável pelo estímulo direto de mudança: *"Porque com o GeoGebra os alunos exploram as suas potencialidades e a confiança de aprender melhor a Matemática."*

Assim, relativamente à importância da utilização do GeoGebra no ensino e na aprendizagem da Geometria, a grande maioria dos inquiridos revelou uma opinião “muito” (16) ou “bastante” (4) “favorável”. Apenas um inquirido assinalou *pouco* favorável, justificando: “Porque entendi pouco na utilização”.

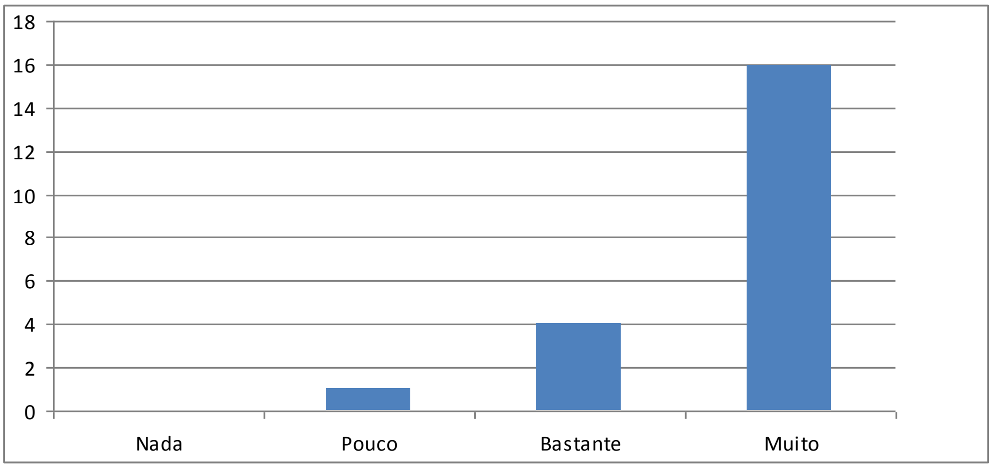


Gráfico 29. Opinião dos alunos sobre a importância da utilização do GeoGebra no ensino e na aprendizagem da Geometria

Questionados sobre a importância do uso de *softwares* educativos na aprendizagem da matemática, apenas dois inquiridos o consideraram pouco importante (“*Às vezes com o uso do esquadro, régua e compasso podemos entender a matéria melhor*”; “*Porque não gosto*”), sendo que a opinião dos restantes se situam nas escalas do muito e bastante. Pode afirmar-se que a experiência trouxe um contributo significativo ao alargamento do horizonte dos inquiridos no que tange às potencialidades dos *softwares* educativos no ensino e na aprendizagem da Matemática.

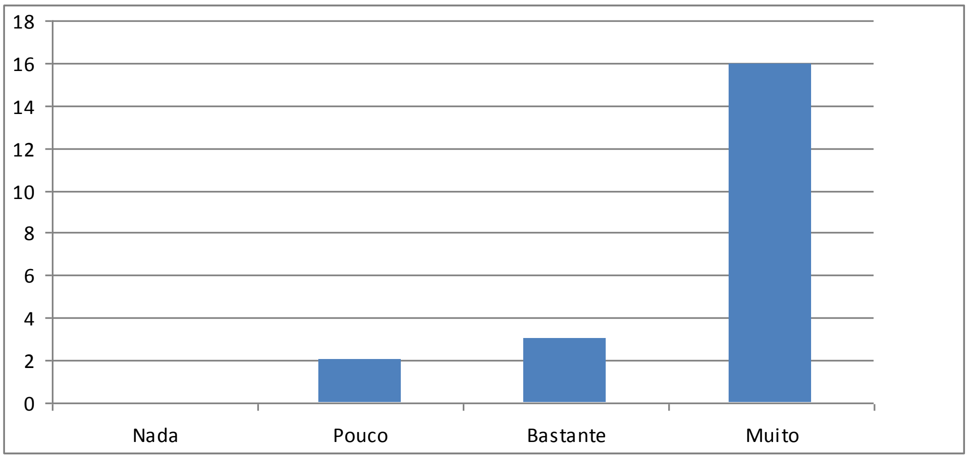


Gráfico 30. Opinião dos alunos sobre a importância do uso de *softwares* educativos na aprendizagem da Matemática

As justificativas foram enquadradas nas seguintes categorias:

Categorias	**Frequência**	**%**
Motiva e desperta o interesse	5	25
Eficácia na aprendizagem	5	25
Oportunidade de prática	3	15
Facilidade de aprendizagem	3	15
Desenvolvimento de capacidade	1	5
Facilidade de utilização	1	5
Contribui para concentração	1	5
Entretenimento	1	5

Quadro 34. Categorias de opinião dos alunos sobre a importância do uso de *softwares* educativos na aprendizagem da Matemática

A opinião dos alunos aponta-se como mais positiva ao uso de *softwares* educativos na aprendizagem da Matemática, tendo a motivação, o interesse e a eficácia na aprendizagem grangeado mais preferências, pois foram os próprios alunos a justificar: "*Porque [...] fica mais interessante a aula com o uso de softwares."; "Porque desenvolve a nossa capacidade e interesse nas aulas de Matemática.*"; "*Porque os alunos compreendem as matérias com mais clareza".*

A partir do QFA, conclui-se que a utilização do GeoGebra influenciou positivamente o comportamento dos alunos e contribuiu para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e melhoria da aprendizagem dos conceitos geométricos.

Questionados sobre a forma como preferiam ter as aulas de Matemática após a experiência, todos são unânimes em referir o computador, sendo que alguns mencionaram especificamente o GeoGebra, sintetizando-se as percentagens das justificativas apresentadas no quadro seguinte:

Categorias	**Frequência**	**%**
Facilidade na aprendizagem	8	38,1
Eficácia na aprendizagem	5	23,8
Recurso atrativo para aprendizagem	4	19
Motivação para a aprendizagem	2	9,5
Estímulo à aprendizagem	1	4,8
Recurso para melhoria do ensino	1	4,8

Quadro 35. Categorias de preferência dos alunos em ter aulas de matemática

A preferência dos alunos em ter aulas de matemática suportada pelo GeoGebra recaiu mais acentuadamente na eficácia e facilidade na aprendizagem potenciadas por esse recurso:

"*Porque é mais prático, mais fácil e mais divertido" e "Porque no computador torna mais fácil e a aula fica mais interessante"*.

A análise do quadro seguinte, sobre as potencialidades do GeoGebra, permite concluir quanto ao sucesso da experiência. A afirmação tem como suporte a diminuição da frequência entre o questionário inicial e final em quase todos os parâmetros apresentados, nas variáveis "discordo parcialmente" e "completamente" e o aumento da frequência nas variáveis concordo plenamente e parcialmente.

Parâmetros	**Concordo plenamente**		**Concordo parcialmente**		**Discordo parcialmente**		**Discordo completamente**	
O uso do *software* GeoGebra pode:	Q.I.	Q.F.	Q.I.	Q.F.	Q.I.	Q.F.	Q.I.	Q.F.
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;	11	12	7	8	1	1	2	0
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação Matemática;	9	13	8	6	2	2	2	0
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático;	10	11	6	9	2	1	3	0
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia;	10	10	4	10	4	1	3	0
Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;	14	19	2	1	3	1	2	0
Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;	9	15	9	5	1	1	2	0
Contribuir para que os alunos aprendam duma forma mais significativa;	12	17	4	3	3	1	2	0
Contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática;	11	16	6	5	1	0	3	0
Contribuir para uma apropriação do sentido geométrico;	8	8	5	10	4	2	4	1
Contribuir para uma aprendizagem mais autónoma e responsável;	10	13	8	5	1	2	2	1
Permitir uma aprendizagem mais ativa e dinâmica da Geometria;	10	18	6	3	3	0	2	0
Permitir uma construção mais eficaz de conceitos geométricos;	8	16	8	5	2	0	3	0
Potenciar o desenvolvimento da visualização espacial e do raciocínio geométrico;	10	16	3	5	6	0	2	0
Ajudar a reconhecer as propriedades das Isometrias;	10	20	6	1	2	0	3	0
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela;	8	13	5	6	4	1	4	1
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;	8	15	9	3	2	2	2	1
Diminuir o distanciamento entre os alunos;	7	17	7	4	4	0	3	0
Facilitar a comunicação entre o professor e o aluno;	10	16	5	4	3	1	3	0
Diminuir a distração dos alunos nas aulas.	8	12	6	5	5	2	2	2

Quadro 36. Opinião dos alunos sobre as potencialidades do GeoGebra por variados parâmetros

No QIA, tinha-se notado que os itens merecedores de maior destaque foram: "contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras" (14), "contribuir para que os alunos aprendam duma forma mais significativa" (12), "contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas" (11) e "contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática" (11). No quesito discordância, os itens mais penalizados foram "potenciar o desenvolvimento da visualização espacial e do raciocínio geométrico" (8), "contribuir para uma apropriação do sentido geométrico" (8) e "tornar a aprendizagem mais desafiante, permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela" (8).

Já no QFA, os parâmetros mais destacados passaram a ser: "ajudar a reconhecer as propriedades das Isometrias" (20); "contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras" (19); "permitir uma aprendizagem mais ativa e dinâmica da Geometria" (18), sendo os que mereceram mais discordância: "diminuir a distração dos alunos nas aulas" (4); "contribuir para uma apropriação do sentido geométrico" (3); "contribuir para uma aprendizagem mais autónoma e responsável" (3); "estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias" (3).

No quadro seguinte, sintetiza-se a apreciação global da experiencia feita pelos inquiridos.

Parâmetros	**Frequência**	**%**
Insuficiente	0	0
Suficiente	0	0
Bom	5	23,8
Muito Bom	16	76,2
Total	21	100

Quadro 37. Avaliação global da experiência

Em reforço desta avaliação global, quando a Professora-caso comparou, nesta experiência, a motivação e interesse dos alunos pelas aulas, com as suas práticas letivas habituais, a mesma afirmou que, ao contrário do que acontecia nas suas aulas, "[...] os alunos apresentaram um elevado nível de motivação e mais interesse na maioria das aulas" (SE, 23/03/2011). Ainda realçou "[...] *a disponibilidade dos alunos em terem utilizado o tempo livre de que dispunham para assistir a aulas no período contrário às* [suas] *aulas, pois estavam muito motivados (e) ficaram tristes quando dissemos que a experiência tinha terminado*" (SE, 23/03/2011).

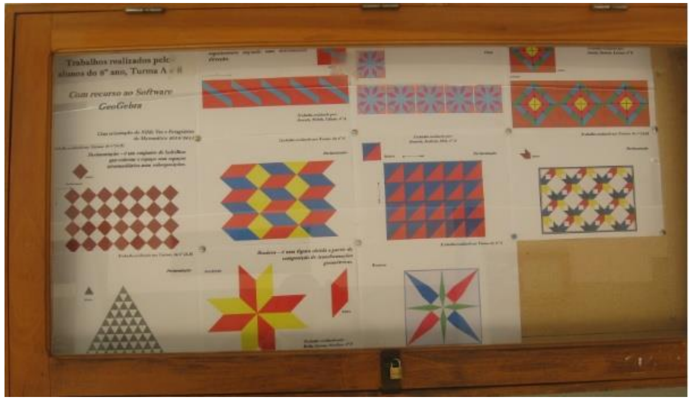
A Professora-caso constatou igualmente que "[...] *todos os alunos foram envolvidos no desenvolvimento das tarefas, o que contribuiu para uma maior participação nas aulas e melhoria de desempenho*" (SE, 23/03/2011) e registou como aspetos mais positivos relativamente à abordagem da unidade didática "Isometrias" com recurso ao GeoGebra:

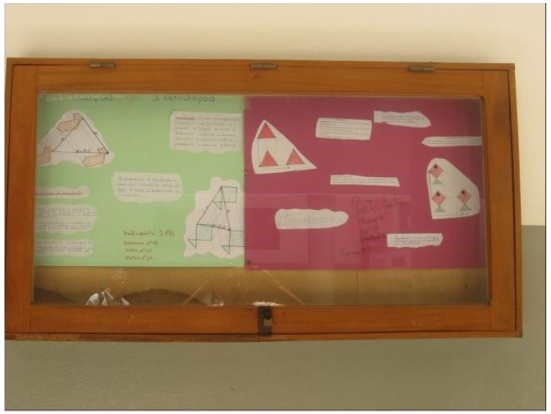
> "[...] um elevado potencial em termos de motivação dos alunos, pois tornaram-se mais assíduos, mais pontuais e mais empenhados; permitiu a descoberta das propriedades geométricas pelos próprios alunos; possibilitou a realização de um grande número de experiências a partir de uma única construção, num curto espaço de tempo; contribuiu para a realização de construções mais rigorosas e facilitou a visualização de conceitos geométricos" (SE, 23/03/2011).

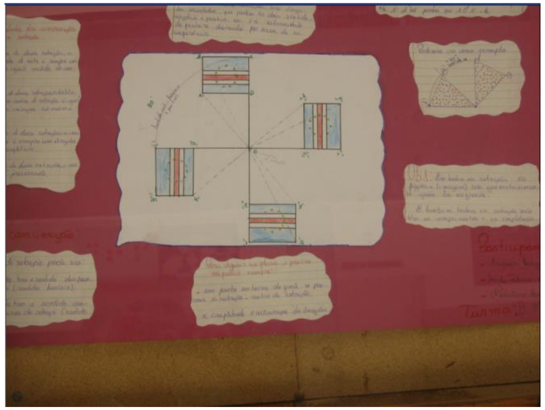
Tendo em mente o comportamento dos alunos, indicou como negativos os seguintes aspetos:

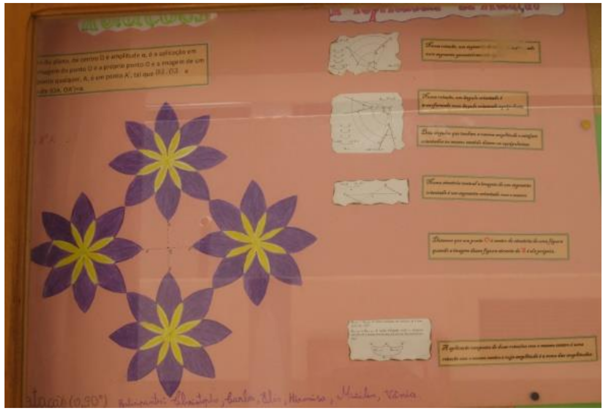
> "[...] processo muito exigente; turma heterogénea, alunos apresentando um nível diferente de destreza na utilização do computador, o que, por vezes, quebrou o ritmo da aula e dificultou a realização de todas as tarefas por alguns alunos; os alunos que terminavam as tarefas mais rapidamente dispersavam-se dos objetivos das aulas e muitas vezes, acediam aos jogos e à Internet; em alguns momentos o desempenho de alguns alunos ficou focalizado na manipulação do GeoGebra em detrimento das conclusões, conduzindo a respostas muito superficiais e até mesmo ausência de respostas" (SE, 23/03/2011).

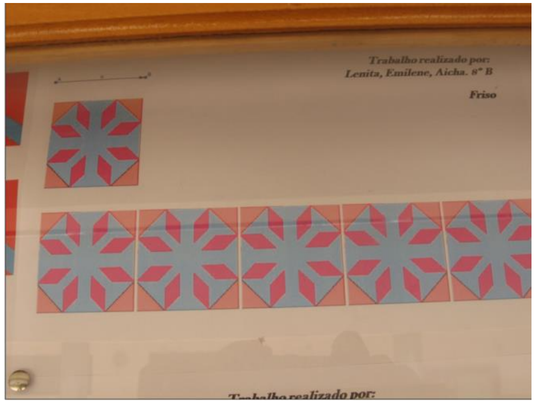
Em jeito de conclusão, considera-se que a avaliação positiva atesta a recetividade e total disponibilidade dos inquiridos para aderirem a iniciativas que visem inovações pedagógicas com recurso às tecnologias informáticas. Tal avaliação foi alargada à realização e mostra pública dos trabalhos dos alunos deste estudo. No final da experiência, a Professora-caso organizou uma exposição de trabalhos dos alunos sobre Frisos, Rosáceas e Pavimentações, da qual apresentamos uma pequena mostra visual a seguir:

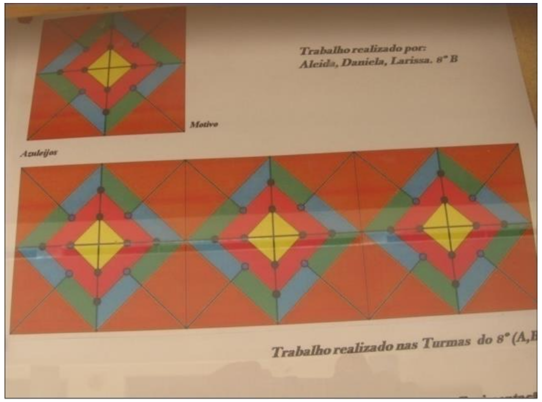

Com recurso ao Software
GeoGebra

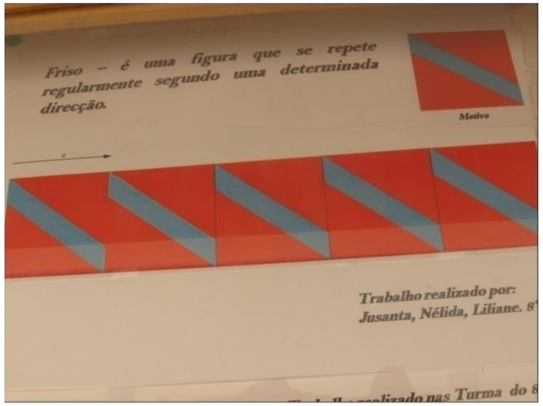




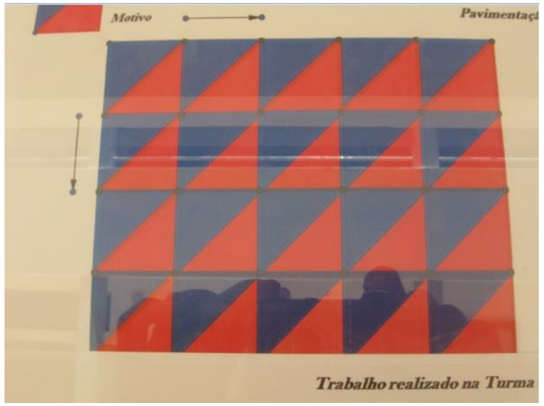



Trabalho realizado por:
Lenita, Emilene, Aicha. 8º B
Friso


Trabalho realizado por:
Aleida, Daniela, Larissa. 8º B
Motivo
Azulejos
Trabalho realizado nas Turmas do 8º (A,B

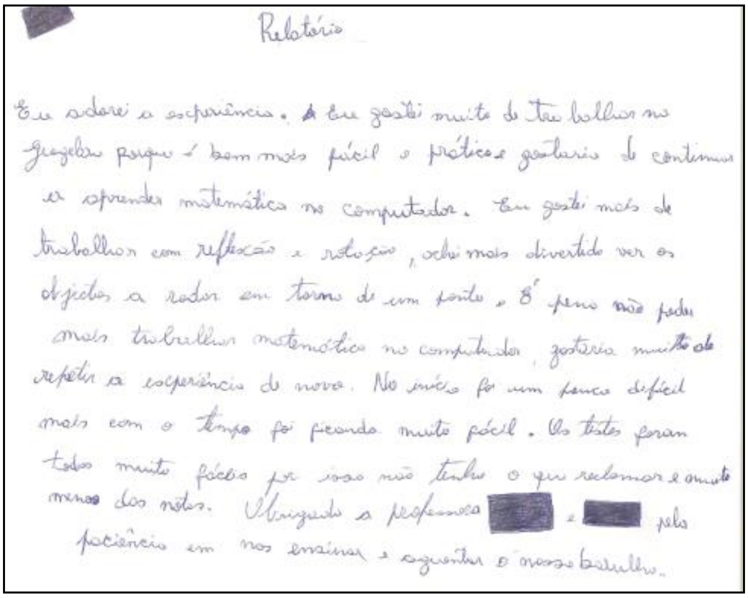

Friso – é uma figura que se repete regularmente segundo uma determinada direcção.
Motivo
Trabalho realizado por:
Jusanta, Nélida, Liliane. 8º


Leme que leva o conhecimento


Motivo
Pavimentaç
Trabalho realizado na Turma


Pavimentação

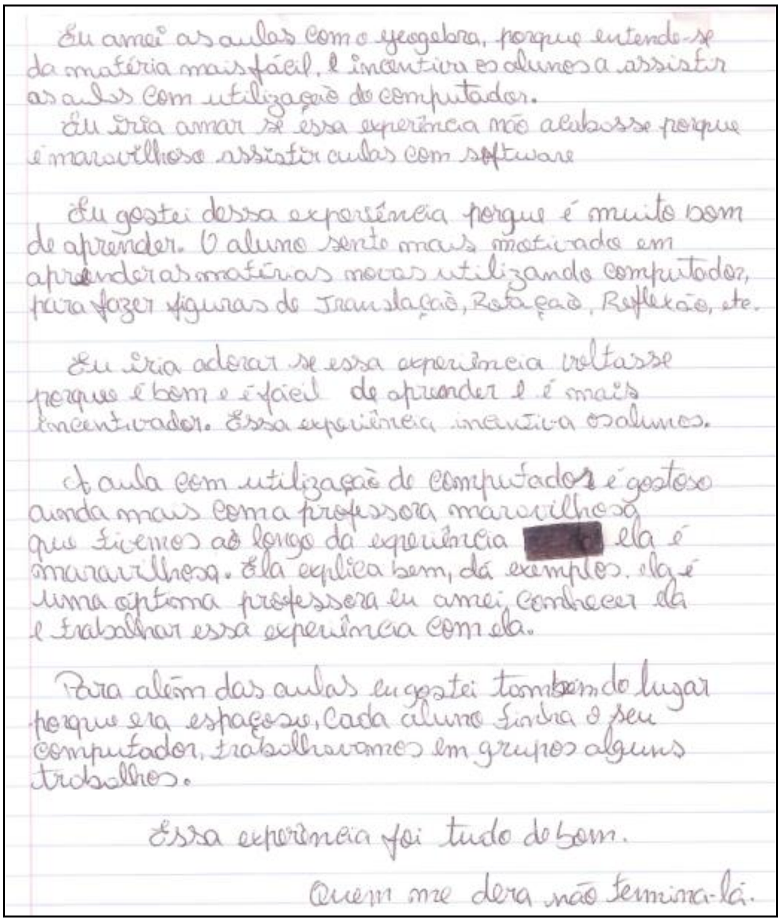
Para melhor acompanhar os resultados opinativos deste registo recuperam-se, a seguir, exemplos de relatórios manuscritos pelos alunos que participaram desta experiência pioneira na Escola onde funcionou a turma-caso:



[redacted] Relatório

Eu adorei a experiência. Eu gostei muito de trabalhar no geogebra porque é bem mais fácil e prático e gostaria de continuar a aprender matemática no computador. Eu gostei mais de trabalhar com reflexão e rotação, achei mais divertido ver os objectos a rodar em torno de um ponto. É pena não poder mais trabalhar matemática no computador, gostaria muito de repetir a experiência de novo. No início foi um pouco difícil mas com o tempo foi ficando muito fácil. Os testes foram todos muito fáceis por isso não tenho o que reclamar e muito menos das notas. Obrigado a professora [redacted] e [redacted] pela paciência em nos ensinar e aguentar o nosso barulho.

Figura 206. Relatório do aluno A10



Eu amei as aulas com o geogebra, porque entende-se da matéria mais fácil, e incentiva os alunos a assistir as aulas com utilização do computador.

Eu iria amar se essa experiência não acabasse porque é maravilhoso assistir aulas com software

Eu gostei dessa experiência porque é muito bom de aprender. O aluno sente mais motivado em aprender as matérias novas utilizando computador, para fazer figuras de Translação, Rotação, Reflexão, etc.

Eu iria adorar se essa experiência voltasse porque é bom e é fácil de aprender e é mais incentivador. Essa experiência incentiva os alunos.

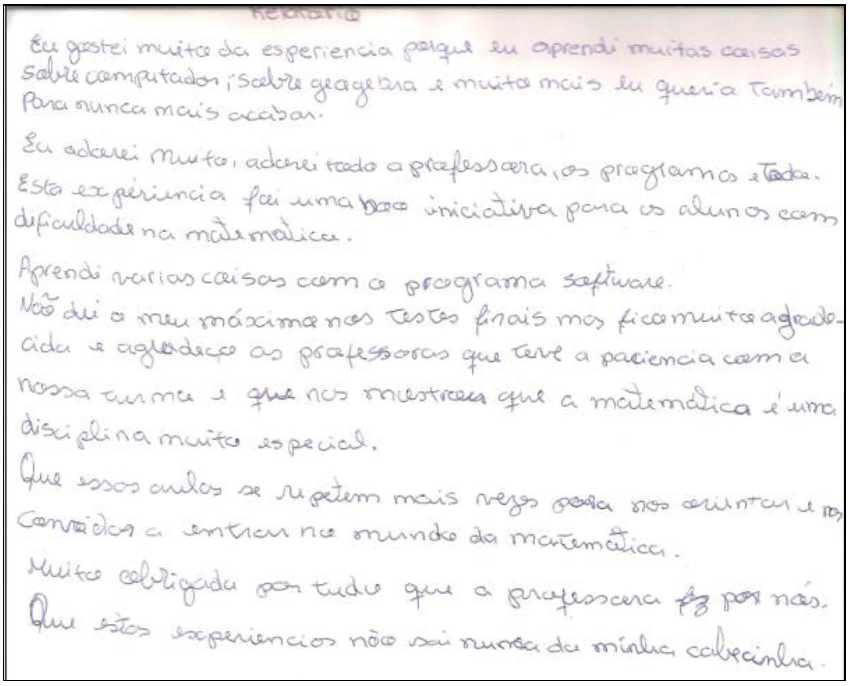
A aula com utilização de computador é gostoso ainda mais com a professora maravilhosa que tivemos ao longo da experiência [redacted] ela é maravilhosa. Ela explica bem, dá exemplos. ela é uma óptima professora eu amei conhecer ela e trabalhar essa experiência com ela.

Para além das aulas eu gostei também do lugar porque era espaçoso, Cada aluno tinha o seu computador, trabalhavamos em grupos alguns trabalhos.

Essa experiência foi tudo de bom.

Quem me dera não termina-la.

Figura 207. Relatório do aluno A11


Relatório

Eu gostei muito da experiencia porque eu aprendi muitas coisas
sobre computador; sobre geogebra e muito mais eu queria Também
Para nunca mais acabar.

Eu adorei Muito, adorei todo a professora, os programas e Tudo.
Esta experiencia foi uma boa iniciativa para os alunos com
dificuldade na matemática.

Aprendi varias coisas com o programa software.
Não dei o meu máximo nos Testes finais mas fico muito agradecida
e agradeço as professoras que teve a paciencia com a
nossa turma e que nos mostraram que a matemática é uma
disciplina muito especial.

Que essas aulas se repetem mais vezes para nos orientar e nos
Convidar a entrar no mundo da matemática.

Muito obrigada por tudo que a professora fez por nós.
Que estas experiencias não sai nunca da minha cabecinha.

Figura 208. Relatório do aluno A14

A análise dos relatórios dos alunos sobre a experiência em sala de aula demonstra a importância e a forte adesão dos mesmos para o ensino das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportado pelo GeoGebra, com realce para as dimensões geométricas e tecnológicas mobilizadas durante a experiência. Neste âmbito, as reflexões e opiniões dos alunos traduzem as preocupações registadas pelo NCTM (2008), nomeadamente quanto ao papel da tecnologia no ambiente de ensino moderno, flexível e com aposta nos alunos, pois estes se mostram confiantes nos desafios colocados pelo uso das tecnologias no ensino regular.

Como se verifica nos relatórios apresentados nas figuras acima, o envolvimento em tarefas matemáticas complexas, não constituiu uma dificuldade maior, pelo contrário, os alunos mostraram-se empenhados em construir os seus próprios conhecimentos, indo ao ponto de abordar o mesmo problema, sob diferentes perspetivas matemáticas ou procedendo a representações matemáticas distintas.

Outro aspeto por eles assinalado foi o da participação/colaboração da Professora-caso em todo o processo, contando com a sua ajuda para formular, aperfeiçoar e explorar conjeturas, baseadas em evidências e utilizar várias técnicas de raciocínio e de prova, resolver os problemas de forma flexível e expedita, individualmente ou em grupos.

Assim, e com recurso às tecnologias, todos reconheceram maior facilidade, motivação e prazer na aprendizagem da Geometria, trabalharam de forma produtiva e refletiram sobre as várias componentes da matemática aí envolvidas, sob a orientação competente da sua professora, manifestando, ainda, o desejo de continuar futuramente, numa abertura a novas oportunidades, habitualmente pouco manifestada nos alunos desse nível de ensino.

Com efeito, a experiência realizada teve um impacto muito positivo na perceção dos alunos que nela participaram, tanto em relação aos conteúdos explorados como no que respeita aos métodos e estratégias de aprendizagem e, ainda, às condições de trabalho oferecidas. O balanço feito pelos alunos dá conta de uma avaliação positiva e mais valorização da Matemática nos seus percursos, contribuindo para que o processo de ensino fosse considerado fácil, prático e se traduzisse num fator de motivação deles "[…] *no início foi um pouco difícil, mas com o tempo foi ficando muito mais fáci l*[…]" (A10); "[…] *incentiva os alunos a assistir às aulas… o aluno sente mais motivado em aprender as matérias novas* […] *é mais incentivador* […]" (A11).

Por outro lado, cruzando o balanço dos alunos feito nos registos transcritos com o nosso próprio envolvimento, tal experiência reforçou a necessidade e a importância da institucionalização desta inovação pedagógica no ensino da matemática expressamente manifestado pela vontade dos alunos em continuar a aprender matemática no computador "[…] *é pena não poder mais trabalhar matemática no computador, gostaria muito de repetir a experiência*" (A10); "*eu iria amar se essa experiência não acabasse porque é maravilhoso assistir aulas com software* […]" (A11).

Considera-se que o reflexo da experiência na atitude dos alunos, sendo positivo, demonstrou uma atitude afirmativa em face a esta área do saber, gerando quebra de paradigma em relação à matemática "[A experiência] *nos mostrou que a matemática é uma disciplina muito especial* … [gostaria] *que essas aulas se repet*[iss]*em mais vezes para nos orientar e nos convidar a entrar no mundo da matemática* […] *Esta experiência foi uma boa iniciativa para os alunos com dificuldade na matemática* (A14)"

Assim, recuperando Ponte (2002), esta experiência apela para a oportunidade de se identificarem novos objetivos, particularmente em relação às capacidades, atitudes e valores, com realce para a resolução de problemas, para o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação (em) matemática e do entendimento do papel da matemática na atualidade. A partir da avaliação feita pelos alunos nos relatórios, torna-se evidente a necessidade de adoção de perspetivas curriculares valorizando tarefas de natureza mais aberta, novos modos de trabalho em sala de aula, a utilização de diversos recursos, incluindo as tecnologias, e vários processos de avaliação.

Ficou reforçada a ideia de que o ensino da matemática através de ferramentas informáticas pode desencadear uma "revolução" na atitude desta nova geração quanto a esta disciplina, bem como, nos resultados a partir de sua implementação. Tal impacto vem sendo observado nos vários estudos realizados por estudiosos/especialistas (ver, por exemplo, Cabrita, 1998; Almeida, 2001; King & Schattschneider, 2003; Ribeiro, 2005; Silva, 2005; Candeias, 2008; Rocha, Segurado & Capela, 2010; Domingos & Vieira, 2012) em abono do facto de que a utilização das tecnologias informáticas no contexto educativo pode fazer a diferença ao nível do processo de ensino e de aprendizagem, promovendo a sua qualidade.

Pelo perfil desta nova geração, cujo apetência para a tecnologia é absolutamente apurado e natural, faz-se necessário que as instituições de ensino sejam dotadas de professores mais bem preparados, experientes e aptos a acompanharem os alunos de modo a lhes proporcionarem experiências que valorizam a matemática e que os envolvem de forma ativa na sua aprendizagem.

CAPÍTULO V – CONCLUSÕES, RECOMENDAÇÕES E PERSPETIVAS

O presente capítulo sistematiza os principais resultados do estudo de caso realizado através da implementação de um projeto de investigação com enfoque na utilização do *software* dinâmico GeoGebra no estudo das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, visando a obtenção de melhores resultados no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e, em particular, da Geometria e Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, numa escola urbana da Ilha de Santiago, de Cabo Verde. Neste contexto, apresentam-se de seguida as principais conclusões resultantes da formação e da experiência em sala de aula, com destaque para o impacto da mesma a nível das competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas. Na última parte do capítulo, partilham-se algumas recomendações e perspetivas decorrentes de uma reflexão mais global deste trabalho.

Este estudo pretendeu responder à principal questão de investigação: Em que medida a participação num Programa de Formação Contínua centrado na abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, apoiada pela exploração do GeoGebra, contribui para o desenvolvimento de competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas dos professores e quais as repercussões ao nível do desenvolvimento de competências geométricas e tecnológicas dos seus alunos?

De modo mais específico, orientou-se no sentido de obter respostas às questões:

- Que apropriações foram conseguidas pelos professores no âmbito da formação, a nível geométrico, tecnológico, curricular e didático?
- Como as apropriações serviram para a planificação da intervenção didática?
- Que impacto teve a formação na prática letiva?
- Qual a influência dessa prática letiva ao nível de competências desenvolvidas pelos seus alunos?

A partir de um Programa de Formação Contínua, o estudo visou aferir o impacto, em professores e respetivos alunos, da abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, apoiada pela exploração de ADGD (GeoGebra). As competências geométricas (professores e alunos), curriculares e didáticas (professores) e tecnológicas (professores e alunos) constituíram as categorias de análise.

Quanto aos professores, propusemo-nos atingir os seguintes objetivos:

- Conceber e implementar um Programa de Formação Contínua para a abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, suportada pelo GeoGebra, com base no conhecimento geométrico, tecnológico, curricular e didático e respetivas práticas relacionadas com os temas em causa, para o desenvolvimento dos mesmos;

- Avaliar as suas apropriações e a forma como geriam a formação no que tange a esse tópico matemático no contexto da prática letiva;

As opções metodológicas recaíram sobre o estudo de caso (Ponte, 2006) intrínseco (Stake, 2009), essencialmente qualitativo (Erickson, 1986; Yin, 2005; Ponte, 2006; Stake, 2009), com caráter interpretativo (Erickson, 1986; Merriam, 1998; Stake, 2009) e avaliativo (Merriam, 1998), tendo a investigadora assumido o duplo papel de Formadora e de Supervisora reflexiva e, portanto, de observadora, tanto quanto possível participante. Um diário do investigador, registos áudio e vídeo, produções dos professores e dos alunos, entrevistas e questionários, constituíram os instrumentos de análise.

Após a introdução, o enquadramento teórico e a metodologia, foram apresentados, discutidos e interpretados os dados da Professora-caso em comparação com os resultados dos colegas participantes na experiência de formação, e de acordo com as categorias de análise estabelecidas no capítulo metodológico para o estudo de caso. Esses dados foram cruzados com a literatura, visando acompanhar a evolução da Professora-caso quanto ao modo de conduzir as suas aulas em função da formação experienciada, com destaque para o seu aperfeiçoamento e evolução.

Do perfil biográfico e percurso profissional da Professora-caso, fez-se o acompanhamento crítico das aprendizagens realizadas no âmbito da formação, transpostas para a sala de aula, as suas impressões sobre a experiência desenvolvida no contexto deste estudo e a trajetória da Professora-caso de Matemática, sua relação pessoal e profissional com esse domínio. O registo da evolução seguiu uma linha cronológica (antes, durante e depois da formação), no que respeita às competências geométrica, tecnológica, curricular e didática completando-se com o cruzamento dos dados respeitantes aos diferentes momentos da experiência em sala de aula de que a mesma foi alvo, as suas apropriações e a gestão da formação no contexto da sua prática letiva em benefício da aprendizagem dos seus alunos. Uma análise e a discussão da influência dessa prática letiva ao nível das competências geométricas e tecnológicas desenvolvidas pelos seus alunos completaram o processo.

Por sua vez, a informação recolhida sobre os alunos foi estruturada em duas categorias de análise, primeiro, a competência geométrica (os conhecimentos geométricos sobre as Isometrias e Simetria, e as capacidades de usar esses conhecimentos para formular conjeturas, argumentar, estabelecer conexões entre a Geometria e as diversas áreas da Matemática e outras áreas científicas), para analisar/realizar as tarefas das fichas de trabalho, comunicar e raciocinar e as atitudes de valorização da importância da Matemática; segundo, a competência tecnológica, que incluiu as subcategorias conhecimentos (das Isometrias e das Simetrias), capacidades (de usar as ferramentas do GeoGebra para a resolução das tarefas) e atitudes (reconhecimento da importância do GeoGebra e vontade de o usar). A análise dos questionários aplicados aos alunos, das produções dos alunos realizadas nos testes e nas fichas de trabalho e das entrevistas aplicadas à Professora-caso, incidiu não apenas na avaliação das competências geométricas mas, igualmente, nas competências tecnológicas que os alunos conseguiram mostrar.

- **Professora-caso**
  - **Competências geométricas**

Antes da Ação de Formação, algumas fragilidades da Professora-caso foram registadas no que respeita a conhecimentos em Geometria, revelando-se esta a área mais crítica de lecionação tanto para a Professora-caso como para alguns dos seus colegas. Em estudos recentes, essa perceção vem sendo referida, registando-se essas dificuldades, o conhecimento e o ensino de Geometria como pontos fracos dos professores de Matemática em Cabo Verde (Silva, 2009).

No primeiro momento, o domínio da terminologia relativamente às Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias apresentou algum desajuste relativamente à mais recente terminologia usada pela Professora-caso, aspeto que conheceu evoluções desde a primeira parte da Ação de Formação, registando-se melhorias da Professora-caso na integração dos conhecimentos geométricos para a realização das tarefas propostas e de rigor na linguagem matemática, notando-se uma evolução de sessão para sessão.

Conclui-se que o trabalho realizado, na formação e na experimentação acompanhada em sala de aula, permitiu o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias. Conforme Schön (1983, 1992a), Oliveira (1997), Saraiva (2002), Alarcão (1996a, 2001, 2009), Zeichner (2008), Candau (2009) e Oliveira, Guedes, Vieira, Cardoso & Ferreira (2012), o desenvolvimento profissional do professor faz-se através de uma ligação entre as práticas profissionais e uma atitude reflexiva, resultando no aumento de confiança do professor quando ocorre melhoria de conhecimento, tal como aconteceu com a Professora-caso neste estudo.

Desde a fase inicial, a Professora-caso mostrou disponibilidade e abertura para experienciar um novo ambiente de ensino e de aprendizagem, manifestando uma atitude favorável ao estudo das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportado pelo *software* dinâmico proposto, impulsionando o gosto pela Geometria e contrariando os constrangimentos em trabalhar com esse tema. Santos (2000), realça o interesse de uma metodologia que aposta nas experiências pessoais dos próprios professores, as quais tomam os problemas do quotidiano como fonte de reflexão visando a resolução de problemas profissionais.

Na formação levada a cabo, a Professora-caso foi a que mostrou mais empenho, persistência e determinação na resolução das tarefas propostas. Era importante que os professores desenvolvessem uma atitude que os levasse a investir científica, didática, curricular e tecnologicamente para proporem aos alunos tarefas complexas (problemas, atividades de exploração e de investigação), desafiando o seu pensamento e dando espaço ao desabrochar dos mesmos, como defendido pelo NCTM (2008). Tal envolvimento resultou numa lecionação dos conteúdos isométricos de forma aprofundada, criativa e, sempre que possível, orientada para o contexto cabo-verdiano.

Por isso, a Ação de Formação foi programada para o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e Simetrias, a valorização da Geometria na Matemática e noutras áreas. Durante as sessões da ação, seja de planificação seja de reflexão sobre as aulas, houve preocupação com o desenvolvimento das capacidades transversais (resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemáticos) e conexões. Tais objetivos foram amplamente alcançados, pois a evolução da Professora-caso ficou evidenciada na melhoria do seu desempenho em todos os aspetos considerados.

- **Competências tecnológicas**

De uma Professora-caso pouco à-vontade com recursos deste tipo, não familiarizada com ambientes tecnológicos e demostrando quase total desconhecimento de recursos do género, gradualmente, a mesma foi ganhando destreza na utilização do GeoGebra.

Apesar da sua inexperiência, a Professora-caso foi evoluindo no conhecimento e na capacidade de utilização das ferramentas do GeoGebra. Ajustou a componente curricular à nova aprendizagem tecnológica, ampliou os conhecimentos com a ferramenta e, ao resolver uma tarefa qualquer no GeoGebra, mostrou-se disponível para desenvolver uma série de capacidades, quer tecnológicas quer geométricas.

Contrariamente aos professores inexperientes no uso de ferramentas tecnológicas, que resistem à sua utilização no contexto prático, a professora deste estudo aderiu ao desafio da experiência e demonstrou capacidade de levar os alunos a transformar as informações em conhecimento ao mesmo tempo que participou dos momentos de reflexão sobre a sua prática, tendo melhorado visivelmente o seu desempenho. Tal como defende Medina (2012), atuou como agente formador, incidindo sobre a sua própria vivência profissional, quando assumiu a necessidade de aprender mais para se aperfeiçoar a cada dia, e chegou a transformar a sala de aula num espaço de interação e de troca de conhecimentos.

Registou-se uma evolução significativa da Professora-caso, quer a nível dos seus conhecimentos tecnológicos, naqueles aplicativos genéricos (Word, Excel, Power Point, Paint) com que se dizia familiarizada, quer com o GeoGebra, quer na pesquisa avançada em Internet.

Ao nível das atitudes, conclui-se haver mais abertura da Professora-caso em desenvolver aulas suportadas por tecnologias informáticas, mostrando plena consciência das potencialidades dos *softwares* educativos. Nesse contexto, destaca-se que uma atitude de questionamento sistemático sobre os problemas profissionais, conduz a uma mais plena consciencialização dos mesmos na sua prática. Zeichner (1993) anota que os professores não reflexivos resistem a questionar os pontos de vista dominantes, aceitando-os com naturalidade, ao invés de considerar a possibilidade de abordar um problema sobre diferentes perspetivas. Assim, por exemplo, interessada em inovar a sua prática pedagógica, a Professora-caso deste estudo reconheceu o impacto do uso das ferramentas informáticas nos alunos, bem como a necessidade de aproveitar mais as potencialidades do GeoGebra, acabando por tomar adianteira em atitudes diferenciadoras pela positiva, como a interação com os seus alunos. Como refere o NCTM (2008), a tecnologia propicia um excelente contexto para a comunicação matemática e em Matemática, designadamente ao nível das discussões entre os alunos e entre estes e o professor.

A mudança de atitude constitui uma amostra do impacto da formação no desenvolvimento profissional dos professores. De acordo com a explanação feita no enquadramento teórico deste trabalho, Oliveira & Silva (2012) demonstram o desenvolvimento da capacidade e autonomia do professor em sintonia com o seu processo de transformação profissional. Efetivamente, à medida que a professora deste estudo foi tomando consciência da importância da formação, passou a reconhecer com mais clareza as suas fragilidades e a vivenciar sistematicamente momentos de aprendizagem e de mudança. Ao longo da experiência, a Professora-caso reconheceu que, afinal, o processo de ensino suportado por uma ferramenta informática não era tão fácil como pensara inicialmente. Considerou o processo muito exigente e que a integração das tecnologias informáticas no contexto da prática letiva implica um conhecimento profundo das ferramentas do GeoGebra e de outros aplicativos, com repercussões muito positivas ao nível do desenvolvimento de diferentes capacidades de resolução de problemas, de comunicação, de raciocínio e tecnológicas.

O impacto da formação no desenvolvimento profissional da Professora-caso ficou evidenciado na sua intenção de consolidar o GeoGebra e de o vir a utilizar na abordagem de outros conteúdos matemáticos, no aperfeiçoamento das suas capacidades profissionais, bem como no desenvolvimento do processo aprendizagem dos alunos. A Professora-caso tornou-se mais segura e otimista em relação às potencialidades do GeoGebra na Matemática, o que terá influenciado a sua predisposição para novas abordagens. A esse respeito, Saraiva (2002) conclui que "o domínio e o gosto que os professores têm por determinados temas matemáticos influenciam a sua predisposição para a realização de novas abordagens, evidenciando a importância do conhecimento matemático no conhecimento profissional" (p. 562).

Concluindo, a aferição do domínio dos conhecimentos e capacidades tecnológicos, em benefício de um ensino e de uma aprendizagem mais motivadores, efetivos, diversificados, com envolvimento ativo dos alunos na construção do conhecimento matemático, mostra como os recursos tecnológicos são atualmente imprescindíveis e vantajosos ao exercício da profissão docente. No caso do GeoGebra, a Professora-caso, na SE, considerou que o impacto na prática letiva é grande pois:

- É adequado para trabalhar com todos os alunos, independentemente do seu desempenho e capacidade em Matemática;
- Revelou ser útil para a abordagem dos conteúdos geométricos: "[...] *por um lado, a aula deixou de ser monótona e, por outro, permitiu aos alunos descobrir as propriedades geométricas de uma forma interativa*…[...], *para uma aprendizagem mais significativa*";
- Potenciou uma aprendizagem mais autónoma dos alunos;
- Contribuiu para uma aprendizagem mais significativa dos alunos, "[...] *nas aulas habituais, normalmente, o professor faz a exposição dos conteúdos e os alunos se limitam a memorizar os conceitos. "*[...] *nesta experiência, os alunos, ao realizar as atividades planeadas, chegavam às propriedades das Isometrias por mérito próprio/sozinhos*";
- "[...] *permitiu aprender Matemática de uma forma interativa e agradável, aumentou o interesse dos alunos nas aulas, permitiu aos alunos superar dificuldades mais difíceis de se conseguir com outros recursos e ainda, contribuiu para uma aprendizagem efetiva e significativa*"
- Potenciou a descoberta de propriedades geométricas pelos alunos, sendo que "[...] *constitui um recurso importante para apoiar o professor na inovação das suas práticas lectivas*" (SE, 23/03/2011).

Após a realização desta experiência, a Professora-caso mostrou-se sensibilizada para a utilização de metodologias inovadoras nas suas aulas, com apoio dos recursos tecnológicos, predispondo-se a implementar o uso de novos recursos, ao fim de 27 anos de prática.

O acompanhamento do percurso evolutivo da Professora-caso ao longo de toda a experiência, nas suas diferentes etapas, constituiu um enriquecimento profissional e pessoal, tendo por ponto de partida a exploração do GeoGebra num contexto completamente virgem, corroborando as conclusões apontadas pelos autores Santos (2000), Brocardo (2001) e Almiro (2005). O seu desenvolvimento profissional ocorreu ao longo da formação e da experiência em sala de aula e em simultâneo com uma reflexão permanente sobre as conceções, o conhecimento e as práticas (Saraiva, 2002). Sentindo-se confiante no uso das ferramentas do GeoGebra e tendo consciência das dificuldades dos alunos na aprendizagem dos conteúdos trigonométricos, prôpos à Formadora a conceção conjunta de uma brochura intitulada "Ensino da Trignometria suportado pelo GeoGebra" para o ES.

As atitudes da Professora-caso podem ser analisadas sob vários ângulos, desde o seu auto-conhecimento até às mudanças verificadas nas relações professor-aluno, professor-professor, aluno-aluno e professor-formador, passando pela sua capacitação evidenciada nas estratégias utilizadas e pelo despertar dos alunos para valores antes camuflados. Por exemplo, os trabalhos dos alunos expostos numa apresentação pública (cf. rosácea com a bandeira de Cabo Verde….), testemunham uma apropriação original e avançada do GeoGebra e de instrumentos de medição e de desenho, aplicados ao quotidiano cabo-verdiano, motivados pela potencialidade desse recurso tecnológico, portanto apenas possível pela formação oferecida a professores e alunos da experiência deste estudo e graças à iniciativa/ideia da Professora-caso.

- **Competências curriculares**

A Professora-caso fazia parte da equipa de revisão curricular em curso no país, concretamente no ciclo em que decorreu a experiência, integrando ainda o grupo de professores identificados para a elaboração de manuais para o 1º Ciclo do ES a serem experimentados, pressupondo-se um conhecimento aprofundado e uma capacidade desenvolvida relativamente ao currículo em estudo/revisão, o que despertou o interesse da investigadora/Formadora.

No decorrer da formação, a Professora-caso mostrou-se mais confiante na preparação da sua intervenção didática, reconhecendo estar capacitada para a planificação e transposição da unidade didática Isometrias em sala de aula, com tarefas mais complexas. Entendeu-se que o conhecimento que tinha do currículo interligava tanto as conceções sobre as finalidades do ensino de cada um dos temas matemáticos como a importância que lhes era atribuída, indo ao encontro do que Saraiva (2002) concluiu na sua investigação.

Percebeu-se de início que o desejo de cumprir escrupulosamente o programa condiciona significativamente a gestão curricular, mais concretamente no desenvolvimento dos conteúdos integrantes da disciplina, pois o hábito enraizado de seguir as linhas programáticas limita a abertura a novas aprendizagens ou explica uma hesitação entre uma abordagem significativa (propiciadora de mais conhecimentos e capacidades e melhores atitudes) e o método tradicional enraizado. Daí que, o cumprimento do programa, em situação de turmas numerosas e horários pouco flexíveis, pode inviabilizar a realização de novas abordagens pedagógicas e investigativas suportadas por ferramentas informáticas, constituindo uma preocupação permanente dos professores na planificação das suas aulas, conforme defendido por Saraiva (2002).

De forma consciente, a Professora-caso priorizava o conhecimento e a análise curriculares na preparação da sua prática profissional, considerando as orientações do NCTM (2008, p. 15) sobre o currículo que"[...] deve ser coerente, incidir numa Matemática relevante e ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade. […] Um currículo bem articulado estimula os alunos a aprender conceitos matemáticos cada vez mais aprofundados, à medida que progridem nos seus estudos". Verificou-se uma evolução evidente no conhecimento e na capacidade curriculares da Professora-caso que, foi cumprindo os planos reformulados, integrando os objetivos específicos, os conteúdos, as tarefas, a estratégia para a execução da aula, os recursos/materiais, a avaliação e o tempo previsto. Os ganhos significativos em todos esses aspetos, em particular na organização dos planos de aula bem como na introdução da avaliação nesses planos, são dignos de registo.

No mesmo sentido, a Ação de Formação teve repercussões positivas ao nível dos conhecimentos e das capacidades curriculares da Professora-caso; mostrando-a capaz de fazer uma análise vertical do programa de Matemática e de estabelecer conexões entre conteúdos matemáticos a partir da utilização do GeoGebra.

Das suas atitudes, conclui-se a mudança de opinião sobre a ideia da presença da Formadora na sala de aula para o acompanhamento, inicialmente tomada como um aspeto menos positivo (quando se mostrava apreensiva), no entendimento de que a supervisão nesse contexto não constituía um trabalho colaborativo, mas antes uma experiência averiguadora do grau de conhecimento e/ou domínio do currículo. No decorrer das sessões de planificação conjunta, nos momentos de reflexão com os professores e com a Formadora, a sua visão foi sofrendo alterações graduais, pela positiva, com uma atitude mais pró-ativa, respondendo ao forte desejo de mudança geral nas atitudes, envolvendo os seus pares. Concordando com Oliveira & Silva (2012), estes aspetos só foram conseguidos graças à relação estabelecida entre a Formadora e os professores participantes do estudo.

A tomada de consciência para a complexidade da experiência envolvendo novos recursos tecnológicos manifestou-se no modo de atuar da Professora-caso. Gradualmente, mais preocupada e disposta a investir na preparação e mesmo na execução curriculares, explorou os conteúdos com os alunos atendendo ao rigor, à especificação de objetivos, à sequenciação de conteúdos, na relação vertical e horizontal de conceitos e na revisão científica dos conceitos, respondendo às necessidades reais dos alunos e cumprindo, assim, as exigências curriculares.

A Ação de Formação reforçou as competências curriculares da Professora-caso, mostrando-se mais preparada para a utilização do currículo de forma inovadora na sua prática letiva, como pessoa e como Professora-caso, com mais abertura em relação ao uso das tecnologias informáticas.

- **Competências didáticas**

Na observação das aulas, inicialmente a Professora-caso tinha o controlo total sobre as aulas visto que existia pouca interação entre ela e os alunos e nenhuma entre os alunos.

Desempenhava um papel ativo enquanto os alunos seguiam de modo passivo as suas explicações.

Depois, adotando a atitude de professor-reflexivo, a Professora-caso investiu em estratégias de ensino mais adequadas e diversificadas visando o sucesso da aprendizagem dos seus alunos, desafiando-os após as primeiras sessões de formação, com problemas de grau de complexidade crescente, em vez de exercícios, de modo a colocá-los em situações de desafio e a produzir uma aprendizagem mais eficaz. No início da experiência, exibia dificuldade em seguir novos procedimentos, nomeadamente na condução de aulas suportadas pelo GeoGebra, a ponto de pedir ajuda à Formadora, mas a situação foi-se invertendo, dada a dinâmica que a pouco e pouco se foi instalando, com o envolvimento dos vários intervenientes (Professora-caso, Formadora e alunos). Concluiu-se, então, que o recurso às ferramentas tecnológicas pode responder e muito às novas situações de ensino e de aprendizagem. Como aconteceu neste estudo, Almiro (2005) apontou a condução das aulas como uma das principais dificuldades que enfrentou na realização da experiência em sala de aula suportada pelo Cabri-Géomètre e materiais manipuláveis. O autor deparou-se com várias dificuldades na orientação dos alunos, principalmente quando estes trabalhavam em pequenos grupos, tendo vivido problemas muito diferentes e variados dos habituais, nomeadamente: o apoio eficaz e oportuno a todos os grupos, a opção pelas ajudas mais adequadas a prestar aos alunos e a atenção a dar àqueles que ficam calados, mas que por vezes necessitam de maior apoio.

A questão da metodologia e das estratégias utilizadas para explicar os conteúdos aos alunos passou a ser preocupação constante, e a condução das aulas a contar com um maior envolvimento dos alunos na realização das tarefas. Maior segurança, capacidade de autoanálise e de gestão do tempo e confiança, foram reflexos positivos na aprendizagem dos alunos, resultados da reflexão mais permanente sobre o seu próprio domínio dos conteúdos, nomeadamente no rigor a ter com a linguagem matemática, a qual deve ser compreendida por todos, e no reforço da comunicação matemática por parte dos alunos, sobretudo atendendo ao seu histórico e às suas necessidades reais.

No final da experiência, pôde concluir-se que a Professora-caso desenvolveu os seus conhecimentos e capacidades didáticas, os quais revelaram aprofundamento didático adequado, por exemplo, no espaço das reuniões de coordenação de Matemática, através da discussão de metodologias e de propostas de adoção de estratégias inovadoras do ensino e da aprendizagem de uma disciplina tão complexa, de forma a propiciar uma atitude positiva face à Matemática.

Registou-se o reconhecimento da Professora-caso quanto à exigência do processo de adoção de novas estratégias de condução das aulas, havendo mais reflexão sobre as práticas, o que contraria a posição inicial dada na PE, quando a própria deixou a entender que ia ser fácil a realização da experiência com o GeoGebra.

Notou-se um progresso significativo, em termos de mudança de atitudes de aula para aula: passou-se a ter uma Professora-caso mais reflexiva e atenta à adoção de estratégias, conjugando as potencialidades do *software* GeoGebra e os materiais de medição e construção para melhorar a aprendizagem, despendendo uma atenção diferenciada na orientação de determinados alunos, por exemplo, recorrendo à interação entre pares e assumindo estar a aprender com os seus próprios alunos. Corroborando esta relação de causa efeito entre a reflexão e o aumento de confiança dos professores em si mesmos, Saraiva (2002) regista a evolução da Professora-caso na dimensão didática, mais concretamente, através da observação de aula de outros professores, a qual desencadeia uma reflexão ativa sobre a prática profissional de cada professor. Deste modo, a mudança de cada professor individualmente é fruto da ligação estreita entre o processo de reflexão e a prática profissional, como a própria atesta:

> "Esta experiência permitiu-me respeitar mais o ritmo de aprendizagem dos alunos. […]. Quando nos habituamos a refletir sobre a nossa prática já não conseguimos interromper este processo. Agora, sempre que dou uma aula tento sempre analisar o que correu bem e o que não resultou. Se não resultou, tento compreender porque é que não resultou. Como é que eu poderia fazer diferente para dar certo? Se eu teria que repetir essa aula, que alterações faria? Enfim, agora tento encontrar sempre uma explicação para avaliar a minha aula. É um bom hábito para melhoria das nossas práticas" (EMRG a 22/03/2011).

Contrariando a posição inicial, a Professora-caso mudou a sua perceção sobre a facilidade de realização de uma aula suportada pelo GeoGebra. Reconheceu ter passado por algumas dificuldades na execução da estrutura planificada, considerando ser "[...] uma metodologia muito mais exigente do que a tradicional". Por outro lado, o seu desenvolvimento ocorreu graças ao trabalho colaborativo entre a Professora-caso e a Formadora. Uma familiarização mais estreita e uma maior confiança propiciaram encarar a ideia de colaboração da Formadora no sentido de aceitar esta última como uma colega e parceira disponível para ajudar a ultrapassar as dificuldades que pudessem ir surgindo. A este respeito, Morais, Parente, Soares, & Pereira (2003) reconhecem o papel da supervisão colaborativa na luta contra o que designam de "isolamento pedagógico" em que alguns professores se remetem. Tal desiderato visa reconcetualizar conceitos e crenças, assim como encontrar novas conceções do processo formativo.

Pelas reflexões feitas e pelos resultados obtidos em termos de interação e criação de condições de trabalho favoráveis à aprendizagem da Matemática, a Professora-caso conseguiu aplicar os novos conhecimentos. A isto se junta a atitude positiva em relação a todo esse processo, tendo consciência não só da sua prática, mas sobretudo do que deve mudar. A sua perceção final em relação à utilidade da formação e da experiência no seu desenvolvimento pessoal e profissional mostra a inversão da situação relatada no início, que foi evoluindo em diversos aspetos – formulação de objetivos para as aulas, diversificação das tarefas, promoção de novas dinâmicas de sala de aula.

Em conclusão, todo o processo contribuiu para o seu desenvolvimento profissional traduzido na mudança de conceções e práticas a nível das competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas. Ao lado das competências profissionais, destacam-se a capacidade autocrítica e reflexiva tanto a nível da mudança da conceção do que é o saber como na busca de esclarecimento e aprofundamento do conhecimento didático e matemático de temas como Simetrias e Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. Destaca-se igualmente, a mudança de atitudes na partilha de perspetivas curriculares (indo para além do âmbito do programa de revisão curricular no qual ela se encontra vinculada), bem como na formulação de propostas inovadoras contemplando as componentes da formação adquirida.

- **Turma-caso**

  - **Competências geométricas**

Na familiarização com o GeoGebra, os alunos começaram por manifestar dificuldades em aproveitar as potencialidades do GeoGebra para compreender as propriedades do quadrado, exigindo mais atenção no momento da resolução das novas tarefas. A isso acrescenta-se a falta de pré-requisitos de conhecimentos geométricos pois, segundo a Professora-caso, a aprendizagem das Isometrias constituía um grande desafio para os alunos, principalmente devido à capacidade de abstração exigida pelo tema (PE, 22/12/2010).

A experiência com o GeoGebra trouxe ganhos quanto ao envolvimento dos alunos na apresentação e discussão das tarefas, resultando numa aprendizagem mais significativa dos conteúdos abordados. Os alunos, ao serem questionados pela Professora-caso durante o trabalho prático bem como ao participarem nas tarefas realísticas propostas, usando o GeoGebra como ferramenta de suporte às questões, explorando outras situações, contribuíram para a alteração da conceção que tinham sobre o ensino da Matemática. Passou-se a reconhecer a utilidade desta ciência na aprendizagem em contexto, com significado e desenvolvimento de raciocínio dos alunos. Isto reflete a preocupação da professora em potenciar uma aprendizagem significativa aos seus alunos, conforme defendem Santos (2000), Saraiva (2002), Domingos (2001), Silva (2005); Ribeiro (2005), Ponte *et al*. (2007), Cabrita *et al*. (2008), NCTM (2008), APM (2009), Melo (2012), Coelho (2013) e Gaspar (2013).

Embora no momento de aplicação dos pré-testes teórico e prático os alunos ainda não tivessem atingido um nível satisfatório, de um modo no geral, os resultados finais revelaram que os alunos compreenderam razoavelmente os conceitos isométricos e as suas propriedades, apesar de continuar a manifestar ainda algumas dificuldades em responder às justificativas das perguntas formuladas e de apresentar alguns registos dos trabalhos produzidos de forma incompleta. Estas dificuldades foram apontadas por Almiro (2005), num estudo de investigação que desenvolveu com alunos de uma turma do 8º ano, na unidade “Semelhanças” suportado pelo Cabri-Géomètre e materiais manipuláveis, sobre observação de aulas de dois colegas. À guisa do que aconteceu no presente estudo, o autor frisou o facto de os alunos não terem mencionado e descrito os registos dos seus trabalhos desenvolvidos em variadíssimas resoluções criativas.

No início da experiência, os alunos seguiam escrupulosamente os caminhos sugeridos nos enunciados para a conclusão das tarefas, com tendência frequente a recorrer ao apoio da professora para ultrapassar as suas dificuldades. Associavam a Matemática ao Cálculo e viam-na como um conjunto de regras para aplicação na resolução de exercícios. No decorrer da experiência, já não associavam a Matemática apenas ao cálculo, passando a vê-la como algo mais elaborado e com exigência do raciocínio do aluno.

Brocardo (2001) partilhou no seu estudo o caráter dual das conceções da visão dos alunos sobre a Matemática, concluindo existir uma tendência para a associar ao cálculo e a sua aprendizagem à transmissão de conhecimentos e prática de exercícios, ou a uma matemática mais elaborada com exigência do raciocínio, associada à investigaçao e descoberta de relações, em que a participação ativa no processo de aprendizagem é proponderante. No presente estudo, a nossa perceção vai de encontro a esta perspetiva.

Conclui-se que, no geral, os alunos compreenderam e identificaram as propriedades das Isometrias. A utilização do GeoGebra e dos materiais manipuláveis revelou ter sido útil e determinante no desenvolvimento das tarefas, formulando conjeturas, mesmo que, de forma implícita. Poderiam provavelmente ter formulado conjeturas em níveis mais avançados caso fossem mais autónomos e persistentes na realização das tarefas e se tivesse havido mais espaço de questionamento pelos grupos durante a realização do trabalho autónomo. Analogamente ao que Almiro (2005), refere na sua investigação desenvolvida, este estudo também constatou que, durante a experiência, os alunos evidenciaram, em várias situações, a falta de autonomia na resolução das tarefas, pois, na possibilidade de qualquer obstáculo que impedisse o avanço dos trabalhos, em primeiro lugar, recorriam muitas vezes à professora em vez de a si próprios e aos colegas de grupo. Dai, a responsabilidade do professor em dinamizar a atividade matemática dos alunos ser importante, conforme refere Saraiva (2002) facto com o qual manifestamos nossa concordância. O autor alerta que as tarefas só por si, muitas vezes revelam-se ineficientes para atender às necessidades de aprendizagem dos alunos, sendo por isso, importante a reflexão na ação de decidir reformular as tarefas ou apresentar novos exemplos para a sua conclusão com sucesso.

As respostas obtidas no QFA evidenciam a necessidade premente de se apostar nas inovações pedagógicas com recurso ao computador, segundo a opinião da esmagadora maioria dos inquiridos, os quais apresentam resistência em estudar nos livros. Daí que tenham confirmado que a abordagem dos conteúdos geométricos com a utilização do computador exerceu influência na sua aprendizagem, corroborando as perspetivas dos autores Jonassen

(2000), Santos (2000), King & Schattschneider (2003), Ribeiro (2005), Cabrita *et al*. (2008), NCTM (2008), APM (2009), Lagrange (2009), Neto, Breda & Godino (2011), Coelho (2013), Gaspar (2013) e Pinheiro & Cabrita (2013).

Todos os inquiridos consideraram que a utilização do *software* GeoGebra facilitou muito (14) ou bastante (7) a aprendizagem dos conteúdos geométricos abordados.

Os benefícios da experiência de utilização do GeoGebra foram amplamente valorizados pela Professora-caso no que respeita ao impacto da sua prática letiva relativamente às competências desenvolvidas pelos seus alunos, uma vez que:

- "[...] *os alunos conseguiram compreender os conteúdos de Geometria de uma forma mais significativa, ao contrário do acontecido nas aulas habituais, em que os alunos normalmente memorizam os conceitos*";
- "*O que se esperava conseguir concretizou-se num nível satisfatório. Houve melhorias durante todo o processo: na realização das tarefas, na participação activa dos alunos nas aulas, no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, geométricos e nas comunicações*";
- os alunos aprofundaram os seus conhecimentos geométricos e "*em alguns momentos,* [...] *utilizaram estes conhecimentos para novas construções*";
- a capacidade de resolução de problemas dos alunos foi alargada – os alunos encararam a resolução dos problemas de uma forma diferente e conseguiram mobilizar os conhecimentos prévios, nomeadamente nas tarefas envolvendo simetrias e, em particular, frisos e rosáceas.

Durante a familiarização com o *software*, os alunos mostraram-se muito recetivos e disponíveis para a realização das tarefas geométricas propostas. Envolveram-se rapidamente na apresentação e discussão das mesmas. Estas considerações permitiram perceber como a exploração de um recurso que, inicialmente, se mostrava completamente ausente das práticas de desenvolvimento dos conteúdos da disciplina, passou a ser aproveitado pelos alunos, envolvendo-se positivamente na experiência.

O ritmo de aprendizagem dos alunos, em determinados momentos, principalmente nas fichas de trabalho em pares, exigiu mais tempo para permitir o desenvolvimento do pensamento. A Professora-caso de forma consciente reconhece a necessidade de dar mais tempo aos alunos e de estar mais preparada para mais explicações a fim de proporcionar novas aprendizagens. Assim, numa perspetiva concordante com Almiro (2005), a gestão do tempo necessário para a resolução das tarefas constitui um aspeto a ser considerado pelo professor na sua planificação, de modo a poder atender aos diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos e a proporcionar-lhes tempo necessário para pensar, principalmente quando realizam tarefas de forma autónoma. A isto, Santos (2000) acrescenta que, o trabalho em colaboração exige condições para uma análise mais profunda dos problemas. Daí que haja necessidade de ter em conta o fator tempo não só para a explicitação do que se pretende mas também para a resolução das tarefas, pois "*um trabalho em colaboração, pese embora todas as sua vantagens, é um processo complexo e exigente em termos de tempo*" (p. 689).

A análise dos dados do QFA deu conta que a preferência dos inquiridos sobre os conteúdos abordados centrou-se nos frisos, nas rosáceas e na translação.

A maioria dos inquiridos prefere trabalhar com colegas, mais concretamente aos pares, o que revela a importância do trabalho colaborativo: "*Porque trabalhar com um colega e em grupo é mais divertido, onde juntamos as nossas ideias e formamos num só.* "; "*Porque com um colega* [...] *podemos discutir o trabalho e conhecer mais coisas sobre o trabalho*".

Ao longo da experiência, a motivação e o entusiasmo dos alunos constituíram aspetos a realçar relativamente à grande maioria da turma. Esta constatação mostrava-se intimamente relacionada com o prazer de explorar as tarefas propostas com suporte do GeoGebra. Estas conclusões vão na linha de Brocardo (2001), confirmando a eficácia da utilização de um programa com caraterísticas semelhantes ao GeoGebra, num contexto onde os alunos apresentavam dificuldades em compreender a importância do uso desses recursos para exploração de tarefas matemáticas.

A motivação e o entusiasmo dos alunos para a aprendizagem da Geometria através da utilização do GeoGebra para a resolução das tarefas, foram notados pela Professora-caso, ao constatar que:

> "[...] em 27 anos de serviço, é a primeira vez que vi os alunos tão entusiasmados e interessados por uma aula de Matemática" e enfatizou " […] a participação ativa de alguns alunos com fraco nível de aprendizagem, com pouco interesse nas aulas e que, habitualmente, tinham um comportamento passivo"; "[...] se revelaram muito comunicativos, principalmente entre si [...] e, de uma forma geral, todos queriam e disputavam para apresentar em primeiro lugar as suas resoluções" (SE, 23/03/2011).

- **Competências tecnológicas**

Os conhecimentos e as capacidades tecnológicas dos alunos sofreram mudanças assinaláveis. O computador não parecia ser um recurso familiar no contexto da sala de aula dos alunos que fizeram parte deste estudo. A maioria dos inquiridos utilizava o computador com a finalidade de se entreter, pesquisar ou fazer trabalhos escolares.

No momento de familiarização com o GeoGebra, os alunos conheceram o funcionamento de ferramentas do GeoGebra que lhes permitiam avançar na exploração das tarefas que envolviam as Isometrias.

Apesar de nenhum aluno ter utilizado, antes da experiência, o GeoGebra e outros *softwares* similares, alguns mostraram muita capacidade na exploração e descoberta de algumas ferramentas do GeoGebra, o que lhes permitiu a resolução de algumas questões do pré-teste prático, mesmo que de forma incompleta.

Avalia-se positivamente o contributo da experiência no que tange ao aumento da confiança dos inquiridos na exploração das potencialidades do GeoGebra, com evidência para a importância deste recurso na promoção do ensino e da aprendizagem da Matemática, mais concretamente ao nível do desenvolvimento da destreza tecnológica. Com os resultados a apontarem 100% de acordo, conclui-se-e a partir das respostas obtidas a necessidade premente de se apostar nas inovações pedagógicas com recurso ao computador, visão partilhada por Jonassen (2000), Silva (2005), Ribeiro (2005), NCTM (2008), APM (2009), Pinheiro e Cabrita (2013), (Coelho (2013) e Gaspar (2013), de que este recurso pode potenciar uma aprendizagem significativa.

Dos aspetos considerados positivos no estudo da unidade Isometrias com o suporte do GeoGebra, a opinião aponta para as potencialidades desse *software* na promoção da motivação e da aprendizagem efetiva da Matemática: “*Motivação em assistir as aulas*”; “*Vontade em fazer experiências*”; “*Prazer em assistir as aulas*”, enquanto apenas um dos inquiridos apontou a distração nas aulas devido ao recurso à Internet e a programas de entretenimento como aspeto menos positivo.

Na opinião da Professora-caso, o GeoGebra contribuiu para uma apropriação do sentido geométrico pelos alunos “[...] *na transformação dos objectos geométricos para tirar conclusões sobre as propriedades e suas relações pois, na descoberta das propriedades e relações geométricas, os alunos se apropriam de conhecimentos geométricos sem se aperceber”,* bem como para uma construção mais clara e rigorosa de conceitos geométricos, potenciados por este ambiente.

As atitudes dos alunos, desde o questionário inicial, sugerem o interesse dos mesmos pelo uso do computador, sobretudo para a comunicação, entretenimento e promoção da aprendizagem. Note-se no conjunto das respostas uma tendência para a valorização dos *softwares* educativos no ensino da Matemática. Atendendo às respostas a algumas questões anteriores, a maioria dos inquiridos pareceu estar recetiva às inovações pedagógicas com recurso ao computador.

Até o fim da experiência, os alunos mantiveram o entusiasmo, recusando trabalhar com os instrumentos de construção e medição. Estas constatações foram evidenciadas durante a observação das aulas e na SE aplicada à Professora-caso.

A partir do QFA, concluiu-se que a utilização do GeoGebra influenciou positivamente o comportamento dos alunos e contribuiu para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e melhoria da aprendizagem dos conceitos geométricos. Os alunos foram unânimes em referir o computador como recurso propiciador de aprendizagem, sendo que alguns mencionam especificamente o GeoGebra como recurso atrativo à aprendizagem: “*Porque é mais* *interessante, mais excitante e prestamos mais atenção*". Recurso para melhoria do ensino: "*Porque nas aulas com o computador a professora explica mais bem e as aulas são mais interessantes", "Porque os professores explicam com a força, garra e vontade, eu gosto disso*".

A Professora-caso comparou a motivação e interesse dos alunos pelas aulas, com as suas práticas letivas habituais e afirmou que, ao contrário do que acontecia nas suas aulas, "[...] *os alunos apresentaram um elevado nível de motivação e mais interesse na maioria das aulas*" (SE, 23/03/2011). Neste contexto, realçou "[...] *a disponibilidade dos alunos em terem utilizado o tempo livre de que dispunham para assistir a aulas no período contrário às (suas) aulas, pois estavam muito motivados* (e) *ficaram tristes quando dissemos que a experiência tinha terminado*" (SE, 23/03/2011). Concluiu assim que os ganhos relativamente à abordagem da unidade didática Isometrias com recurso ao GeoGebra foram significativos.

Em jeito de conclusão, pode considerar-se que a avaliação positiva atesta a recetividade e total disponibilidade dos alunos para aderir a iniciativas que visem inovações pedagógicas com recurso às tecnologias informáticas. Tal avaliação foi alargada à realização e amostra pública dos trabalhos dos alunos deste estudo. No final da experiência, a Professora-caso organizou uma exposição de trabalhos dos alunos sobre Frisos, Rosáceas e Pavimentações. Os relatórios dos alunos sobre a experiência em sala de aula demonstram a importância e a forte adesão dos mesmos para a aprendizagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportado pelo GeoGebra, com realce para as dimensões matemáticas e tecnológicas mobilizadas durante a experiência. Neste âmbito, as reflexões e opiniões dos alunos traduzem as preocupações registadas pelo NCTM (2008), nomeadamente quanto ao papel da tecnologia no ambiente de ensino moderno, flexível e com aposta no aluno, pois estes se mostram confiantes nos desafios colocados pelo uso das tecnologias no ensino regular.

Com efeito, a experiência realizada teve um impacto muito positivo na perceção dos alunos que nela participaram, tanto em relação aos conteúdos explorados como no que respeita aos métodos e estratégias de aprendizagem e, ainda, às condições de trabalho oferecidas. O balanço feito pelos alunos dá conta de uma avaliação positiva e da valorização da Matemática nos seus percursos, contribuindo para que o processo de ensino seja considerado fácil, prático e se traduza num fator de motivação.

Conforme defendido pelo NCTM (2008), a participação/colaboração dos professores em todo o processo de formação, contando com a ajuda do computador para formular, aperfeiçoar e explorar conjeturas, baseadas em evidências, e utilizar várias técnicas de raciocínio e de prova, pode ter um impacto importante na resolução dos problemas de forma flexível e expedita, individualmente ou em grupos. Com recurso às tecnologias, todos reconhecem maior facilidade, motivação e prazer na aprendizagem da Geometria, trabalham de forma produtiva e refletem sobre as várias componentes da Matemática aí envolvidas, sob a orientação competente dos seus professores e, ainda, manifestam o desejo de continuar futuramente, numa abertura a novas oportunidades, habitualmente pouco manifestada nos alunos desse nível de ensino.

Por outro lado, cruzando o balanço dos alunos feito nos registos transcritos com o nosso próprio envolvimento, tal experiência reforçou a necessidade e a importância da institucionalização desta inovação pedagógica no ensino da Matemática expressamente manifesta pela vontade dos alunos em continuar a aprender Matemática com a utilização do computador "[…] *é pena não poder mais trabalhar Matemática no computador, gostaria muito de repetir a experiência* (A10)"; […] "*eu iria amar se essa experiência não acabasse porque é maravilhoso assistir aulas com software* […]" (A11).

Assim, recuperando Ponte (2002), esta experiência apela para a oportunidade de se identificar novos objetivos, particularmente em relação às capacidades, atitudes e valores, com realce para resolução de problemas, para o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação (em) Matemática e do entendimento do papel de Matemática na atualidade. A partir da avaliação feita pelos alunos nos relatórios, torna-se evidente a necessidade de adoção de perspetivas curriculares valorizando tarefas de natureza mais aberta, novos modos de trabalho em sala de aula, a utilização de diversos recursos, incluindo as tecnologias e vários processos de avaliação.

Faz-se igualmente necessário que as instituições de ensino sejam dotadas de professores devidamente preparados, experientes e aptos a acompanhar os alunos de modo a proporcionar-lhes experiências que valorizem a Matemática e que os envolvam de forma ativa na sua aprendizagem, na linha das orientações indicadas pelo NCTM (2008) e pela APM (2009).

Os constrangimentos que afetaram negativamente este estudo, prendem-se com os cortes sistemáticos no fornecimento da energia elétrica que dificultaram a realização desta formação, implicando a realização de algumas sessões aos sábados; um acidente técnico na passagem dos documentos do gravador para o computador que eliminou registos de excertos de diálogos de alunos e a perda de alguns documentos na cópia de trabalhos nos pendrives dos alunos devido a vírus.

Quanto a perspetivas sobre o impacto da formação no desenvolvimento profissional dos professores, aponta-se:

- A necessidade de ações de formação contínua dos professores de Matemática, suportada por *softwares* educativos, como forma de inovar as suas práticas letivas, potenciar a interatividade e melhorar o nível das aulas, cativar e motivar os alunos e criar mais gosto pela Matemática;
- A disseminação do uso de *softwares* educativos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática para melhoria do desempenho e práticas letivas,

contribuindo para uma aprendizagem construtiva dos conteúdos matemáticos, particularmente a Geometria;

- Mudança de atitudes relativamente ao ensino da Matemática em ações que deverão contribuir para que professores e alunos mostrem uma atitude mais positiva quanto aos benefícios, potencialidades e áreas de inovação onde os conteúdos da Matemática são indispensáveis, no entendimento do seu papel para o desenvolvimento da herança cultural da humanidade (cf. Ponte *et al.*, 2007 e NCTM, 2008);
- A realização de projetos colaborativos com o envolvimento de formadores, investigadores e alunos, introduzindo-se a prática de observação de aulas de outros professores, colegas ou especialistas.

As oportunidades de melhoria que se apresentam no âmbito das implicações deste estudo impõem, antes de mais, a adoção da postura de professor-orientador que, reconhecendo as dificuldades no ensino das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, procure acompanhar os desenvolvimentos dos *softwares* educativos matemáticos dinâmicos que lhes permitam enfrentar com sucesso a sua atividade.

A resposta a tais necessidades traria benefícios consideráveis decorrentes da aplicação dos recursos, nomeadamente economia de tempo, com o apoio do GeoGebra, facilidade na descoberta das propriedades das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, assim como a possibilidade de realizar várias explorações e utilização de metodologias inovadoras nas suas aulas, após a realização desta experiência.

A falta de condições tecnológicas nas escolas para a abordagem das Isometrias e outros conteúdos matemáticos com recursos tecnológicos inviabiliza consideravelmente a exploração de todas as potencialidades educativas que recursos como o GeoGebra oferecem, pelo que se propõe as seguintes alterações/medidas:

- Promoção/Apoio/Financiamento de mais investigação nesta área como motivação para prosseguir os estudos que relacionam a Matemática e as Tecnologias Informáticas, a nível de pós-graduação;
- Investimento por parte das instituições de ensino nas ferramentas informáticas;
- Criação de espaços de exploração dos domínios tecnológicos com apresentação de trabalhos em sala de aula, para, sempre que possível, possibilitar a relação entre conteúdos matemáticos e destes com os de outras áreas;
- Redução de alunos por turma, promovendo maior homogeneidade na constituição de grupos com alunos apresentando menos diferenças de destreza na utilização do computador, com reflexo no ritmo da aula e na realização de todas as tarefas por alguns alunos.

Este estudo permite-nos, mesmo que a título indicativo, apresentar algumas impressões passíveis de constituir linhas de pesquisa e/ou a serem tidas em conta, num estudo posterior ao presente desenvolvido, mais especificamente no que diz respeito ao impacto sobre o ensino e aprendizagem da Matemática:

- A Ação de Formação promoveu o aprofundamento dos conhecimentos geométrico, didático e curricular pois todos os formandos concordaram em absoluto que o uso do GeoGebra na Ação de Formação contribuiu para o desenvolvimento de uma visão mais positiva da Matemática, facto que reforça a continuidade de projetos de formação desta natureza;
- A participação dos professores nesta Ação de Formação não foi considerada como parte integrante das atividades docentes, constituindo este facto um constrangimento, na medida em que os participantes do estudo tiveram que utilizar o seu tempo livre para a participação da formação em período pós-laboral. De realçar que o envolvimento dos dirigentes neste tipo de projetos é crucial para o seu sucesso;
- A sustentabilidade financeira do estudo no contexto e local da investigação. A Formadora/investigadora teve de custear os materiais de suporte à formação: fichas de trabalho para os professores e alunos; pendrives e exemplares de testes para os alunos; aquisição de equipamentos (máquina de filmar, videoprojetor, máquina fotográfica para as sessões de formação e experiência em sala de aula, computador portátil para utilização da Professora-caso no decorrer da experiência);
- Avaliação nos planos de estudo de formação (licenciatura e mestrado) em Matemática, visando contemplar a introdução de unidades curriculares e a incorporação de ferramentas multimédia, de modo a favorecer uma visão crítica da sua utilização para a construção de conhecimento efetivo e posterior inclusão na prática docente;
- Estudo do impacto da exploração dos domínios tecnológicos no relacionamento interdisciplinar de conteúdos e inter-áreas;

Recomendações

Com base nas pesquisas bibliográficas, na análise dos modelos de formação contínua de professores, na ação de formação realizada, na experiência em sala de aula e nas informações obtidas dos instrumentos de recolha de dados apresentam-se algumas recomendações pertinentes para a melhoria e o sucesso do ensino e aprendizagem da Matemática em Cabo Verde:

- Considerar as ações de formação como parte integrante do desenvolvimento profisional dos docentes, com possibilidade de ascensão na carreira;

- Alargar a formação a todos os concelhos do país para a inovação das práticas, com apropriação do ADGD (GeoGebra) gratuito para ensino e aprendizagem da Matemática de uma forma dinâmica;
- Assumir o Programa de Formação Contínua de Professores como estratégia de desenvolvimento e atuação do Sistema Educativo;
- Institucionalizar o Programa de Formação Contínua de Professores em Cabo Verde;
- Desenvolver um programa de formação contínua de professores na área das tecnologias educativas;
- Sensibilizar os dirigentes do Ministério de Educação para a importância da implementação de novas estratégias de ensino e aprendizagem da Matemática, com suporte multimédia, a começar pela incorporação das TIC nos currícula;
- Persistir junto do Ministério de Educação no sentido da modernização do sistema educativo com base em tecnologias interativas, incutindo uma nova dinâmica ao programa "*Mundu Novu*", e com mobilidade de apoio do Instituto GeoGebra de Portugal, por exemplo, para a sua instalação em Cabo Verde;
- Assegurar a sustentabilidade financeira dos projetos de formação, com recurso a parcerias, bolsas de investigação, patrocínios;
- Criação de fundos/bolsas de amparo à investigação: aquisição de equipamentos, reserva técnica para viagens/deslocações/participação em congressos/impressões e fotocópias.

As propostas apontadas constituem enormes desafios a serem enfrentados e todos devem contribuir para a identificação de um novo modelo de Formação Contínua de Professores assente em práticas inovadoras, que façam uso da tecnologia como é o exemplo do GeoGebra, e que esteja sob a responsabilidade de um corpo de formadores profissional e competente. Defende-se um modelo de formação contínua interativo-reflexiva que promova o desenvolvimento profissional do professor, através da reflexão sobre a sua prática.

Em Cabo Verde, as ações de formação contínua que têm vindo a ser desenvolvidas com os professores dos ensinos básico e secundário têm tido um caráter pontual o que as torna, por vezes, precárias. Não existe um acompanhamento destas iniciativas pelo ME, não havendo uma prática sistemática de organização da informação resultante da avaliação e dos impactos dos resultados dessas ações de formação, conhecendo-se apenas o registo elaborado pelos formadores das ações de formação que dinamizam.

Nesse sentido, recomenda-se para Cabo Verde uma legislação específica para a formação contínua de professores, com creditação e validação de um órgão que organize, legisle e valide esse processo, como é o caso de Portugal, cujo Conselho Científico Pedagógico da Formação Contínua é responsável pela regularização da formação contínua.

Para o caso específico da Matemática, tomando como referência o Programa da UA, é urgente desenvolver um Programa de Formação Contínua que:

- Seja de âmbito nacional (contemplando todos os concelhos do país) e com duração mínima de um ano e máxima de dois, a funcionar na modalidade de Oficina de Formação, com trabalho tutorado e autónomo e tendo como finalidade última a melhoria das aprendizagens dos alunos;
- Promova uma formação Matemática de qualidade;
- Valorize o desenvolvimento curricular em Matemática;
- Conduza ao aprofundamento do conhecimento matemático, didático e curricular do professor;
- Desenvolva uma atitude positiva face à Matemática;
- Reconheça as práticas letivas dos professores como ponto de partida de formação;
- Considere as necessidades concretas dos professores relativamente às suas práticas curriculares em Matemática;
- Promova o trabalho colaborativo entre diferentes atores;
- Valorize dinâmicas curriculares contínuas centradas na multimédia ao serviço da Educação Matemática;
- Inclua sessões de formação em grupo; sessões de acompanhamento ao nível de sala de aula e que se centralizem no desenvolvimento de experiências de aprendizagem;
- Promova a reflexão individual e em grupo;
- Avalie os formandos através de um portefólio reflexivo;
- Valorize o trabalho colaborativo e cooperativo entre diferentes atores em que o formador assume o papel de investigador e aprendente;
- Divulgue o trabalho dos formandos através da interação com especialistas nacionais e internacionais em Workshops, Oficinas, Painéis Temáticos e Conferências Plenárias;
- Promova o desenvolvimento profissional integral dos professores.

Face à análise que este estudo propiciou, considera-se necessário e urgente aproveitar a revisão curricular em curso para propor alterações ao currículo em Cabo Verde, à luz das linhas e preocupações internacionais para o ensino e aprendizagem da Matemática, realçando a importância da Geometria, em especial os temas Simetria e Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e a pertinência da utilização/aplicação das tecnologias informáticas no ensino da Matemática (em particular a Geometria), concretamente os ADGD. Nesse sentido apresentam-se algumas considerações relevantes para a melhoria da aprendizagem dos alunos. Baseando-se no modelo português, o desenvolvimento de um Programa de Matemática de forma integrada ao longo dos três Ciclos do Ensino Básico, deve:

- Promover a "*aquisição de informação, conhecimento e experiência matemática e o desenvolvimento da sua integração e mobilização em contextos diversificados; o* d*esenvolvimento de atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência*" (Ponte *et al*., 2007, p. 3);
- Desenvolver conhecimentos, capacidades e atitudes - Os alunos devem ser capazes de: "*conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática; desenvolver uma compreensão matemática; lidar com ideias matemáticas em diversas representações; comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático; raciocinar matematicamente usando os conceitos, representações, e procedimentos matemáticos; resolver problemas; estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas; fazer Matemática de modo autónomo; apreciar a matemática*" (Ponte *et al*., 2007, p. 6)*;*
- Valorizar as capacidades transversais (resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação);
- Assumir a visualização e a representação como capacidades transversais para valorização da Geometria (Loureiro, 2009);
- Valorizar o estabelecimento de conexões dentro e fora da Matemática;
- Incluir a utilização/aplicação das tecnologias informáticas no ensino e aprendizagem da Matemática;
- Contemplar o uso de materiais estruturados e não estruturados.

Das possíveis propostas de inovação curricular, considera-se a integração do tema Geometria em todos os três ciclos do Ensino Básico de forma a assegurar:

- No 1º Ciclo, a abordagem da Geometria de modo informal; no 2º Ciclo, o relacionamento das propriedades geométricas; e, no 3º Ciclo, a criação de situações de raciocínio hipotético-dedutivo (Ponte *et al*., 2007);
- Que os alunos do Pré-escolar ao 12º ano tenham capacidade para: i) "*Analisar as caraterísticas e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas; ii) Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à Geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação; iii) Aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas; iv) Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas*" (NCTM, 2008, p. 44);

- A abordagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano (reflexão, rotação, translação, reflexão deslizante) em todos os ciclos, no 1º, de forma intuitiva e, gradativamente a sua formalização nos 2º e 3º ciclos (Breda *et al*., 2011);
- Nas primeiras experiências dos alunos, a análise de diversas figuras da arte decorativa, através do movimento e sobreposição de cópias transparentes, da investigação de invariâncias, da identificação de Isometrias e suas composições, estudando e listando propriedades comuns, como a preservação das distâncias, compreendendo que existem outros tipos de transformações como as semelhanças (Veloso, 2012);
- A introdução das Isometrias através da exploração e construção de frisos e rosáceas;
- A utilização das rosáceas e dos frisos para o aprofundamento do tema transformações geométricas e simetrias e o estabelecimento de conexões entre temas matemáticos e entre a Matemática e a vida real;
- A clarificação do conceito de Simetria para destacar a sua importância na caraterização dos objetos geométricos;
- A introdução do estudo da Simetria no tema da Geometria ao longo do ensino básico. Veloso (2012) defende que o seu estudo pode constituir um fator relevante para o desenvolvimento matemático e cultural do aluno;
- O uso dos recursos computacionais e dos modelos geométricos concretos para desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afetiva com a Matemática (Ponte *et al*., 2007);
- A utilização dos ADGD para o estudo da Geometria, em especial nos conteúdos Simetria e Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano;
- O uso no 1º Ciclo de *applets* para jogos e outras atividades de natureza interativa; a utilização no 2º Ciclo dos ADGD e os *applets* que promovam a compreensão dos conceitos e as relações geométricas; o aproveitamento no 3º Ciclo dos ADGD, principalmente nas tarefas de exploração e de investigação (Ponte *et al*., 2007);
- A utilização dos materiais manipuláveis como tangram, peças poligonais encaixáveis e sólidos de enchimento em acrílico para complementar a abordagem dinâmica ao estudo da Geometria (Serrazina *et al*., 2005; Ponte *et al*., 2007).

Estudos recentes (Santos, 2000; Saraiva, 2002; Ponte, 2005b, Vieira, 2006; Alarcão, 2006; Marcelo, 2009; APM, 2009; Canavarro, 2010) indicam que a aprendizagem dos professores ocorre a partir das suas experiências individuais e coletivas, principalmente, quando são capazes de compartilhar os seus conhecimentos, através de conversas frequentes, contínuas e cada vez mais concretas e precisas sobre a prática docente. E que, pela sua importância (Vieira, 2006; Alarcão, 2006, Marcelo, 2009, Canavarro, 2010), é cada vez mais urgente que os professores reflitam de forma crítica e responsável sobre o seu próprio ensino e a consequente aprendizagem dos seus alunos, num quadro de partilha e colaboração, com vista ao seu próprio desenvolvimento profissional, o que terá, certamente, repercussões significativas ao nível do sucesso dos alunos (Smyth, 1991; Schön, 1992a, 1992b; NCTM, 1994, 2000; Santos, 2000; Ponte, 2003; Canavarro, 2010). Neste processo, uma supervisão reflexiva pode desempenhar um papel preponderante (Schön, 1992a, 1992b; Moreira, 2004; Serrazina *et al*., 2005; Alarcão, 2006; Reiman & Oja, 2006; Serrazina, 2007; Silvia & Castro, 2008; Tenreiro-Vieira, 2009; Rocha, 2010; Pinheiro & Cabrita, 2012).

O elevado grau de satisfação dos inquiridos no que tange à exploração dos conteúdos geométricos suportado pelo GeoGebra e o sucesso da experiência, para além de serem verificados *in loco*, ficaram evidenciados pela comparação entre o questionário inicial e o final. O impacto positivo desse recurso como ferramenta de apoio à aprendizagem das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, pelos resultados deste estudo, mostra que estando salvaguardadas as condições que favorecem o desenvolvimento de competências tecnológicas e geométricas, transversais e específicas, os interesses do público em estudo irão ao seu encontro.

Corroborando os resultados anteriormente anunciados (Silva, 2005; Domingos & Vieira, 2012;), o GeoGebra revelou ser um ambiente estimulante para a aprendizagem significativa dos conteúdos geométricos, levando os alunos, de uma forma dinâmica, a construir, visualizar, manipular e estabelecer as relações entre as propriedades dos objetos geométricos (Rocha, Segurado & Capela, 2010; Domingos & Vieira, 2012; Coelho, 2013; Gaspar, 2013). Numa aprendizagem por compreensão destes conteúdos, conforme defendido teoricamente (Silva, 2005; Rocha, Segurado & Capela, 2010; Coelho, 2013; Gaspar, 2013), o recurso utilizado possibilitou aos alunos a identificação das propriedades das Isometrias através da análise de alterações e invariantes das propriedades dos objetos e acabou por exercer um impacto positivo oferecido pela implementação de inovações tecnológicas, das novas estratégias e metodologias, concluindo-se pela motivação no sentido do seu uso de forma generalizada.

Pode conclusivamente afirmar-se que, de uma forma geral, esta Ação de Formação trouxe contributos positivos para as práticas letivas e extra-letivas dos professores, nomeadamente na preparação e condução das aulas e inclusive a preparação de atividades no âmbito das Olimpíadas de Matemática. Constatou-se no início da formação que alguns conceitos geométricos careciam de atualização, designadamente o de simetria e o de reflexão e que a Isometria reflexão deslizante constituiu um assunto novo para os professores. Todos identificavam a simetria como a reflexão axial, pois na identificação dos tipos de Isometrias só se referiram à translação, rotação, simetrias central e axial. Com o desenvolvimento dos trabalhos, houve uma atualização, enriquecimento e apreensão destes conceitos de acordo com as aceções estabelecidas pelas Normas Internacionais para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Assim, a formação contribuiu para o desenvolvimento de novos conhecimentos, para a aplicação das Isometrias na vida real, através da construção de frisos, rosáceas e pavimentações, conceitos pouco trabalhados no contexto educativo cabo-verdiano.

Considerando as diversas expetativas depositadas nesta Ação de Formação, pode afirmar-se que as mesmas foram em grande medida satisfeitas e provocaram motivações para no futuro se dar continuidade a este tipo de intervenção na exploração de outros conteúdos matemáticos, tendo alguns dos participantes sugerido outras Ações de Formação desta natureza para a abordagem dos temas funções, semelhanças e trigonometria, alegando serem temas em cuja aprendizagem os alunos manifestam dificuldades.

Na sequência da apresentação do estudo no âmbito do *I Workshop Internacional sobre o Ensino da Língua Portuguesa, Matemática e disciplinas afins*, considera-se que as solicitações para apresentação e formação aos docentes dos ensinos básico e secundário de diferentes escolas do país, bem como a institucionalização de fóruns interdisciplinares para discussão e partilha das inovações relativas ao ensino da Matemática, constituem mostra de desafios a serem prosseguidos.

Estando em causa impactos recíprocos e ainda um estudo sobre a relação entre a competência comunicativa e as dificuldades de aprendizagem, com ênfase na Matemática, é de se ter em atenção o reflexo que estudos como este têm, em particular, na sociedade cabo-verdiana. Diversas escolas da capital, como o Liceu Domingos Ramos, a Escola Secundária Pedro Gomes, o Centro Educativo Miraflores, e ainda o Liceu Ludgero Lima, em São Vicente, formularam convites à Formadora-investigadora deste estudo para realizar Ações de Formação em Matemática suportadas pelo GeoGebra.

Como desenvolvimento e fruto da experiência levada a cabo neste estudo, a Presidente da Comissão Organizadora das Olimpíadas de Matemática de Cabo Verde, em parceria com o Ministério de Educação e Desporto, através da Direção Nacional de Educação, convidou a investigadora a apresentar uma comunicação sobre as potencialidades do GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem de Matemática no Ensino Secundário, no dia da entrega dos prémios aos alunos vencedores das Olimpíadas de Matemática (26 de Abril de 2014), na presença da Ministra de Educação e Desporto, da Diretora Nacional de Educação, dos Delegados de Educação e dos Diretores das Escolas Secundárias. Deste encontro, resultaram vários convites de diretores das Escolas Secundárias e Básicas do país para Formação Contínua de Professores de Matemática suportadas pelo GeoGebra.

A investigadora foi ainda convidada pela Coordenadora de Matemática e de Projetos da Escola Secundária Pedro Gomes para fazer uma apresentação sobre o tema “O GeoGebra como ferramenta de apoio ao ensino e aprendizagem da Matemática”. Tal convite enquadrou-se num

Encontro de Coordenadores de Matemática na cidade da Praia para troca de experiências pedagógicas na referida disciplina, no âmbito de uma reflexão conjunta sobre a situação do ensino e da aprendizagem da Matemática, realizado no dia 3 de Maio de 2014.

Em conclusão, regista-se a forte convicção de que este estudo constituiu uma oportunidade de contribuir para a melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática e para o desenvolvimento pessoal e profissional da investigadora. Tendo plena consciência de não ter esgotado todas as possibilidades de abordagem que uma aplicação como esta implica, as experiências relatadas levam à análise e conclusão de que a formação contínua é necessária, urgente e possível e de que este estudo apenas estará a abrir caminhos para futuras investigações.

Aceitando o pressuposto de que a formação do professor deve estar ao serviço do desenvolvimento do país, no âmbito em que este estudo se situa, o processo deverá ser constante e estar integrado nas práticas letivas dos professores. Se assim for, e de acordo com o que a teoria atual desenha, tal cenário deverá proporcionar reflexões sistemáticas sobre a prática profissional. O engajamento dos professores e alunos no projeto de que resultou este estudo é prova de que uma prática reflexiva provoca mudanças de postura e atitudes em busca de novos conhecimentos.

Consciente da exigência do processo de ensino e de aprendizagem quando suportado por recursos tecnológicos, a Professora-caso (sem a qual este desafio não teria alcançado os resultados relatados) referiu que o momento de validação da descrição do caso servira para recordar os acontecimentos vividos na formação e em sala de aula. Agradeceu a oportunidade que lhe foi dada para aplicar nesse contexto os conhecimentos adquiridos na formação e frisou que foi um marco importante para a sua vida profissional. Por fim, mostrou abertura de espírito para e incitou os estagiários a usarem os recursos tecnológicos nas suas aulas, conforme comprova o remate a seguir:

> "Não tenho nada para modificar. É a primeira vez que trabalho uma aula desta forma. O balanço geral foi positivo, mas tenho plena consciência de que nem tudo correu às mil maravilhas. Também não poderia mudar de um dia para o outro. Sei que, para utilizar o GeoGebra noutros conteúdos matemáticos, ainda preciso melhorar alguns aspetos.
> A leitura do documento que me deu permitiu relembrar os momentos vividos na formação e na experiência. Vou ser-lhe grata pelo resto da vida por me ter escolhido para aplicar os conhecimentos adquiridos na formação e em sala de aula. Nunca vou esquecer este momento. Foi um momento crucial para a minha vida profissional e que me marcou muito. Depois de participar nesta ação de formação dei mais abertura para os estagiários utilizarem os recursos tecnológicos. Antes sentia-me um pouco insegura e também não tinha consciência das suas potencialidades". (Transcrição do momento de validação do caso, 22/12/2014)

O desafio deste estudo foi aceite como um investimento e ao longo do seu desenvolvimento foram vividos dilemas e angústias que reforçaram as pontes de interação entre teoria e prática, entre ideias pré-concebidas e aquilo que, no terreno, condiciona a nossa rotina profissional, entre as perceções e a necessidade de investigar e estudar os nossos problemas. Com isso, colhemos uma lição de aprendizagem que nos incentiva a acreditar que:

> "O professor é um organizador de aprendizagens, de aprendizagens via os novos meios informáticos, por via dessas novas realidades virtuais. Organizador do ponto de vista da organização da escola, do ponto de vista de uma organização mais ampla, que é a organização da turma ou da sala de aula […] é mais do que o simples trabalho pedagógico, é mais do que o simples trabalho do ensino, é qualquer coisa que vai além destas dimensões, e estas competências de organização são absolutamente essenciais para um professor".[14]

Com o presente trabalho espera-se um aproveitamento dos dados e propostas subjacentes ao processo de investigação que o motivou. Procurámos nas nossas dúvidas ir além da sabedoria e, principalmente ser criativos e participativos na construção de pessoas interessadas em buscar muito mais do que o comum. Procurámos respeitar acima de tudo os nossos limites, confiantes de que, a cada dia que avançávamos, com a tecnologia e com saberes ao serviço do professor e do aluno, o desenvolvimento teórico e prático nos movia e nos move na busca do conhecimento dentro da sala de aula e da nossa sociedade, interagindo no nosso quotidiano... ***sempre***!

[14]Matrizes Curriculares. Entrevista com António Nóvoa (13/09/2001). Disponível em: http://tvescola.mec.gov.br/tve/salto/interview;jsessionid=C66C4B33F8CEC7AEC987785B479CE894?idInterview=8283(acedido a 11 de Setembro de 2013).

Bibliografia

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica. Lisboa.

Afonso, N. & Costa, E. (2009). The influence of the Programme for International Student Assessment (PISA) on policy decision in Portugal: the education policies of the 17th Portuguese Constitutional Government. *Sisifo, Educational Sciences Journal*, 10, 53-64.

Alarcão, I. (1996a). Ser Professor Reflexivo. In I. Alarcão (Ed.), *Formação Reflexiva de Professores – Estratégias de Supervisão*. Colecção CIDInE, 1, 171-189. Porto: Porto Editora. ISBN – 972-0-34721-X.

Alarcão, I. (1996b). Reflexão Crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. In I. Alarcão (Ed.), *Formação Reflexiva de Professores - Estratégias de Supervisão.* Colecção CIDInE, 1, 9-39. Porto: Porto Editora. ISBN – 972-0-34721-X.

Alarcão, I. (2001). (Org.). *Escola Reflexiva e Nova Racionalidade*. Porto Alegre: ARTMED.

Alarcão, I. (2003). *Professores reflexivos em uma escola reflexiva* (4.ª Edição). São Paulo: Cortez Editora.

Alarcão, I. (2006). Continuar a formar-se, renovar e inovar. A formação contínua de professores. In I.Sá-Chaves, M. Sá, A. Moreira (Ed.) *Percursos e pensamento* (pp. 129-154). Universidade de Aveiro. ISBN – 972-789-194-2.

Alarcão, I. (2009). Formação e *Supervisão* de Professores: uma abrangência para a supervisão. *Sisifo, Revista de Ciências da Educação*, 8, 119-128.

Alarcão, I., & Moreira, M. (1997). A investigação-ação como estratégia de formação inicial de professores reflexivos. In I. Sá-Chaves (Ed.), *Percursos de Formação e Desenvolvimento Profissional*. Colecção CIDInE, 3, 120-138. Porto: Porto Editora. ISBN – 972-0-34723-6.

Alarcão, I., & Tavares, J. (1987). *Supervisão da Prática Pedagógica: uma Perspectiva de Desenvolvimento e Aprendizagem*. Coimbra: Almedina.

Almeida, M. (2001). *Informática e formação de professores*. Brasília: Ministério da Educação – Proinfo. Disponível em: http://www.intaead.com.br/ebooks1/livros/pedagogia/27.Inform%E1tica%20e%20a%20Forma%E7%E3o%20de%20Professores.pdf (acedido 19 de Março de 2013)

Almiro, J. P. (2005). Materiais manipuláveis e tecnologias na aula de Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 275-316). Lisboa: APM. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/GTI-Joao-Almiro.pdf (acedido 14 de Outubro de 2014)

Amaral, A. (2010). Significados e Contradições nos Processos de Formação de Professores. In Â. Dalben, J. Diniz, L. Leal & L. Santos (Ed.), *Coleção Didática e Prática de Ensino - Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente: Didática, Formação de Professores, Trabalho Docente* (pp. 24-46). Belo Horizonte, Abril de 2010.

APM (2009). Renovação do Currículo de Matemática. *Seminário de Vila Nova de Milfontes 1988*. Edição comemorativa. Lisboa: APM. ISBN: 978-972-8768-41-6.

APM (2014). Agenda para evitar o Desastre no Ensino da Matemática. *Educação e Matemática*, 126, 9-12.

Azambuja, G. (2006). A formação continuada e a continuidade da formação. In 29ª Reunião anual da ANPED. Caxambu, MG, Out. 2006. Disponível em:

http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/posteres/GT08-1888--Int.pdf (acedido 13 de Fevereiro de 2013).

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2005). *Articulating domains of mathematical knowledge of teaching*. Paper presented at the American Education Research Association Conference.

Ball, D., Lewis, J. & Thames, M. (2008). Making Mathematics Work in School. *Journal for Research in Mathematics Education. A Study of Teaching – Multiple Lenses, Multiple Views. Monograph*, 14, 13-44. Reston: NCTM.

Ball, D., Thames, M. & Phelps. G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?. *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407. Disponível em: http://jte.sagepub.com/content/59/5/389 (acedido 5 de Janeiro de 2011).

Bastos, C. & Candiotto, K. (2008). *Filosofia da Ciência*. Editora Vozes Ltda. Rio de Janeiro. ISBN – 978-85-326-3597-6

Bastos, R. (2007). Transformações geométricas. Notas sobre o Ensino da Geometria (GTG), *Educação e Matemática*, 94, 23-27. Lisboa: APM.

Belo Horizonte (2010). *Desafios da formação: proposições curriculares – Ensino Fundamental*. Textos introdutórios. Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte.

Bernard, J. M. (2010). Special Issue on Clinical Supervision: A Reflection Numéro spécial sur le thème de la supervision clinique: Réflexions. In *Canadian Journal of Counselling/Revue canadienne de counselling*, 44(3), 238-245. http://www.eric.ed.gov/PDFS/EJ898100.pdf (acedido 18 de Abril de 2012). ISSN 0826-3893.

Bidarra, J. (2009). Aprendizagem Multimédia Interativa. In Guilhermina Lobato Miranda (org.), *Ensino Online e Aprendizagem Multimédia* (pp. 352-384). Relógio D`Água Editores, Dezembro de 2009

Blaxter, L., Hughes, C. & Tight, M. (2001). *How to research*. 2nd ed. Buckingham: Open University Press, 2001. ISBN 0-335-20903-3

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação.* Porto: Porto Editora. ISBN: 972-0-34112-2.

Borrões, M. L. C. (1998). O Computador na Educação Matemática. Lisboa: APM. Disponível em: http://www.apm.pt/apm/borroes.htm (acedido 14 de Março de 2010)

Branco, M. G. P. (2014). As tarefas de exploração e investigação na aprendizagem da Geometria. *Educação Matemática*, 126, 43-48.

Bravo, F. (2010). Incursão pelo Geometer's Sketchpad com alunos do 1º ciclo do E. B. *Educação e Matemática*, 108, 37-41.

Breda, A. (2006). *Seminário de Aprofundamento. Transformações no Plano*. Aveiro: Universidade de Aveiro (doc. Policopiado).

Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, L., & Oliveira, P. (2011). G*eometria e Medida no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Breda, A., Trocado, A., & Santos, J. (2013). O GeoGebra para além da segunda dimensão. *Indagatio Didactica*, 5(1), 60-84.

Brocardo, J. (2001). *As Investigações na Aula de Matemática: Um Projecto Curricular no 8º Ano.* (Tese de doutoramento). Lisboa: FCUL.

Cabrita (2005). “Imagens de Interculturalidade” na recriação de um ambiente comunal. In Associação Nacional de Professores, *A escola que aprende: tecnologias, informação e conhecimento*, Actas das XIII Jornadas Pedagógicas eVII Tranfronteiriças (pp. 281-287). Castelo Branco: RJV Editores.

Cabrita, I. (1998). *Resolução de problemas: aquisição do modelo de proporcionalidade directa apoiada num documento hipermédia.* Tese de Doutoramento. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Cabrita, I. (2000). As inter(ações) na aula de Matemática e a gestão do tempo. In C. Monteiro, F. Tavares, J. Almiro, J. P. Ponte, J. Matos, & J. L. Menezes (Orgs.). *Interações na aula de Matemática*. Viseu: Secção de Educação Matemática da SPCE.

Cabrita, I. (2001). Tecnologia Educativa e formação de professores – uma relação inevitável numa sociedade da Informação, da Comunicação e do Conhecimento. *Actas do I Seminário Internacional de Educação*, Universidade Estadual de Maringá-Brasil, 19-21. (versão CD-ROM).

Cabrita, I. (2003). As (novas) Tecnologias da Informação e da Comunicação e a Formação de Professores. *Anais do III Congresso Internacional sobre Formação de Professores nos Países de Língua e Expressão Portuguesas.* Teorias e Práticas Educativas na Formação de Professores. Desafios para o século XXI (pp. 202- 205). Praia: ISE.

Cabrita, I. (2008a). m@c1 e m@c2 – Programa de Formação Contínua em Matemática com Professores do Ensino Básico. Em J. M. Paraskeva e L. L. Oliveira (org.), *Currículo e Tecnologia Educativa*. 2(8), 231-264. Mangualde: Edições Pedago, Ldª. ISBN: 978-972-8980-75-7.

Cabrita, I. (2010). m@c1/2. *Análise crítica e reflexiva das actividades científicas*. Aveiro: Universidade de Aveiro. (Documento não publicado).

Cabrita, I. (coord.) (2006; 2007; 2008b; 2009; 2010 e 2011). *Relatório final de atividades m@c1/2*. Aveiro: Departamento de Educação da Universidade de Aveiro. (Documentos não publicados).

Cabrita, I., & Silva, R. (2004). Análise de um ambiente dinâmico de geometria dinâmica – Cabri-Géomètre II. *Cadernos SACAUSEF*, (1), 53-68. (ISSN: 1646-2637).

Cabrita, I., Almeida, J., Coelho, A., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., Gaspar, J., Pinheiro, J. Nunes, M., Sousa, O., & Amaral, P. (2011). *Novos desafios para uma Matemática criativa.* Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro. ISBN: 978-972-789-344-7.

Cabrita, I., Pinheiro, L., Pinheiro, J., & Sousa, O. (2008). *Novas Trajectórias em Matemática*. Aveiro: Universidade de Aveiro. ISBN: 978-972-789-273-0.

Canavarro, A. P. (2010). Formação precisa-se: Um investimento continuado por parte de todos. *Educação e Matemátiva*, 108, pp1.

Candau, V. (2009). Formação de Educadores/as: Questões e buscas atuais. *Nuevamerica*, 122, 70-75.

Candeias, N. (2008). Geometria no ensino da Matemática. In Ana Paula Canavarro (org), *20 Anos de temas na EeM*, 14-25. APM. Lisboa.

Candeias, N., & Ponte, J. P. (2006). Uma proposta curricular para o ensino da Geometria do 8.º ano, Actas do XV Encontro de Investigação em Educação Matemática (CD-ROM). *Encontro de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação*, 7-9. Monte Gordo.

Canha, M. (2013). *Colaboração em Didática – Utopia, Desencanto e Possibilidade*. (Tese de doutoramento). Departamento de Educação. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Cardoso, A., Peixoto, A., Serrano, M., & Moreira, P. (1996). O Movimento da autonomia do aluno. Repercussões a nível de supervisão. In Isabel Alarcão (org.), *Formação Reflexiva de Professores - Estratégias de Supervisão.* Colecção CIDInE, 1, 63-88. Porto: Porto Editora. ISBN – 972-0-34721-X.

Cardoso, M. T. P. (2010). *O conhecimento matemático e didáctico, com incidência no pensamento algébrico, de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua?* (Tese de Doutoramento). Braga: Universidade do Minho.

Carr, W. & Kemmis, S. (1988). *Teoria crítica de la enseñanza: investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona: Martinez Roca.

Carvalho, R. (1996). *Matemática Tronco Comum, 8º*. Ministério da Educação da República de Cabo Verde.

Castro, A., Santana, F., Neto, T. B. & Órfão, I. (2013). Iniciação à Investigação em Educação Matemática: Exemplo de duas Tarefas com recurso ao GeoGebra. *Indagatio Didactica*, 5(1), 127-148.

Chiavenato, I. (2008). *Os novos paradigmas. Como as mudanças estão mexendo com as empresas*. 5ª Edição. São Paulo: Manole. ISBN: 978-85-204-2743-9.

Coelho, A. (2013). *GeoGebra e iTALC numa abordagem criativa das isometrias*. (Dissertação de mestrado). Aveiro: Universidade de Aveiro.

Coutinho, C. (2005). *Percursos da Investigação em Tecnologia Educativa em Portugal: Uma abordagem Temática e metodologia a publicações científicas* (1985-200). Braga: Universidade do Minho.

Coutinho, C. (2006). *Aspectos Metodológicos da Investigação em Tecnologia Educativa em Portugal (1985-2000).* Disponível em: http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/6497/1/Clara%20Coutinho%20AFIRSE%202006.pdf (acedido 28 de Março de 2010).

Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M., & Vieira, S. (2009), Investigação-Ação: Metodologia Preferencial nas Práticas Educativas. Universidade do Minho. *Psicologia, Educação e Cultura 2009*, XIII(2), 455-479.

Cró, M.L. (1998). *Formação Inicial e Contínua de Educadores/Professores: Estratégias de Intervenção*. Porto. Porto Editora. ISBN – 972-0-34725-2.

Cunha, M. (2010). Lugares de formação: tensões entre a academia e o trabalho docente. In Â. Dalben, J. Diniz, L. Leal & L. Santos (Ed.), *Coleção Didática e Prática de Ensino - Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente: Didática, Formação de Professores, Trabalho Docente*, p. 129-149. Belo Horizonte, Abril de 2010.

Dash, N, (2005) Selection of the Research Paradigm and Methodology, IGNOU. Disponível em:http://www.celt.mmu.ac.uk/researchmethods/Modules/Selection_of_methodology/index.php (acedido 17 de Fevereiro de 2010)

Domingos, A. (2001). Contextos escolares que favorecem o pensamento matemático avançado. In: Moreira, D. e outros. *Matemática e comunidades: A diversidade social no ensino-aprendizagem da Matemática. Anais (Encontro de Investigação em Educação Matemática da SPCE),* Consolação: SEM-SPCE, 2001. p. 113–122. Disponível em: http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2001/2001_12_ADomingues.pdf (acedido 17 de Janeiro de 2011)

Domingos, A. (2014). O papel da Tecnologia na aprendizagem da Matemática. Um exmplo com recurso ao GeoGebra. *Educação Matemática*, 126, 14-16.

Domingos, A., & Vieira, M. J. (2012). A utilização do Geometer's Sketchpad na aula de Matemática: O papel desempenhado pelas tarefas. *Educação e Matemática*, 118, 31-34.

Duarte, J. (2009). As TIC e o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática*, 105, 80-82.

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161).

Estrela, M. T. (2001). Realidades e perspectivas da formação contínua de professores. *Revista Portuguesa de Educação*, 14 (1), 27-48.

Farrell, T. (1998). *Refflective Teaching. The Principles and Practices*. Forum English Teaching., 36 (4), 10-17.Disponível em: http://eca.state.gov/forum/vols/vol36/no4/p10.htm (acedido 1 de Março de 2012)

Fino, C. N. (2004). *Construtivismo & Construcionismo*. Disponível em: http://www3.uma.pt/carlosfino/Documentos/PowerPoint_Piaget-Papert.pdf. (acedido 7 de Junho de 2010)

Formosinho, J. (1991). Modelos Organizacionais na Formação Contínua de Professores. In I Congresso Nacional de Formação Contínua de professores. *Formação Contínua de professores. Realidades e Perspectivas* (pp. 237-257). Universidade de Aveiro: Aveiro.

Franco de Oliveira, A. J. (1997). Transformações Geométricas. Lisboa: Universidade Aberta. ISBN: 972-674-224-2.

Freeman, D. (1989). Teacher training, development and decision-making: A model of teaching related strategise for language teacher education. *TESOL Quarterly*, 23, 27-45.

Garcia, C. M. (1999). *Formação de Professores – Para uma Mudança Educativa*. Porto Editora.

Gaspar, J. (2013). Abordagem criativa das isometrias para a criatividade em Matemática. (Dissertação de mestrado). Aveiro: Universidade de Aveiro.

GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério de Educação (2004). *Resultados do estudo internacional Pisa 2003*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Godino, J. D. (2009). *Categorias de Análisis de los conocimientos del Professor de matemáticas*. Revista Iberoamericana de Educatión Matemática, 20, 13-31.

Goetz, J. & LeCompte, M. (1988). *Etnografia y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.

Goldenberg, M. (2009). *A arte de pesquisar. Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais* (11ª Edição). Editora Record LTDA. Rio de Janeiro. ISBN 978-85-01-04965-0.

Gomes, M. (2004). *Educação a Distância: um estudo de caso sobre formação contínua de professores via Internet*. ISBN: 972-8746-22-9.

Greenberg, M. J. (1994). *Euclidean and non-Euclidean geometries: Development and History* (3. ª Edição). New York: w. H. Freeman and Company. ISBN 0-7167-2446-4.

Guérios, E. C. (2002). *Espaços Oficiais e Intersticiais da Formação Docente: Histórias de um Grupo de Professores na Área de Ciências e Matemática*. (Tese de doutoramento). Faculdade de Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.

Gutiérrez, A. (2005). *Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizzaje de la demonstración mediante exploraciones com softtware de Geometría dinámica*. Maz, A., Alfonso, B., & Rodriguez, M. (Eds). Actas del Simpósio de la Sociedad Española de Investigación em Educación Matemática (SEIEM), 27-44.

Hatton, N. & Smith, D. (1994). *Facilitating Reflection: Issues and Research.* Papert presented at the Conference of the Australian Teacher Education Association (July 3-6, 1999).

Brisbane, Qeensland: Austrália. Disponível em: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED375110.pdf (acedido 26 de Fevereiro de 2012)

Hatton, N. & Smith, D. (1995). *Reflection in Teacher Education – towards definition and* implementation. *Teaching and Teacher Education,* 11(1), 33-49.

Hohenwarter M. & Hohenwarter J. *Ajuda GeoGebra. Manual Oficial da Versão 3.2.* (Tradução e adaptação para português de Portugal. de A. Ribeiro (2009). Disponível em: http://www.GeoGebra.org/help/docupt_PT.pdf (acedido 7 de Maio de 2010)

Hohenwarter, M. (2013). GeoGebra 4.4 – from Desktops to Tablets. *Indagatio Didactica*, 5(1), 8-18.

Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). *Dynamic Mathematics With GeoGebra*. Disponível em: http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html (acedido 17 de Abril de 2012).

Jonassen, D. H. (2000). *Computadores, Ferramentas Cognitivas. Desenvolver o pensamento crítico nas escolas*. Porto: Porto Editora. ISBN: 978-972-0-34173-0.

Kilpatrick, J. (2009). O olhar de um especialista internacional em currículo de Matemática, *Educação e Matemática*, 105, 50-52. Lisboa: APM.

King, J., & Schattschneider, D. (2003). *Geometria dinâmica*. Selecção de textos do livro Geometry Turned On! Lisboa: APM. ISBN: 972-8768-06-0.

Kuhn, T. (1970). *The structure of scientific revolution*. (2ª Ed) Chicago: University of Chicago Press.

Kuhn, T. (1983). *Commensurability, comparability, communicability*. PSA 1982, 2, 669-688.

Kuhn, T. (2003). *A estrutura das revoluções científicas* (8.ª Ed.). São Paulo: Perspectiva, 2003.

Lagrange, J.B. (2009). Innovations technologiques dans l'enseignement des mathématiques: paradigmes et changement de la professionnalité de l'enseignant. *Quadrante*, 18 (1 e 2), 29-52.

Landim, A. B. (2008). Professores de Matemática em Brasil para Formação. In Ministério da Educação e Ensino Superior. *Educação em notícias*, 8, Ano II (5.ª Edição).

Lesne, M. (1984). *Trabalho pedagógico e formação de adultos*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian (Ed. Original 1977).

Lessard-Hébert, M., Goyette, G. & Boutin, G. (1996). *Investigação qualitativa: fundamentos e práticas*. Lisboa. Piaget.

Lima, E. L. (1996). *Isometrias*. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro: GRAFTEX Comunicação Visual.

Loureiro, C. (2008). Literacia Matemática. Uma procura de contributos para formar cidadãos mais críticos e intervenientes. In A.P. Canavarro (Ed.), *20 Anos de temas na EeM* (pp. 14-25). APM. Lisboa.

Loureiro, C. (2009). Geonetria no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. Contributos para uma gestão curricular reflexiva, *Educação e Matemática*, 105, 61-66. Lisboa: APM.

Lüdke, M. & André, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU. Editora Pedagógica e Universitária Ltda.

Maarof, N. (2007). Telling his or her story through reflective journals. Education Journal, 8(1), 205-220. Disponível em:

http://ehlt.flinders.edu.au/education/iej/articles/v8n1/Maarof/paper.pdf (acedido 1 de Março de 2012).

Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. *Sisifo, revista de Ciências da Educação*, 08, 7-22.

Marioti, M. A. (1999). *Geometry: dynamic intuition and theory*. Dipartamento di Matematica Università di Pisa. Itália. Disponível em: http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers/mariotti.pdf (acedido 7 de Junho de 2012).

Martins, C. (2003). Os Actuais Modelos de Formação de Professores: Reflexões. Universidade Aberta Internacional da Ásia. In E. Andrade (Coord.) (2003). *Teoria e Práticas Educativas na Formação de Professores*. *Desafios para o Século XXI* (pp. 27-38). Praia: Cabo Verde.

Matos, J. F. (2008). Cinco pontos fundamentais para transformar a Educação Matemática. In A. P. Canavarro (Ed.), *20 Anos de temas na EeM* (156-163). APM: Lisboa.

Matos, J. F. (s/d). *Actividades de Investigação e Desenvolvimentos* (com apoio de agências de financiamento). Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/projectosjf.htm (acedido 20 de Maio de 2011).

ME & UNICEF (1998). *Quotidien et Education: Les Defis de L'Ecole au Cap Vert*. Escritório do Unicef em Cabo Verde.

ME (1996). *Programa de Matemática – Tronco Comum (7º e 8º Anos)*. Cabo Verde.

ME (2001). *Currículo nacional para o ensino básico. Competências essenciais*. Lisboa: ME-DEB.

MED (2011). *Educação em Notícias*. Ano V, nº 12, Novembro/Dezembro de 2011. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 7 de Janeiro de 2012).

MED (2012a). Entrevista à Ministra da Educação e Desporto. *Educação em Notícias*. Ano VI, nº 14, 2-3, Abril/Maio de 2012. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 10 de Julho de 2012).

MED (2012b). Professores do Ensino Básico participam em formação no Brasil. *Educação em Notícias*. AnoVI, nº 15, 2, Julho/Agosto 2012. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 29 de Agosto de 2013).

MED (2012c). *Educação em Notícias*. Ano VI, nº 13, Fevereiro/Março de 2012. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 10 de Julho de 2012).

MED (2012d). *Educação em Notícias*. Ano VI, nº 16, Setembro/Outubro de 2012. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 15 de Novembro de 2012).

MED (2013a). *Educação em Notícias*. Ano VII, nº 17, Fevereiro/Março de 2013. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 10 de Maio de 2013).

MED (2013b). *Educação em Notícias*. Professores do EB e ES recebem formação no Brasil. Ano VII, nº 18, Junho/Julho de 2013. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 9 de Agosto de 2013).

Medina, A (2012a). Entrevista. Professor em Foco. *Educação em Notícias*. Ano VI, nº 14, 6-7, Abril/Maio de 2012. Disponível em: www.minedu.gov.cv (acedido 10 de Julho de 2012).

Medrado, B. P. (2006). *Espelho, espelho meu: um estudo sociocognitivo sobre a conceptualização do fazer pedagógico em narrativas de professores*. (Tese de Doutoramento). Recife: Universidade Federal de Pernanbuco. Disponível em: http://www.pgletras.com.br/2006/teses/tese-betania.pdf (acedido 5 de Março de 2012).

Melo, H. (2012). A Matemática num contexto de Projeto Educativo: evolução, estruturação, criatividade, ensino e objetividades. *Educação e Matemática*, 116, 8-11.

Mercado, L. P. (2000). Novas tecnologias na educação: novos cenários de aprendizagem e formação de professores. In Maria Antonieta Oliveira. *Reflexões sobre o conhecimento e educação*. Maceió: EDUFAL.

Mercado, L. P. (2002.). Novas Tecnologias na educação: reflexões sobre a prática. Maceió: INEP / EDUFAL, 2002.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.

Ministério da Educação e Valorização dos Recursos Humanos (2003). *Plano Estratégico da Educação* (PEE). Cabo Verde.

Ministério da Educação e Valorização dos Recursos Humanos. *Plano Nacional de Educação para Todos 2003-2010*. Cabo Verde.

Ministério da Educação, Ciência e Cultura (1996). *Planos de Estudos do Ensino Secundário*. Cabo Verde.

Ministério de Educação e Ensino Superior (2003). Sistema de Avaliação do Ensino Secundário. Cabo Verde.

Ministério de Educação e Ensino Superior. Anuário da Educação 2006/2007, Março de 2008. Cabo Verde: Gabinete de Estudos e Planeamento (GEP).

Ministério de Educação e Ensino Superior (2009). Anuário da Educação 2007/2008, Abril de 2009. Cabo Verde: Gabinete de Estudos e Planeamento (GEP).

Ministério de Educação e Ensino Superior. Anuário da Educação 2008/2009, Outubro de 2009. Cabo Verde: Gabinete de Estudos e Planeamento (GEP).

Ministério de Educação e Ensino Superior (2006). *Documento Orientador da Revisão Curricular*. Cabo Verde: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário (DGEBS).

Moon, J. (2005). *Guide for Busy Academics No.4. Learning through reflection*. Disponível em: http://www.heacademy.ac.uk/resources/detail/id69_guide_for_busy_academics_no4_moon (acedido 15 de Março de 2012).

Morais, C. (2004). Competências matemáticas: Interpretação por Professores do Ensino Básico. In António Borralho; Cecília Monteiro; Rui Espadeiro (org). *A Matemática na Formação do Professor. XII Encontro de Investigação em Educação Matemática.* Universidade de Évora: Évora, 2004.

Morais, D. B.; Parente, H. A.; Soares, M. J. & Pereira, S. G. (2003). Supervisão colaborativa: potencial na formação contínua do professor. In F. Vieira; M. A. Moreira, I. Barbosa, M. Paiva, I. Fernandes (Ed.). *Pedagogia para a autonomia. Resistir e agir estrategicamente*, (pp. 213-233). Actas do 2º encontro do Grupo de Trabalho – Pedagogia para a autonomia (GT – PA). Braga: CIEd. ISBN 972-8746-13-X.

Moreira, M. (2000). Inovação, Currículo e Formação. In M. do C. Roldão & R. Marques (Ed.). *Para a Inovação das Práticas Supervisivas: um programa de Formação de Supervisores pela Investigação-ação*. Colecção CIDInE (pp. 138-149). Porto: Porto Editora. ISBN – 972-0-34732.

Moreira, M. (2004). O papel da supervisão numa pedagogia para autonomia. In F. Vieira; M. A. Moreira; I, Barbosa, M. Paiva; I. Fernandes (Ed.). *Pedagogia para a autonomia. Resistir e agir estrategicamente* (pp. 133-147). Actas do 2º encontro do Grupo de Trabalho – Pedagogia para a autonomia (GT – PA). Braga: CIEd. ISBN 972-8746-13-X. Disponível em: http://hdl.handle.net/1822/4115 (acedido 19 de Janeiro de 2011)

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

NCTM (2000). Executive Summary - *Principles and Standards for School Mathematics.*Reston, VA: NCTM. Disponível em: http://www.nctm.org/uploadedFiles/Math_Standards/12752_exec_pssm.pdf (acedido 6 de Maio de 2010)

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2008). Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2.ª Edição). Lisboa: APM. (Texto original publicado em inglês em 2000). ISBN: 978-972-8768-24-9.

Néri, I. C. (2010). *Geometria Dinâmica*. Disponível em: http://www.Geometriadinamica.com/ (acedido 7 de Maio de 2010)

Neto, J., Jacobucci, D., & Jacobucci, G. (2007). Para onde vão os modelos de formação continuada de professores no campo da educação em ciências? *Horizontes,* 25(1), 73-85.

Neto, T., Breda, A., & Godino, J. (2011). Desenvolvimento do raciocínio dedutivo ao nível do ensino secundário: recurso a Geometrias planas. *Quadrante*, 20 (1), 83-98.

Niglas, K. (2001). Paradigms and Methodology. In *Educational Research European Conference on Educational Research*, Lille, 5-8 September 2001. Disponível em: http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/00001840.htm (acedido 14 Março de 2010)

Niss, M. (1983). Considerations and experiences concerning integrated courses in mathematics and other subjects. In M. Zweng et al. (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress in Mathematical Education* (pp. 247-249). Boston, MA: Birkhauser.

Nóvoa, A (1991). Conceções e Práticas de Formação Contínua de Professores. In I Congresso Nacional de Formação Contínua de professores. *Formação Contínua de professores. Realidades e Perspectivas,* (pp. 15-38). Universidade de Aveiro: Aveiro.

Nóvoa, A. (2002). Os professores e o "novo" espaço público da educação. In A. Nóvoa (Ed.), *Formação de professores e trabalho pedagógico* (pp. 9-29). Lisboa: Educa.

Nóvoa, A. (2009). *Professores: Imagens do futuro presente. Lisboa*: educa. ISBN – 978-989-8272-02-7.

Núcleo Operacional para a Sociedade de Informação (2009). *Programa "Mundu Novu"*. As Tecnologias de Informação e Comunicação ao Serviço de Ensino em Cabo Verde.

Oliveira, D. (2012). Políticas de formação continuada de professores. In D. Motta de Oliveira (Ed.), *Formação continuada de professores: Contribuições para o debate* (pp. 17-28). UFJF.

Oliveira, D., Guedes, L., Vieira, M., Cardoso, M., & Ferreira, P. (2012). Cadernos de boas práticas: O passo a passo para a formação dos profissionais da escola Mineira. In D. Motta de Oliveira (Ed.), *Formação continuada de professores: contribuições para o debate* (pp. 39-53).

Oliveira, L. & Silva, S. (2012). O programa GESTAR II de Matemática no município de Ipatinga: Uma possibilidade de abertura de um espaço intersticial de formação continuada. In D. Motta de Oliveira (Ed.), *Formação continuada de professores: contribuições para o debate* (pp. 131-144).

Oliveira, L. (1997). A Ação-investigação e o desenvolvimento profissional dos professores. Um estudo no âmbito da formação contínua. In Idália Sá-Chaves (Ed.), *Percursos de formação e desenvolvimento profissional* (pp. 91-106).

Papert, S. (1990). *Computer Criticism vs. Technocentric Thinking*. In "M.I.T. Media Lab Epistemology and Learning Memo No. 1" (November 1990). Disponível em:

http://www.papert.org/articles/ComputerCriticismVsTechnocentric.html (acedido 10 de Março de 2011)

Pardal, A. & Correia, E. (1995). *Métodos e técnicas de investigação social*. Porto: Areal. ISBN: 972-627-344-7.

Pardal, A. & Lopes, E. (2011). *Métodos e técnicas de investigação social*. Porto: Areal. ISBN: 978-989-647-254-2.

Perrenoud, P. (1999). *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artes Médias Sul.

Perrenoud, P., Thurler, M. G., Macedo, L. Machado, N. J., & Allessandrini, C. D. (2002). *As competências para ensinar no século XXI*: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed.

Pinheiro, J, & Cabrita, I. (2012). m@c1/2 – uma experiência de formação contínua em Matemática. *Indagatio Didactica*, 4(1), 271-292.

Pinheiro, J. & Cabrita, I. (2013).O desenvolvimento do raciocínio proporcional num ambiente dinâmico de geometria dinâmica: ressonância de um programa de formação contínua em matemática – m@c2. *Indagatio Didactica*, 5(1), 184-200.

Ponte J. P., Serrazina, L. Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G., & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Ponte, J. P. (1991). A Formação Contínua na Estaca Zero? In I Congresso Nacional de Formação Contínua de professores. *Formação Contínua de professores. Realidades e Perspectivas*, (pp. 129-142). Universidade de Aveiro: Aveiro.

Ponte, J. P. (1997). *O conhecimento profissional dos professores de Matemática* (Relatório final de Projecto "O saber dos professores: Conceções e práticas"). Lisboa: DEFCUL.

Ponte, J. P. (1998). *Da formação ao desenvolvimento profissional*. In Actas do ProfMat 98 (pp. 27-44). Lisboa: APM. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ (acedido 24 de Maio de 2011)

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM

Ponte, J. P. (2003). Investigar, ensinar e aprender. Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa: APM. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf (acedido 21 de Maio de 2012).

Ponte, J. P. (2005a). A formação do professor de Matemática: Passado, presente e futuro. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Orgs.), *Educação Matemática: caminhos e encruzilhados* (pp. 267-284). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2005b). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006). *Estudos de caso em Educação Matemática*. Bolema, 25, 105-132.

Ponte, J. P. (2008). A investigação em Educação Matemática em Portugal: Realizações e perspectivas. In R. Luengo-Ganzaléz, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín & L. B. Nieto (Eds), *Investigatión en educación Matemática XII* (pp. 55-78). Badajoz: SEIEM.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Boavida, A. M., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). Didáctica da Matemática. Material para apoio do professor. 2ª Edição. Ministério da Educação. Departamento do Ensino Secundário. Lisboa.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, G. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Professores das turmas piloto do 6º ano de escolaridade (2010). *Reflexão, Rotação e Translação. Propostas de conjunto de tarefas para o 2º ciclo*. DGIDC: Lisboa.

Professores das turmas piloto do 8º ano de escolaridade (2009). *Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico*. DGIDC: Lisboa.

Quivy, R. & Campenhoudt, L. (2005). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.

Reiman, A. & Oja, S. (2006). Toward a Practice-Based theory for Professional education: Fostering teachers ethical and conceptual judgement. In F. K. Oser, F. Achtenhagen & U. Renold (Eds.). *Competence oriented teacher training-old research demands and new pathways*, (pp. 129-147). Rotterdam: Sense Publishers.

Ribeiro, A. (2005). *O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura Matemática.* (Tese de Doutoramento). Aveiro: Universidade de Aveiro.

Ribeiro, N., Gouveia, L. & Rurato, P. (2003). *Informática e Competências Tecnológicas para a Sociedade de Informação*, 2003. Edições Universidade Fernando Pessoa. ISBN: 972-8830-04-1. http://www2.ufp.pt/~lmbg/livro_ict03.htm (acedido 7 de Fevereiro de 2013)

Richards, Jack C. 1990. The teacher as self-observer. In Jack C. Richards, *The Language Teaching Matrix*. New York: Cambridge University Press (pp. 118-143)

Rocha, G., Segurado, I., & Capela, M. (2010). O perímetro com recurso ao GeoGebra. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.). *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 121-138). Lisboa: APM.

Rocha, M. I. (2010). *Contribuições de um Programa de Formação Contínua em Matemática para o Desenvolvimento profissional dos Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico*. (Tese de Doutoramento). Badajoz: Universidade de Extremadura.

Rodrigues, M. G. (2008). Prefácio. In *Os novos paradigmas. Como as mudanças estão mexendo com as empresas* (5ª Edição). São Paulo: Manole. ISBN: 978-85-204-2743-9.

Roldão, M. C. (2003). *Gestão de Currículo e Avaliação de Competências*. Presença: Lisboa

Roldão, M. C. (2005). Para um currículo do pensar e do agir: as competências enquanto referencial de ensino e aprendizagem. *Suplemento de En Direct de l'APPF*, 9-20.

Roldão, M. C. *et al*. (2000). Avaliação do impacto da formação. Lisboa: Edições Colibri.

Sampieri R., H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2006). *Metodologia de Pesquisa*. S. Paulo: Mcgraw Hill, 2006. ISBN: 85-8680493-2.

Santiago, R., Alarcão, I., & Oliveira, L. (1997). Percursos na formação de adultoss. Apropósito do modelo de M. Lesne. In Idália Sá-Chaves (Ed.), *Percursos de Formação e Desenvolvimento Profissional*. Colecção CIDInE, 3, 9-36. Porto: Porto Editora. ISBN – 972-0-34723-6.

Santos, L. (2000). *A Prática Lectiva como Actividade de Resolução de Problemas: Um Estudo com Três Professoras do Ensino Secundário* (Tese doutoramento). Lisboa: FCUL.

Saraiva, M. (2002). *O conhecimento e o desenvolvimento profissional de professores de Matemática: Um projecto colaborativo.* (Tese de doutoramento). Lisboa: FCUL.

Saraiva, M., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante, 12*(2), 25-52.

Schattschneider, D. (2003). Visualização de conceitos da teoria dos grupos com *software* de Geometria dinâmica. In *Geometria Dinâmica. Selecção de textos do livro Geometry Turned On*!, (pp. 137-145). Lisboa: APM. ISBN: 972-8768-06-0.

Schön, D. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. London: Avebury.

Schön, D. (1992a). Formar professores como profissionais reflexivos. Em A. Nóvoa (Ed.), *Os professores e a sua formação* (pp. 77-91). Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Schön, D. (1992b). *La formación de professionales reflexivos: hacia un nuevo diseo de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Barcelona: Paidós. ISBN – 84-7509-730-8

Serrazina, L. (2002) & Oliveira, I. A reflexão e o professor como investigador. In GTI-Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 283-308). Lisboa: APM. ISBN – 972-8768-01-X.

Serrazina, L. (2007). *A formação contínua em Matemática de professores do 1º ciclo do ensino Básico. Reflexão e ação*. Escola Superior de Educação de Lisboa.

Serrazina, L., Canavarro, A. P., Guerreiro, A., Rocha, I. & Portela, J. (2011). O programa de formação contínua em Matemática: contributos da investigação. Disponível em: http://dspace.uevora.pt/rdpc/handle/10174/4825 (acedido 14 de Abril de 2012).

Serrazina, L., Gomes, F., Rosa, J. & Portela, J. (Ed.). (2011). Formação Contínua – Relatos e Reflexões. *Edulink*. Escola Superior de Educação. Instituto politécnico de Lisboa.

Serrazina, M.L. (2009). O Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º e 2º ciclo do Ensino Básico: Balanço Possível. *Interações*, 12, 4-22. Lisboa.

Serrazina, M.L., Canavarro, A.P., Gouveia, M. J., Guerreiro, A., Rocha, I. & Portela, J. (2005/06 a 2007/08). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos1º e 2ºciclos do Ensino Básico*. DGIDC.

Serrazina, M.L., Canavarro, A.P., Guerreiro, A., Rocha, I. & Portela, J. (2008/09 a 2010/11). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico*. DGIDC.

Severino, A. J., Freitas, H. L., Libâneo, J. C., Menezes, L. C., & Pimenta S. G. (2003). Documento Norteador para elaboração das Diretrizes Curriculares para Discursos de Formação de Professores. In. *III Congresso Internacional sobre Formação de Professores nos países de Língua e Expressão Portuguesas* - CIFOPLED.

Shulman, L. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational Researcher, 15(2), 4-14.

Shulman, L. (1987). *Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. Harvard Educational Review, 57, 1-27.

Shulman, L. (1999). *Portafolios del docente: Una actividad teórica*. En Nona Lyons (Ed.), El uso de portafolio: Propuestas para un nuevo profesionalismo (pp. 44-62). Buenos Aires: Amorrortu editors (obra original em inglês, publicada em 1998).

Silva, A. & Castro, A. (2008). Formação continuada de professores: uma nova configuração a partir da lógica do mercado. *Quaestio*, 10, (1/2), 185 – 208.

Silva, A., Correia, A. & Lima, I. (2010). *O conhecimento e as tecnologias na sociedade da informação. Revista Interamericana de Bibliotecologia*, 33(1), 213-239.

Silva, C. M. (2009). *O Currículo de Matemática do 1º ciclo do Ensino Secundário de Cabo Verde na perspetiva de professores*. (Dissertação de mestrado). Évora: Universidade de Évora.

Sebastião e Silva, J. (1999). *Textos didácticos, Vol. I*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Silva, L. J. (2012). Formação continuada de professores de Matemática e o GESTAR II: possibilidades e limites. In D. Motta de Oliveira (Ed.), *Formação continuada de professores: Contribuições para o debate* (pp. 97-110).UFJF.

Silva, R. (2005). *Análise e avaliação do Cabrie-Géomètre – um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. (Dissertação de mestrado). Aveiro: Universidade de Aveiro.

Silva, R., & Cabrita, I. (2005). O Cabri-Geométre ao serviço da avaliação para as aprendizagens. *Atas do SIEM XVI*. Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 415-433).

Silveira, A. & Cabrita, I. (2012a). *GeoGebra: uma alternativa para o ensino e aprendizagem da Geometria*. I WorkShop Internacional sobre o ensino da Língua Portuguesa, Matemática e Disciplinas Afins. Praia: Universidade de Cabo Verde.

Silveira, A. & Cabrita, I. (2012b). *Oficina de formação para Professores dos Ensinos Básico e Secundário: Geometria e potencialidades do GeoGebra*. I WorkShop Internacional sobre o ensino da Língua Portuguesa, Matemática e Disciplinas Afins. Praia: Universidade de Cabo Verde.

Silveira, A. & Cabrita, I. (2013). O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. *Indagatio Didactica*, 5(1), 149-170.

Silveira, A. (2008a). *Proposta e discussão do modelo b-Learning para a Universidade Pública de Cabo Verde*. (Dissertação de mestrado). Aveiro: Universidade de Aveiro.

Silveira, A., Caixinha, H., Almeida, A., Carlos, V., & Rodrigues, S. (2010). *Paradigmas de Investigação*. Trabalho realizado no âmbito da disciplina Metodologias de Investigação em Educação. Programa Doutoral em Multimédia em educação. Universidade de Aveiro. Disponível em: http://wiki.ua.sapo.pt/wiki/Paradigmas_de_Investiga%C3%A7%C3%A3o

Silveira, B. (2008b). Tecnologias na Escola. In Ana Paula Canavarro (Ed.), *20 Anos de temas na EeM* (pp. 138-162). APM: Lisboa.

Simão, B. (2013). Construção e integração de conteúdos em formato digital no domínio da Matemática – uma experiência pedagógica. *Indagatio Didactica*, 5(1), 40-59.

Smyth, J. (1991). *Teachers as collaborative learners*. Milton Keynes: Open University Press. ISBN – 0-335-09587-9.

Sousa, S. (2003). *Tecnologias de Informação. O que são? Para que servem?* Lisboa: FCA – Editora de Informática. ISBN: 972-722-385-0.

Sparks, D. & Louks-Horsley, S. (1990). Models of staff development. In W. Houston (Eds.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 234-250). New York: MacMillan PUB.

Stake, R. E. (2009). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso* (2ª Edição). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2009. ISBN 978-972-31-1187-3.

Szucs, E. U. (2009). The role of teachers in the 21st century. *Sens Public*, 1-8. Disponível em: http://www.sens-public.org/article.php3?id_article=667 (acedido 5 de Abril de 2012).

Tenreiro-Vieira, C. (2009). Impacte de um programa de Formação Contínua em Matemática em professores e alunos dos primeiros anos de escolaridade. *UNIÓN, Revista iberoamericana de Educação Matemática*, 19, 77-92.

Teodoro, A. (1991). A Formação Contínua dos Professores num contexto de Reforma. In I Congresso Nacional de Formação Contínua de professores. *Formação Contínua de professores. Realidades e Perspectivas* (pp. 39-54). Universidade de Aveiro: Aveiro.

Trindade, V. (2003). A Formação de Professores de Ciências numa Perspectiva Humanista. In Elisa Andrade (Coord). *Teoria e Práticas Educativas na Formação de Professores. Desafios para o Século XXI,* (pp. 63-68). Instituto Superior de Educação: Praia.

UNESCO (2006). *World data on Education*. Disponível em: http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/archive/Countries/WDE/2006/SUB-SAHARAN_AFRICA/Cape_Verde/Cape_Verde.pdf (acedido 29 de Maio de 2010)

Uni-CV (2010). Formação Contínua de Professores de Matemática (1º ciclo ES) no âmbito do Projecto Edulink. *Qualificação de professores em países Lusófonos e Revisão Curricular do Ensino Secundário de Cabo Verde*. (documento não publicado)

Vale, I. (2002). *Didáctica da Matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. (Tese de Doutoramento). Aveiro: Universidade de Aveiro.

Vale, I. (2004). Algumas Notas sobre Investigação Qualitativa em Educação Matemática – O Estudo de Caso. In Isabel Vale e José Portela (Eds.), *Revista da Escola Superior de Educação*, 5, 171-202. Viana do Castelo: ESEVC.

Valente, J. A. (1993). "Diferentes usos do Computador na Educação". In J. A. Valente (Ed.), *Computadores e Conhecimento: Repassando a Educação*. Campinas, SP, Gráfica Central da Unicamp. Disponível em: http://pan.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas.php (acedido 11 de Junho de 2010)

Valente, J. A. (Ed.), (1998). Informática na Educação. *O computador auxiliando o processo de mudança na escola*. Campinas, SP: NIED-UNICAMP. Disponível em: http://www.nte-jgs.rct-sc.br/valente.htm (acedido 8 de Junho de 2010)

Valente, J. A. (2001). (Ed.). Aprendendo para a vida: os computadores na sala de aula. São Paulo: Cortes, 2001.

Veloso, E. (1998). *Geometrias: Temas actuais- Materiais para professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. ISBN : 973-8353-26-X.

Veloso, E. (2004). Educação Matemática dos futuros professores. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro, *A Matemática na Formação do Professor* (pp. 31-68). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade de Ciências de Educação. ISBN: 972-8614-04-7.

Veloso, E. (2012) Simetria e Transformações Geométricas. Textos de Geometria para Professes. Grupo de Trabalho de Geometria, APM. ISBN: 978-972-8768-49-2.

Veloso, E., & Candeias, N. (2003). Prefácio. In J. King & D. Schattschneider (Eds.). *Geometria dinâmica. Selecção de textos do livro Geometry Turned On*! Lisboa: APM. ISBN: 972-8768-06-0.

Viana, V. (2013). Descriptive Geometry Learning is no more threatened by dynamic geometry *software* than stairs by elevators. *Indagatio Didactica*, 5(1), 85-102.

Vieira, I. (1993). *Supervisão.* Uma Prática Reflexiva de Formação de Professores. Rio Tinto: Edições ASA.

Vieira, I. (2006). Formação reflexiva de professores e pedagogia para a autonomia: para a constituição de um quadro ético e conceptual da supervisão pedagógica. In Flávia Vieira et al. *No caleidoscópio da supervisão: imagens da formação e da pedagogia*, p. 15-44. Edições Pedago: Mangualde. ISBN: 972-8980-04-3

Vieira, I.; Moreira, A.; Barbosa, I. Paiva, M. & Fernandes, I. (2006). *No caleidoscópio da supervisão: imagens da formação e da pedagogia*. Edições Pedago: Mangualde. ISBN: 972-8980-04-3

Vigotsky, L. S. (1934). Pensamento e Linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

Villani, C. & Colin, W. (1999). *Collaborative training. The Sythesised Professional Supervision Model*. Papert presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (April, 19-22, 1999). Montreal, Quebec: Canadá. Disponível em: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED431155.pdf (acedido 17 de Março de 2012)

Wallace, M. (1991). *Training Foreign Language Teachers. A Reflective Approach*. Oxford: OUP.

Yin, R. K (2005). *Estudo de caso*. Planeamento e Métodos (3ª Edição). São Paulo: BOOKMAN. ISBN: 0-7619-2553-8.

Zeichner, K. (1993). *A Formação Reflexiva de Professores*: Ideias e práticas. Lisboa: Educa.

Zeichner, K. M. (2008). Uma análise crítica sobre a “reflexão” como conceito estruturante na formação docente. Educ. Soc., Campinas, 29(103), 535-554. Tradução e revisão técnica de Júlio Emílio Diniz-Pereira. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v29n103/12.pdf (acedido 17 de Março de 2012)

Legislação cabo-verdiana consultada

Decreto-Lei nº 103/111/90 de 29 de Dezembro de 1996. Lei de Bases do Sistema Educativo de Cabo Verde.

Decreto-Lei nº 2 de 2004. Estatuto do Pessoal Docente.

Decreto-Lei nº 2/2010 de 7 de Maio. Lei de Bases do Sistema Educativo de Cabo Verde.

Decreto-Lei nº 25/2001 de 5 de Novembro. Lei Orgânica do Ministério da Educação, Cultura e Desportos.

Legislação portuguesa consultada

Decreto-Lei nº 139-A/90, de 28 de Abril. Estatuto da Carreira dos Educadores e dos Professores dos EB e ES.

Decreto-Lei nº 15/07, de 19 de Janeiro. Regime Jurídico da Formação Contínua de Professores.

Decreto-Lei nº 249/92, de 9 de Novembro. Regime Jurídico da Formação Contínua do Pessoal Docente.

Decreto-Lei nº 344/89, de 11 de Outubro. Ordenamento Jurídico da Formação dos Educadores de Infância e dos Professores dos Ensinos Básicos e Secundários.

Decreto-Lei nº 46/86, de 14 de Outubro. Lei de Bases do Sistema Educativo.

Despacho conjunto nº 812/2005 de 23 de Setembro. Diário da República II série, nº 204, 24 de Outubro de 2005.

Despacho nº 6754/2008 de 7 de Março. Diário da República II série, nº 48, de 7 de Março de 2008.

Despacho nº 8783/2010 de 24 de Maio. Diário da República II série, nº 100, de 24 de Maio de 2010.

ANEXOS

Lista de Anexos

Anexo I – Guião do questionário inicial aplicado aos professores

QUESTIONÁRIO INICIAL AOS PROFESSORES

O presente questionário foi construído no âmbito da elaboração de uma Tese de Doutoramento em Multimédia em Educação. Tem por principal finalidade avaliar o impacto, em professores e alunos, de um Programa de Formação Contínua centrado na abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas, apoiada pela exploração de ambientes dinâmicos de geometria dinâmica (GeoGebra), no desenvolvimento de competências geométricas, curriculares, didáticas e tecnológicas.

Com este questionário, pretende-se conhecer o nível de conhecimentos dos inquiridos a informática, a sua atitude perante a mesma e saber se e como utilizam os recursos tecnológicos no contexto educativo.

A confidencialidade e o anonimato das informações recolhidas serão garantidos e sobre estas nenhum juízo de valor será construído.

I. Dados Biográficos

Sexo: M ☐ F ☐
Data de nascimento: ____/____/_______
Grau académico:
Área de Formação:
Anos de experiência como docente de matemática:
Anos de experiência como docente de matemática no ensino secundário:

II. Tecnologias Informáticas

1. Durante a sua formação, teve alguma disciplina relacionada com Tecnologias Educativas?

Sim	
Não	

2. Como classifica o seu nível de conhecimento em informática?

Insuficiente	
Suficiente	
Bom	
Muito Bom	

3. Indique os aplicativos genéricos que usa e a respetiva frequência com que o faz:

Parâmetros	**Nunca**	**Raramente**	**Várias Vezes**	**Sempre**
Microsoft Office Word				
Microsoft Office Excel				
Microsoft Office Power Point				
Microsoft Internet Explorer				
Paint				
Outro(s) aplicativos. Qual(ais)?				

4. Tem acesso a um computador?

Sim	
Não	

Se respondeu "sim" à questão anterior, indique:

4.1. o local e a frequência de acesso:

Parâmetros	**Nunca**	**Raramente**	**Várias Vezes**	**Sempre**
Em casa				
No local de trabalho				
Em casa de amigos				
Em locais públicos				
Outro (s) locais. Qual(ais)?				

4.2. a finalidade e a frequência de utilização do computador

Parâmetros	**Nunca**	**Raramente**	**Várias Vezes**	**Sempre**
Gestão de informação pessoal				
Pesquisas na Internet				
Preparação de aulas				
Apresentação de conteúdos matemáticos				
Síntese de conteúdos matemáticos				
Orientação da exploração pelos próprios alunos				
Outra(s). Qual(ais)?				

III Softwares Educativos a Matemática

1. É possível aceder com facilidade a uma sala de informática da Escola à qual está afeto(a) para o ensino da Matemática?

Sim	
Não	

2. Já frequentou alguma formação sobre a utilização de softwares educativos para a Matemática?

Sim	
Não	

2.1. Em caso afirmativo, indique o(s) software(s) utilizado(s) ________________________

____

2.2. Em caso negativo, indique quais as razões para nunca ter participado em formação sobre o uso de softwares educativos para a Matemática.

____

____

3. Considera importante o uso de softwares educativos a Matemática?

Sim	
Não	

Justifique.

____

____

____

____

4. Em que unidades temáticas sente mais necessidade de utilizar um software para facilitar a aprendizagem dos seus alunos? Ordene de 1 (menos necessidade) a 4 (mais necessidade) as suas opções.

Números e cálculo	
Estatística e Probabilidades	
Funções	
Geometria	

IV. Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica

1. Considera a Geometria um tema difícil de ser ensinado?

Sim	
Não	

Justifique

____

____

____

____

2. Considera a Geometria um tema difícil de ser aprendido?

Sim	
Não	

Justifique

____

____

____

3. Quando lecciona Geometria, que recursos utiliza como suporte às aulas?

____

____

____

4. Assinale na tabela abaixo os softwares que conhece e/ou que já utilizou no processo educativo da Geometria:

Softwares	**Conheço**	**Já utilizei**
- Maple		
- Cinderela		
- Cabri-Géomètre II Plus		
- Cabri-Géomètre 3D		
- Geometry Sketchpad		
- GeoGebra		
- Outro(s). Qual(ais)?		

4.1. Caso não tenha assinalado a utilização de qualquer software, justifique as principais razões____

____

____

____

____

____

4.2. Caso tenha assinalado a utilização de algum software, descreve como o(s) utilizou

____

____

____

____

____

5. Relativamente às afirmações que se seguem, manifeste o seu grau de concordância.

Parâmetros **O uso de *softwares* dinâmicos de Geometria pode:**	**Discordo Completamente**	**Discordo parcialmente**	**Concordo parcialmente**	**Concordo Completamente**
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas				
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática				
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático				
Contribuir para o estabelecimento de conexões entre temas matemáticos e entre estes e o dia-a-dia e/ou outras áreas disciplinares				
Contribuir para uma sólida apropriação do sentido geométrico				
Contribuir para uma aprendizagem, mais autónoma e responsável.				
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela.				
Potenciar uma aprendizagem interativa				
Potenciar uma aprendizagem significativa				

Mais apropriado para uma exploração individual, pelos próprios alunos				
Mais apropriado para uma exploração em pares de alunos				
Mais apropriado para uma exploração em grupos de alunos mais alargados				
Mais apropriado para uma exploração, pelo professor, com toda a turma				

V. Isometrias do plano euclidiano

1. Que isometrias aborda(ou) nos diversos anos de escolaridade? ____
____

2. Como costuma abordar esses tópicos? ____
____
____
____
____
____
____
____

3. Descreva uma aula **tipo**, incluindo as principais fases da aula, os materiais/recursos, as formas de trabalho dos alunos, e mais que considerar pertinente.
____
____
____
____
____
____
____

Muito obrigada pela sua colaboração!

Astrigilda Pires Rocha Silveira

Anexo II – Guião do questionário final aplicado aos professores

QUESTIONÁRIO FINAL AOS PROFESSORES

O presente questionário foi construído no âmbito de uma Tese de Doutoramento em Multimédia em Educação da Universidade de Aveiro, intitulada "O GeoGebra na formação e aprendizagem de Transformações Geométricas Isométricas".

Com este questionário, pretende-se obter dados para avaliação da formação. Mais especificamente, pretende-se conhecer a opinião dos formandos sobre o modo como decorreu a formação e averiguar se a utilização do software GeoGebra influenciou ou não a atitude dos mesmos face à utilização de recursos tecnológicos.

A confidencialidade e o anonimato das informações recolhidas serão garantidos e sobre estas nenhum juízo de valor será construído.

I. Perfil

1. Sexo: M ☐ F ☐

2. Data de nascimento: ____/____/_______

3. Nível (is) que lecciona neste ano:

1º Ciclo do Ensino Secundário (7º e 8º anos)	
2º Ciclo do Ensino Secundário (9º e 10º anos)	
3º Ciclo do Ensino secundário (11º e 12º anos)	

II. Objetivos, metodologia, duração e calendarização da formação

1. Relativamente às afirmações que se seguem, manifeste o seu grau de concordância quanto à consecução dos objetivos da formação:

Parâmetros	**Concordo plenamente**	**Concordo**	**Discordo**	**Discordo completamente**
A formação correspondeu às minhas expetativas.				
A formação correspondeu às minhas necessidades de formação nesta área.				
A formação permitiu desenvolver/melhorar métodos e técnicas de trabalho usando o GeoGebra.				

A formação permitiu refletir sobre a prática letiva exercida.				
A formação consciencializou para a necessidade de se implementarem novas práticas pedagógicas, nomeadamente recorrendo à utilização de softwares educativos.				
A formação promoveu a partilha de experiências, materiais e saberes, metodologias e boas práticas no âmbito da integração dos Softwares Educativos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática				
A formação fomentou a colaboração entre professores de Matemática no âmbito da utilização dos softwares educativos.				
A formação permitiu criar situações de aprendizagem mais ricas e envolventes, a partir da utilização do software educativo como instrumento de motivação, interesse e regulação do processo de ensino e de aprendizagem.				

2. Relativamente às afirmações que se seguem, manifeste o seu grau de concordância no que diz respeito à metodologia utilizada durante a formação:

Parâmetros	**Concordo plenamente**	**Concordo**	**Discordo**	**Discordo completamente**
A documentação e materiais de apoio disponibilizados foram suficientes e pertinentes.				
A metodologia foi adequada aos objetivos da formação.				
A metodologia facilitou a aprendizagem dos conteúdos tratados.				
Os formandos foram envolvidos no desenvolvimento da formação.				
A metodologia promoveu o trabalho individual e colaborativo.				

3. Relativamente às afirmações que se seguem, manifeste o seu grau de concordância no que diz respeito à duração e calendarização da formação:

Calendarização e duração	**Concordo plenamente**	**Concordo**	**Discordo**	**Discordo completamente**
O horário foi adequado.				
A duração da ação de formação foi adequada.				

Se a duração não foi adequada, indique qual o número de horas que considera ajustado:

Horas: _______

Justifique a sua opinião:

____

____

____

III. O software GeoGebra e o desenvolvimento de competências geométricas, curriculares, didáticas, tecnológicas e transversais.

1. Relativamente às afirmações que se seguem, manifeste o seu grau de concordância no que diz respeito ao desenvolvimento de competências que a utilização do GeoGebra potenciou:

Parâmetros **O uso do software dinâmico GeoGebra:**	**Discordo completamente**	**Discordo parcialmente**	**Concordo parcialmente**	**Concordo completamente**
Contribuiu para uma visão mais positiva da Matemática				
Contribuiu para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas				
Contribuiu para o desenvolvimento da comunicação matemática				
Contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio matemático				
Contribuiu para o estabelecimento de conexões entre temas matemáticos e entre estes e o dia-a-dia e/ou outras áreas disciplinares				
Contribuiu para uma sólida apropriação do sentido geométrico				
Permitiu a elaboração de conjeturas				

geométricas e respetiva testagem				
Permitiu uma construção mais eficaz de conceitos geométricos				
Permitiu a pesquisa de propriedades e relações entre objetos matemáticos através da manipulação direta dos mesmos				
Possibilitou a realização de tarefas, por vezes, inacessíveis em papel				
Contribuiu para uma aprendizagem mais autónoma e responsável				
Tornou a aprendizagem mais desafiante permitindo um maior controlo sobre ela				
Potenciou uma aprendizagem interativa				
Potenciou uma aprendizagem significativa				
É mais apropriado para uma exploração individual				
É mais apropriado para uma exploração em pares				
É mais apropriado para uma exploração em grupos mais alargados				
É mais apropriado para uma exploração com toda a turma				

2. Gostou de ter explorado conteúdos geométricos com este software?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

3. Depois da sua experiência de formação, qual a sua perspetiva em relação ao uso de softwares educativos dinâmicos de geometria dinâmica no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática? ____

____

____

____

____

4. Considera que existem vantagens na utilização de softwares educativos nas suas práticas letivas?

   Sim ☐ Não ☐

   Indique **3**: ____

   ____

   ____

   ____

   ____

5. Considera que existem desvantagens na utilização de softwares educativos nas suas práticas letivas?

   Sim ☐ Não ☐

   Indique **3**: ____

   ____

   ____

   ____

6. A presente ação de formação trouxe alguns contributos positivos para a sua prática docente?

   Sim ☐ Não ☐

   Justifique:

   ____

   ____

   ____

7. Recomendaria a utilização destes softwares educativos para o ensino de Matemática?

   Sim ☐ Não ☐

   Justifique: ____

   ____

   ____

   ____

IV – Avaliação global da formação

1. Faça uma avaliação global da formação, atribuindo uma classificação no quadro abaixo indicado:

Classificação	
Insuficiente	
Suficiente	
Bom	
Muito Bom	

2. Indique:
   a. 3 aspetos que considerou mais positivos, relativamente ao presente processo de formação____
   ____
   ____
   ____
   ____
   b. 3 aspetos que considerou mais negativos, relativamente ao presente processo de formação____
   ____
   ____
   ____
   ____
3. Apresente sugestões de alterações que efetuaria a esta ação de formação, que considere pertinente no sentido da sua melhoria.
   ____
   ____
   ____

Muito obrigada pela sua colaboração!

Astrigilda Pires Rocha Silveira

Referências Bibliográficas

Folhas, R.; Pombo, L. & Loureiro, M. J. (2009). *Questionário para Avaliação da Ação de Formação*.

Guerra, C. (2009). *Questionário de avaliação do processo de formação no âmbito das unidades curriculares: "TIC e Educação em Ciências" e "Didáctica das Ciências Integrada II*". Departamento de Educação. Universidade de Aveiro, Portugal.

Silva, R. (2005). *Análise e Avaliação do Cabrie-Géométre – um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Silveira, A. (2007). *Proposta e discussão de um modelo b-Learning para a Universidade Pública de Cabo Verde*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Anexo III – Guião do questionário inicial aplicado aos alunos

QUESTIONÁRIO INICIAL AOS ALUNOS

O presente questionário foi construído no âmbito de uma Tese de Doutoramento em Multimédia em Educação da Universidade de Aveiro, intitulada "O GeoGebra na formação e aprendizagem de Transformações Geométricas no plano euclidiano".
Com este questionário pretende-se, principalmente, conhecer a tua relação com o computador, se tens acesso a um, se gostas de trabalhar com ele, que recursos utilizas quando usas o computador bem como a tua opinião sobre as suas potencialidades no processo de Ensino e de Aprendizagem de diversas disciplinas, e especificamente da Matemática.

A confidencialidade e o anonimato das informações recolhidas serão garantidos e sobre estas nenhum juízo de valor será construído.

Responde ao questionário com sinceridade. Para isso assinala com um X a resposta que para ti reflecte o que pensas em cada caso:

I. Perfil dos alunos

1. Sexo: M ☐ F ☐

2. Data de nascimento: ____/____/_______

3. Gostas de Matemática? Sim ☐ Não ☐ Porquê? ________________________________
____
____

4. Tens sido bom aluno(a) a Matemática? Sim ☐ Não ☐

5. Tens tido boas notas? Sim ☐ Não ☐

6. Tens sentido alguma dificuldade em Matemática este ano? E em anos anteriores?
____
____

7. Descreve alguma experiência especialmente interessante vivida em anos anteriores na disciplina de Matemática? ____
____
____

II. O computador

1. Em que local e com que frequência acedes ao computador:

Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
Em casa				
Na Escola				
Em casa de amigos				
Em locais públicos				
No local de trabalho dos pais				
Outro (s) locais. Qual(ais)?				

2. Em média, quantas horas passas no computador por dia? ________________________

3. Frequentaste a disciplina de Informática no 7º ano. Sim ☐ Não ☐

4. Estás a frequentar a disciplina de Informática este ano? Sim ☐ Não ☐

5. Com que finalidade e frequência usas o computador:

Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
Jogar				
Fazer trabalhos				
Pesquisar				
Escrever textos				
Estudar para os testes				
Utilizar softwares educativos				
Comunicar com amigos, colegas, familiares				
Ver filmes				
Ouvir música				
Outra(s). Qual(ais)?				

6. Indica os aplicativos genéricos que usas e a respectiva frequência com que o fazes:

Parâmetros	**Nunca**	**Raramente**	**Várias Vezes**	**Sempre**
Word				
Excel				
Power Point				
Internet Explorer				
Paint				
Outro(s) aplicativos. Qual(ais)?				

7. Conheces todos os programas acima referidos?

Sim ☐ Não ☐

Se respondeu "Não" à questão anterior, indica os que não conheces.

____

____

8. Gostas ou gostavas de utilizar o computador?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Porquê? ____

____

____

9. Sabes abrir um ficheiro que esteja guardado:

Parâmetros	**Sim**	**Não**
Numa pasta do computador		
Num CD-ROM		
Num DVD		
Numa pendrive		
Noutro(s) local(ais). Qual(ais)?		

10. Sabes guardar um ficheiro:

Parâmetros	**Sim**	**Não**
Numa pasta do computador		
Num CD-ROM		
Num DVD		
Numa pendrive		
Noutro(s) local(ais). Qual(ais)?		

III – O computador no processo de ensino e de aprendizagem

1. Usas o computador nas aulas de:

Parâmetros	**Sim**	**Não**
Educação Física		
Educação Visual e Tecnológica		
Estudos Científicos		
Formação Pessoal e Social		
Homem Ambiente		
Língua Francesa		
Língua Inglesa		
Língua Portuguesa		
Matemática		

2. Gostas ou gostavas de usar o computador nas aulas?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Porquê? ____

____

____

3. Consideras importante o uso do computador no processo de ensino e de aprendizagem?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Porquê? ____

IV – Softwares educativos na Matemática

1. Nas aulas de matemática já utilizaste alguns dos seguintes softwares?

Softwares	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre	Desconheço
- Excel					
- Logo					
- Funções					
- Maple					
- Maths pour les Nuls					
- Modellus					
- Cinderella					
- Cabri-Géomètre II Plus					
- Cabri-Géomètre 3D					
- Geometer's Sketchpad					
- Grapmática					
- GeoGebra					
Outro(s). Qual(ais)?					

2. Consideras importante o uso de softwares educativos a Matemática?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

3. Relativamente às afirmações que se seguem, manifesta o teu grau de concordância.

Parâmetros **O uso do softwares a Matemática pode:**	**Discordo completamente**	**Discordo parcialmente**	**Concordo parcialmente**	**Concordo Completamente**
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;				
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação Matemática;				
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático;				
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia;				
Contribuir para que as aulas sejam				

mais interessantes e motivadoras;				
Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;				
Contribuir para que os alunos aprendam duma forma mais significativa;				
Contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática;				
Contribuir para uma apropriação do sentido geométrico;				
Contribuir para uma aprendizagem mais autónoma e responsável;				
Permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica da geometria;				
Permitir uma construção mais eficaz de conceitos geométricos;				
Potenciar o desenvolvimento da visualização espacial e do raciocínio geométrico;				
Ajudar a reconhecer as propriedades das Isometrias;				
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela;				
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;				
Diminuir o distanciamento entre os alunos;				
Facilitar a comunicação entre o professor e o aluno;				
Diminuir a distração dos alunos nas aulas.				

Muito obrigada pela tua colaboração!

Astrigilda Pires Rocha Silveira

Referências Bibliográficas

Azevedo, A. (2009). *O desenvolvimento do Raciocínio Matemático na Aprendizagem de Funções: Uma experiência com alunos do Ensino Secundário*. Departamento de Educação. Universidade de Lisboa, Portugal.

Silva, R. (2005). *Análise e Avaliação do Cabrie-Géométre – um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Silveira, A. (2007). *Proposta e discussão de um modelo b-Learning para a Universidade Pública de Cabo Verde*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Anexo IV – Guião do questionário final aplicado aos alunos

QUESTIONÁRIO FINAL AOS ALUNOS

O presente questionário foi construído no âmbito da Tese de Doutoramento em Multimédia em Educação da Universidade de Aveiro, intitulada "O GeoGebra na formação e aprendizagem de Transformações Geométricas no plano euclidiano".
Com este questionário pretende-se recolher dados e informações passíveis de averiguar se a utilização do GeoGebra influencia ou não o comportamento dos alunos e se contribui para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva, das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e melhoria da aprendizagem dos conteúdos geométricos.

A confidencialidade e o anonimato das informações recolhidas serão garantidos e sobre estas nenhum juízo de valor será construído.

Responde ao questionário com sinceridade. Para isso, assinala com um X a resposta que para ti reflecte o que pensas em cada caso:

I. Perfil

1. Sexo: M ☐ F ☐

2. Data de nascimento: ____/____/_______

II. O Software GeoGebra e o desenvolvimento de competências geométricas, transversais e tecnológicas.

1. Escolhe no quadro que se segue a forma que melhor traduz a tua opinião sobre como se aprende Matemática (podes marcar mais que uma resposta).

Parâmetros	
Fazendo, no caderno, exercícios passados pelo professor	
Estudando no livro	
Repetindo no caderno, os exercícios do livro	
Resolvendo no quadro	
Resolvendo exercícios com a ajuda do computador	

2. Assinala a resposta mais adequada ao teu caso.

Aprender Matemática utilizando o computador foi, para ti, uma experiência:

Muito difícil		Difícil		Normal		Fácil		Muito fácil	

3. Relativamente aos conteúdos de Geometria abordados na experiência com utilização do computador, consideras que:

Parâmetros	
Permitiu aprender mais	
Não alterou o que já sabias	
Permitiu aprender melhor	
Complicou as aulas	

Porquê?

____

____

____

4. Dos conteúdos abordados nesta experiência, de quais gostaste mais? (podes marcar mais que uma resposta).

Parâmetros	
Vetores	
Translação	
Rotação	
Reflexão	
Reflexão deslizante	
Simetrias	
Frisos	
Rosáceas	
Pavimentações	

Qual a razão da tua preferência?

____

____

____

5. Ao longo da experiência gostaste mais de trabalhar:

Sozinho		Com um colega		Em grupo	

Porquê?

---

6. Na tua opinião, nas aulas com utilização do computador, a professora:

Parâmetros	
Explicou igual	
Explicou pior	
Explicou mais	
Explicou melhor	

Explica a tua resposta.

---

7. Para ti foi fácil trabalhar com o software GeoGebra?

Sim ☐ Não ☐

Justifica a tua resposta.

---

8. A utilização do software GeoGebra facilitou-te a aprendizagem dos conteúdos geométricos abordados?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Justifica a tua resposta.

---

9. A estratégia utilizada pela tua professora durante esta experiência contribuiu para uma melhor compreensão dos conteúdos geométricos abordados?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Justifica a tua resposta.

____

____

____

10. Tiveste dificuldade em compreender alguma tarefa?

Sim ☐ Não ☐

Se respondeu “Sim”, indica-a.

____

____

____

III. Apreciação global da experiência

1. Gostaste de ter explorado os conteúdos geométricos com o GeoGebra?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Porquê?

____

____

____

2. A partir desta experiência, ganhaste mais confiança na exploração das potencialidades do GeoGebra?

Sim ☐ Não ☐

3. Na tua opinião, achas importante a utilização deste software no ensino e na aprendizagem da Geometria?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Justifica a tua resposta.

____

____

____

4. Consideras importante o uso de softwares educativos na aprendizagem da Matemática?

Nada		Pouco		Bastante		Muito	

Justifica a tua resposta.

____

____

____

5. Depois desta experiência, como preferes ter aulas de Matemática?

____

____

____

Justifica a tua resposta.

____

____

____

6. Relativamente às afirmações que se seguem, assinala o teu grau de concordância.

Parâmetros **O uso de softwares a Matemática pode:**	**Discordo completamente**	**Discordo parcialmente**	**Concordo parcialmente**	**Concordo completamente**
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;				
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação Matemática;				
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático;				
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia;				
Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;				

Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;				
Contribuir para que os alunos aprendam duma forma mais significativa;				
Contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática;				
Contribuir para uma apropriação do sentido geométrico;				
Contribuir para uma aprendizagem mais autónoma e responsável;				
Permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica da geometria;				
Permitir uma construção mais eficaz de conceitos geométricos;				
Potenciar o desenvolvimento da visualização espacial e do raciocínio geométrico;				
Ajudar a reconhecer as propriedades das Isometrias;				
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela;				
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;				
Diminuir o distanciamento entre os alunos;				
Facilitar a comunicação entre o professor e o aluno;				
Diminuir a distração dos alunos nas aulas.				

7. Indica:
   a. 3 aspetos que consideraste mais positivos, relativamente ao estudo da unidade “Isometrias” com suporte ao software GeoGebra.

____

____

____

____

____

____

b. 3 aspetos que consideraste menos positivos, relativamente ao estudo da unidade “Isometrias” com suporte ao software GeoGebra.

____
____
____
____
____
____

8. Faz uma avaliação global da experiência, atribuindo uma classificação no quadro abaixo indicado:

Parâmetros	
Insuficiente	
Suficiente	
Bom	
Muito Bom	

Muito obrigada pela tua colaboração!
Astrigilda Pires Rocha Silveira

Referências Bibliográficas

Pereira, M. (2008). *Tecnologias Informáticas e aprendizagem da Matemática*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Silva, R. (2005). *Análise e Avaliação do Cabrie-Géométre – um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Anexo V – Guião da primeira entrevista aplicada à Professora-caso

GUIÃO DA PRIMEIRA ENTREVISTA À PROFESSORA-CASO

No âmbito da elaboração de uma Tese de Doutoramento em Multimédia em Educação da Universidade de Aveiro intitulada “O GeoGebra na formação e aprendizagem de Transformações Geométricas no plano euclidiano”, pretende-se, principalmente, com esta entrevista caracterizar a visão do professor sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, identificar eventuais dificuldades na implementação do programa de Matemática do 8º Ano, conhecer estratégias utilizadas pelo professor para o ensino de Matemática, averiguar possíveis problemas no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática bem como identificar o nível de utilização de ferramentas informáticas no contexto da sala de aula.

A confidencialidade e o anonimato das informações recolhidas serão garantidos e sobre estas nenhum juízo de valor será construído.

I - Caraterização

1. Descreva o seu percurso académico (faça referência à sua formação em Matemática em geral e em Geometria em particular).
2. Há quantos anos trabalha no Ensino Secundário?
3. Porque é que resolveu ser professor do Ensino Secundário?
4. Que anos prefere lecionar? Por que motivo?

II - Visão sobre o ensino e aprendizagem da Matemática

1. O que é para si a Matemática?
2. Como deve ser ensinada?
3. Qual é o papel do professor?
4. Qual é o papel do aluno?
5. Indique três finalidades que considere prioritárias relativamente ao ensino da Matemática no 1º Ciclo do Ensino Secundário?
6. Quais são as principais funções do professor do 1º Ciclo do Ensino Secundário no que tange ao processo de educação dos alunos?
7. Está satisfeita com o nível de aprendizagem dos seus alunos? Porquê?
8. De acordo com a sua prática docente, que tipo de estratégias didácticas pensa contribuir mais eficazmente para o sucesso dos seus alunos? Porquê?
9. Que conteúdo(s) gosta mais de ensinar aos seus alunos? Porquê?
10. Como é que procede habitualmente para introduzir um tema novo?
11. Nas suas aulas, procura estabelecer algum tipo de relação entre Matemática e situações em contexto real? Porquê?

III Computador e Softwares Educativos a Matemática

1. Na sua perspetiva, que papel pode desempenhar o computador no ensino da Matemática?
2. Já abordou, em sala de aula, temas matemáticos com recursos a softwares educativos? Porquê? Se sim, quais? De que forma o fez? Como conduziu a aula?
3. Tem tido dificuldade no ensino das Transformações Geométricas no plano euclidiano? Porquê? Como costuma abordar? Acha que os seus alunos têm dificuldade na aprendizagem deste tópico? Justifique
4. Que importância atribui agora, após a formação, à utilização de softwares educativos para o ensino e aprendizagem da Geometria?
5. Que expetativas tem relativamente à sua utilização com os seus alunos?

Muito obrigada pela sua colaboração

Astrigilda Pires Rocha Silveira

Referências Bibliográficas

Antunes de Almeida, A. J. (2008). *Avaliação em Matemática Escolar Implementando Portfólios de Aprendizagem dos Alunos: Contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores*. Instituto de Educação e Psicologia. Universidade do Minho, Portugal.

Menezes, L. (1995). *Concepções e Práticas de Professores de Matemática: Contributos para o estudo da pergunta.* Departamento de Educação. Universidade de Lisboa, Portugal.

Ribeiro, A. (2005). *O Cabrie-Géomètre e a construção de uma nova cultura matemática*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Silveira, A. P. R. (2007). *Proposta e discussão de um modelo b-Learning para a Universidade Pública de Cabo Verde*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Viseu, F. A. V. (2008). *A Formação do Professor de Matemática apoiada por um dispositivo de interação virtual no estágio pedagógico*. Departamento de Educação. Universidade de Lisboa, Portugal.

Anexo VI – Guião da segunda entrevista aplicada à Professora-caso

GUIÃO DA SEGUNDA ENTREVISTA À PROFESSORA-CASO

No âmbito da elaboração da Tese de Doutoramento em Multimédia em Educação da Universidade de Aveiro intitulada "O GeoGebra na formação e aprendizagem de Transformações Geométricas no plano euclidiano", pretende-se, principalmente, avaliar o modo como o professor-caso se apropria e gere a formação no que tange às isometrias no plano euclidiano no contexto da sua prática letiva; avaliar o impacto dessa prática letiva relativa às competências desenvolvidas por alguns dos seus alunos.

A confidencialidade e o anonimato das informações recolhidas serão garantidos e sobre estas nenhum juízo de valor será construído.

I. Software GeoGebra e o desenvolvimento de competências matemáticas, transversais e geométricas

1. A frequência da formação levou-a a planificar de forma diferente a abordagem, em sala de aula, os conteúdos geométricos? Em que aspetos?
2. Que tipo de tarefas planificou para abordagem das isometrias com suporte do GeoGebra? Usava habitualmente esse tipo de tarefas? Porquê?
3. Enfrentou algumas dificuldades na implementação da estrutura planificada? Quais?
4. A estrutura utilizada para as aulas trouxe vantagens para a aprendizagem dos conteúdos abordados. Quais?
5. Nesta experiência, achou útil e gostou de ter utilizado o GeoGebra como suporte para aprendizagem dos conteúdos geométricos? Porquê?
6. O uso do GeoGebra como suporte à resolução das tarefas contribuiu para:
   a. motivar e incentivar os alunos na aprendizagem da Geometria, mesmo os habitualmente mais desinteressados? Justifique.
   b. que os alunos aprendessem de uma forma mais significativa? Justifique.
   c. que os alunos aprendessem de uma forma mais autónoma? Justifique
   d. que os alunos elaborassem conjeturas e respetiva testagem? Justifique
   e. o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, dos seus alunos? Justifique.
   f. melhorar a qualidade e a capacidade de comunicação dos seus alunos? Justifique
   g. o desenvolvimento do raciocínio matemático dos seus alunos? Justifique.
   h. uma construção mais clara e rigorosa de conceitos geométricos trabalhados? Justifique.
   i. uma apropriação do sentido geométrico, pelos alunos? Justifique.
7. Considera o GeoGebra adequado para trabalhar com todos os alunos, independentemente do seu desempenho e capacidade em Matemática? Justifique.

8. Relativamente às suas expetativas, como situa os resultados obtidos com a utilização do software GeoGebra com os seus alunos? Justifique.
9. Indique:
   a. 3 aspetos que considerou mais positivos, relativamente à abordagem da unidade didáctica “Isometrias” com suporte ao software GeoGebra.
   b. 3 aspetos que considerou menos positivos, relativamente à abordagem da unidade “Isometrias” com suporte ao software GeoGebra.
10. Se alguém de fora lhe perguntasse se valeu a pena ter realizado esta experiência, o que responderia?

II. Impacto da experiência

1. Que vantagens encontrou, nesta experiência, quando comparada com as suas práticas letivas habituais em relação:
   a. À motivação e interesse para as aulas?
   b. Ao desempenho dos alunos em Geometria?
2. Se tivesse que repetir esta experiência futuramente, o que faria diferente? Porquê?
3. Após a abordagem dos conteúdos geométricos com suporte ao GeoGebra, que importância atribui agora à utilização de softwares educativos para o ensino e aprendizagem da Matemática, em particular a Geometria? Justifique.
3. Futuramente, admite a possibilidade de trabalhar outros conteúdos com esse software? Quais? Porquê?
4. Futuramente, admite a possibilidade de trabalhar com outros softwares ou outras tecnologias informáticas?
5. Considera que esta experiência contribui para o seu desenvolvimento profissional? Justifique
6. Considera que esta experiência contribui para o desenvolvimento de competências didáticas?
7. Depois desta experiência, qual será a sua opção para o ensino de Matemática? Justifique.

Muito obrigada pela sua colaboração!

Astrigilda Pires Rocha Silveira

Referências Bibliográficas

Ferraz, L. N. (2009). Metodologia *do Ensino das Ciências. Concepção e Avaliação de uma Ação de Formação Contínua para Professores numa perspectiva CTS*. Instituto de Educação e Psicologia. Universidade do Minho, Portugal.

Silva, R. (2005). *Análise e Avaliação do Cabrie-Géométre – um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. DDTE. Universidade de Aveiro, Portugal.

Anexo VII – Guião de observação de aulas

Guião de Observação de Aulas[1]

1. Objetivos de Aprendizagem
    - Conteúdos
    - Processo
    - Justificação

2. Avaliação
    - Processos utilizados para testar a compreensão dos alunos no início e no decorrer da aula.
    - Processos utilizados para testar a compreensão dos alunos no final da aula.

3. Estratégias Educativas
    - Metodologia utilizada.
    - Questões motivacionais usadas.

4. Incidência Principal da Observação
    - Atitudes dos alunos;
    - Intervenções dos alunos;
    - Nível de intervenção dos alunos;
    - Envolvimento dos alunos nas aulas;
    - Pertinência de questões apresentadas pelos alunos.
    - Ações da professora (respostas às questões dos alunos, gestão do tempo, relações interpessoais).

[1] Adaptado de NCTM (1994)

Anexo VIII – Fichas de trabalho para professores

Propostas de Trabalho – Tarefas para familiarização com o programa GeoGebra

Ficha de Trabalho

<u>Construções Geométricas Básicas</u>

Utilize o GeoGebra para:

1. Construir um triângulo equilátero, dado o lado.

a) Relacione a medida do comprimento dos lados com as amplitudes dos ângulos.

b) Determine o perímetro e a área.

c) Explore outras possibilidades de construção de triângulos equiláteros.

Descreva os procedimentos de construção.

Adaptado de: APM (1999:7). Geometria com Cabri-geéomètre. T^3 Europe.

2. Construir um quadrado:

a) dado o lado.

b) dado a diagonal.

Descreva os procedimentos de construção.

3. Explorar possibilidades de construção de um qualquer paralelogramo.

Registe todos os passos que efectuou e compare-os com os dos seus colegas.

Propostas de Trabalho – Tarefas Parte Teórico-Prática

Ficha de Trabalho Nº 1

Isometrias no plano euclidiano

<u>Translação e composição de translações</u>

Explorar as propriedades da translação

1. Abra o programa GeoGebra e proceda do seguinte modo:
   - Construa um triângulo [ABC].
   - Escolha a direção, o sentido e a medida do comprimento do vetor diretor.
   - Aplique ao triângulo o vetor e obtenha o seu transformado.
   - Compare a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo com a medida de comprimento de cada um dos lados do transformado.
   - Compare a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes do transformado.
   - Altere o vetor e verifique se as relações anteriores se mantêm.

   Registe propriedades da translação.

2. Selecione um dos vértices de um dos triângulos e deforme a figura. Verifique se as propriedades da translação se mantêm.

Fonte: Cabrita *et al*. (2008:114). m@c2. Novas Trajectórias em Matemática. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Explorar as propriedades da composição de duas translações.

Abra uma nova folha no programa GeoGebra e proceda do seguinte modo:

- Construa um Quadrilátero [ABCD].
- Escolhe a direção, o sentido e a medida dos comprimentos dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
- Aplique ao quadrilátero o vetor $\vec{u}$ e obtenha o seu transformado [A´B´C´D´].
- Aplique ao quadrilátero [A´B´C´D´] o vetor $\vec{v}$ e obtenha o seu transformado [A´´B´´C´´D´´].
- Construa um vetor $\overrightarrow{AA''}$.

  Qual a relação entre os vetores $\overrightarrow{AA''}$ e $\overrightarrow{u+v}$.

  Registe propriedades da composição de duas translações.

Ficha de Trabalho Nº 2

Isometrias no plano euclidiano (continuação)

<u>Rotação e composição de rotações</u>

Explorar as propriedades da rotação

1. Abra o programa GeoGebra e proceda do seguinte modo:
   - Construa um triângulo [ABC].
   - Fixa um ponto O exterior ao triângulo como centro de rotação.
   - Determine a imagem do triângulo pela rotação de centro O e medida de amplitude de ângulo de 60º.
   - Determine a imagem do triângulo inicial pela rotação de centro O e medida de amplitude de ângulo de -60º.

   Qual a posição das imagens em relação ao triângulo inicial?

2. Abra uma nova página e construa outro triângulo:
   - Considere um dos vértices do triângulo como centro de rotação.
   - Determine a imagem do triângulo pela rotação associada a esse ponto e a um ângulo de medida de amplitude de 100º.
   - Compare a medida da amplitude do ângulo formado por um lado do triângulo e o lado correspondente da imagem.
   - Compare a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo com a medida do comprimento de cada um dos lados correspondentes do transformado.
   - Compare a medida da área do triângulo com a medida da área do transformado.
   - Mova o centro de rotação, e verifique se as relações anteriores se mantêm.

   Registe propriedades da rotação.

3. Seleccione um dos vértices do triângulo [ABC] nos pontos 1 e 2 e deforme a figura de modo a ter um triângulo escaleno. Determine os segmentos que unem os pontos às suas imagens e responda:
   - Qual a direção destes segmentos?
   - Os seus pontos médios são colineares?
   - Que conjetura pode fazer acerca da interseção das mediatrizes destes segmentos e o centro de rotação? Justifique a tua resposta.

Adaptado de: Cabrita *et al*. (2008:113). m@c2. Novas Trajectórias em Matemática. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Explorar algumas propriedades da composição de rotações.

Abra o GeoGebra e explore:

1. Composição de duas rotações R_1 e R_2:

    a) com o mesmo centro *O* e amplitudes α e β.

    b) de centros *U* e *V* e amplitudes α_1 *e* α_2:

       b1. se $\alpha_1 + \alpha_2 \neq 360^o$.

       b2. se $\alpha_1 + \alpha_2 = 360^o$ (ou um múltiplo de 360^o).

       Registe as observações.

2. Composição de M_2M_1 de duas meias-voltas M_1 e *M2*, de centros *U* e *V*.
   Registe as observações.

3. Composição de uma meia-volta por uma translação (ou de uma translação por uma meia-volta).
   Registe as observações.

Adaptado de: Veloso, E. (1998:75). Temas Actuais. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional

Ficha de Trabalho Nº 3

Isometrias no plano euclidiano (continuação)

<u>Reflexão e composição de reflexões</u>

Explorar as propriedades de reflexão

1. Abra o programa GeoGebra e proceda do seguinte modo para explorar as propriedades da reflexão:

- Construa um triângulo [ABC].
- Construa uma reta que irá servir de eixo de reflexão.
- Determine a imagem [A´B´C´] do triângulo pela reflexão associada ao eixo criado.
- Relacione a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da imagem.
- Relacione a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo com a medida de comprimento de cada um dos lados correspondentes da imagem.
- Relacione a distância entre cada um dos vértices do triângulo e o eixo de reflexão com a distância entre o vértice correspondente da imagem e o eixo de reflexão.

O Triângulo [A´B´C´] obtido é congruente com o inicial, [ABC]? Justifique a tua resposta.

Registe propriedades da reflexão.

2. Selecione um dos vértices de um dos triângulos e deforme a figura. Verifique se as propriedades da reflexão se mantêm.

3. Selecione um dos vértices do triângulo [ABC] e deforme a figura de modo a ter um triângulo escaleno.

- Determine os segmentos que unem os pontos às suas imagens.
- Qual a direcção destes segmentos?
- Os seus pontos médios são colineares?
- Qual a relação entre a mediatriz destes segmentos e o eixo de reflexão?

Adaptado de: Cabrita et *al*. (2008:113). m@c2. Novas Trajectórias em Matemática. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Explorar algumas propriedades da composição de reflexões

1. Composição de duas reflexões de eixos paralelos

Abra uma nova folha no programa GeoGebra e proceda do forma a explorar as propriedades da composição de duas reflexões de eixos paralelos.

Construa:

- um triângulo retângulo [ABC].
- a imagem [A´B´C´] de [ABC] por uma reflexão relativamente a um eixo dado.
- a imagem [A´´B´´C´´] de [A´B´C´] por uma reflexão relativamente a outro eixo paralelo ao anterior.

a) Qual é a relação entre [A´B´C´] e [ABC]? Justifique a tua resposta.

b) É possível obter a imagem [A´´B´´C´´] a partir de [ABC] recorrendo a uma única transformação? Descreva-a.

c) Como pode descrever a transformação resultante de duas reflexões consecutivas, em torno de dois eixos paralelos?

d) Que resultado prevê na composição de duas reflexões de eixos paralelos?

2. Composição de duas reflexões de eixos concorrentes

Abra uma nova folha no GeoGebra e repita os procedimentos anteriores, utilizando dois eixos concorrentes.

Que resultado prevê na aplicação da composição de duas reflexões com eixos concorrentes?

Adaptado de: NCTM (2001). Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos.
APM (1999:7). Geometria com Cabri-geéomètre. T3 Europe.

3. Composição de três reflexões

Abra uma nova folha no programa GeoGebra e explore as propriedades de composição de três reflexões**:**

a) Se os eixos forem de um feixe paralelo;

b) Se os eixos das três reflexões forem concorrentes;

c) Se dois quaisquer dos três eixos de reflexão se intersectem em pontos distintos;

d) Se dois e só dois pontos dos três eixos são paralelos e o terceiro é transversal a estes dois.

Registe as observações.

Fonte: Cabrita *et al*. (2008:104). m@c2. Novas Trajectórias em Matemática. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Ficha de Trabalho Nº 4

Isometrias no plano euclidiano (continuação)

Reflexão deslizante e composição de duas reflexões deslizantes

Explorar propriedades da reflexão deslizante

1. Abra o programa GeoGebra e proceda do seguinte modo:
   - Construa um triângulo [ABC].
   - Construa uma reta que irá servir de eixo de reflexão.
   - Determine a imagem [A´B´C´] do triângulo pela reflexão associada ao eixo criado.
   - Determine a imagem, de [A´B´C´] por uma translação associada a um vetor com direção paralela ao eixo de reflexão.
   - Observe a imagem obtida, explore e registe as propriedades da composição de uma reflexão com uma translação associada a um vetor com direcção paralela ao eixo de reflexão – reflexão deslizante.

   Registe propriedades da reflexão deslizante.

Fonte: Cabrita *et al*. (2008:114). m@c2. Novas Trajectórias em Matemática. Aveiro: Universidade de Aveiro.

2. Selecione um dos vértices do triângulo [ABC] e deforme a figura de modo a ter um triângulo escaleno.
- Determine os segmentos que unem os pontos às suas imagens.
- Qual a direção destes segmentos?
- Os seus pontos médios são colineares?
- Qual a relação entre a mediatriz destes segmentos e o eixo de reflexão?

Explorar propriedades da composição de duas reflexões deslizantes distintas.

Abra uma nova folha no programa GeoGebra e determine a composição de duas reflexões deslizantes distintas.

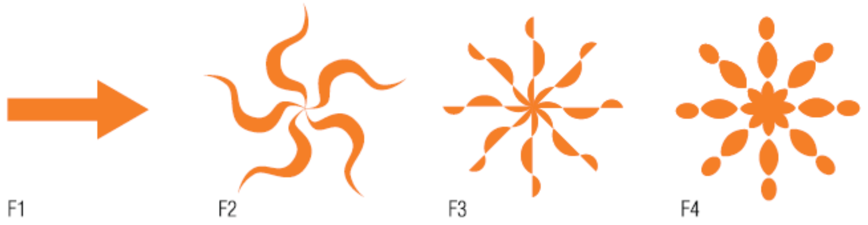
Registe as observações.

Ficha de Trabalho Nº 5

Conceito de Simetrias e simetrias em polígonos regulares

Explorar o conceito de simetrias

Das figuras representadas, quais delas possuem simetrias? Em caso afirmativo indique-as e justifique.



Adaptado de: Cabrita *et al*. (2008:113). m@c2. *Novas Trajectórias em Matemática*. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Explorar eixos de Simetrias em polígonos regulares

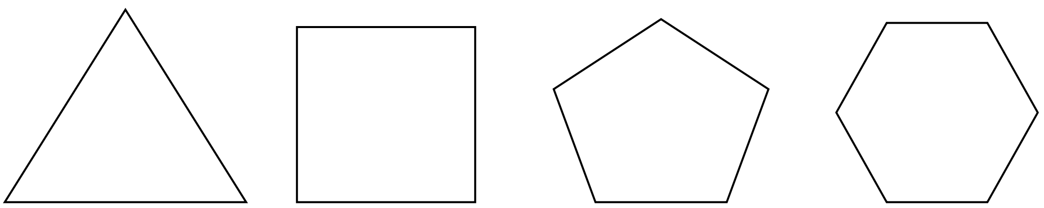
1. Verifique se cada um dos polígonos abaixo representados tem simetria de:

a) Reflexão.

b) Rotação.

Em caso afirmativo indique quantos eixos de simetria tem cada um deles.

2. Investigue qual a relação que existe entre o número de eixos de simetria dos polígonos regulares e o seu número de vértices, lados e ângulos.
3. Organize os seus dados numa tabela e retire conclusões.



Adaptado de: Formação Contínua em Matemática de Professores de 1º e 2º ciclos (2007). Évora: Universidade de Évora.

Propostas de Trabalho – Parte Prática

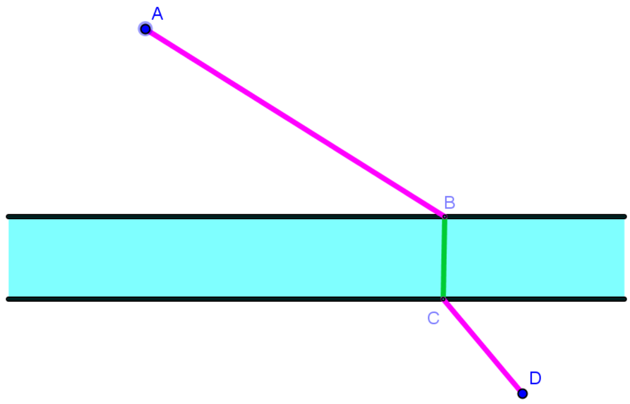
Ficha de Trabalho Nº 1

Problemas de Geometria e Isometrias

Utilize o GeoGebra para resolver os seguintes problemas:

1. Entre duas cidades *A* e *D*, existe um rio de margens paralelas, como na figura. Pretende-se construir uma ponte *BC* no rio (perpendicular às margens) mas em tal posição que o trajeto entre as duas cidades (a linha poligonal *ABCD*) tenha o menor comprimento possível. Em que local do rio deve colocar a extremidade *B* da ponte?

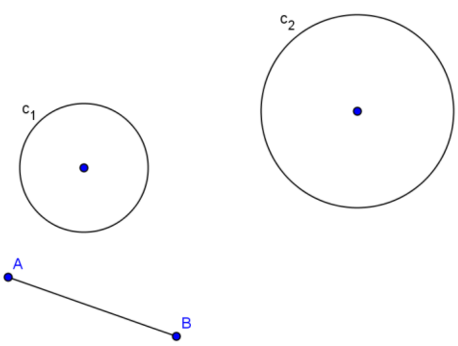
   Sugestão: utilize a isometria "translação".



Fonte: Veloso, E. (2006). Transformações Geométricas. Propostas de Trabalho.

2. São dadas duas circunferências c_1 e c_2 e um segmento [AB]. Encontre uma reta paralela a [AB] que intersete c_1 e c_2 nos pontos P_1 e P_2, respetivamente, de modo que $\overline{P_1P_2} = \overline{AB}$.

Sugestão: utilize a isometria "translação".



Fonte: APM (1999:7). Geometria com Cabri-geéomètre. T³ Europe.

3. Dadas três retas paralelas, determine um triângulo equilátero com vértices sobre elas.

   Sugestão: utilize a isometria rotação

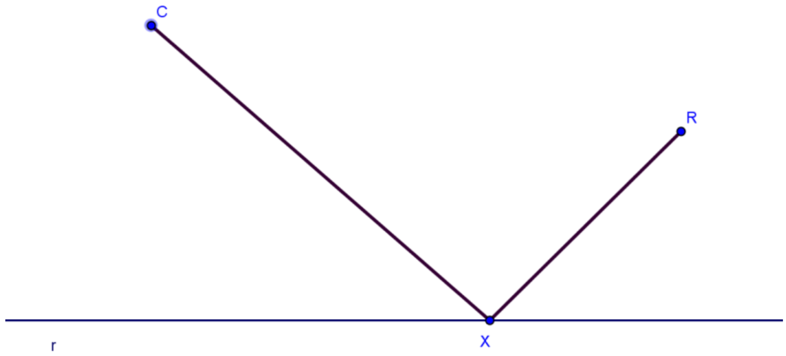
   Fonte: Franco de Oliveira, A. J. (1997:79). Transformações Geométricas. Lisboa: Universidade Aberta.

4. Dadas três retas paralelas, determine um quadrado com três vértices sobre elas.

   Sugestão: utilize a isometria rotação

5. A Clementina vai todas as tardes regar o seu roseiral. Sai de casa (ponto *C*) com um regador, vai enchê-lo a uma ribeira (reta *r*) e depois dirige-se ao roseiral (ponto *R*). Determine o ponto *X* em *r* tal que o trajeto *CX* + *XR* seja o mais curto possível.

   Sugestão: utilize a isometria reflexão



Fonte: Veloso, E. (2006). Transformações Geométricas. Propostas de Trabalho.

Ficha de Trabalho Nº 2

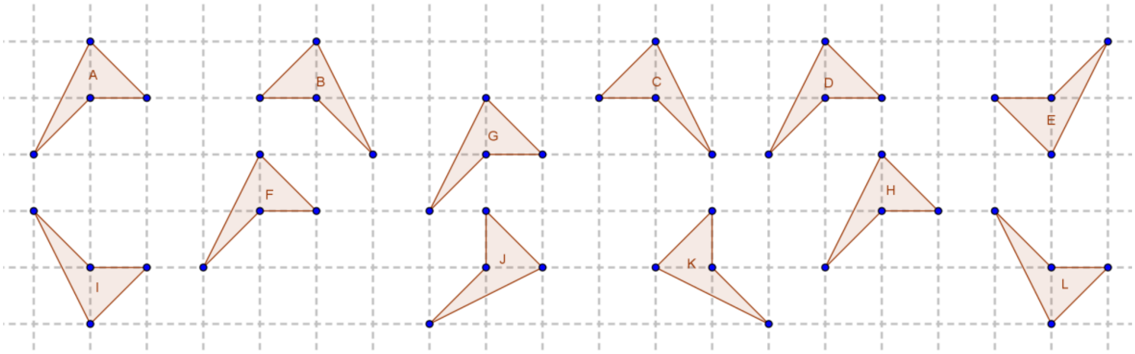
Isometrias e composições de isometrias

1. Baseando-se na figura, identifique as figuras que representam o transformado da figura A por:

   a) Translação

   b) Reflexão

   c) Reflexão deslizante

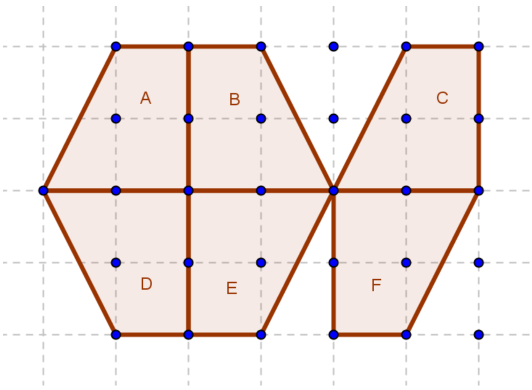


Adaptado de: NCTM (2001). Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos.

2. Caracterize a isometria que transforma a primeira figura na segunda

   a) A figura A na figura B.

   b) A figura A na figura C.



   c) A figura B na figura D.

   d) A figura B na figura E.

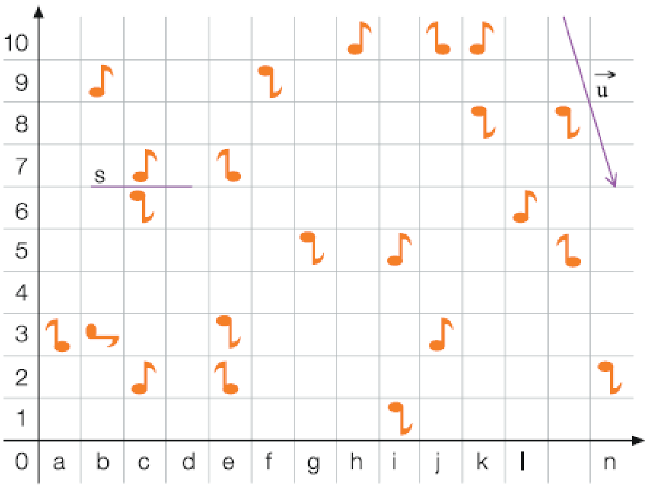
   e) A figura E na figura F.

   f) A figura C na figura E.

   g) A figura A na figura F.

Fonte: NCTM (2001). Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos.

3. Relativamente à figura seguinte:



a) Complete, como no exemplo, qual(ais) a(s) isometria(s) que te permita(m) obter os pares ou trios de figuras correspondentes indicadas abaixo. Desenha todos os objetos necessários.

- (c,6) e (c,7) – reflexão de eixo s;
- (k,8) e (m,8) –
- – translação associada ao vetor $\vec{u}$.
- (a,3) e (b,3) –
- (e,2) e (e,3) –
- (l,6) e (m,5) –

b) Indique ou construa pares de figuras que possam ser obtidas pelas seguintes composições e indique os elementos necessários à identificação dessas isometrias:

- Uma translação depois de uma rotação;
- Uma reflexão depois de uma translação;
- Uma rotação depois de uma reflexão.

Fonte: Cabrita *et al*. (2008:115). m@c2. Novas Trajectórias em Matemática. Aveiro: Universidade de Aveiro.

4. Comente as seguintes afirmações:

a) A composição de três reflexões quaisquer é uma isometria negativa e portanto tem sempre como resultado uma reflexão ou uma reflexão deslizante.

b) Se dois ou três eixos de reflexão coincidirem, a composição de três reflexões, em qualquer ordem, é sempre uma reflexão.

c) Da composição de n reflexões (de eixos distintos), para $n \geq 4$, resulta:

c.1. Uma translação ou uma rotação, se n é par.

c.2. Uma reflexão ou uma reflexão deslizante, se n é impar.

Adaptado de: APM (2008). Matemática para Professores. Transformações Geométricas e Simetria.

5. Utilize o GeoGebra e construa:

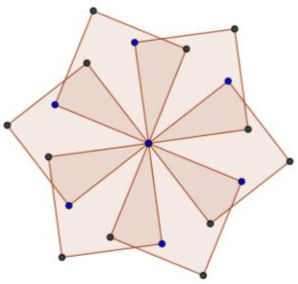
a) um triângulo escaleno [ABC].

b) a sua imagem [A´B´C´] por uma rotação.

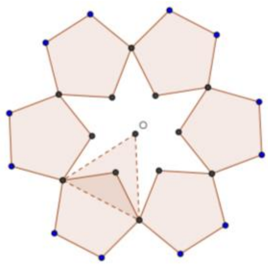
Descubra duas reflexões cuja composta seja a rotação inicial.

Fonte: APM (1999: 10). Geometria com Cabri-geéomètre. T³ Europe.

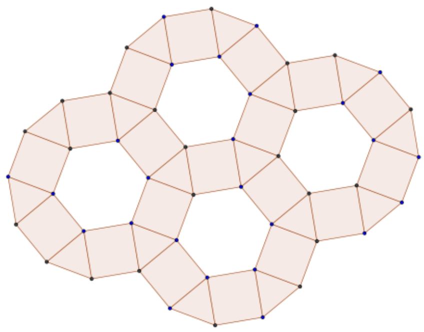
6. Utilize o GeoGebra, as isometrias e composições de isometrias para construir as figuras abaixo representadas:



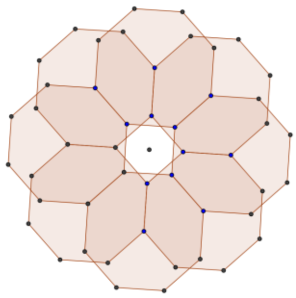
F_1



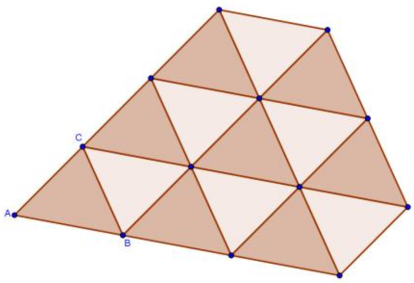
F_2



F_3



F_4



F_5

Registe todos os passos que efetuou e compare-os com os dos seus colegas.

Adaptado de: APM (1999:11). Geometria com Cabri-geéomètre. T³ Europe.

Cabri Geometry II Plus – Manual do Utilizador (2003:115).

Ficha de Trabalho Nº 3

Atividades de exploração

Aplicações de Isometrias

Explore sobre:

- Padrões Geométricos: Frisos e Rosáceas
- Maurits Cornelis Escher
- Técnica de Escher
- Pavimentações

Em:

- **http://viajarnamatematica.ese.ipp.pt/tecnologia.html**
- **http://www.iep.uminho.pt/aac/sm/a2002/M_C_Escher/recursos.htm**
- **http://matematicaoitavo.blogs.sapo.pt/381.html**
- **http://galileu.globo.com/edic/88/conhecimento2.htm**
- **http://nautilus.fis.uc.pt/cec/arquivo/Nuno%20Crato/1999/19990130%20Escher%20e%20Mesquita.pdf**

Desenvolve um trabalho que aborde algum dos temas explorados para apresentação e discussão em contexto de formação.

Ficha de Trabalho Nº 4

Frisos[2]

Objetivo: Construir frisos a partir do módulo utilizando ícones da barra de ferramentas e a linha de comandos.

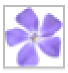
Módulo **Motivo**

Friso

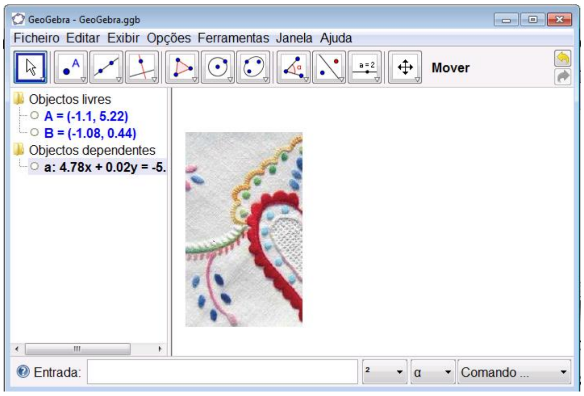
O motivo foi construído a partir do módulo ao qual se aplicou uma reflexão de eixo perpendicular à direcção do friso.

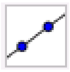
Construção do Friso I

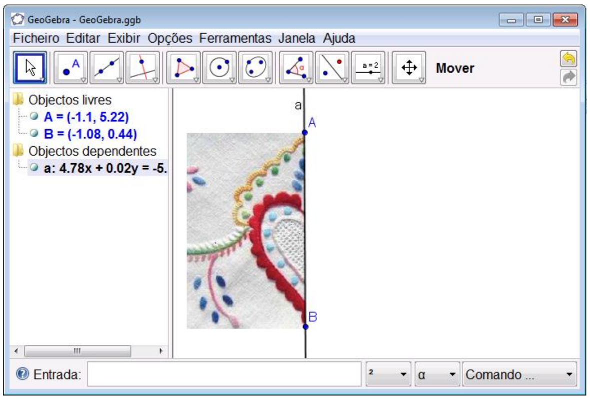
No friso, observamos um motivo que se repete por translação.

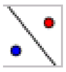
1. Insira, na zona gráfica, a imagem1.png que se encontra no ambiente de trabalho do computador. Nota – Para isso, seleccione o ícone  e clique na zona de trabalho. Só então, terá acesso à caixa que lhe permite localizar e inserir a imagem.

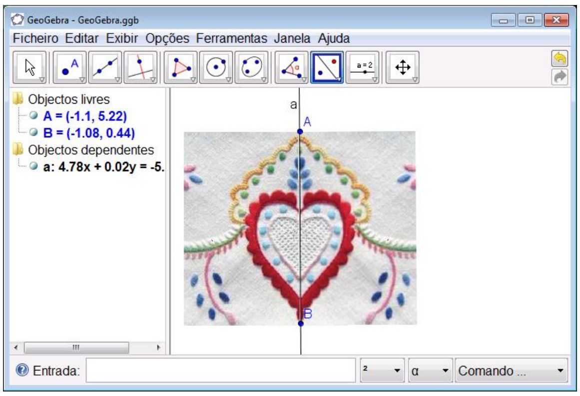
[2] Fonte: Trocado, A; Ribeiro, A, & Santos, J. (2009). Curso 3 – Como usar o GeoGebra para ensinar e aprender matemática - Profmat 2009 - APM. Instituto GeoGebra, Portugal.

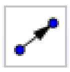


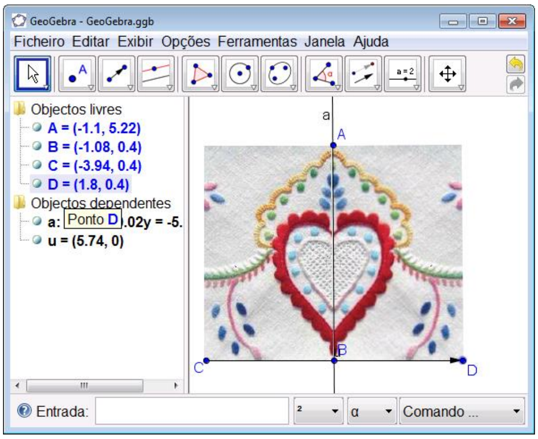
2. Utilizando a ferramenta “reta definida por dois pontos” , insira uma reta vertical – *a* – ajustada a um dos lados da imagem, como se ilustra a seguir.

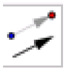


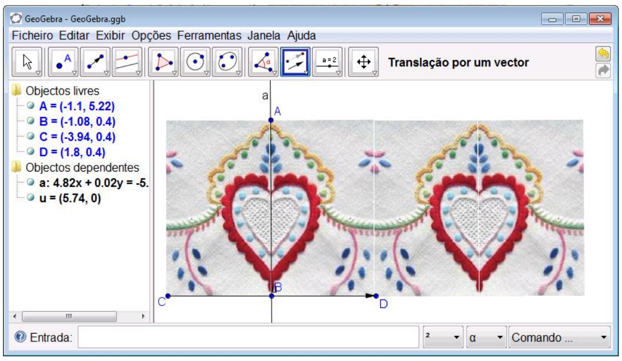
3. Determine a reflexão do módulo associada a essa reta *a*, utilizando a ferramenta “reflexão numa reta” .



4. Utilizando a ferramenta “vetor definido por dois pontos” , represente um vetor perpendicular ao eixo de reflexão, com a direção do friso, com sentido da esquerda para a direita e com medida de comprimento igual à largura do motivo, como se ilustra.

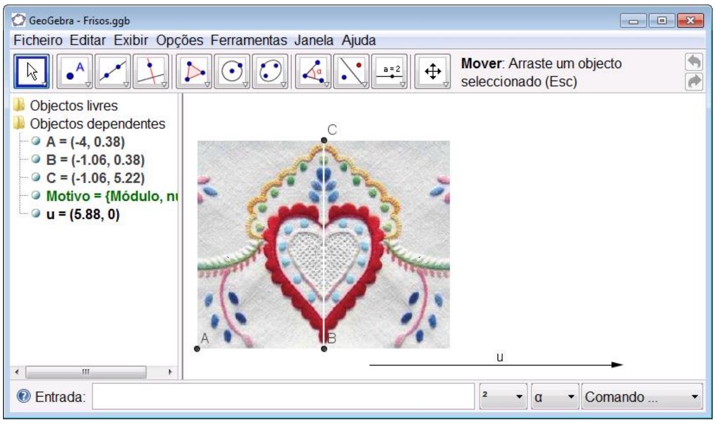


5. Aplique, ao motivo, uma translação associada a esse vetor. Utilize a opção "translação por um vetor"  , selecione o objeto a transformar e depois o vetor.



Construção do Friso II

1. Numa nova folha do GeoGebra, insira a imagem1.png.
2. Clicando no botão direito do rato sobre a imagem, altere o nome, nas propriedades básicas, para Módulo.
3. Defina os pontos A, B e C, cantos da imagem, na linha de comando, dando entrada de cada uma das seguintes instruções:
   - A=Canto[Módulo,1]
   - B=Canto[Módulo,2]
   - C=Canto[Módulo,3]
4. Defina o Motivo como: Motivo={Módulo,reflexão[Módulo,reta[B,C]]}



5. Aplique, ao motivo, uma translação associada ao vetor definido anteriormente e seus múltiplos introduzindo:

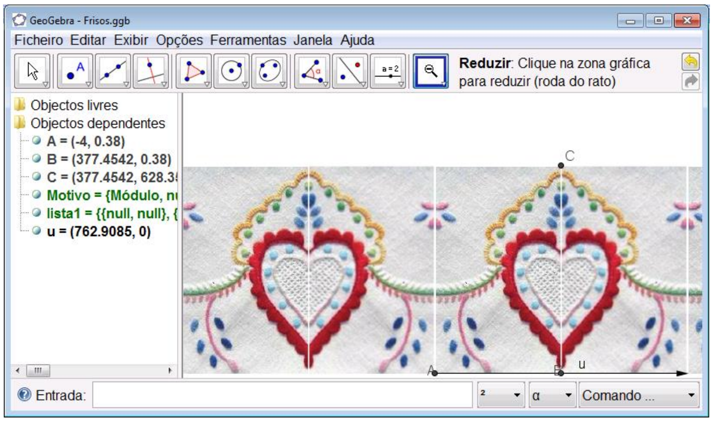
   {Translação[Módulo,u],Translação[Reflexão[Módulo,Reta[B,C]],u]}

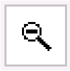
   {Translação[Módulo,-u],Translação[Reflexão[Módulo,Reta[B,C]],-u]}

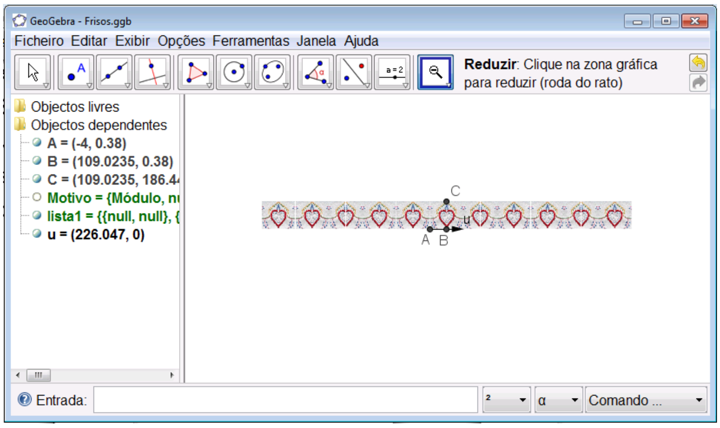
   {Translação[Módulo,2u],Translação[Reflexão[Módulo,Reta[B,C]],2u]}

6. Use o comando sequência para repetir o processo para outros múltiplos do vectoPC:

Sequência[{Translação[Módulo,i u],Translação[Reflexão[Módulo,Reta[B,C]],i u]}, i,-5,5,1]

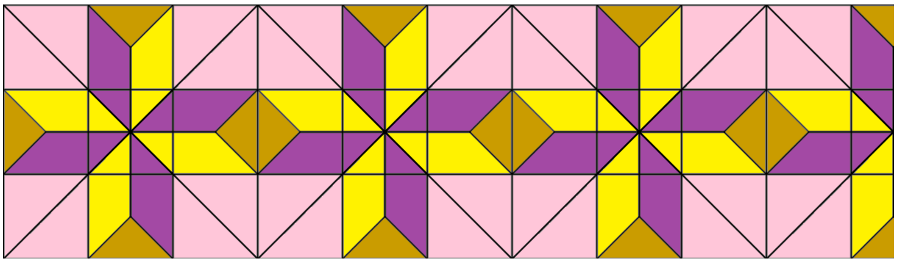


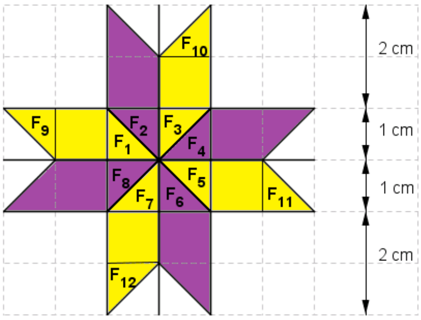
7. Esconda a imagem Módulo e a lista Motivo e use a ferramenta **Zoom**  para ver toda a parte do friso construída.



Construção do Friso ‘Pano de Terra’

Problema: A professora Clarice frequenta o curso de Complemento de Licenciatura de Matemática e gosta de Geometria. Como o marido dela é tecelão e faz “Panos de Terra”, ela também começou a tecer, aplicando as transformações geométricas isométricas que estudou. No dia de Abertura do ano Letivo, expôs um dos seus trabalhos realizado na disciplina de Geometria.





Abstraindo-se das corres, siga as seguintes orientações:

1.1. Com o auxílio do GeoGebra, reproduz o friso apresentado.

1.2. Identifica a isometria que aplica a rosácea amarela na rosácea lilás.

1.3. Identifica a isometria que aplica um dos paralelogramos lilás no seguinte da mesma cor, na mesma rosácea.

1.4. Indica dois triângulos congruentes. Justifica a sua resposta.

1.5. Indica um par de triângulos em que um possa ser obtido a partir do outro, através de uma:

1.5.1. Translação

1.5.2. Reflexão

1.5.3. Rotação

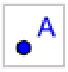
Ficha de Trabalho Nº 5

<u>Rosáceas</u>[3]

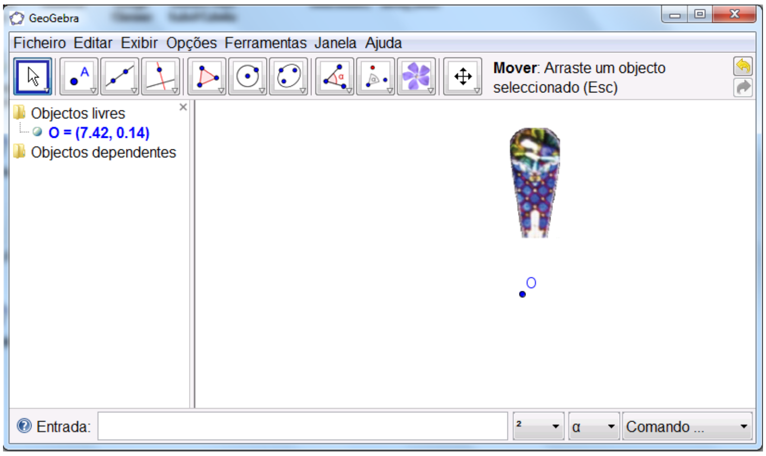
Objetivos: Construir rosáceas utilizando ícones da barra de ferramentas e a linha de comandos.

Igreja de Santa Luzia

1. Insira, na zona gráfica do GeoGebra, uma imagem - pétala.png -, que se encontra no ambiente de trabalho do computador e que foi retirada da Igreja de Santa Luzia.

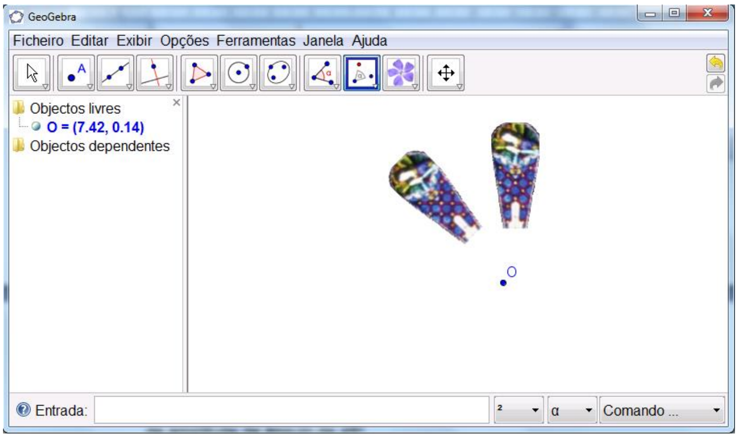
2. Defina um centro de rotação utilizando a ferramenta "Novo Ponto" 

e designe-o por O.



3. Determine a imagem da figura pela rotação em torno do ponto A e medida de amplitude de ângulo de 45º.

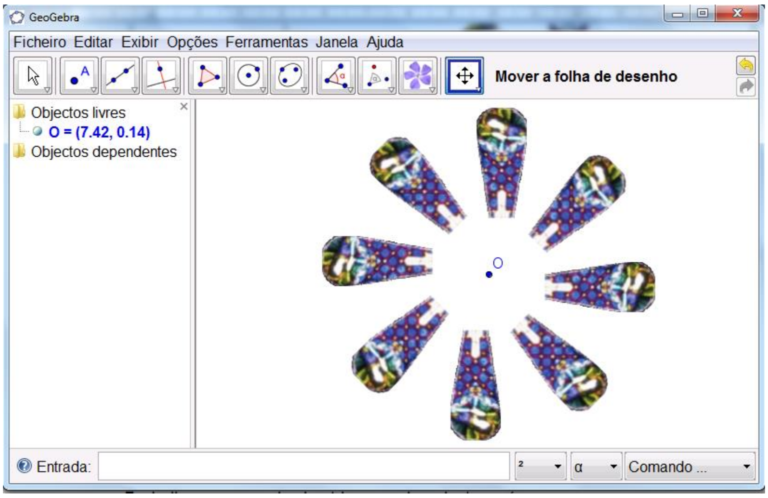
[3]Fonte: Trocado, A; Ribeiro, A, & Santos, J. (2009). Curso 3 – Como usar o GeoGebra para ensinar e aprender matemática - Profmat 2009 - APM. Instituto GeoGebra, Portugal.



4. Clicando no botão direito do rato sobre a imagem, altere o nome, nas propriedades básicas, para Pétala.
5. Utilizando a linha de comando, determine a imagem da figura pela rotação em torno do ponto **O** e medida de amplitude de ângulo de 90º.

Rotação[Pétala, 90º, O]

6. Complete a Rosácea.



7. Indique o grupo de simetria e a ordem desta rosácea. Justifique.

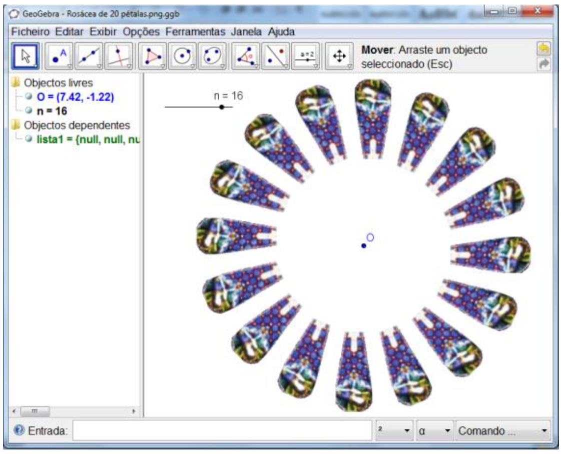
8. Como proceder para se obter um padrão semelhante à coroa exterior da rosácea da Igreja de Santa Luzia?

9. Toda a rosácea, o centro e a coroa exterior, têm o mesmo grupo de simetria?

Rosáceas, Rotações sucessivas[4]

Objetivo: utilizar o comando sequências para modelar rosáceas.

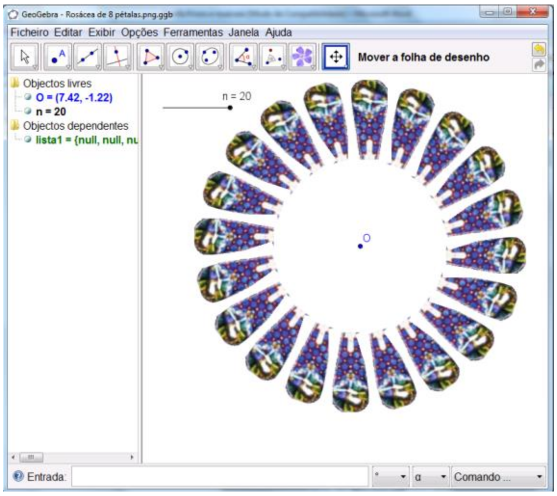
1. A coroa exterior da rosácea tem 16 pétalas, como se ilustra.



1.1. Quantas vezes se teria que rodar o módulo para se obter a rosácea?

1.2. Qual seria a medida de amplitude do ângulo de rotação?

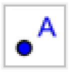
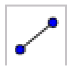
2. Utilizando o comando sequência, descubra como construir a rosácea de 20 pétalas.



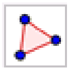
[4] Fonte: Trocado, A; Ribeiro, A, & Santos, J. (2009). Curso 3 – Como usar o GeoGebra para ensinar e aprender matemática - Profmat 2009 - APM. Instituto GeoGebra, Portugal.

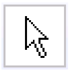
Anexo IX - Fichas de trabalho inicial dos alunos

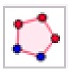
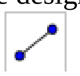
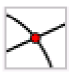
Tarefa A[5] - Explorando o GeoGebra

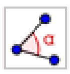
1. Na zona gráfica e usando a vista "quadriculado"  marca 3 pontos de forma aleatória com a ferramenta .
2. Utilizando a ferramenta "segmento definida por dois pontos"  une-os uns aos outros de forma a obteres uma figura.

3. Como se designa essa figura? ____
____

4. Utilizando a ferramenta "polígono"  constrói ao lado um polígono com as mesmas características.

5. Usa a ferramenta "selecionar\arrastar"  para os mover e alterar. Em qual dos casos o consegues fazer em simultâneo? Regista as conclusões a que chegaste.
____
____
____
____
____
____
____

6. Com a ferramenta "polígono regular"  constrói um quadrado e designa-o por [HIJK].
7. Utilizando a ferramenta "segmento definida por dois pontos"  constrói as suas diagonais designando-os por "s" e "t", respectivamente.
8. Com a ferramenta "intersectar duas linhas"  determina o ponto de intersecção dessas diagonais e designa-o por "*O*".

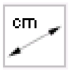
9. Usa a ferramenta "Ângulo"  para medir o valor dos ângulos.

   Preenche os dados:

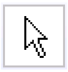
---

[5] Adaptada de "m@c1/2 - experiências de aprendizagem matemática significantes". Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita *et al*., 2010:170).

HOI = ________________ HIJ = __________________
IOJ = _______________ IJK = _________________
JOK = _______________ JKH = _________________
KOH = _______________ KHI= _________________

10. Descobre as medidas desse quadrado utilizando as ferramentas de medição  e .

Preenche os dados: Lado = _______________
Perímetro = ______________
Área = _____________
Diagonal “s” = _____________
Diagonal “t” = _____________

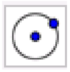
11. Altera a medida do lado com a ferramenta  e regista as alterações que observaste.

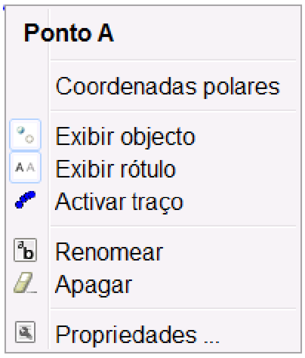
____
____
____
____
____
____
____
____

12. Como definas um quadrado?

____
____
____
____

Tarefa B[6] - Explorando o GeoGebra

1. Desenha uma circunferência recorrendo à ferramenta . Altera a designação do centro – usa o botão direito do rato e clica em cima do objecto que pretendes para aceder ao menu.



2. Marca dois pontos sobre a circunferência.

3. Liga cada um dos pontos ao centro da circunferência.

4. Que nome têm esses segmentos de reta?

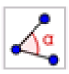
   ____

   ____

5. Qual a sua medida de comprimento?

6. Se adicionarmos a medida dos dois segmentos obtemos a medida de comprimento do: ______________________.

7. Arrasta qualquer um dos segmentos que desenhaste clicando na sua extremidade e verifica o que acontece à medida do seu comprimento.

8. Com a ferramenta , explora formas de obter a medida de amplitude do menor ângulo formado pelos dois segmentos anteriormente criados.

9. Experimenta arrastar a extremidade de um dos segmentos e verifica o que acontece à medida da amplitude do ângulo.

---

[6] Fonte: "m@c1/2 - experiências de aprendizagem matemática significantes". Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita *et al*, 2010:170).

Tarefa C – Vetores e propriedades de vetores

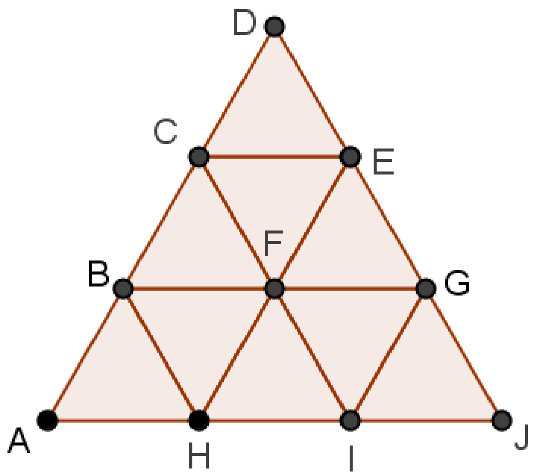
1. Abra o programa GeoGebra e desenha, a teu critério, a direção, o sentido e a medida do comprimento de um vetor e designa-o por $\vec{u}$.

Determina:

1.1. O simétrico do vetor $\vec{u}$ (vetor - $\vec{u}$).
1.2. Um vetor com a mesma direção e sentido de $\vec{u}$ mas de comprimento diferente.
1.3. Um vetor com direção diferente de $\vec{u}$ mas com o mesmo comprimento.

Insere a caixa de texto na zona gráfica e regista as coordenadas dos respetivos vetores.

2. Na figura estão desenhados oito triângulos equiláteros.



2.1. Indica:

2.1.1. dois vetores iguais a $\overrightarrow{AB}$. ____.

2.1.2. dois vetores com a direção de $\overrightarrow{BF}$ e com o dobro do comprimento.
____.

2.1.3. um vetor com a direção de $\overrightarrow{GE}$, mas com sentido contrário. ________.

2.2. Completa:

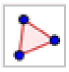
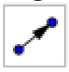
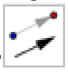
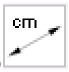
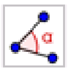
$B + \overrightarrow{BG} =$ ______ $\qquad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} =$ ______

$F + \overrightarrow{EF} =$ ______ $\qquad \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{IG} =$ ______

$\overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FG} =$ ______ $\qquad \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{EC} =$ ______

Tarefa D[7] - Isometrias no plano euclidiano - Translação

1. Abre o programa GeoGebra e procede do seguinte modo:

- Com a ferramenta “polígono”  constrói um triângulo [ABC].
- Usa a ferramenta “vetor definido por dois pontos”  para escolher a direção, o sentido e a medida do comprimento do vetor diretor.
- Aplica ao triângulo o vetor e obtém a sua imagem [A’B’C’] com a ferramenta “translação por um vetor .
- Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo [ABC] com a medida de comprimento de cada um dos lados da imagem [A’B’C’], utilizando a ferramenta de medição .
- Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo [ABC] com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da imagem [A’B’C’], utilizando a ferramenta de medição .
- Altera a medida de comprimento ou a direção do vetor e verifica se as medidas anteriores se mantêm.

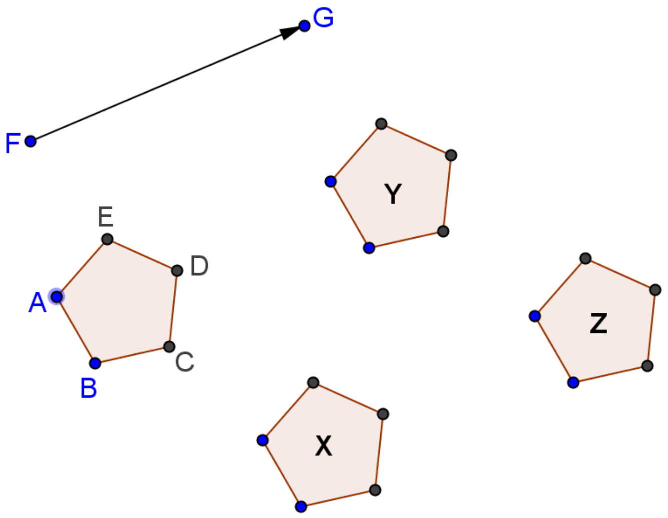
2. Regista as propriedades da translação.

3. Seleciona um dos vértices do triângulo [ABC] e deforma a figura. Verifica se as propriedades da translação se mantêm.

[7] Adaptada de “m@c2 - Novas Trajectórias em Matemática”. Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita *et al*, 2008:114).

Tarefa E[8] - Aplicações da Translação no Plano Euclidiano

1. Indica o pentágono que é imagem do pentágono [ABCDE] na **translação do plano** associada ao vetor $\overrightarrow{FG}$. ____

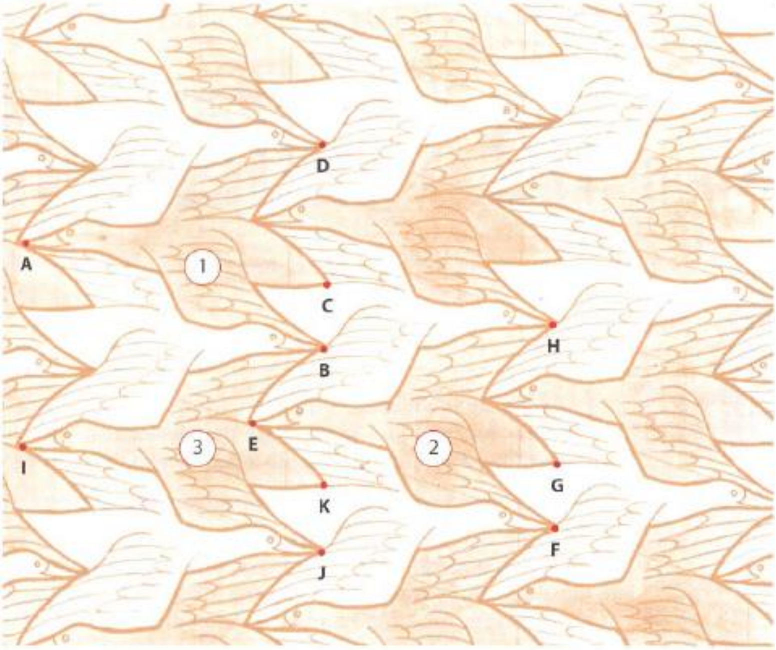


2. A figura abaixo é um desenho de Maurits Cornelis **Escher**, um artista gráfico holandês cuja obra se apoiou muito em conceitos matemáticos.

[8] Adaptada de:

"Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Professores das turmas piloto do 8º ano de escolaridade, Ano lectivo 2009/2010). Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

"m@c1/2 - experiências de aprendizagem matemática significantes". Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita *et al*., 2010:170).



Observa os pássaros no desenho de M. C. Escher.

2.1. Na translação associada ao vetor $\overrightarrow{CG}$, qual é a imagem do pássaro 1?

____

____

2.2. Na translação associada ao vetor $\overrightarrow{CG}$, quais são as imagens de cada um dos pontos A, B, C e D?

____

____

2.3. Considera a translação que transforma o Ponto A no ponto I. Nesta translação, qual é a imagem:

2.3.1. do pássaro 1? ____

2.3.2. dos pontos B, C e D? ___________________________________

2.4. Indica um vetor associada a translação que transforma o pássaro 3 no pássaro 2.

____

2.5. Completa:

$$I + \_\_\_\_\_\_ = E$$

$$J + \overrightarrow{JF} = \_\_\_\_\_\_$$

$$\_\_\_\_\_\_ + \overrightarrow{KG} = G$$

$$\_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_ = H$$

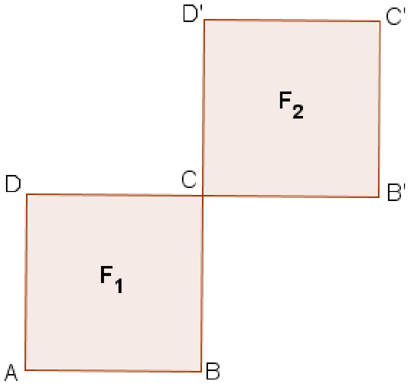
$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \_\_\_\_\_\_\_$$

3. O quadrado $\mathbf{F_1}$ é imagem do quadrado $\mathbf{F_2}$ pela translação associada ao vetor:

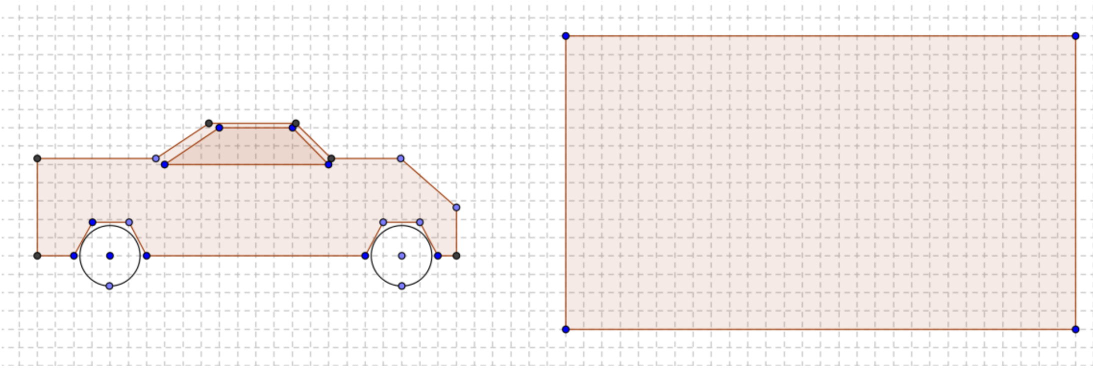
$$i)\,T_{\overrightarrow{DB}}$$

$$ii)\,T_{\overrightarrow{DC}}$$

$$iii)\,T_{\overrightarrow{AB}} + T_{\overrightarrow{BC}}$$



4. Utilizando várias ferramentas e dando largas aos teus dotes artísticos, constrói uma representação de um carro como no exemplo seguinte.



4.1. Com segmentos de reta ou pela ferramenta "polígonos", constrói um retângulo com um tamanho suficiente para que a totalidade do carro caiba no seu interior.

4.2. Cria um vetor e aplica uma translação associada à este vetor, de forma a que a imagem obtida fique, na totalidade, contida no retângulo que criaste.

4.3. Qual a medida de comprimento do vetor que associaste à translação e que te permitiu realizar a tarefa anterior?

4.4. O que acontece à imagem e a sua posição se alterares a medida de comprimento ou a direção do vetor?

Tarefa F – Composição de Isometrias - composição de duas translações.

1. Abre uma nova folha no programa GeoGebra e procede do seguinte modo:

- Constrói um Quadrilátero [ABCD].
- Escolha a direção, o sentido e a medida dos comprimentos dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
- Aplica ao quadrilátero o vetor $\vec{u}$ e obtém o seu transformado [A´B´C´D´].
- Aplica ao quadrilátero [A´B´C´D´] o vetor $\vec{v}$ e obtém o seu transformado [A´´B´´C´´D´´].
- Constrói um vetor $\overrightarrow{AA''}$.

2. Qual a relação entre os vetores $\overrightarrow{AA''}$ e $\overrightarrow{u+v}$?

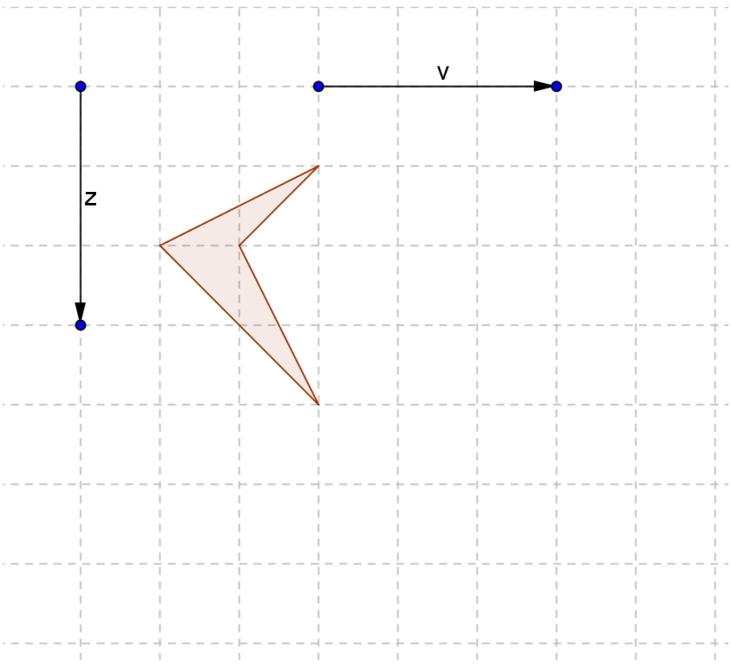
____
____
____
____

3. Registra as propriedades da composição de duas translações.

____
____
____
____
____
____
____

Tarefa G - Aplicações da composição de duas Translações

1. Abre o GeoGebra, desenha o quadrilátero e os vetores $\vec{v}$ e $\vec{z}$ da Figura seguinte.

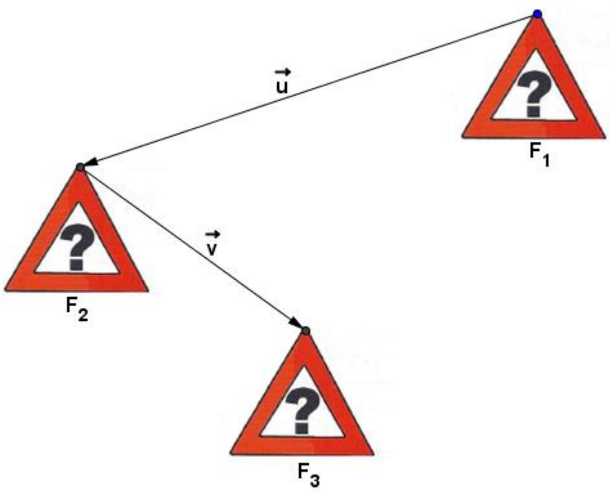


1.1. Determina a imagem do pentágono segundo a translação associada ao vetor $\vec{v}$.

1.2. Determina a imagem da figura, que obtiveste no ponto anterior, na translação associada ao vetor $\vec{z}$.

1.3. Identifica o vetor que transforma diretamente a figura dada na figura obtida no ponto anterior.

2. Observa as figuras:

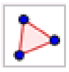
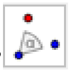


2.1. Haverá uma translação única que transforme a figura F_1 na figura F_3? Justifica a tua resposta. ____
____
____
____

2.2. Em caso afirmativo, representa no desenho o vetor correspondente à essa translação.

Tarefa H[9] - Isometrias no plano euclidiano - Rotação

1. Abre o programa GeoGebra e procede do seguinte modo:

   - Com a ferramenta "polígono"  constrói um triângulo [ABC].
   - Fixa um ponto *O* exterior ao triângulo como centro de rotação.
   - Utilizando a ferramenta "Rodar em torno de um ponto com uma amplitude"  determina a imagem [A'B'C'] do triângulo pela rotação em torno do centro *O* e medida de amplitude de ângulo de 60º.

   - Determina a imagem [A''B''C''] do triângulo inicial pela rotação em torno do centro O e medida de amplitude de ângulo de -60º.

   Qual a posição das imagens [A'B'C'] e [A''B''C''] em relação ao triângulo inicial?

2. Abre uma nova página e constrói outro triângulo:
   - Considera um dos vértices do triângulo como centro de rotação.
   - Determina a imagem [A'B'C'] do triângulo pela rotação associada a esse ponto e a um ângulo de medida de amplitude de 100º.
   - Determina a medida da amplitude do ângulo formado por um lado do triângulo [ABC] e o lado correspondente da imagem [A'B'C'].
   - Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo [ABC] com a medida do comprimento de cada um dos lados correspondentes da imagem [A'B'C'].
   - Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo [ABC] com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da imagem [A'B'C'].
   - Compara a medida da área do triângulo [ABC] com a medida da área da imagem [A'B'C'].
   - Mova o centro de rotação, e verifica se as relações anteriores se mantêm.

   Qual a posição dos vértices correspondentes do triângulo [ABC] e da sua imagem [A'B'C'] em relação ao centro de rotação?

[9] Adaptada de "m@c2 - Novas Trajectórias em Matemática". Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita, I. - coord., 2008:113).

Qual a relação entre os ângulos formados pela união do centro de rotação aos respectivos pares de vértices? ____

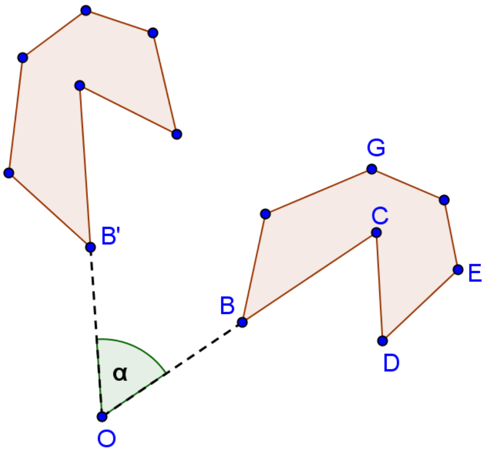
____
____
____

Regista as propriedades da rotação.

____
____
____
____
____
____
____
____

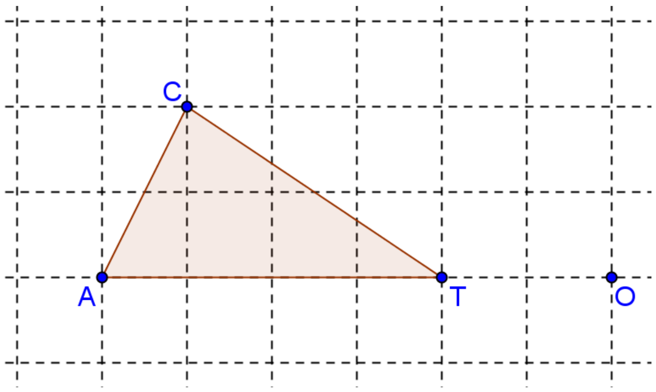
Tarefa I[10] - Aplicações da Rotação no Plano Euclidiano

1. O ponto B’ é a imagem de B numa rotação em torno do centro O e amplitude α.
   a. Observa a figura e mede a amplitude do ângulo de rotação BÔB’.



   b. Assinala na figura as imagens dos pontos D, E e G.

2. Recorre ao GeoGebra, copia a figura constituída pelo triângulo CAT e pelo ponto O.
   2.1. Determina a imagem C’A’T’ do triângulo por uma rotação de 180º em torno do ponto O.



   2.2. Verifica se a imagem C’A’T’ que obtiveste é congruente ao objecto CAT. Justifica a tua resposta. ____
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

---

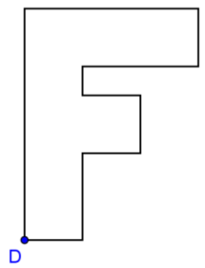
[10] Adaptada de:

“Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar”, Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos (NCTM, 2001).

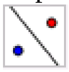
“Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo”. Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Professores das turmas piloto do 8º ano de escolaridade, Ano lectivo 2009/2010). Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

3. Constrói uma imagem da letra F da figura, através da rotação do plano em torno do centro D e amplitude 90º, com o ângulo marcado no sentido dos ponteiros do relógio.

   (Confira o teu desenho com o GeoGebra).



Tarefa *J*[11] - Isometrias no plano euclidiano - Reflexão

1. Abre o programa GeoGebra e procede do seguinte modo para explorar as propriedades da reflexão:
   - Constrói um triângulo [ABC].
   - Constrói uma reta que irá servir de eixo de reflexão.
   - Determina a imagem [A´B´C´] do triângulo pela reflexão associada ao eixo criado, utilizando a ferramenta “Reflexão numa reta” .
   - Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da imagem.
   - Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo com a medida de comprimento de cada um dos lados correspondentes da imagem.
   - Compara a distância entre cada um dos vértices do triângulo e o eixo de reflexão com a distância entre o vértice correspondente da imagem e o eixo de reflexão.

   O Triângulo [A´B´C´] obtido é congruente com o inicial, [ABC]? Justifica a tua resposta.

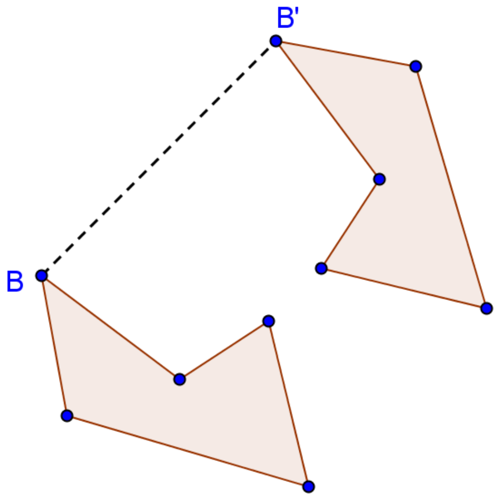
   Regista as propriedades da reflexão.

2. Seleciona um dos vértices do triângulo [ABC] e deforma a figura. Verifica se as propriedades da reflexão se mantêm.

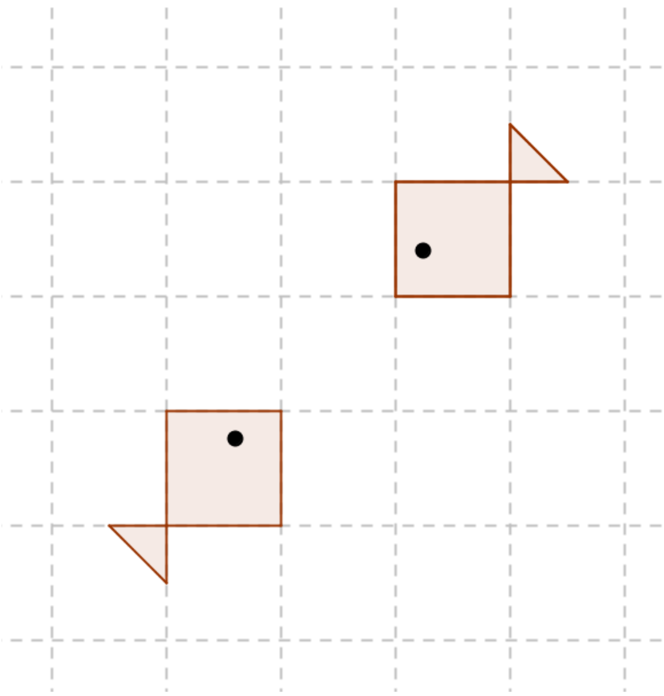
[11] Adaptada de “m@c2 - Novas Trajectórias em Matemática”. Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita *et al*., 2008:113).

Tarefa K[12] - Aplicações da Reflexão no Plano Euclidiano

1. O vértice B' é a imagem do vértice B do pentágono da figura pela reflexão do plano de eixo MN. Desenha, com régua e compasso, o eixo de reflexão MN.



2. Desenha, com régua e compasso, o eixo de reflexão que permite transformar um dos polígonos no outro.



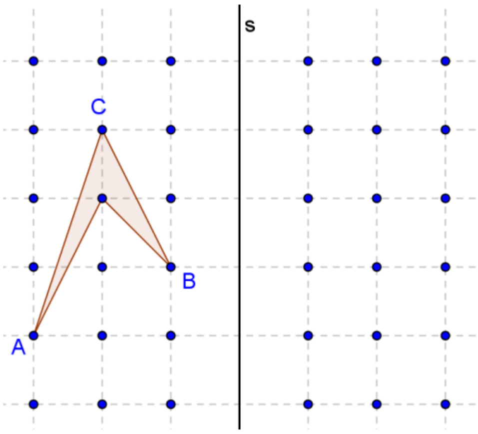
[12] Adaptada de:

"Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar", Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos (NCTM, 2001).

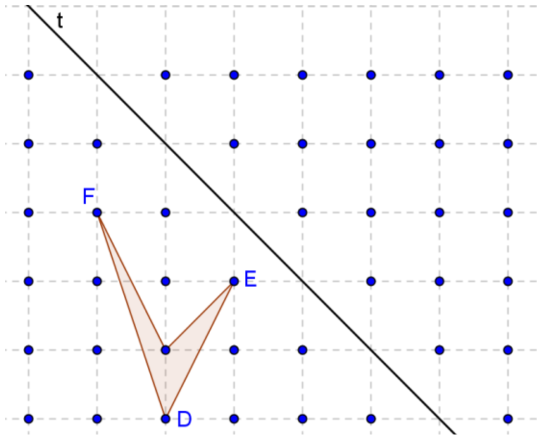
"Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Professores das turmas piloto do 8º ano de escolaridade, Ano lectivo 2009/2010). Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

3. Desenha o transformado de cada uma das seguintes figuras, considerando as retas representadas como eixo de reflexão (confirma os teus desenhos com o GeoGebra)

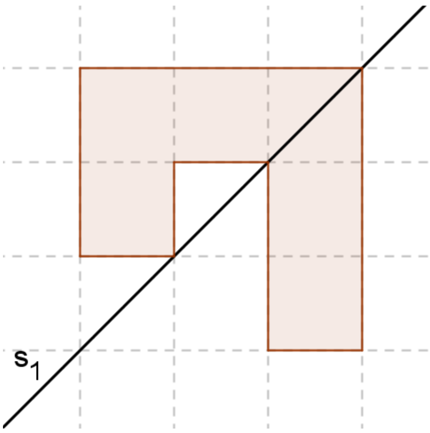
3.1.



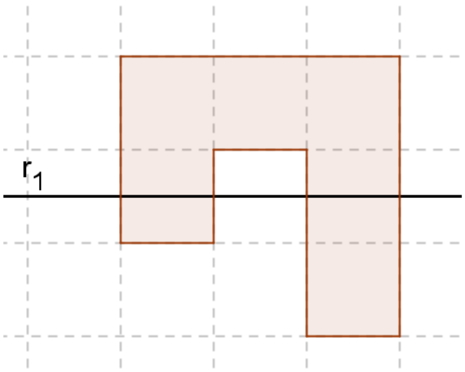
3.2.



3.3.



3.4.



Tarefa L[13] - Isometrias no plano euclidiano - Reflexão deslizante

1. Abre o programa GeoGebra e procede do seguinte modo:

- Constrói um triângulo [ABC].
- Constrói uma reta que irá servir de eixo de reflexão.
- Determina a imagem [A´B´C´] do triângulo pela reflexão associada ao eixo criado.
- Determina a imagem, de [A´B´C´] por uma translação associada a um vetor com direção paralela ao eixo de reflexão.
- Observa a imagem obtida, explora e regista as propriedades da composição de uma reflexão com uma translação associada a um vetor com direção paralela ao eixo de reflexão – reflexão deslizante.

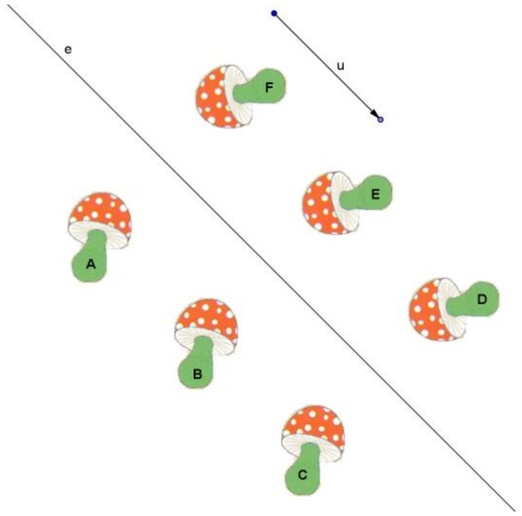
2. Regista as propriedades da reflexão deslizante.

____
____
____
____
____
____
____

[13] Adaptada de "m@c2 - Novas Trajectórias em Matemática". Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita *et al.*, 2008:113).

Tarefa M[14] - Aplicações da Reflexão Deslizante no Plano Euclidiano

1. Observa a figura que se segue.



1.1. Indica a letra correspondente à imagem da figura A na reflexão deslizante do plano associada ao eixo e ao vetor $\vec{u}$. ____

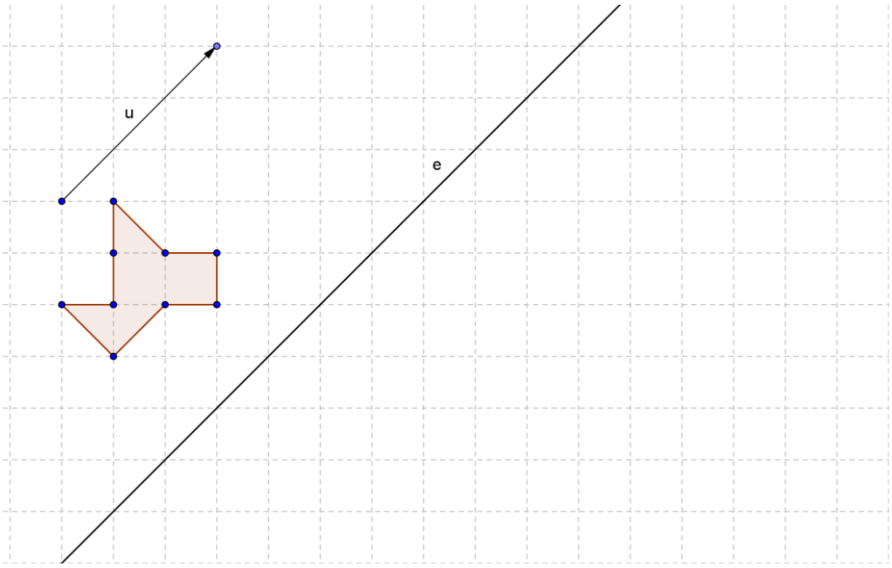
1.2. A figura F é a imagem da figura B na reflexão deslizante do plano associada ao eixo ***e*** e a um determinado vetor. Carateriza o vetor. ____________________________________
____
____

1.3. Indica a letra correspondente à imagem da figura **D** na reflexão deslizante do plano associada ao eixo ***e*** e ao vetor $-2.\vec{u}$. ____

2. Desenha o transformado do polígono na reflexão deslizante associada ao eixo ***e*** e ao vetor $\vec{u}$.

---

[14] Adaptada de "Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Professores das turmas piloto do 8º ano de escolaridade, Ano lectivo 2009/2010). Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular



3. Indica como podes obter uma pegada a partir da outra:

Tarefa N[15] – Composição de isometrias - Composição de duas reflexões

1. Abre uma nova folha no programa GeoGebra e procede de forma a explorar as propriedades da composição de duas reflexões de eixos paralelos.

Constrói:

- um triângulo rectângulo [ABC].
- a imagem [A´B´C´] de [ABC] por uma reflexão relativamente a um eixo dado.
- a imagem [A´´B´´C´´] de [A´B´C´] por uma reflexão relativamente a outro eixo paralelo ao anterior.

1.1. Qual é a relação entre [A´B´C´] e [ABC]? Justifica a tua resposta.

____

____

____

1.2. É possível obteres a imagem [A´´B´´C´´] a partir de [ABC] recorrendo a uma única transformação? Descreve-a. ____

____

____

____

____

1.3. Como podes descrever a transformação resultante de duas reflexões consecutivas, relativamente à dois eixos paralelos? ____

____

____

____

2. Abre uma nova folha no GeoGebra e repete os procedimentos anteriores, utilizando dois eixos concorrentes.

Que resultado prevês na aplicação da composição de duas reflexões com eixos concorrentes? ____

[15] Adaptado de: NCTM (2001). Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos.

APM (1999:7). Geometria com Cabri-geéomètre. T³ Europe.

Tarefa O - Aplicações da Composição de duas reflexões no Plano Euclidiano

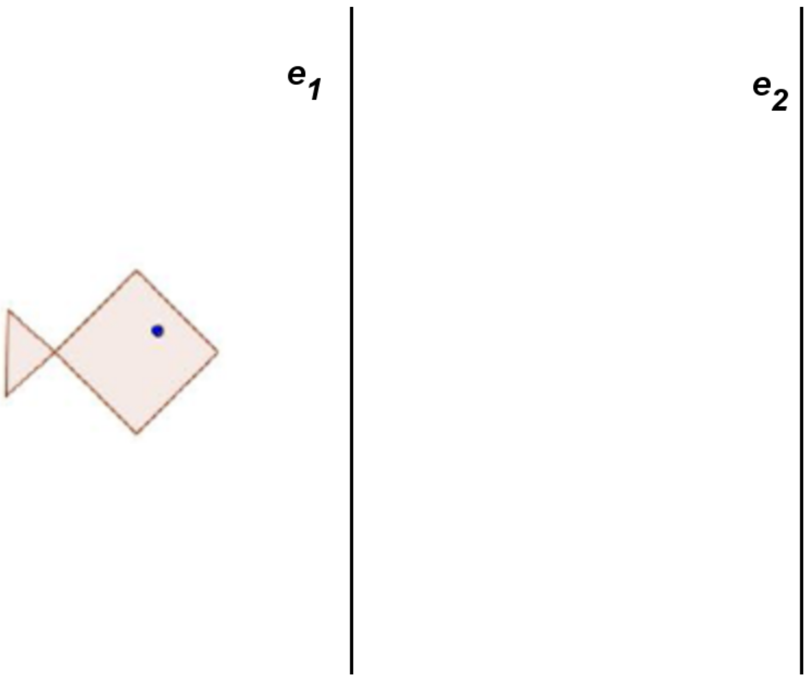
1. Observa a figura que se segue:

1.1. Indica o número mínimo de reflexões necessário para que a figura **F'** seja o transformado da figura **F**. São necessárias __________________________.

1.2. Representa-as.

1.3. Que outra transformação te permitiria obter a figura F' a partir da figura F?
____
____
____

2. Abre no ambiente de trabalho do teu computador, uma imagem de um peixe e insere-a na zona gráfica. Desenha dois eixos paralelos, e_1 e e_2.



2.1. Determina a imagem do peixe segundo a reflexão, relativamente ao eixo e_1.

2.2. Determina a imagem da figura, que obtiveste no ponto anterior, pela reflexão, relativamente ao eixo **e₂**.

2.3. Que outra transformação te permitiria obter a terceira figura a partir da primeira? Descreve-a. ____
____
____
____
____
____

Tarefa P[16] – Isometrias no plano euclidiano

1. Abre uma folha no GeoGebra e desenha a figura A sabendo que a amplitude do ângulo β é igual a 50º.

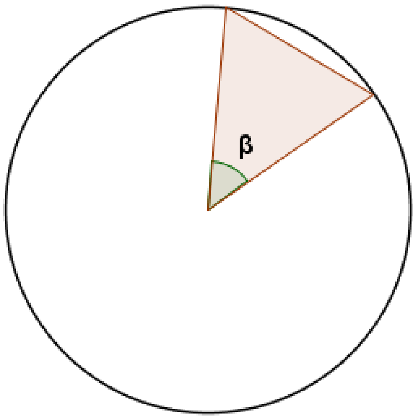


Figura A

Usando apenas os menus referentes às **transformações geométricas** faz as transformações geométricas necessárias para obteres a figura B.

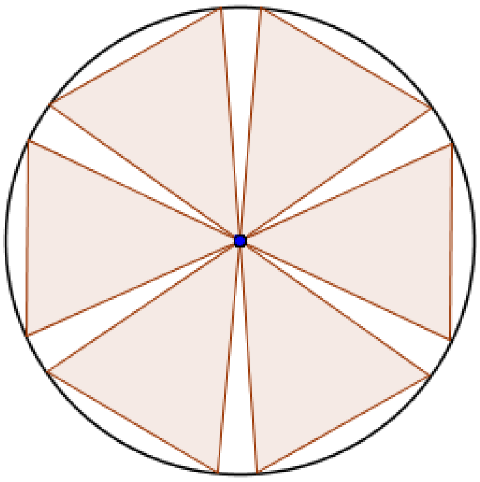


Figura B

Anota as transformações que realizaste.

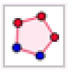
2. Abre o ficheiro correspondente ao azulejo da figura C. A partir dele obtém um painel (de três ou mais azulejos) por:

   2.1. Translações.
   2.2. Rotações.
   2.3. Reflexões.
   2.4. Reflexão deslizante
   2.5. Várias transformações

Figura C

16 Adaptada de "Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Professores das turmas piloto do 8º ano de escolaridade, Ano lectivo 2009/2010). Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

Tarefa Q[17] - Simetrias em polígonos

1. Abre o programa GeoGebra, com a ferramenta "polígono regular"  desenha os seguintes polígonos regulares, um em cada folha:
   - um triângulo equilátero;
   - um quadrado;
   - um pentágono regular;
   - um hexágono regular.

1.1. Descobre todos os eixos de simetria de cada um dos polígonos regulares, determinando as bissetrizes dos seus vértices e as mediatrizes dos seus lados;

Faz os registos na tabela seguinte

Polígono	Nº de vértices	Nº de lados	Nº de ângulos	Nº de eixos de simetria axial
Triângulo Equilátero				
Quadrado				
Pentágono regular				
Hexágono regular				
⋮				
Polígono ***n***				

1.2. Na tabela que preencheste, que relação observas entre:

1.2.1. o número de lados do polígono e o nº de eixos de simetria?

1.2.2. o número de vértices do polígono e o nº de eixos de simetria?

1.2.3. o número de ângulos do polígono e o nº de eixos de simetria?

1.3. Em cada um dos polígonos regulares, explica por onde passam os eixos de simetria em relação aos vértices e aos lados.

1.4. Observa os eixos de simetria que determinaste em cada polígono. Como ficam divididos os ângulos que são atravessados por eixos de simetria?

---

17 Adaptada de:

"Formação Contínua em Matemática de Professores de 1º e 2º ciclos (2007). Évora: Universidade de Évora".

"Proposta de conjunto de tarefas para o 2º Ciclo". Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Professores das turmas piloto do 6º ano de escolaridade, Ano lectivo 2009/2010). Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular".

2. Já viste na questão anterior quantos eixos de simetria possui um triângulo equilátero. Explora, no mesmo sentido, os triângulos não equiláteros, isósceles e escaleno, e responde:
   2.1. Que conclusões podes tirar relativamente aos eixos de simetria dos triângulos isósceles?

   2.2. E dos escalenos?

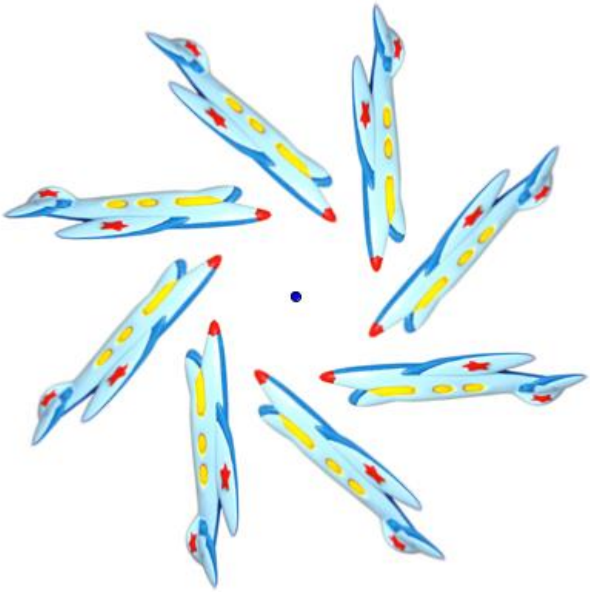
   2.3. Quantos eixos de simetria é possível identificar num círculo?

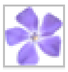
3. Desenha um polígono só com 2 eixos de simetria e que não seja um rectângulo. Poderá este polígono ter um número ímpar de lados?

Tarefa R[18] – Frisos e Rosáceas

I

1.1. Para realizar uma volta completa, a imagem do avião sofreu 8 rotações. Descobre quantos graus rodou em cada uma delas, no sentido dos ponteiros do relógio, até formar a presente figura. Explica o teu raciocínio.



a. Encontra no ambiente de trabalho do computador, a imagem do avião e insere-a na zona gráfica . Nota – depois de estar selecionada a ferramenta, tens de clicar na zona de trabalho e, só então, terás acesso à caixa para inserir imagens.

b. Uma vez inserida a imagem, realiza a sua rotação, de tal forma que o avião efectue uma volta completa apenas com 4 rotações.

c. Efectua experiências com diferentes valores da medida de amplitude do ângulo. Regista as conclusões a que chegaste.

d. Explica como é possível indicar os ângulos de rotação, sem fazeres quaisquer medições.

[18] Adaptada de "m@c1/2 - experiências de aprendizagem matemática significantes". Programa de formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro (Cabrita, I. - coord., 2010:170).

II

2.1. Observa as figuras.

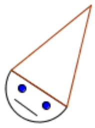


Figura X

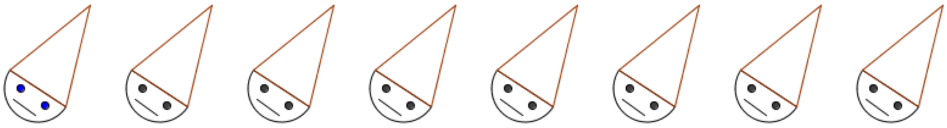
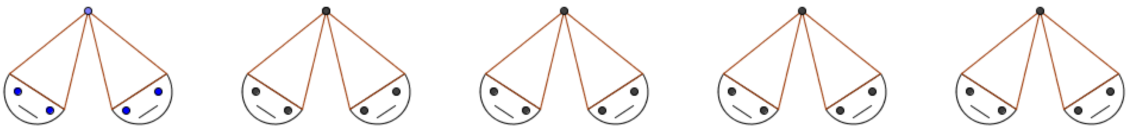


Figura Y

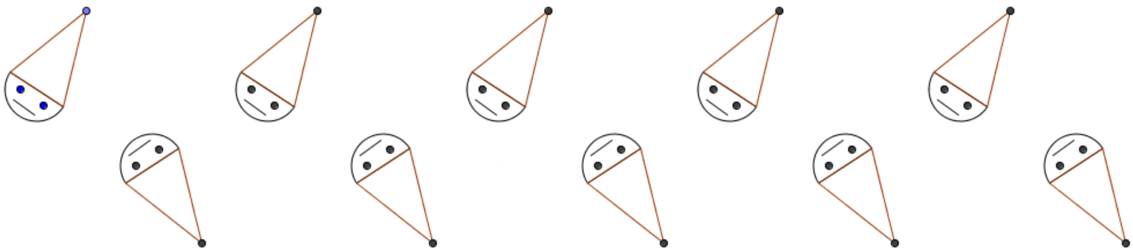
Que transformação geométrica te permite transformar a figura X na figura Y.

2.2. Identifica as simetrias que foram utilizadas na criação dos frisos abaixo.

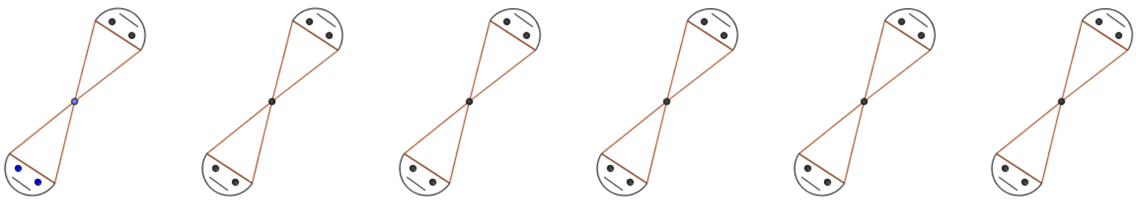
2.2.1.



2.2.2.



2.2.3.

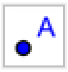
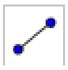


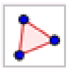
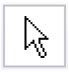
3. Após a identificação das simetrias nos frisos, diga o que entendes por friso.____

Anexo X - Fichas de trabalho final dos alunos

Ficha de Trabalho Nº 1

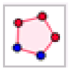
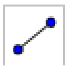
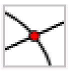
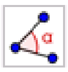
Explorando o GeoGebra 1[19]

1. Clica com o botão direito do rato na zona gráfica, seleciona a vista “quadriculado”  e com a ferramenta “Novo Ponto”  marca 3 pontos não colineares.
2. Utilizando a ferramenta “segmento definido por dois pontos”  une esses pontos entre si de forma a obteres uma figura.
3. Como designas essa figura? ____

   ____
4. Utilizando a ferramenta “polígono” , constrói outro polígono com o mesmo número de lados.
5. Usa a ferramenta “Selecionar\Mover”  para mover os polígonos obtidos. O que verificas? Regista as tuas conclusões a que chegaste.

   ____

   ____

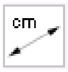
   ____
6. Com a ferramenta “polígono regular” , constrói um quadrado.
7. Utilizando a ferramenta “segmento definido por dois pontos” , constrói as suas diagonais.
8. Com a ferramenta “intersectar duas linhas”  determina o ponto de intersecção dessas diagonais.
9. Usa a ferramenta “Ângulo”  para medir a amplitude dos ângulos:

   9.1. do quadrado;

   9.2. definidos pelas duas diagonais.

---

[19] Adaptada de: Cabrita, I. (coord.) (2010:170). *m@c1/2. Experiências de aprendizagem matemática significantes*. Aveiro: Universidade de Aveiro

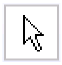
10. Utilizando as ferramentas de medição  e , indica as seguintes medidas:

Medida de comprimento do Lado = _______________

Medida de comprimento de Perímetro = ______________

Medida de comprimento de Área = _____________

Medida de comprimento das diagonais = _____________

11. Altera a medida do comprimento do lado com a ferramenta "Mover"  e regista as alterações que observaste nas restantes medidas.

____

____

____

____

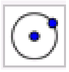
____

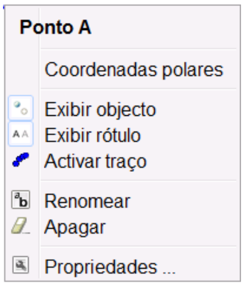
12. Completa, usando as palavras "**as diagonais"**, "**os ângulos"**, "**os lados"**:

"Um quadrado possui ______________ e ______________ iguais".

"Num quadrado _______________ são perpendiculares e de igual comprimento".

Explorando o GeoGebra 2[20]

1. Desenha uma circunferência recorrendo à ferramenta "Circunferência dados o centro e um ponto" . Altera a designação do centro. Para isso, usa o botão direito do rato, clica em cima do objeto que pretendes para aceder ao menu e seleciona "Renomear".



2. Marca dois novos pontos sobre a circunferência.

3. Liga cada um dos pontos marcados na alínea anterior ao centro da circunferência.

4. Que nome têm esses segmentos de reta obtidos em 3?

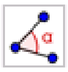
____

____

5. Qual a medida de comprimento de cada um dos segmentos?

6. Se adicionarmos a medida de comprimento dos dois segmentos obtemos a medida de comprimento do: ______________________.

7. Em relação a qualquer um dos segmentos que desenhaste, move a extremidade que pertence à circunferência e verifica o que acontece à medida do comprimento do segmento.

8. Com a ferramenta , tenta obter a medida da amplitude do menor ângulo formado pelos dois segmentos anteriormente criados.

9. Experimenta arrastar a extremidade do segmento que pertence à circunferência de um dos segmentos e verifica o que acontece à medida da amplitude do ângulo.

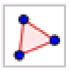
---

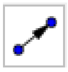
[20] Fonte: Cabrita, I. (coord.) (2010:170). *m@c1/2. Experiências de aprendizagem matemática significantes*. Aveiro: Universidade de Aveiro

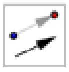
Ficha de Trabalho[21] Nº 2

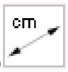
Isometrias no plano euclidiano - Translação

1. Abre o programa GeoGebra e procede do seguinte modo:

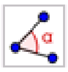
   1.1. Com a ferramenta “polígono”  constrói um triângulo [ABC].

   1.2. Usa a ferramenta “vetor definido por dois pontos”  para representares um vetor à tua escolha e designa-o por $\vec{v}$.

   1.3. Com a ferramenta “translação por um vetor  aplica ao triângulo a translação associada ao vetor $\vec{v}$, e obtém a sua imagem [A’B’C’].

   1.4. Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo [ABC] com a medida do comprimento de cada um dos lados correspondentes da sua imagem [A’B’C’]. Utiliza a ferramenta de medição 

.

   1.5. Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo [ABC] com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da sua imagem [A’B’C’]. Utiliza a ferramenta de medição .

   1.6. Altera a medida de comprimento ou a direcção do vetor $\vec{v}$ e verifica se as medidas anteriores se mantêm. O que concluis?

____

____

____

2. Considerando as observações anteriores, completa, utilizando as palavras “**congruente**”, “**paralelo**”, “**ângulo**”, “ **o sentido**”.

   2.1. “Uma translação transforma um segmento de reta noutro segmento de reta _____________ e _____________ (com o mesmo comprimento) ao primeiro”.

   2.2. “Uma translação transforma um _____________ noutro congruente (com a mesma amplitude)”.

[21] Adaptada de Cabrita, I. (coord.) (2008:114). m@c2. *Novas Trajectórias em Matemática. Programa de Formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro*. Aveiro: Universidade de Aveiro

2.3. “Uma traslação transforma uma figura noutra ______________ (com a mesma área).

2.4. “Uma translação preserva ______________ dos ângulos”.

3. Define o vetor com origem no ponto que é objeto e extremidade na sua respectiva imagem.

   3.1. Compara as características desse vetor com o vetor $\vec{v}$.

   ____

   ____

   ____

4. Determina os segmentos de reta que unem os pontos do objeto às suas imagens e, completa, utilizando as palavras “**comprimento**”, “**paralelos**”, “**da translação**”:

   4.1. Os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens são _____________ e todos têm o mesmo ___________________.

   4.2. Cada um desses segmentos de reta tem o mesmo comprimento que o vetor _________________.

5. Seleciona um dos vértices do triângulo [ABC] e altera a figura inicial. Verifica se as propriedades referidas anteriormente se mantêm. O que concluis?

   ____

   ____

   ____

   ____

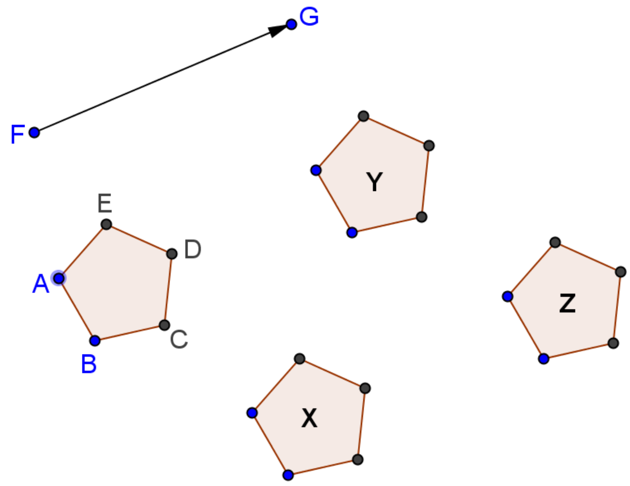
   ____

   ____

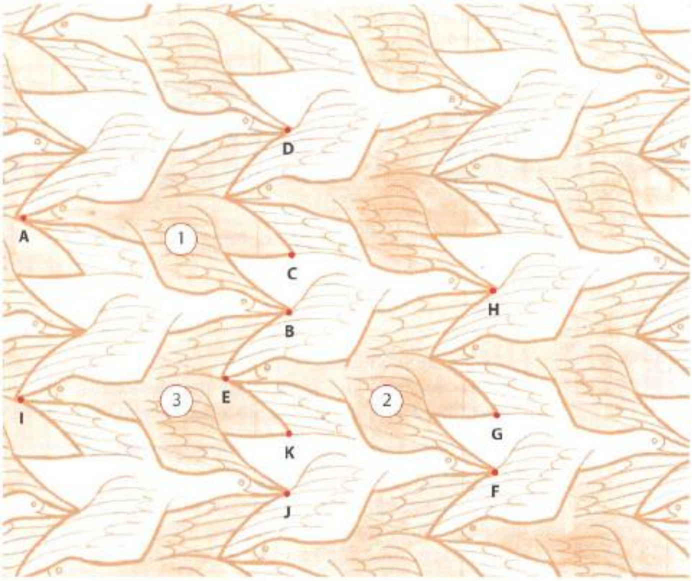
Ficha de Trabalho[22] Nº3

Aplicações da Translação no Plano Euclidiano

1. Identifica o pentágono que é imagem do pentágono [ABCDE] na **translação do plano** associada ao vetor $\overrightarrow{FG}$. ______________________________________



2. A figura abaixo é um desenho de **Maurits Cornelis Escher**, um artista gráfico holandês cuja obra se apoiou muito em conceitos matemáticos.



Observa os pássaros no desenho de M. C. Escher.

[22]Tarefas1 e 2 - Adaptadas de: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.
Tarefa 3 - Fonte: Cabrita, I. (coord.) (2010:171). *m@c1/2. Experiências de aprendizagem matemática significantes*. Aveiro: Universidade de Aveiro

2.1. Na translação associada ao vetor $\overrightarrow{DH}$, qual é a imagem do pássaro 1?

____

____

2.2 Na translação associada ao vetor $\overrightarrow{DH}$, quais são as imagens de cada um dos pontos A, B, C e D?

____

____

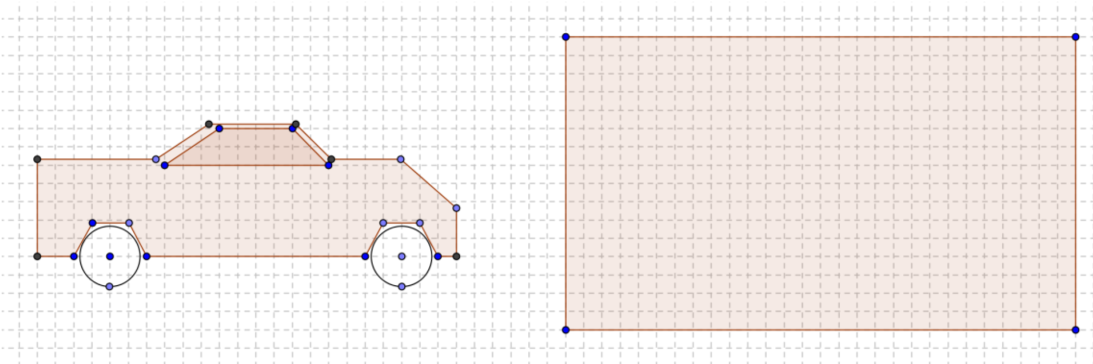
2.3 Considera a translação que transforma o ponto B no ponto J. Nesta translação, qual é a imagem:

2.3.1 do pássaro 1? ____

2.3.2 dos pontos A, C e D? ____

2.4 Indica um vetor associado à translação que transforma o pássaro 3 no pássaro 2. ____

3. Utilizando várias ferramentas disponíveis e dando largas à tua criatividade, constrói no GeoGebra uma representação de um carro como apresentado no exemplo seguinte.



3.1. Com segmentos de reta ou pela ferramenta “polígonos”, constrói um rectângulo com um tamanho suficiente para que a totalidade do carro caiba no seu interior.

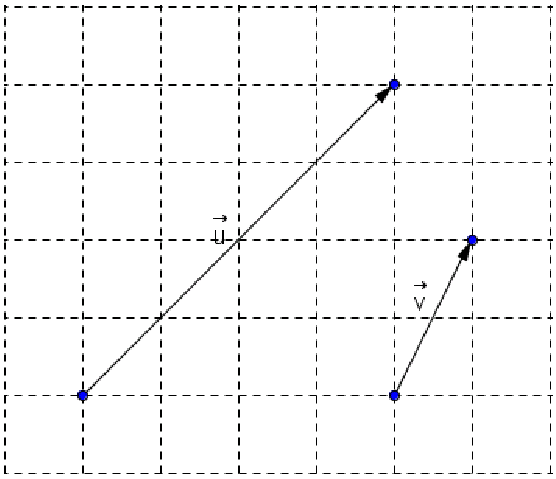
3.2. Identifica um vetor e, aplica uma translação associada a esse vetor que permita obter uma imagem do carro dentro do rectângulo que criaste.

3.3. Qual a medida do comprimento do vetor que associaste à translação, na tarefa anterior?

Ficha de Trabalho Nº 4

Vetores e propriedades de vetores

1. Abra uma nova folha no programa GeoGebra e desenha os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, como se ilustra.



1.1. Determina ($\vec{u} + \vec{v}$) e ($\vec{v} + \vec{u}$). Que conclusão podes tirar sobre a adição destes vetores?

1.2. Determina 2 $\vec{v}$ definido por $\vec{v} + \vec{v}$. Carateriza esse vetor.

1.3. Determina os vetores $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$ e completa com as palavras "**o mesmo**", "**sentido**", "**a mesma**":

Os vetores $\vec{u}$ e $-\vec{u}$ têm ______________ direção, _______________ comprimento e _________________ contrário.

1.4. Determina o vetor $-\vec{u} + (-\vec{v})$. Que relação existe entre o vetor $-\vec{u} + (-\vec{v})$ e o vetor $\vec{u} + \vec{v}$?

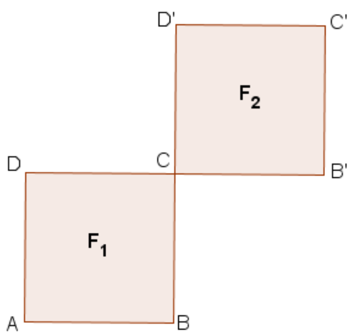
2. O quadrado **F₂** é imagem do quadrado **F₁** pela translação associada a qual dos seguintes vetores?

2.1. $T_{\overrightarrow{DB}}$

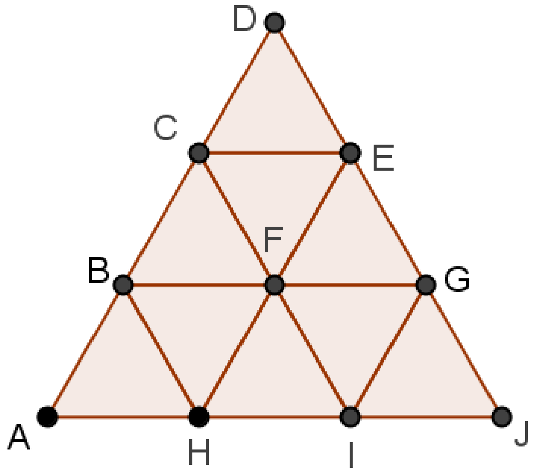
2.2. $T_{\overrightarrow{AC}}$

2.3. $T_{\overrightarrow{DC}}$

2.4. $T_{\overrightarrow{AB}} + T_{\overrightarrow{BC}}$



3. Na figura estão desenhados oito triângulos equiláteros geometricamente iguais ao triângulo [ABH].



3.1. Identifica com as letras da figura:

3.1.1. dois vetores congruentes com $\overrightarrow{AB}$. ________________________.

3.1.2. dois vetores com a direcção de $\overrightarrow{BF}$ e com o dobro da medida do seu comprimento. ____.

3.1.3. um vetor com a direcção de $\overrightarrow{GE}$, mas com sentido contrário. ____.

3.1.4. Um vetor colinear com $\overrightarrow{JD}$ cuja medida de comprimento é a terça parte de $\overrightarrow{JD}$ e sentido contrário de $\overrightarrow{JD}$.

3.2. Completa:

3.2.1. $B+\overrightarrow{BG}=$ ______

3.2.2. $F+\overrightarrow{EF}=$ ______

3.2.3. $\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{FG}=$ ______

3.2.4. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BH}=$ ______

3.2.5. $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{IG}=$ ______

3.2.6. $\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{EC}=$ ______

Ficha de Trabalho Nº 5

Composição de Isometrias - composição de duas translações

1. Abre uma nova folha no programa GeoGebra e procede do seguinte modo:
   1.1. Constrói um Quadrilátero [ABCD].
   1.2. Representa à tua escolha dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
   1.3. Aplica ao quadrilátero [ABCD] a translação associada ao vetor $\vec{u}$ e obtém o seu transformado [A´B´C´D´].
   1.4. Aplica ao quadrilátero [A´B´C´D´] a translação associada ao vetor $\vec{v}$ e obtém o seu transformado [A´´B´´C´´D´´].
   1.5. Constrói um vetor $\overrightarrow{AA''}$.
   1.6. Activa a "Barra de comandos" no "Menu exibir", determina $\vec{u}+\vec{v}$ e renomeia-o por $\overrightarrow{u+v}$.
   1.7. Aplica ao quadrilátero [ABCD] a translação associada ao vetor $\overrightarrow{u+v}$ e obtém o seu transformado [A1´B1´C1´D1´].

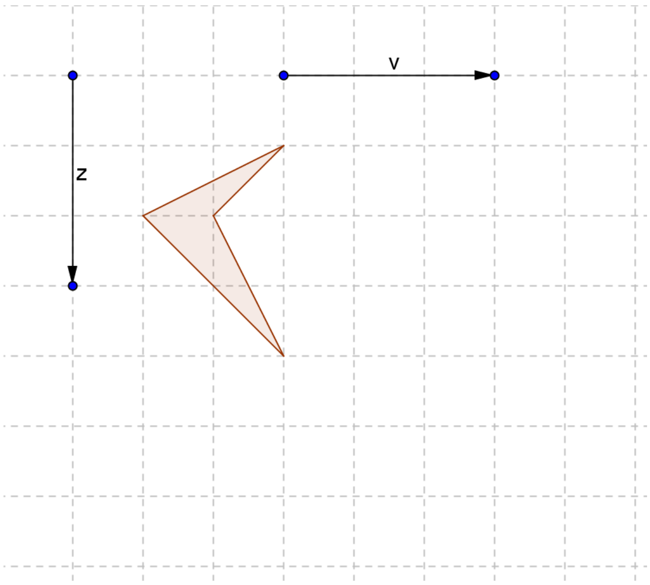
2. Compara as caraterísticas dos vetores $\overrightarrow{AA''}$ e $\overrightarrow{u+v}$.
   ____
   ____
   ____

3. Completa:
   - A composição de duas translações definidas pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{u}$ respetivamente é igual à _______________ definida pelo vetor $\overrightarrow{u+v}$.
   - A composição de duas translações é uma _______________.

Ficha de Trabalho Nº 6

Aplicações da composição de duas Translações

1. Abre o GeoGebra, desenha o quadrilátero apresentado na figura seguinte e os vetores $\vec{v}$ e $\vec{z}$.

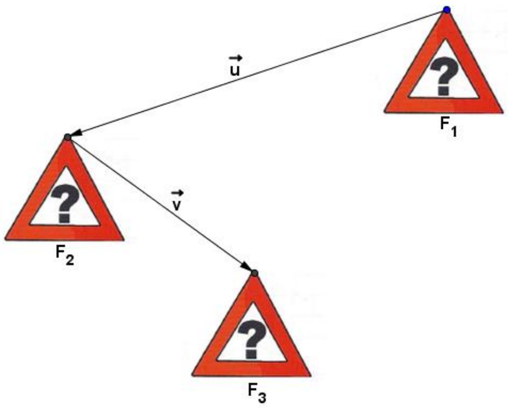


1.1. Determina a imagem do quadrilátero segundo a translação associada ao vetor $\vec{v}$.

1.2. Determina a imagem da figura, que obtiveste, no ponto anterior, na translação associada ao vetor $\vec{z}$.

1.3. Identifica o vetor que transforma diretamente a figura dada na figura obtida no ponto anterior.

2. Observa as figuras:



2.1. Haverá uma translação única que transforme a figura F_1 na figura F_3? Justifica a tua resposta. ____

____

____

____

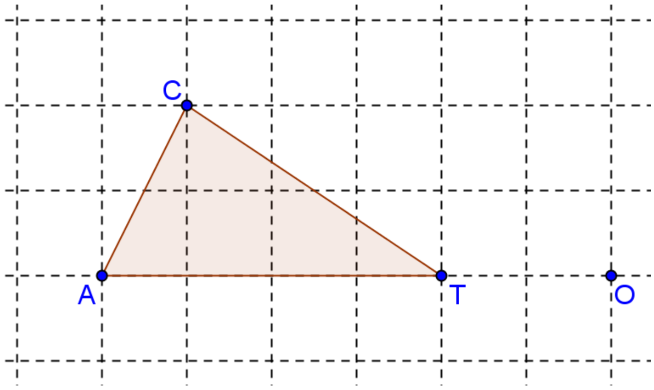
2.2. Em caso afirmativo, representa no desenho o vetor associado a essa translação.

Ficha de Trabalho[23] Nº 7

Isometrias no plano euclidiano - Rotação

1. Recorrendo ao GeoGebra, representa o triângulo [CAT] e ponto O, como se ilustra.

1.1. Determina a imagem [C’A’T’] do triângulo por uma rotação de 120º no sentido horário em torno do ponto O.



1.2. Verifica se a imagem [C’A’T’] que obtiveste é, ou não, congruente com o objeto correspondente [CAT]. Justifica a tua resposta.

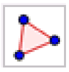
____

____

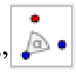
____

____

2. Abre uma nova folha no programa GeoGebra e procede do seguinte modo:

2.1. Com a ferramenta “polígono”  constrói um triângulo [ABC].

2.2. Considera um dos vértices do triângulo como centro de rotação.

2.3. Utilizando a ferramenta “Rodar em torno de um ponto com uma amplitude”  determina a imagem [A’B’C’] do triângulo pela rotação associada a esse ponto e a medida de amplitude de ângulo de 180º no sentido anti-horário.

---

[23]Tarefa 1- NCTM (2001). Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos.

Tarefa 2 - Adaptada de: Cabrita, I. (coord.) (2008:113). m@c2. *Novas Trajectórias em Matemática. Programa de Formação Contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro*. Aveiro: Universidade de Aveiro

Tarefas 3 e 4 – Adaptadas de: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo”. Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

2.4. Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo [ABC] com a medida do comprimento de cada um dos lados correspondentes da sua imagem [A'B'C'].

2.5. Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo [ABC] com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da sua imagem [A'B'C'].

2.6. Compara a medida da área do triângulo [ABC] com a medida da área da sua imagem [A'B'C'].

2.7. Move o centro de rotação e verifica se as relações anteriores se mantêm. O que concluis?

____

____

____

2.8. Completa, usando as palavras "**ângulo", "congruente**", "**o sentido".**

2.8.1. "Uma rotação transforma um segmento de reta noutro segmento de reta ___________________ ".

2.8.2. "Uma rotação transforma um __________________ noutro congruente".

2.8.3. "Uma rotação transforma uma figura noutra _____________________".

2.8.4. "Uma rotação preserva _____________ dos ângulos".

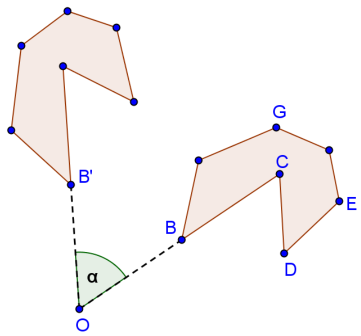
2.9. Determina os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens, as mediatrizes destes segmentos de reta e, completa, usando as palavras "**colineares**", "**paralelos**", "**mediatrizes**":

2.9.1. "Os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens não são ____________ e os seus pontos médios não são _____________".

2.9.2. "O centro de rotação é a interseção das _________________ dos segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens".

3. O ponto B' é a imagem de B numa rotação em torno do centro O e amplitude **α**.

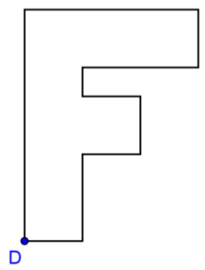
3.1. Observa a figura e determina a medida da amplitude do ângulo de rotação BÔB'.



3.2. Assinala, na figura, as imagens dos pontos D, E e G obtidas pela rotação de centro O e medida de amplitude α.

4. Constrói uma imagem da letra F apresentada na figura, através da rotação do plano em torno do centro D e com medida de amplitude 90º, no sentido dos ponteiros do relógio (sentido horário).

(Confere o teu desenho com o GeoGebra).



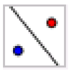
Ficha de Trabalho[24] Nº 8

Isometrias no plano euclidiano - Reflexão

1. Abre o programa GeoGebra e procede do seguinte modo para explorar as propriedades da reflexão:

   1.1. Constrói um triângulo [ABC].

   1.2. Constrói a reta que irá servir de eixo de reflexão.

   1.3. Determina a imagem [A´B´C´] do triângulo pela reflexão associada ao eixo criado, utilizando a ferramenta "Reflexão numa reta" .

   1.4. Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo [ABC] com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da sua imagem.

   1.5. Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo [ABC] com a medida de comprimento de cada um dos lados correspondentes da sua imagem.

   1.6. Compara a distância entre cada um dos vértices do triângulo [ABC] e o eixo de reflexão, com a distância entre os vértices correspondentes da imagem e o eixo de reflexão.

   1.7. O triângulo [A´B´C´] obtido é congruente ao triângulo inicial, [ABC]? Justifica a tua resposta.

2. Seleciona um dos vértices do triângulo [ABC] e altera a figura inicial. Verifica se as relações se mantêm. O que concluis?

[24]Adaptada de: Cabrita, I. (coord.) (2008:113). m@c2. *Novas Trajectórias em Matemática. Programa de Formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro*. Aveiro: Universidade de Aveiro

____

____

3. Completa, usando as palavras "**congruente"**, "**paralelo", "ângulo"**:

   3.1. "Uma reflexão transforma um segmento de reta noutro segmento de reta ______________".

   3.2. "Uma reflexão transforma um ______________ noutro congruente".

   3.3. "Uma reflexão transforma uma figura noutra _______________".

4. Uma reflexão preserva ou não preserva o sentido dos ângulos? ____

5. Determina os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens, as mediatrizes destes segmentos de reta e, completa, usando as palavras **paralelos**, **a mediatriz**:

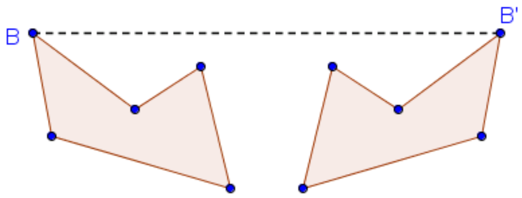
   5.1. "Os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens são ______________".

   5.2. "O eixo de reflexão é ______________ de cada segmento".

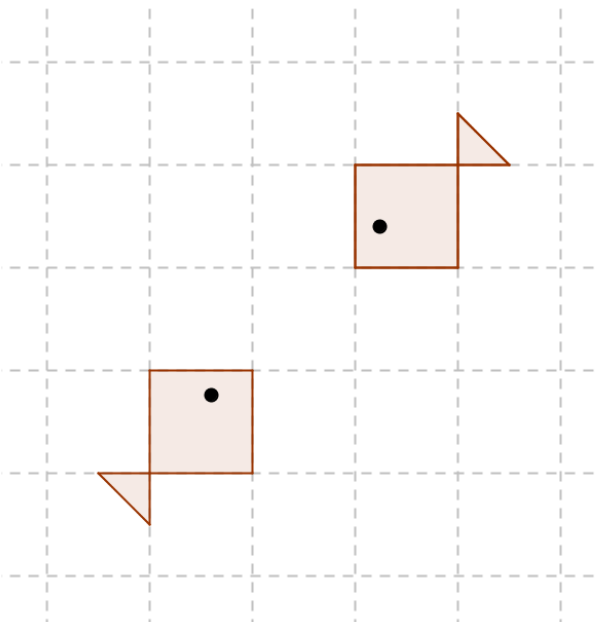
Ficha de Trabalho[25] Nº 9

Aplicações da Reflexão no Plano Euclidiano

1. O vértice B' é a imagem do vértice B do pentágono da figura abaixo pela reflexão do plano euclidiano de eixo MN. Desenha, com régua e compasso, esse eixo de reflexão MN.



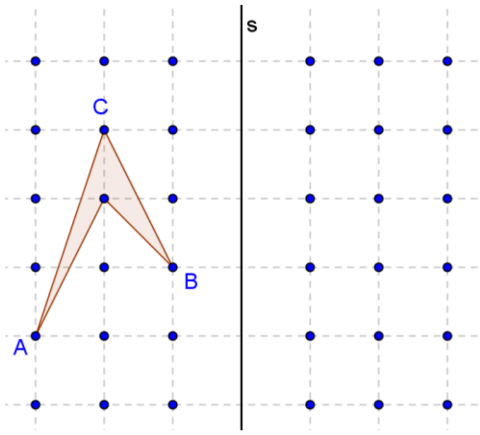
2. Desenha, com régua e compasso, o eixo de reflexão que permite transformar um dos peixes no outro.



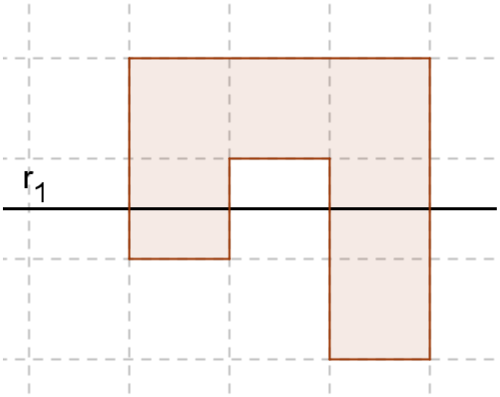
[25]Tarefas 1 e 2 - Adaptadas de: NCTM (2001). Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos.
Tarefa 3 – Adaptada de: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

3. Desenha o transformado de cada uma das seguintes figuras (considerando as retas representadas como eixo de reflexão) na reflexão definida pelas retas assinaladas (confirma os teus desenhos com o GeoGebra)

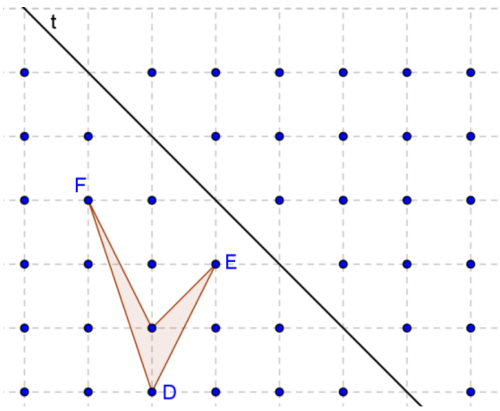
3.1.



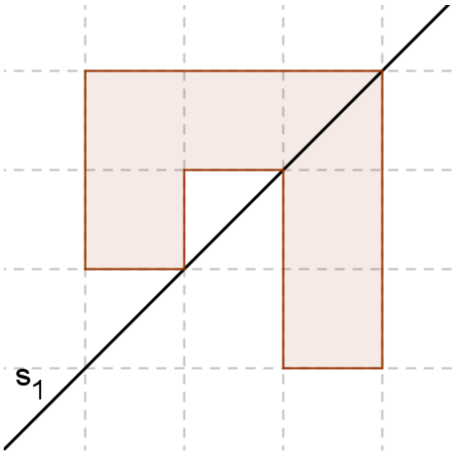
3.2.



3.3.



3.4.



Ficha de Trabalho[26] Nº 10

Isometrias no plano euclidiano - Reflexão deslizante

1. Abre o programa GeoGebra e procede do seguinte modo:

1.1. Constrói um triângulo [ABC].

1.2. Constrói uma reta que irá ser um eixo de reflexão e designa-a por t.

1.3. Determina a imagem [A´B´C´] do triângulo pela reflexão associada à reta t.

1.4. Determina a imagem [A´´B´´C´´] de [A´B´C´] obtida por uma translação associada a um vetor com direcção paralela à reta t e com comprimento e sentido à tua escolha.

1.5. O triângulo [A´´B´´C´´] obtido é congruente com o inicial, [ABC]? Justifica a tua resposta.

____

____

____

____

2. Completa, usando as palavras "**ângulo"**, "**congruente"**:

2.1. "Uma reflexão deslizante transforma um segmento de reta noutro segmento de reta ___________".

2.2. "Uma reflexão deslizante transforma um _____________ noutro congruente".

2.3. "Uma reflexão deslizante transforma uma figura noutra _________________________".

3. "Uma reflexão deslizante preserva ou não preserva o sentido dos ângulos"? ____

4. Determina os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens, as mediatrizes destes segmentos de reta e completa usando as palavras "**paralelo"**, **"paralelos",** "**médios"**, "**colineares"**:

4.1. "Os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens não são ______________, mas os seus pontos médios são ______________".

4.2. "O eixo da reflexão deslizante é a reta que passa pelos pontos ______________ dos segmentos".

4.3. "O vetor da reflexão deslizante é ___________ ao eixo de reflexão".

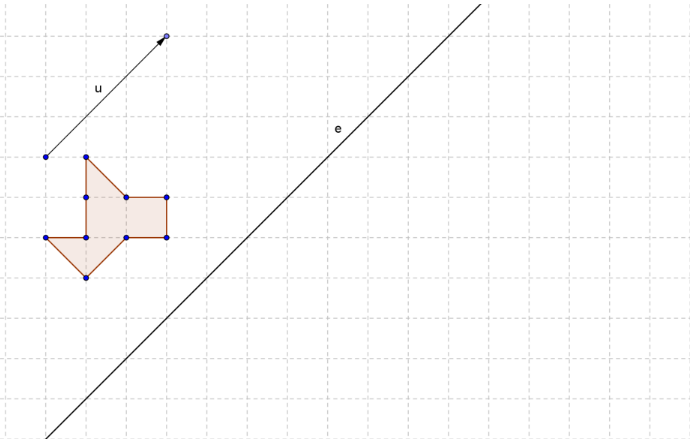
---

[26]Adaptada de: Cabrita, I. (coord.) (2008:113). m@c2. *Novas Trajectórias em Matemática. Programa de Formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro*. Aveiro: Universidade de Aveiro

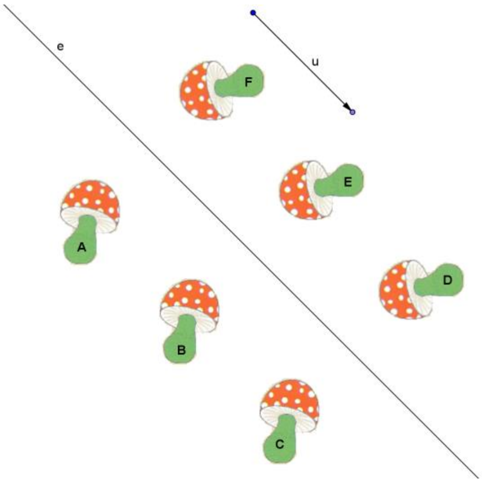
Ficha de Trabalho[27] Nº 11

Aplicações da Reflexão Deslizante no Plano Euclidiano

1. Recorrendo ao GeoGebra, determina o transformado do polígono na reflexão deslizante associada ao eixo "***e***" e ao vetor $\vec{u}$.



2. Observa a figura que se segue.



   2.1. Indica a letra correspondente à imagem da figura A na reflexão deslizante do plano associada ao eixo "***e***" e ao vetor $\vec{u}$. ____________________________

   2.2. A figura F é a imagem da figura B na reflexão deslizante do plano associada ao eixo "***e***" e a um determinado vetor. Caracteriza esse vetor. ________________________________

   ____

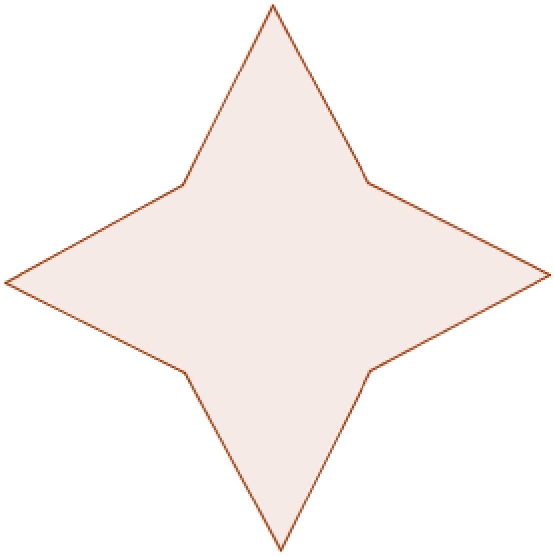
   2.3. Indica a letra correspondente à imagem da figura **D** na reflexão deslizante do plano associada ao eixo "***e***" e ao vetor $-2.\vec{u}$. __________________________

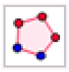
[27] Adaptada de: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

Ficha de Trabalho[28] Nº 12

Simetrias em polígonos

1. Efectuando dobragens, identifica os eixos de simetria da estrela apresentada abaixo. Se for possível, desenha o(s) eixos(s) de simetria.



2. Abre o programa GeoGebra e com a ferramenta "polígono regular"  desenha os seguintes polígonos regulares:
   - um triângulo equilátero;
   - um quadrado;
   - um pentágono regular;
   - um hexágono regular.

2.1. Descobre todos os eixos de simetria de cada um dos polígonos regulares, determinando as bissectrizes dos seus ângulos e as mediatrizes dos seus lados;

Faz os registos na tabela seguinte.

---

[28] Tarefa 1 – Fonte: DGIDC (2009). Reflexão, Rotação e Translação. *Proposta de conjunto de tarefas para o 2º Ciclo.* Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

Tarefas 2 e 3 - Adaptadas de: Formação Contínua em Matemática de Professores de 1º e 2º ciclos (2007). Évora: Universidade de Évora".

DGIDC (2009). Reflexão, Rotação e Translação. *Proposta de conjunto de tarefas para o 2º Ciclo.* Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

Polígono	Nº de vértices	Nº de lados	Nº de ângulos	Nº de eixos de simetria axial
Triângulo Equilátero				
Quadrado				
Pentágono regular				
Hexágono regular				
⋮				
Polígono ***n***				

2.2. Na tabela que preencheste, que relação observas entre:

2.2.1. o número de lados do polígono e o número de eixos de simetria?

2.2.2. o número de vértices do polígono e o número de eixos de simetria?

2.2.3. o número de ângulos do polígono e o número de eixos de simetria?

2.3. Em cada um dos polígonos regulares, identifica por onde passam os eixos de simetria em relação aos vértices e aos lados.

2.4. Observa os eixos de simetria que determinaste em cada polígono. Como ficam divididos os ângulos que são atravessados por eixos de simetria?

2.5. Será que nos triângulos isósceles e escalenos acontece o mesmo. Investiga.

2.6. Quantos eixos de simetria é possível identificar num círculo?

3. Desenha um polígono com apenas 2 eixos de simetria e que não seja um rectângulo. Poderia este polígono ter um número ímpar de lados?

Ficha de Trabalho[29] Nº 13

Simetrias e Isometrias no plano euclidiano

1. Abre uma nova folha no GeoGebra e desenha a figura A sabendo que a amplitude do ângulo β é igual a 50º.

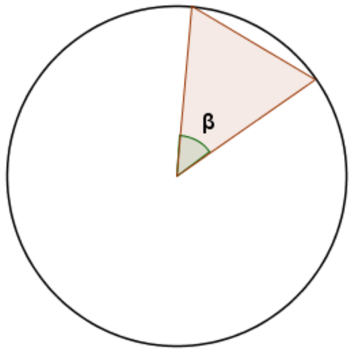


Figura A

Usando apenas os menus referentes às **transformações geométricas** faz as transformações geométricas necessárias para obteres a figura B.

Anota as transformações que realizaste.

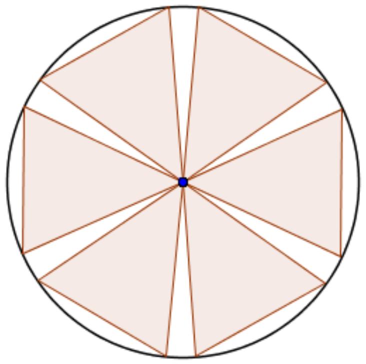


Figura B

2. Abre o ficheiro correspondente ao azulejo da figura C. A partir dele, obtém um painel (de três ou mais azulejos) através de:
   2.1. Translações.
   2.2. Rotações.
   2.3. Reflexões.
   2.4. Reflexão deslizante
   2.5. Várias transformações

Figura C

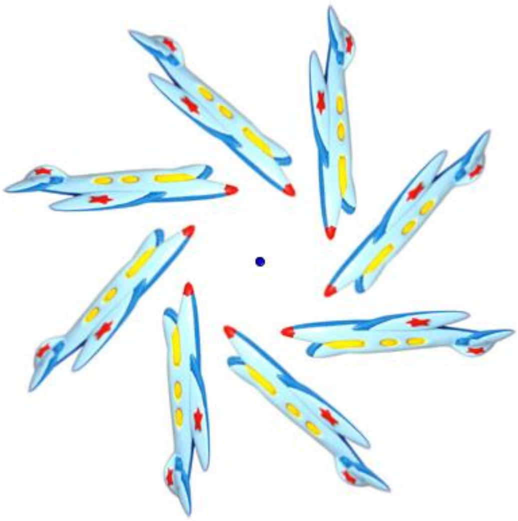
[29] Fonte: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

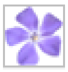
Ficha de Trabalho[30] Nº 14

Frisos e Rosáceas

I.

1.1. Para realizar uma volta completa, a imagem do avião sofreu 8 rotações. Descobre quantos graus rodou em cada uma delas, no sentido dos ponteiros do relógio, até formar a presente figura. Explica o teu raciocínio.



1.2. Encontra, no ambiente de trabalho do computador, a imagem do avião e insere-a na zona gráfica . Nota – depois de estar selecionada a ferramenta, tens de clicar na zona de trabalho e, só então, terás acesso à caixa para inserir imagens.

1.3. Uma vez inserida a imagem, realiza a sua rotação, de tal forma que o avião efectue uma volta completa com apenas 4 rotações.

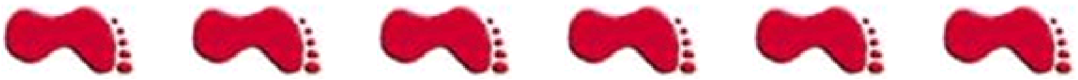
1.4. Efectua experiências com diferentes medidas de amplitude do ângulo de rotação. Regista as conclusões a que chegaste.

1.5. Explica como é possível indicar os ângulos de rotação sem fazeres quaisquer medições.

[30] Fonte: Cabrita, I. (coord.) (2008:170). m@c2. *Novas Trajectórias em Matemática. Programa de Formação contínua em matemática com professores do 2º ciclo do ensino básico da Universidade de Aveiro*. Aveiro: Universidade de Aveiro

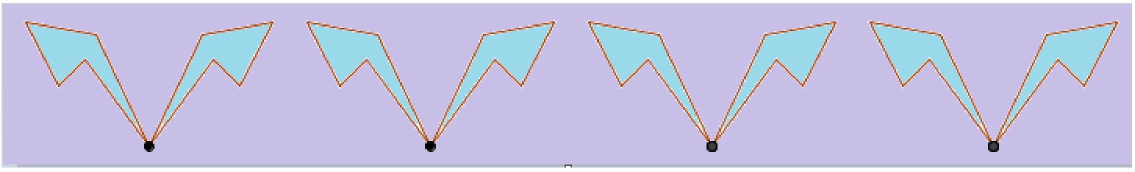
II.

2.1. Observa o friso seguinte e indica a isometria que foi utilizada na criação do friso.

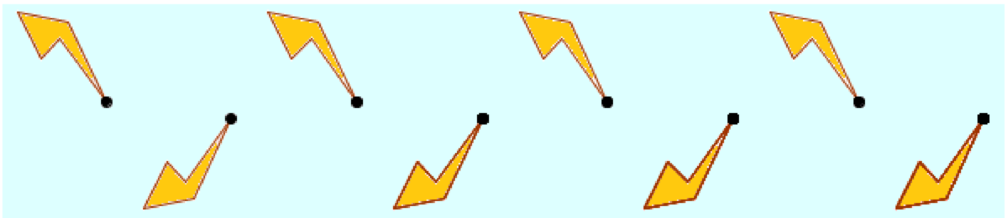


2.2. Identifica as simetrias que foram utilizadas na criação dos frisos abaixo.

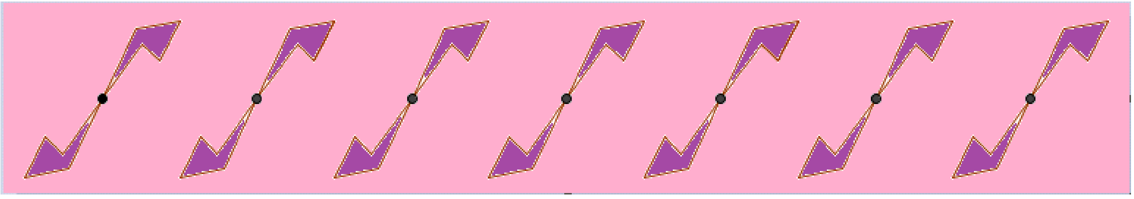
2.2.1.



2.2.2.



2.2.3.



2.3. Após a identificação das simetrias nos frisos, diz o que entendes por friso.

____

____

____

____

____

Ficha de Trabalho Nº 15

Frisos e Pavimentações

1. Situação Problema[31]

O Sr. Tiago pretende pavimentar o chão da cave da sua casa com tijoleira. Dirigiu-se a uma fábrica para se informar das várias formas de tijoleira para depois proceder à escolha.
O fabricante informou-o de que só aceitava encomendas de tijoleiras com a forma de polígonos regulares e sempre com a mesma medida de comprimento de lado. O cliente escolheria a combinação das tijoleiras de acordo com o efeito pretendido.

1.1. O Tiago começou por estudar a possibilidade de construir uma pavimentação regular, isto é, de preencher todo o plano sem deixar buracos e sem sobreposição da tijoleria, com polígonos regulares todos iguais. Ajuda o Sr. Tiago e investiga se se pode construir uma pavimentação apenas com:

1.1.1. triângulos equiláteros;
1.1.2. quadrados;
1.1.3. pentágonos regulares;
1.1.4. hexágonos regulares.

Justifica e ilustra a tua resposta no GeoGebra.

1.2. O Sr. Tiago propôs também ao fabricante a possibilidade de construir uma pavimentação com pentágonos regulares e com triângulos equiláteros. Depois de refletir, o fabricante respondeu negativamente, dizendo que poderia construir, antes, uma pavimentação com triângulos equiláteros e com hexágonos regulares.
Explica, apresentando todos os cálculos e desenhos necessários, o raciocínio do fabricante.

[31] Fonte: Formação Contínua em Matemática de Professores de 1º e 2º ciclos (2007). Évora: Universidade de Évora".

2. Problema

Uma turma do 8º ano da Escola Secundária Abílio Duarte quer participar num concurso da Associação dos Estudantes da sua Escola. O concurso consiste na elaboração de um trabalho sobre Geometria, apresentando um desenho para bordar a barra da cortina do palco da Escola. O desenho selecionado deve ser construído num software dinâmico de geometria dinâmica para ser apresentado na comemoração do Dia da Escola.

Ajuda a turma a desenhar a barra (Friso) da cortina no GeoGebra. Obs: Insere, na zona gráfica, o ficheiro módulo.png que se encontra no ambiente de trabalho do computador.

Módulo

Motivo

Friso

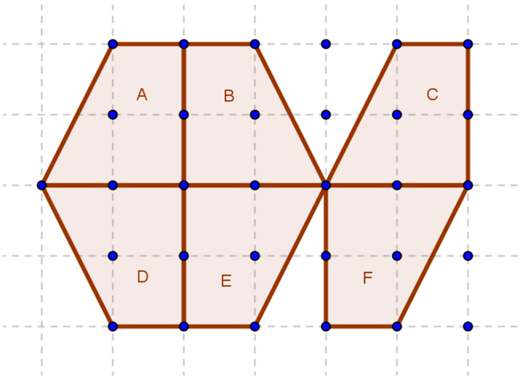
Anexo XI - Teste de Avaliação - Parte teórica

Teste de Avaliação – Parte Teórica

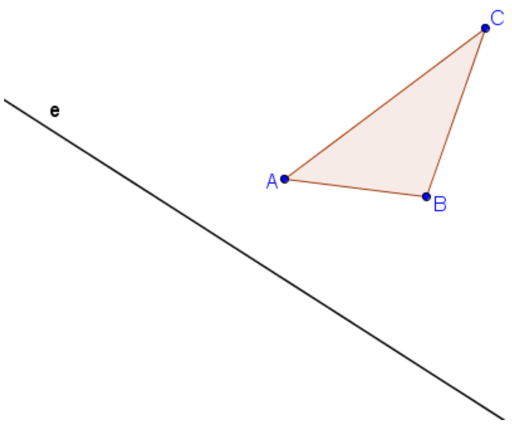
8º Ano/Turma A **Março 2011**

Nota: Justifica convenientemente todas as tuas respostas e usa o espaço em branco para registares as respostas a todas as questões.

1. Identifica a isometria que transforma uma figura noutra da seguinte forma.[32]
   1.1. A figura A na figura B.
   1.2. A figura A na figura C.
   1.3. A figura B na figura D.
   1.4. A figura B na figura E.
   1.5. A figura E na figura F.
   1.6. A figura C na figura E.
   1.7. A figura A na figura F.



2. Considera o triângulo [ABC] e a reta ***e***.
   2.1. Determina a imagem [A´B´C] do triângulo [ABC] na reflexão de eixo ***e***.

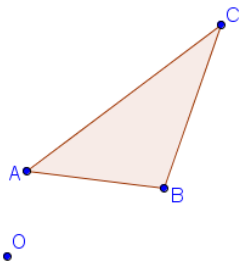


[32]Exercício 1 – Fonte: NCTM (2001). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Adendas do NCTM – Geometria nos 2º e 3º ciclos.

2.1.1. Compara as medidas dos comprimentos dos lados e das amplitudes dos ângulos correspondentes da figura inicial e final. O que concluis?

2.1.2. O que verificas quanto ao sentido dos ângulos correspondentes das figuras inicial e final?

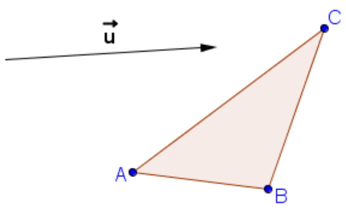
2.2. Determina a imagem do triângulo [ABC] na rotação de centro ***O*** e amplitude 45º no sentido horário.



2.2.1. Compara as medidas dos comprimentos dos lados e das amplitudes dos ângulos correspondentes da figura inicial e final. O que concluis?

2.2.2. O que verificas quanto ao sentido dos ângulos correspondentes das figuras inicial e final?

2.3. Determina a imagem do triângulo [ABC] na translação associada ao vetor $\vec{u}$.



2.3.1. Compara as medidas dos comprimentos dos lados e das amplitudes dos ângulos correspondentes da figura inicial e final. O que concluis?

2.3.2. O que verificas quanto ao sentido dos ângulos correspondentes das figuras inicial e final?

3. Preenche o quadro que se segue, indicando com um "X" as afirmações verdadeiras e as falsas.[33]

Propriedades das isometrias	Verdadeiro	Falso
Numa **reflexão,** a imagem de um segmento de reta é sempre um segmento de reta paralelo ao primeiro.		
Numa **reflexão,** a imagem de um segmento de reta é sempre um segmento de reta de igual medida de comprimento (congruente).		
Numa **reflexão,** a distância de um ponto ao eixo de reflexão é igual à distância da sua imagem ao mesmo eixo.		
Numa **reflexão,** a imagem de um ângulo é sempre um ângulo de igual medida de amplitude.		
Numa **reflexão** o sentido dos ângulos é preservado.		
Numa **rotação,** a imagem de um segmento de reta é sempre um segmento de reta paralelo ao primeiro.		
Numa **rotação,** a imagem de um segmento de reta é sempre um segmento de reta de igual medida de comprimento (congruente).		
Numa **rotação,** a distância de um ponto ao centro de rotação é igual à distância da sua imagem ao mesmo centro.		
Numa **rotação,** a imagem de um ângulo é sempre um ângulo de igual medida de amplitude.		
Numa **rotação,** o sentido dos ângulos é preservado.		
Numa **translação** a imagem de um segmento de reta é sempre um segmento de reta paralelo ao primeiro.		
Numa **translação** a imagem de um segmento de reta é sempre um segmento de reta de igual medida de comprimento (congruente).		
Numa **translação** a distância de qualquer ponto à sua imagem é sempre igual ao comprimento do vetor associado à translação.		
Numa **translação** a imagem de um ângulo é sempre um ângulo de igual medida de amplitude.		
Numa **translação** o sentido dos ângulos é preservado.		

[33]*Fonte: DGIDC (2009). Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.*

4. Desenha dois rectângulos iguais (congruentes) em que um não seja a imagem do outro por meio de uma translação[34].

Bom Trabalho

[34] *Exercícios 3, 4 – Fonte: DGIDC (2009). Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.*

Anexo XII - Teste de Avaliação - Parte prática

Teste de Avaliação - Parte Prática

8º Ano/Turma A **Março de 2011**

Nota: Justifica convenientemente todas as tuas respostas e usa o espaço em branco para registares as respostas a todas as questões.

1. Constrói, no GeoGebra, um triângulo [ABC] à tua escolha.

1.1. Determina o transformado do triângulo [ABC] pela:

1.1.1. Translação associada ao vetor $\overrightarrow{AC}$ e pinta-o de verde;

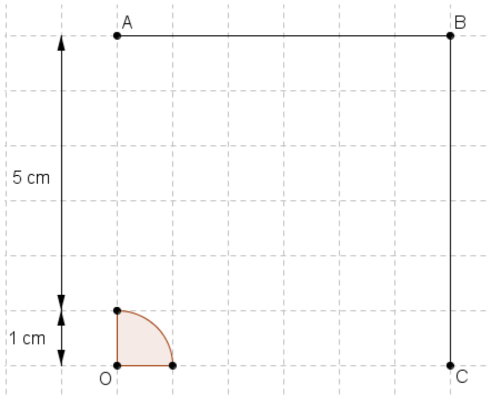
1.1.2. Rotação de centro A e medida de amplitude 160º no sentido anti-horário e pinta-o de azul;

1.1.3. Reflexão associada a um eixo qualquer e pinta-o de vermelho;

1.1.4. Reflexão deslizante associada a um eixo e vetor construídos à tua escolha e pinta-o de rosa.

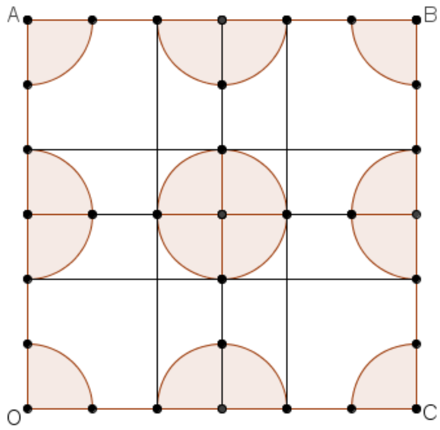
1.2. Os triângulos (o objeto com cada uma das imagens) são congruentes? Justifica a tua resposta.

2. Constrói, no GeoGebra, a figura abaixo com as medidas de comprimento indicadas. Os pontos O, A, B e C formam um quadrado[35].



A partir desta figura e usando isometrias, constrói a figura seguinte.

[35] Adaptado de: APM (2007). *Matemática para professores. Transformações Geométricas e Simetrias*. Escola Superior de Educação de Lisboa, Portugal.



3. Desenha, no GeoGebra, uma figura à tua escolha com[36]:

3.1. 0 eixos de simetria;

3.2. Só com 1 eixo de simetria;

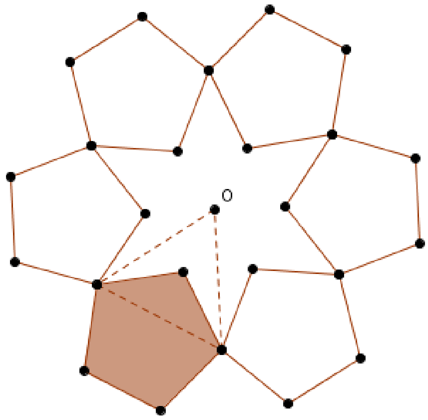
3.3. Só com 1 eixo de simetria e com mais de três lados;

3.4. Só com 2 eixos de simetria e que não seja um retângulo;

3.5. Só com 3 eixos de simetria;

3.6. Só com 5 eixos de simetria.

4. A partir do pentágono sombreado, utiliza as isometrias que achares adequadas e constrói a figura completa que se apresenta abaixo[37].

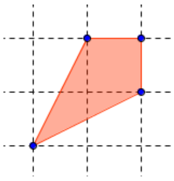


[36] Fonte: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo". Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

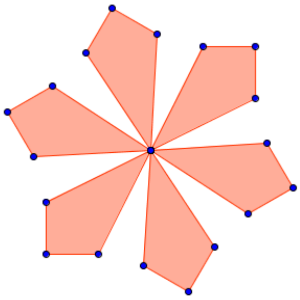
[37]Adaptado de: APM (1999:11). *Geometria com Cabri-geéomètre*. T[3] Europe. Cabri Geometry II Plus.

5. A partir dos motivos dados e recorrendo a isometrias que achares adequadas, constrói as rosáceas ilustradas abaixo. Classifica-as em grupos cíclicos ou diedrais. Justifica essa classificação.

5.1.

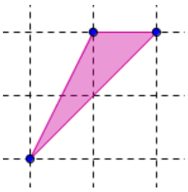


Motivo

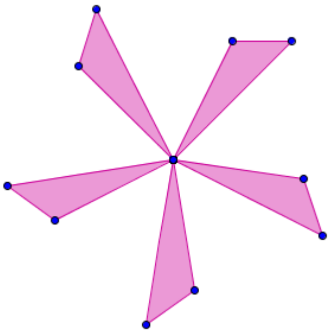


Rosácea

5.2.

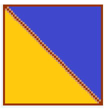


Motivo

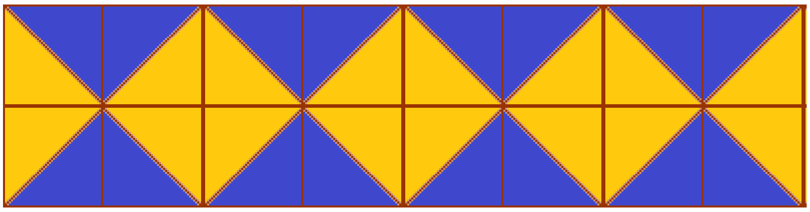


Rosácea

6. Insere na zona gráfica do GeoGebra o ficheiro módulo.png que se encontra no ambiente de trabalho do computador. Constrói, no GeoGebra, o friso seguinte, partindo do módulo dado.



Módulo



Friso

7. A Lavínia frequenta o 8º ano do Ensino Secundário e gosta de Geometria. Como o pai é tecelão e faz "Panos de Terra", ela também começou a tecer, aplicando as isometrias que estudou. No dia da Matemática, expôs um dos seus trabalhos (Figura A) realizado numa aula de Geometria.

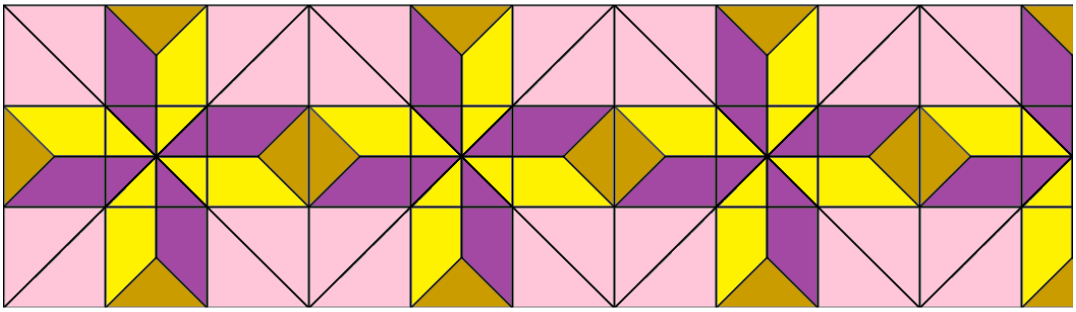


Figura A - Pano de Terra

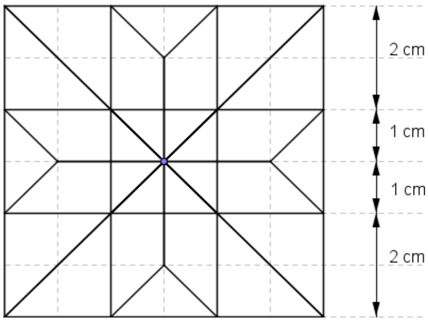


Figura B

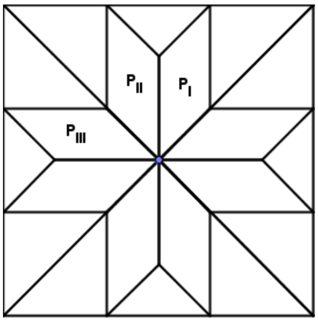


Figura C

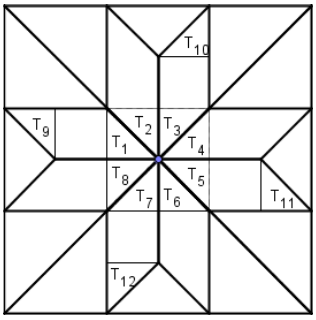


Figura D

7.1. Com o auxílio do GeoGebra, reproduz a Figura B utilizando isometrias. Copia-o para o paint, pinta-o como preferires e guarda-o no ambiente de trabalho do computador com o nome FiguraB.png.

7.2. Considera a Figura C e identifica:

7.2.1. A isometria que transforma o paralelogramo I (PI) no paralelogramo II (PII);

7.2.2. A isometria que transforma o paralelogramo I (PI) no paralelogramo III (PIII);

7.3. Considera a Figura D e identifica:

7.3.1. Dois triângulos congruentes. Justifica a tua resposta.

7.3.2. Um par de triângulos em que um possa ser obtido a partir do outro, através de uma:

7.3.2.1. Translação

7.3.2.2. Reflexão

7.3.2.3. Rotação

7.4. Abre o ficheiro FiguraB.png que se encontra no ambiente de trabalho do computador e, dando largas à tua criatividade, constrói um Pano de Terra no GeoGebra.

Bom Trabalho

Anexo XIII - Planos de aula inicial Professora-caso

Plano de Aula nº 1

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Pontos colineares • Polígonos – triângulo, quadrado: Intersecção das diagonais; medição de ângulos, de lados, de perímetro e área) • Circunferência: raio, corda, diâmetro, ângulo	• Familiarizar com o software GeoGebra	• Explorar ferramentas do GeoGebra • Ganhar destreza tecnológica no manuseamento das ferramentas do GeoGebra	Tarefas 1, 2 e 3 (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Videoprojector	• Propor aos alunos para construir polígonos com 3 e 4 lados e circunferências; • Propor aos alunos efetuar a medição de lados, ângulos, perímetro, área.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados

Plano de Aula nº 2

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Vetor definido por dois pontos • Translação de um polígono (triângulo) Associado a um vetor • Propriedades da Translação	• Efetuar uma transformação geométrica (translação), utilizando o software GeoGebra	• Explorar ferramentas do GeoGebra na transformação geométrica, translação. • Descobrir as propriedades da translação. • Identificar as propriedades da translação	Tarefas 1, 2 , 3, 4 e 5 (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Videoprojector	• Propor aos alunos para construir um polígono com 3 lados; • Propor aos alunos Construir um vetor definido por dois pontos; • Propor aos alunos efetuar a translação associada ao vetor • Propor aos alunos efetuar a medição de lados, ângulos, perímetro, área para concluir sobre as propriedades da translação

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área

Plano de Aula nº 3

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Exercícios de aplicação da translação no plano Euclidiano	• Reconhecer a transformação geométrica, Translação, nalgumas figuras	• Com os materiais de desenho (régua, esquadro e compasso), identificar imagens que sejam translação das figuras dadas e dos vetores também dados. • Identificar o vetor utilizado para se efetuar a translação.	Tarefas 1, 2 e 3, (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Videoprojector Régua, Esquadro e Compasso	• Propor aos alunos uma figura com quatro pentágonos (1 pentágono que representa a figura original mais 3 e um vetor) para identificar o pentágono que seja a translação associado ao vetor dado. • Propor aos alunos uma figura que é um desenho de **Maurits Cornelis Escher** para identificar translação de pontos, segmentos de reta e de figuras (pássaros) • Propor aos alunos a construção, no Software Geogebra, de um carro, usando segmentos de reta e identificar o vetor que seja capaz de introduzir o carro dentro de um rectângulo pré-definido.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Vetor
- Translação
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área

Plano de Aula nº 4

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Composição de duas translações (soma de dois vetores).	• Reconhecer que a composição de translação é também uma translação; • Efetuar a soma de vetores	• Efetuar duas translações numa figura original associado a dois vetores; • Verificar que o segmento de reta que une cada vértice da figura original com cada vértice correspondente da segunda imagem define o vetor soma; • Concluir que a composição de translações é uma translação.	Tarefas 1, 2 e 3 (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Videoprojector	• Propor aos alunos para construir um polígono com 4 lados (quadrilátero [ABCD]); • Propor aos alunos definir dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$. • Propor aos alunos efetuar a translação do quadrilátero associado ao vetor $\vec{u}$ para obter a imagem [A’B’C’D’]. • Propor aos alunos efetuar uma nova translação do quadrilátero imagem [A’B’C’D’] associado ao vetor $\vec{v}$ para obter a imagem [A’’B’’C’’D’’]. • Propor aos alunos a construção do vetor $\overrightarrow{AA''}$. • Propor aos alunos a comparação dos vetores $\vec{u}+\vec{v}$ e $\overrightarrow{AA''}$.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Vetor
- Translação
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Translação

Plano de Aula nº 5

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Composição de duas translações; • Soma de dois vetores.	• Reconhecer a composição de translação é também uma translação; • Efetuar a soma de vetores	• Efetuar duas translações numa figura original associado a dois vetores; • Verificar que o segmento de reta que une cada vértice da figura original com cada vértice correspondente da segunda imagem define o vetor soma; • Concluir que a composição de translações é uma translação.	Tarefas 1 e2 (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Videoprojector	• Propor aos alunos a composição de duas translações de um quadrilátero associado aos vetores $\vec{z}$ e $\vec{v}$ e identificar o vetor soma que faz diretamente a translação do quadrilátero à segunda imagem (atividade 1). • Propor aos alunos uma atividade para descobrir se existe uma única translação que transforma a figura 1 na figura 3 e identificar o vetor para essa transformação (atividade 2).

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Vetor
- Translação
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Composição de translação

Plano de Aula nº 6

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Vetor e propriedades dos vetores; • Vetor simétrico; • Operações com vetores • Vetores congruentes	• Reconhecer as propriedades operatórias de vetores;	• Identificar que a soma de vetores é comutativa; • Multiplicar um escalar por um vetor; • Identificar vetor simétrico.	Tarefas 1, 2 e 3, (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Vídeo projector	• Propor aos alunos, no Software Geogebra, definir dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, efetuar a soma $\vec{u}+\vec{v}$ e $\vec{v}+\vec{u}$ e concluir que a soma é comutativa; $2\vec{v}=\vec{v}+\vec{v}$; $\vec{u}$ e $\overrightarrow{-u}$ são vetores simétricos (atividade 1). • Propor aos alunos efetuar translação de uma figura associada ao vetor definido por dois pontos, com recurso aos instrumentos euclidianos (atividade 2). • Propor aos alunos um triângulo formado por oito triângulos geometricamente iguais, identificar vetores congruentes, vetores com a mesma direcção e dobro do cumprimento e operar vetores, com recurso aos instrumentos euclidianos (atividade 3).

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Vetor
- Translação
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Composição de translação
- Soma de vetores

Plano de Aula nº 7

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Rotação de uma figura, dado um ponto (centro) e a amplitude de um ângulo; • Ângulo orientado; • Propriedades da rotação;	• Efetuar uma transformação geométrica (rotação), utilizando o software GeoGebra; • Reconhecer a rotação como uma isometria;	• Explorar ferramentas do GeoGebra na transformação geométrica, rotação; • Descobrir as propriedades da rotação; • Identificar as propriedades da rotação;	Tarefas 1, 2,3 e 4, (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Vídeo projector	• Propor aos alunos, recorrendo ao Software Geogebra, definir um triângulo [CAT] e um ponto O exterior ao triângulo dado. Determinar a imagem [C'A'T'] do triângulo [CAT] por uma rotação de 120^0 no sentido horário com centro em O; • Propor aos alunos verificar as propriedades da rotação (comparar o comprimento dos lados, a amplitude dos ângulos, a área e o perímetro dos dois triângulos); • Propor uma 2ª atividade com outro Triângulo para identificar as propriedades da rotação ($R_{(O,180^0)}$); • Propor ainda, uma 3ª atividade de uma rotação realizada para os alunos identificar a amplitude do ângulo utilizado nesta transformação geométrica e a imagem de alguns pontos do objecto obtido. • Propor aos alunos a 4ª atividade, a construção da imagem da letra F pela rotação de centro no vértice (D) e amplitude de ângulo 90^0, no sentido dos ponteiros do relógio (primeiramente resolve-se o a tarefa com recurso aos instrumentos euclidianos e posteriormente confere-se a sua resolução no GeoGebra)..

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano

- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área

Plano de Aula nº 8

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Reflexão , dado uma figura e um eixo (reta); • Propriedades da reflexão;	• Efetuar uma transformação geométrica (reflexão), utilizando o software GeoGebra; • Reconhecer a reflexão como uma isometria;	• Explorar ferramentas do GeoGebra na transformação geométrica, reflexão; • Descobrir as propriedades da reflexão; • Provar as propriedades da reflexão;	Tarefas 1, 2, 3, 4, e 5, (em pares)	Ficha de trabalho Computador Software GeoGebra Vídeo projector	• Propor aos alunos, recorrendo ao Software Geogebra, construir um triângulo [ABC] e uma reta (eixo de reflexão). Determinar a imagem [A'B'C'] do triângulo [ABC] por uma reflexão associada ao eixo; • Propor aos alunos verificar as propriedades da reflexão (comparar o comprimento dos lados, a amplitude dos ângulos, a distância de cada vértice ao eixo, a área e o perímetro dos dois triângulos); • Propor uma 2ª atividade para alterar os vértices da figura inicial e concluir se as propriedades da reflexão continuam válidas; • Propor ainda a 3ª atividade de completar frases com as palavras: congruente, paralelo e ângulo, identificando assim as propriedades de reflexão. • Propor aos alunos a 4ª atividade, levar os alunos a concluir que a reflexão não preserva o sentido dos ângulos. • Propor a 5ª atividade para determinar os segmentos que unem os pontos às suas imagens e as mediatrizes destes segmentos, para depois completar uma frase com as palavras: paralelos e mediatrizes.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área

Plano de Aula nº 9

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Tarefas de aplicação da reflexão dado uma figura e uma reta;	• Efetuar uma transformação geométrica (reflexão), utilizando os materiais de desenho (régua, compasso, esquadro e GeoGebra);	• Aplicar a transformação geométrica, reflexão, utilizando a folha de papel, instrumentos euclidianos e software GeoGebra ;	Tarefas 1, 2 e 3, (individual)	Ficha de trabalho Régua, esquadro e compasso, Computador Software GeoGebra Vídeo projector .	• Propor aos alunos, as atividades 1 e 2 que consiste na construção (identificação) do eixo de reflexão, com régua ou esquadro e compasso. • Propor ainda a atividade 3 que consiste na determinação das imagens de umas figuras pela reflexão associado a um eixo, com instrumentos euclidianos e sua confirmação no GeoGebra.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área

Plano de Aula nº 10

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Reflexão deslizante; • Propriedades da reflexão deslizante.	• Efetuar uma transformação geométrica (reflexão deslizante), utilizando software GeoGebra; • Reconhecer a reflexão deslizante como uma isometria ;	• Explorar ferramentas do GeoGebra na transformação geométrica, reflexão deslizante; • Descobrir as propriedades da reflexão deslizante; • Identificar as propriedades da reflexão deslizante;	Tarefas 1, 2, 3 e 4 (individual)	Ficha de trabalho; Computador; Software GeoGebra; Vídeo projector	• Propor aos alunos, a atividade 1 que consiste na construção de um triângulo [ABC] e uma reta que será o eixo de reflexão para determinar a imagem [A'B'C'] do triângulo dado, através da reflexão e em seguida a imagem [A''B''C''] do triângulo [A'B'C'] através da translação associado a um vetor paralelo ao eixo de reflexão e ainda verificar as propriedades da reflexão deslizante; • Propor a atividade 2 que consiste em completar frases com as palavras **"ângulo"** e **"congruente"** com vista a identificação de propriedades da reflexão deslizante. • A atividade 3, proposta aos alunos, para responderem uma pergunta sobre a preservação do sentido dos ângulos na reflexão deslizante; • A última atividade (4) proposta aos alunos solicita que os mesmos utilizem o trabalho realizado na atividade 1 para determinar o segmento que une os vértices às suas imagens e ainda determinar as respectivas mediatrizes. Em seguida completar umas frases com as palavras **"paralelo"** , **"paralelos"**, **médios"** e **"colineares".**

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Translação e reflexão

Plano de Aula nº 11

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Aplicação da reflexão deslizante;	• Efetuar uma transformação geométrica (reflexão deslizante), utilizando Régua, esquadro e compasso.	• Explorar ferramentas do desenho na transformação geométrica, reflexão deslizante; • Descobrir as propriedades da reflexão deslizante; • Identificar as propriedades da reflexão deslizante;	Tarefas 1 e 2 (individual)	Ficha de trabalho; Computador; Software GeoGebra; Vídeo projector	• Propor aos alunos, a atividade 1 que consiste na aplicação da transformação geométrica reflexão deslizante, dados um polígono (8 lados) um vetor. • Propor aos alunos a atividade 2, dados algumas figuras identificadas e um vetor para descobrirem imagens e vetores utilizados na reflexão deslizante.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Translação e reflexão

Plano de Aula nº 12

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Simetria em polígonos;	• Descobrir eixos de simetria em polígonos.	• Efetuar a dobragem de um polígono em papel (estrela de 4 pontas); • Descobrir os eixos de simetria, existentes neste polígono e em polígonos regulares; • Relacionar o número de vértices, de lados e de ângulos com o número de eixos de simetria axial, em polígonos regulares.	Tarefas 1, 2 e 3 (individual)	Ficha de trabalho; Polígono em papel . Computador; Software GeoGebra; Vídeo projector	• Propor aos alunos, a atividade 1 que consiste na dobragem de um polígono (estrela de 4 pontas) para descobrirem os eixos de simetria do polígono; • Propor a atividade 2 que consiste em: - Solicitar os alunos a construírem polígonos regulares com 3, 4, 5 e 6 lados, no software GeoGebra e descobrir, em cada polígono os eixos de simetria, determinando as bissectrizes dos ângulos e mediatrizes dos lados; - Completar uma tabela de modo a relacionar o número de lados com os eixos de simetria e o número de ângulos com os eixos de simetria; - Levar os alunos a concluírem que as bissectrizes dos ângulos e as mediatrizes dos lados são os eixos de simetria; - Através da atividade 2.5, os alunos verificar-se ão se acontece o mesmo quando se trata de triângulos isósceles e escaleno. E na atividade seguintes apurar o número de eixos de simetria num círculo. • Na última tarefa com dois eixos desenhar um polígono que não seja um triângulo. E se o referido polígono tem o número impar de lados.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Translação . reflexão

Plano de Aula nº 13

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Simetrias e Isometrias no plano euclidiano;	• Descobrir as isometrias utilizadas na simetria.	• Utilizar as isometrias estudadas para obter simetrias; • Construir rosáceas; • Construir frisos.	Tarefas 1e 2. (individual)	Ficha de trabalho; Computador; Software GeoGebra; Vídeo projector	• Propor aos alunos, a atividade 1 que consiste na construção da figura A da ficha, no software GeoGebra, em seguida usar somente transformações geométricas para obter a rosácea da figura B e anotar as transformações geométricas utilizadas; • Na tarefa 2, no software GeoGebra construir um azulejo para servir de modelo na construção do friso, através da translação, rotação, reflexão, reflexão deslizante.

Pré-requisitos

- Polígonos; círculo;
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Translação. Rotação, reflexão; reflexão deslizante

Plano de Aula nº 14

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Frisos e rosáceas;	• Construir rosáceas através de rotação; • Construir frisos através de translação, reflexão e reflexão deslizante.	• Efetuar rotações para obter rosáceas; • Descobrir a amplitude de ângulo utilizado na rotação; • Observar vários frisos para descobrir as transformações usadas.	Tarefas 1, e 2 (individual)	Ficha de trabalho; Polígono em papel. Computador; Software GeoGebra; Vídeo projector	• Propor aos alunos, a situação - problema 1, para relacionarem conteúdos matemáticos com a vida quotidiana e ajudar o Sr. Tiago a fazer a melhor escola de acordo com as condições do fabricante. • Conforme a sugestão do fabricante em que o Sr. Tiago tinha a possibilidade de pavimenta o chão com pentágonos regulares e triângulos equiláteros, então os alunos farão no Software GeoGebra as propostas de pavimentação. • Propor aos alunos a situação – problema 2, que consiste na elaboração de uma barra de bordado para a cortina do palco da escola. Os alunos no Software GeoGebra vão construir um friso com o módulo dado, usando as transformações geométricas que acharem fiáveis. No fim argumentar o trabalho realizado.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados, etc.
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Translação, rotação, reflexão, reflexão deslizante.

Plano de Aula nº 15

Tempo Previsto (min)	Conteúdos	Objetivos Gerais	Objetivos específicos	Tarefas	Recursos	Observação
100	• Frisos e pavimentação;	• Resolver situações problemas que envolvem frisos e pavimentação	• Resolver situações problemas; • Identificar polígonos regulares que podem ser usados na pavimentação;	Tarefas 1e 2 (individual)	Ficha de trabalho; Polígono em papel. Computador; Software GeoGebra; Vídeo projector	• Propor aos alunos, dois casos de situação - problema, permitindo-lhes relacionar conteúdos matemáticos com a vida quotidiana. - Investigar e ilustrar no Software GeoGebra, a possibilidade de construir uma pavimentação apenas com triângulos equiláteros, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares. - Conceber pavimentações com hexágonos regulares e triângulos equiláteros que devem ser traduzidos em desenhos; - Os alunos devem construir um friso partindo do módulo dado utilizando as transformações geométricas que acharem adequadas.

Pré-requisitos

- Polígonos
- Visualização no plano
- Conceitos geométricos nomeadamente, triângulos, quadrados
- Ponto
- Ângulo
- Medição de lados, ângulos, perímetro e área
- Translação . reflexão

Anexo XIV - Planos de aula final Professora-caso

Plano de Aula 1 – Realização Ficha de Trabalho nº 1 (Explorando o GeoGebra 1)

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (50’)
• Familiarizar com o *software* GeoGebra; • Explorar ferramentas do GeoGebra • Ganhar destreza tecnológica no manuseamento das ferramentas do GeoGebra • Interpretar e utilizar representações matemáticas; • Discutir ideias e argumentar.	• Ferramentas básicas do GeoGebra	✓ Apresentação da ficha de trabalho 1 - ‘Explorando o GeoGebra1’ ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 – Construir 2 polígonos de 3 lados, um utilizando “segmento definido por dois pontos” e outro a ferramenta “polígono”; • T2 - Mover os polígonos obtidos anteriormente com a ferramenta “Selecionar /mover” e registar as conclusões para as duas formas de construção do triângulo; • T3 - Construir um quadrado e as suas diagonais; • T4 - Determinar a interseção dessas diagonais; • T5 - MediPC: comprimento de segmentos de reta, amplitude de ângulos, de perímetros e de áreas; • T6 - Alterar as medidas do comprimento do lado de modo a que possam identificar e concluir sobre as propriedades de um quadrado;	• Ficha de trabalho: ‘Explorando o GeoGebra1’. • *Software* GeoGebra • Computador • Videoprojector	• Observação e registo de intervenção(ões) do(s) aluno(s); • Correção /Resolução de ficha	✓5’ • T1 - 8’ • T2 - 8’ • T3 - 5’ • T4 - 5’ • T5 - 5’ • T6 – 6’

		✓ Debate e reflexão de forma a realizar a síntese e a formalização dos conceitos estudados.			✓ 8’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 1 - ‘Explorando o GeoGebra 1’ pretende-se desenvolver o trabalho em três momentos:

- No 1º momento, realização de trabalho autónomo pelos alunos, aos pares, através de tarefas orientadas de construções geométricas básicas;
- No 2º momento, apresentação das resoluções e confrontos com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões;
- No 3º e último momento, a realização de uma síntese para a formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 2 – Realização Ficha de Trabalho nº 1 (Explorando o GeoGebra 2)

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (50')
• Familiarizar com o *software* GeoGebra; • Explorar ferramentas do GeoGebra • Ganhar destreza tecnológica no manuseamento das ferramentas do GeoGebra • Interpretar e utilizar representações matemáticas; • Discutir ideias e argumentar.	• Ferramentas básicas do GeoGebra	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho 1- 'Explorando o GeoGebra2' ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 - Construir uma circunferência dados o centro e um ponto-; • T2 - Marcar dois novos pontos sobre a circunferência; • T3 - Ligar cada um dos pontos marcados no ponto anterior ao centro da circunferência; • T4 - Indicar o nome dos segmentos de reta obtidos; • T5 - Determinar a medida de comprimento de cada um dos segmentos; • T6 - Indicar o resultado da soma da medida de comprimento dos dois segmentos; • T7 - Movimentar a extremidade de qualquer um dos segmentos construídos que pertence à circunferência e verificar o que acontece à medida do comprimento do segmento;	• Ficha de trabalho: 'Explorando o GeoGebra 2. • *Software* GeoGebra • Computador • Videoprojector	• Observação e registo de intervenção(ões) do(s) aluno(s); • Correção /Resolução de ficha	✓ 3' ✓ 5' • T1 – 2' • T2 - 2' • T3 – 2' • T4 – 2' • T5 – 2' • T6 – 2' • T7 – 5'

		• T8 - Utilizar a ferramenta “Ângulo” para exploração e obtenção da medida da amplitude do menor ângulo formado pelos dois segmentos anteriormente criados; • T9 - Arrastar a extremidade do segmento que pertence à circunferência de um dos segmentos e verificar o que acontece à medida da amplitude do ângulo. ✓ Debate e reflexão de forma a realizar a síntese e a formalização dos conceitos estudados.			• T8 – 10’ • T9 – 5’ ✓ 10’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 1 - ‘Explorando o GeoGebra 2’ pretende-se desenvolver o trabalho em três momentos:

- No 1º momento, realização de trabalho autónomo pelos alunos, aos pares, através de tarefas orientadas e abertas de construções geométricas básicas;
- No 2º momento, apresentação das resoluções e confrontos com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões;
- No 3º e último momento, a realização de uma síntese para a formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 3 e 4 – Realização Ficha de Trabalho nº 2

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (100’)
• Explorar ferramentas do *GeoGebra* na transformação geométrica translação; • Construir translações no Plano Euclidiano com o GeoGebra; • Identificar a imagem, obtida por translação, de uma figura plana; • Relacionar a figura com a sua imagem; • Identificar as propriedades da translação; • Utilizar as propriedades das translações; • Definir o conceito de translação; • Desenvolver a	• Vetor definido por dois pontos • Translação de triângulos associado a um vetor; • Propriedades da Translação	✓ Apresentação da ficha de trabalho ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1- Construir um triângulo; • T2 – Construir um vetor definido por dois pontos; • T3 – Realizar a translação associada a um vetor; • T4 - Medir (nos originais e nas imagens) o comprimento de segmentos de reta; • T5 - Medir (nos originais e nas imagens) a amplitude de ângulos; • T6 – Alterar as medidas de comprimento do triângulo original e/ou a direção do vetor, para comparar com as medidas correspondentes nas respetivas imagens; • T7 - Concluir sobre as propriedades da translação com base nas observações anteriores; • T8 - Definir um vetor com origem no ponto que é objeto e extremidade na sua respetiva imagem com vista a comparar as	• Ficha de trabalho 2 • Computador • *Software* GeoGebra • Videoprojector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5’ • T1 - 3’ • T2 - 2’ • T3 - 5’ • T4 - 5’ • T5 - 5’ • T6 - 5’ • T7 - 10’ • T8 - 10’

capacidade de visualização espacial; • Discutir ideias e argumentar;		caraterísticas deste vetor com o vetor associado à translação; • T9 - Determinar os segmentos de reta que unem os pontos do objeto às suas imagens respectivas para completar as frases dadas de acordo com as propriedades da translação. • T10 - Verificar se todos os valores anteriores se mantinham e concluir sobre as propriedades da translação recorrendo à alteração intencional das medidas do triângulo [ABC] pelo arrastamento de um dos seus vértices. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos • Discussão e reflexão com vista a sintetizar os conteúdos abordados na aula.			• T9 - 10' • T10 – 5' ✓ Conclusão de aula: • 25' • 10'

Estratégia

Através da ficha de trabalho 2, pretende-se desenvolver o trabalho em três momentos:

- No 1º momento, realização de trabalho autónomo pelos alunos, aos pares, através de tarefas orientadas e abertas, para explorar e descobrir as propriedades da translação;
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontá-las com outras soluções alternativas de colegas, de forma a promover debates e reflexões;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 5 e 6 – Realização Ficha de Trabalho nº 3

Objetivos específicos	**Conteúdos**	**Tarefas**	**Recursos/Materiais**	**Avaliação**	**Tempo Previsto (100')**
• Identificar a imagem de uma translação, associada a um vetor dado; • Utilizar materiais de desenho (régua e esquadro) • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Identificar o vetor associado a uma translação; • Usar translações em contextos	• Aplicação da translação no plano Euclidiano	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho ✓ Utilização dos instrumentos de desenho, com as seguintes orientações: • T1 - Identificar o pentágono (imagem) que seja a translação do pentágono [ABCDE] associado ao vetor dado numa figura dada com quatro pentágonos (1 pentágono que representa a figura original [ABCDE] mais 3). • T2 – Observar um desenho de **Maurits Cornelis Escher** para identificar a translação de pontos e de figuras (pássaros). ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T3 - Construir um carro. • T4 – Determinar um vetor que, através de uma translação a ele associado, seja capaz de produzir uma imagem do carro, dentro de um retângulo pré-definido. •T5 – Medir do comprimento do vetor	• Ficha de trabalho 3 • *Software* GeoGebra • Régua e esquadro • Computador • Videoprojector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 3' ✓5' • T1 - 10' • T2 - 25' • T3 - 15' • T4 - 10' • T5 - 2'

diversificados.		associado à translação efetuada. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			 • 20’ • 10’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 3, pretende-se desenvolver o trabalho em três momentos:

- No 1º momento, os alunos individualmente trabalham autonomamente para aplicação das propriedades da translação, com instrumentos de construção e no software GeoGebra;
- No 2º momento, os alunos fazem a apresentação das suas resoluções e confrontos com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 7 e 8 – Realização Ficha de Trabalho nº 4

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (100')
• Concluir que a soma de vetores é comutativa; • Multiplicar um escalar por um vetor; • Identificar vetor simétrico. • Resolver problemas envolvendo a visualização espacial. • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Identificar as propriedades operatórias de vetores;	• Vetor • Propriedades dos vetores; • Vetor simétrico; • Operações com vetores • Vetores congruentes	✓ Apresentação da ficha de trabalho. ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 - Definir dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$; • T2 - Determinar o vetor soma $\vec{u}+\vec{v}$ e $\vec{v}+\vec{u}$, relacionar os vetores obtidos e generalizar; • T3 - Determinar o vetor $2\vec{v}=\vec{v}+\vec{v}$ e caraterizar o vetor soma compreendendo as relações que a estabelecer, entre o vetor $\vec{v}$ e o vetor $2\vec{v}$. • T4 - Determinar em relação aos vetor es dados $\vec{u}$ e $\vec{v}$, os vetores $\vec{u}$ e $-\vec{v}$ e concluir, com base nas construções realizadas, as propriedades do vetor simétrico. • T5 - Determinar em relação aos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ dados, $-\vec{u}+(-\vec{v})$ e estabelecer a relação entre os vetores $\vec{u}+\vec{v}$	• Ficha de trabalho 4 • Computador • Software GeoGebra • Vídeo projetor	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5' • T1 - 5' • T2 - 8' • T3 - 8' • T4 - 8' • T5 - 10'

		e $\overrightarrow{-u}+\left(\overrightarrow{-v}\right)$. ✓ T6 - Utilizar a figura constituída por dois quadrados geometricamente iguais, F_1 e F_2, pedir aos alunos a identificação do vetor que transforme um dos quadrados no outro quadrado; ✓ T7 - Utilizar a figura formada por oito triângulos geometricamente iguais, solicitar aos alunos a identificação de vetores congruentes, vetores com a mesma direção, vetores com o dobro e terça parte do cumprimento, vetores soma de dois vetores e soma de um ponto com um vetor, constantes da figura. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			• T6 - 8' • T7 - 18' • 23' • 10'

Estratégia
Através da ficha de trabalho 4, pretende-se desenvolver o trabalho em três momentos: • No 1º momento, os alunos individualmente trabalham autonomamente para explorar e descobrir as propriedades da composição de duas translações e concluir sobre a sua relação com a soma dos vetores associados, utilizando o software GeoGebra; • No 2º momento, os alunos fazem a apresentação das suas resoluções e confrontos com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões; • Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aula 9 – Realização Ficha de Trabalho nº 5

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (50’)
• Determinar o vetor soma, a partir de dois vetores dados. • Realizar a composição de translações e relacioná-la com a adição de vetores; • Reconhecer que a composição de duas translações é também uma translação; • Identificar as propriedades de invariância das translações; • Utilizar as propriedades de invariância das translações;	• ~~A~~plicação da translação no plano Euclidiano	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho. ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 - Construir um polígono com 4 lados (quadrilátero [ABCD]); • T2 - Marcar dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, à sua escolha; • T3 - Realizar a translação do quadrilátero [ABCD] associada ao vetor $\vec{u}$ para obter a imagem [A’B’C’D’]; • T4 - Realizar a translação do quadrilátero [A’B’C’D’] associada ao vetor $\vec{v}$ para obter a imagem [A’’B’’C’’D’’]; • T5 - Construir o vetor $\overrightarrow{AA''}$. • T6 - Determinar o vetor $\vec{u}+\vec{v}$ através da barra de comandos e fazer a sua renomeação para vetor soma $\overrightarrow{u+v}$	• Ficha de trabalho 5 • *Software* GeoGebra • Computador • Videoprojector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 3’ ✓ 5’ • T1 - 2’ • T2 - 2’ • T3 - 5’ • T4 - 5’ • T5 - 2’ • T6 - 7’

		• T7 – Determinar a translação do quadrilátero [ABCD] associado ao vetor $\overrightarrow{u+v}$, para obter o seu transformado [$A'_1B'_1C'_1D'_1$]. • T8 - Comparar as características dos vetores $\overrightarrow{u+v}$ e $\overrightarrow{AA''}$. • T9 – Completar frases dadas de acordo com as propriedades da composição de duas translações verificadas através das tarefas desenvolvidas. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			• T7 – 3' • T8 – 3' • T9 – 3' • 10'

Estratégia

Através da ficha de trabalho 5, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, individualmente, trabalham autonomamente para aplicar as propriedades da composição de duas translações e a soma de dois vetores, utilizando o software GeoGebra. Após a resolução da tarefa 1 no GeoGebra os alunos são solicitados a utilizar os instrumentos de construção e desenho com vista a confirmação do resultado anteriormente obtido. Também se visam ganhos de destreza com a utilização desses recursos.
- No 2º momento, os alunos fazem a apresentação das suas resoluções e confrontos com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 10 – Realização Ficha de Trabalho nº 6

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (50’)
• Determinar a imagem de um quadrilátero através da composição de duas translações associadas a dois vetores dados; • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados; • Caracterizar o vetor soma de dois vetores dados; • Resolver problemas envolvendo a visualização espacial.	• Composição de duas translações; • Soma de dois vetores.	✓ Apresentação da ficha de trabalho. ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 - Realizar duas translações consecutivas, de um quadrilátero, associados aos vetores $\vec{z}$ e $\vec{v}$; • T2 - Construir um só vetor que transforma diretamente a figura dada na figura obtida através das translações anteriores. ✓ T3 - Descobrir uma única translação que transforme a figura inicial (F_1) na figura final (F_3) e respetivo vetor associado com base nas figuras F_1, F_2 e F_3. ✓ Debate e reflexão para síntese e formalização dos conceitos estudados.	• Ficha de trabalho 6 • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projetor	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5’ • T1 - 15’ • T2 - 5’ • T3 - 15’ • 10’

Estratégia
Através da ficha de trabalho 6, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos: • No 1º momento, os alunos, aos pares, trabalham autonomamente com vista a aplicar as propriedades de vetores, utilizando o software GeoGebra; • No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontar com outras soluções alternativas de colegas, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos; • Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 11, 12, 13 – Realização Ficha de Trabalho nº 7

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (150')
• Explorar ferramentas do GeoGebra na transformação geométrica - rotação; • Realizar rotação dados o centro de rotação (no vértice e no exterior da figura) e a amplitude; • Identificar rotações no plano; • Visualizar rotações no plano; • Descrever rotações no plano • Reconhecer a rotação como uma isometria; • Realizar construções	• Ângulo orientado; • Rotação de uma figura, dados um ponto (centro) e uma amplitude de ângulo; • Propriedades da rotação;	✓ Apresentação da ficha de trabalho ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 - Construir o triângulo [CAT] e o ponto O exterior a esse triângulo de acordo com a ilustração na ficha. • T2- Determinar a imagem [C'A'T'] do triângulo [CAT] através de uma rotação de 120^0 no sentido horário com centro em O; • T3- Verificar a congruência dos triângulos [CAT] e [C'A'T']; • T4 – Construir outro triângulo [ABC] e sua imagem [A'B'C'] obtida por rotação com o centro num dos seus vértices e amplitude 180^0; • T5 - Comparar o comprimento dos lados, a amplitude dos ângulos e a área dos dois triângulos (original e sua imagem) com vista à identificação das propriedades da rotação • T6 – Mover o centro de rotação e decidir sobre as relações existentes entre os dois triângulos (original e sua imagem);	• Ficha de trabalho 7 • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projetor • Transferidor, régua esquadro, compasso	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5' • T1 - 5' • T2 - 10' • T3 - 10' • T4 – 10 • T5 - 10 • T6 - 5

geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Descobrir as propriedades da rotação; • Identificar as propriedades da rotação; • Resolver problemas envolvendo rotações. • Reconhecer isometrias, aplicando as suas propriedades na dinâmica do plano ou na resolução de problemas;		• T7 - Descobrir, a partir das construções feitas, das propriedades da rotação; ✓ Utilização instrumentos de medição e desenho, com as seguintes orientações: • T8 - Considerar uma rotação já realizada para identificar a amplitude do ângulo utilizado nessa transformação geométrica e a imagem de alguns pontos da figura original, na mesma rotação. • T9 – Construir a imagem de um polígono com o formato da letra F, através da rotação de centro no ponto D (um dos vértices do polígono) e amplitude de ângulo 90^0, no sentido dos ponteiros do relógio (sentido horário). Confirmar a a construção no GeoGebra. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			• T7 - 10’ • T8 - 10’ • T9 - 20’ • 30’ • 25’

Estratégia
Através da ficha de trabalho 7, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos: • No 1º momento, os alunos, aos pares, trabalham autonomamente para explorar, descobrir, aplicar e generalizar as propriedades da rotação, utilizando o software GeoGebra, instrumentos de construção e desenho e a capacidade da visualização espacial; • No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontar com outras soluções alternativas de colegas, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos; • Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 14 e 15 – Realização Ficha de Trabalho nº 8

Objetivos específicos	**Conteúdos**	**Tarefas**	**Recursos/Materiais**	**Avaliação**	**Tempo Previsto (100')**
• Explorar ferramentas do GeoGebra na transformação geométrica - reflexão; • Construir a reflexão de um triângulo; • Comparar o triângulo com a reflexão obtida através da determinação das medidas das amplitudes dos ângulos e dos comprimentos dos lados • Determinar a distância de cada um dos vértices do	• Reflexão, • Propriedades da reflexão;	✓ Apresentação da ficha de trabalho ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 - Construir um triângulo [ABC] e uma reta (eixo de reflexão). • T2 - Determinar a imagem do triângulo [ABC] através de uma reflexão associada ao eixo criado; • T3 – Comparar o comprimento dos lados, a amplitude dos ângulos e a distância de cada vértice ao eixo com vista a concluir sobre as propriedades da reflexão; • T4 – Verificar a congruência dos triângulos [ABC] e [A'B'C'] • T5 - Alterar a figura inicial através do arrastamento dos vértices do triângulo e verificar as propriedades da reflexão, sobre as quais havia conjeturas, continuam válidas; • T6 – Completar frases com as palavras:	• Ficha de trabalho 8 • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projetor	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5' • T1 - 5' • T2 - 10' • T3 - 15' • T4 – 10 • T5 - 10

triângulo e da sua imagem ao eixo de reflexão • Descobrir as propriedades da reflexão; • Reconhecer a reflexão como uma isometria;		congruente, paralelo e ângulo, com vista a consolidar os conhecimentos sobre as propriedades da reflexão. • T7 – Concluir sobre a preservação do sentido dos ângulos na reflexão. • T8 – Identificar o paralelismo entre os segmentos de reta definidos pelos pontos e respectivas imagens e o eixo de reflexão como mediatriz de tais segmentos. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			• T6 - 5 • T7 - 5’ • T8 - 10’ • 15’ • 10’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 8, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, individualmente, trabalham de forma autónoma para explorar e descobrir as propriedades da reflexão, utilizando o software GeoGebra;
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontar com outras soluções alternativas de colegas, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 16 e 17 – Realização Ficha de Trabalho nº 9

Objetivos específicos	Conteúdos	Estratégia	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (100')
• Efetuar a transformação geométrica - reflexão • Realizar construções geométricas com instrumentos adequados, medindo com a precisão requerida; • Usar as propriedades geométricas da reflexão; • Efetuar reflexões no plano • Resolver problemas envolvendo a transformação geométrica reflexão; • Usar as ferramentas do GeoGebra para confirmação das	• Reflexão	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho. ✓ Utilização dos instrumentos de construção, com as seguintes orientações: • T1 – Construir (identificar) o eixo de reflexão de duas figuras e suas imagens dadas. • T2 – Determinar as imagens de quatro figuras dadas, pela reflexão associado a um eixo dado. • T3- Confirmar as construções realizadas no GeoGebra. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.	• Ficha de trabalho • Software GeoGebra • Régua e compasso • Computador • Vídeo projector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5' ✓ 5' • T1 - 10' • T2 - 35' • T3 – 20 • 10' • 15'

reflexões realizadas com os instrumentos de medição.					

Estratégia

Através da ficha de trabalho 9, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, individualmente, trabalham de forma autónoma para aplicar as propriedades da reflexão, utilizando os instrumentos de construção e desenho em todas as atividades e o software GeoGebra apenas para conferir as resoluções da última atividade e a capacidade da visualização geométrica;
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontar com outras soluções alternativas de colegas, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 18 e 19 – Realização Ficha de Trabalho nº 10

Objetivos específicos	Conteúdos	Estratégia	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (100’)
• Explorar ferramentas do GeoGebra na transformação geométrica, reflexão deslizante; • Efetuar reflexões deslizantes, utilizando o software GeoGebra; • Visualizar reflexões deslizantes no plano. • Descrever reflexões deslizantes no plano. • Descobrir as propriedades da reflexão deslizante; • Identificar as propriedades da reflexão deslizante; • Reconhecer a reflexão deslizante	• Reflexão deslizante; • Propriedades da reflexão deslizante.	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho. ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1- Construir um triângulo [ABC] e uma reta (eixo de reflexão); • T2 – Determinar a imagem por reflexão do triângulo [ABC] e designá-la de [A’B’C’]; • T3 – Determinar a imagem de [A’B’C’] através da translação associado a um vetor paralelo ao eixo de reflexão e designá-la de [A’’B’’C’’]; • T4 – Verificar a congruência dos triângulos [ABC] e [A’’B’’C’’]. • T5- Completar frases dadas com as palavras **“ângulo”** e **“congruente”** com vista à identificação das propriedades da reflexão deslizante; • T6 – Concluir sobre a preservação do sentido dos ângulos na reflexão deslizante;	• Ficha de trabalho • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5’ ✓ 5’ • T1 - 5’ • T2 - 5’ • T3 - 10’ • T4 – 5’ • T5 – 10’ • T6 – 5’

como uma isometria;		• T7 - Utilizar o trabalho realizado em T2 e T3 para definir os segmentos que unem os vértices às respetivas imagens e determinar as suas mediatrizes. Mediante essa construção os alunos devem completar frases com as palavras **“paralelo”** , **“paralelos”**, **médios”** e **“colineares”** com vista à identificação das propriedades da reflexão deslizante**.** ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			• T7 – 15’ • 20’ • 15’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 10, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, individualmente, trabalham de forma autónoma para explorar e descobrir as propriedades da reflexão deslizante, utilizando o software GeoGebra e a capacidade da visualização espacial.
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontar com outras soluções alternativas de colegas, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 20 – Realização Ficha de Trabalho nº 11

Objetivos específicos	Conteúdos	Estratégia	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (50’)
• Utilizar as ferramentas do GeoGebra para a reflexão deslizante; • Utilizar as propriedades da reflexão deslizante na resolução de problemas; • Resolver problemas envolvendo a visualização espacial. • Reconhecer reflexões deslizantes no plano.	• Reflexão deslizante: Aplicações	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho. ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1- Determinar o transformado de um polígono pela reflexão deslizante, associada a um eixo e a um vetor dados. • T2 – Descobrir as imagens obtidas por reflexão deslizante e os respetivos vetores associados à transformação. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.	• Ficha de trabalho • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5’ ✓ 5’ • T1 - 10’ • T2 - 15’ • 10’ • 5’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 11, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, individualmente, trabalham de forma autónoma para aplicar as propriedades da reflexão deslizante, utilizando o software GeoGebra e a capacidade da visualização espacial.
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontá-las com outras resoluções alternativas de colegas, ou sugeridas pela professora, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 21, 22, 23 – Realização Ficha de Trabalho nº 12

Objetivos específicos	Conteúdos	Tarefas	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (150')
• Efetuar dobragens com vista à identificação de eixos de eixos de simetria de uma figura; • Reconhecer eixos de simetria, em polígonos regulares; • Relacionar o número de vértices, de lados e de ângulos com o número de eixos de simetria axial, em polígonos regulares; • Definir simetria axial.	• Simetria • Simetria de reflexão (axial)	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho. • T1 – Descobrir e identificar os eixos de simetria de um polígono (estrela de 4 pontas) recortado dado, através de dobragem do mesmo). ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T2 – Construir polígonos regulares com 3, 4, 5 e 6 lados e verificar, em cada um deles, todos os eixos de simetria, através da determinação das bissetrizes dos seus ângulos e mediatrizes dos seus lados; • T3 – Completar uma tabela para relacionar o número de vértices, de lados, de ângulos e de eixos de simetria desses polígonos regulares; • T4 – Relacionar o número de eixos de simetria de n polígono regular com o número dos seus lados, vértices e ângulos; • T5 – Concluir/identificar os eixos de	• Ficha de trabalho 12 • Software GeoGebra • Polígono em papel • Computador • Vídeo projector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5' ✓ 5' • T1 - 10' • T2 - 25' • T3 - 15' • T4 - 5' • T5 - 15'

		simetria para os casos de um polígono com número ímpar de lados e com número par de lados; • T6 – Relacionar o eixo de simetria de um ângulo com a bissetriz desse ângulo; • T7 – Investigar os eixos de simetria nos triângulos isósceles e escaleno e estabelecer a comparação com as conclusões conseguidas na T5; • T8 – Investigar o número de eixos de simetria num círculo; ✓ T9 – Desenhar um polígono, que não é um retângulo e que tem apenas dois eixos de simetria. O aluno deverá compreender, após a tarefa, que o número de lados não poderá ser ímpar. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			• T6 - 10’ • T7 - 15’ • T8 - 10’ • T9 - 10’ • 20’ • 10’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 12, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, em grupos de 3, trabalham de forma autónoma para explorar, descobrir e investigar os eixos de simetria de polígonos regulares e irregulares, utilizando o software GeoGebra, materiais manipuláveis e a capacidade da visualização espacial.
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontá-las com outras resoluções alternativas de colegas, ou sugeridas pela professora, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 24 e 25 – Realização Ficha de Trabalho nº 13

Objetivos específicos	**Conteúdos**	**Estratégia**	**Recursos/Materiais**	**Avaliação**	**Tempo Previsto (100')**
• Utilizar as isometrias na obtenção de novas figuras • Construir rosáceas; • Construir frisos.	• Simetrias e Isometrias no plano euclidiano;	✓ Questionário oral aos alunos sobre os conteúdos da aula anterior. ✓ Apresentação da ficha de trabalho. ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 – Utilizar apenas as isometrias para construir uma rosácea dada na ficha de trabalho. Registar todas as transformações geométricas utilizadas; • T2 – Construir um painel, com 3 ou mais azulejos, a partir do modelo de um azulejo, disponibilizado com recurso a diferentes isometrias. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.	• Ficha de trabalho 13 • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 10' ✓ 5' • T1 - 20' • T2 - 30' 20' 15'

Estratégia

Através da ficha de trabalho 13, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, individualmente, trabalham de forma autónoma para explorar, utilizar e aplicar as isometrias para a construção de simetria de figuras, utilizando o software GeoGebra e a capacidade da visualização espacial.
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontá-las com outras resoluções alternativas de colegas, ou sugeridas pela professora, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 26 e 27 – Realização Ficha de Trabalho nº 14

Objetivos específicos	Conteúdos	Estratégia	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (100’)
• Construir rosáceas através de rotações; • Descobrir a medida da amplitude do ângulo utilizado em rotação; • Identificar as transformações utilizadas em diversos frisos.	• Frisos e rosáceas;	✓ Apresentação da ficha de trabalho ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 - Descobrir a amplitude dos ângulos em diferentes rotações, de uma mesma figura (avião). • T2 – Inserir na zona gráfica do GeoGebra a imagem do avião e realizar a sua rotação de modo a que o avião dê uma volta completa com apenas 4 rotações. • T3 – Concluir sobre a amplitude dos ângulos de rotação, sem efetuar medições. • T4 – Observar alguns frisos: num deles identificar a isometria utilizada na criação do mesmo e, nos outros frisos, identificar as simetrias utilizadas; • T5 – Apresentar uma definição de friso. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.	• Ficha de trabalho 14 • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5’ • T1 - 10’ • T2 - 10’ • T3 - 20’ • T4 - 20’ • T5 - 10’ • 20’ • 5’

Estratégia
Através da ficha de trabalho 14, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos: • No 1º momento, os alunos, individualmente, trabalham de forma autónoma, com vista a explorar, utilizar e aplicar as isometrias para a construção de simetria de figuras, utilizando o software GeoGebra e a capacidade da visualização espacial; • No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontá-las com outras resoluções alternativas de colegas, ou sugeridas pela professora, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos; • Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Plano de Aulas 28 e 29 – Realização Ficha de Trabalho nº 15

Objetivos específicos	Conteúdos	Estratégia	Recursos/Materiais	Avaliação	Tempo Previsto (100’)
• Resolver situações problema; • Identificar polígonos regulares que podem ser usados na pavimentação; • Construir frisos; • Construir pavimentações.	• Frisos e pavimentação;	✓ Apresentação da ficha de trabalho ✓ Utilização do GeoGebra, com as seguintes orientações: • T1 – Investigar e ilustrar no Software GeoGebra, a possibilidade de construção de uma pavimentação com apenas triângulos equiláteros, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares; • T2 – Investigação porque motivo o fabricante se recusou a construir a pavimentação com pentágonos regulares e triângulos equiláteros e propôs, em alternativa, construir a pavimentação com triângulos equiláteros e hexágonos regulares. Apresentar todos os cálculos e desenhos utilizados na investigação. • T3 - Construir um friso partindo do módulo dado utilizando as isometrias consideradas adequadas. ✓ Conclusão de aula: • Apresentação dos trabalhos realizados na aula A apresentação dos trabalhos deve	• Ficha de trabalho 15 • Software GeoGebra • Computador • Vídeo projector	• Observação e registo de intervenção do aluno; • Correção de resolução de ficha	✓ 5’ • T1 - 20’ • T2 - 25’ • T3 - 10’ • 25’

		realçar a comunicação matemática através da análise e descrição dos caminhos adotados na produção dos trabalhos. • Discussão e reflexão com vista a sistematização dos conteúdos explorados.			• 10’

Estratégia

Através da ficha de trabalho 15, o trabalho deve ser desenvolvido em três momentos:

- No 1º momento, os alunos, aos pares, trabalham de forma autónoma, com vista a a investigar e construir pavimentações com polígonos regulares e frisos, partindo de um módulo, utilizando o software GeoGebra e as capacidades de raciocínio matemático e a visualização espacial;
- No 2º momento, os alunos devem fazer a apresentação das suas resoluções e confrontá-las com outras resoluções alternativas de colegas, ou sugeridas pela professora, de forma a promover debates e reflexões sobre os resultados obtidos;
- Por último, a professora, através do questionamento dos alunos, faz uma síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos conceitos estudados.

Anexo XV - Guia de ferramentas do GeoGebra

Ferramentas do GeoGebra 3.2.46.0[38]

Mover	Novo Ponto	Recta definida por dois pontos	Recta perpendicular	Polígono	Circunferência dados o centro e um ponto	Elipse	Ângulo	Reflexão numa recta	Selector	Mover a folha de desenho
Rodar em torno de um ponto	Intersectar duas linhas	Segmento definido por dois pontos	Recta paralela	Polígono regular	Circunferência dados o centro e o raio	Hipérbole	Ângulo com amplitude fixa	Reflexão num ponto	Caixa para exibir/ esconder objectos	Ampliar
Gravar para a folha de cálculo	Ponto médio ou centro	Segmentos dado um ponto e um comprimento	Mediatriz		Compasso	Parábola	Distância, comprimento sssou perímetro	Inversão numa circunferência	Inserir texto	Reduzir
		Semi-recta definida por dois pontos	Bissectriz		Circunferência definida por três pontos	Cónica passando por cinco pontos	Área	Rodar em torno de um ponto com uma amplitude	Inserir imagem	Exibir/ esconder objectos
		Vector definido por dois pontos	Tangentes		Semi-circunferência dados dois pontos		Declive	Translação por um Vector	Relação entre dois objectos	Exibir/ esconder rótulo
		Vector aplicado num ponto	Recta polar ou diametral		Arco circular dados o centro e dois pontos			Homotetia de centro num ponto por um factor		Copiar estilo visual
			Recta de regressão		Arco circuncircular dados três pontos					Apagar
			Locus		Sector circular dados o centro e dois pontos					
					Sector circular dados três pontos					

[38] **Fonte: www.GeoGebra.at**

Anexo XVI - Transcrição do diálogo do Grupo 3 (A2 e A9) durante a realização da ficha de trabalho 2

Diálogo do Grupo 3 (A2 e A9) durante a realização da ficha de trabalho 2

A9: Seleciona a ferramenta polígono e constrói o triângulo.

A2: O quê?

A9*: Ferramenta polígono. Trouxeste a folha que tem as ferramentas do GeoGebra? Esqueci a minha em casa.*

A9*: deixa-me ver. Já vi, está na caixa 5. Clica!*

A2*: Já está.*

A9*: E agora?*

A2*: Usa a ferramenta "vetor definido por dois pontos" para representares um vetor à tua escolha e designa-o por v. Mas, onde é que encontramos o "vetor definido por dois pontos?*

A9*: Encontrei. Está na caixa 2.*

A2*: Caixa 2?. Vou selecionar então e vou fazer.*

A9*: o vetor está com a letra u, no enunciado é para fazer o vetor com a letra "v"… Já está?*

A2*: Não sei fazer.*

A9*: Clica com o botão direito em cima do vetor u e seleciona renomear para escrever "v".*

A2*: Ok!*

A9*: Depois é para fazer a translação por um vetor. Já está?*

A2*: Não consigo encontrar a ferramenta "translação por um vetor".*

A9*. Não é aí que a vais encontrar! Parece-me que é na caixa 9. Abre e vê.*

A2*: é ali próprio.*

A9*: Agora clica na translação por um vetor.*

A2*: e agora?*

A9*: Lê o que está escrito aqui!*

A2*: Translação por um vetor - Seleccione o objeto a transladar e depois o vetor. Mas, qual é o objeto?*

A9*: Acho que é o triângulo. Clica nele e depois seleciona o vetor "v"*

A2*: Vou fazer. Já cliquei no triângulo, agora vou clicar no vetor. Já está.*

A9*: O que é que vamos fazer agora?*

A2*: Compara a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo [ABC] com a medida do comprimento de cada um dos lados correspondentes da sua imagem [A'B'C']. Utiliza a ferramenta de medição.*

A9*: Vou fazer. É aqui. Já está.*

A2*: Correcto. Ah..ah…ah. E no outro triângulo, não vais medir os lados?*

A9*: (Gargalhada… ah…ah…) Faz tu agora!*

A2*: Dá-me o rato que eu faço. Pronto, já fiz. Os lados são iguais dois a dois.*

A9*: É verdade! AB tem mesma medida de A'B', AC também é igual A'C' e BC é igual a B'C'. O que tem mais para fazer?*

A2*: Diache nhô…*

A9 *e* A2*: Compara a medida da amplitude de cada um dos ângulos do triângulo [ABC] com a medida da amplitude de cada um dos ângulos correspondentes da sua imagem [A'B'C']. Utiliza a ferramenta de medição.*

A9*: é esta a ferramenta que vamos selecionar!*

A2*: é este?*

A9*: Não. Não é aquele ai. É este.*

A2*: Uau!!*

A9*: Fish. Os ângulos são iguais.*

A2*: sim A=A', B=B' e C=C'*

A9*: e agora men?* A2*, e agora?*

A2*: Altera a medida de comprimento ou a direcção do vetor e verifica se as medidas anteriores se mantêm. O que concluis?*

A9*: o que é para fazer agora?*

A2*: é para dar resposta.*

A2*: Altera a medida de comprimento ou a direcção do vetor v e verifica se as medidas anteriores se mantêm. O que concluis?*

A9*: Ah…eh…* A2*, aquilo aí é o quê?*

A2*: Não é assim?*

A9*: É aqui.*

A2*: Então? O que aconteceu? Nada!*

A9*: Com calma. Clica aqui! Clica aqui rapaz.*

A2*: Aqui?*

A9*: Sim, clica aqui. Não. No ponto A, não é ai. É em cima do ponto A e arrasta.*

A9*: Uhau! Olha, como está!*

A2*: Mas, no grupo do Carlos arrastaram o ponto no vetor.*

A9*: O quê?*

A2*: lê o enunciado novamente.*

A9*: Altera a medida de comprimento ou a direcção do vetor v e verifica se as medidas anteriores se mantêm. O que concluis? Isto que é falta de atenção.*

A2*: Então como é que vamos fazer?*

A9*: Vamos aqui num ponto dos vetores e arrastamos para onde quisermos.*

A2*: Já está, as medidas não se alteram.*

A9*: É mesmo, ficam todos iguais.*

A9*: Para! Para! Arrasta novamente o ponto do vetor.*

A2*:Temos que responder.*

A9*: uhm…*

A2*: Vamos escrever que concluímos que as medidas do triângulo não se alteram?*

A9*: Vamos deixar para responder no fim.*

A2*: Mas, concluímos que as medidas do triângulo não se alteram.*

A9*: Sim, mas vamos dar resposta no fim.*

A2*: Okey. Considerando as observações anteriores, completa, utilizando as palavras "congruente", "paralelo", "ângulo", " o sentido". Esta questão é para completar.*

A9*: Na…*

A2*: Uma translação transforma um segmento de reta noutro segmento de reta … e… (com o mesmo comprimento) ao primeiro". Temos que completar esta questão.*

A9*: Na…isto é o quê?*

A9*: Uma translação transforma um segmento de reta noutro segmento de reta paralelo e congruente (com o mesmo comprimento) ao primeiro".*

A2*: Já está.*

A9*: Vamos. próximo.*

A2*: Uma translação transforma um … noutro congruente (com a mesma amplitude). Transforma um ponto…um ponto não.*

A9*: um ângulo.*

A2*: noutro congruente?*

A9*: sim*

A2*: transforma um ângulo noutro congruente. Já está.*

A9*. Vamos.*

A2*: Uma traslação transforma uma figura noutra…congruente?*

A9*: Não.*

A2*: Uma traslação transforma uma figura noutra imagem?*

A9*: é noutro ou noutra?*

A2*: Noutra sentido?*

A9*: Não dá! É noutro que está escrito e não noutra.*

A9*: Professora! Professora! Não entendi isso aqui.*

Professora-caso: vocês vão completar com as palavras que aqui estão, mas devem completar de acordo com as medidas anteriores realizadas e de modo a terem afirmações verdadeiras.

Professora-caso: Quais foram as medidas efectuadas anteriormente?

A9 *e* A2*: medida de comprimento dos lados e amplitude dos ângulos.*

Professora-caso: Para completarem a terceira frase, o que precisam fazer?

A2 *e* A9*: silêncio*

Professora-caso: A2 *lê o que está escrito no enunciado.*

A2*: Uma translação transforma uma figura noutra … (com a mesma área).*

Professora-caso: Então. Já descobriram o eu vão fazer primeiro para poderem completar esta frase?

A9*: Sim. Calcular a área.*

Professora-caso: A2*, concordas?*

A2*: Sim*

A9*: Então faz!*

Caixa: Mas qual a caixa que vamos usar?

A9*: Deve estar na caixa que já medimos os ângulos. Vê!*

A2*: Deixa-me ver. É! Está aqui. Boa!*

A9*: Os valores são iguais.*

Professora-caso: Então, quando duas figuras tiverem a mesma área o que podemos concluir sobre elas.

A9*: Dizemos que são congruentes.*

Professora-caso: Então, como vão responder?

A2*: Uma traslação transforma uma figura noutra congruente.*

Professora-caso: A9*, concordas?*

A9*: Sim*

Professora-caso: então escrevam a vossa resposta.

A9*: O que vamos fazer agora?*

A2*: Uma translação preserva o sentido dos ângulos.*

A9*: Não sei se está correcto, mas podes escrever.*

A2*: Como?*

A9*: Podes escrever - uma translação preserva o sentido dos ângulos.*

A2*: Determina os segmentos de reta que unem os pontos do objeto às suas imagens e, completa, utilizando as palavras "comprimento", "paralelos", "da translação".*

A9*: vamos ver em que caixa vamos encontrar "segmento definido por dois pontos".*

A2*: na caixa 2 não. Vamos ver na caixa 3.*

A9*: Já vi, está na caixa 3. Clica!*

A2*: Já cliquei. E agora?*

A9*: lê.*

A2*: Segmento definido por dois pontos – seleccione dois pontos.*

A9*: então seleciona os pontos.*

A2*: quais?*

A9*: A e A'.*

A2*: já está?*

A9*: e os outros?*

A2*: quais?*

A9*: quais os outros pontos do triângulo?*

A2*: B e C.*

A9*: Então, o que estás à espera?*

A2*: não entendi.*

A9*: liga B e B' e C e C'.*

A2*: Já está.*

A9*: até que enfim…yes*

A2 *e* A9*: Os segmentos de reta que unem os pontos às suas imagens são da translação e todos têm o mesmo comprimento. Cada um desses segmentos de reta tem o mesmo comprimento que o vetor paralelo.*

A2*: Seleciona um dos vértices do triângulo [ABC] e altera a figura inicial. Verifica se as propriedades referidas anteriormente se mantêm. O que concluis? ... é como aquele que fizemos anteriormente.*

A9*: Não! Não é igual nada. Agora temos que alterar no vértice do triângulo [ABC].*

A2*: Seleciona um dos vértices do triângulo [ABC] e altera a figura inicial. Verifica se as propriedades referidas anteriormente se mantêm. O que concluis?*

A2*: é tens razão! 23 graus. Vou arrastar, alterou para 51.*

A9*: então se alteram.*

A2*: então vamos escrever que "conclui que as medidas dos ângulos do triângulo se alteram". Já está! Falta só o nº 3.*

A9*: Define o vetor com origem no ponto que é objeto e extremidade na sua respectiva imagem. Compara as características desse vetor com o vetor v.* A2*!*

A2*: Sim! Espera! Volto já!*

A9*: vou fazer então.*

A2*: calma!*

A9*: vamos terminar e depois vais. Faz o vetor!*

A2*: Já está. Pronto. Vamos mudar o nome do vetor?*

A9*: Para quê?*

A2*: Só para ver se vou conseguir. Vou chamar o vetor de w.*

A2*: yes. Consegui! É fácil*

A9: *Okey. Depressa. São iguais!*

A2: *Compara as características desse vetor com o vetor v.*

A9: *fala!*

A2: *são iguais porquê?*

A9: *olha para os dois. São paralelos, mas parecem que têm o mesmo comprimento. Vamos ver?*

A2: *é isso mesmo, vamos!*

A9: *faz!*

A2: *qual é a caixa que vamos medir? Ah…já sei. Caixa 8.*

A9: *Clica depressa.*

A2: *já está, deu 5,95. Agora é o outro. Também é 5,95.*

A9: *Já viste porque é que são iguais?*

A2: *Sim*

A9: *Já terminamos. Uhau!!!*

A2: *Aleluia*

A9: *agora coloca o número do nosso grupo na folha.*

Anexo XVII – Transcrição da primeira entrevista aplicada à Professora-caso

I. Caraterização

1. Descreva o seu percurso académico (faça referência à sua formação em Matemática em geral e em Geometria em particular).

PC: *Em 1983 fiz o Magistério Primário, em 1995 fiz o bacharel em Matemática e em 2000 Licenciatura, também em Matemática - Ramo de Ensino. Se calhar eu fui mais bem preparada para trabalhar as outras áreas do que a área da geometria, não me sentia muito a vontade para dar a geometria por ser uma área muito abstracta.*

2. Há quantos anos trabalha no Ensino Secundário?

PC: *Há 18 anos.*

3. Porque é que resolveu ser professor do Ensino Secundário?

PC: *Bom, a princípio quis fazer bacharelato, mas queria continuar no Ensino Básico. Mas, com a carência de professores formados na área o Ministério não me deixou ficar na área do Ensino Básico, por isso resolvi trabalhar no Ensino Secundário.*

4. Que anos prefere lecionar?

PC: *7º ano e 12º.*

5. Por que motivo?

PC: *7º porque penso que…eh… é um ano em que os alunos adquirem novos conhecimentos e eu defendo que devem trabalhar com o 7º ano professores experientes e com formação. E o 12º porque o ano que nós possamos avaliar aquilo que os alunos aprenderam ao longo do Ensino Secundário.*

II. Visão sobre o ensino e aprendizagem da Matemática

6. O que é para si a Matemática?

PC: *É uma disciplina basilar na construção dos saberes.*

7. Como deve ser ensinada?

PC: *Deve ser ensinada de uma forma activa e participativa.*

8. Qual é o papel do professor?

PC: *Bom. Eu penso que um professor deve ter um papel orientador, portanto para orientar os alunos ele deve ter uma papel de orientador na construção dos saberes dos alunos…eh… e não um papel que o professor que traz tudo para ensinar os alunos. Deve mostrar os alunos que o* *professor só orienta para ele construir os seus saberes. Aliás, a revisão curricular em curso no país, já prevê essa nova postura do professor em sala de aula.*

9. Qual é o papel do aluno?

PC: *O aluno deve ter um papel de investigador e deve sentir-se motivado a participar na construção do seu próprio conhecimento.*

10. Indique três finalidades que considere prioritárias relativamente ao ensino da Matemática no 1º Ciclo do Ensino Secundário?

PC: *Considero que o desenvolvimento das capacidades transversais são prioritárias, nomeadamente o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de raciocínio e de resolução de problemas.*

11. Quais são as principais funções do professor do 1º Ciclo do Ensino Secundário no que tange ao processo de educação dos alunos?

PC: *Portanto, o professor deve ter uma função de moderador de modo a levar os alunos a não só e aprender aquilo que ensiná-lo mas também investigar para saber muito mais. E moderador e orientador na sala de aula, principalmente.*

12. Está satisfeita com o nível de aprendizagem dos seus alunos?

PC: *Não.*

Porquê?

PC: *Porque ainda não atingi o nível de satisfação que eu pretendo atingir no processo de ensino e aprendizagem.*

Porquê que ainda não conseguiu atingir o nível de satisfação no processo de ensino e aprendizagem?

PC: *Se calhar por falta de equipamentos, os alunos ainda não conseguem fazer aquilo que eu pretendo. Portanto, dar o essencial para ele se investigar, para eles estudarem nos livros, no computador, etc.*

13. De acordo com a sua prática docente, que tipo de estratégias didácticas pensa contribuir mais eficazmente para o sucesso dos seus alunos?

PC: *O ensino…, portanto o processo que eu pretendo, … eh, que eu penso que contribui eficazmente para o sucesso dos alunos é o ensino criativo e participativo de modo a proporcionar uma reflexão crítica e uma discussão dirigida pelo professor.*

Porquê?

PC: *Eh…para que os alunos possam eles mesmos sentirem que eles é que são responsáveis na construção dos saberes. Que não é só o professor, portanto têm que saber que os saberes constroem-se em três vértices - a escola, o professor e o aluno.*

14.Que conteúdo(s) gosta mais de ensinar aos seus alunos?

PC: *Não tem nada a ver com a Geometria. Gosto mais de ensinar o Cálculo e Álgebra.*

Porquê?

PC: *Se calhar porque são os conteúdos que eu mais gostava quando fui aluna.*

15.Porque é que afirma que não tem nada a ver com a Geometria?

PC: *Porque pronto, eu não me lembro de ter aprendido muito bem a geometria. Não sei se é por causa dos professores, ou por falta de manuais ou por causa da própria complexidade do conteúdo.*

Sempre trabalhei a unidade isometrias de uma forma superficial. Normalmente há conteúdos que estudamos e de que nunca nos esquecemos mas …eh…, este, em concreto, não foi trabalhado de uma forma aprofundada durante a minha formação. Talvez a estratégia utilizada pelos professores não nos tenha despertado tanto a atenção para este e outros temas de geometria. Por isso é que não tenho preferência em lecionar a geometria. Prefiro o cálculo e a álgebra porque nessas áreas temáticas me sinto mais segura e à vontade para abordar os seus conteúdos.

16.Como é que procede habitualmente para introduzir um tema novo?

PC: *A partir do pré-requisito dos próprios alunos tento construir aquilo que é novo que eu quero dar.*

17.Nas suas aulas, procura estabelecer algum tipo de relação entre Matemática e situações em contexto real?

PC: *Sim, sempre que eu inicio qualquer tema eu tento contextualizar o tema dentro do contexto real do país, portanto com resolução de problemas da vida real.*

Porquê?

PC: *Para poder fazer a ligação com a vida prática. Às vezes os alunos dizem para quê que eu preciso aprender isto? Eu não estou a ver nenhuma ligação com a vida prática. Portanto é bom mostrar aos alunos que tudo o que se aprende a Matemática tem uma ligação com a vida prática.*

III. Computador e Softwares Educativos a Matemática

18. Na sua perspectiva, que papel pode desempenhar o computador no ensino da Matemática?

PC: *Penso que o computador desempenha um papel fundamental na medida em que permite aos alunos investigar conteúdos matemáticos, contribui para motivar os mesmos na realização dos trabalhos e, ainda, facilita a aprendizagem.*

19. Já abordou, em sala de aula, temas matemáticos com recurso a softwares educativos?

PC: *Não.*

Porquê?

PC: *Porque a escola não tem e não oferece condições…a falta de condições tecnológicas da escola (existência de apenas duas salas de informática para as aulas de informática) não permite ao professor trabalhar de uma outra forma.*

20. Além das condições oferecidas pela escola, a professora está preparada para trabalhar temas matemáticos com recurso a softwares educativos?

PC: *Também não. Conheço alguns softwares, mas não sei trabalhar com eles. A verdade é que não tenho a formação adequada que me permite utilizar os softwares educativos em aula. A falta de formação adequada para utilização dos softwares educativos também me impede de realizar uma aula utilizando estes recursos. Agora é que estou a trabalhar melhor com o GeoGebra que eu aprendi muito bem, que eu vou ter que utilizar agora nas minhas aulas.*

21. Tem tido dificuldade no ensino das Transformações Geométricas no plano euclidiano?

PC: *Sim.*

Porquê?

PC: *Porque é um pouco abstrato, temos que construir com materiais de desenhos e os alunos apresentam muitas dificuldades no uso destes materiais. E depois, às vezes, não conseguem ver a transformação feita no papel. Portanto, as dificuldades dos alunos estão ligadas à abstração do tema, à dificuldade dos alunos no manuseamento dos materiais de construção (régua, esquadro, compasso, transferidor) e, ainda, devido a dificuldades de visualização das propriedades das transformações geométricas produzidas no papel.*

22. Que conteúdos costuma abordar dentro da unidade isometrias?

PC: *Trabalho a translação, a rotação e a simetria central.*

23. E como é que costuma abordar estes conteúdos?

PC: *De forma tradicional, sem recurso a softwares educativos. Utilizando quadro, caderno, régua, esquadro, transferidor, cartaz, tudo numa explicação oral e escrita.*

24. Acha que os seus alunos têm dificuldade na aprendizagem deste tópico?

PC: *Acho que sim.*

Justifique.

PC: *Precisamente porque a Geometria é um pouco abstracta. Eu quando aluna tinha muita dificuldade em trabalhar com a geometria. É por isso que eu disse logo que eu gostava mais de trabalhar outros conteúdos. E penso que a mesma dificuldade que eu senti que os alunos têm agora, embora sou uma professora que esforça para que os alunos aprendam a Geometria. Mas é por isso que eu acho que os alunos têm muita dificuldade porque, primeiro, têm carência de materiais e, para se usar o material é necessário que todos os alunos tenham para poderem fazer ao mesmo tempo e temos turmas grandes e às vezes 50 minutos não é suficiente para uma aula.*

25. Que importância atribui agora, após a formação, à utilização de softwares educativos para o ensino e aprendizagem da Geometria?

PC: *Muita importância, porque agora consigo ver as propriedades das transformações, consigo trabalhar com esse software e, acho que estou mais a vontade mesmo para falar com os alunos. E, penso que os alunos, eles mesmos conseguem ver as propriedades, conseguem fazer as transformações.*

26. Que expetativas tem relativamente à sua utilização com os seus alunos?

PC: *Espero que os alunos tenham uma aprendizagem participativa, construtiva e que se sintam a vontade na área de Geometria. Se tivermos software que facilite a visualização espacial, os alunos conseguem compreender melhor as propriedades e as relações das transformações geométricas que só no caderno não conseguem ver. Penso que vai ser de grande utilidade porque, primeiro economizamos o tempo porque vão fazer as construções no computador. O GeoGebra tem todas as caixas de ferramentas para fazerem isso e conseguem ver a transformação e conseguem descobrir e provar as propriedades, por isso eu acho que vai ser muito importante e acho que os alunos vão sentir a vontade no estudo da unidade Isometrias.*

Anexo XVIII – Transcrição da segunda entrevista aplicada à Professora-caso

I. Software GeoGebra e o desenvolvimento de competências matemáticas, transversais e geométricas

1. A frequência da formação levou-a a planificar de forma diferente a abordagem, em sala de aula, os conteúdos geométricos?

PC: *Sim.*

2. Em que aspetos?

PC: *Bom…, o modelo utilizado na formação influenciou-me muito na forma de planificação das aulas. Realço que o facto de se ter aliado a teoria à prática, de… ter promovido momentos de trabalho autónomo, momentos para as reflexões ao longo da formação, alargou-me o horizonte. Sempre fazia a apresentação da ficha de trabalho aos alunos no início da aula. Planifiquei de forma a promover, primeiro, o trabalho autónomo feito pelos alunos, através de tarefas orientadas e abertas; segundo, a apresentação das resoluções e confronto com outras soluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões e, por último, uma síntese para a formalização dos conceitos estudados.*

3. Que tipo de tarefas planificou para abordagem das isometrias com suporte do GeoGebra?

PC: *Para abordagem destes conteúdos, planifiquei vários tipos de tarefas. As tarefas de exploração que foram predominante, sendo privilegiadas atividades de construção geométrica e descoberta de propriedades e relações. Também, desenvolvi tarefas de resolução de problemas para favorecer a aplicação das propriedades já exploradas.*

4. Usava habitualmente esse tipo de tarefas?

PC: *Nem todas.*

Porquê?

PC: *Porque normalmente os conteúdos de isometrias são abordados com recurso aos materiais de construção, nomeadamente o esquadro, a régua, o compasso e o transferidor, e estes não nos permitem realizar certos tipos de tarefas. Já, com o GeoGebra é possível diversificar as tarefas.*

5. Pode citar alguma tarefa que foi realizada com o GeoGebra e que acha que é impossível de ser realizado com os instrumentos de construção?

PC: *Eh…por exemplo, O GeoGebra permitiu realizar o nível de exploração numa única construção. Por exemplo, na exploração das propriedades das isometrias, sempre pedia-se o* *arrastamento de um dos vértices do objeto para se estabelecer as relações com a sua imagem, ação impossível de se realizar no papel… é uma das vantagens.*

6. Enfrentou algumas dificuldades na implementação da estrutura planificada?

PC: Sim.

Quais?

PC: *Na entrevista inicial disse que ia ser fácil, que ia poupar tempo na utilização do GeoGebra nesta experiência. No entanto, a abordagem dos conteúdos geométricos com suporte do GeoGebra revelou ser uma metodologia muito mais exigente do que a tradicional.*

7. Em que aspetos foi mais exigente?

PC: *Por exemplo o acompanhamento dos alunos, a avaliação de todo o processo de aprendizagem, a forma de orientar a aula, as questões imprevistas que surgiram, …. ah, também a falta de destreza de alguns alunos na utilização do computador, fizeram com que, em vários momentos, alguns terminassem as tarefas antes do tempo estipulado, enquanto outros atrasados nas suas resoluções, provocaram um certo atraso no desenvolvimento da aula. É uma questão que ainda não tinha vivido e penso que, se deve levar sempre este aspeto em consideração para a planificação de tarefas com suporte destes recursos. Por exemplo, estou a pensar das próximas vezes que utilizar este recurso para apoiar as aulas em utilizar os alunos que terminarem as tarefas antes do tempo previsto para apoiar os outros que apresentarem dificuldades.*

8. A estrutura utilizada para as aulas trouxe vantagens para a aprendizagem dos conteúdos abordados.

PC: *Sim.*

Quais?

PC: *Porque os alunos conseguiram autonomamente identificar as propriedades das isometrias, o que não tinha acontecido das outras vezes que leccionei estes conteúdos. Também, permitiu uma melhor participação de alguns alunos que habitualmente não participavam activamente nas aulas, facto que me surpreendeu bastante e ao mesmo tempo me agradou muito. Eh…assim, no meu entender os objetivos preconizados foram alcançados.*

9. Nesta experiência, achou útil e gostou de ter utilizado o GeoGebra como suporte para aprendizagem dos conteúdos geométricos?

PC: *Sim.*

Porquê?

PC: *Constatei que, por um lado, a aula deixou de ser monótona e por outro, permitiu aos alunos descobrir as propriedades geométricas de uma forma interativa, o que penso, neste caso, ter contribuído para a construção dos saberes dos alunos, ...eh, e para uma aprendizagem mais significativa. Também, reparei que os alunos mostraram mais interesse, ficaram mais motivados para as aulas…e, o fator motivação é importante para a aprendizagem dos conteúdos, e como sabemos o fator motivação é um elemento determinante para que ocorra a aprendizagem. Ainda gostei muito de utilizar o GeoGebra porque…, porque….na medida em que os alunos conseguiram compreender os conteúdos de geometria de uma forma mais significativa, ao contrário do que tem acontecido nas aulas habituais em que os alunos normalmente memorizam os conceitos.*

10. O uso do GeoGebra como suporte à resolução das tarefas contribuiu para:

- **motivar e incentivar os alunos na aprendizagem da Geometria, mesmo os habitualmente mais desinteressados? Justifique.**

PC: *Sim. Em 27 anos de serviço, é a primeira vez que vi os alunos tão entusiasmados e interessados para uma aula de Matemática. Agora estão a reclamar muito, não querem saber de aulas nas salas com suporte ao quadro e giz. Nestas aulas, por exemplo, pude observar a participação activa de alguns alunos com fraco nível de aprendizagem, com pouco interesse nas aulas e que, habitualmente tinham um comportamento passivo.*

- **que os alunos aprendessem de uma forma mais significativa? Justifique.**

PC: *Sim. Penso que …, que os alunos conseguiram aprender os conteúdos geométricos de uma forma mais significativa. Nas aulas habituais normalmente o professor faz a exposição dos conteúdos e os alunos limitam-se a memorizar os conceitos. Mas, nesta experiência, os alunos ao realizar as atividades planeadas chegavam às propriedades das isometrias por mérito próprio/sozinhos. Bom, ... posso dizer que, no geral, os alunos gostaram das tarefas que lhes foram propostas, por exemplo, na tarefa que se pretendia a aplicação do tópico translação associada ao vetor e se pedia a construção de um carro apelando à criatividade do aluno, observou-se que apresentaram um certo entusiasmo e empenho na sua resolução. Este é um exemplo, mas haviam outras tarefas que observei uma certa emoção e motivação dos alunos para as suas resoluções.*

- **que os alunos aprendessem de uma forma mais autónoma? Justifique**

PC: *Sim. Porque o tipo de tarefas propostas visava que os alunos trabalhassem, quer individualmente, quer aos pares ou em grupo de três, de forma a descobrirem sozinhos às propriedades e relações geométricas e penso que tal objetivo foi conseguido. No fim tive que* *promover o debate para a discussão das propriedades e relações identificadas para que, no final fizesse a síntese, que na minha opinião é importante fazer-se para a formalização dos conceitos estudados.*

- **que os alunos elaborassem conjeturas e respectiva testagem? Justifique**

PC: *Acho que sim, por exemplo, nas atividades que envolviam as simetrias, os alunos tiveram que realizar várias construções para a testagem por tentativa a erros. Confesso que me parece um processo inviável de ser realizado fora desse ambiente, ou seja, com lápis e papel.*

- **o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, dos seus alunos? Justifique.**

PC: *Sim. Penso que isto aconteceu na maioria das tarefas de aplicação dos conceitos estudados. No geral, encararam a resolução dos problemas de uma forma diferente e, conseguiram utilizar bem os conhecimentos prévios para a realização dos problemas de aplicação das isometrias, nomeadamente nos problemas de simetrias, frisos e rosáceas.*

- **melhorar a qualidade e a capacidade de comunicação dos seus alunos? Justifique**

PC: *Sim. Notei que eles se revelaram muito comunicativos, principalmente entre si (perguntando se tal colega tinha resolvido corretamente a tarefa) e, de uma forma geral, todos queriam e disputavam para apresentar em primeiro lugar as suas resoluções.*

- **o desenvolvimento do raciocínio matemático dos seus alunos? Justifique.**

PC: *Sim. No decorrer da experiência penso que os alunos iam aprofundando os seus conhecimentos geométricos. Notou-se, em alguns momentos, os alunos utilizaram estes conhecimentos para novas construções.*

- **uma construção mais clara e rigorosa de conceitos geométricos trabalhados? Justifique.**

PC: *Sim. Porque os alunos conseguem entender melhor os conteúdos geométricos através de uma melhor visualização que acho que foi potenciada pelo GeoGebra. Também, este recurso permitiu a realização de construções com muito rigor, facilitando e contribuindo para um melhor entendimento das relações e para a conclusão acerca das propriedades.*

- **uma apropriação do sentido geométrico, pelos alunos? Justifique**

PC: *Sim. Penso que sim, o GeoGebra revelou ser uma ferramenta importante que auxiliou os alunos na transformação dos objetos geométricos para tirar conclusões sobre as propriedades* *e suas relações pois, na descoberta das propriedades e relações geométricas, os alunos se apropriam de conhecimentos geométricos sem se perceber. Por exemplo, após a descoberta das propriedades da translação, numa tarefa em que se pretendia a aplicação de translação associada a um vetor dado, uma aluna, sem efetuar a sua construção concluiu que a resolução da sua colega estava uma vez que já tinha criado uma imagem mental que relacionava o conceito de uma translação associada a um vetor e concluiu, de imediato, que a imagem construída não poderia ser obtida por translação associada por aquele vetor dado.*

15. Considera o GeoGebra adequado para trabalhar com todos os alunos, independentemente do seu desempenho e capacidade em Matemática? Justifique.

PC: *Sim, porque tive alunos que apresentavam baixo nível de aprendizagem e que melhoraram consideravelmente. Posso ainda afirmar que quase todos os alunos desenvolveram as suas habilidades na utilização dos computadores, na forma de raciocinar para chegar as conclusões com maior brevidade possível. Portanto, ... de um modo geral, os alunos apresentaram um nível mais elevado de conhecimento, no final do trimestre.*

16. Relativamente às suas expetativas, como situa os resultados obtidos com a utilização do software GeoGebra com os seus alunos? Justifique.

PC: Bom, posso dizer que estou satisfeita com os resultados alcançados. O que esperava conseguir, concretizou-se. Houve melhorias durante todo o processo: na realização das tarefas, na participação activa dos alunos nas aulas, no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, geométricos e nas comunicações.

17. Indique:

a. 3 aspetos que considerou mais positivos, relativamente à abordagem da unidade didáctica "Isometrias" com suporte ao software GeoGebra.

PC: *Bom, ... um aspeto que achei muito importante na utilização do GeoGebra para abordagem das Isometrias é que contribui para um elevado potencial em termos de motivação dos alunos, pois tornaram-se mais assíduos, mais pontuais e mais empenhados. Outro aspeto, é que permitiu a descoberta das propriedades geométricas pelos próprios alunos. Também, possibilitou a realização de um grande número de experiências a partir de uma construção, num curto espaço de tempo. Ainda, contribuiu para a realização de construções mais rigorosas e facilitou a visualização de conceitos geométricos. E…no meu ponto de vista penso que são estes os aspetos mais positivos a se considerar nesta experiência.*

b. <u>3</u> aspetos que considerou menos positivos, relativamente à abordagem da unidade "Isometrias" com suporte ao software GeoGebra.

PC: *Os aspetos menos positivos…eh, penso que todo o processo muito exigente. Também … turma heterogénea, alunos apresentando um nível diferente de destreza na utilização do computador, o que por vezes quebrou o ritmo da aula e dificultou a realização de todas as tarefas por alguns alunos. Um outro aspeto que também achei menos positivo é o facto de que os alunos que terminavam as tarefas mais rapidamente dispersavam-se dos objetivos das aulas e muitas vezes, acediam aos jogos e à Internet. Também, em alguns momentos o desempenho dos alunos ficou focalizado na manipulação do GeoGebra em detrimento das conclusões, conduzindo a respostas muito superficiais e até mesmo ausência de respostas.*

18. Se alguém de fora lhe perguntasse se valeu a pena ter realizado esta experiência, o que responderia?

PC: *Responderia que valeu a pena ter realizado esta experiência. Também, diria que a ação de formação permitiu-me refletir sobre a minha prática letiva e trouxe-me ganhos significativos para o meu desenvolvimento pessoal e profissional. Posso afirmar que, neste momento sinto-me mais capacitada e à vontade para com base neste recurso, delinear estratégias de ensino com vista a melhoria de aprendizagem dos alunos.*

Tenho que reconhecer que é importante a utilização de softwares educativos no ensino e aprendizagem. Pois, estes recursos permitem visualizar as propriedades das transformações geométricas. Por esta metodologia, os alunos terão menos dificuldades em compreender os conteúdos geométricos, especificamente as isometrias.

II. Impacto da experiência

19. Que vantagens encontrou, nesta experiência, quando comparada com as suas práticas letivas habituais em relação:

a. À motivação e interesse para as aulas?

PC: *Ao contrário do que acontecia nas aulas habituais, os alunos apresentaram um elevado nível de motivação e mais interesse na maioria das aulas.*

Porquê?

PC: *Na minha opinião, esta atitude justifica-se pelo tipo de tarefas planificadas para serem desenvolvidas com este recurso e, ainda, principalmente pelo facto de os alunos terem explorado as propriedades e relações geométricas de uma forma autónoma, sentindo-se assim mais responsáveis pela sua aprendizagem.*

b. Ao desempenho dos alunos em Geometria?

PC: *Anteriormente, abordar estes conteúdos com suporte dos materiais de construção que, muitas vezes os alunos não traziam para aula, constituía um constrangimento enorme para o acompanhamento das aulas. Com a utilização do GeoGebra, penso que esta questão foi ultrapassada, pois, todos os alunos foram envolvidos no desenvolvimento das tarefas o que contribuiu para uma maior participação nas aulas e melhoria de desempenho.*

20. Se tivesse que repetir esta experiência futuramente, o que faria diferente?

PC: *Primeiro, teria menos intervenção nas aulas, dando mais espaço aos alunos para apresentar todos os seus trabalhos. Em segundo lugar, tentava, sempre que possível, relacionar estes conteúdos com outros conteúdos matemáticos e com outras áreas. Ainda, tentava equilibrar os grupos de trabalho mediante a destreza tecnológica e nível de desempenho.*

Porquê?

PC: *Penso que há mais interesse para as aulas quando os alunos entendem a importância do estudo na aplicação em outras áreas e relacionado com os aspetos do quotidiano. Relativamente a grupos de trabalho, penso que é uma forma de diminuir a discrepância do tempo de realização das tarefas e que pode-se estabelecer uma relação de inter-ajuda entre os alunos.*

21. Após a abordagem dos conteúdos geométricos com suporte do GeoGebra, que importância atribui agora à utilização de softwares educativos para o ensino e aprendizagem da Matemática, em particular a Geometria? Justifique.

PC: *Sim. Eh…, penso que é de suma importância para a abordagem dos conteúdos da Matemática, e em particular da geometria no GeoGebra na medida em que permite aprender a matemática de uma forma interativa e agradável, aumenta o interesse dos alunos nas aulas, permite aos alunos superar dificuldades mais difíceis de se conseguir com outros recursos e ainda, contribui para uma aprendizagem efectiva e significativa. Também, como tivemos a oportunidade de ver nesta experiência, o GeoGebra revelou ser um recurso importante para apoiar os alunos na descoberta de conceitos geométricos. Portanto, o GeoGebra constitui um recurso importante para apoiar o professor na inovação das suas práticas letivas.*

22. Futuramente, admite a possibilidade de trabalhar outros conteúdos com esse software? Quais? Porquê?

PC: *Sim.*

Quais?

PC: *Pretendo trabalhar no 8º ano para abordar a semelhança de triângulos e o 11º ano para abordar a trigonometria.*

Porquê?

PC: *Porque, considero a semelhança um conteúdo propício para ser abordado nos ambientes dinâmicos de geometria dinâmica ... porque é um conteúdo que exige construções, medições, relações entre figuras, etc... Ainda, pode ser utilizado para estabelecer conexões, por exemplo, com as isometrias que já foram exploradas neste ambiente. Em relação à trigonometria porque pela experiência que tenho, ... a trigonometria é um conteúdo extremamente difícil de ser aprendido pelos alunos pois, normalmente, eles apresentam dificuldades tanto nas expressões das equações que representam as funções trigonométricas como também na construção dos respectivos gráficos. Como o GeoGebra oferece-nos a zona gráfica e a zona algébrica que nos possibilita fazer e ver, simultaneamente, as duas representações, penso que os alunos enfrentarão menos dificuldades no estudo deste tópico com suporte deste recurso.*

23. Futuramente, admite a possibilidade de trabalhar com outros softwares ou outras tecnologias informáticas?

PC: *Sim, a formação permitiu-me ficar com uma visão mais positiva dos recursos tecnológicos. Pretendo consolidar o GeoGebra para o poder utilizar na abordagem de outros conteúdos matemáticos, como referi anteriormente. Ainda, estou a pensar seriamente em me inscrever no curso de pós-graduação que relaciona a matemática e as tecnologias educativas. Também, caso apareçam outras oportunidades de formação nesta modalidade, estarei disponível.*

24. Considera que esta experiência contribui para o seu desenvolvimento profissional? Justifique.

PC: *Sim, considero que a formação contribuiu para o meu desenvolvimento pessoal e profissional e...também contribuiu para a reflexão da minha prática letiva. Apesar de já ter 27 anos de experiência de ensino com base numa metodologia tradicional, eh ... reconheço que não foi fácil adaptar à esta metodologia, mas penso que empenhei-me bastante na formação para que tirasse o máximo proveito dela em benefício do meu desenvolvimento profissional bem como da melhoria da aprendizagem dos alunos. Também, eh…, para além de também conhecer um novo recurso de apoio às aulas, pude ainda aprofundar os conhecimentos geométricos, o que me permitiu sentir mais segura na abordagem dos conteúdos de isometrias. Com toda a humildade, posso afirmar que…sinto-me ter ficado com mais confiança, com mais competência para trabalhar os conteúdos de geometria.*

25. Considera que esta experiência contribui para o desenvolvimento de competências didácticas?

PC: *Acho que sim, embora enfrentei algumas dificuldades, desde a elaboração das tarefas, que exigiu ter mais cuidado, mais pesquisas, mais tempo, penso que esta experiência alertou-me para a necessidade de pensar ou elaborar tarefas que … que promovem uma aprendizagem mais significativa. Também, considerando que nunca tinha trabalhado o tipo de metodologia que este recurso exige, penso … que a realização desta experiência permitiu-me refletir e espero melhorar as minhas práticas letivas.*

Efectivamente, vi nesta experiência um alerta para a necessidade de se pensar ou elaborar tarefas que promovam uma aprendizagem mais significativa. Consciencializou-me para a necessidade de refletir sobre as minhas práticas letivas e, consequentemente, tentar melhorá-las em benefício da aprendizagem dos alunos.

26. Depois desta experiência, qual será a sua opção para o ensino de Matemática? Justifique.

PC: *Bom, fiquei sensibilizada para a utilização de metodologias inovadoras nas minhas aulas, e … eh…, quanto a minha opção para o ensino de Matemática, … gostaria de ter condições tecnológicas na escola para, sempre que possível, abordar as isometrias e outros conteúdos matemáticos com recursos tecnológicos dadas as potencialidades educativas que apresentam.*

27. Para finalizar, faz um breve relato da experiência

PC: *Apesar de ser uma professora com 27 anos de serviço, nas vésperas de reforma, gosto sempre de inovar e enfrentar desafios e aceitei encarar mais esse. Contudo, posso afirmar que foi uma experiência muito cansativa porque a Escola onde trabalho não possui um laboratório com equipamentos informáticos para as aulas de matemática e tivemos de encaixar as duas aulas nas salas de informáticas da Escola e outras duas num dos laboratórios de informática da universidade de Cabo Verde, pois a formadora sendo professora desta Universidade, consegui-nos autorização para fazer as restantes aulas ali.*

Nas vésperas do início da experiência confesso que … que fiquei um pouco insegura, com algum medo de ir para sala de aula sozinha, pelo que, reconheço que o acompanhamento da formadora em todas as aulas e o trabalho colaborativo desenvolvido foi importante para a realização desta experiência. Inicialmente estava a ver o acompanhamento/supervisão da formadora em sala de aula como um aspeto menos positivo desta experiência. Depois, na planificação das tarefas que se desenvolveu com base em trabalho colaborativo, que fizemos *juntas e com os subsídios tidos das reflexões com as sessões de trabalho com o grupo de professores do 8º ano, das minhas próprias reflexões e dos encontros entre mim e a formadora, permitiu-me ficar mais à vontade na sala de aula e a ver a presença da formadora de forma diferente do que tinha pensado inicialmente. Sempre que precisava, sabia que tinha o apoio da formadora e, isto fez-me sentir que ela não estava lá para fazer o julgamento da aula, mas que estava como uma parceira e, isto deixou-me realmente mais à vontade. Permitiu-me até refletir muito mais sobre a minha prática letiva e a ter mais atenção na planificação das aulas. Eh…ao contrário do que pensava inicialmente - disse que ia ser fácil na entrevista inicial, que iria poupar tempo ao abordar as isometrias com suporte do GeoGebra, mas não foi nada fácil…todo o processo foi exigente e muito cansativo, mas penso que … a planificação das tarefas e a gestão da aula foram os aspetos mais exigentes e cansativos deste processo.*

Devo realçar que…que o facto de que pela primeira vez participo de um programa de formação em que aplico logo os conhecimentos construídos em sala de aula, eh…, que foi possibilitou conciliar a teoria e a prática. A formação foi ao encontro das minhas necessidades, visto que não me sentia a vontade em lecionar os conteúdos de geometria, … que… foi importante a participação activa da formadora com os professores na planificação das tarefas e que o acompanhamento/supervisão da formadora em sala de aula, permitiu-me um momento de reflexão sobre as minhas aulas e a atuar como orientadora e facilitadora de aprendizagem dos meus alunos. Penso que o Ministério de educação poderia se inspirar neste modelo para Cabo Verde. Bom…, pelo menos aqui o grupo de professores o achou mais vantajoso do que os programas condensados no tempo que costumamos assistir, onde o professor não tem voz activa.

Levámos o dobro do tempo previsto para abordagem da unidade isometrias, o que foi muito cansativo tendo em conta outros compromissos que já tinha assumido. E…é importante realçar também a disponibilidade dos alunos em terem utilizado o tempo livre que dispunham para assistir as aulas no período contrário às (suas) aulas, pois estavam muito motivados...ficaram tristes quando dissemos que a experiência tinha terminado. Mas, apesar de toda a exigência desta metodologia de ensino, posso dizer que valeu a pena. Os alunos conseguiram aprender de uma forma autónoma. Foi tão boa experiência que gostaria de repeti-la com outros conteúdos. Já fiz uma proposta aos meus colegas para constituirmos um grupo de estudo e de pedirmos apoio a Universidade de Cabo Verde para o acompanhamento deste grupo. Seria interessante… E… até pretendo fazer um Mestrado na área de Matemática e Tecnologias Educativas, para o desenvolvimento pessoal e profissional.